



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de Marília

JERUSA AINOÃ PALHETA DE SOUZA CARDOSO

**INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS PARA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO
MATEMÁTICO EM SALA DE AULA NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA
ANÁLISE DAS PESQUISAS DESENVOLVIDAS NO CONTEXTO BRASILEIRO.**

Marília
2024

JERUSA AINOÃ PALHETA DE SOUZA CARDOSO

**INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS PARA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO
MATEMÁTICO EM SALA DE AULA NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA
ANÁLISE DAS PESQUISAS DESENVOLVIDAS NO CONTEXTO BRASILEIRO.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Educação pela Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Marília.

Área de Concentração: Educação

Orientador (a): Prof^a. Dr^a. Eliane Giachetto Saravali

Marília
2024

C268i

Cardoso, Jerusa Ainoã Palheta de Souza

Investigações Matemáticas para Construção do Conhecimento Matemático em Sala de Aula no Ensino Fundamental I: uma análise das pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro / Jerusa Ainoã Palheta de Souza Cardoso. -- Marília, 2024

141 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília

Orientadora: Eliane Giachetto Saravali

1. Educação. 2. Matemática. 3. Ensino Fundamental. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

JERUSA AINOÃ PALHETA DE SOUZA CARDOSO

Investigações Matemáticas para Construção do Conhecimento Matemático em Sala de Aula no Ensino Fundamental I: uma análise das pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Educação
Linha de pesquisa: Psicologia da Educação: Processos
Educativos e Desenvolvimento Humano.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Eliane Giachetto Saravali
Departamento de Educação e Desenvolvimento Humano
Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências – FFC
UNESP – Câmpus de Marília
Orientadora

Prof. Dr. José Carlos Miguel
Departamento de Didática
Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências – FFC
UNESP – Câmpus de Marília

Profa. Dra. Shiderlene Vieira de Almeida
Programa de Pós-graduação em Ensino de Física -Mestrado Nacional em Ensino de Física
UTFPR – Campus Medianeira

Marília -SP, 27 de março de 2024.

A Deus, por ter sido meu alicerce nessa caminhada. Ao meu esposo, Pablo. Ao meu pai Sadraque e minha mãe Nelcirene, que incentivaram meus estudos, acreditaram e oraram pelo meu objetivo.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me manteve forte, concedeu sabedoria e proporcionou viver este momento.

Ao meu esposo, Pablo Cunha, que sempre acreditou em mim, segurou minhas mãos diante das adversidades, pelas palavras de conforto e de fortalecimento, pela paciência, orações, incentivo e apoio, por estar comigo em cada conquista e momentos difíceis, sempre de forma amorosa.

Aos meus pais, Nelcirene Palheta de Souza e Sadraque Melo de Souza e minha maravilhosa família que sempre incentivaram e apoiaram nos estudos, pelas orações e carinho.

A minha orientadora, Profa. Dra. Eliane Giachetto Saravali, pela paciência, dedicação, apoio e ensinamentos que possibilitaram que eu realizasse este trabalho.

A todos os meus professores desde o Ensino Infantil até a Licenciatura em Matemática, que foram importantes em minha formação.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista-Campus Marília, pelos ensinamentos, pelo carinho e pela contribuição na formação, em especial a Profa. Dra. Rosane Michelli de Castro.

Aos Gestores, Coordenadores e equipe da Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista - Campus Marília e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará que proporcionaram esse mestrado, apoiaram e auxiliaram para o desenvolvimento do curso, em especial a Profa. Dra. Fernanda Atanaena e ao Prof. Dr. Henrique Tahan Novaes.

Ao Prof. Dr. José Carlos Miguel e a Profa. Dra. Shiderlene Vieira de Almeida pela composição na banca, pela dedicação de seu tempo para leitura e pelas valiosas contribuições.

Aos colegas da turma do Mestrado, pela oportunidade de conhecê-los, pelo apoio e os momentos incríveis compartilhados ao longo desta formação.

Aos meus amigos que sempre pelas palavras de conforto e carinho, pela torcida e admiração.

Aos meus amigos do IFPA que acreditaram e torceram por mim, pelo carinho, parceria, paciência, palavras de conforto e por toda ajuda.

A todos os meus amigos e familiares, que torceram por meu sucesso e nunca mediram esforços para me ajudar.

RESUMO

As Investigações Matemáticas correspondem a uma metodologia de ensino que busca diminuir as lacunas conceituais sobre os conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula que se contrapõem ao ensino tradicional. Adaptada para atividades dependendo da faixa etária e ano escolar, possibilita ao aluno tornar-se o autor do conhecimento adquirido sobre determinado assunto abordado, possibilitando diversas contribuições a ser utilizada no Ensino Fundamental I. O objetivo é de caracterizar as pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro a partir da perspectiva das Investigações Matemáticas, realizadas em sala de aula no Ensino Fundamental I, mediante pesquisa teórica e bibliográfica, de cunho qualitativo, com busca de trabalhos sobre a temática nos seguintes bancos de dados: CAPES, BDTD, Periódicos CAPES e Periódicos SCIELO, usando os indicadores: “Investigações Matemáticas”, “Investigação Matemática” e “Ensino Fundamental”, no período de 2012 a 2023. Foram encontrados 26 trabalhos e selecionados 23 para o presente estudo. Dentre os principais resultados tem-se que: a concentração maior das pesquisas está entre os anos de 2019 e 2020; o quinto ano é o ano escolar em que se realiza o maior número de investigações; os estudos se concentraram principalmente em escolas e instituições públicas, com maioria das pesquisas de intervenção e algumas bibliográficas, envolvendo professores, alunos e, em alguns casos, ambos. E os conteúdos mais abordados foram de Geometria e Álgebra. Os trabalhos possuíam diversos referenciais teóricos e como principal, o especialista no tema João Pedro da Ponte, presente em 21 pesquisas e com autoria de 23 obras nos trabalhos analisados. Os resultados desta pesquisa oferecem contribuições para o aprimoramento do ensino de Matemática no Ensino Fundamental I, destacando a eficácia da metodologia abordada na promoção do papel ativo do aluno, autonomia, criatividade, bem como a ênfase da escola como um ambiente propício à construção do conhecimento matemático, podendo oferecer bases para outras pesquisas sobre a temática.

Palavras-chaves: Educação Matemática; Investigações Matemáticas; Construtivismo; Ensino Fundamental I.

ABSTRACT

Mathematical Investigations correspond to a teaching methodology that aims to reduce conceptual gaps regarding mathematical concepts addressed in the classroom, which are opposed to traditional teaching. Adapted for activities depending on the age group and school year, it allows the student to become the author of the knowledge acquired on a particular subject, enabling various contributions to be used in Elementary School I. The objective is to characterize the research developed in the Brazilian context from the perspective of Mathematical Investigations, carried out in Elementary School I classrooms, through theoretical and bibliographic research, of a qualitative nature, searching for works on the theme in the following databases: CAPES, BDTD, CAPES journals, and SCIELO journals, using the indicators: "Mathematical Investigations," "Mathematical Investigation," and "Elementary Education," from 2012 to 2023. 26 works were found, and 23 were selected for the present study. Among the main results, we have: the highest concentration of research is between 2019 and 2020; the fifth grade is the school year in which the most investigations are carried out; the studies were mainly concentrated in public schools and institutions, with a majority of intervention research and some bibliographic research, involving teachers, students, and, in some cases, both. The most addressed contents were Geometry and Algebra. The works had diverse theoretical references, and the main one was the specialist on the topic João Pedro da Ponte, present in 21 research studies and with authorship of 23 works in the analyzed papers. The results of this research offer contributions to the improvement of Mathematics teaching in Elementary School I, highlighting the effectiveness of the addressed methodology in promoting the active role of the student, autonomy, creativity, as well as emphasizing the school as a conducive environment for the construction of mathematical knowledge, and may offer a basis for further research on the topic.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Investigations; Constructivism; Elementary School I.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Campos da Educação Matemática em Portugal.....	29
Figura 2 – Teorema de Pitágoras.....	36
Quadro 1 - Momentos na realização de uma investigação.....	37
Figura 3 - Fases das Investigações Matemáticas em sala de aula.....	40
Quadro 2 – Quantitativos de trabalhos por banco de dados.....	84
Quadro 3 – Trabalhos banco de dados BDTD – Termo I.....	84
Quadro 4 – Trabalhos banco de dados BDTD - Termo II.....	85
Quadro 5 – Trabalhos banco de dados catálogo de Tese e dissertações CAPES- Termo II.....	87
Quadro 6 – Trabalhos banco de dados Periódicos CAPES - Termo I.....	88
Quadro 7 – Trabalhos dos bancos de dados a serem analisados por ordem alfabética.	91
Gráfico 1 - Quantidade de pesquisas por ano de publicação.....	93
Gráfico 2 – Quantidade de pesquisa por ano escolar.....	94
Quadro 8 – Caracterização por tipo de pesquisa, participante e tipo de escola.....	95
Gráfico 3 – Delineamento da pesquisa.....	98
Gráfico 4 – Tipo de escola desenvolvido ou relacionado às pesquisas.....	102
Gráfico 5 – Município e estado em que as pesquisas foram desenvolvidas.....	103
Quadro 9 - Principais conteúdos de Matemática alvo das pesquisas.....	104
Gráfico 6 – Unidades temáticas BNCC de Matemática alvo das pesquisas.....	108
Figura 4 - Atividade sobre perímetro e área plana.....	110
Figura 5 - Atividades sobre triângulos.....	111
Figura 6 - Atividade: Sequência de diagonais.....	114
Quadro 10 - Principais autores e obras citadas nas pesquisas analisadas.....	117
Quadro 11 – Autores e quantidade de obras citadas nas pesquisas analisadas.....	119
Quadro 12 – Autores e obras relacionadas a teoria Piagetiana citadas nas pesquisas analisadas.....	119

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APM	Associação de Professores de Matemática
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
GO	Goiás
IM	Investigações Matemáticas
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PA	Pará
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PR	Paraná
PROFMAT	Encontro Nacional de Professores de Matemática
RME	Rede Municipal de Ensino
RS	Rio Grande do Sul
SC	Santa Catarina
SP	São Paulo
SCIELO	Scientific Electronic Library Online
TICs	Tecnologias da Informação e da Comunicação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 AS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS	17
2.1 Abordando sobre práticas de ensino em sala de aula	18
2.2 Breve Histórico sobre Investigações Matemáticas em Portugal	22
2.3 Investigações Matemáticas: premissas básicas	27
2.4 Contextualizando as Investigações Matemáticas em sala de aula	30
2.5 Como realizar Investigações Matemáticas em sala de aula	37
2.5.1 Primeira fase: Introdução da tarefa	41
2.5.2 Segunda fase: Realização da Investigação	43
2.5.3 Terceira fase: Discussão dos resultados	49
2.6 Papel do professor e do aluno no contexto de Investigações Matemáticas..	52
2.7 Investigações Matemáticas nos documentos brasileiros	56
3 A TEORIA DE PIAGET COMO SUPORTE TEÓRICO PARA UM TRABALHO COM INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS	61
4 PROPOSTA METODOLÓGICA	80
5 RESULTADOS	83
6 CONSIDERAÇÕES	128
REFERÊNCIAS	130
APÊNDICE	137
APÊNDICE A - Quadro com autores, obras e os trabalhos citados.....	138

1 INTRODUÇÃO

Um dos objetivos da educação é propiciar a construção da autonomia pelo aluno. Tendo em vista esse objetivo, pode-se questionar sobre a possibilidade de se alcançar a autonomia com aulas que são construídas sob práticas tradicionais, nas quais o professor é visto como detentor do conhecimento e o aluno como um receptor de informações de forma passiva. Quando se trata das aulas de matemática, observa-se dificuldades além do desenvolvimento dessa autonomia, uma vez que essa disciplina é complexa e de difícil entendimento, ocasionando a dificuldade de ensino e de aprendizagem dos conhecimentos matemáticos para o aluno.

Apesar da importância do aprendizado, no qual os estudantes desempenham um papel ativo para a construção do conhecimento, observa-se que, frequentemente, as aulas de Matemática possuem práticas em que os alunos tendem a decorar fórmulas e algoritmos, mas não compreendem o conteúdo trabalhado. Assim, tais aulas se caracterizam pela realização de atividades mecânicas, resolução de diversas listas de exercícios e outros processos de ensino que não contribuem para que os alunos aprendam os conteúdos matemáticos e que não possibilitam dirimir as lacunas conceituais.

Esses métodos de ensino não favorecem o desenvolvimento da autonomia dos alunos e nem os incentivam na tomada de decisões, a expressar sua opinião, a observar e compreender o mundo ao seu redor, além de limitar a possibilidade de construção de conhecimento. Quando se trata das séries iniciais do Ensino Fundamental, etapa em que as crianças possuem curiosidade e se deparam com novas situações e conceitos - desenvolvendo o pensamento lógico - práticas que limitem o desenvolvimento podem prejudicar toda a vida escolar do indivíduo. Muitas vezes, em sala de aula, cria-se o rótulo de alunos “inaptos para Matemática”.

Para Piaget (1969), a pretensa “aptidão” ou “falta de aptidão” para a Matemática pode estar relacionada à maneira pela qual é ensinada, e não sobre a Matemática em si. Em geral, as crianças têm a possibilidade de desenvolver a autonomia e se tornar autores de seu próprio conhecimento, sendo que é necessário estar em um ambiente que as estimule a isso. Nas aulas de Matemática, os alunos podem adquirir diversas características que contribuam nessa formação, no entanto é necessário um ambiente e metodologias de ensino para além de conteúdos matemáticos ou de fórmulas decoradas e atividades que não contribuem para se tornar ativo no próprio processo de aprendizagem.

Para Lübeck *et al.* (2020), em cada fase escolar, o ensino e a aprendizagem da Matemática apresentam distintas peculiaridades, todavia é perceptível que as características são cumulativas, ou seja, a base conceitual se expande, conforme os conteúdos são definidos e vão

sendo estabelecidas mais relações e significados pelos alunos. Assim, é importante que desde as séries iniciais, os alunos desenvolvam compreensão de seus conceitos e permitam que o aluno tenha um papel ativo na construção do conhecimento, sendo que o domínio dos conteúdos será base para a compreensão dos conteúdos matemáticos mais complexos que virão subsequentemente.

É importante que nas séries iniciais do Ensino Fundamental os alunos tenham um ambiente propício para desenvolver-se mentalmente, no qual os discentes sejam estimulados a ter um papel ativo na construção do conhecimento. Fatores que refletirão no futuro dos estudantes tanto na vida escolar como na percepção da forma que compreendem o mundo. Alves (2016) aponta que neste período, a criança desenvolve o pensamento lógico sendo considerado a base para os demais anos escolares, com princípios básicos da disciplina de Matemática que serão desenvolvidos mais adiante de forma gradativa.

Neste processo de ensino e de aprendizagem, o trabalho pedagógico escolar deve promover situações que auxiliem na compreensão e apropriação dos conceitos matemáticos, um processo que ocorra de forma ativa e que desenvolva o pensamento lógico-matemático. Santos e Oliveira (2017) apontam que um dos atributos do desenvolvimento cognitivo da pessoa é o pensamento lógico-matemático, esse é fruto das construções internas (mentais), ou seja, não há como ser ensinado externamente. No entanto, pode ser construído se houver atuação assertiva do professor em relação ao tipo de interação que se estabelece com objetos de conhecimento externos instigantes e desafiadores, a fim de que o sujeito possa pensar e estabelecer relações. Essas construções internas devem ser promovidas e estimuladas em ambiente propício para isso, com atividades significativas para o aluno.

Quando o aluno resolve um problema, todo o processo de construção do conhecimento deve ser válido, considerando que a interação entre o conhecimento e objeto ocorre pelas ações do sujeito. A inteligência se desenvolve também em função das interações sociais. Dada essa importância da interação social para o desenvolvimento lógico-matemático, “o desejo de ‘fazer sentido’ e de trocar pontos de vista com outras pessoas é que auxilia no desenvolvimento lógico da criança” (Kamii; Declark, 1996, p. 51).

Conforme afirmam Kamii e Declark (1996), tanto o ambiente social como a situação que o professor cria são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático, uma construção que ocorre por meio da abstração reflexionante. Para as autoras, a Matemática é tão difícil para muitas crianças porque é imposta, sem considerar a forma que elas aprendem ou pensam. A sala de aula deve ser um ambiente propício para o desenvolvimento do aluno, trazendo situações de desequilíbrio e oferta de situações favoráveis para desenvolvimento do

conhecimento matemático. A Matemática não deve apenas ser repassada para as crianças pelo adulto, considerando que as construções das estruturas são internas. O professor não pode pensar que o aluno apenas deve repetir o que é repassado, o aluno deve ter oportunidade de criar, inventar, descobrir, tornar-se um indivíduo crítico e autônomo.

Quanto à Matemática no Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997), indicam que a disciplina faz parte da vida de todas as pessoas, desde as experiências mais simples como contar, comparar e operar quantidades. Se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade e é um instrumento importante para diferentes áreas do conhecimento, com estudos ligados tanto às ciências da natureza como às ciências sociais. A Matemática possui um importante papel e “[...] comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico” (Brasil, 1997, p. 24).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), apresenta que nos anos iniciais do Ensino Fundamental há a necessidade de articulação das experiências vividas no Ensino Infantil, sendo que nessa articulação é necessário prever a sistematização progressista e o desenvolvimento dessas experiências pelos alunos, “novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos” (Brasil, 2018, p. 58).

Diante disso, uma possibilidade que foi apresentada nesta pesquisa, é trazer para as aulas de Matemática uma metodologia que possibilita a construção do conhecimento matemático por meio de atividades de investigação, denominada de Investigações Matemáticas (IM). Para os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), as IM surgem como um poderoso meio de construção do conhecimento e “a realização de investigações matemáticas, pelo aluno, pode contribuir de modo significativo para a sua aprendizagem da Matemática e para desenvolver o gosto por essa disciplina” (Ponte, Brocardo; Oliveira, 2019, p. 147).

Essa metodologia pode ser utilizada na sala de aula em todas as séries e anos escolares, devendo ser adaptada de acordo com a faixa etária trabalhada, buscando tornar o aluno o autor do conhecimento adquirido em um ambiente propício para isso. Considerando a relevância e as possibilidades de utilizar essa metodologia, no presente estudo aborda-se sua utilização nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

É uma metodologia de ensino que trabalha a matemática em sala de aula buscando diminuir as lacunas conceituais sobre os conceitos matemáticos, visando a construção do

conhecimento através da investigação, podendo ser utilizada para possibilitar ao aluno que seja o autor do conhecimento adquirido e proporcionando a descoberta e aprendizagem dos conceitos matemáticos de forma significativa.

O conceito de IM, como atividade de ensino e de aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade Matemática genuína; o aluno é incentivado a agir como matemático, com formulação de questões e conjecturas, realizando provas e refutações, apresentando resultados, discutindo e argumentando com seus colegas e o professor. As IM podem proporcionar aos alunos a construção do conhecimento matemático, tornando estes autores do conhecimento, contribuindo para que o aluno possa desenvolver o pensamento crítico, sabendo tratar a informação no cotidiano, relacionando a Matemática não apenas como fórmulas e cálculos, mas utilizando em todos os meios do processo educativo, cultural e social.

Assim, considerando as contribuições que podem ser proporcionadas com a metodologia de Investigações Matemáticas para alunos do ensino fundamental I, bem como a importância de metodologias que levem um ensino mais efetivo para sala de aula é que a presente pesquisa foi delineada. O estudo foi relacionado ao ensino fundamental I em decorrência de experiência própria da autora, no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Licenciatura em Matemática, no qual foi desenvolvido um projeto que utilizou as Investigações Matemáticas para explorar estratégias do campo conceitual multiplicativo, com alunos do 3º e 4º ano do Ensino Fundamental, em que se obteve resultados positivos.

Busca-se por meio do presente trabalho discutir o uso dessa metodologia no Ensino Fundamental I do ponto de vista teórico e bibliográfico a partir da seguinte questão: **Como estão sendo desenvolvidas as pesquisas em Investigações Matemáticas em sala de aula no Ensino Fundamental I no contexto brasileiro?**

Por conseguinte o objetivo geral deste trabalho visa caracterizar as pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro a partir da perspectiva de Investigações Matemáticas em sala de aula no Ensino Fundamental I. E, como objetivos específicos tem-se: elencar as pesquisas desenvolvidas à luz das Investigações Matemáticas em sala de aula; identificar os principais conteúdos de Matemática que são alvo das pesquisas em Investigações Matemáticas desenvolvidas em contextos escolares no Ensino Fundamental I e relacionar os principais teóricos adotados nessas investigações que dialoguem com as Investigações Matemáticas.

O presente texto foi organizado da seguinte forma, após esta Introdução (Capítulo I), no Capítulo II apresenta-se a fundamentação teórica das Investigações Matemáticas. Neste capítulo, realizamos um contexto introdutório práticas de ensino em sala de aula, um breve histórico das Investigações Matemáticas em Portugal e suas premissas básicas. Explorou-se

como realizar as Investigações Matemáticas em sala de aula, com base no processo de investigação Matemática profissional, destacamos o papel do professor e do aluno e a análise dos documentos brasileiros. O Capítulo III explora a teoria de Piaget como suporte teórico para o trabalho com Investigações Matemáticas, abordando temas que dialogam com o Capítulo II, discorrendo sobre o desenvolvimento da inteligência, do conhecimento lógico-matemático e do ensino da matemática. O Capítulo IV discorre sobre a proposta metodológica utilizada. No Capítulo V, são apresentados os resultados da coleta de dados, definindo os principais pontos obtidos e visando cumprir o objetivo proposto na pesquisa. A discussão do trabalho é realizada, incluindo gráficos, quadros, figuras e análises pertinentes. O trabalho é concluído com as considerações finais, seguidas das referências bibliográficas.

Pretendeu-se com este estudo contribuir para compreensão sobre como as Investigações Matemáticas são exploradas no contexto brasileiro.

2 AS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Neste Capítulo, aborda-se sobre as Investigações Matemáticas considerando-as como uma metodologia de ensino. Tal metodologia se contrapõe à prática tradicional de resolução de exercícios de forma mecânica e possui como objetivo desenvolver junto aos alunos habilidades de investigação na resolução de problemas matemáticos, bem como incentivar a curiosidade e a criatividade, trazendo a resolução de atividades investigativas, proporcionando um ambiente de aquisição de conhecimento tornando os alunos principais autores de seu processo de aprendizagem. Busca apresentar as concepções, potencialidades e metodologias em sua abordagem, que podem ser implementadas em diferentes níveis de ensino, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, e pode ser aplicada em diferentes tópicos matemáticos. Não é simplesmente uma investigação Matemática comum, mas é uma metodologia de ensino utilizada em sala de aula. Essa metodologia traz para sala de aula um ambiente de investigação, em que são realizadas atividades investigativas, as quais devem ser desafiadoras a fim de proporcionar o desenvolvimento do conteúdo matemático, de modo que os alunos tenham a possibilidade de construí-lo de forma significativa. Seu desenvolvimento ocorre em diversos momentos, há um processo específico e possui uma prática pedagógica.

No Brasil, alguns autores como Pereira e Braga (2012) e Dick *et al.* (2014) abordam o termo no singular, como Investigação Matemática, outros como Santos (2015), Cruz (2015), Santos (2017) e Marçal (2019), no plural, como Investigações Matemáticas. No presente trabalho a terminologia usada será Investigações Matemáticas. Em Portugal, localidade de origem desta temática, há diversos estudos e autores que intitulam como “Investigações Matemáticas” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019) ou “actividades de investigação” (Martins, 2010) ou “tarefas de investigação” (Saraiva, 2005). Investigações Matemáticas é termo adotado no presente estudo considerando que a proposta metodológica, dentro do seu percurso de atividades de investigação, possui uma série de procedimentos que se caracterizam por Investigações Matemáticas. Conforme os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), “as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 7-8).

Destaca-se que tanto no Brasil como em Portugal, os estudos em que se utilizam dessa metodologia em sala de aula, abordam uma maneira de trabalhar de forma significativa, por meio de atividades de investigação. Para isso é necessário que haja um planejamento e preparação de aula, seja criado um ambiente investigativo na sala de aula, os alunos tenham

ciência de como será abordada a metodologia, que sejam desenvolvidas etapas de início, desenvolvimento e conclusão das atividades investigativas, que por sua vez possuem características próprias, conforme será abordado a seguir.

Primeiramente, serão apresentados alguns aspectos relevantes para nossa pesquisa do contexto de práticas de ensino em sala de aula que são voltadas ao ensino de Matemática de forma tradicional, também alguns questionamentos e pontos relevantes de como essas práticas podem prejudicar o processo de construção do conhecimento do aluno.

No decorrer do capítulo, será visualizado um contexto histórico, premissas básicas e contexto das Investigações Matemáticas em sala de aula em Portugal. Abordaremos os conceitos, objetivos e as etapas, assim como desenvolvimento para realização dessas investigações em sala de aula. Por fim, apresentamos papel do professor e do aluno no contexto de Investigações Matemáticas, bem como a Investigações Matemáticas nos documentos brasileiros.

2.1 Abordando sobre práticas de ensino em sala de aula

A Matemática, nas Instituições de Ensino no Brasil, é tida como uma disciplina complexa e de difícil entendimento, como mostram diversas pesquisas brasileiras na área, tais como de Santos, França e Santos (2007), onde observa-se que há dificuldade em um ensino significativo tanto para o aluno que tenta aprender, como por parte do professor que busca inúmeros meios de difundir o conhecimento matemático.

Além disso, os autores citados demonstram que aprender Matemática pode ser desafiador para muitas pessoas, mas é uma área fundamental do conhecimento que permeia diversas atividades cotidianas e profissionais. Para superar as dificuldades e tornar o ensino mais efetivo, é importante inovar na forma de abordar a matéria, destacando sua real importância no dia a dia dos alunos (Santos; França; Santos, 2007).

A atuação do professor é um fator crítico nesse processo de ensino-aprendizagem. O papel do professor não é simplesmente fornecer respostas prontas, mas sim guiar os alunos na construção de seu raciocínio lógico, levando-os a refletir sobre o que estão aprendendo. Isso pode promover uma aprendizagem na qual o estudante entenda os conceitos matemáticos em sua essência, em vez de apenas memorizar fórmulas e procedimentos (Santos; França; Santos, 2007).

A abordagem do professor deve ser segura e dinâmica, o que significa que ele deve estar preparado para enfrentar as dificuldades que os alunos possam ter, adaptando suas estratégias

de ensino para atender às necessidades individuais de cada estudante. Isso requer empatia, paciência e um ambiente de aprendizagem acolhedor, onde os alunos se sintam motivados a se engajar e a participar ativamente das aulas (Santos; França; Santos, 2007).

O professor deve estimular a construção conjunta do conhecimento com os alunos, incentivando a participação ativa, a resolução de problemas e o trabalho em equipe. O uso de recursos tecnológicos e práticas pedagógicas inovadoras pode tornar o ensino mais atrativo e eficiente, aproximando os conceitos matemáticos da realidade dos alunos (Santos; França; Santos, 2007).

Ao conduzir o processo de aprendizagem de forma mediada e reflexiva, o professor contribui para a evolução do aprendizado do aluno ao longo do tempo. O objetivo não é apenas que os estudantes aprendam o conteúdo imediato, mas que desenvolvam habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas que os acompanharão por toda a vida (Santos; França; Santos, 2007).

O trabalho fica muito limitado se o professor quiser que o aluno compreenda a Matemática apenas por meio de técnicas, fórmulas e exercícios mecânicos, utilizando métodos passivos que consistem em transmissão verbal e escrita de conhecimento. Geralmente, isso pode levar o aluno muitas vezes a decorar e não aprender/compreender o conteúdo trabalhado, por fim, levando ao esquecimento dos conteúdos vivenciados. Mantovani de Assis (2015) reflete sobre como a escola tem transmitido a cultura e as formas de comportamento:

Tem procurado transmitir esses conhecimentos como produto pronto para o consumo, como se não houvesse necessidade de elaboração por parte de quem aprende. O conhecimento científico, reduzido a teorias e técnicas, vem sendo apresentado por meio de raciocínios que o explicam do ponto de vista do professor ou do livro didático, sem maiores preocupações com a possibilidade de compreensão pelo aluno, sem levar em conta a sua forma específica de ver o mundo e muito menos, a sua participação no processo de conhecer. Este enfoque passa para o aluno a ideia de ciência pronta e acabada, cujo conhecimento é detido pelo professor e não pode ser questionado, nem precisa ser experimentado e comprovado para ser aceito (Mantovani de Assis, 2015, p. 209).

Segundo esta autora, pode-se observar a forma tradicional de transmitir conhecimento científico, na qual o conhecimento é apresentado de maneira pronta e acabada, sem considerar a participação ativa e a compreensão do aluno. Isso significa que o conhecimento é oferecido de forma acabada, sem que o aluno precise realizar um esforço significativo para entendê-lo ou aplicá-lo em diferentes contextos. Nessa abordagem, a aprendizagem se torna passiva e mecânica.

Porém, é possível encontrar o processo de aprendizagem que envolve mais do que apenas receber informações. É fundamental que o aluno participe ativamente, questione, analise, experimente e relacione o conhecimento com suas experiências e visão de mundo.

No que compete ao conhecimento científico, identifica-se que é apresentado como algo imutável, inquestionável e estanque, o estudante pode perder a oportunidade de desenvolver habilidades críticas e a capacidade de fazer suas próprias descobertas e contribuições para a área. A aprendizagem ocorre quando o aluno se envolve ativamente no processo, formulando hipóteses, realizando experimentos, fazendo perguntas e compreendendo como o conhecimento se aplica no mundo real. Cada estudante traz suas experiências, crenças e perspectivas para a sala de aula. Um ensino eficaz deve levar em conta essas diferenças e ajudar o aluno a relacionar o novo conhecimento com o que ele já sabe e entende.

O papel do professor é importante para uma abordagem mais efetiva do ensino. Uma educação mais eficaz deve encorajar a curiosidade, a experimentação e a investigação, permitindo que os alunos se tornem protagonistas no processo de construção do conhecimento. O conhecimento científico deve ser apresentado como uma jornada em constante evolução, sujeita a questionamentos e atualizações à medida que novas descobertas são feitas. Isso ajuda a promover uma compreensão mais profunda e flexível das teorias e conceitos científicos.

Quando o professor transmite o conhecimento diretamente para o aluno, tentando fazê-lo compreender passivamente o conteúdo que ele está querendo ensinar, não dando oportunidade para que hipóteses sejam formuladas, dúvidas sejam apresentadas, coloca-se no lugar de 'dono da verdade' submetendo aquele que aprende a um constrangimento intelectual e, conseqüentemente, moral, não lhe dando chances de conquistar a autonomia correspondente a esses dois aspectos de sua personalidade (Mantovani de Assis, 2015. p. 211).

Muitas vezes, na matemática, esse comportamento é ainda mais evidente na sala de aula, pois o professor assume o papel de detentor de todo conhecimento e o aluno não tem participação ativa no processo. Com isso, a Matemática acaba sendo trabalhada de forma em que o professor traz métodos e fórmulas prontas, para que o aluno apenas execute e resolva questões decorando, sem alcançar uma aprendizagem efetiva para o aluno e muito menos ser agente participativo.

Para Scriptori e Santiago (2013), não há como o professor se limitar apenas a técnicas e conteúdos previstos no currículo escolar. Segundo as autoras, não existe uma receita pronta, mas:

É necessário conhecer os processos cognitivos e as ideias do aluno, e que é preciso ensinar o aluno a pensar e refletir para obter boas respostas e resolver problemas. Para que a matemática não seja um "bicho de sete cabeças" que atormenta a maioria dos alunos e professores, busca-se sempre por estratégias de ensino mais eficazes. Nas últimas décadas, a estratégia de resolução de problemas parecia ser uma boa forma de

desenvolver o pensamento matemático dos alunos (Scriptori; Santiago, 2013. p. 223 - 224).

Questiona-se então, como o aluno aprenderá apenas com explicação do processo, sem a sua participação ativa e como realizará a construção do conhecimento sem estar envolvido? Mantovani de Assis (2015, p. 210) afirma:

Para construir o conhecimento é imprescindível a ação daquele que conhece sobre o objeto a ser conhecido. Por ação compreendemos tanto as manipulações como as elaborações mentais e por "objeto do conhecimento", um objeto concreto, um aparelho científico, a língua, outra pessoa, um grupo social, textos elaborados, conhecimentos sistematizados por outros, etc. Enfim, tudo aquilo que o sujeito quer e ou precisa conhecer. [...]. Por conseguinte, as palavras não podem ser o instrumento básico do ensino. Os alunos precisam ter a oportunidade de levantar hipóteses, planejar ações para verificá-las, buscar novas explicações quando as anteriores se mostram insuficientes. Ora, isto depende das estruturas cognitivas que tenham construído.

Não há como almejar que o aluno tenha um processo de ensino e aprendizagem de forma significativa com o ensino tradicional, alicerçado na passividade intelectual. Para que o aluno se torne protagonista na construção do conhecimento matemático, o papel do professor e do aluno, as metodologias, o ambiente escolar, as práticas de ensino precisam ser revistos. Há diversas metodologias sendo pesquisadas e trabalhadas para um ensino diferente da Matemática, mais crítico e ativo, sendo caracterizadas pela importância do desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, de sua capacidade de construção de conhecimento, papel ativo no processo de aprendizagem, pensamento crítico, autonomia e a atribuição de significados aos conhecimentos.

Metodologias que estimulem os alunos a expandir seus conhecimentos em sala de aula, tornando o processo de ensino e aprendizagem significativo, e contribuindo para que os alunos construam seu conhecimento matemático sobre o conteúdo. É importante desenvolver a capacidade intelectual, raciocínio lógico, estruturação do pensamento, solução de problemas com situações cotidianas e relacionar a outras áreas do conhecimento, levando em consideração os conhecimentos que os próprios alunos possuem.

Nesse sentido, as Investigações Matemáticas são apresentadas como uma metodologia de ensino que pode ser desenvolvida em qualquer ano ou série da educação básica e do ensino superior, sendo adaptável ao público com o qual se trabalha.

Mas antes de dar continuidade ao conceito de IM e a caracterização de seu desenvolvimento em sala de aula, acompanha-se um pouco de seu percurso histórico. Diante dos diversos estudos e pesquisas com esse tema no Brasil, a origem dessa prática de ensino e

seu contexto histórico, bem como os seus principais pesquisadores são de Portugal, inclusive os mais citados em pesquisas sobre IM no Brasil, o pesquisador João Pedro da Ponte, é um dos principais especialistas do tema e diretor do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

2.2 Breve Histórico sobre Investigações Matemáticas em Portugal

Na era medieval, Portugal já demonstrava interesse na matemática, principalmente devido à sua relevância para a navegação e exploração marítima. Durante a Era dos Descobrimentos (séculos XV e XVI), os navegadores portugueses precisavam dominar a matemática para traçar rotas, calcular distâncias, lidar com cartografia e navegação astronômica. Nomes como Pedro Nunes (1502-1578), um dos maiores matemáticos e cosmógrafos portugueses, tiveram papel fundamental nesse contexto.

No entanto, a Matemática em Portugal, como área acadêmica, começou a se desenvolver mais intensamente nos séculos XVIII e XIX, com a criação de universidades e instituições de ensino. O estudo da Matemática foi incorporado nos currículos acadêmicos e aprofundou-se em várias áreas como a análise, álgebra e geometria.

De acordo com Ponte (2003a), o currículo de Matemática em Portugal sofreu evoluções significativas na metade do século XX, em todos os níveis de ensino, passando de programas com lista conteúdos, baseados em treino das técnicas de cálculo, para uma nova abordagem da Matemática escolar, que propunha uma disciplina de um modo unificado, utilizando a linguagem de conjuntos e enfatizando o papel das estruturas matemáticas. Assim, correspondia de um lado a própria essência da matemática, e do outro, as investigações psicológicas sobre desenvolvimento cognitivo das crianças.

Ponte (2003a) apresenta que, nesse momento, iniciava-se o movimento da Matemática Moderna que “procurou usar conceitos e processos unificadores para enquadrar os diversos tópicos escolares, introduziu novos tópicos vistos como relevantes e eliminou alguns dos tópicos tradicionais, considerados obsoletos” (Ponte, 2003, p. 12). Para o autor, esse movimento pretendia proporcionar aos alunos uma melhor compreensão das ideias matemáticas, bem como melhorar competências de cálculo. De acordo com autor:

A Matemática moderna não se limitou a mudanças ao nível dos conteúdos. Também se preocupou com os métodos a usar, defendendo-se o ensino “por descoberta”. Vários autores argumentam que os alunos deveriam ter um papel tanto quanto possível ativo na redescoberta dos conceitos (Ponte, 2003, p. 12).

Ponte (2003a) relata que em Portugal esse movimento teve dois períodos, nos anos 60, a fase experimental, em turmas especiais do 3º ciclo do ensino liceal¹. Nos anos 70, ocorreu a generalização aos alunos de todos os níveis, sendo elaborados novos programas e novos manuais escolares. O autor refere que nesse período ocorreu a integração entre a Matemática moderna e tradicional, bem como sucederam diversas críticas a essa Matemática moderna cujo “simbolismo carregado e a ênfase em estruturas *abstractas* revelavam-se, afinal, de difícil compreensão para os alunos” (Ponte, 2003, p. 12-13).

Essa Matemática Moderna estava presente no mundo, em vários países, nos anos 70, e consequentemente havia diversos movimentos contrários a ela, conhecidos como *back to basic*. Cabe destacar que, no Brasil, a reforma do ensino de Matemática teve seu marco inicial na década de 50, porém, foi em 1960 e 1980 que o movimento da Matemática Moderna esteve no auge das discussões, um período em que se elaboraram novas referências para o ensino de Matemática, influenciados por diversos interesses políticos, sociais e econômicos do período. Assim como no restante do mundo, as discussões se intensificaram, mas pretensões do discurso e ideias de melhorias no ensino da Matemática não foram cumpridos ou modificados, a realidade foi que o ensino de Matemática não melhorou.

De acordo com Ponte (2003a), não se encontraram em Portugal os exageros de outros países. No entanto, havia forte oposição dos educadores matemáticos que “argumentavam que as competências básicas em Matemática não se limitam ao simples domínio do cálculo, mas incluem outros aspectos, entre os quais a resolução de problemas” (Ponte, 2003, p. 13). Diante disso, em Portugal existiam diversos estudos e movimentos discutindo as práticas de ensino, e começaram a se observar referências às Investigações Matemáticas.

De acordo com Martins (2010), a partir das décadas de 80/90, iniciou-se uma integração das atividades de investigação na Matemática escolar em Portugal, com um contexto relacionado a uma evolução histórica que evidenciou a valorização e a recomendação explícita das atividades de investigação no ensino e aprendizagem em Portugal.

Diante de diversos fatores, a autora portuguesa reflete que, durante os anos, diante de um contexto histórico, as práticas de ensino modificaram-se, chegando a um momento que se tornou mais necessário que os alunos tivessem noção e domínio do sentido do número, além da memorização e a mecanização de cálculos e regras para determinados procedimentos matemáticos que eram comuns no contexto escolar. Exemplificado pela autora no seguinte

¹ O ensino liceal foi criado em 5 de dezembro de 1836 por Passos Manuel. Todas as cidades, capitais de Distrito e algumas outras cidades mais importantes deveriam ter um Liceu (Nóvoa, 2003).

questionamento diante desse contexto abordado “de que serve aos alunos saber *efectuar* os algoritmos sem que tenham ideia de qual o algoritmo necessário ou que não saibam criticar ou raciocinar sobre o resultado obtido?” (Martins, 2010, p. 15).

Baseado no contexto histórico do País, a autora relaciona a situação que se vivia em Portugal, na década de 80. O insucesso na Matemática impulsionou muitos debates e vários movimentos, reforçando a discussão sobre seu ensino. Alguns desses momentos destacados pela autora: “em 1980, o 1º Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa da Matemática; em 1985, o 1º Encontro Nacional de Professores de Matemática (Profmat); em 1986, o 2º Profmat e a fundação da Associação de Professores de Matemática (APM); em 1988” (Martins, 2010, p. 16).

A partir desses movimentos, surgiram determinadas orientações para o ensino de Matemática no País, das quais se destacam que as finalidades no ensino deveriam privilegiar a valorização equilibrada dos domínios cognitivo, epistemológico, afetivo e social, enfatizando-se, assim, os processos e as atividades matemáticas. Foi proposto que as atividades “teriam de permitir a exploração, a formulação de conjecturas e a prova matemática, favorecendo o raciocínio indutivo, a comunicação oral e escrita, a discussão e a reflexão” (Martins, 2010, p. 16). Neste contexto, a autora aponta que começaram a ser referidas, ainda que de uma forma implícita, as atividades de investigação.

