
FLUXO DE CARGA CONTINUADO UTILIZANDO ESTRATÉGIA DE PARAMETRIZAÇÃO GEOMÉTRICA BASEADA EM PARÂMETROS FÍSICOS - CONTINUATION POWER FLOW USING GEOMETRIC PARAMETERIZATION BASED ON PHYSICAL PARAMETERS

E. Garbelini*

D. A. Alves*

A. B. Neto*

E. Righeto†

L. C. P. da Silva‡

C. A. Castro‡

*UNESP - Departamento de Engenharia Elétrica, Av. Brasil, 56, Cx. P. 31, 15385-000 Ilha Solteira - Brasil

†UNESP - Departamento de Matemática, Av. Brasil, 56, Cx. P. 31, 15385-000, Ilha Solteira - Brasil

‡UNICAMP - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Cx. P. 6101, 13083-970, Campinas - Brasil

RESUMO

O fluxo de carga convencional é considerado inadequado para a obtenção do ponto de máximo carregamento devido à singularidade da matriz Jacobiana. Os métodos de continuação são ferramentas eficientes para a solução deste tipo de problema, visto que diferentes parametrizações são utilizadas para evitar a singularidade da matriz. Neste trabalho apresenta-se uma técnica de parametrização geométrica que possibilita o traçado completo das curvas P-V sem os problemas de mal-condicionamento. A técnica proposta associa a robustez com a simplicidade e a facilidade de compreensão. A singularidade da matriz Jacobiana é eliminada pela adição da equação de uma reta que passa por um ponto no plano formado pelas variáveis perdas de potência ativa total e o fator de carregamento, dois parâmetros físicos de fácil compreensão. A técnica, aplicada aos sistemas do IEEE, mostra que as

características do fluxo de carga são melhoradas.

PALAVRAS-CHAVE: Método da Continuação, Colapso de Tensão, Fluxo de Carga, Múltiplas Soluções, Ponto de Máximo Carregamento.

ABSTRACT

The conventional Newton's method has been considered inadequate to obtain the maximum loading point of power systems due to the Jacobian matrix singularity. Continuation methods are efficient tools for solving this kind of problem, and different parameterizations are used to avoid the matrix singularity. This paper presents a new geometric parameterization scheme that allows the complete tracing of the PV curves without ill-conditioning problems. The proposed technique associates the robustness to the simplicity and easy understanding. The Jacobian matrix singularity is overcome by the addition of a line equation, which passes through a point in the plane determined by the real power losses and loading factor variables, two parameters with clear physical meaning. The application of this new technique to the

Artigo submetido em 05/07/2004

1a. Revisão em 25/10/2005

2a. Revisão em 17/08/2006

Aceito sob recomendação do Editor Associado

Prof. Glauco Nery Taranto

IEEE systems shows that the characteristics of the conventional Newton's method are improved.

KEYWORDS: Continuation Methods, Voltage Collapse, Load Flow, Multiple Solutions, Maximum Loading Point.

1 INTRODUÇÃO

Os métodos da continuação, baseados em algoritmos preditor-corretor, vêm sendo utilizados por longa data na análise de sistemas de equações algébricas não-lineares parametrizadas (Seydel, 1994), e, mais recentemente, para o traçado das curvas de carregamento, obtenção de múltiplas soluções e do ponto de colapso de tensão de sistemas de potência (Ajarapu e Christy, 1992; Alves *et alii*, 2000; Cañizares *et alii*, 1992; Chiang *et alii*, 1995; Iba *et alii*, 1991; Long e Ajarapu, 1996; Mansour, 1993). As curvas P-V e V-Q possibilitam a compreensão das condições de operação do sistema para diferentes carregamentos, e a sua utilização têm sido recomendadas pelas empresas do setor elétrico internacional (WSCC, 1998) e nacional (Força Tarefa, 1999), para avaliação da estabilidade de tensão. Entre outras aplicações, elas são usados para determinar os limites de transferência de potência entre as áreas de um sistema, ajustar margens, observar o comportamento das tensões das barras do sistema em análise, e comparar estratégias de planejamento.

Um dos principais objetivos da análise estática de estabilidade de tensão é a obtenção do ponto de máximo carregamento (PMC) do sistema. Sua obtenção é importante tanto para o cálculo de margens de estabilidade quanto para a realização da análise modal, uma vez que é neste ponto que ela fornece informações para a determinação de medidas efetivas para o reforço do sistema, já que o PMC define a fronteira entre as regiões de operação estável e instável (Gao, 1996). A utilização do fluxo de carga (FC) convencional para a obtenção do PMC não é possível em consequência das dificuldades numéricas associadas à singularidade da matriz Jacobiana (\mathbf{J}) neste ponto. Observa-se que a solução do FC também depende das características comuns aos processos de solução de equações algébricas não-lineares, tais como da existência da solução, das múltiplas soluções existentes, do método utilizado na resolução, da estimativa inicial, etc. Assim, muito embora o uso de métodos de FC convencionais possibilitem o cálculo de pontos de operação muito próximos ao PMC, sempre será necessário ponderar se os problemas de não convergência são devidos aos problemas numéricos ou a limitações físicas do sistema. Em geral, as diferenças não são óbvias.

