



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E
SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS-CIENTÍFICOS

**A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO AO SE
TRABALHAR COM MODELAGEM MATEMÁTICA**

Carla Melli Tambarussi

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Rio Claro – SP

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

CARLA MELLI TAMBARUSSI

**A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO AO SE TRABALHAR COM
MODELAGEM MATEMÁTICA**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática

Orientadora: Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo

Rio Claro - SP

2021

T154p

Tambarussi, Carla Melli

A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com modelagem matemática / Carla Melli Tambarussi. -- Rio Claro, 2021
261 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientadora: Maria Aparecida Viggiani Bicudo

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3.
Fenomenologia. 4. Pesquisa Qualitativa. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CARLA MELLI TAMBARUSSI

**A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO AO SE TRABALHAR COM
MODELAGEM MATEMÁTICA**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo (Orientadora)
Universidade Estadual Paulista – Rio Claro/SP

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni
Universidade Federal de Juiz de Fora – Juiz de Fora/MG

Profa. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros
Universidade Estadual Paulista – São José do Rio Preto/SP

Prof. Dr. Roger Miarka
Universidade Estadual Paulista – Rio Claro/SP

Prof. Dr. Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Cascavel/PR

Resultado: **Aprovada**

Rio Claro - SP

18 de fevereiro de 2021

Às minhas pessoas (*in memoriam*)

Vô Paico, Vô Alicio, Nono, Nona, Tio Zeca, Tio Júlio (Padrinho)

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agradeço...

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro – SP. Aos professores e demais colaboradores, muito obrigada! Foi um prazer fazer parte do PPGEM.

À comissão examinadora, Prof. Adlai, Profa. Ana Paula, Prof. Roger e Prof. Tiago, obrigada pelas inúmeras contribuições, inquietações e cuidado com o trabalho.

Aos sujeitos significativos para a pesquisa, muito obrigada pela disponibilidade e conversas que tivemos.

À minha família, por ser a minha base. Obrigada por tudo. Amo vocês!

Aos amigos que amo tanto...

Denner, obrigada pelo incentivo, companheirismo, pelas tentativas de vida saudável.

Lahis, Mari e Miliam, obrigada pela companhia, pelo *tereré*, por toda a atenção e cuidado.

Iara, obrigada pela parceria, por me ensinar tanto. Você é uma pessoa maravilhosa.

Poly, obrigada por estar sempre por perto. Obrigada pelos conselhos, por me ouvir, pela companhia linda, pela amizade que parece ser da vida toda, pelos shows do Roberto Carlos.

Que bom que a gente se encontrou.

Elenice (L), obrigada por ser essa calma, por estar sempre atenta. Que sorte eu tenho por ser sua amiga.

Tati e Diego, não fazem ideia do tanto que vocês são importantes. Obrigada e obrigada!

Vantielen, obrigada pela amizade que há tanto tempo cuidamos. Ela é muito especial.

Gabi, obrigada por atender aos meus telefonemas, pelos infinitos áudios compartilhados, pelas conversas sobre a pesquisa e sobre a vida. Aprendo muito com você.

Dani, obrigada por essa amizade de séculos, por me apoiar, por reclamar junto comigo.

Marcos, obrigada por compartilharmos tantas coisas há tanto tempo. Sua amizade é um presente.

Vanessa, obrigada pela leveza que suas conversas sempre proporcionam. Que sorte a minha ter sua amizade.

Nelem, que benção a gente ter se encontrado no dia da seleção do doutorado. Obrigada! Sempre! Por tudo!

Lais, obrigada pela amizade linda que estamos construindo. Desejo o mundo para você!

Aos colegas do PPGEM, muito obrigada! Foi um prazer conviver e aprender com vocês.

Aos amigos do grupo de pesquisa FEM, obrigada pela acolhida. Em especial, aos que pude conviver mais de perto: Bruno, João e José Milton. Meninos, obrigada pelo cuidado com que leram o meu trabalho, por me ajudarem em tantas coisas, pelas conversas maravilhosas!

Aos colegas do grupo de pesquisa FORMEM, muito obrigada!

À professora Fabiana Magda Garcia Papani. Fabi, obrigada por ter me acolhido no período da graduação. O seu apoio e cuidado foram fundamentais.

Ao professor Tiago Emanuel Klüber, obrigada por ter acreditado em mim no mestrado. Obrigada pelas oportunidades, pela amizade e por continuarmos trabalhando juntos depois de tanto tempo.

À minha orientadora, professora Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Maria, obrigada pela oportunidade de estar junto com a senhora, pelos quatro anos de convivência, pelas orientações, conversas, por me receber na sua casa. Que privilégio é ser sua aluna. Levarei a senhora no meu coração para sempre. Obrigada!

Ao Deus que é Pai, Filho e Espírito Santo.

À intercessão de Nossa Senhora Aparecida.

“Toda pedra do caminho
você deve retirar.

Numa flor que tem espinhos
você pode se arranhar.

Se o bem e o mal existem
você pode escolher.

É preciso saber viver!”

Roberto Carlos e Erasmo Carlos

RESUMO

Os estudos realizados sobre Modelagem Matemática (MM) na Educação Matemática, as discussões com a minha orientadora e com o grupo de pesquisa, Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), foram iluminando inquietações que se mostraram importantes de serem investigadas na MM. Uma delas e que conduz esta tese está expressa pela interrogação: *Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática?* Para dar conta do que indagamos, optamos por conversar com os sujeitos significativos para a tese: profissionais que trabalham com MM na Educação Matemática e profissionais que trabalham com MM na Matemática Aplicada, sobre suas vivências com a Modelagem Matemática. As conversas foram gravadas e, posteriormente, transcritas. As análises, assim como toda a pesquisa, foram conduzidas segundo a orientação fenomenológica. Do movimento de análise ideográfica e nomotética, estabelecemos três categorias abertas: *Concebendo e fazendo Modelagem Matemática*; *O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática*; *A Matemática na Modelagem*. Essas categorias dizem do fenômeno focado e indicam que a produção do conhecimento matemático, ao se trabalhar com MM na Matemática Aplicada, abrange: o trabalho com analogias e adaptações de situações já estudadas para as situações que se pretende trabalhar; a produção de modelos matemáticos que deem conta da situação a ser estudada, mas que tenha, também, a capacidade de predição. Especificamente, no âmbito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, a produção do conhecimento matemático se dá no trabalho dos alunos, juntamente, com o professor para o desenvolvimento da situação; no modo pelo qual o aluno busca articular os conteúdos matemáticos com a situação da *realidade*; no modo como os conteúdos matemáticos são abordados ao se trabalhar com Modelagem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Fenomenologia; Pesquisa Qualitativa.

ABSTRACT

The studies conducted regarding Mathematical Modeling (MM) in Mathematics Education, the discussions with my teacher and with the research group, Phenomenology in mathematics education (*Fenomenologia em Educação Matemática* - FEM), shed light on concerns that proved worthy of investigation within MM. One of such concerns is the following interrogation: *How to understand production of mathematical knowledge when working with Mathematical Modeling?* To answer our question, we chose to talk to significant players for the thesis, i.e., professionals who work with MM in Mathematics Education and professionals who work with MM in Applied Mathematics, about their experiences with Mathematical Modeling. The conversations were recorded and transcribed. Analyses, as well as the entire research, were conducted according to phenomenological orientation. Through ideographic and nomothetic analyses, we established three open categories: *Conceiving and doing Mathematical Modeling*; *The work with Mathematical Modeling while teaching Mathematics*; *Mathematics in Modeling*. These categories refer to the focused phenomenon and indicate that the production of mathematical knowledge, when working with MM in Applied Mathematics, covers: analogies and adaptations of situations already studied to work with the new situations intended, production of mathematical models that take into account the situation to be investigated, but which also display predictive capacity. Specifically, in the context of Mathematical Modeling in Mathematics Education, the production of mathematical knowledge takes place through the work of students and teachers together to develop the situation, in the way students seek to articulate mathematical content as a *real-life* situation, in the way the mathematical contents are approached when working with Modeling.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modeling; Phenomenology; Qualitative Research.

SUMÁRIO

APRESENTANDO A ESTRUTURA DA TESE	18
SEÇÃO PRIMEIRA	20
DA INTERROGAÇÃO AO MODO COMO COMPREENDEMOS O MOVIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS	20
1 INTERROGAÇÃO	20
1.1 Os caminhos que se abrem	26
1.2 Sujeitos significativos.....	28
1.3 O movimento de análise	35
SEÇÃO SEGUNDA	39
2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA APLICADA E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	39
2.1 Modelagem Matemática na Matemática Aplicada	40
2.1.1 Avançando na compreensão da MM na Matemática Aplicada	44
2.2 Modelagem Matemática na Educação Matemática	47
2.2.2 Modelagem Matemática na Educação Matemática em âmbito nacional.....	48
2.2.3 Avançando na compreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática	63
SEÇÃO TERCEIRA	66
3 UM OLHAR PARA AS DISSERTAÇÕES E PARA AS TESES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	66
SEÇÃO QUARTA	88
4 AS ENTREVISTAS E SUAS ANÁLISES	88
4.1 As entrevistas	88
4.2 Analisando as entrevistas	88
4. 3 Interpretação das Categorias Abertas	93
4. 3.1 Concebendo e fazendo Modelagem Matemática.....	93
4.3.2 O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática.....	101
4.3.3 A Matemática na Modelagem	107
RETOMANDO E (RE) ABRINDO O INTERROGADO.....	112
REFERÊNCIAS	117
Referências de Dissertações e de Teses apresentadas na seção terceira	121
APÊNDICE 1	128
TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS	128
APÊNDICE 2	198
ANÁLISE IDEOGRÁFICA DAS ENTREVISTAS	198
APÊNDICE 3	241
ANÁLISE NOMOTÉTICA.....	241
ANEXO	254
CARTAS DE CESSÃO DE DIREITOS	254

APRESENTANDO A ESTRUTURA DA TESE

A escrita de uma tese exige um esforço para explicitar tanto as indagações que constituem a pesquisa, como o modo escolhido para dar conta do que se indaga e avançar na compreensão do que está sob foco de estudo. Esse esforço envolve idas e vindas, mudanças de trajetos e um diálogo constante com o grupo de pesquisa, com a orientadora, com a literatura e com o que vai se mostrando significativo ao interrogado.

O movimento de escrita supracitado não é estanque. Por vezes, iniciamos um tópico, paramos, damos início a outro item, apagamos, retomamos e, assim, vamos articulando o que se destaca como importante para a elaboração do estudo a ser realizado; as idas e vindas mostram-se, portanto, como sendo próprias a esse movimento. Queremos dizer com isso que, aos poucos, a estrutura de apresentação da tese e o modo pelo qual o pesquisador escolhe para dispor as seções ou os capítulos, que irão compor o trabalho, vai se fazendo claro.

É nesse fazer claro que, neste trabalho, a *primeira seção* é destinada à apresentação da interrogação de pesquisa. Ela, em nossa compreensão, ilumina o caminho a ser percorrido, comportando-se “[...] como se fosse um pano de fundo onde as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido” (BICUDO, 2011, p. 23). Para além dessa apresentação, por compreendermos que não basta expressar uma interrogação proposicional, a seção é destinada, também, a esclarecer o que ela pergunta e a pensar sobre o interrogado. Assim, constantemente, perguntamos o que a interrogação interroga, buscando por caminhos que possam dar conta da indagação e do indagado.

Também compõe a seção, a explicitação sobre os sujeitos significativos; o porquê de eles serem significativos para a pesquisa e o modo pelo qual *chegamos* a eles. É, ainda, parte da seção, um item dedicado à descrição de como compreendemos o movimento de análise dos dados e de como ela será realizada nesse trabalho.

Na *segunda seção*, trazemos à tese compreensões concernentes à Modelagem Matemática¹ na Educação Matemática e na Matemática Aplicada. Na *terceira seção*, apresentamos um estudo sobre as temáticas abordadas nas dissertações e nas teses sobre MM na Educação Matemática, produzidas no período de 1979 a 2019 e que em seus resumos trazem a palavra *conhecimento*.

¹ No decorrer do texto, usaremos Modelagem Matemática, Modelagem ou MM.

A *quarta seção* abrange as análises ideográfica e nomotética das entrevistas dos sujeitos significativos, bem como a interpretação das categorias abertas que foram estabelecidas. Por último, num esforço de ir além do que foi explicitado, buscamos retomar e (re) abrir o que foi interrogado na tese.

SEÇÃO PRIMEIRA

DA INTERROGAÇÃO AO MODO COMO COMPREENDEMOS O MOVIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS

1 INTERROGAÇÃO

O desafio de escrever uma tese abarca, também, o movimento de *dar conta* de expressar o que nos inquieta, o que nos causa perplexidade. Esse movimento, como o compreendemos, não é proposital, mas se refere a um caminho no qual o pesquisador “[...] se locomove [...] num solo histórico constituído durante seu tempo vivido²” (BICUDO, 2010, p. 42). “[...] Nesse solo, a interrogação [um dos modos pelos quais podemos expressar o que nos inquieta] floresce, [...] e se estabelece como interrogação geradora da investigação” (BICUDO, 2010, p. 42, inserção nossa).

O caminho percorrido, principalmente, desde o mestrado, que considero³ como inicial em termos de pesquisa, vem sendo trilhado com investigações sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática (EM), e, de modo mais específico, sobre a formação continuada de professores em Modelagem Matemática na EM. Os trabalhos⁴ e os estudos realizados e, alguns deles, publicados em periódicos e em eventos, contribuíram para que eu pudesse, desde então, articular compreensões, aprofundamentos e colocar em destaque questões concernentes à Modelagem que foram se mostrando significativas após a realização da dissertação e de outras investigações.

Junto a essa produção, ao participar de eventos sobre Modelagem na Educação Matemática, pude dialogar com pesquisadores da área e compreender que, embora recente, a MM tem se configurado como uma temática forte no âmbito da pesquisa e como uma possibilidade⁵ para o ensino de Matemática, abordada em documentos oficiais estaduais e

² [...] Enfocar o fenômeno do tempo vivido é firmar nosso olhar na vida, no modo pelo qual ela flui. O que significa dizer, no modo como vivemos os instantes em um *continuum* se interligam no fluxo do próprio movimento de ser (BICUDO, 2009, p. 35).

O tempo vivido diz como se deu a experiência vivida, se com alegria, angústia, interrogando o mundo etc. É o tempo vivido pela pessoa ao longo de sua vida, fazendo suas escolhas, elaborando e atualizando seus projetos, constituindo-se com os outros etc (BICUDO, 2010, p. 42).

³ Em alguns momentos, o texto estará escrito na primeira pessoa do singular.

⁴ Os trabalhos foram realizados em coautoria com o professor Tiago Emanuel Klüber, orientador do mestrado e desenvolvidos no âmbito do grupo de pesquisa: Formação de Professores de Ciências e Matemática.

⁵ Ao dizermos Modelagem Matemática, enquanto uma *possibilidade* para o ensino de Matemática, não buscamos apresentar uma compreensão de MM. Buscamos expressar, porém, que Modelagem é um *modo* de se trabalhar com a Matemática em sala de aula. Optamos por essa palavra, para afastarmos-nos da interpretação de ser a MM

nacionais, nos diversos níveis e modalidades de ensino. No entanto, apesar dessas menções, a sua inserção em sala de aula, ainda, é tímida e esbarra, conforme explicitado na literatura sobre a Modelagem na EM, em fatores que a área precisa avançar, como a articulação entre as distintas compreensões de MM e questões concernentes à gestão escolar, à formação de professores, aos alunos, à burocracia e às especificidades da disciplina de Matemática.

O *estar-junto* aos pesquisadores da MM na EM, bem como minha atuação como docente temporária do Instituto Federal do Paraná⁶, contribuiu para que indagações sobre a Modelagem na Educação Matemática fossem se mostrando importantes a serem investigadas. Uma delas, que me afetava desde o mestrado e que focava a formação de professores em Modelagem Matemática, conduziu a escrita do pré-projeto ao tentar o processo de seleção no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Rio Claro.

Ao iniciar o doutorado e no movimento de leitura e discussão do pré-projeto em atividades das sessões de orientações com os demais orientados da Profa. Dra. Maria Bicudo, do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM) e em distintas atividades do PPGEM, passamos a dialogar sobre indagações que abarcavam não “apenas” a formação de professores, mas também o ensino e a aprendizagem com MM, os modelos matemáticos, a Modelagem na Educação Matemática e na Matemática Aplicada.

À medida que as discussões iam acontecendo, retomamos leituras sobre Modelagem anteriormente realizadas, e nos dedicamos ao estudo de outros textos. Nessas leituras, trechos mencionados nos textos lidos, alguns apresentados no quadro abaixo, que trazem afirmações concernentes à *produção do conhecimento quando se trabalha com Modelagem Matemática* foram ganhando destaque. Esse destaque se deu por, ao menos, duas situações: 1) estávamos atentas às questões que iam além da formação de professores e 2) os textos não têm como foco explicitar como essa produção se dá.

Quadro 1: Trechos destacados

TRECHO	REFERÊNCIA
[...] a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, como também para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária <i>produção do conhecimento</i>	Biembengut (2009, p. 17-18, grifo nosso)
[...] trabalhar com Modelagem Matemática [...] não visa simplesmente ampliar o conhecimento matemático dos professores cursistas, mas sobretudo, desenvolver a	Bassanezi (2002, p. 208, grifo nosso)

uma metodologia de ensino, ou uma estratégia, ou, ainda, uma alternativa de ensino, uma vez que elas trazem consigo compreensões a respeito de Modelagem Matemática, as quais, muitas vezes, são por nós questionadas (TAMBARUSSI; BICUDO, 2020).

⁶ Atuei como professora substituta do Instituto Federal do Paraná, da cidade de Assis Chateaubriand, de 27/04/2015 - 01/02/2017.

forma de pensar e agir destes profissionais. É a <i>produção do saber</i> aliado à abstração e formalização interligadas a fenômenos e processos empíricos encarados como situações-problema”	
Essa atividade de Modelagem permitiu a <i>(re)produção de conhecimento</i> pelo pensamento coletivo, ou seja, as discussões realizadas no grupo e entre os grupos possibilitou a <i>(re)produção do conhecimento matemático</i> à medida que utilizavam os recursos tecnológicos para simular e realizar desenvolvimentos matemáticos na busca pela solução do problema.	Pereira e Júnior (2013, p. 545, grifo nosso)
O interesse em investigá-la aponta para justificativas de variadas frentes, incluídas as científicas, de cunho epistemológico e ontológico, <i>referindo-se aos modos de produção de conhecimento e de sua constituição</i> e avançando até as sociais, que incidem na divulgação dos resultados entre os pares e no confronto de tais resultados com a realidade educacional.	Bicudo e Klüber (2011, p. 906, grifo nosso)
Assim, a modelagem matemática é um processo que tem, também, caráter epistemológico, na medida em que permite a avaliação e crítica <i>da produção do conhecimento científico</i> , através da matemática, sobre o mundo, sobre a realidade.	Cifuentes e Negrelli (2012, p. 794, grifo nosso)
Para a <i>produção de conhecimento</i> em Modelagem Matemática são buscados argumentos, às vezes na Matemática, às vezes na Educação Matemática e às vezes na Educação.	Klüber (2012, p. 102, grifo nosso)

Fonte: Pesquisa própria

Nesse movimento de leituras, diálogos, perguntas, buscas e, compreendendo que “[...] o significado de pesquisa [...] diz de se perquirir sobre o que nos chama a atenção e perplexidade [...]” (BICUDO, 2011, p. 21), fomos trabalhando para clarear o que nos inquietava.

Ao buscarmos explicitar o que estava nos chamando a atenção, demo-nos conta de que saber dos sentidos e dos significados da *produção do conhecimento matemático*, quando se trabalha com Modelagem Matemática ainda não estava claro para nós. Demo-nos conta, também, de que essa *produção* se dá tanto no contexto dos profissionais que trabalham com MM na Matemática Aplicada (MA), como daqueles que trabalham com MM na Educação Matemática (EM), haja vista que a Modelagem Matemática é proveniente da MA e tem desdobramentos e compreensões na área da EM. Nesse entrelaçamento de leituras e de entendimentos que foram se articulando, perguntamo-nos: Afinal, o que queremos saber? O que interrogamos?

Seria “como compreender a produção do conhecimento (matemático) ao se trabalhar com MM na Educação Matemática?” Essa interrogação foca, de modo explícito, a Educação Matemática, sem considerar a Matemática Aplicada, campo do qual se trouxe a MM para a Educação Matemática. Para nós, o modo de a Matemática Aplicada compreender a Modelagem e com ela trabalhar é importante para se compreender a gênese desse procedimento, quando olhamos para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A interrogação, “de que produção do conhecimento (matemático) se diz ao se trabalhar com Modelagem Matemática na Educação Matemática?”, de imediato mostrou-se significativa em termos do que queríamos saber. Entretanto, perguntar “de que produção [...]” conduz a uma pesquisa que abrange, conforme entendemos, competências e habilidades das mais diversas,

como: aprendizagem de trabalhar de modo cooperativo com os colegas, aprendizagem de redigir textos de respostas de problemas levantados etc. Além de focar, de modo exclusivo, a Educação Matemática.

A pergunta, “que conhecimentos são produzidos ao se trabalhar com Modelagem Matemática na Educação Matemática?”, também foca, apenas, a Educação Matemática e abre um leque muito amplo ao abordar “quê” conhecimentos são produzidos. Poderiam ser, por exemplo, conhecimentos sobre modos de estar em sala de aula, de trabalhar com o computador.

O movimento, apresentado acima, de ficarmos às voltas com essas interrogações foi importante para que se fosse fazendo claro aquilo que é motivo de nossa inquietação, de tal modo que pudéssemos estabelecer uma interrogação, em nosso entendimento, a respeito da produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com MM nas áreas de Matemática Aplicada e de Educação Matemática, e que, também, nos colocasse como pensadoras, articulando um modo de compreender. Desse modo, a interrogação para essa pesquisa está assim expressa:

Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática?

Essa é uma interrogação abrangente que abarca o modo de trabalhar com Modelagem Matemática, sem que se especifique quem é o sujeito que está trabalhando, nem com quem e com qual objetivo está trabalhando. Essa é nossa busca por compreensão.

Tendo articulado e expressado a interrogação, perguntamo-nos: Como dar conta do que indagamos? Quais procedimentos de pesquisa mostram-se relevantes e apropriados? Poderíamos, por exemplo, tomar esses procedimentos numa *orientação*⁷ *natural*, isto é, “aquela em que nos situamos espontaneamente na nossa vida cotidiana, quando nos dirigimos às coisas para manipulá-las” (MOURA, 2006, p. 16), na qual “[...] viramo-nos, intuitiva e intelectualmente, para as coisas que, em cada caso, nos estão dadas e obviamente nos estão dadas” (HUSSERL, s.d., p. 37, grifo do autor) e:

[...] *efetuamos* pura e simplesmente todos os atos por meio dos quais o mundo está para nós aí. Vivemos ingenuamente na percepção e na experiência, nesses atos em que nos aparecem unidades de coisas, e não apenas aparecem, mas são dadas com o caráter do “disponível”, do “efetivo”. No exercício da ciência natural, efetuamos atos ordenados de pensamento lógico-experimental, nos quais aquelas efetividades, acolhidas tais como se dão, são determinadas em conformidade com o pensamento, e nos quais também, fundados naquelas transcendências experimentadas e determinadas de modo direto, fazemos inferência sobre novas transcendências (HUSSER, 2006, p. 117, grifos do autor).

⁷ Por “orientações” é preciso entender direções de pesquisa radicalmente distintas, comandadas por tópicos muito diferentes, que nem se dirigem ao mesmo sentido da palavra “objeto” (MOURA, 2006, p. 16).

Entendemos que esse modo de conduzir a pesquisa e de assumir os procedimentos é legítimo e pode ser importante em investigações de distintas áreas, quando levantam perguntas que exigem um tratamento objetivo dos dados. No entanto, não vem ao encontro de nossas inquietações e daquilo que indagamos nessa tese. Nossa busca é pela “compreensão...” e a compreensão não é uma coisa, objetivamente, dada; exige, para dela falar, um pensar sobre o visto. É preciso, em nosso entendimento, ir além e o pensar filosófico é solicitado. Este sempre se volta sobre o experimentado, não o aceitando tal qual se mostra em sua objetividade. Ao realizar o movimento de “re-flexão”, o pensar filosófico já não aceita, de modo ingênuo, o objetivamente posto e as verdades pré-estabelecidas, abrindo-se à dúvida. Ao se perguntar sobre as dúvidas, vai realizando uma crítica sobre as afirmações e avançando para uma “re-flexão” a respeito das críticas configuradas. É um pensar que se põe em marcha em busca de compreensões.

Esse pensar filosófico se põe em marcha, visando às afirmações objetivamente apresentadas, quer sejam embasadas em teorias, quer sejam embasadas em experiências empíricas, as quais, fenomenologicamente, clamam pela transcendência que é passível de ser realizada pela “re-flexão” sobre os atos atualizados e pela busca constante do dito por elas. Para tanto, não parte de uma verdade ou de fundamentos dados, aprioristicamente, sobre o mundo. Porém, olha para o que vê e busca compreender, em um movimento de dúvida, de análises, de crítica, de esclarecimentos, de “re-flexões”. Esse modo de proceder vai ao encontro daquele assumido pela fenomenologia. Nela, ao contrário da orientação natural, “a consciência⁸ não se dirige ao objeto puro e simples, mas sim ao objeto intencional⁹, ao objeto tal como este se

⁸ “[...] A consciência não é um lugar físico, nem um lugar específico, nem é de caráter espiritual ou psíquico (ALES BELLO, 2006, p. 45). A autora explicita que o “[...] *dar-se conta* é a consciência de algo, por exemplo, a consciência de tocar alguma coisa” (ALES BELLO, 2006, p. 31, grifo da autora). “[...] Consciência não quer dizer que a cada momento nós temos que dizer *agora estamos vendo, agora estamos tocando*. Consciência significa que, enquanto nós olhamos, nos damos conta de que estamos vendo, ou que, enquanto tocamos, nos damos conta de tocar” (ALES BELLO, 2006, p. 32-33, grifo da autora). “A consciência não é entendida como um órgão específico, nem como recipiente em que estão crenças e juízos a respeito do certo e do errado; do bem e do mal. Também não uma forma que imprime à experiência formas de organização. Ela, na fenomenologia, é entendida como o que nos permite sempre nos darmos conta, de modo íntimo, dos atos que realizamos” (BICUDO, 2020, p. 35).

⁹ Para Husserl (2001, p. 48, grifo do autor), a intencionalidade é a “particularidade intrínseca e geral que a consciência tem de ser consciência de qualquer coisa, de trazer na sua qualidade de *cogito*, o seu *cogitatum*”. Intencionalidade e intencional, no âmbito da filosofia fenomenológica, não é sinônimo de proposital, mas diz do corpo encarnado que sempre está ligado ao mundo por seus sentidos, dirigido a um foco que se destaca ao seu olhar intencional, estabelecendo, de imediato, uma união entre o ver-visto (BICUDO, 2014, p. 42). A intencionalidade é um conceito nuclear no pensamento fenomenológico. É complexo e difícil de ser trazido em uma exposição rápida. Mas pode ser entendido, em uma primeira visada, como um fio invisível que nos une ao que focamos mediante um olhar atento e interrogador. Trata-se de um modo de estarmos, quando em estado de vigília, sempre atentos ao que nos envolve no mundo-vida circundante. Essa atentividade é, primeiramente, existencial e não intelectual (BICUDO, 2014, p. 43-44).

manifesta *subjetivamente* a um eu, segundo seus distintos modos de doação ou fenômenos” (MOURA, 2006, p. 16, grifo do autor).

Fenômeno, nessa orientação, não diz de objetos quaisquer ou de fenômenos da natureza tomados de modo proposital. Diz, por sua vez, daquilo que se mostra, daquilo que se revela a quem o olha de modo intencional. “A expressão grega a que remonta o termo *fenômeno*, significa: mostrar-se e, por isso, diz o que se mostra, o que se revela. [...] Deve-se *manter*, portanto, como significado da expressão “fenômeno” o que se revela, *o que se mostra em si mesmo*” (HEIDEGGER, 2008, p. 67, grifos do autor). O fenômeno é o que é visto disso que se mostra, por aquele que o interroga. Bicudo (2010) compreende-o como o encontro entre quem olha de modo intencional e o visto. Ela afirma:

Esse encontro é o momento da percepção que não é apenas subjetiva, uma vez que abrange o ver - um ato intencional da consciência pelo qual a coisa vista é enlaçada e, desse modo, dada à consciência, como sentido percebido no ato da percepção ou na vivência - e o visto. Este, ao ser enlaçado pelos atos da consciência, traz consigo o seu fundo (solo histórico-cultural). A percepção é entendida, no âmbito da fenomenologia, como um ver imediato, como intuição do que é isto que é visto. É um ver com sentido, uma vez que o visto é compreendido em sua totalidade, isto é, em sua figura, ou núcleo, e fundo, seu em torno, ou contexto. Não se trata de um raciocínio relacional, mas de uma compreensão do todo/parte (BICUDO, 2010, p. 28).

Ao focarmos o objeto intencional, realizamos o que se denomina por *epoché* fenomenológica. Trata-se de colocar:

fora de ação a tese inerente à essência da orientação natural [...]. Se assim procedo, como é de minha plena liberdade, então não nego este “mundo”, como se eu fosse sofista, não duvido de sua existência, como se fosse cético, mas efetuo a epoché “fenomenológica”, que me impede totalmente de fazer qualquer juízo sobre existência espaço-temporal.

Tiro, pois, de circuito todas as ciências que se referem a esse mundo natural, por mais firmemente estabelecidas que sejam para mim, por mais que as admire, por mínimas que sejam as objeções que pense lhes fazer: eu não faço absolutamente uso algum de suas validades. Não me aproprio de uma única proposição sequer delas, mesmo que de inteira evidência, nenhuma é aceita por mim, nenhuma me fornece um alicerce - enquanto, note-se bem, for entendida tal como essas ciências, como uma verdade sobre realidades deste mundo. Só posso admiti-la depois de lhe conferir parênteses. Quer dizer: somente na consciência modificante que tira o juízo de circuito, logo, justamente não da maneira em que é proposição na ciência, uma proposição que tem pretensão à validade, e cuja validade eu reconheço e utilizo (HUSSERL, 2006, p. 81, grifos do autor).

Assim, ao assumirmos a orientação fenomenológica, voltamo-nos, de modo intencional, ao fenômeno *produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática* e não tomamos essa produção como verdade apodítica, naturalmente dada, como fato - “este definido ou considerado na sua fatualidade” (BICUDO, 2010, p. 27). Diferentemente, buscamos compreender tal produção em sua abrangência, ou seja, tanto no âmbito da Matemática Aplicada como da Educação Matemática.

Essa busca se caracteriza, pelo movimento de indagar, repetidas vezes, o que a interrogação interroga e, desse modo, aquilo que se faz “[...] para dar conta dessa busca auxilia a focar o *quê*, contribuindo para que pensemos reflexivamente no *como* proceder para corresponder ao indagado” (BICUDO, 2011, p. 23, grifos da autora).

A explicitação de *como* procedemos se dará no próximo item.

1.1 Os caminhos que se abrem

Na perseguição do interrogado, demo-nos conta de que ao indagar: *Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*, pelo menos, dois caminhos se abrem.

O primeiro poderia se dar no trabalho de atividades de MM com os alunos no âmbito da sala de aula e no trabalho com Modelagem no âmbito da Matemática Aplicada. Nesse caminho, entendemos que precisaríamos compreender e trabalhar com a Modelagem na Matemática Aplicada e colocarmos sob investigação o modo pelo qual a produção do conhecimento matemático se dá. Precisaríamos também, trabalhar com Modelagem em situações de ensino e, nesse caso, indagar como se produz o conhecimento matemático quando os alunos trabalham com Modelagem Matemática.

O segundo caminho se mostrou como sendo possível, ao ouvir relatos de pessoas que trabalham com Modelagem Matemática: educadores matemáticos e matemáticos, sobre as suas experiências vivenciadas¹⁰ ao trabalharem com Modelagem. Esse modo de investigar nos abre a possibilidade de compreender a produção do conhecimento matemático quando se trabalha nas duas vertentes.

Frente a esses dois modos de dar conta do indagado, optamos pelo segundo caminho: ouvir aqueles que trabalham com Modelagem – que trataremos como sujeitos¹¹ significativos –

¹⁰ A vivência é um fluxo de atos que se dão na ação. A experiência vivenciada não diz de uma realidade meramente subjetiva, pois é experiência do que está lá para nós em um campo onde mundo e experiência são dados em um movimento de conexão e articulação e não isoladamente. A vivência tem uma duração: a unidade de sentido se estende enlaçando tanto a recolha e a reunião do passado vivido, como a antecipação do futuro no contexto total de significado. Passado e futuro estão presentes à experiência, constituindo um horizonte que acolhe a interpretação (BICUDO, 2011, p. 33-34).

¹¹ Em sessão de orientação com Carla Melli Tambarussi e demais orientandos, datada de 02/10/2018, a professora Maria Aparecida Viggiani Bicudo explica a concepção de *sujeito* e de *assujeitamento*. Um trecho dessa explicação também está citado na tese de José Milton Lopes Pinheiro, em nota de rodapé à página 10, intitulada “O movimento e a percepção do movimento em ambiente de Geometria Dinâmica, defendida em 14/12/2018, orientada pela professora Maria Bicudo. *Sujeito* é entendido enquanto entidade orgânica que se apresenta como singular, única e que é aquele que age ou que realiza ação. Entretanto, o sujeito não é um conceito vazio, abstrato, que gira em torno de si mesmo, de modo autocentrado e disparador de ações geradas por ele próprio, sem qualquer inter-relação com o que ou com quem está à sua volta. O sujeito vai se constituindo em *modos de ser sujeito*, explicitado no termo subjetividade. Esta diz de um polo subjetivo, singular do sujeito que age, ação essa disparada pelo querer, pela

uma vez que aquilo que é relatado por eles diz da vivência do fenômeno sob foco de estudo. O ver claro que se dá, no ato da intuição do sujeito, somente é passível de ser ouvida, se falada pelo sujeito, quando se pergunta sobre o que viu, o que compreendeu.

As vivências, [...] se dão no *agora* e vão escorregando para o *já foi* concomitantemente ao *ainda não* ocorreu [...] no movimento contínuo e harmonicamente totalizante do fluxo da consciência. Como podem ser investigadas? Entendemos que o são mediante atos da consciência e por meio de expressões, passíveis de serem expostas e trazidas à esfera da intersubjetividade¹². Porém, para fins de investigação de um determinado tema isso não é suficiente. Há que haver uma pergunta disparadora que conduza o sujeito que vivenciou a experiência a retomá-la, pela lembrança, e dela falar, descrevendo-a. Essa descrição já não é a vivência, porém a compreensão do ocorrido e agora lembrado em um horizonte iluminado por lanternas que focam aspectos específicos do vivenciado (BICUDO; SILVA, 2018, p. 161).

Destacamos ainda que, ao indagar *como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*, não colocamos em dúvida essa produção e, também, não estabelecemos, nesse movimento de compreensão, a dialética da pergunta e da resposta. Visamos, no entanto, a uma abertura compreensiva, a uma possibilidade de nos voltarmos sobre o fenômeno focado e a de avançarmos em aspectos concernentes a ele e à própria Modelagem Matemática.

A abertura compreensiva a que nos referimos vai ao encontro da afirmação de Gadamer (2012), ao questionar a existência de um texto acabado e fazer, nesse contexto, referência à obra de arte:

A obra de arte caracteriza-se sobretudo pelo fato de jamais podermos compreendê-la completamente. Isso quer dizer que se nos aproximarmos dela e a interrogarmos jamais receberemos uma resposta definitiva a partir da qual possamos afirmar “agora eu sei”. Dela não se extrai uma informação precisa – e pronto! Não se podem haurir

vontade, pela solicitação do contexto em que está. O movimento de constituição da subjetividade é complexo. Abrange o modo de ser desse sujeito que é corpo-encarnado, intencional, e que sendo corpo-encarnado já se percebe como espacialidade e temporalidade e como igual e diferente ao outro que percebe, a si e ao outro, também como corpo encarnado. Abre-se aqui a constituição da esfera da intersubjetividade, possibilitada pela entropatia. Aprofundando esse movimento, abre-se o entendimento de pessoa que apresenta um núcleo subjetivo, singular e cuja constituição vai se expandindo em complexidades. Um aspecto importante é entender o seu ser como um feixe de possibilidades que se realizam no movimento do acontecer, ou seja, da própria vida em que ocorrem escolhas. Temos aqui a ideia de um sujeito forte, capaz de assumir-se em sua personalidade junto aos outros, social e culturalmente contextualizado. Essa concepção de sujeito está em consonância com o pensar de Edmund Husserl, Martin Heidegger e Maurice Merleau-Ponty. Da perspectiva da psicologia construtivista, em que Piaget é um expoente, é comum a menção de “sujeito cognitivo” ou “sujeito epistemológico”, significando o sujeito (ativo) do conhecimento. Sujeito entendido como *assujeitamento*, de acordo com Silvia (2015), tem suas raízes em Nietzsche que faz uma desconstrução da ideia de sujeito, à medida que desconstrói o conceito de moral. Segundo o filósofo, só há moral quando há um sujeito que age de acordo com um fim. As críticas de Nietzsche estão direcionadas ao sujeito moral decadente e fraco, presente na cultura cristã ocidental. O homem, como um ser subjetivo da cultura, reduz-se a uma condição de sujeito fraco, doente e inerte, de forma que se faz necessária uma “vontade de potência”, a vontade que está no corpo.

Destacamos que essa nota foi elaborada, em sessão de orientação, por ser um movimento do pensar da professora Maria Bicudo e que ainda não foi publicado.

¹² A intersubjetividade não é uma soma de subjetividades que forma uma comunidade. É constituída por atos de empatia e na dimensão da comunicação efetuada no corpo-encarnado e explicitada de maneira mais organizada, refletindo o *logos* e a estrutura linguística na linguagem (BICUDO, 2010, p. 35).

de uma obra de arte as informações que ela esconde em si, de modo a esvaziá-la como ocorre com comunicados que recebemos. [...] Isso motiva a demora junto à obra de arte – seja ela de que espécie for. A atitude de *demorar-se* é certamente a caracterização específica na experiência da arte (GADAMER, 2012, p. 14).

A *demora*, em nosso caso, junto ao que focamos, refere-se a um modo rigoroso de proceder na busca por compreender o que está sendo pesquisado e que está sempre em movimento, à medida que indagamos o que a interrogação interroga. Esse modo de proceder, no caso particular desse trabalho, abrange, por exemplo, a explicitação da escolha dos sujeitos significativos para a tese. É sobre ela que trataremos no próximo item.

1.2 Sujeitos significativos

O movimento rigoroso diz do modo como conduziremos a pesquisa, do caminho percorrido na busca por compreender o que indagamos. Entendemos, ao explicitar esse caminho, que não há um modo de proceder à investigação que seja completo e linear, pois se assim o fosse “[...] haveria a necessidade de conhecermos as características do investigado para poder investigá-lo” (BICUDO, 2011, p. 13). Há, por outro lado, em nossa compreensão, “[...] uma metodologia que está sendo construída no movimento de pesquisa com o *pensamento articulador* do pesquisador” (VENTURIN, 2015, p. 80, grifo do autor).

Dessa perspectiva, a pesquisa qualitativa fenomenológica traz uma possibilidade de conduzir esse movimento de pesquisa rigoroso e que vai se dando no próprio movimento da investigação.

O rigor no âmbito da pesquisa fenomenológica não se funda em metodologias construídas e aceitas como válidas em si, ou seja, independentemente da interrogação, da região de inquérito, da indagação pelo quê se pesquisa e como se procede à investigação, mas se constitui no próprio movimento de perseguição à interrogação. Ela se instaura na própria dialética de perguntar, buscar pelo inquirido sempre atento ao *o quê* se busca conhecer, suas características antevistas, e os modos de proceder para dar conta do indagado. Trata-se de um diálogo estabelecido pelo pesquisador consigo mesmo e com seus parceiros de estudo, mediante o qual ficamos atentos ao sentido que vai se fazendo a cada movimento (BICUDO, 2011, p. 56, grifo da autora).

Mostrou-se, desse modo, importante explicitar como procedemos para indicar os sujeitos significativos para a tese: pessoas que trabalham com Modelagem Matemática na Educação Matemática e na Matemática Aplicada.

A indicação, dos sujeitos que trabalham com MM na Educação Matemática, foi se mostrando à medida que escrevíamos a seção sobre Modelagem Matemática, pois ao apresentarmos, nessa seção, o subitem *Modelagem Matemática na Educação Matemática em âmbito nacional* e conhecendo uma de suas características: diversidade de modos de

compreendê-la (BIEMENGUT, 2009), assumimos alguns procedimentos para que pudéssemos justificar a exposição de determinadas compreensões de Modelagem.

Os procedimentos assumidos, detalhados na seção 2, apontaram oito compreensões sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, indicando oito autores que trabalham com Modelagem na Educação Matemática e foram tomados como sujeitos significativos para a pesquisa: 1) Lourdes Maria Werle de Almeida, 2) Jonei Cerqueira Barbosa; 3) Jussara de Loiola Araújo; 4) Rodney Carlos Bassanezi¹³; 5) Dionísio Burak; 6) Ademir Donizeti Caldeira; 7) Maria Salett Biembengut e 8) Maria Isaura de Albuquerque Chaves.

Para indicar aqueles que trabalham com Modelagem na Matemática Aplicada, buscamos seguir um caminho semelhante ao tomado para a indicação dos sujeitos que trabalham com MM na Educação Matemática. Isto é, elencamos um evento científico da área da Matemática Aplicada, a fim de que pudéssemos fazer um levantamento de textos publicados em seus anais.

O evento elencado foi o Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), pois se trata do principal evento da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC). Ao analisarmos os anais¹⁴, vimos que as publicações estão subdivididas por eixos de trabalho¹⁵; dentre os quais, há um denominado *Modelagem Matemática e Aplicações*.

No site, estão disponíveis os anais das XXXI, XXXII, XXXIII e XXXIV edições do CNMAC, realizadas em 2008, 2009, 2010 e 2012. Para o levantamento a que nos propomos fazer, buscar identificar, nos textos publicados, autores significativos que trabalham com Modelagem na Matemática Aplicada, olhamos para os anais das duas últimas edições do evento, por serem os mais atuais. Quantitativamente, tivemos acesso aos 52 textos, publicados na edição de 2010 e 54 textos publicados na edição de 2012.

Com o levantamento dos textos, buscamos, assim como procedemos nos anais das edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), identificar o que eles explicitam sobre Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e, consequentemente, quais os autores citados para essa explicitação.

¹³ Vale destacar que, embora o professor Rodney Carlos Bassanezi apareça também como um dos autores mais citados no evento focado, ele trabalha com a Modelagem Matemática na perspectiva da Matemática Aplicada.

¹⁴ Disponível em: <http://www.sbmec.org.br/publi_cnmac/index.php>. Acesso em: 10 de maio de 2019.

¹⁵ 1) Análise e Aplicações; 2) Biomatemática; 3) Computação Científica; 4) Computação Gráfica; 5) Controle e Teoria de Sistemas; 6) Matemática Aplicada à Economia e Finanças; 7) Matemática Aplicada à Engenharia; 8) Matemática Aplicada à Física; 9) Matemática Discreta; 10) Mecânica dos Fluidos e Aplicações; 11) Métodos Estocásticos e Estatístico; 12) Métodos Numéricos e Aplicações; 13) Modelagem Matemática e Aplicações; 14) Otimização; 15) Problemas Inversos; 16) Processamento de Sinais e 17) Ensino.

No entanto, ao estudarmos os textos publicados no CNMAC, vimos que, diferentemente dos textos publicados na CNMEM, eles não apresentam um subitem específico sobre Modelagem Matemática, o que, de modo geral, é recorrente nos textos que olhamos do evento de MM na Educação Matemática. Na ausência do subitem, buscamos, em cada um dos 106 textos, a palavra Modelagem.

O resultado da busca efetuada nos causou certa inquietação, pois mesmo os trabalhos estando vinculados ao eixo de Modelagem Matemática e Aplicações, em 48 deles, a palavra Modelagem não é mencionada. Em outros textos, emergem os termos: Modelagem hidrodinâmica; Modelagem ambiental; Modelagem numérica; Modelagem computacional; Modelagem de curvatura; Modelagem cinética; Modelagem microscópica; Modelagem Fuzzy; Modelagem de fenômenos biológicos; Modelagem dos sistemas; Modelagem do problema. Já em 12 dos textos, publicados na edição de 2010 e em 11 dos publicados em 2012, as palavras Modelagem e/ou Modelagem Matemática aparecem no título, palavras-chave e/ou referências.

Buscando compreender o que os autores explicitam por Modelagem Matemática no contexto da Matemática Aplicada, tomamos os textos em que as palavras Modelagem e/ou Modelagem Matemática são citadas. Nos quadros seguintes, apresentamos os trechos em que elas são mencionadas.

Quadro 2: Trechos que citam a palavra Modelagem e/ou Modelagem Matemática – CNMAC 2010

EDIÇÃO CNMAC 2010	
TEXTO 10 ¹⁶	A pirólise do etano é de grande utilização na indústria petroquímica para produzir o etileno. Este processo é complexo e a sua <i>modelagem matemática</i> é um problema bastante atual. Neste trabalho foi elaborado um modelo para descrever o processo de pirólise em forno tubular. O modelo matemático é baseado no esquema do reator de deslocamento ideal e considera a decomposição do etano por mecanismo das reações elementares, a transferência de calor ao meio reagente e a queda da pressão pela resistência hidrodinâmica. (p. 302).
TEXTO 12 ¹⁷	Neste trabalho apresentamos uma solução do problema de Riemann associado a um sistema de duas leis de conservação proveniente da <i>modelagem matemática</i> de um escoamento trifásico num meio poroso. (p. 535) O procedimento padrão, para a <i>modelagem matemática</i> de um escoamento deste tipo consiste em adotar várias simplificações físicas, entre as quais, a omissão das forças capilares entre as fases e da gravidade, a omissão da compressibilidade das fases e a suposição de o meio possuir porosidade constante, e considerar as leis de conservação de massa para cada fase juntamente com a lei de força de Darcy também para cada fase e assim obter o seguinte sistema de leis de conservação (p. 535)
	Este trabalho, através da <i>modelagem matemática</i> , usa de métodos e modelos que futuramente podem ser considerados ferramentas importantes na elaboração de projetos, tanto na

¹⁶ SPILIMBERGO, A.P.; KRIOUKOV, V. G.; FAFURIN, A. V. Modelagem Matemática da Pirólise do etano em Planta Industrial. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 297-303.

¹⁷ BARROS, L. M.; SOUZA, A. J. O problema de Riemann para um modelo matemático de um escoamento trifásico com dados de injeção água-gás e dados de produção gás-óleo. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 535-542.

TEXTO 18 ¹⁸	construção, quanto na restauração de pavimentos. Com o propósito de conhecer o comportamento da transferência de calor no revestimento de pavimentos flexíveis, considerando a variação sazonal de temperatura, serão verificadas as respostas estruturais das diferentes camadas submetidas ao carregamento de veículos rodoviários. (p. 942) A primeira etapa da pesquisa consiste na coleta de dados, em um pavimento experimental localizado na cidade de Ijuí – RS, durante os doze meses do ano de 2010. (p. 942) Na segunda etapa, buscar-se-á, através da solução unidimensional da transferência de calor utilizando EDP (equações diferenciais parciais) e o método numérico de diferenças finitas implementado no Software Matlab, uma representação dos dados experimentais que vai facilitar o uso em diferentes profundidades. (p. 942-943) A terceira etapa consiste na simulação do comportamento estrutural dos pavimentos flexíveis submetido a carregamentos. (p. 943)
TEXTO 27 ¹⁹	O presente artigo descreve o processo de <i>modelagem</i> dinâmica de um veículo subaquático do tipo ROV (Remotely Operated Vehicle), considerando a inclusão da dinâmica do cabo umbilical. (p.1006)
TEXTO 29 ²⁰	Desta forma, este trabalho tem como objetivo principal mostrar uma <i>modelagem matemática</i> e computacional para um FBR tubular que demonstre com fidelidade o comportamento de um cultivo de microalgas. O modelo matemático consiste na equação de conservação de energia para o cálculo da temperatura na parede do FBR e no fluido (meio de cultivo) que escoia pelos tubos, equações que obedecem a Lei de Lambert-Beer para o cálculo da quantidade de luminosidade dentro dos tubos, equação de conservação de espécies juntamente com a equação da cinética do crescimento das microalgas em função da temperatura e luminosidade. (p. 1093) As equações diferenciais que compõe a <i>modelagem matemática</i> são elaboradas segundo o Modelo de Elemento de Volumes (MEV). (p. 1093)
TEXTO 30 ²¹	Este trabalho trata-se da modelagem matemática e da simulação computacional dos efeitos da não linearidade de folga no acionamento de uma transmissão tipo fuso em juntas prismáticas.
TEXTO 31 ²²	Este trabalho trata da <i>modelagem matemática</i> de um sistema de atuação com hidráulica proporcional aplicado numa bancada para ensaios de estruturas mecânicas do tipo pórtico, além de sua simulação computacional. (p. 956) O objetivo deste trabalho é a <i>modelagem matemática</i> deste atuador hidráulico composto de um cilindro diferencial e uma válvula proporcional de controle direcional, simulando as forças de carregamento desejadas e analisando os resultados da simulação computacional. (p. 956) Para tal <i>modelagem matemática</i>, necessitamos modelar a equação da vazão nos orifícios da válvula, a equação da variação de pressão nas câmaras do cilindro bem como equação do movimento da carga do cilindro que inclui o modelo dinâmico do atrito identificado. (p. 956)

¹⁸ BLASS, L.; SPECHT, L. P.; BORGES, P. A. P.; Análise de degradação de pavimentos flexíveis considerando a variação sazonal de temperatura. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 942-943.

¹⁹ ROCHA, I. B. P.; PEREIRA, A. E. L.; GOMES, S. C. P. Modelagem de um ROV Incluindo a Dinâmica de um Cabo Umbilical. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1006-1007.

²⁰ RIBEIRO, R. L. L.; VARGAS, J. C. Modelagem Matemática e Computacional para Fotobiorreatores Tubulares que Cultivam Microalgas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1093-1094.

²¹ MENUZZI, O. *et al.* Modelagem matemática e simulação computacional de transmissões mecânicas por fuso em juntas prismáticas com a não linearidade de folga. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 882-883.

²² FRACARO, A. R.; RASIA, L. A.; VALDIERO, A. C. Modelagem matemática e simulação computacional do acionamento hidráulico de uma bancada de ensaio de pórticos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 956-957.

	Após ter feito a <i>modelagem matemática</i> , foi possível construir o diagrama de blocos no aplicativo MatLab-Simulink®, para posterior simulação computacional, análise e interpretação dos resultados. (p. 956-957)
TEXTO 32 ²³	O estudo de epidemias de doenças infecciosas tem origem bastante antiga. No caso da dengue, visto a complexidade de fatores inerentes à transmissão do vírus e consequente contaminação do homem, diversos pesquisadores têm recorrido à <i>modelagem matemática</i> na tentativa de obter maior entendimento dos processos e variáveis envolvidos e com isso melhorar os programas de combate à doença bem como obter progressos ao lidar com aspectos sintomáticos numa possível infecção. (p. 1122)
TEXTO 40 ²⁴	A <i>modelagem matemática</i> não é um ramo unicamente determinado. É necessário expressar realidade por meio da matemática e depois interpretar se as expressões matemáticas obtidas retratam o problema real inicial como um todo ou em partes. Embora o modelo apresente uma Boa resposta, como trabalho futuro, ele poderá ser melhorado utilizando a teoria das Equações Diferenciais adaptando os dados ao modelo de Von Bertalanffy, generalizado para aves. (p. 949)
TEXTO 41 ²⁵	Esta pesquisa representa um estudo da dinâmica populacional da cidade de Ilha Solteira segundo um modelo linear de crescimento populacional e os modelos de Malthus e Verhulst. A <i>modelagem</i> foi feita através de Equações Diferenciais. Os dados da população atual foram obtidos através do cálculo médio de crescimento anual da cidade no período de 1990 a 2000 e também uma projeção para 2010 e 2020. Os modelos matemáticos estudados apresentaram resultados próximos da realidade com uma pequena margem de erro. (p. 792)
TEXTO 44 ²⁶	Com o aumento de carros nas ruas, o problema do tráfego se torna um problema global que para ser resolvido envolve estudo e planejamento. A <i>modelagem matemática</i> do fluxo do tráfego de veículos vem como auxílio para estes problemas. (p. 827)
TEXTO 46 ²⁷	Este trabalho trata da <i>modelagem matemática</i> e da simulação computacional da não linearidade devido à folga (backlash) presente em transmissões mecânicas do tipo trens de engrenagens, comuns no acionamento das juntas rotativas de manipuladores robóticos do tipo. (p. 958) Na <i>modelagem matemática</i> do problema são utilizadas duas equações diferenciais ordinárias de segunda ordem que regem a dinâmica de um trem de engrenagem no acionamento de uma junta rotativa. Juntamente com essas equações são acopladas as equações que regem a não linearidade da folga através do modelo proposto. (p. 959)
TEXTO 49 ²⁸	A <i>modelagem</i> do crescimento de um tumor avascular é o primeiro passo em direção à construção de modelos de tumores totalmente vascularizados. (p. 1127)

Fonte: Pesquisa própria (grifos nosso)

²³ MASSAHUD, R. A. T.; PAIXÃO, C. A.; CHARRET, I. da C. Modelo de propagação de epidemia usando autômatos celulares. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 1122-1123.

²⁴ VIEZEL, C.; PAULO, G. S. de. A modelagem matemática do tempo ideal de abate de perus. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 948-949.

²⁵ SILVA, A. J. da. SANCHES, L. C. F. Aplicação de equações diferenciais no estudo da dinâmica populacional de Ilha Solteira. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 792-793.

²⁶ ONÓRIO, A. L. Modelagem Matemática do fluxo de tráfego veicular. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010, p. 827-828.

²⁷ PADOIN, E.; MENUZZI, O.; VALDIERO, A. C. Modelagem Matemática e simulação computacional da dinâmica de uma junta do robô SCARA com a não linearidade de folga. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010. p. 958-959.

²⁸ AVILA, J. A. J.; RODRIGUES, D. A. Solução numérica do crescimento de tumores avasculares infiltrativos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23., 2010, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2010. p. 1126-1127.

Quadro 3: Trechos que citam a palavra Modelagem e/ou Modelagem Matemática – CNMAC 2012

EDIÇÃO CNMAC 2012	
TEXTO 1 ²⁹	Devido aos erros experimentais e de <i>modelagem</i> não devemos esperar que nosso sistema linear tenha uma solução matemática exata, portanto encontraremos uma solução “aproximada” para o sistema. (p. 178)
TEXTO 6 ³⁰	A <i>Modelagem Matemática</i> do processo de secagem de grãos de soja tem grande importância para a simulação do funcionamento dos secadores modernos, uma vez que grandes volumes de soja são produzidos e conduzidos ao processo de secagem que propiciam a conservação do produto, evitando perdas do mesmo e, logo, trazendo economias relevantes. (p. 221)
TEXTO 12 ³¹	Desde a antiguidade, o homem tenta representar sistemas e fenômenos físicos observados através de modelos matemáticos, com o intuito de ajudar na necessidade do entendimento de sua dinâmica e assim resolver problemas relacionados aos mesmos. Até então, a física do processo era utilizada como referência na <i>modelagem matemática</i> dos sistemas, ocorrendo mudanças nos últimos anos pela necessidade de desenvolver modelos matemáticos a partir de dados observados, consequentemente dividindo a modelagem matemática em duas vertentes: a modelagem fenomenológica, ou modelagem baseada na física do processo; e a modelagem empírica, ou identificação de sistemas. (p. 328) Os modelos discretos propostos para a <i>modelagem</i> do sistema são: o autorregressivo, no qual se utiliza apenas dados anteriores da saída para determinar o valor atual; o autorregressivo com entrada exógena, no qual se utiliza, além dos dados anteriores da saída, os dados anteriores da entrada; e o autorregressivo com média móvel e entrada exógena, onde se utiliza os dados anteriores da saída e da entrada, juntamente com o vetor de erro de estimação. P. 329
TEXTO 17 ³²	Produtividades potenciais podem ser estimadas por meio da técnica de <i>modelagem</i> , assim, o emprego de análises de regressão polinomial, permite estabelecer uma relação funcional entre uma variável dependente (neste caso, o RG, PH e MMG), e outra de caráter independente (doses de N) de interesse na pesquisa. (p. 419)
TEXTO 19 ³³	O presente trabalho tem por objetivo a <i>modelagem matemática</i> do comportamento de trigos classe industrial pão (BRS Guamirim) e melhorador (Fundacep Nova Era) sobre o efeito de doses de nitrogênio (N) em variáveis ligadas a produção de grãos envolvendo dois sistemas de cultivo com rápida e lenta liberação de N residual. (p. 448)
TEXTO 21 ³⁴	Neste trabalho apresentamos novos modelos reduzidos para a <i>modelagem</i> de ondas internas longas, fracamente não lineares se propagando ao longo da interface entre dois fluidos imiscíveis, invíscidos e irrotacionais. (p. 462)
	O presente trabalho trata da <i>Modelagem Matemática</i> da Trasfega do Vinho, incluindo-se neste estudo a identificação experimental da perda de carga da vazão durante o escoamento e ainda a validação experimental do modelo ajustado a essa não linearidade. (p. 34)

²⁹ BARBOSA, L. M.; CÂMARA, M. A. Reconstrução Algébrica e Tomografia Computadorizada. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 177-178.

³⁰ TRINDADE, M. *et al.* Simulação da dinâmica da secagem de soja em camada fina. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 221-222.

³¹ MESQUITA, B. D. R. de; BARROS, R. A. de.; PINTO, J. A. C. Modelagem no tempo discreto para uma planta de fluxo utilizando algoritmos recursivos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 328-329.

³² MANTAI, R. D. *et al.* Equações polinomiais na eficiência técnica e econômica de produção da aveia branca nos sistemas de cultivo do noroeste do RS. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 419-420.

³³ COSTA, J. S. P. *et al.* Modelagem Matemática para estimativa da máxima eficiência técnica e econômica na produção de trigo com interface às doses de adubação nitrogenada e sistemas de cultivo. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24., 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012. p. 448-449.

³⁴ VIGO, D. G. A.; C. G. E. C. Modelagem numérica da propagação de ondas internas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 461-462.

TEXTO 26 ³⁵	A <i>Modelagem Matemática</i> , uma das áreas de maior foco nas pesquisas atuais ligadas a área da Matemática, assume importante lugar na busca por aperfeiçoamentos no que se refere à Enologia, uma das principais atividades produtivas da Serra Gaúcha. (Idem)
TEXTO 28 ³⁶	Além disso, instrumentos de medidas convencionais não funcionam adequadamente abaixo de algumas velocidades críticas e as tradicionais técnicas de modelagem são inadequadas para trabalhar em condições de ventos fracos. (p. 578)
TEXTO 34 ³⁷	Modelagem Matemática (Subitem) (p. 820-821)
TEXTO 39 ³⁸	A descrição da migração dos nêutrons no interior de um meio material com a probabilidade de interação com os núcleos dos átomos deste meio constitui a <i>modelagem</i> física do fenômeno de transporte de nêutrons. (p. 898) Descrita esta <i>modelagem</i> física, para podermos simular a distribuição de nêutrons no domínio de interesse, o próximo passo é arquitetar uma <i>modelagem matemática</i> deste problema físico. E para fazermos esta <i>modelagem</i> , utilizamos a equação linear de transporte de nêutrons, que devido à complexidade inerente à sua resolução, desenvolvemos neste trabalho um método sintético, i.e., que utiliza aproximações de mais baixa ordem para simplificar parte do problema, e resolver analiticamente um modelo simplificado da equação de transporte. (p. 898)
TEXTO 41 ³⁹	Desde a antiguidade, o homem tem procurado descrever matematicamente sistemas reais para entendê-los e, assim, resolver problemas relacionados a eles. Apesar do desenvolvimento de novas técnicas de <i>modelagem</i> , o antigo desafio de representar um sistema real usando um análogo matemático parece permanecer inalterado (p. 960)

Fonte: Pesquisa própria (grifos nosso)

Ressalta-se, dos trechos apresentados nos quadros 2 e 3, que os autores não adotam um referencial ao falarem sobre Modelagem Matemática na Matemática Aplicada. Além disso, não explicitam o que entendem por Modelagem. Chama-nos a atenção, no entanto, uma afirmação do texto 40, publicado na edição de 2010 e, que expressa, em nosso entendimento, aquilo que os demais textos, de modo geral, compreendem sobre a MM na Matemática Aplicada: “A *modelagem matemática* não é um ramo unicamente determinado. É necessário expressar a *realidade por meio da matemática* e depois interpretar se as expressões matemáticas obtidas retratam o problema real inicial como um todo ou em partes” (grifos nosso).

³⁵ CIMADON, E. *et al.* Validação experimental do modelo da trasfega do vinho. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 34-35.

³⁶ SILVEIRA, V. C. da. *et al.* Simulação tridimensional da dispersão de poluentes na camada limite atmosférica em condições de vento fraco. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 578-579.

³⁷ KHATCHATOURIAN, O.; VASCONCELLOS, M.; TONIAZZO, N. Modelagem matemática para simulação 3D do escoamento do ar em armazéns graneleiros. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 818-824.

³⁸ MANSUR, R. S.; BARROS, R. C. Solução analítica da equação unidimensional de transporte de nêutrons monoenergéticos com espalhamento linearmente anisotrópico com aproximação sintética de difusão. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 898-904.

³⁹ SANTOS, E. C.; ARAÚJO, R. de B. Discretização e estimação de parâmetros de um sistema de 1ª ordem utilizando estimadores recursivos. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 24, 2012, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBMAC, 2012, p. 960-961.

Destacamos, também, que, assim como não há uma preocupação em explicitar teoricamente o que é Modelagem Matemática, não há a preocupação em explicitar a compreensão de *realidade*. Ela se mostra de modo semelhante, ao que afirmamos na seção sobre Modelagem Matemática, apresentada a seguir, em situações que podem, ou são enfrentadas, no cotidiano, por agricultores, profissionais da saúde, engenheiros, entre outros.

Entendemos que, ao destacarmos que esses textos não explicitam, em nível teórico, uma compreensão acerca do que é a Modelagem Matemática, não estamos fazendo uma crítica a esses autores e respectivos textos, mas apresentando características que são próprias desses trabalhos. Características que indicam que a exposição do que compreendem por Modelagem, não se configura como algo importante para essas investigações.

Com a leitura dos textos das duas edições do CNMAC, não conseguimos, pelas próprias características dos trabalhos, elencar autores que, teoricamente, explicitem compreensões sobre Modelagem Matemática na Matemática Aplicada; diferente do que conseguimos ao olhar para os textos publicados nas edições da CNMEM. Diante desse cenário, buscamos por profissionais que trabalham com MM na Matemática Aplicada e que se mostraram *passíveis* de serem sujeitos da pesquisa. Ou seja, a busca por autores que trabalham com Modelagem Matemática na MA precisou ir por outros caminhos, que não aquele seguido, para definir os sujeitos significativos da área da Educação Matemática. Sendo assim, valemo-nos do nosso conhecimento sobre autores dessa área e de profissionais indicados por eles ou sugeridos por outras pessoas que, também, trabalham com Modelagem na Matemática Aplicada. Cuidados observados para que os sujeitos fossem significativos, à medida que são conhecidos pela literatura da área e, também, nos meios de trabalho acadêmico. Desse modo, cinco sujeitos significativos foram considerados: 1) Rodney Carlos Bassanezi, 2) João Frederico da Costa Azevedo Meyer, 3) Renata Zotin Gomes de Oliveira, 4) Vivian Martins Gomes e 5) Rogério Luís Rizzi.

Na sequência, no último item da seção, apresentamos o modo como compreendemos o movimento de análise dos dados⁴⁰ produzidos para dar conta da interrogação de pesquisa.

1.3 O movimento de análise

Ao assumirmos o pensar filosófico, segundo a fenomenologia, conduzimos a análise dos dados de acordo com essa mesma perspectiva. Isso indica que não temos um referencial teórico

⁴⁰ A fenomenologia entende o dado como o que chega ao sujeito que, de modo atento, olha para algo, querendo saber do se trata. Esse algo poderia ser visto como a “coisa”, que nos escapa ao conhecimento, mas que se doa aos nossos sentidos, em seus modos de doação (BICUDO, 2020, p. 34).

que conduzirá as compreensões do fenômeno indagado. Ao contrário, o colocamos em evidência para que ele se mostre, de tal modo que não fique “aprisionado” às lentes de um determinado ponto de vista, mas que se revele à medida que voltamos nosso olhar, repetidas vezes, à interrogação de pesquisa e buscamos por procedimentos que possam dar conta daquilo que buscamos compreender.

Nesse movimento, a análise do material produzido, de acordo com Martins, Boemer e Ferraz (1990) e Bicudo (2011), abrange dois momentos: 1) análise ideográfica e 2) análise nomotética.

No primeiro, o da análise ideográfica, lemos o material significativo para a pesquisa – esse material pode ser: transcrição de entrevistas, de vídeos, diários de campo, relatórios de pesquisas e buscamos, à luz da interrogação de pesquisa, destacar trechos desse material. Tais trechos são realçados, porque nos colocamos junto ao texto e o indagamos com a interrogação de pesquisa. Procedendo desse modo “[...] o que se manifesta quando indagamos o texto *são os sentidos do dito do fenômeno de pesquisa* [...]” (VENTURIN, 2015, p. 96, grifo do autor), por fazerem sentido para o pesquisador. A esses destaques, tal como aparecem, denominamos Unidades de Sentido (US).

As US, ainda no movimento da análise ideográfica, são articuladas pelo pesquisador e transformam expressões “[...] da linguagem cotidiana do sujeito, ou ingênuas⁴¹, em uma linguagem condizente com aquela do campo de inquérito do pesquisador, mediante um procedimento de análise dos significados das palavras, de reflexão sobre o dito e de variação imaginativa⁴²” (BICUDO, 2011, p. 58). Essa articulação feita pelo pesquisador, explicitando a compreensão daquilo que foi dito pelos sujeitos à luz do que indagamos, é entendida como Unidades de Significado (USg).

O segundo momento, o da análise nomotética, vai além dos destaques individuais de cada análise ideográfica; indica as convergências – também denominadas de categorias abertas⁴³ - e divergências do analisado ideograficamente.

Fenomenologicamente, indica a transcendência do individual articulada por meio de compreensões abertas pela análise ideográfica, quando devemos atentar às convergências e divergências articuladas nesse momento e avançar em direção ao seguinte, quando perseguimos grandes convergências cuja interpretação solicita

⁴¹ Ingênuas entendidas aqui como expressas sem uma articulação proveniente de tematização do assunto, do modo pelo qual o sujeito se expressa (BICUDO, 2011, p. 58).

⁴² Variação imaginativa é um recurso para procedermos às variações possíveis de situações em que o fenômeno se mostra, tendo como alvo o *insight* da generalidade ou da ideia essencial ou do *eidos* do investigado (BICUDO, 2011, p. 58).

⁴³ Categorias abertas, pois não definem a estrutura do ser por categorias, mas revelam as categorias articuladas no processo de investigação mediante as análises ideográfica e nomotética, abrindo-se ao trabalho hermenêutico, revelando possíveis horizontes de compreensão em movimento de vir a ser (BICUDO, 2011, p. 66).

insights, variação imaginativa, evidências e esforço para expressar essas articulações pela linguagem. Solicita, enfim, compreensão da estrutura do fenômeno interrogado, tomando os individuais como casos de compreensões mais gerais que dizem agora de ideais estruturais⁴⁴ concernentes à região de inquérito (BICUDO, 2011, p. 59).

Neste momento, [...] “o pesquisador, com a interrogação sempre viva, mediante reduções sucessivas aponta convergências que expressam o que está sendo dito do fenômeno, ou seja, ideias nucleares que dizem de sua estrutura” (VENTURIN, 2015, p. 447).

A redução fenomenológica caracteriza-se como um movimento do pensar, expondo por meio das articulações de ideias, a complexidade de sentidos e de significados que se entrelaçam em ideias mais abrangentes. O movimento de exposição das compreensões do fenômeno abarca o processo de destacar o fenômeno do fundo em que se mostra, expressando as compreensões abertas ao investigador em torno de seus sentidos e significados [...]. Deve-se esclarecer que redução, no âmbito da fenomenologia, não se refere a uma simplificação ou a um resumo do apresentado no texto, mas a um movimento de pensar articulador em que os sentidos vão se entrelaçando com mais sentidos e pelos significados atribuídos, postos em linguagem, vão se configurando em ideias que os abrangem em uma totalidade compreensiva (BARBARIZ, 2017, p. 61, trecho construído em sessão de orientação com a Prof^a. Dr^a. Maria Aparecida Viggiani Bicudo).

Ao indicarmos as convergências, investimos “[...] em interpretações efetuadas mediante articulações mais abrangentes permitidas por um diálogo estabelecido entre depoentes, análise hermenêutica, obras de autores significativos, finalizando com exposição do sentido que a pesquisa faz para o pesquisador” (BICUDO, 2011, p. 66).

A palavra hermenêutica tem sua raiz etimológica no verbo grego, “[...] *hermeneuein*, usualmente, traduzido por «interpretar», e no substantivo *hermeneia*, «interpretação»” (PALMER, 1969, p. 23, destaques do autor). Assim, a análise hermenêutica diz da interpretação que, segundo Heidegger (2008, p. 209), “funda-se existencialmente no compreender e não vice-versa. Interpretar não é tomar conhecimento do que se compreendeu, mas elaborar as possibilidades projetadas no compreender”.

Na hermenêutica configura-se ao ser-aí⁴⁵ como uma possibilidade de vir a *compreender-se* e de ser essa compreensão.

Tal compreensão, que se origina na interpretação, é algo que não tem nada a ver com o que geralmente se chama de compreender, um modo de conhecer outras vidas; não é nenhum entreter-se com... (intencionalidade), mas um *como do ser-aí* mesmo; deve ser fixado terminologicamente como o *estar desperto* do ser aí para si mesmo (HEIDEGGER, 2012, p. 21).

⁴⁴ Ideais estruturais já se mostram como idealizações que dizem do eidos, evidenciado nos movimentos das análises efetuadas e materializadas em ideias abrangentes nomeadas pela linguagem (BICUDO, 2011, p. 59).

⁴⁵ O ser-aí não é coisa alguma como um pedaço de madeira; não é algo como uma planta; também não é algo composto de vivências, nem muito menos é o sujeito (eu) que está diante do objeto (não eu). O ser-aí é um ente especial que precisamente, na medida em que propriamente “está aí”, não é objetualidade – dito em sentido formal: o ente ao qual o ser intencionalmente se volta. Enquanto temática de determinada *consideração* o ser-aí é objetualidade; contudo, isso não quer dizer como se estivesse de ser um tipo de experiência em que está *aí* e em que se realizada propriamente a análise (HEIDEGGER, 2012, p. 54).

A possibilidade, mencionada anteriormente, “[...] deve basear-se na definição mais completa possível do que significa compreender [por exemplo] um texto; não é simplesmente uma arbitragem entre interpretações rivais” (PALMER, 1969, p. 77, inserção nossa).

É nesse movimento que assumimos a análise hermenêutica enquanto uma *abertura*, isto é, um modo de procedermos para compreender aquilo que se desvela do fenômeno indagado. O compreendido, segundo Heidegger (2008) – o que se abre no compreender – sempre cumpre o desvelamento do qual o compreendido há de ser interpretado.

Apresentamos nesta seção, a interrogação, o caminho escolhido para dar conta do que indagamos, os sujeitos significativos e o modo como compreendemos o movimento de análise. Na próxima, explicitamos aspectos concernentes à Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e na Educação Matemática. Esta explicitação é relevante porque, ao perguntarmos o que a interrogação interroga, o estudo sobre a MM mostra-se significativo para que avancemos no entendimento do que indagamos: *como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*.

SEÇÃO SEGUNDA

2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA MATEMÁTICA APLICADA E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao indagarmos *como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*, faz-se necessário, em nosso entendimento, que a tese contemple uma explicitação acerca da própria Modelagem. Ela – que, no dicionário da língua portuguesa, é sinônimo de ato ou resultado de modelar, moldação, moldagem, modelação (HOUAISS, 2017, s.p) - no início do século XX, de acordo com Biembengut (2009), mostra-se presente na literatura de áreas como Engenharia e Ciências Econômicas, enquanto uma possibilidade para descrever, modelar e resolver situações da *realidade*. É desse contexto, isto é, das aplicações⁴⁶ da Matemática praticada, por exemplo, por matemáticos, por engenheiros, por biólogos que a Modelagem Matemática é proveniente (BASSANEZI, 2002; BEAN, 2001; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

Para além da Matemática Aplicada ou como complemento dela, a Modelagem Matemática também conquistou espaço em situações de ensino, pois se notou, de modo geral, uma possibilidade de as atividades desenvolvidas em sala de aula fazerem sentido para alunos e para professores. Deve-se destacar, no entanto, que, ainda que a Modelagem na Educação Matemática carregue características da Modelagem na Matemática Aplicada, há aspectos que as diferenciam.

No âmbito da Educação Matemática, muitas pesquisas sobre modelagem matemática estão voltadas mais para questões ligadas à ação dos agentes da modelagem: o professor, o aluno, e as diversas interações entre eles, do que para o próprio processo de modelar matematicamente uma situação ou um problema [aspecto este, recorrente na MM na Matemática Aplicada] (CIFUENTES; NEGRELLI, 2012, p. 792, inserção nossa).

Do exposto, já se insinua a visão de Modelagem Matemática como uma atividade complexa, que abarca áreas distintas de pesquisa, como a Matemática Aplicada e a Educação

⁴⁶ A matemática aplicada é, essencialmente, interdisciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura matemática fora do seu campo estrito; a modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada. A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar ideias concebidas a partir de situações empíricas que estão quase sempre, escondidas num emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo (BASSANEZI, 1999, p. 13). [...] A Matemática Aplicada pode ser considerada como a arte de aplicar matemática a situações problemáticas, usando como processo comum a modelagem matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na atitude de pensar e fazer matemática (BASSANEZI, 2002, p. 32).

Matemática e, também, a compreensão de temas não menos complexos como *realidade*, *representação*, *aproximações*, *modelos matemáticos*.

Destacamos, no entanto, que ao propormos, nessa seção, abordar a Modelagem Matemática buscando clarear o indagado, não pretendemos *responder* o que é a MM. Investigações como a dissertação de Anastacio (1990) e a tese de Klüber (2012) dedicaram-se a essa inquietação e a dizer “o que é a Modelagem Matemática”, onde o verbo *ser* indica *movimento de ser*, assumindo a visão fenomenológica heideggeriana. Portanto, não buscam por uma definição estática de MM, mas perseguem compreensões de seu *modo de ser* que se mostra em movimento. Pretendemos, desse modo, apresentar algumas compreensões de Modelagem no âmbito da Matemática Aplicada e da Educação Matemática, uma vez que esta advém da primeira e diz do campo de conhecimento em que nos movemos.

2.1 Modelagem Matemática na Matemática Aplicada

No âmbito da Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática foca em eventos que descrevem situações da *realidade*, como “[...] nos processos de mecanismos de controle de dinâmica populacional, de epidemiologias, de processos neurológicos [...]” (JAVARONI, 2007, p. 26). Alguns desses eventos conquistaram maior destaque como é o caso, por exemplo, dos modelos de crescimento populacional: Malthus e Vershulst e do modelo SIR, desenvolvido por Pasteur e Kock para o estudo da propagação de doenças transmissíveis (SOSSAE; MEYER, 2006).

Esses autores afirmam que “[...] a modelagem matemática [...] corresponde àquelas atividades que levam à formulação e ao uso de um modelo matemático adequado para o estudo, à compreensão ou à resolução de um problema [como o crescimento populacional]. Ou, ainda, à reformulação do modelo” (SOSSAE; MEYER, 2006, p. 150, inserção nossa). Com uma compreensão semelhante à exposta, Bassanezi (2002, p. 24, grifo nosso) apresenta a Modelagem Matemática como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da *realidade* em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Para que esse processo dinâmico, no qual o foco está em *transformar* problemas da *realidade* em problemas matemáticos, seja eficiente⁴⁷ em termos de resultados matemáticos, deve-se levar em consideração que “[...] estamos sempre trabalhando com *aproximações* da realidade, ou seja, estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele” (BASSANEZI, 2002, p. 24, grifo do autor). Ao corroborar o fato de que ao trabalhar com MM considera-se que essa atividade se dá com *aproximações* e *representações*, Negrelli (2008, p. 36-37) afirma:

[...] ao utilizarmos uma representação para a órbita dos planetas do sistema solar podemos adotar uma órbita circular, o que nos permite estudar o movimento desses astros em um determinado contorno. No entanto, a simplificação da órbita de modo a considerá-la circular é algo externo ao que de fato ocorre, mas nos permite estudar os fenômenos com certa aproximação.

Esse trabalho com *aproximações*, *representações* e *transformação* de problemas da *realidade* em problemas matemáticos é explicitado por Bassanezi (2002) com o auxílio de cinco etapas: 1) Experimentação; 2) Abstração; 3) Resolução; 4) Validação e 5) Modificação, que compõem o processo de Modelagem Matemática na compreensão do autor.

A primeira etapa é denominada de *experimentação* e apresentada como “[...] uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção dos dados” (BASSANEZI, 2002, p. 27), para, posteriormente, receberem um tratamento matemático. Nesse primeiro momento, conforme afirmam Cifuentes e Negrelli (2012, p. 797), “a observação e a experiência desempenham um papel fundamental, e vão direcionar as etapas posteriores. Aqui, já se manifesta o caráter empirista intrínseco da modelagem matemática.”

A *abstração*, na compreensão de Bassanezi (2002), é a segunda etapa do processo de Modelagem e é ela que deve levar à formulação dos *modelos* matemáticos para a situação ou problemas explorados na etapa anterior. Nesta etapa, procura-se selecionar variáveis, formular os problemas de modo claro, levantar hipóteses e simplificar a situação que será estudada. A simplificação vai ao encontro daquilo que já mencionamos sobre a Modelagem Matemática trabalhar com *aproximações* da *realidade*, uma vez que:

[...] os fenômenos⁴⁸ que se apresentam para o estudo matemático são, em geral, excessivamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes. [...] Não são raras as situações em que o modelo dá origem a um problema matemático que não apresenta a mínima possibilidade de estudo devido à sua complexidade. Neste caso, a atitude será de voltar ao problema original e tentar restringir as informações incorporadas ao modelo a um nível que não desfigure irremediavelmente o problema

⁴⁷ Que é capaz de produzir um efeito passível de confirmação. [...] Que traz proveito, vantagem; proveitoso, útil, válido (DICIONÁRIO MICHAELIS). [...] Correspondência ou adequação de um instrumento à sua função ou de uma pessoa à sua tarefa (ABBAGNANO, 2007, p. 307).

⁴⁸ O termo fenômeno, citado ao abordar a Modelagem Matemática, não é compreendido do mesmo modo, quando abordado na Fenomenologia. Fenômeno na MM é, por exemplo, fenômeno físico, biológico.

original, mas que resulte em um problema matemático tratável (BASSANEZI, 2002, p. 29).

A terceira etapa da descrição do processo de modelar é denominada *resolução*. Ao formular, na etapa anterior, um modelo matemático que descreve o problema levantado, busca-se, agora, por soluções para esse modelo. “[...] A resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formulação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproximada” (BASSANEZI, 2002, p. 30). Para Cifuentes e Negrelli (2012, p. 797), esta etapa “solicita conhecimentos acerca de conceitos e métodos matemáticos, bem como outras habilidades relativas ao pensar matematicamente”.