Martins (2010) apresenta que a APM (1988) concluiu que o ensino da Matemática no País possuía níveis baixos de objetivos cognitivos, com muita memorização de algoritmo e técnicas de resolução de exercícios, bem como, na Matemática escolar não era proporcionado o “desenvolvimento dos processos e estratégias de raciocínio, nem as capacidades de pesquisa, cooperação, comunicação, discussão, investigação ou produção, estando as atividades desprovidas de qualquer contexto” (Martins, 2010, p. 16).

Ainda neste período, Martins (2010) relaciona vários documentos curriculares que revelaram um sentimento de preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática: “Agenda para a *Acção*, do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1980); Relatório de Cockcroft (1982); Renovação do Currículo de Matemática (APM, 1988); Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989)” (MARTINS, 2010, p. 17). Esses documentos davam importância central à resolução de problemas e ao desenvolvimento de capacidade e de atitudes. Em 1986, a partir da Lei Bases do Sistema Educativo, “a reorganização curricular tomou novos rumos; as metodologias e as estratégias apontavam para que o aluno fosse o agente responsável pela construção do seu conhecimento” (Martins, 2010, p. 19).

Segundo Martins (2010), nas propostas curriculares, houve grande influência de Paulo Abrantes² (1953-2003), quando o professor e pesquisador desenvolveu juntamente com uma equipe de professores e pesquisadores, o currículo experimental de matemática, conhecido como MAT789³. Tal currículo possuía uma visão sobre aprendizagem Matemática sendo construtiva, métodos de ensino com alunos participantes ativos no processo de aprendizagem; orientações globais do currículo com consideração de aspectos de natureza cognitiva, afetiva e social; temas transversais com resolução de problemas, aplicações da Matemática e utilização das novas tecnologias (Ponte, 2003b).

Para Ponte (2003a), começam nesse período a surgir diversos documentos que enfatizam a Matemática com foco na resolução de problemas, dentre eles, as Normas para o currículo e avaliação da matemática escolar (NTCM, 1991), que “salienta que o principal objectivo da disciplina de Matemática é levar o aluno a desenvolver o seu ‘poder matemático’” (Ponte, 2003, p. 14). O autor apresenta que, diante disso, “uma análise das potencialidades dos diferentes tipos de problemas levou a um interesse cada vez maior pelas questões abertas, susceptíveis de dar origem a atividades de investigação matemática por parte dos alunos” (Ponte, 2003, p. 14). Além do uso de novas tecnologias no currículo de Matemática, como calculadora e computador, utilizada no ensino de diversos conceitos, que possibilitaram aos alunos uma abordagem experimental, com exploração de conceitos e situações matemáticas, favorecendo assim o desenvolvimento de uma perspectiva investigativa no currículo de Matemática.

Neste período, Martins (2010) aponta outro marco histórico do surgimento das atividades de investigação, em 1998, as orientações curriculares difundidas pelo Ministério de Educação Portugal, em que:

[...] as finalidades da Matemática englobavam a interpretação e a intervenção no real, o desenvolvimento das capacidades de formular problemas, de comunicar

² Pesquisador e Professor - Figura de primeiro plano da educação matemática portuguesa e internacional. Também coordenou o Matemática para Todos (MPT) (Portugal), (1995–1999), que se centrou no estudo das potencialidades das atividades de investigação matemática para o ensino e de aprendizagem de matemática. O Projeto, baseado também numa lógica de colaboração entre pesquisadores e professores, envolveu uma numerosa equipe e deixou igualmente um património de ideias e realizações muito significativo, tendo dado origem a um grande número de publicações, estudos parciais, teses de mestrado e doutoramento, etc.

³ O Projeto MAT789 desenvolveu para a Matemática os 7º, 8º e 9º anos. O currículo baseou-se numa abordagem que coloca no primeiro plano a atividade intencional dos alunos e que salienta a natureza interativa, cooperativa e reflexiva da aprendizagem da Matemática. A resolução de problemas, as relações Matemática-realidade, a integração da tecnologia e o trabalho de grupo foram aspectos fundamentais na concretização dessa abordagem. Uma base do estudo são as propostas de reorientação do ensino da Matemática no sentido de o dirigir para todos os alunos numa perspectiva integradora de (i) capacidades de ordem superior e competências básicas, (ii) aspectos cognitivos e não cognitivos, e (iii) tópicos matemáticos e o seu uso em contextos de aplicação. Outros fundamentos teóricos situam-se nos domínios da aprendizagem experiencial e cooperativa, com ênfase nas questões relativas à autonomia e motivação dos alunos.

criticamente, de adquirir e aprofundar uma cultura científica, contribuindo para uma atitude positiva face à ciência e que promovesse a realização pessoal. Como orientação metodológica, sugere-se a utilização de um raciocínio dedutivo, mediante a justificação de processos de resolução, da confirmação de conjecturas e encadeamento de raciocínios e a utilização de um raciocínio indutivo em situações de pesquisa, de modelação matemática e de investigação (Martins, 2010, p. 20).

Para a autora, começam a surgir indícios e alusões às Atividades de Investigação como uma metodologia com vantagens curriculares para os alunos, proporcionando a aquisição de objetivos e competências pretendidas, e para professores, a inovação na prática de ensino. No entanto, não era apenas em Portugal que o conceito de investigação estava presente em currículos. Ponte (2003a) aponta que em diversos países em seus currículos havia referências a realização de atividades de investigação pelos alunos. Diante desse conceito em Portugal havia várias referências à importância da formulação da conjectura, um aspecto importante do processo de Investigação.

Além disso, Ponte (2003a) aponta nos currículos o destaque para a criação de espírito de pesquisa, e a argumentação, discussão, descoberta e avaliação. Nos currículos e documentos do Ministério da Educação de Portugal são apresentadas finalidades como desenvolver capacidade de formular e resolver problemas, de comunicar, e ainda as capacidades de memória, espírito crítico e a criatividade. Além de referenciar o desenvolvimento do raciocínio e pensamento científico, bem como a necessidade do aluno “validar conjecturas”.

Martins (2010) explica que com a publicação do Currículo Nacional do Ensino Básico, em 2001, resultante do movimento inicialmente chamado Reflexão Participada sobre os Currículos e depois Gestão Flexível do Currículo foi referido explicitamente que a competência Matemática se desenvolve por meio de experiências, devendo-se proporcionar aos alunos diversidade de experiências de aprendizagem com significado e adequadas, que incluem as Atividades de Investigação, nas quais os alunos possam explorar uma situação aberta, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, argumentar e comunicar-se por meio de escrita ou oralidade suas conclusões. A autora apresenta que “as actividades de investigação, finalmente, são contempladas implícita e explicitamente, sendo-lhes atribuída grande relevância, não só no Currículo como também no Programa da disciplina de Matemática para o Ensino Básico” (Martins, 2010, p. 23).

Considerando os currículos, documentos e autores importantes em Portugal, pode-se observar que o conceito de Investigações na didática da Matemática em Portugal, teve início nos anos 80, associado inicialmente à resolução de Problemas, considerando o estudante realizar uma atividade comparável à do matemático Profissional, com a promoção de estimular

a curiosidade e desejo pela solução de um problema, bem como sua participação ativa. Posteriormente, nos anos 90, o conceito de IM, discutido por Ponte e Matos (1992), em que retomam a ideia de os alunos serem colocados no papel de matemáticos, indicando que diversos momentos característicos das IM, tais como “definição das questões, a realização de experiências, a formulação e teste de conjecturas e a sua eventual prova” (Ponte, 2003, p. 21).

2.3 Investigações Matemáticas: premissas básicas

Diante de todo esse contexto em Portugal, surgiram diversos estudos relacionados a atividades de investigação na Matemática. Um deles é o estudo de Ponte (2003a) ao apresentar a relação de diversos trabalhos de pesquisadores, na qual o autor as divide em dois tipos: os centrados nos alunos e aqueles que se centram nos professores.

O autor apresenta que os estudos que dizem respeito ao aluno apontam para competências e dificuldades que os mesmos demonstram em realizar investigações (o entendimento do aluno do processo e o desempenho nas diversas fases do trabalho); a relação entre o trabalho investigativo e o desenvolvimento de conceitos matemáticos; as atitudes e concepções dos alunos relativamente às investigações, à Matemática e ao ensino-aprendizagem; e as implicações do trabalho investigativo nas práticas de aprendizagem dos alunos. No que diz respeito aos professores, o autor aponta a relação que os professores tendem a estabelecer com as Investigações Matemáticas, como conceito e como prática; conhecimento profissional; a perspectiva curricular que mobilizam na sua realização e o modo como se enquadram em dispositivos de formação onde está noção é valorizada.

De acordo com Ponte (2003a), a legitimidade conceptual das Investigações Matemáticas em sala de aula reflete sobre a experiência da investigação dos matemáticos profissionais. Com as devidas adaptações, o autor acredita que essa investigação esteja ao alcance dos alunos. Para o autor, o conceito de investigação:

Valoriza sobretudo a importância das questões e da atitude de questionamento e não tanto os aspectos técnicos ou formais da atividade investigativa referenciada às práticas dos investigadores profissionais. Na Matemática escolar, as investigações constituem um tipo de tarefa com características bem definidas, ao lado dos exercícios e dos problemas. Na sua realização, reconhecem-se diversos momentos, como a colocação de questões, a formulação, teste e refinamento de conjecturas e a sua justificação. De especial importância é a articulação entre investigação e demonstração, dado o papel central que esta última assume na atividade matemática. (Ponte, 2003, p. 67).

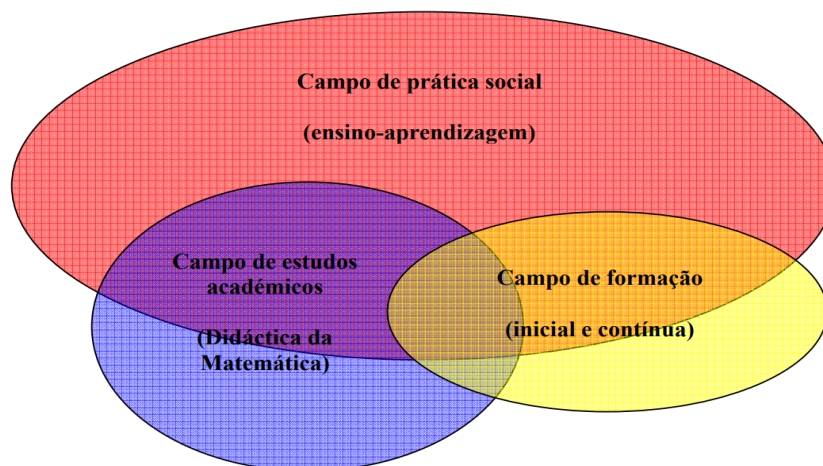
Isso se refere à ideia de que, ao realizar uma investigação em Matemática escolar, o processo de questionar, formular conjecturas, testá-las e justificá-las é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Na Matemática escolar, as investigações são consideradas um tipo específico de tarefa, ao lado de exercícios e problemas. Enquanto os exercícios podem ter soluções diretas e os problemas exigem a aplicação de conceitos e técnicas conhecidas, as investigações envolvem a exploração mais profunda e criativa do conteúdo, incentivando os alunos a caminharem além do conhecimento que já possuem.

A relação entre investigação e demonstração é destacada como essencial. A demonstração é uma parte central da atividade matemática, pois consiste em apresentar argumentos lógicos e rigorosos para validar as conjecturas ou respostas encontradas durante a investigação. Através da demonstração, as conclusões se tornam fundamentadas e aceitas como verdadeiras.

A Educação Matemática em Portugal incluía o contínuo investimento em estudos sobre práticas pedagógicas, o desenvolvimento de investigações relacionadas com a inovação tecnológica no ensino da matemática e a promoção de investigações que abordam a inclusão e a equidade no contexto matemático. Além disso, é provável que a colaboração com outros países e a participação em projetos internacionais se mantenham, permitindo a partilha de conhecimentos e práticas eficazes entre diferentes comunidades educacionais. Em suma, a investigação em Educação Matemática em Portugal é uma área em constante crescimento, com um foco na melhoria das práticas de ensino-aprendizagem e na formação de professores e investigadores qualificados, contribuindo para o avanço do conhecimento e da prática educacional no país. Isto reflete uma prospecção dos campos de educação em Portugal, em aproximadamente mais de 10 anos sobre as IM, conforme a Figura 1 a seguir:

Figura 1 – Campos da Educação Matemática em Portugal.



Fonte: Ponte (2003a).

Ponte (2003a) explica que estes três campos expostos na figura acima se sobrepõem de maneira parcial, permitindo com que diversos atores possam atuar neles, isto porque os objetos dos três elementos contribuem para serem compartilhados por todos, apesar de estarem prospectados de maneira diferente. O autor ainda comenta que dos três campos, o mais antigo são o das práticas sociais diante do ensino-aprendizagem da matemática, pois sabe-se que existe em Portugal durante muito tempo, ou seja, há vários séculos.

Já os cursos de formação de professores, foi sendo adquirido aos poucos, se efetivando melhor na década de 1980, demonstrando a Educação Matemática como campo de formação. E, por último, o campo de estudos acadêmicos, sendo instituídos de maneira desvirtuosa de si mesmo e perdendo a relevância social. Por isso, os dois primeiros campos, tornaram-se ao longo do processo campos mais efetivos.

Diante disso pode-se trazer o que Skovsmose (2000) contextualiza como o enquadramento entre exercício e o que denomina cenários para investigação. O autor traz referências, contrapondo ao ensino tradicional e para ele esse cenário possibilita os alunos participarem do processo de aprendizagem, agindo e refletindo sobre suas práticas em sala de aula. O autor afirma que:

A linha vertical que separa o paradigma do exercício dos cenários para investigação é, por certo, uma linha muito "espessa", simbolizando um terreno imenso de possibilidades. Alguns exercícios podem provocar atividades de resolução de problemas, as quais poderiam transformar-se em genuínas investigações matemáticas. Propor problemas significa um passo adiante em direção aos cenários para investigação, embora atividades de formulação de problemas possam ser muito diferentes de um trabalho de projeto. Não há dúvida de que as linhas horizontais também são "fluídas". Não pretendo tentar oferecer uma classificação claramente

determinada, mas elaborar uma noção de ambientes de aprendizagem em vista de facilitar as discussões sobre mudanças na educação matemática (Skovsmose, 2000, p. 14).

Segundo Ponte (2003a), nos estudos realizados em Portugal, há exemplos de entusiasmo e envolvimento na Investigações Matemáticas pelos alunos, que possibilitam a aprendizagem e durante as fases dessas investigações, alcançam objetivos transversais, tais como comunicação oral e escrita, desenvolvimento de autonomia, capacidade de trabalhar em equipe e outras.

De acordo com Ponte (2003a), o modelo de IM em sala de aula possui três fases (introdução, desenvolvimento, discussão), que possibilitam verificar limites e potencialidades, para apresentar mais clareza no desenvolvimento dessa metodologia de ensino ao ser utilizada em sala de aula.

2.4 Contextualizando as Investigações Matemáticas em sala de aula

Na definição de Pereira e Saraiva (2005), a Matemática nos remete ao papel de diversas atividades humanas e base de fundamentação de muitas ciências, nas quais a linguagem Matemática alicerçada aos símbolos é usada para designar e comunicar as representações mentais. Assim serve para efetuar cálculos, mas também para interpretar resultados, associando um símbolo ou um conceito ou uma imagem mental. Para os autores, quando se fala no desenvolvimento da Matemática, pensa-se imediatamente na demonstração, em que se pode atingir a verdadeira Matemática, através de raciocínio dedutivo e da lógica.

Os autores afirmam que a exploração Matemática, a descoberta de estratégias, as tentativas e os erros são processos inerentes à investigação matemática e imprescindível à criação e ao próprio desenvolvimento da Matemática. Destacam que investigar em Matemática é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos, procurando assim, identificar e provar suas propriedades. As atividades do verdadeiro matemático, ou aquilo que a Matemática é: modelar e simbolizar, comunicar, analisar, explorar, conjecturar e provar, sendo esse o “tipo de pensamento, fomentado na actividade investigativa, é o que se espera ver desenvolvido nos alunos e as investigações matemáticas tornam-se, assim, um veículo para que tal se concretize” (Pereira; Saraiva, 2005, p. 45).

Assim, conforme descrito anteriormente, as IM utilizadas em sala de aula visam retomar a Matemática de forma genuína. É importante lembrar que grande parte dos conhecimentos matemáticos desde a antiguidade foram construídos através da investigação. Os grandes pensadores matemáticos começaram suas pesquisas através da identificação de um problema ou mais, e após muitas pesquisas, questionamentos, reflexões, análise de dados, realização de

testes, análise de testes, avaliação e justificativa de suas descobertas, construíram sua pesquisa na Matemática.

Braumann (2002) afirma que é verdade que a Matemática é demonstração, no entanto, isso é apenas uma parte da verdade, que antes de demonstrar uma proposição matemática, é preciso enunciar um teorema. O autor aponta que "uma outra parte da Matemática é a de construir teorias ou modelos matemáticos para estudar certas realidades ou fenômenos da natureza" (Braumann, 2002, p. 5).

Para os autores Ponte *et al.* (1998), com as IM em sala de aula, o trabalho dos alunos pode se aproximar do trabalho dos matemáticos. Diante disso, Braumann (2002), afirma que:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detetivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar fazendo erros e aprendendo com eles (Braumann, 2002, p. 5).

A comparação com aprender a andar de bicicleta é usada para ilustrar que simplesmente observar ou receber informações sobre como fazer algo não é suficiente para o aprendizado efetivo. Assim como montar a bicicleta e praticar é necessário para realmente aprender a andar de bicicleta, na Matemática, a investigação e o envolvimento ativo com os conceitos são cruciais para uma compreensão completa, bem como para se desenvolver uma paixão genuína pela disciplina. Isso vai além da mera transmissão de informações já estabelecidas, incentivando os alunos a fazerem suas próprias descobertas. Braumann (2002, p. 21):

Não estamos a falar de descobertas verdadeiramente novas para o capital científico da Matemática, mas sim de descobertas novas para o capital científico do estudante. Claro que elas poderiam ter sido apresentadas como conhecimento já feito, mas ao não o serem, vão permitir ao estudante a prática (e, assim esperamos, o prazer) da investigação matemática. Sem essa prática, podemos dizer o que quisermos mas, se formos minimamente honestos, sabemos que não estamos a ensinar Matemática e que o estudante não está a aprender Matemática.

Quando se relaciona a Matemática à investigação em sala de aula, pode-se refletir que o problema está intimamente ligado à primeira ação, que é a identificação clara do problema a ser resolvido. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 13):

Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer

investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações.

O problema precisa instigar a investigação, segundo o matemático inglês Ian Stewart (1995, p. 17) “um bom problema é aquele cuja solução, em vez de simplesmente conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos”. Todo o processo da resolução do problema é válido, quer consiga ou não o resolver, todo o processo faz proporcionar o conhecimento matemático.

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 13).

Durante as IM, quando se aborda o problema, o mais importante não é necessariamente apenas a resolução final, mas todo o processo/percurso de resolução e de produção de conhecimento. Como já citado anteriormente, há a possibilidade de aprender Matemática fazendo matemática, em que o aluno aprenda não apenas a chegar numa resposta final, mas que o caminho na busca de uma solução seja também o caminho de aprendiz. Segundo Pereira e Braga (2012, p. 2):

A investigação em sala de aula tem revelado que a “aquisição de conhecimentos”, só por si assim como simples domínio de técnicas de cálculo não garantem o reconhecimento da sua aplicabilidade em situações novas, mas exigem dos alunos um pensar diferente, o “pensar matematicamente” e requerem o envolvimento e a criatividade dos alunos.

A citação de Pereira e Braga (2012) aponta que a pesquisa em sala de aula tem mostrado que adquirir conhecimentos e dominar técnicas de cálculo não garantem automaticamente que os alunos sejam capazes de aplicar esse conhecimento em situações novas. Para efetivamente aplicar o conhecimento em novos contextos, os alunos precisam desenvolver um tipo diferente de pensamento chamado “pensar matematicamente”.

“Pensar matematicamente” envolve a capacidade de compreender os conceitos matemáticos em um nível mais profundo, além de simplesmente memorizar fórmulas e procedimentos. Isso requer dos alunos uma abordagem mais analítica, a capacidade de resolver problemas de forma criativa e um envolvimento ativo no processo de aprendizagem.

Ao enfatizar o “pensar matematicamente” e promover o envolvimento e a criatividade dos alunos, os educadores buscam desenvolver habilidades matemáticas mais sólidas e

duradouras. Isso significa que os alunos serão capazes de aplicar seus conhecimentos em uma ampla variedade de contextos e resolver problemas de maneira mais eficiente e eficaz. Para Mendes (2013, p. 193-194):

Os princípios investigatórios focados na busca de soluções para questões emergentes dos contextos problemáticos lançados aos estudantes, certamente contribuirá para que a Matemática seja vista por eles como ciência, linguagem, jogo ou arte, posto que nela estão imbricados quatro aspectos fundamentais da matemática: o informativo, e formativo, o imaginativo e o utilitário que se auto formulam na medida em que são (re)utilizados pela sociedade, pela escola e pelos diversos contextos culturais. Isto porque na medida em que o conhecimento matemático se sedimenta nas múltiplas experiências vivenciadas pelos grupos sociais, surgem padrões, analogias e convergências interpretativas (funções cognitivas geradas na e pela mente do sujeito humano aprendente) que sugerem a configuração de uma linguagem generalizante na qual a Matemática passa a se estruturar.

Além disso, ao enraizar o conhecimento matemático nas experiências vivenciadas pelos grupos sociais, os alunos podem observar padrões, analogias e conexões entre conceitos matemáticos e a realidade que os cerca. Isso pode levar a uma melhor compreensão e apreciação da Matemática, além de tornar o aprendizado mais contextualizado e significativo.

Em suma, uma abordagem investigatória no ensino da Matemática pode ajudar os estudantes a verem a disciplina não apenas como um conjunto de fórmulas e procedimentos abstratos, mas sim como uma ferramenta valiosa para entender o mundo, uma linguagem para comunicar ideias e um processo criativo para resolver problemas. Isso pode contribuir para que a Matemática seja apreciada como ciência, linguagem, jogo e arte, e permitir que os alunos se tornem pensadores matematicamente alfabetizados e engajados.

Dentre as obras que sempre são utilizadas em trabalhos de pesquisadores sobre Investigações Matemáticas em sala de aula, no Brasil, está o livro “*Histórias de Investigações Matemáticas*”, de Ponte *et al.* (1998) que apresenta o Projeto Matemática Para Todos - Investigações na Sala de Aula. A obra aborda os problemas e dilemas profissionais bem como o conhecimento profissional necessário ao professor que pretende envolver os seus alunos neste tipo de atividade matemática.

Também se recorreu ao livro “*Investigações Matemáticas em sala de aula*”, dos autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), que abordam a análise de práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos que podem ser trazidas para a sala de aula.

Conforme apresentado anteriormente, um conceito muito próximo de IM é o de resolução de problemas. No entanto, é necessário compreender a diferença entre resolução de problemas e atividades de investigação.

Os dois termos são usados muitas vezes de modo indistinto. Ambas as noções se referem a processos matemáticos complexos e ambas envolvem actividade fortemente problemática. A resolução de problemas envolve uma grande variedade de tarefas, tanto de cunho mais fechado como mais aberto, tanto relativas a situações puramente matemáticas como referentes a situações da vida real. “Actividades investigativas” ou “investigações matemáticas” designam, no contexto deste projecto, um tipo de actividade que dá ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, reflectir e generalizar. São actividades de cunho muito aberto, referentes a contextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos) que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos (Ponte *et al.*, 1998, p. 9).

As atividades de investigação envolvem uma etapa essencial de formulação de problemas, pois já é realizada previamente pelo professor. Outra distinção é em relação às estratégias a seguir, na resolução de problemas há a sugestão de heurísticas gerais (estratégias ou diretrizes que podem ser aplicadas de forma geral na resolução) ou estratégicas mais específicas, porém nas atividades de investigação a ampla variedade de possibilidades torna difícil realizar uma sistematização semelhante.

Por exemplo, se aplicar a seguinte questão aos alunos de 4º ou 5º anos: “*Mariana tem uma festa de aniversário e está em dúvida sobre que roupa usar. Ela colocou em cima da cama 2 camisetas, uma rosa e uma azul, e 3 saias, sendo uma preta, uma branca e uma vermelha. De quantas maneiras diferentes Mariana pode combinar essas peças de roupa?*”, numa análise da questão apresentada de um problema de contagem e combinação, no contexto das IM, os alunos seriam encorajados a explorar padrões, desenvolver conjecturas e justificar, podendo usar desenhos, objetos, contagem de bolinhas, tabelas e outros.

Já no contexto da resolução de problemas, os estudantes seriam incentivados a resolver o problema de maneira direta, determinando todas as possíveis combinações, os alunos aplicariam conhecimentos matemáticos para determinar o número correto da combinação, utilizariam estratégias específicas, partindo dos conceitos de multiplicação e a permutação. Pode-se observar a diferenciação no percurso da resolução, o foco da atividade e abordagem do professor.

Os autores definem que há diferentes objetivos em resolução de problemas e atividades de investigação “enquanto na resolução de problemas o objectivo é a estratégia seguida e a solução a que conduz, na actividade de investigação o objectivo é a compreensão de um domínio problemático” (Ponte *et al.*, 1998. p. 10). Nas IM, é importante o processo realizado para chegar à solução incentivando a curiosidade do aluno e buscar resolver as questões expostas a ele. Para os autores, o processo investigativo possui um carácter mais instigante do que, em geral, a resolução de problemas.

Ponte *et al.* (1998), afirmam que uma investigação pode ser desencadeada a partir da resolução de um simples exercício. Como foi apresentado anteriormente por Skovsmose (2000), alguns exercícios podem provocar atividades de resolução de problemas, as quais poderiam transformar-se em genuínas IM. Os autores Ponte *et al.* (1998) abordam a distinção entre investigações dos problemas e dos exercícios.

Para os autores, há um *continuum* entre exercício e problema, e o seu interesse educativo depende de muitos fatores além do seu grau de dificuldade, considerando que há exercícios mais difíceis em que se requer a aplicação criativa utilizando de estratégias que possibilitem para a resolução, assim como existem problemas mais simples ao lado de outros mais complicados.

Então, problemas e exercícios têm seu enunciado indicado mais claramente o que é dado e o que é pedido na questão, a solução é sabida de antemão pelo professor, demonstrando se a resposta do aluno está correta ou incorreta. Porém, nas Investigações, as situações são mais abertas, a questão não está bem definida desde o início, cabendo ao aluno um papel fundamental na definição durante a investigação.

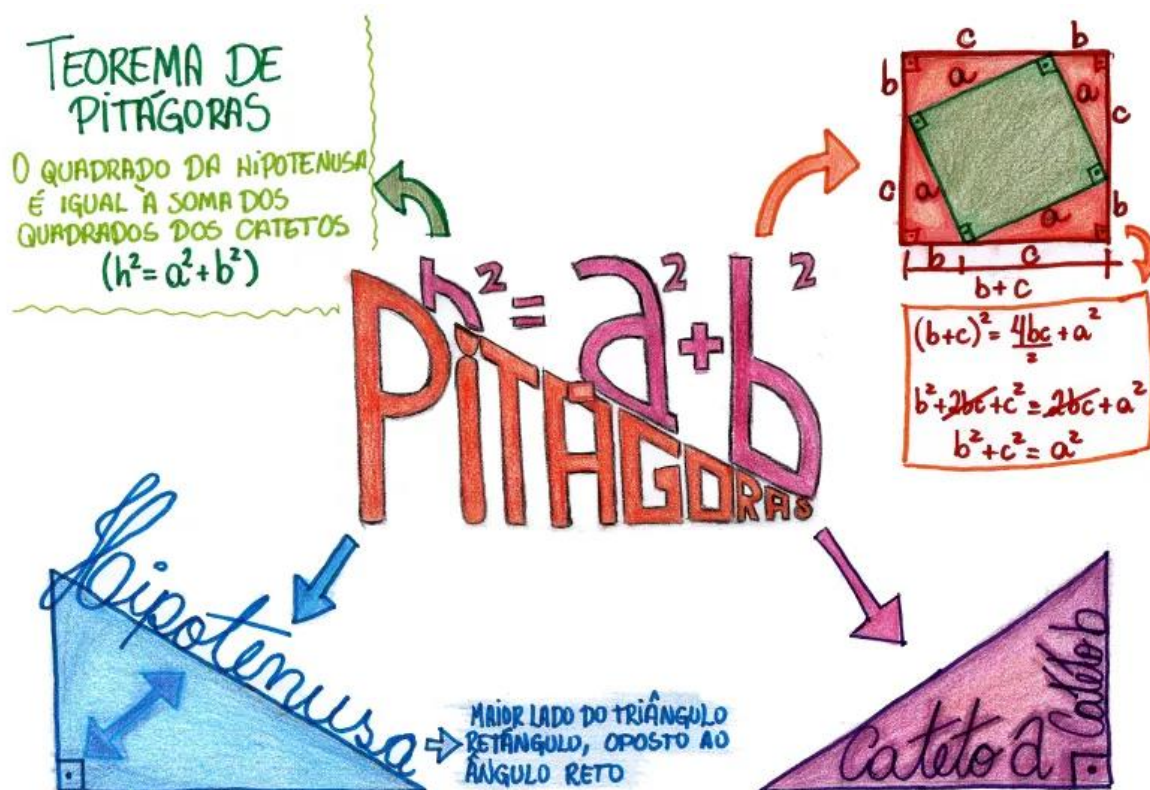
Para exemplificar, será apresentada uma questão com relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, considerando o teorema de Pitágoras. No exercício, no enunciado traria: “*Encontre o valor de x nos triângulos retângulos abaixo*”, com a representação de 3 triângulos e as medidas de um cateto e da hipotenusa, solicitando o cálculo da medida do outro cateto. Neste caso o professor esperaria que o aluno utilizasse o teorema de Pitágoras para resolver.

No caso de um problema, o enunciado traria: “*Existem três postes fixados no chão, cada um deles com um cabo esticado do topo até o solo. Os postes possuem alturas e distâncias da ponta do cabo que está no chão até o poste de: 9 metros e 12 metros, 5 metros e 12 metros, e 3 metros e 4 metros. Qual é o comprimento total dos cabos?*”, o aluno poderia ilustrar a imagem e usar estratégias, no entanto o professor saberia de antemão e esperaria que usassem o teorema de Pitágoras.

Já em um contexto de IM os dados poderiam ser apresentados da seguinte maneira: três triângulos retângulos contendo os valores dos catetos e da hipotenusa em centímetros, em valores reais e valores diferentes a cada triângulo. Aos alunos seria solicitado que investigassem “*qual a relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo e a medida de sua hipotenusa*”. Eles poderiam utilizar réguas, medir valores, ver regularidades ou poderiam iniciar observando que os triângulos retângulos têm em comum o ângulo de 90° , seriam estimulados a investigar, instigando conjecturas, o professor poderia realizar perguntas para que os alunos

testassem as conjecturas, com valores de outros triângulos e retângulo e só ao final da exploração seria definido o Teorema de Pitágoras, conforme ilustra a Figura 2, a seguir.

Figura 2 - Teorema de Pitágoras.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/teorema-pitagoras.htm>.

Assim, as IM correspondem a atividades mais amplas que envolvem a descoberta, enfatizam o caminho a ser percorrido, com a valorização do momento da investigação como importante para que se desenvolva a exploração da Matemática e a aquisição de conhecimento.

Para que uma situação possa constituir uma investigação é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessível ao aluno, nem o processo de resolução nem a solução ou soluções da questão. As atividades de investigação contrastam claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que são muito mais abertas, permitindo que o aluno coloque as suas próprias questões e estabeleça o caminho a seguir. Numa investigação parte-se de uma situação que é preciso compreender ou de um conjunto de dados que é preciso organizar e interpretar. A partir daí formulam-se questões, para as quais se procura fazer conjecturas. O teste destas conjecturas e a recolha de mais dados pode levar à formulação de novas conjecturas ou à confirmação das conjecturas iniciais. Neste processo podem surgir também novas questões a investigar (Ponte *et al.*, 1998. p. 10).

Os objetivos das IM são: o reconhecimento da situação através da identificação do problema e familiarização com o problema; formulação das conjecturas, por meio do

levantamento de hipóteses; teste das conjecturas, através da relevância das hipóteses e argumentação, que ocorre durante a defesa e prova das hipóteses aceitas e relatório dos passos tomados.

2.5 Como realizar Investigações Matemáticas em sala de aula

A realização das Investigações Matemáticas em sala de aula é baseada no processo de investigação seguido pelos matemáticos, no qual realizam uma investigação matemática que envolve quatro momentos principais:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. Esses momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste etc. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 16 - 17).

Esses momentos da realização de uma investigação por pesquisadores matemáticos, são indicados pelos autores conforme o Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 - Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	■ Reconhecer uma situação problemática ■ Explorar a situação problemática ■ Formular questões
Conjecturas	■ Organizar dados ■ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	■ Realizar testes ■ Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	■ Justificar uma conjectura ■ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 17).

Os momentos mencionados são etapas sequenciais que podem ocorrer de forma interligada. Nesta fase inicial, os pesquisadores ou investigadores identificam o problema ou a situação a ser estudada. Eles exploram o contexto, coletam informações relevantes e formulam perguntas ou questões de pesquisa com o objetivo de direcionar a investigação.

Em relação ao segundo, observa-se que uma conjectura é uma suposição ou hipótese que fazem com base em suas observações e na análise inicial dos dados. Essa conjectura pode

ser uma possível resposta às questões de pesquisa formuladas anteriormente. É uma tentativa de explicar o fenômeno em estudo, mas ainda não foi comprovada e testada.

Com relação a realização de testes e eventual refinamento das conjecturas, demonstra-se que os pesquisadores conduzem experimentos, coletam mais dados ou realizam análises para testar a validade de suas conjecturas. Os testes podem revelar que a conjectura inicial estava correta, parcialmente correta ou incorreta. Dependendo dos resultados, as conjecturas podem ser ajustadas, aprofundadas ou reformuladas com base na nova informação adquirida.

A última etapa envolve a apresentação das conclusões alcançadas ao longo da investigação. Os pesquisadores fornecem argumentos embasados nos dados coletados, nas análises realizadas e nos resultados obtidos. Também é importante demonstrar a validade das conclusões e a metodologia utilizada. A avaliação crítica do trabalho permite que outros pesquisadores e a comunidade científica analisem e discutam a pesquisa. É essencial lembrar que esse processo não é estritamente linear. As etapas podem se entrelaçar e serem ajustadas conforme os resultados e novas informações são obtidas. Além disso, a repetição dessas etapas pode ser necessária para melhorar a qualidade das conclusões e reforçar a confiabilidade dos resultados obtidos. A metodologia descrita é comum em muitas áreas da ciência, pesquisa e resolução de problemas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) contextualizam que em todos esses momentos pode haver interação entre vários matemáticos que possuem interesse nas mesmas questões:

Essa interação torna-se obrigatória na parte final, tendo em vista a divulgação e a confirmação dos resultados. Só quando a comunidade matemática aceita como válida uma demonstração para um dado resultado este passa a ser considerado como um teorema. Antes disso, o que temos são conjecturas ou hipóteses (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 17).

A interação mencionada no trecho torna-se obrigatória na parte final, pois é necessária para divulgar e confirmar os resultados matemáticos. Quando um matemático desenvolve uma demonstração ou prova para um resultado específico, deve compartilhá-la com a comunidade Matemática para revisão e validação. Até que uma prova seja aceita por pares especialistas no campo da matemática, o resultado é considerado uma conjectura ou hipótese. Em outras palavras, é uma afirmação que parece verdadeira, mas ainda não foi rigorosamente demonstrada e aceita como um teorema.

A validação de uma demonstração Matemática pode ser um processo meticuloso, no qual outros matemáticos examinam e avaliam a lógica e a validade dos argumentos apresentados. Somente após uma revisão minuciosa e a aceitação generalizada é que uma conjectura se transforma em um teorema reconhecido na comunidade matemática. Esse

processo de revisão por pares é essencial para garantir a integridade e a confiabilidade da Matemática como disciplina científica. Ele permite que as descobertas sejam confirmadas de maneira independente e que os resultados estejam sujeitos a críticas construtivas antes de serem aceitos como verdades matemáticas estabelecidas.

Todo esse processo de investigação matemática realizado por matemáticos é apresentado pelos autores para sustentar como são definidos os passos das IM que devem ser realizadas em sala de aula. Conforme apresentam os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) apontam que:

Esse trabalho de formulação de questões, elaboração de conjecturas, teste, refinamento das questões e conjecturas anteriores, demonstração, refinamento da demonstração e comunicação dos resultados aos seus pares está ao alcance dos alunos na sala de aula de Matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 18 - 19).

Esse processo de investigação, de forma adaptada, pode ser trabalhado com os alunos de qualquer faixa etária ou ano escolar, no qual os momentos apresentados sejam adaptados de forma que fiquem atrativos e de acordo com o contexto trabalhado, sendo considerado o processo de ensino e aprendizagem, característico com o ano trabalhado. Proporcionando ao aluno a agir como um matemático.

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 20).

Deste modo, a característica central da perspectiva das IM é que se apresenta como uma metodologia encontrada para ensinar e aprender Matemática, respeitando o conhecimento do aluno já inserido no processo de trabalho e nas práticas sociais, como também a possibilidade de acesso às diversas áreas do conhecimento articulando tais práticas, que podem contribuir para a construção da cidadania.

Na obra de Gomes e Nacarato (2010), a abordagem da investigação matemática em sala de aula é vista como um jogo intelectual, que tem o objetivo da atividade e não apenas obter resultados, mas também experimentar o prazer do processo investigativo em si durante as aulas de matemática.

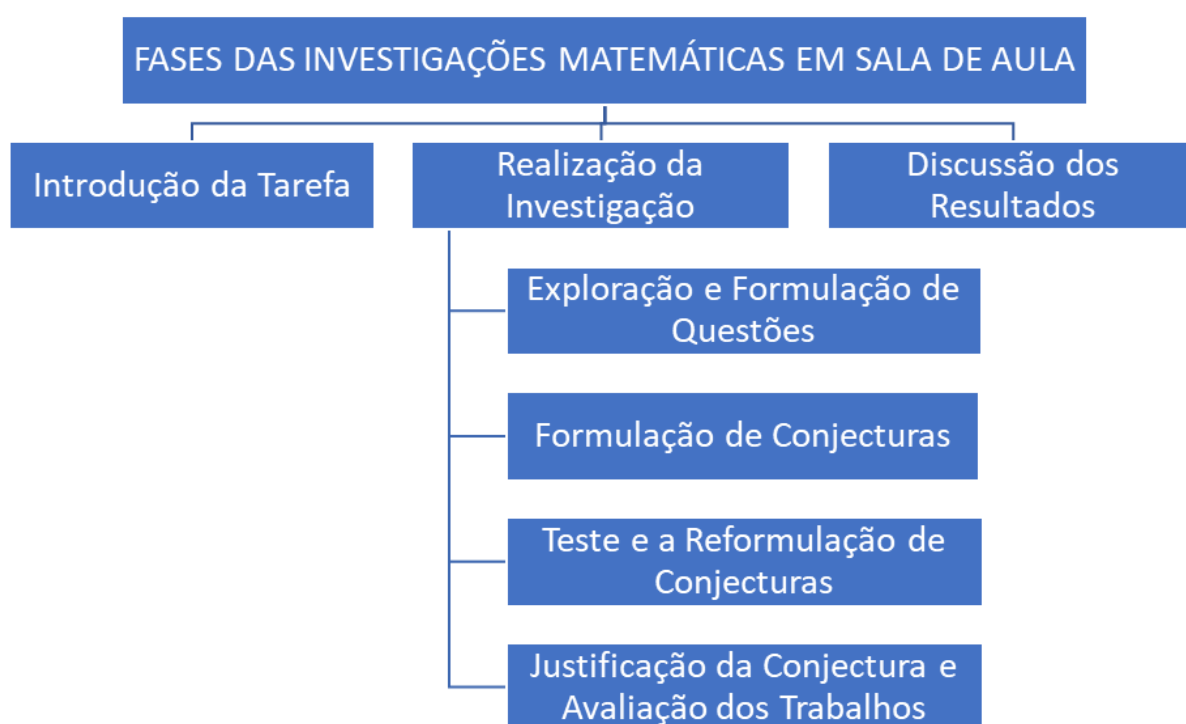
As IM são vistas como um jogo intelectual, os autores enfatizam que os estudantes são incentivados a expor suas estratégias, compartilhar suas descobertas, confrontar seus limites e apresentar suas formas de raciocínio. Isso cria um ambiente de aprendizado colaborativo e

participativo, no qual os alunos são encorajados a negociar significados e sentidos em relação aos problemas matemáticos que estão investigando.

Segundo Castro (2004, p. 34), “as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permitam realizar atividade matemática”. Isto é, há o envolvimento ativo dos alunos em tarefas investigativas, o que lhes permite realizar atividades matemáticas de forma mais participativa e autônoma.

