

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR EM
FENÔMENOS DE COLHEITA DE ENERGIA USANDO DISPOSITIVOS
BASEADOS EM MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS EM ESTRUTURAS
AORTICADAS**

Autor: Rodrigo Tumolin Rocha

Orientador: Prof. Titular José Manoel Balthazar

Bauru, 2014

SP, Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR EM
FENÔMENOS DE COLHEITA DE ENERGIA USANDO DISPOSITIVOS
BASEADOS EM MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS EM ESTRUTURAS
APORTICADAS**

Autor: Rodrigo Tumolin Rocha

Orientador: Prof. Titular José Manoel Balthazar

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Projetos Mecânicos

Dissertação de Mestrado a ser apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica da Faculdade de
Engenharia de Bauru – UNESP, como parte
dos requisitos para a obtenção de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Bauru, 2014

SP, Brasil

Rocha, Rodrigo Tumolin.

Comportamento Dinâmico Não-linear em Fenômenos de Colheita de Energia Usando Dispositivos Baseados em Materiais Piezoelétricos em Estruturas Aporticadas. / Rodrigo Tumolin Rocha, 2014.

73 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Bauru, Bauru, 2014.

1.Colheita de Energia. 2.Dinâmica Não-Linear. 3.Estrutura Aporticada. 4. Saturação Modal. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Bauru. II. Título.

Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR

Prof. Dr. REYOLANDO MANOEL LOPES REBELLO DA FONSECA BRASIL

Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho e todo meu esforço com que o realizei para meus pais. Meu pai sempre me incentivando de forma a amadurecer e crescer profissionalmente na vida e ser uma pessoa independente. E minha mãe sempre preocupada com meus estudos, com o que eu realmente faço e sempre procurando me ajudar da melhor forma possível a me tranquilizar e seguir em frente.

Também dedico à minha namorada Fernanda que por mais que tenha entrado a pouco tempo em minha vida, já faz muito uma parte dela e sempre me incentiva, é paciente e me aguenta com toda a paciência deste mundo, mesmo nos únicos dias que temos para passar juntos, e eu não podendo dar a devida atenção.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por me dar esta oportunidade de chegar onde estou passando por diversas dificuldades, me mostrando que tudo passa e sempre tem um porquê de tudo servindo de amadurecimento de minha vida.

Agradeço de coração meu grande amigo e melhor orientador do mundo, o Prof. Titular José Manoel Balthazar, por sempre acreditar e confiar que eu iria dar conta do que ele me passasse, fazer de tudo para ser possível estar onde estou, e principalmente me guiar profissionalmente até o fim deste trabalho desde o início da minha graduação.

Agradeço meus amigos da Pós-Graduação que me ajudaram sempre que precisei, sendo profissionalmente quanto pessoalmente. Em especial Carlão, Hassan, Douglas, Agostinho, Michael, Lucas, Júlio, Janzen e Najla, os quais estiveram comigo no meu Mestrado e sempre compartilhando conhecimento.

Agradeço aos meus amigos de minha cidade por sempre estarem juntos comigo, sempre também me incentivando e se possível me ajudar a me manter em pé nesta caminhada até aqui.

Agradeço pela total ajuda dos professores do departamento de Engenharia mecânica que se propuseram a passar todo o conhecimento necessário para a realização deste trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro concedido através da bolsa do Mestrado.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Materiais piezoelétricos	16
1.2	Colheita de energia do meio ambiente.....	18
1.3	Piezoelasticidade	19
1.4	Relações constitutivas do material piezoelétrico	20
1.5	Dispositivos de colheita de energia	21
1.6	Modos de operação	23
1.7	Não-linearidade piezoelétrica	24
1.8	Fenômeno de saturação modal.....	26
1.9	Objetivos do Trabalho	29
1.10	Organização do trabalho	30
2	MODELO MATEMÁTICO A SER ANALISADO	31
2.1	Modelagem matemática do modelo sem acoplamento piezoelétrico	33
2.2	Modelagem matemática do modelo com acoplamento piezoelétrico	35
3	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	38
3.1	Simulações para o pórtico sem acoplamento piezoelétrico	39
3.2	Simulações para o sistema com piezo elétrico.....	43
3.2.1	Colheita de energia de vibração para o caso linear ($\Theta = 0$)	43
3.2.2	Colheita de energia de vibração para o caso não-linear ($\Theta \neq 0$)	48
3.2.3	Influência da amplitude da excitação externa na colheita de energia.....	58
4	CONCLUSÕES.....	62
5	TRABALHOS FUTUROS.....	63
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	66

RESUMO

Rocha, R. T., COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR EM FENÔMENOS DE COLHEITA DE ENERGIA USANDO DISPOSITIVOS BASEADOS EM MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS EM ESTRUTURAS APORTICADAS, Bauru, Faculdade de Engenharia, UNESP – Universidade Estadual Paulista, 2014, 73 p., Dissertação (Mestrado).

Recentemente o interesse e a pesquisa sobre a colheita de energia têm aumentado substancialmente. Muitos pesquisadores têm concentrado seus esforços em encontrar a melhor configuração para estes sistemas e para otimizar sua potência de saída. No processo de colheita de energia, a energia elétrica é obtida através da conversão de energia mecânica criada por uma fonte de vibração do ambiente por meio de um transdutor, por exemplo, um fino filme piezo-cerâmico. Essa fonte de vibração é, por exemplo, uma barra sofrendo alguma força mecânica capaz de gerar certa vibração na estrutura, como pontes onde passam veículos, um trem, ou até mesmo pessoas que podem causar vibrações na estrutura. Diferentes mecanismos de acoplamento eletromecânico têm sido desenvolvidos para dispositivos de colheita de energia, existindo um interesse particular na utilização de modelos que transformam essas vibrações mecânicas em corrente elétrica utilizando um elemento piezoelétrico. Estruturas aporticadas, como por exemplo, uma ponte onde passam veículos ou ferrovias podem conter ressonâncias internas entre seus modos de vibrar, quando por exemplo, a estrutura vibra verticalmente e horizontalmente. Uma ressonância interna de 2:1 pode ser apresentada na estrutura entre esses dois modos de vibração, assim sendo possível a verificação de um fenômeno chamado saturação modal e o fenômeno de troca de energia de vibração entre os modos. Essa energia é transferida do modo vertical para o horizontal. Logo, é possível utilizar a colheita de energia elétrica a partir da energia de vibração horizontal. Tendo a colheita de energia como a ideia principal, este trabalho propõe o estudo de um modelo dinâmico não-linear acoplado a um material piezoelétrico não-linear com uma excitação externa de forma harmônica. Como as vibrações são facilmente encontradas no meio ambiente e podem ser facilmente provocadas por excitações externas, o objetivo deste projeto é analisar a quantidade de energia colhida do modelo dinâmico.

Palavras-chave: Colheita de energia, dinâmica não-linear, estrutura aporticada, saturação modal.

ABSTRACT

Rocha, R. T., NONLINEAR DYNAMIC BEHAVIOUR IN ENERGY HARVESTING PHENOMENON USING DEVICES BASED ON PIEZOELECTRIC MATERIALS IN PORTAL FRAME STRUCTURES, Bauru, Engineering College, UNESP – São Paulo State University, 2014, 73 p., Master Degree Thesis.

Recently, the interest and the research about the energy harvesting has increased substantially. Many researchers have concentrated their efforts to manage the best configuration to those systems and to optimize its output power. In the energy harvesting process, the electric energy is provided by converting mechanical energy from an environment vibrating source through a transducer, for example, a thin film piezoceramic. This vibrating source is, for example, a beam suffering some mechanical force able to generate certain vibration in the structure, like bridges where vehicles travel, a train, or even people which cause vibrations in the structure. Different mechanisms of electromechanical coupling have been developed to energy harvesting devices, and a particular interest has been depicted to the use of models which transform those mechanical vibrations in electrical current using a piezoelectric element. Portal frames, structures like a bridge where vehicles travel or railways, may contain internal resonances between its vibrating modes, those are vertical vibrating and horizontal vibrating. An internal resonance 2:1 can be presented in the structure between these two vibrating modes, thus it's possible to verifying a phenomenon called saturation mode and the vibrating energy exchange phenomenon between the modes. This energy is transferred from the vertical mode to the horizontal mode. Soon, it is possible to compute the energy harvesting from the horizontal vibrating energy. Considering the energy harvesting as the main idea, this work purpose a study of a nonlinear dynamic model coupled to a nonlinear piezoelectric material with an external excitation. Vibrations are easily found in the environment and can be easily caused by external excitations, the importance of this project is to analyze the quantity of the harvested energy from the dynamic model.

Keywords: Energy harvesting, nonlinear dynamics, portal frame structure, mode saturation phenomenon.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Caranguejo andando em praia contaminada por petróleo proveniente de derramamento (R7 Notícias, 2010).	14
Figura 1.2 - Usina hidrelétrica de Itaipu onde pode-se ver a área inundada acima da barragem devido sua construção (Rivarolos, 2012).	14
Figura 1.3 - Foto de um parque em Chernobyl após o incidente.....	15
Figura 1.4 - Estímulo-Resposta em relação a vários efeitos indicados no material. Os materiais inteligentes correspondem às células não diagonais. Editado de (Preumont, 2006).	17
Figura 1.5 - Figura ilustrativa de um transdutor piezoelétrico (Preumont, 2006).	18
Figura 1.6 - Modo de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada (adaptado de Priya e Inman, 2009).	21
Figura 1.7 - (a) Foto de uma película de material piezoelétrico. (b) Esquema ilustrativo da película do material piezoelétrico (Enginyeria Pique, 2013).	22
Figura 1.8 - (a) Modelo conceitual gerador piezoelétrico. (b) Circuito equivalente de um gerador piezoelétrico (Cottone, 2007).	22
Figura 1.9 - Modos de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada (adaptado de Priya e Inman, 2009).	23
Figura 1.10 - Conjunto de gráficos de não-linearidade por histerese. (a) Para materiais magnéticos. (b) Para materiais piezoelétricos. (c) Para ligas com memória de forma. Editado de (Jalili, 2010).	24
Figura 1.11 - Dependência de d_{31} sobre a tensão induzida. Em vermelho a curva experimental. Em azul a curva do modelo não-linear. Conforme representação de (Crawley e Anderson, 1990).	25

Figura 1.12 - Função de Aproximação da não linearidade piezoelétrica definida por Triplett e Quinn (2009).	26
Figura 2.1 - Modelo matemático de um pórtico com material piezoelétrico acoplado em uma de suas colunas (ROCHA et al, 2014; BALTHAZAR et al., 2014a, BALTHAZAR et al., 2014b). (b) Modelo matemático deformado de um pórtico com material piezoelétrico acoplado em uma.	31
Figura 3.1 - Históricos de deslocamento no tempo para $\Omega = 100rad / s$. (a) Representação para as duas coordenadas, vertical (preto) e horizontal (cinza). (b) Representação no regime permanente das coordenadas vertical (em preto) e horizontal (em cinza).	40
Figura 3.2 - Histórico do deslocamento no tempo para $\Omega = 148rad / s$. (a) Representação para as duas coordenadas, vertical (preto) e horizontal (cinza). (b) Representação no regime permanente das coordenadas vertical (em preto) e horizontal (em cinza).	40
Figura 3.3 - Troca de energia entre os modos de vibração. (a) Troca de energia mecânica [J]. (b) Troca de energia mecânica percentual.	41
Figura 3.4 - Plano de fase (preto) com mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 148rad / s$. (a) Para a coordenada horizontal. (b) Para a coordenada vertical.	41
Figura 3.5 - (a) FFT, (b) Diagrama de bifurcação para Ω	42
Figura 3.6 – Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\Omega = 100rad / s$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente. (c) Histórico ampliado.	44
Figura 3.7 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 100rad / s$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.	44
Figura 3.8 - Histórico no tempo da potência colhida para $\Omega = 100rad / s$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.	45

Figura 3.9 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\Omega = 148\text{rad} / \text{s}$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.....	46
Figura 3.10 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 148\text{rad} / \text{s}$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.	46
Figura 3.11 - Histórico no tempo da potência colhida para $\Omega = 148\text{rad} / \text{s}$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente....	47
Figura 3.12 - (a) Análise do coeficiente piezoelétrico linear em relação à carga máxima. (b) Análise do coeficiente piezoelétrico não-linear em relação à carga máxima para $\theta = 0.038$	49
Figura 3.13 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.....	49
Figura 3.14 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.	50
Figura 3.15 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente....	50
Figura 3.16 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.	51
Figura 3.17 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.	52
Figura 3.18 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente....	52
Figura 3.19 - Análise do coeficiente piezoelétrico não-linear em relação à carga máxima para $\theta = 0.1$	53

Figura 3.20 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.1$ e $\Theta = 10$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente....	54
Figura 3.21 - Curva de nível referente à Tab. 2, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ	55
Figura 3.22 - Curva de nível referente à Tab. 3, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ	56
Figura 3.23 - Curva de nível referente à Tab. 4, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ	57
Figura 3.24 - Análise do coeficiente piezoelétrico linear em relação à carga máxima.	58
Figura 3.25 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $F_0 = 150N$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.....	59
Figura 3.26 - Histórico no tempo da potência colhida para $F_0 = 150N$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.	59
Figura 3.27 - Curva de nível referente à Tab. 7, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ	61
Figura 5.1 - Representação de um excitador eletrodinâmico. (a) Representação da parte mecânica. (b) Representação da parte elétrica, (Xu, <i>et al</i> , 2005, 2007; Lee <i>et al</i> , 2008).	63
Figura 5.2 - Modelo matemático de uma estrutura aporticada excitado por um vibrador eletrodinâmico acoplado à sua barra apoiada (representado como massa M). Adaptado de (Felix, 2002; Mazzilli e Brasil, 1995; Brasil, 1990).	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do sistema dinâmico (Felix, 2002).	39
Tabela 2 - Influência do coeficiente piezoelétrico na potência média (Rocha <i>et al</i> , 2014; Balthazar <i>et al</i> , 2014).....	54
Tabela 3 – Variação de 20% do valor do coeficiente piezoelétrico não-linear $\Theta \cong 1$ (Balthazar <i>et al</i> , 2014).....	56
Tabela 4 – Variação de 20% do valor do coeficiente piezoelétrico não-linear $\Theta \cong 4$ (Rocha <i>et al</i> , 2014).....	57
Tabela 5 - Efeito da amplitude da força externa ($\theta = 0.1$ e $\Theta = 0$)(Balthazar <i>et al</i> , 2014)....	60
Tabela 6 - Efeito da amplitude da força externa com acoplamento piezoelétrico linear em relação à potência média ($\Theta = 0$)(Balthazar <i>et al</i> , 2014).....	60
Tabela 7 – Efeito da amplitude da força externa ($\theta = 0.1$ e $\Theta \cong 1.0$)(Balthazar <i>et al</i> , 2014)..	60

1 INTRODUÇÃO

Atualmente há uma grande procura por novas fontes de energia retiradas do meio ambiente. O petróleo é a fonte de energia mais explorada pelo mundo todo, e teve seu início em 1859 nos Estados Unidos no estado da Pensilvânia em Titusville (Buell, 2012; Payne, 1992).

No Brasil, a fonte de energia mais utilizada é a energia hidráulica pela sua abundância em rios em quedas. A primeira usina hidrelétrica construída no Brasil foi em Juiz de Fora – MG, por volta de 1889, e que deu margem à idealização dessa nova fonte de energia. Pode-se dizer que são fontes de energia limitada que dependem de vários fatores para que haja sua extração em grande quantidade além de se mostrarem agressivas ao meio ambiente (Tolmasquim, 2005).

Com o crescimento da demanda mundial por energia elétrica, há uma grande preocupação com o aumento da produção de energia. Atualmente a maior parte da energia elétrica utilizada no mundo, ainda provém de geradores que utilizam combustíveis fósseis. Esses combustíveis estão em decadência devido à grande exploração de suas fontes e também devido ao impacto ambiental decorrente de sua produção, transporte e queima como mostrado na Figs. (1.1) e (1.2) (Buell, 2012, Payne, 1992). A figura (1.1) mostra o impacto causado por um derramamento de petróleo no estado de Louisiana nos Estados Unidos.

As usinas hidrelétricas nacionais também correm o risco de deixarem de produzir boa parte da energia necessária para o abastecimento da rede elétrica Brasileira. Em épocas de pouca chuva nas cabeceiras dos rios pode ocorrer a diminuição da geração da energia elétrica, havendo até a necessidade do racionamento de energia. Também há o transtorno de áreas inundadas onde há a necessidade da evacuação de possíveis tribos indígenas da mesma, também pelo impacto ambiental causado em áreas de mata ou floresta, podendo prejudicar os animais da área e até

todo um ecossistema (Tolmasquim, 2005). A figura (1.2) mostra a usina de Itaipu construída e sendo possível observar a inundação causada pela construção da barragem.



Figura 1.1 - Caranguejo andando em praia contaminada por petróleo proveniente de derramamento (R7 Notícias, 2010).



Figura 1.2 - Usina hidrelétrica de Itaipu onde pode-se ver a área inundada acima da barragem devido sua construção (Rivarolos, 2012).

Outra fonte de energia bastante utilizada na atualidade é a energia nuclear, a qual é produzida através do uso de elementos radioativos. Durante o processo de produção de energia através destes núcleos atômicos pode-se considerar como uma fonte de energia limpa. Porém, torna-se potencialmente perigosa ao decorrer de acidentes neste processo. Um exemplo de acidente, e muito conhecido, é o ocorrido em Chernobyl com a explosão de uma usina nuclear, contaminando todo o ambiente à sua volta com radiação, como ilustrado na Fig. (1.3) (IAEA, 1991).



Figura 1.3 - Foto de um parque em Chernobyl após o incidente.

Contudo, existem fontes de energia alternativas que também podem ser exploradas e são possivelmente renováveis, ou seja, são menos prejudiciais ao meio ambiente. Alguns exemplos de energia renovável são a energia solar, energia retirada a partir da luz do sol, e energia eólica capturada a partir dos ventos. Também, existem fontes de energia de baixa potência as quais podem-se armazenar em uma bateria, e podem ser muito úteis em alguns casos. Uma das mais novas e mais promissoras é a colheita de energia a partir de vibrações presentes no meio ambiente, as quais podem ser, também dos ventos, ondas do mar, tráfego de veículos, movimento de pessoas, etc. Dentre essas fontes de energia alternativas há um grande

interesse no conceito de colher energia (do inglês *energy harvesting*) do ambiente de operação de sistemas mecânicos. Para a colheita de energia há um grande interesse nos materiais piezoelétricos que são capazes de transformar energia de vibrações presentes no meio ambiente em energia elétrica.

1.1 Materiais piezoelétricos

Vibrações em estruturas mecânicas como, por exemplo, numa ponte onde há carros em tráfego ou até mesmo um trem passando sobre a estrutura, locais onde há maior movimento de pessoas ocorrendo vibrações indesejadas é possível a colheita de energia elétrica dessas vibrações. Para isso, há a necessidade do uso de materiais inteligentes (do inglês *Smart materials*) que respondem significativamente a esse tipo de estímulo. Dentre esses materiais, um que vem sendo muito estudado em pesquisas recentes são os chamados materiais piezoelétricos, os quais quando deformados transformam essas energias de vibração em energia elétrica (Preumont, 2006).

Recentemente um grande número de atividades de produtividade se encontram em desenvolvimento no tema de colheita de energia elétrica a partir de fontes renováveis, bem como o aproveitamento da energia de vibrações provenientes de atividades cotidianas, como movimentos naturais ou em movimentos induzidos pelas próprias condições de operação de sistemas e equipamentos. Essa técnica de colheita e armazenamento deste tipo de energia é conhecida na literatura como, do inglês *energy harvesting* (Anton *et al.*, 2007).

A figura (1.4) lista vários desses efeitos que podem ser observados em materiais inteligentes, respostas de várias entradas como forças mecânicas, tensões elétricas, campos magnéticos, calor e luz. Se a magnitude do estímulo aplicado for suficiente para aplicar ao material, o acoplamento pode ser usado para montar transdutores discretos ou distribuídos de vários graus de liberdade, que podem ser usados como sensores, atuadores, ou até mesmo

estruturas integradas com vários graus de liberdade e complexidade, como fibras (Preumont, 2006).