A *validação*, quarta etapa da MM, conforme apresentado por Bassanezi, é o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesse momento, os modelos e as hipóteses devem ser testados, buscando verificar se eles dão conta dos fenômenos observados na primeira etapa: *experimentação*. “[...] Um bom modelo matemático é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser suficientemente simples e representar razoavelmente a situação analisada” (BASSANEZI, 2002, p. 30).

Modificação é a quinta e última etapa. Nela, há um retorno à situação inicial, de modo a confrontá-la com os resultados obtidos com o modelo matemático. “Aqui, se necessário, podem ser avaliadas e modificadas as hipóteses que geraram a representação sobre a qual o modelo foi construído” (CIFUENTES; NEGRELLI, 2012, p. 797).

A apresentação dessas etapas permite que compreendamos o próprio processo de Modelagem no âmbito da Matemática Aplicada, explicitado por Bassanezi (2002). E, ao questionarmos, nessa tese, *como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*, tanto em situações de ensino como em desafios enfrentados por matemáticos, destaca-se a afirmação de que “[...] de uma maneira geral podemos classificar como atividade do matemático aplicado a construção e análise do modelo matemático [...]” (BASSANEZI, 2002, p. 31).

Ainda sobre a Modelagem na Matemática Aplicada, Fowler (1997, p. 3), na obra “Mathematical Models in the Applied Sciences”, afirma que “[...] mathematical modeling is a subject that is difficult to teach. [...] there are no set rules, and an understanding of the ‘right’

way to model can only be reached by familiarity with a wealth of examples⁴⁹”. Fowler (1997), ao explicitar sua compreensão do “procedure of modeling”, também apresenta etapas que, de modo geral, aproximam-se daquelas, posteriormente, delineadas por Bassanezi (2002). Para Fowler (1997, p. 4), a MM inicia-se com a identificação do problema. “[...] there is something we don’t understand, a phenomenon that requires explanation, and we begin by trying to identify a plausible mechanism⁵⁰.”

Na segunda etapa, está a formulação do modelo. “Once a problem is identified and a mechanism proposed, then one must formulate it mathematically. Often the difficult lies in the choice of complexity: one wants the ease of a simpler model, but on the other hand one should include every relevant process⁵¹” (FOWLER, 1997, p. 6).

Redução⁵² é outra etapa apresentada por Fowler (1997). Nela, busca-se simplificar o problema que será modelado. Essa simplificação não significa descuido com o que se pretende modelar. No entanto, revela, como já mencionamos, que as situações apresentadas são complexas e como afirma Mark Kac, um matemático polonês, citado por Bassanezi (2002): “[...] se você não consegue resolver o problema a que se propôs, então tente simplificá-lo. A condição única é esta: você não deve simplificá-lo demasiadamente a ponto de perder as informações essenciais” (p. 29).

A quarta etapa é denominada de Análise, na qual são observadas, por exemplo, a estabilidade ou instabilidade do modelo que descreve a situação que se pretende modelar.

A última etapa é a Validação do Modelo (FOWLER, 1997). Nela, reside o processo de aceitar ou não o modelo matemático proposto. É também nessa etapa, segundo o autor citado, que se destaca o argumento de que não há modelos corretos ou errados; há, no entanto, modelos que podem descrever a situação investigada de modo mais adequado.

We look to see whether the model and its analysis explains the phenomenon we are interested in. [...] And ultimately, this is the justification for a model: it helps us to understand an experimental observation. There is no unique or correct model; but there are good models and bad models. The skill of modeling lies in being able to judge which is which⁵³ (FOWLER, 1997, p. 8).

⁴⁹ A modelagem matemática é um assunto difícil de ensinar. [...] não há regras estabelecidas, e uma compreensão da maneira "certa" de modelar só pode ser alcançada pela familiaridade com uma riqueza de exemplos (tradução nossa).

⁵⁰ Há algo que não entendemos, um fenômeno que exige explicação, e começamos tentando identificar um mecanismo plausível (tradução nossa).

⁵¹ Uma vez que um problema é identificado e um mecanismo é proposto, deve-se formulá-lo matematicamente. Muitas vezes, a dificuldade reside na escolha da complexidade: a pessoa deseja a facilidade de um modelo mais simples, mas, por outro lado, deve incluir todos os processos relevantes (tradução nossa).

⁵² Destacamos que nesta teoria, *redução* está sendo entendida como simplificação, diferindo essa concepção, portanto, daquela fenomenológica.

⁵³ Procuramos ver se o modelo e sua análise explicam o fenômeno em que estamos interessados. [...] E, finalmente, essa é a justificativa para um modelo: ele nos ajuda a entender uma observação experimental. Não há modelo único

Nessa busca por explicitarmos compreensões de Modelagem na Matemática Aplicada, trazemos Henry Pollak, um dos pioneiros da área e, assim como Fowler (1997) e Bassanezi (2002), apresenta alguns encaminhamentos:

First thing you do is to identify something in the real world that you want to know or to do or to understand so the result at the end of step one is a question in the real world. Then we select particular objects within that question that seem important to the real world question and we identify the relations among them. So at this stage we have identified key concepts in the real world situation. Three - we then decide what we will keep and what we'll ignore about the objects and their interrelations. You simply cannot take everything into account. And the result then is an idealized version of the original question. Then, once we have this idealized version, we translate it into mathematical terms and we obtain a mathematical formulation of this idealized question (POLLAK, 2007, p. 111)⁵⁴.

Sem a pretensão de esgotarmos as discussões ou de limitarmos as compreensões sobre a Modelagem na Matemática Aplicada àquelas que aqui explicitamos, a escrita do item tem como foco o voltar-se para um aspecto que é importante para a tese. E entendendo ser sempre possível retomar o que temos estudado, na sequência, dedicamo-nos a apresentar outras considerações, que expressam entendimentos de outros autores e aspectos que nos chamaram atenção sobre a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada.

2.1.1 Avançando na compreensão da MM na Matemática Aplicada

Bean (2001, p. 51), ao compreender o modo como procede o profissional que trabalha no contexto da MM na Matemática Aplicada, explicita que ele “[...] modela uma situação, onde há um problema, para melhor entendê-la. Ele define os parâmetros, as características e as relações que são pertinentes à resolução do problema”. Acrescenta também:

As características e relações, extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras, são traduzidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação do problema. Durante e depois da criação do modelo, o profissional verifica a coerência da matemática e a validade do modelo no contexto do problema original. Os ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um modelo aceitável dê conta do enfrentamento do problema (BEAN, 2001, p. 51).

ou correto; mas existem bons modelos e modelos ruins. A habilidade de modelar está em poder julgar qual é qual (tradução nossa).

⁵⁴ A primeira coisa que você faz é identificar algo no mundo real que você deseja saber, fazer ou entender, para que o resultado no final do primeiro passo seja uma pergunta do mundo real. Em seguida, selecionamos objetos específicos dentro dessa pergunta que parecem importantes para a questão do mundo real e identificamos as relações entre eles. Portanto, nesta fase, identificamos conceitos-chave na situação do mundo real. Três - então decidimos o que manteremos e o que ignoraremos sobre os objetos e suas inter-relações. Você simplesmente não pode levar tudo em consideração. E o resultado é uma versão idealizada da pergunta original. Então, uma vez que tenhamos essa versão idealizada, traduzi-la-emos em termos matemáticos e obteremos uma formulação matemática dessa questão idealizada (tradução nossa).

Nota-se que as explicitações de Bean convergem para o que apresentamos no item anterior e contribuem para clarear o modo como o trabalho com MM na Matemática Aplicada é conduzido.

Com as leituras e os estudos por nós realizados, foi possível colocar em relevo alguns aspectos que, em nosso entendimento, abrangem as compreensões sobre Modelagem na Matemática Aplicada. O primeiro destaca o fato de os autores considerarem a Modelagem como uma atividade que tem como foco *transformar problemas da realidade* em problemas matemáticos. Desta afirmação, voltamo-nos, de modo atento, para o termo *problemas da realidade* e questionamos como os autores compreendem esses problemas. Embora, não haja, nos textos lidos, uma argumentação específica sobre o nosso questionamento, destacamos exemplificações que podem indicar o modo como entendem tais problemas.

Em Bassanezi (2002), os *problemas da realidade* são apresentados por temas de estudo, tais como: 1) O tema Maçã, no qual se buscou investigar a escolha do terreno para o plantio da fruta, o preparo das covas para seu plantio; 2) O tema Vinho, que envolveu a problemática do seu armazenamento, temperatura, alcoolismo; 3) Temas biológicos, como aqueles envolvendo crescimento populacional. Fowler (1999), Pollak (2007) e Sossae e Meyer (2006), apresentam exemplos de *problemas da realidade*, voltados à mecânica das bacias de drenagem, a datação do carbono, às engenharias e ao teste para diabetes.

Dos exemplos trazidos pelos autores e do modo como apresentam o trabalho com a Modelagem, embora não esteja escrito explicitamente como compreendem *realidade*, entendemos que ela é tomada como o que está fora, como o que é exterior à Matemática, como algo objetivamente dado, que *está aí* acontecendo. Busca-se por situações que podem, ou são enfrentadas por agricultores, por profissionais da saúde, entre outros e o foco está em solucioná-las, compreendê-las matematicamente, mediante a apresentação de um modelo matemático.

Outro aspecto relevante diz sobre o entendimento da Modelagem na Matemática Aplicada como uma atividade que leva à formulação e ao uso de um modelo matemático. Modelo matemático que, nesse contexto, é, segundo Fowler (1997), a *representação* de um processo e, normalmente, refere-se a um conjunto de equações que descrevem um número de variáveis. De modo semelhante, Bassanezi (2002, p. 20, grifo nosso) denomina modelo matemático “como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que *representam* de alguma forma o objeto estudado”.

As explicitações dos autores, expostas acima, acerca do termo *modelo*, expressam, também, a articulação dele com o termo *representação*. *Representar*, no dicionário da língua portuguesa, é apresentado como “ser a imagem ou a reprodução de; figurar como símbolo”

(HOUAISS, 2017, s. p) e tem como sinônimo as palavras *espelhar*, *retratar*, *traduzir*. Em Abbagnano (2007, p. 853, grifo do autor), *representação* “indica imagem ou ideia ou ambas as coisas”. O uso desse termo foi sugerido aos escolásticos pelo conceito de conhecimento como “semelhança” do objeto. “Representar algo” — dizia S. Tomás de Aquino — “significa conter a semelhança da coisa”.

Destacamos que outros entendimentos sobre o termo *representação* podem ser trazidos à discussão. No entanto, compreendemos que, no âmbito do trabalho com a Modelagem Matemática na Matemática, ele expressa que, ao se formular um modelo matemático, busca-se ilustrar, traduzir, *representar* em linguagem matemática a situação investigada.

Ainda, tendo em vista o que explicitamos nesse item, ressalta-se a Modelagem como uma forma de *abstração* e *generalização* com a finalidade de *previsão* de tendências, além de trabalhar com *aproximações*, *simplificações* e *representações*. Os termos em destaque se articulam entre eles e, também, com os dois aspectos realçados anteriormente, isto é: a Modelagem, enquanto uma atividade que visa a *transformar* problemas da *realidade* em problemas matemáticos, bem como aquela que foca a formulação de modelos matemáticos, uma vez que

A transformação de problemas do mundo real para modelos matemáticos nos desafia, pois, por mais que desenvolvamos um estudo da realidade vivenciada por nós, os modelos que a descrevem exigem um processo de abstração que implica, certamente, em uma seleção prévia de variáveis a serem consideradas. Assim, ao procurar modelos que descrevam a realidade, o que costumeiramente fazemos é limitar nosso sistema, deixando de lado alguns fatores que não são interessantes para o estudo em questão. Posteriormente podemos fazer análise desses fatores que não foram analisados anteriormente, procurando chegar a um modelo mais completo (DOVAL; ANASTACIO, 2005, p. 8).

Buscando avançar na compreensão da MM, dedicamo-nos, a seguir, a apresentar a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. Nesse contexto, ela se mostra forte no cenário internacional, onde há o registro das primeiras discussões. Mas também ganha importância nacionalmente, com a sua presença em eventos, como: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM); Eixo temático do Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM); Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM); GT 10 do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM); Eixo Temático do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM); Grupo de estudo temático do Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME).

2.2 Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Modelagem Matemática na Educação Matemática em âmbito internacional acontece “em especial, nos anos de 1960, com um movimento chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema” (BIEMBENGUT, 2009, p. 8, grifo da autora).

Ressalta-se que esse movimento, segundo a mesma autora, influenciou o Brasil quase que ao mesmo tempo, haja vista a participação de brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. Em âmbito nacional, como apresentaremos no próximo item, há uma diversidade de compreensões acerca da MM e isso parece não ocorrer apenas no contexto brasileiro, uma vez que autores internacionais como Kaiser e Sriraman (2006) corroboram a afirmação da existência de uma pluralidade de *perspectivas* a respeito de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

As *perspectivas*, apresentadas por Kaiser e Sriraman (2006), foram destacadas ao considerarem a literatura presente em atividades da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI)⁵⁵ e da Comunidade Internacional de Professores de Modelagem e Aplicação (ICTMA)⁵⁶ e estão expostas no quadro 4.

Quadro 4: Perspectivas de MM na Educação Matemática

Nome da perspectiva	Principais objetivos
Realista ou Modelagem aplicada	Objetivos utilitário-pragmáticos, ou seja: busca resolver problemas do mundo real
Modelagem Contextual	Assuntos relacionados e psicológicos. Busca resolver problemas escritos
Modelagem Educacional diferenciada em: a) Modelagem Didática b) Modelagem Conceitual	Objetivos pedagógicos e assuntos relacionados: a) Estruturação e promoção dos processos de aprendizagem b) Introdução e desenvolvimento de conceitos
Modelagem sociocrítica	Objetivos pedagógicos como a compreensão crítica do mundo
Modelagem epistemológica ou teórica	Objetivos orientados pela teoria, ou seja, promoção de desenvolvimento teórico
Modelagem cognitiva	Objetivos de pesquisa: análise dos processos cognitivos ocorrendo durante a modelagem e o entendimento desses processos Objetivos psicológicos: desenvolvimento de processos de pensamento matemáticos usando modelos como imagens mentais, imagens físicas ou enfatizando a modelagem como processo mental, como abstração ou generalização

Fonte: Adaptado de Kaiser e Sriraman (2006)

⁵⁵ <https://www.mathunion.org/icmi>

⁵⁶ <http://www.sbem.com.br/gt10/ictma.html>

Ao tomarmos a classificação, organizada por Kaiser e Sriraman (2006), fica evidente o leque de possibilidades da Modelagem na Educação Matemática, abrangendo, por exemplo, *perspectivas* influenciadas pela MM na Matemática Aplicada, e aquelas voltadas à Modelagem sociocrítica.

Sobre a primeira, os autores afirmam que ela tem como característica os problemas da indústria e da ciência. Nesse contexto, a MM é compreendida como uma atividade para solucionar problemas *reais* e não como desenvolvimento de teorias matemáticas. Kaiser e Schwarz (2010, p. 53, tradução nossa) reforçam esse argumento, ao afirmarem que essa *perspectiva* “[...] coloca a resolução de problemas⁵⁷ do mundo real, a compreensão do mundo real e o desenvolvimento de competências de modelagem em primeiro plano⁵⁸”.

No que se refere à Modelagem sociocrítica, Kaiser e Sriraman (2006) mencionam que ela busca enfatizar o papel da Matemática na sociedade. Nessa *perspectiva*, destaca-se, também, a diferenciação entre a Modelagem Matemática quando trabalhada por modeladores profissionais e as atividades de Modelagem realizadas na escola, uma vez que o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos é parte indispensável do processo de Modelagem, quando tomado no contexto da Educação Matemática.

A apresentação de alguns modos de compreender a Modelagem Matemática, em âmbito internacional, abre espaço para a explicitação daquilo que se tem discutido acerca da MM no Brasil, uma vez que, como mencionado, tal movimento inspirou os pesquisadores brasileiros que frequentavam eventos realizados fora do país.

2.2.2 Modelagem Matemática na Educação Matemática em âmbito nacional

A Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira

[...] visando principalmente a Educação Básica, inicia em 1985, com as primeiras ideias lançadas aos professores deste nível de ensino. A trajetória é marcada e balizada pelas perguntas: como ensinar a Matemática de forma a favorecer a aprendizagem dos estudantes? Como dar mais sentido e significado ao ensino da Matemática? Dessa forma, o percurso começa com as referências existentes da Modelagem Matemática, originária da Matemática Aplicada (BURAK, 2017, p. 15-16).

⁵⁷ Um dos problemas apresentados pelos autores: “A empresa Gardena oferece, para a irrigação automática de jardins, as chamadas bombas de irrigação (em alemão, denominada “Turbinen-Versenkregler”, abreviado TVR), que pode irrigar setores circulares em um ângulo entre 5 e 360 graus com raio de 2 a 12 metros. No planejamento, precisa-se ser considerado, por um lado, a área irrigada do jardim. Por outro lado, o sistema de irrigação produz custos e, portanto, o número de dispositivos deve ser o mais baixo possível. A tarefa consisti em encontrar o arranjo ideal de dispositivos de irrigação, dependendo da forma do jardim e das áreas que não precisam de ser irrigadas” (KAYSER; SCHWARZ, 2010, p. 57, tradução nossa).

⁵⁸ [...] puts the solving of real world problems, the understanding of the real world and the promotion of modelling competencies in the foreground.

Nesse contexto em que outros aspectos são destacados, como por exemplo, a presença de diferentes agentes: professor e aluno, modos de estarem uns com os outros, não é “[...] suficiente conhecer os passos na construção, análise e interpretação de um modelo matemático e suas diferentes aplicações. Faz-se necessário desenvolver nos alunos a capacidade de avaliar o processo de construção de modelo e os diferentes contextos de aplicação dos mesmos” (ANASTACIO, 1990, p. 97).

Sobre a Modelagem na Matemática Aplicada e na Educação Matemática, Bean (2001, p. 55) afirma que a MM “[...] definida como um processo de criar um modelo matemático baseado em hipóteses e aproximações simplificadoras [...] focaliza o processo matemático, enquanto as propostas para o ensino tratam questões metodológicas para conectar a Matemática aos interesses dos alunos”.

Os enfoques, trazidos por Bean (2001) e Burak (2017), juntamente com as compreensões evidenciadas no item “Modelagem Matemática na Matemática Aplicada”, componente desta seção, indicam que, embora a MM na Educação Matemática seja proveniente da MM na Matemática Aplicada, ela apresenta, como mencionamos, características distintas e se configura como uma possibilidade ao ensino de Matemática.

Ressalta-se que esse movimento da Modelagem na Educação Matemática, em âmbito nacional, ganha força no final dos anos de 1970 e início dos anos de 1980, com auxílio de diversos professores e pesquisadores, dentre os quais, Biembengut (2009) destaca: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. Segundo a autora, “[...] Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e *como se ensina* matemática [...] permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem matemática no ensino brasileiro*” (BIEMBENGUT, 2009, p. 8, grifos da autora). Dentre estes nomes, destacam-se para a autora, Barreto e Bassanezi.

Aristides C. Barreto, [...] pelo que temos em registro, foi o primeiro a realizar experiências de modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre o tema, além de divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos; e Rodney C. Bassanezi, um dos maiores disseminadores, em especial por meio dos cursos de formação continuada que ministrou e de pós-graduação de modelagem que coordenou em diversas instituições de quase todos estados brasileiros. Foram identificados 23 cursos de pós-graduação *lato sensu* e mais de 50 de formação continuada (BIEMBENGUT, 2009, p. 10).

Essas ações, aliadas à orientação de dissertações e de teses, impulsionaram a divulgação e a possível implementação da Modelagem Matemática na educação brasileira. Além disso, a exposição das atividades e pesquisas que foram desenvolvidas por esses precursores em eventos

e palestras despertaram o interesse de outros professores, que realizaram novas atividades e investigações (BIEMBENGUT, 2009).

Desde esse movimento inicial de divulgação, a autora destaca a presença de distintas compreensões de Modelagem no âmbito da Educação Matemática que possibilitaram, por sua vez, novas compreensões.

[...] Mesmo conhecendo modelagem matemática, ao utilizarem-na como estratégia de ensino de matemática suas concepções diferenciaram-se. E ao divulgarem suas experiências e propostas em eventos, expressaram suas concepções em geral, das experiências que deram certo, dos bons resultados. Por consequência, instigaram em vários participantes novos entendimentos, concepções e tendências de modelagem (BIEMBENGUT, 2009, p. 12-13).

Essa variedade de modos de se compreender a Modelagem decorre, segundo Bean (2001), da dificuldade de adaptar o método científico da modelagem matemática, praticada no campo da Matemática Aplicada (onde atua o matemático profissional) ao campo das práticas pedagógicas, onde atua o professor de matemática.

Considerando essa diversidade de compreensões, deparamo-nos com o desafio de destacar quais delas abordaríamos. Nesse contexto, tomamos o trabalho de Klüber (2012): “Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática”, no qual ao interrogar “o que é isto: a Modelagem Matemática na Educação Matemática?” fez um levantamento dos textos mais citados nos trabalhos apresentados na VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM realizada, em 2009, na cidade de Londrina – PR e indicou autores significativos de MM. Os autores destacados por ele são: 1) Lourdes Maria Werle de Almeida; 2) Jonei Cerqueira Barbosa; 3) Jussara de Loiola Araújo; 4) Rodney Carlos Bassanezi; 5) Dionísio Burak; 6) Ademir Donizeti Caldeira; 7) Maria Salett Biembengut e Nelson Hein e 8) Otávio Jacobini.

Reconhecendo o rigor do trabalho desse autor, mas ainda com o desafio de selecionar e justificar as compreensões de MM, explicitadas nessa seção, buscamos as comunicações científicas - CC e relatos de experiência – RE, publicadas nos anais das VII, VIII, IX e X CNMEMs⁵⁹, que aconteceram nos anos de 2011, 2013, 2015 e 2017 respectivamente. No quadro 5, há a quantidade de trabalhos publicados em cada edição do evento, separados pelas modalidades de CC e RE.

Quadro 5: Quantidade de trabalhos em cada CNMEM

EDIÇÃO CNMEM	COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS (CC)	RELATOS DE EXPERIÊNCIA (RE)
VII CNMEM (2011)	32	33

⁵⁹ A escolha por esse evento justifica-se por ser ele o principal evento nacional de MM.

VIII CNMEM (2013)	43	20
IX CNMEM (2015)	37	22
X CNMEM (2017)	54	46

Fonte: Pesquisa própria

Elencados os trabalhos, passamos à leitura de cada um deles. Buscávamos, com essa leitura, destacar os entendimentos de Modelagem expressos nos textos e desse modo, justificar a escolha por apresentar, nessa seção, determinadas compreensões de MM.

Do quantitativo de 287 trabalhos, dos quais 166 são CC e 121 são RE (quadro 5), foram mencionadas compreensões de MM em 219 trabalhos, distribuídos da seguinte forma:

Quadro 6: Trabalhos que mencionaram compreensões de Modelagem

EDIÇÃO CNMEM	COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS (CC)	RELATOS DE EXPERIÊNCIA (RE)
VII CNMEM (2011)	25	26
VIII CNMEM (2013)	33	16
IX CNMEM (2015)	25	20
X CNMEM (2017)	33	41

Fonte: Pesquisa própria

Ao identificarmos, nesses textos, citações concernentes às compreensões de Modelagem, destacamos os primeiros autores dessas citações e organizamos em dois quadros. No quadro 7, apresentamos os autores citados mais que dez vezes, os quais indicam, segundo nosso entendimento, tanto pelas vezes em que foram indicados, quanto pela sobreposição aos mencionados em Klüber (2012), uma matriz das ideias sobre MM em Educação Matemática no Brasil.

Quadro 7: Primeiros autores, citados mais que dez vezes, nas obras selecionadas

REFERÊNCIA (Como primeiro autor)	QUANTIDADE
ALMEIDA	88
ARAÚJO	18
BARBOSA	126
BASSANEZI	96
BIEMBENGUT	56
BURAK	43
CALDEIRA	11

Fonte: Pesquisa própria

No quadro 8, indicamos os demais autores citados nos trabalhos lidos. Dentre estes, consideramos significativos os citados acima de 05 vezes, por indicarem, conforme entendemos, uma possível ampliação dos modos pelos quais a MM em Educação Matemática pode ser compreendida.

Quadro 8: Primeiros autores, citados menos que dez vezes, nas obras selecionadas

REFERÊNCIA (Como primeiro autor)	QUANTIDADE
ANASTÁCIO	2
ARAGÃO	1
BARBIERI	1
BEAN	3
BISOGNIN	2
BRAGA	2
BORBA	4
BORGES	2
BORSSOI	2
CHAVES	9
CIFUENTES	1
CIRILLO	1
CUNHA	1
D'AMBRÓSIO	5
DALLA-VECHIA	1
DELLA NINA	1
DIAS	1
DINIZ	1
FERRUZI	1
GRAVINA	1
HALISKI	1
JACOBINI	2
KLÜBER	1
MENDONÇA	1
MEYER	5
MONTEIRO	4
MÜHL	1
OLIVEIRA, M.L.C.	2
OLIVEIRA, A.M.P.	1
PATROCÍNIO	1
PEDRO	1
PEREZ	3
ROSA	3
SANTOS	2
SILVA, D.K.	1
SILVA, M.F.	1
SILVEIRA, E.	1
SILVEIRA, J.C.	1
SOISTAK	1
SOUZA	1
TORTOLA	2
VERTUAN	3
VIECILI	1
ZORZAN	1

Fonte: Pesquisa própria

O quantitativo exposto, no quadro 7, evidencia, como mencionamos, uma concentração de citações, referentes aos modos de compreender a Modelagem, em sete autores: Almeida; Araújo; Barbosa; Bassanezi; Biembengut; Burak e Caldeira, indicando que esses autores são significativos, quando se pretende explicitar a MM na Educação Matemática. Destaca-se também, que os autores mais citados nas quatro edições das CNMENs são, em sua maioria, os

mesmos destacados no trabalho de Klüber (2012), com exceção de Jacobini que, em nosso levantamento, apareceu duas vezes. Já o quantitativo exposto, no quadro 8, concentra-se em um autor: Chaves.

Desse modo, no movimento de elencar as compreensões de MM a serem apresentadas, destacamos os autores: 1) Lourdes Maria Werle de Almeida, 2) Jonei Cerqueira Barbosa; 3) Jussara de Loiola Araújo; 4) Rodney Carlos Bassanezi⁶⁰; 5) Dionísio Burak; 6) Ademir Donizeti Caldeira; 7) Maria Salett Biembengut e 8) Maria Isaura de Albuquerque Chaves.

A primeira autora, *Lourdes Maria Werle de Almeida*, compreende a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma “[...] alternativa pedagógica⁶¹ na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 22). Além disso, ao compreender a MM desse modo, ela pode ser “[...] percebida como *elemento integrador* entre a *realidade* e o conteúdo a ser ensinado” (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 222, grifos nosso).

Nessa compreensão, assim como na MM no âmbito da Modelagem Aplicada, cita-se a obtenção do modelo matemático como um dos aspectos das atividades de MM:

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.12).

Desta citação, ao tomarmos a frase: “conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final”, podemos indagar como esse ‘*passar*’ se dá, isto é, de que modo os alunos, ao desenvolverem uma atividade de MM no âmbito dessa compreensão, avançam da situação inicial para a situação final.

Entendemos que, ao explicitar esse aspecto, a autora apresenta o que, na sua compreensão, seriam possíveis ações a serem realizadas pelos alunos em atividades de Modelagem. Essas ações, também, denominadas de fases, abrangem a inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Ressalta-se que “[...] a ordem em que tais fases aparecem bem como o

⁶⁰ A compreensão de Modelagem Matemática do autor já foi apresentada no tópico: Modelagem Matemática na Matemática Aplicada. No entanto, quando tomada no âmbito do ensino, ela é “apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural” (BASSANEZI, 2002, p. 38).

⁶¹ Alternativa, que, por sua vez, “[...] designa algo diferente daquilo que está posto como normal ou devidamente estabelecido num determinado contexto a que se refere [...]” (KLÜBER, 2012, p. 109).

tempo dedicado a cada uma e os obstáculos presentes [...] dependem da dinâmica da atividade e do contexto em que a atividade é realizada” (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1072).

Embora, como mencionado pelos autores supracitados, a ordem dessas fases não deva ser tomada com rigidez, a inteiração aparece como um ponto de partida para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem e inicia-se com a escolha de um tema a ser investigado.

O tema escolhido é, geralmente, conhecido em alguns aspectos pelos alunos e, muitas vezes, dele surge também uma questão a investigar. Essa questão, por sua vez, só ganha status de questão a investigar quando os alunos buscam inteirar-se do tema selecionado. É possível que, ao conhecer melhor o tema, o problema inicial deixe de existir e outros tomem o seu lugar (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1072).

Após o levantamento de informações qualitativas e quantitativas sobre o tema e elaboração de uma questão que possa ser investigada via Matemática, passa-se, à fase da *matematização* (VERTUAN; ALMEIDA, 2016). *Matematização*, que segundo Almeida e Silva (2015), é uma das ações da transição entre um *problema real* e a obtenção de um modelo matemático e pode ser caracterizada “em termo de transição de linguagem, uma vez que os resultados obtidos na fase de inteiração são, em sua maioria, expressos em linguagem natural e não possuem uma linguagem matemática diretamente associada, mas que precisa ser elaborada” (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1073).

Almeida e Silva (2015, p. 2016) afirmam que “se por um lado, matematizar significa, na Modelagem Matemática, transitar do mundo da vida para o mundo dos símbolos matemáticos, por outro lado o uso destes símbolos se dá mediado pelo conhecimento matemático e o extramatemático”.

Na fase, intitulada resolução,

[...] os alunos constroem um modelo matemático da situação inicial, modelo esse que abarca características do fenômeno e permite interpretá-lo, responder à questão inicial e, em alguns casos, até mesmo, realizar previsões para o problema em estudo. Nessa fase o sujeito utiliza conceitos, métodos e representações matemáticas, põe em uso seus conhecimentos prévios, busca padrões, recorre a ferramentas computacionais, coordenada diferentes representações dos objetos matemáticos, busca conhecer conceitos novos e ressignifica os já conhecidos (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1073).

A interpretação de resultados e validação constitui-se no momento de análise de respostas para o problema investigado. Trata-se “de um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema real, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16).

Destacamos, para além da explicitação das fases do trabalho com MM, *situação-problema não essencialmente matemática* e *problema real*, expressões mencionadas pelos

autores e que aparecem, nos textos lidos, como sinônimos. O termo problema é compreendido “[...] como uma situação na qual o indivíduo não possui esquemas *a priori* para sua solução. Assim, para resolução de situações-problema, de modo geral, não há procedimentos previamente conhecidos ou soluções já indicadas” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

A compreensão de problema, apresentada pelos autores, parece se aproximar daquilo que Sant’Ana e Sant’Ana (2015, p. 4) denominam de questão aberta: “aquela cuja resposta depende de hipóteses realizadas pelos estudantes, na qual mudanças de estratégia permitem a obtenção de respostas distintas”, bem como da explicitação de problema de pesquisa aberta trazida por Butts (1997, p. 42) no qual não há “uma estratégia no interior do seu enunciado. [...] cuja função mais importante [...] é incentivar a conjectura”.

Acerca do substantivo *real* acrescido ao termo *problema*, como expresso por Almeida, pode-se afirmar que ele é entendido como situações que são ou podem ser enfrentadas pelos alunos no dia a dia, como por exemplo, a quantidade de mercúrio contido em lâmpada fluorescente e a contaminação do ambiente em que são descartadas ou a quantidade aproximada de lixo jogado nas ruas do bairro.

Jonei Cerqueira Barbosa é, também, um autor importante no âmbito da MM na Educação Matemática brasileira. Sua compreensão de Modelagem é classificada por Kaiser e Sriraman (2006) como sociocrítica. Para eles, “[...] This perspective emphasises the role of mathematics in society and claims the necessity to support critical thinking about the role of mathematics in society, about the role of and nature of mathematical models and the function of mathematical modelling in society⁶²” (p. 306). Corroborando essa classificação, Barbosa (2004, p. 74) afirma que “[...] Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, o que me parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas.”

Barbosa, em suas investigações, menciona a necessidade de se ter clareza sobre o que se denomina por Modelagem, haja vista que, por vezes, ela é tomada em termos genéricos: como a aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento (BARBOSA, 2004). Ao explicitar sua compreensão, afirma que “[...] Modelagem é um ambiente⁶³ de aprendizagem no

⁶²Esta perspectiva enfatiza o papel da matemática na sociedade e enfatiza a necessidade de desenvolver o pensamento crítico sobre o papel e a função da matemática na sociedade (tradução nossa).

⁶³ O autor, ao explicitar o termo ‘ambiente de Modelagem’, menciona que ele está “[...] associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas” (BARBOSA, 2003, p. 68-69).

qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da *realidade*” (BARBOSA, 2001, p. 6, grifo nosso).

Na tentativa de clarear sua compreensão e indicar modos de implementação da Modelagem em sala de aula, o autor propõe três encaminhamentos, denominados por ele de ‘casos’. Eles se diferenciam pela participação de professores e de alunos em cada um deles, bem como no que concerne à duração e ao aprofundamento das atividades de Modelagem desenvolvida nessa compreensão.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. [...] Já no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. [...] E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (BARBOSA, 2004, p. 4-5).

Dos casos explicitados pelo autor, nota-se uma preocupação em apresentar modos de desenvolver a MM em sala de aula. Modos esses que transitam desde características mais fechadas, em que o professor é responsável pela elaboração da atividade e exposição das informações que considerar importante para a sua solução, até características mais abertas, em que os alunos, juntamente, com o professor buscam propor e solucionar alguma situação considerada como pertinente. Os casos são caminhos pelos quais se pode “[...] implantar e desenvolver o processo de Modelagem de forma gradativa nas aulas de Matemática [...] de acordo com as possibilidades e limitações oferecidas pelo contexto escolar e com o grau de amadurecimento do professor, frente à Modelagem Matemática” (CHAVES, 2012, p. 40-41).

Jussara de Loiola Araújo explicita sua compreensão de Modelagem como uma abordagem “[...] por meio da matemática, de um problema não matemático da *realidade*, ou de uma situação não matemática da *realidade*, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da *Educação Matemática Crítica* embasem o desenvolvimento do trabalho” (ARAÚJO, 2002, p. 47, grifos nosso).

Ao assumir uma compreensão de Modelagem, orientada pela *Educação Matemática Crítica*, a autora menciona que “os alunos são convidados a buscar soluções para os problemas, por meio da matemática, e, simultaneamente, a questionar a própria matemática e seu uso na sociedade, tendo, assim, preocupações para além do desenvolvimento de habilidades de cálculos ou da aplicação da matemática” (ARAÚJO; MARTINS, 2017, p. 116).

Diferentemente dos autores, até então, mencionados, Araújo não explicita encaminhamentos específicos para a implementação da Modelagem em sala de aula. Há, no entanto, a orientação para que os alunos trabalhem em grupos; escolham temas de seu interesse e levantem problemas correlatos a esses temas que possam ser desenvolvidos por meio de Matemática. Essas orientações, por sua vez, devem ser tomadas de tal modo que as questões da *Educação Matemática Crítica* conduzam a realização dos trabalhos (ARAÚJO, 2009, 2012).

Tomando a Educação Matemática Crítica com um aspecto central de sua compreensão de Modelagem, a autora:

Sustenta uma abordagem da modelagem na educação matemática que não se preocupe, apenas, em dar instrumentos matemáticos aos estudantes ou em apresentar a eles exemplos de aplicação da matemática à realidade (o que poderia reforçar concepções absolutistas da matemática). Mais que isso, pretendo que a modelagem os faça refletir sobre a presença da matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagir contra as situações críticas que a matemática também ajudou a construir (ARAÚJO, 2009, p. 64).

Para *Dionísio Burak*, a Modelagem Matemática consiste em um “[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 92). “O conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito” (BURAK, 2017, p. 18). Essas etapas são apresentadas como encaminhamentos, não lineares, para as atividades de Modelagem em sala de aula e abrangem: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema e 5) Análise Crítica das soluções (BURAK, 2004).

Na compreensão do autor, *a escolha do tema* “parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. Esses temas são, inicialmente, colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema” (BURAK, 2010, p. 19). Destaca-se que esse *partir do interesse do grupo* é um dos aspectos centrais da compreensão de MM de Burak, pois

[...] contribui para tornar mais intensa, mais eficiente e mais eficaz a *construção do conhecimento* por parte de cada aluno participante do grupo, do próprio grupo ou dos grupos, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que cada aluno ou o grupo já possui sobre o assunto. Isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações (BURAK, 2010, p. 3, grifo nosso).

A segunda etapa, denominada por *pesquisa exploratória*, acontece de modo articulado à escolha do tema, pois ao selecionar uma temática a ser trabalhada, essa seleção está, muitas vezes, vinculada à curiosidade, ao desejo de se conhecer mais e melhor aquele assunto

(BURAK; ARAGÃO, 2012). “A pesquisa exploratória tem o propósito de inserir os estudantes em atividades que formam e desenvolvem atitudes e postura de um investigador” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 93). Segundo o autor, nesse momento, busca-se levantar informações e dados sobre o tema escolhido. Para ele, esses são, de modo geral, qualitativos e possibilitam que os temas sejam abordados por enfoques distintos, além da ótica Matemática (BURAK, 2017).

O *levantamento dos problemas* configura-se “como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, [...] tornando os alunos capazes de realizar uma leitura mais atenta da *realidade*, atributos importantes na formação de um pesquisador” (BURAK, 2004, p. 5, grifo nosso). É ainda, a “ocasião em que surgem várias questões como resultado da coleta dos dados na pesquisa exploratória” (BURAK, 2017, p. 20). Já os problemas, na compreensão de MM do autor, são:

1) elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo; 2) possuem, geralmente caráter genérico; 3) Estimulam a busca e a organização dos dados; 4) Favorecem à compreensão de uma determinada situação. Um exemplo de problema levantado pelo grupo de um curso de Modelagem consistia em calcular o custo de transporte do barro até o local onde se fabricavam telhas e tijolos. Esse problema ensejou a discussão e o levantamento de vários aspectos: a) Qual a distância do local onde se encontra o barro até onde são fabricadas as telhas e tijolos?; b) Qual (is) o(s) meio(s) de transporte possível de serem usados? (BURAK, 2004, p.5-6).

A *resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada* confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz o uso de todo ferramental matemático disponível (BURAK, 2010, 2017; BURAK; ARAGÃO, 2012). Esse é o momento em que os problemas elaborados determinam os conteúdos a serem trabalhados.

Pode acontecer que para a resolução de um problema o conteúdo necessário, ainda não tenha sido trabalhado pelo estudante, então é um momento importante para que o professor, na condição de mediador, favoreça ao estudante a *construção desse conhecimento*. [...] É um trabalho importante do professor, seja na formação dos conceitos, orientando a busca do conteúdo no livro texto, seja criando alternativas que permitam ao estudante buscar uma solução para o problema. Muitas vezes, pode se valer das situações empíricas para os primeiros resultados e as primeiras aproximações, e, mais tarde, ou mesmo já na sequência, desenvolver o conteúdo de forma analítica, com alguma formalização matemática (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 96, grifos nosso).

A última etapa refere-se à *análise crítica das soluções*. Esse momento é destinado à discussão das soluções encontradas em todo processo de Modelagem Matemática e “possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos, envolvidos no tema” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100). Sob o aspecto da Matemática “pode-se analisar a coerência e a consistência lógica da solução ou das soluções encontradas. É uma

etapa em que se discute com o grupo ou os grupos os cuidados com a linguagem, com as restrições que se fazem necessárias em muitas ocasiões” (BURAK, 2010, p. 24).

As etapas apresentadas, além de indicar possibilidades para o desenvolvimento da Modelagem em sala de aula, abrangem termos como: *problema e situação-problema* que, quando colocados em destaque, podem contribuir, para que explicitemos, de modo mais detalhado, a compreensão de Modelagem do autor.

No entanto, ao retomarmos os textos de Burak, não encontramos, explicitamente, uma exposição do seu entendimento sobre os termos que destacamos. Há, por sua vez, indícios desse entendimento. Esses indícios apontam para uma explicitação na qual *problema e situação-problema* são tomados como sinônimos e remetem a um aspecto da *realidade* a ser investigado, tendo como ponto de partida, o interesse dos alunos.

Ao buscarmos por textos de *Ademir Donizeti Caldeira*, deparamo-nos com compreensões distintas acerca da Modelagem Matemática. Em textos como: Caldeira (2009) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), evidencia-se uma compreensão de MM como uma concepção de Educação Matemática (CALDEIRA, 2009). Nessa compreensão, “a epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem [...] é aquela em que os conhecimentos estão sendo construídos pelos homens de acordo com seus interesses sociais, políticos, econômicos e culturais” (p. 43).

Ao tentar explicitar essa compreensão de Modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 51, grifos nosso) afirmam que a preocupação não incide sobre a Matemática em si mesma, “e sim em discutir problemas da *realidade* e fazer *uso* da Matemática para compreendê-la. [...] Nessa postura, [...] a Modelagem e a Matemática se posicionam no mesmo patamar das preocupações sociais”. Esse entendimento de Modelagem, nas palavras de Klüber (2012, p. 321), “explicita um modo de se fazer Educação Matemática por meio da Modelagem Matemática”. Nessa abordagem, é forte a defesa de um trabalho voltado aos ‘*problemas reais*’, ou seja, “a Modelagem não trabalha com problemas inventados, “teóricos” – aqueles que, de modo um tanto injusto, chamamos pejorativamente de “problemas de livro texto”, mas com *problemas reais*” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 34-35, grifos nosso).

Ao contrário do que a maioria das compreensões de MM explicitam, Caldeira não apresenta fases ou etapas para o desenvolvimento da Modelagem em sala de aula. Enquanto possíveis encaminhamentos destacam-se alguns indícios que valorizam a elaboração de perguntas pelo aluno e “junto com o professor e os outros alunos, ele vai aprender e (usar) as ferramentas matemáticas já existentes para entender o fenômeno escolhido e, eventualmente, levar à sala de aula conhecimentos, já produzidos pela cultura local para responder as questões

relevantes, muitas vezes, até de forma aproximada” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 35).

Caldeira, Magnus e Cambi (2018, p. 27-28) expressam outro modo de compreender Modelagem Matemática, ao afirmarem:

Inicialmente, entendemos que não há algo em sua essência que seja a Modelagem. Não há algo à espera para ser desvelado, descoberto, achado, encontrado, revelado que seja essencialmente aquilo que possa ser chamado de Modelagem. A Modelagem é aquilo que o discurso diz que ela é. A Modelagem é produzida pelo discurso. A Modelagem é objeto do discurso.

Nesse contexto, apresentam, na obra supracitada, entendimentos de Modelagem de autores como: Bassanezi, Burak e Barbosa, e destacam que “compreendemos a Modelagem como discurso, como prática que forma aquilo sobre o qual fala e que é constituída por um número limitado de enunciados. Sendo assim, o discurso que constrói, produz, cria, inventa, fabrica a Modelagem diz o que ela é” (CALDEIRA; MAGNUS; CAMBI, 2018, p. 28).

É importante destacar a compreensão manifesta pelos autores de que não há uma essência que defina o que é Modelagem, porém que Modelagem é o que o discurso diz que ela é. A concepção de essência explicitada pelos autores, consoante nosso entendimento, aponta para *essência* como sendo uma coisa constituída por substratos do mundo natural, como físicos e químicos, por exemplo. Afirmam que só se pode conhecer a Modelagem pelo discurso dito sobre ela. Mas o discurso diz o quê? Não seria um núcleo de ideias articuladas e trazidas pela linguagem, almejando explicitar a mensagem do próprio discurso sobre o afirmado?

Maria Salett Biembengut compreende a Modelagem Matemática como Modelação Matemática, ou seja, como um método de ensino com pesquisa na instituição escolar. Em cursos regulares, nos quais há um programa a ser cumprido:

[...] o processo da modelagem precisa sofrer algumas alterações, levando em consideração principalmente o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para trabalho extraclasse, o programa a ser cumprido e o estágio em que o professor se encontra, seja em relação ao conhecimento da modelagem, seja no apoio por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. O método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa, denominamos de *modelação matemática* (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 18).

O termo “modelação matemática” é exposto na tentativa de diferenciar a Modelagem Matemática, desenvolvida por matemáticos aplicados e aquela desenvolvida em sala de aula. No entanto, “o importante, conforme afirmam os autores, é manter a *essência* da Modelagem Matemática. Na modelação há um destaque ao conteúdo programático e à forma de adequar a essência da Modelagem Matemática ao currículo vigente na escola” (KLÜBER, 2012, p. 248).

Nota-se que, embora haja uma diferenciação de nomenclaturas, há na compreensão de Modelação da autora, aspectos concernentes ao modo como ela compreende a Modelagem na

Matemática Aplicada: “a modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (BIEMBENGUT, 1999, p. 20). “Genericamente, pode-se dizer que matemática e *realidade* são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um *meio* de fazê-los interagir” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 13, grifos nosso).

Assumindo que o trabalho com a Modelação Matemática carrega características da Modelagem na Matemática Aplicada (BIEMBENGUT; HEIN, 2009), os autores, ao explicitarem as etapas para o desenvolvimento da Modelação no ambiente escolar, afirmam que o professor segue as mesmas etapas do processo de MM: a Interação, a Matematização e o Modelo Matemático, mas acrescenta a esse processo, na etapa da matematização, “o desenvolvimento do conteúdo programático necessário para a formulação, resolução e a apresentação de exemplos e exercícios análogos para aprimorar a apreensão dos conceitos pelo aluno” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 20).

A Interação é o reconhecimento da situação-problema e familiarização com o tema a ser trabalhado (BIEMBENGUT, 1999). Nessa fase, num primeiro momento, é realizada “uma breve exposição sobre o tema, permitindo certa delimitação do aluno com uma área em questão. [...] Em seguida, faz-se um levantamento de questões, procurando instigar os alunos a participarem com sugestões” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 20). O tema, por sua vez, pode ser proposto pelo professor ou ser proposto pelos alunos.

Na segunda etapa, matematização, selecionam-se algumas das questões levantadas na etapa anterior com o objetivo de propor aos alunos a busca por soluções. Esse é o momento destinado à formulação do problema (hipótese) e à resolução do problema em termos do modelo matemático (BIEMBENGUT, 1999). “Na medida em que se está formulando a questão, ao suscitar um *conteúdo matemático* para a continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a matemática necessária” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 21, grifo dos autores).

A última etapa do processo de Modelação Matemática recebe o nome de Modelo e é destinada à análise do resultado obtido na Matematização. Trata-se, portanto, da interpretação da solução e validação (ou não) do modelo. Busca-se, nesse momento, avaliar de que modo o modelo se aproxima da questão abordada na Modelação e assim “verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização”. “[...] Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 15).

Na compreensão de Modelagem da autora em destaque, há um esforço em diferenciar, inclusive com outra denominação, a MM na Matemática Aplicada e a MM enquanto uma possibilidade para o ensino de Matemática. No entanto, mesmo sugerindo adaptações, menciona que a Modelação, nomenclatura para a Modelagem no ensino, carrega a *essência* da Modelagem no âmbito da MA. Pela leitura dos textos já referidos, compreendemos, quando mencionam *essência*, o destaque a uma ideia nuclear da MM. Esse núcleo aponta, segundo Klüber (2012), para a obtenção do modelo matemático, que pode ser formulado “[...] utilizando-se de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 12).

Maria Isaura de Albuquerque Chaves, outra autora em destaque, apresenta a Modelagem na Educação Matemática como “[...] um processo, ou um modo de ensinar e aprender matemática, que contempla *situação real*, *problematização* e *investigação*” (CHAVES, 2012, p. 38-39, grifos nosso).

Situação real, compreendida como uma situação não matemática, cujo interesse pertence “[...] ao âmbito do contexto social ou cultural das experiências compartilhadas, ou que possam a viver a ser compartilhadas pelo modelador” (CHAVES, 2012, p. 39). *Problematização* é, para a autora, “o ato de lançar questões sobre a situação real, caso estas, por si só, já não venham na forma de um problema, ou seja, problematizar é elaborar situação-problema” (p. 39). No que se refere ao terceiro aspecto que compõe a compreensão de MM, afirma que ele “diz respeito a toda e qualquer pesquisa necessária para o desenvolvimento do processo de Modelagem, seja para buscar mais dados [...] ou mais conceitos e conteúdos da matemática” (p. 39).

Embora compreendamos que: situação *real*, problematização e investigação sejam aspectos de destaque no entendimento de MM de Chaves e, que, ao explicitá-los, podemos indicar como se dá o trabalho em sala de aula, a autora não avança nessa explicitação, mas busca apresentar como a MM se configura em sala de aula. Nesse contexto, Chaves e Oliveira (2008) defendem a Modelagem:

[...] como um ambiente de ensino e de aprendizagem⁶⁴ onde o professor, através de problematizações de situações com referência na realidade, oportuniza ao aluno, a construção de modelos matemáticos, sobre os quais ele faça inferências e/ou projeções, cabendo ao professor o acompanhamento das atividades, no sentido de

⁶⁴ Entendemos que um ambiente de ensino e aprendizagem é construído no espaço sala de aula, sem necessariamente se restringir a ele, a partir do momento em que, cada um de seus participantes, alunos e professores, assumem responsabilidades e obrigações pelo desenvolvimento de atividades que visem o ensino e a aprendizagem do conhecimento, aqui, em particular, o matemático (CHAVES; OLIVEIRA, 2008, p. 159).

conduzir o aluno na/para a construção do conhecimento matemático previsto no planejamento escolar (p. 157).

Essa configuração também se desdobra no modo como a autora, combinando os casos de Barbosa (2003) com as etapas propostas por Burak (2004), elenca algumas possibilidades para o desenvolvimento da Modelagem em âmbito escolar (CHAVES, 2012).

Quadro 9: Possibilidades para o desenvolvimento da Modelagem Matemática

ETAPAS DO PROCESSO	POSSIBILIDADE		
	1	2	3
ESCOLHA DO TEMA	professor	Professor	prof./aluno
ELABORAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	professor	Professor	prof./aluno
COLETA DE DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
SIMPLIFICAÇÃO DOS DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
TRADUÇÃO/RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno
ANÁLISE CRÍTICA DA SOLUÇÃO/VALIDAÇÃO	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno

Fonte: (CHAVES, 2012, p. 41)

As possibilidades 1, 2 e 3, expressam a tentativa da autora em explicitar caminhos a serem tomados no processo de Modelagem Matemática em sala de aula. Caminhos que abrangem desde uma participação mais efetiva do professor, nos quais ele “[...] deve elaborar atividades de Modelagem com problemas devidamente relatados, que favoreçam a participação do aluno na resolução e na análise crítica das soluções encontradas” (CHAVES, 2012, p. 44), até um compartilhamento, entre professores e alunos, das ações a serem desenvolvidas nesse processo. De modo específico, ao mencionar o compartilhamento dessas ações na possibilidade 3, apresentada no quadro 6, a autora afirma ser “[...] mais difícil usar uma possibilidade dessa natureza, no cotidiano de nossas aulas, na Educação Básica, na forma como tradicionalmente estão institucionalizadas, sendo interessante, entretanto, quando da participação dos alunos em feiras de ciências, por exemplo” (p. 46).

Assim como o efetuado acerca da Modelagem na Matemática Aplicada, apresentamos no subitem a seguir, outras considerações sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

2.2.3 Avançando na compreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática

Ao apresentar as compreensões de Modelagem Matemática na Educação Matemática, destacamos e buscamos explicitar termos e expressões que, em nossa leitura, mostraram-se significativas para o entendimento de cada uma delas. Estudando e demorando-nos no estudo dessas compreensões, deparamo-nos com a presença do termo *realidade* em todas elas, como exposto no quadro 10. Perguntamo-nos: por que é tão importante e o que esse termo está dizendo sobre a visão de mundo dos autores e, portanto, da própria Modelagem Matemática.

Quadro 10: Trechos das compreensões de Modelagem na Educação Matemática

TRECHOS	AUTORES
[...] abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática; [...] Modelagem como um elemento integrador entre a realidade e o conteúdo a ser ensinado	Lourdes Almeida Werle de Almeida
[...] ambiente no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade	Jonei Cerqueira Barbosa
[...] abordagem por meio da Matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não matemática da realidade	Jussara de Loiola Araújo
[...] tornando os alunos capazes de realizar uma leitura mais atenta da realidade, atributos importantes na formação de um pesquisador	Dionísio Burak
[...] a preocupação não está com a Matemática em si mesma, e sim em discutir problemas da realidade e fazer uso da Matemática para compreendê-la	Ademir Donizeti Caldeira
[...] genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê-los interagir	Maria Salett Biembengut
[...] como um ambiente de ensino e de aprendizagem onde o professor, através de problematizações de situações com referência na realidade	Maria Isaura de Albuquerque Chaves

Fonte: Os autores

Realidade é um tema denso e que, por si só, poderia compor uma temática para investigação. Além disso, há trabalhos que se dedicaram a investigar a *realidade* na MM, como: Veleda (2010), Rocha (2015) e Vecchia (2012) e outros que, de algum modo, tangenciaram essa questão: Anastácio (1990), Araújo (2002), Negrelli (2008) e Klüber (2012) e que podem contribuir para uma compreensão aprofundada sobre a temática.

Nesse contexto, buscamos, nas compreensões de Modelagem explicitadas, alguns indicativos do que os autores denominam ou exemplificam como *fenômenos, problemas da realidade*. Almeida, Silva e Vertuan (2012) ao proporem problemas a serem trabalhados com Modelagem citam: 1) A matemática do vai e vem das marés; 2) Na hora de apagar a luz; 3) Medindo a quantidade de chuva; 4) Idade da gestante e síndrome de down: qual a relação?; Araújo e Martins (2017) no qual indagam “qual seria o valor do salário mínimo, se ele fosse calculado seguindo as normas estabelecidas pela PEC 55”; Barbosa (2003) apresenta informações sobre a distribuição de grãos de milho e de feijão pela Prefeitura de Feira de Santana aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência e questiona se é um critério adequado toda família receber a mesma quantidade e se haveria outro critério mais justo; Burak (2004) menciona como calcular o custo de transporte do barro até o local onde se fabricavam telhas e tijolos; Biembengut e Hein (2009) ao apresentarem o tema construção de casas e questionam: 1) Como fazer uma planta baixa de uma casa?; 2) Qual é a medida do terreno? Qual o lugar ideal do terreno para construir a casa?; 3) Área útil e área construída: como relacioná-las?; Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) citam a construção de um túnel na rodovia Dom Pedro I.

Dessas afirmações, compreendemos que os *problemas* ou os *fenômenos* da *realidade* estão articulados às situações com as quais o sujeito pode se deparar, ao experimentá-las no cotidiano, que, por sua vez, podem exigir ao destacar algum aspecto dessa *realidade* a ser investigada, uma matemática mais elaborada, tendo em vista a complexidade dessas situações.

Ao nos dedicarmos, nessa seção, à apresentação de compreensões sobre a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e na Educação Matemática, entendemos que demos conta de mais um aspecto que se mostrou importante ao nos colocarmos no movimento de indagar o fenômeno focado nesta investigação.

Para a sequência do trabalho, consideramos importante olhar para o que a comunidade de Modelagem Matemática na Educação Matemática tem produzido. De modo específico, olhar para os objetivos de pesquisas das dissertações e das teses. O voltar-se para essa produção se justifica, porque existe a possibilidade de visualizarmos as temáticas abordadas nas pesquisas e, desse modo, compreendermos se alguma investigação se dedicou, especificamente, ao que focamos nesse trabalho e caso isso se confirme, avançarmos no entendimento de como o trabalho foi desenvolvido.

Essa preocupação não está pautada em um movimento de comparar as temáticas abordadas, mas sim em nos colocarmos num movimento de diálogo com o que foi produzido pela área.

SEÇÃO TERCEIRA

3 UM OLHAR PARA AS DISSERTAÇÕES E PARA AS TESES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Esse movimento que nos propomos a realizar não garante que daremos conta de olhar para a totalidade das pesquisas. Nem é essa a pretensão. Buscamos, como dissemos, dialogar com o que já foi produzido e, de modo específico, atentarmo-nos aos objetivos focados nas dissertações e nas teses desenvolvidas sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Começamos, então, a pensar em estratégias para o levantamento desse material: buscaríamos em qual(is) plataforma(s)?; qual intervalo de tempo? Instigados com esses questionamentos, deparamo-nos, ao participar das atividades preparatórias do GT10 – Grupo de Trabalho de Modelagem Matemática, no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, com uma pesquisa de doutorado, intitulada: Um estado da arte das pesquisas acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes: as dimensões fundamentadas e as direções históricas (SOARES, 2017). A tese buscou dar conta do seguinte objetivo:

[...] desenvolver, analisar e evidenciar as dimensões fundamentadas e as direções históricas das pesquisas acadêmicas sobre Modelagem Matemática em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas áreas de Educação e Ensino da Capes (2016), a partir da elaboração, descoberta e revelação de um processo criativo de investigação científica para a efetivação de um Estado da Arte da pesquisa (SOARES, 2017, p. 10).

Para a tese, tendo em vista o objetivo explicitado, a autora efetuou um levantamento, na plataforma Sucupira⁶⁵, por cursos de pós-graduação *stricto sensu* nas áreas de Educação e Ensino, que contemplavam dissertações (de mestrados acadêmicos e profissionais) e teses sobre Modelagem Matemática e, ao final do seu trabalho, a autora apresenta os resumos de 261 pesquisas, no período de 1979 a 2015.

Vimos, nesses resumos, um material para compor o nosso levantamento. No entanto, consideramos, também, que precisaríamos buscar por aquelas pesquisas desenvolvidas após o ano de 2015. Desse modo, acessamos o banco de teses da Capes⁶⁶ e, em seus buscadores, digitamos: “Modelagem Matemática + Educação Matemática” e limitamos a busca para os anos de 2016, 2017 e 2018⁶⁷. Com esses procedimentos, a busca resultou em 62.217 pesquisas. Para além do quantitativo de pesquisas, ao olharmos para os trabalhos, verificamos que o resultado

⁶⁵ <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>

⁶⁶ <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>

⁶⁷ Na data, em que efetuamos a busca, não estava disponível o filtro para o ano de 2019.

não era refinado, uma vez que as pesquisas resultantes nem sempre se referiam à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Nesse cenário, optamos, num primeiro momento, por acessar os sites de Instituições dos mesmos programas de pós-graduação⁶⁸ em que Soares (2017) indicou haver pesquisas sobre Modelagem e buscar pelas pesquisas concluídas nos anos de 2016, 2017, 2018 e 2019. Nessa busca, selecionamos as pesquisas que traziam Modelagem ou Modelagem Matemática em seus títulos. Foram identificadas, ao acessar o site das 51 Instituições, 27 teses (10 na área da Educação e 17 na área de Ensino) e 30 dissertações (6 na área da Educação e 24 na área de Ensino).

Para além dos programas de pós-graduação, elencados por Soares (2017), levamos em consideração que, após o período por ela destacado, outros programas podem ter sido inaugurados e, desse modo, haver outras pesquisas concluídas em Modelagem Matemática. Acessamos, portanto, na plataforma Sucupira, o ícone: “Cursos avaliados e reconhecidos” e a opção: “Por área de avaliação”. Fomos direcionados a uma nova página na qual constavam todas as áreas de avaliação da Capes e selecionamos duas delas: Educação e Ensino.

Em cada uma dessas áreas, buscamos por programas que tiveram início em 2014, uma vez que o levantamento de Soares (2017) contemplou textos publicados até o ano de 2015. A busca resultou em 24 programas da área da Educação e 32 da área de Ensino. Com esse quantitativo, acessamos o site de cada uma das Instituições dos 56 programas⁶⁹ e, novamente, buscamos por pesquisas concluídas que traziam os termos Modelagem ou Modelagem Matemática em seus títulos. Com o levantamento explicitado, identificamos 18 dissertações (5 da área da Educação e 13 da área da Ensino) e nenhuma tese.

Os dois movimentos apresentados acima resultaram em 75 pesquisas (27 teses e 48 dissertações). Adicionamos a esse quantitativo as 261 pesquisas indicadas por Soares (2017). Com esse material, primeiramente, dedicamo-nos a olhar se alguma pesquisa tomou a produção

⁶⁸ Área de Avaliação: Educação. 1) PUC – RIO; 2) UNICAMP; 3) FURB; 4) UEPG; 5) PUC – CAMPINAS; 6) UFRN; 7) UFES; 8) UFPR; 9) UFU; 10) UFPE; 11) UFSCAR; 12) CEFET – MG; 13) UCB; 14) UFFRJ; 15) UNESC; 16) UNISINOS; 17) UFMG; 18) USP; 19) UNIVALI; 20) UNIOESTE.

Área de Avaliação: Ensino. 1) UNESP – RC; 2) PUC – SP; 3) UEL; 4) UFRN; 5) UFPA; 6) UFPR; 7) PUC – RS; 8) ULBRA – CÂNOAS; 9) UNIFRA; 10) UFRGS; 11) UFU; 12) UFBA; 13) PUC – MINAS; 14) UNICSUL; 15) UEA; 16) UNIVATES; 17) UFOP; 18) UTFPR – PG; 19) UEM; 20) UNIAN; 21) UFJF; 22) UFSC; 23) CEFET – RJ; 24) UFSC; 25) CEFET – RJ; 26) URI; 27) UNIGRANRIO; 28) IFES; 29) UFES; 30) UEPB.

⁶⁹ Área de Avaliação: Educação. 1) UNASP; 2) UNINTER; 3) IFTM; 4) UNIARA; 5) UPE; 6) UNITAU; 7) UNIUBE; 8) UERR; 9) UFFS; 10) UNIFAL; 11) UFAC; 12) UFOPA; 13) URCA; 14) USCS; 15) UNIB; 16) UFT; 17) UFES; 18) UNIFAP; 19) UFCG; 20) UEMA; 21) UNIUBE; 22) UNIARP; 23) UNASP.

Área de Avaliação: Ensino. 1) UNIPAMPA; 2) UNINCOR; 3) UTFPR; 4) UFPE; 5) UFAC; 6) UNIFESSPA; 7) UFESBA; 8) FURG; 9) UFPA; 10) UFES; 11) UNIFESP; 12) UFSCAR; 13) UFPEL; 14) UFLA; 15) UNIFEI; 16) UESB; 17) UNIOESTE (2); 18) UENP; 19) UNICENTRO; 20) UEPG; 21) UEMS; 22) UNEMAT; 23) UNIC; 24) UNIDERP; 25) IFSUL; 26) IFGOIANO; 27) IFF; 28) IFRJ; 29) IFCE; 30) IFSP; 31) FUPF.

do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática como foco de estudo. Para isso, buscamos pela palavra *produção* nos resumos das pesquisas. Ao procedermos desse modo, constatamos que acabávamos selecionando pesquisas que traziam a palavra produção em outros contextos como: *produção* de materiais pelos alunos e professores; *produção* de aprendizagens significativas; *produção* acadêmica; *produção* de dados; *produção* de discussões reflexivas; *produção* e compreensão com relação ao fenômeno de congruência e não-congruência das conversões entre os registros de representação semiótica; *produção* de saberes docentes; *produção* de discussões técnicas; *produção* de sentidos mediante as interações dos alunos; *produção* dos periódicos brasileiros; *produção* discursiva de professores e alunos; *produção* de pesquisas brasileiras; *produção* de desenhos; *produção* de diferentes representações semióticas; abordagem qualitativa, com o intuito de considerar mais o processo do que a *produção* final; curso de Engenharia de *Produção*; *produção* de dados. E, também, *produção* matemática e *produção* do (de) conhecimento.

Frente a esse cenário, para refinar a busca, selecionamos as pesquisas que trazem em seu resumo, a palavra: *conhecimento*. Com essa nova proposta, nosso material ficou composto por 105 pesquisas, dentre as quais, conseguimos acesso a 79 delas. Com o intuito de apresentar o movimento realizado, trazemos o quadro 11⁷⁰ formado por três colunas: na primeira coluna, o sobrenome do autor com a data de publicação da tese ou da dissertação; na segunda coluna, o(s) objetivo(s) ou a interrogação das pesquisas e na terceira coluna, o(s) trecho(s), retirados dos resumos dos trabalhos, em que a palavra *conhecimento* é mencionada.

Quadro 11: Referência, objetivo e trechos das pesquisas selecionadas

AUTOR E ANO	OBJETIVO/INTERROGAÇÃO DE PESQUISA	TRECHOS DO RESUMO EM QUE A PALAVRA CONHECIMENTO É MENCIONADA
1.BURAK (1987)	Este trabalho propõe a Modelagem Matemática como uma metodologia alternativa para o Ensino de Matemática na 5ª série do 1º grau.	A partir de considerações gerais, procura mostrar a importância da matemática para o conhecimento e compreensão do meio onde se vive.
2.GAZZETTA (1989)	Neste trabalho, procuramos relatar o que estamos realizando em Cursos de Aperfeiçoamento de professores, usando a Modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática.	Via de regra, assim agem por não terem tido a possibilidade de entrar em contacto com outras alternativas, de maneira profunda e desafiadora, pois na maioria das vezes, o conhecimento que eles possuem de novas alternativas para a educação matemática provém da assistência à palestras e conferências que, normalmente, não lhes dão a segurança necessária para promover

⁷⁰ Em algumas pesquisas como, por exemplo, P4, P29 a terceira coluna não foi preenchida. Isso se justifica porque, nesses casos, a palavra *conhecimento* foi mencionada apenas no objetivo/interrogação de pesquisa.

		uma mudança em suas posturas em sala de aula.
3.ANASTACIO (1990)	O que é a Modelagem Matemática? Em que medida ela desenvolve o conhecimento da matemática enraizado no mundo-vida do aluno?	Como conclusão, são apresentadas algumas reflexões sobre o uso de modelagem no ensino de matemática e como se desenvolve o conhecimento da matemática enraizado no mundo-vida do aluno.
4.COSTA (2003)	No desenvolvimento desta pesquisa procuramos estudar e analisar os instrumentos disponíveis para o professor de Matemática ensinar Combinatória no Ensino Fundamental por processo de Modelagem, bem como seus conhecimentos sobre o objeto matemático em jogo.	
5.OLIVEIRA (2004)	Constituiu objetivo da pesquisa a elaboração de uma proposta de utilização da Modelagem Matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria na EJA.	Os resultados apontam que as atividades em que se utiliza a Modelagem Matemática valorizam o saber fazer do aluno no processo de construção do conhecimento , na medida em que procuram desenvolver métodos de aprendizagem significativa, auxiliando o aluno a construir relações da Matemática com outras áreas do conhecimento e dentro da própria Matemática.
6.CHAVES (2005)	Este trabalho apresenta uma forma possível de se conceber e materializar a Modelagem Matemática como método de ensino-aprendizagem em cursos regulares.	Para observar como a professora e os alunos se envolvem em atividades de Modelagem e discutir, à luz de todo o conhecimento já produzido por pesquisas anteriores, os efeitos desse envolvimento para a prática docente no referido método, para a formação geral do educando bem como para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, a proposta de Modelagem foi aplicada em uma turma de primeira série do ensino Médio e avaliada quanto à produção de aprendizagens significativas de funções polinomiais do 1º e 2º graus, função exponencial e logaritmos, com enfoques de ferramentas para a compreensão de questões ambientais relacionadas com a água
7.MIGUEL (2005)	Esta tese é centrada no ensino e na aprendizagem do Modelo de Poisson, seu questionamento refere-se ao uso da Modelagem Matemática, das etapas a serem consideradas e dos resultados, tanto na interação didática como nas aquisições e erros dos alunos participantes.	A primeira norteou a análise dos livros didáticos, a elaboração e a apresentação das tarefas propostas na sequência pretendida; a segunda fundamentou a determinação de elementos de significado do Modelo de Poisson para serem considerados no ensino e orientar a análise dos resultados, possibilitando a identificação dos conhecimentos adquiridos que estão conforme a pauta institucional e os que podem ser considerados erros de aprendizagem.
8.FREITAS (2006)	O referido trabalho investigou-se acadêmicos da disciplina de cálculo diferencial e integral, a	Professores de cálculo diferencial e integral podem problematizar suas

	partir da modelagem matemática, podem desenvolver estudos relacionados a problemas de sua região.	aulas considerando fenômenos regionais, para que o educando possa adquirir o conhecimento adequado para traçar as relações existentes entre o abstrato e o concreto, contribuindo assim, na aplicação e compreensão dos processos de derivação e integração. Os resultados apresentados pelos respectivos grupos participantes da pesquisa nos mostram que as aulas de cálculo com a aplicação da modelagem matemática tornaram-se mais dinâmicas, sendo que os alunos tiveram condições de adquirir o conhecimento do cálculo a partir da modelagem matemática, uma vez que a matemática deve ser ensinada de forma vinculada a realidade. Neste contexto, os alunos tiveram uma participação mais ativa no processo ensino-aprendizagem saindo da posição de meros ouvintes.
9.SOISTAK (2006)	Qual é a melhor maneira de relacionar os conhecimentos cotidianos , trazidos pelos alunos com os conhecimentos matemáticos sistematizados pela escola?	
10.VARGAS (2006)	O presente trabalho tem por objetivo principal investigar como o conhecimento do dia a dia propicia uma aprendizagem significativa em um ambiente de Modelagem Matemática.	Foi percebido que houve aumento de conhecimento (cognitivo) e colaboração para que a pessoa se torne melhor (afetivo). Nesta pesquisa todos os princípios sugeridos por Rogers se fizeram presentes, ficando evidente que houve aprendizagem significativa. O conhecimento do dia a dia influencia na aprendizagem, em um ambiente de Modelagem.
11.VIECILI (2006)	Esta dissertação apresenta a Modelagem Matemática como uma proposta diferenciada de ensino que faculta, ao aluno, ser agente na construção do conhecimento , superando, com motivação e descontração, as dificuldades que a Matemática apresenta.	
12.DINIZ (2007)	Nesta pesquisa, investiguei como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nos Projetos de Modelagem Matemática.	Estabeleci esses procedimentos de pesquisa, pois considero que estão em harmonia com a visão de conhecimento sintetizada pelo construto teórico do coletivo Seres-Humanos-com-Mídias , evidenciando o papel das TIC na produção de conhecimentos.
13.KLÜBER (2007)	Quais os aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram na Modelagem Matemática e na Etnomatemática do ponto de vista da Educação Matemática?	As interpretações concernentes aos aspectos filosóficos e epistemológicos das duas tendências se concretizaram mediante a elaboração de unidades de significados, que emergiram com algumas das seguintes denominações: Modelos Matemáticos; Concepção

		de Conhecimento; Concepção de Educação, de Currículo; e outras.
14.NASCIMENTO (2007)	Esta pesquisa investigou a Modelagem Matemática como caminho metodológico para a aprendizagem do conhecimento de função Afim, Quadrática e Exponencial, em situações que utilizam a construção de simulações no computador Nossa preocupação foi identificar que habilidades matemáticas e computacionais são mobilizadas para usar o conhecimento de função na modelagem de soluções para a construção de simulações Ao focar esse conhecimento, procuramos incluir como ferramenta auxiliar para pesquisa o software Modellus, que permite diferenciar formas de representação e a construção de simulações computacionais	Dessa forma, construímos uma sequência de três problemas, caracterizados como problemas do tipo “completamente aberto”, cuja solução demandava o conhecimento de função.
15.ARAÚJO (2008)	Este trabalho objetiva analisar os possíveis efeitos que o uso da Modelagem Matemática, enquanto estratégia de ensino, provoca no processo de aprendizagem dos alunos da disciplina Cálculo III – EDO (Equações Diferenciais Ordinárias)	De posse de alguns resultados preliminares, me foi possível observar o quanto a Modelagem Matemática desempenha um papel relevante na aprendizagem dos conteúdos matemáticos por parte dos alunos, pois foi possível eles interagirem com outras áreas do conhecimento sendo, desta forma, estimulados a realizarem pesquisa e, simultaneamente, serem parte do processo de ensino e aprendizagem que foi gerado no ambiente de sala de aula.
16.MALHEIROS (2008)	Como ocorre a elaboração de projetos de Modelagem ao longo de um curso, realizado totalmente a distância, em um ambiente virtual de aprendizagem	A abordagem metodológica utilizada foi qualitativa, caracterizada pela harmonia entre a visão de produção do conhecimento , neste caso a visão apoiada no construto teórico seres-humanos-com-mídias, e os procedimentos metodológicos utilizados.
17.PEREIRA (2008)	Os trabalhos desenvolvidos por meio da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática adotada, favorecem o desenvolvimento da criatividade?	A pesquisa foi desenvolvida numa abordagem qualitativa com análise de trabalhos acadêmicos (dissertações) orientadas por Barbosa, Burak e Caldeira, autores que, segundo Klüber (2007), harmonizam-se em vários aspectos em relação à Modelagem Matemática, que leva em conta além da Matemática, outras áreas do conhecimento .
18.BRAGANÇA (2009)	Este trabalho tem como objetivo analisar trabalhos de Modelagem Matemática na Educação à luz dos conceitos de prática educativa e ambiente de aprendizagem e verificar se as diferentes caracterizações levam a diferentes ações educativas, buscando assim contribuir para a compreensão da utilização dessas diversas caracterizações.	Por fim, interpretamos a Modelagem Matemática na Educação como uma Prática Educativa pautada pela metodologia que ela carrega e que constitui um ambiente de aprendizagem que busca dar importância às experiências dos estudantes se propicia novas

		experiências no processo de busca e produção do conhecimento .
19.MARTINS (2009)	Esta pesquisa teve como objetivo analisar o processo de aplicação da Modelagem Matemática (MM) como método de ensino, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio	Verificou-se também maior interação entre alunos e o objeto de conhecimento .
20.PEREIRA (2009)	Analisar as possibilidades que a modelagem matemática oferece para o Ensino/Aprendizagem de conceitos da matemática financeira na Educação Superior	Entretanto, como proporcionar a construção deste conhecimento aos cidadãos e aos futuros profissionais?
21.SILVA (2010)	Nesta pesquisa investigamos de que forma a inserção do uso do computador e do portfólio no processo de Modelagem Matemática, contribui para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos a partir das percepções de alunos no ensino médio.	No entrelaçamento das ideias, relacionaram-se os elementos (computador, Modelagem e portfólio) para subsidiar um tratamento diferenciado do conhecimento matemático em busca de minimizar, por exemplo, os baixos índices no Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) dos alunos do ensino médio do Estado do Pará em Matemática. A pesquisa de campo foi desenvolvida no Laboratório de Informática da Escola Estadual de Ensino Médio Mário Barbosa na área correspondente a Região Metropolitana de Belém no Estado do Pará, onde por meio da inserção do uso do computador neste processo, potencializou-se a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos pelos alunos do ensino médio.
22.VELEDA (2010)	Nesse trabalho, procuramos caracterizar como a realidade é tratada em trabalhos de Modelagem Matemática na Educação Matemática.	Identificamos a corrente filosófica que embasa a relação entre Matemática e realidade em cada definição e a caracterização de realidade considerando a elaboração do conhecimento , conforme a exposição de Bicudo (2000)
23.ABREU (2011)	O presente trabalho apresenta uma pesquisa que aborda a prática de Modelagem Matemática como um cenário de investigação, na perspectiva da formação continuada de professores de Matemática.	As considerações finais do nosso trabalho apontam que o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do professor de Matemática: [...] transformam sua sala de aula em um ambiente propício à investigação de temas relevantes para os alunos; e saber trabalhar com outras áreas do conhecimento e em ambientes educacionais informatizados.
24.BRUCKI (2011)	O objetivo principal é analisar os efeitos da modelagem no ensino.	Isso porque são exigidas do professor e do aluno um comprometimento com a produção do conhecimento
25.CARVALHO (2011)	No presente trabalho, busquei investigar as estratégias de resolução que os docentes constroem quando enfrentam atividades de	Este trabalho permitiu-me concluir que o processo de Modelagem Matemática pode contribuir para que se estabeleça um ambiente de

	Modelagem Matemática em um curso de formação continuada.	aprendizagem que pode ser evidenciado no entendimento construído a partir da mobilização de conhecimentos matemáticos pelos professores em formação continuada ao explicitarem um fazer matemático justificado envolvendo a movimentação de objetos ostensivos e não ostensivos a partir da articulação de diversos objetos matemáticos na busca de modelos para representar a situação apresentada.
26.MELILLO (2011)	Em que medida uma atividade de modelagem matemática, a partir da adoção de premissas e formulação de pressupostos, conduzida pelo método do caso, promove situações que estimulem a reflexão entre os estudantes, na associação entre conhecimento produzido na escola e diferentes ramos da atividade humana?	Os dados coletados (por meio de gravação de áudio, trabalhos escritos e caderno de campo) e analisados pelo método de análise de conteúdo fornecem elementos para acreditar que fora criada uma oportunidade para que os alunos, em sala de aula, construíssem conhecimento baseado na experiência, associado a situações vividas e debatidas no cotidiano.
27.OLIVEIRA (2011)	Esta pesquisa teve o objetivo de investigar a modelagem matemática do crescimento populacional e as práticas sociais e matemáticas associadas a esta modelagem.	Em termos gerais, no que se refere à componente epistemológica, consideramos que as matemáticas se constituíram em diferentes práticas sociais, as quais propiciaram a construção de conhecimentos .
28.RANGEL (2011)	A presente pesquisa visou investigar as contribuições da elaboração de Projetos de Modelagem Matemática para a formação de professores de Matemática.	As considerações finais apontam que o desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática contribui, não só para formar um professor crítico e reflexivo, ao proporcionar o desafio de realizar a junção entre a teoria matemática com a prática da sala de aula, a partir das aplicações da Matemática, como também contribui para transformar a sala de aula num ambiente propício à geração e construção coletiva de conhecimentos , identificada pelas interações, dos diálogos, das pesquisas e da troca de experiências entre os participantes.
29.RHEINHEIMER (2011)	O estudo em questão apresenta uma alternativa utilizando a metodologia de ensino da Modelagem Matemática para o estudo dos conteúdos da Geometria de forma a tornar-se potencialmente significativa para o aluno relacionar seus conhecimentos adquiridos fora do ambiente escolar com o conhecimento teórico, favorecendo a Aprendizagem Significativa.	
30.SOUZA (2011)	Esta pesquisa tem por objetivo abordar as funções no Ensino Médio por meio de relações estabelecidas entre a história da matemática e o uso de modelagem no ensino de matemática.	A pesquisa nos levou a entender que o desenvolvimento da matemática está relacionado aos acontecimentos presentes na sociedade e nas diversas áreas do conhecimento .

		A nosso ver, o estudo dessa relação permite a construção significativa do conhecimento , além de gerar a capacidade de tomada de decisões assertivas que possibilitam a formação consistente do indivíduo e sua preparação para a vida social.
31.BILHÉO (2012)	A pesquisa deste trabalho consistiu na exploração de uma metodologia de ensino do conceito de função que mostre ao aluno a importância deste conteúdo num curso técnico, oferecendo uma oportunidade de adquirir conhecimento sobre a modelagem matemática de problemas por meio de funções, em especial das funções constantes no currículo escolar.	
32.KLÜBER (2012)	O que é isto: a Modelagem Matemática na Educação Matemática?	A partir dela foram estabelecidos os procedimentos de coleta e análise de dados, os quais emergiram do acentuado conhecimento do fenômeno em questão. Procedido dessa maneira, desvelou-se que a Modelagem Matemática se mostra de maneira multifacetada por conta dos pressupostos teóricos assumidos em termos de Conhecimento , Ciência, Matemática e Educação Matemática.
33.MATTEI (2012)	A investigação foi dirigida à compreensão de aspectos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos enfocando as habilidades desenvolvidas através do ambiente de modelagem matemática	
34.OBERZINER (2012)	Esta pesquisa, desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da FURB propõe um material didático para o ensino de Matemática no curso de Arquitetura e Urbanismo, tendo como método de ensino a Modelagem Matemática	Considerando que existem poucos materiais publicados para o ensino de Matemática para o curso de Arquitetura por meio da Modelação Matemática, analisou-se a matriz curricular do curso de Arquitetura e Urbanismos do Centro Universitário – Católica de Santa Catarina e optou-se por desenvolver um material didático para o ensino de conhecimentos de matemática da ementa da disciplina de Fundamentos de Matemática, por meio de problemas das disciplinas específicas do curso intituladas Conforto Ambiental IV e Projeto de Arquitetura.
35.SANTOS (2012)	A presente pesquisa tem como propósito investigar a contribuição da metodologia da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos relacionados com o tema água, em uma turma do quarto semestre do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Franciscano (UNIFRA).	Os alunos construíram novos conhecimentos a partir da interação com seus pares e com a professora.