Diante disso, as Investigações Matemáticas se desenvolvem em três fases: introdução da tarefa; realização da Investigação⁴; e discussão dos resultados. Na fase da realização da investigação se subdivide em quatro momentos do processo de investigação, de forma adaptada conforme relacionado ao Quadro 1. Elaborou-se a figura a seguir para apresenta essa relação.

Figura 3 - Fases das Investigações Matemáticas em sala de aula.



Fonte: Elaborada pela autora.

A figura apresenta as etapas para realização das IM em sala de aula, conforme será explicado a seguir. Em sala de aula, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), uma atividade

⁴Quando aborda o termo “realização da Investigação”, está se referindo à segunda fase das Investigações Matemáticas, e não as Investigações Matemáticas em si.

de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases, que podem ocorrer em uma aula ou em um conjunto de aulas, essas fases são:

(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. Essas fases podem ser concretizadas de muitas maneiras (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 22).

Ainda, essas fases são assim explicadas por Ponte *et al.* (1998), sendo a fase I, introdução da tarefa pelo professor, que pode ser um apenas um ponto de partida ou uma questão não bem definida e pelos alunos a realização deve ser iniciada pela interpretação da situação e a definição do caminho a seguir. Na fase II, realização da tarefa/investigação, em que o professor interage com os alunos, podendo ser de forma individual ou em pequenos grupos. E a fase III, a apresentação dos resultados pelos alunos e as discussões, comparação das interpretações da tarefa, estratégias seguidas e resultados obtidos. Neste momento, podem surgir novas questões para futuras investigações. Por vezes, as discussões intermediadas pelo professor, sejam com o grupo de alunos ou com toda a turma durante a realização da tarefa de investigação, mostra-se bastante proveitosa.

2.5.1 Primeira fase: Introdução da tarefa

Todas as fases da atividade de investigação são importantes, porém, a primeira fase, introdução da tarefa, é crucial.

Essa fase, embora curta, é absolutamente crítica, dela dependendo todo o resto. O professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. O cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 23).

Nos casos em que os alunos não possuem experiência na Investigação, é importante que o professor fomente bem o início, para que eles compreendam que será um lugar de descoberta e que eles poderão exercitar todos seus conhecimentos e descobrir novos conhecimentos. Nesse momento, tudo é importante, a interação do professor com os alunos e dos alunos com o professor, delineando-se um espaço aberto para aprender, errar, questionar, discutir. No entanto, durante a proposta de uma atividade é comum que os alunos perguntem ao professor “*o que é para fazer?*”, neste momento, é importante que o professor desperte o interesse pela investigação, e que o aluno comece a trabalhar de forma autônoma para criar suas estratégias.

Deste modo, o professor tem o papel de regulador da atividade, ajudando o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo.

Muitas vezes a tarefa é fornecida aos alunos por escrito, o que sem dúvida é vantajoso, mas não dispensa uma pequena introdução oral por parte do professor. No caso de alunos mais novos, a leitura conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua boa compreensão, nem que seja somente para esclarecer certos termos com que não estão familiarizados. Contudo, independentemente do nível etário da classe, há que garantir, nessa fase inicial, que os alunos compreendem o que significa investigar. Para tal têm de entender a natureza desse tipo de tarefa, que se afasta bastante das atividades mais habituais na sala de aula. De fato, aqui o aluno não está perante uma questão bem delimitada a que tem de dar uma resposta, fazendo mais ou menos cálculos, mas tem, ele próprio, de formular as suas questões com base na situação que lhe é apresentada (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 23).

Cabe destacar a importância do ambiente que se cria em sala de aula para as IM, de se tornar realmente um ambiente de aprendizagem, sendo importante que o aluno se sinta à vontade e que tenha tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas e ter interesse em apresentar suas descobertas. É importante que sejam estimulados a discutir as descobertas durante toda a vida escolar. O aluno deve mostrar o que realizou e cada detalhe é importante, devendo sentir que as suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor.

Assim, nessa fase inicial, o professor possui um papel de importância, criar o ambiente e apresentar aos alunos o seu papel dentro da investigação. Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) apontam que os alunos devem saber que podem contar com o professor, no entanto, a atividade depende, essencialmente, de sua própria iniciativa.

Os autores apresentam a possibilidade de abordar expressões que estimulam o espírito de investigação, como “por exemplo “os alunos a serem pequenos exploradores” ou “partirem à descoberta” são metáforas que transmitem o sentido de investigação e que ajudam a marcar a diferença em relação às tarefas a que os alunos estão mais habituados” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 24).

A fase de introdução dessa abordagem é fundamental para que os alunos compreendam o que se espera deles durante a investigação, mostrar que a Matemática é uma ciência que vai além de fórmulas e procedimentos, e que as IM são uma oportunidade para que eles possam explorar o conhecimento matemático de forma criativa e autónoma. Nesse momento, também se estabelece com os alunos as regras e procedimentos que serão adotados durante as IM, como a organização do trabalho em equipe, o registro das hipóteses e resultados, e a apresentação dos resultados obtidos. Tendo assim, ao fim da introdução, a compreensão clara do que são as IM

e de como serão aplicadas em sala de aula, estando motivados e engajados para o início da investigação.

2.5.2 Segunda fase: Realização da Investigação

Após a fase de introdução, tendo o aluno a compreensão das atividades de investigação e como irá ocorrer a aula, dar-se-á início à outra fase, a da realização da investigação da tarefa proposta. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) nesta fase, o professor desempenha outro papel, permanecendo mais na retaguarda:

Cabe-lhe então procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário. No caso em que os alunos trabalham em grupo, as interações que se geram entre eles são determinantes no rumo que a investigação irá tomar. No entanto, há que ter em atenção que, se os alunos não estão acostumados nem a trabalhar em grupo nem a realizar investigações, fazer entrar na aula, simultaneamente, esses dois elementos novos pode trazer alguns problemas de gestão ao professor (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 26).

O professor deve dar atenção ao desenvolvimento do trabalho de realização da investigação, dando o apoio nesta fase da investigação. Nesta segunda fase das I. M, na qual acontece a realização da investigação, é caracterizada por quatro momentos, sendo: exploração e formulação de questões; a formulação de conjecturas; o teste e a reformulação de conjecturas; a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho em que relaciona os momentos de uma investigação.

Inicialmente o aluno realiza a “**exploração e formulação de questões**”, neste momento o aluno reconhece a situação problemática, explora essa situação problemática para formular a questão ou questões.

Durante a exploração da situação, o aluno depara com um momento decisivo, pois esse momento antecede a oportunidade de o aluno começar a formular as questões e conjecturas. Nesse momento de exploração, é quando o aluno se imerge na situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa, ocorrendo nesse momento a oportunidade do surgimento de várias alternativas.

A exploração inicial da situação é uma etapa na qual os alunos, muitas vezes, precisam de gastar algum tempo. Aos olhos do professor, porém, pode parecer que nada está acontecendo e que os alunos estão com dificuldades quanto a essa atividade. No entanto, essa etapa é decisiva para que depois os alunos comecem a formular questões e conjecturas. É nessa fase que se vão embrenhando na situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 27-28).

Durante a exploração da situação, tem a possibilidade de vivenciar a investigação, os autores evidenciam, ainda, a potencialização do trabalho em grupo.

A situação de trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos da autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 28).

A partir da exploração de situações, os alunos formulam perguntas que podem ser respondidas por meio da matemática. De acordo com os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), em muitas tarefas de investigação, os alunos são levados a começar por gerar dados e a organizá-los, e só depois começam a conseguir formular questões. Nesta etapa o aluno deve ser incentivado a observar, coletar dados, e formular hipóteses.

Após formulação de questões, ainda com a organização dos dados, o aluno dá início à etapa das “**conjecturas**”, em que organiza dados e pode formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura). Para exemplificar esse momento, vamos considerar a resposta do aluno à seguinte questão: “*Oito crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebidas, quantas garrafas levou cada uma?*”. Se o aluno distribuir os 16 refrigerantes entre as 8 crianças e perceber que cada uma ficou com 2 refrigerantes, o professor pode questionar o que aconteceria se tivéssemos 18 garrafas e 9 crianças. Ao fazer esse questionamento e aumentar o número de refrigerantes e crianças, o aluno pode começar a perceber a relação entre o número de refrigerantes e o número de crianças. O aluno observa que, conforme a questão, à medida que aumentam as crianças, aumentam o número de refrigerantes, em uma proporção constante, sendo que a conjectura “existe uma relação de proporcionalidade direta entre número de refrigerantes e crianças”, para após a investigação o aluno chegar à relação de Proporção Simples (A está para B na mesma medida em que C está para D). Observa-se que há identificação de um padrão e uma relação de proporcionalidade direta entre as variáveis envolvidas.

Assim, o aluno, com base nas questões formuladas, começa a propor soluções e realiza suposições sobre a questão, que devem ser testadas pela matemática. Esta hipótese deve ser fundamentada na coleta de dados da etapa anterior. Nesta etapa, o aluno realiza afirmações sobre a situação, porém ainda, precisa verificar, testar e/ou provar as afirmações, nem sempre a conjectura que o aluno obtém é verdadeira, no entanto, proporciona ao aluno um momento de descoberta e conhecimento. Para os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) “por vezes, as conjecturas surgem logo na sequência da manipulação desses dados. Por sua vez, o surgimento

de conjecturas leva à necessidade de fazer testes, o que poderá exigir que sejam gerados ainda mais dados” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 28).

É habitual, após o surgimento das primeiras questões e do estabelecimento das primeiras conjecturas, que os alunos formulem outras questões e conjecturas por analogia com as anteriores. Esse é um raciocínio desejável em todo o tipo de tarefa, sendo uma sugestão que o professor poderá fazer aos alunos quando estão num impasse, ou simplesmente, para enriquecer a sua investigação (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 28).

É importante para o processo das Investigações Matemáticas, o aluno poder explorar, analisar, pensar e assim há um processo de construção do conhecimento, em que auxiliará na compreensão do conteúdo.

Se os alunos observam os dados, no entanto, estão com dificuldades para encontrar um padrão, o professor pode intervir nestes casos para estimular os alunos a buscarem regularidades, ou auxiliar a expressar suas ideias. Pode-se retomar ao exemplo anterior relacionado a proporção simples, conforme apresentado anteriormente, o aluno realizou a representação por desenhos, para distribuir as 16 garrafas de refrigerantes entre as 8 crianças, por mais estratégia criada por ele, encaminhe a solução, utilizando o algoritmo para representar a solução, de $16 \div 8 = 2$, neste caso há necessidade do professor intervir, podendo questionar o aluno a observar o desenho e verificar o que há de regularidades ou pedir que ele expresse o que desenhou. De modo que a intervenção não lhe dê a resposta, mas o conduza a buscar a solução a um impasse, assim, o professor realiza a intervenção podendo estimular os alunos a buscarem regularidade, ou auxiliar a expressar suas ideias.

Para os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 30) as conjecturas podem surgir de diversas formas:

As conjecturas podem surgir ao aluno de diversas formas, por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas. Esse trabalho indutivo tende, por vezes, a ficar confinado ao pensamento do aluno, não existindo uma formulação explícita da conjectura[...]. Outras conjecturas são apenas parcialmente verbalizadas, existindo uma linguagem gestual que completa aquilo que não é dito.

Os autores apresentam ainda a importância do registro por escrito do trabalho de investigação. “É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitar as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 30-31).

Dependendo da faixa etária e com os alunos que se está trabalhando, o professor pode auxiliá-los a escrever suas explicações e ideias. Importante que o aluno possa entender e compreender suas colocações. Esse auxílio do professor não apenas na escrita, mas também em

contribuir para o aluno se expressar, considerando que as conjecturas que os alunos têm sobre determinado assunto podem surgir apenas em seus pensamentos ou verbalizadas, parcialmente. O professor pode auxiliar com perguntas que instigam e que possibilite o aluno se expressar, como perguntar ao aluno: Como formulou? Realizou? Calculou? Como supôs ou teorizou tal problema? e assim, sucessivamente, fomentando auxiliar o aluno a pôr no papel mesmo de modo sucinto e do seu jeito, com suas próprias palavras, para que depois consiga apresentar e discutir com os colegas. O objetivo é diminuir a orientação do professor, à medida que o aluno fica mais familiarizado com este tipo de atividade.

O momento de “**Testes e reformulação**” consiste em realizar testes e refinar uma conjectura. Após o aluno expressar suas ideias e desenvolvê-las resolvendo problemas, o aluno deve testar suas ideias e hipóteses de acordo com experiências, nesta etapa os testes e as reformulações estão interligados na atividade de investigação.

Para os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) a fase de teste, a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura, a qual pode limitar os alunos a verificações reduzidas, sendo necessário o auxílio do professor.

O teste de conjecturas é um aspecto do trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade e que se funde, por vezes, com o próprio processo indutivo. Isto é, a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura para logo em seguida essa ser refutada por um caso em que não se verifica. No entanto, existe alguma tendência dos alunos para aceitarem as conjecturas depois de as terem verificado apenas num número reduzido de casos. Essa forma de encarar o teste de conjecturas pode ser combatida pelo professor, quer no apoio que concede aos grupos, quer na fase de discussão em que os alunos podem ser estimulados a procurar contraexemplos (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 31).

O teste de conjecturas é uma parte importante do processo investigativo e da aprendizagem matemática. Quando os alunos formulam conjecturas, eles estão criando hipóteses ou suposições com base em padrões observados nos dados. Essas conjecturas podem ser verdadeiras em alguns casos, mas é essencial verificar se elas se aplicam universalmente ou se existem exceções (contraexemplos).

Um aspecto comum é que os alunos tendem a aceitar suas conjecturas após verificar apenas alguns casos. No entanto, essa abordagem é arriscada, pois um único contraexemplo é suficiente para refutar uma conjectura. Para combater essa tendência e desenvolver um pensamento matemático mais sólido, os professores podem adotar algumas estratégias, tais como estimular a exploração de casos diversos, encorajando os alunos a testarem suas

conjecturas em diferentes situações e exemplos variados. Isso os levará a analisar criticamente suas suposições e a entender que uma única exceção pode invalidar uma conjectura.

O trabalho em grupo, também contribui para o teste de conjecturas, os alunos podem compartilhar ideias, argumentar sobre diferentes casos e colaborar para encontrar contraexemplos, é importante que se sintam à vontade para apresentar suas conjecturas e refletir sobre as de outros colegas. Estes testes podem ocorrer de maneira simples e gradativa, adaptado a série trabalhada, é importante garantir que os alunos evoluam na realização de investigações e que sejam estimulados a olhar em outras direções e refletindo no que estão fazendo.

Neste momento de teste, também é importante que o professor incentive e possa definir que os testes e resultados devem ser registrados por escrito. Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) apontam a importância de o registro escrito ser bem interiorizado pelos alunos.

Registro escrito é bem interiorizada pelos alunos, que se preocupam em escrever, o mais fielmente possível, os seus resultados. O registro escrito, que se pede numa investigação como essa, constitui um desafio adicional para alunos desse nível de escolaridade, porque exige um tipo de representação que nunca utilizaram (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 32 -33).

No trecho citado, é mencionado que os alunos interiorizam bem essa prática, ou seja, incorporam o hábito de registrar por escrito suas descobertas e resultados. Os alunos podem desenvolver gradativamente o uso da linguagem matemática, gráficos, tabelas e outros elementos para comunicar seus achados. Com o tempo e a prática, eles tendem a se tornar mais habilidosos em comunicar seus resultados.

No decorrer dessa etapa, o professor nesse momento pode sugerir pequenas generalizações de conjecturas, e ao mesmo tempo que suscita a verificação das afirmações dos alunos.

Por fim, ainda na fase da realização da investigação, se dá o momento da **Justificação e avaliação**, em que o aluno possa justificar a conjectura e avaliar o raciocínio. Nesta etapa de justificação das conjecturas, uma vertente fundamental do trabalho investigativo, é essencial que o professor busque levar os alunos a compreender o caráter provisório das conjecturas, a fim de enriquecer o processo investigativo.

As investigações matemáticas caracterizam-se, igualmente, pelo estímulo que fornecem ao aluno para este justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante os seus colegas e o professor. As capacidades de argumentação e prova são dois aspectos destacados da capacidade de comunicar matematicamente [...]. Ao confrontarem as suas diferentes conjecturas e justificações, os elementos da turma constituem-se como pequena comunidade matemática, na qual o conhecimento matemático se desenvolve em conjunto (Ponte *et al.*, 1998, p. 10).

Essa passagem destaca a importância das investigações matemáticas no estímulo ao aluno para que ele justifique e prove suas afirmações através de argumentos matemáticos. Devendo não apenas apresentar soluções, mas também justificar e provar as afirmações feitas.

Ao realizar as IM, os alunos têm a oportunidade de formular conjecturas e buscar evidências para sustentá-las. Essa comunidade, citada pelo autor, o conhecimento matemático é desenvolvido em conjunto por meio da troca de ideias, discussões e análises críticas.

Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) alertam para comumente os alunos tendem a intitular suas conjecturas de conclusões, que pode ser causada tanto pelo próprio professor com a linguagem que utiliza, ou até mesmo pela tarefa:

Verifica-se vulgarmente que os alunos tendem a intitular as suas conjecturas de conclusões. Por vezes, é o próprio professor que utiliza essa linguagem quando se aproxima de um grupo: “Então o que é que já concluíram?” ou “Quais são as suas conclusões?”. Em certos casos é a própria tarefa que utiliza esse termo [...]. Sem se aperceberem, os alunos transformam as suas conjecturas em conclusões sem passarem por um processo de justificação (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 35).

É importante ressaltar que a diferença entre uma conjectura e uma conclusão está na validação e na fundamentação. Uma conjectura é uma suposição ou ideia inicial que ainda precisa ser comprovada ou apoiada por evidências. Por outro lado, uma conclusão é o resultado de um raciocínio ou investigação que foi devidamente justificado e respaldado por evidências adequadas.

O professor pode ajudar os alunos a entenderem a diferença entre conjecturas e conclusões e guiá-los no processo de justificação. Os alunos precisam ter a oportunidade de refletir sobre suas próprias conjecturas, revisá-las com base em evidências e aprender a comunicar claramente o processo.

A justificação ou prova das conjecturas é uma vertente do trabalho investigativo que tende, com alguma frequência, a ser relegada para segundo plano ou até mesmo a ser esquecida, em especial nos níveis de escolaridade mais elementares. No entanto, é fundamental, para que o processo investigativo não saia empobrecido, que o professor procure levar os alunos a compreender o caráter provisório das conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 35).

Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 35) abordam a necessidade de “insistir na realização de testes de conjecturas e se, de fato, uma conjectura parece tornar-se mais credível à medida que resiste a sucessivos testes”. Todavia, os alunos devem “compreender que o teste, só por si, não confere o estatuto de conclusão aos seus resultados” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 35). Portanto, os alunos gradualmente são inseridos na ideia de prova Matemática e da necessidade de justificar suas afirmações.

A introdução da ideia de prova matemática pode ser feita gradualmente, restringindo-se, numa fase inicial e com os alunos mais novos, à procura de uma justificação aceitável, que se baseie num raciocínio plausível e nos conhecimentos que os alunos possuem. À medida que os alunos vão interiorizando a necessidade de justificarem as suas afirmações e que as suas ferramentas matemáticas vão sendo mais sofisticadas, vai-se tornando mais fácil realizarem pequenas provas matemáticas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 35).

Nesta etapa, o professor continua a desenvolver o papel de questionar e intrigar os alunos, realizando em alguns momentos o questionamento quanto à justificação das suas conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019). Cabe destacar duas características da investigação: a exploração e a escrita dos resultados. Sendo importante o aluno pensar sobre a justificação das suas conjecturas, o professor pode utilizar frases como “por quê”, para que os alunos compreendam que devem justificar. Considerando, que os alunos podem ter dificuldade no processo de justificação, pode surgir a necessidade de classificar conjectura e justificação. Se o aluno confundir ou não compreender a justificação, torna-se mais difícil realizar a avaliação do resultado.

Torna-se importante, que as etapas da realização da investigação, sejam mais claras, e que envolvam os alunos no espaço de investigação, quando houver a necessidade auxiliá-los na busca de atingir a etapa do desenvolvimento da realização investigação, sempre adaptando para faixa etária ou série escolar. Cabe destacar que quando os alunos não estão acostumados com atividades de investigação, tendem a sempre esperar uma Matemática pronta e acabada. Após a familiarização com as etapas, o aluno conseguirá compreender mais facilmente cada uma delas na investigação.

2.5.3 Terceira fase: Discussão dos resultados

A terceira fase das Investigações Matemáticas é a da discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado, essa fase pode ser concretizada de muitas maneiras. Nesta fase os alunos expõem suas descobertas à turma.

No final de uma investigação, o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 38).

Conforme a contribuição dos autores acima, nesta fase, é essencial realizar uma sessão de balanço para compartilhar os conhecimentos adquiridos. Permite que os alunos comparem

suas estratégias, conjecturas e justificações, promovendo uma discussão saudável e construtiva. Nesse contexto, o papel do professor é atuar como moderador, facilitando a troca de ideias e garantindo que os resultados e os processos mais relevantes da investigação sejam comunicados de forma clara e coerente.

O professor pode utilizar diferentes estratégias para estimular a participação dos alunos e encorajá-los a questionar uns aos outros. Ao desempenhar o papel de moderador, o professor deve garantir que todos os alunos tenham a oportunidade de se expressar e que todas as opiniões sejam respeitadas.

Essa fase deve permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. É, ainda, um momento privilegiado para despertar os alunos para a importância da justificação matemática das suas conjecturas. No caso de alunos ainda pouco familiarizados com as investigações, o modelo que o professor possa oferecer nessa fase da aula é determinante para que estes comecem a perceber o sentido de uma demonstração matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 38-39).

Ao apresentar um modelo de demonstração, o professor auxilia a explicar os conceitos e as estratégias utilizadas, destacando a utilização correta de definições, teoremas e propriedades matemáticas, bem como a importância de argumentos sólidos. Também realizar por meio de perguntas que os levem a refletir sobre a validade de suas conjecturas e a buscar argumentos matemáticos para sustentá-las, bem como a participação ativa dos alunos no processo

Os autores Ponte *et al.* (1997) discorrem ainda, sobre a importância da realização da discussão final, dando ênfase na capacidade dos alunos para comunicar matematicamente e poder de argumentação.

Usualmente, é nesta fase que serão postas em confronto as estratégias, as hipóteses e as justificações que os diferentes alunos ou grupos de alunos construíram, e que o professor assume as funções de moderador. Ele procura trazer à atenção da turma os aspectos mais destacados do trabalho desenvolvido e estimula os alunos a questionarem as asserções dos seus pares. Assim, o desenvolvimento da capacidade dos alunos para comunicar matematicamente e do poder de argumentação são dois dos objectivos destacados desta fase da actividade de investigação (Ponte *et al.*, 1998, p. 17-18).

Nesta fase de discussão final, as estratégias, hipóteses e justificações construídas pelos diferentes alunos ou grupos de alunos são colocadas em confronto, com os pontos de vista e métodos diferentes de seus colegas, enriquecendo sua compreensão da matéria. Também oferece aos alunos a oportunidade de aprender com seus pares, considerar diferentes perspectivas e abordagens, além de refinar suas próprias habilidades de pensamento

crítico. Além de um ambiente de aprendizado no qual o conhecimento é construído em conjunto e as dificuldades podem ser superadas com apoio mútuo.

Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) apresentam a importância da fase da discussão para investigação:

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 39).

Sem a discussão final, corre-se o risco de perder o sentido da investigação. As IM não se tratam apenas de encontrar respostas corretas, mas também de explorar o processo de descoberta e construção do conhecimento. A ausência dessa discussão final priva os alunos dessas oportunidades de aprendizado valiosas e limita seu crescimento intelectual.

Apesar de as aulas de investigação constituírem um contexto favorável a gerar aulas de discussão entre os alunos, os autores enfatizam que nas aulas de matemática, geralmente, não é um lugar que estão habituados a fazerem isso.

A aula de Matemática, habitualmente, não é um lugar em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem a argumentar com os seus pares. Desse modo, é natural que o professor sinta algumas dúvidas sobre como tirar partido das potencialidades do trabalho investigativo para realizar aulas de discussão produtivas. Existem muitas opções para estruturar uma aula de discussão com toda a turma, colocando-se, desde logo, a questão do momento em que essa deverá ter lugar (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 39).

Destacou-se que apesar do planeamento das IM, o professor deve estar atento para flexibilizar a aula de acordo com a situação dos alunos, para continuar o desenvolvimento da investigação.

Muitas vezes, o professor estabelece de início o tempo que quer conceder para a realização da tarefa e para a discussão final, e faz com que esse plano seja cumprido, com maior ou menor flexibilidade. No entanto, há que estar atento aos sinais que vêm dos alunos, quer de cansaço, indicando que será melhor parar a investigação, quer de desejo de prosseguir a sua exploração, indicando que será necessário conceder-lhes mais tempo. Essas decisões, nem sempre simples, são facilitadas quando o professor conhece bem os seus alunos e sabe até onde pode ir (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 39).

Para que ao final das discussões os conceitos possam ser formalizados, em conjunto será discutido as regularidades e será construído por alunos e professor, a conclusão com maioria dos raciocínios apresentados através de resultados da investigação realizada pelos alunos.

As aulas investigativas proporcionam um ambiente mais dinâmico e envolvente, além de ajudar os alunos a desenvolverem habilidades de pensamento crítico e trabalho em equipe.

Podendo ser bastante eficaz para promover uma aprendizagem de Matemática de forma significativa.

2.6 Papel do professor e do aluno no contexto de Investigações Matemáticas

As Investigações Matemáticas proporcionam em sua perspectiva a construção do conhecimento matemático, a descoberta e aprendizagem dos conceitos Matemáticos através de um processo investigativo em que o aluno se torna o principal autor do conhecimento e o professor assume vários papéis dentro da sala de aula.

Esse conjunto de papéis, bem diversos, no decorrer de uma investigação, são o de organizador do espaço, mediador, e de não fornecer respostas ou métodos prontos aos alunos, sendo aquele que provoca os estudantes a procurarem respostas por si mesmos. Também o de desafiar os alunos, acompanhar e avaliar o seu progresso, identificar suas dificuldades, apoiar o trabalho dos alunos. Bem como observar e realizar perguntas que instiguem, que os auxilie em todas as fases da IM, como exemplo dessas perguntas *“Como você está tentando resolver?”*, *“O que está tentando fazer?”*, *“O que você pensa sobre essa questão?”*, *“Porque está fazendo assim?”*, *“O que você já descobriu?”*, *“Como podemos organizar isto?”*, *“Verificou se funciona mesmo?”*, entre outras perguntas que instiguem os alunos analisar e identificar o problema, conjecturar, experimentar, testar, justificar, provar, avaliar e defender suas estratégias e tornando a investigação significativa.

No ambiente investigativo, diante das fases, etapas e momentos das IM, o professor desempenha um papel primordial no desenvolvimento da investigação, devendo atingir um equilíbrio entre dois polos no acompanhamento do trabalho de investigação dos alunos “dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação” e “garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática”, conforme aponta Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 45).

O professor por meio das questões investigativas, motivadoras e desafiadoras, envolve o aluno para que procurem métodos, respostas das questões, e participa ativamente do processo de solução ou soluções da questão matemática. Trabalhando com um emaranhado de ideias, métodos, conceitos, procedimentos, técnicas, perspectivas e outros, que desenvolvem o ensino e a aprendizagem dos alunos na matemática.

Para exemplificar isso, apresenta-se um caso de investigação realizado com alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, na qual Souza (2018) trabalha a seguinte situação de Investigações Matemáticas: *“Oito crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de*

Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebidas, quantas garrafas levou cada uma?". Considerando que no início das atividades de investigação, o professor já explicou como seriam constituídas as atividades e proporcionou um ambiente de investigação, o aluno é convidado a investigar a situação, nessa faixa etária geralmente tendem a se entusiasmar diante do incentivo a investigação e exploração. Neste caso o aluno desenha 8 crianças e por meio dos desenhos distribuiu uma a uma as 16 garrafas as crianças, porém, apesar de uma estratégia criada, está sendo encaminhada a solução, o aluno realiza a soma $16+8=24$ (necessidade de usar o algoritmo). Neste momento, há a necessidade de intervenção do professor, então o indaga "quantos refrigerantes cada criança levou? Como você descobriu?" o aluno analisou e respondeu "*2 refrigerantes, porque ao distribuir entre 8 crianças, onde cada uma ficou com 2*".

Pode-se observar, que ao solicitar do aluno a justificação e a prova de sua afirmação, o aluno conseguiu apresentar a resposta. Diante disso o professor poderia incentivar o aluno a testar seu método, questionando "*se fosse 18 refrigerantes e 9 crianças? E se fosse 20 refrigerantes e 10 crianças?*" o aluno poderia provar sua afirmação e teria possibilidade por meio das IM e de todas as etapas chegar à relação de Proporção Simples (A está para B na mesma medida em que C está para D).

Ao oferecer caminhos para a construção do conhecimento, o educador incentiva os alunos a explorarem o conteúdo, fazer perguntas, levantar hipóteses e buscar respostas através da investigação. Essa abordagem estimula a curiosidade natural dos estudantes e promove o aprendizado significativo, pois os conhecimentos são assimilados de forma mais profunda e duradoura.

O papel do aluno é fundamental no desenvolvimento das IM em sala de aula, devendo ter envolvimento ativo na investigação, sendo uma condição, a aprendizagem. Um dos aspectos relevantes da investigação é quando o aluno aprende mobilizando os seus recursos cognitivos e afetivos, com vistas a atingir um objetivo, sendo que desempenha o papel central de sua aprendizagem. O aluno deve explorar, conjecturar, justificar e apresentar suas ideias, sendo colaborativo e participativo, para assim desenvolver suas habilidades matemáticas, através de perguntas, reflexões e discussões, promovendo um entendimento mais profundo e significativo dos conceitos matemáticos, pensamento mais autônomo e independente, sendo principal agente da construção de seu conhecimento.

Além disso, ao enfatizar a investigação e a conjectura, o aluno é encorajado a pensar "fora da caixa" e a desenvolver habilidades de pensamento lateral, permitindo que faça conexões e associações criativas entre diferentes conceitos.

A capacidade de comunicação oral e escrita é uma competência essencial em qualquer área da vida e do trabalho. Ao incentivar os alunos a explicarem e discutirem suas ideias de forma clara e coesa, a escola está preparando-os para se expressarem de maneira eficaz e se engajarem em diálogos significativos com outras pessoas.

Reforçar atitudes de autonomia e cooperação é importante para formar cidadãos responsáveis e comprometidos com o aprendizado contínuo. A autonomia permite que os alunos assumam a responsabilidade por sua própria aprendizagem, enquanto a cooperação os prepara para trabalharem em equipe, respeitar as ideias dos outros e aprenderem com a diversidade de perspectivas.

Muitas vezes na Matemática se dá ênfase no resultado de uma questão, no entanto na IM o percurso que o aluno transita faz parte do processo de aquisição do conhecimento. Dentro desse percurso o está testando, explorando, descobrindo, experimentando, é claro que poderá errar. O erro constitui momentos naturais e inerentes a toda a investigação, faz parte do aprendizado, faz parte do percurso.

O erro não pode ser considerado falha na investigação, mas uma oportunidade de aprender e desenvolver habilidades matemáticas. Há possibilidade do aluno refinar suas estratégias e abordagens, levando a novas descobertas. Quando o aluno observa, que o erro faz parte do processo de investigação, que é algo que não deve ser evitado e faz parte do processo de aprendizagem, passar a ter a possibilidade identificá-lo, analisar, refletir, corrigir e aprender. Tornando o aluno mais confiante em experimentar, e assim desenvolver a capacidade de resolver problemas na investigação.

A implementação das IM em sala de aula pode ser desafiadora para os professores. Muitas vezes tendo que equilibrar “entre a preocupação de seguir de forma ordenada o currículo e a valorização da natureza aberta das investigações, reconhecendo o contributo importante que estas podem fornecer para o desenvolvimento matemático dos alunos” (Ponte *et al.*, 1998. p. 11).

Antes da aplicação das IM em sala de aula, o professor tem um papel fundamental, do planeamento. Tendo que selecionar propostas e estabelecer objetivos a realização, relacionando com a especificidade da turma e a partir dos contextos que surgem nas aulas. Também há necessidade de realizar a gestão do tempo, considerar a duração das atividades, se será em uma ou mais aulas e o tempo em que os alunos conseguirão se manter interessados nas aulas, e “articulação com os conteúdos leva também a questionar em que medida podem as investigações ser propostas no início, durante ou no fim de um assunto” (Ponte *et al.*, 1998. p.

12). Decidir se os alunos vão trabalhar individualmente ou em grupo, como serão os grupos, se haverá um momento de trabalho em grandes grupos.

Para Ponte *et al.* (1998) “Ao seleccionar ou criar uma tarefa, o professor deve definir claramente os objectivos a atingir e ter em atenção o nível etário e o desenvolvimento matemático dos alunos” (Ponte *et al.*, 1998. p. 12). Ainda para os autores, o professor deve estar atento que tanto a criação como a reformulação de proposta da investigação consomem tempo e atitude investigativa dele próprio. A criação e a seleção das tarefas devem ter um cunho exploratório e investigativo, devendo ter atenção para seleção de um problema, da situação problemática, que levem os alunos a investigarem.

É de realçar a grande importância da ação do professor nas questões que coloca, nas interacções que promove, em especial encorajando os alunos a discutir e a explicar a Matemática que desenvolvem [...]. O professor terá como papel fundamental iniciar e dirigir o discurso, envolver cada um dos alunos, manter o interesse pelo assunto, colocar questões esclarecedoras ou provocantes e não aceitar apenas a contribuição dos alunos que têm habitualmente respostas correctas ou ideias válidas. Terá de respeitar a diversidade dos alunos. Por outro lado, o professor fica a saber mais sobre as ideias e os conhecimentos dos alunos quando os observa e ouve. Os momentos de discussão permitem que ele dê atenção individual aos alunos, coloque questões para sondar os seus conhecimentos, e note a partir das suas respostas eventuais dificuldades conceptuais (Ponte *et al.*, 1998, p. 6-7).

Em salas de aula que adotam as IM, o diálogo deve ser mais aberto, diversificado e envolvente para o aluno. Numa abordagem mais interativa, o diálogo se torna uma ferramenta poderosa para estimular o pensamento crítico, a criatividade, a colaboração e a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem da matemática.

É igualmente importante considerar a interação aluno e aluno, ou seja, que os colegas discutam, elaborem, expliquem, questionem, justifiquem com os pares, bem como a interação do aluno e professor. Essa interação é importante porque permite que os alunos compartilhem ideias, discutam conceitos e colaborem na construção do conhecimento.

Nas IM em sala de aula os alunos tem contanto com uma abordagem mais ativa e participativa na aprendizagem matemática, são incentivados a explorar através da experimentação, descoberta e discussão, isso contribui para uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos e princípios matemáticos.

2.7 Investigações Matemáticas nos documentos brasileiros

Consideramos que as contribuições das Investigações Matemáticas estão relacionadas às abordagens dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), voltados para o ensino de Matemática do primeiro ao quinto ano, visando à formação dos alunos brasileiros nessa área do conhecimento. Os PCNs desempenham um papel importante ao garantir uma formação Matemática de qualidade aos estudantes, o que contribui significativamente para a equidade educacional e os prepara para os desafios do mundo contemporâneo.

No Ensino Fundamental, a potencialidade do conhecimento matemático deve ser explorada da forma mais ampla possível, desempenhando um papel na formação:

[...] das capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares” (Brasil, 1997, p. 25).

Conforme os PCN (Brasil, 1997), a Matemática desempenha um papel na formação do cidadão, ao desenvolver metodologias que enfatizam a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. Além disso, é importante que o aluno veja a Matemática como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento da sua capacidade expressiva, raciocínio e sua imaginação.

Observou-se que as IM proporcionam ao professor a oportunidade de implementar uma metodologia em sala de aula que esteja em consonância com os PCN (Brasil, 1997), claro que com adaptações para o grau de conhecimento do aluno e série escolar. Desta forma, é possível que os alunos se tornem mais responsáveis por sua própria aprendizagem. Essa metodologia pode despertar neles o interesse pela matemática, uma vez que, por meio de atividades investigativas, é proporcionada uma compreensão mais significativa dos conteúdos matemáticos, e não apenas uma técnica de resolução através de um algoritmo, ou tentativas frustradas de 'transmissão de conhecimentos' de forma tradicional e sem um processo significativo de ensino e aprendizagem.

A Matemática pode colaborar para o desenvolvimento do lógico-mental e para a compreensão dos fenômenos que ocorrem no dia a dia. Desta forma, destaca-se a necessidade de cidadãos pensantes, proativos e capazes de solucionar problemas de forma autônoma e crítica.

Em relação à BNCC, dentre as competências gerais da Educação Básica pode-se destacar a de exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, sendo incluídas “a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” (Brasil, 2018, p. 9). No que se refere à Matemática, a BNCC (Brasil, 2018) aborda que o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica na aplicação da sociedade contemporânea, pelas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. Apesar da Matemática ser uma ciência hipotético-dedutiva, também é importante considerar seu papel heurístico das experimentações durante a aprendizagem.

Apesar de esses aspectos supracitados na BNCC serem importantes e condizentes com a utilização das IM para o ensino da Matemática, alguns autores refletem e/ou criticam a BNCC, argumentando que essas situações de investigações não ocorrem integralmente no documento, conforme discute-se, posteriormente.

De acordo com Bigode (2019) “apesar da referência a “processos matemáticos” de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e modelagem, a lista de habilidades não dá margem para que tais processos sejam levados a sério” (Bigode, 2019, p.133).

A BNCC (Brasil, 2018) do Ensino Fundamental defende que o ensino da Matemática ocorra por meio da articulação de diversos campos, permitindo que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações e que possam associar essas representações a uma atividade matemática, fazendo induções e conjecturas. Espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilizar a Matemática para resolver os problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções, bem como interpretar segundo os contextos das situações.

Contudo, a metodologia de IM defende que os alunos construam os conceitos matemáticos por meio de atividades investigativas, buscando soluções para questões/situações, aprendendo Matemática através da resolução de problemas. Os alunos devem ser os autores do próprio conhecimento, não se limitando a aplicar conceitos, mas sim sendo estimulados a agir como matemáticos. Isso implica formular questões, explorar, fazer conjecturas, justificar, generalizar e criar procedimentos diante das situações, reconhecendo que o processo de aprendizagem é tão importante quanto o resultado alcançado.

Outro ponto relevante da BNCC (Brasil, 2018) é o compromisso com o letramento matemático, que define as competências dos alunos para raciocinar, representar, comunicar e

argumentar matematicamente, favorecendo o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em diversos contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

No entanto, os autores Malheiros e Forner (2020) afirmam que, embora a BNCC faça referência ao letramento matemático, o documento apresenta um extenso programa repleto de habilidades e competências que, em sua proposta, estão distantes da ideia de letramento matemático, que se refere a ler o mundo por meio da Matemática. Para os autores, a ideia de competência visa atender às necessidades do desenvolvimento econômico dentro do sistema escolar. Eles afirmam que a BNCC apresenta um currículo impregnado de pragmatismo, definido por habilidades que se concentram na capacidade de executar tarefas específicas, enquanto as competências estão relacionadas à capacidade do aluno em abordar e resolver situações complexas. Diante de todo o documento, os autores expõem que isso está atrelado a uma ideia de educação tecnicista, a qual não condiz com a proposta da IM.

Bigode (2019) aponta que o documento possui uma orientação ideológica que reduz a Matemática a uma coleção estagnada de itens, representados pelos descritores de avaliação, denominados de habilidades. Ele destaca que a BNCC tem como foco “o processo de elaboração, a visão de conhecimento e de ensino que defende, a estrutura engessada e o vazio de suas prescrições” (Bigode, 2019, p. 123).

De acordo com autor, há um retrocesso na BNCC, no qual sugere que “a matemática deve ser ensinada de modo linear, hierarquizado, rígido e de caminho único, e não por meio de uma rede conceitual que possibilita variados percursos, tal como fora sugerido nos PCN para o Ensino Fundamental I” (Bigode, 2019, p. 137).

Diante do estabelecimento da BNCC como documento considerado referência para formular currículos nos diversos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, e das propostas pedagógicas das instituições escolares, acaba por delinear as formas como o professor deverá ensinar em sala de aula, estabelecendo um parâmetro a ser seguido, o que pode resultar na fragmentação do ensino e do conhecimento gerado e produzido pelos alunos. Embora a proposta tenha sido estabelecida como parâmetro, muitos atribuem a ela a função de currículo, mesmo que não esteja explicitamente delineado assim.