Saída Entrada	Força	Carga Elétrica	Fluxo Magnético	Temperatura	Luz
Pressão	Elasticidade	Piezo-Eletricidade	Magneto-estricção		Foto-elasticidade
Campo Elétrico	Piezo-Eletricidade	Permissividade			Efeito optico elétrico
Campo Magnético	Magneto-estricção	Efeito eletro-magnético	Permeabilidade		magneto-optico
Calor	Expansão Térmica	Piro-eletricidade		Calor Específico	
Luz	Foto-estricção	Efeito Fotovoltaico			Índice de Refração

Figura 1.4 - Estímulo-Resposta em relação a vários efeitos indicados no material. Os materiais inteligentes correspondem às células não diagonais. Editado de (Preumont, 2006).

A aplicação do material como transdutor para a colheita de energia associada às deformações que são provocadas por movimentos ou operação de sistemas e de equipamentos, permite que o mesmo possa funcionar como um dispositivo de colheita de energia do meio, possibilitando, assim, o aproveitamento de fontes de energia que não são aproveitadas normalmente. Um exemplo ilustrativo de um transdutor piezoelétrico é mostrado na Fig. (1.5), onde Δ é a extensão total do material, f é a força aplicada para a deformação do material e i é a corrente gerada no material a partir da extensão do mesmo.

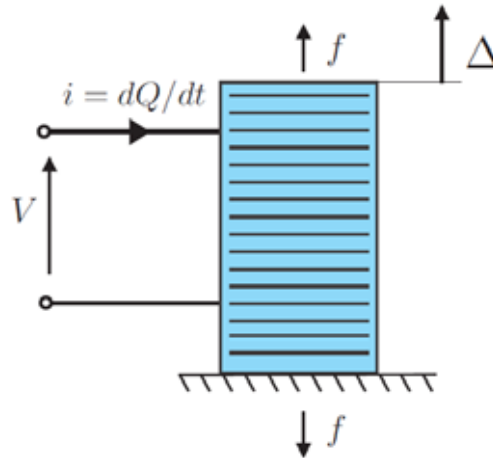


Figura 1.5 - Figura ilustrativa de um transdutor piezoelétrico (Preumont, 2006).

1.2 Colheita de energia do meio ambiente

A colheita de energia é descrita como sendo o processo de colheita de energia do meio ambiente e sua conversão em energia elétrica, e o interesse como fonte de energia para futuras concepções de dispositivos eletrônicos têm crescido consideravelmente (Priya e Inman, 2009).

Tomando-se por convenção que a eletricidade é fornecida através de uma usina, ou uma bateria, exige-se uma fiação elétrica e uma consequente substituição dessas baterias. Nos últimos anos, a ideia de utilizar energia do ambiente nas formas de luz, calor, vibrações, ondas do mar, etc, tornou-se cada vez mais atraente, pois com o uso de dispositivos de colheita de energia eliminar-se-ia a substituição das baterias e cabos de alimentação, motivando assim, o desenvolvimento de diversos métodos para produzir energia elétrica a partir destes diferentes tipos de fontes de energia.

Entre as possíveis fontes de energia disponíveis no meio ambiente, a energia cinética é uma das que se encontra mais prontamente disponível. O princípio da colheita dessa energia cinética é o movimento ou deformação de uma estrutura acoplada ao dispositivo transdutor. Essa vibração, ou deformação pode ser convertida em energia elétrica através de três métodos que são, piezoeletricidade, eletrostática ou indução magnética, sendo que a piezoeletricidade é a que há maior nível de eficiência entre os três métodos, segundo (Cottone, 2007).

1.3 Piezoeletricidade

Piezoeletricidade é uma forma de acoplamento entre os comportamentos mecânicos e elétricos de certos materiais que exibem tal efeito, e são chamados de materiais piezoelétricos, o qual é dividido em duas partes, sendo o efeito piezoelétrico direto e o efeito piezoelétrico inverso (Heywang *et al.*, 2008).

Quando um material piezoelétrico é comprimido, ou seja, deformado, recolhe-se uma carga elétrica nos eletrodos localizados em sua superfície. Isto é chamado de efeito piezoelétrico direto e foi demonstrado pela primeira vez pelos irmãos Curie em 1880. Se o mesmo material for submetido a uma queda de tensão, ou seja, a uma diferença de potencial elétrico aplicado em todos os seus eletrodos, há uma deformação mecânica. Este fenômeno é chamado de efeito piezoelétrico inverso e foi deduzido matematicamente, após a descoberta do efeito direto, a partir dos princípios fundamentais da termodinâmica por Gabriel Lippmann em 1881 e, em seguida, confirmado experimentalmente pelos irmãos Curie no mesmo ano (Jalili, 2010; Heywang *et al.*, 2008).

É importante notar que estes dois efeitos normalmente coexistem em um mesmo material piezoelétrico. Portanto, em uma aplicação onde o efeito direto é do interesse particular do estudo, que é o caso da colheita de energia, ignorar a presença do efeito inverso seria termodinamicamente inconsistente, segundo (Erturk, 2009).

Segundo (Cottone, 2007), os materiais que mostram piezoeletricidade estão amplamente disponíveis em muitas formas, podendo ser naturalmente ou artificialmente produzidas como, por exemplo, pode-se citar: cristais de quartzo, cana de açúcar e sal de Rochelle (cujo nome científico é Tartarato de sódio e potássio).

Outros materiais que mostram piezoeletricidade são as piezocerâmica como, por exemplo, o titanato zirconato de chumbo (PZT) cuja fórmula molecular é PbTiO_3 , compósitos como BaTiO_3 , e polímeros tais como polyvinilidene fluoride (PVDF) (Preumont, 2006).

Uma completa descrição sobre as propriedades dos materiais piezoelétricos pode ser encontrada nas publicações de (Priya e Inman, 2009; Jalili, 2010; Preumont, 2006; Heywang *et al.*, 2008; Daqaq *et al.*, 2014), sem desmerecer outros.

1.4 Relações constitutivas do material piezoelétrico

De uma forma geral, o efeito piezoelétrico pode ser definido como a conversão de energia mecânica em energia elétrica (efeito piezoelétrico direto) ou a conversão de energia elétrica em energia mecânica (efeito piezoelétrico inverso). Desta forma, um sistema piezoelétrico é constituído de dois sistemas físicos acoplados, o mecânico e o elétrico. Assim, esse efeito pode ser descrito de forma simplificada desconsiderando a simetria do material pelas relações constitutivas dadas pela equação (1.1).

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon^T E + d_{33} T \\ S &= d_{33} E + s^E T \end{aligned} \quad (1.1)$$

As relações dadas pela equação (1.1) são as relações de Onsager, onde D é o deslocamento elétrico dado em carga por unidade de área, expresso em $[C/m^2]$. O campo elétrico E é expresso em $[V/m]$. A pressão T é dada em $[N/m^2]$. A deformação mecânica S dada em $[N/m^2]$. A constante dielétrica do material dada por ε^T (permissividade). O coeficiente elástico quando o campo elétrico é constante é s^E . E a constante piezoelétrica é dada por d_{33} . A razão para o subscrito 33 é que, por convenção, o índice 3 é sempre alinhado com a direção do polo do material e assume-se que o campo elétrico é paralelo à direção do polo, como ilustrado na Fig. (1.6) (Preumont, 2006).

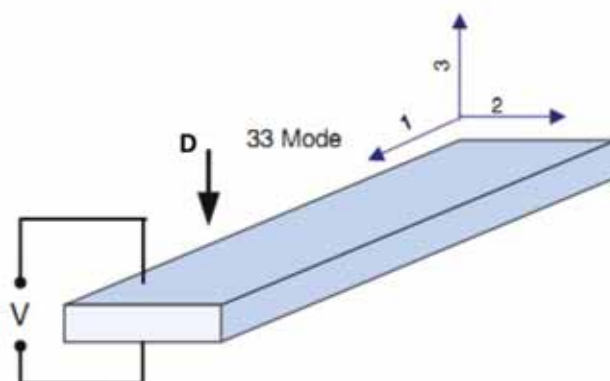


Figura 1.6 - Modo de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada (adaptado de Priya e Inman, 2009).

Ressalta-se que a ausência de um centro de simetria é uma condição necessária para que um material possa apresentar o fenômeno da piezoeletricidade, por isso todos os materiais piezoelétricos são anisotrópicos. Para descrever as propriedades de todas as classes de materiais anisotrópicos existem 18 coeficientes piezoelétricos, 21 coeficientes elásticos e 6 coeficientes dielétricos independentes (Preumont, 2006).

Das interações piezoelétricas, resultam entre o sistema elétrico e o mecânico dois conjuntos de coeficientes elétricos, $\varepsilon^T S$ ou $\varepsilon^T T$, e dois conjuntos de coeficientes elásticos, $c^E E$, $s^E E$ ou $c^E D$, $s^E D$, onde $c^E = 1/s^E$. Também são definidos, dependendo das condições em que se realizam suas medições, a tensão mecânica T , a deformação mecânica S , o campo elétrico E e o vetor deslocamento elétrico D como constantes. Dependendo da simetria que apresente o material, o número de coeficientes diferentes de zero pode diminuir, ou seja, quanto maior a simetria menor será a quantidade de coeficientes diferentes de zero. (Anton e Sodano, 2007).

1.5 Dispositivos de colheita de energia

A viga em balanço é uma das estruturas mais usadas para a conversão de energia cinética em energia elétrica. Nesta conversão, a viga tem uma ou as duas superfícies cobertas por uma película de material piezoelétrico, como ilustrado na Fig. (1.7).

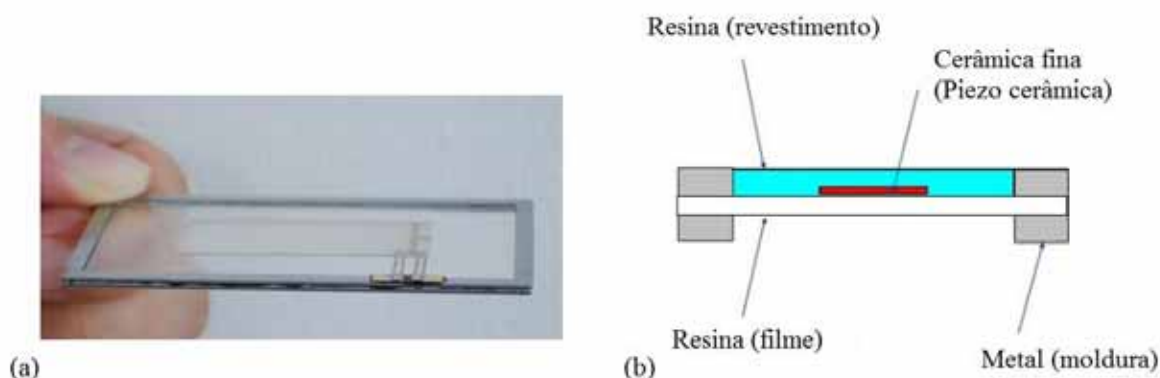


Figura 1.7 - (a) Foto de uma película de material piezoelétrico. (b) Esquema ilustrativo da película do material piezoelétrico (Enginyeria Pique, 2013).

Na figura (1.8a) pode ser observado o esquema de um gerador piezoelétrico. A estrutura é planejada de forma a ser flexionada com a vibração do ambiente e a película do material piezoelétrico será deformada, e então ocorrerá a conversão de energia.

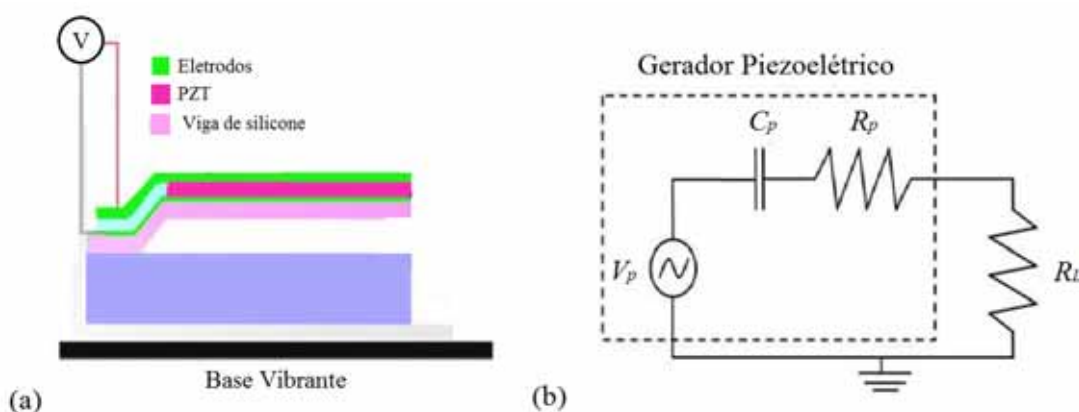


Figura 1.8 - (a) Modelo conceitual gerador piezoelétrico. (b) Circuito equivalente de um gerador piezoelétrico (Cottone, 2007).

A maior potência de saída ocorrerá quando a estrutura vibrar na sua frequência de ressonância, ou seja, quando ela vibrar em sua frequência natural. Isso explica a escolha da viga já que sabe-se facilmente qual é a sua frequência natural. Na representação apresentada por (Cottone, 2007), como visto na Fig. (1.8b), a fonte de tensão representa a tensão que se desenvolve devido ao excesso de carga na superfície sobre o cristal. O capacitor C_p em série representa a capacitância da cama piezoelétrica que é proporcional à permissividade do filme e área que é inversamente proporcional à espessura do filme. A resistência do elemento

piezoelétrico é representada por R_p e R_L uma carga puramente resistiva. Essa configuração é chamada bimorph e é uma das mais estudadas na literatura atual. Para uma análise detalhada sobre dispositivos de colheita de energia piezoelétrica pode-se citar as obras de (Priya e Inman, 2009; Jalili, 2010; Heywang *et al.*, 2008; Erturk, 2009; Erturk e Inman, 2011; Daqaq *et al.*, 2014), sem desmerecer outros.

1.6 Modos de operação

Conforme descrito por (Priya e Inman, 2009), existem dois modos de operação que são os mais comuns utilizados para colheita de energia piezoelétrica, os quais são d_{33} e d_{31} . O modo d_{33} tem uso em atuadores do tipo pilha de elementos piezoelétricos e o modo d_{31} são comumente utilizados na concepção de dispositivos baseados em vigas em balanço. Quando o elemento piezoelétrico é aplicado em ambos os lados da viga tem-se a configuração conhecida por bimorph. No modo d_{33} a direção do deslocamento aplicado (D) e da tensão elétrica (V) gerada é a mesma. Já no modo de operação d_{31} o deslocamento é aplicado na direção axial enquanto a tensão elétrica é obtida na direção perpendicular, como é ilustrado na Fig. (1.9).

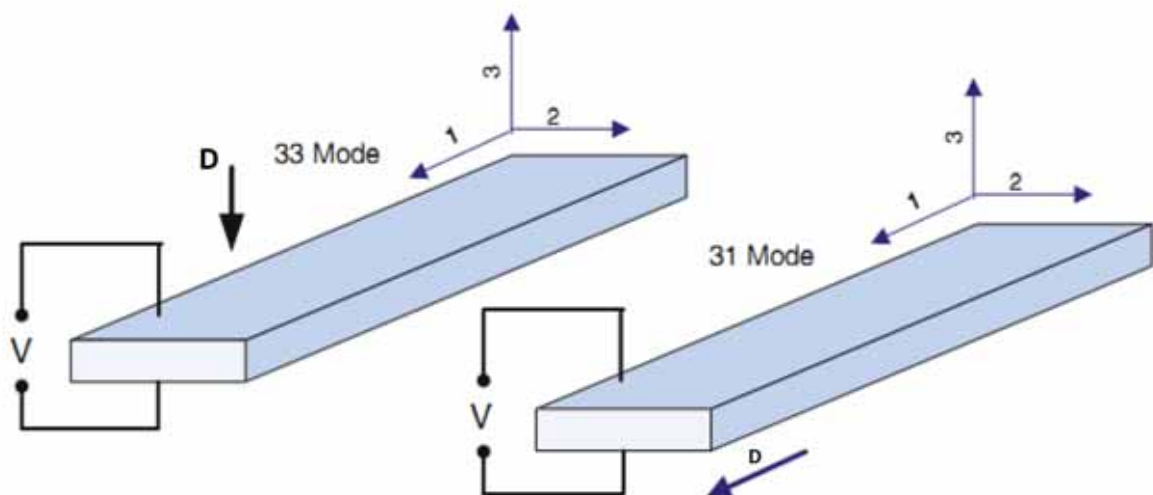


Figura 1.9 - Modos de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada (adaptado de Priya e Inman, 2009).

1.7 Não-linearidade piezoelétrica

Os materiais piezoelétricos também exibem uma característica não-linear que, segundo (Jalili, 2010), pode ser identificado na prática e incluindo a mais importante não-linearidade proveniente da histerese. Em diferentes áreas da ciência se encontra o fenômeno de histerese e os materiais piezoelétricos estão inclusos. Esse fenômeno encontra-se em materiais e sistemas que incluem ligas com memória de forma, materiais visco elásticos e polímeros eletroativos, materiais magnéticos, fluídos eletro/magneto-reológico, entre outros. A figura (1.10) mostra exemplos típicos de não-linearidade pela histerese em três diferentes materiais, que são os materiais magnéticos na Fig. (1.10a), os materiais piezoelétricos como mostrado na Fig. (1.10b) e as ligas com memória de forma mostrado pela Fig. (1.10c). Segundo (Jalili, 2010), a histerese ainda é objeto de muitas pesquisas e investigações em diferentes campos devido principalmente à sua estrutura oblíqua e complexa.

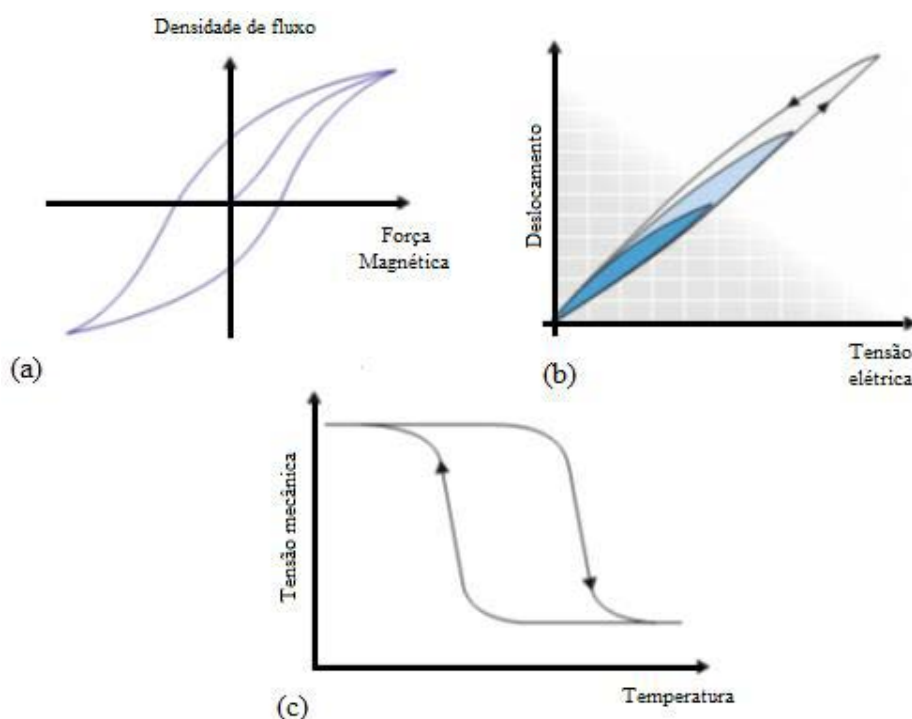


Figura 1.10 - Conjunto de gráficos de não-linearidade por histerese. (a) Para materiais magnéticos. (b) Para materiais piezoelétricos. (c) Para ligas com memória de forma. Editado de (Jalili, 2010).