36.DIAS (2013)	O objetivo deste texto científico foi de estudar as práticas cotidianas de um grupo cultural e, a partir dos pressupostos da Modelagem Matemática com abordagem da Etnomatemática, mostrar que ambas podem ser caracterizadas como uma situação a-didática de acordo com a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD).	Dentre estes problemas, há em específico, a dificuldade de os discentes e os docentes não conseguirem articular o conhecimento matemático escolar às diversas situações impostas pela realidade, principalmente àquelas pertencentes ao seu mundo cultural. Por não termos envolvido de forma direta alunos nessa pesquisa, buscamos, a priori, estudar algumas obras que indicam o entrelaçamento da Modelagem com a Etnomatemática e, também, criar uma atividade envolvendo os saberes dos mestres-artesãos, responsáveis pela construção de embarcações, utilizando o nosso conhecimento tácito a ser analisado. Além disso, indicamos que o emprego da Modelagem com o aporte da Etnomatemática pode ser caracterizado como uma situação a-didática por não tentar modificar o conjunto de conhecimentos matemáticos do outro, aqui incluindo os seus argumentos e suas referências culturais, ao impor o que o aluno deva aprender.
37.FEYH (2013)	Como a Modelagem Matemática pode contribuir na construção do conhecimento relacionando a matemática acadêmica com cultura local dos alunos do Campo?	
38.MATTÉ (2013)	Nesta atividade de modelagem, têm-se como objetivos específicos oferecer condições para que os alunos percebam a importância da coleta e do tratamento de dados e, com isso, passem a identificar a simbologia utilizada no estudo dos circuitos eletrônicos. Que também compreendam e utilizem as principais leis da eletricidade na análise da atividade e na resolução de problemas e empreguem os conhecimentos de Matemática para descrever e interpretar os resultados da atividade.	
39.MELENDEZ (2013)	Este trabalho descreve uma experiência de ensino em turmas do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, realizada na Região Oeste do Rio Grande do Sul	A necessidade de saber integrar conhecimentos matemáticos com os conhecimentos de outras disciplinas, especialmente as agrárias, motivou a concepção e aplicação desta atividade, na qual os alunos teriam que desenvolver um modelo de propriedade rural sustentável. Acreditamos que sua aplicação contribui diretamente para o sucesso

		de nossa intenção principal, que é o de viabilizar a integração dos conhecimentos adquiridos nas diferentes disciplinas do curso.
40.ROCHA (2013)	Nesse trabalho, é investigada a percepção dos estudantes sobre a matemática presente em fotografias, bem como a possibilidade de utilização de fotos como instrumentos de aprendizagem.	A Geometria foi abordada com um enfoque diferente do tradicional, cuja principal estratégia é a resolução de exercícios, adotando a repetição como técnica de transmissão do conhecimento .
41.SILVA (2013)	Objetivou estudar de que modo a Modelagem Matemática contribuiu no processo de construção da aprendizagem de crianças da faixa etária de 4 a 5 anos de idade, em particular no âmbito da Matemática.	Ao concluir este trabalho, verificou-se que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino que pode contribuir no processo de construção de conhecimentos matemáticos , raciocínio lógico, no desenvolvimento da linguagem e da autonomia diante da resolução das situações, bem como diferentes formas de resolvê-las.
42.SODRÉ (2013)	O objetivo desta pesquisa foi analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar	Os dados coletados por meio de registros fotográficos e conceituais apontaram encaminhamentos significativos para além da construção do conhecimento matemático , ao mobilizarem os alunos em debates e discussões a partir de uma questão com diferentes modelos matemáticos postos em concorrência, revelando concomitantemente o papel do sujeito na construção de “realidades”, detidamente por meio do uso da regra de três para validação ou não do modelo, pertinente ao ensino da matemática escolar, que corroborou aos anseios da Educação Matemática Crítica.
43.VERONEZ (2013)	Como o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática se relaciona com as funções semiótica e epistemológica dos signos?	Para isso, assumimos signo na perspectiva de Charles Sanders Peirce e pautamo-nos nas ideias de Heinz Steinbring, de que o signo tem duas funções, uma semiótica – representa algo – e uma epistemológica – o signo revela conhecimento sobre o que ele representa -, a fim de investigar como o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática se relaciona com as funções dos signos. A análise revela também que esta dinamicidade e complementaridade dos signos influenciam o encaminhamento que os alunos dão ao desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, de modo que tais signos representam algo que se pretende comunicar e indicam mobilização e/ou produção de

		conhecimentos dos alunos acerca do que o signo representa.
44.BRAZ (2014)	Esta pesquisa teve como objetivo investigar como o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática contribui com o processo de constituição de LCoP.	As novas exigências requeridas para a formação humana e social dos sujeitos implicam na adoção de uma perspectiva de aprendizagem que ultrapasse a concepção de conhecimento enquanto uma elaboração interna ao sujeito. De acordo com os autores, o conhecimento é construído a partir de uma série de interações entre as pessoas e o mundo e ocorre por meio da participação dos indivíduos em Comunidades de Prática (CoP).
45.BRUMANO (2014)	Objetiva-se analisar a aplicação desta estratégia como uma proposta eficaz para favorecer o ensino de Análise Combinatória.	O presente trabalho aborda a modelagem matemática como uma alternativa de ensino que se dá através de uma concepção que permite ao educador desenvolver uma busca pela interação proveniente da matemática contextualizada na realidade dos estudantes, e que prioriza a construção do conhecimento por parte do aluno.
46.LIMA (2014)	Verificar como aprimorar as imagens que os educandos têm sobre sustentabilidade e construir o conceito de sustentabilidade em ambiente de modelagem matemática, a partir do conhecimento dos estudantes; Verificar como aprimorar as imagens em relação aos seguintes conceitos matemáticos: conversão de unidades de volume, razão e proporção, aproximações e erros, gráficos e tabelas, a partir de seus saberes anteriores; Tornar os estudantes capazes de refletir e tomar consciência da importância do consumo consciente de água; Elaborar um material didático, que possa ser utilizado e adaptado por outro professor, além de planejar, implementar e validar uma sequência didática, em um ambiente de Modelagem Matemática.	O projeto ficou dividido em dois momentos, no primeiro, captamos o conhecimento prévio dos estudantes sobre o tema, enquanto no segundo, desenvolvemos o projeto, com o objetivo de levar os estudantes a refletirem e tomarem consciência da importância do consumo consciente de água.
47.ROMAIS (2014)	Tem-se por objetivo analisar a Alfabetização Científica dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio a partir da Modelagem nas Ciências e Matemática como método de ensino com pesquisa.	Pretende-se, com este estudo, contribuir com Alfabetização Científica, dos estudantes do Ensino Médio, por meio da Modelagem nas Ciências e Matemática como método de ensino com pesquisa, principalmente pelo método científico que a Modelagem nas Ciências e Matemática perfaz, fazendo com que os estudantes, além de obterem os conhecimentos científicos, percorram o caminho da ciência para produzi-lo, de modo a torná-los mais aptos a buscar e sistematizar o

		conhecimento, além disso, alfabetizá-los cientificamente, por meio de um tema transversal que valoriza a saúde, propõe conhecimentos que os torna mais aptos a fazer escolhas de vida mais saudáveis, tanto na alimentação quanto na prática de atividades físicas e, ao mesmo tempo, desenvolva conhecimentos curriculares das Ciências e Matemática.
48.SANTOS (2014)	A pesquisa teve dois objetivos principais: analisar os efeitos de uma modelagem matemática no Ensino Médio com vistas a alcançar uma aprendizagem significativa; e avaliar uma proposta de abordagem para a modelagem, por meio de etapas e fases.	Nesse segundo caso, pretendeu-se verificar se o protagonismo do professor na apresentação do fenômeno preserva as desejadas características da modelagem, ampliar o interesse dos alunos pela Matemática e motivá-los para a construção de um conhecimento novo. Como resultado, pode-se concluir que a modelagem pode ser utilizada na Educação Básica como metodologia de ensino, traz resultados para a participação dos alunos na construção de seus conhecimentos, porém não é tarefa fácil, pois exige do professor mudanças em sua prática pedagógica e dos alunos por ter que assumir uma atitude participativa.
49.TERES (2014)	Tem como objetivo analisar como a inserção da Modelagem Matemática, na perspectiva crítica, impactou nas relações de ensino e aprendizagem de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Este estudo busca, ainda, apresentar o percurso de construção dos conhecimentos matemáticos num enfoque interdisciplinar e contextualizado fazendo-se uso do laptop educacional do Programa UCA conectado à Internet.	
50.BALVIN (2015)	Analizamos as práticas algébricas constituídas por um grupo de alunos enquanto desenvolviam atividades de modelagem	De acordo com os padrões de relacionamento materializados nos modelos matemáticos utilizados, foi possível concluir que, entre as vertentes discutidas de práticas matemáticas relacionadas com o conhecimento algébrico, as constituídas pelos alunos configuraram modos de ação que tomam o conceito de variação conjunta entre diferentes quantidades (covariação), como principal unidade de análise; isto é, adotam o enfoque variacional ou funcional como princípio de desenvolvimento.

		Embora este tipo de prática matemática trate com algum nível de generalidade, enfatizamos a necessidade de gerar processos de separação espaço-temporal do contexto do qual surgiram para poder ingressar no campo de significação do conhecimento algébrico .
51. BOIAGO (2015)	O presente trabalho, caracterizado como pesquisa do professor, tem por objetivo verificar quais são as contribuições de uma proposta de ensino composta por uma sequência didática, envolvendo cálculo de área de figuras planas com composição e decomposição de formas geométricas e um processo de modelagem de logotipos figurais para o ensino de geometria plana.	Foram levantados os conhecimentos prévios dos estudantes e, a partir deles, foi elaborada, aplicada e analisada uma sequência didática com vistas à aprendizagem significativa de alguns procedimentos de determinação do valor de área de figuras planas.
52. MUNDIM (2015)	Esta pesquisa busca estudar, analisar e trazer a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, para os primeiros anos do Ensino Fundamental, a fim de encontrar novas possibilidades para o ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos.	Nesse sentido, ficam evidenciadas as contribuições da Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa metodológica eficiente e significativa, capaz de trazer os diversos contextos e outras áreas do conhecimento .
53. PEREIRA (2015)	Quais são os resultados obtidos, a partir de uma experiência com a Modelagem Matemática, no ensino e aprendizagem do conceito de função quadrática numa turma de EJA?	Como resultado, observa-se que a utilização da Modelagem Matemática no ensino da EJA é promissora, porém constata-se a necessidade de se transpor obstáculos relativos tanto ao contrato didático quanto à gestão de sala de aula, pois não é uma tarefa simples, uma vez que exige uma postura diferenciada, tanto do professor quanto dos alunos acerca da produção do conhecimento . Neste contexto, destaca-se que o interesse e a participação dos alunos são fundamentais diante dessa metodologia, e que a Modelagem permite aos alunos estabelecerem uma relação entre o conteúdo aprendido e situações reais, favorecendo os seus protagonismos durante o processo de aquisição do conhecimento .
54. SANTOS JUNIOR (2015)	Este estudo objetiva apontar ações avaliativas, evidenciadas em ambiente de ensino e aprendizagem, gerado pela Modelagem Matemática e consolidá-las como argumento favorável à utilização da Modelagem em contextos educacionais seja no Ensino Fundamental, Médio ou Superior.	As ações avaliativas interativas indicam, que, durante execução da atividade de Modelagem Matemática, o professor se detém a avaliar a construção do conhecimento por parte do educando, tendo a oportunidade de constatar o aprendizado ou intervir a partir da necessidade revelada nas manifestações dos alunos.
55. TESSARO (2015)	Quais são as representações que emergem de um grupo de alunos, do Ensino Médio de uma escola pública estadual, sobre a aula de	A partir de uma pesquisa qualitativa de cunho etnográfico traz argumentos importantes que situam a Modelagem Matemática como uma das

	Matemática, quando utilizam a Modelagem Matemática?	possibilidades que se contrapõem ao paradigma do exercício, ao considerar o aluno como agente ativo na construção do seu conhecimento .
56.AMORIM (2016)	Que contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de Função do 1º grau pode trazer uma proposta em uma perspectiva interdisciplinar? Os objetivos do estudo foram: 1) apresentar uma proposta interdisciplinar articulada com a Modelagem Matemática, as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) e a Escrita como proposta metodológica para o ensino de Função do 1º grau e; 2) identificar os possíveis conhecimentos adquiridos pelos professores e pelos alunos na elaboração e participação de uma proposta interdisciplinar para aflorar a compreensão dos conceitos associados à Função do 1º grau.	
57.ARAÚJO (2016)	A pesquisa objetivou a responder uma sequência de três atividades que relacionam a Matemática com a construção de moldes de vestuários.	Por fim, analisou-se o comportamento e o desenvolvimento matemático de cada aluna e percebeu-se a socialização entre elas, ao confeccionar os moldes e resolver as outras atividades, fazendo com que entendessem o papel da Matemática no seu contexto social e, assim, se tornando futuramente profissionais com um conhecimento mais reflexivo .
58.BUSTAMANTE (2016)	O objetivo desta tese foi estudar como ocorre o desenvolvimento de processos de Modelagem Matemática segundo a Teoria da Atividade.	Primeiro, a discussão problema-exercício mobilizou os professores de uma proposta fechada a uma mais aberta. Segundo, a discussão de fazer desenvolver - passar o modelo aos alunos mobilizou os professores de uma abordagem de reprodução para uma que incluía construção de conhecimento .
59.LOUREIRO (2016)	O que se mostra da abordagem dos conteúdos matemáticos nas produções didático-pedagógicas dos professores PDE, que apresentaram como temática principal, o trabalho com Modelagem Matemática?	Esses aspectos dizem de abordagens efetivas, em que a apropriação do conhecimento se concretiza , tanto no que tange ao professor quanto ao aluno. Porém, dizem também, de abordagens inócuas, até mesmo descaracterizadas.
60.ZANELLA (2016)	Esta pesquisa teve por objetivo investigar as estratégias de resolução de situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática, desenvolvidas por alunos alemães e brasileiros, à luz da Teoria dos Campos Conceituais e da Modelagem Matemática enquanto competência.	Observamos também que o desenvolvimento de tarefas de Modelagem Matemática valorizou o conhecimento matemático e extramatemático dos alunos, pois para a mesma situação diferentes estratégias foram mobilizadas pelos sujeitos de pesquisa, as quais foram provenientes dos conhecimentos extracurriculares e matemáticos que cada aluno possuía e até mesmo da maneira como negociaram as ações desenvolvidas.

61.ALVES (2017)	A problemática que motivou os estudos partiu da necessidade de compreender como a Modelagem Matemática de projetos de protótipos favorece ou promove uma fluência científico-tecnológica de alunos de um curso técnico de meio ambiente, no contexto da Cultura Digital.	A pesquisa caracteriza-se pela abordagem qualitativa, na qual adotamos como natureza do estudo os preceitos da Pesquisa Participante, pois ela tem a finalidade de trabalhar numa perspectiva da práxis, entrelaçando os saberes do cotidiano à produção do conhecimento científico.
62.BARCELOS (2017)	A utilização do recurso computacional Modellus auxilia no processo de ensino-aprendizagem do conceito de funções?	Buscou-se embasar tais considerações com a apresentação de resultados produzidos pelos alunos para afirmar que o Software Modellus permitiu uma aprendizagem diferenciada, onde o aluno interagiu com a construção do conhecimento referente ao assunto funções.
63.BARROS (2017)	Investigar o potencial de uma sequência de situações, envolvendo problemas no contexto da Modelagem Matemática, na perspectiva dos registros de representação semiótica e das mudanças de domínio, na condução do processo de aprendizagem das EDOs para estudantes dos cursos de engenharias. Como procedimentos metodológicos, propusemos o desenvolvimento de uma sequência de situações baseada nos pressupostos da engenharia didática.	As equações diferenciais ordinárias (EDOs) possuem ampla aplicação na resolução de problemas sobre movimento, crescimento, eletricidade, vibrações e de diversos tipos de fenômenos físicos que envolvem taxas de variação de quantidades, nas mais diversas áreas de conhecimento. Os resultados obtidos apontaram que a sequência de situações possibilitou aos alunos compreensões das EDOs que contemplam os conhecimentos apontados nos exercícios propostos nos livros didáticos. O estudo em diferentes domínios e o uso de diferentes registros de representação semiótica auxiliou no estabelecimento de relações entre a família de soluções e a derivada, entre a EDO e o seu campo de vetores e entre o sinal da derivada e o campo de vetores.
64.CARARO (2017)	Que sentido atribuem os professores participantes à formação continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática?	Pesquisa traz contribuições para a área de formação de professores em Modelagem Matemática, evidenciando aspectos relevantes ao que concerne a estrutura e modelo de formação, as relações afetivas, profissionais e formativas na formação continuada, ao conhecimento matemático do professor e à Modelagem Matemática e pretende contribuir para que a Modelagem seja disseminada de forma efetiva nas salas de aula, proporcionando um ensino da Matemática mais dinâmico e significativo que busque a formação crítica e social do aluno por meio dos conhecimentos matemáticos e a sua relação com o contexto vivido.

65.CASTRO (2017)	Como objetivo, buscamos investigar o que se revela das ações cognitivas dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.	Nesta pesquisa, assumimos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica em que se abordam situações problema da realidade e/ou do interesse do aluno e que possibilita aprendizagem de Matemática e de outras áreas do conhecimento. Os resultados da pesquisa apontam que o processo de busca por uma solução para o problema, quando os alunos se envolvem com atividades de modelagem matemática, exige deles certa mobilização e construção de conhecimentos e isso os leva a explicitar, alterar e/ou modificar seus modos de pensar e suas decisões, reflexos de suas ações cognitivas e manifestadas por meio de procedimentos. Tais procedimentos, além de retratar mobilização/construção de conhecimentos dos alunos, uma vez que estão relacionados ao seu modo de pensar, entender e administrar as informações sobre o tema em estudo que originou tal atividade de modelagem matemática, sinalizam que não há linearidade nas ações cognitivas dos alunos.
66.COSTA (2017)	O objetivo principal da investigação foi analisar os efeitos do uso dessa estratégia no ensino, no sentido de propiciar aprendizagem com significado para os alunos.	E também se pode analisar que, no processo de modelagem, há a possibilidade de os alunos participarem da construção de um novo conhecimento , e nessa construção realizarem aprendizado com significado.
67.DENTE (2017)	Quais as implicações de uma prática pedagógica alicerçada na Modelagem Matemática no 5º Ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari?	Os resultados apontaram: a) que durante as atividades de Modelagem Matemática os discentes precisaram construir conhecimentos matemáticos, pois não tinham saberes provisórios para resolver alguns problemas, bem como para ressignificar e utilizar conceitos já presentes na sua caminhada escolar. Nesse sentido, os conteúdos matemáticos abordados foram a porcentagem, a transformação de unidades de medidas, os números decimais, o tratamento de dados, noções de perímetro e de área; b) que, no trabalho em grupo, houve construção coletiva do conhecimento.

68.MACHADO (2017)	Um Ambiente de Modelagem Matemática favorece a aprendizagem de Estatística na Educação Básica	Nesse cenário, o professor tem papel de incentivador da autonomia e capacidade dos alunos produzirem estratégias para resolverem problemas. Trata-se de um plano de natureza aberta, no qual os conhecimentos prévios dos alunos e suas dúvidas têm maior responsabilidade no processo de aprendizagem.
69.MARQUEZ (2017)	Como a Modelagem Matemática pode contribuir como um meio do educando ser protagonista da sua aprendizagem, aspirando a sua autonomia?	Apoiada na teoria da Modelagem Matemática em uma perspectiva Sócio-crítica de Barbosa (2001), elaboração de perguntas em um ambiente de Modelagem Matemática de Sant'Ana e Sant'Ana (2009) e na Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire (1996), e utilizando o estudo de caso como metodologia, o presente trabalho evidenciou que os estudantes podem ser ativos na construção dos seus conhecimentos.
70.MENEZES (2017)	Portanto, neste trabalho, são observadas as características do conhecimento matemático abordado quanto à modelagem , são analisadas as estratégias utilizadas pelos estudantes para a construção do modelo e a matemática por eles utilizada na busca de soluções aos problemas propostos.	Na literatura da Modelagem Matemática, é possível encontrar diversas obras que discorrem a respeito de seus objetivos e benefícios relativos à educação, todavia há certa carência de trabalhos que especifiquem o tipo de conhecimento matemático que é desenvolvido através destas atividades.
71.TONELLO (2017)	O presente trabalho pretende contribuir nesse sentido, investigando os tipos de argumentações que estão presentes nas atividades de ensino de Matemática com modelagem na Escola Básica.	Mesmo assim, ainda não chegou significativamente nas escolas, provavelmente por limitações na formação em modelagem dos educadores, pelo pouco tempo para preparação de aulas, ou pela carência de estudos que mostrem o tipo de conhecimento ensinado e como ela contribui efetivamente para a aprendizagem da Matemática.
72.BELLEI (2018)	O que se mostra sobre a gestão escolar em relação à Modelagem Matemática a partir dos professores participantes da formação continuada?	A pesquisa mostra, dentre outros aspectos, a necessidade do apoio e conhecimento da gestão escolar para com as atividades de Modelagem Matemática e ações para o desenvolvimento de Formações Continuadas.
73.CARVALHO (2018)	O que se revela de uma tarefa de Modelagem Matemática, no ambiente de programação de computadores, desenvolvida por estudantes da Educação Básica?	A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que valoriza, entre outras coisas, o trabalho exploratório por parte dos alunos sobre temáticas ligadas ao cotidiano, possibilitando um trabalho interdisciplinar e conjunto com outras tendências, oportunizando a construção de conhecimentos de maneira dinâmica.

74.HORN (2018)	Como ocorre a aprendizagem de conceitos matemáticos em atividades de modelagem, associadas a outras atividades de ensino?	Outras duas sequências foram elaboradas e aplicadas na turma, tendo características de complementaridade do estudo da modelagem, objetivando a sistematização do conhecimento matemático.
75.ISSA-MENDES (2018)	A presente pesquisa teve como questão norteadora investigar se uma situação de ensino, envolvendo a Modelagem Matemática e discussões epistemológicas, proporciona a estudantes graduandos de Física e Matemática, um entendimento a respeito da 2ª Lei de Newton, bem como a formulação de seu modelo científico.	A partir da análise dos resultados obtidos, pode-se inferir que a proposta desenvolvida proporcionou, aos envolvidos, reflexões relacionadas à construção do conhecimento , a aspectos da Natureza da Ciência e ao papel da Matemática na Física, questões pertinentes na formação de futuros docentes.
76.MENDES (2018)	Esta pesquisa tem como objetivo investigar o que os signos interpretantes produzidos ou utilizados em atividades de modelagem matemática nos permitem inferir com relação ao conhecimento matemático dos estudantes.	A análise nos permite inferir também que uma sequência de atividades de modelagem matemática possibilita a organização e a elaboração de signos de tal maneira que é possível ter acesso, mesmo que indiretamente, àquilo que o estudante está construindo em sala de aula no que diz respeito ao conhecimento matemático.
77.PONTES (2018)	Quais as implicações que decorrem do ensino, na perspectiva da Modelagem Matemática, para a aprendizagem nas dimensões cognitiva e social, à luz Teoria dos Registros de Representação Semiótica e das contribuições de Paulo Freire para a educação dialógica?	A interação constante entre professora e estudantes em busca de superar as dúvidas apresentadas, característica fundamental da educação dialógica, fazia emergir manifestações e registros que, analisados com base nos pressupostos da teoria de Duval, revelaram fragilidades decorrentes da falta de conhecimentos elementares da matemática , que pode ser proveniente da predominância de uma educação tradicional.
78.SILVA (2018)	O que se mostra, em discursos de acadêmicos, sobre a Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos?	No que se refere aos discursos coletados, as entrevistas com gravação de áudio foram transcritas e, posteriormente, tratadas com o auxílio do software Atlas.ti, numa ação interpretativa fenomenológico-hermenêutica, que permitiu a identificação de 5 (cinco) categorias: C1) Recordações sobre a Matemática e seu ensino apresentadas a partir da Modelagem Matemática; C2) Justificativas para vivenciar, pesquisar e utilizar Modelagem Matemática; C3) Sentidos atribuídos à Modelagem Matemática; C4) Conhecimentos construídos ou mobilizados por meio da Modelagem Matemática ; e C5) Consequências e repercussões das

		práticas com Modelagem Matemática.
79.SOUZA (2018)	Busca verificar se a matemática financeira, quando desenvolvida por modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, pode contribuir para o desenvolvimento do comportamento financeiro dos alunos de um curso superior de tecnologia em logística e informática.	Segundo essa estratégia, cabe ao professor, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber, o transforme em conhecimento nesse processo de busca científica.

Fonte: Pesquisa própria

Do quadro exposto, no qual apresentamos as 79 pesquisas⁷¹ em Modelagem Matemática na Educação Matemática que, em seus resumos, trazem a palavra *conhecimento*, entendemos que elas não têm como foco de investigação a *compreensão da produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*.

Nossos estudos indicam que esses focos incidem sobre diversos aspectos que revelam os modos pelos quais a MM está sendo trabalhada na Educação Matemática. Visando a expor o que elas dizem, realizamos reuniões do tratado nas diferentes pesquisas e apresentamos a seguir:

- *Modelagem Matemática na formação de professores*

As pesquisas reunidas sob este título relatam: “o uso” da Modelagem em *curros* para professores; modos de investigar as estratégias de resolução das questões propostas pelos professores, então considerados alunos do *curso* de formação, no movimento de desenvolver atividades, ao trabalharem com MM; relatam cursos de formação de professores de matemática em que o foco é investigar como o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática contribui com o processo de formar e estruturar uma Comunidade de Prática Local - LCoP; “o quê” o desenvolvimento de projetos de MM traz como significativo para a formação continuada de professores de Matemática; “o como” os professores participantes compreendem a formação continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática; “o quê” se mostra sobre a gestão escolar em relação à MM a partir dos professores; “o quê” se mostra a respeito de MM na formação inicial de pedagogos; e “quais as” implicações de uma prática pedagógica alicerçada na Modelagem Matemática no 5º Ano do Ensino Fundamental.

- *Compreender a Modelagem Matemática*

Reúnem-se, sob esta denominação, pesquisas que indagam a respeito do “o que é” a Modelagem Matemática e como ela desenvolve o conhecimento de matemática, enraizado no cotidiano dos alunos; sobre “quais aspectos” filosóficos e epistemológicos se mostram na MM

⁷¹ De um total de 336 mapeadas no período de 1979 a 2019.

e na Etnomatemática; buscam “caracterizar” como a realidade é tratada em trabalhos de MM na EM; “quais” as diferentes concepções e caracterizações existentes sobre MM.

- *Modelagem Matemática e o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos*

Sob esta denominação estão articuladas as investigações que desenvolveram atividades de MM para trabalhar diferentes conteúdos matemáticos, tais como: Cálculo Diferencial e Integral, equações diferenciais e ordinárias, 2ª lei de Newton, juros compostos, na análise combinatória, função exponencial, funções, geometria, recursos computacionais, educação financeira. As investigações abordadas neste item são diversificadas, tanto em termos dos conteúdos trabalhados, como em termos dos níveis de ensino e de complexidade de aprendizagem. Outras pesquisas visam a expor como temas relacionados ao cotidiano podem indicar assuntos específicos de conteúdos matemáticos.

- *MM como metodologia, método, alternativa, atividade de ensino*

As pesquisas, reunidas sob esta denominação, investigam possibilidades de propor e de trabalhar com MM como uma metodologia alternativa ao ensino tradicional. Evidenciam os aspectos, considerados positivos para o ensino e para a aprendizagem da matemática, em seus diferentes níveis de escolarização.

- *MM e tecnologias digitais*

São, neste item, reunidas pesquisas que se dedicam a investigar quais habilidades matemáticas e computacionais são mobilizadas ao se modelar soluções, buscando compreender o modo pelo qual é possível articular o trabalho com as tecnologias digitais e a Modelagem Matemática.

- *Pesquisas que indicam especificidades diferenciadas*

Neste item, mencionamos as pesquisas que, no âmbito de nossa compreensão, não evidenciam ideias comuns passíveis de serem reunidas em uma ideia mais abrangente. Em vista disso, optamos por expor suas metas. Elas buscam: Observar como professor e alunos se envolvem em atividades de Modelagem e discutir esse envolvimento, visando à prática docente, à formação do aluno e ao processo de ensino-aprendizagem; Levantar as noções envolvidas no estudo do Modelo de Poisson e elaborar uma sequência didática, fundamentada no processo de Modelagem, proposto por Henry; Investigar a MM do crescimento populacional e as práticas sociais associadas a ela; Estudar as práticas cotidianas de um grupo cultural, a partir dos pressupostos da MM; Desenvolver um modelo de propriedade rural sustentável; Investigar a percepção dos estudantes sobre a matemática presente na fotografia; Refletir acerca dos signos utilizados e/ou produzidos pelos alunos em atividades de MM; Apontar ações avaliativas,

evidenciadas em ambiente de ensino e aprendizagem, gerado pela Modelagem Matemática; Responder uma sequência de três atividades que relacionam a Matemática com a construção de moldes de vestuários; Estudar como ocorre o desenvolvimento de processos de Modelagem Matemática segundo a Teoria da Atividade; Compreender como a Modelagem Matemática de projetos de protótipos favorece ou promove uma fluência científico-tecnológica; Investigar o que se revela das ações cognitivas dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática; Investigar os tipos de argumentações que estão presentes nas atividades com MM na Educação Básica; Investigar o que os signos produzidos ou utilizados em atividades de MM permitem inferir com relação ao conhecimento matemático. Outras pesquisas indagam: quais são as representações que emergem de um grupo de alunos do Ensino Médio, quando utilizam a Modelagem Matemática; se os trabalhos desenvolvidos por meio da MM favorecem o desenvolvimento da criatividade.

Com esse estudo, entendemos que o interrogado por nós se mantém como um tema importante e, ainda, não tematizado pela área e que poderá contribuir para aprofundamentos concernentes à própria MM, à medida que destacamos a interrogação:

Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática?

Ao buscarmos dar conta do que indagamos, realizamos, como mencionado na seção primeira, entrevistas com os sujeitos significativos para a pesquisa. Na próxima seção, expomos o modo como procedemos para analisar essas entrevistas.

SEÇÃO QUARTA

4 AS ENTREVISTAS E SUAS ANÁLISES

4.1 As entrevistas

A *entrevista* realizada, na dimensão de um procedimento, para a produção de dados em uma pesquisa qualitativa, segundo a abordagem fenomenológica é conduzida disparando-se uma única pergunta ao entrevistado, que diz da interrogação da pesquisa em andamento, deixando-o discursar, livremente, sobre o indagado. Sendo uma “entre-vistas”, isto é, um diálogo entre ambos, pesquisador e sujeito significativo, pode ocorrer que durante sua realização, sejam postas indagações levantadas nessa dinâmica, tendo por meta pequenos esclarecimentos, sem se afastar do teor da pergunta disparadora. É, portanto, um movimento de *ouvir*, de modo atento, o que o *outro* tem a dizer. O visado, no caso da presente investigação, é a descrição livre das experiências vivenciadas pelos sujeitos significativos ao trabalharem com Modelagem Matemática.

Do total de sete entrevistas, três foram realizadas presencialmente e quatro com o auxílio da ferramenta Skype. Elas foram gravadas e, posteriormente, transcritas literalmente. A transcrição refere-se a um movimento de nos colocarmos, novamente, junto às entrevistas realizadas. Isto é, voltamos para cada uma das gravações, ouvimo-las e as reproduzimos em forma de texto escrito.

O movimento de transcrição dá origem a um texto que expressa o que está sendo dito pelo depoente, bem como a exposição-disposição com que o pesquisador apresenta o texto. Esses, conforme entendemos, são os modos pelos quais os aspectos dos sentidos do percebido se manifestam na linguagem textual (VENTURIN, 2015, p. 96).

Com os textos discursivos, resultantes das transcrições das entrevistas, iniciamos o movimento de análise ideográfica e nomotética.

4.2 Analisando as entrevistas

Conforme apresentamos na seção primeira, no item 1.3, a análise ideográfica expressa o movimento de olharmos para a transcrição de cada uma das entrevistas, buscando destacar, num primeiro momento, trechos que, quando lidos à luz da interrogação de pesquisa, mostram-se significativos para a compreensão do fenômeno.

No quadro abaixo, apresentamos parte de uma das transcrições, em que sublinhamos um trecho destacado.

Quadro 12: Transcrição e destaque de trecho significativo

P: Professor, eu gostaria que me contasse o que o levou a trabalhar com Modelagem.

E5: *Tá.* Foi no meu primeiro ano como professor, numa escola privada. Eu era estudante da licenciatura ainda [ruídos]. Eu dava aula como eu fui ensinado a vida inteira: aula tradicional. E eu fiquei muito chocado com o resultado das primeiras avaliações: o fracasso dos alunos. Daí aquilo que movimentou e, nessa mesma época, eu tomei contato com Modelagem Matemática numa palestra da Salett em Salvador. Aí quando eu vi aquilo eu falei assim: Nossa! Olha! Pode ser um caminho para convidar os alunos para se interessarem por Matemática, etc. Então esse foi meu primeiro contato e a minha identificação foi um pouco isso: pensando, na época, numa outra forma de trabalhar Matemática com os alunos.

Fonte: Pesquisa própria

Destaques como esse, denominamos Unidades de Sentido (US), pois dizem do sentido que fazem para o pesquisador, tendo em vista a interrogação estabelecida. Para fins de organização, como foram realizadas várias entrevistas, diferenciamos as US do seguinte modo: US1E5 (primeira unidade de sentido da quinta entrevista); US7E1 (sétima unidade de sentido da primeira entrevista) e assim sucessivamente. Esses destaques são interpretados à luz do discurso da própria entrevista transcrita, esclarecendo-se passagens que ficam ambíguas ou densas, mediante buscas no contexto do texto, dimensionado na área de investigação. Elas são reescritas, em uma linguagem clara e apropriada, porém sem modificar o dito pelo sujeito. Obtêm-se, então, Unidades de Significado – USg. Elas também são diferenciadas e indicadas como USg3E4 (terceira unidade de significado da quarta entrevista).

Para a análise ideográfica de cada uma das entrevistas, organizamos um quadro com três colunas: na primeira apresentamos as US; na segunda, buscamos interpretar o trecho destacado, enquanto Unidade de Sentido e na terceira coluna, apresentamos as USg.

Com o objetivo de ilustrar o movimento realizado, apresentamos um recorte⁷² de um desses quadros.

Quadro 13: Recorte do quadro com a análise ideográfica da primeira entrevista

US (Unidades de Sentido entrevistado 1)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E1- E aí é [...] foi natural eu [...] é [...] ter uma preferência por uma concepção de Modelagem na Educação Matemática que	Diz que tem preferência por uma concepção de Modelagem na Educação Matemática com o viés crítico	USg1E1 – Preferência por uma concepção de Modelagem com viés crítico

⁷² As transcrições das entrevistas e os quadros na íntegra estão apresentados como apêndices ao final deste arquivo.

tivesse mais essa [...] esse viés crítico né [...] de [...] é de usar a [...] de trabalhar, construir modelos matemáticos não apenas para prever alguma situação, fenômeno, para entender alguma situação do cotidiano ou da realidade entre aspas, seja lá o que isso for né, mas também para é [...] para questionar essa presença da Matemática na sociedade.	Viés crítico da Modelagem: Modo de compreender a MM que busca, por exemplo, não apenas produzir modelos, mas também para questionar a presença da Matemática na sociedade De construir modelos matemáticos não apenas para prever alguma situação, fenômeno ou entender alguma situação do cotidiano ou da “realidade”, mas também para questionar a presença da Matemática na sociedade	USg2E1 – Na concepção de MM com viés crítico busca-se não apenas construir modelos para entender alguma situação do cotidiano, mas para questionar a presença da Matemática na sociedade
US2E1 - Então é uma coisa até meio [...] talvez conflituosa porque os alunos é [...] começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos né, o que para eles responde aquela perguntinha: pra que serve isso que eu vou estudar, mas ao mesmo tempo a gente questiona esse uso que é feito da Matemática na sociedade.	(O professor está falando do trabalho com a MM) Problemas cotidianos: No dicionário Houaiss (2017, s.p.), cotidiano é o que “acontece diariamente; que é comum a todos os dias; diário. Os alunos começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos, o que para eles responde a pergunta: para que serve o que vou estudar. Ao mesmo tempo questiona o uso que é feito da Matemática na sociedade	USg3E1 – No trabalho com a Modelagem, os alunos começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos
US3E1 - Com relação à mudança, eu acho que mais mudanças de [...] de forma de escrever, alguma coisa assim, porque à medida que a gente vai aprendendo e tendo uma maior depuração teórica, você tem que fazer alguns ajustes [...], mas eu acho que em termos de [...] da ideia em si não mudou muito não. A minha [...] é [...] a minha [...] o meu ideal, a minha utopia como educadora matemática é [...] é [...] trabalhar essa [...] essa concepção mais crítica com os alunos, da forma que eles se sintam mais empoderados por meio da Matemática.	(Ao ser questionado sobre mudanças no modo de compreender a Modelagem) Diz que em termos de ideia não mudou. O ideal, utopia como educadora matemática é trabalhar essa concepção mais crítica com os alunos. No dicionário Houaiss (2017, s.p), empoderar é expresso como: dar poder ou mais poder ou influência a (alguém ou um grupo). De forma que os alunos se sintam mais empoderados <i>por meio da Matemática</i>	USg4E1 – Busca trabalhar com os alunos essa concepção mais crítica de Modelagem Matemática USg5E1 – Ao trabalhar com a concepção crítica de MM os alunos se sentem mais empoderados <i>por meio da Matemática</i>
US4E1 - E nessas disciplinas, por exemplo, cálculo, eu não, não faço Modelagem assim diretamente, mas (ruídos) porque os dados são artificiais, é [...] sempre os resultados são	Diz que nas disciplinas de Cálculo, não faz Modelagem diretamente porque os dados são artificiais	USg6E1 – Não faz Modelagem nas disciplinas de cálculo porque os dados são artificiais

sempre números inteiros quando na verdade as coisas na [...] os fenômenos [...] dificilmente você vai conseguir números inteiros e aí vai.	Artificiais: No dicionário Houaiss (2017, s. p), a palavra artificial é apresentada como: produzido pela mão do homem, não pela natureza; postigo; em que há dissimulação; fingido. Os resultados são sempre números inteiros, o que dificilmente você vai conseguir ao trabalhar com fenômenos * Parece vincular o trabalho com Modelagem à possibilidade de ter dados que não sejam artificiais	
--	---	--

Fonte: Pesquisa própria

Tendo realizado a análise ideográfica com as sete entrevistas, iniciamos a análise nomotética, que expressa um movimento de “reduções que transcendem o aspecto individual da análise ideográfica” (BICUDO, 2011, p. 58).

Para o desenvolvimento da *análise nomotética*, retomamos a leitura de todas as Unidades de Significado (USg), destacando as ideias relevantes nelas presentes. Focadas atentamente, procuramos ver se elas poderiam ser reunidas em uma ideia mais abrangente que delas desse conta. Por exemplo, ao lermos as USg: USg1E1 – *Preferência por uma concepção de Modelagem com viés crítico*; USg2E2 – *Modelagem como uma metodologia*; USg5E3 – *Modelagem Matemática é uma visão de educar matematicamente*; USg1E5 – *A Modelagem como um caminho para convidar os alunos a se interessarem por Matemática e uma outra forma de trabalhar Matemática com os alunos*, entendemos que elas expressam uma ideia que diz dos modos de compreender a MM na Educação Matemática. Esse entendimento nos permitiu expressar uma ideia mais ampla, que denominamos “Modos de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática”.

Nesse mesmo movimento de retomar à leitura das USg, compreendemos que unidades como a USg1E2 – *Os problemas, quando trabalhados no âmbito da MM na Matemática Aplicada, estavam voltados à aplicação de conteúdos*; a USg1E4 – *Modelagem como um poder fazer Matemática*; a USg1E6 – *Trabalhar com Modelagem é tentar descrever, matematicamente, algum fenômeno*; a USg5E7 – *A Modelagem na Matemática Aplicada cria um modelo específico para aquela situação*, expressam uma ideia que diz da compreensão da Modelagem Matemática na Matemática Aplicada. Expressamos essa compreensão como “Modos de compreender a Modelagem na Matemática Aplicada”.

É importante dizer que esse é um **movimento do pensar**, que vai articulando sentidos e significados que se entrelaçam sempre em direção à luz que vai iluminando ou a clareza que

vai se fazendo em direção à interrogação formulada, movimento esse que já engendra um modo de ser expresso e vai em direção a ser expresso em uma linguagem proposicional, visando à possibilidade de ser retomado junto a outro, que também busca compreender o interrogado. Trata-se da redução fenomenológica em movimento. E, como já mencionado, é um movimento que continua, na *démarche* da investigação, até quando as ideias já foram reduzidas, evidenciando mais possibilidades de reunião de sentidos e de significados. Pode ocorrer de haver ideias não passíveis de serem reunidas a outras, permanecendo como idiossincráticas.

Realizamos esse movimento de redução das Unidades de Significado, articulando-as em torno de sentidos que se mostravam convergentes, para todas as USg expressas na análise ideográfica. Com esse movimento, estabelecemos doze Ideias Abrangentes.

- | |
|---|
| 1. Modos de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática |
| 2. Modos de compreender a Modelagem na Matemática Aplicada |
| 3. Modelo Matemático na MM na Educação Matemática |
| 4. Modelo Matemático na Matemática Aplicada |
| 5. O fazer Modelagem na Matemática Aplicada |
| 6. No fazer MM no ensino |
| 7. “Atividades” dos alunos no trabalho com a Modelagem |
| 8. “Atividades” dos professores no trabalho com a Modelagem em sala de aula |
| 9. Aspectos para além da Matemática |
| 10. Possibilidades que se abrem no trabalho com a MM no ensino |
| 11. Conteúdos matemáticos no trabalho com a Modelagem |
| 12. A Matemática no trabalho com a Modelagem Matemática |

Ao estabelecermos as doze Ideias Abrangentes, detivemo-nos para entender o que diziam, visando compreender se poderiam ser reunidas em ideias ainda mais abrangentes. Com esse movimento, entendemos que sentidos e significados presentes nas Ideias Abrangentes: **1.** Modos de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática; **2.** Modos de compreender a Modelagem na Matemática Aplicada; **3.** Modelo Matemático na MM na Educação Matemática; **4.** Modelo Matemático na Matemática Aplicada; **5.** O fazer Modelagem na Matemática Aplicada e **6.** No fazer MM no ensino, se entrelaçam e convergem para o que denominamos de: “*Concebendo e fazendo Modelagem Matemática*”. Compreendemos que as Ideias Abrangentes: **7.** “Atividades” dos alunos no trabalho com a Modelagem; **8.** “Atividades” dos professores no trabalho com a Modelagem em sala de aula; **9.** Aspectos para além da Matemática e **10.** Possibilidades que se abrem no trabalho com a MM no ensino, convergem para: “*O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática*”. Compreendemos que as Ideias Abrangentes **11** e **12:** Conteúdos matemáticos no trabalho com a Modelagem e A

Matemática no trabalho com a Modelagem Matemática, convergem para o que intitulamos: “*A Matemática na Modelagem*”.

Estabelecemos, com esse movimento de reduções sucessivas, três categorias abertas que expressam, em nossa compreensão, os sentidos que foram se entrelaçando com mais sentidos e significados e dizem do movimento de análise, efetuado à luz da interrogação de pesquisa.

1. Concebendo e fazendo Modelagem Matemática

2. O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática

3. A Matemática na Modelagem

Essas três categorias dizem dos estruturantes do fenômeno interrogado. Perguntamos: o que dizem da produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática? Essa pergunta solicita uma interpretação que transcenda os textos das entrevistas, as análises ideográficas e as nomotéticas, explicitando interpretações fruto de articulação do pensar do pesquisador, dos autores estudados e das exposições dos sujeitos significativos.

4. 3 Interpretação das Categorias Abertas

4. 3.1 Concebendo e fazendo Modelagem Matemática

Como mencionamos no decorrer dessa tese, a Modelagem Matemática na Educação Matemática é oriunda da MM na Matemática Aplicada, isto é, ela *surge* de um contexto no qual, em linhas gerais, busca-se compreender, matematicamente, alguma situação e fazer previsões sobre ela. Ainda que em uma atitude natural a palavra *surgir* possa ser assumida como algo despropositual, que acontece por acaso ou como um aparecer de repente, compreendemos que, nesse caso, ela parece dizer de um *começo*, de um *início*. Ao nos colocarmos num movimento de abertura hermenêutica, buscamos por expressões que pudessem nos auxiliar a entender esse *surgir*. Por estarmos inseridas em um grupo de pesquisa sobre Fenomenologia (FEM) e por ser, Edmund Husserl, o fundador da Fenomenologia, um alemão, atentamo-nos, à palavra alemã *entstehen* (*surgir* em português), cujos significados dizem da *gênese*, daquilo que dá início. Na mesma direção, as palavras alemãs *Ursprung*, *Herkunt* e *Entstehung*, dizem do surgimento, da emergência e da proveniência, isto é, reafirmam a ideia do surgir como articulado ao começo de algo.

Entendendo o contexto no qual a MM na Educação Matemática *surgiu*; o contexto das aplicações matemáticas, as análises das entrevistas dos sujeitos significativos indicam que *a MM na Educação Matemática é uma formação mais ampla do que aplicação, pois ela envolve*

ciência social (USg23E2). Destaque-se, também, que *na concepção de MM com viés crítico, busca-se não apenas construir modelos para entender alguma situação do cotidiano, mas para questionar a presença da Matemática na sociedade* (USg2E1), pois o que diferencia uma perspectiva sociocrítica e de uma que coloca a Matemática como fim é a oportunidade de discutir como a Matemática subsidia os debates públicos e sociais (USg8E5). A MM na Educação Matemática mostra-se, ainda, como *uma visão de educar matematicamente* (USg5E3), na qual o *Educar matematicamente é uma ampliação que vai além dos conteúdos matemáticos* (USg13E3).

Destacamos, dessas unidades de significado, a palavra *ampliação*, que pode ser entendida como um “tornar-se mais extenso [...], como um estender-se” (HOUAISS, 2017, s. p.). Refere-se, em nosso entendimento, à possibilidade de o trabalho com a MM na Educação Matemática *se estender* às discussões “não matemáticas”, voltando-se aos aspectos sociais e buscando, até mesmo, questionar o lugar da matemática nesse contexto.

Não se trata aqui de compararmos a MM na Educação Matemática e na Matemática Aplicada ou de, ao destacarmos a palavra *ampliação*, afirmarmos que a MM na Educação Matemática é *melhor* do que a MM na Matemática Aplicada. Trata-se, por outro lado, da tentativa de explicitar que há, na compreensão de MM na EM, a ênfase para que o trabalho com a MM em sala de aula englobe as discussões sociais, para que ele não foque exclusivamente os conteúdos matemáticos.

Embora entendamos que o trabalho dos matemáticos que fazem MM na Matemática Aplicada é embasado em uma investigação interdisciplinar e multidisciplinar, em que são reunidos especialistas de diferentes áreas do conhecimento para que, em conjunto, compreendam a *realidade* de que estão tratando e que discutam, caso necessário, os aspectos sociais da situação que irão modelar, o foco parece estar voltado para

tomar um problema prático relativamente complexo, transformá-lo em um modelo matemático, ou seja, traduzir a questão na linguagem de números, gráficos, tabelas, equações etc., e procurar uma solução que possa ser reinterpretada em termos da situação concreta original (BASSANEZI, 2015, p. 10).

Articuladas à citação apresentada acima, na qual o foco incide sobre o trabalho com um problema circunscrito a uma situação e a sua “transformação” em um modelo matemático, algumas unidades, destacadas das análises das entrevistas dos sujeitos significativos, evidenciam que a *Modelagem na Matemática Aplicada cria um modelo específico para aquela situação* (USg5E7), pois a *Modelagem não é só contagem. Nela tem que ter um modelo que vai fazer previsão* (USg33E4), uma vez que *no trabalho com MM no âmbito da pesquisa, há um tema ou fenômeno e busca-se uma ferramenta que possa ser usada para entender o fenômeno*

(USg30E6). Nessas unidades, ganha destaque o esforço em buscar entender, matematicamente, o fenômeno estudado, de modo a produzir um modelo matemático que permita fazer previsões para outras situações semelhantes ainda não ocorridas.

Na MM na Educação Matemática, no que foi dito pelos sujeitos significativos e expresso nas unidades, vemos destacarem-se outros aspectos. Os argumentos deixam de se voltar, especificamente, à busca pelo entendimento matemático das situações trabalhadas, pois a Modelagem passa a ser tomada como *uma maneira de trabalhar a Matemática em sala de aula* (USg23E3), *como um caminho para convidar os alunos a se interessarem por Matemática e uma outra forma de trabalhar Matemática com os alunos* (USg1E5), *como uma plataforma para que o professor formalize novas ideias e algoritmos matemáticos* (USg25E5) e ainda, *como motivação para que os alunos possam aprender os conteúdos da Matemática escolar* (USg8E3).

Ao dizerem da Modelagem como uma *maneira*, um *caminho*, uma *plataforma* que pode motivar os alunos a aprenderem Matemática, os sujeitos ressaltam-na como um *modo de proceder* em sala de aula. Há aqui, em nossa compreensão, a complexidade trazida pela Educação Matemática, pois ela apresenta em seu “núcleo constitutivo, a Matemática e a Educação com suas especificidades. Essas especificidades se revelam nas atividades práticas pautadas nessas ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, bem como no que concerne ao próprio processo de produção de conhecimento” (BICUDO, 2013, p. 1).

Ainda nessa convergência, chama-nos a atenção o entendimento de modelo matemático no âmbito da MM na MA e da MM na EM. Embora a MM na Educação Matemática tenha *surgido* da MM na Matemática Aplicada, parecer haver um *distanciamento* no modo de compreender modelo. Nas análises das entrevistas dos sujeitos significativos, o termo modelo matemático emergiu, mais fortemente, daqueles discursos que focavam a MM na Matemática Aplicada. Na Modelagem na Educação Matemática, modelo matemático se evidenciou como *qualquer representação matemática da situação* (USg11E5), que não precisa, necessariamente, ser uma equação e nem ter a capacidade de previsão: *Modelo Matemático pode ser em linguagem natural. Não precisa ser uma equação* (USg24E2) e *Diferentemente do modelo na Matemática Aplicada, na Educação Matemática, ele não precisa ter a capacidade de previsão*⁷³ (USg12E5).

As afirmações de que *modelo* pode ser expresso em linguagem natural e de que não precisa ter a capacidade de previsão parecem reiterar a ideia do *distanciamento*. Essas

⁷³ Ato ou efeito de predizer, de afirmar o que vai acontecer no futuro; previsão (HOUAISS, 2017, s.p).

explicitações, articuladas ao que discutimos, anteriormente, podem indicar, ao menos, duas compreensões distintas.

A primeira se refere à escolaridade dos alunos e aos conteúdos já estudados por eles na disciplina de Matemática refletir no modo como eles *representam*, matematicamente, a situação estudada. Assim, a caracterização do modelo matemático, tende a modificar-se em função desses aspectos. A segunda compreensão indica uma sobreposição de aspectos “não matemáticos” sobre os matemáticos. Ao dizermos sobreposição, não estamos afirmando que um aspecto tenha mais importância que outro, mas argumentamos no sentido de que a MM na Educação Matemática esteja se *distanciando* do contexto no qual *surgiu*.

Enquanto na Modelagem na Educação Matemática os modelos não precisam ter capacidade de predição, no âmbito da Matemática Aplicada o seu objetivo é *fazer previsão, mudar o tratamento e fazer interferências* (USg23E4). No mesmo contexto, explicita-se que *modelo matemático serve para explicar o presente e fazer uma projeção sobre o futuro* (USg14E4). Para além dessa capacidade de predição, destacam-se as afirmações de que mesmo ao descrever situações distintas, os modelos apresentam semelhanças. *Há modelos que podem ser usados para distintos problemas* (USg14E6), pois *há vários modelos que descrevem o crescimento de uma célula, mas eles apresentam semelhanças* (USg27E4). Assim, *na Modelagem, a analogia é fundamental. Os modelos são muito parecidos* (USg29E4).

A palavra *analogia* que se mostrou no exposto acima, seja de modo explícito ou implícito (como no termo semelhança ou, quando é dito que modelos matemáticos podem ser usados para problemas distintos), expressa, por exemplo,

qualidade, estado ou condição de análogo. [...] Na área da Biologia [é exemplificada como] semelhança funcional entre órgãos ou estruturas como origens embriológicas diferentes, como por exemplo, as asas de insetos e de aves. [...] [Na Física é como] correspondência que pode ser estabelecida entre fenômenos cuja física é distinta, mas cujas grandezas são descritas por funções matemáticas que possuem propriedades semelhantes ou idênticas [...] [e na filosofia moderna é apresentada] como um processo efetuado através da passagem de asserções facilmente verificáveis para outras de difícil constatação, realizando uma extensão ou generalização probabilística do conhecimento (HOUAISS, 2017, s.p, inserções nossa).

Ela também se destaca, quando nos voltamos ao dito pelos sujeitos significativos, no qual explicitam, em nossa compreensão, o *fazer* MM na Matemática Aplicada. Os que trabalham com a MM na MA, ao se dedicarem ao estudo de algum problema, procuram entender o seu comportamento e estabelecer, com outros já estudados e anteriormente modelados, *analogias*, isto é, buscam, por exemplo, por características que possam ser comuns a ambos ou aspectos que se aproximam e que podem indicar caminhos a seguir na modelagem de modelos.

Nesse contexto, torna-se evidente que *a regra principal para fazer Modelagem é a analogia* (USg10E4), que *há uma analogia entre as coisas. Foi usado o mesmo tipo de Matemática para dois problemas distintos, com modelos diferentes* (USg24E4), que *a mesma técnica usada para problemas distintos* (USg15E6), que *a técnica usada em problemas da indústria também é usada para diagnóstico médico* (USg16E6), que *o processo para resolver problemas em contextos diferentes é o mesmo. Então, a Matemática deve ser a mesma ou parecida* (USg6E4) e que, *mesmo os problemas sendo análogos, é preciso fazer adaptações* (USg9E4).

O destaque à *analogia*, enquanto aspecto importante para o *fazer Modelagem Matemática* na Matemática Aplicada, evidencia que não há, necessariamente, *na produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com MM*, a “criação” de “novas” teorias ou ferramentas matemáticas para cada situação investigada. Isso não significa que essa “criação” não exista; pois, *quando não é possível fazer analogia, é preciso criar a Matemática para a situação* (USg30E4). No entanto, parece-nos que antes de “criar” a Matemática, buscam-se compreender o problema, suas características e se atentar para aqueles já estudados e que possam apresentar semelhanças.

Analogia não expressa *igualdade*. Desse modo, ao buscar estabelecer analogia para o estudo de algum problema, deve-se levar em consideração a necessidade de se fazerem adaptações, pois se trata de problemas distintos, com variáveis e especificidades também distintas. Além disso, deve-se questionar se o que foi proposto está condizente com a *realidade*, visto que, *ao fazer Modelagem, questiona-se se aquilo que foi proposto está razoável com os dados reais* (USg22E6) e, *ao se trabalhar para a resolução do problema, vai-se questionando se ao incorporar alguma informação, isso fará com que o modelo fique mais condizente com a realidade* (USg26E6).

Da última USg destacamos o termo *realidade*, pois embora não tenha emergido da fala dos sujeitos significativos compreensões sobre ele e, além disso, ele não tenha se mostrado com força nos discursos, pelo menos não de modo explícito, é de se destacar que o termo *realidade* é comum à literatura sobre Modelagem Matemática, tanto no âmbito da Matemática Aplicada como da Educação Matemática, conforme explicitamos na seção segunda dessa tese.

Parece-nos que *realidade*, quando considerada no campo da Modelagem Matemática é tomada de modo naturalizado, ou seja, não é questionada, mediante a interrogação, “mas o que é a *realidade*?”. O modo desses autores e sujeitos significativos dizerem sobre a *realidade* evidencia que eles a tomam como o que aí está objetivamente dado em sua empiricidade e é com esse objeto que trabalham.

Esse modo de compreender *realidade*, também, mostrou-se ao estudarmos dissertações e teses sobre MM na Educação Matemática. Além de o termo ser “usado” como um argumento para a implementação da MM em sala de aula e estar, fortemente, articulado às palavras *construção, produção, aquisição de conhecimento*, ele não é explicitado de modo detalhado nas pesquisas estudadas (TAMBARUSSI; BICUDO, 2020); é assumido, de modo semelhante ao que se destacou das falas dos sujeitos significativos: como algo naturalizado e que está aí, ocorrendo.

Tangenciando o termo *realidade*, Bassanezi (2015) explicita que:

A modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a *realidade*, mais especificamente sobre a *sua realidade* [...]. A Modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações *reais* (BASSANEZI, 2015, p. 15, destaques do autor).

Mas o que seriam essas situações *reais*? Sobre quais situações o autor está se referindo? Essas situações são explicitadas como aquelas que envolvem, por exemplo, agricultura, industrialização, transporte, construção civil, poluição, reflorestamento, saúde. Nessa direção, podemos mencionar o objetivo do trabalho de Morillo, Carrasco e Meyer (2018, p. 39) “[...] modelar a propagação do vírus de HIV e a posterior doença AIDS na população homossexual considerando apenas relações sexuais”, bem como os trabalhos de Macufa (2017, p. 8, inserção nossa) e Santana (2019, p. 7, inserção nossa) que, respectivamente, “[apresentam] um modelo matemático para evolução do espalhamento geográfico de uma doença transmitida através de um vetor, a fim de poder estudar a situação da malária na província de Sofala, uma região do centro de Moçambique” e [propõem] “um modelo como equação diferencial parcial acoplada a parâmetros Fuzzy para estudar a dispersão de uma poluição em uma lagoa”. Outro exemplo de situações que podemos citar é o que temos presenciado, desde o ano de 2020, com a pandemia do Covid-19, em que os termos Modelagem Matemática e modelos matemáticos ganharam destaque em âmbito mundial, pois os modelos podem ajudar a fazer previsões e comparar estratégias para o controle da doença.

Como mencionamos, o termo *realidade* também se mostra no âmbito da Modelagem na Educação Matemática. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 85, destaque nosso), afirmam que podemos “[...] considerar que a Modelagem, nessa ampla gama de estudos, possui um objetivo comum: estudar, resolver e compreender um problema da *realidade*, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática e, obviamente, outras disciplinas e ideias”.

Assim como no âmbito da Matemática Aplicada, *realidade* é tomada como objetivamente dada e se mostra em situações consideradas, por exemplo, como sendo do

cotidiano dos alunos: No trabalho com a Modelagem, os alunos começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos (USg3E1) ou do contexto do dia a dia: Modelagem associada a duas características: A situação investigada ser um problema para os alunos e o contexto ser do dia a dia, das ciências ou do mundo de trabalho fora da disciplina de Matemática (USg3E5).

No dicionário, a palavra *cotidiano* é apresentada como algo “que acontece todos os dias, que é comum” (HOUAISS, 2017, s.p.). No entanto, entendemos que, no contexto da MM na Educação Matemática, cotidiano é mais do que ser comum, trata-se de algo que é conhecido de modo familiar pelos alunos, em virtude de estar presente em suas vidas, gerando um conhecimento prévio, construído em suas práticas e relacionamentos sociais, escolares ou não. Emergem desse modo, atividades de MM na EM que buscaram, por exemplo, investigar o consumo de água na cidade de Toledo - PR (VERTUAN; ALMEIDA, 2016); o aproveitamento da água do ar-condicionado no ambiente escolar (DEZILIO; BELLINI, 2016); a distribuição de 37 toneladas de grãos de feijão e de milho, destinados aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência (BARBOSA, 2001).

Esse olhar para o *cotidiano* do aluno além de apresentar, em certo sentido, aproximações com o modo como a *realidade* é abordada no âmbito da MM na Matemática Aplicada, indica uma preocupação em desvincular as aulas da disciplina de Matemática do que Skovsmose (2000) denomina por paradigma do exercício, em que geralmente “o livro didático representa as condições tradicionais da prática de sala de aula. Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. Isso significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma” (p. 1) e envolver os alunos em situações consideradas próximas a eles.

Essas situações, por sua vez, podem exigir conforme evidenciado pelas análises das entrevistas, que conteúdos matemáticos de diferentes séries escolares precisem ser utilizados para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Isso pode se justificar pelas próprias características das atividades, haja vista que, como mencionamos, elas buscam abranger o *cotidiano* do aluno e, conseqüentemente, torna-se difícil delimitar ou limitar as atividades ao conteúdo da série cursada por ele. Além disso, evidencia também uma potencialidade da Modelagem Matemática em não abordar os conteúdos linearmente, como usualmente são apresentados.

No entanto, mesmo ao se trabalhar com situações do cotidiano dos alunos e abordar situações consideradas pertinentes ao mundo em que habitam, os alunos parecem apresentar dificuldades em *ver*, nessas situações, a Matemática que pode ser trabalhada para dar conta do

que se pretende investigar. Nesse contexto, as análises evidenciam que *os alunos não têm experiência para enxergar a Matemática que pode ser usada nas situações* (USg13E1). Entendemos que o que está sendo dito é que os alunos não conseguem ver a articulação do que experimentam ou vivem no seu dia a dia e temas da Matemática que precisam ser compreendidos e dominados em seus conteúdos e suas instrumentalidades para poder realizar a modelagem.

Além da palavra *experiência*, destacamos o termo *enxergar*. Por se tratar de um verbo, ele indica uma “ação”⁷⁴ no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no ensino e, embora tenhamos mencionado, nessa interpretação, sobre *distanciamentos* da MM na Educação Matemática do contexto no qual *surgiu* (a Modelagem na Matemática Aplicada), há nesse *enxergar* a Matemática, convergência com o explicitado sobre o *fazer* MM na Matemática Aplicada, pois *ao trabalhar com uma situação, você tem que ter um start do ponto de vista matemático e da própria situação* (USg26E4).

A palavra inglesa *start*, diz do início de um movimento. Quando articuladas, essas palavras – *enxergar* e *start* - explicitam que a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem está entrelaçada à capacidade de o sujeito cognoscente analisar a situação estudada e dar-se conta de quais conceitos matemáticos podem contribuir para sua solução e, além disso, ver-se em condições de trazer esses conceitos no movimento de elaboração de modelos que permitam compreendê-la.

Voltemo-nos à palavra *experiência*. Mesmo ela não aparecendo, de modo explícito, no âmbito da análise dos discursos dos sujeitos que trabalham com MM na Matemática Aplicada, a afirmação de que *há alguns pontos que são chave no trabalho com a Modelagem, que ao conhecê-los você sabe fazer o modelo matemático* (USg28E4), indica o ver claro do pesquisador que relaciona o problema e os recursos matemáticos que conhece e estão disponíveis a ele para a adequada construção do modelo.

Entendemos assim, que as palavras *experiência*, *enxergar*, *start* e *pontos chave* indicam que o trabalho com Modelagem Matemática requer aprofundamentos concernentes aos conteúdos, conceitos matemáticos e à Matemática como um todo. No âmbito da MM na Matemática Aplicada, esse aspecto não se mostra, em nosso entendimento, como um empecilho, haja vista as próprias características da área.

Além dessas palavras, outro aspecto que se mostra das análises é o entendimento de que *ao trabalhar com MM, o aluno pode precisar de um conceito que ele não viu ainda* (USg32E2),

⁷⁴ Modo de proceder; possibilidade de executar alguma coisa.

que o trabalho com MM pode exigir conceitos que não estão na série em que o trabalho está sendo realizado (USg40E2) e que o aluno, que está na educação básica, ainda não estudou alguns conceitos matemáticos para entender determinada situação (USg19E3).

Essa necessidade requer, em nossa compreensão, que os alunos estejam dispostos a esse movimento no âmbito da sala de aula. Dispostos no sentido de estarem abertos a essa possibilidade de aprofundamento, pois mesmo que os professores sugiram os conteúdos matemáticos mais avançados a serem utilizados, eles podem optar por uma abordagem mais simplificada da situação, ou apenas se negarem a compreender e a realizar a atividade. Essa nossa interpretação está em sintonia com o exposto na seguinte Unidade de Significado: *fizeram Modelagem, mas não usaram conteúdo matemático mais avançado* (USg15E1).

Nota-se, desse modo, que se deve estar atento para que o trabalho com a Modelagem Matemática, ao valorizar que os alunos realizem as atividades de modo mais livre, não fique pautado no desenvolvimento de procedimentos que sejam sempre simplificados. O estar atento, nesse contexto, diz da escuta do professor ao dito pelo aluno, não apenas em sua fala verbal ou escrita, mas na totalidade do seu modo de ser; expresso por sua atitude e suas respectivas ações.

4.3.2 O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática

A Modelagem Matemática, enquanto uma possibilidade para o ensino de Matemática em sala de aula, caracteriza-se, dentre outros aspectos, pelo processo de ensino e aprendizagem mais *aberto*. *Aberto* no sentido de tentar trabalhar com os conteúdos que sejam de diferentes séries escolares, de abranger situações que sejam do cotidiano do aluno, de abordar discussões que extrapolem as questões matemáticas.

No entanto, ao focarmos as análises das entrevistas dos sujeitos significativos, evidencia-se ser o professor quem diz quais conteúdos podem ser abordados em cada situação estudada durante o trabalho com a Modelagem, assumindo ser de sua responsabilidade a *formalização* desses conteúdos. Não se trata aqui de destacar esses aspectos como negativos ou positivos, mas em explicitar como eles nos ajudam a *compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*.

A postura do professor, ao dizer os conteúdos que podem ser trabalhados durante uma atividade de Modelagem, pode estar articulada ao que apresentamos na interpretação da categoria aberta anterior, sobre os *alunos não [terem] experiência para enxergar a Matemática que pode ser usada nas situações* (USg13E1) e, ao não *enxergar* a Matemática, não conseguirem avançar com o desenvolvimento da atividade.

Destacam-se, corroborando essa nossa compreensão, afirmações que expressam que o *professor deu a ideia do conteúdo a ser trabalhado na situação* (USg12E1) e que o *professor irá mostrar ao aluno a ferramenta matemática que ele precisa para resolver a situação* (USg20E3).

Dar ideia e mostrar explicitam um *indicar*. Esse *indicar*, quando considerado à luz da interrogação de pesquisa, evidencia que a *produção de conhecimento matemático, ao se trabalhar com Modelagem*, pode estar predominantemente vinculada ao professor. Talvez essa indicação se mostre como uma tentativa de o professor esclarecer, tentando minimizar as dificuldades que os alunos apresentam, ao buscarem articular os conteúdos matemáticos às situações estudadas. Essa articulação, segundo foi visto na categoria anterior, pode ser desafiadora, quando, ao desenvolver a atividade, são solicitados conteúdos de outras séries ou a elaboração de soluções, matematicamente, mais sofisticadas.

Indicar enquanto uma ação do professor durante a realização da atividade de Modelagem Matemática em sala de aula pode, por um lado, expressar um movimento em que o professor *cria estratégias de ação e de prática para que os alunos compreendam os conteúdos matemáticos* (USg36E2), *precisa ter recursos distintos para apresentar os conteúdos* (USg39E2) e, no qual ele possa, por exemplo, *utilizar aprendizagem significativa, materiais didáticos para abordar os conceitos ainda não vistos pelos alunos* (USg33E2). Por outro lado, *indicar* pode ainda dizer de uma *recomendação precisa* de estratégias de solução para as situações propostas. Nesse caso, a postura mediadora do professor, pode desviar-se para outra na qual sua atuação, do ponto de vista do trabalho com as soluções matemáticas, passa a ser mais impositiva.

Entendemos, também, que o *dar ideia* e o *mostrar* podem sugerir, ao menos, outros dois caminhos que, em nossa compreensão, referem-se ao modo como os alunos irão trabalhar com a situação proposta e, de modo particular, com as questões matemáticas dessa situação. O primeiro caminho se mostra, se o professor optar por apresentar os conteúdos matemáticos antes da atividade e o outro se o professor propõe a situação, acompanha o trabalho dos alunos e ao entender, por exemplo, que os alunos não avançam com o desenvolvimento da atividade, explicita os conteúdos que podem auxiliá-los.

O primeiro caminho pode evidenciar a aplicação de um conteúdo matemático em uma situação que faça sentido para os alunos. O segundo pode indicar que os alunos buscaram trabalhar de algum modo com a situação proposta, talvez com conteúdos que já tenham estudado e, ao não darem continuidade ao desenvolvimento da atividade, solicitaram do professor explicações ou o professor tenha sentido a necessidade de explicitar o conteúdo.

Podemos, nesse contexto, *compreender a produção de conhecimento matemático, ao se trabalhar com MM* como um modo de aplicar conteúdos matemáticos às situações do cotidiano do aluno ou também como um adentrar de modo mais *livre* uma atividade proposta, ensejando a compreensão do aluno.

Os argumentos até aqui explicitados, principalmente, os que expressam que, de modo geral, é o professor quem sugere o conteúdo matemático a ser trabalhado nas situações estudadas, não extinguem a possibilidade de o aluno, ao desenvolver atividade de Modelagem Matemática, sugerir ou optar por outro caminho matemático a ser seguido. Não se trata, portanto, em dizer que o aluno não irá *enxergar* – usando o termo presente na análise - a Matemática ou os conteúdos matemáticos que podem ser trabalhados na situação de ensino, que no caso da Modelagem, geralmente, é da *realidade* do aluno. Trata-se, em nosso entendimento, de que esse *enxergar* pode não ser imediato, mesmo a situação *sendo da realidade*. Com essa afirmação, queremos dizer que é preciso ter cautela com os discursos recorrentes, não só na área da Modelagem Matemática, que mencionam que “a Matemática está em todo lugar”. Está em todo lugar para quem? O que significa estar em todo lugar? Como está, se estiver, em todo lugar?

Além da indicação dos conteúdos matemáticos, também, ficam por conta do professor, a *formalização* e a elaboração do modelo. Nesse contexto, destaca-se a explicitação de que os *alunos não irão avançar aos novos conhecimentos sozinhos. Eles podem esboçar ideias* (USg23E5) e o *professor, ao perceber que há indícios de novas ideias matemáticas, pode fazer a ponte para que essas ideias sejam formalizadas* (USg22E5). Reforça-se ainda que a *formalização das ideias dos alunos fica a cargo do professor* (USg24E5) e que *é função do professor levar os alunos a chegarem no modelo* (USg13E7).

No dicionário da língua portuguesa, *formalização* é explicitada como “procedimento por meio do qual um sistema de conhecimentos é considerado em suas *estruturas formais*, por meio de *símbolos algébricos, axiomas, normas sintáticas e desenvolvimentos lógico e, assim, purificado de seus conteúdos empíricos* ou materiais” (HOUAISS, 2017, s.p, grifos nosso). Em Abbagnano (2007), o termo *formalização* está assim explicitado:

característico da lógica e da filosofia da ciência, contemporânea. Com "F. de uma teoria" entende-se o procedimento com que é construído um sistema meramente sintático de símbolos S, regido por alguns axiomas (e, eventualmente, por regras práticas de formação e derivação das fórmulas), dos quais, de acordo com as normas sintáticas do próprio sistema, derivam fórmulas que constituem transformações tautológicas do grupo de axiomas (p. 471).

Formalização é, também, apresentada como “construção de um sistema de conhecimentos por redução às suas estruturas formais e *abstração* feita de seu conteúdo empírico ou intuitivo [...]” (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2001, p. 81, grifo nosso).

Da citação de Japiassú e Marcondes (2001), destacamos a palavra *abstração*. Não se trata aqui de apresentar *formalização* e *abstração* como sinônimas; trata-se, no entanto, de articular compreensões que vão se mostrando, ao ficarmos atentas ao dito nas entrevistas mediante recursos da hermenêutica. Ao nos atentarmos à palavra *abstração*, destacamos que se trata de um termo complexo. Segundo Abbagnano (2007, p. 18), ela é “inerente a qualquer procedimento cognoscitivo e pode servir para descrever todo processo desse gênero. Com tal finalidade foi utilizada desde a Antiguidade. Aristóteles explica, com a *abstração*, a formação das ciências teóricas, isto é, da matemática, da física e da filosofia pura”.

Nessa mesma direção, no dicionário da língua portuguesa, *abstração* está registrada como:

operação intelectual, compreendida por Aristóteles (383 a.C.-322 a.C.) e Tomás de Aquino (1227-1274) como a origem de todo o processo cognitivo, na qual o que é escolhido como objeto de reflexão é isolado de uma série de fatores que comumente lhe estão relacionados na realidade concreta (como ocorre, p.ex., na consideração matemática que despoja os objetos de suas qualidades sensíveis [peso, cor etc.], no intuito de considerá-los apenas em seu aspecto mensurável e quantitativo) (HOUAISS, 2017, s. p.).

Embora haja no termo *abstração* toda essa complexidade que é explicitada, por exemplo, nos dicionários citados, no âmbito da Modelagem Matemática, ele não é detalhado de tal forma que essa complexidade se mostre. E é nesse fazer, que entendemos, o aluno e o professor estão avançando em direção a um processo de teorização, dando um salto qualitativo do empiricamente experimentado e tratado, para conceitos mais abrangentes.

Na MM na Matemática Aplicada a *abstração* aparece como uma das etapas do processo de Modelagem e é entendida como “o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos” (BASSANEZI, 2002, p. 27). Nessa fase, busca-se, segundo o autor, estabelecer: Seleção de variáveis; Problemática ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; Formulação de hipóteses e Simplificação.

No âmbito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, os sujeitos entrevistados não mencionaram, explicitamente, *abstração*. No entanto, na literatura sobre MM na EM, a ideia de *abstração* está subjacente à *formalização* dos aspectos matemáticos. Essa *formalização* parece se mostrar, por exemplo, na “fase” denominada de “Matematização” e apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 16, grifos dos autores) como:

A situação-problema identificada e estruturada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma

linguagem matemática, e assim gera-se a necessidade de transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática). Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. [...] Daí que a segunda fase da Modelagem Matemática é caracterizada por “matematização”, considerando esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas.

Mostra-se também na “etapa” intitulada “Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada”, na qual se busca, segundo Burak e Aragão (2012), dentre outros aspectos, desenvolver o conteúdo matemático com alguma formalização matemática.

A *formalização*, evidenciada nas análises das entrevistas realizadas, indica, em nossa compreensão, o movimento de expressar, matematicamente, a situação estudada, de abordar as questões e os conteúdos matemáticos que se mostram nessa situação, de tal modo que essa abordagem considere, em alguma medida, as características da linguagem matemática, suas propriedades e suas demonstrações. Indica, também, o cuidado para que as situações estudadas, no âmbito do trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática, não se restrinjam, por exemplo, às tentativas iniciais de resolução apresentadas pelos alunos. Não que elas não sejam importantes ou que não devam ser consideradas. No entanto, deve-se ficar atento, para que as situações estudadas não se limitem a essas tentativas iniciais ou que os aspectos não matemáticos se sobreponham de tal forma que as questões matemáticas sejam colocadas em segundo plano.

Encontra-se aí, em nossa compreensão, um dos desafios que se mostram no trabalho com a Modelagem Matemática, de modo particular, na MM na Educação Matemática; um equilíbrio entre abordar os diferentes temas e discussões que podem emergir das atividades e o tratamento das questões matemáticas de modo mais aprofundado.

Trazemos, novamente, os aspectos não matemáticos, porque assim como na interpretação da primeira categoria aberta, eles se mostram também nesta categoria. Mostram-se como algo importante do trabalho com a Modelagem Matemática em sala de aula, visando a articular a Matemática, os conteúdos matemáticos às questões que podem não ser, num primeiro momento, vistas como pertinentes às aulas de Matemática. Nesse contexto, as análises das entrevistas expressam que *o trabalho com MM, na Educação Básica, volta-se para aspectos das Ciências Humanas e Sociais e também da Matemática* (USg29E2) e que ele *engloba assuntos que não estão relacionados com a Matemática* (USg26E3).

Esse voltar-se para questões que não estão *relacionadas* com a Matemática pode indicar a compreensão de que se faz necessário pensar em possibilidades para o ensino de Matemática que não o olhem, por exemplo, como algo isolado, em que:

a matemática aparece-nos como um corpo altamente desenvolvido de conhecimento puramente racional – portanto independente da experiência – sobre entidades abstratas apenas pensáveis, e de modo nenhum perceptíveis por meio dos sentidos, que não obstante são capazes de oferecer meios para organizarmos os dados dos sentidos e estruturarmos nossa experiência do mundo a ponto de podermos prever experiências futuras (SILVA, 2007, p. 29).

Vale destacar que aqui o autor não faz referência ao ensino de Matemática, ele foca nos aspectos da Matemática enquanto Ciência. No entanto, compreendemos que esse entendimento acerca da Matemática pode refletir no modo como o ensino é abordado em sala de aula. É, nesse contexto, que a Modelagem Matemática, enquanto uma possibilidade para o ensino de Matemática, busca abranger situações que não expressem a Matemática como algo puramente racional, fechada em si mesma, mas como uma possibilidade que articule a Matemática a outras áreas do conhecimento. Essa é uma abertura para procedimentos interdisciplinares.

Compreendemos também que a MM na Educação Matemática, ao considerar, por exemplo, os desdobramentos de entendimentos, como o apresentado em Silva (2007) no ensino de Matemática, visa a que se *desenvolva a criatividade dos alunos e que eles criem as estratégias de resolução* (USg3E2), que *o aluno pode ser autônomo ao trabalhar com Modelagem* (USg4E2). Além disso, busca-se o *protagonismo do aluno ao trabalhar com MM na Educação Matemática* (USg25E2), *autonomia e liberdade para trabalhar a sala de aula com algum contexto* (USg24E3). Destacam-se, ainda, afirmações que explicitam que a *Modelagem motiva o aluno* (USg20E4) e que, ao trabalhar com a *concepção crítica de MM*, os *alunos se sentem mais empoderados por meio da Matemática* (USg5E1); são possibilidades que se abrem no trabalho com a Modelagem e reforçam o que a comunidade de MM tem apresentado como potencialidades desse trabalho.

Essas possibilidades voltam a evidenciar os aspectos não matemáticos da situação de ensino e de aprendizagem, porém evidenciam os concernentes à ação de ensinar, de educar, bem como a de formação da pessoa do aluno. Note-se que as palavras *criatividade*, *autonomia*, *protagonismo*, *motivação* e *empoderamento* explicitam, em nossa compreensão, o movimento de os alunos escolherem o tema da situação trabalhada, buscarem por informações que possam contribuir para a realização da atividade, discutirem aspectos de outras áreas do conhecimento que se mostram no trabalho com a MM, desenvolverem a situação estudada, entre outros. Aspectos estes que, sem dúvida, são importantes a serem considerados em sala de aula.