Silva e Giovedi (2022) defendem que a atribuição da União é estabelecer competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar uma formação básica comum. Eles enfatizam que o currículo se consolida no âmbito da escola, quando o planejado é materializado pela ação dos diferentes atores envolvidos no processo educativo: estudantes,

educadores, comunidade escolar e local, órgãos do sistema educacional, entre outros. Deve fazer parte da prática dos sujeitos, de natureza pedagógica que é responsabilidade do docente. Diante disso, "é papel do professor organizar o programa formativo materializando-o no dia a dia da escola e, especificamente, da sala de aula" (Silva; Giovedi, 2022, p. 6), tendo um papel intelectual e não apenas de executor. Os autores ressaltam a importância da pluralidade de concepções pedagógicas, da liberdade de ensinar e aprender e da autonomia das escolas na construção de suas propostas pedagógicas.

Porém, essas discricionariedades ficam engessadas devido à inflexibilidade da BNCC em relação a inovações, adaptações ou mudanças necessárias para adequar as realidades locais das escolas e dos alunos. Torna-se inviável trabalhar com um currículo padronizado de Matemática, desconsiderando as características e particularidades de cada comunidade. Isso pode resultar em um ensino mecânico e limitar o trabalho com diferentes abordagens pedagógicas. Assim, a ênfase na prescrição proposta pela BNCC traz uma sobrecarga de conteúdos e informações, em detrimento da profundidade na aprendizagem. Em contrapartida, os PCNs buscavam incentivar os alunos a valorizarem o pensamento matemático, em vez da memorização de conteúdo.

Bigode (2019) expõe que a BNCC, ao vincular os conteúdos por série, parece desconsiderar as pesquisas sobre aprendizagem e a didática, retirando dos professores suas prerrogativas profissionais e a autonomia para adaptar seus currículos com base no conhecimento que possuem sobre seus alunos. Isso poderia comprometer a qualidade de uma aprendizagem sólida.

Malheiros e Forner (2020) destacam o foco na preocupação quanto aos conteúdos matemáticos, e não aos estudantes com suas necessidades, seus saberes, o contexto no qual estão inseridos. Refletem que para vislumbrar uma educação libertadora e emancipadora, o centro do processo de escolarização deve estar nos estudantes. Diante disso, é importante adotar práticas educativas que contribuam para isso, em uma educação em que os alunos desempenhem um papel ativo no processo de aprendizagem.

Desta forma, compreende-se que a Matemática é reconhecida como uma ciência humana inserida em diferentes contextos históricos, atuando para expressar as manifestações das diferentes culturas e, ainda, para solucionar problemas científicos e tecnológicos, contribuindo assim com as descobertas e construções.

Diante das IM, defende-se que os alunos assimilam conceitos e procedimentos de maneira distinta e em momentos diversos, aspectos estes que devem ser integralmente considerados no processo de aprendizagem. Por meio de um ambiente investigativo, é

proporcionado aos alunos o espaço para apresentarem suas ideias, debaterem e participarem ativamente da construção de um conhecimento significativo para eles. Este processo se contrapõe à mera memorização de definições, conceitos, procedimentos e fórmulas, privilegiando, em vez disso, um processo interno e significativo para o aluno.

Tendo em vista as colocações dos autores apresentadas, as Investigações Matemáticas têm importante contribuição para uma Educação Matemática de qualidade, embora seja necessário considerar as críticas e desafios apresentados pela BNCC. Observou-se que a metodologia possui uma base mais sólida nos PCN. Pois, acredita-se que o ensino da Matemática deve ser conduzido por um processo investigativo, com a valorização do raciocínio criativo, da curiosidade, da imaginação e da ampliação do espectro de relações envolvidas na criação matemática.

As Investigações Matemáticas buscam proporcionar um estudo da Matemática mais envolvente e significativo para os estudantes. Ao envolver os alunos em atividades investigativas, eles são encorajados a explorar conceitos matemáticos, formular conjecturas, testar hipóteses e justificar seus raciocínios. Ao adotá-las como abordagem de ensino, espera-se que os alunos desenvolvam habilidades como pensamento analítico, criatividade, capacidade de comunicação Matemática e trabalho em equipe. Essas habilidades são valiosas não apenas para o estudo da Matemática, mas também para a vida cotidiana e para futuras carreiras. Além disso, há o potencial de formar cidadãos mais engajados, capazes de enfrentar desafios e contribuir de forma significativa para a sociedade.

3 A TEORIA DE PIAGET COMO SUPORTE TEÓRICO PARA UM TRABALHO COM INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Neste capítulo, explora-se a teoria de Jean William Fritz Piaget (1896-1980), renomado biólogo e epistemólogo suíço, que é conhecido por sua teoria sobre o desenvolvimento humano. Apresentam-se contribuições de Piaget e outros teóricos do construtivismo sobre o desenvolvimento da inteligência, do conhecimento lógico-matemático e para o ensino da matemática. Embora sua pesquisa não tenha se concentrado nas Investigações Matemáticas, Piaget abordou questões sobre como as crianças adquirem conceitos matemáticos e desenvolvem habilidades nessa área. Suas teorias e as IM se correlacionam com o favorecimento de uma aprendizagem mais ativa, dinâmica, interativa, reflexiva, significativa e voltada para a autonomia do aluno, contribuindo para compreensão sobre como as crianças aprendem, fator necessário para discussão do como ensinar.

Piaget desenvolveu muitas pesquisas e contribuiu para o campo da Psicologia e Pedagogia, dentre estas, temas relacionados à construção do conhecimento. Sua influência é notável em teorias educacionais e pedagógicas de seu tempo, bem como nas teorias atuais, como o construtivismo, teoria na qual os indivíduos constroem ativamente seu próprio entendimento do mundo por meio da interação com seu ambiente. Piaget dedicou-se ao estudo do conhecimento, usando a Psicologia e a Epistemologia Genética, seu trabalho ajudou a moldar diferentes áreas do conhecimento e continua sendo relevante até hoje. A teoria da Epistemologia Genética influente no campo da psicologia do desenvolvimento, tem objetivo se entender como o conhecimento humano é adquirido e como as estruturas mentais se desenvolvem ao longo da vida, desde o nascimento até a idade adulta.

Kamii (2010), aluna e colaboradora de Piaget, aborda que antes de discutir como ensinar, é necessário entender como os estudantes aprendem. Segundo a autora, há uma grande diferença entre a forma que os construtivistas e os educadores tradicionais pensam sobre como as crianças aprendem. A autora apresenta o seguinte exemplo para ilustrar como acontece essa construção interna relacionando a forma como que os bebês aprendem a falar:

Na medida em que a maioria dos cidadãos norte-americanos aprendem o inglês e a maioria dos brasileiros aprende o português, é fácil pensarmos que as crianças aprendem a língua por um processo de internalização do meio. Porém, se ouvirmos com atenção as primeiras falas dos bebês, notaremos que primeiro eles usam apenas uma palavra para se comunicar, como por exemplo: “bola!”, ao invés de dizerem “Eu quero a bola”. Depois eles usarão duas palavras, como por exemplo: “bola dá”. Observem que não podemos dizer que eles aprenderam esta forma de linguagem por internalização de regras sociais, já que nenhum adulto fala desta forma, “bola”, ou “bola dá”. Os bebês ouvem os adultos ao seu redor diariamente e, no entanto,

constroem a sua primeira linguagem, usando apenas uma e depois combinando duas palavras (Kamii, 2010, p. 14).

Conforme a criança cresce e desenvolve, Kamii (2010) exemplifica que por volta dos 6 ou 7 anos, começa a cometer outros erros mais sofisticados, como dizer “eu fazi”, para autora esses erros expressam a construção de regras, criadas pela própria criança, nesse caso, sobre como os verbos devem estar no passado.

Além do mais, a autora aponta que a construção do processo de aprendizagem da fala para as crianças é interna. Piaget afirma que as crianças aprendem a medida de construção dos diferentes níveis de erros, desde o mais elementar para mais elevado, enfatiza em outras palavras, a criança não aprende saltando de uma completa ignorância para o conhecimento perfeitamente correto. Assim, o exemplo anterior de Kamii (2010) reafirma essa assertiva, descrevendo que dizer “bola dá” está menos errado que apenas dizer “bola”.

A compreensão de que a aprendizagem se dá por um processo de superação de erros de diferentes níveis, é um ponto importante para os professores que incentivam a ortografia “inventada”, ou o famoso “escreva do seu jeito”. Aqueles que tem conhecimento das pesquisas de Emília Ferreiro, já devem estar familiarizados com as surpreendentes formas em que as crianças podem escrever quando estão aprendendo. Professores que acreditam que elas aprendem por uma sucessão de erros, não as corrigem quando escrevem “TACSI”, querendo escrever a palavra “TAXI” (Kamii, 2010, p. 15).

Considerando esse processo de construção interna, nas IM em sala de aula, pode-se por exemplo apresentar como crianças fazem uma combinação em um problema que traz a situação “*Em uma padaria vende pastéis de diferentes sabores e diferentes tamanhos. Pedro foi comprar pastel, entre opções de tamanhos e sabores disponíveis, descobrimos que podem ser comprados 6 tipos de pastéis. Sabendo que podem ser escolhidos 2 tamanhos diferentes, quantos sabores poderão ser escolhidos por Pedro na compra?*”, se tradicionalmente, em sala de aula o professor apenas repassar ou diz que numa questão como essa o aluno deve dividir 6 por 2, provavelmente o aluno irá decorar ou não aprenderá de forma significativa. No entanto, se o aluno diante da situação é incentivado a buscar solução para a questão, utilizará seus recursos cognitivos para buscar uma solução e ser incentivado a realizar a investigação, algumas irão desenhar e pintar os objetos (pastéis de cores e tamanhos distintos) e combiná-los, alguns alunos darão sabores aos pastéis, tentar contar fazendo ligações, outras farão somas e outras possibilidades da sua maneira para buscar a solução, em que têm a oportunidade de realizar um processo interno para aprender o conceito de combinação na multiplicação ou divisão, cometendo erros e construindo o conhecimento.

Ainda nas IM, quando em sala de aula na realização das atividades investigativas pede-se para os alunos “anotarem da forma deles” ou “explicarem como chegaram àquela solução”, as crianças utilizam a linguagem e a forma que compreendem para apresentar suas explicações ou como respondem a questão, como exemplo de resposta: “pastel de carne, queijo e salsicha, de frango nunca vi”, “sabor de manga, banana e laranja”, “poderão ser escolhidos três sabores” ou apenas colocavam os desenhos ou “ligações⁵”, até conseguirem construir e desenvolver a linguagem Matemática formal e o conceito foi compreendido nesse nível de abstração pela criança. Assim, pode-se enfatizar como os alunos vão desenvolvendo o pensamento matemático gradativamente, sendo por meio de processos de construção interna, cometendo erros e desenvolvendo seu conhecimento.

De acordo com Mantovani de Assis (2017), a teoria de Jean Piaget atribui um papel fundamental ao meio físico e social, conseqüentemente, à educação e ao desenvolvimento do ser humano. A autora afirma que o ser humano ao nascer, não possui inteligência, mas traz a capacidade de se tornar inteligente, ele possui condições biológicas necessárias para construir a inteligência, a linguagem e a moralidade, trata-se do a priori do funcionamento. A autora apresenta que Piaget:

Considera que a inteligência, a linguagem, os costumes, as regras que orientam a convivência entre as pessoas, e garantem a possibilidade de adaptação às mais diversas sociedades humanas, não são parte da herança que os pais transmitem aos filhos no momento que os concebem. O que o ser humano herda de seus genitores é tudo aquilo que organicamente o define como pertencente a espécie humana, ou seja, as possibilidades orgânicas de construir um sistema de signos que lhe permite expressar-se por meio da linguagem e de construir também todo o conhecimento que durante milênios a humanidade descobriu e inventou, juntamente com um sistema de princípios e valores morais vigentes na sociedade a qual pertence (Mantovani de Assis, 2017, p. 218).

De acordo com a autora, a partir da troca que o bebê estabelece com o meio físico e social em que nasce, adquire comportamentos que possibilitam sua adaptação ao mundo.

Não resta dúvida que fatores endógenos e, portanto, um conjunto de possibilidades orgânicas garante apenas à espécie humana a construção de uma função simbólica, mas sem os fatores exógenos, representados pelas transmissões exteriores, dentre estas a educação, a continuidade da linguagem coletiva, jamais seria possível. Esse fato evidencia o importante papel que o meio exterior desempenha no desenvolvimento psicológico do ser humano. Isso porque, no que se refere ao desenvolvimento intelectual, o meio oferece a matéria-prima para que a construção da inteligência chegue a um bom termo. O bebê que nasceu com todas as possibilidades biológicas necessárias para vir a ser inteligente só conseguirá chegar às fases finais do desenvolvimento intelectual e social dependendo das solicitações que o meio social e educacional lhe oferecer, ou seja, da qualidade da educação recebida. Embora

⁵ Respostas de alunos para questão de investigação realizado com alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental na pesquisa de Souza (2018).

insuficiente por si só, a educação é condição necessária para o desenvolvimento psicológico da criança, sem a qual não seria possível a construção das estruturas mentais que constituem os instrumentos de adaptação do indivíduo ao meio físico e social no qual vive e que lhe possibilitam raciocinar com lógica, bem como desenvolver a afetividade e conquistar a autonomia moral (Mantovani de Assis, 2017, p. 218-219).

É correto afirmar que, para Jean Piaget (1969), a inteligência está intimamente relacionada à ação e à interação com o meio ambiente. Ele enfatizou a importância da atividade e da experiência prática na construção do conhecimento e desenvolvimento cognitivo das crianças. Através da assimilação e acomodação, as crianças adaptam suas estruturas mentais para lidar com as informações que recebem do mundo ao seu redor.

De acordo com Piaget (1969), a inteligência deriva da ação, mesmo quando as suas manifestações superiores, que procedem dos instrumentos do pensamento, a inteligência ainda consiste em executar e coordenar ações, mas de forma interiorizada e reflexiva. Sendo essas ações interiorizadas, ações enquanto processo de transformações, são as “operações” lógicas ou matemáticas, de todo juízo ou de todo o raciocínio. No entanto, essas operações não se limitam apenas a quaisquer ações interiorizadas e se apresentam, além disso, enquanto expressões coordenadas mais gerais da ação, com o duplo caráter de serem reversíveis e, conseqüentemente, se coordenarem em estruturas de conjunto. Resultando assim, em todos os níveis, a inteligência é uma assimilação do dado às estruturas de transformação e das estruturas elementares operatórias superiores. Essas estruturas consistem em organizar o real em ato ou em pensamento, isso é, não apenas em copiá-lo.

Pode-se evidenciar a importância do meio no desenvolvimento do ser humano, para Mantovani de Assis (2015), o meio exterior desempenha um papel importante no desenvolvimento psicológico, com efeito no desenvolvimento intelectual oferecendo matéria-prima para construção da inteligência. A autora explica como a inteligência se desenvolve, demonstrando que pode ser na forma de construção das estruturas cognitivas ou como construção da inteligência, que se desenvolve por meio de um processo contínuo e gradual, que pode ser diferenciado por estádios de desenvolvimento.

Segundo Mantovani de Assis (2015), cada estágio possui determinada estrutura de conjunto, que se integram nas subsequentes, visto que constituem a preparação para a última. A autora ressalta que apesar de haver uma variação diferente na idade em que se atinge cada estágio, a ordem sequencial permanece a mesma, considerando que cada um é necessário para a construção seguinte.

As estruturas que caracterizam esses estágios se incorporam ou se integram nas outras estruturas típicas dos estágios seguintes, formando uma nova organização, qualitativamente diferente da organização que a precedia, mas conservando as estruturas anteriores a título de subestruturas. Cada estágio se inicia por um período de preparação antes de atingir o período de efetivação ou de equilíbrio. Durante o período de preparação as estruturas características do estágio encontram-se em processo de formação e organização. Este período também chamado de transição, se caracteriza pelo desequilíbrio e pela utilização das novas estruturas juntamente com as estruturas anteriores. Aos poucos, a desorganização vai sendo superada pela organização das novas estruturas em um todo mais estável e equilibrado e é justamente esta a característica do período de efetivação ou de equilíbrio (Mantovani de Assis, 2015, p. 193-194).

Baseada nas pesquisas realizadas por Piaget, Mantovani de Assis (2015) apresenta a evidência dos quatro estágios do desenvolvimento cognitivo do ser humano: sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório formal.

Para Piaget (1969), a adaptação é um equilíbrio entre dois mecanismos indissociáveis, a acomodação e a assimilação. Munari (2010) apresenta que a inteligência é uma adaptação, que é necessário determinar as relações existentes entre o organismo e o meio ambiente para aprender as relações com a vida em geral, definindo que a vida é uma busca progressiva pelo equilíbrio entre formas e meios. Para o autor:

Se chamarmos acomodação ao resultado das pressões exercidas pelo meio, podemos então dizer que a adaptação é um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Esta definição aplica-se também à própria inteligência. A inteligência é, de fato assimilação na medida em que incorpora todos os dados da experiência. Quer se trate do pensamento que, graças ao juízo, faz entrar o novo no já conhecido, reduzindo assim o Universo às suas próprias noções, quer se trate da inteligência sensório-motora que estrutura igualmente as coisas que percebe reconduzindo-as aos seus esquemas, nos dois casos a adaptação intelectual comporta um elemento de assimilação, quer dizer, de estruturação por incorporação da realidade exterior às formas devidas à atividade do sujeito (Munari, 2010, p. 30)

O desenvolvimento ocorre por meio desse processo chamado equilíbrio, composto por dois mecanismos fundamentais: assimilação e acomodação. Quando a assimilação é predominante, o indivíduo pode se sentir confortável em sua compreensão do mundo, mas se a acomodação se torna necessária, podem surgir conflitos cognitivos, ou seja, contradições entre as informações já conhecidas e as novas informações encontradas na experiência.

Essa contradição interior é o que impulsiona o processo de equilíbrio. Para resolver as contradições, o indivíduo precisa reorganizar suas estruturas cognitivas, criando um equilíbrio que integre tanto as informações antigas quanto as novas de maneira coerente. Essa reorganização leva ao desenvolvimento de sistemas de relações mais avançados, permitindo que a criança lide com situações mais complexas.

Considerando que a equilibração é o processo central na construção da inteligência, Mantovani de Assis (2017) compreende que solicitação do meio deveria prover basicamente em criar perturbações que provoque situações de conflito cognitivo, para que estas possam promover o equilíbrio por meio de sucessivas regulações e compensações, que estabelecem a construção de novas estruturas. Para Piaget (1969, p. 156):

As estruturas intelectuais e morais da criança não são as nossas; aliás, os novos métodos de educação se esforçam para apresentar às crianças de diferentes idades as matérias de ensino sob formas assimiláveis à sua estrutura e aos diferentes estágios de seu desenvolvimento. Mas, quanto à relação funcional, a criança é idêntica ao adulto, como este último, ela é um ser ativo cuja ação, regida pela lei do interesse ou da necessidade, só poderá dar seu pleno rendimento se se fizer um apelo aos móveis autônomos dessa atividade. Da mesma forma que o girino já respira, mas com outros órgãos que os da rã, a criança também age como o adulto, mas com uma mentalidade cuja sua estrutura varia de acordo com os estágios do desenvolvimento.

Portanto, a experiência é fundamental para o desenvolvimento cognitivo, pois é através da interação com o ambiente que as crianças adquirem novas informações e desafiam suas estruturas mentais. Assim, um ambiente escolar propício para criar situações que estimulem o desenvolvimento do aluno, por meio de atividades pedagógicas que possa assegurar as possibilidades de ação e interação.

Não há como estimular esse processo com situações de desequilíbrios sem a interação com um meio que crie perturbações, ou ainda, cuja participação dos alunos seja calcada na passividade, não expressividade, não experimentação. Como foi visto, as crianças constroem suas estruturas cognitivas por meio da interação com o ambiente, combinando experiências e informações sensoriais com as estruturas mentais que já possuem, e, por meio das IM, pode-se ofertar um grande número de situações que favorecem esse processo.

A inteligência é uma construção complexa e multidimensional, e o desempenho em uma única área não reflete completamente a inteligência geral de uma pessoa. A teoria de Piaget é importante para orientar a prática educacional e compreender o desenvolvimento infantil, mas sempre deve ser feita com sensibilidade às diferenças individuais e com o apoio de uma avaliação mais ampla e holística. A educação deve ser adaptada para atender às necessidades e ao ritmo de cada criança, valorizando suas habilidades e pontos fortes, bem como identificando e fornecendo suporte adicional em áreas que necessitam de desenvolvimento extra.

Zaia e Mantovani de Assis (2010) ressaltam que é necessário garantir que a escola ofereça a toda criança a possibilidade de um completo desenvolvimento intelectual, afetivo, social e moral. E que a educação escolar deve proporcionar a todas as crianças contatos e trocas sociais indispensáveis para socialização, um ambiente educativo que estimule o

desenvolvimento da inteligência, iniciativa, autonomia e criatividade. Conforme apresentado no capítulo anterior, as IM em sala de aula proporcionam o contato com o ambiente de investigação e situações que estimulam a criatividade e iniciativa dos alunos, corroborando com o desenvolvimento da inteligência, a construção do raciocínio, desenvolvimento da afetividade e da autonomia. Além de ser um ambiente que possibilita ao aluno descobrir e reinventar o conhecimento, coerente com os pressupostos piagetianos sobre a construção dos conhecimentos físico e lógico-matemático.

Mantovani de Assis (2017) traz que Piaget entende que toda pessoa tem direito à educação evidenciando a importância do papel da educação na formação de pessoas intelectual e moralmente autônomas.

A escola é a instituição que tem a função de educar e por isso não pode se contentar em apenas ensinar a ler, escrever e realizar as operações da matemática elementar. Sua função é muito mais importante do que essa. Ela deve proporcionar ao aluno a oportunidade de desenvolver plenamente sua personalidade no que se refere à construção da inteligência, da moralidade e contribuir de maneira decisiva para a formação de um cidadão solidário, apto a cooperar e a ser capaz de empreender transformações sociais e culturais (Mantovani de Assis, 2017, p. 220).

A escola não deve se contentar apenas em transmitir conhecimentos acadêmicos, mas também deve se preocupar em ajudar os alunos a desenvolverem plenamente sua personalidade e inteligência. A escola é, também, um lugar para a construção da moralidade, ajudando os alunos no senso ético e valores que os orientarão em suas interações com os outros e com a sociedade.

Outro ponto destacado é a importância da escola na formação de cidadãos solidários e colaborativos. Isso significa que a escola não apenas ensina habilidades individuais, mas também promove a compreensão da importância do trabalho em equipe, da empatia e da responsabilidade social. A escola é vista como um espaço onde os alunos aprendem não apenas a serem bem-sucedidos individualmente, mas também a contribuir positivamente para a comunidade e para o mundo ao seu redor.

Assim, é muito mais do que um local para aprender disciplinas acadêmicas, é uma instituição que atua na promoção não apenas das habilidades intelectuais dos alunos, mas também seus valores, atitudes e capacidades de contribuir para a sociedade de maneira positiva e transformadora.

[...] educar é adaptar a criança ao meio adulto, isto é, transformar a constituição psicobiológica do indivíduo em função do conjunto de realidades coletivas às quais a consciência comum atribui algum valor. Portanto, dois termos na relação constituída pela educação: de um lado o indivíduo em crescimento; de outro, os valores sociais, intelectuais e morais nos quais o educador está encarregado de iniciá-lo (Piaget, 1969, p.139).

Para Piaget (1969, p. 154), “educar é adaptar o indivíduo ao meio social ambiente”, apresentando a importância do meio no desenvolvimento da inteligência e consequentemente do espaço de aprendizagem. Diante disso, a educação é necessária para o desenvolvimento da criança e a construção das estruturas mentais, que possibilitam raciocinar com lógica, desenvolver a afetividade e conquistar a autonomia moral.

É importante destacar que, conforme define Kamii e Housman (2002), a autonomia na Teoria de Piaget, está relacionada à capacidade de governar a si mesmo, tanto na esfera moral, como na esfera intelectual.

Em um sentido piagetiano, autonomia significa a capacidade de decidir por si próprio entre certo e errado na esfera moral, entre verdade e inverdade na esfera intelectual, levando em conta fatores relevantes, independentemente de recompensa e punição. Autonomia é o oposto de heteronomia. Pessoas heterônomas são governadas por outra pessoa, na medida em que são incapazes de fazer julgamentos por si próprias (Kamii; Housman, 2002, p. 73-74).

Para Piaget (1969), o desenvolvimento intelectual refere-se por um lado essencialmente à atividade do sujeito e da ação sensório motora às operações mais interiorizadas, sendo que o motor é constantemente uma operatividade irreduzível e espontânea. Todavia, por outro lado, esta operatividade é produto de sucessivas construções, sendo o fator principal dessa construção um equilíbrio por regulações. Essas regulações permitem remediar incoerências momentâneas, resolver problemas e superar desequilíbrios ou as crises por elaboração constante de novas estruturas, que a escola pode favorecer ou ignorar, dependendo dos métodos empregados.

De acordo com Silva (2010), ao brincar, passear, assistir televisão e outros, as crianças e adolescentes estruturam o conceito e noções e estabelecem relações lógicas. Essa é a visão piagetiana, que segundo a qual, por exemplo, os conteúdos de Matemática e da física não sejam estudados apenas do ponto de vista do desenvolvimento de suas leis, mas do ponto de vista da elaboração do pensamento da criança e do adolescente.

Silva (2010) aborda que no período inicial da inteligência prática, categorias importantes se constroem como o objeto permanente, tempo, espaço e causalidade. É a construção do Real cujas categorias proporcionam a relação do sujeito com os diferentes aspectos da realidade externa. No entanto, por um lado são imbricadas umas nas outras, sendo impossível isolá-las, por outro lado, se relacionam com as estruturas lógicas. Assim, as classes e relações lógicas são construídas por meio de ações sobre os objetos físicos ou não.

A consciência só vai existir se tiver um universo ordenado e é a lógica das ações que dá ordem ao universo. Mas para que exista universo é necessária a existência de objeto, espaço, tempo, e que entre estes sejam estabelecidas relações de causa e efeito. A realidade é externa ao sujeito e implica ordem, e ação. Assim, do ponto de vista da

criança, à medida que estabelece relações espaço-temporais e causais entre os objetos, pessoas e acontecimentos, ela organiza o meio e conquista o universo objetivo (Silva, 2010, p. 131).

Para Silva (2010), qualquer conhecimento é, simultaneamente, acomodação ao objeto e assimilação do indivíduo; o progresso da inteligência operando no duplo sentido tanto da exteriorização como o da interiorização, apossando-se da experiência física e a conscientização do próprio funcionamento intelectual.

A construção psíquica é resultado das ações sensório-motoras (constitui a preparação funcional para o pensamento lógico) que se transformaram em representações simbólicas e se caracteriza no esforço da criança em representar as ações realizadas antes exteriormente e por fim em funções lógicas do pensamento. Isso implica que o pensamento lógico é um instrumento essencial da adaptação psíquica ao mundo exterior. [...] A constituição da capacidade lógica do pensamento coincide com o desenvolvimento evolutivo da inteligência (Silva, 2010, p. 132).

Como citado anteriormente, o desenvolvimento da inteligência é fundamental para compreensão de como a criança aprende, inferindo assim em como ensinar. A escola pode favorecer o desenvolvimento da inteligência, concordando com o que Silva (2010) afirma a respeito da necessidade do educador estar informado sobre as peculiaridades do desenvolvimento da inteligência da criança ou do adolescente. Assim, nas aulas de Matemática, se o professor tiver a compreensão de como os alunos constroem as noções lógicas, poderá propiciar atividades que se adequem à construção dessa noção, considerando o processo de aquisição das operações intelectuais e das estruturas lógico-matemáticas.

Silva (2010) discorre que, se for proporcionado ao aluno situações desafiadoras, de questionamento e dúvidas, provocadas pelo professor ou pelas discussões entre colegas, haverá aprendizagem. Isso parece coerente aos pressupostos das IM em sala de aula conforme abordado no capítulo anterior.

É interessante considerar, igualmente, as construções cognitivas do educando, ao instaurar sua fala e observar seu fazer, organizar as ações, inventar situações experimentais facilitadoras à invenção do aluno, considerando o erro como instrumento analítico, colocando os alunos em interação com a ciência, arte, os valores e assim superar a repetição com a construção (Silva, 2010). Nas IM, busca-se proporcionar um ambiente favorável a isso, sendo uma alternativa para a construção do conhecimento.

Silva (2010) afirma que todos podem aprender a partir de um ambiente rico de situações, procedimentos, construções de conceitos e representações simbólicas, assim, se o ambiente for diversificado, o aproveitamento será mais significativo e permitirá o progresso contínuo do

aluno; os alunos trabalharão em seu próprio ritmo, considerando que as pessoas possuem tempos e modos diferentes de aprender.

Em consonância, Zaia e Mantovani de Assis (2010) abordam que todos os alunos de uma sala de aula apresentam diferentes níveis de desenvolvimento e aprendizagem, e para que possam participar efetivamente das atividades, progredindo na construção de seu conhecimento, é necessário propor atividades interessantes e com solução aberta, havendo necessidade de utilizar práticas pedagógicas adequadas a essa diversidade, permitindo ao aluno resolver as situações - problemas a partir dos instrumentos cognitivos que dispõe e discutindo soluções com seus colegas.

Assim, as IM são uma possibilidade que traz suas contribuições para que isso ocorra, um ambiente que proporciona e que permite que os alunos expressem suas diferentes formas de aprender. Corroborando a isso, Silva (2010) aponta a importância de um ambiente diversificado:

Priorizando processos pedagógicos que incentivam a curiosidade, a criatividade e raciocínio e o pensamento crítico, problematiza situações da realidade sócio-cultural, permitindo o desenvolvimento do pensamento pela análise, interpretação e compreensão das relações matemáticas e ao mesmo tempo, articula teoria e prática de forma a desenvolver atitudes prazerosas frente às questões do aprendizado de matemática (Silva, 2010, p. 137).

Zaia e Mantovani de Assis (2010) expõem que práticas pedagógicas do professor direcionam as atividades curriculares de modo a assegurar a aprendizagem e o desenvolvimento de todos os alunos.

Numa perspectiva construtivista e interacionista, a educação desempenha um papel fundamental no desenvolvimento das estruturas lógicas, pois desde cedo as crianças devem ser expostas a diferentes estímulos que ajudem a desenvolver seu pensamento. Brincadeiras, quebra-cabeças, jogos de construção, entre outras atividades que envolvem, são exemplos de como a educação pode auxiliar no processo de construção do pensamento lógico.

A educação eficaz incentiva os alunos a questionarem, analisarem e avaliarem informações e argumentos de maneira lógica. Isso os ajuda a desenvolver habilidades para distinguir entre afirmações baseadas em evidências sólidas e aquelas que carecem de fundamentação lógica. Através da educação, os alunos aprendem a aplicar o raciocínio dedutivo (partindo de premissas gerais para chegar a conclusões específicas) e indutivo (partindo de observações específicas para chegar a conclusões gerais).

A educação não se limita à sala de aula. A busca contínua por conhecimento e o engajamento em atividades que estimulam o pensamento crítico e lógico ajudam a manter e aprimorar essas habilidades ao longo da vida. Portanto, a educação desempenha um papel

crucial no desenvolvimento das estruturas lógicas, equipando as pessoas com as habilidades necessárias para analisar informações, resolver problemas complexos e tomar decisões informadas em diversos aspectos da vida pessoal e profissional.

Os autores Nascimento Junior e Nascimento (2018) apresentam que Piaget propôs uma nova posição do professor dentro do processo de ensino e aprendizagem do aluno, em que “docente não transmitiria os conteúdos, mas proporia situações de aprendizagem, em que o discente tivesse a possibilidade de construir seu conhecimento” (Nascimento Júnior; Nascimento, 2018, p. 152).

Conforme foi relacionado os diversos papéis no processo de utilização da metodologia de ensino das IM, há a possibilidade do aluno construir o seu conhecimento de forma ativa. Assim, o aluno aprende experimentando, aprende questionando, buscando, trabalhando, errando, testando, descobrindo, redescobrimdo e interagindo em busca do conhecimento.

Conforme já apresentado neste trabalho, a Matemática continua a ser tida como difícil, por ser ensinada com regras e técnicas, em que muitas vezes sobressai nas aulas o ensino de uso de algoritmo. Kamii e Rabioglio (2010) afirmam que muitas regras os alunos não entendem e concentram seu esforço mental muito mais em lembrar técnicas do que em buscar, ou construir, uma solução coerente para o problema matemático apresentado. As autoras exemplificam que ao tentar resolver um problema a grande maioria das crianças erra, pois tenta reproduzir os passos do algoritmo, no entanto quando tem a permissão de “fazer a conta de cabeça”, ou seja, criam seus procedimentos de resolução, as crianças acertam.

A criança não aprende decorando algoritmos, mas aprende reinventando, a própria criança precisa criar seu conhecimento lógico-matemático. De acordo com Assis e Mantovani de Assis (2013), um dos aspectos da psicologia piagetiana é relacionado às operações intelectuais, e, então, com a construção do conhecimento, de acordo com o referencial piagetiano pode-se considerar a existência de 3 tipos de conhecimento definidos como conhecimento físico, social e lógico-matemático.

O primeiro relaciona-se ao conhecimento dos objetos do mundo exterior, por exemplo a cor e o peso de um bloco; são propriedades físicas que constituem o objeto e que são conhecidas empiricamente, pela observação (Kamii; Rabioglio, 2010). O segundo, conhecimento social, ou convencional, tem sua principal fonte nas pessoas, são por exemplo os feriados de um determinado lugar, a forma de cumprimentar-se, a línguas, a palavra “bloco” (Kamii; Rabioglio, 2010).

Enquanto o conhecimento físico e o social convencional têm suas fontes no mundo externo, a fonte principal do conhecimento lógico-matemático é o próprio sujeito (Kamii,

2010). O conhecimento lógico-matemático consiste em relações mentais. Sua principal fonte é interna a cada indivíduo, o que implica na criação de um sistema de ações coordenadas no pensamento. Nesse sistema, inserem-se os objetos e estabelecem-se relações entre eles. Neste caso, por exemplo, o fato de uma criança saber que uma quantidade combinada a outra pode dar como resultado uma quantidade maior, é o resultado do estabelecimento de relações mentais feita pelo indivíduo, pois alguém pode explicar a relação, mas não é garantido que a criança se aproprie desse conhecimento, caso a construção não lhe seja própria (Kamii; Rabioglio, 2010).

Kamii e Rabioglio (2010) exemplificam que no caso do algoritmo, o professor pode ensinar o algoritmo ao aluno, mas apenas o aluno estabelece as relações mentais necessárias para compreender o que está fazendo. Outro exemplo abordado por Kamii (2010), em que caso se for apresentada uma maçã e uma laranja, podem dizer que elas são diferentes, nesta situação, a diferença não é observável porque ela não existe no mundo externo. Sendo que a diferença ou semelhança entre dois objetos é uma relação mental estabelecida individualmente, em cada situação. Neste caso, a maçã e a laranja são observáveis, ou seja, conhecimento físico, mas a diferença entre elas é fruto de uma construção oriunda do conhecimento lógico-matemático.

Para Kamii (2010), o conhecimento lógico-matemático necessita de intervenções assertivas, considerando que fomos criados em uma tradição empirista. No empirismo, os seres humanos adquirem conhecimento internalizado por meio dos sentidos, entretanto a teoria de Piaget é fundamentalmente diferente desta ideia e é pela influência do racionalismo, que põem ênfase no papel da razão, sendo que de acordo com Piaget, por exemplo, os conceitos numéricos só podem ser adquiridos por meio do raciocínio de cada sujeito. Piaget possui uma abordagem interacionista.

Para Kamii (2010) os conceitos numéricos podem e devem ser inventados pela criança, não havendo como um adulto ensinar diretamente os conceitos a ela. A criança deve ser encorajada a construir ou inventar de dentro para fora.

Conforme exposto por Kamii e Joseph (1992), o conhecimento lógico-matemático não é empírico, pois sua origem está dentro da mente do indivíduo, assim como o pensamento numérico.

Para Zaia (2010) “a construção da ideia de número depende de construções mais elementares, como a relação termo a termo (um para um), a conservação, a classificação e a seriação” (Zaia, 2010, p. 54).

Garcia (1997) expõe que o conceito de número pela criança é construído quando ela utiliza estruturas lógico-matemáticas específicas para esse conhecimento. Em que os fundamentos da noção de número estão ligados intimamente com as condições lógicas do

pensamento, o torna mais lúdicas e propicia tratamento dos aspectos afetivos do pensamento tanto quanto das operações mentais de correspondência termo a termo, conservação, classificação, seriação e sequenciação.

De acordo com Assis e Mantovani de Assis (2013) ao relacionar as operações intelectuais e a construção do conhecimento, na qual Piaget, aborda a inteligência se desenvolve por etapas, desde o os primórdios da vida do ser humano até a elaboração final, quando é permitido alcançar o conhecimento lógico-matemático. Tratam os conceitos matemáticos analisando o ponto de vista piagetiano em relação ao problema da gênese do conceito de número na criança.

De acordo com os autores, a noção de conservação é a primeira, e é também importante no estudo das operações lógicas. Sua aquisição, uma invariante funcional, desempenha um papel fundamental no desenvolvimento psicológico e intelectual da criança.

Todo conhecimento, seja ele de ordem científica ou se origine do simples senso comum, supõe um sistema, explícito ou implícito, de princípios de conservação [...] quanto ao senso comum, é inútil insistir sobre o emprego que ele faz do princípio da identidade: na medida em que todo pensamento procura organizar um sistema de noções, ele é obrigado a introduzir alguma permanência em suas definições. Ademais, já a percepção, o esquema, tão essencial do objeto constante, de que procuramos anteriormente reconstituir a gênese, supõe a elaboração de um verdadeiro princípio de conservação, sem dúvida o mais primitivo de todos. Que a conservação, condição formal tanto de toda experiência conhecida quanto de todo raciocínio, não esgote a representação da realidade nem o dinamismo da construção intelectual, já é outra questão; dizemos simplesmente que a conservação constitui uma condição necessária de toda atividade racional, sem preocupar-nos em saber se essa condição é suficiente para explicar essa atividade ou para exprimir a natureza da realidade (Piaget; Szeminska, 1975, p. 23).

Conforme os autores é interessante como os trabalhos de Piaget determinam o aparecimento da noção de conservação sendo dividida em três níveis: A ausência de conservação; Conservação em algumas das transformações; Noção de conservação.

Assis e Mantovani de Assis (2013) apresentam também as operações lógicas da classificação e seriação. Enquanto a classificação agrupa os objetos pela equivalência, a seriação agrupa de conformidade com as diferenças ordenadas.

De acordo com os autores, “Para Piaget a lógica na criança apresenta-se sob a forma de estruturas operatórias, e o ato lógico consiste em operar e agir sobre coisas e os outros [...]. As formas mais gerais pelas quais as operações se manifestam são as estruturas de classes e relações” (Assis; Mantovani de Assis, 2013, p. 29). Na estrutura da classe, com suas origens investigadas ao longo do desenvolvimento da criança, que passam por três etapas: Coleções

figurais: pequenos alinhamentos parciais, pequenos alinhamentos contínuos com mudanças de critérios; Coleções não figurais.

Para Assis e Mantovani de Assis (2013) em relação a estrutura de seriação podem ser estudadas durante o desenvolvimento da criança, essa estrutura vem do agrupamento dos objetos conforme suas diferenças ordenadas, divididos em três níveis ou etapas de seriação observados considerando as características das fases desenvolvimento: a ausência de seriação; seriação empírica e seriação operatória.

Piaget utilizou inúmeras provas para estudar as manifestações dessa estrutura e as respectivas operações que ela comporta, na ação e no pensamento da criança. Observou que também aqui, ao longo do desenvolvimento percebe-se a existência de vários estágios qualitativos que caracterizam a elaboração dessa estrutura. Assim já no período sensório-motor existem esboços de seriação, quando a criança ao brincar com cubos constrói uma torre partindo do maior para o menor dos elementos (Assis; Mantovani de Assis, 2013, p. 33).

As operações lógicas são fundamentais para compreensão do conceito numérico e sustentam o desenvolvimento do pensamento matemático da criança, tendo um papel importante para construção do conhecimento.

Assis e Mantovani de Assis (2013) deve ser considerado as implicações pedagógicas dos estudos sobre a formação de conceitos lógico-matemáticos, principalmente no ensino da matemática. Tendo em vista a reflexão dos autores que se os conceitos matemáticos dependem da elaboração de estruturas específicas, que apresentam um ritmo de desenvolvimento, sendo necessário iniciar o ensino da disciplina quando a criança é capaz de realizar as operações necessárias, correspondentes a sua estrutura de pensamento.

Ressalta-se que é necessário o professor encorajar e estimular as crianças a raciocinarem, a pensar com autonomia e de forma genuína.