Pode-se citar alguns trabalhos que também tiveram estudo sobre a histerese em materiais piezoelétrico como o trabalho de (Von Wagner e Hagedorn, 2001) que identificaram os efeitos da histerese piezoelétrica através de seu modelo de viga com acoplamento de material piezoelétrico excitada por uma tensão alternada no modo d_{31} .

Porém, há uma certa não-linearidade no material para o coeficiente d_{31} , especificamente uma relação não-linear entre a deformação aplicada e o campo elétrico (Du Toit e Wardle, 2007; Twiefel *et al.*, 2008). Essa não-linearidade foi mostrada experimentalmente por (Crawley e Anderson, 1990) que exibiu uma dependência significativa na deformação induzida no material como mostrado na Fig. (1.11). Baseado nesta mesma curva da Fig. (1.11) (Triplett e Quinn, 2009) determinaram uma aproximação, conforme Fig. (1.12), dos coeficientes para uma função analítica dependente dessa pequena deformação do material. Tal função é dada pela equação (1.2), onde x é a deformação, o coeficiente piezoelétrico linear é θ , e p coeficiente piezoelétrico não-linear é Θ . Ela também impõe uma não-linearidade fraca no componente mecânico, mas uma não-linearidade forte no circuito elétrico..

$$d(x) = \theta(1 + \Theta|x|) \quad (1.2)$$

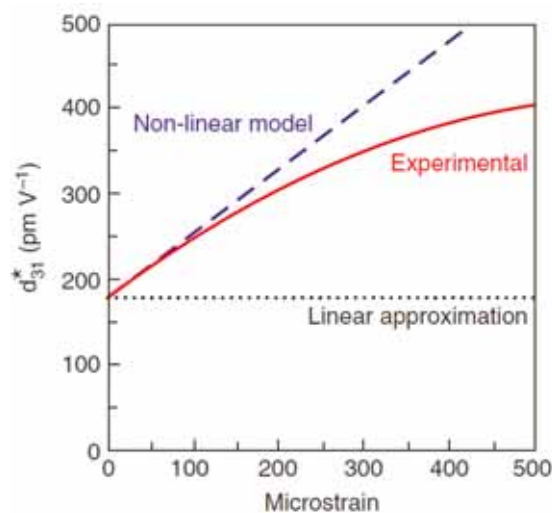


Figura 1.11 - Dependência de d_{31} sobre a tensão induzida. Em vermelho a curva experimental. Em azul a curva do modelo não-linear. Conforme representação de (Crawley e Anderson, 1990).

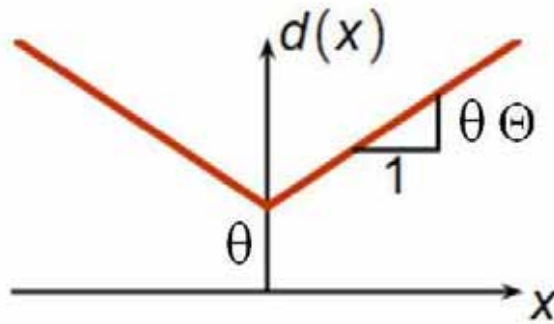


Figura 1.12 - Função de Aproximação da não linearidade piezoelétrica definida por Triplett e Quinn (2009).

Recentemente os resultados desta não-linearidade do material piezoelétrico foi sumarizado em (Daqaq *et al.*, 2014), que mostra a atualidade do tema acima descrito.

1.8 Fenômeno de saturação modal

Em estruturas como pontes, pontes rolantes ou estruturas apoiadas por colunas de suporte (chamadas de pórtico), ocorrem não-linearidades em seus movimentos podendo ocorrer fenômenos onde toda a vibração da parte vertical, ou seja, onde passam carros, um trem, ou até mesmo pessoas, pode ser transferida para as colunas, as quais são a sustentação dessa estrutura, podendo danificá-la. Esse fenômeno é chamado de saturação modal (Nayfeh e Mook, 1979; Haddow *et al.*, 1984; Mook, 1985; Brasil, 1990; Nayfeh, 2000; Felix, 2002).

Em uma estrutura de dois graus de liberdade essa transferência de energia e o fenômeno de saturação modal pode ocorrer quando há uma não-linearidade quadrática envolvendo os deslocamentos do sistema como um todo, e apresentando uma ressonância interna de 2:1 entre o modo vertical e horizontal, respectivamente. As equações sugeridas por (Nayfeh e Mook, 1979), Eqs. (1.3) e (1.4), mostram essa não-linearidade quadrática e que possivelmente há uma ressonância interna de 2:1.

$$\ddot{u}_1 + 2\mu_1\dot{u}_1 + \omega_1^2 u_1 = u_1 u_2 \quad (1.3)$$

$$\ddot{u}_2 + 2\mu_2\dot{u}_2 + \omega_2^2 u_2 = u_1^2 + f \cos(\Omega t) \quad (1.4)$$

Onde μ_1 e μ_2 são fatores de amortecimento do sistema, as frequências naturais são dadas por ω_1 e ω_2 . Os deslocamentos são dados por u_1 e u_2 . E uma força externa é aplicada com amplitude f e frequência de excitação Ω , e o tempo t .

A possível ressonância interna é uma condição para que ocorra o fenômeno de troca de energia e por fim o de saturação modal. Para que isso ocorra, é necessário que $\omega_2 = 2\omega_1 + \sigma_1$ e $\omega_2 = \Omega + \sigma_2$, os quais $\sigma_1 \ll 1$ e $\sigma_2 \ll 1$ são fatores de sintonia. E também é necessário que haja pouco amortecimento no sistema para que ocorra a troca de energia, porém esse valor irá depender do sistema utilizado.

Obtendo-se uma solução analítica aproximada através do método de múltiplas escalas para as equações (1.3) e (1.4), tem-se as Eqs. (1.5) e (1.6) que são relacionadas aos deslocamentos das coordenadas do sistema.

$$u_1 \approx a_1 \cos\left(\frac{1}{2}\Omega t + \gamma_1\right) \quad (1.5)$$

$$u_2 \approx a_2 \cos(\Omega t + \gamma_2) \quad (1.6)$$

Substituindo as Eqs. (1.5) e (1.6) nas não-linearidades quadráticas das Eqs. (1.3) e (1.4), obtém-se as relações (1.7) e (1.8), a qual pode-se verificar a troca de energia entre os deslocamentos, surgindo então o fenômeno de saturação modal. Observa-se que na Eq. (1.7) há a relação entre a frequência natural do primeiro modo com a frequência de excitação e na Eq. (1.8) a relação entre as frequências naturais do primeiro e segundo modo.

$$u_1 u_2 \approx a_1 a_2 \cos\left(\frac{1}{2}\Omega t + \sigma_1\right) + \dots \quad \text{onde } \frac{1}{2}\Omega t = \omega_1 t \quad (1.7)$$

$$u_1^2 \approx a_1^2 \cos(2\omega_1 t + \sigma_2) + \dots \quad \text{onde } 2\omega_1 t = \omega_2 t \quad (1.8)$$

Nos últimos anos, o interesse sobre o fenômeno de saturação modal tem aumentado na área de controle e vibração. O aparecimento do fenômeno em problemas de um transdutor tipo barra piezocerâmica potencializado por uma válvula geradora de vácuo por uma fonte não-ideal

é uma das motivações para o uso do controle por saturação em problemas de vibração não-ideal, o qual foi realizado em (Balthazar *et al.*, 2009).

A investigação do método de controle não-linear baseado no fenômeno de saturação modal e sistema acoplados com não-linearidade quadrática foi tratado com mais detalhes em (Nayfeh e Mook, 1979; Mook, 1985; Nayfeh, 2000). O comumente chamado método de controle de saturação (Pai, 1998), o qual é um tipo de controlador ativo, usando-se da existência de uma ressonância interna de 2:1 entre os modos de vibração, portanto da existência de não-linearidade quadrática, que usa o fenômeno de saturação para se suprimir vibrações no regime permanente do sistema. Também observa-se que um número de autores tem mostrado que o método de controle de saturação não-linear, em um problema não-linear requer um mecanismo de adaptação de afinamento de frequência, pois a frequência do sistema não-linear muda com a amplitude. Então, o controlador ficará fora de sintonia com o sistema a ser controlado (Hall *et al.*, 1850; Pratt *et al.*, 1999; Ashour e Nayfeh, 2002; Balthazar *et al.*, 2003).

Um modelo de colheita de energia baseado num pórtico simples é apresentado em (Iliuk *et al.*, 2013a). Foi considerado um sistema não-ideal (NIS) devido à interação com a fonte de energia, um motor DC com potência limitada, e uma estrutura aporticada. Não-linearidades presentes no material piezoelétrico foi considerado no modelo matemático acoplado e o sistema apresentou comportamento caótico devido ao oscilador Duffing. Neste mesmo modelo, foi usado um controlador passivo NES (do inglês Nonlinear Energy Sink) (Vakakis, 2009), e vem após a adição do elemento piezoelétrico (Iliuk *et al.*, 2013b). O dispositivo (NES) é um termo denominado bombeamento de energia (do inglês Pumping), que se refere a transferência rápida e irreversível de energia a partir de um sistema mecânico de vibração para um dissipador de energia dependente de não-linearidade cúbica, essencialmente da rigidez. Este fenômeno corresponde a “canalização” controlada de sentido único de energia vibracional para uma estrutura não-linear passiva, onde se localiza e diminui ao longo do tempo em razão da

dissipação de amortecimento. Este é um dispositivo simples, totalmente passivo, que é capaz de modificar drasticamente a dinâmica global do sistema e pode ser usado em certas condições necessárias a fim de obter benefícios práticos desse processo, assim como modificar um sistema caótico para um sistema totalmente periódico, tal como em (Tusset *et al.*, 2014). O resultado obtido com o controlador passivo, foi que a colheita de energia foi aprimorada pois o sistema foi forçado a ter uma órbita periódica.

Este mesmo modelo de pórtico simples foi estudado por (Brasil, 1990; Felix, 2002), considerando os movimentos vertical e horizontal da estrutura, que pôde ser verificado o fenômeno de saturação modal no sistema estudado. Experimentalmente foi estudado e também verificado sua existência por (Balthazar *et al.*, 2004). O uso de estruturas aporticadas de dois graus de liberdade também foi estudado recentemente por (Paula *et al.*, 2013; Felix *et al.*, 2013).

1.9 Objetivos do Trabalho

Com toda a importância do estudo sobre a colheita de energia em estruturas não-lineares, os objetivos principais deste trabalho estão a seguir.

- Modelar e verificar o fenômeno de saturação modal e a transferência de energia de vibração de um modelo de uma estrutura aporticada de dois graus de liberdade, estudando seu comportamento dinâmico;
- Analisar a influência no comportamento dinâmico do sistema com o acoplamento do material piezoelétrico em sua coluna;
- Analisar a influência da não-linearidade piezoelétrica na energia elétrica colhida do sistema;

1.10 Organização do trabalho

Para atingir os objetivos indicados, organizou-se este trabalho da seguinte forma.

- Capítulo 1 – Introdução;
- Capítulo 2 – Apresentação do modelo a ser estudado. Modelagem matemática do sistema sem e com material piezoelétrico acoplado;
- Capítulo 3 – Resultado das simulações numéricas para as modelagens realizadas no capítulo 2;
- Capítulo 4 – Conclusão;
- Capítulo 5 – Trabalhos Futuros a serem realizados com intuito de melhoria e aperfeiçoamento da pesquisa da estrutura e do material;
- Capítulo 6 – Referências de Suporte;

2 MODELO MATEMÁTICO A SER ANALISADO

Sabe-se que na literatura corrente, o desenvolvimento de técnicas de conversão de energia utilizando materiais piezoelétricos em estruturas de um grau de liberdade como as vigas metálicas tem merecido uma atenção especial de vários pesquisadores, em particular, tradicionalmente tem-se usado um modelo de viga engastada livre acopladas com materiais piezoelétricos para colheita de energia de vibração.

Em especial, neste trabalho será estudado a colheita de energia em uma estrutura de dois graus de liberdade, um pórtico simples, a partir da vibração de sua coluna, considerando o fenômeno de troca de energia e de saturação modal.

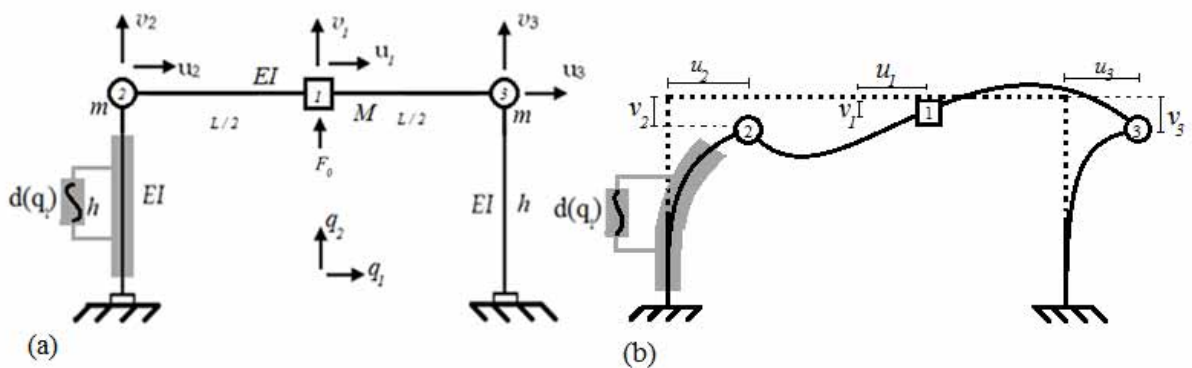


Figura 2.1 - Modelo matemático de um pórtico com material piezoelétrico acoplado em uma de suas colunas (ROCHA et al, 2014; BALTHAZAR et al., 2014a, BALTHAZAR et al., 2014b). (b) Modelo matemático deformado de um pórtico com material piezoelétrico acoplado em uma.

O sistema de dois graus de liberdade é ilustrado na Fig. (2.1), baseado no trabalho de (Brasil, 1990; Felix, 2002; Mazzilli e Brasil *et al*, 1995, Brasil e Balthazar, 2003), o qual a Fig. (2.1a) representa o modelo matemático estático de um pórtico e na Fig. (2.1b) representa o modelo matemático deformado. Esse sistema é constituído por:

- duas colunas engastadas em suas bases de comprimento h ;
- viga apoiada pelas colunas com comprimento L ;
- massa da viga M ;
- massas das colunas m ;
- rigidez das colunas e da viga dada por EI ;
- acoplamento piezoelétrico dado por $d(q_1)$;
- excitação externa no direção vertical representada por F_0 .

Observa-se que para a descrição do movimento, toma-se o sistema de referência XOY no centro do pórtico plano e então escolhe-se as variáveis dimensionais generalizadas como mostradas pela Eq. (2.1).

$$q_1 = u_1 \quad q_2 = v_1 \quad (2.1)$$

onde u_2 é o deslocamento lateral da seção da viga do vão central, e v_2 é o deslocamento vertical. Considerando os dois primeiros modos de vibrar do pórtico (para a saturação modal), ou seja, tem-se que as formas de vibrar das colunas e viga podem ser aproximadas por funções matemáticas, denominadas funções de forma proposto por (Brasil, 1990; Felix, 2002).

Uma aproximação para as colunas é da forma da Eq. (2.2). E uma aproximação para a viga é da forma da Eq. (2.3)

$$u = \frac{3}{h^3} \left(\frac{hx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right), \quad 0 \leq x \leq h \quad (2.2)$$

$$v = \frac{12}{L^3} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{L^2x}{4} \right), \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (2.3)$$

onde u e v descrevem, respectivamente, as deformações estáticas que uma viga engasta em um extremo com massa concentrada no seu extremo livre e de uma viga de suporte simples com massa concentrada em seu ponto central respectivamente com x sendo a coordenada do eixo de suporte.

A rigidez linear das colunas e da viga associadas aos primeiros modos de vibração são, respectivamente, k_c e k_b que são calculadas pelo processo clássico de Rayleigh-Ritz, obtendo-se as relações da Eq. (2.4).

$$k_c = \frac{3EI_c}{h^3} \quad k_b = \frac{48EI_b}{L^3} \quad (2.4)$$

E, considerando o encurtamento das colunas e da viga quando deformados e desprezando termos de ordem superior a dois, escrevem-se as relações dadas em (2.5).

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 + \frac{B}{4} v_1^2 & u_3 &= u_1 - \frac{B}{4} v_1^2 \\ v_2 &= -\frac{C}{2} u_1^2 & v_3 &= -\frac{C}{2} u_1^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde $A = 6/5h$ e $B = 24/5L$. As coordenadas q_1 e q_2 estão relacionadas ao modo de vibração horizontal com frequência ω_1 e ao modo de vibração vertical da viga com frequência ω_2 , respectivamente.

Nos próximos subcapítulos serão feitas as modelagens matemáticas do modelo da Fig. (2.1) através do método de energia onde é usado a formulação de Lagrange.

2.1 Modelagem matemática do modelo sem acoplamento piezoelétrico

Para a modelagem do sistema utiliza-se a função da Lagrangeana dada pela Eq. (2.6) e a equação de Euler-Lagrange dada pela Eq. (2.7).

$$L = T - V \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) + \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \right) = Q_{ext} \quad (2.7)$$

A energia cinética do sistema é dada pelo movimento das massas da viga M e das colunas m , definida pela equação (2.8).

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{u}_1^2 + \dot{v}_1^2) + \frac{1}{2} m (\dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 + \dot{v}_2^2 + \dot{v}_3^2) \quad (2.8)$$

Substituindo as relações da Eq. (2.1) em (2.8), tem-se a energia cinética em relação às coordenadas generalizadas q_1 e q_2 , gerando a equação (2.9).

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + \frac{1}{2} m (2\dot{q}_1^2) \quad (2.9)$$

A energia potencial total do sistema é dada pelas rigidezes das colunas e da viga, e da energia potencial gravitacional das massas das colunas m e da massa da viga M , a qual é dada pela Eq. (2.10).

$$V = \frac{1}{2} k_c (u_2^2 + u_3^2) + \frac{1}{2} k_b \left(v_1 - \frac{v_2 + v_3}{2} \right)^2 + mg(v_2 + v_3) + Mgv_1 \quad (2.10)$$

Substituindo os valores (2.1) em (2.5) e em seguida em (2.10), obtêm-se a energia potencial total em relação às coordenadas generalizadas q_1 e q_2 , dado pela Eq. (2.11).

$$V = (k_c - mgA) q_1^2 + \frac{1}{2} k_b (q_2^2 + Aq_2 q_1^2) + M g q_2 \quad (2.11)$$

A função de energia de dissipação de Rayleigh para o sistema é definida pelos amortecimentos da viga e das colunas, dadas pela Eq. (2.12).

$$D = \frac{c_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{c_2 \dot{q}_2^2}{2} \quad (2.12)$$

A excitação externa aplicada na massa M da estrutura, na direção vertical, é um deslocamento de caráter harmônico dado pela Eq. (2.13).

$$Q_{ext} = F_0 \cos \omega t \quad (2.13)$$

Logo, utilizando-se a formulação de Lagrange pelas Eqs. (2.6) e (2.7), obtêm-se as equações de movimento da estrutura dadas por (2.14) e (2.15), as quais representam o movimento lateral e o movimento vertical do pórtico, respectivamente.

$$(2m + M) \ddot{q}_1 + 2(k_c - mgA) q_1 + k_b A q_1 q_2 + c_1 \dot{q}_1 = 0 \quad (2.14)$$

$$M \ddot{q}_2 + k_b q_2 + c_2 \dot{q}_2 = -Mg - \frac{A}{2} k_b q_1^2 + F_0 \cos \Omega t \quad (2.15)$$

Em uma forma mais simplificada, as equações (2.14) e (2.15) ficam da forma de (2.16) e (2.17).