Há de se avançar, no entanto, na compreensão de como esses aspectos se entrelaçam no trabalho matemático da situação proposta, isto é, como o *protagonismo* do aluno se mostra, quando o professor sugere o conteúdo matemático a ser abordado na situação estudada ou,

ainda, como a *autonomia* e a *criatividade* se evidenciam na *formalização* desse conteúdo matemático ou da Matemática presente na situação.

4.3.3 A Matemática na Modelagem

No prefácio do livro, Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática, o professor Ubiratan D’Ambrósio afirma que “A Modelagem Matemática é Matemática por excelência” (2002, p. 8). Essa afirmação está articulada ao argumento de que “as origens das ideias centrais da matemática são o resultado de um processo para entender e explicar (matematicamente) fatos e fenômenos observados na *realidade*” (p. 8, grifo nosso).

Embora tenhamos apresentado, nas interpretações das categorias abertas anteriores, que a Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, abrange aspectos não matemáticos, ela é uma possibilidade *para* o ensino de Matemática. Assim, ela tem se mostrado relevante na prática de professores ao ensinarem matemática, do ponto de vista, também, de trazer os alunos para o movimento de aprender participativamente. No entanto, por mais que esses aspectos pedagógicos ganhem força e, em alguns momentos, possam até se sobressair aos aspectos matemáticos, a Matemática, em alguma medida, mostra-se no fazer do professor ao estar com os alunos, em uma ação de ensinar, visando a aprendizagem.

As análises das entrevistas dos sujeitos significativos evidenciam que tanto os “conteúdos matemáticos” mencionados, de modo geral, no trabalho com Modelagem Matemática na Educação Matemática, como a “Matemática”, quando citada na MM na Matemática Aplicada são compreendidos, por exemplo, como *ferramentas* para dar conta da situação estudada. Essa ideia fica evidente nas USg: *os conteúdos matemáticos são ferramentas para a compreensão de fenômenos de fora da Matemática* (USg16E3), *em geral, para resolver as situações, usa-se uma ferramenta Matemática que já existe* (USg7E6), *quando tem um problema para resolver, questiona: onde uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?* (USg6E6).

No dicionário da língua portuguesa, o termo *ferramenta* é explicitado como “qualquer apetrecho usado em artes e ofícios”; “qualquer instrumento necessário à prática profissional” (HOUAISS, 2017, s.p). As explicitações permitem-nos dizer que *ferramenta* é algo *útil*; que serve ou é necessário para a realização de alguma atividade. O termo *ferramenta* pode expressar também um “meio para alcançar um fim” e, nesse caso, os conteúdos matemáticos e a Matemática se mostram como um “meio” para o trabalho com as situações em que se pretende investigar.

Ainda articulado ao termo *útil*, mas agora uma *utilidade* voltada para os alunos atribuírem significado aos conteúdos estudados, quando trabalham com Modelagem em sala de aula, as análises das entrevistas expressam que *a Modelagem possibilita que os alunos compreendam o conteúdo de modo contextualizado* (USg11E3), que *os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado* (USg20E2) e que, *na Modelagem Matemática, o conteúdo matemático tem que ser útil para a vida cotidiana do aluno* (USg18E3).

Dos aspectos mencionados, mostram-se ao menos dois modos de se compreender o termo *utilidade*. O primeiro, expressa mais fortemente que os conteúdos matemáticos e a Matemática são *ferramentas* para o desenvolvimento da situação estudada. Há, nessa *utilidade*, o entendimento de que os conteúdos matemáticos e a Matemática são, no trabalho com a Modelagem Matemática, *usados* para dar conta daquilo que se busca estudar. Avançando com essa compreensão, podemos dizer que há a *aplicação* de aspectos matemáticos em situações da *realidade*. O segundo refere-se, de modo particular, à compreensão de que o trabalho com Modelagem Matemática, em sala de aula, possibilita que os conteúdos matemáticos sejam abordados de modo contextualizado e que façam sentido para os alunos. Entendemos que a *aplicação*, anteriormente mencionada, pode contribuir para que essa abordagem seja implementada. Assim, os dois modos de compreender o termo *utilidade* não são divergentes; eles se entrelaçam.

Devemos, no entanto, ponderar que, no âmbito do trabalho com a MM na Matemática Aplicada, é a *aplicação* que ganha destaque. Já, no âmbito da Modelagem na Educação Matemática, a *aplicação* dos conteúdos matemáticos não é, na maioria dos textos que a trazem, o aspecto central do trabalho. São modos distintos de compreender a MM, a Matemática e as características que são próprias de cada área.

Do movimento de análise das entrevistas, evidencia-se também que, quando o trabalho com a MM, em sala de aula, tem como objetivo a *aplicação* dos conteúdos matemáticos, *há Matemáticas mais úteis que outras, do ponto de vista de aplicação, que aparecerem em vários problemas* (USg12E4) e *ao fazer Modelagem no ensino tem uma Matemática que é mais usada* (USg11E4). Compreendemos que há, nessas afirmações, o entendimento de que o trabalho com a MM, no ensino, pode privilegiar a abordagem de alguns conteúdos matemáticos, como, por exemplo: Função exponencial, Logaritmo, Equação da Reta, Proporção, Equações Diferenciais.

O destaque a alguns conteúdos matemáticos, quando o trabalho com a MM tem como foco a *aplicação* desses conteúdos, solicita que atentemos para outro aspecto explicitado nas análises das entrevistas, em que é mencionado que *no trabalho com Modelagem Matemática os problemas indicam os conteúdos* (USg21E2), *os dados levantados podem conduzir os*

conteúdos a serem trabalhados (USg42E2). Ressaltamos que essa característica de os problemas indicarem os conteúdos a serem abordados não é, necessariamente, contemplada em todas as compreensões de MM na Educação Matemática.

Ao buscarmos compreender os distintos modos de compreender a MM e suas especificidades, entendemos que, ao mesmo tempo, em que há os conteúdos matemáticos, mais frequentemente, trabalhados nas atividades de Modelagem, há também a compreensão de que os problemas e as informações pesquisadas, para dar conta da situação estudada, delimitam os conteúdos que serão abordados. Nesse contexto, *a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com MM* se mostra articulada a um trabalho com conteúdos que, num primeiro momento, estão mais presentes nas atividades de MM e ao potencial dos *problemas* ou *dados* para abranger determinados conteúdos. Compreendemos, neste caso, que os *problemas* ou *dados* não indicam por si só qual o conteúdo matemático deverá ser abordado. Mostra-se, desse modo, a importância de entendermos *como* os alunos e o professor irão trabalhar com essas especificidades. Outras considerações se referem ao fato de, *no desenvolvimento da atividade de Modelagem, sugere que os alunos usem a Matemática mais difícil para a resolução da situação* (USg7E1), e o professor *estimula os alunos a trabalharem com conceitos complexos de Matemática em situações que eles propuseram* (USg9E1).

Entendemos que o modo como os conteúdos matemáticos são contemplados, no trabalho com a MM, não se limita a esses dois que explicitamos, isto é, o trabalho pode transcender os conteúdos que, conforme mencionado, são mais *usados* em atividades de Modelagem e eles podem não ser determinados pelos *problemas* a serem investigados. Outra possibilidade pode se abrir na situação em que o professor propõe uma atividade já direcionada ao conteúdo que pretende trabalhar.

No âmbito da Matemática Aplicada, as análises das entrevistas indicam que, no trabalho com a MM, *foi usado o mesmo tipo de Matemática para dois problemas distintos, com modelos diferentes* (USg24E4) e que *o processo para resolver problemas em contextos diferentes é o mesmo. Então, a Matemática deve ser a mesma ou parecida* (USg6E4). Há, ainda, nessa mesma direção, afirmações que evidenciam não haver a “criação” de novas *ferramentas*, bem como, a “criação” de novas teorias Matemáticas para o desenvolvimento de cada estudo. O que há é o trabalho com *ferramentas* já existentes. Trata-se de um modo de trabalhar, como mencionamos na primeira convergência, com o estabelecimento de *analogia*.

Sobre *analogia*, Bassanezi (2002, p. 28, grifo nosso) afirma:

A geração de hipóteses se dá de vários modos: observação dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal do modelador, observação de casos singulares da própria teoria, *analogia* de sistemas etc. A *analogia* entre sistemas

é fundamental para a formulação e desenvolvimento de modelos. Dois sistemas são formalmente análogos quando podem ser representados pelo mesmo modelo matemático o que implica numa correspondência entre as propriedades dos elementos de ambos os sistemas. Por exemplo, um sistema mecânico do tipo massa-mola-amortecedor-força externa e um sistema elétrico como os circuitos elétricos RCL, são modelados com o mesmo tipo de equação matemática: $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = f(t)$, o que permite a construção de computadores analógicos, ou seja, circuitos elétricos ajustáveis de tal forma que possam simular uma vibração mecânica.

É relevante notar que, embora esse aspecto da *analogia* seja forte no trabalho com a MM na Matemática Aplicada, ele não impede que *se for preciso, muita coisa [acabe] sendo criada, ao questionar que Matemática usar para solucionar determinada situação* (USg8E6). Isso, certamente, não diz apenas do trabalho com a MM, mas abrange outras áreas do conhecimento que enfrentam situações, nas quais sejam solicitados teorias e conceitos, que ainda não foram apresentados ou sistematizados.

À luz da interrogação de pesquisa, essa compreensão expressa que *a produção do conhecimento matemático, ao se trabalhar com Modelagem*, no caso particular da Matemática Aplicada, não está, direta ou unicamente, articulada à elaboração de novas teorias ou ferramentas matemáticas.

Ainda que em áreas diferentes: Matemática Aplicada e Educação Matemática, o entendimento dos termos *produção de conhecimento*, como algo *inédito*, possibilita afirmações, denotando que, *ao usar a MM, não há a produção de um conhecimento novo de Matemática, há a produção de conhecimento novo sobre o mundo* (USg25E3), *não há um conhecimento novo de Matemática. Há um conhecimento novo sobre o assunto tratado* (USg28E3) e que *não construiu uma nova ferramenta matemática. Usou a Estatística que já estava lá para entender o fenômeno* (USg29E3).

Nessas afirmações, voltam à discussão os aspectos não matemáticos, articulados ao trabalho com a Modelagem no âmbito da Educação Matemática e a compreensão de que não há um conhecimento novo de Matemática, mas sim do assunto tratado. Aqui parece se destacar o entendimento de conhecimento novo como algo *inédito*, como a “criação” de uma nova teoria.

Compreendemos, no entanto, que há de se levar em consideração se o movimento de *produção* expressa apenas o que é *inédito*. O que argumentamos caminha em direção aos aspectos mencionados nas categorias anteriores sobre o trabalho com a Modelagem em sala de aula, sobre as explicitações envolvendo a *analogia* na MM na Matemática Aplicada e a afirmação de que *o trabalho com MM fica restrito aos conteúdos da escola* (USg22E3). Como pensar em algo *inédito* se, de modo geral, ao se trabalhar com MM no ensino, as situações estudadas de um ou de outro modo se direcionam aos conteúdos escolares?

O *inédito*, em nosso entendimento, pode estar articulado à compreensão de que os alunos estão, pela primeira vez, trabalhando com um determinado conteúdo. Embora não haja, nesse movimento, a “criação” de novas teorias ou de novos conteúdos matemáticos, há para os alunos um demorar-se sobre algo que até então não tinham estudado. Nesse movimento de aprender, o novo para eles pode estar se dando.

Sobre a afirmação, mencionada no início da interpretação, de que “A Modelagem Matemática é Matemática por excelência” (D’AMBRÓSIO, 2002, p. 8), destacamos das análises das entrevistas as explicitações de que a *MM contribui para a aprendizagem, porque os alunos estão trabalhando com Matemática* (USg20E5) e *o aluno aprende porque a situação proposta faz com que ele revise os saberes matemáticos anteriores* (USg21E5). Vale destacar que, do contexto em que a palavra aprendizagem foi citada, ela está articulada a um processo de fazer e de aprender, não sendo enfatizado somente o resultado.

Chama-nos a atenção, também, o movimento de *revisitar* conceitos anteriores. *Revisitar* que parece indicar um passo atrás, olhar novamente o que já foi objeto de estudo, haja vista que antes de solicitar por conteúdos mais avançados, os alunos podem, ao buscarem dar conta da situação proposta, retomar os conteúdos anteriormente estudados, mas agora sob a luz da nova situação.

RETOMANDO E (RE) ABRINDO O INTERROGADO

Nesta investigação, o foco incidiu sobre *como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática* no âmbito da Educação Matemática (EM) e da Matemática Aplicada (MA). O movimento de retomar e (re) abrir o interrogado abrange compreensões que estão articuladas ao entendimento de *modelo matemático* na Educação Matemática e na Matemática Aplicada; aos modos pelos quais os pesquisadores tanto da Educação Matemática, quanto da Matemática Aplicada compreendem a MM; como veem e trabalham com *realidade*; como entendem a aplicação da matemática e seus conteúdos nos trabalhos que desenvolvem e, mais especificamente, ao modo de um fechamento, ainda que aberto a possíveis compreensões que possam vir no sendo de ambas, como compreendem a produção de conhecimento matemático.

Educação Matemática e Matemática Aplicada são regiões de inquérito diferentes, com objetos e objetivos também diferentes, mas, que no contexto da Modelagem Matemática, entrelaçam-se por ser a MM na EM proveniente da Modelagem na MA. A complexidade, envolta nesse entrelaçamento, está articulada, por exemplo, às especificidades das áreas. Ao falar sobre concepções a sustentarem a prática pedagógica e a produção de conhecimento em Educação Matemática, Bicudo (2013, p. 15) declara:

a Educação Matemática tem por meta a formação de pessoas, que não prescinde da realidade social, história e da comunidade onde se vive, e, portanto, é uma área de conhecimento concernente às Ciências Humanas. Entretanto, o conteúdo que serve como material do trabalho efetuado para ensinar e educar, formando pessoas e intervindo na dimensão sociocultural, é de uma Ciência Exata, a Matemática.

Compreendemos, desse modo, que, ao se trazer a MM, proveniente da Matemática Aplicada para a Educação Matemática, há que se considerar essas especificidades. Isto é, trata-se de algo muito mais amplo do que fazer “ajustes” no *como* trabalhar com a Modelagem em outro contexto. Deve-se levar em conta que os modos de compreender *Matemática, conhecimento, realidade e modelo* são diferentes e isso, certamente, está presente, quando se tem uma área, como é o caso da MM na Educação Matemática, proveniente de outra, MM na Matemática Aplicada.

Como mencionamos, embora haja esse entrelaçamento, o trabalho que realizamos apresentou a MM na Educação Matemática como uma *ampliação*. Compreendemos que há nessa *ampliação*, a tentativa de enfatizar que, ao se trabalhar com MM em sala de aula, busca-se abordar outros aspectos nas aulas de Matemática; aspectos que não se limitem aos conteúdos matemáticos.

Os estudos que realizamos e as compreensões que foram se abrindo ao desenvolvermos essa investigação, apontam, também, para *distanciamentos* da MM na Educação do contexto no qual *surgiu*: a Modelagem na Matemática Aplicada. Destacamos, nesse contexto dos *distanciamentos*, a compreensão de modelo matemático. Na Educação Matemática, é visto como podendo ser expresso em uma linguagem natural, uma tabela ou ainda um gráfico, não necessitando *predizer* outras situações a partir dele. A *predição* é, por sua vez, uma característica nuclear à Modelagem Matemática na Matemática Aplicada.

Na Matemática Aplicada, a MM é o estudo matemático de uma situação em que se mostra um problema a ser enfrentado. Para tanto, o matemático é solicitado a compreender a situação, delinear, de modo claro e em uma linguagem matemática, o problema e colocar-se no movimento de abstrair da complexidade da situação características importantes – invariantes – que a descrevem de um ponto de vista matemático e em relação ao problema enfrentado naquela situação. O modelo, produzido nesse trabalho, é interdisciplinar, porque é realizado sempre junto aos especialistas do assunto, envolvidos na situação em vias de ser modelada. Uma vez produzido, avaliações se sucedem, para verificar se o modelo corresponde à situação estudada. Estabelece-se uma dialética que conduz a ajustes do modelo. Na medida em que o modelo é produzido com as características nucleares da situação em que o problema se coloca, ele lança possibilidades de sustentar *predições* para outras situações que se mostrarem semelhantes. Nesse caso, pode ser necessário que ajustes ao modelo sejam realizados.

Articulado ao termo *semelhança*, o trabalho, que realizamos, evidenciou a importância atribuída a outro termo: *analogia*. Isto é, a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com a MM na Matemática Aplicada não indica, necessariamente, a “criação” de “novas” teorias ou de “novo” ferramental matemático. Isso não significa que essa “criação” não exista. No entanto, o movimento de produzir conhecimento matemático parece-nos voltado a buscar compreender o problema que se quer modelar, suas características e se atentar aos que já foram estudados.

Da Modelagem Matemática na Educação Matemática, também, ficou claro que, de modo geral, não há produção de conhecimento “novo” de matemática, pois os conteúdos abordados são os conteúdos escolares. Há, no entanto, conhecimento “novo” acerca do tema tratado. Aqui se evidencia o que já afirmamos sobre a MM na Educação Matemática abranger discussões não “apenas” matemáticas. Acrescentamos a isso o nosso entendimento de que o “novo”, na produção do conhecimento matemático, está articulado ao trabalho dos alunos com conteúdos matemáticos que, até então, não tinham estudado ou até mesmo com a possibilidade de *revisitar* conteúdos anteriormente abordados.

Na Educação Matemática, a Modelagem é um *caminho*, uma *maneira*, uma *plataforma* que pode dispor, positivamente, os alunos a aprenderem Matemática. É um *modo de proceder* em sala de aula. A situação em que o “problema” se coloca para ser “modelado” é aquela do cotidiano do aluno. Modelar, nesta dimensão, é abordar características diversas daquela em que se é trabalhado no âmbito da MM na Matemática Aplicada. Ao destacar *modelagem* no trabalho com as situações do cotidiano, a complexidade da educação se faz sentir e se impõe com força. A situação do cotidiano é complexa. A dificuldade, que de imediato se evidencia, é a de conseguir um foco para olhá-la e, então, caminhar em direção a abstrair invariantes.

Essa dificuldade se mostra com maior força e de modo mais complexo, quando há que se colocar o problema, que faça sentido para os alunos, em consonância com os assuntos matemáticos que dominam. Além disso, é comum que a complexidade da situação e respectivo problema solicite a compreensão de conteúdos matemáticos, ainda não estudados, por alunos daquele nível de ensino. A complexidade também se mostra na dificuldade de os alunos visualizarem, em sua grande maioria, a articulação entre o que experimentam ou vivem no seu dia a dia e temas da Matemática que precisam ser compreendidos e dominados em seus conteúdos e suas instrumentalidades para poder realizar a modelagem. Enfatizamos com essa compreensão que a situação *ser da realidade* não é uma condição suficiente para que o aluno *visualize* a Matemática que possa ser abordada nessa situação. Perguntamos: o que isso significa em termos de produção do conhecimento matemático, quando se trabalha com MM no âmbito da Educação Matemática?

Coloca-se um impasse. O professor realiza o trabalho com os alunos no âmbito já delineado e circunscrito de uma “situação” e respectivo “problema”, já pensando nos conteúdos matemáticos a serem trabalhados nas atividades de ensino e, nesse caso, é possível realizar um ensino dinâmico, participativo, porém, o aluno não escolheu a “situação”. O professor realiza o trabalho com MM, considerando a escolha dos alunos acerca da situação a ser estudada. Neste caso, é bastante comum os alunos não *verem* os conteúdos matemáticos que podem contribuir com a resolução do problema levantado na referida situação. Além disso, a situação se mostra em sua complexidade e se torna difícil para o professor, juntamente com os alunos, focarem aspectos dessa *realidade*, passíveis de serem trabalhados matematicamente, ao buscarem dar conta da situação estudada.

Abrem-se, desse modo, caminhos que costumam ser percorridos no fazer MM em Educação Matemática. Um caminho pode se evidenciar quando o professor assume a importância da escolha livre dos alunos e decide caminhar com eles. Dada a ausência de recortes da *realidade* a ser trabalhada, a tendência é que os alunos, de modo geral, optem por caminhos

mais simples em termos dos conteúdos matemáticos para dar conta da situação estudada. Outro caminho é o professor, vendo que os alunos não dão conta do conteúdo matemático ou buscando aprofundar esses conteúdos, passe a indicá-los e explicitá-los.

Em consequência da dissonância entre a complexidade da situação e o ferramental matemático à disposição do aluno, os modelos produzidos que *representam* a situação, são, muitas vezes, expressos por meio de tabelas, de gráficos, de uma solução específica para aquela situação estudada. A característica da *predição* nem sempre é considerada, bem como pode haver a ausência de um trabalho matemático com esses dados que avance em direção à *formalização* matemática.

A situação em que o problema se mostra, como solicitando uma solução, é entendida como sendo da *realidade*. No âmbito da Matemática Aplicada, *realidade* não é questionada. É tomada de modo naturalizado, ou seja, não é questionada, mediante a interrogação, “mas o que é a *realidade*?”. O modo de esses autores e sujeitos significativos dizerem de *realidade* evidencia que eles a tomam como o que aí está, objetivamente dado em sua empiricidade e é com esse objeto que trabalham. Na Educação Matemática, ela diz do cotidiano dos alunos, mas está expresso, inclusive, como o que está aí ocorrendo, tomado de modo naturalizado. Com respeito a esse assunto, há um amplo espectro de modos de entendê-la. De modo naturalizado, o mais comum, em que é tomada tão somente como o lugar em que o aluno habita, onde realiza suas experiências.

Embora já tenhamos explicitado no decorrer do que apresentamos, modos de compreender a produção do conhecimento matemático no trabalho com Modelagem Matemática, podemos dizer, mais especificamente, que do ponto de vista da Matemática Aplicada essa produção é expressa nos modelos produzidos, na busca de ferramental matemático existente ou a ser produzido para a situação, na visualização e na exposição do embasamento que assegure a certeza, nas idas e vindas para ajustes e adaptações desse modelo dentro de padrões aceitáveis, matematicamente, nas predições possíveis.

Na Educação Matemática, incide no modo como os alunos e professores irão abordar a situação a ser investigada e *como* o trabalho com os conteúdos matemáticos se dará nesse processo. No movimento de, ao escolherem a situação da *realidade*, buscarem delimitar a Matemática que pode ser abordada para dar conta do que se pretende estudar.

Incide, também, no trabalho que visa a formar o aluno, prescindindo, muitas vezes, da Matemática. A ênfase é posta na potencialidade da Modelagem de contribuir para a *criatividade*, *autonomia*, *motivação*, *protagonismo* e *empoderamento* do aluno. Entendemos que há de se avançar, no entanto, na compreensão de como esses aspectos se entrelaçam no

trabalho matemático da situação proposta, isto é, como o *protagonismo* do aluno se mostra, quando o professor sugere o conteúdo matemático a ser abordado na situação estudada ou, ainda, como a *autonomia* e a *criatividade* se evidenciam na *formalização* desse conteúdo matemático ou da Matemática presente na situação. Vemos, nesse contexto, uma lacuna nos trabalhos da área.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Tradução de Ir. Jacinta Turolo Garcia e Miguel Mahfoud. Bauru: Edusc, 2006.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, H. C. da. A Matematização em atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 207-227, nov. 2015.
- ANASTACIO, M. Q. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”, Rio Claro, 1990.
- ARAÚJO, J. de. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática**: as discussões dos alunos. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- ARAÚJO, J. de. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.
- ARAÚJO, J. de. L. Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 839-859, 2012.
- ARAÚJO, J. de. L.; MARTINS, D. A. A oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 109-129, jul./dez. 2017.
- BARBARIZ, T. A. M. **A constituição do conhecimento matemático em um curso de matemática à distância**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-15.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v.27, n.98, p.65-74, jun. 2003.
- BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-11.
- BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Biomatemática**, Campinas, v. 9, p. 9-22, 1999.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9, p. 49-57, 2001.

BICUDO, M. A. V. Debatendo. *In*: KLUTH, V.S.; ANATACIO, M.Q.A. (org.). **Filosofia da Educação Matemática - debates e confluências**. São Paulo: Centauro Editora, 2009. p. 33-40.

BICUDO, M. A. V. (org.). **Filosofia da Educação Matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora Unesp, 2010.

BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 41, n. 144, p. 904-927, set./dez. 2011.

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. *In*: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (org.). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação matemática e científica**: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 17-40.

BICUDO, M. A. V. A perplexidade: ser-com-o-computador e outras mídias. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Ciberspaço**: possibilidades que abre ao mundo da educação. São Paulo: Livraria da Física, 2014. p.37-66.

BICUDO, M. A. V.; SILVA, A. A. da. Análise de descrições de vivências em situações de constituição de conhecimento. *In*: COSTA, A. P.; SÁNCHEZ-GÓMEZ, M. C.; CILLEROS, M. V. M. **A prática na Investigação Qualitativa**: exemplos de estudos. Volume 2. Aveiro: Edição Ludomedia, 2018. p.158-178.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. **Revista Paradigma**, Maracay, XLI, p. 30-56, jun. 2020.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM, 1, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.p. 1-10.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

BURAK, D. Modelagem na perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **Unión**, São Paulo, n. 51, p. 9-26, dez. 2017.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 33 – 48.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**, Florianópolis. v. 2. n. 2, p. 33-54, 2009.

CALDEIRA, A. D.; MAGNUS, M. C. M.; CAMBI, B. Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma engrenagem da maquinaria curricular. **Revista de Educação, Ciência e Cultura**, Canoas, v. 23, n. 1, p. 27-39, mar. 2018.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Uma interpretação epistemológica do processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 791-815, ago. 2012.

CHAVES, M. I. de A.; OLIVEIRA, D. do E. S. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 30, p. 149-161, 2008.

CHAVES, M. I. de A. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

DEZILIO, K.; BELLINI, W. Modelagem Matemática e meio ambiente: o aproveitamento da água do ar-condicionado no ambiente escolar. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12.

DOVAL, J. P. M.; ANASTACIO, M. Q. A. Modelagem Matemática e realidade: um tema em debate. *In*: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Salvador. **Anais...** Salvador: UEFS, 2005. p. 1-14.

FOWLER, A. C. **Mathematical models in the applied sciences**. New York: Cambridge University Press, 1997.

GADAMER, H. G. **Verdade e Método I**: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica. Tradução de Enio Paulo Giachini. 12. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

HEIDEGGER, M. **Ser e tempo**. Tradução de Márcia Sá Cavalcante Schuback. 3. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2008.

HEIDEGGER, M. **Ontologia**: hermenêutica da facticidade. Tradução de Renato Kirchner. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos**. São Paulo: Objetiva, 2017.

HUSSERL, E. **Meditações cartesianas**: introdução à fenomenologia. Tradução de M. G. L. Souza. Porto: Rés, 2001.

HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**. Tradução de M. Suzuki. Aparecida: Ideias & Letras, 2006.

HUSSERL, E. **A ideia de Fenomenologia**. Tradução de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, s.d.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário básico de Filosofia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2001.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, Alemanha, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KAISER, G.; SCHWARZ, B. Authentic modelling problems in mathematics education - examples and experiences. **ZDM**, Alemanha, v. 31, p. 51-76, feb. 2010

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MACUFA, M. M. M. **Endemias com espalhamento geográfico**: modelagem matemática e simulações computacionais, um estudo sobre Malária na província de Sofala, Moçambique. 2017. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2017.

MARTINS, J.; BOEMER, M. R.; FERRAZ, C. A. A Fenomenologia como alternativa metodológica para pesquisa: algumas considerações. **Rev. Esc. Enf.**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 139-147, abr. 1990.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MORILLO, C. C. E; CARRASCO, R. A.L.; MEYER, J. C. A. Dinâmica de HIV e posterior AIDS uma variante ao modelo de Anderson & Medley. **Biomatemática**, Campinas, v. 28, p. 39-48, 2018.

MOURA, C. A. de. Prefácio. In: HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**. Tradução de M. Suzuki. Aparecida: Ideias & Letras, 2006. p. 15-23.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

PALMER, R. E. **Hermenêutica**. Tradução de Maria Luísa Ribeiro Ferreira. Lisboa: Edições 70, 1969.

PEREIRA, R. dos. S. G.; JÚNIOR, G. dos. S. Modelagem Matemática e o Ensino de Ajuste de Funções: um caderno pedagógico. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 531-546, ago. 2013.

POLLAK, H. Mathematical Modelling — a Conversation with Henry Pollak. In: BLUM W. *et al.* (ed.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Boston: New ICMI Study Series. Springer, 2007. p. 109-120.

ROCHA, A. P. F. P. da. **Realidade, Matemática e Modelagem**: as referências feitas pelos alunos. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

SANTANA, N. B. **Estudo da dispersão de poluentes na lagoa da Pampulha utilizando equações diferenciais parciais acopladas a controladores Fuzzy**. 2019. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.

SANT'ANA, M. de. F.; SANT'ANA, A. A. Modelagem Matemática: relação entre formulação de perguntas e elaboração de tarefas. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015. p. 1-13.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 1-24, 2000.

SILVA, J. J. da. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora Unesp, 2007.

SILVA, A. A. da. **A produção do conhecimento em Educação Matemática em grupos de pesquisa**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

SOARES, M. R. **Um Estado da Arte das Pesquisas Acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes**: as dimensões fundamentadas e as direções históricas. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

SOSSAE, R. C.; MEYER, J. F. da C. A. Modelagem Matemática de fenômenos da vida. *In: MEYER, J. F. da C. A.; BERTAGNA, R. H. O ensino, a ciência e o cotidiano*. São Paulo: Alínea, 2006. p. 149-171.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Focando o conceito de conhecimento em Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Paradigma**, Maracay, v. XLI, n. 2, p. 311-330, dez. 2020.

VECCHIA, R. D. **A Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

VENTURIN, J. A. **A Educação Matemática no Brasil da perspectiva do discurso de pesquisadores**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.

Referências de Dissertações e de Teses apresentadas na seção terceira

ABREU, G. O. C. de. **A prática de Modelagem Matemática como um cenário de investigação na Formação Continuada de Professores de Matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ALVES, D. B. **Modelagem matemática no contexto da cultura digital**: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

AMORIM, L. G. K. M. **Interdisciplinaridade, Modelagem Matemática, Tecnologias e escrita no ensino e aprendizagem de função do 1º grau**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

ANASTACIO, M. Q. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1990.

ARAÚJO, A. M. R. de. **Modelagem Matemática nas Aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo de Pesquisa e desenvolvimento da Educação Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

ARAÚJO, A. G. P. de. **Modelagem e aplicações matemáticas na confecção do molde de vestuário: um caso em estudo**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

BALVIN, F. A. P. **Práticas Algébricas no contexto da Modelagem compreendida como Proposta Pedagógica**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” de Rio Claro, Rio Claro, 2015.

BARCELOS, S. R. **Software Modellus e Modelagem Matemática: relacionando conceitos matemáticos com fenômenos da física**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2017.

BARROS, M. C. de. **Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da Modelagem Matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

BELLEI, P. **Gestão escolar e formação de professores em modelagem matemática na educação matemática: um olhar**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2018.

BILHÉO, L. A. D. **O ensino de funções em Escola Técnica de Nível Médio por meio da Modelagem Matemática e uso da calculadora gráfica**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

BOIAGO, C. E. P. **Área de Figuras Planas: uma proposta de ensino com modelagem matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

BRAGANÇA, B. **Modelagem Matemática na Educação: compreensão de significados**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

BRAZ, B. C. **Contribuições da Modelagem Matemática na constituição de comunidades de prática locais: um estudo com alunos do curso de formação de docentes**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

BRUCKI, C. M. **O uso de Modelagem no ensino de função exponencial**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

BRUMANO, C. E. P. **A Modelagem Matemática como Metodologia para o Estudo de Análise Combinatória**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1987.

BUSTAMANTE, J. E. G. **Modelagem Matemática na modalidade online: análise segundo a teoria da atividade**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.

CARARO, E. de F. F. **O sentido da formação continuada em Modelagem Matemática na Educação matemática desde os professores participantes**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2017.

CARVALHO, J. C. de. **Um olhar sobre as atividades de modelagem matemática a partir da dialética dos ostensivos e não ostensivos**. 2011. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

CARVALHO, F. J. R. de. **Introdução à programação de computadores por meio de uma tarefa de modelagem matemática na educação matemática**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2018.

CASTRO, É. M. V. de. **Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de Modelagem matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2017.

CHAVES, M. I. de. A. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Núcleo pedagógico de apoio ao desenvolvimento científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

COSTA, C. A. da. **As concepções dos professores de matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no ensino fundamental**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

COSTA, F. de A. **O ensino de funções trigonométricas com o uso da modelagem matemática sob a perspectiva da teoria da aprendizagem significativa**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

DENTE, E. C. **Modelagem Matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática no 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário Univates, Lajeado, 2017.

DIAS, M. B. S. **Modelagem com Etnomatemática: uma situação a-didática para ensino**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

DINIZ, L. do N. **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

FEYH, C. R. N. **Modelagem Matemática na Educação do Campo**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2013.

FREITAS, C. A. M. **Modelagem matemática da *araucari aangustifolia* nos campos de Lages, Santa Catarina**: uma proposta metodológica regional para o estudo do cálculo diferencial e integral em sala de aula. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

GAZZETTA, M. **A Modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores**. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1989.

HORN, C. A. **A aprendizagem de Matemática em atividades de Modelagem**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018.

ISSA-MENDES, G. H. G. **Modelagem Matemática e construção epistemológica de modelos científicos**: uma abordagem para o Ensino de Física. 2018. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: aspectos filosóficos e epistemológicos. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

KLÜBER, T. E. **Uma Metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2012.

LIMA, M. A. **O conceito de sustentabilidade em ambiente de Modelagem Matemática**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

LOUREIRO, D. Z. **Abordagem do conteúdo matemático em Modelagem Matemática na Educação Matemática**: um metaestudo das produções didático pedagógicas do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/PR. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2016.

MACHADO, M. B. **Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem de Estatística na Educação Básica**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

MALHEIROS, A. P. dos S. **Educação Matemática online**: a elaboração de projetos de Modelagem. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2008.

MARQUEZ, J. **Modelagem na Educação Matemática com vistas à autonomia**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

MARTINS, E. A. **Modelagem Matemática**: uma proposta metodológica para tornar a aula espaço de problematização, pesquisa e construção. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2009.

MATTÉ, I. **Modelagem Matemática e sensores de temperatura em uma escola técnica do Rio Grande do Sul**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

MATTEI, F. **A Modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário do Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social de Lajeado, Lajeado, 2012.

MELLENDEZ, T. T. **Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

MELILLO, C. R. **Modelagem Matemática no Futebol: uma atividade de crítica e criação encaminhada pelo método do caso**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

MENDES, T. F. **A derivada de uma função em atividades de modelagem matemática: uma análise semiótica**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

MENEZES, P. M. de. **Modelagem Matemática na escola básica: caracterização do conhecimento matemático aprendido com Modelagem**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2017.

MIGUEL, M. I. R. **Ensino e aprendizagem do modelo Poisson: uma experiência com modelagem**. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MUNDIM, J. S. M. **Modelagem Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

NASCIMENTO, R. A. do. **Modelagem Matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

OBERZINER, A. P. B. **Ensino de Matemática no curso de arquitetura: uma proposta por meio de Modelação Matemática**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.

OLIVEIRA, R. L. de **A Modelagem Matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da geometria na educação de jovens e adultos**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2004.

OLIVEIRA, C. F. de. **Modelagem Matemática do Crescimento Populacional: um olhar à luz da socioepistemologia**. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

PEREIRA, E. **A Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

PEREIRA, R. F. **Modelagem Matemática como estratégia de ensino/aprendizagem da matemática financeira no Ensino Superior**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

PEREIRA, L. C. **Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com a Modelagem Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PONTES, H. M. de S. **Modelagem Matemática sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica e da educação dialógica**. 2018. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

RANGEL, W. S. A. **Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: contribuições para a formação de professores de matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

REINHEIMER, J. R. **O uso da Modelagem Matemática no ensino da geometria, Estudo de Caso: EJA**. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário do Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social de Lajeado, Lajeado, 2011.

ROCHA, J. **Modelagem Matemática com Fotografias**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

ROMAIS, C. **Modelagem nas Ciências e Matemática como método de ensino com pesquisa no Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014.

SANTOS, L. R. dos. **Modelagem Matemática: contribuições para a formação inicial de professores de matemática**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano, UNIFRA, Santa Maria, 2012.

SANTOS, R. F. dos. **O uso da Modelagem para o ensino da função seno no Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

SANTOS JUNIOR, A. F. dos. **Ações avaliativas em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

SILVA, M. J. S. da. **A inserção do uso do computador no processo de Modelagem Matemática contribuindo para o aprendizado de conhecimentos matemáticos**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

SILVA, P. F. da. **Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário do Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social de Lajeado, Lajeado, 2013.

SILVA, V. da S. **Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos**. 2018. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

SODRÉ, G. de J. M. **Modelagem Matemática crítica como atividade de ensino e Investigação**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

SOISTAK, A. V. F. **Modelagem matemática no contexto do ensino médio**: possibilidade de relação da matemática com o cotidiano. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Setor de Ciências Humanas, Letras e Arte, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2006.

SOUZA, V. R. de. **Funções no Ensino Médio**: história e Modelagem. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SOUZA, R. A. de. **Educação financeira**: uma abordagem centrada na modelagem matemática. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

TERES, S. L. L. **Em direção à Educação Matemática Crítica**: a análise de uma experiência de Modelagem pautada na investigação e no uso da tecnologia. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2014.

TESSARO, A. **Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do ensino médio sobre suas aulas de Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Centro Universitário do Norte do Espírito Santo, Universidade Federal do Espírito Santo de São Mateus, São Mateus, 2015.

TONELLO, T. H. **Argumentação em atividades de Modelagem Matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2017.

VARGAS, P. R. R. **Modelagem Matemática**: Um Ambiente de Ensino e Aprendizagem Significante na 8ª Série do Ensino Fundamental. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática**. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VIECILI, C. R. C. **Modelagem Matemática**: uma proposta para o ensino da matemática. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: um estudo com alunos alemães e brasileiros. 2016. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

APÊNDICE 1

TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS

Transcrição da entrevista do primeiro sujeito significativo

(P = Pesquisador, E1 = Entrevistado 1, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada, em meu nome e em nome da professora Maria, por aceitar nosso convite.

E1: É um prazer.

P: Professor, eu queria que você contasse o que te fez trabalhar com Modelagem Matemática. O que motivou você a trabalhar com MM.

E1: Sério?! (risos) Bom, tem que puxar da memória. Você sabe que eu fiz o doutorado [...] você está em Rio Claro?

P: Estou!

E1: Aí, então, eu fiz o doutorado aí, né?!... E, quando eu fui fazer doutorado, eu nunca tinha ouvido falar de Modelagem na Educação Matemática. Meu projeto inicial era [...] com relação às tecnologias, ensino de cálculo [...] uma coisa assim. Uma coisa que eu até falo: todo professor de Matemática tem como primeiro objetivo de pesquisa, entre aspas, fazer os alunos aprenderem matemática, né?! Então, aí, depois, mais tarde, eu fiz isso, meu objetivo de pesquisa e tal. Eu fui para o doutorado com essa visão mais ingênua de pesquisa e daí queria é [...] minha preocupação era que os alunos não aprendiam cálculo. Eu já era professor [...] e aí eu via, sempre me interessei por tecnologia [...], eu via os recursos tecnológicos como uma possibilidade para é [...] trabalhar essa inquietação minha tá?! Bom [...] então, por isso, eu fui trabalhar com o Marcelo Borba, porque ele trabalha com tecnologias e Educação Matemática. Então, foi uma indicação aqui da professora da universidade que a partir dos meus interesses, ela [...] ela já tinha ouvido falar do Marcelo, ela sugeriu que eu fosse conversar com ele e deu super certo. Mas estando aí [...] na UNESP de Rio Claro, eu tive contato com Modelagem na Educação Matemática por, pelo menos, quatro fontes: Primeiro o Marcelo, que era [...] ele desenvolvia, não sei se ainda desenvolve um trabalho com a Biologia, envolvendo Modelagem e aí eu me interessei muito por esse trabalho dele, li algumas coisas que ele escreveu a respeito na época; Segundo, porque o Jonei era meu contemporâneo do [...] é [...] do doutorado e ele já entrou com o projeto, querendo trabalhar com Modelagem e depois, ao longo do doutorado, eu

fui tendo contato com o Rodney Bassanezi, com o [...] é o Joni né, o João Frederico Meyer da Unicamp e o Ubiratan D'Ambrósio também falava um pouco de Modelagem na Educação Matemática. Então, posso dizer que o meu interesse começou, no doutorado, a partir do contato com essas pessoas. Eu até falo que o meu contato inicial com Modelagem foi teórico. [...] Foi só mais tarde que eu vim fazer Modelagem como professora.

P: Legal! E sua tese foi sobre Modelagem, né. E, nela, você coloca uma compreensão de Modelagem Matemática, certo?! Você poderia falar um pouquinho sobre o modo como compreende a Modelagem? Se houve mudança daquele período para hoje.

E1: Ok! Bom, então, esse contato que eu tive com a Modelagem, na UNESP, transformou inclusive a minha pesquisa de doutorado, né?! Que ela [...] era [...] ela não existia na pesquisa em princípio e aí foi entrando aos poucos e depois, no final, ela teve mais importância do que as tecnologias. Então, foi uma transformação bem no doutorado mesmo e [...]. Bom! Outra pessoa que eu tive contato aí na época foi com o Ole Skovsmose e [...] porque ele ainda não morava em Rio Claro, mas ele [...] às vezes [...] ele ia e ficava um período. Cheguei a cursar duas disciplinas concentradas com ele [...] é aí [...] então, eu comecei a me interessar bastante pela Educação Matemática Crítica, porque ela [...] ela também mexia com o meu é [...] a minha compreensão de Matemática. Porque até então, eu fiz mestrado em Matemática pura, o meu contato com Matemática foi sempre nessa concepção mais [...] é [...] mais absolutista de Matemática e aí quando, quando eu tive contato, com essas ideias da Educação Matemática Crítica, desestabilizou as certezas que eu tinha e aí eu até falo que uma das principais, um dos principais resultados da minha pesquisa de doutorado foi a minha própria transformação, porque eu comecei a questionar o que era aprendizagem, o que era a Matemática. Comecei a questionar muitas certezas que eu tinha e aí eu fui incorporando essas [...] é [...] esses referenciais teóricos que eu encontrei ao longo do doutorado. Fui incorporando não só na pesquisa propriamente dita, mas também na [...] é [...] nas minhas concepções sobre Educação Matemática, de maneira geral. E aí é [...] foi natural eu ter uma preferência por uma concepção de Modelagem na Educação Matemática que tivesse mais essa [...] esse viés crítico né [...] de [...] é de usar a [...] de trabalhar, construir modelos matemáticos não apenas para prever alguma situação, fenômeno, para entender alguma situação do cotidiano ou da realidade entre aspas, seja lá o que isso for, né, mas também para questionar essa presença da Matemática na sociedade. Então, é uma coisa até meio [...] talvez conflituosa porque os alunos é [...] começam a ver a Matemática sendo usada, para resolver problemas cotidianos né, o que para eles responde aquela perguntinha: para que serve isso que eu vou estudar; mas, ao mesmo tempo, a gente questiona esse uso que é feito da Matemática na sociedade. Então, eu acho que é uma

concepção bem [...] é [...] bem em harmonia com os valores que eu fui construindo. Começou bem forte aí no doutorado e que eu fui construindo ao longo da minha carreira, *tá?! Com relação à mudança, eu acho que mais mudanças de [...] de forma de escrever, alguma coisa assim, porque à medida que a gente vai aprendendo e tendo uma maior depuração teórica, você tem que fazer alguns ajustes [...], mas eu acho que em termos de [...] da ideia em si não mudou muito não. A minha é [...] a minha [...] o meu ideal, a minha utopia como educadora matemática é [...] é trabalhar essa [...] essa concepção mais crítica com os alunos, da forma que eles se sintam mais empoderados por meio da Matemática.*

P: Ótimo! Professor, você disse que não havia trabalhado com Modelagem antes do doutorado, porque o seu primeiro contato com MM foi na pós-graduação. Hoje, ao trabalhar com Modelagem, como esse fazer modelagem acontece em sala de aula? Quando você trabalha com Modelagem, como isso acontece na sua aula, por exemplo?

E1: É [...] ultimamente, eu trabalho mais com Modelagem na formação de professores de Matemática. É [...] porque, quando eu trabalho com as disciplinas é [...] cálculo [...] do ciclo básico, normalmente, é [...] eu trabalho em equipe [...] (ruídos), tem aquele cronograma enorme [...], as mesmas justificativas que os professores dão para não trabalhar com Modelagem, eu vivo aqui como professor da universidade. Então [...] é [...] mas eu não deixo de fazer [...] de alguma forma, né. Mas para dizer que eu trabalho com Modelagem mesmo na Educação Matemática, é mais na formação de professores em que eu [...] às vezes eu dou uma disciplina é [...] optativa que versa, exatamente, sobre Modelagem na Educação Matemática e ali [...] é [...] os alunos fazem Modelagem e [...] aplicam Modelagem em alguma escola, discutem Modelagem teoricamente. Então, é uma formação do professor com relação à Modelagem. E, nessas disciplinas, por exemplo, cálculo, eu não, não faço Modelagem assim diretamente, mas (ruídos), porque os dados são artificiais, é [...] sempre os resultados são sempre números inteiros, quando, na verdade, as coisas na [...] os fenômenos [...], dificilmente, você vai conseguir números inteiros e aí vai. Então, eu sempre aproveito é [...] exemplos, exercícios para problematizar essa maneira como aplicações de matemática aparecem nos livros de cálculo, por exemplo. Isso eu estou falando de cálculo, porque é uma disciplina que eu tenho é [...] me dedicado mais ultimamente. Mas assim, equações diferenciais ou qualquer outra disciplina do curso de cunho matemático, né, eu sempre aproveito essas oportunidades para é [...] discutir essa concepção de Matemática com os estudantes.

P: Professor, você disse anteriormente: o fazer Modelagem, né?! Você pede que eles cheguem num modelo matemático ou é para eles irem trabalhando com aquela situação proposta? Como você tenta conduzir isso?

E1: No caso do cálculo?

P: Isso pode dizer primeiramente do cálculo.

E1: É [...] Então, aí, eu pego algum exemplo do livro, algum exercício que eles façam, por exemplo, problema de otimização ou, então, você vai ter que representar alguma situação é [...] usando uma função [...] situações assim [...] aí [...] a gente chama mais de aplicação de Matemática porque é, quando você acabou de dar um conteúdo e tem o exemplo é [...] que é onde você usa aquele conteúdo e aí eu uso os exemplos que tem no livro. A gente adota aqui o livro do Stewart e aí os alunos é [...] tentam modelar aquilo ali, mas eu sempre problematizo, converso com eles sobre os dados do problema, porque eles são artificiais: vai falar de um avião, ele vai voar em linha reta o tempo todo. Será que isso é possível?! Então, eu sempre, é, dou essa cutucada nos alunos para eles [...] para mostrar o quanto que aqueles problemas são artificiais e servem apenas para eles aplicarem aquele conteúdo que a gente acabou de ver. Então, é [...] não é muito diferente da [...] de uma aula mais convencional de cálculo, só que tem essa discussão mais filosófica sobre a Matemática, quando eu trabalho com o próprio conteúdo de cálculo mesmo.

P: Entendi! E daí, na licenciatura, eles chegam a desenvolver algumas atividades de Modelagem além das discussões, né?! E esse desenvolver Modelagem, como você gosta de trabalhar?

E1: Olha [...] é [...] vou te falar [...] é da última experiência que foi nesse semestre que acabou tá?! Eu [...] primeiro [...] eu tento dar para eles uma amostra do que é a Modelagem na Educação Matemática. Uma amostra tanto prática quanto teórica. Eu escolho algum artigo é [...] bem básico de Modelagem na Educação Matemática; às vezes, um do Jonei; às vezes, um da Lourdes e daí [...], de acordo com o perfil da turma, eu sinto, mais ou menos, e [...] proponho para eles discutirem é [...] inicialmente, esse artigo e faço uma atividade de Modelagem que eu mesma proponho numa aula, tá?! Então, eu levo uma situação problema, eu levo alguns dados, algumas informações. Mas, hoje em dia, todo mundo tem um *smartfone* dentro de sala, então eles conseguem obter mais informações por eles próprios e, ao final da aula, cada um tem uma solução diferente. E, mesmo ali, nessa primeira experiência com Modelagem, eu destaco essa característica: olha só, né, nós somos aqui quatro grupos num mesmo problema e quatro soluções diferentes. Então, a gente já começa a perceber ali uma diferença dos problemas que acontecem na aula convencional de Matemática. Então, eu não consigo fugir muito dessa minha concepção de Modelagem, né. Mesmo sendo um problema bem caretinha, a gente acaba levando para essa discussão. E o bacana que, nessa última edição da disciplina, o Fernando Lima, que organizou o EBRAPEM, estava fazendo estágio docência comigo, então, ele deu a ideia de a gente fazer uma avaliação final da disciplina mais detalhada. Então, ele fez um

questionário e tal e, aí, a gente, na última aula, pediu para os alunos responderem esse questionário. Aí, só, nessa primeira atividade de Modelagem, nesse primeiro contato deles, primeira aula, primeira ou segunda aula, uma coisa assim bem no início, né, ele é [...] eles falaram que eles não gostaram daquela atividade, porque eles não sabiam como fazer, como proceder, eles ficaram perdidos e as soluções eram muito estranhas e, aí, eles mesmos emendam: mas, ao longo da disciplina, eu entendi que tinha que ser daquele jeito mesmo, porque você estava querendo mostrar para gente o que [...] as surpresas, as diferenças que acontecem, quando é [...], quando você trabalha com Modelagem, principalmente, na perspectiva sócio crítica. Então [...], ou seja, eu fiquei satisfeita, meu objetivo foi cumprido, era isso mesmo que eu queria. Então, eles que vem de uma formação mais convencional de Matemática, em princípio, eles não gostam daquilo [...], mas ao longo da disciplina, eles passaram a entender aquela experiência, aquela primeira experiência (ruídos). Se você quiser saber qual foi, tem um artigo que eu e a Daniele Martins publicamos, na Revista Paranaense de Educação Matemática, em 2017. É um sobre a PEC [...], a PEC do teto dos gastos.

P: Bacana! Já vi esse texto.

E1: É [...] ali [...] é aquela atividade que eu desenvolvo com eles. Então [...] bom [...] você estava querendo saber sobre a atividade prática.

P: Isso! Como você vai conduzindo. Como ela vai acontecendo.

E1: Nessa primeira, eu conduzo mostrando [...] fazendo mais questionamentos, mais nesse é [...] nesse viés da Educação Matemática Crítica. Aí tem uma segunda atividade prática que eu faço bem aberta, em que os grupos escolhem o tema, os grupos fazem tudo *tá*. E, aí, até essa turma tinha 16 alunos, então, foi ótimo. Quatro grupos de quatro [...] bem fácil de resolver, de equacionar isso aí. Aí é [...] eu vou orientando de acordo com o que eles trazem para mim. Um exemplo que eu achei bem bacana foi de uma [...] de um grupo que queria descobrir se existia alguma relação entre o número de pessoas que visitam uma loja de tecidos e a quantidade de compras, de vendas que são efetivadas. E aí, [...] então, uma das meninas foi para a porta da loja, que é a loja do tio dela e começou a contar o número de pessoas que entravam e, aí, durante o relato que ela fez dessa primeira coleta de dados, ela falou assim: olha que interessante, eu percebi que quanto mais gente tem na loja mais gente entra. E, aí, eu falei: oh, uma equação diferencial: porque a taxa de variação é proporcional à quantidade de pessoas, né que tinha lá na loja e, aí, é [...] isso aí me chamou a atenção para eu [...], porque como eles são alunos da licenciatura e já estão no final do curso, eu peço para eles usarem a Matemática mais difícil que eles puderem no [...] nas situações que eles escolheram. Isso, por quê? É [...] porque eu vejo que a [...] a Matemática, na escola, quando vai se relacionar com outras disciplinas é de uma

forma muito simples, né. Às vezes, é para você é [...] uma tabela, um gráfico de pizza e [...] então, eu queria estimular os alunos a trabalharem com conceitos mais complexos da Matemática em problemas simples, problemas que eles mesmos tinham inventado. Então é [...], nessa segunda experiência, minha orientação é bem nesse sentido de é [...] de tentar avançar com a Matemática para também desmistificar essa coisa de é [...] sempre uma [...] uma Matemática simples que aparece ou que isso não é Modelagem. Tem tudo isso. Então, eu quero trabalhar com eles mais nesse sentido, né, de eles verem que é possível usar uma Matemática mais avançada num problema simples.

P: E daí, você entra na explicação desse conteúdo ou você deixa que eles abordem isso e venham perguntar para você?

E1: Bom, eu dou a ideia do conteúdo, né, por exemplo, esse que eu falei da equação diferencial. Que eu acho que eles é [...] não tenham muita experiência para enxergar isso e eu, aos poucos, eu fui percebendo [...] adquirindo essa experiência: de enxergar a Matemática que pode ser usada ali. Então a [...] qual conteúdo eu que falo normalmente, né. Quando acontece de eles perceberem, ótimo! E aí, eu vejo o quanto eles sabem daquele conteúdo, o quanto eles dão conta de fazer aquilo *tá*. Então, esse grupo que eu falei de equações diferenciais, eles não usaram exatamente equações diferenciais e usaram função exponencial para representar a quantidade de pessoas que entravam ali. Então, de alguma forma, eles usaram né, eles já resolveram equações diferenciais já de uma vez. Quando que a minha sugestão para eles foi de fazer mesmo uma equação diferencial. Teve um outro grupo que estava é [...] a pergunta deles era: por que no bandeirão aqui da universidade nunca têm pessoas com o prato cheio, com a bandeja cheia, sem lugar pra sentar? Igual acontece em praça de alimentação no shopping; que você vê a pessoa com a bandeja na mão e não acha lugar para se sentar. O menino que percebeu isso, ele deu a ideia e o grupo gostou. Então, eles é [...] foram contar é [...] ver como era a dinâmica de funcionamento no bandeirão. Então, foram para a fila, contaram [...] aquela coisa toda. Eu falei: oh, gente, vocês não precisam contar, dá para usar a integral aí. Porque vocês olham a taxa de variação da entrada de pessoas: conta, no início, quantos têm né?! E, aí, depois, vocês fazem uma integral para saber quantos [...] qual a capacidade lá, tal [...]. Eu dei a ideia, mais ou menos assim para eles, mas eles não usaram. Não sei se eles não entenderam como que a integral poderia ser usada ali e eles é [...] fizeram um tratamento matemático bem aritmético de ir contando e, aí, entrevistaram o pessoal do bandeirão pra saber a capacidade, o número de pessoas que eles atendiam. Então, fizeram uma Modelagem, mas não usaram esse conteúdo matemático mais avançado. Certo?! Eu vejo que cada grupo vai tentando ao seu modo e aí, a gente vê também o quanto que eles é [...] embora eles tenham já estudado todas essas matérias, eles não

conseguem usá-las no problema mais simples. Bom, isso eu estou generalizando, mas foi o que aconteceu nessa disciplina, né?! E o outro grupo que eu sugeri que eles usassem função de várias variáveis, eles usaram. Eles estavam querendo saber qual meio de transporte era mais vantajoso, se era ônibus, táxi ou uber e, aí, é [...] a forma como cada um desses [...] desses meio [...] preços é calculada pra cada um desses meio de transporte, às vezes, dependia de mais de uma variável e aí, eles usaram. Foi super tranquilo e teve um outro grupo que eles trabalhavam é [...] com bastante é [...] um problema mais geral. Eles estavam buscando alguma relação entre o déficit da previdência e a taxa de desemprego no país. Então, eles fizeram é [...] uma [...] a modelagem deles era funções de uma variável só; função tempo. Então, eles comparavam como está o déficit da previdência, como está a taxa de desemprego ao longo do tempo e fizeram comparação dessas duas funções e aí, fizeram restrição de intervalo para relacionar o [...] com o governo. Nessa época, o governo tal; nessa outra época, tem outro governo. Então, eles fizeram [...] acho que talvez seria mais uma análise de modelos do que [...] eles construíram é [...] eles tinham dados é [...] numéricos, de tabelas que obtiveram na internet e eles construíram funções a partir [...] é fizeram Modelagem nesse sentido mais canônico, né. Construíram funções é [...] de [...] a partir dos dados que eles obtiveram. Então, assim, aí, não fica muito é a (ruídos) não está muito na perspectiva sócio crítica, que aí o meu objetivo mais é com relação a essa formação matemática deles, para eles verem a Matemática sendo, efetivamente, usada. Se surgir oportunidade, por exemplo, nesse na previdência, ok. Teve uma discussão crítica ali também. Mas é [...], mas sempre tem alguma coisa, por exemplo, esse do meio de transporte, a [...] o grupo percebeu que tinham umas variáveis que não poderiam ser medidas, matematicamente, como por exemplo, a [...] a segurança ou o conforto, né. E que são variáveis que as pessoas levam em conta, quando vão escolher um transporte. Então, a discussão crítica ficou meio que por aí, que a única coisa que eles conseguiam medir, matematicamente, era preço e tempo e tinham outras variáveis que não eram matemáticas que ficavam de fora. Então, isso (ruídos) uma discussão sócio crítica também; existem outras coisas também que podem ser consideradas, quando você está fazendo Modelagem, mas que não são é [...] mensuráveis matematicamente. Então, assim é [...] é na primeira atividade, a perspectiva crítica era mais forte intencionalmente, na [...] na segunda, dependia dos problemas que eles propunham, da condução e da minha inspiração na hora para fazer alguma coisa. Porque como era mais por conta deles, então, a gente é [...] não tinha muito controle sobre o que acontecia. E, depois, eles tinham uma atividade de fazer Modelagem na escola, em alguma escola. É [...] ou eles estavam fazendo estágio, então, eles tinham uma escola onde [...] é [...] a minha proposta é mais ou menos assim: vocês têm alguma escola que vocês tenham acesso? Aí, não sei [...] alguém é

professor, alguém está fazendo estágio, alguém está fazendo aquela residência é [...] alguém tem contato com a escola em que estudou. Então, cada grupo tem que arrumar uma escola e, aí, a proposta é que vá o grupo todo à escola. Mas, aí, aparece um monte de coisas; uma escola que não deixa o grupo entrar, só o *cara* que é professor lá que pode (risos). Uma escola particular que só eles [...] só o professor que pode entrar, então o professor teve que fazer uma transmissão *online* do que ele estava fazendo para o resto do grupo e o grupo orientando tal. Então, eles bolam grandes estratégias e aí, ficam mais discussões sobre o fazer deles como professores. É isso que fica mais forte nessa experiência. E, aí, acontecem umas coisas muito engraçadas do tipo: dois grupos; um apresentou, um que fez a Modelagem numa escola particular, esse que ninguém podia entrar e o outro grupo fez numa escola estadual, onde eles podiam fazer qualquer coisa que eles quisessem e aí, os dois relataram essa situação como um problema: quando restringem muito o grupo, é um problema; quando dá muita liberdade, é um problema. E aí, foi muito bacana, por coincidência, os dois grupos apresentaram no mesmo dia e a gente pode fazer essa comparação, né [...] de [...] de qualquer forma, aparecem dificuldades e de qualquer forma, eles conseguem fazer alguma coisa. Isso foi bem [...] bem educativo para eles, eu acho.

P: E, quando você trabalha com Modelagem, como você vê a aprendizagem da Matemática?

E1: Ai, ai. Bom, aprendizagem é uma palavrinha que me incomoda há muito tempo. É [...] a minha primeira versão do projeto do doutorado tinha a palavra aprendizagem só que eu tinha uma concepção bem é [...] senso comum de aprendizagem né, como uma situação em quem você é [...] reproduz aquilo que o professor falou né e, aí [...] por eu ter esse contato com [...] com Teorias de Aprendizagem no doutorado, eu acabei tirando aprendizagem da tese, porque eu vi que eu não sabia o que era aprendizagem. E [...] mas ficou aquele desafio né [...] e aí, ao longo da [...] uma coisa que foi incorporada ao meu arcabouço teórico, depois do doutorado foi a Teoria da Atividade que é [...] que tem uma concepção de aprendizagem que [...] chamada aprendizagem expansiva que [...] a ideia que [...] é que você, as pessoas ao enfrentar é [...] tensões, conflitos etc., elas se transformam *tá*. Então, resumidamente *tá*, essa é a ideia da aprendizagem expansiva. E, aí, é [...] é uma concepção que me parece bem palpável no seguinte sentido: eu consigo é, de alguma forma, como pesquisadora, olhar ou tentar detectar essa aprendizagem por mais que a gente descubra um monte de questões metodológicas pra fazer isso na prática, mas eu acho ela muito mais palpável do que essa concepção mais cognitivista de aprendizagem. Então, eu, ultimamente, é [...] como pesquisadora, como professora eu tendo mais para essa concepção de aprendizagem. Ok! Mas, ao mesmo tempo, como pesquisadora, eu tenho um incômodo muito grande é [...] com os trabalhos da nossa comunidade de Modelagem na Educação Matemática que falam de aprendizagem, nesse sentido, mais do senso

comum. Então, é [...] até a minha pesquisa, atualmente, com meus alunos de iniciação científica é fazer um [...] a gente está fazendo um levantamento sobre o que se fala sobre aprendizagem na nossa comunidade. E, aí, tem é [...] têm trabalhos que apresentam uma concepção de aprendizagem, que tem esse tipo de cuidado né, de falar: Ah! Eu trabalho com [...] é [...] aprendizagem situada etc., mas tem gente que, simplesmente, fala que: os alunos, porque gostam da atividade de Modelagem; então, eles aprendem matemática. Mas tem um buraco enorme, aí, entre essas duas afirmativas e [...] as pessoas não têm muito cuidado com isso, né. Eu acho que [...] que a Modelagem está sempre entusiasmando muitos professores que ficam preocupados com [...], igual essa minha preocupação inicial, só que eles é [...] muitos ficam ali, né, e não avançam nessa discussão teórica sobre aprendizagem, sobre a própria Modelagem. Então, sobre aprendizagem de Matemática especificamente é [...], olhando para essa minha experiência como professora, fazendo uma análise ao vivo aqui, sem ter nenhum cuidado metodológico tá. É [...] quando eu [...] quando eu vejo que eles aprenderam Matemática, fizeram as disciplinas de Cálculo, Equações Diferenciais etc., e têm dificuldades ao aplicar, ao usar esse conteúdo de Matemática nos problemas que a gente [...] que eles mesmos propuseram na disciplina, eu vejo que eles estão enfrentando esse conflito, né. É [...] eu fui aprovada nessas disciplinas, então, teoricamente, eu sei essas coisas, mas, na hora de usar, eu tenho dificuldades. Então [...] é eles viveram ali o primeiro é [...] o primeiro momento dessa aprendizagem expansiva que é se confrontar com essas tensões, relativamente, ao conteúdo matemático. Só que assim, a disciplina acabou, eu não tenho continuidade com eles e a [...] é uma disciplina que eles têm apenas amostras de várias coisas. Então, se, por exemplo, eu trabalhasse só essa atividade prática que eles mesmos propuseram por um período de tempo maior, talvez eu [...] a gente poderia é [...] enfrentar esse conflito, essa tensão que eles presenciaram, que eles vivenciaram em relação ao conteúdo matemático e dali teria [...] eles se transformariam com relação a esse conteúdo matemático. Mas ali, no caso da disciplina, não era minha intenção, né [...] trabalhar com isso, a minha intenção era mais colocá-los em contato com a Modelagem na Educação Matemática de diferentes maneiras, né: uma teórica; prática como aluno, como professor. Mas a questão da aprendizagem nessa experiência eu poderia fazer uma leitura desse jeito tá. E, no cálculo, quando eu trabalho os problemas de aplicação ou de otimização etc., da [...] do conteúdo em que eu é [...] problematizo a concepção de Matemática que está ali, eu gosto muito de brincar com o infinito com eles, né, infinitos de diferentes tamanhos e [...] e [...] é infinitesimais e aí, eu vejo que eles estão o tempo todo entrando em conflito com a concepção de Matemática que eles tinham até então no Ensino Médio. Então, assim, eles saem da aula, totalmente, perturbados e aí, é esse momento de [...] de estar de frente aos conflitos com relação

ao que é Matemática e alguns conceitos da Matemática e é, ao enfrentar esses conflitos, que [...] que eles têm essa possibilidade da transformação e, aí eu tenho uma leitura de aprendizagem expansiva acontecendo.

P: Professor, gostaria de saber quais as maiores dificuldades, quando você trabalha com Modelagem?

E1: É [...] acho que a maior dificuldade é enfrentar a estrutura engessada da escola, porque essa é a principal justificativa que os professores têm ou dão para não trabalhar com Modelagem e [...] eu vejo que eu fui ao longo da [...] desse meu trabalho com formação de professores [...] eu fui criando um monte de argumentos para tentar convencê-los a respeito dessa possibilidade, né. Mas eu sei que isso é um grande obstáculo, porque é [...] nossos professores, que são professores de escola particular, eles têm que seguir uma apostila da escola, cobrança dos pais e aí, quando é [...] quando eu vejo que eles conseguem fazer [...] furar esse esquema e fazer alguma coisa é [...] diferente [...] no caso é [...] com Modelagem, por exemplo [...], é eles trazem retorno assim que os pais ficaram surpresos. Então, eu acho que a escola tem uma [...] não conhece essa tendência da Educação Matemática e nem outras, né [...] acha que só acontece aprendizagem, só [...] a coisa só é séria, se for uma aula expositiva. Então, elas não conhecem e têm um pré-conceito sobre o que elas não conhecem e aí, quando a gente consegue furar esse [...] essa barreira, esse obstáculo, eu vejo muita reação legal dos pais, da própria escola e vejo muitas reações ruins também, né. Então, eu acho que isso é o maior obstáculo que a gente tem.

P: Professor, muito obrigada pela sua disponibilidade.

E1: Por nada, Carla. É um prazer estar aqui participando.

Transcrição da entrevista do segundo sujeito significativo

(P = Pesquisador, E2 = Entrevistado 2, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada, em meu nome e em nome da professora Maria, por aceitar nosso convite para essa conversa.

E2: Eu que agradeço.

P: Professor, eu gostaria que o senhor me contasse o que o levou a trabalhar com Modelagem.

E2: Bem, o que me levou a trabalhar com Modelagem foi a busca de uma metodologia que despertasse maior interesse nas pessoas para lidar com a Matemática na escola.

P: Mas isso já incomodava enquanto professor da escola?

E2: Sim. Isso [...] sim. Tiveram vários fatos que me incomodaram enquanto professor da Educação Básica, que me fizeram pensar em buscar outras formas de ensinar Matemática.

É [...] aqueles livros que vinham de cabo a rabo, tinha que trabalhar todo aquele conteúdo e os alunos sempre perguntando assim: mas professor, onde eu posso [...] onde eu vou fazer isso ou onde eu vou usar aquilo? E, naquele tempo, a resposta era assim: não se preocupe! No ano seguinte, você vai ver isso, não é?! Essas coisas foram me incomodando. Mas assim, o fato que foi assim determinante para que eu me decidisse, realmente, a buscar algo na Educação foi depois de uma avaliação que eu fiz com a sétima série antiga. Dei uma avaliação numa determinada semana e, uma semana depois, eu reapliquei aquela avaliação e eu fiquei indignado, porque os alunos que tinham tirado oito, nove, tiraram três, quatro. E [...] em conversa com esses estudantes: Ah professor! A gente só estuda para o dia da prova, depois, não, né?! É [...] aí, a gente esqueceu, não sabia que o professor ia aplicar a mesma prova outra vez. Bom! Isso me fez refletir sobre assim, primeiro: qual é o significado de você fazer aquele tipo de prova? Qual é o significado de você dar aqueles conteúdos em que não tinha contexto, as coisas não tinham contexto, não tinham nada. E, nesse tempo, estava surgindo [...] é [...] por iniciativa de professores da Unicamp, do professor Rodney Carlos Bassanezi, do Ubiratan D'Ambrosio, uma busca também de uma melhor formação de professores, né?! E [...] como eu [...] a gente já conhecia o Rodney desde 1975 e tudo, a gente sempre trocando ideias e a gente resolveu fazer um curso na Universidade também de formação de professores, de especialização, trazendo uma nova forma de fazer. E [...] ele falava em Modelagem Matemática.

P: O Rodney?!

E2: O Rodney e o seu grupo, né?! Mas e [...] aquela, aquele tipo de trabalho para a formação de professores e aquele tempo era uma época em que as Universidades estavam começando. E eu também estava começando numa Universidade, que assim [...] estavam se criando Universidades, estava em expansão, Ensino Superior tudo [...] e se buscando coisas novas.

P: Mas, o Rodney falava de Modelagem na Matemática Aplicada?

E2: Sim, sempre foi na Matemática Aplicada. Tanto que ele trabalhava com Biomatemática com um grupo lá na Unicamp, de tratamento de tumores cancerígenos. E [...] ele queria trazer pelo menos assim [...] essa forma da aplicação da Matemática, da importância da aplicação da Matemática. E esses cursos nossos de especialização, que à época era assim bastante requisitado, tinha bastante demanda. Nós realizamos cursos assim, né?! O que me encantou foi assim [...] uma nova perspectiva de se fazer o ensino da Matemática. Então, o pessoal visitava locais, visitava, por exemplo, uma indústria de papel, uma piscicultura, visitava propriedades rurais, criação de peixes [...] enfim, vários tipos. Depois o pessoal voltava para as salas discutiam, organizavam problemas, levantavam problemas e resolviam, né [...] trazendo as aplicações da Matemática. E [...] aquilo ali começou a despertar a ideia de buscar uma coisa

nova, diferente, porque eu não estava feliz com o que estava acontecendo e com o que eu próprio fazia. Foi, então, quando eu busquei a minha primeira saída para fazer um mestrado. Mas, eu estava ainda na Unicamp, fazendo um curso preparatório, que a gente passava janeiro e fevereiro fazendo os cursos de verão, quando o Rodney me disse que em Rio Claro estava para sair um [...] programa de Pós-Graduação que tratava mais do ensino da Matemática e como o meu pé estava na Educação Básica também, mas também estava começando na Universidade, mas trabalhava numa licenciatura [...] tinha muita relação com a formação do professor [...] aí, eu fui a Rio Claro. Não tinha começado ainda o curso, aí fui lá conversar com o professor Luiz Roberto Dante e conversando com ele sobre quando o mestrado começaria [...] se começaria. E [...] aí, depois de uma meia hora de conversa com o Dante, ele disse: Ah, se você quiser vir antes aqui para Rio Claro, a gente está formando um grupo aqui com o Doutor Mário Turassi, Ubiratan D'Ambrosio, Geraldo Peres, tem aluno da graduação, a Miriam. E a gente vai fazer um grupo aqui, você poderia se juntar a esse grupo para a gente começar a estudar as coisas. Aí [...] mas eu era professor do estado também, né, então, consegui uma licença e fui para Rio Claro. Lá fiz um projeto de um curso de especialização com o Dante [...] então, eu fiquei em 1983, eu fiquei o ano todo mais assim me preparando, discutindo com o pessoal e aí, em 1984, começou o mestrado. O Rodney era professor do mestrado e ele já trabalhava com Modelagem. Eu também tinha conhecido a professora, Marineuza Gazetta, que também veio a ser minha colega na primeira turma e o Rodney foi trabalhar e então me interessou fazer [...] ir para essa área da Modelagem [...], mas eu tinha outra perspectiva da dele.

P: Já nesse momento?

E2: Já nesse momento! Tanto que os meus colegas que foram trabalhar com Modelagem, a Marineuza fez na formação de professores, porque ela trabalha com formação. Uma outra colega minha, a Maria, que era de Maringá, trabalhou no Cálculo Diferencial e Integral e eu disse assim: bom, eu [...] para mim, eu acho que só tem sentido eu fazer coisas que eu possa melhorar a Educação Básica. Essa educação que aquele tempo não chamava Educação Básica, mas primeiro e segundo graus. Então, foi aí que começou. Mas, também não tinha ideia, porque, quando se fazia Modelagem aqui, eles traziam os problemas, mas aplicavam conteúdo de Matrizes, de Máximos e Mínimos [...] então, era tudo pulverizado os conteúdos. E, na educação, você tinha um currículo para ser cumprido, você tinha uma sequência de conteúdos, você tinha uma série de coisas que eram [...] que numa aula regular, num curso de formação pode ser muito bom, para sua formação individual, mas se você tivesse em sala de aula regular, você teria que ter outras formas de trabalhar, de ver as coisas. Então, foi a partir daí, que eu comecei a pensar na Modelagem Matemática de uma forma um pouco diferente do que vinha sendo feito.

P: E foi assim que já se foi constituindo a compreensão que o professor tem de Modelagem?