Alinhada a isso, Kamii (2010) apresenta dois princípios básicos, sendo o primeiro o de oferecer problemas adequados ao nível das crianças e encorajá-las a inventar soluções, sem mostrar o que fazer, e o segundo, quando as crianças derem resposta a uma questão, não dizer se “está certo” ou “está errado”, mas sim encorajar os alunos a trocar pontos de vista com os colegas. Diante desses princípios pode-se evidenciar novamente que nas IM os alunos também são estimulados a isso.

O conhecimento lógico matemático se desenvolve por meio do uso do raciocínio (pelo engajamento em ações mentais). A troca de ideias é importante porque ao tentar convencer o outro de que seu raciocínio faz sentido, a criança precisa encontrar argumentos e raciocinar com afinco (Kamii, 2010, p. 20).

Considerando ainda os momentos das IM, em que os alunos são estimulados a um ambiente de discussão, defesa de ideias, justificativa, argumentos, conjecturas, teste, errar e compreender que os erros fazem parte do processo de construção, interação com professores e colegas e todos os momentos apresentados no capítulo anterior, são ações importantes para se desencadear a construção do conhecimento lógico-matemático.

Kamii (2010) afirma que as crianças precisam aprender a se corrigir a partir de seu próprio ponto de vista, e o debate em sala de aula leva ao intercâmbio de ideias, promovendo muitas oportunidades de cada aluno rever o seu raciocínio e poder se corrigir. Torna-se importante essas transformações em sala de aula para o ensino de Matemática, principalmente, em uma prática baseada em como as crianças aprendem.

Quando se trata da Matemática, Munari (2010) recorre à posição clara de Piaget, em que a compreensão Matemática não é uma aptidão da criança, é um erro supor que o fracasso da Matemática é falta de aptidão. Para Piaget, a operação Matemática deriva da ação, a apresentação intuitiva não é suficiente, a criança deve realizar por si a operação manual antes de preparar a operação mental.

Corroborando com isso, Assis e Mantovani de Assis (2013) consideram as implicações pedagógicas dos estudos sobre a formação dos conceitos lógicos matemáticos, o que os levam a salientar principalmente o ensino de Matemática. Os autores fazem indagação como se pode admitir sobre validade da crença postulada por muitos sobre “aptidão para a matemática” e “falta de aptidão para a Matemática” demonstradas pelos alunos, que muitas vezes dão provas de capacidade superior em outros campos do conhecimento. Considerando que as operações que permitem que a elaboração das estruturas são praticamente as mesmas, e que caracterizam o desenvolvimento humano, concorda-se com Piaget (1969) quando afirma que a pretensa aptidão ou falta dela pode estar relacionada à maneira pela qual as matemáticas são ensinadas, e não sobre a Matemática em si.

Para Kamii e Joseph (1992), o conhecimento lógico-matemático tem suas fontes dentro da criança, elaborados a partir de sua própria ação mental, no domínio lógico-matemático, as pessoas e o meio físico e social não são fontes de conhecimento para a criança simplesmente interiorizar. Todavia, as ideias dos outros são importantes, pois promovem situações que levam as crianças a pensarem criticamente, de modo a analisarem suas próprias ideias em relação às dos outros. Sendo esse conhecimento lógico-matemático adquirido pelo pensamento autônomo de cada criança, não é adquirido pela interiorização daquilo que é do outro, ou seja, quando a criança se convence que a ideia do outro é mais sensata que a sua, a criança muda sua forma de pensar, corrigindo-se internamente.

Para Kamii e Rabioglio (2010), às crianças, no início da vida escolar, tem um potencial enorme de raciocínio, curiosas e sedentas por conhecer, investigar e aprender com seus professores e colegas. Pode-se inferir que as IM também instigam esse potencial por meio das atividades de investigação, conforme já apresentado anteriormente, potencializando a curiosidade investigativa dos alunos.

É necessário que as crianças não sejam obrigadas a usar técnicas e cálculos de forma mecânica, seguindo passos pré-determinados, mas sim, sejam estimuladas a desenvolver seus procedimentos, conseguindo construir internamente seus conhecimentos. Nessa perspectiva, observa-se a importância na abordagem pedagógica das IM como uma alternativa que contribui para estimular e possibilitar aos alunos a desenvolverem o conhecimento lógico-matemático, considerando que fornecendo-lhes oportunidades para explorar e experimentar, e ainda incentivando os estudantes a explorarem conceitos matemáticos por meio de questionamentos, investigações e na busca de solução das questões, interação com o meio e com os colegas, em vez de simplesmente receberem informações de forma passiva.

Kamii e Rabioglio (2010) ressaltam que cabe aos educadores desenvolverem esse potencial dos alunos, que os estudantes irão demonstrar um pensamento autônomo e se sentirão seguros e confiantes em suas habilidades de resolver as situações postas, se houver estímulo para construir o próprio processo de raciocínio.

Para Piaget, os erros cometidos pelas crianças precisam ser vistos como parte natural do processo de construção do conhecimento, pois esses erros fornecem informações sobre as estruturas cognitivas em desenvolvimento. Nas IM, os erros dos alunos são valorizados como oportunidades para compreender seus pensamentos e orientá-los em direção ao entendimento correto. Quando os alunos são incentivados a expor suas ideias e estão em um ambiente em que os erros fazem parte desse processo de aquisição de conhecimento, sentirão a vontade de experimentar, contribuindo para esse processo de forma ativo, autônomo e significativo.

Durante o processo de busca pela solução dos problemas, quando a criança comete o erro, o educador pode observar e avaliar, os processos e aprendizados desenvolvidos pela criança e auxiliar neste momento.

Numa perspectiva construtivista, entende-se que o erro faz parte da produção da criança e compreendê-lo é tarefa essencial dos educadores, uma vez que os mesmos podem informar o que e como a criança pensou, quais caminhos ela percorreu para solucionar determinado problema, o que ela ainda não compreendeu, o que ela pode ou ainda não pode fazer, levando-a a elaborar novas estratégias, se dedicando e aperfeiçoando os meios que utiliza para solucionar problemas (Molinari, 2010, p. 114).

Piaget reitera que “as ações físicas e as experiências lógico-matemáticas são a preparação necessária para o desenvolvimento ulterior do espírito dedutivo, na medida em que as operações mentais derivam de ações interiorizadas” (Scriptori; Santiago, 2013, p. 229). Assim, quando as experiências lógico-matemáticas estão presentes no pensamento do indivíduo, as ações físicas deixam de ser necessárias e no momento que ações e as experiências lógico-matemáticas são coordenadas entre si, então levam à abstração (Scriptori e Santiago, 2013).

Para as autoras Scriptori e Santiago (2013, p. 230), “o processo de construção das estruturas lógico-matemáticas explícitas nos estados de desenvolvimento propostos por Piaget coincide com o constante processo construtivo historicamente usado pela Matemática no seu desenvolvimento infinitamente produtivo”.

Para Scriptori e Santiago (2013) o ensino da Matemática será favorecido se a escola considerar as características de cada estágio do desenvolvimento e contribuir para que os alunos tenham a oportunidade de construir suas operações lógicas, anteriores ao conteúdo formal.

Considerando as IM em sala de aula, em que os alunos são incentivados a buscar, formular questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, a testar, concluir a investigação, proporciona um ambiente rico para desenvolvimento da criança.

De acordo com Scriptori e Santiago (2013), formular problemas exige uma reconstrução intelectual, num processo em que o sujeito tem necessidade de realizar construções mentais, por meio de sucessivas assimilações e acomodações. Para as autoras formularem perguntas é difícil, pois comporta dificuldades que vão além da matemática, que são observáveis em outros contextos.

A passagem de um sistema simbólico a outro, do oral para o escrito, da matemática à língua, é importante não somente em matemática, mas também nas diversas áreas do conhecimento para expressar uma realidade ou realidades distintas, na interpretação do real. Talvez, estimulando as crianças a formularem problemas, eles deixarão de ter “problemas” de matemática (Scriptori e Santiago, 2013, p. 240-241).

Molinari (2010) afirma que a solução de problemas é considerada um dos processos mais complexos e no campo da Psicologia há uma indagação frequente de como os seres humanos desenvolvem a capacidade de solucionar problemas. Sendo que este processo ocorre inicialmente quando o indivíduo se confronta com um novo objeto de conhecimento, quando se desencadeia uma motivação para que busque elementos para encontrar a resposta ou permitam organizar os elementos existentes na sua estrutura cognitiva para alcançar a solução.

A autora também explica que ao abordar a solução de problemas, sugere-se uma nova organização, ou seja, algo é um problema para o indivíduo, se no momento do seu processo de

desenvolvimento, ele não tiver disponível estruturas cognitivas, estratégia de solução, mas também pode ser considerada como uma ampliação de conceitos (reorganização dos conceitos e princípios existentes na estrutura cognitiva). Assim é importante o professor conhecer como ocorre o desenvolvimento cognitivo, para criar situações que sejam realmente desafiadoras

Nas IM, os alunos se deparam com situações desafiadoras que estimulam a exploração, estratégias de solução aos problemas, com conhecimentos que os alunos já possuem, considerando que são incentivados para a investigação, recorrendo a suas estruturas cognitivas para buscar a solução do problema formulado pelo próprio aluno.

A escola deve propor atividades que constituam verdadeiros questionamentos, além de permitir que as crianças utilizem as formas de representação que lhe são próprias, incentivando que suas possibilidades sejam manifestadas, bem como a necessidade do educador compreender como as crianças pensam enquanto solucionam problemas ou questões.

Para Prat (2013), quando uma criança explora seu meio ambiente, desenvolve amplo leque de atitudes e recursos. As descobertas que a exploração propicia geram desenvolvimento de um amplo potencial de interesse e necessidades que vão se concretizando, buscando a satisfação desses interesses e necessidades em constante e prazerosa atividade de cunho físico ou mental, na tentativa de conhecer objetos, descobrir propriedade físicas, as leis que regulam seu funcionamento e outras. “Esta atividade individual sustenta o diálogo entre o sujeito e o seu meio, a partir do qual gera uma dinâmica intelectual que torna possível a construção e o desenvolvimento do pensamento como uma capacidade em constante evolução” (Prat, 2013, p. 203).

O sujeito irá enriquecendo seus conhecimentos na diversa gama de parcelas do saber que configuram a realidade, partindo inicialmente dos esquemas de ação sensorio motores dos sucessivos níveis de interiorização, fruto do nascimento de pensamento representativo e de suas formas de expressão simbólica (Prat, 2013).

Assim, é importante o favorecimento do desenvolvimento intelectual e para aquisição do conhecimento da criança. O pensamento matemático é uma das áreas do conhecimento que o indivíduo, desde a infância, vai construindo totalmente vinculado ao funcionamento e dinâmica intelectual (Prat, 2013).

Nas IM é muito importante que as crianças busquem seus recursos cognitivos para desenvolver o trabalho investigativo, buscando organização de informações estratégicas, justificativas, testes e outras atividades oriundas dos momentos da investigação. De acordo com Prat (2013), no momento da formulação de problemas, deve-se considerar, no mínimo, conhecimentos lógicos, matemáticos e linguísticos.

Neste contexto, a teoria de Piaget oferece diversas contribuições como base teórica para a implementação de Investigações Matemáticas como metodologia de ensino em sala de aula, considerando o ensino da Matemática e o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Reconhecendo a importância de adotar estratégias educacionais que possibilitem ao aluno desenvolver um papel ativo em seu próprio processo de aprendizagem e construir seu próprio conhecimento, torna-se fundamental compreender os processos de aprendizagem individuais. Compreender como os alunos aprendem permite uma abordagem mais eficaz na busca por métodos de ensino que promovem o desenvolvimento mental de cada indivíduo.

É importante destacar que os estudos de Piaget sobre a educação não se restringem apenas à Matemática, mas sua abordagem e proposta interacionista se aplica a todas as áreas do conhecimento. Seu trabalho influenciou profundamente a pedagogia moderna e contribuiu para a compreensão de como as crianças aprendem e constroem conhecimento ao longo do desenvolvimento.

4 PROPOSTA METODOLÓGICA

Considerando que a presente pesquisa visa aprofundar e discutir o uso das Investigações Matemáticas em sala de aula, relacionadas ao Ensino Fundamental I do ponto de vista teórico e bibliográfico, pretende-se responder à questão: **Como estão sendo desenvolvidas as pesquisas em Investigações Matemáticas em sala de aula no ensino fundamental I no contexto brasileiro?**

OBJETIVO GERAL:

- Caracterizar as pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro a partir da perspectiva de Investigações Matemáticas em sala de aula no Ensino Fundamental I.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Elencar as pesquisas desenvolvidas à luz das Investigações Matemáticas em sala de aula;
2. Identificar os principais conteúdos de Matemática que são alvo das pesquisas em Investigações Matemáticas desenvolvidas em contextos escolares no Ensino Fundamental I;
3. Relacionar os principais teóricos adotados nessas investigações que dialoguem com as Investigações Matemáticas.

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica sobre trabalhos que tenham sido desenvolvidos a partir do referencial das Investigações Matemáticas relacionados ao Ensino Fundamental I. A pesquisa bibliográfica, conforme Gil (2002), é desenvolvida com base em materiais já elaborados, geralmente, constituída com fonte principal de livros e artigos científicos. O autor apresenta ainda que a principal vantagem é permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que ele poderia pesquisar diretamente (Gil, 2002).

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida através de um levantamento ou revisão de obras já publicadas, por meio de investigação científica tem a finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento. A busca se dá em livros, teses, artigos e outros documentos publicados que contribuem na investigação do problema proposto na pesquisa. Para Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 3):

A pesquisa baseia-se no estudo da teoria já publicada, assim é fundamental que o pesquisador se aproprie do domínio da leitura do conhecimento e sistematize todo o material que está sendo analisado. Na realização da pesquisa bibliográfica o pesquisador tem que ler, refletir e escrever sobre o que estudou, se dedicar ao estudo para reconstruir a teoria e aprimorar os fundamentos teóricos. É essencial que o pesquisador organize as obras selecionadas que colaborem na construção da pesquisa em forma de fichas.

Considerando o levantamento bibliográfico preliminar e análise das possibilidades, e ainda a experiência apresentada anteriormente, delimita-se o tema desse trabalho com produções de Investigações Matemáticas desenvolvidos no Ensino Fundamental I. Assim, a pesquisa foi realizada por meio do levantamento em sites e bancos de dados de trabalhos científicos no período delimitado de 2012 a 2023.

Para realizar o levantamento bibliográfico, foi preciso delimitar o tema a ser pesquisado e realizar esse levantamento de obras publicadas e confiáveis, buscando palavras-chaves adequadas. Para Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 8):

O pesquisador pode encontrar as obras já publicadas na internet (google academic, google livros, biblioteca virtual, bibliotecas, site das bibliotecas de universidades, CAPES e outros). Nem sempre se encontra as obras pelo nome do tema, assim temos que utilizar as palavras chaves para encontrar as obras relacionadas com o objeto de estudo. Na busca do levantamento bibliográfico preliminar o pesquisador não necessita de realizar fichamentos. O pesquisador deve realizar as leituras exploratórias das obras de acordo com o tema a ser desenvolvido de modo que auxilie na delimitação do tema.

Para a presente pesquisa foi feito um levantamento em bancos de dados de trabalhos científicos, tais como Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), do Catálogo de Teses e Dissertações Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de periódicos da CAPES e de Periódicos *Scientific Electronic Library Online* (SCIELO). A busca nos sites foi realizada pelos descritores para encontrar trabalhos científicos relacionados ao tema, os trabalhos foram filtrados por ano de publicação para ter uma delimitação dos números de trabalho analisados.

Conforme Sousa, Oliveira e Alves (2021), no levantamento das fontes bibliográficas, dependendo do assunto, é interessante buscar obras recentes, dos últimos quinze anos, pois a ciência está sempre em desenvolvimento, para que o pesquisador não chegue em soluções obsoletas, bem como realizar a busca em um número razoável de fontes.

Por meio da busca por descritores foi realizado um levantamento bibliográfico, filtrando na identificação, por exemplo, do título e resumo, e a verificação se a obra tem consonância com a proposta deste estudo. Durante a busca dos trabalhos científicos, foi realizado o registro de dados de qual banco de dado ou fonte pesquisada, período, qual termo usado e cruzamentos

realizados, no levantamento supracitado e quantas obras foram identificadas e quais foram usadas, entre outros dados.

Após o levantamento das obras foi realizado um filtro mais amplo, que dependeu do quantitativo de obras encontradas. Em seguida, foi realizada a leitura da obra mais a fundo e, assim, feita a síntese e fichamento dos objetivos, resultados, temas, conteúdos trabalhados, público-alvo, ano escola, tipo de escola, tipo de pesquisa, local de coletas de dados, se a pesquisa foi realizada com alunos, professores ou ambos, e outros dados importantes, bem como realizar o levantamento de quadro teórico da pesquisa.

Foi importante a seleção das fontes de pesquisa, para seleção trabalhos de acordo com o tema e problema abordado. Segundo Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 10):

A leitura crítica e com cuidado possibilita o pesquisador selecionar investigação de soluções e compreensão, na exploração do material bibliográfico no intuito de justificar ou afirmar os dados do material estudado e a análise reflexão das obras consultadas. A leitura exploratória e seletiva colabora em uma rápida leitura para selecionar as obras relacionadas ao estudo do problema da pesquisa.

Após realizada a revisão da literatura, foram elencados os dados e realizada a caracterização das pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro com as Investigações Matemáticas, assim evidenciar quais os principais conteúdos são alvos dessas pesquisas, analisar os principais quadros teóricos, caracterizar os principais contextos de ensino que trazem nas pesquisas das IM (ano escolar, tipo de escola, veículo de publicação, ano de publicação, tipo de pesquisa, e participante da pesquisa (alunos, professor (es) ou ambos) e discutir os alcances e limites do desenvolvimento de práticas educativas no ensino de Matemática à luz das IM no Ensino Fundamental I no contexto brasileiro.

Assim, por meio do presente trabalho, obtiva-se a caracterização das produções científicas acerca das pesquisas em Investigações Matemáticas no Ensino Fundamental I no período de 2012 ao ano de 2023 (até junho de 2023) no contexto brasileiro, como será apresentado no próximo capítulo os resultados e discussões deste trabalho.

5 RESULTADOS

Apesar das Investigações Matemáticas possuírem diversos trabalhos de autores portugueses, conforme indicado nos capítulos anteriores, essa metodologia vem sendo difundida no âmbito de Educação Matemática no Brasil. Assim, pretende-se apresentar e analisar essas pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro no Ensino Fundamental I.

Como proposta do presente trabalho, considerando a metodologia das IM sendo difundida no contexto da Educação Matemática no Brasil, *a priori*, a pretensão era trazer uma análise das pesquisas desenvolvidas no contexto brasileiro por meio de diversos bancos de dados. No entanto, ao realizar algumas buscas observou-se a necessidade de delimitar a pesquisa, optando pelo período de 2012 a 2023, ou seja, o período de 11 anos e considerar pesquisas realizadas no Ensino Fundamental I, sendo opção por já haver realizado uma pesquisa na monografia de graduação com alunos de 4º e 5º ano e por haver obtido bons resultados. Para a coleta de dados, realizou-se a busca no banco de dados da BDTD, do Catálogo de Teses & Dissertações CAPES, de periódicos da CAPES e de Periódicos do SCIELO.

Observa-se que no Brasil há uma variação da denominação do que se corresponde ao Ensino Fundamental I, optou-se por realizar a busca pelos descritores “Ensino Fundamental” nos bancos de dados, e após leitura de título e resumo, alguns casos o trabalho completo, foram selecionadas as pesquisas em Ensino Fundamental I, dentre a relação de dados encontrados.

Outro fator importante da pesquisa que se considerou foi a denominação dada por autores portugueses e autores brasileiros, ora denominada por Investigações Matemáticas e ora por Investigação Matemática. Assim, optou-se por pesquisar por descritores “Investigações Matemáticas” e “Investigação Matemática” para poder obter um maior número de trabalhos.

Assim, para a coleta de dados, a pesquisa foi realizada da seguinte forma: Na primeira parte utilizou-se o descritivo “Investigações Matemáticas” no banco de dados, e registrou-se o número de trabalho encontrados, em seguida delimitou-se o período dos anos entre 2012 até 2023 e registrou-se os resultados encontrados.

Posteriormente, foi adicionado o descritivo “Ensino Fundamental”, realizando o registro do quantitativo de pesquisas encontradas com e sem a delimitação de período. Diante dos resultados selecionou-se apenas as pesquisas que são objetos do nosso estudo que foram organizados em quadro, contendo o título, tipo, data de defesa ou publicação, série que foi aplicado e *link* de acesso.

Em seguida realizou-se o mesmo procedimento utilizando tema do trabalho no singular, ou seja, o descrito “Investigação Matemática”. O quadro 2, a seguir, ilustra os resultados.

Quadro 2 – Quantitativos de trabalhos por banco de dados.

banco de dados	Número de Trabalhos
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD	12 trabalhos
Catálogo de Teses & Dissertações – CAPES	8 trabalhos
Periódicos – CAPES	11 trabalhos
Periódicos SCIELO	0 trabalhos
Total de pesquisas	31 trabalhos

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao pesquisar por “Investigações Matemáticas” na BDTD foram encontrados 30 trabalhos (dissertações e teses). Entretanto, após delimitar por “Investigações Matemáticas” no período compreendido entre 2012 até 2023 foram encontrados 21 resultados. Ademais, quando foi pesquisado com a expressão “Investigações Matemáticas” E “Ensino Fundamental” foram encontrados 13 resultados (sem delimitar período). Por outro lado, quando pesquisado usando a expressão “investigações matemáticas” E “ensino fundamental” no período entre 2012 até 2023 foram encontrados 9 resultados. Destes resultados, após a leitura do resumo de acordo com o objeto que foi proposto a pesquisa e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental I, obteve-se 1 (uma) pesquisa. Os dados estão apresentados no Quadro 3, a seguir:

Quadro 3– Trabalhos banco de dados BDTD – Termo I.

Título	Tipo	Data de Defesa	Ano aplicado	Link de Acesso
1- Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Dissertação	2015	5º ano	https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/191000/SANTOS%20Magda%20Cabral%20Costa%202015%20%28disserta%c3%a7%c3%a3o%29%20IFG.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fonte: Elaborada pela autora.

Por conseguinte, ao pesquisar na BDTD sem delimitar o período por “Investigação Matemática” no singular, foram encontrados 125 resultados. Porém, ao delimitar o período de 2012 até 2023 foram encontrados 113 trabalhos. Quando utilizada a expressão “Investigação Matemática” e “Ensino Fundamental” foram encontrados 51 resultados (sem delimitar período). Pesquisando por “Investigação Matemática” e “Ensino Fundamental” no período

entre 2012 até 2023 foram encontrados 48 resultados. Destes resultados após a leitura do resumo de acordo com o objeto que foi proposto a pesquisa e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental I, bem como excluídos os estudos em duplicidade, obteve-se 11 pesquisas, que estão organizados no quadro a seguir:

Quadro 4 – Trabalhos banco de dados BDTD - Termo II.

Título	Tipo	Data de Defesa	Ano aplicado	Link de Acesso
1. Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental	Dissertação	2021	4º ano	https://tede.unioeste.br/bitstream/tede/5581/5/Luciana_Souza2021.pdf
2. Tarefas investigativas para o ensino da geometria no 5º ano do ensino fundamental	Dissertação	2020	5º ano	https://www.univates.br/bdu/bitstreams/1ea5b951-6106-4a07-91a0-b553ee14d1ac/download
3. Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Dissertação	2015	5º ano	https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/191000/SANTOS%20Magda%20Cabral%20Costa%202015%20%28disserta%c3%a7%c3%a3o%29%20IFG.pdf?sequence=1&isAllowed=y
4. Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo	Dissertação	2020	Anos Iniciais - Ensino Fundamental	http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000231495
5. O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental	Dissertação	2021	Primeiros anos do Ensino Fundamental	https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/31336/1/EnsinoMatematicaAlunos.pdf
6. Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental	Dissertação	2020	5º ano	http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/871/5/Dissertacao_FabielliVieiraDeJuly.pdf
7. As tecnologias da informação e comunicação (TICs): alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental	Dissertação	2014	Primeiros Anos do Ensino Fundamental	https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/13953/1/TecnologiasInformacaoComunicacao.pdf

(Conclusão).

Título	Tipo	Data de Defesa	Ano aplicado	Link de Acesso
8. Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch	Dissertação	2019	Anos Iniciais do Ensino Fundamental	http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4033/1/LD_PPGMAT_M_Tojeiro%2c%20Priscilla%20Frida%20Salles_2019.pdf
9. Um estudo sobre a aprendizagem matemática no periódico Bolema nos anos de 2013 a 2017	Dissertação	2019	Ensino Fundamental I e II, Ens. Médio e Superior	http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000225504
10. Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente	Dissertação	2017	5º ano	https://www.repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/10512/1/Dissertacao_PraticasInvestigativasEnsino.pdf
11. A organização da educação em tempo integral da RME ⁶ de Curitiba: endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática	Dissertação	2020	1º ao 9º ano	http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4894/2/educacaotempointegralmatematica.pdf

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao pesquisar por “Investigações Matemáticas” no Catálogo da CAPES, foram encontrados 30 trabalhos (dissertações e teses). Entretanto, após delimitar por “Investigações Matemáticas” no período compreendido entre 2012 até 2023 foram encontrados 17 resultados. Ademais, quando se pesquisa com a expressão “Investigações Matemáticas” AND “Ensino Fundamental” foram encontrados 8 resultados (sem delimitar período). Por outro lado, quando usou a expressão “Investigações Matemáticas” AND “ensino fundamental” no período entre 2012 até 2023 foram encontrados 3 resultados. Destes resultados após a leitura do resumo de acordo com o objeto proposto a pesquisar e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental I, não se obteve nenhum resultado.

Por conseguinte, ao se pesquisar no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES sem delimitar o período por “Investigação Matemática” no singular, foram encontrados 140 resultados. Porém, ao delimitar o período de 2012 até 2023 foram encontrados 99 trabalhos. Já, quando pesquisado pela expressão “Investigação Matemática” AND “Ensino Fundamental” foram encontrados 29 resultados (sem delimitar período). Pesquisando por “Investigação

⁶ Rede Municipal de Ensino.

Matemática” AND “Ensino Fundamental” no período citado foram encontrados 23 resultados. Destes resultados após a leitura do resumo de acordo com o objeto que foi proposto na pesquisa e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental I, bem como excluídas as duplicadas, obteve-se 8 pesquisas, que estão organizados no quadro a seguir.

Quadro 5 – Trabalhos banco de dados catálogo de Tese e dissertações CAPES- Termo II.

Título	Tipo	Data de Defesa	Ano aplicado	Link de Acesso
1. Abordando Geometria Por Meio Da Investigação Matemática: Um Comparativo Entre O 5º E 9º Anos Do Ensino Fundamental	Dissertação	2015	5º ano e 9º ano	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2365965
2. Práticas Investigativas No Ensino De Geometria: Contribuições Para Ação Docente	Dissertação	2017	5º ano	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5308695
3. Noções De Topologia Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental: Uma Possibilidade Investigativa Por Meio Software Scratch	Dissertação	2019	Anos Iniciais do fundamental	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7741628
4. Tarefas Investigativas Para O Ensino Da Geometria No 5º Ano Do Ensino Fundamental	Dissertação	2020	5º ano	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9736373
5. Investigação Matemática: Contribuições Ao Letramento Estatístico De Alunos Do 5º Ano Do Ensino Fundamental	Dissertação	2022	5º ano	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=13686571
6. Tarefas Investigativas, Buscando Uma Aprendizagem Matemática Com Equidade Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental	Dissertação	2019	3º ano do ensino fundamental	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8625119
7. Narrar, Dizer E Vivenciar Como Apropriação E (Re)Significação De Linguagens E Conceitos Matemáticos No 3º Ano Do Ensino Fundamental	Tese	2017	3º ano do ensino fundamental	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4997369

(Conclusão).

Título	Tipo	Data de Defesa	Ano aplicado	Link de Acesso
8. Análise Da Produção Escrita Em Tarefas De Exploração-Investigação Matemática Em Um 4º Ano Do Ensino Fundamental	Dissertação	2021	4º ano do ensino fundamental	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11469665

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao pesquisar por “Investigações Matemáticas” no banco de periódicos da CAPES foram encontrados 127 trabalhos (dissertações e teses). Entretanto, após delimitar por “Investigações Matemáticas” no período compreendido entre 2012 até 2023 foram encontrados 124 resultados. Ademais, quando se pesquisou com a expressão “Investigações Matemáticas” E “Ensino Fundamental” foram encontrados 26 resultados (sem delimitar período). Por outro lado, quando pesquisou-se usando a expressão “Investigações Matemáticas” E “Ensino Fundamental” no período entre 2012 até 2023 foram encontrados os mesmos 26 resultados. Destes resultados após a leitura do resumo de acordo com o objeto que foi proposto na pesquisa e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental I, obtivemos 11 (onze) pesquisas, que estão organizadas no quadro abaixo:

Quadro 6 – Trabalhos banco de dados Periódicos CAPES - Termo I.

Título	Tipo	Data Publicação	Ano Aplicado	Link de Acesso
1. Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Indagações e Possibilidades	Artigo	2017	Séries Iniciais	https://interin.utp.br/index.php/a/articloe/view/697
2. O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da investigação matemática	Artigo	2019	Anos iniciais e anos finais	https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/view/31551
3. Investigação Matemática: Uma alternativa metodológica para o ensino da geometria com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Artigo	2021	5º ano	https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/9617
4. Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais	Artigo	2019	Anos Iniciais	https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/10978

(Conclusão).

Título	Tipo	Data Publicação	Ano Aplicado	Link de Acesso
5. “Siga Os Exemplos” dos Alunos: Aprendizagens em Aulas Exploratório-Investigativas no 4º Ano Do Ensino Fundamental	Artigo	2012	4º ano	https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/406
6. Desafios com palitos: uma proposta lúdica para o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Artigo	2019	4º e 5º ano	https://revistascientificas.ifrj.edu.br/index.php/reci/article/view/898
7. Jogos no ensino de Matemática: experiências com o “fecha a caixa”	Artigo	2013	II ciclo do fundamental	https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v02n02a13-jogos-no-ensino-de-matematica.pdf
8. Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: estratégias e conjecturas desenvolvidas pelas crianças	Artigo	2021	1º, 2º, 3º e 5º ano	https://jieem.pgscogna.com.br/jieem/article/view/9108
9. Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais	Artigo	2019	Anos iniciais	http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline/article/view/438
10. Teoria de van Hiele e Investigação Matemática: implicações para o ensino de Geometria	Artigo	2016	5º ano	https://revistas.unifoa.edu.br/praxis/article/view/660
11. Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): Algumas Reflexões	Artigo	2020	Ensino fundamental I	https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48769/pdf

Fonte: Elaborada pela autora.

Por conseguinte, ao pesquisar no banco de periódicos da CAPES sem delimitar o período por “Investigação Matemática” no singular, foram encontrados 168 resultados. Porém, ao delimitar o período de 2012 até 2023 foram encontrados 129 trabalhos. Já, quando foi buscado pela expressão “Investigação Matemática” “E” “Ensino Fundamental” foram encontrados 28 resultados (sem delimitar período). Pesquisando por “Investigação Matemática” E “Ensino Fundamental” no período entre 2012 até 2023 foram encontrados 28 resultados. Destes resultados após a leitura do resumo de acordo com o objeto que foi proposto a pesquisar e a seleção das pesquisas que tratavam do Ensino Fundamental, bem como excluídas as duplicadas, obteve-se 12 pesquisas, todos haviam sido encontradas anteriormente com os descritores “Investigações Matemáticas” e “Ensino Fundamental”.

Ao pesquisar no banco de dados Periódicos *Scielo* Brasil sem delimitar o período por “Investigações Matemáticas” no plural, foi encontrado 01 resultado. Ao delimitar o período de 2012 até 2023, foi encontrado o mesmo trabalho. Optou-se por analisar o único resultado encontrado, considerando o limitado número de pesquisas que foram encontradas, no entanto, o trabalho se tratava do Ensino Fundamental II, não sendo o objeto da nossa pesquisa.

Por conseguinte, ao pesquisar no banco de dados *Scielo* Brasil sem delimitar o período por “Investigação Matemática” no singular, foram encontrados 03 resultados. Ao delimitar o período de 2012 até 2023, foram encontrados os mesmos 03 trabalhos. Optou-se por analisar todos os 3 resultados encontrados, considerando o limitado número de pesquisas que foram encontradas, no entanto, o trabalho se tratava do Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Superior, não sendo o objeto da pesquisa. Assim, não se obteve nenhum dado no banco de dados *Scielo*.

Para análise dos dados coletados, realizou-se um filtro mais criterioso, em que dos 31 (trinta e um) trabalhos selecionados nos 4 (quatro) bancos de dados em que foi feita a coleta de dados, como havia alguns trabalhos que se repetiam nos bancos de dados da CAPES e BDTD, realizando o cruzamento e localizando e eliminando a duplicidade. Tendo como critério de exclusão eliminar os trabalhos duplicados, foram identificadas 5 dissertações que se repetem no catálogo de teses e dissertações da Capes e no BDTD, reduzindo o número de pesquisas para 26 trabalhos.

Outro critério de exclusão foram os trabalhos em que não se conseguiu localizar o arquivo, os quais não disponibilizaram seus trabalhos no banco de dados e não foi encontrado em busca no *google* ou site da Instituição pertencente, sendo estes uma dissertação “*Investigação Matemática: Contribuições Ao Letramento Estatístico De Alunos Do 5º Ano Do Ensino Fundamental*”, do autor Costa Junior (2022) e um artigo “*Investigação Matemática: Uma Alternativa Metodológica Para O Ensino Da Geometria Com Alunos Do 5º Ano Do Ensino Fundamental*”, dos autores Vian e Quartieri (2021).

Por fim, após a realização das leituras das obras completas, identificou-se um trabalho (artigo), que apesar de apresentarem descritores utilizados no levantamento em seu conteúdo, não respondiam o problema de pesquisa proposto, trabalhos com Investigações Matemáticas no Ensino Fundamental I, tendo assim, outro critério de exclusão, sendo excluído o artigo “*Jogos no ensino de Matemática: experiências com o ‘fecha a caixa’*”, do autor Lázaro *et al.* (2013). Diante disso, organizou-se os trabalhos no quadro abaixo por ordem alfabética, em que consta título do trabalho, tipo de trabalho (dissertação ou artigo), ano da publicação ou defesa do trabalho, ano escolar, bancos de dados dos trabalhos e autores.

Quadro 7 – Trabalhos dos bancos de dados a serem analisados por ordem alfabética.

Título	Tipo	Ano	Ano escolar	Banco de dados	Autor
A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba: endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática	Dissertação	2020	1º ao 9º ano	BDTD	Kurek, B.
Abordando Geometria Por Meio Da Investigação Matemática: Um Comparativo Entre O 5º E 9º Anos Do Ensino Fundamental	Dissertação	2015	5º ano e 9º ano	CAPES	Schmitt, F. E.
Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental	Dissertação	2021	4º ano	BDTD e CAPES	Souza, L
As tecnologias da informação e comunicação (TICs): alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental	Dissertação	2014	Ensino Fundamental I em Geral	BDTD	Oliveira, C. R.
Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental	Dissertação	2020	5º ano	BDTD	July, F. V.
Desafios Com Palitos: Uma Proposta Lúdica Para O Ensino De Geometria Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental	Artigo	2019	4º e 5º ano	Periódicos CAPES	Lutz, M. R.; Leivas, J. C. P.
Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais	Artigo	2019	Ensino Fundamental I em Geral	Periódicos CAPES	Quartieri, M. T. <i>et al.</i>
Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais	Artigo	2019	4º ano	Periódicos CAPES	Vargas, A. F. <i>et al.</i>
Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Dissertação	2015	5º ano	BDTD e BDTD	Santos, M. C. C.
Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Indagações e Possibilidades	Artigo	2017	Ensino Fundamental I em Geral	Periódicos CAPES	Santos, A. O; Oliveira, G. S.
Narrar, Dizer E Vivenciar Como Apropriação E (Re)Significação De Linguagens E Conceitos Matemáticos No 3º Ano Do Ensino Fundamental	Tese	2017	3º ano	CAPES	Luvison, C. C.
Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch	Dissertação	2019	Ensino Fundamental I em Geral	BDTD e CAPES	Tojeiro, P. F. S.
Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): Algumas Reflexões	Artigo	2020	Ensino Fundamental I em Geral	Periódicos CAPES	Lubeck, K. R.M, <i>et al.</i>
O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da investigação matemática	Artigo	2019	Anos iniciais e anos finais ensino fundamental	Periódicos CAPES	Rehfeldt, M. J. H. <i>et al.</i>

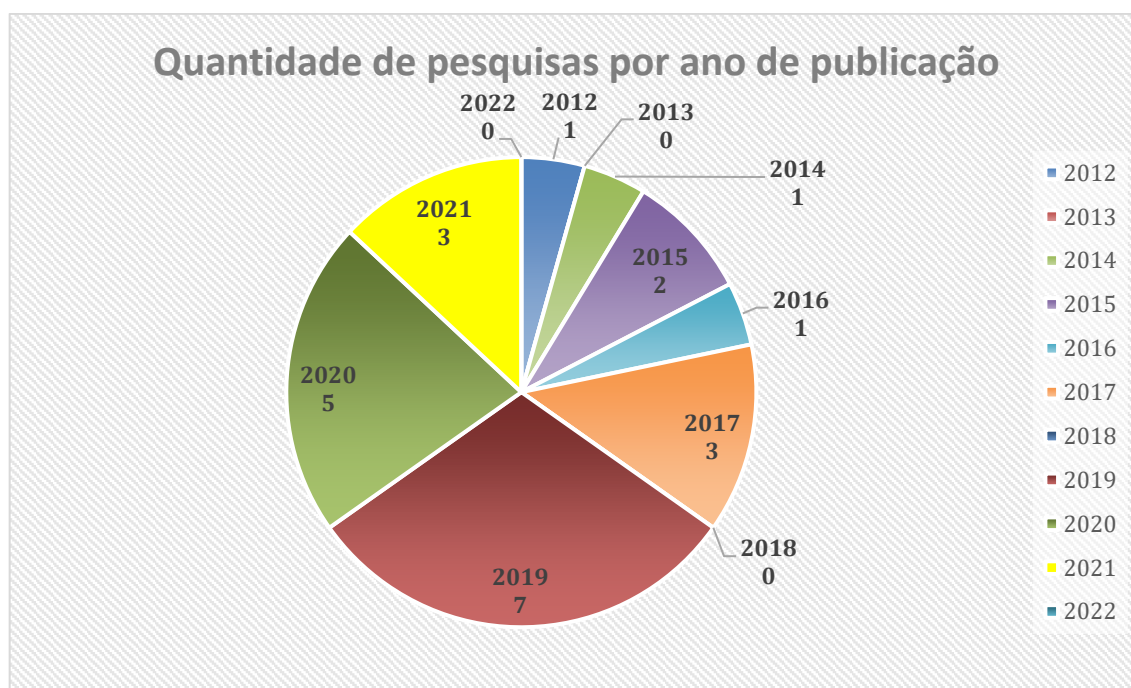
(Conclusão).

Título	Tipo	Ano	Ano escolar	Banco de dados	Autor
O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental	Dissertação	2021	Ensino Fundamental I em Geral	BDTD	Campos, L. R. M.
Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo	Dissertação	2020	Ensino Fundamental I em Geral	BDTD	Campeão, V.
Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente	Dissertação	2017	5º ano	BDTD e CAPES	Matos, M. D. G
“Siga Os Exemplos” Dos Alunos: aprendizagens em aulas exploratório-investigativas no 4º ano do Ensino Fundamental	Artigo	2012	4º ano	Periódicos CAPES	Lamonato, M.; Passos, C. L. B.
Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: estratégias e conjecturas desenvolvidas pelas crianças	Artigo	2021	1º, 2º, 3º e 5º anos	Periódicos CAPES	Rehfeldt, M. J. H. <i>et al.</i>
Tarefas Investigativas para o ensino da geometria no 5º ano do Ensino Fundamental	Dissertação	2020	5º ano	BDTD e CAPES	Vian, J. M.
Tarefas Investigativas, buscando uma aprendizagem matemática com equidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Dissertação	2019	3º ano	CAPES	Vieira, R. P.
Teoria de van Hiele e Investigação Matemática: implicações para o ensino de Geometria	Artigo	2016	5º ano	Periódicos CAPES	Cargnin, R. M. <i>et al.</i>
Um estudo sobre a aprendizagem matemática no periódico Bolema nos anos de 2013 a 2017	Dissertação	2019	Ensino Fundamental I e II, médio e superior	BDTD	Oliveira, A.C.

Fonte: Elaborada pela autora.

Assim, realizou-se a análise do total de 23 trabalhos visando atingir os objetivos propostos na pesquisa, em que foi apresentado a caracterização das produções com Investigações Matemáticas no contexto escolar do Ensino Fundamental I. Destas pesquisas, 19 abordam diretamente a metodologia de Investigações Matemáticas e 4 abordam o tema de maneira indireta. Destacamos que 15 pesquisas fazem relação direta com a Educação Matemática.