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 + \mu_1 \dot{q}_1 = -\alpha_1 q_1 q_2 \quad (2.16)$$

$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 + \mu_2 \dot{q}_2 + g = A_0 \cos \Omega t - \alpha_2 q_1^2 \quad (2.17)$$

Onde

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{2(k_c - mgA)}{(2m + M)} & \alpha_1 &= \frac{k_b A}{(2m + M)} & \mu_1 &= \frac{c_1}{(2m + M)} \\ \omega_2^2 &= \frac{k_b}{M} & \alpha_2 &= \frac{Ak_b}{2M} & \mu_2 &= \frac{c_2}{M} & A_0 &= \frac{F_0}{M} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Em forma de espaço de estados, as equações (2.16) e (2.17) ficam (2.19)

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= q_2 \\ \dot{q}_2 &= -\omega_1^2 q_1 - \mu_1 q_2 - \alpha_1 q_1 q_2 \\ \dot{q}_3 &= q_4 \\ \dot{q}_4 &= -\omega_2^2 q_3 - \mu_2 q_4 - g + A_0 \cos \Omega t - \alpha_2 q_1^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Observa-se que nas equações (2.16) e (2.17) há um acoplamento com não-linearidade quadrática entre as duas equações, sendo possível a verificação do fenômeno de troca de energia e de saturação modal.

2.2 Modelagem matemática do modelo com acoplamento piezoelétrico

Nesta subseção será acoplado no sistema o material piezo-elétrico onde haverá a transferência de energia de vibração do modo lateral para energia elétrica. Esse material tem contribuição nas equações como um circuito RC, onde R é a resistência, C_p a capacitância, a carga elétrica é dada por Q e a contribuição do material dada pela relação da Eq. (1.2) onde θ é o acoplamento piezo-elétrico linear adimensional e Θ é o acoplamento piezo-elétrico não-linear adimensional. Tendo em vista que a coluna sofre deformação nas duas coordenadas, observa-se que há contribuição nos dois modos de vibração, lateral e vertical.

A energia cinética do sistema é dada igualmente como o pórtico simples, já que o material piezo-elétrico não tem contribuição na energia cinética do sistema. Então a energia cinética do sistema continua sendo dada pela Eq. (2.9).

A energia potencial é dada pela rigidez das colunas e da viga, da energia potencial gravitacional, mais a energia potencial elétrica do material piezo-elétrico dado pelo potencial (2.20). Logo, a energia potencial total é dada por (2.21).

$$V_{piezo} = -\frac{d(q_1)}{C_p}(u_2 + v_2) + \frac{Q}{C_p} \quad (2.20)$$

$$V = \frac{1}{2}k_c(u_2^2 + u_3^2) + \frac{1}{2}k_b\left(v_1 - \frac{v_2 + v_3}{2}\right)^2 + mg(v_2 + v_3) + Mgv_1 + \dots \\ -\frac{d(q_1)}{C_p}Q(u_2 + v_2) + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_p} \quad (2.21)$$

Substituindo as equações (2.1) e (2.5), em termos das coordenadas generalizadas q_1 , q_2 e Q , tem-se a energia potencial dada pela Eq. (2.22).

$$V = (k_c - mgA)q_1^2 + \frac{1}{2}k_b(q_2^2 + Aq_2q_1) + Mq_2 - \frac{d(q_1)}{C_p}Q\left(q_1 + \frac{B}{4}q_2^2\right) + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_p} \quad (2.22)$$

A energia dissipativa é obtida através do método de Rayleigh-Ritz, e há uma contribuição do material piezoelétrico com a resistência R do material, obtendo-se então a Eq. (2.23).

$$D = \frac{1}{2}c_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}c_2\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}R\dot{Q}^2 \quad (2.23)$$

A excitação externa continua sendo a Eq. (2.13). Novamente, usando a função Lagrangeano e a relação de Euler-Lagrange, obtêm-se as equações de movimento para o sistema com acoplamento piezoelétrico, dadas pelas Eqs. (2.24), (2.25) e (2.26), que são relacionadas ao movimento lateral, vertical e piezoelétrico, respectivamente.

$$(2m + M) \ddot{q}_1 + 2(k_c - mgA)q_1 + k_b A q_1 q_2 + c_1 \dot{q}_1 = \frac{d(q_1)}{C_p} Q \quad (2.24)$$

$$M \ddot{q}_2 + k_b q_2 + c_2 \dot{q}_2 = F_0 \cos \Omega t - Mg - \frac{Ak_b}{2} q_1^2 + \frac{d(q_1)}{C_p} \frac{B}{2} Q q_2 \quad (2.25)$$

$$R \dot{Q} - \frac{d(q_1)}{C_p} \left(q_1 + \frac{B}{4} q_2^2 \right) + \frac{Q}{C_p} = 0 \quad (2.26)$$

Simplificando as Eqs. (2.24), (2.25) e (2.26) para melhor análise, obtêm-se as equações (2.27), (2.28) e (2.29), as quais são relacionadas, respectivamente, do movimento lateral, movimento vertical e da carga elétrica do material piezoelétrico.

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 + \alpha_1 q_1 q_2 + \mu_1 \dot{q}_1 = \theta (1 + \Theta |q_1|) \beta_1 Q \quad (2.27)$$

$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 + \mu_2 \dot{q}_2 = A_0 \cos \omega t - g - \alpha_2 q_1^2 + \theta (1 + \Theta |q_1|) \beta_2 Q q_2 \quad (2.28)$$

$$\dot{Q} - \theta (1 + \Theta |q_1|) (\beta_3 q_1 + \beta_4 q_2^2) + \beta_3 Q = 0 \quad (2.29)$$

Onde

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{2(k_c - mgA)}{(2m + M)}; & \omega_2^2 &= \frac{k_b}{M}; & \mu_1 &= \frac{c_1}{(2m + M)} \\ \alpha_1 &= \frac{k_b}{(2m + M)}; & \alpha_2 &= \frac{Ak_b}{M}; & A_0 &= \frac{F_0}{M}; & \mu_2 &= \frac{c_2}{M} \\ \beta_1 &= \frac{1}{(2m + M)C_p}; & \beta_2 &= \frac{B}{2MC_p}; & \beta_3 &= \frac{1}{RC_p}; & \beta_4 &= \frac{B}{4RC_p} \end{aligned} \quad (2.30)$$

A potência colhida pelo material piezoelétrico é matematicamente definida pela Eq. (2.31), e a potência média colhida dada pela Eq. (2.32) (Triplett e Quinn, 2009).

$$P = R \dot{Q}^2 \quad (2.31)$$

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T P(\tau) d\tau \quad (2.32)$$

3 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo será mostrado simulações numéricas realizadas para as duas modelagens descritas no Capítulo 2. As simulações numéricas foram obtidas utilizando o Software MATLAB®, pelo método de Runge-Kutta de quarta e quinta ordem (ODE45) de passo variável. Para a análise dos fenômenos descritos deste trabalho, serão usadas as seguintes ferramentas numéricas.

- O histórico de deslocamento no tempo o qual descreve o deslocamento do movimento no tempo. Geralmente usado como primeiro passo na caracterização do movimento do sistema;
- O plano de fase é uma representação geométrica de uma trajetória de um sistema dinâmico no plano. Tem como coordenadas a velocidade e o deslocamento;
- FFT ou transformada rápida de Fourier é um algoritmo para calcular a transformada discreta de Fourier (DFT) e sua inversa. Ela converte tempo (ou espaço) em frequências;
- O mapa de Poincaré é uma sequência de pontos nos quais o fluxo intercepta uma seção planar transversal ao mesmo, de forma a mostrar a periodicidade do sistema;
- O Diagrama de Bifurcação mostra uma mudança qualitativa na resposta de um sistema dinâmico devido a variações dos parâmetros de controle. Elas ocorrem quando há mudança qualitativa na topologia do plano de fase em um determinado ponto, denominado ponto de bifurcação, ou seja, a bifurcação é a perda de estabilidade estrutural.

Para o sistema que será analisado neste trabalho, usou-se os parâmetros da Tab. 1, os quais foram retirados do trabalho de (Felix, 2002) pois foram ajustados para se obter uma ressonância interna de 2:1 com o objetivo de verificar o fenômeno de saturação modal. E os valores da resistência R e capacitância C_p do material piezoelétrico foi ajustado para melhor operação do sistema trabalhado.

Tabela 1 - Parâmetros do sistema dinâmico (Felix, 2002).

Parâmetros	Valores	Significado
g [m/s^2]	9.81	Aceleração da gravidade
M [kg]	2.00	Massa da viga
m [kg]	0.50	Massa das colunas
c_1 [Ns/m]	1.55	Amortecimento das colunas
c_2 [Ns/m]	3.14	Amortecimento da viga
EI [Nm^2]	128	Rigidez linear
L [m]	0.52	Comprimento da viga
h [m]	0.36	Comprimento da coluna
F_0 [N]	40	Amplitude de excitação externa
R [$k\Omega$]	100	Resistência do material piezoelétrico
C_p [μF]	1	Capacitância do material piezoelétrico
Ω [rad/s]	Varia	Frequência de excitação externa
θ	Varia	Coeficiente piezoelétrico linear
Θ	Varia	Coeficiente piezoelétrico não-linear

3.1 Simulações para o pórtico sem acoplamento piezoelétrico

Os três últimos parâmetros da Tab. 1 serão variados com o decorrer do texto.

Primeiramente será apresentado o sistema com $\Omega=100rad/s$ para observar seu comportamento sem a transferência de energia e a saturação modal, pois está fora das condições para a ocorrência do fenômeno.

A figura (3.1) mostra o comportamento do sistema e pode-se observar que não houve troca de energia entre os modos de vibração pela diminuição do deslocamento do modo lateral. Se a frequência de excitação externa for muito próxima à frequência natural do modo vertical, ou seja $\Omega=148rad/s$, observa-se a transferência de energia entre os modos de vibrar e por fim a saturação modal como observado na Fig. (3.2). Pela Fig. (3.2a) observa-se a troca de energia no início do movimento e logo após o sistema entra em regime permanente, Fig. (3.2b), e conclui-se a ocorrência da saturação modal pois toda a vibração do modo vertical passou a ser do modo horizontal.

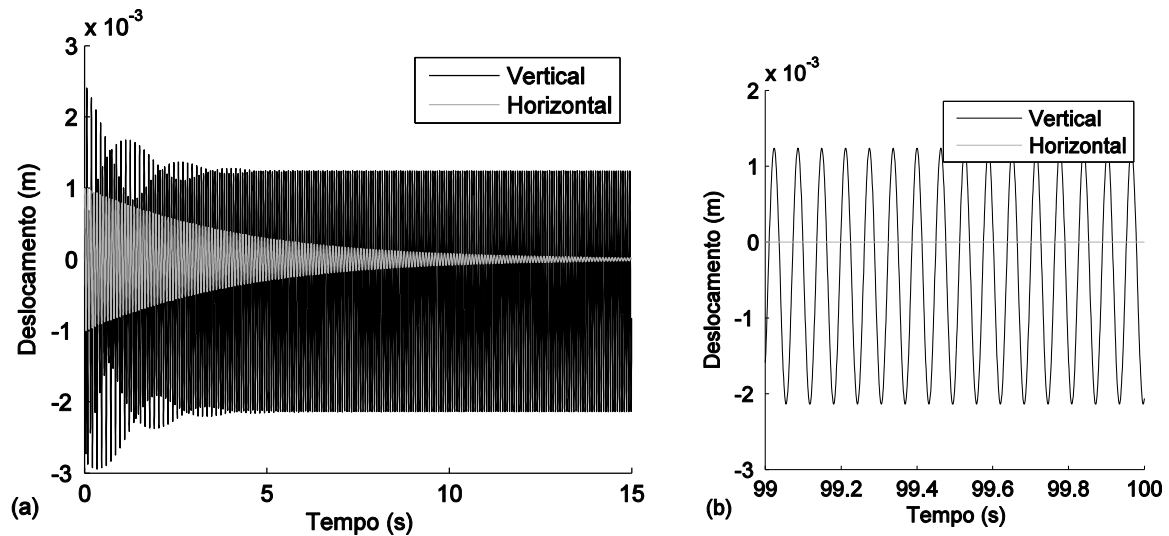


Figura 3.1 - Históricos de deslocamento no tempo para $\Omega = 100 \text{ rad/s}$. (a) Representação para as duas coordenadas, vertical (preto) e horizontal (cinza). (b) Representação no regime permanente das coordenadas vertical (em preto) e horizontal (em cinza).

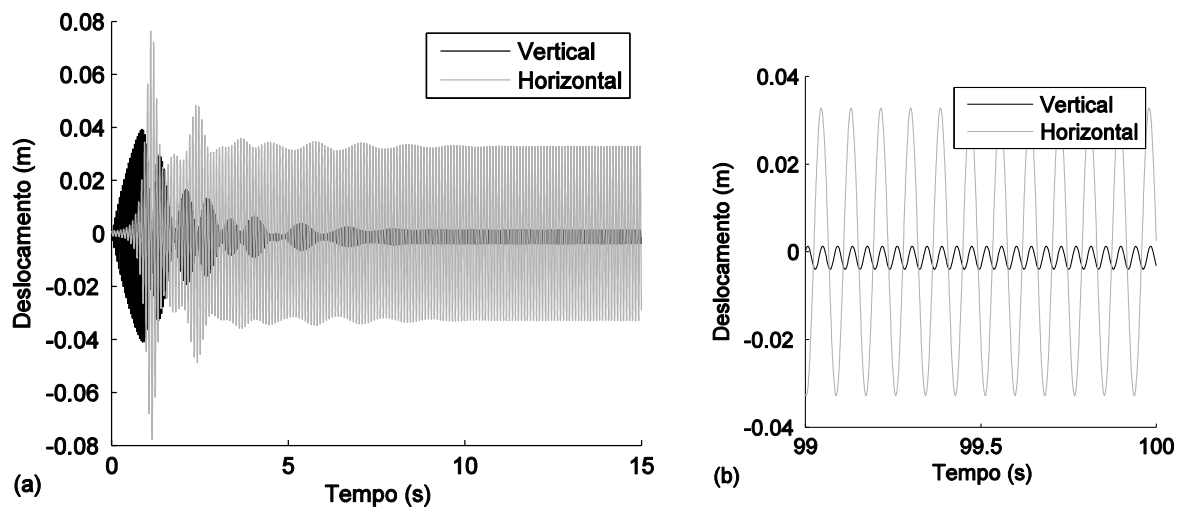


Figura 3.2 - Histórico do deslocamento no tempo para $\Omega = 148 \text{ rad/s}$. (a) Representação para as duas coordenadas, vertical (preto) e horizontal (cinza). (b) Representação no regime permanente das coordenadas vertical (em preto) e horizontal (em cinza).

Nas figuras. (3.3) observa-se a energia mecânica de cada modo de vibração no tempo. Na figura (3.3a) observa-se a troca de energia entre os modos, começando a maior energia no modo vertical e em seguida toda essa energia passa a estar no horizontal até que o sistema entra em regime permanente e há uma maior energia no modo de vibração horizontal. Na figura

(3.3b) observa-se essa troca de energia em porcentagem e o resultado é que no início quase 100% da energia estava no modo vertical e havendo a troca de energia ao decorrer do tempo, no regime permanente há quase 100% de energia no modo horizontal.

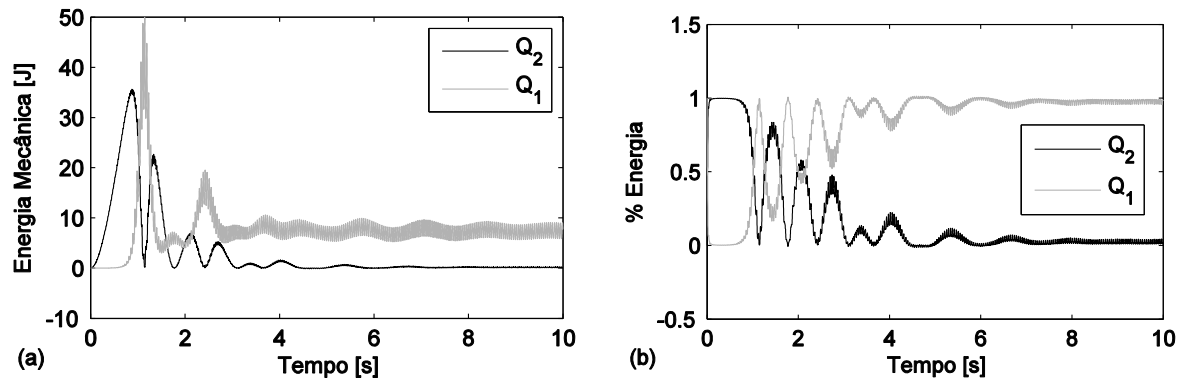


Figura 3.3 - Troca de energia entre os modos de vibração. (a) Troca de energia mecânica [J]. (b) Troca de energia mecânica percentual.

Para verificar se o sistema é periódico, faz-se o mapa de Poincaré para as duas coordenadas que é mostrado pela Fig. (3.4). Na figura (3.4a) tem-se o plano de fase (preto) e o mapa de Poincaré (ponto cinza) para o movimento horizontal e pode-se observar que o sistema, para a faixa de operação analisada, é periódico com periodicidade 2. Na figura (3.4b) também há o plano de fase (preto) e o mapa de Poincaré (ponto cinza) e que também é periódico, porém com periodicidade 1.

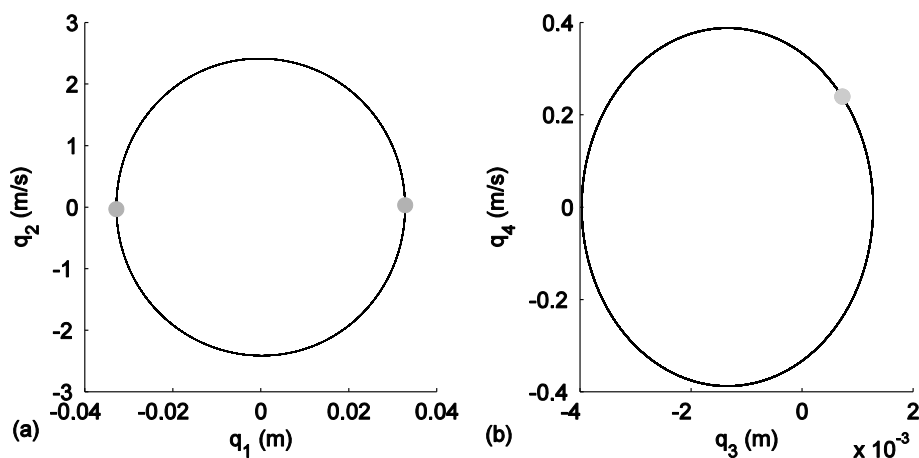


Figura 3.4 - Plano de fase (preto) com mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 148 \text{ rad/s}$. (a) Para a coordenada horizontal. (b) Para a coordenada vertical.

Na figura (3.5) são mostrados a FFT, Fig. (3.5a), e o diagrama de bifurcação, Fig. (3.5b), para o sistema sem o acoplamento piezoelétrico. Na FFT, observa-se a ressonância 2:1 existente na estrutura para os parâmetros escolhidos e no diagrama de bifurcação pode-se reparar que o movimento lateral passa a ser diferente de zero no modo lateral assim que o valor da excitação externa se aproxima da frequência natural do modo vertical, com o aparecimento de uma bifurcação.