E2: Bom, de início, ela ainda ficou muito atrelada à Matemática Aplicada. Mas, se você olhar assim [...] você percebe que têm coisas que, ao mesmo tempo, ficavam um pouco presas, já tinham outras ideias que já estavam sendo, vamos dizer, geradas né, a partir do próprio curso que comecei a trabalhar com professores, né. Então, o meu tema da dissertação era maquete de uma casa, construção de uma casa. Porque, de início, eu também não tinha essa visão. Tanto que, como eu disse, a minha dissertação ela foi, assim, sendo construída de uma forma que ela mudava o [...] a dinâmica da sala de aula já. Porque era o aluno estudando, fazendo, compreendendo, ele tentando dizer o que ele fez, ele tentando relacionar, ele tentando conceituar as coisas, né. Diferentemente do que eu vinha fazendo. Mas ainda era assim [...] era [...] eu não tinha tantos fundamentos da Educação. Porque aquele tempo era assim [...] bom, para ensinar Matemática basta saber matemática, né [...]. E, no decorrer do tempo, [...] e como depois também trabalhando na universidade, professor formador de professor [...] você começa a ter uma outra responsabilidade, não apenas de transmissão de conteúdos, mas de uma reflexão maior sobre as coisas, sobre [...] você se fundamentar melhor, para conhecer algumas coisas melhor. E foi assim esses [...] esses anos do mestrado foram nessa busca né, de criar uma metodologia [...] uma metodologia mesmo que pudesse dar vazão àquilo que eu gostaria: de desenvolver criatividade, de fazer com que o estudante pensasse, de que ele criasse estratégias próprias para resolver as coisas. Porque tudo [...] os livros já começavam a vir com regras [...] regras [...] aquela forma mais assim de memorização das coisas. É [...] você fazia um exercício tipo, dava uma lista de trinta daquele mesmo tipo que só tomava tempo do estudante, sem acrescentar muitas coisas. Então, foi assim, eu queria superar isso, ainda não sabia como fazer, estava buscando caminhos. E esses caminhos que comecei a buscar [...] assim, quando eu saí do mestrado, eu saí com muito mais [...] muito mais questões do que respostas, né. Porque, nesse momento do mestrado, ainda, eu ficava um pouco limitado a fazer as coisas do tema da minha dissertação. Embora, paralelamente, eu vinha fazendo coisas, assim, das sugestões: primeiro, os professores trabalhavam individualmente [...] cada um trabalhava nas suas coisas, depois é [...] trabalhavam um único tema. Assim, de início, foi assim; depois, eu comecei a [...] eu também me abri às novas experiências. Ainda, com tanta insegurança que tinha, mas assim vamos ver o que vai dar. E [...] e aí, você vai buscando fundamentações, você vai buscando teorias de aprendizagem. Aí, você vê [...] que a forma com que você faz a sua prática, você pode determinar um sujeito ser ativo, reativo ou passivo [...]. Então, você [...], como professor, poderia mudar essa situação. Então, eu me sentia com mais responsabilidade de buscar essas coisas de forma que pudesse melhorar esse ensino para que o meu estudante [...] pudesse ser

mais autônomo. A gente reclamava tanto de [...] ah! mas o aluno chega e pergunta se pode passar um risco embaixo, se ele pode grifar, se ele não pode. Ele não tinha autonomia nenhuma. Então, a gente reclamava dessa falta de autonomia, mas o modelo com o que você fazia o ensino, ele só propiciava essa heteronomia no estudante [...] ele não desenvolvia autonomia. Bom, então, esse percurso foi assim e [...] trabalhando com os professores [...] então, o resultado foi muito interessante, porque os professores também queriam coisas novas, também não sabiam como fazer. Então, estávamos todos assim, vamos dizer buscando. Isso foi interessante. Então, quando eu saí do mestrado, eu saí assim com muito mais dúvidas, por exemplo: quando comecei a trabalhar com os professores outros temas, eu comecei a me sentir melhor, porque, embora eu, particularmente, me sentisse talvez um pouco inseguro em certos temas, mas os professores [...] eu atendia mais aos professores e percebia que eles trabalhavam com mais entusiasmo, se envolviam mais, eles iam buscar as coisas, porque eles precisavam. E aí, outra coisa, não era trazer as coisas prontas como a gente fazia antigamente é [...] é dar oportunidade de eles buscarem as coisas, deles pesquisarem. Não eu falar sobre uma construção, mas eles visitarem uma construção, conversar com um pedreiro, conversar com o carpinteiro, conversar com o engenheiro: como é que você faz as maquetes? Como é que você faz as coisas? [...] Então, tudo isso foram questões que começaram a serem refletidas, né. Então, como os alunos reagiriam, por exemplo, como os pais reagiriam, como isso afetaria o currículo da escola que era todo linear, que era todo numa sequência lógica, embora a gente soubesse que o conhecimento não foi construído dessa forma [...] e aí, para você entender essas coisas, você teria que [...] eu tive que estudar outras áreas, por exemplo, a epistemologia, saber como é que [...] sobre como você compreende esse conhecimento. E aí, começou a me cair às mãos os livros né, [...] Boaventura de Sousa Santos, Edgar Morin, esse [...] esses artigos lá da [...] Ibero-América, que é uma revista Mexicana e esses artigos foram me dando ao longo do meu [...] dessa minha formação, né, com Modelagem [...] assim, muitos elementos, mais, ainda, na própria [...] no próprio doutorado, eu [...] eu tive a oportunidade de ir fazendo coisas diferentes. Então, trabalhando com professores, eles escolhendo o tema, trabalhando com os estudantes, eles escolhendo o tema. Assim é [...] saindo, buscando dados e [...] isso foi, assim, criando algumas coisas que eu achava que, por exemplo, uma metodologia de ensino teria que ter alguns princípios. Por exemplo, então [...] para mim, o trabalho da Modelagem Matemática tinha que começar pelo interesse dos estudantes e tinha que ser assim, a busca dos dados não tinha que ser eu a trazer as coisas, mas fazer com que [...] se eu queria desenvolver a autonomia, se eu queria desenvolver criatividade, eu tinha que possibilitar que os meus estudantes, apoiado claro, em literatura de um aluno mais ativo né, que ele criasse as suas estratégias de ensino, que não

precisava ser aquela do livro, que ele pudesse criar outra forma, né. Que ele se comunicasse é [...] novas estratégias de pensamento, para resolver um mesmo problema. Então, é [...] veja, isso foi sendo construído ao longo disso. Quando eu terminei meu doutorado, que eu tinha entregado minha tese foi, quando me debrucei mais sobre esses artigos e, aí, eu fui percebendo [...] que como eu tinha preocupação com o ensino, com a aprendizagem, aquela Modelagem que visava aplicação da Matemática, não é que ela não pudesse valer, mas como eu trabalhava na Educação Básica, esses primeiros anos são de construção de conceitos, construção do conhecimento matemático e não de aplicação do conhecimento matemático. E foi daí que foi gerando a necessidade desse novo constructo da Educação Matemática [...] que o Higginson colocava [...] a Matemática, a Filosofia, a Sociologia e a Psicologia. Eu digo, bom, se a gente precisa ensinar, a gente precisa conhecer as teorias de aprendizagem, se a gente precisa ensinar, a gente precisa conhecer uma sociologia da educação. O que eu quero fazer com essa educação, eu preciso conhecer Antropologia, eu preciso conhecer sobre essa linguagem, a importância da linguagem na comunicação e no discurso de uma aula. Mas também sobre a simbologia, os símbolos da Matemática, essas coisas. Então, comecei a me ver assim com a necessidade de buscar mais essas [...] esses conhecimentos para poder me fortalecer, para poder ter mais condições de chegar a tomar uma decisão. E foi em 1986, quando eu trabalhava nos vários cursos aqui, no [...] na universidade do professor, que é aqui em Faxinal [...] que eu comecei a colocar essas novas ideias assim, né. [...] quatro anos depois do doutorado (risos), mas se você ver o artigo que eu escrevi ainda na minha tese, que tem na minha tese [...] eu lá já previa que tinha que partir do interesse. Até quando que duraria uma [...] aquelas perguntas que os professores me faziam: professor, como é que eu vou trabalhar o conteúdo de tal coisa dentro de [...] de um tema? Porque os professores tinham preocupação de [...] existia um currículo que eles tinham que cumprir e, então, se tinha um tema, eles diziam assim: ah, não estou vendo nada que possa trabalhar aqui dentro disso! Claro, né! E, então, eu já tinha lá coisas assim que eu já tinha alguns é [...] vamos dizer [...] algumas ideias já. Então, por exemplo, quanto tempo se deve trabalhar com Modelagem? Dez aulas, vinte aulas? Um mês, dois meses? Um bimestre? Bom, [...] pela minha experiência e pelo o que eu vivi em muitos cursos que eu fui fazendo com professores, foi me dizendo assim: bom, a duração com um tema na Modelagem dura enquanto houver interesse do estudante, porque a hora que perde o interesse, o interesse é só do professor. Então, porque às vezes você tinha um tema que era tão interessante que poderia fazer tantas coisas, mas era só meu o interesse. Não era do estudante. E o estudante queria outras coisas e o professor queria outras coisas. Os estudantes chegavam lá e queriam uma pintura da sala de aula, esse é o tema deles para fazer o estudo, né [...] era assim [...] aí o professor também [...]

esse professor que foi começando a trabalhar com essas coisas todas, ele também não tinha vivência disso, porque a nossa formação ela não foi, né [...] nós tivemos uma formação muito positivista, vamos dizer bem no sentido mesmo, bem positivista e você quer mudar isso. Você não muda essas coisas de uma hora para outra, você precisa dar um tempo, você precisa de um tempo seu, porque você precisa produzir essa mudança interiormente, né. Porque se você não sentir essa necessidade da mudança [...] e uma necessidade de uma mudança, ela não é de graça [...] ela é à custa de novas leituras, reflexões, discussões, novas experiências vividas. Então, ela tem uma série de coisas que fazem com que você é [...] vai tendo mais segurança para isso. [...] E foi assim, então, que a Modelagem foi se constituindo e, ainda, [...] ao longo de dez anos, doze anos depois, ainda [...] quantas coisas eu fui [...] eu fui, vamos dizer assim, vendo que [...] é importante trabalhar em grupos, porque o grupo, ele dava bons efeitos com os professores vivenciando isso, porque eles, inicialmente, trabalhavam individualmente, depois passaram a trabalhar em pequenos grupos, né. Em grupos de três a quatro elementos, que eles podiam discutir, eles podiam trocar as suas ideias, o grupo [...] a sinergia do grupo era muito interessante. É [...] depois, então, passou a ser assim com uma dinâmica dos fazeres da Modelagem. A escolha do tema, a [...] essa pesquisa exploratória, tanto que você vai [...] você vai perceber que os meus artigos [...] na minha trajetória, só num artigo de 1988 [...] 1998, é que surge [...] que eu rompo, definitivamente, com essa visão da Matemática Aplicada. Isso foi apresentado num congresso lá de [...] no México [...] que a professora [...] que eu não puder ir para apresentar, mas foi a professora Célia e ela apresentou o trabalho e [...] lá eu vou mostrando, né [...] porque saia daquela [...] porque eu fui fazendo Modelagem pelo sentido das ações, não pela estrutura como antes. Assim, quando eu comecei a trabalhar com os professores, né [...] é [...] que a gente partia do tema; o que a gente vai fazer agora?!; o que [...] como é que eu vou buscar esses dados, onde vou buscar?! Sabe, as coisas foram se construindo pelo sentido. Então, os encaminhamentos metodológicos da Modelagem na minha perspectiva, ela foi sendo construída pelo sentido. Porque se você pegava a Matemática Aplicada era [...] era seleção de variáveis, era a [...] construção do modelo, era validação do modelo [...]. Então, teve um momento que a gente rompeu com isso [...] então, as etapas passaram a ser desta forma: a escolha do tema, a pesquisa exploratória. Então, a escolha do tema, a escolha do tema é interessante, porque a gente vê [...] como é que as pessoas são assim [...] os gostos das pessoas, os interesses das pessoas [...] e quantas vezes você [...] pode impor um tema e só você gostar daquele tema, mas a pessoa não tem nada a ver com aquilo, para ela tem sentido outras coisas. Isso também a gente foi comprovando ao longo das nossas experiências [...]. Então, a escolha do tema [...] ou, às vezes, as pessoas partem assim: ah, professor, mas eu tenho um problema:

eu queria saber quanto [...] qual é a quantidade de chuva é [...] que [...] ou qual é a quantidade de papel que a escola poderia economizar etc [...] ou, ainda, quanto gasta a escola com papel, para gente buscar melhorar [...] então, às vezes, você parte de uma situação problema. Mas sobre o papel, então, você aí tem que ver [...] bom, o gasto do papel, mas aí você tem um tema que incluía essa temática, para poder trabalhar. Então, muitas vezes, você parte do tema ou de uma situação problema [...], mas de qualquer forma esses dois [...] essas duas etapas elas se [...] elas se complementam, num momento ou no outro. O segundo momento é assim [...] você vai fazer uma pesquisa, porque, muitas vezes, as crianças e, principalmente, na Educação Básica, são curiosidades, não é problema como na Matemática. Ah, eu quero saber qual é a quantidade de bactérias que se alimentam do papel. Bom, isso é um problema, então, ele é um problema matemático, ele já tem outras coisas, ele pode ser até multidisciplinar, porque pode envolver Química, Física ou Biologia. Mas, quando você parte de um tema, [...] é uma coisa bastante interessante, porque, quando você parte do tema, você não tem muita ideia, por exemplo, as crianças: ah, eu quero saber como é que [...] como é que [...] sobre [...] eu quero visitar a Sanepar. Quero saber como é que a água faz para chegar às nossas casas. Então, o tema era distribuição da água ou água e esgoto na cidade, qualquer coisa assim. Mas aí essas pessoas vão lá no local, elas conhecem onde se capta a água [...] onde, como é que se faz o tratamento dela, quais são os processos todos que a água passa para chegar à sua casa [...] e aí, vem outras coisas junto com isso, porque, quando você começa a trabalhar por um tema, ele já [...] não é de natureza mais disciplinar, ele é interdisciplinar, porque, nesse caso, já envolve saúde, envolve outras áreas do conhecimento, da engenharia, né [...] da [...] e outras áreas todas que [...] que ficam envolvidas. Então, a [...] na Modelagem Matemática, a etapa da escolha do tema, a pesquisa exploratória é, quando os estudantes, eles são [...] colocados assim: vamos ver como é que [...] como é que funciona isso. Bom, vocês sabem como é que funciona? Não sabemos. Então, vamos lá fazer uma visita, lá fala-se com o técnico, lá tem folhetos, lá tem vários tipos de materiais que você pode consultar, tem a internet e você pode se valer disso tudo, têm outras literaturas [...] para você saber por que [...] quantos que vão surgindo do tema né [...] são curiosidades, coisas técnicas enfim. Bom, com os dados que você colhe e aí você vai, então [...] que elementos você tem aí naqueles dados, aí, você vai buscar levantar as questões, aquilo que mais chamou a atenção, por exemplo, quando trabalhava com o tema água e esgoto: ah, quais são os dias da semana que mais se consome água nas famílias? Bom [...] isso a gente não sabe [...] aí, então, é preciso uma pesquisa [...] novamente, uma pesquisa. Então, o ensino e a pesquisa, eles são indissociáveis, porque, às vezes, uma questão levanta uma pesquisa, uma pesquisa levanta outras questões [...] então, é assim [...] um processo contínuo. Então, a [...]

quais são [...] qual é [...] como é que você paga a luz, a água, como é que é medido o consumo? Então, todo [...] todas aquelas coisas que envolve o tema água, como é que faz o tratamento, quais são os tipos de materiais que se utilizam no tratamento da água, quais são os processos que passa a água, desde que ela é captada lá no local até chegar na sua mesa, na sua torneira, como é que faz. Então, olha assim [...] isso foi assim me gratificando, [...] porque eu fui percebendo que você [...] como é interessante, quando uma pessoa vai falar de um tema e ela fala mais do que só sobre aspectos matemáticos do tema, começa a falar sobre a saúde, a importância da água, a importância da higiene, a importância disso, a importância daquilo, [...] que isso [...] onde que eles conseguem esses dados todos? Na pesquisa exploratória, então é uma pesquisa que eu chamei de exploratória, mas poderia ter outras coisas, mas eu chamei de exploratória, porque é, quando você vai tentar conhecer aquele objeto mesmo. Por exemplo, como é que funciona o saneamento, como é que capta a água, como é que leva, como é que faz, quais são as máquinas que fazem a água subir, quando não chega lá em cima do edifício como é que tem que fazer, para água ter força para subir nos morros, isso e aquilo [...], são coisas assim. Então, esses dados todos que vão levar você, por exemplo, à formulação dos problemas. Então, os problemas, eles são resultados da sua pesquisa e veja [...] é ação do estudante. Não é ação do professor. O professor tem um outro, uma outra função [...] que é a da mediação. Mas, ouvir muito os estudantes, incentivá-los a perguntar, a questionar, a se prepararem, quando vão fazer uma pesquisa. Não vão de qualquer jeito, têm algumas perguntas que eles gostariam de fazer?! Então, ajudá-los a pensar [...] porque hoje em dia um pesquisador, [...] a gente [...] ah, mas todo mundo [...] um pesquisador, ele vai se formando aos poucos, desde lá da escola elementar, você [...] desde que ele [...] desde que você o instigue a buscar as coisas, a perguntar, então ele vai [...] ele vai direcionando. Por exemplo, ele não vai fazer uma observação [...] ele vai fazer [...] uma observação mais direcionada para as coisas. Então, vai visitar uma cerâmica [...] ele quer saber de onde se extrai o barro, como é que leva o barro lá para a cerâmica, como é que é feito o processo lá, quanto tempo leva aquele processo, como é que são as coisas, as pessoas que fazem, como é que é os nomes daquelas pessoas, se tem algum tipo de nome especial quem faz isso, qual é o tempo, qual é a quantidade [...] do forno que vai lá para cada fornada de tijolo, qual é o tempo disso, quanto de lenha gasta. Então, são coisas assim que, quando se vai falar sobre um assunto [...] ele não fala, especificamente, da Matemática. Bom, isso foi me encantando [...] foi me encantando, porque eu vejo assim [...] a gente precisa dos conhecimentos mais [...] isso está assim bastante refletido nesse pensamento da epistemologia do pensamento complexo de Edgar Morin. A gente precisa juntar os conhecimentos novamente, porque a gente começou a fazer a hiperespecialização das coisas e fragmentou o conhecimento.

Você só vê [...] a coisa matemática da [...] produção lá que é: quanto custa a produção, quanto [...] mas não têm os aspectos sociais, culturais econômicos, ambientais. Isso é que vai formar um cidadão mais consciente. E eu não estou preocupado, nessa fase do ensino fundamental, em formar um matemático, estou [...] em formar um cidadão, um ser que [...]. Eu quero saber o que eu posso fazer com aquele ser para ele poder fazer diferença na nossa sociedade. Então, quanto mais ele souber sobre o assunto, quanto mais ele souber discutir, ele vai tendo argumentação, ele vai tendo pontos de vista próprios, ele vai formando seus conceitos das coisas, [...] eu acho que é isso que precisa, não é? Depois a solução daquele problema, ah, por exemplo, lá na [...] na água: ah, será que [...] quanto que se consome de água por mês? Bom, pode pegar dados lá na companhia, pode, então, fazer isso lá em atividades, nas práticas com Modelagem em sala de aula, como é que as famílias gastam, quanto que gasta, qual é a ideia de quanto se gasta. Sobre a água, aí, vão falar sobre a água, a importância da água na vida das pessoas, a importância da água na vida do planeta, sabe [...] vão tomando consciência das coisas. É um ser, assim, mais consciente dessa vida terrena, não é? Então, eu acho assim que aí, os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado para resolver essas situações ou problemas. Então, na Modelagem Matemática, diferentemente, do que a gente faz no ensino é [...] regular, nas escolas [...], a gente parte dos problemas para os conteúdos e não dos conteúdos para os problemas. Então, quem determina os conteúdos são os problemas que você levanta [...] por isso, que você pode trabalhar [...] então, o professor tem que vivenciar isso também, porque, se ele não vivenciar isso, ele não vai saber, porque a nossa formação na Universidade não nos credencia a fazer coisas diferentes na escola [...], senão a reprodução pura e simples daquela forma que aprendemos. Então, você tem que vivenciar, no âmbito da sua formação inicial, metodologias diferentes, alternativas diferentes, práticas educativas diferentes para que você possa, vamos dizer assim, propiciar isso aos seus estudantes também [...] senão você vai, simplesmente, reproduzir da forma como você aprendeu. Bom, então, os conteúdos matemáticos e outros conteúdos, porque, por exemplo, quando você vai trabalhar a parte da cerâmica, você pode falar sobre os aspectos matemáticos que se envolvem, né [...], o valor do custo da produção, do lucro disso, daquilo. Mas, você também pode perceber que, muitas vezes, é uma questão social, porque [...] emprega bastante gente, mas também degrada o meio ambiente, está certo?! Então, você chama a atenção para esses aspectos também [...] porque eu acho importante, nesse nosso século XXI, você preparar um indivíduo para fazer frente a essas coisas, para tomar consciência das coisas. Não é apenas saber resolver um problema matemático, mas é saber as consequências das coisas também, das implicações, por exemplo, da exploração de uma mina [...] é o que isso faz no meio ambiente [...] olha, veja esses desastres

aí todos. Muitas vezes, você só se preocupa com um aspecto, mas veja [...] o que isso atingiu cada família, como atingiu cada família, é preciso ter mais sensibilidade para essas coisas, porque, quando as pessoas forem fazer, pensar nas pessoas, não pensar apenas no lucro ou nisso, ou naquilo. Mas, saber o que é que tem [...] por trás disso são vidas, são pessoas, são famílias. Olha quantas histórias destruídas, quantas coisas e você não tem nem capacidade de sentir o que essas pessoas sentem, não é? O terror que viveram aquelas pessoas, naquele momento, quando você vê aquela avalanche de vinte metros chegando perto de você e você sendo engolido por aquilo. Assim, aquele terror quando [...] vê que as pessoas assinam um laudo, dizendo que a barragem tem segurança e não tem. Sabe, é um tipo de cidadão novo que a gente precisa formar, mais consciente das coisas, por isso que você não pode fazer as coisas só no [...] na visão disciplinar, tem que ter outros aspectos envolvidos para você poder perceber. E perceber, também, que a educação, ela é importante. E ela é importante, quando é feita dessa forma, que propicia ao indivíduo poder fazer a leitura do seu mundo, fazer a leitura das coisas. Então, é muito mais importante do que saber aplicar uma fórmula. Então, Modelagem na Educação Matemática, ela para mim tem um sentido completamente diferente da Matemática da Modelagem Matemática na Matemática. Modelagem na Educação Matemática ela tem um objeto diferente [...] ela tem um constructo que ela envolve pela primeira vez talvez o que diz o Boaventura de Sousa Santos, que toda ciência [...] conhecimento científico é um conhecimento científico social, porque envolve as Ciências Sociais que é [...] Letras, Sociologia, Filosofia, Ciências Humanas e Sociais, Administração. Então é [...] assim é uma formação mais ampla do que simplesmente aplicar. A Modelagem Matemática, nessa perspectiva, ela [...] e você vai vendo a importância disso na formação de uma pessoa [...] não sei por que a gente não pega uma turma que vai [...] a gente [...] fica discutindo, por que a Modelagem não chega às escolas? A gente pode ter várias respostas, mas se você procurar no âmbito das universidades e, praticamente, em todas as licenciaturas têm uma disciplina chamada Modelagem Matemática [...] aí, você vai lá e começa a ver as ementas: modelos clássicos, equações diferenciais, cálculo numérico. Bom, então, ela não chega muito à escola; primeiro, porque os professores quando têm essa disciplina no âmbito da Universidade, eles têm numa perspectiva que não é aquela da escola, a da sala de aula. Ela é daquela da Matemática Aplicada. Eles não conseguem vislumbrar isso e nem que eles tentassem vislumbrar, eles não conseguem fazer [...], eles não conseguem fazer, porque lá é de uma outra forma. Você manda um artigo para uma revista e se você não tiver um modelo matemático na Modelagem, pronto! Não serve. Mas, um modelo matemático não precisa só ser um modelo simbólico, ele pode ser em linguagem natural. Ele não precisa estar lá [...] sobre forma de uma equação. Ele pode estar

sobre uma forma, por exemplo [...] uma ideia de um modelo matemático, uma função, escrita em linguagem natural. A criança [...] ela talvez não tenha a simbologia, mas ela é capaz de escrever, por exemplo: o preço que eu vou pagar por [...] por gasolina, por dez litros é o preço de cada litro multiplicado pelo número de litros. Poxa, isso é o modelo matemático, segundo os matemáticos [...] mas ela pode ser colocada de outras formas. Então, [...], mas você tem que entender para você saber que todos têm uma estrutura cognitiva em desenvolvimento, que você precisa atender determinadas coisas. Você precisa entender que a criança tem o seu tempo, não é? O seu tempo próprio para as coisas e a Modelagem Matemática ela te permite [...] a interdisciplinaridade também [...] é ver as coisas de várias maneiras. A gente fala assim: os problemas do mundo atual não são disciplinares, ninguém mais resolve problema disciplinarmente. Só os matemáticos nas suas salas. Mas, os problemas do mundo eles são multidisciplinares, interdisciplinares, transdisciplinares. Então, as coisas de hoje em dia, elas precisam ter outra visão. A educação, na perspectiva da Modelagem Matemática, o aluno é protagonista o tempo todo [...]. A coisa que eu mais buscava era o protagonismo desse nosso estudante que, quando ele vai fazer as coisas que ele gosta, ele tem interesse, ele vai buscar. Tem vários exemplos, quando eu fiz um trabalho numa escola [...] que a gente fez durante dois anos um projeto, numa escola de primeiro ao quarto ano, os alunos trabalharam com o tema tartaruga [...] porque o tema da escola era meio ambiente [...] e aí, os professores do primeiro ao quarto ano e da classe especial, inclusive, podiam escolher o tema que as crianças quisessem e as crianças escolheram o tema tartaruga. Aí, essa professora, toda quarta-feira, a gente tinha reunião depois das dez até o meio-dia, a gente tinha reunião [...] a professora dizia: professor, eu não aguento mais falar de tartaruga; mas, todo dia, os meus alunos trazem coisas diferentes. Isso só me convence mais de que, quando se tem interesse, eles buscam, eles se animam, eles superam as suas dificuldades, né. Aqui eu estou lendo uma dissertação, agora, que os alunos não tinham interesse pela resolução de problemas [...], quando o professor abriu um pouquinho mais, pediu para eles escolherem o tema, para fazer a resolução de problema, ele percebeu o envolvimento dos estudantes de uma forma diferente e eles não desistem [...] e aí, eles próprios começam a perceber suas lacunas e buscar formas de superá-las. A Modelagem Matemática, depois na [...] na etapa em que a gente chama de levantamento do(s) problema(s), depois outra etapa denominada de resolução do problema e trabalha ainda [...] e eu, depois do primeiro artigo de 1998, que eu, ainda, acrescentei na etapa da resolução do problema, o trabalho com os conteúdos no contexto do tema. Trabalho com conteúdo no contexto do tema significava assim: por exemplo, iam trabalhar com alimentos, aí, podiam trabalhar com análise combinatória, mas podiam também trabalhar com saúde, podiam trabalhar com calorias dos alimentos entre outros.

Assim, então, com outros assuntos que não eram só os da Matemática. E depois, vinha a etapa que se chama análise crítica da(s) solução(ões). Olha, muito interessante, porque [...], embora tenha colocado várias etapas [...] você resolve um problema, já vai analisar se esse problema dá certo ou não dá certo. Se esse problema é viável ou não é viável, porque, muitas vezes os alunos [...] matematicamente, um problema é viável; mas, quando se retorna à realidade, ele não tem sentido. Por exemplo, esses problemas que envolvem assim [...] construções de casas, por exemplo, construções de casas pré-fabricadas. Então, por exemplo, lá no problema, eles levam cinco dias para construir uma casa pré-fabricada [...] veja, a diferença que é de uma casa que você está construindo, né [...] com alvenaria tudo. Mas, aí queriam fazer [...] ah, mas se eu colocar dez operários. Então, cinco operários levam cinco dias, mas se eu colocar dez operários, trabalhando mais três horas por dia, num total de dez horas por dia, quanto tempo? Ah, quando você resolve lá, você resolve vai dar um dia e meio, vamos supor. Aí, você vai chamar a atenção [...] porque têm algumas etapas que não podem ser [...] você vai fazer colunas de concreto, tem que esperar secar [...] então, sabe, muitas [...] esse é o momento para você trabalhar essas situações. Outra situação, às vezes [...], quantos homens eu preciso para terminar isso aqui em dois dias? Bom, daqui a pouco, o resultado dá 2,7 homens. Sabe, é o momento em que você vai discutir com os estudantes as grandezas contínuas, as grandezas discretas vão [...] essa importância [...] vai ver a importância desses conjuntos numéricos. Sabe, é um momento que você começa a refazer isso. E, assim, mostra que muitos problemas podem ser [...] podem estar dentro [...] resolver matematicamente; mas, quando você vai para uma realidade [...] não dá certo. É assim, [...] essa análise crítica é assim [...] trabalhamos até com crianças de quatro anos de idade [...] com a Modelagem nesse entendimento. A atividade, por exemplo, era toda filmada [...] nessa análise crítica que a gente fez, a gente chamou desse nome [...]. Mas assim, por exemplo, eles tinham que cantar, levantar o pé e levantar a mão simultaneamente. Então, como foi filmado, você podia nessa análise [...], as crianças [...] algumas vezes, ela estava com a mão direita e com o pé trocado ou com mesmo pé [...] ou, às vezes, estava trocado [...], então, quando tinha que levantar o braço e colocar o pé esquerdo, por exemplo, braço direito, pé esquerdo e, às vezes [...], então, o professor podia detectar ali probleminhas de motricidade e trabalhar certos exercícios para essas crianças, porque tem que ter essa clareza. Então, a análise crítica das soluções serve para isso. Mas, o mais importante assim que me admirou foi que muita gente usou a Modelagem [...], a mesma concepção da Modelagem para trabalhar, por exemplo, outras áreas do conhecimento: História, por exemplo. Uma professora disse assim: professor Dionísio eu usei Modelagem Matemática para trabalhar história, eu digo: Meu Deus do céu, verdade? Sério? Ela disse assim: Sério, professor. Eu disse: então, como é que você fez? Me conte. Aí

ela [...] pois é, professor [...] assim, o tema nosso lá [...] fui trabalhar escravidão no Brasil. Aí, peguei o tema e fui [...] peguei o tema que tinha que trabalhar lá e [...] os alunos foram pesquisar sobre o tema e pesquisaram sobre o tema, levantaram muitas coisas [...] depois eu fui levantando vários problemas [...], só que os problemas não eram matemáticos. Ela disse: quais as dificuldades que passavam os escravos? Como é que moravam os escravos? O que eles comiam? Quantas horas eles trabalhavam por dia? Esses foram alguns entre os problemas [...] como é que eles eram tratados? Quais os tipos de castigos que eram. E ela disse e depois, professor, a gente, por exemplo, como é que eles eram tratados e, às vezes, a gente não tinha [...], porque a pesquisa não tinha sido bem feita e, então, a gente ia buscar, na literatura, outra vez e respondia tudo [...] e depois a gente ficava fazendo análise, por exemplo, quais as contribuições dos escravos, por exemplo, para a alimentação, para a cultura, para a arte? Ela disse assim: eu apliquei a Modelagem Matemática. E digo: Mas, que beleza! (risos). Então, a professora Rosália, um dia me disse assim [...] a professora Rosália foi minha professora orientadora no pós-doutorado: Dionísio, a Modelagem do jeito que você pensa, é uma filosofia de Educação, ela é mais que uma metodologia. Mas, eu já me contento com ela como uma metodologia. Desde que bem feita, eu acho que ela pode trazer assim. Mas eu vi que ela pode ser aplicada. A Mariza, quando trabalhava ainda [...] a Mariza, eu disse [...] você [...], o tema é, por exemplo, Romantismo [...], pode pedir para os alunos pesquisarem ou como não tinha muito material nas escolas [...] eu disse assim: não sei como vocês conseguem dar literatura só com o livro. Porque você veja, literatura, os movimentos da literatura foram todos eles movidos assim por situações políticas, culturais, econômicas. Então, também dava para fazer o mesmo trabalho né [...] fazendo isso. Qual era a perspectiva política da, do [...] que fez com que as pessoas [...] o Romantismo, o Simbolismo é [...] enfim, todos aqueles movimentos [...] eles estavam atrelados sempre a alguma [...] outra coisa, não é assim: ah, não, você fazer isso! Não! Aquilo foi ditado por alguma cultura, por uma natureza política, social, econômica que as pessoas tentavam refletir na literatura, né [...] essas coisas todas. Então, assim [...] acho muito interessante essa forma que a professora Rosália me falou e eu vejo, assim que a Modelagem pode contribuir muito [...], mas, desde que ela seja trabalhada com essa perspectiva. Tanto que eu nunca tive preocupação de trabalhar Modelagem, por exemplo, dentro do cálculo. Se eu tiver que lecionar agora uma disciplina de EDO, por exemplo [...] eu teria que refazer tudo. Porque, quando eu ensinava EDO, era ainda mais da forma mais tradicional, era só técnica, técnica de resolução, de equação [...], tipo de [...] tipo 1, de primeiro grau, de segundo grau, primeira ordem. Aquelas coisas todas. Mas teria que fazer de outras formas. Mas a minha preocupação não foi assim a Modelagem no Ensino Superior [...] porque lá, lá ele já tem, por exemplo, num

quarto ano da Matemática, ele já tem equações, ele já tem análise, ele já tem variáveis complexas, ele já tem vários conteúdos que ele pode, simplesmente, fazer aplicações. Mas, quando você trata nessa formação, na área do eixo da formação do professor, do ensino [...] eu não abro mão de uma Modelagem voltada para a Educação Básica. No entanto, voltada com essa perspectiva das Ciências Humanas e Sociais. É claro que a Matemática [...] ninguém vai fazer Educação Matemática sem Matemática [...], mas também ninguém vai fazer Educação só com a Matemática [...] você precisa também de outras áreas que te dão sustentação, principalmente, na Educação Básica. O que ensinar, diz respeito à dimensão Matemática, A Psicologia para te dizer como fazer [...], quando fazer, a Sociologia para quem e onde fazer, a Filosofia para dizer o porquê fazer. Por exemplo, por que estudar frações [...]. Olha, falar em frações [...], desde que eu me conheço por professor, falavam que frações já não tinham mais sentido, desde que entraram as calculadoras, né [...] que engano [...] porque, ainda hoje, as frações estão aí.

P: E, ainda são um problema [...]. Digo um problema, porque parecem um “bicho de não sei quantas cabeças”

E2: Pois é, e são um problema, porque as situações em que elas são colocadas [...] são situações, vamos dizer sem contexto. E uma vantagem da Modelagem é a contextualização. Você [...] quando você vai levantar um problema, quando você faz um problema, você sabe a razão de você está fazendo aquilo. Você sabe por que você está adicionando, multiplicando, montando um sistema de equações, resolvendo uma figura geométrica. Você sabe o motivo pelo qual você está fazendo isso, tem um contexto das coisas. O que o ensino tradicional não tinha [...], é aquela lista de exercícios, por exemplo, 2,39 mais 1,42: o que é isso? Agora a Modelagem, ela pode te dar isso, o contexto. Então, a Modelagem, eu considero assim [...] uma das metodologias que tem uma potencialidade muito grande. Mas, eu concordo, plenamente, com Higginson, quando ele diz assim: não haverá avanços nas questões que tratam do ensino e aprendizagem, na Educação Matemática, enquanto não se [...] enquanto não se tiver claro os fundamentos das disciplinas que constituem a Educação Matemática: Filosofia, Sociologia, Psicologia. Agora com essas [...] novos eixos que se agregam à Educação Matemática, né [...] e pode vir até a Tecnologia, pode vir a História, pode vir uma série de outras, ainda se agregando. Então, esse ensino ele vai se tornando mais robusto, esse ensino vai se tornando [...] para isso, precisa um professor também bem mais preparado, né [...] e isso a nossa dificuldade, talvez, seja nessa formação inicial do professor.

P: Professor, [...] dessa vivência que o professor tem com Modelagem na Educação Básica, quando a gente está lá na parte da resolução do problema, por exemplo. Como o professor vê

isso: é o professor que vai dizer: olha, para resolver esse problema, a gente vai fazer isso ou deixa o aluno “tomar conta” para ver até onde ele vai?

E2: Veja, porque assim [...] na escola básica, parece que tudo se resume ao aluno resolver os problemas. Bom, quando o estudante consegue formular os problemas, porque a gente incentiva que ele formule o problema. Que problema nós podemos ver. Bom, esse pode ser um problema simples, mas [...] vamos supor assim que caia num problema, às vezes, que você precisa de um conceito que você não teve ainda. Como é que: Ah, por exemplo, então queria saber [...], mas eu precisava saber a densidade da população. Por exemplo, o pessoal estava estudando o *funk* e aí, eles precisavam saber assim é, sobre as populações, sobre os estados, etc. E caia num problema que eles precisavam saber a densidade, que é um conceito que não estava naquela série/ano, que eles não tinham visto. Bom, aí o professor pode [...] ele pode se valer de vários meios. Por isso, tem a aprendizagem significativa que diz: veja o que o seu aluno já sabe sobre isso [...], elabore os organizadores prévios *tá certo?! Têm vários [...] têm materiais didáticos, têm, entre outras formas, as investigações que podem ser úteis. Às vezes, o sujeito não consegue fazer determinadas coisas, mas tem o material didático que você pode utilizar. Ver o que o estudante sabe sobre aquilo, o que precisa saber, porque ali naquele momento [...] para a resolução daquele problema, ele tem interesse no conteúdo, o conteúdo é importante. Quando for nos anos iniciais, como que você podia fazer isso, por exemplo [...] assim, por exemplo [...] é com crianças [...] um carro tem quatro rodas, mas se você tem dois carros, quantas rodas você precisa? Ele não vai fazer por multiplicação, muitas vezes, ele vai somar quatro mais quatro. Tá bom, você aceita essa solução, porque ela está certa, essa solução. Agora quando você quer introduzir multiplicação, você precisa dar sentido a essa multiplicação. Você pode fazer de várias maneiras, você pode fazer com movimentos, ações que ele. Quantas vezes eu levei dois pneus até lá? Três vezes! Então, quantos pneus eu levei? Como é que eu posso representar isso sob uma formulação matemática, né? Como é que eu posso representar isso simbolicamente? Como é que [...] fui três vezes, levei, fiz três deslocamentos e levei dois pneus, duas coisas em cada deslocamento. Como é que [...] sabe, essa linguagem que você vai fazer. Esses alunos dessa dissertação que eu estou lendo, eles estão falando que eles não conseguem fazer essas traduções. Eles não são incentivados a fazer essa tradução, essa linguagem matemática. Ah, abre isso, expande isso, faz isso, faz aquilo [...]. Veja a ideia que as pessoas passam, às vezes, da nossa linguagem para eles. Então se calcula a área, a área da superfície de um quadrado, a área da superfície de um retângulo, a área da superfície disso e, às vezes, a linguagem não é bem trabalhada. Mas nessa resolução [...].*

P: É aquela questão do “passa para lá positivo e passa para cá negativo”.

E2: E aquelas histórias que falam: olha, aqui tem o sinal de mais, ele vai ter que passar ali naquele sinal de igual. Veja, ele não pode passar desse jeito, ele tem que [...]. Bom! Essa história aí deu certo para esse caso. Agora, quando ele vem de lá da esquerda do sinal de igual menos, como ele vai se transformar aqui em um mais? Então, você começa a mistificar a Matemática, você começa a colocar histórias [...] é fazer coisas que não têm sentido. Ah, usa lá, nos anos iniciais, o método do “chiqueirinho”, porque não diz: dispositivo prático de Euclides, logo?! Por que tem que dizer “chiqueirinho”?! Então, sabe [...] é assim [...] quer utilizar essas coisas [...] porque parece que a gente tem que infantilizar as coisas com as crianças [...] você veja as crianças, você pega lá uma situação em que eles vão ler [...] ficam falando aqueles nomes dos dinossauros, disso, daquilo e você fica falando: ah, faz o “chiqueirinho”. Não sabem dividir, crie com eles estratégias de ação, de prática. Vamos dizer assim: a ideia da divisão. Aquela forma [...] como é que você faz esse procedimento da divisão. Pega lá oito palitos, pega duas pessoas: ah, quantos palitos eu posso [...] eu tenho duas pessoas, eu quero distribuir esses palitos [...]. Porque dividir sempre parece que é cortar [...] ou usa a linguagem correta com as crianças: ah, então, eu quero repartir isso aqui. Ah, então, eu posso dar um para você e um para você [...] eu tinha oito, eu dei um para você e um para você, quantos eu dei? Então, eu vou diminuir dois aqui [...] aí ficaram seis. Posso fazer mais da mesma forma? Ah, dou mais um, dou mais um. Você pode criar esse método, ele vai perceber o que você faz. Ah, eu dei quatro para cada um, [...] ah, mas já não podia ter dado dois já no começo?! Então, você pode ir criando outras formas assim para que ele entenda o algoritmo [...] quando se coloca lá dividendo, divisor, quociente, resto, essas coisas. Ele vai construindo esse algoritmo, está certo?! Então, isso [...] é coisa assim que, por exemplo, na licenciatura, ninguém aprende. A didática daquele conteúdo, a forma de você fazer aquilo. Ah, eu tenho que adicionar um terço mais um quarto [...] um terço mais um quarto. Como é que eu vou fazer isso? Ah, primeiro que a criança não tem ideia de que todo está falando, quando fala um terço, quando fala um quarto. Pensa que são todos diferentes. O todo é o mesmo. Só que um todo foi dividido em quatro e o outro foi dividido em três. Tá bom, então, aquele [...] eu pego o que está dividido em quatro e pego lá. Então, um quarto mais um terço, quanto que vai dar isso? Poxa! Como é que eu posso fazer? Sabe [...] fazer a criança pensar, como é que pode fazer uma coisa [...] aí vai ver [...] ah! e se eu, por exemplo, dividisse aqui [...] multiplicar pela propriedade dos números naturais – o elemento neutro. Não precisa fazer o mínimo múltiplo comum. Mas, pega pela propriedade ou, então, trabalha com as frações equivalentes. Mas, primeiro você pode [...] olha, eu só posso adicionar se os denominadores forem iguais, porque um é três, o outro é quatro. Isso aqui dá quanto desse todo? Claro que você pode ir, mostrando que você [...] quando, se fizer o mínimo entre três e quatro vai dar doze.

Mas, você pode também trabalhar, inicialmente, às vezes, até pelo [...] como é que eu posso trabalhar com esses denominadores diferentes. Olha, se é um três e outro é quatro, eu posso multiplicar o primeiro pela propriedade multiplicativa do elemento neutro. Multiplico por quatro numerador e denominador da fração um terço, a outra fração um quarto eu multiplico por três, multiplico por três o numerador e denominador é como se eu não alterasse, porque é o elemento neutro da multiplicação que é um. Com isso, você constrói denominadores comuns e, aí, você pode fazer [...]. E aí, você vai dando a ideia da fração equivalente. Veja essa aqui: um terço [...], dois sextos, três nonos, quatro doze e assim por diante. E aqui: um quarto, dois oitavos [...] olha aqui [...] eu posso pegar esse aqui, esse foi o procedimento que a gente fez. Aí, que você vai mostrar [...] por isso, que eu digo assim: você pode ir mostrando dessa forma, Carla. Você não precisa só dizer assim [...] porque, quando ele vai fazer o mínimo múltiplo comum, ele não sabe se divide pelo denominador ou multiplica pelo numerador ou faz o contrário [...] ele se perde. Mas, quando você tem que ter vários recursos, [...] você, professor tem que ter além de ter [...] conhecimento de uma Psicologia do desenvolvimento, de métodos e tudo, você tem que ter assim vários tipos de pensamentos, [...] de formas de apresentar aquilo de formas distintas.

P: Porque, às vezes, até em algumas coisas que a gente lê, chega na parte da resolução e, por exemplo, nós, enquanto professores, vamos para o quadro e expomos, do mesmo modo, como a gente faria.

E2: Sim! Por isso, que eu digo que o trabalho com a Modelagem demora mais, Carla. Porque, às vezes, você tem que voltar, você tem que fazer [...] fazer [...], às vezes, você está lá no sétimo ano e você precisa de algum conceito que não está no sétimo ano. Você está no quinto ano e precisa de coisa que está lá no sétimo ano, né. Então [...] ele é mais demorado, eu reconheço isso mesmo. Mas, do que adiantou tanta pressa nesse tempo todo? O nosso estudante [...] esses nossos alunos que ele fez uma [...] o trabalho dele foi, foi sobre a Teoria dos Campos Conceituais na Resolução de problemas para resolver proporcionalidade. Os alunos não têm ideia das coisas, eles não sabem dividir números decimais, eles não sabem multiplicar números decimais. Foi interessante uma discussão que ele fez ali, porque ele multiplicou cento e setenta e oito por cinquenta; mas, na verdade, ele queria fazer por zero cinquenta, *tá certo*. Os alunos fizeram isso e depois deu toda uma discussão na análise das coisas. É [...], embora ele não tenha feito a Modelagem, ele fez a análise das soluções e foi mostrando [...], os alunos, eles tinham a ideia de que aquilo era [...] tinha vírgula, mas eles preferiram fazer direto. Então, chamar a atenção para essas coisas é construir conhecimento. Por isso, que eu digo, na Educação Básica, você não tem que aplicar, você tem que construir conceito, construir conhecimento matemático

e outros, e esse professor da Educação Básica, eu acho que vai demorar, muito mais, para fazer os trabalhos com a Modelagem. Mas, eu não tenho essa preocupação, eu tenho preocupação de que você não tenha toda vez que estar voltando a fazer uma divisão de números decimais, quando você for fazer uma multiplicação de números decimais, você não precisa estar refazendo. Porque todas às vezes que você tem que fazer isso na nossa educação usual aí, você tem que estar voltando toda vez e repetindo as coisas. E, no fundo, perde mais tempo. Então, dar sentido e significado àquilo que se faz [...] e os estudantes usam os livros. Tá bom, as escolas têm livros, você não pode fugir dos livros. O que você vai fazer? Bom, você chegou num problema lá, foi lá fez uma pesquisa, coletou vários dados [...]. Ah, tenho vários dados aqui, por exemplo, ah, tipo disso, tipo daquilo, ou faz uma atividade com os próprios estudantes lá para tomarem a altura [...]. O que vamos fazer com esses dados? Vamos ver como é que a gente pode organizar esses dados [...], então, você vai fazer uma estatística descritiva, você vai [...] vai ver [...] bom, vamos ver quantas alturas teve lá de um metro e cinquenta e três [...], ah, mas como é que vamos colocar isso numa tabela. Então, vamos criando, sabe [...] você vai criando a necessidade de ter intervalos de classes, superior, inferior, aquelas coisas todas [...] vai criando toda essa estatística [...], você pode ir fazendo isso a partir de uma [...], você não precisa ir lá no Ensino Médio para fazer isso. E tem quantas coisas de atividades que são só [...] que estão lá numa série mais adiantada, mas você pode usar elementos mais simples, por exemplo, quando a gente viu o crescimento populacional [...], ah, você pode aplicar uma fórmula lá pra [...], mas você pode também assim, por exemplo, olha: em 2012, tinha 200; 2013 tinha 210 [...], bom, então, com qual desses eu vou trabalhar? Então, veja como eles variaram sinal, eles são variáveis, então, vamos estabelecer aqui, por exemplo, um conceito de uma média aritmética para trabalhar com um parâmetro. Não é nenhum desses valores, mas é um valor que reflete um valor que está aqui: 212, 216, 220, 217. Bom, faz uma média disso e esse é o parâmetro que eu vou trabalhar. Sabe, faz com que eles tenham possibilidades de poder ter autonomia para fazer as coisas. Ah, bom, eu usei isso aqui [...] mas, não professor, 212 foi pequeno, porque depois foi 220, 225, 227, então, ignore o primeiro, pegue os três últimos, eles estão mais próximos da medida real. Sabe, essas discussões, assim, que vão fazer o sujeito pensar como é que ele vai tomar as suas decisões, né. Então, é mais ou menos nesse sentido. E a Modelagem te permite fazer isso [...] não só das coisas matemáticas como eu disse, mas, por exemplo, quando você termina lá quanto tempo dura [...] dura assim um local que eles tiram barro, qual é a degradação que existe, quando que vai se recuperar, qual o tipo de terra, porque isso, possivelmente, faz buraco, né. Ou com uma mina, como é que [...] esse solo se torna produtivo, em quanto tempo que você pode recuperar esse solo. Poxa, isso é uma questão de ambiente, né [...], então é [...]

e está no meio daquele problema, mas, então, você [...] você, professor, tem que ter essa clareza de poder estar mostrando a importância de você estudar um contexto mais amplo do que somente aquele da Matemática, mas vendo outras coisas, por exemplo [...] porque aquele terreno dura [...] em cinco anos, vai se exaurir aquele terreno, tá bom, mas, aí, veja [...], quais são os aspectos envolvidos aí, vamos ver o social, o que acontece com aquela cidade que viveu em torno daquilo. Aí, Brumadinho que viveu em torno daquele negócio do minério. Vai desaparecer? Sabe, são coisas assim que você pode estudar, que você vai dando sentido para essas coisas, você vai fazendo com que as crianças vão tomando consciência das coisas, vão vendo as coisas de uma forma mais ampla do que, simplesmente, um conteúdo matemático e, ainda, quando vão [...] como é que nós podemos construir isso? Você não precisa dizer as coisas, você não precisa [...], você procura tirar deles. Educar é fazer isso mesmo, é extrair das pessoas as coisas. Ah, qual é a ideia que você tem para isso? Podemos fazer assim? Ah, então vamos fazer, vamos ver. Como você pensou? Você [...], o grupo, como a gente trabalha em grupo, cada grupo pode escolher uma estratégia para fazer isso. Vamos discutir a estratégia desse grupo aqui, qual será que se aproxima mais das coisas? Escute, expõe [...], eles começam a participar, eles no começo, às vezes, têm um pouco de resistência na mudança do método. Por quê? Porque eles foram sempre acostumados a só ver e ouvir [...] agora eles vão fazer e isso é diferente, então. Lá com a Laynara, não sei se você conhece a Laynara, a minha orientanda. Então, ela está fazendo um trabalho do doutorado dela, lá em Irati, envolvendo os professores da sala de apoio e estudantes da licenciatura. Ela está fazendo formação, envolvendo professor e estudante da licenciatura em Matemática. Ela estava me contando assim e os professores assim [...], por exemplo, ela deu um curso para eles de Modelagem e esses professores [...] trabalhamos lá um ano, mas [...] na sala de apoio, é o problema da rotatividade é [...] um ano fica uma turma, outro ano não é mais aquela. Bom, aí então, o que eles fizeram? Os professores [...] e eles foram seguindo os pressupostos de Burak, então, tinha que escolher o tema [...]. Aí, esses professores levaram [...] para a sala de aula cartaz, vídeo, mostrando várias coisas. Num cartaz, eles colocaram uma indústria, colocaram peixes, colocaram isso, colocaram esporte [...], para eles, irem falando para os estudantes [...], para despertar nos estudantes a [...] o interesse por um tema. Então, assim, e o próprio professor vai fazendo isso [...] porque aí os alunos: ah, eu gostei disso, eu gostei daquilo, né [...], esse tema, eu gostei do outro tema, porque essa fase, normalmente, o professor quer colocar um tema que tenha aquele conteúdo que ele precisa cumprir. Não, deixa que eles fazem. Uma coisa do Rodney é que ele diz assim: Medir e contar a gente pode fazer com qualquer coisa (risos). Medir e pesar também (risos). Então, a gente pode fazer, então têm coisas assim. Eu vejo que muito do professor, ele está muito preso, ele

não tem [...]. Eu vejo dificuldades [...], até os alunos ali trabalharam com a metodologia da Resolução de Problemas, mas usando a teoria dos Campos Conceituais [...] a gente percebe que os estudantes não estão acostumados a ter protagonismo nas ações, eles são só reativos e, então, veja reativo não é da Psicologia do ativismo [...], da Psicologia da Cognição. É aquela do desenvolvimento mental, daquele do condicionamento, que o sujeito fica, né [...]. Como assim, eu tenho que apertar a tecla para sair às coisas. Então, essas coisas todas sabe Carla, que a gente vai vendo que a Modelagem, ela é sensacional [...] e ela [...] precisa ser mais bem trabalhada nos nossos cursos de formação do professor [...]. Ainda que, nas nossas licenciaturas tivesse Modelagem na Matemática Aplicada, então, põe um professor de Cálculo, de Equações Diferenciais para trabalhar. Agora põe, para trabalhar Modelagem na Educação Básica, um educador, não é [...] que tenha essa clareza das coisas que vai fazer.

P: Professor, muito obrigada pela disponibilidade!

Transcrição da entrevista do terceiro sujeito significativo

(P = Pesquisador, E3 = Entrevistado 3, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada por aceitar nosso convite.

E3: Imagina! Se cair alguma coisa, podemos nos falar por telefone, se for o caso.

P: Ótimo. Professor, poderia me contar por que decidiu trabalhar com Modelagem?

E3: Sim, claro! É [...] quando eu terminei o mestrado, estou falando isso na década de noventa, noventa e dois. Eu participava de um grupo que trabalhava com discussões sobre questões ambientais [...], na época, educação ambiental, em Rio Claro, coordenado pelo professor Carrera. E, quando é [...] eu terminei o mestrado e fui buscar alguns elementos para tratar a questão do meu doutorado [...], a ideia que, na época, surgiu foi de que eu pudesse é [...] trabalhar com a questão ambiental, mas voltada para questões matemáticas. Então, fazia uma interlocução entre a matemática e a educação ambiental e [...] vamos dizer assim, o que se mostrava, naquele momento, mais propício, para que isso pudesse acontecer, seria através da Modelagem Matemática. Então [...] devido às características da Modelagem Matemática eu poderia discutir as questões ambientais pela Modelagem: que seria quantificar um fenômeno ambiental através da Matemática e a partir dele, né [...] tomar algumas decisões, baseadas em algumas respostas quantitativas sobre o fenômeno. Então, foi por aí que eu comecei a trabalhar com Modelagem Matemática.

P: Certo! E, depois disso, veio o interesse em trabalhar com Modelagem em sala de aula? Com os alunos? Quando trabalhou com Modelagem, no doutorado, foi algo que chamou a atenção?

E3: Não, então, a questão da Modelagem, na sala de aula, foi mais no sentido de buscar é [...] elementos para meu projeto de pesquisa. Eu, enquanto professor na Universidade é [...] eu nunca trabalhei com Modelagem. Eu, na época [...], eu trabalhava numa escola é [...] de ensino fundamental e médio, que era uma escola particular e eles tinham todo um projeto pronto que não caberia, naquele momento, trabalhar com Modelagem, né, enquanto professor do ensino fundamental e médio. Então, trabalhar com Modelagem, na sala de aula, foi enquanto pesquisador. Então, eu montei [...] o meu projeto de doutorado com professores da Educação Básica do município de Campinas. Inicialmente, nós fizemos um projeto em que eu [...] é [...] oferecia aos professores uma capacitação de Modelagem Matemática em uma perspectiva ambiental. Depois desse curso preparatório, que já fazia parte da primeira fase da coleta de dados do meu doutorado [...], desses professores, desses dezoito professores, inicialmente, que fizeram curso comigo, alguns deles, se não me engano, sete professores por aí, resolveram aplicar essa metodologia na sala de aula. E a segunda fase do meu doutorado foi acompanhar esses professores na sala de aula, coletando dados sobre a perspectiva é [...], sobre as percepções que eles tinham sobre isso, os desafios e, no final, a gente fez uma [...], um tipo de uma comparação, né, na mudança de concepção de Matemática em relação é [...] ao ensino e à aprendizagem a partir dessa experiência que eles fizeram. Então, a minha experiência de sala de aula com Modelagem Matemática se dá aí, nesse contexto de pesquisador e não como professor.

P: E o professor, enquanto pesquisador, foi constituindo uma compreensão de Modelagem ao longo desse período?

E3: É.

P: O professor tem uma compreensão de Modelagem, certo?

E3: Certo.

P: Poderia me falar sobre ela?

E3: Sim, sim. Bom, acho que as características da Modelagem Matemática em relação à postura do professor e dos alunos na sala de aula, elas [...], elas se comportam de uma maneira [...] é que a gente pode assim [...] entender como uma participação mais ativa, digamos assim. Então, tem algumas características da Modelagem Matemática comparado com o ensino tradicional e o que eu estou chamando de ensino tradicional, principalmente na Matemática, que seria a exposição dos conteúdos pelo professor na lousa e os alunos, né [...] e os alunos respondendo às perguntas em forma ou de testes ou de problemas. Então, há uma mudança conceitual muito grande em relação ao [...], a essa questão do ensino e da aprendizagem. Mas, basicamente, do ensino, porque [...] o papel do professor ele vai se modificar e, conseqüentemente, as ações dos

alunos em decorrência dessa modificação da postura dos professores também vão se modificar, né. Então, durante um bom tempo, eu acabei é [...] me posicionando sob o ponto de vista de pesquisador é [...] colocando que a Modelagem Matemática não se trata apenas de uma metodologia, que é muito [...], muito [...] é simplificar demais a Modelagem. Então, parto do princípio de que a Modelagem Matemática é um conceito de educar matematicamente. Então, é [...] um pouco [...], foi nessa perspectiva teórica, digamos assim, que eu me posiciono dentro da Modelagem Matemática. Então, foi pensando nas características da Modelagem Matemática e a sua modificação [...], e a modificação de comportamento de professores e alunos que me faz [...] perceber a importância dessa conceituação [...], numa situação de não, simplesmente, pegar um método e usar [...], porque eu acredito que seja mais que um método. Então, eu achei por bem chamar de uma concepção, mas também não desenvolvi isso, muito teoricamente, até hoje [...]. Foi mais no sentido de oferecer a minha percepção sobre a Modelagem.

P: E isso seria, então, algo mais amplo [...]. O professor poderia falar um pouquinho mais sobre como o professor pensa esse algo mais amplo?

E3: Vou tentar te explicar. Então, quando você [...], quando você trabalha a Matemática numa perspectiva mais técnica, digamos assim, que você tem lá determinados conteúdos a serem ensinados aos alunos, muitas vezes, esses conteúdos, eles vêm muito descontextualizados da [...] do cotidiano do aluno, por exemplo, e até mesmo dos professores, né. Posso dar um exemplo, então, vou ensinar equação do segundo grau: $a, b \in R; ax^2 + bx + c = 0$. Então, é [...] eu poderia, numa sala de aula, mostrar para os alunos como [...], o que é uma equação do segundo grau, como que se resolve uma equação do segundo grau, mas ela estaria muito distante daquilo que, efetivamente, ela pode ser utilizada no sentido de oferecer aos alunos a compreensão de algum [...] dessas variáveis: do a, do b e do c, por exemplo [...] e o que eu estou buscando, o x nessas variáveis, o que representa na prática? Então, se eu estiver trabalhando, por exemplo, com áreas, com volumes, como distâncias [...], então, o contexto ele está muito próximo [...], muito próximo da Modelagem. O contexto social, o contexto histórico, ele [...] ele vem junto com a Modelagem Matemática, quando você está ensinando conteúdo matemático para eles. Partindo do pressuposto, sempre, que a Modelagem Matemática como nós temos visto, ela tem sido usada muito no sentido de oferecer motivações, para que os alunos possam aprender os conteúdos oficiais da Matemática escolar [...]. Isso não quer dizer que, quando você está trabalhando numa escola com uma determinada característica cultural, [...] que você não possa incorporar, por exemplo, a etnomatemática junto com a Modelagem. É, perfeitamente, possível. No sentido de oferecer aos alunos a possibilidade de ele compreender que pode existir mais que uma maneira de você ter um conceito sobre determinado conteúdo

matemático, né. Por exemplo, unidades de medidas [...], então, nós temos [...], na Matemática oficial, que as unidades de medida são aquelas estabelecidas: metros, centímetros, milímetros, decímetro, decâmetro [...]. Então, se você está numa comunidade que fala de outras unidades de medidas de comprimento, então, é importante que esses alunos possam trazer essa experiência cotidiana, né, que foi produzida não pela escola formal, mas pela inter-relação deles com a comunidade e mostrar que há possibilidades de que essa unidade de medida que não é esse padrão [...], que não é esse padrão oficial, possa também ser incorporado à sala de aula, para que eles possam compreender que existe, que pode existir além daquilo que a Matemática oficial oferece enquanto conteúdos, outros conteúdos que são válidos naquela comunidade, né [...]. De um modo geral, o que a gente faz com a Modelagem é [...] oferecer a possibilidade de os alunos compreenderem os conteúdos e, junto com o conteúdo, a contextualização, para que aquele conteúdo ganhe um significado para esse aluno. Então, você amplia esse leque de conhecimento: ao invés de você aprender, simplesmente, uma função, você pode compreender uma situação ambiental a partir dessa função *tá?! Uma função logarítmica, exponencial. Então, a função logarítmica e exponencial o aluno vai aprender, porque ao precisar usar essa ferramenta para compreender um fenômeno ambiental, por exemplo. Ou qualquer outro fenômeno que não seja ambiental; mas, no contexto da minha tese, seria um exemplo [...]. Então, isso você [...], esse educar, matematicamente, significa essa ampliação que eu estou dizendo, ele vai além dos conteúdos matemáticos necessários para formação enquanto aluno [...] ele vai ter a oportunidade de aprender outras coisas, outras [...] outros campos de saberes, por exemplo, da Biologia, da Geografia, da Astronomia, da Ciência, etc., para ele, [...] usando a Matemática para compreender esses fenômenos. E mais do que isso, na compreensão desses fenômenos ele possa tomar suas próprias decisões. Então, o que eu faço agora quanto às verdades da Matemática oficial que ofereceu uma compreensão quantitativa, por exemplo, do desmatamento da Amazônia [...] ou que essa [...] que esse conhecimento matemático me fez compreender a desertificação, por exemplo, do cerrado. Então, é [...] esses conteúdos matemáticos, eles acabam sendo ferramentas, para que eu possa compreender situações de fora da Matemática, se é que a gente pode dizer de fora. Tudo isso eu estou tentando te explicar o que é esse educar matematicamente. Então, educar matematicamente não é, simplesmente, educar [...] para a Matemática, mas [...] pela Matemática também, né [...]. Então, não faz sentido nenhum para mim, dentro do contexto da Modelagem [...], nós oferecermos algum conteúdo para o aluno sem que ele possa compreender o que aquilo pode [...] é lhe ser útil para que [...] na sua cotidiana. Obviamente que eu estou falando da escola básica. Então, é [...] na formação de professores ou nos cursos de Matemática do nível superior, bacharelado, eu acho, que a*

discussão é um pouco diferente, porque ali você não está formando a [...] apenas um adolescente, você está formando um profissional da área de Matemática, então, eu acho que, aí, é uma discussão que precisa ter uma [...] uma dimensão diferenciada. É possível, você também, obviamente, formar principalmente professores de Matemática pela Modelagem, mas eu acho que temos que fazer uma discussão é [...] separada: Modelagem Matemática para a Educação Básica, Modelagem Matemática para a formação inicial de professores, Modelagem Matemática para a formação continuada de professores. São instâncias, digamos assim, diferenciadas de discussões teóricas e práticas.

P: Por que daí mudaria o modo de como essa Modelagem “atuaria” nessas instâncias, professor?

E3: É [...] eu acho que o conceito é o mesmo. O que muda é [...] de que maneira você vai abordar essa questão nestes diferentes níveis. Então [...], eu parto do pressuposto, por exemplo, que o menino que está aprendendo a Matemática básica lá no colégio [...] ele ainda não tomou conhecimento dos conceitos matemáticos necessários para compreender alguma coisa. Então, você vai ter que é [...] oferecer oportunidade, para que ele possa chegar num determinado momento e dizer assim: bom, daqui eu não consigo ir. Aí você vai dizer assim: *tá*, tudo bem, agora eu vou chegar e vou te mostrar que para você resolver essa situação aqui, você precisa dessa ferramenta matemática. Essa ferramenta matemática, ela tem essas e essas características, ela é definida dessa maneira, ela tem essas propriedades matemáticas. Têm alguns teoremas que podem ser inseridos aí, se for o caso, para mostrar que existe todo um campo de conhecimento matemático que ele precisa saber e aí vem também a questão da intensidade, né. Até onde eu vou com esse menino para poder fazer dessa ferramenta, uma ferramenta que sirva para ele compreender esse fenômeno que ele esteja estudando [...]. Então, é [...] e aí também [...] tem toda uma questão do currículo que a gente [...], é uma discussão bem ampla da Modelagem, né. Como que o currículo pode ser trabalhado, qual é o conceito de currículo que a gente tem, quando a gente fala de Modelagem Matemática. Dentro de determinadas é [...] anos de escolaridade, né, tem o quinto ano, o currículo do sexto ano, o currículo do sétimo ano, então, há toda uma discussão de como isso pode ser visto. Mas o que temos percebido, ao longo da história da Modelagem Matemática, é que ela, de alguma maneira, ela vem corroborar aquilo que está posto como Matemática oficial. Então, a gente [...] a gente não discute o conteúdo que está posto, o que nós problematizamos é de que maneira esses conteúdos estão sendo colocados [...] (ruídos), o grau, a intensidade que eu vou tratá-los, né, aqui um pouco mais, aqui um pouco menos, tem esse aqui que eu acho que não é importante naquele momento. Então, tem essa discussão também.

P: Bacana. O professor falou dos conteúdos matemáticos, né. Como o senhor acha que os alunos desenvolvem a Matemática, quando o trabalho é com Modelagem? O trabalho com Modelagem fica restrito aos conteúdos da escola?

E3: Eu acho que sim. Eu acho que sim. Quando você fala da visão ampla que a gente tem da Modelagem, a gente entende visão ampla em relação à Modelagem, é que ela é uma maneira de você trabalhar a Matemática em sala de aula. Ela amplia as possibilidades de você, vamos dizer, [...] ter a liberdade e autonomia de trabalhar [...] a sala de aula com algum contexto, né. Mas eu não vejo que, usando Modelagem Matemática, há uma produção de conhecimento novo de Matemática, há uma produção de conhecimento novo sobre o mundo, isso sim! Porque ela abre esse leque de possibilidades de você tratar de assuntos que não estejam relacionados, diretamente, com o campo da Matemática, né. Como eu te disse, nós vamos buscar essa multiplicidade de [...] de campos e, aí, o campo está aberto. Então, vou discutir sobre gênero (ruídos) [...] então, eu parto do pressuposto que vou discutir sobre gênero. Como que a Matemática me ajuda a entender essa questão de gênero? Quais os conteúdos matemáticos que eu vou ter que aprender para poder fazer desse assunto, um assunto mais compreensível? Porque eu posso discutir gênero sobre o ponto de vista de sexualidade, do ponto de vista de [...] psicológico, do ponto de vista de várias coisas, de campo de trabalho [...]. Mas, e, se eu quiser quantificar para ter uma visão mais panorâmica desse assunto?! [...] Vamos fazer uma, vamos fazer uma estatística dos salários de homens e mulheres de cada [...], de chefias nas empresas. Bom, eu posso chegar à conclusão que as mulheres ganham menos, mas eu só consigo chegar a essa conclusão se eu quantificar quanto que elas ganham e comparar com os homens [...], na mesma posição de uma empresa, por exemplo. A partir disso, eu tenho um conhecimento novo, eu não tenho um conhecimento de Matemática, eu tenho um conhecimento de que as mulheres ganham menos do que os homens nas grandes empresas, quando ocupam cargos semelhantes. Isso significa eu compreender que existe uma questão de misoginia nessa história toda, que só a Matemática me permitiu dar essa conclusão, porque eu consegui quantificar através de uma ferramenta matemática e uma ferramenta matemática da escola. Eu não construí uma ferramenta nova [...], a Estatística está lá, eu calculei a média, eu calculei a amostra, o desvio padrão, sei lá [...], o que eu precisei para aquilo. Então, quando a gente fala que amplia esse campo de conhecimento, não é que amplia o campo de conhecimento da Matemática, amplia o conhecimento do mundo. Por isso, que eu não acho que isso seja apenas uma metodologia e sim uma concepção de educar, matematicamente, os nossos alunos.

P: Certo. Bom, professor, eu agradeço muito.

E3: Eu que agradeço. É uma coisa que eu gosto muito de falar, que é sobre Modelagem, né. Então, para mim, foi um prazer.

Transcrição da entrevista do quarto sujeito significativo

(P = Pesquisador, E4 = Entrevistado 4, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada por aceitar nosso convite e pela sua disponibilidade.

E4: O que eu gosto de Modelagem é poder fazer acontecer a Matemática.

P: Como o professor compreende esse fazer Modelagem?

E4: Essa parte de fazer Modelagem foi um negócio que surgiu mais ou menos, sem querer, em Guarapuava. Em um curso para professores. Foi um curso que a gente foi dar para professores de Matemática. Contrataram a gente para fazer o programa do curso. Eu fiz o programa de Cálculo, Análise, Topologia, Matemática Básica da formação do professor. Mas, quando eu cheguei lá, a turma era totalmente heterogênea. Era aluno do primeiro ano, aluno do segundo ano, professor, uma classe, totalmente, heterogênea do ponto de vista do conhecimento matemático. Então, quando você tem uma classe heterogênea assim, não existe uma média; ensinar na média, ensinar metade [...]. Se der um negócio muito fraco, os professores vão achar ruim, porque eles já sabem; muito forte, os alunos não vão saber e média não serve para nenhum dos dois. Então, é quase que impossível você trabalhar com Matemática clássica [...] ou método clássico numa turma heterogênea. E foi aí que surgiu a ideia de construir Matemática, porque construir Matemática não tem idade, não tem formação, você pode ir fazendo as coisas. E, na construção da Matemática, a ideia foi fazer e [...] ninguém chamava de Modelagem na época.

P: Como vocês chamavam? Tinha algum nome específico?

E4: Não sei assim. Praticamente surgiu assim, mas a ideia era ver na cidade o que tinha de interessante na cidade, que era Guarapuava e, portanto, pequenininha, o que podia tirar Matemática disso, ou seja, tirar Matemática da cidade. Aí, isso motivou os quarenta alunos, acho que eram quarenta alunos [...], aí fomos visitar fábrica de papel, fomos visitar criação de peixe. Ia todo mundo visitar as coisas [...]. A fábrica de papel foi muito interessante [...] então, fizemos a modelagem da fabricação de papel [...]. Até tem uma história interessante disso [...]: você já viu fabricar papel?

P: Não!

E4: É muito legal. Eles moem a madeira, ela sai encharcada, moem em lascinhas assim e aí, colocam num tanque para ela é [...] fermentar, para ela ficar aquela massa, põe cal limpa [...], fazem uma mistura e essa mistura vai passando de tanque em tanque para ir recebendo os

aditivos [...], as coisas que põe no papel. Depois essa massa sai numa máquina, uma máquina enorme e vira papel. A coisa mais doida que você possa imaginar! Essa pasta sai assim [...], uma temperatura [...] e sai o papel. O que acontece na fabricação do papel? Acontece que [...] a fermentação dessa massa são bactérias, se tiver muita bactéria, muita coisa, o papel sai amarelado, um papel de segunda categoria. Então tem que ter um controle da quantidade de bactéria. O controle é feito com bactericida, né?! [...] Então, na época, eles jogavam [...] eu nunca me esqueci disso e faz muitos anos [...], jogavam cinquenta litros de bactericida a cada oito horas. Jogavam um balde de bactericida num tanque e faziam o controle e tal. Mesmo assim, a cada quarenta dias, eles tinham que parar toda a fabricação para ir fazer a limpeza nos tanques, porque vai acumulando aquela sujeira, aquela coisa [...] a bactéria vai fermentando. [...] E, aí, surgiu um problema, problema interessante, que foi o seguinte: se ao invés de eu jogar todo o bactericida a cada oito horas, se eu deixar lá pingando, a mesma quantidade, vou gastar a mesma quantidade de oito horas, mas pingando e não jogando tudo de uma vez, qual é a diferença da quantidade de bactérias que teria? [...] Parece um problema bobo, não é?! [...] A gente resolveu o problema [...], progressão geométrica. A Matemática que foi usada nisso aí foi progressão geométrica, soma de progressão. Coisas desse tipo assim deu para resolver o problema. Mas esse mesmo problema, depois pensando melhor, é equivalente a fazer um controle de câncer, por exemplo. Como que você controla o câncer? A cada vinte dias, você faz uma [...] aplicação que eles fazem, né, vários remédios e tal. É parecido: lá você quer acabar com bactérias, aqui você quer acabar com as células cancerígenas. O processo é o mesmo, então a Matemática deve ser a mesma ou parecida, né?! Foi daí que eu orientei uma tese de doutorado em Biomatemática com esse problema do câncer, entendeu? Ou seja, a ideia surgiu [...] na ideia do papel [...]. Então, a palavra, análogo é fundamental em Modelagem: coisa que é parecida com outra, a Matemática é parecida. Ou seja, não é que, para cada problema, você tem que usar uma Matemática diferente. Às vezes, a mesma Matemática serve para um monte de problema que são análogos.

P: Daí, você faz alguns ajustes [...]

E4: Ajustes, é claro. Você adapta, óbvio! É simplesmente [...] isso que você chama de ajuste são as equações dos parâmetros [...] que são diferenciados. Obviamente, o parâmetro de crescimento de câncer é diferente do crescimento de bactéria. São dois bichos diferentes que estão ali. Então, esses ajustes são as variáveis que você tem como parâmetro nas equações. Não as equações [...], as equações são as mesmas [...]. Então, a regra da Modelagem [...], principal para fazer Modelagem é a analogia. Por isso, tem que estudar as coisas conhecidas, para ver o que você pode tirar em benefício disso e o que é fundamental, quando você faz uma Modelagem

é o tipo de Matemática que você usa mais. Isso é muito legal para ensino, porque existe algumas Matemáticas que você nunca usa. Ela é menos importante que outra? Claro que, na prática, é, mas não [...] como Matemática não. Mas o professor, quando ele vai ensinar, ele dá com a mesma ênfase uma teoria ou outra teoria, se ele não souber onde vai aplicar aquilo lá. Quando ele sabe que existe uma aplicação por trás que é interessante, ele dá muito mais ênfase naquilo que ele quer ensinar Matemática. Então, existem matemáticas que são mais úteis do que outras matemáticas [...]. Vou citar algumas: exponencial, logaritmo, equação da reta, proporção [...], são coisas que aparecem em tudo quanto é problema. Se aparece em tudo quando é lugar, são mais importantes do ponto de vista de aplicação [...]. Um pouco mais elevado que aparece com muita frequência é equações diferenciais. Por que equações diferenciais? Porque uma equação diferencial estuda variações e, através da variação, você vai fazer uma inferência sobre o futuro. É para isso que o modelo serve. O modelo serve para você explicar o presente e fazer uma projeção do que vai acontecer no futuro [...]. Então, o modelo matemático é para isso. Se você tem uma descrição de todo o fenômeno, você não precisa fazer matemática nenhuma. Se você já sabe tudo o que vai acontecer, para que fazer matemática? Só para justificar que aquilo que você fez está certo? Bom, pode ser também [...]. Mas isso é uma outra coisa [...]. Porque, quando você estuda problema da natureza, qualquer um [...], você sempre chega à conclusão de que a natureza está certa do ponto de vista matemático. O que significa isso? Significa que existe uma otimização das coisas e a natureza se encarrega, ao longo do tempo, de fazer é [...] de gastar a menor energia [...] obtendo o maior lucro; do ponto de vista da natureza, viu?! Então, gastar pouca energia para ter o máximo rendimento. É o mínimo de energia com o máximo de rendimento [...]. Tudo o que você quer analisar na natureza, se você tiver isso como consciência, você já sabe como é o modelo que você vai fazer para você entender a natureza. É impressionante. Vou dar uns exemplos bem triviais para você [...]. Uma árvore que é difícil de germinar nasce muita semente; jabuticaba, por exemplo. O pé de jabuticaba carrega jabuticaba, mas é difícil nascer o pé de jabuticaba. Quando a árvore [...] qualquer sementinha dela germina, ela dá pouca fruta. Essas coisas são muito interessantes, se você for ver, porque são [...] é a realidade, a própria realidade tem coisas desse tipo. A natureza, digamos que seria a mais sábia nesse negócio de fazer a Matemática. Então, quando você vai fazer a Biomatemática [...], quando você vai traduzir fenômenos da Biologia, do ponto de vista da Matemática, você vê que, essencialmente, acontece coisas desse tipo [...]. E o que se procura fazer, então, é sempre usar esse [...] esse critério da natureza: o mínimo esforço e o máximo rendimento. Então, você vai fazer um tratamento [...] você vai fazer um tratamento quimioterápico, por exemplo. A quimioterapia provoca sequelas no corpo do indivíduo. Não sei por que estou falando de câncer!

Ah! Porque a última tese que eu orientei foi sobre o tratamento de câncer. Então, por exemplo, um tratamento quimioterápico ele prejudica muito o organismo, ele mata as células, mas, em compensação, mata as células normais também [...]. Então, após uma seção, você fica de três a quatro dias se recuperando daquilo lá. Então, o que você deve ter num tratamento quimioterápico? Usar a menor quantidade possível de terapia para ter o máximo rendimento: matar a maior quantidade possível de células cancerígenas. Você não pode jogar tudo de uma vez, senão você mata o *cara* de overdose. Quando você vai tomar um antibiótico é a mesma coisa. Por que você toma um antibiótico a cada oito horas? Se eu tomasse de quatro em quatro, não seria melhor? Bom, aí o seu corpo não aguenta, ele tem uma overdose. Então, você tem que ter sempre esse negócio: o máximo rendimento e o mínimo esforço. Isso funciona do ponto de vista de matemática [...], são palavras-chave da matemática: máximo e mínimo e aí você tem as duas coisas ao mesmo tempo: máximo de um lado e mínimo de outro. Quando você tem uma coisa desse tipo, você tem na Matemática uma coisa que a gente chama: um ponto de sela. Já ouviu falar de um ponto de sela? Se você vier por aqui, então, esse ponto é de mínimo [...], agora se você vier por aqui, esse ponto é de máximo. O mesmo ponto é de máximo numa direção e de mínimo na outra. Quando você tem um ponto desse tipo, ele é um ponto de equilíbrio [...]. Por exemplo, [...], é [...] na pior das hipóteses, acontece o melhor (risos). Imagina! Ou, na melhor das hipóteses, acontece o pior: pode ser que as duas coisas sejam a mesma. Aí, você tem um ponto de equilíbrio dessa coisa [...], isso vai acontecer, se essa curva for contínua, coisa desse tipo. Então, na natureza, as coisas são assim: na melhor das hipóteses, acontece o pior [...]. Então, não é que isso aí é [...] faz a matemática ficar mais simples, mas você tem uma direção para você seguir, porque a natureza se baseia nesse princípio: da *otimalidade*, tudo é feito para ser o mais ótimo possível. É gozado isso [...], se começar a examinar a natureza, é muito lindo. Você vê, por exemplo, um raminho de folha [...], pega uma árvore qualquer e pega as folhas e vê a disposição dessas folhas no ramo. Elas têm [...] elas seguem a sequência de Fibonacci. Por que isso? Para receber a maior quantidade de luz no menor galho: para ter o menor esforço possível e receber a maior energia. É assim que funciona. A circulação sanguínea no nosso corpo, por exemplo [...] mas, quando você tem o encontro de uma veia com outra veia, que ângulo é esse? Não é um ângulo qualquer. Porque o fato de o coração bombear o sangue faz esforço. O que o corpo quer? Gastar o menos esforço possível, então, esse ângulo tem que ser ótimo para dar o menor esforço possível para ele puxar esse sangue [...], então, vai depender da grossura de cada veia para ter o ângulo que está ali formado. É muito legal! Matemática está em toda parte. Estou dando esses exemplos, para mostrar para você que se você quer ensinar Matemática, não precisa fazer muito esforço. Qualquer coisa que você pegar tem Matemática.

Por isso que a Modelagem é interessante, porque a Matemática em si é chata: fazer contas, fazer não sei o que, precisa motivar o *cara* que aquilo que você está fazendo é interessante é muito difícil. Ainda mais hoje em dia que o *cara* quer o conhecimento muito mais rápido. Então, para que serve a Matemática? Então, se a gente continuar ensinando no processo clássico, a gente vai, cada vez mais, perdendo mais gente que gosta da Matemática. Quando você ensina matemática, usando esses processos de pegar coisas da natureza e entender a natureza com [...] com modelinho qualquer [...], cria aquele ambiente de cultura e todo o sentido da Matemática ligada com outras áreas do conhecimento. Então, fica muito mais gostoso de aprender. E eu fui mais para a área de Biomatemática, porque é mais rica ainda para esse tipo de coisa, né [...], então, em termos de Matemática Aplicada e de Ciências, essa [...] é muito rica. Aí, a gente [...] a nossa fala não tem nenhum roteiro tá, mas é que a gente vai lembrando as coisas e vai falando. É que a Biomatemática, tudo o que você pega tem algum sentido matemático: os fenômenos biológicos que eu citei para você. Mas isso é em quase tudo. Nesse ano passado, eu orientei cinco teses de doutorado em Biomatemática: um tratamento de câncer [...], depois eu vou voltar nesse trabalho, porque acho que é a mais interessante pela história dela; outro foi de controle de pesca [...], não tem nada a ver uma coisa com outra [...]; outro foi de epidemiologia em geral, tipo dengue e coisas desse tipo; a outra foi de doenças de laranjeira e a outra era mais de Matemática do que de Aplicação, mas, aí, serviu para fazer controle de praga na lavoura.

P: E essas teses todas envolvem Modelagem?

E4: Tudo Modelagem. Matemática Aplicada é Modelagem.

P: E o objetivo é chegar num modelo que (o professor completa a frase)

E4: Chegar num modelo que possa fazer uma previsão das coisas e entender o processo [...]. O objetivo da Modelagem é você ter um modelo, óbvio. E para o que serve o modelo? Para você fazer previsão e mudar o tratamento, fazer interferências.

P: E é nesse processo que entra aquilo que o professor falou de comparar: aqui eu posso usar esse modelo que já foi usado em outra situação?

E4: Por exemplo, entre a parte de controle de câncer e de pesca é a mesma Matemática. Então, existe uma analogia entre as duas coisas. O mesmo tipo de Matemática que foi usado para um, foi usado para o outro. Não é o mesmo modelo. Por exemplo, nessas duas teses foram utilizadas teoria Fuzzy, equações diferenciais, estabilidade e uma coisa que eu vou te contar agora que é sobre linear noético [...]. Mas a analogia entre as duas foi muito grande, as duas teses. Então, como que eu orientava meus alunos? Oito alunos de doutorado de uma vez com Matemática Aplicada [...]. Cada dia, um falava sobre as coisas que ele estava fazendo; o que ele fazia, a gente fazia analogia com o que o outro fazia: “tá vendo isso que ele está falando, tal coisa serve

para você”. Para você ter uma ideia, fazer oito teses de doutorado junto não é trivial. Então, esse processo da Modelagem facilitou a minha vida como orientador, eles como alunos. Quando tinha um aluno que sabia fazer gráfico melhor que os outros, ajudava todo mundo. Então, criou-se uma espécie de uma família das coisas [...]. Aliás, um deles é com *leishmaniose*, uma doença que dá nos cachorros lá no Piauí, que é muito séria e passa para as pessoas [...]. Essa analogia da Matemática é o motor da Modelagem: tem comparação com as outras coisas. Eu estou exagerando um pouco, mas [...] é o principal. Você vai fazer um negócio e você não sabe, absolutamente, nada sobre ele: não faz nada. Você tem que ter alguma [...] algum v_0 , algum empurrão de alguma coisa já feita. Não só do ponto de vista matemático, mas da própria situação que você está analisando [...] você tem que ter um start. Por exemplo, quando você vai fazer o controle de câncer: supõe que isso aqui seja uma posição inicial da célula cancerígena que o *cara* descobriu [...]. Está com o câncer, vai ter que fazer o tratamento quimioterápico. O que é fazer o tratamento quimioterápico? Você tem que destruir as células cancerígenas, isso é mais ou menos o óbvio. Não adianta você ficar é [...] passando a mão. Você vai ter que destruir. Então, a destruição das células pode ser feita de várias maneiras. Do jeito que é feito, por exemplo, você dá um tratamento nesse dia aqui, ela baixa um certo valor, mas ela baixa aqui e você não pode ficar todo dia dando tratamento. Porque o seu corpo tem que recuperar. Normalmente são 21 dias; a cada 21 dias, você faz o tratamento. Mas, nesses 21 dias, o que aconteceu com essas células que estavam aqui e baixaram para cá? [...] Elas continuam crescendo! Então elas voltam, voltam a crescer. Então, aqui você tem que achar um modelo matemático do crescimento delas. Como que elas crescem? Linearmente? [...] Para tentar saber como elas se comportam, como é o comportamento delas. Então, aqui, no 21º dia, você vai ter que fazer uma [...] porque chegou aqui e deu uma *baixadinha*. Claro que se, depois de 21 dias, você olha aqui e está maior do que estava antes [...], você está ferrado. Aí, você já era, está certo?! Nem adianta fazer mais tratamento; isso que é legal. [...] Se o seu tratamento não está funcionando [...], é assim que funciona a coisa. Quer dizer, se você não conseguir baixar, por que que você vai judiar do *cara*? Você tem que ser prático. Mas, de uma maneira geral, ela baixa bem no começo, porque, geralmente, quando você descobre ela está alta [...], porque as células cancerígenas, na pior das hipóteses, elas crescem assim. Mas ela é estável, então, você tem que ter os modelos de crescimento da célula. Como que é o modelo para fazer a célula crescer. Então, tem vários tipos de modelo; cada um inventa um modelo, mas todos têm mais ou menos a mesma cara, *tá certo*?! Por quê? Porque você sabe que, biologicamente, ela não pode ultrapassar o seu corpo; porque o seu corpo pode ser um tumor inteiro, mas não pode ser maior do que isso. Então, ela é crescente e limitada. Na Matemática, na Análise, toda função

crescente e limitada é convergente. Então, ela converge aqui, com esse limite superior, que é o ponto de estabilidade do tumor. Porque o tumor cresce até um tamanho, depois ele não pode crescer mais; ou mata o indivíduo ou faz alguma coisa [...]. Então, quando você vai tratar de um crescimento populacional [...], você sabe já, de antemão, que ela é limitada. Então, a primeira coisa para você fazer o modelo, é achar quem que é a limitação dela, essa constante aqui [...]. Isso aí em Matemática significa que $\lim_{x \rightarrow t} f(x) = k$, ou seja, é uma assíntota horizontal. Então, achar quem é a assíntota horizontal é o principal de uma modelagem.