Em relação aos trabalhos, tem-se 09 artigos, 13 dissertações e 01 tese. Também pode-se evidenciar a quantidade de pesquisa de forma separada por ano, sendo que em 2019 e 2020 foram os anos que mais possuem trabalhos com o tema da pesquisa, entretanto, nos anos de 2013, 2018 e 2022 não houve nenhum trabalho com o tema de nossa pesquisa, conforme o gráfico a seguir:

Gráfico 1 - Quantidade de pesquisas por ano de publicação.

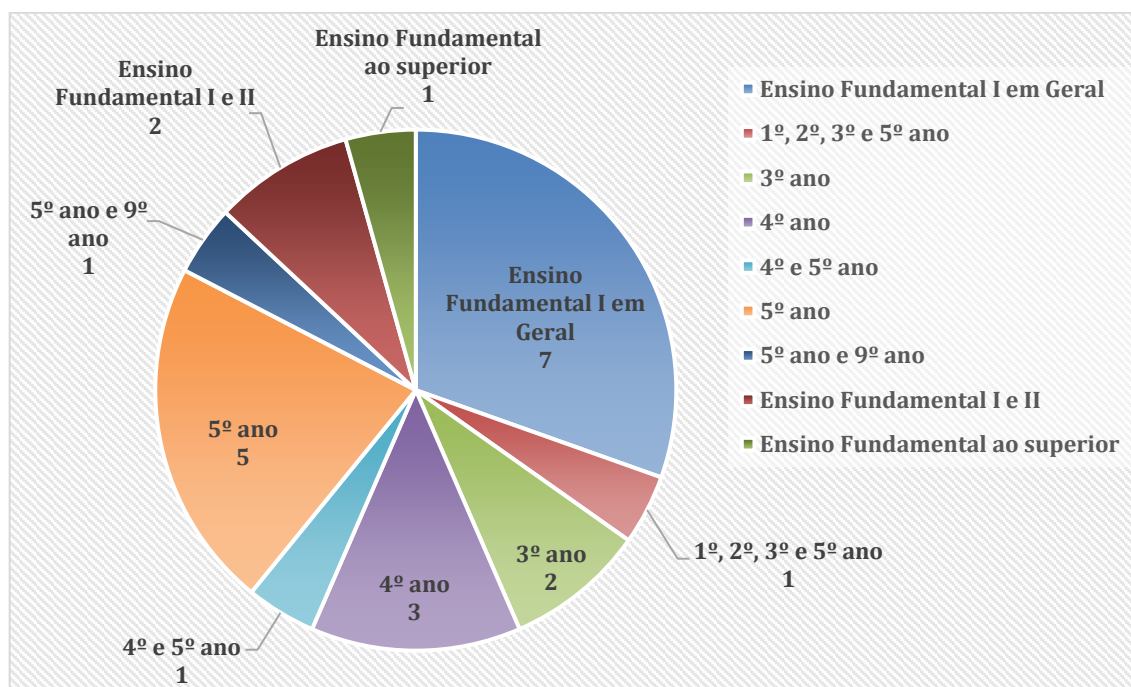
Fonte: Elaborada pela autora.

Observou-se um aumento expressivo de trabalhos após o ano de 2019, inclusive com oito trabalhos sobre a temáticas desenvolvidos durante a pandemia da Covid-19. Considerando o período pós pandemia Covid-19, no qual foi necessária readaptação tanto para os alunos quanto para professores, tendo em vista os diversos fatores que afetaram o desenvolvimento do ensino e de aprendizagem nesse período. Isso pode ser um fator que influenciou o decréscimo das pesquisas na temática no período de 2022 a 2023. Considerando que a metodologia IM tem características de intervenção, discussão, justificção, formalização de conceitos em sala de aula e outros momentos realizados com os pares, num momento de incerteza de retorno às salas de aula, os pesquisadores podem ter optado por não realizar esse tipo de pesquisa, diante do tempo necessário para planejar pesquisas de intervenção. No entanto, diante da necessidade apresentada após esse período, vislumbramos uma possibilidade de pesquisas de intervenção que favoreçam a atividade em grupo, o diálogo, a exploração, a justificção e fatores que implicam no desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Em relação ao ano escolar em que as pesquisas foram desenvolvidas, observa-se que há pesquisas em Investigações Matemáticas de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, demonstrando que a metodologia pode ser desenvolvida em todos os anos escolares do fundamental e em diferentes faixas etárias, conforme citado anteriormente e também observado nos trabalhos, dependendo do ano escolar e faixa etária a forma que as pesquisas são adaptadas. Destaca-se

que a maioria das pesquisas foram desenvolvidas ou relacionadas no Ensino Fundamental I em geral⁷, considerando o Gráfico 2, com sete pesquisas, duas pesquisas que foram desenvolvidas tanto no Ensino Fundamental I e no Ensino Fundamental II e uma desenvolvida do Ensino Fundamental ao superior, ou seja, abrangendo todos os níveis de ensino, totalizando dez pesquisas que abordaram ou foram desenvolvidas com o Ensino Fundamental I.

Gráfico 2 – Quantidade de pesquisa por ano escolar.



Fonte: Elaborada pela autora.

É importante destacar que agrupou-se as pesquisas Ensino Fundamental I, as pesquisas denominadas pelos autores em seus trabalhos de forma distintas, tais como primeiros anos do Ensino Fundamental, séries iniciais do Ensino Fundamental e anos iniciais do Ensino Fundamental, o que ratifica a forma de execução da coleta de dados com o uso descritor “Ensino Fundamental”, considerando a variedade de denominação para Ensino Fundamental I. No Gráfico 2 quando agrupa-se 7 nesta categoria, tratam-se de trabalhos que não foram desenvolvidos especificamente em um ano escolar e sim com o ensino fundamental em geral (1º ao 5º ano).

Pode-se observar ainda, um expressivo quantitativo de pesquisas abordadas ou aplicadas no 5º ano, final desta fase escolar, tal fato pode estar relacionado a faixa etária dos alunos, na qual geralmente os alunos já estão alfabetizados com a leitura e escrita ou ainda pelo tipo de

⁷ Não especificado o ano escolar, abordada o ensino fundamental I de maneira geral.

conteúdo abordado nas pesquisas conforme vamos apresentar posteriormente. Relacionado a isso observa-se que possui um trabalho com alunos especificamente do 1º e 2º ano, no qual os pesquisadores abordaram noções de álgebra com alunos de 1º, 2º, 3º e 5º ano, desenvolvendo duas tarefas com os alunos, de forma adaptada visando analisar as estratégias e conjecturas desenvolvidos por eles. Assim, observamos que há uma lacuna de pesquisas com 1º e 2º ano, considerando que há essa possibilidade com resultados significativos tanto para o aluno como para professor.

Para continuação da caracterização das pesquisas, utilizou-se o Quadro 8 para apresentar em categorias, tais como o tipo de escola de aplicação ou desenvolvimento das pesquisas (público ou particular); município e estado em que pesquisas foram desenvolvidas; delineamento pelo tipo de pesquisa (intervenção, observação ou bibliográfica); participantes da pesquisa (com alunos, professores ou ambos).

Quadro 8 – Caracterização por tipo de pesquisa, participante e tipo de escola.

Título	Intervenção x Bibliográfica	Participantes da Pesquisa	Tipo de Escola
A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba: endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática	Revisão bibliográfica Não aborda apenas a IM	Professores (Material para Formação de professores)	Rede Municipal Curitiba - Paraná
Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: Um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental	Intervenção A aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escolas Públicas Região do Vale do Taquari - Rio Grande do Sul.
Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escola Municipal Cascavel - Paraná
As tecnologias da informação e comunicação (TICs): alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental	Bibliográfica Não aborda apenas a IM	Professores	Não se aplica na pesquisa
Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escola da rede estadual Alegrete -Rio Grande do Sul.
Desafios com palitos: Uma proposta lúdica para o ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pelos pesquisadores com alunos do PIBID	Formação de Professores	Instituto Federal Farroupilha Campus Alegrete - Rio Grande do Sul
Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais	Intervenção Aplicação da tarefa pelas pesquisadoras com docentes	Formação de Professores	Rede municipal Cidade de Vale do Taquari - Rio Grande do Sul

(Continuação)

Título	Intervenção x Bibliográfica	Participantes da Pesquisa	Tipo de Escola
Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais	Intervenção Aplicação da tarefa pelos pesquisadores Professor da turma presente	Professor e alunos	Escola Municipal Região Central – Rio Grande do Sul.
Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Intervenção Estudo de caso Aplicação da tarefa pela pesquisadora Professor da turma e intérprete presente	Professor e alunos	Escola pública Jataí - Goiás
Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Indagações e Possibilidades	Bibliográfica e teórica	Professor e alunos	Não se aplica na pesquisa
Narrar, dizer e vivenciar como Apropriação e (Re)Significação de linguagens e conceitos matemáticos no 3º ano do Ensino Fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escola municipal Bragança Paulista - São Paulo
Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escola municipal Ourinhos - São Paulo
Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): Algumas Reflexões	Intervenção Pesquisa qualitativa Aplicação da tarefa pelas pesquisadoras com professores	Formação de Professores	Rede municipal de educação Foz do Iguaçu - Paraná
O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da investigação matemática	Intervenção Aplicação da tarefa pelas pesquisadoras com professores	Formação de Professores	Escolas Municipais Região do Vale do Taquari – Rio Grande do Sul
O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental	Bibliográfica Não aborda apenas a IM	Professor e alunos	Não se aplica na pesquisa
Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo	Não interventiva Desenvolvimento aplicativo - Algebrizar	Professor e alunos	Não se aplica na pesquisa
Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente	Intervenção O principal participante é o professor. Formação, aplicação da tarefa pelo professor e observação da pesquisadora.	Formação de Professores e aplicação com alunos.	Escola municipal – zona rural Uruará – Pará
“Siga Os Exemplos” dos alunos: aprendizagens em aulas exploratório-investigativas no 4º ano do Ensino Fundamental	Intervenção A Professora aplicou as tarefas juntamente com as pesquisadoras	Formação de professores e aplicação com alunos	Escola municipal Cidade do Interior Paulista.
Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: estratégias e conjecturas desenvolvidas pelas crianças	Intervenção Aplicação da tarefa pelas pesquisadoras e auxiliada pelos docentes.	Alunos	Escolas de Municipal Estrela -Rio Grande do Sul

(Conclusão).

Titulo	Intervenção x Bibliográfica	Participantes da Pesquisa	Tipo de Escola
Tarefas Investigativas para o ensino da geometria no 5º ano do Ensino Fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora	Alunos	Escola Municipal Coqueiro Baixo no Vale do Taquari – Rio Grande do Sul
Tarefas Investigativas, buscando uma aprendizagem matemática com equidade nos anos iniciais do ensino fundamental	Intervenção Aplicação da tarefa pela pesquisadora e professora da turma	Alunos	Escola pública Blumenau – Santa Catarina
Teoria de van Hiele e Investigação Matemática: implicações para o ensino de Geometria	Intervenção Aplicação da tarefa pelos pesquisadores	Alunos	Escola pública Santa Maria – Rio Grande do Sul
Um estudo sobre a aprendizagem matemática no periódico Bolema nos anos de 2013 a 2017	Bibliográfica Não aborda apenas a IM	Professores e alunos	Não se aplica.

Fonte: Elaborada pela autora.

Em relação ao delineamento utilizado na investigação definiu-se como critérios as pesquisas bibliográficas, observação e intervenção, o qual constatou-se que todos os trabalhos obtidos na coleta de dados e analisados são de natureza qualitativa. Foram 5 trabalhos com pesquisas bibliográficas, nos quais 4 trabalhos de dissertações de mestrado que não abordam apenas as Investigações Matemáticas, ou seja, o principal tema das pesquisas não era IM e ainda, um artigo teórico e bibliográfico sobre IM.

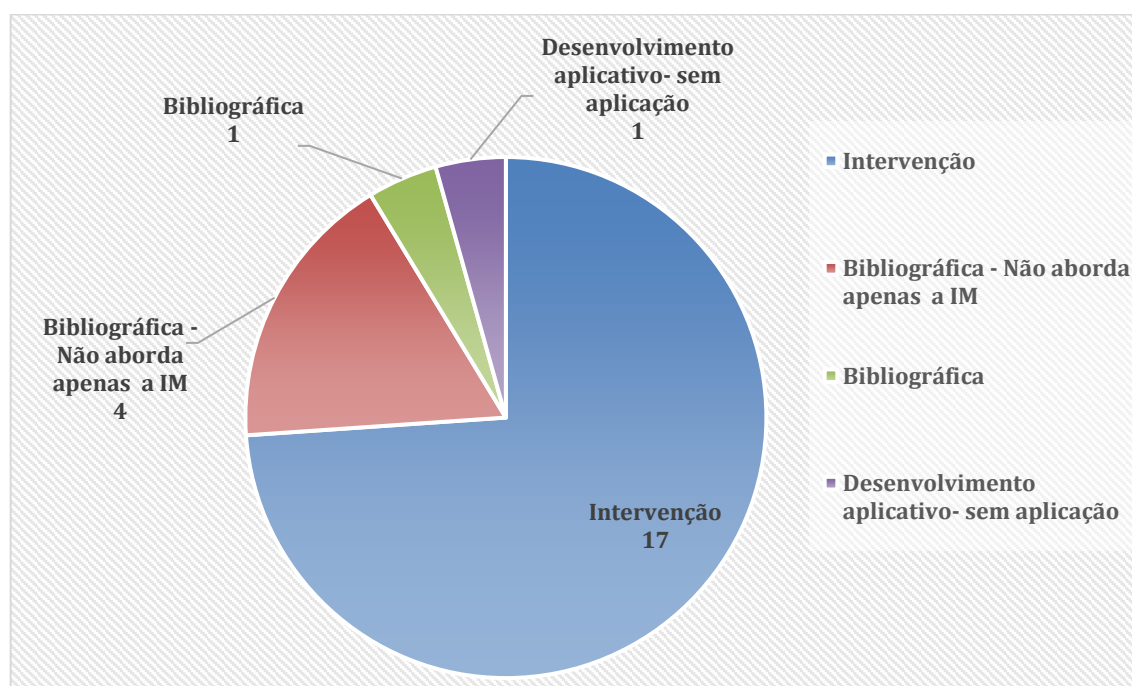
Houve uma pesquisa que não se encaixa no critério adotado, como citado anteriormente, sendo a dissertação de mestrado em que foi desenvolvido o aplicativo de *software* “Algebrizar”, em que não se identificou no trabalho a aplicação na prática do aplicativo com alunos e professores.

A maior parte das pesquisas são com intervenção do pesquisador, totalizando 17 trabalhos, conforme gráfico 3. Dentre essas 8 dissertações, uma delas incluía um estudo de caso de uma aluna surda, além de 1 tese e 8 artigos de pesquisa com intervenção. As pesquisas no contexto de intervenção realizadas em sala de aula, foram aplicadas com as turmas em diferentes contextos, objetivos, temáticas e conteúdo. A maioria foi conduzida durante o horário normal de aula, com um número variável de estudantes, incluindo grupos menores (com 7 estudantes) e grupos maiores (com 32 estudantes). A maior parte das pesquisas foi aplicada em turmas regulares, algumas em escola da zona urbana e da zona rural, envolvendo participação direta e indireta do professor e alguns sem a participação do professor.

Nas pesquisas de intervenção nas escolas não há referências sobre resistência por parte da gestão escolar ou dos professores em fazerem parte da pesquisa, pelo contrário, algumas pesquisas apresentam colaboração do professor e coordenador da escola, envolvimento dos

professores e alunos, relatos de pais de alunos que observaram a diferença no cotidiano destes e em alguns trabalhos apontando que a pesquisa não será uma experiência pontual e restrita aquela atividade com participação do pesquisador, ultrapassando os limites das aulas de Matemática. As pesquisas de intervenção realizadas com professores em processo de formação e formação continuada com trabalhos que tiveram participação de até sessenta docentes, apontam reflexões dos próprios docentes sobre sua formação, interesse em conhecer e compartilhar experiências, reavaliação do trabalho de alguns conteúdos. Observou-se também a dificuldade de alguns professores em relação a certos conteúdos e, consequentemente, resistência em abordá-los em sala de aula, devendo ter um olhar mais cuidadoso na formação inicial dos professores.

Gráfico 3 – Delineamento da pesquisa.



Fonte: Elaborada pela autora.

As pesquisas foram desenvolvidas com alunos, professores e com ambos (alunos os professores), observou-se que dos 23 trabalhos analisados, 6 trabalhos foram desenvolvidos com professores, das quais 2 foram de mestrado com pesquisas bibliográficas que não tinham como tema principal as IM. Em 4 artigos foram realizadas pesquisas com intervenção com professores no contexto de formação, nos quais os pesquisadores aplicaram tarefas de IM em oficina de formação continuada (Quartieri *et al.*, 2019; Lubeck *et al.*, 2020; Rehfeldt *et al.*, 2019) e oficina com professores em formação (Lutz *et al.*, 2019). Nestas oficinas os

pesquisadores aplicaram tarefas de IM com os professores, além de oportunizar o contato com a metodologia, uso de diferentes materiais e a possibilidade de desenvolvimento em sala de aula, esse contexto proporciona aos professores a vivenciar dificuldades e experiências dos alunos; refletir e repensar sobre a prática docente e o ensino de Matemática; trocas de experiências; observar, reavaliar e realizar adaptações de materiais ou abordagens. Neste contexto vislumbrou-se a importância da formação docente, ter contato com novas metodologias e como essas são abordadas na prática, porém, levar a metodologia para sala de aula dependerá inicialmente do professor.

Do total de trabalhos, foram desenvolvidas 8 pesquisas com professor e alunos, das quais 3 artigos, com duas pesquisas com intervenção, na qual uma pesquisa (Vargas *et al.*, 2019) foi aplicada pelos pesquisadores em uma turma com 15 alunos, no entanto, há citação de como foi a participação do professor. Já no artigo de Lamonato e Passos (2012), a pesquisa foi trabalhada num contexto formação continuada e aplicação em sala de aula, na qual a professora aplicou a metodologia por meio de atividades desenvolvidas na formação juntamente com as pesquisadoras em sua turma. É importante destacar que não havia obrigatoriedade na aplicação das atividades desenvolvidas no curso de formação, a iniciativa partiu da própria participante, neste trabalho há referências da mudança na prática da professora em sala de aula. Em relação aos artigos, uma pesquisa bibliográfica e teórica sobre reflexões sobre a importância educacional da IM para professores e alunos nas séries iniciais do ensino fundamental (Santos e Oliveira, 2017).

Ainda, em relação às pesquisas desenvolvidas com professor e alunos, 5 dissertações de mestrado, com duas pesquisas bibliográficas, as quais o tema principal não era as IM, mas apareceram na pesquisa como possíveis metodologias desenvolvidas no Ensino Fundamental I, na qual a IM é apresentada como uma possibilidade entre metodologias mais apropriadas para ensinar Matemática aos surdos, na pesquisa de Campos (2021) e no estudo sobre a aprendizagem Matemática tendo como base artigos publicados no periódico Bolema que apresenta as IM dentre as abordagens/tendências trazidas na pesquisa de Oliveira (2019). Das 5 dissertações uma pesquisa foi classificada como não interventiva, o trabalho de Campeão (2020), foi o desenvolvimento de um aplicativo (Algebrizar) aliado à estratégia de Investigação Matemática, envolve a criação de uma sala de aula virtual pelo professor. Durante o jogo, os alunos são orientados por uma trilha e acumulam pontos ao responder questões, o objetivo é promover o diálogo e a discussão, com interações mediadas em sala de aula pelo professor. Entretanto, na dissertação, não foram fornecidas informações sobre a aplicação do aplicativo pelos professores e alunos.

Também foram realizadas duas pesquisas com professor e alunos por meio de intervenção em sala de aula, um estudo de caso abordando a IM como uma metodologia utilizada na proposta de inclusão do aluno surdo no ensino regular, em que uma aluna foi participante principal (Santos, 2015). Apesar de ser um estudo de caso, as tarefas foram realizadas com toda a turma e houve o envolvimento da professora regente da turma e da intérprete de Libras, essa pesquisa aponta resultados significativos em relação a inclusão.

Já a pesquisa de Matos (2017), o professor foi o principal participante da pesquisa, apontamos esse trabalho como relevante e com resultados significativos, desenvolvido na zona rural do município de Uruará no Pará. Houve o momento de formação do professor pela pesquisadora e o momento de aplicação das atividades na turma pelo professor regente e com a observação da pesquisadora. O estudo apresenta uma visão mais ampla do desenvolvimento das IM pelo professor, as dificuldades e as potencialidades, a realidade da sala de aula e da escola, percepções do professor, a realidade da produção científica e *práxis* do docente e outros pontos relevantes. Neste estudo, são abordadas a participação dos alunos, o desenvolvimento e os resultados das IM, além da experiência da pesquisadora na complexidade deste trabalho, proporcionando uma visão abrangente relacionada ao professor, ao aluno e à pesquisadora. Ademais, são considerados aspectos como a formação de professores, intervenção em sala de aula, observação do pesquisador e outros fatores que permeiam a realidade da educação.

Com os alunos foram desenvolvidas 9 pesquisas, todas de intervenção, das quais 6 foram dissertações de mestrado, destas 5 aplicadas pelo próprio pesquisador (Kurek, 2020) (Schmitt, 2015) (July, 2020) (Vian, 2020) (Tojeiro, 2019) não há referências sobre participação do professor regente da turma. Porém a pesquisa de Tojeiro (2019) há referência do acompanhamento da aplicação da pesquisa pelo professor de Informática e uma professora de atendimento educacional especializado. Uma dissertação em que a pesquisadora (Vieira, 2019) era professora regente e aplicou a pesquisa com sua turma, a autora reflete sobre sua prática docente e aponta a vontade de continuar trabalhar com a turma a metodologia das IM com outros conteúdos e também em outras turmas.

Dos estudos desenvolvidos com alunos, consta uma tese de doutorado, Luvison (2017) pesquisadora e professora regente realizou a pesquisa com sua turma, investigou como as narrativas (orais e escritas), em ambientes de investigações matemáticas potencializam a elaboração da linguagem e de conceitos matemáticos, observa-se que a professora e pesquisadora já desenvolvia a metodologia IM no cotidiano e prática de ensino, com o aluno com papel ativo já compondo sua prática docente.

Dois artigos com pesquisa de intervenção com os alunos, no qual uma pesquisa foi desenvolvida pelas pesquisadoras (Rehfeldt *et al.*, 2021) com o planejamento e desenvolvimento com auxílio das professoras regentes das turmas. E o outro, a pesquisa foi realizada pelas pesquisadoras (Cargnin *et al.*, 2016), não consta no trabalho referência da participação do professor da turma.

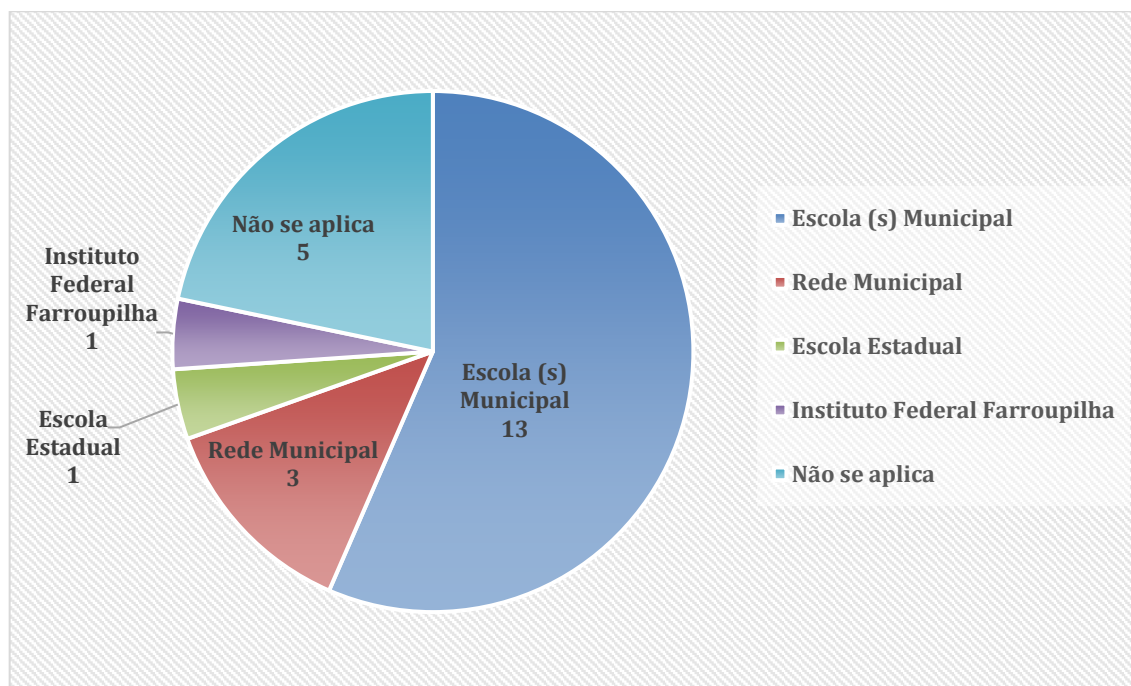
As pesquisas realizadas com a intervenção pelos pesquisadores com alunos são importantes e visam diversos objetivos. Contribuem para a construção do conhecimento e para o desenvolvimento do papel ativo do aluno, além de promoverem a inserção prática de novas metodologias. Tais pesquisas expandem as possibilidades tanto na teoria quanto na prática das Investigações Matemáticas e podem contribuir com os professores para seu desenvolvimento em sala de aula. No entanto, é importante observar como essas pesquisas retornam à escola, sendo relevante o fortalecimento da parceria entre escola e pesquisadores. Contudo as pesquisas com professores e alunos e de formação continuada não garantem que após a intervenção dos pesquisadores seja inserida no cotidiano escolar pelos professores, por diversos fatores, como: currículo, burocracia, questões pessoais, carga horária e outros. Porém, essa discussão é mais ampla, complexa e não é objetivo o desta pesquisa. Todavia não há como desconsiderar os resultados obtidos nas pesquisas apresentadas, nas quais observamos mudanças tanto na prática dos professores que participaram da formação continuada quanto dos pesquisadores/professores que realizaram a pesquisa, refletiu-se a necessidade de investimento em políticas públicas professores em formação inicial e continuada.

Diante dessa análise, pode-se observar a importância do desenvolvimento da metodologia das IM, diante dos seus resultados significativos tanto com alunos, como com professores, ratificando nosso referencial teórico. Esse processo de construção do conhecimento em sala de aula envolve vários participantes e reflete na transformação do espaço escolar. Em relação aos resultados do delineamento das pesquisas e dos participantes, observamos que ainda são poucos estudos efetivamente desenvolvidos no contexto da sala de aula com alunos do ensino fundamental I. Entretanto, há uma possibilidade promissora de explorar mais essa temática no âmbito do cotidiano profissional deste nível de ensino.

No que se refere ao tipo de escola que as pesquisas foram desenvolvidas, observou-se que todas foram desenvolvidas na rede pública de ensino, totalizando 18 (dezoito) pesquisas. A pesquisa desenvolvida do Instituto Federal de Farroupilha (IFF), se trata de atividades de IM para alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, aplicada com alunos do PIBID da Instituição. Os 5 trabalhos restantes, foram classificados como “não se aplicam” pois não fazem referência a um tipo de escola/ensino, são 4 pesquisas bibliográficas e 1 sobre o desenvolvimento de um

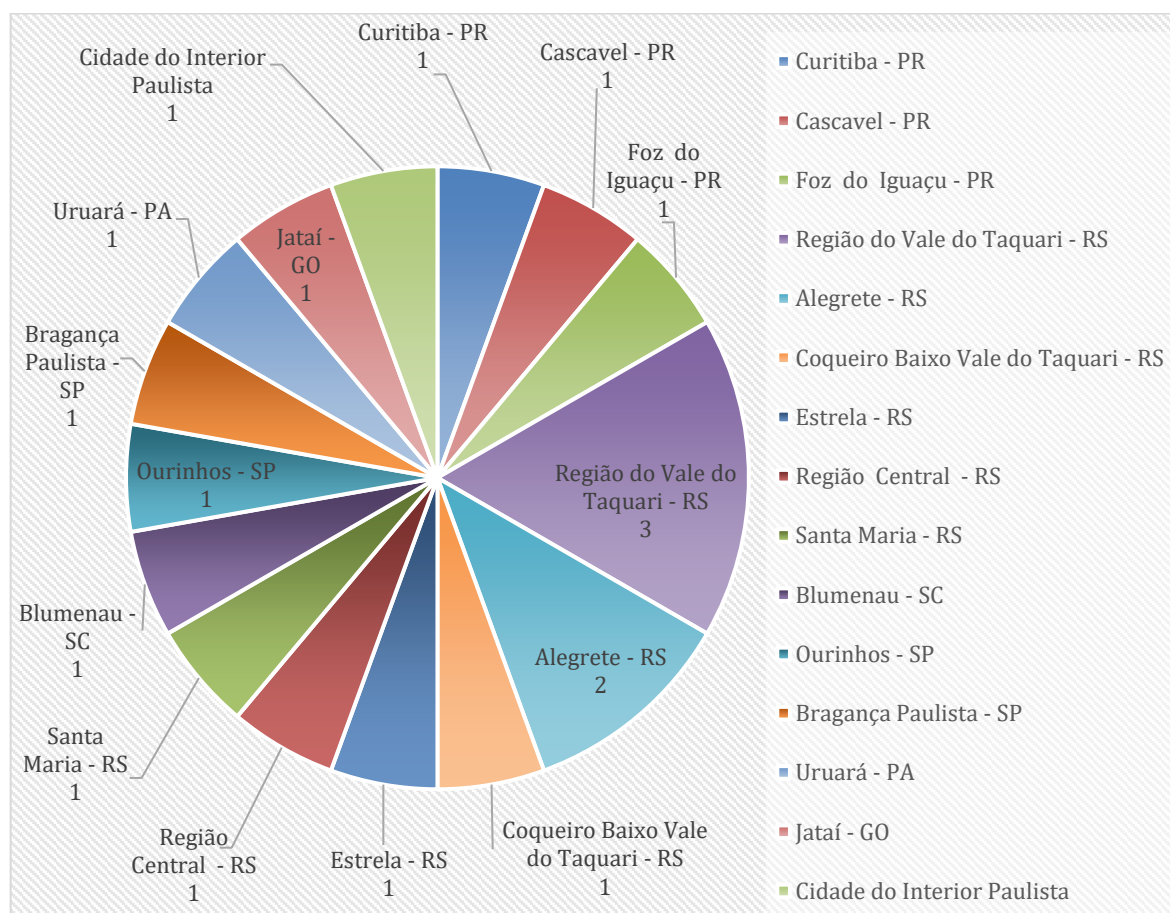
produto educacional – jogo, abaixo apresenta-se no gráfico a denominação referente ao local de desenvolvimento da pesquisa que foram citadas conforme descritas pelos autores das pesquisas.

Gráfico 4 – Tipo de escola desenvolvido ou relacionado às pesquisas.



Fonte: Elaborada pela autora.

Das 23 pesquisas, em 18 trabalhos foi especificada a região do País de desenvolvimento da pesquisa, a maioria na região Sul do País, nos estados do Paraná, Rio Grande do Sul e Santa Catarina, tal relação pode ser por desenvolvimento de estudos sobre Investigações Matemáticas nessa região, diante da leitura dos trabalhos, pode-se relacionar a utilização da metodologia em projetos na região. O Gráfico 5 mostra um panorama dos municípios e estados em que as pesquisas em Investigações Matemáticas foram desenvolvidas no Ensino Fundamental I.

Gráfico 5 – Município e estado em que as pesquisas foram desenvolvidas.

Fonte: Elaborada pela autora.

Considerando os principais conteúdos de Matemática que são alvo das pesquisas em IM desenvolvidas em contextos escolares no Ensino Fundamental I, caracterizou-se os trabalhos analisados em unidades temáticas da Matemática, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), em que propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Dos 23 trabalhos, cinco pesquisas não abordam conteúdos de forma específica ou não abordam diretamente as Investigações Matemáticas, são: “*As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs): alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental*”; “*Um estudo sobre a aprendizagem matemática no periódico Bolema nos anos de 2013 a 2017*”; “*Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Indagações e Possibilidades*”; “*O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental*” e “*A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba: endereçamentos para a*

prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática”. Assim, elaborou-se o Quadro 9 para categorizar os conteúdos que são das 18 pesquisas, em unidade temática, título e conteúdos específicos.

Quadro 9 - Principais conteúdos de Matemática alvo das pesquisas.

Unidades Temática	Trabalho	Conteúdo Específico Abordado na Pesquisa
Álgebra	Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo	Pensamento Algébrico: sequências, padrões e igualdades - Aplicativo/Jogo Algebrizar
Álgebra; Geometria	Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais	Geometria e Álgebra: Padrões e Sequências e pensamento - Atividade “Fileiras com palitos”
	O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da investigação matemática	Cálculo de diagonais de figuras geométricas planas - Atividades com uso figuras no papelão, linhas e lãs para trabalhar elementos dos polígonos
	Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: Estratégias e Conjecturas Desenvolvidas Pelas Crianças	Sequência e padrões algébricos e geométricos, ordem numérica, classificação dos números e direção - Atividades “Sequência usando canudos em um copo” (com uso de copos e canudinhos) e “sequência lógica” (figuras de setas em direções distintas)
	Narrar, Dizer E Vivenciar (Re)Significação De Linguagens E Conceitos Matemáticos No 3º Ano Do Ensino Fundamental	Conceito de padrões do pensamento algébrico: regularidade, padrão de uma sequência e padrões geométricos - Tarefas “Padrões geométricos” com imagem de sequência geométrica e “Tira de números coloridos” com figura de um tira números pares de vermelho e ímpares de branco
Geometria	Desafios Com Palitos: Uma Proposta Lúdica Para O Ensino De Geometria Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental	Geometria plana: conceitos de quadrados e triângulos - Jogo desafio com palitos: com figuras e questões, utilizando canudos (semelhante a um quebra-cabeça)
	Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais	Conteúdos de “direção”, “sentido” e “paralelismo” - Atividades com mapa de uma cidade e jogo “na direção certa”
	Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente	Bloco, Espaço e Forma: Posição e lateralidade, conceito, elementos e propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, perímetro e área - Atividades: “Meu lugar, onde moro, onde estudo!”, Brincadeira “procurando o balão”, Jogo “Brincando com as formas geométricas”, “Identificando formas geométricas”, “Construindo formas geométricas”, “Planificando formas geométricas”, “Aula passeio Aula passeio pelas proximidades da escola”, “Visualizando ângulos”, “Desenhando Quadriláteros e Triângulos”, “Calculando área e perímetro de formas geométricas” e “Construindo Maquete”.
	“Siga Os Exemplos” dos alunos: aprendizagens em aulas exploratório-investigativas no 4º ano do Ensino Fundamental	Figuras geométricas planas e uso de régua - Atividades “faça três quadrados diferentes”, “faça retângulo”, “faça triângulos” com uso de papel quadriculado, régua e outros materiais.

	Tarefas Investigativas Para O Ensino Da Geometria No 5º Ano Do Ensino Fundamental	Sólidos geométricas espaciais: faces, arestas, vértices, volume, representações e planificações; Sequência Geométrica (cubos); Localização e a movimentação: pontos de referência, direção e sentido; Polígonos: lados, ângulos retos e não retos, exploração de reflexões sobre simetria; Construção de polígonos: explorando conceitos de área, perímetro, nomenclatura dos polígonos. Área e perímetro de figura irregular Exploração de conceitos de perímetros.
	Teoria de van Hiele e Investigação Matemática: implicações para o ensino de Geometria	Reconhecendo figuras geométricas; Classificação de figuras geométricas; Classificação de tipos de triângulos; Classificação e tipos de quadriláteros: ângulo, vértice e lados; Figuras geométricas: classificação de acordo com componentes e características: ângulos, lados congruentes e paralelos e outras. Montagem de imagens do cotidiano com figuras geométricas.
	Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch	Geometrias não-euclidianas: Construção espacial, Topologia, Teoria dos Grafos, vértices (par e ímpar) e arestas - Aplicação do software Scratch para realizar o passeio de Euler em grafos.
Geometria; Grandezas e Medidas	Abordando Geometria Por Meio Da Investigação Matemática: Um comparativo entre o 5º e 9º Anos Do Ensino Fundamental	Espaço e Forma e Grandezas e Medidas: Perímetro e área de figuras planas; Perímetro e área do quadrado ao modificar a medida dos lados; Triângulos: a soma de seus ângulos internos cálculo da área; Área e o perímetro de uma figura disforme; Volume de cubos e percepção de espaço
	Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental	Grandezas de comprimento: área e volume de objetos distintos. Comparação entre medidas de comprimento não padronizadas (palmo, passos, dedo); Medidas de espaço e objeto; Comparação indireta de perímetro; Comparação indireta de área; Medidas não padronizadas de volume e capacidade.
Grandezas e Medidas	Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental	Conceitos de área e perímetro de figuras planas (perspectiva Topológica, Dimensional e Variacional) - Desenho de diferentes figuras geométricas em papel quadriculado com perímetro igual, recortes de figuras geométricas, atividade em malha quadriculada e área e perímetro de figuras disforme desenhadas pelo aluno.
Números; Grandezas e medidas; Álgebra.	Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Medidas de comprimento e de capacidade e Operações com números decimais e porcentagens: Operações com as unidades de medida de comprimento: unidades de medida, conversão de unidades de medidas, operações com números decimais, média aritmética; Medida de comprimento e área do quadrado; Medidas de capacidade e porcentagem: unidades de medida de capacidade; gráficos de colunas, porcentagem; resolução de problemas.
Números	Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): Algumas Reflexões	Elaboração dos algoritmos operacionais tradicionais e não tradicionais para adição, multiplicação, subtração e divisão: Conceito numérico: tabela das dezenas, representação de todo e metade, diferentes exercícios de subtração (separar), uso da expressão compartilhar na divisão, algoritmo americano para divisão (Walle); Aquisição dos conceitos de fração: exploração conceitual por representação algébrica e geométrica (problemas, figuras de representação, diagramas); Conceito decimal e cálculo decimal; Números reais: onde se encontram as dificuldades.

Números; Geometria; Grandezas e medidas; Álgebra	Tarefas Investigativas, Buscando Uma Aprendizagem Matemática Com Equidade Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental	Sistema de Numeração Decimal: Origem dos números e em relação a transformação de unidades nas operações de adição e subtração, como os povos antigos realizam seus cálculos, valor posicional de um numeral, valor do zero na constituição de um número - construção e utilização do ábaco e ficha com quatro algarismos; Frações: noção de divisão/quociente, quantidades discretas, noção de razão- Uso de tampinhas coloridas e livro “o homem que amava caixa” Medidas de Capacidade e Comprimento: Grandezas e Medidas - Como organizar nossa turma por tamanho? diferentes instrumentos de medidas, tabelas, desenhos; Regularidade: sequências e regularidades (algébricas e geométricas) - De pulo em pulo eu descubro a regularidade de uma sequência (quadro com números dispostos em 4 colunas e 5 linhas) e passeio na escola para fotografar regularidades geométricas nas construções
--	---	--

Fonte: Elaborada pela autora.

Diante do quadro 9, é apontado maior frequência de conteúdos em Geometria e abrangem um amplo leque de possibilidades, incluindo conceitos, classificações, elementos e propriedades de figuras geométricas planas e espaciais (área, ângulo, vértice, perímetro, volume), padrões geométricos, espaço e lateralidade foram desenvolvidas na maioria dos trabalhos. Destaca-se a forma que os conteúdos são abordados por meio das Investigações Matemáticas, que apresentam uma diversidade de tarefas, uso de materiais concretos, atividades de observação do espaço, uso de mapas, desenhos, sólidos geométricos, construção de figuras geométricas, jogos, brincadeira, aulas e passeios. Os trabalhos apresentam diversas alternativas interessantes para abordagem da Geometria em sala de aula por meio das IM. Além dos resultados significativos com os alunos na construção do conhecimento em Geometria de forma ativa.

Os conteúdos de Álgebra também foram bastante abordados, principalmente relacionados a sequências, padrões e igualdades, embora a maioria dos trabalhos esteja associada a outra unidade temática. As possibilidades apresentadas nos trabalhos abordam atividades simples, que desenvolvem um potencial investigativo. Vislumbrou-se que é importante o desenvolvimento do pensamento Algébrico nas crianças desde as séries iniciais, a fim de proporcionar uma base mais sólida para Ensino Fundamental II. Exemplificamos isso, através do trabalho de Rehfeldt *et al.* (2021), que abordou as mesmas atividades com alunos de 1º, 2º, 3º e 5º ano e analisou as estratégias e conjecturas desenvolvidas por elas. Nesta abordagem de apresentar situações nas quais os alunos possam identificar padrões, analisar regularidades e fazer generalizações, a metodologia das Investigações Matemáticas é capaz de contribuir para esse processo. Isso se deve ao fato de que o desenvolvimento do pensamento algébrico depende das experiências vivenciadas e de uma construção interna da criança, o

ambiente de investigação estimula a curiosidade, a criatividade, o diálogo e a vivência situações que as crianças podem observar, analisar, identificar, organizar e generalizar.