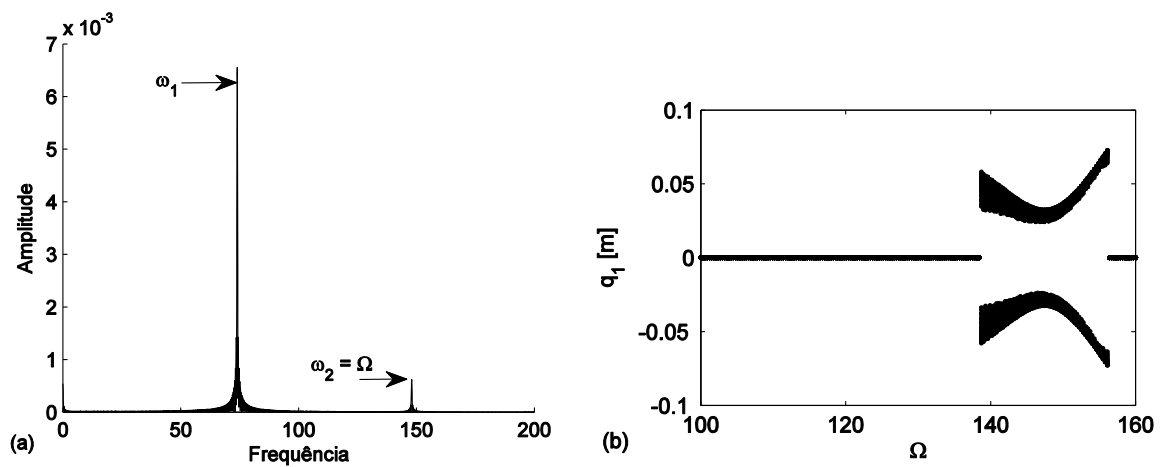


Figura 3.5 - (a) FFT, (b) Diagrama de bifurcação para Ω .

Então, no fenômeno de saturação modal é possível obter vibração no modo horizontal com amplitude maior que no modo vertical. Sendo assim, as próximas análises serão colher essa vibração do modo horizontal, ou seja vibração da coluna, e transformá-la em energia elétrica via o material piezoelétrico.

3.2 Simulações para o sistema com piezo elétrico

Nesta subseção do Capítulo 3, será analisado a influência do material piezoelétrico no deslocamento horizontal do sistema e também o quanto de energia pode ser colhida a partir da vibração da estrutura.

De início, será analisado quanto de energia da vibração foi colhida do sistema fora da faixa de operação para se obter a saturação modal, ou seja, a frequência de excitação externa será dada por $\Omega = 100 \text{ rad/s}$. Logo após, faz-se a simulação com $\Omega = \omega_2 + \sigma = 148 \text{ rad/s}$, faixa de operação onde ocorre a saturação modal, e compara-se os resultados.

Da energia de vibração colhida do sistema, também será analisado e comparado o quanto de energia elétrica foi produzida comparando entre o uso da frequência de excitação como $\Omega = 100 \text{ rad/s}$ e $\Omega = \omega_2 + \sigma = 148 \text{ rad/s}$. Para esta análise será considerado apenas o acoplamento piezoelétrico linear.

Em seguida, será feita a análise da influência do acoplamento piezoelétrico não-linear no comportamento do sistema e para a colheita de energia elétrica.

Também é possível mostrar a influência da amplitude de excitação externa na colheita de energia elétrica, o qual também será mostrado nesta subseção.

3.2.1 Colheita de energia de vibração para o caso linear ($\Theta = 0$)

Os resultados da simulação numérica para o caso linear foram obtidos usando o coeficiente de acoplamento piezoelétrico com o valor de $\theta = 0.1$, o qual foi obtido para se ter um comportamento estável do sistema com os parâmetros da Tab. 1.

Primeiramente, não foi considerado a saturação modal como feito anteriormente, e usando $\Omega = 100 \text{ rad/s}$ obtêm-se os resultados da simulação numérica ilustrados nas Figs. (3.6), (3.7) e (3.8).

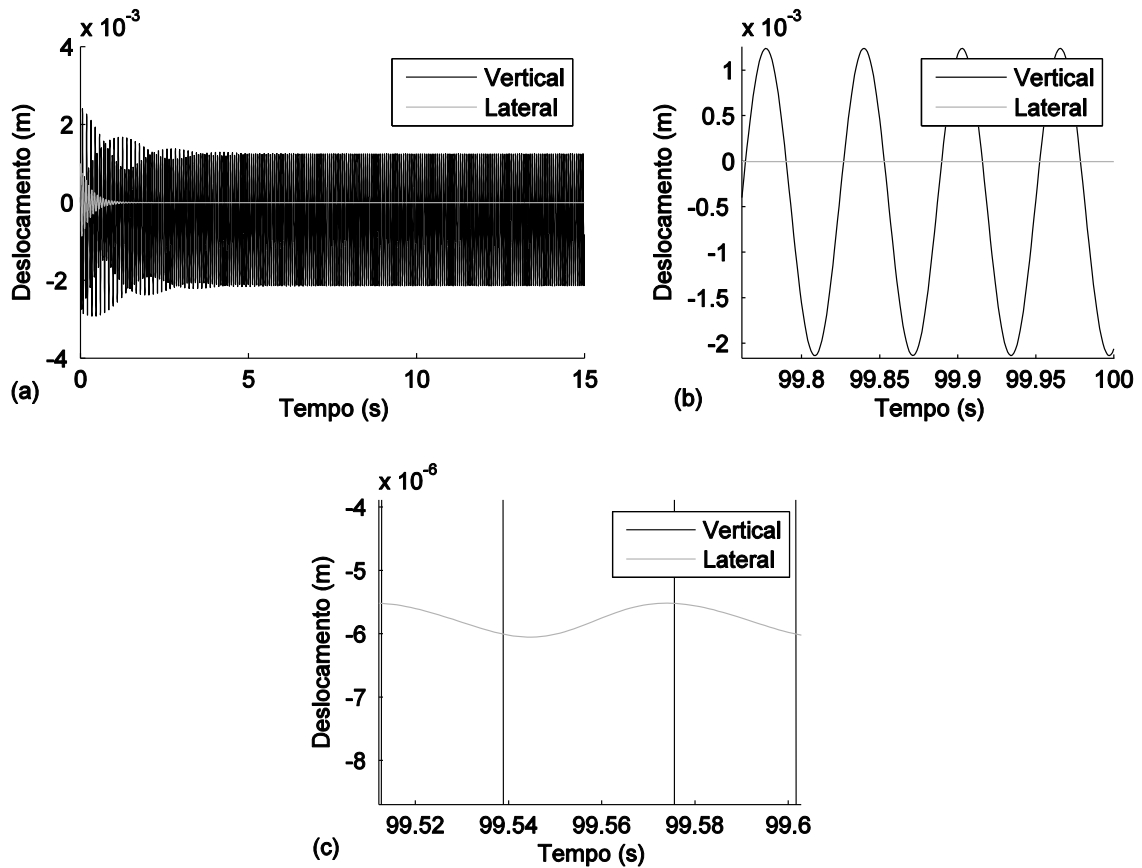


Figura 3.6 – Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\Omega = 100 \text{ rad/s}$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente. (c) Histórico ampliado.

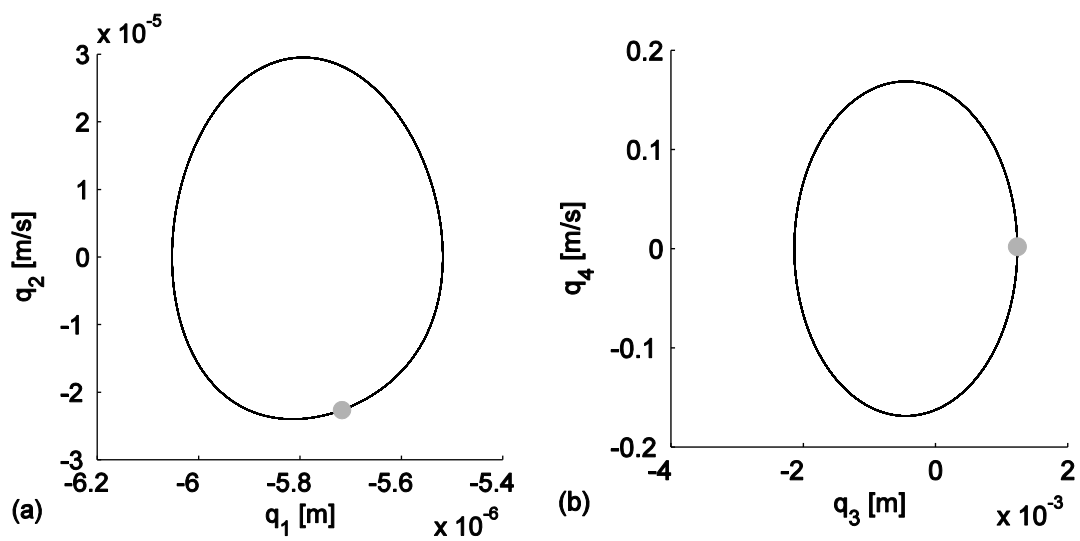


Figura 3.7 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 100 \text{ rad/s}$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.

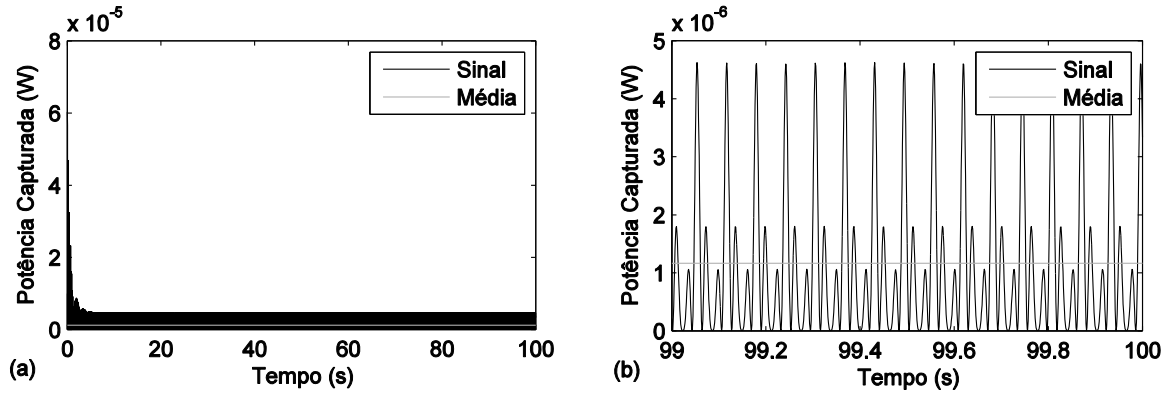


Figura 3.8 - Histórico no tempo da potência colhida para $\Omega = 100 \text{ rad/s}$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

Na figura (3.6) pode-se observar que não há troca de energia entre os modos de vibração. Pela figura (3.6a) pode-se ver que a amplitude do movimento lateral decai ao longo do tempo não havendo diminuição e nem aumento da amplitude do movimento vertical, observa-se também que o movimento lateral não vai para zero conforme ilustrado nas Figs. (3.6b) e (3.6c).

Na figura (3.7) pode-se observar que o movimento lateral, Fig. (3.7a), e o movimento vertical, Fig. (3.7b) são periódicos com periodicidade 1 como pode ser observado através do mapa de Poincaré (ponto cinza).

Devido ao material piezoelétrico ser acoplado em uma das colunas e havendo pouca vibração na coluna no regime permanente, haverá pouca colheita de energia. Como observa-se na Fig. (3.8), a potência média adquirida no regime permanente é de aproximadamente apenas $1.2 \times 10^{-6} \text{ W}$.

Agora, será utilizado o valor da frequência de excitação externa como $\Omega = \omega_2 + \sigma = 148 \text{ rad/s}$, faixa de operação da saturação modal, que será observado o aparecimento do fenômeno e analisado a amplitude do deslocamento e o ganho na colheita de energia do sistema. Análises ilustradas nas Figs. (3.9), (3.10) e (3.11).

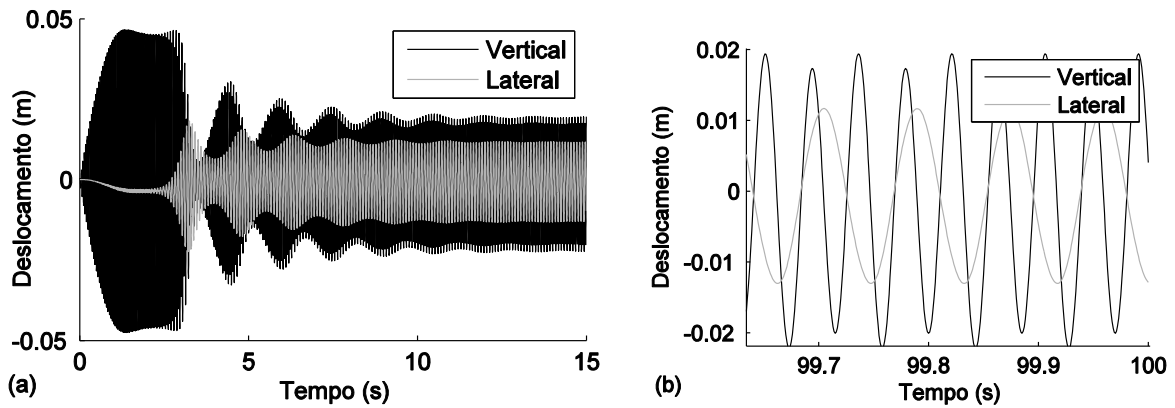


Figura 3.9 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\Omega = 148 \text{ rad/s}$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

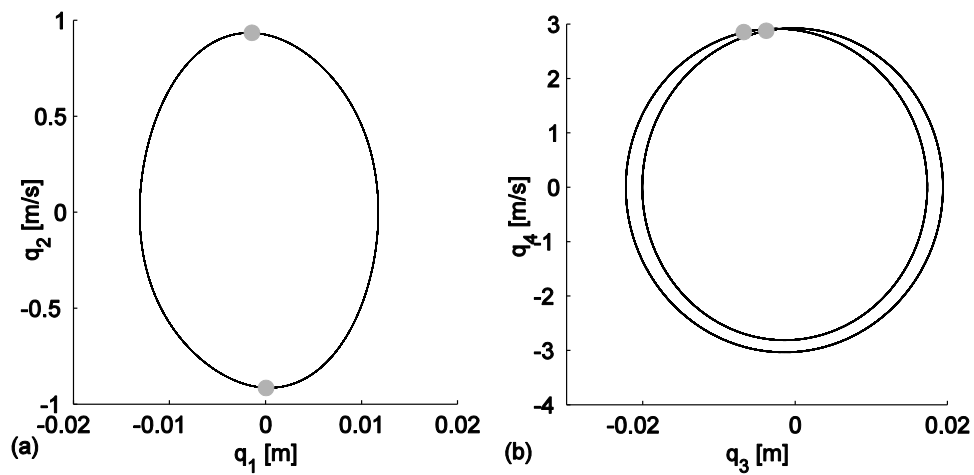


Figura 3.10 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (ponto cinza) para $\Omega = 148 \text{ rad/s}$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.

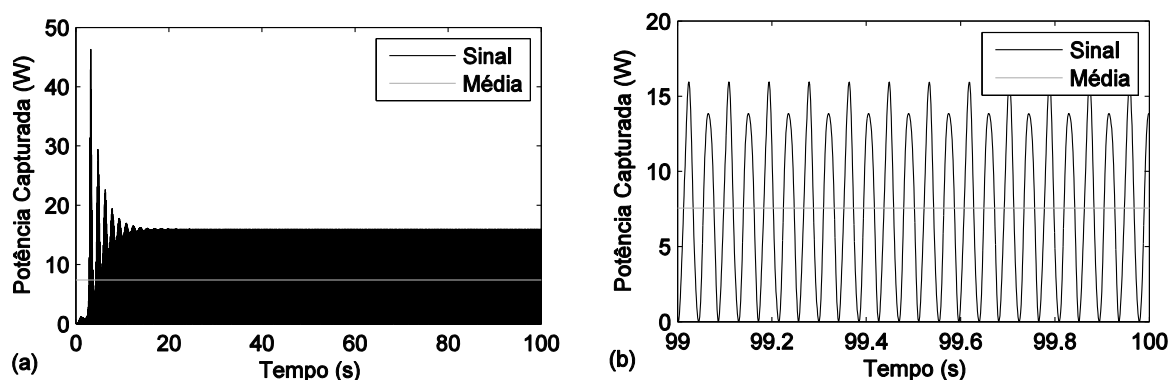


Figura 3.11 - Histórico no tempo da potência colhida para $\Omega = 148 \text{ rad/s}$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

A figura (3.9) mostra o histórico do deslocamento no tempo dos movimentos vertical e horizontal. Pode-se observar o fenômeno de troca de energia pela Fig. (3.9a) e logo o fenômeno de saturação modal no regime permanente Fig. (3.9b), porém a amplitude do deslocamento lateral acaba sendo menor do que o vertical comparando-a com a Fig. (3.2). Essa diminuição na amplitude é dada pela colheita da energia da vibração pelo material piezoelétrico e ser transformada em energia elétrica.

Pode-se perceber que os dois modos de vibração permanecem periódicos, porém dessa vez com periodicidade 2, como mostrado na Fig. (3.10).

O fenômeno de saturação modal foi inteiramente importante para a colheita de energia, pois como o material é acoplado na coluna da estrutura e a vibração horizontal tornou-se maior que a vibração vertical, mesmo fora da faixa de operação para ocorrer a saturação modal, observa-se um grande aumento na colheita de energia elétrica comparado com o sistema fora da faixa de operação da saturação modal. Pode-se ver o gráfico da potência e da potência média na Fig. (3.11) a qual foi colhida 7.69W de potência média. Ou seja, houve um ganho da ordem de aproximadamente 10^6 W em comparação com a situação da Fig. (3.8).

Para essas primeiras simulações pode-se ter uma ideia do quão importante é o fenômeno de saturação modal, pois ele garante a maior amplitude de vibração em apenas um dos modos

de vibração, o qual para este trabalho foi considerado o modo horizontal, ou seja, o movimento da coluna.

A seguir será estudado o comportamento do sistema e a influência para a colheita de energia a adição do termo de acoplamento piezoelétrico não-linear.

3.2.2 Colheita de energia de vibração para o caso não-linear ($\Theta \neq 0$)

O acoplamento piezoelétrico não-linear tem contribuições relevantes ao sistema, porém seu valor irá depender do valor do acoplamento piezoelétrico linear. Como visto anteriormente, este acoplamento faz com que o sistema se aproxime de movimentos mais reais a fim de se simular um problema real. Este acoplamento é um fator para aproximação da curva do parâmetro piezoelétrico, pois ele ajusta este parâmetro de acordo com a deformação do material.

Para todas as próximas simulações desta subseção, será considerado o valor da frequência de excitação externa de $\Omega = \omega_2 + \sigma = 148 \text{ rad/s}$, ou seja, na faixa de operação do fenômeno de saturação modal, pois o interesse deste trabalho é utilizar o movimento da coluna da estrutura para a colheita de energia.

Logo, para saber o que acontece com o sistema com o coeficiente não-linear, primeiramente uma análise do coeficiente piezoelétrico linear em relação à potência colhida é necessária, como mostra a Fig. (3.12a). Sabendo que a potência colhida do sistema é dada pela Eq. (2.30), observa-se que quanto maior a carga produzida, maior será a potência colhida. Logo, a partir da Fig. (3.12a) denota-se que há uma potência colhida máxima quando o valor do acoplamento piezoelétrico linear é de $\theta = 0.038$. Seguindo do valor linear obtido, faz-se a simulação do coeficiente piezoelétrico não-linear para obter sua influência no sistema e, a partir da Fig. (3.12b), tira-se de conclusão que obtêm-se maior carga máxima utilizando o coeficiente piezoelétrico não-linear como $\Theta = 5.1$.

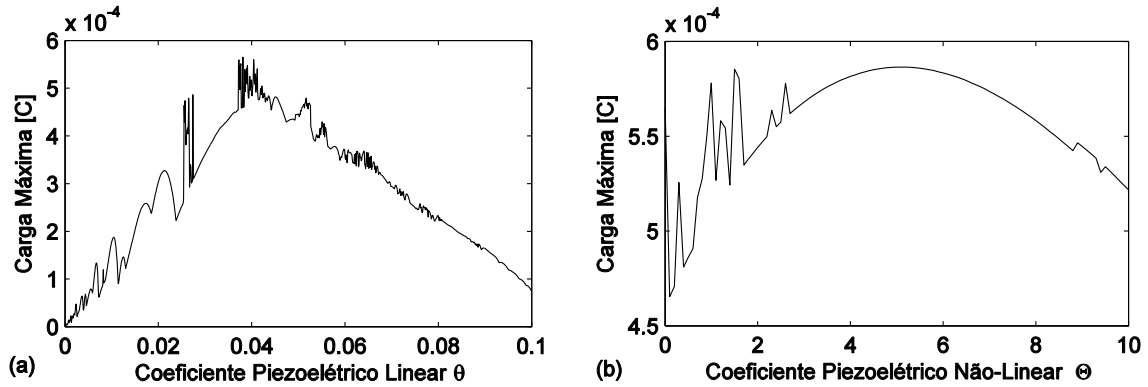


Figura 3.12 - (a) Análise do coeficiente piezoelétrico linear em relação à carga máxima. (b) Análise do coeficiente piezoelétrico não-linear em relação à carga máxima para $\theta = 0.038$.