P: Nesse caso, né?!

E4: Nesse e em todos os casos. Porque tudo é limitado. A única coisa que vai para o infinito é a nossa dívida externa. O resto é tudo limitado. Então, sempre vai acontecer isso aqui.

P: Por isso da analogia que o professor falou.

E4: Por isso da analogia que estou falando. Então, o fato de ser limitada [...], se eu souber quem é o limite, já me facilita para achar o modelo [...]. Outra coisa que é interessante na Modelagem é esse ponto aqui, que é o ponto chamado de inflexão [...]. Ponto de inflexão é onde a curva muda a concavidade dela. Isso, do ponto de vista matemático, significa que, no mesmo lugar, ela tem a maior variação possível [...], o que é máximo [...], aqui é a derivada dela, [...] é onde ela muda [...], se transforma mais rápido. Se você vai trabalhar com a dinâmica da população de uma cidade, esse ponto aqui é onde a cidade progrediu mais rápido em menos tempo. Se você sabe quem é esse ponto, sabe quem é esse [...], você sabe fazer o modelo matemático. Então, são pontos-chave da Modelagem, entendeu?! [...] No caso de uma população de gente [...], a gente vai misturando tudo *tá* (risos), tem o senso, por exemplo: aqui o tempo e aqui a população e aí, você vai ter o tempo zero, v_0 , tempo um, v_1 e, obviamente, você vai ter o tempo i : o último ano que fez o senso. Então, você olha para a cara de uma tabela desse tipo aqui, o que você pode imaginar? Primeiro que essa população é limitada [...], não tem jeito de ela ir para o infinito em lugar nenhum, está certo?! Não cabe na terra a população infinita. Então, esse negócio é convergente num ponto aqui que eu preciso descobrir quem é [...]. Bom, se isso daqui é convergente, eu faço o seguinte: eu vou chamar isso aqui de P_i e aqui eu faço outra tabela com $P_i + 1$. O que significa isso? Quando, nesse senso, eu tinha a população P_0 , o próximo senso [...] se o i é zero, aqui eu tenho que colocar P_1 . Então, essa aqui é a próxima população, que vem depois dessa e o que vem depois dessa aqui é o P_2 [...] o P_n vai entrar aqui [...]. Mas se essa sequência é convergente [...], se você fizer uma relação entre esses pontos e esse aqui [...]. Vamos supor que você tenha essa tabela [...], aqui você coloca o seu P_{i+1} [...] e aqui o seu t_i . Então, aqui, por exemplo, quando for t_0 , aqui você tem o seu P_1 . Você vai fazer esses pares

ordenados aqui, ok. Vamos supor que você tenha aqui os pontos [...], faz um ajuste disso aqui para uma reta, por exemplo [...], ou para uma curva qualquer; depende da cara dela. Você olha para a cara assim e fala: parece que dá uma reta; esse é no “olhômetro” [...]. Se você souber qual o modelo que você quer, você sabe o que você tem que fazer. Mas se você não sabe nada da coisa, você olha pelo que está ali. Então, vamos supor que você fez esse ajuste e achou que o seu P_{i+1} em função do seu t_i . Essa curva ajustada pode ser a equação de uma reta, pode ser uma parábola também. Normalmente, é uma parábola. Bom, mas se P_{i+1} é o $f(t_i)$ [...], o que é a convergência disso aqui? É quando, do lado de lá, for igualzinho ao lado de cá. Ou seja, quando $P_{i+1} = t_i$ [...] isso aqui é a equação da bissetriz, ou seja, quando esse eixo for igual a esse eixo, te dá uma bissetriz. O encontro dessa bissetriz com essa reta que você obteve lá [...]. O que é? $P_i = P_{i+1}$ que é o ponto de equilíbrio; o ponto que você queria [...]. Não é lindo isso?! Isso aqui é descoberto por biólogo, não foi matemático. Biólogo estudou tamanho de peixe e daí, inventaram esse jeito de calcular o tamanho máximo do peixe; chama método de Ford-Walford; são dois biólogos [...]. Isso aqui serve para qualquer coisa que você queira calcular o ponto de equilíbrio lá em cima [...]. Por que o que é o ponto de equilíbrio? É onde não tem variação [...], não tem variação o que significa que $P_i = P_{i+1}$. Isso traduzido na equação diferencial, você tem $\frac{dp}{dt} = f(p)$, suponha que você tenha uma função p . É quando, o quê? Quando a derivada é igual a zero [...]. Então, nesse modelo aqui [...]. Porque eles precisavam, eles queriam determinar o tamanho máximo de um Curimbata, por exemplo. Como ele vai saber qual é o maior tamanho de um Curimbata? Tem que criar em cativeiro [...] e pra que ele quer saber isso? Para saber qual é o estoque; como funciona [...]. Então, a Matemática serve para isso, a Matemática serve como detetive das coisas; quando você não sabe como agir, a Matemática te dá ideias de como fazer [...]. Nesse modelo aqui [...], o ajuste é uma parábola. Quando você vai fazer duas populações, você vai ter um negócio mais ou menos assim [...]. Por que é uma parábola? Porque se eu tenho P_i e P_{i+1} [...], em termos de equações diferenciais [...], uma analogia agora da Matemática Discreta com a Matemática Contínua. Na Matemática Discreta, você tem que a variação é $P_{i+1} - P_i$ e, na Matemática Contínua, você tem que a variação $\frac{dt}{dp}$, o i aqui funciona como um período e aqui você vê como vai ser sua variação. Então, se isso aqui for do tipo assim: $rp_k - p$, significa o quê? Que quando o $p = k$, a derivada é zero. E, quando o p for igual a zero, não nasce ninguém. Então, o ponto de equilíbrio aqui é esse ou esse [aponta para o quadro]. Se começar uma população igual a zero, sempre vai ser zero [...]. Fora disso, qualquer que seja a população, vai crescendo aquilo lá [aponta para o quadro] [...]. Esse modelo aqui é chamado de logístico [...] ou modelo de Verhulst [...]. Bom! O que significa

isso? Que tudo tem essa cara aqui. Então, vou sempre usar o modelo logístico para fazer qualquer modelagem? [...] Apesar de ter a mesma cara, os pontos de equilíbrio são diferentes. Num modelo logístico, o ponto de equilíbrio aqui é sempre na metade desse segundo número aqui [aponta para o quadro], sempre acontece, quando eu estou na metade da capacidade de suporte [...], é que eu tenho a maior variação. Esse é o modelo logístico [...]. Então, o que é fazer uma modelagem que tem a mesma cara e não é o mesmo? É mostrar esse modelo para mudar a cara que tenho. Então, por exemplo, suponha que eu tenha uma curva assim [faz um desenho no quadro] [...] um ponto de equilíbrio [...] um p maior do que o valor que está aqui, eu não posso usar esse modelo [...]. Então, para modelos que têm essa [...] a mesma cara, têm centenas de modelos [...]. Então, aí, você vê que cada situação, exige modelo diferente. Qual modelo diferente? Basta ver onde está o ponto de equilíbrio. Então, têm modelos gerais que eles levam o ponto de equilíbrio onde você quer [...]. Agora, como quase tudo você estabiliza, então quase tudo tem a mesma cara, então fica fácil fazer modelagem. Quer dizer, se não for essa cara aqui, qual é a outra cara que a gente tem? Uma coisa desse tipo aqui [aponta para o quadro], mas uma coisa desse tipo aqui é metade desse [aponta para o quadro]. Se você olhar para a cara desse aqui, ele é mais ou menos esse. Então, ou é assim, ou é assim, ou de cabeça para baixo [aponta para o quadro]. Por exemplo, vai fazer fermentação de vinho, quer saber quando é que o vinho está pronto. O que é fazer vinho? É fermentar a uva. Fermentar a uva é uma população de bactérias que está ali trabalhando. Então, você tem que ver a população de bactéria [...] você quer chegar o vinho a um teor alcoólico significativo, tipo é [...] 13° , 14° para um vinho razoável. Só que ao contrário disso aqui [aponta para o quadro], quando você vai fazer vinho [...] você tem aquela massa e aquilo lá vai perdendo [...], ela tende a baixar. É essa curva [aponta para o quadro] de cabeça para baixo. Então, é só mudar o sinal. Então, você quer estudar a densidade do mosto [...]. Eu estou mostrando aqui, para mostrar para você que fazer modelagem não é nada do outro mundo, os modelos são muito parecidos. Então, o que a gente precisa?! De analogia. [...] Então, na modelagem, a analogia é fundamental nas coisas. Você vê que tudo o que você mexe, tem coisas parecidas [...]; então, as curvas são mais ou menos parecidas.

P: E nessa experiência do professor com a Modelagem, já apareceu alguma coisa que não deu para fazer analogia?

E4: Já. E, daí, você tem que criar. Você cria a matemática para aquilo. Isso que é legal. Vou te contar uma matemática criada. Se você estiver trabalhando naquele negócio do câncer, por exemplo. Você faz o primeiro tratamento, você tem uma curva aqui, o segundo tratamento [...], suponha que mate na mesma proporção que está. Estou fazendo umas hipóteses bem

surrealistas, não é bem assim que funciona, mas tudo bem. Aí, você vai ver que esses valores aqui vão diminuindo. Essa tese que a gente orientou, a gente supôs que o tratamento pode curar. Sabe quantas curas têm um tratamento? 3%. Então, para que que serve? Para prolongar a vida [...]. Dependendo do tipo de câncer, claro. Mas aqui, por exemplo, tem um ponto de equilíbrio que a gente inventou [...] que é chamado limiar noético [...]. Já vou dizer por que chama noético. Você lê Dan Brown?

P: Sim!

E4: Eu adoro. Tem um livro do Dan Brown, deixa ver se eu lembro qual é [...] um que tem uma cientista noética.

P: Não é Fortaleza Digital, né?!

E4: Não é. Nesse livro, a cientista está querendo provar a existência da alma [...]. Essa cientista noética, ela quer provar coisas que você não vê. Por exemplo, a alma. Ela quer provar a existência da alma, ela pega o indivíduo que está para morrer mesmo, não tem jeito [...]. Nesse livro, né [...]. É um livro de ficção científica. Coloca o cara nesse caixão e deixa ele lá. Ele está para morrer e ele fica pesando numa balança ultrassensível [...]. A hora que ele morre tem uma variação no peso do cara. Está fechado o caixão, está certo?! [...] É como se ela estivesse demonstrando que alguma coisa saiu de lá de dentro [...] que ela chama de alma. Isso é do livro (risos). Mas essa loucura do livro, a gente transformou em matemática, que você quando tem uma doença qualquer [...], qualquer que seja a doença, o próprio corpo se encarrega de te salvar [...]. Existe a autocura. Não é uma mágica não. É uma [...] inclusive, existe agora uma ciência chamada ciência noética, que é encarregada de desenvolver no indivíduo essas características, para ele se curar da maior parte das coisas, sem precisar tomar remédio, porque o corpo produz os medicamentos para qualquer doença dele [...]. Então, a ideia é a seguinte: se você tiver um câncer que abaixa para baixo dessa linha limitante aí, o próprio corpo se encarrega de diminuir. E como eu disse para você, basta ter um câncer qualquer que ele vai crescer. Então, você não vai curar nunca [...], a não ser que o próprio corpo se encarregue de liquidar com ele. Isso acontece com todas as doenças; no HIV [...] o cara pega o vírus e pode ficar 15 anos com o vírus sem ter nenhuma [...], o corpo, então, tem os anticorpos que ficam ali combatendo. Quando o anticorpo perde [...], aí a doença volta. Então, é mais ou menos assim, se você chegar no certo nível, o anticorpo liquida com a célula, então, você está curado. Essa menina que fez essa tese, ela tinha oito nódulos no pulmão. Assim, teoricamente, ela estava viva por acaso, porque com oito nódulos no pulmão a sua vida é muito curta. Aí, depois que a gente inventou esse negócio, que ela podia se curar, mudou a vida dela. Continuou com os oito nódulos no pulmão, mas ela era divertida, era a mais divertida desse grupo dos oito. Então, ela levava tudo

na brincadeira, não perdia nenhuma festa. É como se a vida dela, cada dia fosse um dia excepcional. É [...] eu tenho uma filha que é médica e o marido dela é médico também. Ele faz operação de câncer de pulmão, essa é a especialidade dele. E a minha filha faz muito [...], acredita muito nessa medicina de autocura [...] eu falei para a Tatiana, vai lá com a minha filha, pelo menos na pior das hipóteses, você faz amizade. Aí, fizeram amizade [...], aí, um dia, o João perguntou: você não quer tomar um copo de vinho? Ela falou: Não. Estou fazendo um tratamento. Ele perguntou: E daí? Ele ligou para um amigo dele que trabalha com tratamento de pulmão e perguntou se podia tomar vinho. A resposta foi: claro que pode. Outra vida dela (risos). Ela terminou a tese, quatro anos depois, uma tese linda. Só que, quando ela estava terminando a tese dela, [...] ela começou a ver que não estava mais abaixando [...] estava mais ou menos por aqui assim [aponta para um gráfico no quadro]. Defendeu a tese e dois meses depois, morreu. É triste, mas o fato de ela ter feito esse tipo de coisa, ela passou quatro anos, otimamente, bem [...], apesar de todo o tratamento, tudo isso. Fez uma tese lindíssima. Mas por quê? Porque ela acreditava nesse negócio. E [...] era um modelo que tinha esse limiar noético. Então, era mais ou menos aquele modelo logístico. Aquele modelo que eu tinha feito aqui. Suponha que seja a célula cancerígena [faz uma ilustração no quadro], nesse modelo que está aqui, [aponta para um modelo escrito no quadro], a solução para as células cancerígenas seria um negócio assim de crescimento dela [...], onde isso aqui é aquela constante k , que [...] quando analisa as equações diferenciais, vai procurar os pontos de equilíbrio. Ponto de equilíbrio é quando dá zero na derivada [...]. Então, é esse ponto de equilíbrio e $P=0$ é ponto de equilíbrio também [...]. Então, você tem dois pontos de equilíbrio e quando você tem uma coisa desse tipo aqui, você tem que ter um outro ponto de equilíbrio aqui que aconteça [...]. Se tiver para cima cresce, se estiver para baixo diminui. Então, você tem que colocar um ponto de equilíbrio estável. Então, basta fazer um negócio do tipo assim: $\propto -P$. Esse valor aqui é o valor do limiar noético. Esse limiar noético aqui, do ponto de vista matemático, ele é muito usado para a dinâmica populacional [...], agora vou fazer algumas analogias (risos) [...], de algumas espécies que fica *muito pouca* a população de espécie e ela não tem como achar o companheiro para procriar, porque vai para extinção. Então, toda a espécie que vai para extinção, passa por esse limiar aqui. Então, a gente usou isso para a pesca [...], nas equações da pesca, é o contrário dessa daqui [aponta para o quadro], a gente vai tirando [...]. Então, você tem que ter uns espaços que não pode pescar [...], então, digamos lá: de novembro a março, é proibido pescar. Você pode pescar, mas tem que soltar. Exatamente para eles se recuperarem e voltarem a crescer. Aqui é uma outra tese, de uma menina de Manaus que determinou qual é o tempo ideal, para ficar sem pescar, para ela nunca passar por esse ponto aqui. Então, ela usou também uma espécie

de limiar de pesca, ou seja, teve como analogia a outra. Por que eu estou falando isso para você? Não é para te perturbar não (risos). É para mostrar que a analogia é fundamental em Modelagem e tudo o que você pegar tem Matemática. Então, a ideia de fazer modelagem depende da [...] do ambiente que você está. Se você está num ambiente de primeiro grau, de segundo grau, eu não vou usar nada disso, óbvio [aponta para o quadro], tem que fazer uma matemática que seja coerente. Mas, quando você não sabe o que fazer [...], você conta e mede [...]. Conta e mede. Nisso você tem uma tabela. Tendo uma tabela, você tem um ajuste daquelas curvas. Então, começa do zero: contando e medindo e tudo você pode contar e medir. Por exemplo, essa mesa. O que eu você fazer? Vou medir quanto de madeira foi aqui [...], entendeu? A geometria dentro das matemáticas [...], a geometria é a mais própria para fazer uma modelagem, porque é aquilo que você está vendo. Mesa, cadeira [...], você pode medir, fazer a geometria disso daqui [...]. É parecido com um paralelepípedo, você pode fazer lá qual é o volume que tem. Então, sempre pode fazer qualquer coisa. Não sabe o que fazer? Conta e mede! Estou dizendo isso, porque uma vez um dos cursos que eu dei, em Guarapuava, tinha um professor que era de Cáceres. Cáceres é no Mato Grosso e aí, a gente sempre procurou saber o que que tem nesse lugar para desenvolver [...], que modelagem ele vai fazer em casa. Bom! Em Cáceres, tem peixe, eu falei: pega os seus alunos e leva eles para pescarem. Na pior das hipóteses, vai para o Porto, vê a hora que chegam os peixes e mede. Não sabe o que fazer, conta e mede. Olha, o *cara*, ele fez isso. Depois ele veio me contar: olha, professor, Modelagem eu não consegui fazer, eu fiz as tabelinhas [...], mas o que foi legal foi que os pais dos alunos, que são os pescadores, viram que os filhos estavam interessados naquilo que eles foram contar que estavam fazendo, então, a evasão da escola diminuiu muito. Olha [...] sem fazer a modelagem, só com o jeitão da coisa ele ganhou os pais dos alunos. Porque num lugar desse, quanto mais o cedo o *cara* sai da escola é melhor, porque ele vai ajudar o pai. A hora que o pai vê que o peixe é importante para a escola [...]. É engraçado porque não foi a Modelagem que salvou, mas foi o jeito [...] saiu da sala [...] é o jeitão da coisa. Agora, em termos práticos, as plantações são muito mais interessantes para o trabalho com criança, né: plantação de feijão, de milho é um negócio que cresce rápido.

P: E quando o professor diz que não é uma modelagem propriamente dita [o professor interrompe a fala]

E4: A Modelagem significa o seguinte: você tem uma coisa e você tem um objetivo. O seu objetivo é o quê? Você vai medir peixe? Você vai medir para quê? Quer dizer, a Modelagem tem que ter um modelo que vai fazer previsão. Não é só contagem, né. [...] O processo é de Modelagem, não chega em um modelo, mas o processo em si é de Modelagem. Mas depois que o *cara* está motivado, você não precisa ficar fazendo um probleminha para cada situação. Se o

cara descobrir que a Matemática é importante para criar peixe, ele não precisa ficar descobrindo que ela é importante para peixe, para urubu, para macaco [...]. Sabe que é importante. Então, ele “engole” mais fácil aquelas coisas de Matemática e nem sempre você precisa, para cada coisa que você vai fazer, fazer um modelinho. Não tem muito sentido. Tem que motivar [...] uma coisa mais ou menos [...] que não seja um modelo imbecil [...]. Se você for lá e cortar um bolo e falar: vamos dividir em partes iguais [...], minha mãe também corta bolo e não vi matemática nenhuma (risos). Então, não pode ser um negócio que seja tão trivial que não leve a nada, tem que ser um negócio que ele sinta na pele. Não é fácil fazer isso [...] é por isso que existe alguns treinos disso aí [...]. Esses cursos de especialização que a gente deu foi muito interessante por isso. A gente estava dando curso e estava se treinando. Você não sabe o que vai aparecer [...], os nossos cursos eram assim: podia escolher qualquer coisa, qualquer coisa, eles escolhiam.

P: Eles escolhiam e, daí, vocês falavam para eles pesquisarem sobre o assunto?

E4: É mais ou menos assim [...]. Isso é teórico, na prática, não é bem assim que funciona porque é o seguinte: tem 40 alunos, obviamente, com 40 temas diferentes. Não dá para você trabalhar junto 40 temas diferentes. Então, aí, a escolha do tema já é um processo de Modelagem. Cada um pode escolher o que quiser, a gente coloca no quadro todos os temas, aí, cada um que escolheu aquele tema tem que convencer pelo menos mais 5 para trabalhar com ele, certo?! Então, todo mundo vai falar sobre o tema dele [...] essa é a ideia da coisa. Quando isso é feito, geralmente, o professor que não está ali de bobeira, também coloca alguns temas [...], mais ou menos imperceptível [...], você também ajuda a falar sobre todos os temas, de tal maneira que você fale mais daquilo que você gostaria mais de fazer [...]. Você vai falar, por exemplo, sei lá [...], pesca, né. Como você já sabe um monte de coisa de pesca, se o *cara* escolher esse tema, fica mais fácil de fazer a Modelagem [...], então, você fala um pouco mais, conta umas histórias de pescadores [...], para incentivar também. Às vezes, na maioria das vezes funciona, às vezes, não funciona. Vou dar um exemplo que não funcionou (risos). A gente estava em Cuiabá e a gente estava doido para ir ao Pantanal [...]. Pantanal fica mais ou menos há 100 km de Cuiabá [...], ninguém escolheu o Pantanal (risos). A gente não fez nada no Pantanal, a gente fez numa outra época que o tema era garimpo, aí, tivemos que ir para o Pantanal. Então, a escolha do tema você precisa ter uns 5 alunos para cada um, porque aí eles vão trabalhar em conjunto e tal [...], oito temas são razoáveis. Normalmente, esse curso cada um ia lá, fazia uma parte do curso e encaixava tudo. Nos últimos que a gente fez, a gente fazia um curso em três professores, sempre os três [...], porque, nesses cursos de modelagem, cada coisa que ia sendo feita era usada nos outros. Dependendo do que aparecia, desenvolvia a Matemática com todo mundo junto,

porque era Cálculo, Álgebra Linear, Geometria, não tinha uma sequência. Se não aparecesse nada, você ia fazendo a parte de Cálculo que é fundamental.

(O professor mostra um livro e fala dos problemas que lá estão. Além disso, fala de algumas “curiosidades” vivenciadas nos cursos de especialização).

E4: Fazer Modelagem sem saber nada é complicado também, porque eles tinham dificuldade, mesmo assim a gente fez um monte de coisa (fala do livro, resultado de um curso de especialização) [...]. A formação é muito ruim. É claro que quanto mais matemática você sabe, melhores são os modelos que você faz. Quando você sabe pouco, você vai começando do zero. Então, nesses cursos, têm cursos que sai uma matemática assim ótima, têm outros que demora mais, porque o *cara* não tem ainda o traquejo de matemática, não da realidade. Então, não adianta você inventar um problema mais complicado, porque daí é mais difícil. E no nosso caso específico, quando a gente começou a trabalhar no curso de Biologia, a gente percebeu que muitas das coisas ligadas ao fenômeno biológico [...] não é exato. Então, como trabalhar com Modelagem, porque Matemática é uma coisa exata, ou é ou não, com uma coisa que não é exata. Então, a gente começou a trabalhar com uma outra Matemática que não é exata. A estatística é uma delas. Mas tem uma que é menos exata que a Estatística, que é chamada de Teoria Fuzzy. Essa teoria Fuzzy é uma teoria que trabalha com a subjetiva do indivíduo sem medir [...]. Quando trabalha com Estatística, você tem que ter várias medidas, você tem a média, tem a variância, o desvio padrão, para fazer algum modelo. Por exemplo, para ver quem vai ganhar a próxima eleição, você faz uma pesquisa, analisa 400 *caras* e você tem uma tendência de como vão votar. Isso é estatística. Então, para fazer uma previsão de coisas, você tem que ter dados, tem que ter medida. A teoria Fuzzy, você pode fazer uma previsão de coisas só com a intuição. Sem ter medida. É muito legal. Então, é o uso da intuição. É claro que a intuição fica mais, fica melhor, quanto mais experiência você tem de vida. Vou te dar um exemplo: se você sair daqui e vai para São Paulo de ônibus, a estrada tem mais ou menos 100 km. O ônibus não pode andar mais que 100km/h. Mas, na estrada, tem pedágio, tem trânsito, você não sabe, exatamente, qual a velocidade que vai o ônibus. Você nunca foi para São Paulo, então você não tem uma estatística de quanto tempo você gastou. Você sabe que os ônibus costumam atrasar para sair da rodoviária, não mais do que 15 minutos. Se você pegar o ônibus, meio-dia aqui, que horas você vai chegar em São Paulo? Se você falar 1h20 minutos, está certo. 1h10 está certo. 4h00 está certo, também. Qual está mais certo? Essa é a teoria Fuzzy. A sua intuição, sem você ter ido, você teve a intuição de 1h20 minutos. Você ponderou mais ou menos todas essas variáveis que eu falei. Existe uma Matemática que faz isso. Essa é a Matemática Fuzzy. Matemática Fuzzy serve, exatamente, para fazer uma Matemática dessa intuição e te dá uma resposta dentro

de um intervalo. E cada valor desse intervalo tem um grau de credibilidade. Por exemplo, tem uma reta aqui, quando você tem um número aqui, você tem um número real. Suponha que aqui você tenha um número 2, mas se você tiver num intervalo aqui de 1,99 a 2,01, a Matemática clássica diz que 2 é só aquele ponto. Mas 1,99 é mais ou menos 2. Quanto mais perto ele estiver do 2, mais ele é parecido com o 2. Então, esses pontos que estão aqui, todos os pontos são 2. Com maior ou menor credibilidade. Então, o número 1,99 é 2 com credibilidade zero, mas 1,999 já tem um grau bem maior. Isso aqui é chamado número Fuzzy. Então, você pode fazer soma de número assim, produto, fazer Matemática toda com isso daqui. Então, é a Matemática do mais ou menos. E funciona melhor do que a outra Matemática; erra muito menos. A outra Matemática é um caso particular dessa matemática Fuzzy. Então, por isso que a gente adotou essa Matemática Fuzzy na Biomatemática, porque na Biomatemática tem essa subjetividade presente [...]. Muito interessante. A Matemática é interessante.

P: Professor, muito obrigada por essa conversa.

Transcrição da entrevista do quinto sujeito significativo

(P = Pesquisador, E5 = Entrevistado 5, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada por aceitar nosso convite.

E5: Peço desculpas por não ter dado certo aquela vez e ter atrasado sua produção de dados.

P: Imagina. Sem problemas.

P: Professor, eu gostaria que me contasse o que o levou a trabalhar com Modelagem.

E5: Tá. Foi no meu primeiro ano como professor, numa escola privada. Eu era estudante da licenciatura ainda [ruídos]. Eu dava aula, como eu fui ensinado a vida inteira: aula tradicional. E eu fiquei muito chocado com o resultado das primeiras avaliações: o fracasso dos alunos. Daí, aquilo que movimentou e, nessa mesma época, eu tomei contato com Modelagem Matemática numa palestra da Salett em Salvador. Aí, quando eu vi aquilo, eu falei assim: Nossa! Olha! Pode ser um caminho para convidar os alunos para se interessarem por Matemática, etc. Então, esse foi meu primeiro contato e a minha identificação foi um pouco isso: pensando, na época, numa outra forma de trabalhar Matemática com os alunos.

P: E, daí, você foi desenvolvendo [...] foi se dedicando a isso nas pesquisas. Isso?

E5: É, primeiro eu fiz Modelagem na minha sala de aula. Desse momento, eu tive quatro anos de experiência, como professor da Educação Básica [...]. Isso foi no primeiro semestre do primeiro ano. E, a partir daí, eu comecei a incluir Modelagem. Naquela época, tinha pouco material, né?! Não tinha muito material, então [ruídos] [...]. Mas comecei a implementar. Na

escola em que eu trabalho, tinha mais ou menos oportunidades, aí [ruídos], no período que eu fui terminando a licenciatura, começou a se desenhar a ideia de fazer a seleção para Rio Claro, aí o tema que eu tinha, o que eu tinha mais identificação era a Modelagem. Aí, pensei no projeto com o tema de Modelagem.

P: Ah! Legal. E voltando à sua primeira experiência. Você se recorda como você entendia o fazer Modelagem? Como que você conduzia suas aulas?

E5: É [...] a primeira experiência foi como o caso 3. Eu lembro que eu não sabia muito bem, não tinha muito material. Não lembro [...], mas acho que tinha um texto da Salett que eu li e a própria fala da Salett. Então, eu fiz um projeto [...] que durou uma semana, para trabalhar é [...] estatística básica com os alunos. Os alunos iam coletar dados e, a partir daí, a gente discutiu como organizar os dados, as medidas de tendência central [...]. É, assim [...] por algumas semanas, aí, depois disso, eu comecei a buscar situações de fora da escola e, também, apresentava situações, relativamente, estruturadas com dados reais. Aí, eu ficava alternando. Como naquela época, eu trabalho em duas ou três escolas [...] dependia da escola, porque tinha escola que dava mais liberdade e escola que dava menos liberdade.

P: Hoje em dia, você não pesquisa mais sobre Modelagem, né?!

E5: Não. Eu mantenho um interesse [...] vai e volta, as pessoas me chamam para falar de Modelagem, etc. Eu gosto de falar [...], mas meus projetos atuais estão na área de formação de professores.

P: E depois que você foi avançando assim nos seus estudos, mudou a sua compreensão sobre Modelagem? Como foi se constituindo o seu modo de ver Modelagem, durante esses anos que você trabalhou?

E5: Tá. Primeiramente, tinha uma grande confusão [...]. Assim, tinha muito debate na época, na década de 90. Final da década de 90, quando estava fazendo doutorado sobre o que é Modelagem Matemática [...] e isso não era muito claro e as pessoas usavam a expressão Modelagem Matemática de diferentes maneiras, como por exemplo: Modelagem como sinônimo de um trabalho de projeto, independente se o tema fosse de fora da Matemática ou não. Mas também tinha, particularmente, na literatura internacional, Modelagem com situações relativamente estruturadas e, até mesmo, com situações idealizadas, que seriam equivalentes ao que o Ole chama de: com referência na *semi realidade*. Então, grande parte do meu doutorado, na época, foi para clarear isso, para mim mesmo, o que era Modelagem Matemática. Tanto é que, se [...] o capítulo 2 da minha tese, que é onde eu apresento uma visão sobre Modelagem Matemática, talvez tenha tido muito mais repercussão do que os resultados empíricos sobre os professores [...]. Então, é aquela compreensão [...], então, quando eu constituí aquela

compreensão foram fundamentais os *insights* do Ole Skovsmose. Foi aquela época em que o Ole esteve, em Rio Claro, como visitante, trabalhando aquela ideia de ambientes de aprendizagem. Eu fiz a tradução daquele texto, “Cenários para Investigação”, para o Bolema e, quando eu li, aquilo ali preencheu uma série de interrogações, que me ajudou bastante a elaborar a ideia de Modelagem como um ambiente de aprendizagem com certas características. Então, foi esse processo confuso (risos), mais ou menos uns dois anos. Mas, depois disso, o que entendo de Modelagem Matemática é [...] não se alterou. Mesmo com os outros projetos de Modelagem [...], as discussões dos alunos e, mesmo hoje, eu continuo associando a Modelagem Matemática a duas características: o fato da situação ser um problema para os alunos, ou seja, eles não terem esquemas prévios e o contexto ser um contexto do dia a dia, das ciências ou do mundo do trabalho fora da disciplina matemática. Esses são os dois critérios que eu uso para distinguir Modelagem de outros ambientes.

P: Bacana. E depois, você continuou trabalhando com Modelagem em sala de aula?

E5: É [...] porque, quando eu voltei do doutorado, eu fui trabalhar na licenciatura em Matemática, não voltei mais como professor da Educação Básica. Aí, eu fui, durante três anos, coordenador do curso de Licenciatura de uma faculdade privada aqui e professor da disciplina Modelagem Matemática. Então, na licenciatura, a gente trabalhava uma disciplina Modelagem Matemática e trabalhava as duas dimensões, tanto [...] vamos dizer assim de eles experimentarem a Modelagem Matemática, realizar, vamos chamar assim, tarefas de Modelagem Matemática para discutir com eles, como eles poderiam abordar a Modelagem na Educação Básica. É [...] aí, depois fui para a Estadual de Feira de Santana que também tinha uma disciplina de Modelagem Matemática, então, eu podia trabalhar isso com os alunos. Mas, quando eu vim para a UFBA, em 2009, a UFBA não tem e o meu concurso foi para estágio. Ah! [...] então, eu discuto com os alunos, mas eu não posso focar o estágio todo em Modelagem Matemática. Tenho que trabalhar todas [...] é um repertório mais amplo.

P: Claro. Eu queria que você me contasse o que você acha que é fundamental, quando o professor propõe um trabalho com Modelagem com os alunos. Se são os conteúdos matemáticos, as outras discussões.

E5: Na minha visão, o fundamental é que ocorra a discussão sobre a relação entre a simplificação realizada, ou seja, o levantamento de hipóteses, a escolha de variáveis, o modelo e os usos que se faz desse modelo. É o que eu chamaria de discussões reflexivas. É, [...], mas para isso acontecer, é necessário que a situação apresentada aos estudantes não seja estruturada, porque, se a situação for estruturada [ruídos], as hipóteses enunciadas, provavelmente, se não tiver nenhum erro de matemática, todo mundo vai chegar na mesma resposta. Mas, se a

situação, ela é [...] os alunos têm que levantar hipóteses, escolher variáveis, realizar simplificação, os alunos vão produzir modelos diferentes para a mesma situação e isso [ruídos], porque os modelos são diferentes. E, ao levantar essa discussão, tem que se revisitar a forma como os modelos foram construídos [...]. Para que os alunos tenham chance de associar o processo de construção dos modelos com os modelos e como eles [ruídos]. Então, isso que é fundamental. A Matemática aí, ela aparece como um meio, não como um fim, para algo que é para além da disciplina de Matemática. É uma oportunidade de discutir como a Matemática subsidia os debates públicos, debates sociais. Isso que, a meu ver, é fundamental, isso que diferencia [...] uma certa perspectiva que eu chamaria de sociocrítica de outras que [...] colocam a Matemática como fim, como por exemplo, é muito comum, as pessoas usarem Modelagem Matemática para [...], entre aspas, descobrir a Matemática que há nas coisas, como se a Matemática estivesse escondida nas coisas, como se o mundo tivesse uma estrutura Matemática e nós vamos lá modelar o mundo [...]. E [...] a outra, estava lembrando, esqueci agora (risos).

P: Você estava falando daquilo que diferencia.

E5: Isso! O que diferencia essa visão [...]. Alguns colegas, na comunidade de Modelagem, têm essa visão assim: matematizar as coisas, matematizar o mundo, mas como se pudesse extrair a Matemática das coisas, como se não fôssemos nós que organizamos o mundo com lentes matemáticas. A outra coisa eu esqueci.

P: Você vai lembrar daqui a pouco (risos). Quando você fala em construção de modelos, você pensa que os alunos conseguem construir isso ou precisa daí, que o professor também entre de algum modo nisso?

E5: Então, eu vou definir modelo matemático como qualquer representação matemática da situação. Qualquer. Qualquer representação matemática significa, que utilize, em alguma medida, ideias matemáticas, símbolos matemáticos, notação matemática. Então, significa que o modelo, diferentemente, por exemplo, do que na Modelagem Aplicada, ele não, necessariamente, precisa ter aquela capacidade de predição [...]. Por exemplo, se os alunos do sexto ano, fazem um “bucado” de contas, isoladas assim, mas, que refere àquela situação, eu chamo isso de modelo, modelo matemático.

P: Sem necessariamente estar organizado, né?! Em uma expressão.

E5: Isso. Se faz conta, faz uma tabela. Não precisa chegar a uma equação, a um sistema de equações, necessariamente. Porque do contrário, se a gente assumisse modelo matemático assim, muito do que a gente faz, na Educação Matemática, não receberia o nome de Modelagem Matemática.

P: Por quê?

E5: Porque muitos dos trabalhos não chegam a constituir uma equação, sistema de equações, inequações. Ou seja, não tem a capacidade de predição [...]. Quando você vai nos manuais de Matemática Aplicada, a definição de modelo é essa de representação matemática com capacidade de descrição e predição [...]. Mas muito do que a gente faz, principalmente nos anos, nos primeiros anos do ensino fundamental, fundamental 2, não tem a capacidade de predição, porque inclusive eles não têm instrumentos matemáticos, eles não foram expostos a ideias matemáticas para modelar e chegar a equações. É [...], pegue, por exemplo, um trabalho clássico da Salett, é [...] que é da construção da casa, que ela trabalhou um ano inteiro com uma antiga quinta série, com o tema casa [...] é [...] não tem nenhuma, nenhuma representação matemática ali, tem a capacidade de predição.

P: É para resolver aquela situação?

E5: Exato. Leva as medidas, o preço, ou seja, é uma Matemática do atual sexto ano. Então, essa ideia de modelo também que faz um corte com a Matemática Aplicada é para representar o que nós, na Educação Matemática, fazemos. Então, é um conceito mais amplo, mais inclusivo [...]. Então, assim, os alunos, eles, uma vez que eles se debruçam sobre uma situação problema, eles vão produzir alguma representação. Portanto, modelo. Agora, o que o professor ele pode fazer é tornar, encorajar os estudantes a tornar o modelo mais sofisticado. É [...] na interação, fazer algumas problematizações ou, até mesmo, quando há um bloqueio dos estudantes. E, se o professor não interferir, certamente, no momento que os alunos estão é [...] sem ideia nenhuma de como seguir, eles podem se desanimar. Então, nesse momento, é fundamental, que o professor chegue lá e fale [...]: olha, que tal vocês pensarem nesse caminho. Vocês pensaram talvez em fazer isso? [...] Ou seja, soltar uma dica [...]. Por isso, que eu vejo assim, que uma vez que se deflagra o processo de Modelagem é sempre com o professor. Isso não significa que o professor tem que pegar na mão dos estudantes ou mostrar o modelo aos estudantes. Porque, ao fazer isso, deixa de ser Modelagem Matemática, porque deixa de ser um problema para os alunos. Fica muito mais uma aula expositiva sobre o modelo. É [...], mas o professor tem que acompanhar o tempo todo.

P: Ótimo. E, quando você pensa assim, nessa caminhada com Modelagem, o que você vê de ponto positivo e aquilo que é mais difícil no trabalho com Modelagem em sala de aula mesmo.

E5: O ponto positivo é [...] a disponibilidade de materiais. Se gente comparar os anos 90 e agora, a disponibilidade de materiais para quem quer se aproximar da área, ver experiências para se inspirar, é enorme. Porque olha, têm vários livros, têm os anais das conferências de Modelagem, dezenas e dezenas de dissertações e teses disponíveis na internet. Então, a área cresceu. É uma área que, dentro da Educação Matemática, tem uma certa visibilidade, tem o

GT de Modelagem. Então, é [...] essa disponibilidade de materiais é um fator positivo. Uma dificuldade é [...], esse comentário vale para toda a Educação Matemática, que isso não deslocou para os cotidianos escolares. Modelagem Matemática, assim como outras propostas de mudança, continuam no âmbito da academia. Mas isso não é, necessariamente, uma falha, a meu ver, uma falha. É porque a relação entre nós pesquisadores e a escola, não se dá isolada da sociedade. É que as condições de trabalho da escola, o contexto escolar ele tem uma certa lógica, têm certas condições objetivas, que são refratárias a qualquer mudança. Então, na literatura de Modelagem consta que os professores que implementam são hostilizados pelos próprios colegas. A reação dos alunos que estão acostumados à aula expositiva etc. Então isso, talvez, instaure a necessidade, não só na Modelagem, mas em toda a Educação Matemática, de melhor pesquisar [...] a relação entre o mundo da pesquisa e o mundo da escola [...]. Por exemplo, nós temos um farto material sobre Modelagem Matemática, a forma de participação dos estudantes, em termos de pesquisa nós estamos bem arrumados. Mas não chega na sala de aula.

P: É verdade, falta. E você acha que o trabalho com Modelagem contribui para a aprendizagem da Matemática?

E5: É [...] a gente teria que definir aprendizagem. Mas, se a gente pensar aprendizagem como ação, aprendizagem como processo e não como um resultado estático, não há dúvida, porque os alunos estão lidando com Matemática, estão lidando com várias coisas, mas estão lidando com Matemática. E isso acontece de duas maneiras: Primeiro [...] leva os alunos a revisitar saberes matemáticos anteriores e, claro, quando você dá uma situação problema para os alunos, que saberes matemáticos eles vão utilizar? Aqueles que eles já têm. Então, eles retomam, vão ver aqueles conceitos, aqueles algoritmos, à luz de outras situações, a situação nova. Então, aí, está tendo aprendizagem. Se só isso acontecer, já está tendo aprendizagem. E a outra maneira é com acompanhamento do professor, quando ele percebe que aparece indícios de novas ideias matemáticas, novos procedimentos, ele mesmo, o professor, fazer a ponte para essas novas ideias formalizarem. Porque os alunos não vão sozinhos, ascender a novos conhecimentos, eles podem, no máximo, esboçar ideias. Ou seja, a formalização, a institucionalização é por parte do professor. Por isso que é importante o professor acompanhar para ele perceber essas oportunidades. Daí, ele formaliza novas ideias. Então, eu diria que tem essas duas formas: revisitando e modelagem, servindo como uma espécie de plataforma para o professor formalizar novas ideias, algoritmos matemáticos.

P: Ótimo. Professor, muito obrigada pela sua disponibilidade.

Transcrição da entrevista do sexto sujeito significativo

(P = Pesquisador, E6 = Entrevistado 6, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, em meu e em nome da professora Maria, gostaria de agradecer a disponibilidade. O professor trabalha com Modelagem, né?! Foi por isso que o professor Rodney indicou o seu nome. Faz tempo que trabalha com Modelagem e por que essa decisão?

E6: Mais especificamente, começou no mestrado, entrei no mestrado em 91. E, na verdade, na graduação, eu fiz graduação em Matemática e durante a graduação, eu comecei a [...] eu fiz iniciação científica em Matemática Pura e, também, participei de alguns seminários lá. Na verdade, o Rodney, na época, trabalhava, tinha vindo um pesquisador de fora também. No clico de palestras lá, onde eu tive contato com a parte da Modelagem, voltada aos fenômenos biológicos. Então, daí, veio o interesse, eu conversei com o Rodney e ele citou um livro, que as pessoas usam bastante até hoje. Um livro bem da parte assim de aplicações e comecei assim, no finalzinho da graduação, a ter contato com isso. E, foi no mestrado que eu fui, mais especificamente, trabalhar com isso. Mestrado e Doutorado.

P: E qual seria esse livro?

E6: Mathematical Models in Biology. É um livro assim, ele tem conteúdo matemático, mas tem o que ela precisa, em geral, o que ela cita no livro. O foco são os fenômenos biológicos e a parte assim da Modelagem. As hipóteses que ela usou e isso em vários níveis. Então, ela fala um pouco de equações de diferença, que seria usar para fenômenos que o tempo você pode considerar discreto. Trabalha com um pouco de equações diferenciais, uma incógnita só, um pouco com sistemas de equações diferenciais e depois um pouco de equações parciais. Então, tem um pouco de cada coisa e estudando alguns fenômenos biológicos, onde aparece esse tipo de equação.

P: E nesse trabalho que o professor tem com Modelagem. O que o professor diria que é Modelagem Matemática?

E6: Difícil definir [...]. Para mim, assim, trabalhar com Modelagem, é você tentar escrever, matematicamente, algum fenômeno. No meu caso, foi mais focado em fenômeno biológico. Embora, tenha duas alunas do Profmat que trabalharam um pouco com Modelagem e não com fenômenos da Biologia, mas fenômenos físicos. Uma tinha um problema de uma máquina, né, de uma bomba que tritura partículas. Entra com um material e sai com aquilo triturado e tinha uma peça lá que, de tempo em tempo, dá manutenção. E aí, a ideia é que essa máquina não pare de funcionar, mas também você não precisa dar manutenção muito antecipadamente, porque isso tem um custo para a empresa. Então, a ideia é detectar em que momento seria ideal dar a

manutenção para essa peça, de modo a otimizar custos aí também. Então, assim, não é um problema propriamente biológico, mas um problema da indústria. Então, aí, ela tentou dar um tratamento matemático, para tentar ajudar o pessoal da produção, de modo a tentar estimar esse tempo em função dos dados. E o outro, que também com a mesma ideia. Mas daí um problema com o transformador de subestação de energia elétrica. Transformador que custa mais de 3 milhões, eles tentam estimar o tempo de vida útil daquele transformador; de dar manutenção, porque o transformador não pode parar. Então, foram dois problemas que elas tentaram entender matematicamente ou usar a Matemática de modo a fazer previsões, dar algum suporte.

P: E esse usar a Matemática seria tentar desenvolver um modelo para solucionar essa questão, né?!

E6: Isso, exatamente! Você tem um problema. Como que eu faço essa interpretação do ponto de vista matemático? Será que eu consigo enxergar a Matemática, ou descrever esse problema em termos de equações? Onde eu uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?

P: E essa ferramenta é criada ou vocês tentar usar uma que tem?

E6: Em geral, a que se tem. Mas o que a gente precisar [...], muita coisa acaba sendo criada de repente, para estudar coisas, onde você se depara com situações: tá, que matemática que eu uso? Então, por exemplo, no caso dessas alunas, dessas duas últimas alunas que trabalharam comigo, elas tinham um problema e, assim, diante do que elas me relatavam: Ah! Esse transformador, ele tem que trabalhar com uma temperatura em torno de 110° . Se ele trabalhar com uma temperatura muito alta, isso danifica o papel, então ele tem que estar abaixo disso. Tá, mas se tiver água presente lá, isso também pode ser prejudicial. Então, se tiver um pouco só de água [...]. Então, diante dessa conversa que elas foram falando, eu fui dando ideias: Olha, me parece que com esses dados, informações que você tem, a gente poderia dar uma abordagem via Teoria de Conjuntos Fuzzy. Que é uma teoria, relativamente, recente que tem sido utilizada para você estudar fenômenos que têm essas características: eu tenho informações mais linguísticas, por exemplo. Ao invés de só dados. Então, por exemplo: Ah, a temperatura estava em torno disso. Ou eu tenho coisas do tipo: [...] se a temperatura é baixa, o oxigênio é médio; então, eu acho que o risco de quebra daquele motor é médio. Então, essas características linguísticas, será que tem alguma ferramenta matemática que trata com coisas desse tipo?! Então, foi uma abordagem que elas fizeram com isso daí. Agora, dependendo dos dados que você tem: Oh, com isso daí, eu acho que você poderia dar uma abordagem via equações diferenciais, ou via equações de diferença. Então, depende do fenômeno utilizado. Em geral, você tem ferramentas para isso. Mas, por exemplo, essa teoria de Conjuntos Fuzzy surgiu em decorrência de coisas [...] de dar um tratamento matemático para coisas desse tipo, de

informações linguísticas e hoje vem sendo muito utilizada. Então, às vezes, você tem avanços na área em função de problemas que você tem e [...] que tratamento que eu dou para isso? Mas, em geral, assim, mesmo em nível de mestrado e doutorado, você está usando ferramentas que já existem. Ou, às vezes, você se depara com coisas e vão surgindo informações que você vai tirando, à medida que você vai avançando. Isso eu estou falando em termos de pesquisa, agora, em termos de ensino, se você for usar a Modelagem no ensino, entendo que a ideia é usar ferramentas que já estão aí. Adequando ao nível de ensino. Se eu estou com alunos do ensino médio, ensino superior. Mas, em geral, são ferramentas que já existem.

P: E daí, esses modelos, a ideia é chegar nesses modelos, para que eles fiquem restritos a essas situações que vocês estão resolvendo ou que ele abranja mais situações?

E6: Depende. Tem modelo que você pode usar para diferentes, por exemplo, a técnica que essas duas usaram é a mesma. A técnica é a mesma, mas são problemas diferentes. Embora sejam problemas da indústria, uma foi para ver o problema lá da bomba que tinha uma peça lá dentro que não pode quebrar; a outra foi para estudar o tempo de vida útil de um papel que fica dentro do transformador. Então, embora sejam problemas distintos, a técnica é a mesma. E essa técnica, por exemplo, tem sido muito usada em diagnóstico médico. Por exemplo, você vai no médico e ele fala assim: o que você teve? Teve febre? Teve. De quanto? Ah, 37, 37 e meio. Teve vômito? Desde quando teve vômito, diarreia? Então, vamos pensar assim. Várias perguntas para tentar ver se dentro dessas características, aquilo se enquadra dentro de alguma possível doença. Ah, você tem dor no olho? Dor no fundo do olho? Dependendo do tipo de pergunta, ele está querendo falar: Ah, está com suspeita de dengue. Então, quer dizer, dentro do quadro, para ver isso [...], então, possivelmente, você está com uma gripe ou talvez seja sintoma de dengue. Então, o que é febre? Febre alta? O que é uma febre média? Como que você classifica isso? Quando falo que tem sido usado em diagnóstico médico, não significa que uso isso e não preciso mais do médico. Não é isso. Mas auxilia. Então, eu já vi problemas assim, uma pessoa que trabalhou [...], acho que fez o doutorado lá na Unicamp, ela melhorou um teste que existe para diagnóstico de câncer de próstata. Então, tem um teste clássico que eu não lembro o nome, que o pessoal faz para detectar câncer de próstata. Daí, ela assim, em conjunto com os médicos, com dados clínicos, desenvolveu um outro teste que melhorava aquilo em termos de acertos do índice do câncer de próstata. Usando essa mesma técnica.

P: E é uma técnica recente?

E6: É [...] começou com um trabalho, publicado em 1965, em termos de Matemática, é bem recente.

P: Professor, quando você trabalha com Modelagem Matemática, você segue algumas etapas, por exemplo: primeiro tem que fazer isso para depois fazer aquilo?

E6: Em geral, sim. Aí, depende do contato que a pessoa já teve com Modelagem.

P: Pode falar um pouquinho mais sobre isso?

E6: Por exemplo, eu dou uma disciplina na pós de Modelagem Matemática, que é um pessoal do Profmat.

P: Pensando no ensino ou na pesquisa?

E6: No ensino. Porque, assim, o Profmat é um programa de mestrado, voltado para professores da rede estadual de ensino. Embora, tenham alguns que dão aulas em escola particular. Mas é um mestrado visando à formação dos professores. E, nessa disciplina, o que eu faço? Eu faço um pouco de equações de diferença, quando eu falo um pouco é um pouco, porque alguns já viram, ou faz muito tempo que não estuda e está recordando a parte de equações de diferença, equações diferenciais e modelos (a conversa foi interrompida para que o professor atendesse o telefone e um aluno que chegou em sua sala). Então, essa disciplina do Profmat, eu procuro fazer um pouco de cada coisa e um contato assim com modelos. Oh, um exemplo de situações que aparece equações de diferença, crescimento populacional, problemas de juros. Sempre pensando: oh, de repente um problema assim dá para usar em sala de aula. Para que ele tenha um primeiro contato com aquilo, estudando um pouco mais. Então, a ideia é ver esses modelos, mas também uma matemática que permita que esse professor tenha um conhecimento a mais do que, de repente, ele vai usar em sala de aula. Então, por exemplo, falo em equações de diferença, ponto de equilíbrio, estabilidade, mas não significa que ele vai fazer isso lá no ensino médio. Mas, se ele for fazer em termos de pesquisa também, ele pode dar prosseguimento: oh, tem uma outra abordagem [...]. Agora quando eu faço equações diferenciais, aí, é pensando na formação do professor ou, de repente, no que ele for fazer como pesquisador. Ah, eu não vou fazer equações diferenciais lá no ensino médio, mas pensando na formação dele. Eu sempre falo assim para os meus alunos, porque eles falam assim: Ah, isso é Matemática Aplicada ou Matemática Pura? Eu falo assim: Não! Não é bem assim. Não dá para você fazer Matemática Aplicada sem saber matemática, que vocês chamam de Pura. Eu preciso de um conhecimento matemático, para fazer algo mais aplicado. Então, mais aplicado no sentido de tratar um problema real do ponto de vista matemático. Então, eu falo assim: quem pensa em ir para a Matemática Aplicada para fugir de Matemática, não vai. Não vá! Porque chega uma hora que você fica muito limitado [...]. A ideia é sempre assim [...] nessa disciplina, que eu estava te falando, eu sempre discuto um texto lá do Bassanezi, aquele do livro que ele tem de Modelagem, quais seriam as etapas de Modelagem. Oh, eu tenho um fenômeno, eu tenho dados sobre aquele

fenômeno, que tipo de dados que eu tenho, quais são os meus objetivos, quais são as simplificações do meu problema. Oh, fazer Modelagem não significa que você vai encontrar resposta para tudo. Ah, não significa desde um problema mais simples que eu vou fazer: Oh, deposita um dinheiro numa caderneta de poupança e quero fazer uma previsão de quanto eu vou ter daqui algum tempo. Então, eu estou usando o termo previsão, não significa que você vai falar: Oh, daqui a 3 anos eu vou ter, exatamente, isso lá na poupança. Você quer ter uma ideia ou entender aquele fenômeno como acontece. Não significa que você vai *acertar na mosca* quanto você vai ter lá. É muita pretensão do matemático achar um negócio desse. Por quê? Porque você faz simplificações, confronta com o que você tem. Se você tem dados reais, aquilo que eu propus está razoável? Não está? Se não está, o que eu posso fazer para melhorar? Então, aí, entra a questão: Oh, quais são as variáveis do problema que eu tenho, o que eu escolhi como essencial naquele fenômeno.

P: Porque coisas ficaram, né?!

E6: Coisas ficaram. Quanto mais você tenta englobar coisas no seu modelo, mais complexo ele fica, mais difícil de tratar. Bom, daí, não deu. Volto [...]. Até o Rodney falava: o melhor modelo é aquele que você pode modificar. Parece um negócio estranho, né?! Como ele é bom se, entre aspas, ele não está bom e tem que modificar?! Mas não é uma coisa que não está bom e eu jogo fora. Não [...] tem alguma coisa que ali era importante no fenômeno e que, a princípio, eu não considere. Então, essa aluna que eu falei para você, ela tinha estudos, onde ela estudava o tempo de vida útil lá do transformador e, na literatura, tem um pessoal que eles seguem que eles só consideravam o fator temperatura. Então, eles usam aqueles dados lá. Quer dizer: se a temperatura, o formato dela é sempre constante, então, as coisas, em geral, sempre concordam. Mas começaram a ter outros estudos que não consideram só a temperatura. Então, no primeiro estudo, vamos considerar só a temperatura. Mas observou que não é só a temperatura que influencia no fenômeno. Então, o nível de oxigênio, o nível de água que também, naquele processo, tem fundamental importância na degradação, por exemplo, lá do papel. Então, falei assim: bom, num primeiro momento, considere só a temperatura, então foram esses dados que eu tive. Como eu poderia incorporar agora a questão do oxigênio? Bom, propunha alguma coisa. Isso está melhor? Está mais condizente com a realidade? O que a gente espera? Que sim. Se, de fato, essas duas variáveis, influenciam no fenômeno. Mas, em geral, o que você faz? Em geral, você faz uma coisa gradual: Oh, se tem 10 variáveis no problema, de cara, eu já vou propor um modelo que tem essas 10 variáveis? Às vezes, você não consegue nem enxergar o que está acontecendo lá. Não, vou pegar o que é essencial. O que eu não posso deixar de fora? Proponho um primeiro modelo e aí você vai propondo modificações. E vê que, às vezes, não

precisa ser um modelo muito complicado para descrever o seu fenômeno. Não. É essa análise que a gente tem que estar sempre fazendo. Mas, em geral, você parte de coisas, mais simples e aí vai modificando seu modelo, até você achar que aquilo descreve o que você imaginava. Então, nessa disciplina eu procuro fazer a mesma coisa. Discute, lê algumas coisas [...]. Na disciplina, tem que fazer um trabalho, não significa que dá tempo de eles aplicarem em sala de aula. Mas tentar, pelo menos, começar. Eu falo assim: não é fácil você trabalhar. Porque falam assim: Ah, a Modelagem, porque em geral o pessoal sugere que se trabalhe com temas: oh, dentro desse tema, principalmente, pensando no ensino. Dentro desse tema, o que tem de Matemática? Mas é um [...] não é algo [...]. Eu não sei assim, eu trabalho com Modelagem, mas não tenho a experiência que o Rodney tem. Eu falo assim que o Rodney *tira leite de pedra* [...]. Qualquer tema que chegar lá para ele, ele vai conseguir enxergar alguma Matemática ali por trás.

P: Quando se trabalha com Modelagem na pesquisa, não se trabalha com temas?

E6: Em pesquisa, em geral, você tem um tema. Assim, ou é um fenômeno para você estudar. Que ferramenta que eu vou usar para tentar entender aquele fenômeno? Agora eu vejo assim, num processo de ensino, falando em termos de ensino fundamental e médio, eu acho que talvez o foco seja um pouco diferente. Porque, em termos de pesquisa, eu tenho interesse naquela pesquisa, em descrever aquele fenômeno matematicamente. Eu já tenho uma certa matemática, que não, necessariamente, pode acontecer lá no ensino fundamental e médio. De repente, eu quero ensinar algum conteúdo, mas que o aluno perceba relevância daquele conteúdo. Como? De repente, ele estudando algum problema, ele fale: oh, não consigo mais resolver. Que Matemática eu preciso aprender para resolver esse problema? Então, acho que daí muda um pouco o foco.

P: E aquelas etapas que o Rodney coloca, são válidas para a Modelagem na pesquisa ou não?

E6: Sim. É aquilo lá. No meu doutorado, a gente estudou um problema de crescimento de fungos. Não só de crescimento, mas como eu deveria fazer um controle de crescimento de fungos de modo a otimizar o custo. Então, por exemplo, imagina que você tem uma plantação, você detecta que tem fungo lá, o como eu aplico fungicida de modo a controlar esse crescimento do fungo, senão eu posso perder a plantação inteira. Então, aí [...] entra uma teoria que chama teoria do controle ótimo que eu nunca tinha estudado. Então, eu fui ver: olha, dependendo do tipo, eu quero estudar o crescimento, mas eu vou aplicar um fungicida que é para controlar e de maneira ótima. Ótima em que sentido? Minimizar custo e minimizar a [...] minimizar o fungo. Então, eu tenho um problema de maximização e minimização. Eu tive que estudar a teoria de controle ótimo diante disso que a gente estava propondo para tentar estudar o fenômeno. Então,

aí, de uma certa forma, não tinha essa teoria, e tive que estudar esse e analisar: Oh, esse era o fenômeno que eu tinha, o que a gente considerou? O que era essencial? Essencial era que a população de fungos pode adquirir resistência ao fungicida. Você está aplicando fungicida, acha que está matando, mas uma fração dessa população adquire resistência e você não tem mais sucesso na aplicação. Então, como que eu incorporo isso ao modelo. Isso é uma primeira etapa. Tá, mas aí você vai pesquisar, você vai ver que o crescimento de fungos, ele não é o mesmo em qualquer lugar e não é o mesmo para qualquer tipo de fungo. Ele depende da temperatura, então, tem determinado fungo que uma temperatura ótima assim de crescimento para ele, é em torno de 18, 20 graus, tem outro que é 23. Então, para cada tipo de fungo, você tem uma temperatura que a gente chama ótima de crescimento. Se a temperatura for muito baixa, ele também não se desenvolve. Então, são características que você vai incorporando ao modelo. E, aí, você passa por essa etapa. Tá, esse modelo não está ainda bem condizente com a realidade, então volta, muda, reavalia que técnica que eu vou usar uma série de coisas [...]. E, em geral, com um especialista né. Não tem como, às vezes, você decidir por alguma coisa, se você está estudando fenômeno biológico, por mais que você estude e aprenda sobre a biologia do problema. Em geral, você precisa de um especialista.

P: Professor, muito obrigada pela atenção e pela conversa.

Transcrição da entrevista do sétimo sujeito significativo

(P = Pesquisador, E7 = Entrevistado 7, [...] = quando há alguma pausa na fala)

P: Professor, muito obrigada pela sua disponibilidade para conversar comigo. Poderia me falar por que decidiu trabalhar com Modelagem?

E7: Na verdade, eu não decidi (risos), foi acontecendo. Então, só para fazer um preâmbulo [...]. Primeiro, que eu não nasci para ser professor. Não foi isso o meu desejo. Era outro tipo de coisa que eu queria fazer. Eu queria fazer alguma área de tecnologia, mas minha mãe e minhas irmãs ficavam em cima, porque eu tinha que fazer uma graduação e, então, na cidade vizinha tinha uma faculdade confessional e tinha três cursos: Pedagogia, Letras e Ciências com habilitação em Matemática ou habilitação em Biologia. Então, foi eliminatória [...] Pedagogia eu não sabia o que era; Letras, eu não estava disposta a fazer, e, aí, por eliminatória, eu entrei no curso de Ciências com habilitação em Matemática. Aí me formei e fiquei assim a pensar: O que eu vou fazer agora? [...] Me formei em 1980 e fiquei ali pensando o que eu ia fazer da vida. Então, fui atrás de aula, tanto é que me formei no final de 80, só em 81, agosto, que eu fui atrás de ver como funcionava essa coisa de aula, me inscrevi. Então, aí, que [...], quando eu me inscrevi, o

dia que eu fui lá [...]. Eu me inscrevi e, todo sábado, tinha uma distribuição de aula, num determinado local, numa cidade, que pegava toda aquela região. E tinha lá sobrando 4 aulas à noite, numa escola, que ficava num distrito da cidade que eu morava. Aí, minha irmã estava junto e falava: aceita, aceita [...]. As aulas eram até o final do ano e eu tinha a oportunidade de me inscrever e ficar na frente de outras pessoas. Aceitei e tal. [...] Aí, fui à escola, me apresentei na segunda-feira e [...] (Ruídos) aí me preparei a semana inteira para poder ensinar, eu tive que estudar para aprender o que eu ia ensinar e aí, então, eu vou dar aula para aquela turma. Naquela época, era permitido, no estado de São Paulo, que crianças trabalhassem durante o dia e trabalhassem durante a noite. Então, nós tínhamos crianças, literalmente, com 11 anos de idade, fazendo quinta série à noite, em horário regular. Não era EJA, era horário regular. Então, essa primeira turma dessa primeira semana (Ruídos) [...] essa escola é fundamental para mim. Porque eu estudo a semana inteira, me preparo [...] e eu entro na sala. Qual foi a minha surpresa, tristeza e balanço? Eu encontrei a maioria dos alunos dormindo na carteira [...] e isso foi para mim muito forte, muito forte. Porque aí que eu me dei conta que, ou eu [...] abandonaria imediatamente [...] então, acho que eu nasci para a educação no dia 03 de agosto de 1981. Quando eu decidi por ficar, mas se fosse para ficar seria para fazer a diferença. Embora eu não soubesse como fazer a diferença [...]. Então, essa escola que eu comecei [...] eu vou permanecer por bastante tempo. Depois eu fiz concurso para o estado, passei e consegui ficar naquela mesma escola. Mas daí já era 1986. Nos anos que eu fiquei ali, eu aprendi muito com os alunos e aprendi a ficar na educação para fazer a diferença. Muito bem! [...] Agora, quando eu penso em fazer a diferença, eu penso no como eu vou começar a fazer a diferença. Eu fiz um curso de graduação [...] olha! O curso era bom! Mas daí, a ter noção, por exemplo: as disciplinas pedagógicas eu sempre achei um [...] e até hoje. Porque o professor da disciplina pedagógica diz: senta turminha, numa roda, leiam um texto. Aquele texto que, às vezes, uma pessoa escreveu numa outra época, outro período, sem discutir. Mas escuta: em que período ele viveu? Em que país ele morava? [...] Para ele ficar propondo esse tipo de coisa [...]. Aí, eu [...] como queria melhorar, achava que tinha que estudar um pouco mais, vou procurando cursos, tudo que aparecia eu fazia e até que eu vou fazer um curso na Unicamp. Foi criado em 84, que era [...] alguém criou um curso para professor. Para professor, mas as disciplinas (risos). Foi criado ali no IMEC, então, era um curso de Matemática (risos). Frequentei esse curso e durante (ruídos) [...], viaja toda semana, ia para lá [...]. Sintetizando: e eu sempre procurando alguma coisa que fizesse a diferença, porque o curso que eu fazia na Unicamp, era um curso para preparar o professor melhor para o ensino. Mas, meu Deus! Eles davam uma Matemática, muitos teoremas. Jamais estava preparando [...], era um curso de Matemática ferrada, pesada e acabou.

Tudo bem! Foi ótimo para mim. Aprendi muita coisa e conheci muita gente boa. E, entre esses professores maravilhosos que eu conheci, como o professor Ubiratan. Mas antes, eu tive um orientador lá na Unicamp e, aí [...] ele falou que dois professores iam oferecer disciplina no semestre: o professor Rodney Bassanezi e o professor Ubiratan [...]. Eles vão mudar a minha vida completamente [...]. Aí começam as duas disciplinas, a do Rodney era na quinta à tarde e do Ubiratan na sexta de manhã. No primeiro dia, que eu entro para fazer a disciplina do Rodney [...]. Quando eu assisti à primeira aula do Rodney, eu fiquei assim fascinada [...]. Terminou a aula, eu fui atrás dele: aí, professor, queria falar com você. Ele disse que não podia falar naquela hora, mas pediu para eu voltar um outro dia. Eu voltei, porque adorei a aula dele. Porque ele começou com aquela história de plantar batata e toda aquela coisa [...] e toda a disciplina dele foi em cima de modelos e eu achei aquilo fascinante. Quando eu venho conversar com o Rodney, na semana seguinte [...] (ruídos). Daí, naquela mesma noite, cheguei na escola, pedi para os alunos guardarem os cadernos e pedi para eles fazerem uma casinha, uma maquete de uma casa. Aí, eles me olharam e devem ter pensando que a professora tinha pirado de vez. E aí eu, sem noção, porque o Rodney falou: faz *casinha*, mas não explicou como nem nada. Então, eu perguntei para os alunos: o que a gente precisa para fazer uma casa? E eles começaram a falar [...], precisa de areia, de tijolo, de brita e *vai vai vai*, pedreiro, dinheiro e eu fui anotando no quadro. E eu, por pura intuição, depois que eu vi toda aquela *paçoca* no quadro, eu falei: vamos organizar isso. Vamos juntar isso aqui em material de construção [...] aí, chegamos à conclusão de que considerando que [...] já que a gente vai começar uma casa, vamos considerar que a gente tem um terreno, [...]. O que a gente está, de fato, considerando? [...] Aí, eles disseram: de um desenho. Daí, eu falei: então, desenhem. Eles fizeram e para mim foi o melhor trabalho que eu fiz na minha vida. Foi o melhor trabalho de Modelagem que, de fato, eu fiz. No ano seguinte, eu [...] o curso que eu faria na Unicamp era uma espécie de especialização *lato sensu* e eu entro no *stricto sensu*. O Rodney achava que valeria a pena eu fazer o meu mestrado na UNESP e não ali na Matemática (ruídos). Ele falou: oh, é um curso novo, muito legal, tenho colaborado. Eu me inscrevi e entrei na UNESP [...]. Quando acontece de eu entrar lá no mestrado, eu tenho que me afastar, porque eu tinha uma bolsa da Fapesp, para fazer aquele curso [...]. Mas, paralelamente, eu atuava numa escola privada, ali em Campinas, no Ensino Médio. Aí, eu resolvo fazer as aplicações com os alunos do Ensino Médio. Eles [...] a coordenação não permite [...] como eu era professora de Matemática e, também, de desenho. Aí, eles permitiram que eu fizesse uma experiência na disciplina de desenho. Isso no primeiro ano, então, eram duas turmas e eu fiz a experiência. Foi um sucesso enorme. O Rodney ficou fascinado. Eu trabalhava com os alunos do primeiro ano; daí, no ano seguinte, os alunos

quiseram continuar o trabalho de Modelagem. Boa parte dos pais foram grande entusiastas no trabalho, gostaram e disseram para mim [...] e foi muito legal. Bom! Voltando [...], ainda em 86, quando eu termino esse trabalho, o Rodney acha legal [...] e tinha uma série de palestras que ele foi convidado a fazer, que ocorria toda sexta de manhã. E ele dava uma espécie de curso [...], era uma multidão de professores. Aí, o Rodney fala para mim: olha, você não gostaria de falar do trabalho que você fez com as maquetes? [...] E eu vou e veja, na época eu nem sabia [...] eu fui na *cara dura*. Quando eu cheguei, o auditório lotado. Eu morrendo de medo [...] (ruídos). Aí, eu fui lá e [...] e aí, apresento e foi muito legal, porque eu recebi convites nas instituições e, também [...]. Eles pedem para que eles organizem um curso para eu dar [...]. Isso começa a pipocar e vai virar uma febre. Olha, eu sei que isso vai começar a aumentar, aumentar, eu fiquei alguns anos, acho que uns 10 anos, talvez um pouco menos [...]. Acho que fiquei uns 10 anos dormindo, cada vez menos na minha casa e cheguei a dormir 100 dias na minha casa [...]. A minha vida virou um caos, trabalhava pra caramba, mas era um convite atrás do outro. Por várias razões, né?! Primeiro, porque as pessoas convidavam e era um prazer [...]. Mais do que tudo, a gente acabou divulgando uma forma de Modelagem, distinta do que o Rodney tinha no início, porque a vivência dele era outra. Era professores de uma Universidade boa, grande, pública [...] (Ruídos). Tanto que a minha vinda aqui à Blumenau [...] é porque eu vou fazer um [...] teve uma semana lá do curso e aí o meu [...] o professor Geraldo pede, fala que eu deveria é [...] que eu falasse nesse evento [...]. (Ruídos). Falei às 8 da manhã e corri para Campinas. Cheguei em Campinas, o Rodney olha para minha cara e fala: Mas você não estava lá no evento? Ué, mas a gente não tinha encontro hoje? [...] Ele falou: Volte para lá! Daí, vai eu voltar para Rio Claro. Quando eu voltei, voltei sem graça. Cheguei, sem graça, ali no pátio da UNESP. Quando eu estacionei o carro, estava passando um carro, era aqui de Blumenau: eu te procurei depois da palestra, eu quero te convidar para dar uma palestra em Blumenau, na semana da Matemática. Combinamos e eu vim à Blumenau, naquele ano. Fiz a palestra na abertura da Semana da Matemática e o professor, que era do departamento, mas estava como pró-reitor na época, ele estava assistindo e disse: ah, adorei e tal. Quero que você venha aqui dar um curso de pós-graduação *lato sensu* e a gente tinha convidado o professor Aristides Barreto [...]. Nós convidamos o professor Aristides, mas agora ouvindo falar, você tem uma concepção distinta do Aristides, a gente queria te ouvir aqui. Quando eu vim dar esse curso, esse professor, de novo, assistiu o meu curso [...] e aí, ele: Olha, vem trabalhar com a gente [...] (ruídos). Aí, passado algum tempo, telefonei, liguei para cá e pedi se o convite ainda estava em pé. Ele disse que sim, se eu quisesse, era para eu mandar a documentação que ele faria todo o trâmite para eu não precisar vir para cá [...]. Tempos depois, já me ligaram [...] que eu estaria contratada

[...]. Enfim (ruídos), vim à Blumenau [...], cheguei aqui em fevereiro de 1990 [...]. Estou até hoje [...] adoro esse lugar. A Universidade me proporcionou mil coisas [...]. Enfim, esse é um preâmbulo para responder a sua pergunta.

P: Muito obrigada por compartilhar o seu relato, professor [...]. Nos seus textos, aparecem a palavra modelação, quando o professor fala de Modelagem no ensino. O uso dessa palavra veio para diferenciar aquilo que o professor Rodney fazia ou não?

E7: Então, o Rodney, quando eu fiz o primeiro trabalho lá com os alunos, o Rodney falava assim para mim: olha, maravilhoso o seu trabalho, mas não é Modelagem, não é Modelagem. Porque Modelagem é [...] que ele defendia: oh, Modelagem é [...] os alunos têm que escolherem o tema [...] aí, formar grupos, cada um faz o que quer, aí, você vai orientando [...]. Quando é [...] com a primeira turma eu fiz o trabalho da maquete e ele gostou e tal [...] ele falou: ficou muito bom, mas isso ainda não é Modelagem. Quando eu vou para a escola comunitária, que é uma escola privada [...], lá na escola pública, eu ainda tinha liberdade, tomava decisão. Quando eu vou para a escola comunitária, trabalhar no ensino médio, a escola comunitária era rigorosa. De 15 em 15 dias, chegava a diretora na sala e assistia a aula e ficava fazendo anotações. Então, era um rigor [...] eles queriam que eu cumprisse o programa. Por quê? Porque os alunos, daqui a pouco, iam fazer o vestibular [...]. Tanto que nessa escola, na época, eu dava aula só para os primeiros anos, então, tinha um professor só para os terceiros [...]. E a exigência assim para cumprir o programa. Então, quando chega ali [...] em 87, na escola comunitária, o primeiro trabalho que me deixam fazer é na disciplina de desenho e não na disciplina de Matemática e eu só dava aula para a turma do primeiro ano. Essa turma que eu dava aula, eles vão pedir para a coordenação para que eu seja professor deles no segundo ano e aí eu resolvo, nesse momento [...], no primeiro ano, eu faço trabalho da maquete de um bairro [...], o bairro comunitário [...]. E, quando eles pedem para eu ser professor deles no segundo ano, eu tive, obviamente, porque, no primeiro, eu faço esse trabalho na disciplina de desenho e tinha mais liberdade [...] fui trabalhando geometria na disciplina de desenho. Mas, no segundo ano, eles não têm mais a disciplina de desenho. Então, não tinha mais uma disciplina paralela e aí [...] cada turma escolheu um tema diferente: tema de AIDS, flores, e a escola queria que eu cumprisse o programa do segundo ano. Então, eu tinha que estruturar, de tal forma, que eu pudesse tomar as ideias deles, que eles tiveram e, ao mesmo tempo, usar aquilo como um ponto de partida para fechar o conteúdo matemático que eu tinha que fazer. Então, quando termina aquele ano, eu estou, completamente, esgotada, porque eu tinha que pensar [...]. Eram 11 grupos, 11 temas [...]. Eu fui ficando doido, porque como que eu vou deixar e vou puxando a matemática que ia surgindo. Não, eu tenho que ensinar a Matemática do programa [...] e aí, eu tenho que ir

fabricando a coisa. Então, naquele ano, a gente conversando: não dá para chamar Modelagem Matemática [...]. Modelagem é o que você faz, modelo de uma empresa. Mas na educação, existe programa, existe regra, existe uma turma de aluno gigante. E, aí? [...] E os professores me faziam muitas perguntas interessantes, eu estava dando muito curso para professor: mas como que eu faço isso? Como que eu avalio? Todas as perguntas que o Rodney nunca tinha ouvido. Ah, você dar aula na Unicamp com 10 alunos e não sei o que [...] em nível de graduação e de pós-graduação, é muito distinto. E aí, que a gente começa a discutir sobre isso, conversar sobre isso e eu acabei mudando para o termo modelação. E por que, modelação? Modelagem na Educação. Aí, está uma distinção, Modelagem Matemática é o que o pesquisador faz aquele pesquisador que está criando coisas. Agora Modelação, na verdade, eu não faço modelo, eu adapto determinados sistemas a algum modelo. A Modelagem que cria um modelo, ela está criando um modelo específico para aquela coisa. Agora, a gente toma um modelo que já existe e faz uma adaptação com [...], aquilo que eu uso [...] eu, por exemplo, a partir do momento que eu uso Modelação, eu estou definindo como método de ensino com pesquisa. Ensinando o estudante a fazer pesquisa, ainda nos anos iniciais. Agora eu vou lançar um livro dos anos iniciais. Depois eu converso com você, já está quase pronto [...] é para preparar a cabecinha da criança, dos jovens, a descobrir o que ele quer ser [...]. Então, dane-se se sair dali aprendendo Matemática ou Música. Ah, porque é importante aprender Matemática. É importante Música, é importante dança, é importante tudo! [...] Todos somos importantes (ruídos). E aí, então, a ideia da Modelação, ela vem disso: ó, *perai*, educação básica é diferente [...] o pessoal que trabalha a vida toda na universidade, não tem noção do que é pegar o pé no chão das coisas ali [...]. Ela acaba aparecendo e eu vou continuar com essa ideia. Os últimos livros que eu escrevi, eu mostro o diferencial. Então, Modelagem é um método que está presente [...], mas, na educação, eu estou preocupada em ensinar a fazer os passos da pesquisa científica [...], para que ele aprenda não só matemática, mas aprenda alguma coisa. Alguma coisa que é importante para ele. E essa é a minha defesa fundamental. Também falo no livro sobre isso. Em 2016, eu lancei um livro sobre Modelagem na Ciência e na Matemática [...] pela editora da Física. Ele ficou um livro mais denso [...], contém mais teoria e está bem mais fundamentado de fundamentos teóricos e, esse ano, eu escrevi um livro de Modelagem nas Ciências e na Matemática para os anos iniciais. Em geral, o professor dos anos iniciais, até onde eu saiba, ele faz curso de Pedagogia para professor. E no curso de Pedagogia, o que, até onde saiba, até onde eu conheço de várias universidades, são poucos professores que, realmente, ensinam [...], ensinam. Para mim, ensinar [...], quando eu penso em professor, eu penso na minha mãe. Minha mãe nunca foi professora, mas ela era costureira e minha mãe ensinava: é assim que faz isso, é assim que faz aquilo, vai

fazer comigo [...]. Era passo a passo [...]. A gente aprende a aprimorar, fazendo cada vez mais [...]. E dentre essas coisas, que eu penso de Modelagem, eu ainda defendo a Modelagem como método [...]. Como é que nós pensamos por meio de modelos? A nossa mente ela é (ruídos), é da natureza humana por meio de modelos. Então, se eu falar para você o que é rosa. O que aconteceu no seu cérebro agora?

P: Fiquei pensando numa rosa.

E7: Pois é, eu posso ficar pensando numa empregada que se chamava Rosa [...]. Quer dizer o processo mental é isso [...] se eu falar para você: o que é come quieto? [...]

P: Não sei o que é [...]

E7: Se eu ficar insistindo, você vai começar a pensar umas coisas [...]. Entendeu?! Daqui uns três, você vai lembrar: o professor me fez uma pergunta [...]: o que será mesmo? Entendeu?! O que eu estou dizendo?! Se não formar o modelo na sua cabeça [...] a memória vai descartar, ela vai jogar fora. Desse estudo que eu fiz sobre neurociência [...], comecei a pensar, verificar, identificar que nós pensamos por meio de modelos. Nossa mente funciona dessa forma, então, é isso [...]. Se eu falar homem: pode pensar num ser bonitão, mas pode pensar no meu pai, naquela pessoa chata. Você vai fazendo um conjunto, você já tem um modelo [...]. A gente nasce, começa a formar o modelo. Então, eu tenho um netinho agora, ele tem um ano, eu chego lá, ele sorri para mim, ele já sabe quem eu sou, ele já tem o modelo de que é alguém familiar. Mesmo quando eu fico um mês sem aparecer lá, ele me reconhece, dá os bracinhos e vem para mim. Diferente de quando ele vê uma pessoa estranha, ele não vai fazer a mesma coisa. Então, quer dizer que o meu neto já tem o modelo mental. Aquela pessoa afetiva, que vai abraçar, que vai beijar, vai ficar com ele, enfim. Então, todos nós temos essa capacidade, por isso que a gente faz modelos, ou faz e/ou usamos modelos o tempo todo. Eu vou pra Universidade, já tenho aquele modelo mental de ir para a Universidade.

P: Eu gostaria, professor, que você falasse como que você entende o fazer modelagem ou modelação com os alunos. Como que isso acontece em sala de aula?