A temática Grandezas e Medidas teve um quantitativo relevante de trabalhos, em maior parte associada à Geometria, as atividades de investigação foram associadas em sua maioria ao cotidiano e prática dos alunos. Com base em atividades que abrangiam tanto medidas padronizadas quanto não padronizadas (tais como volume, capacidade, comprimento, área, perímetro, entre outras), além da comparação entre diferentes grandezas, observamos uma diversidade de abordagens dos conteúdos. No entanto, notamos uma lacuna em relação a certos tópicos, como, por exemplo, a ausência de exploração das medidas de tempo e massa. Foram abordadas nas IM por meio de situações simples em que os alunos puderam participar ativamente das atividades usando objetos, diferentes instrumentos de medidas formais e informais (produzidos pelos alunos), materiais concretos.

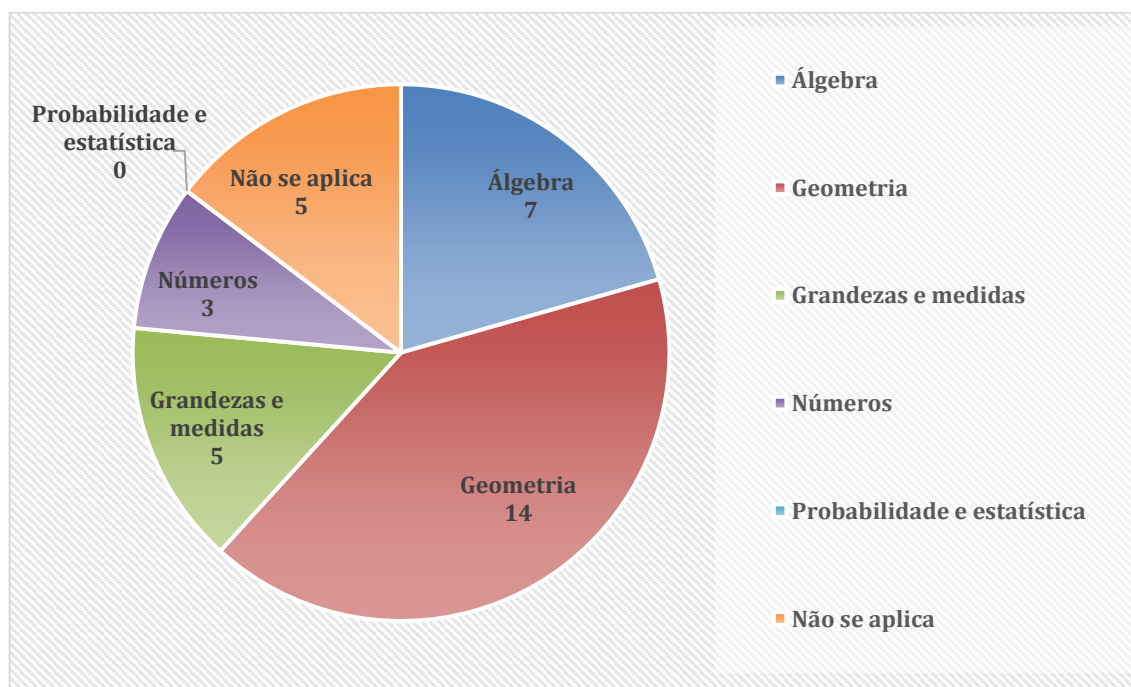
Geralmente, observa-se no Ensino Fundamental I, uma ênfase em conteúdos envolvendo a temática números, no entanto, essa tendência não foi observada nos trabalhos analisados. As pesquisas apresentam uma escassez em atividades envolvendo os conteúdos de números trabalhados por meio das Investigações Matemáticas. Todavia, observamos possibilidades interessantes nos trabalhos envolvendo a temática que possibilitaram a construção de conceitos de forma significativa e por meio da participação ativa do aluno, como por exemplo, a utilização de história da Matemática para despertar o interesse dos alunos nos trabalhos de sistema de numeração decimal, construção e utilização do ábaco pelos alunos, a tarefa simples investigativa na abordagem do valor posicional do número, o trabalho com frações com atividade investigativa usando tampinhas de garrafas.

Nenhum trabalho foi realizado sobre Probabilidade e Estatística. Observou-se escassez de trabalhos com as IM referentes a diversos conteúdos e relacionados a temática como Probabilidade e Estatística e Números. Assim, há um indicativo para que se realizem novas pesquisas com as IM no Ensino Fundamental I, nos conteúdos Probabilidade e Estatística e para ampliação de estudos com temática Número, bem como continuação das pesquisas com as demais temáticas, que apresentam resultados significativos e que inclusive podem ser utilizadas pelos professores em sala de aula, considerando que os trabalhos apresentam produtos educacionais, cartilhas, material de apoio e no próprio texto as atividades e como podem ser desenvolvidas.

Considerou-se que algumas pesquisas abordavam mais de uma unidade temática, inclusive pesquisa com duas a quatro unidades distintas, para melhor observação do quantitativo elaborou-se o Gráfico 6. Considerando as 23 pesquisas, há 5 trabalhos

categorizados como “não se aplica”, conforme explicado anteriormente. Em relação às pesquisas que foram categorizadas, separou-se em unidades temáticas, relacionou-se a 7 pesquisas que abordavam conteúdos de álgebra, dos quais 3 dissertações de mestrado, 1 tese de doutorado e 3 artigos. Pesquisas que abordavam Grandezas e medidas foram 5 dissertações de mestrados. Pesquisas que abordavam números foram 3 trabalhos, dos quais 2 dissertações de mestrado e 1 artigo. Não houve pesquisas que abordaram a temática Probabilidade e Estatística. Por fim, a unidade temática de Geometria foi a mais abordada nas pesquisas, com um total de 14 trabalhos, sendo 6 dissertações de mestrado, 1 tese e 7 artigos. Pode-se destacar a variedade de conteúdos e atividades que podem ser trabalhadas com a IM com alunos do Ensino Fundamental I.

Gráfico 6 – Unidades temáticas BNCC de Matemática alvo das pesquisas.



Fonte: Elaborada pela autora.

As pesquisas abordaram diversos conteúdos dentro unidades temáticas apresentadas, contemplando distintas atividades e com possibilidades de desenvolvimento das Investigações Matemáticas em sala de aula. Diante disso, destacou-se alguns exemplos das práticas de como as IM são implementadas, baseando-nos nos conteúdos de "Geometria e Grandezas e Medidas", "Álgebra e Geometria" e "Números". Considerando as fases e momentos das IM em sala de aula, papel do aluno e do professor, ambiente de investigações e outras características da metodologia apresentada no referencial teórico do capítulo II.

Na dissertação “*Abordando Geometria por Meio da Investigação Matemática: Um Comparativo entre o 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental*” da autora Schmitt (2015), o objetivo da pesquisa era investigar as conjecturas apresentadas pelos alunos e as diferenças e semelhanças dos alunos das turmas do 5º e 9º ano ao criarem e justificarem conjecturas em atividades relacionadas à Geometria. Essas atividades abordavam diferentes tópicos e consistiam em cinco exercícios, todos desenvolvidos com foco investigativo e realizados em grupos de três a quatro alunos das turmas. Foram utilizados diários individuais para escrita das conjecturas e filmagem da discussão em grupo. Além do desenvolvimento das atividades para construção de conceitos sobre geometria, a pesquisa também visava desenvolver habilidades de trabalho em grupo, cooperação e escrita matemática.

A pesquisadora conduziu as atividades de forma sequencial, permitindo um desenvolvimento gradativo de conceitos e a construção de conhecimento. É possível destacar que o planejamento das atividades desempenhou um papel crucial no bom andamento das IM em sala de aula, conforme discutido no capítulo II deste trabalho. As atividades foram desenvolvidas com introdução das tarefas, em seguida o desenvolvimento com a exploração das atividades, considerando os momentos de trabalho das Investigações Matemáticas. Por fim, ocorreu a etapa de discussão.

Das cinco atividades desenvolvidas e dos conteúdos abordados, a primeira teve como foco a investigação da relação entre perímetro e área de figuras planas. Com a utilização de barbante de 32 unidades de comprimento e um papel quadriculado, os alunos foram incentivados a investigar a questão: “*Um pedreiro quer construir uma casa e tem material suficiente para construir as paredes do contorno da casa. Descubra qual deverá ser o formato da casa para que a mesma tenha a maior área possível*” (Schmitt, 2015, p. 44). Os alunos deveriam desenhar no papel quadriculado um quadrado, dois retângulos com formatos diferentes, um círculo, um triângulo e uma figura diferente das anteriores, tendo que responder os seguintes questionamentos ilustrados na figura a seguir:

Figura 4 - Atividade sobre perímetro e área plana.

Calcule a área de cada figura construída, contando o número de quadradinhos inseridos em cada figura. O número de quadradinhos de cada figura equivale ao valor da área. Complete a tabela:

Figura	Área
Quadrado	
Retângulo 1	
Retângulo 2	
Triângulo	
Círculo	
Figura qualquer	

Responda:

- Que figura tem a maior área?
- Que figura tem a menor área?
- Qual o retângulo que tem a maior área?
- Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?
- Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?

Fonte: Adaptado de ZASLAVSK, 1989.

Fonte: Schmitt (2015).

A pesquisadora desenvolveu as atividades de IM conforme as fases e momentos descritos no capítulo II, por mais que a ênfase de sua pesquisa seja a criação e justificação das conjecturas pelos alunos. O desenvolvimento das atividades possibilitou momentos de construção de conceitos, apesar de os alunos dos 9º já terem estudado conceitos de figuras planas, houve momentos de descobertas e construção de conhecimento em ambos os anos escolares. Destacamos o momento da apresentação das conjecturas, e que proporcionaram a descoberta de novas conjecturas, conforme foram explanadas pelos grupos. Como exemplo na turma de 9º ano, os alunos chegaram à hipótese que *“Uma das observações realizadas pelos alunos diz respeito à área dos retângulos e sua relação com o formato. Os alunos perceberam que, quanto mais próximas forem as medidas dos lados, altura e largura de um retângulo, maior será a sua área. Esta hipótese surgiu, ao colocar, no quadro, todos os retângulos diferentes formados pelos grupos, bem como suas medidas e áreas”* (Schmitt, 2015, p. 46).

Tanto no 5º como no 9º os alunos chegaram à hipótese que o círculo foi a figura com a maior área, e ao debater o motivo, ambos concluíram que a figura não possui ponta/cantos, no entanto o 5º ano necessitou de auxílio da pesquisadora, considerando que muitos não conseguiram desenhar um círculo. A pesquisa concluiu que os alunos conseguiram explorar a relação, percebendo que figuras que possuem o mesmo valor para o perímetro podem ter valores diferentes de áreas.

Dando continuidade, a terceira atividade visava um estudo sobre a condição de existência dos triângulos, a soma de seus ângulos internos e o cálculo da área. Com utilização de canudinhos cortados em vários tamanhos pelo próprio aluno e um fio, além de régua, transferidor e papel quadriculado, os alunos deveriam construir diferentes triângulos com lados de tamanhos diferentes.

Figura 5 - Atividades sobre triângulos.

Estudando triângulos:
 Corte os canudinhos de acordo com as medidas de cada item e, com auxílio de um fio, construa triângulos.

- a) canudinhos medindo 8 cm, 9cm e 5cm.
- b) canudinhos medindo 9 cm, 3cm e 7cm.
- c) canudinhos medindo 15,4cm, 12,3cm e 9,1cm.
- d) canudinhos medindo 2 cm, 5cm e 3cm.
- e) canudinhos medindo 6 cm, 6 cm e 7 cm.
- f) canudinhos medindo 4 cm, 4 cm e 4 cm.
- g) canudinhos medindo 10 cm, 6 cm e 2 cm.
- h) canudinhos medindo 10 cm, 6 cm e 4 cm.

1- Quando acontece a possibilidade de construir um triângulo? Quando não é possível?

2- Com a ajuda de um transferidor, medir os ângulos internos dos triângulos. Que conjecturas pode-se fazer sobre estas medidas?

3- Trace o contorno dos triângulos construídos em uma folha milimetrada e estime sua área. Existe uma maneira mais fácil de calcular a área de triângulos? Tente descobrir um jeito.

Fonte: adaptada de Dullius e Quartieri (2010).

Fonte: Schmitt (2015).

Os alunos do 5º e 9º ano montaram os triângulos; no entanto, durante a realização das atividades, a maioria dos alunos do 5º ano e alguns do 9º ano enfrentaram dificuldades ao utilizar a régua. Ao buscar soluções para as questões, os alunos do 5º ano responderam que um triângulo era apenas a figura formada por medidas de lados iguais. Inicialmente, os alunos do 9º ano compartilharam dessa percepção; no entanto, a pesquisadora interveio e fez questionamentos sobre os conceitos de triângulo.

Continuando a investigação relacionada à atividade 3, na qual os alunos buscaram estabelecer a relação entre a soma dos ângulos internos dos triângulos, desenharam os triângulos em folhas quadriculadas e, com o auxílio de transferidores, mediram os ângulos. Ambos os grupos de alunos, de quinto e nono anos, encontraram dificuldades ao utilizar o transferidor, mas com a orientação da pesquisadora, conseguiram utilizá-lo. Após explorarem, observarem regularidades, discutirem e apresentarem os valores no quadro, perceberam que as medidas se aproximavam de 180°. Os alunos, então, encaminharam suas conclusões nessa direção. Os

alunos do 9º ano já possuíam conhecimento sobre essa relação. No decorrer do trabalho, observou-se que, assim como na descrição constante do capítulo II, os alunos utilizaram diferentes formas de expressar as definições. Ainda na investigação da atividade 3 da pesquisa, os discentes valeram-se de conhecimentos e estratégias obtidos na atividade 1 para realizar o cálculo da área do triângulo, contando os quadrinhos do papel. Também foi observado que, apesar de alguns alunos do 9º ano conhecerem a fórmula para calcular a área, utilizaram a mesma estratégia de contagem.

Além destes conceitos, foram abordados também na pesquisa de Schmitt (2015), a investigação da “relação entre perímetro e área ao modificar a medida dos lados do quadrado”, “área e o perímetro de uma figura disforme” e “volume de cubos e percepção de espaço”.

Na dissertação *“Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental”* (July ,2020), o objetivo era analisar quais as contribuições da compreensão relacional e da instrumental em problemas de Grandezas e Medidas para alunos de um 5º ano do Ensino Fundamental.

Nesta pesquisa, as IM realizadas em uma turma de nove alunos do 5º ano, foram desenvolvidas em dupla. Considerando o objetivo da pesquisadora foram desenvolvidas cinco atividades, inicialmente referentes às grandezas, comprimento, área e volume.

As questões a serem investigadas eram apresentadas de maneiras diversas. Na primeira atividade, visando que os alunos pudessem reconhecer a situação, explorar atividades e formular questões, a pesquisadora trouxe para sala de aula uma caixa com quatro objetos de análise para identificação de suas diferenças e semelhanças através da observação. Os objetos eram dois barbantes, duas toalhas, duas figuras de empilhamento de cubos e dois papéis em formato retangular, que apresentavam tamanhos diferenciados.

Cada aluno deveria escolher um objeto e formar dupla com um colega que escolhesse um objeto semelhante. Em seguida, os alunos tinham que apresentar à classe algumas indagações sobre os objetos, verificando se havia diferenças entre eles. Caso a resposta fosse sim, deveriam explicar e justificar essas diferenças. O objetivo da atividade era que os alunos pudessem identificar diferenças entre medidas de comprimento, no caso dos barbantes, diferenças entre medidas de área, no caso das toalhas, diferenças entre medidas de volume, no caso dos cubos e a diferença entre áreas, no caso dos papéis coloridos.

Na segunda atividade, foi desenvolvida a investigação sobre a comparação entre medidas de comprimento não padronizadas. Em duplas, os alunos realizaram medições do quadro, o lado menor e lado maior da sala, com auxílio de instrumentos de medições não padronizados: passo, palmo e dedo. Ao realizar a medição, os alunos anotaram e na observação

dos dados perceberam a diferença entre a medida e justificaram o motivo, no momento de discussão e socialização com a turma. Em seguida, uma dupla utilizou a régua, um instrumento de medição padronizado, para medir comprimento do contorno de sua mesa na sala de aula, observando que cada integrante da dupla obteve o mesmo resultado. Por fim, a pesquisadora questionou: “*A partir das medições feitas, o que podemos observar?*” (July, 2020, p. 62). Os alunos apresentaram as respostas de diversas formas e foi possível a pesquisadora constatar que os alunos puderam perceber a necessidade de um instrumento de medida padrão para comparar os comprimentos.

Na terceira atividade, a pesquisadora visava introduzir o conceito de perímetro. Ainda em duplas, os alunos tinham o objetivo de comparar duas situações possíveis, a de medir com unidades diferentes e a de medir com unidades idênticas. Utilizou-se nessas atividades varetas confeccionadas com 3 canudos plásticos de mesmo comprimento, cada dupla deveria medir o comprimento total da sala de aula, por meio de uma medida não padronizada (passos) e comparar o resultado obtido com a medida da vareta fornecida. Após o registro dos resultados foram realizadas as indagações: “*Todos obtiveram o mesmo número de passos para contornar a sala?*” (July, 2020, p. 64), “*Todos obtiveram a mesma quantidade de vezes de comprimento de varetas para contornar a sala?*” (July, 2020, p. 65), “*Você sabe explicar se houve diferença e o porquê disso acontecer?*”, “*Se todos medissem o mesmo caderno usando o mesmo objeto, o que aconteceria? Por quê?*”, “*A medida do contorno da sala ou da mesa, alguém saberia dizer o que é?*” (July, 2020, p. 65). Outros momentos da pesquisa seguiram as etapas de pressupostos das IM, conforme tratado no capítulo II do presente estudo.

Na pesquisa de July (2020), também foram realizadas tarefas para “comparação indireta de área”, “medidas não padronizadas de volume e capacidade”.

No artigo “O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da Investigação Matemática” (Rehfeldt *et al.*, 2019), são apresentados os resultados decorrentes das atividades de Investigações Matemáticas envolvendo o cálculo de diagonais, desenvolvida com um grupo de docentes dos Anos Iniciais e de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O objetivo das atividades foi buscar formas desafiadoras para trabalhar a Matemática em sala de aula, em que o professor atuasse como articulador dos processos de ensino e de aprendizagem, e o aluno, como protagonista na produção do seu conhecimento. As atividades investigativas tiveram o viés na exploração de conceitos de Geometria, envolvendo o cálculo de diagonais de figuras geométricas planas, tais como: triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono e octógono.

Os pesquisadores produziram desenhos de figuras planas sobre pedaços de papelão com formato retangular e linhas coloridas para traçar as diagonais, com a perfuração dos vértices. Para realização da atividade os docentes foram organizados em grupos e foram distribuídos kits contendo pedaços de lã e o papelão com os desenhos das formas geométricas planas, juntamente com as orientações do trabalho e questões a serem respondidas. A proposta foi de que os grupos realizassem a atividade manipulando o material, respondendo aos questionamentos sobre os elementos dos polígonos: vértices, lados e diagonais, conforme ilustra a figura a seguir:

Figura 6- Atividade: Sequência de diagonais.

Atividade: Sequência de diagonais

a) Fazer o uso dos barbantes e do papelão para representar as diagonais em cada figura. O fio deverá ser inserido em dois vértices não consecutivos e, ao final, preso ou amarrado. Entende-se que os fios representam as diagonais.

				
Figura 1 Triângulo	Figura 2 Quadrilátero	Figura 3 Pentágono	Figura 4 Hexágono	Figura 5 Heptágono

b) Quantas diagonais você representou na figura 1?
 c) Quantas diagonais você representou na figura 2?
 d) Quantas diagonais você representou na figura 3?
 e) Quantas diagonais você representou na figura 4?
 f) Quantas diagonais você representou na figura 5?
 g) Completar o quadro a seguir utilizando o raciocínio anterior

Figura	Número de lados	Número de diagonais
Figura 1		
Figura 2		
Figura 3		
Figura 4		
Figura 5		
...		

h) E em uma figura com "n lados", qual o número de diagonais?

Fonte: Rehfeldt *et al.* (2019).

Conforme os docentes seguiram as orientações e passaram as linhas e lã pelos vértices (furos), traçaram as diagonais, conforme cada fio ligava dois vértices e podiam visualizar o número de fios que perpassa em cada vértice. Neste primeiro momento surgiram as primeiras indagações pelos próprios docentes, se a prática estava certa ou errada? Todavia, a preocupação com o certo e errado, não é o único objetivo da investigação, mas também o processo para encontrar a solução de determinada situação (Rehfeldt *et al.*, 2019).

De acordo com Rehfeldt *et al.* (2019), durante o desenvolvimento da atividade, surgiram diversas dúvidas dos participantes, e diante dos questionamentos, busca de respostas, os mesmos foram desafiados a elaborar conjecturas e/ou estratégias. Ressalta-se que “a

problematização gerada em função dos vértices e das diagonais gerou desconforto entre os participantes no momento de elaborar as conjecturas, primordial em uma atividade investigativa” (Rehfeldt *et al.*, 2019, p. 11).

Após a construção das diagonais, realizaram a contagem das diagonais e anotaram no quadro das atividades da figura 5, organizando os dados. O objetivo da atividade é estabelecer uma relação entre o número de lados, vértices e diagonais de cada figura, e assim conseguiram responder a alguns questionamentos realizados no início da atividade, podendo formular as conjecturas. Em seguida, “*partindo dessas pressuposições, os debates foram fundamentais na construção das hipóteses para uma generalização, com a finalidade de ‘refinar as conjecturas’*” (Rehfeldt *et al.*, 2019, p. 12). Em seguida, os participantes realizaram a justificação das conjecturas e avaliaram o raciocínio adotado, os grupos descobriram uma fórmula numérica e, em seguida, algébrica para a generalização. Por fim, os pequenos grupos socializaram as suas respostas em grande grupo.

Para os autores, “é possível ressaltar que o trabalho investigativo possibilita momentos de reflexão, interpretação, discussão, dedução, validação de conjecturas, argumentação e socialização de aprendizagens, bem como incentiva o trabalho em grupo” (Rehfeldt *et al.*, 2019, p. 12).

Na pesquisa de mestrado “Cenários investigativos, buscando um ensino de Matemática com equidade nos anos iniciais do ensino fundamental” (Vieira, 2019), dentre as atividades de IM de diversos conteúdos, a pesquisadora abordou sobre o conteúdo de números, com alunos do 3º ano do ensino Fundamental. Vieira (2019) propôs uma atividade sobre o Sistema de Numeração Decimal, denominada como “O zero não vale nada”. A posição do algarismo em um numeral muda seu significado?”, foi “elaborada devido a dúvidas dos estudantes em relação ao valor que o zero atribuía ao número, dependendo da sua posição nele” (Vieira, 2019, p. 82). Nesta tarefa, os alunos foram divididos em sete grupos de quatro estudantes e foi desenvolvida nas mesas do pátio coberto da escola. Para os grupos foram distribuídas quatro fichas com os algarismos: 8, 7, 0 e 1 e o Bloco de Notas.

A pesquisadora apresentou oralmente a questão introdutória, denominada Etapa 1 “Como podemos formar numerais com: dois, três e quatro algarismos, utilizando somente as fichas recebidas?” (Vieira, 2019, p. 83). Os estudantes iniciaram a exploração da tarefa e ao iniciarem a formar numerais com quatro algarismos, observaram e questionaram em relação ao número zero, os participantes do grupo indagaram se o zero possuía ou não valor, com o auxílio do professor, discutiram sobre valor posicional do número. Todos os estudantes manusearam as fichas e quiseram formar um número, perceberam que a posição do algarismo no número

determinava seu valor. Posteriormente, os participantes retornaram à sala de aula e um representante de cada grupo (escolhido por sorteio) deveria apresentar aos colegas os numerais formados e como o grupo pensou para formar os números.

Neste momento da atividade investigativa, foram realizadas as observações e a maioria dos estudantes *“mostrou ter entendido o significado do quadro valor lugar e do valor posicional do número, ao perceberem que, ao trocar o algarismo de posição, o número modificava”* (Vieira, 2019, p. 84). Foi realizado o registro no quadro dos numerais formados divididos em tabelas com três colunas, de acordo com a quantidade de algarismos dos numerais, os estudantes foram percebendo que os números formados, muitas vezes, eram comuns a outros grupos, criou-se a estratégia, em conjunto com os alunos, para legendar ao lado dos números repetidos colocar essa marcação com um número que representava cada grupo. Ao finalizar todos os numerais encontrados pelos grupos, os alunos realizaram diversas observações. Posteriormente, para ampliar seus conhecimentos matemáticos e retomar conceitos já aprendidos, a pesquisadora, explorou com os alunos, de forma oral, *“números pares e ímpares; antecessor e sucessor; leitura oral do número; qual algarismo estava ocupando a ordem da unidade, da dezena e da centena respectivamente”* (Vieira, 2019, p. 85).

Em seguida, após a exploração oral, foi construído um texto coletivo a partir das conclusões dos estudantes e registrado no caderno o relato da atividade desenvolvida. Após a socialização, confirmação dos resultados e sistematização, realizou-se a conclusão da tarefa e formalização dos conceitos. De acordo com Vieira (2019), na finalização da atividade, um grupo pediu para formar o maior e o menor número possível, juntando as fichas de todos os grupos, assim, em acordo com a turma, realizaram a proposta. Pode-se observar que os próprios alunos pensaram em novas questões para além das propostas pelos professores, o que enfatiza aspectos importantes das IM.

Analisando os exemplos apresentados, observamos as diferentes maneiras de abordar os conteúdos e construção de conceitos. Os trabalhos acima apresentados foram aplicados de acordo com as três fases que caracterizam a realização das Investigações Matemáticas, conforme proposto por Ponte (2003a) - introdução, desenvolvimento e discussão, exceto a pesquisa de July (2020) que não referências na fase da discussão da formalização do conceitos - em relação aos momentos na realização de uma investigação descritos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) - exploração e formulação de questões, conjecturas, testes e reformulação, e justificação e avaliação, foram realizados em nos trabalhos acima, alguns de forma adaptada, enfatizou-se a variedade de formas, materiais, atividades e abordagens na condução das IM para diferentes conteúdos matemáticos.

Com o objetivo de realizar uma análise dos teóricos que embasam as pesquisas, optamos por selecionar aqueles mais frequentemente citados nos 23 (vinte e três) trabalhos. Para essa análise, procedemos à leitura e selecionamos os teóricos citados nos estudos relacionados às Investigações Matemáticas. Em seguida, realizou-se a organização que eram citados, posteriormente, elaborou-se um quadro com os autores, as obras e em quais pesquisas foram citados, com total de 78 (setenta e oito), organizadas e apresentadas no Apêndice A.

Diante do levantamento organizado por obras (Apêndice A), realizou-se a análise e para seleção dos principais teóricos adotados por dois critérios, primeiro os autores e obras que apareceram em 2 (duas) ou mais vezes nas 23 pesquisas analisadas, totalizando 20 obras, em que foram organizados no Quadro 10.

Dentre os trabalhos analisados, destacamos o livro “*Investigações matemáticas na sala de aula*” dos autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2003; 2005; 2006; 2009; 2013; 2015; 2016; 2019), seguida das obras “*O trabalho do professor numa aula de investigação matemática*” e “*As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*”, todas com a participação de João Pedro da Ponte. Conforme citado anteriormente, é um dos principais especialistas no tema Investigações Matemáticas. Destacou-se também que o autor foi citado em 21 pesquisas das 23 pesquisas analisadas, não sendo citada suas obras apenas em uma dissertação de mestrado (Oliveira, 2014) e uma tese de doutorado (Luvison, 2017).

Quadro 10- Principais autores e obras citadas nas pesquisas analisadas.

Autor (es) da obra/ano	Título da obra (abordadas em mais de uma pesquisa)	Quantidade Pesquisas
Abrantes, P. (1999)	ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula.	3
Alro, H; Skovsmose, O. (2006)	ALRO, H. SKOVSMOSE, O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática	3
Bertini, L. F; Passos, C. L. B. (2008)	BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do ensino fundamental	3
Fiorentini, D. (2006)	FIORENTINI, Dario. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática.	2
Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2006)	FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.	4
Fonseca, H.; Brunheira, L.; Ponte, J. P. (1999) (2004)	FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro da. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática	5
Lamonato, M (2007)	LAMONATO, Maiza. A exploração-investigação matemática: potencialidades na formação contínua de professores	2
Lamonato, M.; Passos, C. L. B. (2011)	LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática	4
Palhares, P. (2004)	PALHARES, P. Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico	2

(Continuação).

Autor (es) da obra/ano	Título da obra (abordadas em mais de uma pesquisa)	Quantidade Pesquisas
Polya, G. (1995)	POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático	2
Ponte, J. P; Brocardo, J; Oliveira, H. (2003) (2005) (2006) (2009) (2013) (2015) (2016) (2019)	PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula	20
Ponte, J. P; Oliveira, H.; Brunheira, L.; Varandas, J. M.; Ferreira, C. (1998) (1999)	PONTE, J. P; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática.	6
Ponte, J. P; Quaresma, M.; Mata-Pereira, J.; Branco, N. (2017)	PONTE, João Pedro.; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana; BRANCO, Neusa. Investigações matemáticas e investigações na prática profissional	2
Ponte, J. P. (2003)	PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender	3
Ponte, J. P. (2003)	PONTE, João Pedro. Investigações matemáticas em Portugal	3
Ponte, J. P. (2005)	PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática	2
Skovsmose, O. (2000)	SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação.	2
Skovsmose, O. (2008)	SKOVSMOSE, O. Desafios da reflexão em educação matemática crítica.	4
Skovsmose, O. (2014) (2015)	SKOVSMOSE, Ole. Um convite à educação matemática crítica.	2

Fonte: Elaborada pela autora.

É importante destacar as referências das pesquisas realizadas sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997 e os currículos de matemática. A BNCC foi abordada em 12 pesquisas, enquanto o PCN em 10, e os currículos de maneira geral em 12 das pesquisas analisadas.

Como segundo critério, optamos por selecionar os autores que possuíam três ou mais obras nas pesquisas analisadas, conforme documentado no Apêndice A. Isso resultou em um total de 9 autores, como apresentado no Quadro 11.

Em relação aos referenciais teóricos que embasam as pesquisas, o autor que mais possui obras relacionados às IM é o João Pedro da Ponte, como autor principal ou um dos autores de 23 obras, das 78 obras que embasam as pesquisas analisadas, suas obras estão presentes 58 vezes na base teórica das pesquisas. Autores como Ole Skovsmose, Hélia Oliveira e Helena Fonseca, são autores de 4 obras. Ratificando a relevância de João Pedro da Ponte nas pesquisas analisadas, e consequentemente em pesquisas nas Investigações Matemáticas.

Quadro 11 – Autores e quantidade de obras citadas nas pesquisas analisadas.

Autores	Quantidade de obras nas pesquisas distintas
ABRANTES, P.	3
BRUNHEIRA, L.	3
BURIASCO, R. L. C.	3
FIorentini, D.	3
QUARESMA, M	3
WICHNOSKI, P.	3
FONSECA, H.	4
OLIVEIRA, H.	4
SKOVSMOSE, O.	4
PONTE, J. P	23

Fonte: Elaborada pela autora.

Em relação à teoria piagetiana, apesar das pesquisas apresentarem diversos teóricos, somente 7 (sete) trabalhos abordam a teoria de Piaget em suas pesquisas: Kurek (2020), Oliveira (2014), July (2020), Santos e Oliveira (2017), Tojeiro (2019), Campos (2021) e Matos (2017).

As pesquisas que abordam a teoria de Piaget (1969, 1971, 1972, 1975, 1983, 1986, 1993, 1994, 2004, 2005), citam, além do próprio autor, Kamii (1991,1999), Kamii e Declark (1991), Ruiz (1998), Moreira (1999), Rappaport (1981), Piaget e Inhelder (1982) e Treviso (2014).

Quadro 12 – Autores e obras relacionadas a teoria Piagetiana citadas nas pesquisas analisadas.

Autor (es)	Principais temática abordadas nas pesquisas.
Kamii (1991)	Desenvolvimento cognitivo da criança
Kamii (1999)	A importância do raciocinar matematicamente de maneira crítica e reflexiva. Também reforça os efeitos nocivos que a escola obtém ao evidenciar esse tipo de prática com foco no ensino dos algoritmos
Kamii e Declark (1991)	Autonomia, papel ativo e a importância do brincar
Moreira (1999)	Papel ativo do indivíduo na construção do conhecimento
Piaget (1971)	O papel inicial das ações e das experiências lógico-matemáticas concretas para o desenvolvimento do espírito dedutivo
Piaget (1972)	Superação do Egocentrismo e cooperação
Piaget (1994)	As relações de cooperação social que promovem o desenvolvimento das operações mentais, que são propícias para o crescimento do indivíduo em seus aspectos: intelectual, social e moral
Piaget (1975)	Noções espaciais na criança
Piaget (1983)	Papel ativo na construção do conhecimento
Piaget (1986)	Egocentrismo

(continuação)

Autor (es)	Principais temática abordadas nas pesquisas.
Piaget (1993)	Sobre pensar matematicamente
Piaget (2004)	Discussão da temática relacionada aos processos de evolução de conceito e de relações no ensino da geometria
Piaget (Apud Nogueira 2005)	Condições para que a aprendizagem seja um processo ativo de elaborações, com o aluno construindo seu conhecimento
Piaget (1969)	Processo de acomodação, o equilíbrio é restabelecido
Piaget e Inhelder (1982)	O conhecimento lógico matemático construído a partir da ação mental do indivíduo sobre o mundo, estruturado nas relações que estabelece com o meio enquanto ser pensante, é algo de dentro para fora e não pode ser transmitido ou ensinado mecanicamente
Rappaport (1981)	A maneira como o indivíduo interage com o meio ambiente é que resultará em determinadas estruturas cognitivas. Essa ação intelectual é contínua e funcionará de forma semelhante durante toda a vida humana
Ruiz (1998)	Contribuições piagetianas para a formação dos conceitos matemáticos - conhecimento é um processo contínuo - Matemática das crianças
Treviso (2014)	O desenvolvimento humano explica a respeito da interação entre o indivíduo e o meio, construindo as estruturas mentais, que gradualmente vão sendo elaboradas e se tornando complexas.

Fonte: Elaborada pela autora.

É importante ressaltar que por mais que a maioria das pesquisas não relacione as teorias de Piaget diretamente às Investigações Matemáticas, podemos inferir contribuições importantes do autor nas discussões abordadas nas pesquisas, tais como desenvolvimento da autonomia, criatividade e iniciativa, trabalho em grupo, papel do erro da construção do conhecimento, papel ativo do aluno, a cooperação, negociação de regras, mudança na forma de avaliação dos alunos, interação, ambiente propício à aquisição do conhecimento, o espaço escolar como lugar que o aluno possa experimentar, justificar, discutir, avaliar e ações que contribuem para desenvolvimento da criança, uso de materiais concretos, jogos, brincadeiras, ambientes diversificados (aula passeio, pátio escolar e outros), questões que provoquem o desequilíbrio, experiências para desenvolvimento intelectual, moral, afetivo e social. As teorias de Piaget possibilitam a compreensão da construção do conhecimento lógico-matemático e da inteligência, tendo um papel importante para o ensino de matemática.

Diante das pesquisas analisadas referentes às Investigações Matemáticas no Ensino Fundamental I, vislumbramos alguns alcances e desafios da utilização dessa metodologia em sala de aula.

Dentre os alcances, as pesquisas analisadas dão ênfase em se contrapor ao ensino tradicional na sala de aula e ensino por meio de procedimentos mecânicos; observou-se em 11 pesquisas a crítica ao ensino tradicional e prejuízos inerentes à aprendizagem dos alunos por uso de fórmulas decoradas e cálculos mecânicos.

Em relação ao desenvolvimento da linguagem matemática, a temática foi abordada diretamente em 8 pesquisas. Também se evidenciou o desenvolvimento da escrita e oralidade. Na pesquisa de Luvison (2017), com uso de diários com narrativas dos alunos, a autora discorre que, muitas vezes, após uma resolução de problemas, os alunos colocavam ao lado do cálculo a forma como haviam realizado, contando, narrando. Isso era importante tanto para desenvolvimento da oralidade quanto da escrita, inclusive para os alunos não alfabetizados trazerem, por meio da oralidade, as narrativas, conseguiam fazer os cálculos e contavam como fizeram os cálculos nas IM. Para Vian (2020), as questões investigativas, viabilizam aos estudantes o desenvolvimento do espírito investigativo, oferecem ambiente de interação e troca, estimulam a cultura da escrita em Matemática e oportunizam aos alunos momentos de investigação, pesquisa, testagem e justificativa das respostas. *“As tarefas possibilitaram identificar e encontrar estratégias, comprovar, testar e apresentar os resultados, reforçando atitudes de autonomia, de cooperação e de capacidade de comunicação oral e escrita”* (Vian, 2020, p. 104).

A autonomia do aluno é abordada em 19 pesquisas, o papel ativo do aluno em 11 pesquisas. Além do papel ativo do aluno e a autonomia, enfatizou-se o desenvolvimento da criatividade, pensamento crítico, reflexivo e matemático. Na pesquisa de Vieira (2019), a autora traz como o desenvolvimento da autonomia, criatividade, criticidade e raciocínio lógico são analisados na metodologia de IM. Schmitt (2015) aponta que *“as atividades oriundas da metodologia investigação matemática proporcionaram momentos de autonomia aos alunos no que diz respeito a sua formação discente”* (Schmitt, 2015, p. 88).

Souza (2021, p. 14) destaca, *“por meio da Investigação Matemática os alunos tem oportunidade de construir o seu conhecimento, respeitando o tempo e a limitação de cada um, de forma que os alunos desenvolvem, progressivamente, uma independência em relação ao professor, tendo autonomia para compreenderem mais facilmente o que lhes é pedido”*. Para Luvison (2017), no contexto de investigações, as práticas de letramento matemático eram evidentes, caracterizadas por tarefas desafiadoras e problematizadoras. Essas atividades não apenas desestabilizam e provocavam os alunos, mas também criavam condições para que se sentissem empoderados ao conseguirem resolver, e incorporando suas próprias ideias, trazer à tona a imaginação e criatividade para encontrar soluções. Lutz (2019) aponta que em sua pesquisa com uso de desafio de palitos, os participantes desenvolveram as habilidades de raciocínio, organização, atenção, concentração e criatividade, e, também estratégias para a resolução dos desafios. Já para o autor Quartieri *et al.* (2019) as IM proporcionam ao aluno criatividade e autonomia no desenvolvimento de atividades exploratório-investigativas.

Pode-se observar em 10 das pesquisas analisadas a relação do erro no processo de aquisição de conhecimento e processo de aprendizagem dos alunos. Segundo Oliveira (2014, p. 38) e “O erro é considerado como algo relevante, pois através dele o sujeito (re)constrói seus conceitos, questiona atitudes e revitaliza suas concepções” (Oliveira, 2014, p. 64). Para Tojeiro “O professor precisa motivar os estudantes para a investigação, elaborar boas questões conduzindo-os a um caminho produtivo, em que errar e acertar se tornam partes da aprendizagem”. (Tojeiro, 2019, p. 117). Para Kurek (2020) na investigação os alunos exercem a autonomia para levantar hipóteses e buscar soluções, entre erros e acertos, aprendem a retomar por outros caminhos até chegarem à solução mais adequada.

Enfatizou-se também a presença nas investigações analisadas de ambientes propícios para a realização da investigação, o qual os alunos possuem liberdade, há um reposicionamento das cadeiras, atividades em grupo, cooperação, interação, respeito, ou seja, características distintas de uma sala de aula tradicional.

Para Schmitt (2015), a IM “disponibiliza ambiente de interação e troca, favorecendo maior interesse e entusiasmo aos alunos pela atividade matemática” (Schmitt, 2015, p. 90).

Vian (2020) aponta que “sendo uma metodologia mais aberta, possibilita aos discentes, maior liberdade para seguirem o próprio caminho, em busca de soluções para as situações propostas” (Vian, 2020, p. 103).

Luvison (2017), discorre que “no ambiente de IM, está atrelado a um processo contínuo de narrar-ouvir-dizer, em que os alunos aprendem como expressar suas opiniões, de forma a refutar as ideias levantadas ou a concordar com elas” (Luvison, 2017, p. 73), assim, o indivíduo aprende com o outro, ressignificando e refletindo sobre suas ações.