Agora, é possível realizar simulações numéricas para verificar o comportamento do sistema em relação aos novos coeficientes piezoelétricos.

Primeiramente realiza-se simulações para o sistema, apenas com o coeficiente piezoelétrico linear $\theta = 0.038$, como mostrado nas Figs. (3.13), (3.14) e (3.15).

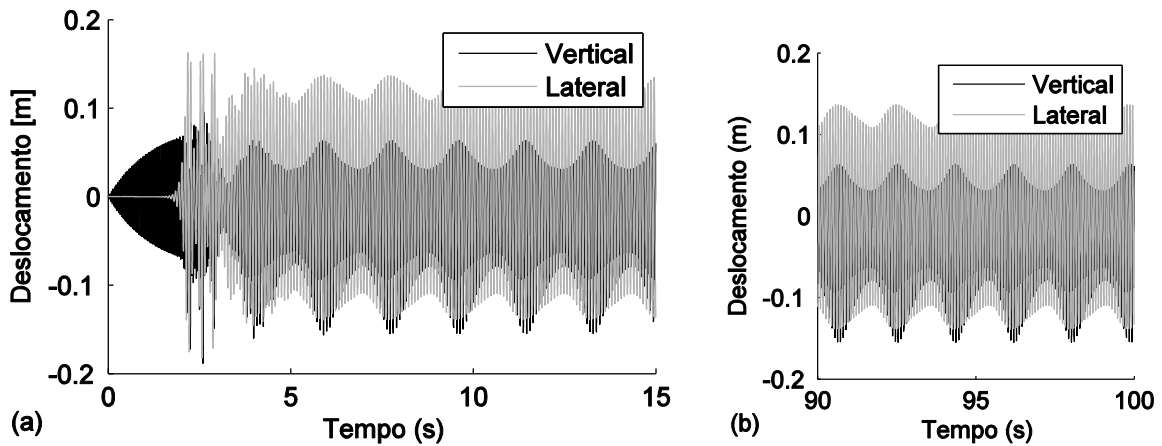


Figura 3.13 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

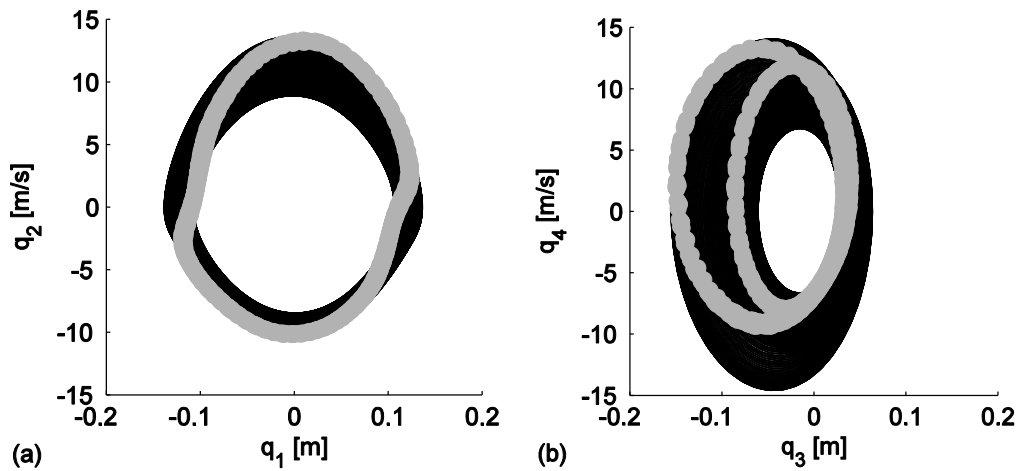


Figura 3.14 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.

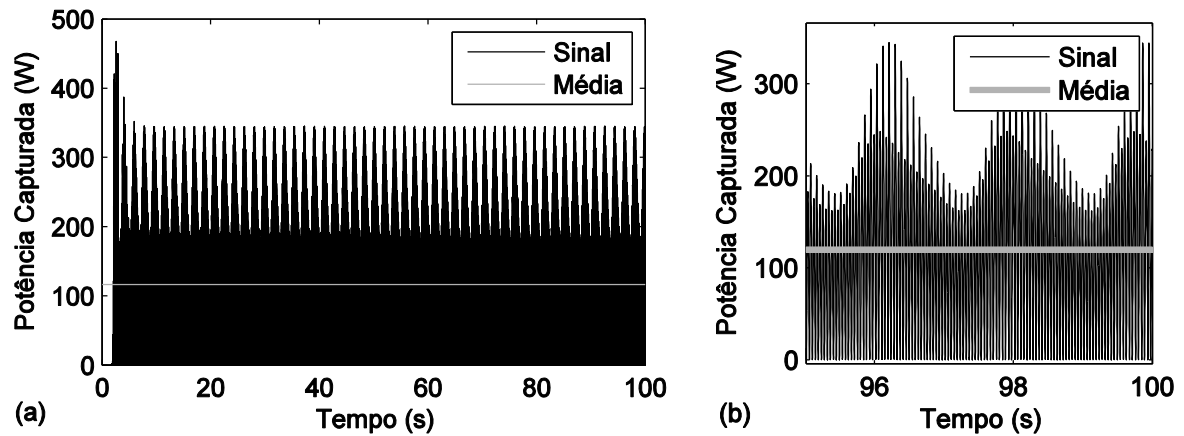


Figura 3.15 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 0$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

A Fig. (3.13) mostra que o sistema continua apresentando o fenômeno de saturação modal no regime permanente, porém o sistema não se comporta como o mostrado na Fig. (3.9). Com o mapa de Poincaré das Figs. (3.14a) e (3.14b), pode-se concluir que o sistema aparentemente apresenta-se quasiperiódico com periodicidade 1 no modo horizontal e periodicidade 2 no modo vertical.

Mesmo com o sistema com comportamento quasiperiódico, ainda é possível a colheita de energia de vibração e como nas Figs. (3.15a) e (3.15b), observa-se a colheita de energia do sistema que, comparando com o sistema anteriormente apresentado das Figs. (3.11a) e (3.11b), houve um aumento na potência colhida no regime permanente, que anteriormente eram picos de aproximadamente 14W a 15W e obtendo-se aproximadamente 300W a 400W. Em termos de potência média, houve um aumento aproximadamente de 7.69W para 116.81W, ou seja, houve um grande aumento na energia colhida com o novo coeficiente piezoelétrico linear de $\theta = 0.038$.

Em seguida, será analisado a influência do coeficiente piezoelétrico não-linear em comparação com as simulações feitas para as Figs. (3.13), (3.14) e (3.15).

Admitindo-se o valor do coeficiente piezoelétrico não-linear de $\Theta = 5.1$, valor de carga máxima encontrado para $\theta = 0.038$, tem-se os resultados obtidos nas Figs. (3.16), (3.17) e (3.18).

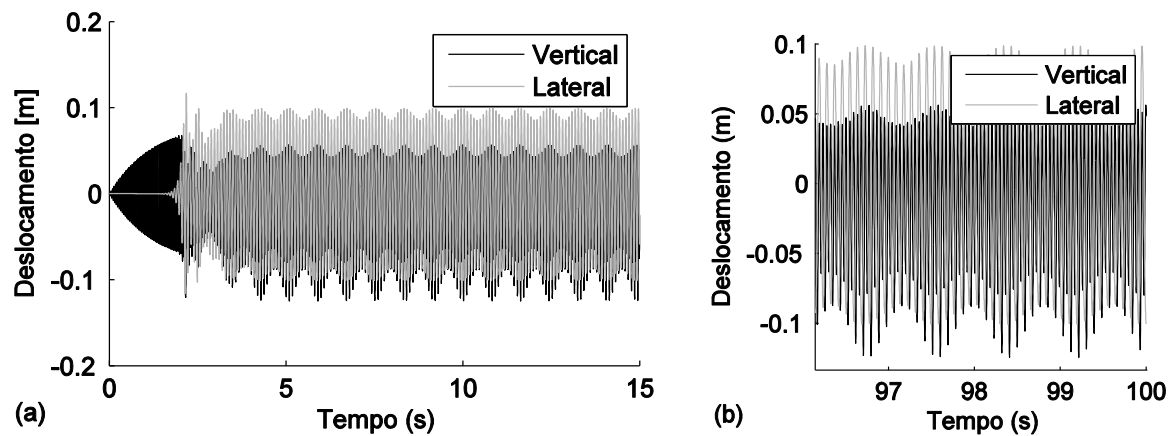


Figura 3.16 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

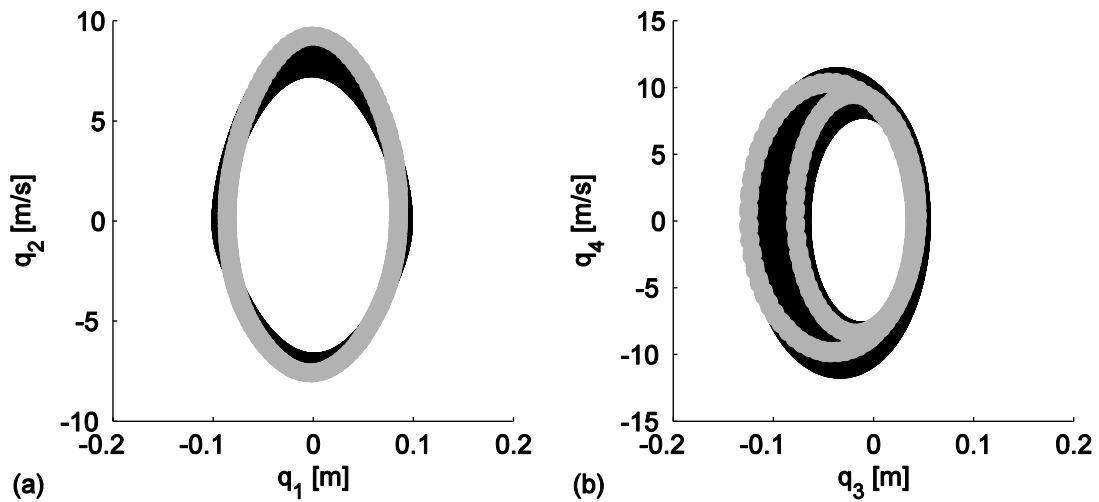


Figura 3.17 - Plano de fase (preto) e mapa de Poincaré (cinza) para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$. (a) Movimento horizontal. (b) Movimento vertical.

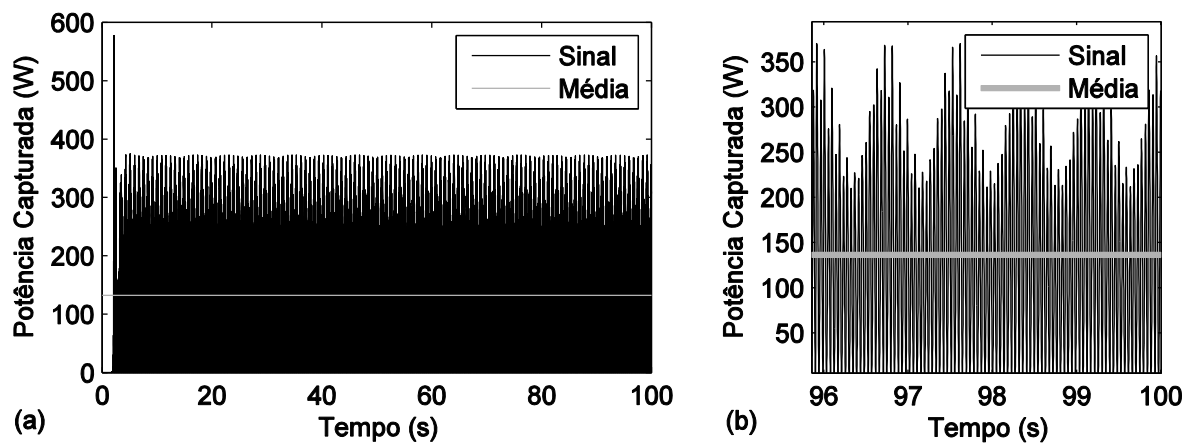


Figura 3.18 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.038$ e $\Theta = 5.1$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

A figura (3.16) mostra o histórico do deslocamento no tempo sendo a Fig. (3.16a) com transiente e a Fig. (3.16b) no regime permanente. Pode-se observar ainda o fenômeno de saturação modal e percebe-se que, com o uso do coeficiente piezoelétrico não-linear, os picos de amplitude foram menores porém mais frequentes do que na Fig. (3.13), e pode-se prever o mesmo na potência colhida.

Utilizando o mapa de Poincaré (cinza) para os dois modos de vibração do sistema como mostrado na Fig. (3.17a), do movimento horizontal, e na Fig. (3.17b), do movimento vertical, observa-se que o sistema permanece quasiperiódico.

A Fig. (3.18) mostra a potência colhida do sistema, que a Fig. (3.18a) há transiente e a Fig. (3.18b) em regime permanente. Nota-se um ligeiro aumento da potência colhida pela Fig. (3.18b) em comparação com a Fig. (3.15b), porém a potência colhida continua na faixa de 300W e 400W no regime permanente. Em termos da potência média obteve-se um pequeno aumento aproximadamente de 116.81W para 135.68W, ou seja, houve uma contribuição positiva para o ganho de energia colhida do sistema.

A contribuição positiva do coeficiente piezoelétrico não-linear irá depender do valor do coeficiente piezoelétrico linear. Utilizando-se o primeiro valor denotado neste trabalho, o qual era $\theta = 0.1$, e analisando o coeficiente piezoelétrico não-linear em relação a esse valor obtêm-se a Fig. (3.19) que mostra a influência do valor do coeficiente não-linear em relação à carga máxima. Percebe-se que para este caso, a maior colheita de energia se dá quando este coeficiente não-linear é zero. Utilizando-se este coeficiente como sendo $\Theta = 10$ obtêm-se a Fig. (3.20).

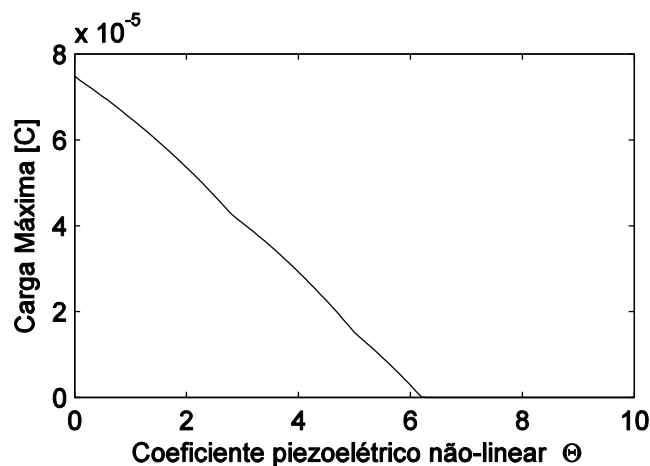


Figura 3.19 - Análise do coeficiente piezoelétrico não-linear em relação à carga máxima para $\theta = 0.1$.

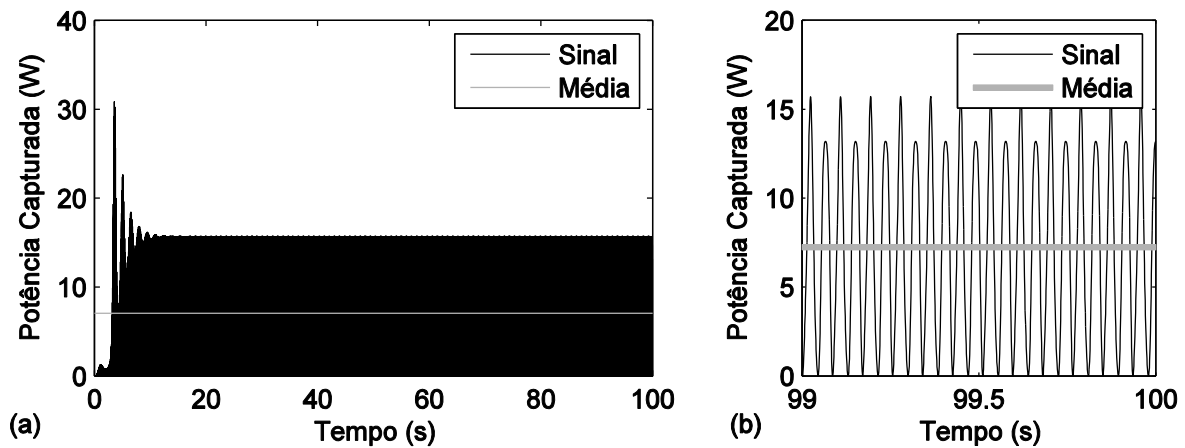


Figura 3.20 - Histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.1$ e $\Theta = 10$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

A figura (3.20a) mostra o histórico no tempo da potência colhida para $\theta = 0.1$ e $\Theta = 10$ sendo a potência (preto) e a potência média (cinza) com transiente, e a Fig. (3.20b) mostra no regime permanente. Percebe-se que houve diminuição dos picos no regime permanente e consequentemente da potência média em relação à Fig. (3.11b) e, numericamente, a potência média diminuiu de 7.69W para 7.38W.

Um bom modo para se observar a influência do coeficiente piezoelétrico não-linear na potência colhida é analisando a Tab. 2. Esta tabela mostra os valores da potência em relação aos coeficientes piezoelétricos lineares e não-lineares. E para complementar a Tab. 2, analisa-se a curva de nível da Fig. (3.21).

Tabela 2 - Influência do coeficiente piezoelétrico na potência média (Rocha *et al*, 2014; Balthazar *et al*, 2014)

	$\theta = 0.038$	$\theta = 0.050$	$\theta = 0.075$	$\theta = 0.100$
$\Theta = 0$	116.8W	30.9W	10.2W	7.69W
$\Theta = 2$	134.2W	26.8W	10.3W	7.68W
$\Theta = 4$	136.1W	18.7W	10.3W	7.66W
$\Theta = 5$	135.1W	18.5W	10.3W	7.63W
$\Theta = 6$	134.4W	18.3W	10.4W	7.60W
$\Theta = 8$	130.0W	18.0W	10.4W	7.50W
$\Theta = 10$	122.5W	17.7W	10.5W	7.38W

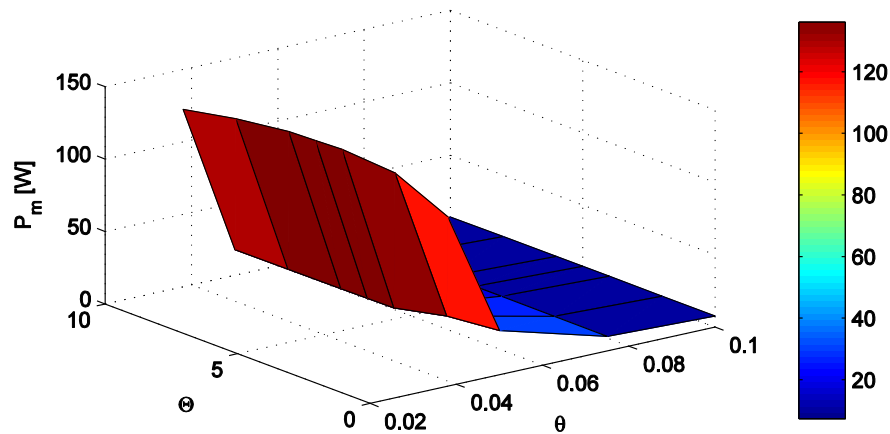


Figura 3.21 - Curva de nível referente à Tab. 2, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ .

Com os valores obtidos da Tab. 2 fica fácil analisar a influência dos coeficientes na potência média, e inclusive a influência do coeficiente não-linear. Para $\theta = 0.038$, a potência vai de 116.8W para 134.2W apenas aumentando o parâmetro não-linear para $\Theta = 2$. Já para $\theta = 0.050$, houve diminuição da potência com o aumento do coeficiente. Para $\theta = 0.075$, houve um pequeno aumento de potência. Para $\theta = 0.1$, como visto anteriormente, houve uma diminuição da potência média em relação ao aumento do coeficiente não-linear. A partir da Tab. 2 pode-se concluir que a influência do coeficiente piezoelétrico não-linear na colheita de energia do sistema irá depender do valor do coeficiente piezoelétrico linear.

Para uma melhor observação do crescimento e decrescimento desses resultados, a Fig. (3.21) ilustra esses valores numa curva de nível, demonstrando cada variação dos valores das potências médias.

Após a análise feita na Tab. 2 e Fig. (3.21), é possível analisar a sensibilidade dos coeficientes não-lineares em relação aos lineares. As Tabelas 3 e 4 mostram esta sensibilidade variando os parâmetros não-lineares em 20% de seu valor.

Tabela 3 – Variação de 20% do valor do coeficiente piezoelétrico não-linear $\Theta \cong 1$ (Balthazar *et al*, 2014)

	$\theta = 0.038$	$\theta = 0.050$	$\theta = 0.075$	$\theta = 0.100$
$\Theta = 0.6$	125.94W	28.32W	10.21W	7.69W
$\Theta = 0.8$	128.21W	28.21W	10.22W	7.69W
$\Theta = 1.0$	129.13W	28.74W	10.22W	7.69W
$\Theta = 1.2$	130.69W	29.26W	10.23W	7.69W
$\Theta = 1.4$	131.38W	28.54W	10.23W	7.69W

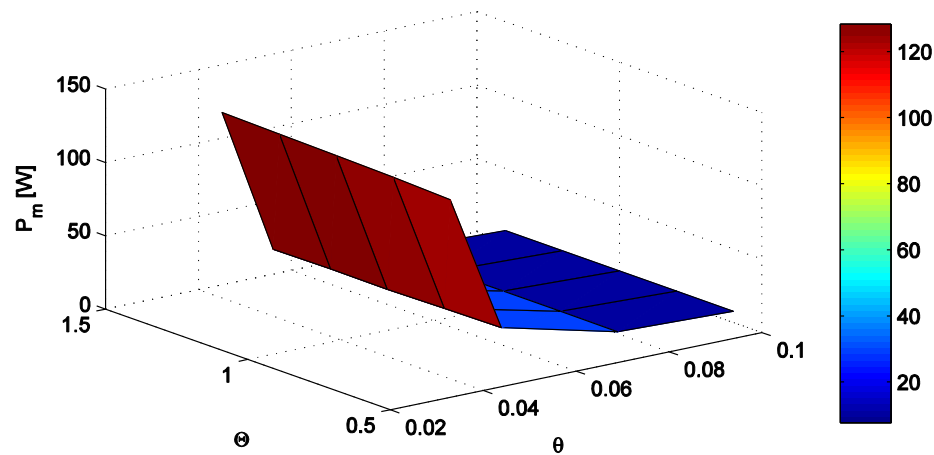


Figura 3.22 - Curva de nível referente à Tab. 3, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ .

A Tabela 3 mostra a sensibilidade do coeficiente piezoelétrico não-linear por volta de 20% do valor de $\Theta = 1$, escolhido por ser um valor próximo de zero pois poderia haver uma grande mudança no sistema. Porém os valores mudaram vem discretamente.

Utilizando a curva de nível ilustrada pela Fig. (3.22), pode-se observar graficamente a Tab. 3, e percebe-se então a pequena sensibilidade do coeficiente piezoelétrica não-linear em relação as suas pequenas variações, e também observar o aumento da potência média em relação ao aumento do coeficiente piezoelétrico linear.

Tabela 4 – Variação de 20% do valor do coeficiente piezoelétrico não-linear $\Theta \cong 4$ (Rocha *et al*, 2014)

	$\theta = 0.038$	$\theta = 0.050$	$\theta = 0.075$	$\theta = 0.100$
$\Theta = 3.2$	135.60W	18.97W	10.30W	7.67W
$\Theta = 3.6$	136.36W	18.85W	10.31W	7.67W
$\Theta = 4.0$	136.13W	18.74W	10.32W	7.66W
$\Theta = 4.4$	135.93W	18.64W	10.33W	7.65W
$\Theta = 4.8$	136.31W	18.54W	10.34W	7.64W

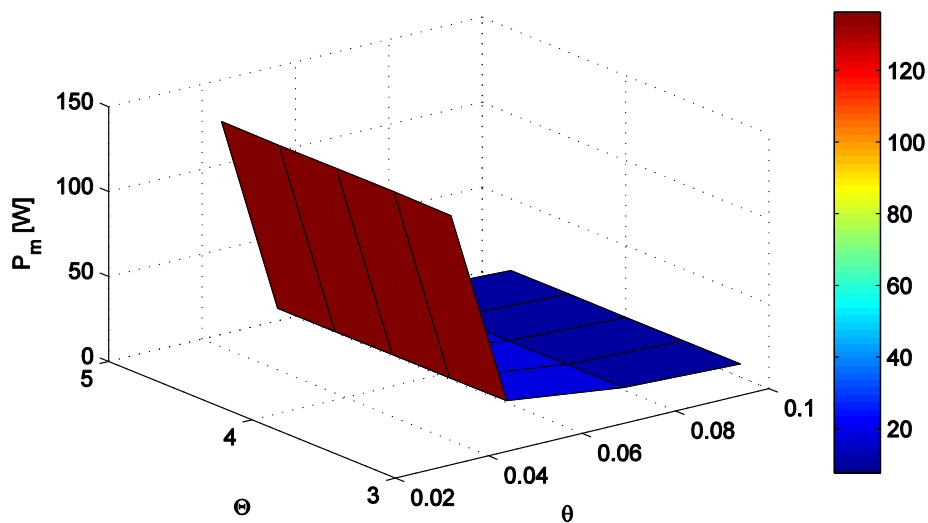


Figura 3.23 - Curva de nível referente à Tab. 4, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ .

A Tabela 4 também mostra a sensibilidade do coeficiente não-linear, mas por volta de 20% do valor de $\Theta = 4$, por ser o valor de maior potência encontrada num valor entre 0 a 10 do coeficiente não-linear dado na Tab. 2. Assim como na Tab. 3, não houve grandes mudanças.

A Figura (3.23) também representa graficamente os valores da Tab. 4, e observa-se que há pouca sensibilidade em relação a pequenas variações do coeficiente piezoelétrico não-linear. Também percebe-se um aumento mais brusco na potência média capturada em relação ao aumento do valor do coeficiente piezoelétrico linear.

3.2.3 Influência da amplitude da excitação externa na colheita de energia

Um parâmetro muito importante para se obter uma boa colheita de energia é a amplitude de excitação externa. Quanto maior for esta amplitude, maior será a potência colhida. Nesta subseção será analisado a influência da amplitude da força externa em relação ao sistema e também à colheita de energia.

Os mesmos parâmetros da Tab. 1 serão usados, com exceção de amplitude da excitação o qual será variado. O valor da frequência da excitação da força externa será adotado como $\Omega = \omega_2 + \sigma = 148 \text{ rad/s}$, valor da faixa de operação do fenômeno de saturação modal, e de início, será adotado os coeficientes piezoelétricos como $\theta = 0.1$ e $\Theta = 0$.

Primeiramente, faz-se a mesma análise do parâmetro da amplitude em relação à carga máxima do sistema no regime permanente para se obter uma faixa de uso da amplitude para o sistema, como mostrado na Fig. (3.24).

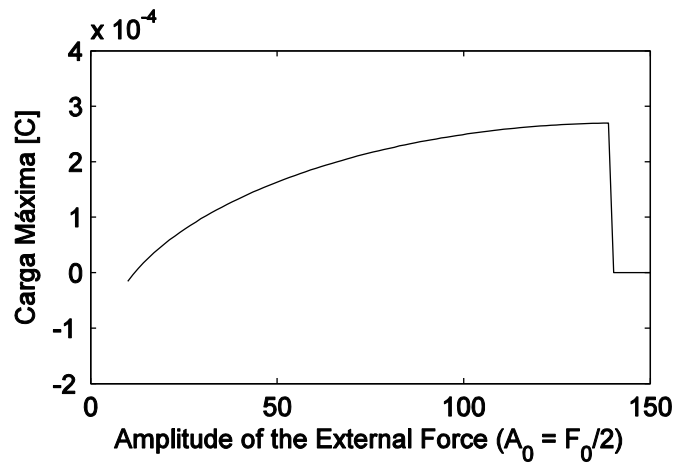


Figura 3.24 - Análise do coeficiente piezoelétrico linear em relação à carga máxima.

A Figura (3.24) mostra o gráfico do valor do parâmetro da amplitude de excitação externa, dado por A_0 , e a carga máxima. O valor a ser analisado será o da amplitude de excitação

externa de F_0 , o qual é metade do valor de seu parâmetro, ou seja, $A_0 = F_0/2$. Esse gráfico mostra que quanto maior a amplitude de excitação, maior a carga máxima adquirida.

A partir da Figura (3.24), adota-se a amplitude de excitação como $F_0 = 150N$ e logo observa-se as Figs. (3.25) e (3.26).

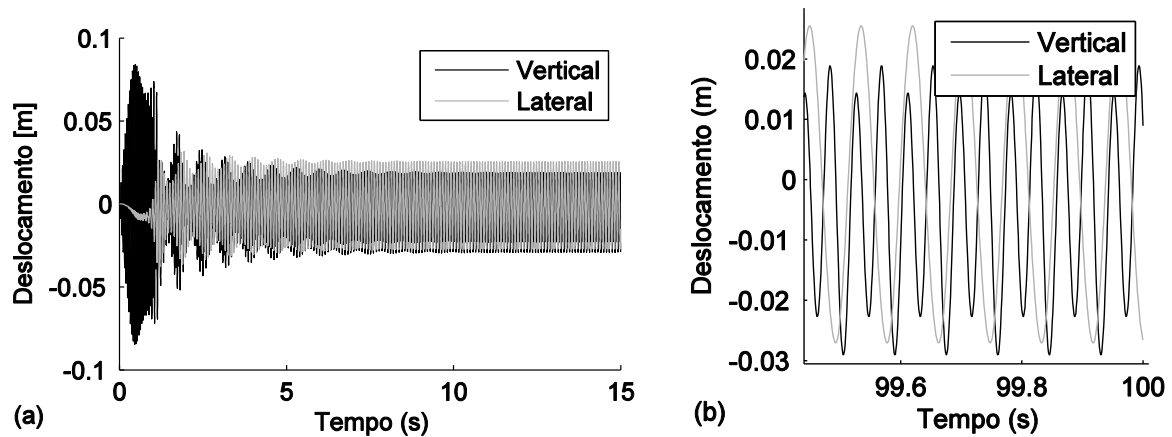


Figura 3.25 - Históricos do deslocamento no tempo do movimento vertical (preto) e movimento horizontal (cinza) para $F_0 = 150N$. (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

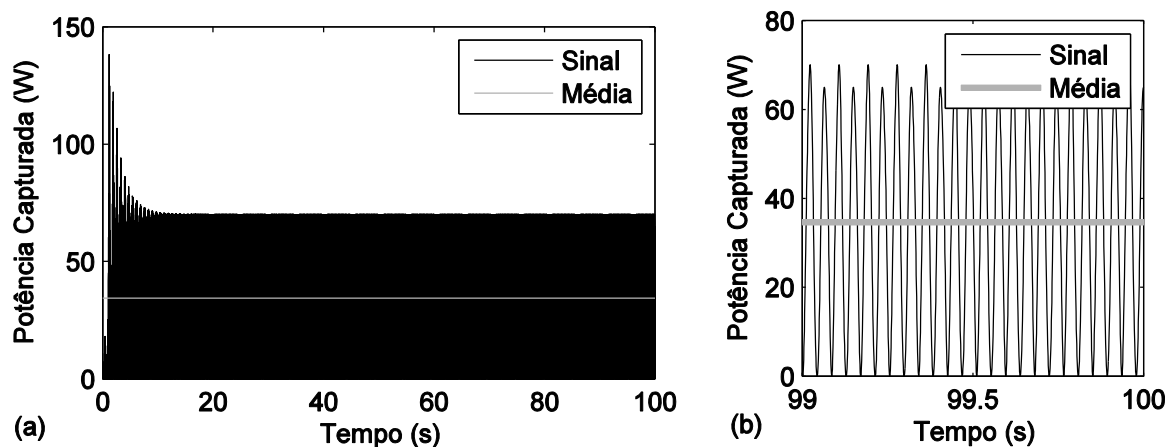


Figura 3.26 - Histórico no tempo da potência colhida para $F_0 = 150N$, sinal (preto), potência média (cinza). (a) Histórico com transiente. (b) Histórico no regime permanente.

A Figura (3.25) mostra o histórico do deslocamento no tempo e pode-se ver um maior deslocamento em relação à Fig. (3.9). E a Figura (3.26) mostra maiores picos de potência colhida e uma maior potência média dada no sistema em relação à Fig. (3.11), onde a amplitude de excitação externa era de $F_0 = 40\text{ N}$. A potência média colhida aumentou de 7.6W para 34.6W.

A fim de se fazer uma melhor análise da influência da amplitude da excitação externa, assim como feito para o coeficiente piezoelétrico não-linear, construiu-se as Tabs. 5, 6 e 7.

Tabela 5 - Efeito da amplitude da força externa ($\theta = 0.1$ e $\Theta = 0$) (Balthazar *et al*, 2014).

Amplitude de força externa [N]	Máx. Deslocamento horizontal [m]	Potência média [W]
10	0.00093	0.14
40	0.0118	7.69
80	0.0181	17.64
110	0.0216	25.01
150	0.0255	34.71

Tabela 6 - Efeito da amplitude da força externa com acoplamento piezoelétrico linear em relação à potência média ($\Theta = 0$) (Balthazar *et al*, 2014).

$F_0 \backslash$	$\theta = 0.038$	$\theta = 0.050$	$\theta = 0.075$	$\theta = 0.100$
10N	132.50W	4.15W	1.35W	0.141W
40N	116.77W	30.91W	10.20W	7.686W
80N	Instável	60.00W	21.78W	17.725W
110N	Instável	Instável	30.33W	25.189W
150N	Instável	Instável	41.54W	35.027W

Tabela 7 – Efeito da amplitude da força externa ($\theta = 0.1$ e $\Theta \cong 1.0$) (Balthazar *et al*, 2014).

$F_0 \backslash$	$\Theta = 0.6$	$\Theta = 0.8$	$\Theta = 1.0$	$\Theta = 1.2$	$\Theta = 1.4$
10N	0.135W	0.133W	0.132W	0.129W	0.128W
40N	7.689W	7.688W	7.687W	7.686W	7.685W
80N	17.679W	17.695W	17.710W	17.725W	17.738W
110N	25.096W	25.129W	25.160W	25.189W	25.219W
150N	34.863W	34.920W	34.975W	35.027W	35.077

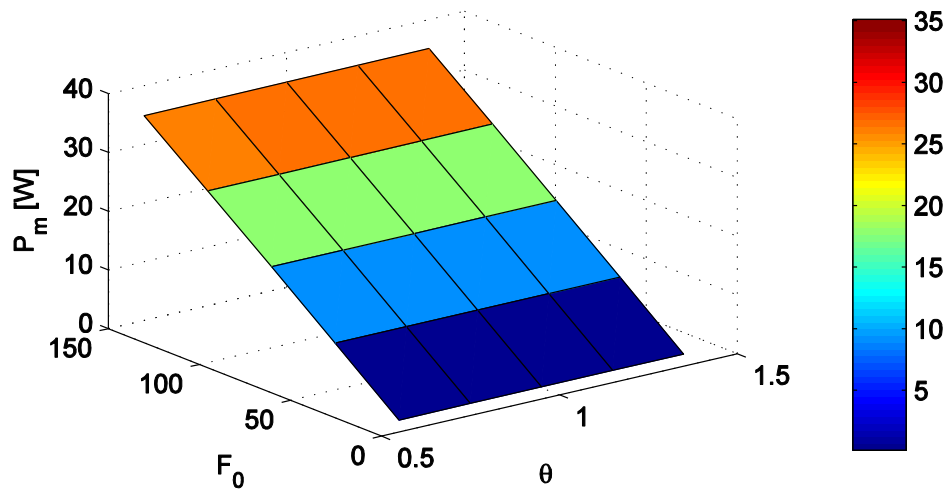


Figura 3.27 - Curva de nível referente à Tab. 7, da potência média colhida em relação a variação dos parâmetros do coeficiente piezoelétrico linear θ e coeficiente piezoelétrico não-linear Θ .

A Tabela 5 mostra alguns valores da potência média e máximo deslocamento horizontal em relação à amplitude da força externa, mostrando sua influência na colheita de energia. Nota-se que, quanto maior a amplitude, maior a colheita de energia do sistema.

A Tabela 6 mostra o efeito da amplitude na potência média variando os coeficientes piezoelétricos lineares e percebe-se algumas instabilidades para o sistema dependendo o valor da amplitude e/ou coeficiente piezoelétrico linear.

Também, a Tabela 7 mostra o efeito da amplitude na potência média, porém com coeficiente piezoelétrico linear $\theta = 0.1$ e variando o não-linear e 20% do seu valor perto de $\Theta \cong 1.0$, e percebe-se também pouca diferença entre os valores com a mudança do coeficiente piezoelétrico não-linear, porém houve aumento de potência com o aumento da amplitude da força externa. A Figura (3.27) representa a Tab. 7 e então mostrando pouca diferença entre os valores com a pequena variação de 20% do coeficiente piezoelétrico não-linear.

4 CONCLUSÕES

Com o desenvolvimento deste trabalho, observou-se que a saturação modal é um fenômeno de grande importância em estruturas com ressonância interna de 2:1, pois pode haver maior movimento em um dos modos de vibração da estrutura. Com isso, esse fenômeno é de grande importância para o estudo da colheita de energia de vibração e sua transformação em energia elétrica, pois com o fenômeno foi possível mostrar que houve um grande ganho na colheita de energia da estrutura.

Outra questão importante estudada foi a não-linearidade do material piezoelétrico e sua influência no comportamento do sistema, e principalmente no ganho da colheita de energia. Foi possível perceber ganhos na colheita de energia, porém ele dependerá do valor do coeficiente piezoelétrico linear do material.

A amplitude da excitação externa também é um fator importante para a colheita de energia. Como esperado, quanto maior é a amplitude do deslocamento da coluna, maior será a colheita de energia

5 TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo de se realizar um experimento, e estender os resultados pesquisados nesta dissertação, do problema em questão, deve se acoplar ao sistema um vibrador eletrodinâmico, exibido na Fig. (5.1). Esse tipo de excitação, vem sendo usado por diversos autores, entre eles citam-se o trabalho de (Xu *et al*, 2005, 2007; Lee. *et al*, 2008), sem desmerecer outros. Estes autores simularam as ondas do mar, como sendo geradas através do uso do vibrador eletrodinâmico.