E7: Primeiro [...] esse acontecer eu entendo que não deve ser espontâneo. Vou chegar lá e tal [...]. Tem que seguir um roteiro. Já aprendeu a fazer bolo? Então, fez uma vez, já sabe como é o roteiro, é assim eu você vai seguir. Vai seguir o roteiro que você já [...]. Você pode, com o passar do tempo, mudar o seu roteiro, a sua forma de ser, assim como eu mudei [...]. Aprendi com o Rodney uma coisa e fui mudando [...]. Segue a receita [...] é, não dá para ir lá de alegre e falar: pessoal, escolhe aí e vamos ver o que dá. Você corre o risco de não chegar a lugar nenhum, não saber o que fazer. Então, primeira coisa: tem que saber o que vai fazer e aí é preciso estar bem preparado antes, para não levar um susto qualquer assim, ou não ficar

desesperado. Professor, quer fazer Modelagem? Escolhe uma turma, de preferência que não seja numerosa. Por quê? A primeira experiência é você quem vai aprender. Esse primeiro momento, por mais que eu te dê o passo a passo, mas é você que está ali, que vai enfrentar aquele grupo e as reações diferem de grupo para grupo. Fica muito distinto a cada grupo que você faz. Falo isso, porque eu já dei centenas de cursos, centenas de palestras [...]. Então, esse grupo que você tem lá, pela primeira vez, você vem e se prepara. E eu sempre digo, prepara um tema único e de preferência por um tempo curto. Porque, daí, você aprende num tempo curto e aí, você tem a chance de fazer alterações. Quando você faz a primeira vez, você cria em você uma certa segurança para uma segunda vez, essa segunda vez já vai ser melhor, vai ser diferente. Nunca vai ser igual à primeira. Eu fiz a maquete com os meus alunos, depois eu fui fazer com a turma lá da comunitária, aí eu [...] uma foi diferente da outra, daí, eu comecei a dar aula para professores e as perguntas são distintas, os momentos são distintos. Como eu sou hoje, é diferente de como eu vou estar amanhã. Depende de cada coisa. Esse vivenciar é o grande aprendizado para cada um de nós. É ali que a gente aprende, eu aprendo a todo o momento que eu entro num público. Ah, você deu centenas de palestras. Cada vez que entrar para uma palestra eu fico nervosa, eu vou para o banheiro e literalmente, eu rezo [...]. Enfim, acho que é isso. Agora eu quero falar do livro da criança. Posso falar?

P: Claro.

E7: Então, com essa vivência da Modelagem, eu percebi que você usa várias coisas ao mesmo tempo. De fato, a gente usa bastante a linguagem, a linguagem escrita, a linguagem na forma de desenhos, enfim, de imagens e tudo mais.

P: E, quando se fala em Modelação, só um gancho, os alunos vão chegar a um modelo?

E7: Eles vão. Eles vão chegar a um modelo.

P: Se não chegar, não é modelação?

E7: Eles sempre vão chegar a um modelo. Por que qual é a tua função enquanto professor? É levá-los a. Nós somos professores [...] O pessoal fala: ah, eu sou educador. Eu não sou educador, não. Eu não eduquei nem meus filhos (risos). Educar é muito difícil, complicado. Educar é fazer você ficar [...], não! Eu professo! Eu professo! Quer dizer: eu digo o que eu acho que aquilo é verdade é para mim, eu digo, eu professo! O que quer dizer que eu não educo. Educar é muito difícil [...]. Então, educação é outra coisa. Então, na sala ou em uma palestra, eu professo! O que eu estou dizendo são as minhas ideias, são os meus pensares, o meu entendimento daquilo. O que não quer dizer que é bom ou deixa de ser bom. É bom para mim e por isso, que eu estou defendendo isso. Não quer dizer que tem que ser bom para todo mundo. É claro que eu expresso, também, conceitos e definições produzidas por essas pessoas [...]. Então, não sou educador, não

quero ser de jeito nenhum. Não sei se fugi muito da sua pergunta [...]. Enfim, voltando a falar sobre o livro: eu comecei a me dar conta de que na Modelagem você não fica só na Matemática, você pode usar mais ou menos Matemática, mas você usa outras áreas também [...], a parte artística, biologia, uma série de conceitos. Então, no livro último, de 2016, e agora esse, eu passei a defender a Modelagem nas Ciências e Matemática. Porque a Matemática é uma linguagem, é uma linguagem como tem tantas outras: tem grego, tem a linguagem Matemática [...], a linguagem artística, é uma linguagem. Então, eu defendo a Modelagem como um método que permite o fazer modelos. E, quando você faz modelos, o modelo carrega um monte de coisas. Então, se você vê a Gisele Bündchen com uma roupa, você gostou daquela roupa, antigamente, você ia para uma costureira [...]: Ah, eu quero que você faça a roupa da Gisele Bündchen, mas talvez você não tenha a estatura da Gisele, o cabelo. Quando for para você, ele terá que ser adequado ao seu jeito, aos seus interesses, suas coisas, então esse modelo acaba sendo alterado. Sempre vai ser alterado. Então é, esse processo de Modelagem, ele é sempre muito dinâmico [...], ao final, gera um modelo. Pode ser um modelo analógico: análogo a alguma coisa, né?! Parecido, mas nunca é exatamente o mesmo, porque traz alguma coisa [...]. Então, a Modelagem, eu defendo por isso: ela permite que a gente crie alguma coisa, mesmo que seja uma recriação. O importante é fazer pensar numa possível recriação, que é legal. Porque, se nós pensamos por meio de modelos, é [...], quanto mais treinar o nosso cérebro [...]. Eu disse para você, não sei se eu disse. Se eu pergunto: o que é uma flor? Ah, uma rosa, não sei o quê. O que é come quieto? Ah, vou embora e as pessoas falam: não vai responder? (risos).

P: Professor, muito obrigada.

E7: O que você precisar, pode entrar em contato.

APÊNDICE 2

ANÁLISE IDEOGRÁFICA DAS ENTREVISTAS

Análise Ideográfica da Entrevista 1

US (Unidades de Sentido entrevistado 1)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E1- E aí é [...] foi natural eu [...] é [...] ter uma preferência por uma concepção de Modelagem na Educação Matemática que tivesse mais essa [...] esse viés crítico né [...] de [...] é de usar a [...] de trabalhar, construir modelos matemáticos não apenas para prever alguma situação, fenômeno, para entender alguma situação do cotidiano ou da realidade entre aspas, seja lá o que isso for né, mas também para é [...] para questionar essa presença da Matemática na sociedade.	Diz que tem preferência por uma concepção de Modelagem na Educação Matemática com o viés crítico Viés crítico da Modelagem: Modo de compreender a MM que busca, por exemplo, não apenas produzir modelos, mas também para questionar a presença da Matemática na sociedade De construir modelos matemáticos não apenas para prever alguma situação, fenômeno ou entender alguma situação do cotidiano ou da “realidade”, mas também para questionar a presença da Matemática na sociedade	USg1E1 – Preferência por uma concepção de Modelagem com viés crítico USg2E1 – Na concepção de MM com viés crítico, busca-se não apenas construir modelos para entender alguma situação do cotidiano, mas para questionar a presença da Matemática na sociedade
US2E1 - Então, é uma coisa até meio [...] talvez conflituosa, porque os alunos é [...] começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos né, o que para eles responde aquela perguntinha: para que serve isso que eu vou estudar, mas ao mesmo tempo a gente questiona esse uso que é feito da Matemática na sociedade.	(O professor está falando do trabalho com a MM) Problemas cotidianos: No dicionário Houaiss (2017, s.p.), cotidiano é o que “acontece diariamente; que é comum a todos os dias; diário. Os alunos começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos, o que para eles responde a pergunta: para que serve o que vou estudar? Ao mesmo tempo questiona o uso que é feito da Matemática na sociedade	USg3E1 – No trabalho com a Modelagem, os alunos começam a ver a Matemática sendo usada para resolver problemas cotidianos
US3E1 - Com relação à mudança, eu acho que mais mudanças de [...] de forma de escrever, alguma coisa assim, porque à medida que a gente vai aprendendo e tendo uma maior depuração teórica, você tem que	(Ao ser questionado sobre mudanças no modo de compreender a Modelagem) Diz que em termos de ideia não mudou. O ideal, utopia como educadora matemática é	USg4E1 – Busca trabalhar com os alunos essa concepção mais crítica de Modelagem Matemática

fazer alguns ajustes [...], mas eu acho que, em termos de [...] da ideia em si, não mudou muito não. A minha [...] é [...] a minha [...] o meu ideal, a minha utopia como educadora matemática é [...] é [...] trabalhar essa [...] essa concepção mais crítica com os alunos, da forma que eles se sintam mais empoderados por meio da Matemática.	trabalhar essa concepção mais crítica com os alunos. No dicionário Houaiss (2017, s.p), empoderar é expresso como: dar poder ou mais poder ou influência a (alguém ou um grupo). De forma que os alunos se sintam mais empoderados <i>por meio da Matemática</i>	USg5E1 – Ao trabalhar com a concepção crítica de MM os alunos se sentem mais empoderados <i>por meio da Matemática</i>
US4E1 - E nessas disciplinas, por exemplo, cálculo, eu não, não faço Modelagem assim diretamente, mas (ruídos) porque os dados são artificiais, é [...] sempre os resultados são sempre números inteiros quando na verdade as coisas na [...] os fenômenos [...] dificilmente você vai conseguir números inteiros e aí vai.	Diz que, nas disciplinas de Cálculo, não faz Modelagem diretamente porque os dados são artificiais Artificiais: No dicionário Houaiss (2017, s. p), a palavra artificial é apresentada como: produzido pela mão do homem, não pela natureza; postiço; em que há dissimulação; fingido. Os resultados são sempre números inteiros, o que dificilmente você vai conseguir ao trabalhar com fenômenos * Parece vincular o trabalho com Modelagem à possibilidade de ter dados que não sejam artificiais	USg6E1 – Não faz Modelagem nas disciplinas de cálculo porque os dados são artificiais
US5E1 - [...] Um exemplo que eu achei bem bacana foi de uma [...] de um grupo que queria descobrir se existia alguma relação entre número de pessoas que visitam uma loja de tecidos e a quantidade de compras, de vendas que são efetivadas. E aí, [...] então, uma das meninas foi para porta da loja, que é a loja do tio dela e começou a contar o número de pessoas que entravam e aí durante o relato que ela fez dessa primeira coleta de dados ela falou assim: olha que interessante, eu percebi que quanto mais gente tem na loja mais gente entra. E aí eu falei: óh, uma equação diferencial: porque a taxa de variação é proporcional a quantidade de [...] de pessoas né que tinha lá na loja e aí é [...] isso aí me chamou a atenção pra eu [...] porque como eles são alunos da licenciatura e já estão no final do curso eu peço pra eles usarem a Matemática	(Relata uma atividade desenvolvida por um grupo de alunos em uma disciplina do curso de licenciatura em Matemática) Diz que ao ouvir o relato do aluno sobre a primeira coleta de dados, sugeriu que o tratamento fosse feito com equação diferencial Solicita aos alunos que eles usem a Matemática mais difícil que eles puderem para o desenvolvimento das situações que eles escolheram	USg7E1 – No desenvolvimento da atividade de Modelagem, sugere que os alunos usem a Matemática mais difícil para a resolução da situação

mais difícil que eles puderem no [...] nas situações que eles escolheram.		
US6E1 - Isso, por quê? É [...] porque eu vejo que a [...] a Matemática, na escola, quando vai se relacionar com outras disciplinas é de uma forma muito simples né. Às vezes é para você é [...] uma tabela, um gráfico de pizza e [...] então eu queria estimular os alunos a trabalharem com [...] com conceitos mais complexos da Matemática em problemas simples, problemas que eles mesmos tinham [...] tinham inventado.	Entende que quando, na escola, a Matemática é relacionada com outras disciplinas é de uma forma muito simples. Às vezes é uma tabela, um gráfico de pizza Quer estimular os alunos a trabalharem com conceitos mais complexos da Matemática em problemas simples, que os alunos haviam inventado	USg8E1 – A relação entre Matemática e outras disciplinas é feita de forma muito simples na escola USg9E1 – Estimula os alunos a trabalharem com conceitos complexos de Matemática em situações que eles propuseram
US7E1 - Então é [...] é [...] nessa segunda experiência, minha orientação é bem nesse sentido de é [...] de tentar avançar com a Matemática para também desmistificar essa coisa de é [...] sempre uma [...] uma Matemática simples que aparece ou isso não é Modelagem [...]. Tem tudo isso. Então eu quero trabalhar com eles mais nesse sentido né, de eles verem que é possível usar uma Matemática mais avançada na é [...] num problema simples.	Orienta os alunos para que tentem avançar com a Matemática, para desmistificar o fato de que, ao trabalhar com Modelagem, sempre aparece uma Matemática simples Tenta mostrar aos alunos que é possível usar uma Matemática mais avançada em problemas simples	USg10E1 – Desmistificar que, ao trabalhar com MM, sempre aparece uma Matemática simples USg11E1 – É possível usar uma Matemática mais avançada em problemas simples
US8E1 - Bom, eu dou a ideia do conteúdo né, por exemplo esse que eu falei da equação diferencial. Que eu acho que eles é [...] não tenham muita experiência para enxergar isso e eu a [...] a [...] aos poucos eu fui percebendo [...] adquirindo essa experiência: de enxergar a Matemática que pode ser usada ali. Então a [...] qual conteúdo eu que falo normalmente né. Quando acontece de eles perceberem, ótimo! E aí eu vejo o quanto eles sabem daquele conteúdo, o quanto eles dão conta de fazer aquilo <i>tá</i> .	Diz que é ela quem dá a ideia do conteúdo a ser trabalhado na situação proposta Enxergar: alcançar com a vista, ver o que está fora e/ou distante; descortinar, avistar (HOUAISS, 2017, s. p). Acha que os alunos não têm experiência para enxergar isso e que ela foi adquirindo essa experiência de qual Matemática pode ser usada nas situações Diz que é ótimo quando os alunos percebem qual conteúdo, e, então observa o quando eles sabem do conteúdo, o quanto eles dão conta de fazer	USg12E1 – O professor sugere o conteúdo a ser trabalhado na situação proposta USg13E1 – Os alunos não têm experiência para enxergar a Matemática que pode ser usada nas situações
US9E1 - Então eles é [...] foram contar é [...] ver como era a dinâmica de funcionamento no bandeirão. Então foram para a fila, contaram [...] aquela coisa	(Relata mais uma atividade desenvolvida pelos alunos) Diz que sugeriu que os alunos usassem integral na situação,	USg14E1 – Sugeriu que os alunos utilizassem integral, mas eles fizeram um tratamento aritmético dos dados

toda. Eu falei: ô gente, vocês não precisam contar, dá para usar a integral aí. Porque vocês olham a taxa de variação da entrada de pessoas: conta no início quantos tem né?! E aí depois vocês fazem uma integral para saber quantos [...] qual a capacidade lá tal [...]. Eu dei a ideia, mais ou menos assim para eles, mas eles não usaram. Não sei se eles não entenderam como que a integral poderia ser usada ali e eles é [...] fizeram um tratamento matemático bem aritmético de ir contando e tal e aí entrevistaram o pessoal do bandeirão pra saber a capacidade, o número de pessoas que eles atendiam. Então fizeram uma Modelagem mas não usaram esse conteúdo matemático mais avançado.	mas os alunos não usaram. Fizeram um tratamento matemático bem aritmético Fizeram Modelagem, mas não usaram o conteúdo matemático mais avançado	USg15E1 – Fizeram Modelagem, mas não usaram conteúdo matemático mais avançado
US10E1 - Mas é [...] mas sempre tem alguma coisa, por exemplo esse do meio de transporte, a [...] a [...] o grupo percebeu que tinham umas variáveis que não poderiam ser medidas matematicamente, como por exemplo, a [...] a segurança ou o conforto né. E que são variáveis que as pessoas levam em conta quando vão escolher um transporte. Então a [...] a discussão crítica ficou meio que por aí, que a única coisa que eles conseguiam medir matematicamente era preço e tempo e tinham outras variáveis que não eram matemáticas que ficavam de fora. Então isso (ruídos) uma discussão sociocrítica também; existem outras coisas também que podem ser consideradas quando você está fazendo Modelagem mas que não são é [...] mensuráveis matematicamente.	(Relata outra atividade desenvolvida pelos alunos) Diz que o grupo percebeu que algumas variáveis não poderiam ser medidas matematicamente, mas que são variáveis que as pessoas consideram ao escolher um transporte Na discussão sócio crítica há outras coisas que podem ser consideradas quando está fazendo Modelagem e que não são mensuráveis matematicamente	USg16E1 – O grupo percebeu que algumas variáveis da situação estudada não poderiam ser mensuradas matematicamente USg17E1 – Ao discutir uma situação da perspectiva sociocrítica, variáveis que não são mensuráveis matematicamente podem ser consideradas

Análise Ideográfica da Entrevista 2

US (Unidades de Sentido entrevistado 2)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E2 – [...] quando se fazia Modelagem aqui eles traziam os problemas, mas aplicavam conteúdo era de Matrizes, outro conteúdo era de Máximos e	Menciona que, no início, ao trabalhar com MM na Matemática Aplicada, no âmbito de cursos de formação de	USg1E2 – Os problemas quando trabalhados, no âmbito da MM na Matemática Aplicada, estavam voltados à aplicação de conteúdos

Mínimos [...] então era tudo pulverizado os conteúdos.	professores, trazia problemas para aplicar os conteúdos	
US2E2 - E foi assim esses [...] esses anos do mestrado meu foram nessa busca né de criar uma metodologia [...] uma metodologia mesmo que pudesse dar vazão àquilo que eu gostaria: de desenvolver criatividade, de [...] de [...] fazer com que o estudante pensasse, de que ele criasse estratégias próprias para resolver as coisas.	A MM enquanto uma metodologia (pensada para a Educação Básica) que pudesse desenvolver a criatividade; que fizesse o aluno pensar e criasse as próprias estratégias de resolução Metodologia: por extensão de sentido, no dicionário da língua portuguesa, metodologia é apresentada como: “corpo de regras e diligências estabelecidas para realizar uma pesquisa; método” (HOUAISS, 2017, s.p).	USg2E2 – Modelagem como uma metodologia USg3E2 – Uma metodologia que desenvolva a criatividade dos alunos e que eles criem as estratégias de resolução
US3E2 - [...]. Então você [...] você como professor poderia mudar essa situação. Então eu me sentia com mais responsabilidade ainda de buscar essas coisas de forma que [...] que pudesse melhorar esse ensino para o meu estudante [...] pudesse ser mais autônomo	Como uma continuidade da fala anterior, ele vê na Modelagem uma forma de melhorar o ensino para que o aluno possa ser mais autônomo Autônomo: “que tem autonomia. Dotado da faculdade de determinar as próprias normas de conduta, sem imposições de outrem (diz-se de indivíduo, instituição etc.)” (HOUAISS, 2017, s.p).	USg4E2 – O aluno pode ser autônomo ao trabalhar com Modelagem
US4E2 - E aí outra coisa, não era trazer as coisas prontas como a gente fazia antigamente é [...] é dar oportunidade de eles buscarem as coisas, deles pesquisarem [...]. Não eu falar sobre uma construção, mas eles visitarem uma construção, conversar com um pedreiro, conversar com o carpinteiro, conversar com o engenheiro: como é que você faz as maquetes? Como é que você faz as coisas? [...] Então, tudo isso foram questões que [...] que começaram a [...] a [...] a serem refletidas né.	Menciona que o trabalho com a Modelagem (no âmbito da Educação Básica) não é trazer coisas prontas, mas oportunizar que os alunos busquem e pesquisem sobre as coisas	USg5E2 – No trabalho com a MM é para ser oportunizado que os alunos busquem e pesquisem sobre as situações
US5E2 - Por exemplo, então [...] para mim o trabalho da Modelagem Matemática tinha que começar pelo interesse dos estudantes [...] e tinha que ser assim, a busca dos dados não tinha que ser eu a trazer as coisas, mas fazer com que [...] se eu queria desenvolver a autonomia, se eu queria desenvolver criatividade, eu tinha que possibilitar que os meus estudantes, apoiados claro,	Trabalho com a Modelagem Matemática deve começar pelo interesse dos alunos. Uma vez que ele quer desenvolver a autonomia e a criatividade dos alunos, a busca pelos dados não deveria ser dele. Entende que os alunos poderiam se apoiar na literatura de um aluno mais ativo.	USg6E2 – O interesse dos alunos como ponto de partida para o trabalho com a Modelagem USg7E2 – Os alunos como responsáveis pela busca dos dados e pela criação das estratégias para a resolução de uma situação

em literatura de um aluno mais ativo né, que ele criasse as suas estratégias de ensino, que não precisava ser aquela do livro, que ele pudesse criar outra forma né. Que ele se comunicasse é [...] novas estratégias de pensamento para resolver um mesmo problema.	Visava que o aluno criasse as suas estratégias, que ele comunicasse essas estratégias para resolver um problema	
US6E2 - como eu tinha preocupação com o ensino, com a aprendizagem, aquela Modelagem que visava aplicação da Matemática não é que ela não pudesse valer, mas como eu trabalhava na Educação Básica, esses primeiros anos são de construção de conceitos, construção do conhecimento matemático e não de aplicação do conhecimento matemático.	Afirma que os primeiros anos da Educação Básica são de construção de conceitos, construção de conhecimento matemático e não de aplicação de conhecimento matemático. Assim, aquela visão de aplicação da Matemática poderia não abranger a sua preocupação com o ensino e com a aprendizagem	USg8E2 – Não busca apenas a aplicação de conhecimento matemático, mas construção de conceitos e de conhecimento matemático
US7E2 - Eu digo, bom se a gente precisa ensinar, a gente precisa conhecer as teorias de aprendizagem, se a gente precisa ensinar, a gente precisa conhecer uma sociologia da educação.	Menciona que é preciso aprender sobre teorias de aprendizagem e sociologia da educação	USg9E2 – Trabalho com Modelagem na Educação Básica envolve o aprendizado de teorias de aprendizagem e sociologia da educação
US8E2 - E foi em [...] e foi em 1986 quando eu trabalhava nos vários cursos aqui no [...] na Universidade do professor que é aqui em Faxinal [...] que [...] que eu comecei a colocar essas novas ideias assim, né. [...] quatro anos depois do doutorado (risos), mas se você vir o artigo que eu escrevi ainda na minha tese, que tem na minha tese [...] eu lá já previa que tinha que partir do interesse.	Ao avançar com os estudos, previa que o trabalho com Modelagem teria que partir do interesse dos alunos	USg10E2 – O interesse dos alunos como ponto de partida para o trabalho com Modelagem
US9E2 - Bom, [...] pela minha experiência e pelo o que eu vivi em muitos cursos que eu fui fazendo com professores, foi me dizendo assim: bom, [...] a duração com um tema na Modelagem, dura enquanto houver interesse do estudante, porque a hora que perde o interesse [...] o interesse é só do professor.	Pela experiência vivida com o trabalho com Modelagem em cursos de professores, foi vendo que a duração (envolvimento) com um tema, dura enquanto houver interesse dos alunos.	USg11E2 – O interesse dos alunos pelo tema como importante para o envolvimento com o trabalho com MM
US10E2 - O segundo momento é assim [...] você vai fazer uma pesquisa porque, muitas vezes, as crianças e, principalmente, na Educação Básica, são curiosidades, não é problema como na Matemática.	Menciona que, muitas vezes, principalmente na Educação Básica, o segundo momento no trabalho com a MM é voltado às curiosidades dos alunos e não a um problema como na Matemática	USg12E2 – O trabalho com MM na Educação Básica volta-se às curiosidades dos alunos e não aos problemas, como é o caso da MM na Matemática Aplicada
US11E2 - Bom, com os dados que você colhe e aí você vai	Diz que com os dados levantados, você vai buscar	USg13E2 – Com os dados levantados, o aluno buscará

então [...] que elementos você tem aí naqueles dados, aí você vai buscar levantar as questões, aquilo que mais chamou a atenção, por exemplo, quando trabalhava com o tema água e esgoto: ah, quais são os dias da semana que mais se [...] se consome água nas famílias? Bom [...] isso a gente não sabe [...] aí então é preciso uma pesquisa [...] novamente uma pesquisa. Então o ensino e a pesquisa eles são indissociáveis sempre, porque às vezes uma questão levanta uma pesquisa, uma pesquisa levanta outras questões [...] então é assim [...] um processo contínuo.	levantar questões, aquilo que mais chamou a atenção. Com o levantamento dessas questões, é preciso fazer uma pesquisa Diz que ensino e pesquisa são indissociáveis, porque, às vezes, uma questão levanta uma pesquisa. É um processo contínuo * O professor busca explicitar algumas das etapas da sua compreensão de Modelagem	elencar questões, aquilo que mais chamou a atenção
US12E2 - como é interessante quando uma pessoa vai falar de um tema e ela fala mais do que só sobre aspectos matemáticos do tema, começa a falar sobre a saúde, a importância da água, a importância da higiene, a importância disso, a importância daquilo,	Diz que é interessante quando uma pessoa fala de um tema e fala além de aspectos matemáticos. Fala sobre a importância disso e daquilo.	USg14E2 – O tema abrange aspectos para além da matemática
US13E2 - Então esses dados todos que vão levar você, por exemplo, a [...] a formulação dos problemas. Então, os problemas eles são resultados da sua pesquisa e veja [...] é ação do estudante. Não é ação do professor. O professor tem um outro [...] uma outra função [...] que é a da mediação.	Os dados (coletados durante a pesquisa) vão levar à formulação dos problemas. Os problemas são resultados da pesquisa e é ação do aluno. O professor tem a função de mediação. Mediar: “agir na qualidade de mediador ou mediano; estar entre (duas coisas), situar-se entre (dois extremos)”	USg15E2 – Os dados levarão à formulação dos problemas USg16E2 – A formulação dos problemas é ação do aluno USg17E2 - O professor é o mediador
US14E2 - [...]. A gente precisa juntar os conhecimentos novamente porque a gente começou a fazer a hiperespecialização das coisas e fragmentou o conhecimento. Você só vê [...] a coisa matemática da [...] produção lá que é: quanto custa a produção, quanto [...] mas não [...] tem os aspectos sociais, culturais, econômicos, ambientais. Isso é que vai formar um cidadão mais consciente. E eu não estou preocupado nessa fase do ensino fundamental em formar um matemático, estou [...] em formar um cidadão, um ser que	Menciona que é preciso juntar os conhecimentos porque houve uma fragmentação. Diz que às vezes só é visto a questão da Matemática, mas não tem os aspectos sociais, culturais, econômicos, ambientais. Menciona que na fase do ensino fundamental, ele não está preocupado em formar um matemático, está preocupado em formar um cidadão	USg18E2 – Não são só os aspectos matemáticos que são importantes. Os aspectos sociais, culturais, econômicos, ambientais também são. USg19E2 – A preocupação (no ensino fundamental) não está na formação de um matemático, mas de um cidadão.

[...] Eu quero saber o que eu posso fazer com aquele ser para ele poder fazer diferença na nossa sociedade [...].		
US15E2 - Então, eu acho assim que [...] que aí os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado para resolver essas situações ou problemas. Então na Modelagem Matemática, diferentemente, do que a gente faz no [...] no ensino é [...] regular, nas escolas [...], a gente parte dos problemas para os conteúdos e não dos conteúdos para os problemas [...].	Menciona que os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado para resolver essas situações ou problemas. *Situações ou problemas que tem como ponto de partida o interesse dos alunos. Na Modelagem Matemática, parte-se dos problemas para os conteúdos e não dos conteúdos para os problemas	USg20E2 – Os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado USg21E2 – No trabalho com Modelagem Matemática os problemas indicam os conteúdos
US16E2 - Bom então os conteúdos matemáticos e outros conteúdos, porque por exemplo quando você vai trabalhar a parte da cerâmica você pode falar sobre os aspectos matemáticos que se envolvem né [...], o valor do custo da produção, do lucro disso, daquilo. Mas, você também pode perceber que muitas vezes é uma questão social porquê [...] emprega bastante gente, mas também degrada o meio ambiente, está certo?! Então você [...] você chama a atenção para esses aspectos também [...]	Menciona que ao trabalhar com um tema (o da cerâmica, por exemplo), você pode falar sobre os conteúdos matemáticos e os outros conteúdos. Muitas vezes o trabalho envolve uma questão social	USg22E2 – O trabalho com Modelagem Matemática pode abordar conteúdos matemáticos e outros conteúdos
US17E2 - então Modelagem na Educação Matemática ela para mim tem um sentido completamente diferente da Matemática [...] da Modelagem Matemática na Matemática. Modelagem na Educação Matemática ela tem um objeto diferente [...] ela tem um constructo que ela envolve pela primeira vez talvez o que diz o Boaventura de Sousa Santos, que toda ciência [...] conhecimento científico é um conhecimento científico social, porque envolve as ciências sociais que é [...] Letras, Sociologia, Filosofia [...] Ciências Humanas e Sociais, administração. Então é [...] assim [...] é uma formação mais ampla do que simplesmente aplicar [...].	Menciona que, para ele, a Modelagem Matemática na Educação Matemática tem um sentido completamente diferente da Modelagem na Matemática. Modelagem na Educação Matemática tem um constructo diferente. Ela tem um constructo que envolve o que diz Boaventura de Sousa Santos: todo conhecimento científico é um conhecimento científico social, porque envolve as ciências sociais É uma formação mais ampla do que simplesmente aplicar matemática	USg23E2 – A MM na Educação Matemática é uma formação mais ampla do que aplicação. Pois ela envolve ciência social
US18E2 - Você manda um artigo para uma revista e se você não tiver um modelo matemático na	Menciona que modelo Matemático não precisa ser só simbólico, ele pode ser em	USg24E2 – Modelo Matemático pode ser em linguagem natural. Não precisa ser uma equação

Modelagem, pronto! Não serve. Mas, um modelo matemático não precisa só ser um modelo simbólico, ele pode ser em linguagem natural. Ele não precisa estar lá [...] sobre forma de uma equação. Ele pode estar sobre uma forma, por exemplo [...] uma ideia de um modelo matemático, uma função, escrita em linguagem natural [...] a criança [...] ela talvez não tenha a simbologia, mas ela é capaz de escrever, por exemplo: o preço que eu vou pagar por [...] por [...] gasolina [...] por dez litros é o preço de cada litro multiplicado pelo número de litros. Poxa, isso é o modelo matemático, segundo os matemáticos [...] mas ela pode ser colocada de outras formas. Então, [...] mas você tem que entender pra você saber que [...] todos tem uma estrutura cognitiva em desenvolvimento, que você precisa atender determinadas coisas. Você precisa entender que a criança tem o seu tempo, não é? [...] o seu tempo próprio para as coisas e	linguagem natural. Ele não precisa ser apresentado sobre forma de uma equação. Diz que todos têm uma estrutura cognitiva em desenvolvimento, que você precisa atender determinadas coisas. * Ao fazer essa afirmação sobre a estrutura cognitiva, o professor busca explicitar que o aluno, de modo particular, a criança tem o seu próprio tempo (parece querer dizer sobre o tempo de compreensão dos conteúdos) e por isso, o modelo matemático não precisa ser simbólico. Pode ser apresentado de outros modos	
US19E2 - A educação, na perspectiva da Modelagem Matemática, o aluno é protagonista o tempo todo [...] a coisa que eu mais buscava era o protagonismo desse nosso estudante [...] que quando ele vai fazer as coisas que ele gosta, ele tem interesse ele vai buscar.	Menciona que na Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, o aluno é protagonista o tempo todo. Diz que o que ele mais buscava era o protagonismo do estudante. Quando o aluno faz o que gosta, ele tem interesse, ele vai buscar. Protagonista: “diz-se de ou indivíduo que tem papel de destaque num acontecimento” (HOUAISS, 2017, s.p).	USg25E2 – Protagonismo do aluno ao trabalhar com MM na Educação Matemática USg26E2 – O que mais buscava, no trabalho com Modelagem, era o protagonismo do aluno
US20E2 - Trabalhar conteúdo no contexto do tema, significava assim: por exemplo, iam trabalhar com alimentos aí podiam trabalhar com [...] com análise combinatória, mas podiam também trabalhar com saúde, podiam trabalhar com calorias dos alimentos entre outros. Assim, então com outros assuntos que não eram só os da Matemática.	Menciona que trabalhar conteúdo no contexto de algum tema significa, por exemplo, que ao trabalhar com alimentos, poderiam abordar análise combinatória, mas também com saúde, calorias dos alimentos.	USg27E2 – O trabalho com MM na Educação Matemática envolve conteúdos matemáticos e os outros assuntos que podem compor o tema
US21E2 - Outra situação as vezes [...] quantos homens eu preciso [...] para terminar isso	Menciona um problema em que o resultado dá 2, 7 homens para a construção de uma casa em	USg28E2 - Resultados matemáticos de problemas que não condizem com a situação

aqui em dois dias? Bom, daqui a pouco o resultado dá 2,7 homens. Sabe é o momento em que você vai discutir com os estudantes as grandezas contínuas, as grandezas discretas vão [...] essa importância [...] vai ver a importância desses conjuntos numéricos [...] sabe, é um momento que você começa a refazer isso	dois dias e afirma que esse é o momento em que você pode discutir com os alunos as grandezas contínuas, discretas, conjuntos numéricos	
US22E2 - Mas, a minha preocupação não foi assim a Modelagem no Ensino Superior [...] porque lá, lá ele já tem, por exemplo, num quarto ano da Matemática, ele já tem equações, ele já tem análise, ele já tem variáveis complexas, ele já tem vários conteúdos que ele pode, simplesmente, fazer aplicações. Mas, quando você trata nessa formação, na área do eixo da formação do professor, do ensino [...] eu não abro mão de uma Modelagem voltada para a Educação Básica. No entanto, voltada com essa perspectiva das Ciências Humanas e Sociais. É claro que a Matemática [...] ninguém vai fazer Educação Matemática sem Matemática [...] mas também ninguém vai fazer Educação só com a Matemática [...] você precisa também de outras áreas que te dão sustentação, principalmente na Educação Básica. O que ensinar, diz respeito à dimensão Matemática, A Psicologia pra te dizer [...] como fazer [...], quando fazer [...], a Sociologia para quem e onde fazer? A Filosofia para dizer o porquê fazer?	Menciona que ao se trabalhar com Modelagem no Ensino Superior, por exemplo num quarto ano, o aluno já tem equações, análise, conteúdos que ele pode fazer aplicações. Ao falar da Modelagem para a Educação Básica, diz que ela é voltada para a perspectiva das Ciências Humanas e Sociais e também da Matemática. Porque ninguém vai fazer Educação Matemática sem Matemática e também ninguém vai fazer Educação só com a Matemática.	USg29E2 – O trabalho com MM no ensino superior proporciona que o aluno faça aplicações, por ele já estudado determinados conteúdos matemáticos USg30E2 – O trabalho com MM na Educação Básica volta-se para aspectos das Ciências Humanas e Sociais e também da Matemática
US23E2 - E uma vantagem da Modelagem é a contextualização [...]. Você [...] quando você vai levantar um problema, quando você faz um problema você sabe a razão de você está fazendo aquilo. Você sabe por que você está adicionando, multiplicando, [...] montando um sistema de equações, resolvendo uma figura geométrica. Você sabe o motivo pelo qual você está fazendo isso, tem um contexto das coisas [...]. O que o ensino tradicional não tinha [...], é aquela lista de	Uma vantagem da MM é a contextualização. Você sabe por que está somando, multiplicando, montando um sistema de equações. Sabe o motivo pelo qual está fazendo as coisas. Contexto: “integrar (algo) num contexto. Estabelecer as relações que (uma unidade linguística) apresenta com outras que ocorrem no mesmo contexto” (HOUAISS, 2017, s.p).	USg31E2 – Vantagem da MM é a contextualização

exercícios, por exemplo, 2,39 mais 1,42: o que é isso?		
US24E2 - Bom, quando o estudante consegue formular os problemas, porque a gente incentiva que ele formule o problema. Que problema nós podemos ver [...]. Bom, esse pode ser um problema simples mas [...] vamos supor assim que caia num problema, às vezes, que você precisa de um conceito que você não teve ainda. Como é que: Ah, por exemplo, então queria saber [...] mas eu precisava saber a densidade da população. Por exemplo, o pessoal estava estudando o funk e aí eles precisavam saber assim é, sobre as populações, sobre os estados, etc. E caia num problema que eles precisavam saber a densidade [...] que é um conceito que não estava naquela série/ano, que eles não tinham visto. Bom, aí o professor pode [...] ele pode se valer de vários meios. Por isso tem a aprendizagem significativa que diz: veja o que o seu aluno já sabe sobre isso [...], elabore os organizadores prévios tá certo?! Têm vários [...] têm materiais didáticos, tem, entre outras formas as investigações que podem ser útil.	Menciona que às vezes, para resolver o problema, o aluno precisa de um conceito que ele ainda não viu. Aí o professor pode se valer de vários meios, como por exemplo a aprendizagem significativa que diz, na qual o professor pode ver o que aluno já sabe sobre isso, pode pedir para que ele elabore os organizadores prévios. Indica também que o professor pode usar materiais didáticos.	USg32E2 – Ao trabalhar com MM, o aluno pode precisar de um conceito que ele não viu ainda USg33E2 – O professor pode utilizar aprendizagem significativa, materiais didáticos para abordar os conceitos ainda não vistos pelos alunos
US25E2 - Quando for nos anos iniciais, como que você podia fazer isso, por exemplo [...] assim por exemplo [...] é com crianças [...] um carro tem quatro rodas, mas se você tem dois carros, quantas rodas você precisa? [...] Ele não vai fazer por multiplicação, muitas vezes, ele vai somar quatro mais quatro [...] tá bom você aceita essa solução porque ela está certa, essa solução.	Menciona que ao trabalhar com as crianças, muitas vezes, elas não irão fazer multiplicação. Às vezes, elas irão somar quatro mais quatro. Diz que isso está bom. Que deve aceitar essa resposta, porque está correta.	USg34E2 – Modos diferentes de resolução e que podem depender do nível escolar do aluno
US26E2 - Agora quando você quer introduzir multiplicação, você precisa dar sentido a essa multiplicação [...] você pode fazer de várias maneiras [...] você pode fazer com movimentos, ações que ele [...]. Quantas vezes eu levei dois pneus até lá? Três vezes! Então quantos pneus eu levei? Como é que eu posso representar isso sob uma [...]	Menciona que ao querer introduzir multiplicação, você precisa dar sentido a essa multiplicação. Diz que é necessário se questionar: Como é que eu posso representar isso sob uma formulação matemática?	USg35E2 – A importância de dar sentido ao que se quer trabalhar

uma formulação matemática né? Como é que eu posso representar isso simbolicamente? Como é que [...] fui três vezes, levei [...] fiz três deslocamentos e levei dois pneus [...] duas coisas em cada deslocamento. Como é que [...] sabe, essa linguagem que você vai fazer.		
US27E2 - Não sabem dividir, crie com eles de estratégias de ação, [...] de prática [...] vamos dizer assim: a ideia da divisão. Aquela forma [...] como é que você faz esse procedimento da divisão. Pega lá oito palitos, pega duas pessoas: ah, quantos palitos eu posso [...] eu tenho duas pessoas, eu quero distribuir esses palitos [...]. Porque dividir sempre parece que é cortar [...] ou usa a linguagem correta com as crianças: ah, então eu quero repartir isso aqui. Ah então eu posso dar um para você e um pra você [...] eu tinha oito, eu dei um pra você e um pra você, quantos eu dei? [...] Então eu vou diminuir dois aqui [...] aí ficaram seis.	Menciona que se os alunos não sabem dividir, o professor pode criar estratégias de ação, de prática com a ideia de divisão	USg36E2 – Criar estratégias de ação e de prática para que os alunos compreendam os conteúdos matemáticos
US28E2 - Então, você pode ir criando outras formas assim para que ele entenda o algoritmo [...] quando se coloca lá dividendo, divisor, quociente, resto, essas coisas. Ele vai construindo esse algoritmo, está certo?!	Menciona que pode ir criando outras formas para que os alunos entendam o algoritmo. O aluno vai construindo o algoritmo	USg37E2 – Criar formas para que os alunos entendam e construam algoritmo
US29E2 - Sabe [...] fazer a criança pensar, como é que pode fazer uma coisa [...] aí vai ver [...] ah e se eu [...] e se eu [...] por exemplo dividisse aqui [...] multiplicar [...] pela propriedade dos números naturais – o elemento neutro. Não precisa fazer o [...] mínimo múltiplo comum. Mas, pega pela propriedade ou então trabalha com a [...] as frações equivalentes.	Diz que é importante fazer a criança pensar. Não precisa apresentar o algoritmo pronto	USg38E2 – Fazer com que os alunos pensem e não apresentar o algoritmo pronto
US30E2 - Mas, quando você [...] você tem que ter vários recursos, [...] você, professor tem que ter além de ter [...] conhecimento de uma Psicologia do desenvolvimento, de métodos e tudo, você tem que ter assim vários tipos de [...] de pensamentos, [...] de formas de	Menciona que o professor precisa ter vários recursos, formas de apresentar aquilo de distintas formas	USg39E2 – Professor precisa ter recursos distintos para apresentar os conteúdos

apresentar aquilo de formas distintas.		
US31E2 - Por isso que eu digo que o trabalho com a Modelagem demora mais. Porque, às vezes, você tem que voltar, você tem que fazer [...] fazer [...], às vezes você está lá no sétimo ano e você precisa de algum conceito que não está no sétimo ano.	Menciona que ao trabalhar com MM no sétimo ano, você irá precisar de algum conceito que não está no sétimo ano	USg40E2 – O trabalho com MM pode exigir conceitos que não estão na série em que o trabalho está sendo realizado
US32E2 - [...] por isso que eu digo, na Educação Básica você não tem que aplicar [...] você tem que construir conceito, construir conhecimento matemático e outros, e esse professor da Educação Básica, eu acho que vai demorar, muito mais, para fazer os trabalhos com a Modelagem.	Menciona que ao trabalhar com MM na Educação Básica não tem que aplicar, tem que construir conceito, construir conhecimento matemático	USg41E2 – MM na Educação Básica não tem que aplicar, tem que construir conhecimento matemático
US33E2 – Ah, tenho vários dados aqui, por exemplo, ah, tipo disso, tipo daquilo, ou faz uma atividade com os próprios estudantes lá para tomarem a altura [...]. O que vamos fazer com esses dados? Vamos ver como é que a gente pode organizar esses dados [...], então você vai fazer uma estatística descritiva, você vai [...] vai ver [...] bom, vamos ver quantas alturas teve lá um metro e cinquenta e três [...], ah, mas como é que vamos colocar isso numa tabela.	Menciona que ao questionar o que fazer com os dados levantados para a situação, o professor pode fazer uma estatística descritiva, colocá-los em uma tabela	USg42E2 – Os dados levantados podem conduzir os conteúdos a serem trabalhados
US34E2 - Então vamos criando, sabe [...] você vai criando a necessidade de ter intervalos de classes, superior, inferior, aquelas coisas todas [...] vai criando toda essa estatística [...] você pode ir fazendo isso a partir de uma [...], você não precisa ir lá no Ensino Médio para fazer isso.	Com os dados, o professor vai criando a necessidade de ter intervalos de classe, vai criando toda uma estatística	USg43E2 – O professor vai criando modos de trabalhar com os dados levantados
US35E2 - mas você pode usar elementos mais simples, por exemplo quando a gente viu o crescimento populacional [...], ah, você pode [...] aplicar uma fórmula lá pra [...], mas você pode também assim, por exemplo, olha: em 2012 tinha 200, 2013 tinha 210 [...], bom então com qual desses eu vou trabalhar? [...] Então veja como eles variaram sinal, eles são variáveis, então vamos	Apresenta outro exemplo em que o professor, ao questionar os alunos, pode trabalhar com conceito de média, de aritmética, de parâmetro	USg44E2 – Trabalho de conteúdos matemáticos partindo de um tema

estabelecer aqui, por exemplo, um conceito de uma média aritmética para trabalhar com um parâmetro.		
US36E2 - Não é nenhum desses valores, mas é um valor que reflete [...], um valor que está aqui: 212, 216, 220, 217. Bom, faz uma média disso e esse é o parâmetro que eu vou trabalhar [...]. Sabe, faz com que eles tenham possibilidades de poder ter autonomia para fazer as coisas. Ah, bom eu usei isso aqui [...] mas, não professor, 212 foi pequeno porque depois foi 220, 225, 227, então ignore o primeiro, pegue os três últimos [...], eles estão mais próximos da medida real. Sabe, essas discussões assim que vão fazer o sujeito pensar como é que ele vai tomar as suas decisões né.	Apresenta outro exemplo, no qual, ao dialogar com os alunos, o professor vai apresentando possibilidades para o aluno ter autonomia para fazer as coisas. Discussões que vão fazer o sujeito pensar como ele vai tomar as suas decisões	USg45E2 – O professor vai apresentando possibilidades para o aluno ter autonomia para fazer as coisas
US37E2 - mas então você [...] você, professor, tem que ter essa clareza de poder estar mostrando a importância de você estudar um contexto mais amplo do que somente aquele da Matemática, mas vendo outras coisas, por exemplo [...] porque aquele terreno dura [...] em cinco anos vai se exaurir aquele terreno, tá bom, mas aí veja [...], quais são os aspectos envolvidos aí, vamos ver o social, o que acontece com aquela cidade que viveu em torno daquilo.	O professor tem que ter a clareza de mostrar a importância de estudar um contexto mais amplo do que o da Matemática	USg46E2 – O professor deve mostrar a importância de estudar um contexto mais amplo que o da Matemática
US38E2 - você vai fazendo com que as crianças vão tomando consciência das coisas, vão vendo as coisas de uma forma mais ampla do que, simplesmente, um conteúdo matemático e ainda quando vão [...] como é que nós podemos construir isso? Você não precisa dizer as coisas, você não precisa [...], você procura tirar deles [...]. Educar é fazer isso mesmo, é extrair das pessoas as coisas.	Menciona que o professor vai fazendo com que as crianças vejam as coisas de uma forma mais ampla. Afirmo que o professor não precisa dizer as coisas. O professor <i>procura tirar deles</i> ; questionar: como podemos construir isso? Educar é extrair das pessoas as coisas	USg47E2 – O professor pode <i>tirar (extrair)</i> as coisas dos alunos e não dizer como fazê-las
US39E2 - Ah, qual é a ideia que você tem para isso? Podemos fazer assim? Ah, então vamos fazer, vamos ver. Como você pensou? Você [...] você [...], o grupo, como a gente trabalha em grupo, cada grupo pode escolher uma estratégia para fazer isso. Vamos discutir a estratégia desse	Questionar: qual ideia para fazer isso? Como pensou? Como na MM, o trabalho é em grupo, cada grupo pode escolher uma estratégia. O professor pode discutir a estratégia de um grupo;	USg48E2 – O professor pode dialogar, questionar as estratégias dos alunos

grupo aqui [...], qual será que se aproxima mais das coisas? Escute, expõe [...], eles começam a participar	perguntar: qual se aproxima mais das coisas?	
---	--	--

Análise Ideográfica da Entrevista 3

US (Unidades de Sentido entrevistado 3)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E3 - Então [...] devido às características da Modelagem Matemática eu poderia estar discutindo as questões ambientais pela Modelagem [...]. Que seria quantificar um fenômeno ambiental através da Matemática e a partir dele né [...] tomar algumas decisões baseadas em algumas respostas quantitativas sobre o fenômeno. Então foi por aí que eu comecei a trabalhar com Modelagem Matemática.	Ao falar de quando começou a trabalhar com Modelagem, ele menciona que devido às características da Modelagem, ele diz que poderia discutir as questões ambientais pela Modelagem. Quantificar um fenômeno ambiental <i>através</i> da Matemática e a partir dele tomar decisões baseadas nas respostas quantitativas sobre o fenômeno Através: “por meio de; mediante” (HOUAISS, 2017, s. p).	USg1E3 – Com as características da MM pode discutir questões ambientais <i>pela</i> Modelagem USg2E3 – <i>Através</i> da Matemática quantificar um fenômeno e tomar as decisões baseadas nas respostas quantitativas
US2E3 - Bom, acho que as características da Modelagem Matemática em relação à postura do professor e dos alunos na sala de aula, elas [...], elas se comportam de uma maneira [...] é que a gente pode assim [...] entender como uma participação mais é [...] ativa, digamos assim.	Fala que as características da Modelagem em relação à postura do professor e dos alunos podem ser entendidas como uma participação mais ativa	USg3E3 – A postura do professor e dos alunos pode ser entendida como mais ativa tendo em vista as características da Modelagem
US3E3 - Então durante um bom tempo eu acabei é [...] me posicionando sob o ponto de vista de pesquisador é [...] colocando que a Modelagem Matemática não se trata apenas de uma metodologia, que é muito [...], muito [...] é simplificar demais a Modelagem. Então parto do princípio de que a Modelagem Matemática é um conceito de educar matematicamente.	Modelagem Matemática não é apenas uma metodologia. Ele parte do princípio de que a MM é um <i>conceito</i> de educar matematicamente Conceito, no texto, diz de visão de educar	USg4E3 – Modelagem Matemática não é apenas uma metodologia USg5E3 – Modelagem Matemática é uma visão de educar matematicamente
US4E3 - Então é [...] um pouco [...], foi nessa perspectiva teórica, digamos assim, que eu me posiciono dentro da Modelagem Matemática. Então foi pensando nas características da Modelagem Matemática e a sua modificação [...], e a modificação de comportamento de professores e alunos que me	Afirma que se posiciona dentro da Modelagem numa situação de não simplesmente pegar um método e usar. Acredita que a Modelagem seja mais que um método. Achou por bem chamar de uma concepção. Afirma que não desenvolveu muito isso	USg6E3 – Modelagem Matemática é mais o que um método

faz [...], perceber a importância dessa conceituação [...], numa situação de não simplesmente pegar um método e usar [...], porque eu acredito que seja mais que um método. Então eu achei por bem chamar de uma concepção, mas também não desenvolvi isso muito teoricamente até hoje [...]. Foi mais no sentido de oferecer a minha percepção sobre a Modelagem.	teoricamente. Foi no sentido de oferecer a sua percepção sobre a Modelagem	
US5E3 - O contexto social, o contexto histórico, ele [...] ele vem junto com a Modelagem Matemática quando você está ensinando conteúdo matemático para eles. Partindo do pressuposto, sempre, que a Modelagem Matemática como nós temos visto, ela tem sido usada muito no sentido de oferecer motivações para que os alunos possam [...] aprender os conteúdos oficiais da Matemática escolar [...].	Menciona que o contexto social e histórico vem junto com a Modelagem quando está ensinando conteúdo matemático para os alunos A Modelagem, como nós temos visto, tem sido usada no sentido de oferecer motivações para que os alunos possam aprender os conteúdos oficiais da Matemática escolar	USg7E3 – O contexto social e histórico está junto à MM ao ensinar conteúdo matemático USg8E3 – A MM tem sido usada como motivação para que os alunos possam aprender os conteúdos da Matemática escolar
US6E3 - Isso não quer dizer que quando você está trabalhando numa escola com uma determinada característica cultural [...] essa [...], incorporar, por exemplo, a etnomatemática junto com a Modelagem é perfeitamente possível. No sentido de oferecer aos alunos a possibilidade de ele compreender que pode existir mais que uma maneira de você ter um conceito sobre determinado conteúdo matemático né.	Diz que é possível incorporar a Etnomatemática junto com a Modelagem quando está trabalhando numa escola com determinada característica cultural Essa incorporação é no sentido de oferecer ao aluno a possibilidade de ele compreender que existe mais do que uma maneira de ter um conceito sobre determinado conteúdo matemático	USg9E3 – É possível incorporar a Etnomatemática junto à Modelagem USg10E3 – A incorporação da Etnomatemática com a Modelagem visa oferecer ao aluno que existe mais do que uma maneira de ter um conceito matemático
US7E3 - De um modo geral, o que a gente faz com a Modelagem é [...] é [...] oferecer a possibilidade de os alunos compreenderem os conteúdos e junto com o conteúdo a contextualização para que aquele conteúdo ganhe um significado para esse aluno. Então você amplia esse leque de conhecimento: ao invés de você aprender, simplesmente, uma função, você pode compreender uma situação ambiental a partir dessa função tá?!	Afirma que o que é feito, de modo geral, com a Modelagem é oferecer aos alunos a possibilidade de compreenderem os conteúdos e junto com o conteúdo a contextualização para que aquele conteúdo ganhe um significado. Você não aprende simplesmente uma função, você pode compreender uma situação ambiental a partir dessa função	USg11E3 – A Modelagem possibilita que os alunos compreendam o conteúdo de modo contextualizado
US8E3 - Uma função logarítmica, exponencial. Então a função logarítmica e	O aluno vai aprender função exponencial, logarítmica, porque vai precisar usar essa ferramenta	USg12E3 – O aluno vai aprender o conteúdo porque vai precisar usar a ferramenta para

exponencial o aluno vai aprender porque ao precisar usar essa ferramenta para compreender um fenômeno ambiental, por exemplo. Ou qualquer outro fenômeno que não seja ambiental, mas no contexto da minha tese seria um exemplo [...]. Então isso você [...], esse educar matematicamente significa essa ampliação que eu estou dizendo, ele vai além dos conteúdos matemáticos necessários para formação enquanto aluno [...] ele vai ter a oportunidade de aprender outras coisas, outras [...] outros campos de saberes, por exemplo da Biologia, da Geografia, da Astronomia, da Ciência, etc., pra ele [...] usando a Matemática para compreender esses fenômenos	para compreender, por exemplo, um fenômeno ambiental. *Parece entender o conteúdo matemático como ferramenta Educar matematicamente significa essa <i>ampliação</i>. Vai além dos conteúdos matemáticos. O aluno vai ter a oportunidade de aprender outros campos dos saberes, como: Biologia, Geografia, Astronomia e vai usar a Matemática para compreender esses fenômenos	compreender os fenômenos investigados USg13E3 – Educar matematicamente é uma ampliação que vai além dos conteúdos matemáticos USg14E3 – Usar a Matemática para compreender os fenômenos estudados
US9E3 - E mais do que isso, na compreensão desses fenômenos ele possa tomar suas próprias decisões. Então o que eu faço agora quanto às verdades da Matemática oficial que ofereceu uma compreensão quantitativa, por exemplo, do desmatamento da Amazônia [...] ou que essa [...] que esse conhecimento matemático me fez compreender a [...] o [...] a desertificação, por exemplo, do cerrado. Então é [...] esses conteúdos matemáticos, eles acabam sendo ferramentas para que eu possa compreender situações de fora da Matemática, se é que a gente pode dizer de fora.	Afirma que mais do que compreender os fenômenos, os alunos possam tomar suas decisões Fenômeno: Entendido diferentemente do que na orientação fenomenológica. No dicionário da língua portuguesa, fenômeno é apresentado como: “tudo o que se observa na natureza. Fato ou evento de interesse científico, que pode ser descrito e explicado cientificamente” (HOUAISS, 2017, s.p). As verdades da Ciência <i>Matemática</i> ofereceram uma compreensão quantitativa sobre a desertificação do cerrado, por exemplo. Os conteúdos matemáticos acabam sendo ferramentas para que possa compreender situações de fora da Matemática, se é que a gente pode dizer de fora	USg15E3 – A ciência matemática ofereceu uma compreensão quantitativa sobre o fenômeno USg16E3 – Os conteúdos matemáticos são ferramentas para a compreensão de fenômenos de fora da Matemática
US10E3 - Tudo isso eu estou tentando te explicar o que é esse educar matematicamente. Então educar matematicamente não é, simplesmente, educar [...] para a Matemática, mas [...] pela Matemática também né [...]. Então não faz sentido nenhum	Educar matematicamente não é, simplesmente, educar <i>para</i> a Matemática, mas <i>pela</i> Matemática Para ele, não faz sentido dentro do contexto da Modelagem (na	USg17E3 – Educar matematicamente é educar <i>pela</i> Matemática USg18E3 – Na Modelagem Matemática, o conteúdo

pra mim, dentro do contexto da Modelagem [...] nós oferecermos algum conteúdo para o aluno sem que ele possa compreender o que aquilo pode [...] é lhe ser útil para que [...] na sua cotidiana. Obviamente que eu estou falando da escola básica.	escola básica), que algum conteúdo seja oferecido para o aluno sem que ele possa compreender onde aquilo pode ser útil na sua vida cotidiana	matemático tem que ser útil para a vida cotidiana do aluno
US11E3 - É [...] eu acho que o conceito é o mesmo. O que muda é [...] de que maneira você vai abordar essa questão nestes diferentes níveis [...]. Então [...], eu parto do pressuposto, por exemplo, que o menino que está aprendendo a Matemática básica lá no colégio [...] ele ainda [...] não tomou conhecimento ainda dos conceitos matemáticos necessários para compreender alguma coisa [...]. Então você vai ter que é [...] oferecer oportunidade para que ele possa chegar num determinado momento e dizer assim: bom, daqui eu não consigo ir. Aí você vai dizer assim: tá, tudo bem, agora eu vou chegar e vou te mostrar pra você resolver essa situação aqui você precisa dessa ferramenta matemática.	O conceito (de Modelagem) é o mesmo, o que muda é a maneira como essas questões serão abordadas nos diferentes níveis. O aluno que está aprendendo a Matemática básica no colégio não tomou conhecimento sobre conceitos matemáticos necessários para entender determinada situação O aluno vai chegar num momento e dizer: daqui eu não consigo ir. O professor irá mostrar que para resolver essa situação, ele vai precisar dessa ferramenta matemática	USg19E3 – O aluno que está na educação básica ainda não estudou alguns conceitos matemáticos para entender determinada situação USg20E3 – O professor irá mostrar ao aluno a ferramenta matemática que ele precisa para resolver a situação
US12E3 - Essa ferramenta matemática ela tem essas e essas características, ela é definida dessa maneira, ela tem essas propriedades matemáticas. Têm alguns teoremas que podem ser inseridos aí, se for o caso, para mostrar que existe todo um campo de conhecimento matemático que ele precisa saber e aí vem também a questão da intensidade né. Até onde eu vou com esse menino para poder fazer dessa ferramenta, uma ferramenta que sirva para ele compreender esse fenômeno que ele esteja estudando [...].	(Ao apresentar a ferramenta matemática) o professor fala das suas características e diz como são definidas as propriedades e os teoremas. Para mostrar que existe todo um campo de conhecimento matemático que o aluno precisa saber. Ferramenta: “Qualquer instrumento necessário à prática profissional; meio para alcançar um fim” (HOUAISS, 2017, s.p). Precisa ver a questão da intensidade. Até onde eu vou com o aluno para que ele faça dessa ferramenta algo que sirva para ele compreender o fenômeno	USg21E3 – O professor apresenta as características da ferramenta matemática que o aluno irá precisar
US13E3 - Eu acho que sim. Eu acho que sim [quando perguntando se o trabalho com a MM fica restrito aos conteúdos da escola]. Quando você fala da visão ampla que a gente tem da Modelagem, a gente entende visão ampla em relação à	Diz que a MM fica restrita aos conteúdos da escola. A Modelagem é uma maneira de trabalhar a Matemática em sala de aula	USg22E3 – O trabalho com MM (em sala de aula) fica restrito aos conteúdos da escola USg24E3 – A MM como uma maneira de trabalhar a Matemática em sala de aula

Modelagem é que ela é uma maneira de você trabalhar a Matemática em sala de aula.	* Não menciona o trabalho com MM na Matemática Aplicada	
US14E3 - Ela amplia as possibilidades de você, vamos dizer, [...] ter a liberdade e autonomia de trabalhar [...] a sala de aula com algum contexto né. Mas eu não vejo que usando Modelagem Matemática há uma produção de conhecimento novo de Matemática, há uma produção de conhecimento novo sobre o mundo, isso sim! Porque ela abre esse leque de possibilidades de você tratar de assuntos que não estejam relacionados, diretamente, com o campo da Matemática né.	A MM amplia as possibilidades de o professore ter a liberdade e autonomia de trabalhar em sala de aula com algum contexto Não vê que usando a MM há uma produção de conhecimento novo de Matemática. Há uma produção de conhecimento novo sobre o mundo * Talvez essa afirmação se dê porque na fala do sujeito ele explicita que o trabalho com a MM na Educação Básica fica limitado ao conteúdo escolar. A MM abre um leque de possibilidades de tratar assuntos que não estejam relacionados diretamente com a Matemática	USg25E3 – Autonomia e liberdade para trabalhar a sala de aula com algum contexto USg26E3 – Ao usar a MM não há a produção de um conhecimento novo de Matemática, há a produção de conhecimento novo sobre o mundo USg27E3 – O trabalho com MM engloba assuntos que não estão relacionados com a Matemática
US15E3 - Como eu te disse, nós vamos buscar essa multiplicidade de [...] de campos e aí o campo está aberto. Então vou discutir sobre gênero (ruídos) [...] então eu parto do pressuposto que vou discutir sobre gênero. Como que a Matemática me ajuda a entender essa questão de gênero? Quais os conteúdos matemáticos que eu vou ter que aprender para poder fazer desse assunto, um assunto mais compreensível? Porque eu posso discutir gênero sobre o ponto de vista de sexualidade, do ponto de vista de [...] psicológico, do ponto de vista de várias coisas, de campo de trabalho [...]. Mas e se eu quiser quantificar pra ter uma visão mais panorâmica desse assunto?! [...] Vamos fazer uma, vamos fazer uma estatística dos salários de homens e mulheres de cada [...], de chefias nas empresas	(Em sua fala, explicita como seria o trabalho com assuntos que não estão relacionados com a MM) Ao partir do pressuposto de que o trabalho será sobre gênero, questiona: Como a Matemática ajuda a entender essa questão? Quais conteúdos matemáticos terei que aprender para poder falar desse assunto?	USg28E3 – No trabalho com a MM questiona-se: Como a Matemática me ajuda a entender esse assunto?
US16E3 - Bom, eu posso chegar à conclusão que as mulheres ganham menos, mas eu só consigo chegar a essa conclusão se eu quantificar quanto que elas ganham e comparar com os homens [...], na mesma posição de uma empresa, por exemplo. A partir disso eu tenho um conhecimento novo, eu não	Ao citar outro exemplo, menciona que, ao quantificar, pode chegar à conclusão de que as mulheres ganham menos do que os homens e ocupam a mesma posição em uma empresa. Diz que a partir disso não tem um conhecimento novo de	USg29E3 - Não há um conhecimento novo de Matemática. Há um conhecimento novo sobre o assunto tratado

tenho um conhecimento de Matemática, eu tenho um conhecimento de que as mulheres ganham menos do que os homens nas grandes empresas quando ocupam cargos semelhantes.	Matemática, tem um conhecimento novo sobre o assunto tratado	
US17E3 - Isso significa eu compreender que existe uma questão de misoginia nessa história toda, que só a Matemática me permitiu dar essa conclusão porque eu consegui quantificar através de uma ferramenta matemática e uma ferramenta matemática da escola. Eu não construí uma ferramenta nova [...], a Estatística está lá, eu calculei a média, eu calculei a amostra, o desvio padrão, sei lá [...], o que eu precisei para aquilo.	A ferramenta matemática da escola permitiu chegar a essa conclusão (sobre o assunto tratado). Diz que não construiu uma ferramenta matemática nova. A Estatística está lá, eu calculei o que precisei para aquilo (para compreender o fenômeno)	USg30E3 – Não construiu uma nova ferramenta matemática. Usou a Estatística que já estava lá para entender o fenômeno
US18E3 - Então quando a gente fala que amplia esse campo de conhecimento, não é que amplia o campo de conhecimento da Matemática, amplia o conhecimento do mundo. Por isso que eu não acho que isso seja apenas uma metodologia e sim uma concepção de educar matematicamente os nossos alunos.	Ao falar (que a MM) amplia esse campo de conhecimento, ela não amplia o conhecimento da Matemática. Ela amplia o conhecimento do mundo A MM não é apenas uma metodologia. É uma concepção de educar matematicamente	USg31E3 – A MM amplia o conhecimento de mundo e não da Matemática USg32E3 – A MM é uma concepção de educar matematicamente

Análise Ideográfica da Entrevista 4

US (Unidades de Sentido entrevistado 4)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E4 - O que eu gosto de Modelagem é poder fazer acontecer a Matemática	Afirma que o que gosta na Modelagem é de poder fazer acontecer a Matemática	USg1E4 – Modelagem como um poder fazer Matemática
US2E4 - Essa parte de fazer Modelagem foi um negócio que surgiu mais ou menos sem querer, em Guarapuava. [...] Então quando você tem uma classe heterogênea assim não existe uma média; ensinar na média, ensinar metade [...] Se dar uma negócio muito fraco os professores vão achar ruim porque eles já sabem, muito forte os alunos não vão saber e média não serve para nenhum dos dois. Então é quase que impossível você trabalhar com Matemática clássica [...] ou método clássico numa turma heterogênea. E foi aí que surgiu a ideia de construir	*O professor fala de um curso para professores ministrado na cidade de Guarapuava Diz que fazer Modelagem surgiu mais ou menos sem querer. Menciona que em uma classe heterogênea é quase impossível trabalhar com Matemática clássica, porque ao propor algo muito fraco, os professores vão achar ruim, porque eles já sabem; muito forte os alunos não vão saber e média não serve para nenhum dos dois. Foi nesse contexto que surgiu a ideia de construir Matemática, porque	USg2E4 – Num curso para professores surgiu a ideia de construir Matemática, mas, na época, ninguém chamava de Modelagem

Matemática, porque construir Matemática não tem idade, não tem formação, você pode ir fazendo as coisas. E na construção da Matemática a ideia foi fazer e [...] ninguém chamava de Modelagem na época.	construir Matemática não tem idade e nem formação, você pode ir fazendo as coisas. Ninguém chamava de Modelagem na época * O professor foi um dos precursores de MM no Brasil. Nesse trecho, ele fala do primeiro curso no qual ele e outros professores trabalharam com Modelagem	
US3E4 - Não sei assim. Praticamente surgiu assim, mas a ideia era ver na cidade o que que tinha de interessante na cidade que era Guarapuava e, portanto, pequeninha, o que podia tirar Matemática disso, ou seja tirar Matemática da cidade. [...] Aí isso motivou os quarenta alunos, acho que eram quarenta alunos [...], aí fomos visitar fábrica de papel, fomos visitar criação de peixe. Ia todo mundo visitar as coisas [...]. A fábrica de papel foi muito interessante [...] então fizemos a modelagem da fabricação de papel [...].	*Ainda falando sobre o curso A ideia era <i>tirar</i> Matemática da cidade. Isso motivou os alunos e eles foram visitar fábrica de papel e criação de peixes. Fizeram a Modelagem da fabricação de papel	USg3E4 – Buscava, no curso de especialização, tirar Matemática da cidade USg4E4 – Tirar Matemática da cidade motivou os alunos
US4E4 - [...] E aí surgiu um problema, problema interessante, que foi o seguinte: Se ao invés de eu jogar todo o bactericida a cada oito horas, se eu deixar lá pingando, a mesma quantidade, vou gastar a mesma quantidade de oito horas, mas pingando e não jogando tudo de uma vez, qual é a diferença da quantidade de bactérias que teria? [...] Parece um problema bobo, não é?! [...] A gente resolveu o problema [...], progressão geométrica. A Matemática que foi usada nisso aí foi progressão geométrica, soma de progressão. Coisas desse tipo assim deu para resolver o problema.	Fala do problema que surgiu ao visitarem a fábrica de papel e a Matemática usada para resolvê-lo foi a progressão geométrica, soma de progressão	USg5E4 – Ao visitarem a fábrica de papel surgiu um problema que foi resolvido com progressão geométrica e soma de progressão
US5E4 - Mas esse mesmo problema, depois pensando melhor, é equivalente a fazer um controle de câncer, por exemplo. Como que você controla o câncer? A cada vinte dias você faz uma [...] aplicação que eles fazem né, vários remédios e tal.	Menciona que o problema da fábrica de papel é equivalente a fazer um controle de câncer. No problema da fábrica de papel, você quer acabar com as bactérias, já no problema do	USg6E4 – O processo para resolver problemas em contextos diferentes é o mesmo. Então a Matemática deve ser a mesma ou parecida

É parecido: lá você quer acabar com bactérias, aqui você quer acabar com as células cancerígenas. O processo é o mesmo, então a Matemática deve ser a mesma ou parecida né?!	câncer você quer acabar com as células cancerígenas. Diz que o processo é o mesmo, então a Matemática deve ser a mesma ou parecida	
US6E4 - Então a palavra análogo é fundamental em Modelagem: coisa que é parecida com outra, a Matemática é parecida. Ou seja, não é que para cada problema você tem que usar uma Matemática diferente. Às vezes a mesma Matemática serve para um monte de problema que são análogos.	Diz que a palavra <i>análogo</i> é fundamental em Modelagem. Análogo: “referente a analogia”. Analogia: “relação ou semelhança entre coisas ou fatos” (HOUAISS, 2017, s.p). Não é para cada problema que você tem que usar uma Matemática diferente. Em alguns casos a mesma Matemática serve para problemas que são análogos	USg7E4 – A palavra <i>análogo</i> é fundamental em MM USg8E4 – Para problemas análogos, pode-se usar a mesma Matemática
US7E4 - Você adapta, óbvio! É simplesmente [...] isso que você chama de ajuste são as equações dos parâmetros [...] que são diferenciados. Obviamente o parâmetro de crescimento de câncer é diferente do crescimento de bactéria. São dois bichos diferentes que estão ali. [...] Então esses ajustes são as variáveis que você tem como parâmetro nas equações. Não as equações [...], as equações são as mesmas [...]. Então a regra da Modelagem [...], principal para fazer Modelagem é a analogia.	Menciona que obviamente você faz adaptações, pois o parâmetro de crescimento do câncer é diferente do crescimento da bactéria. Esses ajustes são as variáveis que você tem como parâmetro nas equações. As equações são as mesmas A regra principal para fazer Modelagem é a analogia	USg9E4 – Mesmo os problemas sendo análogos é preciso fazer adaptações USg10E4 – A regra principal para fazer Modelagem é a analogia
US8E4 - Por isso tem que estudar as coisas conhecidas, para ver o que você pode tirar em benefício disso e o que é fundamental quando você faz uma Modelagem é o tipo de Matemática que você usa mais. Isso é muito legal para ensino, porque existe algumas Matemáticas que você nunca usa. Ela é menos importante que outra? Claro que na prática é, mas não [...] como Matemática não.	Ao falar do ensino, diz que quando você faz Modelagem tem uma Matemática que você usa mais. Existem algumas Matemáticas que você nunca usa. Na prática elas são menos importantes. Mas como Matemática não.	USg11E4 – Ao fazer Modelagem no ensino tem uma Matemática que é mais usada
US9E4 - Mas o professor quando ele vai ensinar, ele dá como a mesma ênfase uma teoria ou outra teoria se ele não souber onde vai aplicar aquilo lá. Quando ele sabe que existe uma aplicação por trás que é interessante, ele dá muito mais ênfase naquilo que ele quer	Quando o professor sabe que existe uma aplicação, ele dá ênfase naquilo que ele quer ensinar. Existem Matemáticas que são mais úteis do que outras Matemáticas, por exemplo: exponencial, logaritmo, equação	USg12E4 – Há Matemáticas mais úteis que outras, do ponto de vista de aplicação, que aparecerem em vários problemas. USg13E4 - Há matemáticas que têm um nível mais elevado, como equações diferenciais. Ao

ensinar Matemática. Então existem matemáticas que são mais úteis do que outras matemáticas [...]. Vou citar algumas: exponencial, logaritmo, equação da reta, proporção [...], são coisas que aparecem em tudo quanto é problema. Se aparece em tudo quanto é lugar, são mais importantes do ponto de vista de aplicação [...]. Um pouco mais elevado que aparece com muita frequência é equações diferenciais. Por que equações diferenciais? Porque uma equação diferencial estuda variações e através da variação presente você vai fazer uma inferência sobre o futuro.	da reta, proporção. São coisas que aparecem em vários problemas. Se aparece em vários lugares, são mais importantes do ponto de vista de aplicação Um pouco mais elevado que aparece com muita frequência são as equações diferenciais. Porque equação diferencial estuda variações e com ela você vai fazer inferência sobre o futuro	ensiná-la, precisa saber qual o uso.
US10E4 - É para isso que o modelo serve. O modelo serve para você explicar o presente e fazer uma projeção do que vai acontecer no futuro [...]. Então o modelo matemático é pra isso. Se você tem uma descrição de todo o fenômeno, você não precisa fazer matemática nenhuma. Se você já sabe tudo o que vai acontecer, para que fazer matemática? Só para justificar que aquilo que você fez está certo? Bom, pode ser também [...]. Mas isso é uma outra coisa [...]	Modelo serve para explicar o presente e fazer uma projeção do que vai acontecer no futuro Se você tem uma descrição de todo fenômeno, você não precisa fazer matemática nenhuma. Se já sabe o que vai acontecer, para que fazer matemática? *Quando fala de fazer Matemática. Está falando de Modelagem Matemática	USg14E4 – Modelo matemático serve para explicar o presente e fazer uma projeção sobre o futuro USg15E4 – Não precisa fazer Modelagem Matemática se há uma descrição de todo o fenômeno
US11E4 - Porque quando você estuda problema da natureza, qualquer um [...], você sempre chega à conclusão de que a natureza está certa do ponto de vista matemático. O que significa isso? Significa que existe uma otimização das coisas e a natureza se encarrega, ao longo do tempo, de fazer é [...] de gastar a menor energia [...] obtendo o maior lucro; do ponto de vista da natureza, viu?! Então gastar pouca energia para ter o máximo rendimento. É o mínimo de energia com o máximo de rendimento [...]. Tudo o que você quer analisar na natureza, se você tiver isso como consciência, você já sabe como é o modelo que você vai fazer para você entender a natureza [...] é impressionante.	Ao falar de problemas da natureza, afirma que ela está certa do ponto de vista matemático. O que significa que existe uma otimização das coisas e a natureza se encarrega, ao longo do tempo, de gastar menos energia e obter o maior lucro. Menciona ainda que tudo o que quer analisar na natureza, se você tiver isso como consciência, você já sabe como é o modelo que vai fazer para entender a natureza	USg16E4 – Os problemas da natureza apresentam características semelhantes. Diante disso, sabe-se como será o modelo que será feito para entender a natureza

US12E4 - Então quando você vai fazer a Biomatemática [...] quando você vai traduzir fenômenos da Biologia do ponto de vista da Matemática, você [vê] que essencialmente acontece coisas desse tipo [...]. E o que se procura fazer, então, é sempre usar esse [...] esse critério da natureza: o mínimo esforço e o máximo rendimento.	Diz que quando vai fazer Biomatemática, isto é, traduzir fenômenos da Biologia do ponto de vista da Matemática, você procura usar esse critério da natureza: o mínimo esforço e o máximo rendimento. Biomatemática: “matemática aplicada à biologia, à medicina ou às ciências humanas” (HOUAISS, 2017, s.p).	USg17E4 – Ao fazer Biomatemática, procura-se usar o critério da natureza: mínimo esforço e o máximo rendimento
US13E4 - Então, por exemplo, um tratamento quimioterápico ele prejudica muito o organismo, ele mata as células, mas em compensação mata as células normais também [...]. Então após uma seção, você fica de três a quatro dias se recuperando daquilo lá [...]. Então o que você deve ter num tratamento quimioterápico? [...] Usar a menor quantidade possível de terapia para ter o máximo rendimento: matar a maior quantidade possível de células cancerígenas. Você não pode jogar tudo de uma vez, senão você mata o <i>cara</i> de overdose. Quando você vai tomar um antibiótico é a mesma coisa. Por que você toma um antibiótico a cada oito horas? Se eu tomasse de quatro em quatro, não seria melhor? Bom, aí o seu corpo não aguenta, ele tem uma overdose. Então você tem que ter sempre esse negócio: o máximo rendimento e o mínimo esforço. Isso funciona do ponto de vista de matemática [...], são palavras-chave da matemática: máximo e mínimo e aí você tem as duas coisas ao mesmo tempo: máximo de um lado e mínimo de outro.	Fala de como é o tratamento quimioterápico e diz que o que se quer nesse tratamento é usar a menor quantidade possível de terapia para ter o máximo rendimento: matar a maior quantidade possível de células cancerígenas. Menciona que isso funciona do ponto de vista de matemática e que máximo e mínimo são palavras-chave da matemática	USg18E4 – Máximo e mínimo são palavras-chave da matemática a serem perseguidas no modelo matemático
US14E4 - Então não é que isso aí é [...] faz a matemática ficar mais simples, mas você tem uma direção para você seguir, porque a natureza se baseia nesse princípio: da <i>otimalidade</i>, tudo é feito para ser o mais ótimo possível. É gozado isso [...], se começar a examinar a natureza é muito lindo. Você vê, por exemplo, um raminho de folha [...], pega uma árvore qualquer e pega as folhas e vê a disposição	Diz que isso (o modo de ver os problemas da natureza) não faz a Matemática ficar mais simples. Mas faz com que você tenha uma direção a seguir, porque a natureza se baseia no princípio da <i>otimalidade</i>: para que tudo seja o mais ótimo possível Diz que a disposição das folhas no ramo segue a sequência de Fibonacci. Para receber a maior	USg19E4 – A natureza baseia-se no princípio da <i>otimalidade</i>: para que tudo seja o mais ótimo possível

dessas folhas no ramo. Elas têm [...] elas seguem a sequência de Fibonacci. Por que isso? Para receber a maior quantidade de luz no menor galho: pra ter o menor esforço possível e receber a maior energia. É assim que funciona.	quantidade de luz no menor galho * Na matemática, a Sucessão de Fibonacci (também Sequência de Fibonacci), é uma sequência de números inteiros, começando normalmente por 0 e 1, na qual, cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. A sequência recebeu o nome do matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido por Fibonacci, que descreveu, no ano de 1202, o crescimento de uma população de coelhos, a partir desta.	
US15E4 - Por isso que a Modelagem é interessante, porque a Matemática em si é chata: fazer contas, fazer não sei o que [...], precisa motivar o cara que aquilo que você está fazendo é interessante é muito difícil. Ainda mais hoje em dia que o cara [...] quer o conhecimento muito mais rápido. Então, para que serve a Matemática? Então se a gente continuar ensinando no processo clássico, a gente vai cada vez mais perdendo mais gente que gosta da Matemática. Quando você ensina Matemática usando esses processos de pegar coisas da natureza e entender a natureza com [...] com modelinho qualquer [...] cria aquele ambiente de cultura e todo o sentido da Matemática ligada com outras áreas do conhecimento	Diz que a Modelagem é interessante porque motiva o aluno que está fazendo. Menciona que se continuar ensinando no processo clássico, cada vez mais a gente vai perdendo quem gosta de Matemática Quando ensina usando os processos de pegar coisas da natureza com qualquer modelinho, cria-se um ambiente de cultura e o sentido da Matemática ligada a outras áreas do conhecimento	USg20E4 – Modelagem motiva o aluno USg21E4 – Ensinar usando coisas da natureza, com modelo matemático, cria um ambiente de cultura e liga a Matemática à outras áreas do conhecimento
US16E4 - Chegar num modelo que possa fazer uma previsão das coisas e entender o processo [...]. O objetivo da Modelagem é você ter um modelo, óbvio. E para o que serve o modelo? Para você fazer previsão e mudar o tratamento, fazer interferências.	O objetivo da Modelagem é chegar a um modelo. Modelo serve para fazer previsão e mudar o tratamento, fazer interferências	USg22E4 – O objetivo da Modelagem é chegar em um modelo USg23E4 – O objetivo do modelo é fazer previsão, mudar o tratamento e fazer interferências
US17E4 - Por exemplo, entre a parte de controle de câncer e de pesca é a mesma Matemática. Então existe uma analogia entre as duas coisas. O mesmo tipo de Matemática que foi usado para um, foi usado para o outro. Não é o mesmo modelo. Por exemplo, nessas duas teses foram utilizadas teoria Fuzzy,	Diz que a parte de controle de câncer e de pesca é a mesma Matemática. Existe uma analogia entre as coisas. O mesmo tipo de Matemática usado para um, foi usado para o outro. Nas duas teses foram utilizadas teoria Fuzzy	USg24E4 – Há uma analogia entre as coisas. Foi usado o mesmo tipo de Matemática para dois problemas distintos, com modelos diferentes.