Num ambiente propício tem-se a possibilidade dar a oportunidade de o aluno aprender a ouvir, debater, expressar ideias, justificar e comunicar-se. Para Souza (2021) é necessário que os alunos se envolvam em atividade e sintam-se confortáveis para expressar e utilizar as suas próprias maneiras de interpretar, propondo questões e resolvendo-as ou não, diante das tarefas exploratório-investigativas (Souza, 2021, p).

Para Kurek (2020) o modo de pensar de cada estudante é muito valioso e precisa ser registrado de alguma forma, seja por desenho, esquema, quadros, produção escrita, entre outros, esse registro possibilita o aluno elaborar sua aprendizagem e organizar seu pensamento.

Luvison 2017 afirma que é através das experiências e das reflexões dos alunos (de si e do outro) que “conseguem repensar, refletir, levantar hipóteses, fazer analogias, posicionar-se, significar o gesto – olhar, movimentar-se em direção a essa nova trama, que agora segue de forma partilhada” (Luvison, 2017, p. 61).

Observou-se nas pesquisas, o fortalecimento da relação de confiança, conexão e respeito. A pesquisa de Luvison (2017) aponta que nas séries iniciais *“as crianças estão alimentadas pela imaginação, pela criatividade, pela pureza, pela primitividade; expressam o que sentem, o que acreditam com naturalidade, desde que tenham liberdade para dizer, expressar-se, movimentar-se, pertencer ao ambiente da sala de aula”* (Luvison, 2017, p. 180). No relato de Vieira (2017), a metodologia da IM permitiu uma maior aproximação do professor com os estudantes e entre os próprios alunos. Havia uma hierarquia na sala de aula, que não era imposta e, sim, reconhecida. Os momentos que havia desentendimento e brigas diminuíram, pois os alunos percebiam que todos faziam grupo-coletivo, denominado pelos estudantes de grupo de investigadores matemáticos.

As investigações proporcionam a interação entre professor x alunos e alunos x alunos. Para Kurek (2020), as trocas e interações entre seus pares, estudante x estudante e estudante x professor, permitem que reelaborem suas percepções e produzam conhecimento. Santos (2015) aponta que na investigação matemática em sala de aula proporcionar a *“integração, a oportunidade de comunicação entre os colegas, principalmente a aproximação do aluno surdo com os demais alunos”* (Santos, 2015, p. 73).

Para além desses alcances apontados, destacou-se ainda uso de materiais concretos, baixo custo e TICs nas pesquisas, tais como: o uso de TICS foram abordados no trabalho de Oliveira (2014); Na pesquisa de Tojeiro (2019), com o uso de *software Scratch*, como possibilidade para trabalho de Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental, por meio das IM; A do aplicativo algebrizar, desenvolvido na pesquisa de Campeão (2020); O uso do Genimático, desenvolvido no trabalho de Luvison (2017) um diário coletivo, que os alunos escreviam a sua narrativa do dia; A pesquisa de Lutz (2019) utilizou palitos de pirulitos para trabalho de jogo desafio de palitos, realizando as IM para ensino de Geometria, para desenvolver os conceitos de triângulos e quadrados.

Quartieri *et al.* (2019) realizaram a atividade investigativa “Fileiras com palitos” utilizando palitos de fósforo como material concreto. Rehfeldt *et al.* (2019) utilizaram papelão, linhas e lãs, e bloco de anotações para desenvolvimento das investigações. Vargas *et al.* (2019) desenvolveram as IM por meio do mapa da cidade e a aplicação do jogo “na direção certa”, entre outros. Também foram utilizados diversos espaços nas pesquisas, que possibilitaram os alunos saírem da sala de aula tradicional, tais como aula passeio, caminho da escola, pátio, laboratório de informática e digital, além da exploração da própria sala de aula.

Cabe apontar também, que duas pesquisas abordaram a educação especial. Santos (2015) explorou como a IM em sala de aula pode auxiliar a inclusão do aluno surdo no ensino

regular e Campos (2021) que se concentrou no ensino de matemática para alunos surdos utilizando metodologias destinadas aos primeiros anos do Ensino Fundamental, um dos aspectos salientes em sua revisão bibliográfica foi um estudo específico sobre a metodologia das IM, entre os doze trabalhos analisados.

Em observância aos possíveis limites que foram apresentados direta e indiretamente nas pesquisas com IM dos trabalhos analisados, pode-se explicar alguns que foram trazidos pelos autores, tais como: adaptação do professor com a metodologia, conforme apontado no relato de Schmitt (2015), que abordou a dificuldade enquanto docente “estava acostumada com aulas em que planejava alguma atividade e instruir os alunos ao longo do processo, sabendo exatamente aonde ela ia levar e que objetivos alcançaria” (Schmitt, 2015, p. 88).

Pode-se apontar os paradigmas da gestão escolar e colegas, pois nas IM e na forma que as atividades são desenvolvidas, os alunos fazem barulho, ao “desarrumar a sala”, há ocupação de outros espaços entre outros. Para Matos (2017), é possível “*desenvolver o ensino de matemática por meio das práticas investigativas desde que assuma este tipo de ensino como objetivo pessoal e tenha apoio da instituição escolar, da comunidade e dos gestores educacionais*” (Matos, 2017, p. 41).

O desenvolvimento da metodologia demanda tempo e dedicação, anterior à sala de aula o professor precisa planejar e dedicar-se à busca efetivamente pela aplicação da metodologia. De acordo com Vian (2020) na busca de novas metodologias o professor tem um papel fundamental, de modificar sua prática e sua postura em sala de aula, saindo da “zona de conforto” para inovar na prática pedagógica. No desenvolvimento destas novas metodologias, também é preciso haver a adaptação do aluno, tendo a compreensão relacionada ao novo espaço e a mudança do comportamento. Vian (2020) aponta as dificuldades dos discentes em adaptar-se à metodologia da IM.

Além disso, há dificuldades relacionadas ao aluno apresentadas nos estudos: como aprender a ouvir e ser ouvido; superação do desrespeito (“brincadeirinhas”); estabelecimento da relação de confiança; a superação de atitude autoritária e individualista. Em relação ao professor, algumas dificuldades indicadas pelos estudos incluem o tempo de aula para execução das IM; o processo formativo percorrido pelos professores (ausência de paciência e dedicação para as mudanças que podem (e precisam) ocorrer em sala. Enfim, a desconstrução de um ambiente calcado na reprodução, silêncio e heteronomia e a construção de um ambiente propício à investigação, debate, trocas etc.

O referencial teórico e as análises dos trabalhos realizados neste estudo destacam a metodologia das Investigações Matemáticas como uma forma de possibilitar a construção do

conhecimento matemático por meio de atividades investigativas em sala de aula. Foi observado um planejamento nas atividades, que promoveram a investigação na prática, resultando em ações que contribuíram para a construção do conhecimento matemático. Essas atividades variam em complexidade, algumas mais simples e outras mais elaboradas, com diferenças no desenvolvimento das atividades, formas de abordagem e a postura do professor em sala de aula. Um dos objetivos das IM está relacionado a se contrapor ao ensino tradicional, que se baseia na apresentação de conceitos prontos e na resolução mecânica de exercícios ou apenas através de algoritmos, alunos passivos e professores detentores do conhecimento. Todavia as pesquisas demonstram que, de fato, as atividades foram conduzidas de modo que os conceitos fossem construídos pelos alunos através de sua participação ativa no processo de descoberta, onde o uso de algoritmos não foi relevante para encontrar as soluções das questões

Os pesquisadores e professores proporcionaram um ambiente investigativo organizado de diversas maneiras, incentivando os alunos a desenvolverem curiosidade, criatividade e habilidades matemáticas. Durante as atividades, os alunos realizavam o tratamento das informações através de anotações, desenhos e tabelas e outros, participando ativamente de processos de discussão e diálogo. Relatos de pais, alunos e professores indicam que essas práticas resultaram em mudanças significativas no cotidiano.

Os alunos se envolveram ativamente nas atividades, experimentando um momento prazeroso que estimulou o interesse pela matemática. Isso lhes permitiu sentir-se parte integrante do processo de aprendizado, capacitando-os a se tornarem autores do próprio conhecimento. As pesquisas demonstram que a metodologia pode ser aplicada nas diferentes faixas etárias e anos escolares, bem como em diversos conteúdos matemáticos, devendo ser adaptadas de acordo com características.

Diante disso, foram encontradas nas pesquisas pontos centrais do trabalho com Investigações Matemáticas, ambiente propício à investigação, o professor desenvolvendo diversos papéis, o aluno participando ativamente, o trabalho em grupo, o uso de ambientes diferentes, a importância do caminho trilhado, as situações e questões mais abertas, as fases da IM e as etapas na realização das investigações.

Relacionado às fases da realização das Investigações Matemáticas em sala de aula, observou-se que em alguns trabalhos não há referências no texto (dissertação, artigo ou tese) da realização de todas as três fases, apresentadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019). Apresenta-se o contexto dos dezessete trabalhos de intervenção, que associam a teoria e a prática, foi observado que em alguns trabalhos (Souza, 2021) (July, 2020) (Lutz; Leivas, 2019) (Vargas, 2019) (Rehfeldt *et al.*, 2021) não foi possível identificar na terceira fase, da discussão

dos resultados, a conclusão por parte do professor na explicação dos conceitos final após a discussão pela turma, com destaque na utilização correta de definições, teoremas, propriedades matemáticas e apresentação de argumentos mais sólidos quando necessário. Isso não significa que o pesquisador ou professor não realizou, mas sim, que não conseguiu identificar no escrito, enfatizou-se que algumas pesquisas tinham como foco principal: As estratégias e conjecturas desenvolvidas pelas crianças (Rehfeldt *et al.*, 2021); as diferenças/semelhanças nas conjecturas apresentadas entre as distintas turmas entre 5º e 9º ano, como são criadas e justificadas as conjecturas diante das mesmas atividades (Schmitt, 2015); Análise das narrativas (orais e escritas) em ambientes de investigações matemáticas (Luvison, 2017).

Devemos enfatizar que todas as pesquisas apresentam a realização da primeira fase, introdução da tarefa, considerando que alguns casos a metodologia era novidade aos alunos, sendo necessário, neste primeiro momento, o professor/pesquisador garantir que os alunos compreendessem o sentido da tarefa proposta e o que esperava deles durante a investigação. Deixou-se claro aos estudantes que poderiam exercitar seus conhecimentos e descobrir novos conhecimentos, poderiam se sentir à vontade para colocar questões, pensar, criar, explorar as suas ideias e exprimi-las a seus pares. Essas pesquisas também apresentam a segunda fase, da realização da investigação, em alguns casos individualmente, aos pares, maioria das pesquisas analisadas em grupos, tendo um momento de discussão com toda a turma.

Associado à fase de realização da investigação, estão o desenvolvimento dos quatro momentos: Exploração e formulação de questões; Formulação de conjectura; Teste e reformulação de conjecturas; Justificação das conjecturas e avaliação dos trabalhos. Sendo desenvolvidos de maneira adaptada para os alunos do Ensino Fundamental I, de acordo com a faixa etária dos alunos, os quais foram apresentados na maioria dos trabalhos, abordados de formas distintas, em alguns casos mais maneira mais simples e pontual. Observou-se que o momento de teste e reformulação de conjecturas, em alguns trabalhos não foram abordados ou não há referências claras relacionadas a esse momento.

Os trabalhos bibliográficos analisados, que não têm as Investigações Matemáticas como tema principal, nos levam a refletir sobre a presença da metodologia em estudos bibliográficos de outras áreas. Por exemplo, a metodologia é citada como uma possibilidade para a aprendizagem dos estudantes na educação em tempo integral da Rede Municipal de Ensino de Curitiba (Kurek, 2020), como uma alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da Matemática associada às Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) (Oliveira, 2014), como uma das abordagens para o ensino da Matemática para alunos surdos nos primeiros anos

do Ensino Fundamental (Campos, 2021), e também no estudo sobre a aprendizagem Matemática no periódico *Bolema* nos anos de 2013 a 2017 (Oliveira, 2019).

Também há o trabalho de Santos e Oliveira (2017) que apresenta algumas indagações e possibilidade do ponto de vista teórico e bibliográfico relacionadas às Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Além destas, vislumbrou-se uma possibilidade de estudo relacionado a aplicação prática do aplicativo “Algebrizar”, desenvolvido na pesquisa de Campeão (2020).

Do ponto de vista das Investigações Matemáticas para construção do conhecimento matemático em sala de aula no Ensino Fundamental I, considerou-se que todos os trabalhos analisados possuem relevância, oferecendo possibilidades e resultados significativos. Entretanto, destacou-se alguns desses trabalhos, os que abordaram a aplicação prática, no contexto de formação docente (Quartieri *et al.*, 2019) (Rehfeldt *et al.*, 2019) e os aplicados com alunos pelo pesquisador (Schmitt, 2015) (Tojeiro, 2019), que apresentam o aspecto mais abrangente e detalhado das Investigações Matemáticas na prática, alinhados com o referencial teórico apresentado neste estudo, caracterizam as três fases das Investigações Matemáticas e os quatro momentos da realização da investigação, além de discutirem os resultados obtidos de forma mais ampla e consistente. Evidenciou-se, ainda, que as pesquisas vão além disso, alcançando pesquisadores, professores e alunos. Estas incluem aquelas desenvolvidas pelo pesquisador e professor regente de turma (Luvison, 2017) (Vian, 2020) (Vieira, 2019), que abordam a formação de professores e sua aplicação em sala de aula com os alunos (Matos, 2017) (Lamonato; Passos, 2012), e também por apresentar uma proposta significativa para a inclusão do aluno surdo no ensino regular (Santos, 2015).

6 CONSIDERAÇÕES

A Investigação realizada neste estudo, permitiu caracterizar as pesquisas que foram desenvolvidas no contexto brasileiro a partir da perspectiva das Investigações Matemáticas no Ensino Fundamental I. Diante da análise dos resultados obtidos no banco de dados da CAPES, BDTD, periódicos CAPES e Periódicos SCIELO, nos últimos 11 anos, apresentou-se a caracterização das pesquisas por temas, ano escola, ano de publicação, tipo de pesquisa, participantes da pesquisa (alunos, professor/es ou ambos), local/região da pesquisa, tipo de escola, conteúdos abordados, público-alvo, quadro teórico das pesquisas e discussão dos alcances e limites do desenvolvimento, por meio de gráficos, quadros, exemplos e discussão.

Observou-se que ainda há uma escassez de produções acadêmicas relacionadas às Investigações Matemáticas com alunos do Ensino Fundamental I no contexto brasileiro. Todavia, os resultados encontrados apresentam diversas e importantes possibilidades para o ensino de Matemática. Diante desses resultados significativos, vislumbrou-se a eficácia da metodologia abordada na promoção do papel ativo do aluno, autonomia, criatividade, criticidade, com ênfase da escola como um ambiente propício à construção do conhecimento matemático, bem como, apresentam um potencial para aplicação em sala de aula.

Nossa contribuição com pesquisas na área das Investigações Matemáticas pôde ser vista na apresentação do referencial teórico sólido nesta temática e associar à teoria Piagetiana como suporte teórico para o trabalho com as IM, tendo em vista que os educadores podem ter contato com e como a criança aprende, como desenvolver a inteligência e construir os conhecimentos matemáticos. Diante da compreensão pelos educadores e do acesso à possibilidade de metodologia que desenvolva um ambiente propício para isso, trazendo situações que provoquem no aluno o desenvolvimento da capacidade de utilizar seus recursos cognitivos para solucionar problemas simples ou complexos, proporcionando, a oportunidade de identificar, buscar, criar, explorar, justificar, debater, ouvir os colegas, generalizar e aprender fazendo Matemática.

Ao apresentar a caracterização das pesquisas e os participantes envolvidos, traçou-se um panorama que contempla a visão do pesquisador, do aluno e do professor relacionados às Investigações Matemáticas. Essa análise ressalta a importância dos investimentos em formação de professores, tanto no âmbito inicial quanto no continuado. Pois para que o professor modifique sua prática em sala de aula, é necessário que reflita sobre ela, e a partir dessa reflexão, ele pode se tornar um agente ativo na implementação dessas ações. Também podemos refletir

sobre mudanças no currículo de forma compartilhada, e com a participação ativa dos docentes, para atender as demandas educacionais adequadas à realidade de sala de aula.

Levantamos a importância da comunidade acadêmica na condução de pesquisas dentro das escolas que proporcionem a contribuição no ensino de Matemática, fortalecendo a integração entre teoria e prática. Essa interação não deve ser unilateral, pelo contrário, é essencial que os resultados dessas pesquisas retornem à escola, beneficiando diretamente a comunidade escolar. Esse processo de colaboração entre pesquisadores e a comunidade escolar é fundamental para o aprimoramento contínuo e fortalecimento da Educação Matemática no contexto educacional brasileiro. Também se evidenciou a relevância em continuar promovendo e apoiando pesquisas com as Investigações Matemáticas e outras metodologias que contribuam para desenvolvimento integral dos estudantes.

Os resultados desta pesquisa oferecem contribuições para o aprimoramento do ensino de Matemática no Ensino Fundamental I, podendo oferecer bases sólidas para outras pesquisas, para o desenvolvimento das Investigações Matemáticas no contexto escolar e para potencial na formação de professores.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Luana Leal. A Importância da Matemática nos Anos Iniciais. *In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul Centro Universitário Campos de Andrade*, 22., Curitiba, Paraná, 2016. **Anais [...]**. Curitiba, 2016. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/geemail/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf>. Acesso em: 24 fev.2024.
- ASSIS, Mucio Camargo de; MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. Os conceitos lógicos matemáticos. *In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. Educação matemática: uma contribuição para a formação continuada de professores*. Campinas, SP: Book editora, 2013.
- BIGODE. Antônio José Lopes. Base, que Base? O Caso da Matemática. *In: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (Orgs.). Educação é a Base? 23 Educadores Discutem a BNCC*. São Paulo: Ação Educativa, 2019. Disponível em: https://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2023/10/EDUCACAO-E-A-BASE_WEB-1.pdf. Acesso em 25 fev. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. 600p. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 24 abr. 2023.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, DF: MEC/CNE, 2017.
- BRAUMANN, Carlos A. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática**. 2022. Disponível em: <https://docplayer.com.br/13840179-Divagacoes-sobre-investigacao-matematica-e-o-seu-papel-na-aprendizagem-da-matematica.html>. Acesso em: 24 abr. 2023.
- CAMPEÃO, V. **Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo**. 2020. 54 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT-SBM) da Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR, 2020.
- CAMPOS, L. R. M. **O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental**. 2021. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós - Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 2021.
- CARGNIN, R.; GUERRA, S. H. R; LEIVAS, J. C. P. **Teoria de van Hiele e Investigação Matemática: implicações para o ensino de Geometria**. Revista Práxis, v. 8, n. 15, p. 105–

117, 17 jun. 2016. DOI: <https://doi.org/10.25119/praxis-8-15-660>. Disponível em: <https://revistas.unifoa.edu.br/praxis/article/view/660>. Acesso em: 06 jun. 2023.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a prática em um contexto de aulas investigativas de matemática**. Campinas, SP, 2004. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação: educação matemática) – Setor de Ciências Humanas, FE, UNICAMP, 2004.

CRUZ, Josinaldo dos Santos. **O uso de investigações matemáticas na abordagem da semelhança de triângulos e aplicações**. 2015. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2015.

DICK, Ana Paula et al. Investigação Matemática: Uma Metodologia Para o Ensino Fundamental. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 6, n. 4, 2014. Disponível em: www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/viewFile/432/424. Acesso em 15 jun. 2023.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

GARCIA, Sonia Maria dos Santos. **O conhecimento Matemático nas séries iniciais: Problemas e Propostas**. Ensino em Revista, p. 149-172, 1997. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/download/7830/4937>. Acesso em 29 jan. 2024.

GIL, Carlos Antônio. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 176 p.

GOMES, A. A. Molina; NACARATO, O Mendes. Pistas, indícios... A comunicação de ideias matemáticas na EJA. **REMAT**, n. 2, 2010. Disponível em: [HTTP://ufg.br/ojs/index.php/matematica](http://ufg.br/ojs/index.php/matematica). Acesso em: 09 maio 2023.

JULY, F. V. **Contribuições da compreensão relacional e da instrumental em atividades envolvendo grandezas e medidas no ensino fundamental**. 2020. 102 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Ciências e Matemática.) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana, Santa Maria - RS, 2020.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget**. Tradução: Elenisa Curt, Maria Célia M. Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. 11ª Edição. Campinas, SP: Papirus, 1996, p. 308.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Joseph. **Aritmética: Novas Perspectivas Implicações da Teoria de Piaget**. Tradução: Marcelo Cestari T. Lelis, Maria Rabioglio, José de Oliveira. Campinas, SP: Papirus, 1992, p. 237.

KAMII, Constance. Construtivismo e aprendizagem. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucattto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

KAMII, Constance; RABIOGLIO, Marta. Os efeitos nocivos do ensino precoce dos algoritmos. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucattto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

KUREK, B. **A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba: endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática.** Curitiba, PR, 2020. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná -UTFPR, Curitiba - PR, 2020.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. "Siga os Exemplos" dos Alunos: Aprendizagens em Aulas Exploratório-Investigativas no 4º Ano Do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 243–265, 2011. DOI: 10.14244/19827199406. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/406>. Acesso em: 06 jun. 2023.

LÜBECK, K. R. M. et al. Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): Algumas Reflexões. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 7, n. 3, p. 144–169, 2020. DOI: 10.23925/2358-4122.2020v7i3p144-169. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48769>. Acesso em: 06 jun. 2023.

LUTZ, M. R.; LEIVAS, J. C. P. **Desafios Com Palitos: Uma Proposta Lúdica Para O Ensino De Geometria Nos Anos Inicias Do Ensino Fundamental.** Revista Ciências & Ideias, Nilópolis - RJ, v. 10, n.1, p. 101-117, 25 abr. 2019. Disponível em: <https://revistascientificas.ifrj.edu.br/index.php/reci/article/view/898>. Acesso em: 06 jun. 2023.

LUVISON, C. C. **Narrar, Dizer E Vivenciar Como Apropriação E (Re)Significação De Linguagens E Conceitos Matemáticos No 3º Ano Do Ensino Fundamental.** 2015. 227 f. Tese (Doutorado em Educação) Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco, Itatiba-SP, 2017.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; FORNER, Régis. Um olhar freireano para a Base Nacional Comum Curricular de Matemática. **Olhar de professor**, Ponta Grossa, v. 23, p. 1-14, 2020. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/16225>. Acesso em 25 fev. 2024.

MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Jogar e aprender Matemática.** Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Novos caminhos para ensinar e aprender Matemática.** Campinas, SP: Book editora, 2015.

MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. O papel da solicitação do meio no desenvolvimento da inteligência. In: _____. **Novos caminhos para ensinar e aprender Matemática.** Campinas, SP: Book editora, 2015.

MARÇAL, Matheus Correia. **Investigações matemáticas: uma proposta de atividades para o ensino fundamental.** 2019. 61 f. Especialização (Especialização em Educação Matemática) - Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019. Disponível: <http://www.cp2.g12.br/blog/propgpec/files/2020/12/MATHEUSMAR%C3%87AL2019TCC.pdf>.

MARTINS, Isa Maria dos Reis Correia. **O raciocínio matemático em actividades de investigação numa turma do 5º ano do Ensino Básico**. 2010. 251 f. Tese (Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências) - Universidade do Algarve da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Faro – Portugal, 2010. Disponível em: <https://sapientia.ualg.pt/handle/10400.1/1800>.

MATOS, M. D. G. **Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente**. 2017. 129 f. Dissertação (Mestrado em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2017.

MENDES, Iran Abreu. **Cognição e Criatividade na Investigação em História da Matemática: contribuições para a Educação Matemática**. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 6 n. 1: Edição Especial, p. 185-204, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37942>. Acesso em: 02 jun. 2022.

MOLINARI, Adriana Maria Corder. Solução de problemas aritméticos: possibilidades dos jogo - Livro Jogar e aprender Matemática. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

MUNARI, Aberto. **Jean Piaget**. tradução e organização: Daniele Saheb. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. p.156. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me4676.pdf>.

NASCIMENTO JÚNIOR, José Lúcio; NASCIMENTO, Patrícia Maria Pereira do. Contribuições de Jean Piaget à educação profissional: apontamentos para a prática docente. **Cadernos da Pedagogia**. São Carlos, v. 11, n. 22, p. 145-156, 2018. Disponível em: <https://www.cadernosdapedagogia.ufscar.br/index.php/cp/article/view/1131/405>. Acesso em: 03 jan.2023.

NÓVOA, António. **Liceu de Portugal**. Edições ASA, 2003.

OLIVEIRA, A C. **Um estudo sobre a aprendizagem matemática no periódico Bolema nos anos de 2013 a 2017**. 2019. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, Londrina - PR, 2019.

OLIVEIRA, C. R. **As tecnologias da informação e comunicação (TICs): alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental**. 2014. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2014.

PEREIRA, Gabriela Nery; BRAGA, Maria Nilsa Silva. **Investigação Matemática e a Construção do Pensamento Algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas**. Revista Eventos Pedagógicos v.3, n.3, p. 320-340, 2012. Disponível em: <https://periodicos.unemat.br/index.php/rep/article/view/9306>. Acesso em: 13 jun. 2022.

PEREIRA, M.; SARAIVA, M. J. **A integração de tarefas de investigação no ensino e aprendizagem das sucessões**. Quadrante, v. 14, n. 2, p. 43–69, 2005. DOI:

10.48489/quadrante.22796. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22796>. Acesso em: 26 nov. 2022.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. Tradução: Dirceu Accioly Lindoso; Rosa Maria Ribeiro da Silva. Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 1969, p. 184.

PIAGET, Jean; SZEMINSKA Alina. **A gênese do número na criança**. Tradução: Christiano Monteiro Oiticica. 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: Zahar Editores/MEC, 1975, p. 331.

PIRES, C.M.C. Reflexões sobre Relações entre Currículo, Avaliação e Formação de Professores na Área de Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 473-492, ago. 2015.

PONTE, João Pedro da. **Em memória de Paulo Abrantes**. Quadrante, v. 12, n. 2, p. 91-93, 2003b. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/download/22764/16830>. Acesso em: 09 abr. 2022.

PONTE, João Pedro da. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Investigar em Educação, v. 2, p. 93-169. 2003a. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4071>. Acesso em: 09 abr. 2022.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019, 160 p.

PONTE, João Pedro da et al. **Histórias de Investigações Matemáticas**, 1998. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matematicas.

PRAT, Maria Dolors Busquets. Os problemas não formulados. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucattto. et al. Educação matemática: uma contribuição para a formação continuada de professores. Campinas, SP: Book editora, 2013

QUARTIERI, M. T. et al. Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais. **Revista Educação Online**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 30, p. 112-130, 30 mar. 2019. Disponível em: <http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline/issue/view/23>. Acesso em: 06 jun. 2023.

REHFELDT, M. J. H. et al. O cálculo de diagonais no Ensino Fundamental por meio da investigação matemática. **Educação Por Escrito**, v. 10, n. 1, p. 1-19, 2019. DOI: 10.15448/2179-8435.2019.1.31551. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/view/31551>. Acesso em: 06 jun. 2023.

REHFELDT, M. J. H.; RUTHNER, B. Z.; GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T.; GONZATTI, S. E. Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: Estratégias e Conjecturas Desenvolvidas Pelas Crianças. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 14, n. 2, p. 163–172, 2021. DOI: 10.17921/2176-5634.2021v14n2p163-172. Disponível em: <https://jiejem.pgsscogna.com.br/jiejem/article/view/9108>. Acesso em: 06 jun. 2023.

SANTOS, A.; DE OLIVEIRA, G. Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Indagações e Possibilidades. **Cadernos De Pesquisa: Pensamento Educacional**, v. 12, n. 32, p. 147-168, 15 dez. 2017. Disponível em: <https://interin.utp.br/index.php/a/article/view/697>. Acesso em: 06 jun. 2023.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia S. B. dos. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 2015. 41 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) - Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf. Acesso em 02 jan. 2023.

SANTOS, M. C. C. **Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular**. 2015. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e para Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí-GO, 2015.

SCHMITT, F. E. **Abordando Geometria por Meio da Investigação Matemática: Um Comparativo entre o 5º E 9º Anos do Ensino Fundamental**. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Universidade do Vale do Taquari -UNIVATES, Lajeado - RS, 2015.

SILVA, Sonia Bessa da Costa Nicacio. Matemática: Implicações e relações. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

SILVA, I. M.; GIOVEDI, V. M. A regressividade democrática da BNCC. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação - Periódico científico editado pela ANPAE**, [S. l.], v. 38, n. 00, 2022. DOI: 10.21573/vol38n12022.114107. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/rbpae/article/view/114107>. Acesso em 12 fev. 2024.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação**. Tradução: Jonei Cerqueira Barbosa. Bolema, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>.

SCRIPTORI, Carmen Campoy; SANTIAGO, Ivana. O lugar das incógnitas no raciocínio da criança uma pesquisa sobre problemas não formulados. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Educação matemática: uma contribuição para a formação continuada de professores**. Campinas, SP: Book editora, 2013.

SOUSA, Angélica Silva de; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; ALVES, Laís Hilário. **A Pesquisa Bibliográfica: Princípios e Fundamentos**. 2021. Disponível em: <https://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/download/2336/1441#:~:text=A%20pesquisa%20bibliogr%C3%A1fica%20%C3%A9%20o,publicados%2C%20para%20apoiar%20o%20trabalho>. Acesso em: 15 de maio de 2022.

SOUZA, L. **Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental**. 2021. 132 f. Dissertação (Educação em

Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática –PPGECM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE, Cascavel - PR, 2021.

TOJEIRO, P. F. S. **Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch**. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina - PR, 2019.

VARGAS, A. *et al.* Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais. **Revista Insignare Scientia** - RIS, Cerro Largo-RS, v. 2, n. 4, p. 258-277, 19 dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/10978>. Acesso em: 06 jun. 2023.

VIAN, J. M. **Tarefas Investigativas Para O Ensino Da Geometria No 5º Ano Do Ensino Fundamental**. 2021. 118 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, Lajeado – RS, 2020.

VIEIRA, R. P. **Tarefas Investigativas, Buscando Uma Aprendizagem Matemática Com Equidade Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental**. 2019. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) -Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Centro de Ciências Exatas e Matemática da Universidade Regional de Blumenau, Blumenau - SC, 2019.

ZAIA, Lia Leme. Jogar para desenvolver e construir conhecimento: jogar para desenvolver o prazer de aprender matemática. . *In*: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

ZAIA, Lia Leme; MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. Estrutura do trabalho diário nas aulas de matemática. *In*: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. et al. **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

APÊNDICE

APÊNDICE A - Quadro com autores, obras e os trabalhos citados.

AUTORES POR OBRA	OBRA	TRABALHOS QUE FORAM CITADOS
ABRANTES, P. (1999)	ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula.	D2, D3, D20
ABREU, M. G. S. (2008)	ABREU, M. G. S. Uma investigação sobre a prática pedagógica: refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática.	D2,
AFONSO, J. P. S. (2009)	AFONSO, J.P.S (2009). Investigações Matemáticas com TICs no primeiro ciclo	D4
ALRO, H; SKOVSMOSE, O. (2006)	ALRO, H. SKOVSMOSE, O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática	D1, D20, D21
BALKE, M. E. (2011)	BALKE, M. E. Investigação Matemática: Tratamento da Informação no Ensino Fundamental.	D2,
BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. (2008)	BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do ensino fundamental	D2, D3, D21
BERTINI, L. F. (2009)	BERTINI, L. F. Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais: uma professora no contexto de tarefas investigativas.	D2,
BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; BURIOL, C. (2009)	BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; BURIOL, C.; Atividades de investigação como alternativa metodológica para o ensino de matemática.	A22
BRAUMANN, C. (2002)	BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática	D20
BRUM, M. G. N. (2012)	BRUM, M. G. N. Atividades investigativas para o ensino de matemática para alunos de 5ª série do Ensino Fundamental.	D2,
BRUNHEIRA, L.; FONSECA, H. (1995)	BRUNHEIRA, L.; FONSECA, H. Investigar na aula de Matemática. Educação e Matemática,	D2,
BURIASCO, R. L. C; FERREIRA, P. E. A; PEDROCHI JUNIOR (2014)	BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; PEDROCHI JUNIOR, Osmar. Aspectos da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação	D3
CALHAU, M. E. S. (2007)	CALHAU, M. E. S. Investigação em sala de aula: uma proposta de atividades em salas de aula do ensino fundamental.	D2,
CASTRO, J. F. (2004)	CASTRO, J. F. Um estudo sobre a prática em um contexto de aulas investigativas de matemática	D9, A10
CIVIERO, P. A.; SANTANA, M. F (2013)	CIVIERO, P. A.; SANTANA, M. F. Roteiros de Aprendizagem a partir da Transposição Didática Reflexiva	A14
CORRADI, D. (2013)	CORRADI, Daiana Katiuscia Santos. Investigações Matemáticas mediadas pelo pensamento reflexivo no ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno: uma experiência com alunos do 2º ano do ensino médio	D3
COSTA, J. L (2008);	COSTA, J. L. Provas e validações em geometria em um grupo de dimensão colaborativa	A18
CUNHA, H.; OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P. (1995)	CUNHA, H., OLIVEIRA, H., PONTE, J. P. Investigações matemáticas na sala de aula.	D9
DINIZ, M. I; SMOLE. K. S. (2012)	DINIZ, M. I; SMOLE. K. S. Materiais manipulativos para o ensino das quatro	D1
ERNEST, P. (1998)	ERNEST, P. Mathematics, Education and Philosophy: An international perspective.	T11
FALZETTA, R. (2003)	FALZETTA, R. A calculadora libera a turma para pensar	D4
FERREIRA, C. ET. AL. (1998)	FERREIRA, C., et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática.	D21
FIORENTINI, D. (2006)	FIORENTINI, Dario. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática.	D3, A18

FIORENTINI, D. (2012)	FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática	D17
FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. (2006)	FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.	A6, D9, A10, D17
FONSECA, H.; ABRANTES, P. (1999)	FONSECA, H.; ABRANTES, P. Investigações em Geometria Realizadas pelos Alunos,	D2,
FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. DA (1999) (2004)	FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro da. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática	D3, D9, A10, A19, D20
FOSS, A. N.; WICHNOSKI, P.; BASSOI, T. S. (2019)	FOSS, Ana Maria; WICHNOSKI, Paulo; BASSOI, Tânia Stella. Tarefas exploratórias e investigativas: uma análise dos trabalhos publicados no xi e xii encontro nacional de educação matemática	D3
GHELLI, K. G. M; SANTOS, A. O; OLIVEIRA, G. S. (2015)	GHELLI, K. G. M; SANTOS, A. O; OLIVEIRA, G. S. Investigações Matemáticas: Fundamentos teóricos para aprendizagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.	D1
GOLDENBERG, E. P. (1999)	GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática.	D2,
GOMES. A. A. M. (2007)	GOMES. A. A. Molina. Aulas investigativas na educação de Jovens e Adultos (EJA): o movimento de mobilizar-se e apropriar-se de saber (es) matemático (s) e profissional (is)	D9
LAMONATO, M (2007)	LAMONATO, Maiza. A exploração-investigação matemática: potencialidades na formação contínua de professores	D3, D20
LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. (2011)	LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglione. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática	D3, D20, D21, D23
LIMA, R. C. N. (2006)	LIMA, Roseli Cristina Negrão de. Avaliação em Matemática: Análise da Produção Escrita de Alunos da 4ª Série do Ensino Fundamental em questões discursivas	D3
MENDES, I. A. (2009)	MENDES, Iran Abreu. Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem	D12
NACARATO, A. M; LUVISON, C. C (2015)	NACARATO, Adair Mendes; LUVISON, Cidinéia da Costa. Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: possibilidades de produção do conhecimento científico	T11
NACARATO, A. M. (2013);	NACARATO, A. M. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades.	D21
PALHARES, P. (2004)	PALHARES, P. Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico	D2, A7
PIRES, M. N. M; BURIASCO, R. L. C. (2012)	PIRES, Magna Natália Marin; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Prova em fases: instrumento para aprender	D3
POLYA, G. (1995)	POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático	T11, D20
PONTE (2014)	PONTE, J. P. Práticas Profissionais dos Professores de Matemática.	D1
PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. (2003) (2005) (2006) (2009) (2013) (2015) (2016) (2019)	PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula	D1, D2, D3, D5, A6, A7, A8, D9, A10, D12, A13, A14, D15, D16, D17, A19, D20, D21, D22
PONTE, J. P; MATOS, J. F (1992)	PONTE, J. P; MATOS, J. F. Processos Cognitivos e Interações Sociais nas Investigações Matemáticas	D1
PONTE, J. P; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.;	PONTE, J. P; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática.	D1, A7, D9, D17, A18, D21

FERREIRA, C. (1998) (1999)		
PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BRANCO, N. (2017)	PONTE, João Pedro.; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana; BRANCO, Neusa. Investigações matemáticas e investigações na prática profissional	D12, D21
PONTE, J. P. (1994)	PONTE, João Pedro da. Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso.	A6
PONTE, J. P. (2003)	PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender	D2, D3, D16
PONTE, J. P. (2003)	PONTE, João Pedro. Investigações matemáticas em Portugal	D9, D17, D21
PONTE, J. P. (2004)	PONTE, J. P. da. Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática.	D21
PONTE, J. P. (2005)	PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática	D3, D22
PONTE, J. P. (2005)	PONTE, João Pedro. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal	D17
PONTE, J. P. (2006)	PONTE, J. P. da. Explorar e investigar em matemática: desafio para alunos e professores	D21
PONTE, J. P. (2006)	PONTE, J. P. da. Estudos de caso em educação matemática	D21
PONTE, J. P. (2010)	PONTE, J. P. Explorar e investigar em matemática: Uma actividade no ensino e na aprendizagem	D22
PONTE, J. P. (2017)	PONTE, J. P. da. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: PONTE, J. P. da [et al]. Investigações matemáticas e investigações na prática profissional	D21
PONTE, J. P. (2017)	PONTE, J. P. Investigações matemáticas e investigações na prática profissional	D20
PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. (2009)	PONTE, João P. da.; BRANCO, Neusa.; MATOS, Ana. Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular – DGIDC	A14
PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. (2013)	PONTE, J. P. da; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas1.	D21
PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, H. (1995, P. 2)	PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula.	D16
PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. (2000)	PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. Didáctica da Matemática para o 1º ciclo do ensino básico	A18
PRESTES, D. B. (2015)	PRESTES, Diego Barboza. Prova em fases em Matemática: Uma experiência no 5º ano do Ensino Fundamental	D3
PRESTES, D. B.; BURIASCO, R. L. C. (2019)	PRESTES, Diego Barboza; BURIASCO, Regina Luzia Coreo. de. Prova-escrita-em-fases de Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental	D3
QUARESMA, M.; PONTE, J. P. (2014)	QUARESMA, Marisa; PONTE, João da Pedro. A comunicação na sala de aula numa abordagem exploratória no ensino dos números racionais"	D17
SANTOS ET. AL., (2002)	SANTOS, L. et al. Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior.	D9
SANTOS, M. C. C. (2015)	SANTOS, M. C. C. Investigação matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	D15
SCHMITT, F. E.; BUSNELLO, N. C. M.; SILVEIRA, B. M. & QUARTIERI, M. T. (2014)	Schmitt, F. E., Busnello, N. C. M., Silveira, B.M. & Quartieri, M.T. (2014). Investigação Matemática: relato de uma oficina	A19
SCHMITT, F. E.(2015)	SCHMITT, Fernanda Eloisa. Abordando geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental	D3
SCHOENFELD, A. (1998)	SCHOENFELD, Alan. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas?	T11

SEGURADO, I.; PONTE, J. P. (1998)	SEGURADO, Irene; PONTE, João Pedro. Concepções sobre a matemática e trabalho investigativo.	D17
SKOVSMOSE, O. (2000)	SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação.	A18, D21
SKOVSMOSE, O. (2008)	SKOVSMOSE, O. Desafios da reflexão em educação matemática crítica.	D2, A10, A14, D21
SKOVSMOSE, O. (2014) (2015)	SKOVSMOSE, Ole. Um convite à educação matemática crítica.	D20, D21
SMOLE, K.S., DINIZ, M.I. (2001)	SMOLE, K.S., DINIZ, M.I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.	D2
TRINDADE, Â. F. P. (2008)	TRINDADE, Â. F. P. Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas - Que fronteiras?.	D2
VAN DE WALLE, J. A. (2009)	VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula	D21
VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J. P; P. ABRANTES (1999)	VELOSO, Eduardo; FONSECA, Helena; PONTE, João Pedro; ABRANTES, Paulo (Orgs.). Ensino da Geometria no Virar do Milénio	D12
WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. (2018)	WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática	D3
WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. (2017)	WICHNOSKI, Paulo.; KLÜBER, Tiago Emanuel. Considerações sobre práticas de Investigação Matemática empreendidas e relatadas por professores em formação	D3