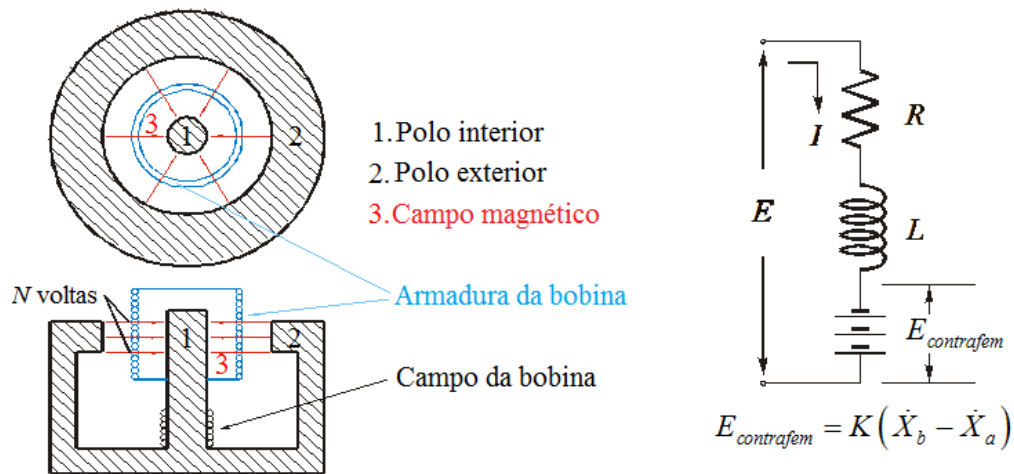


Figura 5.1 - Representação de um excitador eletrodinâmico. (a) Representação da parte mecânica. (b) Representação da parte elétrica, (Xu, *et al*, 2005, 2007; Lee *et al*, 2008).

Para uma aplicação prática, pode-se usar este excitador utilizando sua variável dependente a corrente e a força eletromotriz como $F_{em} = KI$, onde $K = 2\pi r_{bobina}NB$, e a equação de movimento, apenas da parte elétrica, é representada pela Eq. (5.1).

$$L_s \dot{I} + R_s I + E_{contrafem} = E \quad (5.1)$$

onde a tensão de entrada é $E = e_0 \cos \Omega t$, L_s é a indutância, R_s é a resistência, $E_{\text{contrafem}}$ é a força contra eletromotriz, r_{bobina} é o raio da bobina, N é o número de laços da armadura da bobina e B é o campo magnético constante criado pelo campo da bobina.

Para uma estrutura aporticada, é possível o uso de um excitador com um circuito RL , como ilustrado na Fig. (5.2).

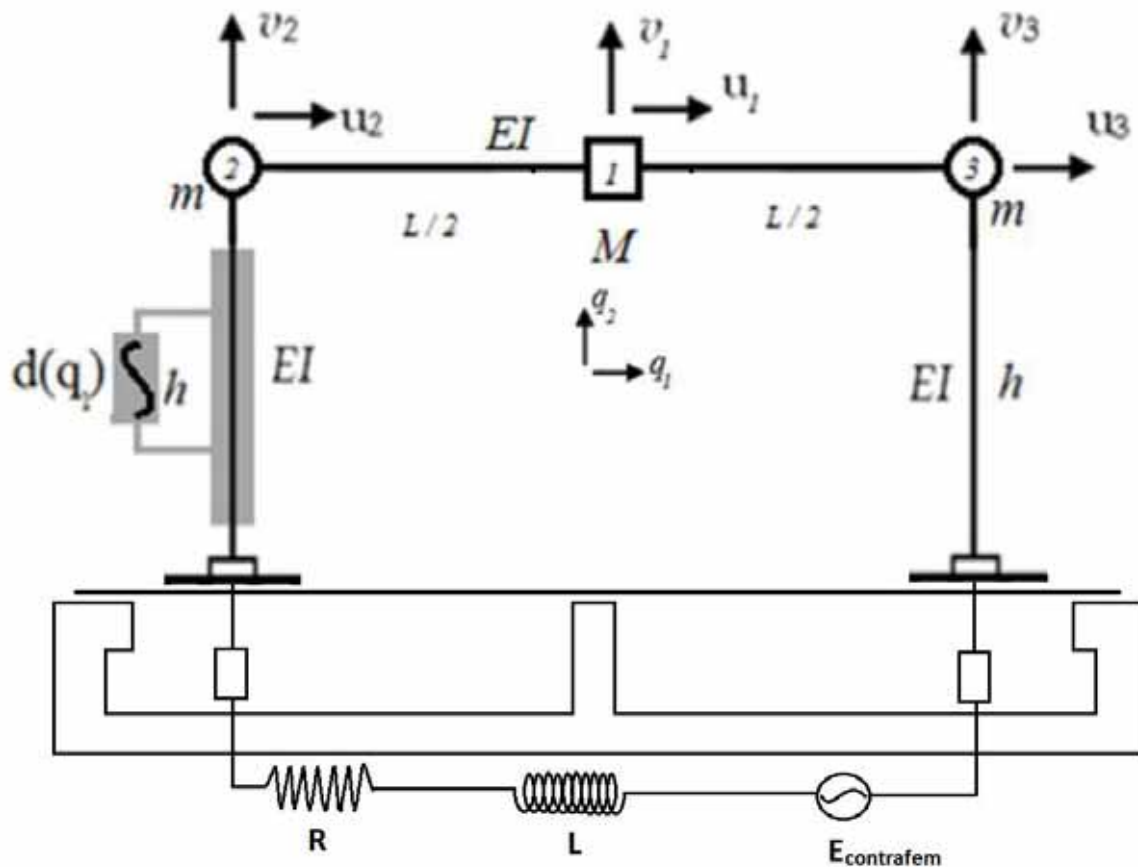


Figura 5.2 - Modelo matemático de uma estrutura aporticada excitado por um vibrador eletrodinâmico acoplado à sua barra apoiada (representado como massa M). Adaptado de (Felix, 2002; Mazzilli e Brasil, 1995; Brasil, 1990).

Cujas equações de movimento são dadas pelas Eqs. (5.2), (5.3), (5.4) e (5.5).

$$(2m + M)\ddot{q}_1 + 2(k_c - mgA)q_1 + Ak_b q_1 q_2 + c_1 \dot{q}_1 = \frac{d(q_1)}{C_p} Q_p \quad (5.2)$$

$$M\ddot{q}_2 + k_b q_2 + \frac{Ak_b}{2} q_1^2 + Mg + KI + c_2 \dot{q}_2 = \frac{d(q_1)}{C_p} Q_p \frac{B}{2} q_2 \quad (5.3)$$

$$R_p \dot{Q}_p - \frac{d(q_1)}{C_p} \left(q_1 + \frac{B}{4} q_2^2 \right) + \frac{Q_p}{C_p} = 0 \quad (5.4)$$

$$L_s \dot{I} + R_s I - K\dot{q}_2 = e_0 \cos \Omega t \quad (5.5)$$

Onde a Eq. (5.2) representa o movimento lateral da estrutura, a Eq. (5.3) representa o movimento vertical, a Eq. (5.4) representa a contribuição do material piezoelétrico e a Eq. (5.5) representa a equação do vibrador. E os próximos passos seriam as simulações e os resultados deste sistema.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALTHAZAR, J.M., BRASIL, R.M.L.R.F., KRASNOPOLSKAYA, T.S., SVHETS A.YU., FELIX, J.L.P., Nonlinear interactions in a piezoceramic bar transducer powered by a vacuum tube generated by a nonideal source. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 4(1), 011013(2008), doi:10.1115/1.3007909.

BALTHAZAR, J.M., FELIX, J.L.P., BRASIL, R.M.L.R.F., On nonlinear dynamics of a particular portal frame foundation model, excited by a nonideal motor, *Materials Science Forum*, 440/441, (2003), 371-378.

BALTHAZAR, J.M., BRASIL, R.M.L.R.F., GARZERI F.J, On non-ideal simple portal frame structural model: Experimental results under a non-ideal excitation. *Applied mechanics and materials*, Vols. 1-2 (2004), pp. 51-57.

BALTHAZAR J.M., ROCHA R.T., BRASIL R.M.F.R.L., TUSSET A.M., PONTES JR B.R., SILVEIRA M.. Mode saturation, mode coupling and energy harvesting from ambient vibration in a portal frame structure. In: *International Design & Information in Engineering Conference (ASME 2014)*, August 17-20, 2014, accepted

BRASIL, R.M.L.R.F., Não-Linearidade Geométrica na Dinâmica de Estruturas Aporticadas Planas: Um tratamento pelo Método dos Elementos Finitos. *Escola Politécnica da USP – São Paulo*, 1990.

COTTONE, F., Nonlinear Piezoelectric Generators for Vibration Energy Harvesting. *Universita' Degli Studi Di Perugia, Dottorato Di Ricerca In Fisica, XX Ciclo*, 2007.

COTTONE, F., Nonlinear Piezoelectric Generators for Vibration Energy Harvesting. *Universita' Degli Studi Di Perugia, Dottorato Di Ricerca In Fisica, XX Ciclo*, 2007.

CRAWLEY, E.F., ANDERSON, E.H., Detailed models of piezoceramic actuation of beams, *Journal of Intelligent Materials System Structure*, 1:4-25, 1990.

DAQAQ, M.F., MASANA, R., ERTURK, A., QUINN D.D., On the role of Nonlinearities in Vibratory Energy Harvesting: A Critical Review and Discussion. Journal of Applied Mechanics Reviews, ASME, Vol. 66, 2014.

DU TOIT, N.E. e WARDLE, B.L., Performance of Microfabricated Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, Intgr. Ferro., 83:13-32 , 2006.

DU TOIT, N.E. e WARDLE, B.L., Experimental Verification of Models for Microfabricated Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, AIAA Journal, 45:1126-1137, 2007.

ENGENYERIA PIQUE, 2013. Disponível em <<http://www.enginyeriapique.cat/es/kyocera-piezo-esp/>>. Acessado em: 03/06/2014.

ERTURK, A., Electromechanical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters, Dissertation submitted to the faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics, November 20, 2009 Blacksburg, VA, 2009.

ERTURK, A., INMAN, D. J., Piezoelectric Energy Harvesting, John Wiley & Sons, Ltd, 2011.

FELIX, J.L.P., Teoria de sistemas vibratórios aporticados, não lineares e não-ideais. Tese de Doutorado, FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA UNICAMP, 2002.

FELIX, J.L.P., BALTHAZAR, J.M, BRASIL, R.M.L.R.F, DE PAULA, A.S., On an energy exchange process and appearance of chaos in a non-ideal portal frame dynamical system., Springer, 2013. DOI 10.1007/s12591-013-0163-9.

FUJITSU LABORATORIES LTD., 2010. Disponível em: <<http://www.fujitsu.com/global/news/pr/archives/month/2010/20101209-01.html>>, acessado em: 09/04/2014.

HADDOW, A.G., BARR, A.D.S, MOOK, D.T., Theoretical and Experimental Study of Modal Interaction in a Two-Degree-of-Freedom Structure. *Journal of Sound and Vibration*, 97(3), 1984, pp. 451-473.

HEYWANG, W., LUBITZ, K., WERSING, W., Piezoelectricity Evolution and Future of a Technology, Springer Series in Materials Science ISSN 0933-033x, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

LEE, Y., PAI, P. F., FENG Z.C., Nonlinear complex response of a parametrically excited tuning fork, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 22(5), 1146-1156, 2008.

INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY (IAEA), Management of Severely Damaged Nuclear Fuel and Related Waste, Technical Reports Series n° 321, Vienna, 1991.

ILIUK I., BALTHAZAR, J. M., TUSSET, A. M., BUENO, A.M., FELIX, J.L.P., PONTES JR, B.R., PIQUEIRA, J.R.C., A non-ideal portal frame energy harvester controlled using a pendulum. *The European Physical Journal. Special Topics*, 2013(in press).

ILIUK, I., BALTHAZAR, J.M., TUSSET, A.M., PIQUEIRA, J.R.C., PONTES JR, B.R. ,FELIX, J.L.P. and BUENO Á.M., A non-ideal portal frame energy harvester controlled using a pendulum, *The European Physical Journal Special Topics*, **222** (7), (2013), 1575-1586.

ILIUK, I., BALTHAZAR, J.M., TUSSET, A.M., PIQUEIRA, J.R.C., PONTES JR, B.R. ,FELIX, J.L.P. and BUENO Á.M., Application of passive control to energy harvester efficiency using a nonideal portal frame structural support system, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* , (2013), doi: 10.1177/1045389X13500570.

JALILI, N., Piezoelectric-Based Vibration Control, From Macro to Micro/Nano Scale Systems, Springer Science Business Media, LLC 2010.

NAYFEH A H and MOOK D T., *Non-linear Oscillations*, John Wiley e Sons, New York, 1979.

NAYFEH, A.H and BALACHANDRAN, B., Applied Nonlinear Dynamics, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1995.

MAZZILLI, C.E.N. and BRASIL, R.M.L.R.F. Effect of static loading on the nonlinear vibrations of a three-time redundant portal frame: analytical and numerical studies, Nonlinear Dynamics, 8, (1995), 347-366.

PAULA, A.S., BALTHAZAR, J.M., FELIX, J.L.P. Some Comments on the Nonlinear Dynamics of a Portal Frame under Base Excitation. Shock and Vibration, 2013(in press).

PAULA, A. S., BALTHAZAR, J.M., FELIX, J.L.P., Nonlinear dynamics of a flexible portal frame under support excitation. ICNPAA – 9TH International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences, 2012, Viena – Austria.

PREUMONT, A. Dynamics of electromechanical and Piezoelectric systems. Springer. 2006.

PRIYA, S., INMAN, D.J., Energy Harvesting Technologies. Springer Science Business Media, LLC, 2009.

R7 NOTÍCIAS, 2010. Disponível em: < <http://noticias.r7.com/internacional/noticias/empresa-paga-r-925-milhoes-para-avaliar-estrago-da-mare-negra-nos-eua-20100524.html>>, acessado em: 03/07/2014.

RIVAROLLOS, M., Time-dependent optimization of a large size hydrogen generation plant using "spilled" water at Itaipu 14 GW hydraulic plant. International journal of hydrogen energy [0360-3199], 2012, vol:37 iss:6 pg:5434 -5443.

RAO, S., Mechanical Vibrations, Addison Wesley, 1990.

ROCHA, R.T., BALTHAZAR J.M., TUSSET, A.M., BRASIL, R.M.F.L., PONTES JR, B.R., SILVEIRA M., BUENO A.M., FELIX J.L.P., Comportamento não linear em fenômenos de saturação em colheita de energia usando plataformas aporticadas e controle passivo. In: VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2014), Agosto 10-15, 2014.

TOLMASQUIM, M.T. Geração de Energia Elétrica no Brasil, Interciência, 198p., Vol.1, ISBN: 8571931259, 2005.

TRIPLETT, A., QUINN, D. D. , The Effect of Non-linear Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 20 p. 1959-1967—November 2009.

VAKAKIS, A.F., GENDELMAN, O.V., BERGMAN, L.A., MCFARLAND D.M., KERSCHEN, G., LEE, Y.S., Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems. Solid Mechanics and Its Applications, Springer, Vol. 156, ISBN 978-1-4020-9130-8, 2009.

XU X., PAVLOVSKAIA E., WIERCIGROCH M., ROMEO F., LENCI S., Dynamic Interactions Between Parametric Pendulum and electro-dynamical shaker, ZAMM, 87, n°2, pp. 172-186, 2007.

XU X., WIERCIGROCH M., PAVLOVSKAIA E., LENCI S., CERRI M. N., ROMEO F., Modeling of Dynamic Interactions between an Electro-Dynamic Shaker and a Parametric Pendulum., IMA, International Conference Recent Advances on Nonlinear Mechanics, Aberdeen, Scotland, 2005.

XU X., WIERCIGROCH M., CARTMELL M.P., 2005, Rotating Orbits of a Parametrically-Excited Pendulum, Science Direct, Chaos, Solitons and Fractals 23, 1537-1548.

SUMULA CURRICULAR

1) Disciplinas cursadas no mestrado

Disciplinas	Ano	Período Letivo	Créditos	Carga Horária	Freq.	Conceito
Controle de Sistema dinâmicos Não-Lineares e Caóticos	2013	1º Semestre	8	120	100	A
Matemática Aplicada	2013	1º Semestre	8	120	100	A
Método dos Elementos Finitos	2013	1º Semestre	8	120	100	A
Pesquisa Científica	2013	1º Semestre	4	60	100	A
Vibrações Mecânicas	2013	1º Semestre	8	120	100	A
Métodos Numéricos e Simulação em Dinâmica Não-Linear	2013	2º Semestre	8	120	100	B
Modelagem de sistema mecânicos	2013	2º Semestre	8	120	100	A
Tópicos especiais: Projetos mecânicos II	2013	2º Semestre	4	60	100	A
Dinâmica Aplicada a Sistemas Mecânicos	2014	1º Semestre	8	120	100	B
Vibrações de Sistemas Mecânicos Discreto e Contínuos Sujeitos a Carregamentos Aleatórios	2014	1º Semestre	8	120	100	A

2) Trabalhos publicados em eventos internacionais com arbitragem

- J.M. BALTHAZAR, **R.T. ROCHA**, R.M.F.L. BRASIL, A.M. TUSSET, B.R. de PONTES JR., M. SILVEIRA. MODE SATURATION, MODE COUPLING AND ENERGY HARVESTING FROM AMBIENT VIBRATION IN A PORTAL FRAME STRUCTURE. In: **ASME 2014** INTERNATIONAL DESIGN & ENGINEERING TECHNICAL CONFERENCES and COMPUTERS & INFORMATION IN ENGINEERING CONFERENCE, AUGUST 17-20, 2014, BUFFALO, NEW YORK.
- J.M. BALTHAZAR, **R.T. ROCHA**, A.M. TUSSET, R.M.F.L. BRASIL, B.R. de PONTES JR., M. SILVEIRA, A.M. BUENO, J.L.P. FELIX, ON MODE SATURATION PHENOMENON AS AN ENERGY HARVESTER GENERATOR. In: 8th EUROPEAN NONLINEAR DYNAMICS CONFERENCE (**ENOC 2014**), JULY 6-11, 2014, VIENNA, AUSTRIA.

3) Trabalhos publicados em eventos nacionais com arbitragem

- **R.T. ROCHA**, J.M. BALTHAZAR, A.M. TUSSET, R.M.F.L. BRASI, B.R. de PONTES JR., M. SILVEIRA, A.M. BUENO, J.L.P. FELIX. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR EM FENÔMENOS DE SATURAÇÃO EM COLHEITA DE ENERGIA USANDO PLATAFORMAS APORTICADAS E CONTROLE PASSIVO. In: VIII CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA (**CONEM 2014**), AUGUST 10-15, 2014, UBERLÂNDIA – MG, BRASIL.
- C.A dos REIS, J.M. BALTHAZAR, D. COLÓN, S.R.F. ROSA, **R.T. ROCHA**, B.R. de PONTES JR., ANÁLISE DAS VIBRAÇÕES FORÇADAS DE UM OSCILADOR DE DUFFING VIA LINEARIZAÇÃO EXATA. In: VIII CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA (**CONEM 2014**), AUGUST 10-15, 2014, UBERLÂNDIA – MG, BRASIL.
- C.A. dos REIS, L.A. da S. VASCONCELLOS, L.de .O NETO, **R.T. ROCHA**, ANÁLISE DAS DEFLEXÕES GRANDES DE UMA VIGA COM RIGIDEZ NÃO LINEAR UTILIZANDO A LINEARIZAÇÃO EXATA A REALIMENTAÇÃO. In: XXXV CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (**CNMAC 2014**), SEPTEMBER 8-12, 2014, NATAL – RN, BRASIL.

4) Trabalho aceito como capítulo de livros nacionais com arbitragem

- C.A dos REIS, D. COLÓN, J.M. BALTHAZAR, S.R.F. ROSA, **R.T. ROCHA**, O COMPORTAMENTO DE SISTEMA MECATRÔNICOS USANDO FERRAMENTAS DA DINÂMICA ZERO. In: MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS ENGENHARIAS, **no prelo**, 2014.

5) Trabalho submetido revista de circulação internacional

- **R.T. ROCHA**, J.M. BALTHAZAR, A.M. TUSSET, R.M.F.L. BRASI, J.L.P., FELIX, A.M. BUENO., B.R. de PONTES JR., M. SILVEIRA, ON NONLINEAR BEHAVIOUR IN A PORTAL FRAME STRUCTURE USING OF MODE SATURATION CONTROL AND ENERGY HARVESTING BASED ON NONLINEAR PIEZOELECTRIC MATERIAL. In: Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, ISSN 1555-1415.