equações diferenciais, estabilidade	A teoria dos conjuntos fuzzy vem se desenvolvendo, ganhando espaço e está sendo usada como ferramenta para a formulação de modelos nos vários campos das ciências. Esta teoria foi introduzida em 1965 pelo matemático Lotfi Asker Zadeh, com a intenção de dar um tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos como: “aproximadamente”, “em torno de”, dentre outros (SOUZA, 2010, p. 2).	
US18E4 - Essa analogia da Matemática é o motor da Modelagem: tem comparação com as outras coisas. Eu estou exagerando um pouco, mas [...] é o principal. Você vai fazer um negócio e você não sabe absolutamente nada sobre ele: não faz nada. Você tem que ter alguma [...] algum v_0, algum empurrão de alguma coisa já feita. Não só do ponto de vista matemático, mas da própria situação que você está analisando [...] você tem que ter um start.	A analogia da Matemática é o principal da Modelagem. Se você vai fazer um negócio e não sabe nada sobre ele: você não faz nada. Tem que ter algum empurrão de alguma coisa já feita Esse empurrão não é só do ponto de vista matemático, mas da própria situação que está analisando. Tem que ter um start	USg25E4 – A analogia da Matemática é o principal na Modelagem USg26E4 – Ao trabalhar com uma situação, você tem que ter um start do ponto de vista matemático e da própria situação
US19E4 - Como que é o modelo para fazer a célula crescer. Então têm vários tipos de modelo; cada um inventa um modelo, mas todos tem mais ou menos a mesma cara, tá certo?! Por quê? Porque você sabe que biologicamente ela não pode ultrapassar o seu corpo; porque o seu corpo pode ser um tumor inteiro, mas não pode ser maior do que isso. Então ela é crescente e limitada [...]. Na Matemática, na Análise, toda função crescente e limitada é convergente. Então ela converge aqui, com esse limite superior que é o ponto de estabilidade do tumor. Porque o tumor cresce até um tamanho, depois ele não pode crescer mais; ou mata o indivíduo ou faz alguma coisa [...]. Então quando você vai tratar de um crescimento populacional [...], você sabe já de antemão que ela é limitada. Então a primeira coisa para você fazer o modelo é achar quem que	Diz que têm vários tipos de modelo para a célula crescer, mas todos tem mais ou menos a mesma cara. Isso porque você sabe que biologicamente ela não pode ultrapassar o seu corpo; porque o seu corpo pode ser um tumor inteiro, mas não pode ser maior do que isso. A primeira coisa para você fazer o modelo é achar o limite superior ...é a limitação dela.	USg27E4 – Há vários modelos que descrevem o crescimento de uma célula, mas eles apresentam semelhanças

é a limitação dela, essa constante aqui [...].		
US20E4 - Por isso da analogia que estou falando. Então o fato de ser limitada [...], se eu souber quem é o limite já me facilita para achar o modelo [...]. Outra coisa que é interessante na Modelagem é esse ponto aqui, que é o ponto chamado de inflexão [...]. Ponto de inflexão é onde a curva muda a concavidade dela [...]. Isso do ponto de vista matemático significa que no mesmo lugar ela tem a maior variação possível [...], o que é máximo [...], aqui é a derivada dela, [...] é onde ela muda [...], se transforma mais rápido. Se você vai trabalhar com a dinâmica da população de uma cidade, esse ponto aqui é onde a cidade progrediu mais rápido em menos tempo [...]. Se você sabe quem é esse ponto, sabe quem é esse [...], você sabe fazer o modelo matemático. Então são pontos chave da Modelagem, entendeu?!	Fala novamente da analogia Além de saber quem é o limite é interessante, na Modelagem, saber quem é o ponto de inflexão. Ponto de inflexão é onde a curva muda a concavidade Ao trabalhar com a dinâmica da população de uma cidade, esse ponto é onde a cidade progrediu mais rápido em menos tempo. Se você sabe quem é esse ponto, você sabe fazer o modelo matemático.	USg28E4 – Há alguns pontos que são chave no trabalho com a Modelagem, que ao conhecê-los você sabe fazer o modelo matemático
US21E4 - Eu estou mostrando aqui, para mostrar para você que fazer modelagem não é nada do outro mundo, os modelos são muito parecidos. Então o que a gente precisa?! De analogia. [...] Então na modelagem a analogia é fundamental nas coisas. Você vê que tudo o que você mexe tem coisas parecidas [...] Então as curvas são mais ou menos parecidas. [...]	Diz que fazer modelagem não é nada do outro mundo. Os modelos são muito parecidos. O que a gente faz é analogia. Em tudo o que você mexe há coisas parecidas e as curvas são mais ou menos parecidas	USg29E4 – Na Modelagem, a analogia é fundamental. Os modelos são muito parecidos
US22E4 - Já. E daí você tem que criar. Você cria a matemática para aquilo. Isso que é legal. Vou te contar uma matemática criada [...]. Se você estiver trabalhando naquele negócio do câncer, por exemplo. Você faz o primeiro tratamento você tem uma curva aqui, o segundo tratamento [...], suponha que mate na mesma proporção que está. Estou fazendo umas hipóteses bem surrealistas, não é bem assim que funciona, mas tudo bem. Aí você vai ver que esses valores aqui vão diminuindo [...]. Essa tese que a gente orientou, a gente supôs que o tratamento pode curar. Sabe quantas curas tem	(Ao ser perguntado se já teve que trabalhar com alguma situação que não foi possível fazer analogia, o professor responde que sim) Menciona que daí precisa criar a Matemática para aquilo. Ao falar de uma tese que orientou, disse inventaram um ponto de equilíbrio chamado limiar noético (O professor fala de um livro de Dan Brown para explicitar o termo limiar noético)	USg30E4 – Quando não é possível fazer analogia, é preciso criar a Matemática para a situação

um tratamento? 3%. Então para que é que serve? Para prolongar a vida [...]. Dependendo do tipo de câncer, claro. Mas aqui, por exemplo, tem um ponto de equilíbrio que a gente inventou [...] que é chamado limiar noético	Mas essa loucura do livro, a gente transformou em matemática, que você quando tem uma doença qualquer [...], qualquer que seja a doença, o próprio corpo se encarrega de te salvar [...]. Existe a autocura. Não é uma mágica não. É uma [...] inclusive, existe agora uma ciência chamada ciência noética que é encarregada de desenvolver no indivíduo essas características, para ele se curar da maior parte das coisas sem precisar tomar remédio, porque o corpo produz os medicamentos para qualquer doença dele [...]. Então a ideia é a seguinte: se você tiver um câncer que abaixa para baixo dessa linha limitante aí, o próprio corpo se encarrega de diminuir. E como eu disse para você, basta ter um câncer qualquer que ele vai crescer. Então você não vai curar nunca [...], a não ser que o próprio corpo se encarregue de liquidar com ele.	
US23E4 - Então a ideia de fazer modelagem depende da [...] do ambiente em que você está. Se você está num ambiente de primeiro grau, de segundo grau, eu não vou usar nada disso, óbvio [aponta para o quadro], tem que fazer uma matemática que seja coerente. Mas quando você não sabe o que fazer [...], você conta e mede [...]. Conta e mede. Nisso você tem uma tabela. Tendo uma tabela você tem um ajuste daquelas curvas.	A ideia de fazer Modelagem depende do ambiente em que você está. Tem que fazer uma Matemática que seja coerente com o nível de ensino. Menciona que quando você não sabe o que fazer, você conta e mede. Nisso, você já tem uma tabela. Com uma tabela, você tem um ajuste de curvas	USg31E4 – O fazer Modelagem depende do ambiente em que está. A Matemática tem que ser coerente com o nível de ensino USg32E4 – Se não sabe o que fazer, pode contar e medir. Com isso tem uma tabela e um ajuste de curvas
US24E4 - A Modelagem significa o seguinte: você tem uma coisa e você tem um objetivo. O seu objetivo é o quê? Você vai medir peixe? Você vai medir para quê? Quer dizer, a Modelagem tem que ter um modelo que vai fazer previsão. Não é só contagem, né. [...] O processo é de Modelagem, não chega em um modelo, mas o processo em si é de Modelagem. [...] Mas depois que o <i>cara</i> está motivado, você não precisa ficar fazendo um probleminha para cada situação [...].	A Modelagem tem que ter um modelo que vai fazer previsão. Não é só contagem O processo é de Modelagem (ao falar de Modelagem no ensino), mas não chega num modelo, mas o processo é de Modelagem Diz que depois que o aluno está motivado, não precisa fazer um problema para cada situação	USg33E4 – A Modelagem não é só contagem. Nela tem que ter um modelo que vai fazer previsão USg34E4 – Depois de motivar o aluno, não precisa fazer um problema para cada situação

US25E4 - É claro que quanto mais matemática você sabe, melhores são os modelos que você faz. Quando você sabe pouco, você vai começando do zero.	Quanto mais Matemática você sabe, melhores são os modelos. Quando sabe pouco, você vai começando do zero	USg35E4 – Quanto mais Matemática você sabe, melhores são os modelos
--	--	---

Análise Ideográfica da Entrevista 5

US (Unidades de Sentido entrevistado 5)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E5 - eu tomei contato com Modelagem Matemática numa palestra da Salett em Salvador. Aí quando eu vi aquilo eu falei assim: Nossa! Olha! Pode ser um caminho para convidar os alunos para se interessarem por Matemática, etc. Então esse foi meu primeiro contato e a minha identificação foi um pouco isso: pensando, na época, numa outra forma de trabalhar Matemática com os alunos.	O primeiro contato com a Modelagem foi numa palestra da professora Maria Salett Biembengut Maria Salett Biembengut: Pesquisadora da área da Modelagem Matemática Viu o que foi apresentado na palestra como um caminho para convidar os alunos a se interessarem por Matemática A identificação com a Modelagem foi pensando, na época, em outra forma de trabalhar Matemática com os alunos	USg1E5 – A Modelagem como um caminho para convidar os alunos a se interessarem por Matemática e uma outra forma de trabalhar Matemática com os alunos
US2E5 - Então é aquela compreensão [...], então quando eu constituí aquela compreensão foram fundamentais os insights do Ole Skovsmose [...]. Foi aquela época que o Ole esteve, em Rio Claro como visitante, trabalhando aquela ideia de ambientes de aprendizagem [...]. Eu fiz a tradução daquele texto “Cenários para Investigação” para o Bolema e quando eu li, aquilo ali preencheu uma série de interrogações, que me ajudou bastante a elaborar a ideia de Modelagem como um ambiente de aprendizagem com certas características.	Diz que quando constituiu a sua compreensão de Modelagem, foram fundamentais os insights do Ole Skovsmose sobre a ideia de ambiente de aprendizagem Ole Skovsmose: pesquisador da Educação matemática Fez a tradução do texto Cenários para Investigação, e ele o ajudou a elaborar a ideia de Modelagem como um ambiente de aprendizagem com certas características Texto publicado na revista Bolema no ano de 2000.	USg2E5 – Os insights de Ole Skovsmose sobre ambientes de aprendizagem foram fundamentais para elaborar a ideia de MM como um ambiente de aprendizagem com certas características
US3E5 - eu continuo associando a Modelagem Matemática a duas características: o fato de a situação ser um problema para os alunos, ou seja eles não terem esquemas prévios e o contexto ser um contexto do dia a dia, das ciências ou do mundo do trabalho fora da disciplina matemática. Esses são os dois critérios que eu uso para	Diz que associa a Modelagem Matemática a duas características: 1) o fato de a situação ser um problema para os alunos, de modo que eles não tenham esquemas prévios e 2) o contexto ser um contexto do dia a dia, das ciências ou do mundo do trabalho fora da disciplina matemática	USg3E5 – Modelagem associada a duas características: A situação investigada ser um problema para os alunos e o contexto ser do dia a dia, das ciências ou do mundo de trabalho fora da disciplina de Matemática

distinguir Modelagem de outros ambientes.		
US4E5 - Na minha visão, o fundamental é que ocorra a discussão sobre a relação entre a simplificação realizada, ou seja, o levantamento de hipóteses, a escolha de variáveis, o modelo e os usos que se faz desse modelo. É o que eu chamaria de discussões reflexivas.	Na visão do professor, é fundamental que ocorra a discussão entre a relação da simplificação realizada (levantamento de hipóteses, escolha de variáveis, modelo) e o uso que se faz desse modelo.	USg4E5 – Fundamental que ocorra a discussão entre a simplificação realizada e o uso que se faz do modelo
US5E5 - mas para isso acontecer, é necessário que a situação apresentada aos estudantes não seja estruturada, porque se a situação for estruturada [ruídos], as hipóteses enunciadas, provavelmente, se não tiver nenhum erro de matemática, todo mundo vai chegar na mesma resposta. Mas se a situação, ela é [...] os alunos têm que levantar hipóteses, escolher variáveis, realizar simplificação, os alunos vão produzir modelos diferentes para a mesma situação e isso [ruídos], porque os modelos são diferentes. E ao levantar essa discussão tem que se revisitar a forma como os modelos foram construídos [...]. Para que os alunos tenham chance de associar o processo de construção dos modelos com os modelos e como eles [ruídos]. Então, isso que é fundamental.	Diz que é necessário que a situação apresentada aos alunos não seja estruturada. Se a situação for estruturada, todo mundo vai chegar na mesma resposta. Se os alunos tiverem que levantar hipóteses, escolher variáveis, realizar simplificação, eles produzirão modelos diferentes para a mesma situação Ao levantar essa discussão (dos modelos diferentes) tem que revisitar a forma como os modelos foram construídos	USg5E5 – Propõe que a situação apresentada aos alunos não seja estruturada USg6E5 – Ao levantarem hipóteses, escolherem variáveis, realizarem simplificações, os alunos produzirão modelos distintos para a mesma situação
US6E5 - A Matemática aí ela aparece como um meio, não como um fim, para algo que é para além da disciplina de Matemática. É uma oportunidade de discutir como Matemática subsidia os debates públicos, debates sociais. Isso que, ao meu ver, é fundamental, isso que diferencia [...] uma certa perspectiva que eu chamaria de sociocrítica de outras que [...] colocam a Matemática como fim, como por exemplo, é muito comum, as pessoas usarem Modelagem Matemática para [...], entre aspas, descobrir a Matemática que há nas coisas, como se a Matemática estivesse escondida nas coisas, como se o mundo tivesse uma estrutura Matemática e nós vamos lá modelar o mundo [...].	Diz que: para algo que está além da disciplina de Matemática, a Matemática aparece como um meio e não como um fim. Uma oportunidade de discutir como a Matemática subsidia os debates públicos e sociais. Isso é o que diferencia uma perspectiva sociocrítica de outras que colocam a Matemática como fim em si. É comum usarem a Modelagem Matemática para descobrir a Matemática que há nas coisas. Como se a Matemática estivesse escondida, como se o mundo tivesse uma estrutura matemática e nós vamos modelar o mundo	USg7E5 – No trabalho com algo que vai além da disciplina de Matemática, ela aparece como um meio e não como um fim USg8E5 – O que diferencia uma perspectiva sociocrítica e de uma que coloca a Matemática como fim é a oportunidade de discutir como a Matemática subsidia os debates públicos e sociais USg9E5 – É comum usarem a MM para descobrir a Matemática que há nas coisas, como se a Matemática estivesse escondida

	* Aqui parece haver uma crítica à MM na perspectiva da Matemática Aplicada	
US7E5 - O que diferencia essa visão [...]. Alguns colegas na comunidade de Modelagem têm essa visão assim: matematizar as coisas, matematizar o mundo, mas como se pudesse extrair a Matemática das coisas, como se não fôssemos nós que organizamos o mundo com lentes matemáticas.	Diz que alguns colegas da comunidade de MM têm a visão de matematizar as coisas, matematizar o mundo. Como se pudesse extrair a Matemática das coisas, como se não fosse a gente que organizasse o mundo com lentes matemáticas	USg10E5 – Faz uma crítica àqueles que tem a visão, na comunidade de MM, sobre matematizar as coisas, matematizar o mundo
US8E5 - Então, eu vou definir modelo matemático como qualquer representação matemática da situação. Qualquer representação matemática significa que utilize, em alguma medida, ideias matemáticas, símbolos matemáticos, notação matemática. Então significa que o modelo, diferentemente, por exemplo, do que na Modelagem Aplicada, ele não, necessariamente, precisa ter aquela capacidade de predição [...]. Por exemplo, se os alunos do sexto ano, fazem um “bucado” de contas, isoladas assim, mas que refere àquela situação, eu chamo isso de modelo, modelo matemático.	Define modelo matemático como qualquer representação matemática da situação Essa representação deve utilizar: ideias matemáticas, símbolos matemáticos, notação matemática Diferentemente do que significa modelo na MM na Matemática Aplicada, ele não precisa, necessariamente, ter a capacidade de predição. Predição: “ato ou efeito de predizer, de afirmar o que vai acontecer no futuro; profecia, previsão” (HOUAISS, 2017, s.p). Se os alunos, do sexto ano, fazem contas isoladas, mas que se referem à situação, ele chama de modelo matemático	USg11E5 – Modelo matemático é qualquer representação matemática da situação USg12E5 – Diferentemente do modelo na Matemática Aplicada, na Educação Matemática, ele não precisa ter a capacidade de predição
US9E5 - Se faz conta, faz uma tabela. Não precisa chegar a uma equação, a um sistema de equações necessariamente. Porque do contrário, se a gente assumisse, modelo matemático assim, muito do que a gente faz na Educação Matemática não receberia o nome de Modelagem Matemática.	Entende que não precisa chegar a uma equação, a um sistema de equações Se assumisse modelo matemático assim, muito do que é feito em Educação Matemática não receberia o nome de Modelagem Matemática	USg13E5 – Se assumisse modelo matemático como uma equação ou conjunto de equações, muito do que é feito na Educação Matemática não levaria o nome de MM
US10E5 - Porque muitos dos trabalhos não chegam a constituir uma equação, sistema de equações, inequações. Ou seja, não tem a capacidade de predição [...]. Quando você vai nos manuais de Matemática	Muitos trabalhos de MM na Educação Matemática não chegam a constituir uma equação, sistema de equações ou inequações. Não tem a capacidade de predição	USg14E5 – Muitos trabalhos de MM desenvolvidos no âmbito da Educação Matemática não constituem equações, ou sistemas de equações e inequações e não têm a capacidade de predição

Aplicada, a definição de modelo é essa de representação matemática com capacidade de descrição e predição [...].	Na MM na Matemática Aplicada a definição de modelo é a representação matemática com capacidade de descrição e predição	
US11E5 - Mas muito do que a gente faz, principalmente nos anos, nos primeiros anos do ensino fundamental 2, não tem a capacidade de predição, porque inclusive eles não têm instrumentos matemáticos, eles não foram expostos a ideias matemáticas para modelar e chegar a equações. É [...], pegue, por exemplo, um trabalho clássico da Salett, é [...] que é da construção da casa, que ela trabalhou um ano inteiro com uma antiga quinta série, com o tema casa [...] é [...] não tem nenhuma, nenhuma representação matemática ali tem a capacidade de predição.	Muito do que é feito nos primeiros anos do ensino fundamental não tem capacidade de predição, porque os alunos não têm instrumentos matemáticos para modelar e chegar a equações	USg15E5 – Como os alunos não tem instrumentos matemáticos para modelar e chegar a equações, muito do que é feito por eles não têm capacidade de predição
US12E5 - Leva as medidas, o preço, ou seja, é uma Matemática do atual sexto ano. Então essa ideia de modelo também que faz um corte com a Matemática Aplicada é para representar o que nós, na Educação Matemática, fazemos. Então é um conceito mais amplo, mais inclusivo [...]. Então assim, os alunos, eles, uma vez que eles se debruçam sobre uma situação problema, eles vão produzir alguma representação. Portanto, modelo.	A ideia de modelo na Educação Matemática faz um corte com a Matemática Aplicada. Na Educação Matemática é um conceito mais amplo, mais inclusivo Os alunos ao se debruçarem sobre uma situação, vão produzir alguma representação. Logo, um modelo	USg16E5 – A compreensão de modelo na Educação Matemática difere da compreensão na Matemática Aplicada USg17E5 – Os alunos produzem alguma representação, que é denominado de modelo
US13E5 - Agora, o que o professor ele pode fazer é tornar, encorajar os estudantes a tornar o modelo mais sofisticado. É [...] na interação, fazer algumas problematizações ou até mesmo quando há um bloqueio nos estudantes. E se o professor não interferir, certamente, no momento em que os alunos estão é [...] sem ideia nenhuma de como seguir, eles podem se desanimar. Então, nesse momento, é fundamental, que o professor chegue lá e fale [...]: olha, que tal vocês pensarem nesse caminho. Vocês pensaram talvez em fazer isso? [...] Ou seja, soltar uma dica [...].	O professor pode encorajar a tornar o modelo mais sofisticado Se o professor não interferir no momento em que os alunos estiverem sem ideia de como seguir, eles podem desanimar O professor pode sugerir algum caminho, dar alguma dica	USg18E5 – O professor encorajar o aluno a tornar o modelo mais sofisticado

US14E5 - Por isso que, eu vejo assim que uma vez que se deflagra o processo de Modelagem é sempre com o professor. Isso não significa que o professor tem que pegar na mão dos estudantes ou mostrar o modelo aos estudantes. Porque, ao fazer isso, deixa de ser Modelagem Matemática, porque deixa de ser um problema para os alunos. Fica muito mais uma aula expositiva sobre o modelo. É [...] mas o professor tem que acompanhar o tempo todo.	O professor, no processo de Modelagem, não tem que mostrar o modelo aos estudantes. Se faz isso, deixa de ser MM, porque os alunos não terão mais o problema. Mas o professor deve acompanhar todo o processo	USg19E5 – O professor deve acompanhar todo o processo de Modelagem
US15E5 - É [...] a gente teria que definir aprendizagem. Mas se a gente pensar aprendizagem como ação, aprendizagem como processo e não como um resultado estático, não há dúvida, porque os alunos estão lidando com Matemática, estão lidando com várias coisas, mas estão lidando com Matemática. E isso acontece de duas maneiras: Primeiro [...] leva os alunos a revisar saberes matemáticos anteriores e claro, quando você dá uma situação problema para os alunos, que saberes matemáticos eles vão utilizar? Aqueles que eles já têm. Então eles retomam, vão ver aqueles conceitos, aqueles algoritmos, à luz de outras situações, a situação nova. Então aí está tendo aprendizagem. Se só isso acontecer já está tendo aprendizagem. E a outra maneira é com acompanhamento do professor, quando ele percebe que aparece indícios de novas ideias matemáticas, novos procedimentos, ele mesmo, o professor, fazer a ponte para essas novas ideias formalizarem.	(Ao ser perguntando se a MM contribuiu para a aprendizagem da Matemática) Se pensar a aprendizagem como ação, processo e não como resultado estatístico, não há dúvida (que a MM contribui), porque os alunos estão lidando com Matemática Essa aprendizagem acontece de duas maneiras: 1) A MM leva os alunos a revisitarem saberes matemáticos anteriores. Quando propõe uma situação matemática para os alunos, eles vão utilizar os saberes que já têm. Vão olhar os algoritmos à luz de outras situações. Aí está tendo aprendizagem 2) Acompanhamento do professor. Ao perceber que há indícios de novas ideias matemáticas, novos procedimentos, ele pode fazer a ponte para que essas novas ideias sejam formalizadas	USg20E5 – A MM contribui para a aprendizagem porque os alunos estão trabalhando com Matemática USg21E5 – O aluno aprende porque a situação proposta faz com que ele revise os saberes matemáticos anteriores USg22E5 – O aluno aprende porque o professor ao perceber que há indícios de novas ideias matemáticas, pode fazer a ponte para que essas ideias sejam formalizadas
US16E5 - Porque os alunos não vão sozinhos ascender a novos conhecimentos, eles podem, no máximo, esboçar ideias. Ou seja, a formalização é por parte do professor. Por isso que é importante o professor acompanhar, para ele perceber essas oportunidades. Daí ele formaliza novas ideias.	Os alunos não vão <i>ascender</i> a novos conhecimentos sozinhos. Eles podem, no máximo, esboçar ideias. A formalização é por parte do professor Formalização: “procedimento por meio do qual um sistema de conhecimentos é considerado em suas estruturas formais, por meio de símbolos algébricos, axiomas,	USg23E5 – Os alunos não irão avançar aos novos conhecimentos sozinhos. Eles podem esboçar ideias USg24E5 – A formalização das ideias dos alunos fica a cargo do professor

	normas sintáticas e desenvolvimentos lógicos, e assim purificado de seus conteúdos empíricos ou materiais” (HOUAISS, 2017, s.p).	
US17E5 - Então eu diria que tem essas duas formas: revisitando e modelagem servindo como uma espécie de plataforma para o professor formalizar novas ideias, algoritmos matemáticos.	Plataforma: “superfície plana e horizontal, de nível mais alto que a área circundante” (HOUAISS, 2017, s.p). Duas formas de aprendizagem (com MM): revisitando conceitos anteriores e a modelagem servindo como <i>plataforma</i> para o professor formalizar novas ideias e algoritmos matemáticos	USg25E5 – A MM como uma plataforma para que o professor formalize novas ideias e algoritmos matemáticos

Análise Ideográfica da Entrevista 6

US (Unidades de Sentido entrevistado 6)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E6 - Para mim, assim, trabalhar com Modelagem é você tentar escrever matematicamente algum fenômeno. No meu caso, foi mais focado em fenômeno biológico.	Afirma que trabalhar com Modelagem é tentar descrever matematicamente algum fenômeno	USg1E6 – Trabalhar com Modelagem é tentar descrever matematicamente algum fenômeno
US2E6 - Embora tenha duas alunas do Profmat que trabalharam um pouco com Modelagem e não com fenômenos da Biologia, mas fenômenos físicos. Uma tinha um problema de uma máquina né, de uma bomba que tritura partículas. Entra com um material e sai com aquilo triturado e tinha uma peça lá que, de tempo em tempo, dá manutenção. E aí a ideia é que essa máquina não pare de funcionar, mas também você não precisa dar manutenção muito antecipadamente porque isso tem um custo para a empresa. Então a ideia é detectar em que momento seria ideal dar a manutenção para essa peça, de modo a otimizar custos aí também. Então assim, não é um problema propriamente biológico, mas um problema da indústria. Então aí ela tentou dar um tratamento matemático para tentar ajudar o pessoal da produção, de modo a tentar	Fala de duas alunas que orientou no Profmat – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional e que trabalharam um pouco com Modelagem Fala do problema que a aluna abordou e que a ideia é que a máquina não pare de funcionar, mas que, também, não precise de manutenção antecipadamente, uma vez que isso tem um custo para a empresa Diz que se trata de um problema da indústria A aluna tentou dar um tratamento matemático para tentar ajudar o pessoal da produção, buscando estimar esse tempo em função dos dados Então a ideia é detectar em que momento seria ideal dar a manutenção para essa peça, de modo a <i>otimizar</i> custos aí também.	USg2E6 – A aluna tentou dar um tratamento matemático a um problema da indústria USg3E6 – A ideia do problema era detectar o momento ideal da manutenção da peça, buscando <i>otimizar</i> custos

estimar esse tempo em função dos dados.	* O relato do professor, parece indicar o modo como se compreende a MM na Matemática Aplicada, isto é, como um “meio” para solucionar algum problema * A busca por <i>otimização</i>	
US3E6 – E o outro, que também com a mesma ideia. Mas daí um problema com o transformador de subestação de energia elétrica e mesma coisa. Transformador que custa mais de 3 milhões, eles tentam estimar o tempo de vida útil daquele transformador; de dar manutenção, porque o transformador não pode parar. Então foram dois problemas que elas tentaram entender matematicamente ou usar a Matemática de modo a fazer previsões, dar algum suporte.	Fala do trabalho da outra aluna que ela orientou no Profmat As alunas (que ela orientou no Profmat) tentaram entender matematicamente ou usar a Matemática de modo a fazer previsões, dar algum suporte * O relato do professor, parece indicar o modo que compreende a MM na Matemática Aplicada, isto é, como um “meio” para solucionar algum problema	USg4E6 – As alunas tentaram entender matematicamente ou usa a Matemática para fazer previsões ao problema
US4E6 - Isso, exatamente! Você tem um problema. Como que eu faço essa interpretação do ponto de vista matemático? Será que eu consigo enxergar a Matemática, ou descrever esse problema em termos de equações? Onde eu uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?	(Quando questionado se esse usar a Matemática seria tentar desenvolver um modelo para tentar solucionar a questão), o professor responde: Isso, exatamente. Diz ainda que quando se tem um problema, questiona-se: Como eu faço essa interpretação do ponto de vista matemático? Eu consigo enxergar a Matemática ou descrever esse problema em termos de equações? Onde eu uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?	USg5E6 – Usar a Matemática para solucionar uma questão é tentar desenvolver um modelo USg6E6 – Quando tem um problema para resolver, questiona: Como faço a interpretação do ponto de vista matemático? Consigo enxergar a Matemática ou descrever esse problema? Onde uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?
US5E6 - Em geral, a que se tem. Mas o que a gente precisar [...], muita coisa acaba sendo criada de repente para estudar coisas onde você se depara com situações: tá, que Matemática que eu uso?	(Quando perguntado se a ferramenta é criada ou se usam a que já tem) Diz que, em geral, usa-se uma ferramenta Matemática que já tem Mas se precisar, muita coisa acaba sendo criada, quando se deparam com situações em que questionam: que Matemática usar?	USg7E6 – Em geral, para resolver as situações, usa-se uma ferramenta Matemática que já existe USg8E6 - Se for preciso, muita coisa (ferramenta matemática) acaba sendo criada ao questionar que Matemática usar para solucionar determinada situação
US6E6 - Então, por exemplo, no caso dessas alunas, dessas duas últimas alunas que trabalharam	Relata o trabalho das duas alunas orientadas por ela e diz que em determinado momento sugeriu	USg9E6 – Ao dialogar com as orientandas, sugeriu que o

comigo, elas tinham um problema e assim diante do que elas me relatavam: Ah! Esse transformador ele tem que trabalhar com uma temperatura em torno de 110°. Se ele trabalhar com uma temperatura muito alta isso danifica o papel, então ele tem que estar abaixo disso. Tá, mas se tiver água presente lá, isso também pode ser prejudicial. Então se tiver um pouco só de água [...]. Então diante dessa conversa que elas foram falando, eu fui dando ideias: Olha, me parece que com esses dados, informações que você tem, a gente poderia dar uma abordada via Teoria de Conjuntos Fuzzy. Que é uma teoria, relativamente, recente que tem sido utilizada para você estudar fenômenos que tem essas características: eu tenho informações mais linguísticas, por exemplo. Ao invés de só dados. Então, por exemplo: Ah, a temperatura estava em torno disso. Ou eu tenho coisas do tipo: [...] Se a temperatura é baixa, o oxigênio é médio, então eu acho que o risco de quebra daquele motor é médio. Então essas características linguísticas, será que tem alguma ferramenta matemática que trata com coisas desse tipo?! Então foi uma abordagem que elas fizeram com isso daí.	que o problema fosse abordado segundo a Teoria Fuzzy que é uma teoria relativamente recente e que tem sido usada para estudar fenômenos que tenham informações mais linguísticas e não apenas dados. Diz que ao relatarem o problema que precisariam resolver, a professora foi dando ideias para que o problema fosse abordado via Teoria de Conjuntos Fuzzy. Que é uma teoria relativamente recente * Aqui o professor parece indicar que, mesmo não sendo necessário que as alunas “criassem” uma “ferramenta” para solucionar o problema, elas “utilizaram” uma Teoria recente e que foi “criada” para solucionar problemas que tenham características linguísticas. Parece indicar o movimento do “fazer” Modelagem	problema fosse abordado via Teoria de Conjuntos Fuzzy
US7E6 - Agora, dependendo dos dados que você tem: Oh, com isso daí eu acho que você poderia dar uma abordagem via equações diferenciais, ou via equações de diferença. Então depende do fenômeno utilizado. Em geral, você tem ferramentas para isso.	Diz que, dependendo dos dados que você tem e do fenômeno, a abordagem pode ser por equações diferenciais ou equações de diferença e que, em geral, você já tem ferramentas para isso	USg10E6 – Em geral, já tem as ferramentas matemáticas para solucionar os problemas
US8E6 - Mas, em geral, assim mesmo em nível de mestrado e doutorado, você está usando ferramentas que já existem. Ou, às vezes, você se depara com coisas e vão surgindo informações que você vai tirando à medida que você vai avançando. Isso eu estou falando em termos de pesquisa, agora, em termos de ensino, se você for usar a Modelagem no ensino,	Diz que, mesmo em nível de mestrado e de doutorado, usam-se, em geral, ferramentas que já existem. Às vezes, você se depara com coisa e vão surgindo informações à medida que vai avançando. Isso em termos de pesquisa	USg11E6 – Ao trabalhar com MM, mesmo em nível de mestrado e doutorado, em geral, usam-se ferramentas que já existem USg12E6 – Ao usar a MM no âmbito da pesquisa, vão surgindo informações à medida que vai avançando

entendo que a ideia é usar ferramentas que já estão aí. Adequando ao nível de ensino. Se eu estou com alunos do ensino médio, ensino superior. Mas, em geral, são ferramentas que já existem.	Se for usar a Modelagem no ensino, entende que a ideia é usar ferramentas que já estão aí. Adequando-as ao nível de ensino Em geral, são ferramentas que já existem	USg13E6 – Ao trabalhar com MM no ensino, a ideia é usar ferramentas que já existem, adequando-as ao nível de ensino
US9E6 - Tem modelo que você pode usar para diferentes, por exemplo, a técnica que essas duas usaram é a mesma. A técnica é a mesma, mas são problemas diferentes. Embora sejam problemas da indústria, uma foi para ver o problema lá da bomba que tinha uma peça lá dentro que não pode quebrar; a outra foi para estudar o tempo de vida útil de um papel que fica dentro do transformador. Então, embora sejam problemas distintos, a técnica é a mesma. E essa técnica, por exemplo, tem sido muito usada em diagnóstico médico. Por exemplo, você vai no médico e ele fala assim: o que você teve? Teve febre? Teve. De quanto? Ah, 37, 37 e meio. Teve vômito? Desde quando teve vômito, diarreia? Então, vamos pensar assim. Várias perguntas para tentar ver se dentro dessas características, aquilo se enquadra dentro de alguma possível doença.	Diz que há modelos que podem ser usados para problemas diferentes. Por exemplo, a técnica usada por suas alunas foi a mesma, embora os problemas fossem diferentes: um abordava uma bomba que tinha uma peça que não poderia quebrar; outro abordava o estudo do tempo de vida útil do papel que fica dentro do transformador. Embora sejam problemas distintos, a técnica é a mesma Diz ainda que essa mesma técnica, utilizada para esses dois problemas da indústria, tem sido muito utilizada em diagnóstico médico *Embora o professor não fale a palavra analogia, o relato dela parece convergir para o que foi dito por outro entrevistado, quando ele diz que na MM no âmbito da Matemática Aplicada trabalha-se muito com analogia	USg14E6 – Há modelos que podem ser usados para distintos problemas USg15E6 – A mesma técnica usada para problemas distintos USg16E6 – Técnica usada em problemas da indústria também é usada para diagnóstico médico
US10E6 - Não dá para você fazer Matemática Aplicada sem saber Matemática, que vocês chamam de Pura . Eu preciso de um conhecimento matemático para fazer algo mais aplicado. Então, mais aplicado no sentido de tratar um problema real do ponto de vista matemático.	Diz que não dá para fazer Matemática Aplicada sem saber Matemática Pura. Matemática Aplicada e Matemática Pura: duas áreas da Matemática Preciso de um conhecimento matemático para fazer algo mais aplicado	USg17E6 – Não se faz Matemática Aplicada sem saber Matemática Pura USg18E6 – Para fazer algo aplicado, precisa-se de um conhecimento matemático USg19E6 – <i>Aplicado</i> entendido como o tratamento de um problema real do ponto de vista da Matemática

	<i>Aplicado</i> no sentido de tratar um problema real do ponto de vista matemático	
US11E6 - Ó, eu tenho um fenômeno, eu tenho dados sobre aquele fenômeno, que tipo de dados que eu tenho? Quais são os meus objetivos? Quais são as simplificações do meu problema? Ó, fazer Modelagem não significa que você vai encontrar resposta para tudo. Ah, não significa desde um problema mais simples que eu vou fazer: Ó, deposita um dinheiro numa caderneta de poupança e quero fazer uma previsão de quanto eu vou ter daqui algum tempo. Então, eu estou usando o termo previsão, não significa que você vai falar: Ó, daqui 3 anos eu vou ter exatamente isso lá na poupança. Você quer ter uma ideia ou entender aquele fenômeno como acontece. Não significa que você vai acertar na mosca quanto você vai ter lá. É muita pretensão do matemático achar um negócio desse. Por quê? Porque você faz simplificações, confronta com o que você tem. Se você tem dados reais, aquilo que eu propus está razoável? Não está? Se não está, o que eu posso fazer para melhorar? Então aí entra a questão: Ó, quais são as variáveis do problema que eu tenho, o que eu escolhi como essencial naquele fenômeno.	Explicita que ao ter um fenômeno e os dados sobre aquele fenômeno, pode-se indagar: quais os tipos de dados? Quais são os objetivos? Quais as simplificações do problema? Diz que ao fazer Modelagem não significa que irá encontrar resposta para tudo. Você quer ter uma ideia ou entender como aquele fenômeno acontece. (Ao fazer Modelagem) você faz simplificações, confronta com o que você tem e questiona-se: se tenho dados reais, aquilo que propus está razoável? Se não está, o que posso fazer para melhorar? Quais são as variáveis do problema que eu tenho? O que eu escolhi como essencial naquele fenômeno?	USg20E6 – Ao fazer Modelagem não significa que serão encontradas respostas para tudo. Significa que quer ter uma ideia ou entender como aquele fenômeno acontece USg21E6 – Ao fazer MM você faz simplificações USg22E6 – Ao fazer Modelagem questiona-se se aquilo que foi proposto está razoável com os dados reais
US12E6 - Quanto mais você tenta englobar coisas no seu modelo, mais complexo ele fica, mais difícil de tratar. Bom, daí não deu. Volto [...]. Até o Rodney falava: o melhor modelo é aquele que você pode modificar. Parece um negócio estranho, né?! Como ele é bom se, entre aspas, ele não está bom e tem que modificar?! Mas não é uma coisa que não está bom e eu jogo fora. Não [...] tem alguma coisa que ali era importante no fenômeno e que a princípio eu não considerei.	Quanto mais coisas englobar no seu modelo, mais complexo ele fica, mais difícil de tratar. Diz que o professor Rodney mencionava que o melhor modelo é aquele que você pode modificar Rodney Carlos Bassanezi: professor e pesquisador da área da Modelagem Matemática Pode parecer estranho pensar que algo seja bom se é preciso modificá-lo. Diz que (isso pode indicar) que há alguma coisa que era importante no fenômeno e que a princípio não foi considerado	USg23E6 – Quanto mais coisas forem englobadas ao modelo, mais complexo ele será USg24E6 – O melhor modelo é aquele que pode ser modificado USg25E6 – Quando é preciso que o modelo seja modificado, significa que algo importante do fenômeno não foi levado em consideração

US13E6 - Mas observou que não é só a temperatura que influencia no fenômeno. Então, o nível de oxigênio, o nível de água que também naquele processo tem fundamental importância na degradação, por exemplo, lá do papel. Então, falei assim: bom, num primeiro momento considere só a temperatura, então foram esses dados que eu tive. Como eu poderia incorporar agora a questão do oxigênio? Bom, propunha alguma coisa. Isso está melhor? Está mais condizente com a realidade? O que a gente espera? Que sim. Se, de fato, essas duas variáveis, influenciam no fenômeno. Mas, em geral, o que você faz? Em geral, você faz uma coisa gradual: Ó, se tem 10 variáveis no problema, de cara eu já vou propor um modelo que tem essas 10 variáveis? Às vezes você não consegue nem enxergar o que está acontecendo lá. Não, vou pegar o que é essencial. O que eu não posso deixar de fora? Proponho um primeiro modelo e aí você vai propondo modificações. E vê que, às vezes, não precisa ser um modelo muito complicado para descrever o seu fenômeno. Não.	(Relata como orientou uma de suas alunas) Diz que ao considerar somente a temperatura (para a resolução do problema) obteve alguns dados. Como poderia incorporar o oxigênio? Com essa incorporação está melhor? Fica mais condizente com a realidade? Se as duas variáveis influenciam o fenômeno, espera-se que fique mais condizente Em geral, é feito uma coisa gradual: Se o problema tem 10 variáveis, é viável propor um modelo com essas 10 variáveis? Às vezes (com essa quantidade de variáveis) não consegue enxergar o que está acontecendo. (Para a elaboração do modelo) pega-se o que é essencial, o que não pode ser deixado de fora. Propõe um primeiro modelo e vai propondo modificações	USg26E6 – Ao trabalhar para a resolução do problema vai questionando se ao incorporar alguma informação isso fará com que o modelo fique mais condizente com a realidade USg27E6 – Para a elaborar um modelo, toma aquilo que é essencial. Propõe um primeiro modelo e vai fazendo modificações
US14E6 - É essa análise que a gente tem que estar sempre fazendo. Mas, em geral, você parte de coisas, mais simples e aí vai modificando seu modelo, até você achar que aquilo descreve o que você imaginava.	Diz que essa análise (se o modelo está condizente com a realidade) tem que sempre ser feita Em geral, parte-se de coisas mais simples e aí vai modificando o modelo. Até achar que aquilo descreve o que imaginava	USg28E6 – A análise para ver se o modelo está condizente com a realidade deve sempre ser feita USg29E6 – Parte-se de coisas simples e vai modificando o modelo até que ele descreva o fenômeno
US15E6 - Em pesquisa, em geral, você tem um tema. Assim, ou é um fenômeno para você estudar. Que ferramenta que eu vou usar para tentar entender aquele fenômeno? Agora eu vejo assim, num processo de ensino, falando em termos de ensino fundamental e médio, eu acho que talvez o foco é um pouco diferente. Porque em termos de pesquisa eu tenho interesse naquela pesquisa, em descrever	Na pesquisa, em geral, ou você tem um tema ou um fenômeno para estudar e questiona-se: qual ferramenta eu vou usar para tentar entender o fenômeno? Diz que em termos de pesquisa, eu tenho interesse em descrever aquele fenômeno matematicamente. Eu tenho uma certa matemática, o que pode não	USg30E6 – No trabalho com MM no âmbito da pesquisa, há um tema ou fenômeno e busca-se uma ferramenta que possa ser usada para entender o fenômeno USg31E6 – Ao fazer MM na pesquisa, têm-se uma certa Matemática (à disposição), o pode acontecer na educação básica

aquele fenômeno matematicamente. Eu já tenho uma certa matemática, que não necessariamente pode acontecer lá no ensino fundamental e médio	acontecer no ensino fundamental e médio	
US16E6 - De repente eu quero ensinar algum conteúdo, mas que o aluno perceba relevância daquele conteúdo. Como? De repente, ele estudando algum problema, ele fale: ó, não consigo mais resolver. Que Matemática eu preciso aprender para resolver esse problema? Então acho que daí muda um pouco o foco.	Diz que (o professor) pode querer ensinar algum conteúdo, mas que o aluno perceba a relevância daquele conteúdo. Talvez ao estudar algum problema, o aluno fale que não consiga resolver e se questione qual matemática precisa aprender para resolver o problema Muda o foco da MM no ensino e na pesquisa * Parece indicar a MM no ensino como uma possibilidade para “motivar” os alunos	USg32E6 – Ao estudar algum problema, o aluno pode questionar qual matemática precisa aprender para resolvê-lo
US17E6 - Tá, esse modelo não está ainda bem condizente com a realidade , então volta, muda, reavalia que técnica que eu vou usar, uma série de coisas [...]. E em geral com um especialista né. Não tem como, às vezes, você decidir por alguma coisa se você está estudando fenômeno biológico, por mais que você estude e aprenda sobre a biologia do problema. Em geral você precisa de um especialista.	Diz que quando o modelo não está condizente com a realidade, tem que voltar, mudar, reavaliar a técnica Em geral (o trabalho com MM) é com um especialista. Se está estudando um fenômeno biológico, por mais que você estude biologia, você irá precisar de um especialista * Não explicita como compreende realidade, mas parece deixar implícito que realidade é tomada como algo dado. Por exemplo, ao trabalhar com algum fenômeno da indústria e for analisar o modelo, olhará para aquela “realidade”. Se o modelo é “bom” para aquela situação	USg33E6 - Quando o modelo não condiz com a realidade, tem que modificá-lo, reavaliar a técnica usada USg34E6 – O trabalho com MM é feito, em parceria, com um especialista que entende do fenômeno que está sendo estudado

Análise Ideográfica da Entrevista 7

US (Unidades de Sentido entrevistado 7)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1E7 - a gente acabou divulgando uma forma de Modelagem, distinta do que o Rodney tinha no início, porque a vivência dele era outra. Era professores de uma	Diz que acabou divulgando uma forma de Modelagem distinta daquela que o professor Rodney Bassanezi tinha no início, porque a vivência dele era outra. Era	USg1E7 – Divulgou a Modelagem de uma forma distinta da que foi divulgada pelo professor Rodney

Universidade boa, grande, pública [...]	com professores de uma universidade pública, grande. *Quando começou a trabalhar com Modelagem, o professor entrevistado trabalhava na Educação Básica. Por isso diz que a forma de divulgação da Modelagem foi distinta	
US2E7 - Então, o Rodney, quando eu fiz o primeiro trabalho lá com os alunos, o Rodney falava assim para mim: olha, maravilhoso o seu trabalho, mas não é Modelagem, não é Modelagem. Porque Modelagem é [...] que ele defendia: ó, Modelagem é [...] os alunos têm que eles escolherem o tema [...] aí formar grupos, cada um faz o que quer, aí você vai orientando [...]. Quando é [...] com a primeira turma eu fiz o trabalho da maquete e ele gostou e tal [...] ele falou: ficou muito bom, mas isso ainda não é Modelagem.	Diz que ao falar para o Rodney sobre o primeiro trabalho que desenvolveu com os alunos, ele achou maravilhoso, mas disse que o trabalho não era de Modelagem. Na Modelagem que ele defendia, os alunos têm que escolher o tema, formar os grupos, cada um faz o que quer e você vai orientado.	USg2E7 – Na Modelagem defendida por ele, os alunos escolhem os temas e o professor vai orientando
US3E7 - Modelagem é o que você faz, modelo de uma empresa. Mas na educação, existe programa, existe regra, existe uma turma de aluno gigante. E aí? [...] E os professores me faziam muitas perguntas interessantes, eu estava dando muito curso para professor: mas como que eu faço isso? Como que eu avalio? Todas as perguntas que o Rodney nunca tinha ouvido. Ah, você dar aula na Unicamp com 10 alunos e não sei o que [...] em nível de graduação e de pós-graduação, é muito distinto [...]. E aí que a gente começa a discutir sobre isso, conversar sobre isso e eu acabei mudando para o termo modelação. E por que, modelação? Modelagem na Educação. Aí está uma distinção, Modelagem Matemática é o que o pesquisador faz, aquele pesquisador que está criando coisas. Agora Modelação, na verdade eu não faço modelo, eu adapto determinados sistemas a algum modelo [...].	(Ao ser perguntado se a palavra modelação, usada em seus textos, visava diferenciar o que ela fazia da Modelagem feita pelo professor Rodney) Programa: Está falando do currículo escolar. Do cronograma de conteúdos a ser seguido. Unicamp: Universidade Estadual de Campinas Diz que Modelagem é quando você faz um modelo de uma empresa. Mas na educação, existe um programa, existe uma turma de aluno gigante. Nos cursos que eu dava, os professores faziam perguntas interessantes: como eu faço isso? Como eu avalio? Perguntas que o Rodney nunca tinha ouvido Diz que juntamente com professor Rodney começaram a discutir sobre isso e acabou mudando para o termo modelação	USg3E7 – Modelagem Matemática é o que o pesquisador faz, o que está criando coisas USg4E7 – Na Modelação, Modelagem na educação, não se faz modelo. Adapta determinados sistemas a algum modelo

	Modelação porque é Modelagem na Educação Modelagem Matemática é o que o pesquisador faz. Aquele que está criando coisas. Modelação, na verdade, eu não faço modelo, eu adapto determinados sistemas a algum modelo	
US4E7 - A Modelagem que cria um modelo, ela está criando um modelo específico para aquela coisa. Agora, a gente toma um modelo que já existe e faz uma adaptação com [...], aquilo que eu uso [...] eu, por exemplo, a partir do momento que eu uso Modelação, eu estou definindo como método de ensino com pesquisa.	Diz que a Modelagem (na Matemática Aplicada) cria um modelo específico para aquela coisa Na Modelação, a gente toma um modelo que já existe e faz uma adaptação com aquilo que eu uso A partir do momento que usa a Modelação, define como método de ensino com pesquisa	USg5E7 – A Modelagem na Matemática Aplicada cria um modelo específico para aquela situação USg6E7 – Na Modelação toma-se um modelo que já existe e faz adaptação USg7E7 – Modelação como um método de ensino com pesquisa
US5E7 - Então, Modelagem é um método que está presente [...], mas na educação eu estou preocupada em ensinar a fazer os passos da pesquisa científica [...], para que ele aprenda não só matemática, mas aprenda alguma coisa. Alguma coisa que é importante para ele. E essa é a minha defesa fundamental.	Diz que na educação (modelagem na educação) está preocupada em ensinar a fazer os passos da pesquisa científica, para que o aluno aprenda não só Matemática, mas alguma coisa que é importante para o aluno. Essa é sua defesa fundamental	USg8E7 – Ao fazer modelagem na educação (modelação) busca ensinar aos alunos os passos da pesquisa científica USg9E7 – Ao fazer modelação quer que os alunos aprendam não apenas Matemática, mas algo que é importante para eles
US6E7 - Primeiro [...] esse acontecer eu entendo que não deve ser espontâneo. Vou chegar lá e tal [...]. Tem que seguir um roteiro	(Ao ser perguntado como ela compreende o fazer modelação) Roteiro: “Relação de tópicos mais importantes a serem abordados em apresentação oral ou escrita, discussão etc”. Diz que ele não é espontâneo. Tem que seguir um roteiro *A resposta do professor está direcionada à atuação do professor em sala de aula	USg10E7 – O fazer modelação não é espontâneo. Tem que seguir um roteiro
US7E7 - Então, com essa vivência da Modelagem, eu percebi que você usa várias coisas ao mesmo tempo. De fato, a gente usa bastante a linguagem, a linguagem escrita, a linguagem na forma de desenhos, enfim, de imagens e tudo mais.	Com a vivência que tem com a Modelagem, percebeu que se usam várias coisas ao mesmo tempo Usa bastante a linguagem: linguagem escrita, linguagem em forma de desenhos, imagens e tudo mais	USg11E7 – No trabalho com a Modelação usa bastante a linguagem escrita, em forma de desenhos, imagens

US8E7 - Eles sempre vão chegar a um modelo. Por que qual é a tua função enquanto professor? É levá-los a.	(Quando perguntando se na Modelação os alunos iriam chegar a um modelo) Diz que os alunos sempre vão chegar a um modelo. Essa é função do professor	USg12E7 – Na Modelação os alunos irão chegar ao modelo USg13E7 – É função do professor levar os alunos a chegarem no modelo
US9E7 - Enfim, voltando a falar sobre o livro: eu comecei a me dar conta de que na Modelagem você não fica só na Matemática, você pode usar mais ou menos Matemática, mas você usa outras áreas também [...], a parte artística, biologia, uma série de conceitos	(Fala sobre um livro que irá publicar) Começou a se dar conta que de na Modelagem, você não fica só na Matemática. Você pode usar mais ou menos Matemática, mas irá usar outras áreas: parte artística, biologia, uma série de conceitos *Quando fala Modelagem está se referindo à Modelação	USg14E7 – Na Modelagem (na educação) serão usadas outras áreas além da Matemática
US10E7 - Então é, esse processo de Modelagem, ele é sempre muito dinâmico [...], ao final gera um modelo. Pode ser um modelo analógico: análogo a alguma coisa, né?! Parecido, mas nunca é exatamente o mesmo, porque traz alguma coisa [...]. Então, a Modelagem, eu defendo por isso: ela permite que a gente crie alguma coisa, mesmo que seja uma recriação.	Diz que o processo de Modelagem é sempre dinâmico e que, ao final, gera um modelo. Pode ser um modelo análogo a alguma coisa, mas nunca é exatamente o mesmo A Modelagem permite que a gente crie alguma coisa, mesmo que seja uma recriação * Aqui também, quando fala de Modelagem está se referindo à Modelação *Também fala de analogia, assim como os entrevistados que trabalham com Modelagem na Matemática Aplicada	USg15E7 – O processo de Modelagem (na educação) é dinâmico e gera um modelo USg16E7 – O modelo pode ser análogo, mas nunca é o mesmo USg17E7 – A Modelagem (na educação) permite criar coisas, mesmo que seja recriação

APÊNDICE 3

ANÁLISE NOMOTÉTICA

CONCEBENDO E FAZENDO MODELAGEM MATEMÁTICA

- Modos de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática
- Modos de compreender a Modelagem na Matemática Aplicada
- Modelo Matemático na MM na Educação Matemática
- Modelo Matemático na Matemática Aplicada
- O fazer Modelagem na Matemática Aplicada
- No fazer MM no ensino

USg1E1 – Preferência por uma concepção de Modelagem com viés crítico	<i>Movimento de redução</i>
USg2E1 – Na concepção de MM com viés crítico, busca-se não apenas construir modelos para entender alguma situação do cotidiano, mas para questionar a presença da Matemática na sociedade	Ideia Abrangente - Modos de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática
USg4E1 – Busca trabalhar com os alunos essa concepção mais crítica de Modelagem Matemática	

USg6E1 – Não faz Modelagem nas disciplinas de cálculo, porque os dados são artificiais	
USg17E1 – Ao discutir uma situação da perspectiva sociocrítica, variáveis que não são mensuráveis, matematicamente, podem ser consideradas	
USg2E2 – Modelagem como uma metodologia	
USg8E2 – Não busca apenas a aplicação de conhecimento matemático, mas construção de conceitos e de conhecimento matemático	
USg9E2 – Trabalho com Modelagem, na Educação Básica, envolve o aprendizado de teorias de aprendizagem e sociologia da educação	
USg12E2 – O trabalho com MM, na Educação Básica, volta-se às curiosidades dos alunos e não aos problemas, como é o caso da MM na Matemática Aplicada	
USg18E2 – Não são só os aspectos matemáticos que são importantes. Os aspectos sociais, culturais, econômicos, ambientais também são	
USg19E2 – A preocupação (no ensino fundamental) não está na formação de um matemático, mas na formação de um cidadão.	
USg23E2 – A MM na Educação Matemática é uma formação mais ampla do que aplicação, pois ela envolve ciência social	
USg27E2 – O trabalho com MM na Educação Matemática envolve conteúdos matemáticos e os outros assuntos que podem compor o tema	
USg29E2 – O trabalho com MM, na Educação Básica, volta-se não só para aspectos das Ciências Humanas e Sociais, mas também da Matemática	
USg41E2 – MM na Educação Básica não tem que aplicar, tem que construir conhecimento matemático	
USg1E3 – Com as características da MM pode discutir questões ambientais pela Modelagem	
USg4E3 – Modelagem Matemática não é apenas uma metodologia	
USg5E3 – Modelagem Matemática é uma visão de educar matematicamente	
USg6E3 – Modelagem Matemática é mais do que um método	
USg8E3 – A MM tem sido usada como motivação, para que os alunos possam aprender os conteúdos da Matemática escolar	
USg13E3 – Educar, matematicamente, é uma ampliação que vai além dos conteúdos matemáticos	
USg17E3 – Educar, matematicamente, é educar pela Matemática	
USg23E3 – A MM como uma maneira de trabalhar a Matemática em sala de aula	
USg31E3 – A MM é uma concepção de educar matematicamente	
USg1E5 – A Modelagem como um caminho para convidar os alunos a se interessarem por Matemática e uma outra forma de trabalhar Matemática com os alunos	

USg2E5 – Os insights de Ole Skovsmose sobre ambientes de aprendizagem foram fundamentais para elaborar a ideia de MM como um ambiente de aprendizagem com certas características	
USg8E5 – O que diferencia uma perspectiva sociocrítica e de uma que coloca a Matemática como fim é a oportunidade de discutir como a Matemática subsidia os debates públicos e sociais	
USg9E5 – É comum usarem a MM para descobrir a Matemática que há nas coisas, como se a Matemática estivesse escondida	
USg10E5 – Faz uma crítica àqueles que têm a visão, na comunidade de MM, sobre matematizar as coisas, matematizar o mundo	
USg25E5 – A MM como uma plataforma para que o professor formalize novas ideias e algoritmos matemáticos	
USg1E7 – Divulgou a Modelagem de uma forma distinta da que foi divulgada pelo professor Rodney	
USg4E7 – Na Modelação, Modelagem na educação, não se faz modelo. Adapta determinados sistemas a algum modelo	
USg7E7 – Modelação como um método de ensino com pesquisa	
USg12E7 – Na Modelação, os alunos irão chegar ao modelo	
USg15E7 – O processo de Modelagem (na educação) é dinâmico e gera um modelo	
USg17E7 – A Modelagem (na educação) permite criar coisas, mesmo que seja recriação	
USg1E2 – Os problemas, quando trabalhados no âmbito da MM na Matemática Aplicada, estavam voltados à aplicação de conteúdos	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - Modos de compreender a Modelagem na Matemática Aplicada
USg1E4 – Modelagem como um poder fazer Matemática	
USg2E4 – Num curso para professores, surgiu a ideia de construir Matemática, mas, na época, ninguém chamava de Modelagem	
USg33E4 – A Modelagem não é só contagem. Nela tem que ter um modelo que vai fazer previsão	
USg1E6 – Trabalhar com Modelagem é tentar descrever, matematicamente, algum fenômeno	
USg4E6 – As alunas tentaram entender, matematicamente, ou usar a Matemática para fazer previsões ao problema	
USg30E6 – No trabalho com MM no âmbito da pesquisa, há um tema ou fenômeno e busca-se uma ferramenta que possa ser usada para entender o fenômeno	
USg3E7 – Modelagem Matemática é o que o pesquisador faz, o que está criando coisas	

USg5E7 – A Modelagem na Matemática Aplicada cria um modelo específico para aquela situação	
--	--

USg24E2 – Modelo Matemático pode ser em linguagem natural. Não precisa ser uma equação	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - Modelo Matemático na MM na Educação Matemática
USg11E5 – Modelo matemático é qualquer representação matemática da situação	
USg12E5 – Diferentemente do modelo na Matemática Aplicada, na Educação Matemática, ele não precisa ter a capacidade de predição	
USg13E5 – Se assumisse modelo matemático como uma equação ou conjunto de equações, muito do que é feito, na Educação Matemática, não levaria o nome de MM	
USg16E5 – A compreensão de modelo na Educação Matemática difere da compreensão na Matemática Aplicada	
USg17E5 – Os alunos produzem alguma representação, que é denominada de modelo	
USg16E7 – O modelo pode ser análogo, mas nunca é o mesmo	

USg14E4 – Modelo matemático serve para explicar o presente e fazer uma projeção sobre o futuro	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - Modelo Matemático na Matemática Aplicada
USg18E4 – Máximo e mínimo são palavras-chave da matemática a serem perseguidas no modelo matemático	
USg23E4 – O objetivo do modelo é fazer previsão, mudar o tratamento e fazer interferências	
USg27E4 – Há vários modelos que descrevem o crescimento de uma célula, mas eles apresentam semelhanças	
USg28E4 – Há alguns pontos que são chave no trabalho com a Modelagem, que ao conhecê-los, você sabe fazer o modelo matemático	
USg29E4 – Na Modelagem, a analogia é fundamental. Os modelos são muito parecidos	
USg35E4 – Quanto mais Matemática você sabe, melhores são os modelos	
USg16E5 – A compreensão de modelo na Educação Matemática difere da compreensão na Matemática Aplicada	
USg5E6 – Usar a Matemática, para solucionar uma questão, é tentar desenvolver um modelo	
USg14E6 – Há modelos que podem ser usados para distintos problemas	
USg23E6 – Quanto mais coisas forem englobadas ao modelo, mais complexo ele será	
USg24E6 – O melhor modelo é aquele que pode ser modificado	

USg25E6 – Quando é preciso que o modelo seja modificado, significa que algo importante do fenômeno não foi levado em consideração	
USg27E6 – Para elaborar um modelo, toma-se aquilo que é essencial. Propõe-se um primeiro modelo e vão-se fazendo modificações	
USg29E6 – Parte-se de coisas simples e vai modificando o modelo até que ele descreva o fenômeno	

USg6E4 – O processo para resolver problemas em contextos diferentes é o mesmo. Então, a Matemática deve ser a mesma ou parecida	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - O fazer Modelagem na Matemática Aplicada
USg7E4 – A palavra análogo é fundamental em MM	
USg8E4 – Para problemas análogos, pode-se usar a mesma Matemática	
USg9E4 – Mesmo os problemas sendo análogos, é preciso fazer adaptações	
USg10E4 – A regra principal para fazer Modelagem é a analogia	
USg15E4 – Não precisa fazer Modelagem Matemática, se há uma descrição de todo o fenômeno	
USg16E4 – Os problemas da natureza apresentam características semelhantes. Diante disso, sabe-se como será o modelo que será feito para entender a natureza	
USg17E4 – Ao fazer Biomatemática, procura-se usar o critério da natureza: mínimo esforço e o máximo rendimento	
USg19E4 – A natureza baseia-se no princípio da otimalidade: para que tudo seja o mais ótimo possível	
USg22E4 – O objetivo da Modelagem é chegar em um modelo	
USg24E4 – Há uma analogia entre as coisas. Foi usado o mesmo tipo de Matemática para dois problemas distintos, com modelos diferentes	
USg25E4 – A analogia da Matemática é o principal na Modelagem	
USg26E4 – Ao trabalhar com uma situação, você tem que ter um start do ponto de vista matemático e da própria situação	
USg28E4 – Há alguns pontos que são chave no trabalho com a Modelagem, que ao conhecê-los, você sabe fazer o modelo matemático	
USg29E4 – Na Modelagem, a analogia é fundamental. Os modelos são muito parecidos	
USg30E4 – Quando não é possível fazer analogia, é preciso criar a Matemática para a situação	
USg2E6 – A aluna tentou dar um tratamento matemático a um problema da indústria	
USg3E6 – A ideia do problema era detectar o momento ideal da manutenção da peça, buscando otimizar custos	

USg6E6 – Quando tem um problema para resolver, questiona: Como faço a interpretação do ponto de vista matemático? Consigo enxergar a Matemática ou descrever esse problema? Onde uso alguma ferramenta Matemática para ajudar? USg12E6 – Ao usar a MM no âmbito da pesquisa, vão surgindo informações, à medida que vai avançando USg15E6 – A mesma técnica usada para problemas distintos USg16E6 – Técnica usada em problemas da indústria também é usada para diagnóstico médico USg17E6 – Não se faz Matemática Aplicada sem saber Matemática Pura USg18E6 – Para fazer algo aplicado, precisa-se de um conhecimento matemático USg19E6 – Aplicado entendido como o tratamento de um problema real do ponto de vista da Matemática USg20E6 – Ao fazer Modelagem, não significa que serão encontradas respostas para tudo. Significa que quer ter uma ideia ou entender como aquele fenômeno acontece USg21E6 – Ao fazer MM, você faz simplificações USg22E6 – Ao fazer Modelagem, questiona-se se aquilo que foi proposto está razoável com os dados reais USg26E6 – Ao trabalhar para a resolução do problema, vai questionando se ao incorporar alguma informação, isso fará com que o modelo fique mais condizente com a realidade USg28E6 – A análise para ver se o modelo está condizente com a realidade deve sempre ser feita USg31E6 – Ao fazer MM na pesquisa, têm-se uma certa Matemática (à disposição), o que pode não acontecer na educação básica USg33E6 - Quando o modelo não condiz com a realidade, é necessário modificá-lo, reavaliar a técnica usada USg34E6 – O trabalho com MM é feito, em parceria, com um especialista que entende do fenômeno que está sendo estudado	
USg3E1 – No trabalho com a Modelagem, os alunos começam a ver a Matemática, sendo usada para resolver problemas cotidianos USg9E1 – Estimula os alunos a trabalharem com conceitos complexos de Matemática em situações que eles propuseram USg13E1 – Os alunos não têm experiência, para enxergar a Matemática que pode ser usada nas situações USg15E1 – Fizeram Modelagem, mas não usaram conteúdo matemático mais avançado	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - No fazer MM no ensino

USg6E2 – O interesse dos alunos como ponto de partida para o trabalho com a Modelagem	
USg10E2 – O interesse dos alunos como ponto de partida para o trabalho com Modelagem	
USg11E2 – O interesse dos alunos pelo tema como importante para o envolvimento com o trabalho com MM	
USg21E2 – No trabalho com Modelagem Matemática, os problemas indicam os conteúdos	
USg32E2 – Ao trabalhar com MM, o aluno pode precisar de um conceito que ele não viu ainda	
USg34E2 – Modos diferentes de resolução e que podem depender do nível escolar do aluno	
USg40E2 – O trabalho com MM pode exigir conceitos que não estão na série em que o trabalho está sendo realizado	
USg42E2 – Os dados levantados podem conduzir os conteúdos a serem trabalhados	
USg19E3 – O aluno que está na educação básica, ainda não estudou alguns conceitos matemáticos, para entender determinada situação	
USg32E4 – Se não sabe o que fazer, pode contar e medir. Com isso, tem uma tabela e um ajuste de curvas	
USg3E5 – Modelagem associada a duas características: A situação investigada ser um problema para os alunos e o contexto ser do dia a dia, das ciências ou do mundo de trabalho fora da disciplina de Matemática	
USg4E5 – Fundamental que ocorra a discussão entre a simplificação realizada e o uso que se faz do modelo	
USg5E5 – Propõe que a situação apresentada aos alunos, não seja estruturada	
USg6E5 – Ao levantarem hipóteses, escolherem variáveis, realizarem simplificações, os alunos produzirão modelos distintos para a mesma situação	
USg14E5 – Muitos trabalhos de MM, desenvolvidos no âmbito da Educação Matemática, não constituem equações, ou sistemas de equações e inequações e não têm a capacidade de predição	
USg15E5 – Como os alunos não têm instrumentos matemáticos para modelar e chegar a equações, muito do que é feito por eles, não tem capacidade de predição	
USg20E5 – A MM contribui para a aprendizagem, porque os alunos estão trabalhando com Matemática	
USg21E5 – O aluno aprende, porque a situação proposta faz com que ele revise os saberes matemáticos anteriores	
USg23E5 – Os alunos não irão avançar aos novos conhecimentos sozinhos. Eles podem esboçar ideias	

USg9E6 – Ao dialogar com as orientandas, sugeriu que o problema fosse abordado via Teoria de Conjuntos Fuzzy	
USg6E7 – Na Modelação, toma-se um modelo que já existe e faz adaptação	
USg10E7 – O fazer modelação não é espontâneo. Tem que seguir um roteiro	
USg11E7 – No trabalho com a Modelação, utiliza-se bastante a linguagem escrita em forma de desenhos, imagens	

O TRABALHO COM A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

- “Atividades” dos alunos no trabalho com a modelagem
- “Atividades” dos professores no trabalho com a Modelagem em sala de aula
- Aspectos para além da matemática
- Possibilidades que se abrem no trabalho com a mm no ensino

USg14E1 – Sugeriu que os alunos utilizassem integral, mas eles fizeram um tratamento aritmético dos dados	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - “Atividades” dos alunos no trabalho com a Modelagem
USg7E2 – Os alunos como responsáveis pela busca dos dados e pela criação das estratégias para a resolução de uma situação	
USg13E2 – Com os dados levantados, o aluno buscará elencar questões, aquilo que mais chamou a atenção	
USg16E2 – A formulação dos problemas é ação do aluno	
USg2E7 – Na Modelagem, defendida por ele, os alunos escolhem os temas e o professor vai orientando	
USg23E5 – Os alunos não irão avançar aos novos conhecimentos sozinhos. Eles podem esboçar ideias	

USg12E1 – O professor deu a ideia do conteúdo a ser trabalhado na situação	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - “Atividades” dos professores no trabalho com a Modelagem em sala de aula
USg14E1 – Sugeriu que os alunos utilizassem integral, mas eles fizeram um tratamento aritmético dos dados	
USg17E2 - O professor é o mediador	
USg33E2 – O professor pode utilizar aprendizagem significativa e materiais didáticos para abordar os conceitos, ainda não vistos pelos alunos	
USg36E2 – Criar estratégias de ação e de prática, para que os alunos compreendam os conteúdos matemáticos	
USg37E2 – Criar formas para que os alunos entendam e construam algoritmo	
USg38E2 – Fazer com que os alunos pensem e não apresentar o algoritmo pronto	
USg39E2 – Professor precisa ter recursos distintos para apresentar os conteúdos	
USg43E2 – O professor vai criando modos de trabalhar com os dados levantados	
USg47E2 – O professor pode tirar (extrair) as coisas dos alunos e não dizer como fazê-las	
USg48E2 – O professor pode dialogar, questionar as estratégias dos alunos	
USg20E3 – O professor irá mostrar ao aluno a ferramenta matemática que ele precisa para resolver a situação	
USg21E3 – O professor apresenta as características da ferramenta matemática que o aluno irá precisar	
USg18E5 – O professor pode encorajar o aluno a tornar o modelo mais sofisticado	
USg19E5 – O professor deve acompanhar todo o processo de Modelagem	
USg22E5 – O aluno aprende, porque o professor, ao perceber que há indícios de novas ideias matemáticas, pode fazer a ponte para que essas ideias sejam formalizadas	
USg24E5 – A formalização das ideias dos alunos fica a cargo do professor	
USg2E7 – Na Modelagem, defendida por ele, os alunos escolhem os temas e o professor vai orientando	
USg13E7 – É função do professor levar os alunos a chegarem ao modelo	
USg8E1 – A relação entre Matemática e outras disciplinas é feita de forma muito simples na escola	<i>Movimento de redução</i>
USg16E1 – O grupo percebeu que algumas variáveis da situação estudada não poderiam ser mensuradas matematicamente	
USg14E2 – O tema abrange aspectos para além da matemática	
USg18E2 – Não são importantes apenas os aspectos matemáticos, mas também os aspectos sociais, culturais, econômicos e ambientais	

USg19E2 – A preocupação (no ensino fundamental) não está na formação de um matemático, mas de um cidadão. USg22E2 – O trabalho com Modelagem Matemática pode abordar conteúdos matemáticos e outros conteúdos USg29E2 – O trabalho com MM na Educação Básica volta-se para aspectos das Ciências Humanas e Sociais e, também, da Matemática USg46E2 – O professor deve mostrar a importância de estudar um contexto mais amplo que o da Matemática USg13E3 – Educar, matematicamente, é uma ampliação que vai além dos conteúdos matemáticos USg25E3 – Ao usar a MM, não há a produção de um conhecimento novo de Matemática, há a produção de conhecimento novo sobre o mundo USg26E3 – O trabalho com MM engloba assuntos que não estão relacionados com a Matemática USg28E3 - Não há um conhecimento novo de Matemática. Há um conhecimento novo sobre o assunto tratado USg30E3 – A MM amplia o conhecimento de mundo e não da Matemática USg21E4 – Ensinar usando coisas da natureza, com modelo matemático, cria um ambiente de cultura e liga a Matemática a outras áreas do conhecimento USg3E5 – Modelagem associada a duas características: A situação investigada ser um problema para os alunos e o contexto ser do dia a dia, das ciências ou do mundo de trabalho fora da disciplina de Matemática USg9E7 – Ao fazer modelação, quer que os alunos aprendam não apenas Matemática, mas algo que é importante para eles USg14E7 – Na Modelagem (na educação) serão usadas outras áreas além da Matemática	Ideia Abrangente - Aspectos para além da Matemática
USg5E1 – Ao trabalhar com a concepção crítica de MM, os alunos se sentem mais empoderados por meio da Matemática USg3E2 – Uma metodologia que desenvolva a criatividade dos alunos e que eles criem as estratégias de resolução USg4E2 – O aluno pode ser autônomo ao trabalhar com Modelagem USg5E2 – No trabalho com a MM, é fundamental oportunizar que os alunos busquem e pesquisem sobre as situações USg26E2 – O que mais buscava, no trabalho com Modelagem, era o protagonismo do aluno USg30E2 – Vantagem da MM é a contextualização	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - Possibilidades que se abrem no trabalho com a MM no ensino

USg35E2 – A importância de dar sentido ao que se quer trabalhar	
USg45E2 – O professor vai apresentando possibilidades, para o aluno ter autonomia para fazer as coisas	
USg3E3 – A postura do professor e dos alunos pode ser entendida como mais ativa, tendo em vista as características da Modelagem	
USg9E3 – É possível incorporar a Etnomatemática junto à Modelagem	
USg10E3 – A incorporação da Etnomatemática com a Modelagem visa a mostrar ao aluno que existe mais do que uma maneira de ter um conceito matemático	
USg24E3 – Autonomia e liberdade para trabalhar a sala de aula com algum contexto	
USg4E4 – Tirar Matemática da cidade motivou os alunos	
USg20E4 – Modelagem motiva o aluno	
USg34E4 – Depois de motivar o aluno, não precisa fazer um problema para cada situação	
USg8E7 – Ao fazer modelagem, na educação (modelação), busca-se ensinar aos alunos os passos da pesquisa científica	

A MATEMÁTICA NA MODELAGEM

- Conteúdos Matemáticos no trabalho com a Modelagem
- A Matemática no trabalho com a MM

USg20E2 – Os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado	
USg21E2 – No trabalho com Modelagem Matemática, os problemas indicam os conteúdos	
USg42E2 – Os dados levantados podem conduzir os conteúdos a serem trabalhados	
USg44E2 – Trabalho de conteúdos matemáticos partindo de um tema	
USg28E2 – O trabalho com MM, no ensino superior, proporciona ao aluno fazer aplicações, porque ele já pode ter estudado determinados conteúdos matemáticos	
USg7E3 – O contexto social e histórico está junto à MM, ao ensinar conteúdo matemático	
USg11E3 – A Modelagem possibilita que os alunos compreendam o conteúdo de modo contextualizado	

USg12E3 – O aluno vai aprender o conteúdo, porque vai precisar usar a ferramenta, para compreender os fenômenos investigados	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - Conteúdos matemáticos no trabalho com a Modelagem
USg16E3 – Os conteúdos matemáticos são ferramentas para a compreensão de fenômenos de fora da Matemática	
USg18E3 – Na Modelagem Matemática, o conteúdo matemático tem que ser útil para a vida cotidiana do aluno	
USg22E3 – O trabalho com MM (em sala de aula) fica restrito aos conteúdos da escola	
USg29E3 – Não construiu uma nova ferramenta matemática. Usou a Estatística que já estava lá, para entender o <i>fenômeno</i>	
USg5E4 – Ao visitarem a fábrica de papel, surgiu um problema que foi resolvido com progressão geométrica e soma de progressão	

USg7E1 – No desenvolvimento da atividade de Modelagem, sugere que os alunos usem a Matemática mais difícil para a resolução da situação	<i>Movimento de redução</i> Ideia Abrangente - A Matemática no trabalho com a Modelagem Matemática
USg10E1 – Desmistificar que, ao trabalhar com MM, sempre aparece uma Matemática simples	
USg11E1 – É possível usar uma Matemática mais avançada em problemas simples	
USg2E3 – <i>Através</i> da Matemática, quantificar um fenômeno e tomar as decisões baseadas nas respostas quantitativas	
USg15E3 – A ciência matemática ofereceu uma compreensão quantitativa sobre o <i>fenômeno</i>	
USg29E3 – Não construiu uma nova ferramenta matemática. Usou a Estatística que já estava lá, para entender o <i>fenômeno</i>	
USg3E4 – Buscava, no curso de especialização, tirar Matemática da cidade	
USg6E4 – O processo para resolver problemas em contextos diferentes é o mesmo. Então, a Matemática deve ser a mesma ou parecida	
USg8E4 – Para problemas análogos, pode-se usar a mesma Matemática	
USg11E4 – Ao fazer Modelagem no ensino, tem uma Matemática que é mais usada	
USg12E4 – Há Matemáticas mais úteis que outras, do ponto de vista de aplicação, que apareceram em vários problemas	
USg13E4 - Há matemáticas que têm um nível mais elevado, como equações diferenciais. Ao ensiná-la, precisa saber qual o uso	
USg24E4 – Há uma analogia entre as coisas. Foi usado o mesmo tipo de Matemática para dois problemas distintos, com modelos diferentes	
USg31E4 – O fazer Modelagem depende do ambiente em que está. A Matemática tem que ser coerente com o nível de ensino	
USg7E5 – No trabalho com algo que vai além da disciplina de Matemática, ela aparece como um meio e não como um fim	
USg6E6 – Quando tem um problema para resolver, questiona: Como faço a interpretação do ponto de vista matemático? Consigo enxergar a Matemática ou descrever esse problema? Onde uso alguma ferramenta Matemática para ajudar?	

USg7E6 – Em geral, para resolver as situações, usa-se uma ferramenta Matemática que já existe	
USg8E6 - Se for preciso, muita coisa (ferramenta matemática) acaba sendo criada, ao questionar que Matemática usar para solucionar determinada situação	
USg10E6 – Em geral, já tem as ferramentas matemáticas, para solucionar os problemas	
USg11E6 – Ao trabalhar com MM, mesmo em nível de mestrado e de doutorado, em geral, usam-se ferramentas já existentes	
USg13E6 – Ao trabalhar com MM no ensino, a ideia é usar ferramentas que já existem, adequando-as ao nível de ensino	
USg31E6 – Ao fazer MM na pesquisa, tem-se uma certa Matemática (à disposição), o que pode não acontecer na educação básica	

ANEXO**CARTAS DE CESSÃO DE DIREITOS**

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

São Carlos, 14 de Fevereiro de 2019.

Eu, ADEMIR DONIZETI CALDEIRA, carteira de identidade número 6 167 869 SSP-SC, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data. Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Ademir Donizeti Caldeira

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Guarapuava, 19 de fevereiro de 2019

Eu, DIONÍSIO BURAK, carteira de identidade número 632861-0, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.

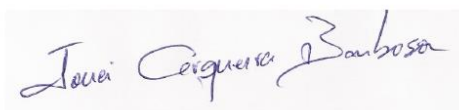
Dionísio Burak
Dionísio Burak

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Salvador, 12 de abril de 2019

Eu, Jonei Cerqueira Barbosa, carteira de identidade número 0440053005, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.

A handwritten signature in blue ink, reading "Jonei Cerqueira Barbosa", is centered on a light gray rectangular background.

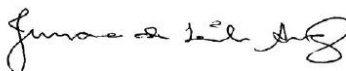
Jonei Cerqueira Barbosa

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Belo Horizonte, 18 de dezembro de 2018

Eu, **Jussara de Loiola Araújo**, carteira de identidade número M-4.612.674, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Jussara de Loiola Araújo

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Blumenau, 02 de maio de 2019

Eu, Maria Salett Biembengut, carteira de identidade número 4.634.800, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Maria Salett Biembengut

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Rio Claro, 16 de maio de 2019

Eu, Renata Zotin Gomes de Oliveira, carteira de identidade número 17766192-6, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.



Renata Zotin Gomes de Oliveira

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Campinas, 9 de abril de 2019

Eu, Rodney Carlos Bassanezi, carteira de identidade número 3002861-9, declaro que cedo os direitos da entrevista concedida para Carla Melli Tambarussi, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, nível de doutorado, com fins de investigação acadêmica, afirmando que dela poderá valer-se para tanto, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data.

Abdicando de direitos meus e de meus descendentes, subscrevo a presente declaração.


Rodney Carlos Bassanezi