Nos estudos relacionados com a análise estática da estabilidade de tensão, os métodos de fluxo de carga continuados (FCC) superam as dificuldades numéricas acima mencionadas pela adição de equações parametrizadas (Ajarapu e Christy, 1992; Alves *et alii*, 2000; Cañizares *et alii*, 1992; Chi-

ang *et alii*, 1995; Long e Ajarapu, 1996). A reformulação das equações do FC visa a eliminação da singularidade da matriz \mathbf{J} no PMC e, conseqüentemente, dos problemas numéricos que ocorrem em torno deste. Entre os diversos métodos de FCC descritos na literatura, o traçado completo das curvas P-V e V-Q é efetuado variando automaticamente o valor de um determinado parâmetro do sistema (p. ex., o fator de carregamento ou tensão de uma barra qualquer), sem preocupação com as singularidades das equações do sistema de potência. A diferença entre estes métodos está no modo como o novo parâmetro é escolhido e em como a singularidade é eliminada.

Uma outra característica importante dos métodos da continuação é que estes podem fornecer informações valiosas a respeito da geometria do espaço de soluções das equações do FC. A visualização geométrica do espaço de soluções das equações do FC é útil não só do ponto de vista didático, posto que esta facilita a compreensão do problema em si, mas também pode auxiliar no desenvolvimento de novas estratégias para a eliminação de problemas numéricos relacionados aos métodos de solução das equações, a obtenção das múltiplas soluções e de índices de estabilidade de tensão (Alves e da Costa, 2002; Hiskens, 1995; Chen e Wang, 1997; Overbye e Klump, 1996; Yorino *et alii*, 1997). Observa-se que apesar das técnicas de parametrização baseadas em parâmetros físicos simplificarem a definição matemática e o entendimento do método (Alves *et alii*, 2000; Ajarapu e Christy, 1992; Long e Ajarapu, 1996), constata-se que os métodos de continuação existentes na literatura muitas vezes utilizam técnicas de parametrização complexas e de interpretação puramente geométrica (Chiang *et alii*, 1995; Cañizares *et alii*, 1992), posto que estas técnicas são consideradas mais robustas, e portanto mais apropriadas do que as baseadas em parâmetros físicos (Mansour, 1993).

Em Alves *et alii* (Alves *et alii*, 1999) mostrou-se que ao se utilizar a tensão de uma barra k qualquer como parâmetro, a nova matriz Jacobiana também pode tornar-se singular na superior da curva PV. Portanto, como não se conhece a priori comportamento de cada uma das variáveis de tensões à medida que o carregamento do sistema aumentar, haverá não só a dificuldade em se escolher inicialmente uma delas como parâmetro, mas também poderá ser necessário mudar de parâmetro várias vezes durante o processo de traçado da curva P-V. Em Alves *et alii* (Alves *et alii*, 2000) foram apresentadas outras técnicas de parametrização, baseadas em parâmetros físicos, que podem ser utilizadas para eliminar a singularidade da matriz \mathbf{J} no PMC. Em particular, mostrou-se que a grande vantagem do uso da perdas de potência ativa total como parâmetro é que, para a maior parte dos casos, não há a necessidade de troca de parâmetro até pouco depois do PMC. Além disso, não são necessárias grandes alterações no programa de FC convencional.

Este trabalho apresenta um novo procedimento de parametrização para o método da continuação desenvolvido a partir da análise geométrica das trajetórias de soluções das equações do FC apresentadas em Alves *et alii* (Alves *et alii*, 2000). O objetivo foi o de se obter uma técnica de parametrização geométrica que associasse a robustez com a simplicidade e a facilidade de interpretação, que possibilitasse ao mesmo tempo o traçado completo da curva P-V de qualquer sistema de potência sem a preocupação com a singularidade da nova matriz Jacobiana, e que mantivesse assim, a vantagem apresentada pelo uso das perdas de potência ativa total como parâmetro da continuação. Como se verá na seção 3, a solução do problema é obtida pela adição de uma equação de reta que passa por um ponto escolhido no plano formado pelas variáveis perdas de potência ativa total e o fator de carregamento, dois parâmetros físicos de fácil compreensão. O traçado da curva P-V é efetuado variando o coeficiente angular da reta. A mudança de reta é realizada somente quando for necessário, i.e., ou quando o número de iterações exceder um determinado valor preestabelecido ou quando o método divergir. A mudança é preestabelecida, isto é, é conhecida a priori. Os resultados obtidos com a nova metodologia para os sistemas testes do IEEE (14, 30, 57 e 118 barras), considerando os limites de potência reativa dos geradores e a atuação de "taps" de transformadores no controle de tensão, mostram que as características de convergência do método de Newton do FC convencional são melhoradas na região do PMC e que este ponto pode ser determinado com a precisão desejada. Diversos testes são realizados para proporcionar a compreensão e possibilitar a avaliação do desempenho do esquema de parametrização proposto. Outro aspecto importante a ser ressaltado é que os respectivos PMC dos sistemas analisados, obtidos com o procedimento proposto, foram os mesmos obtidos com as metodologias utilizadas em (Alves *et alii*, 2000) e (Alves *et alii*, 1999). Assim, mostra-se que a diferença do ponto de divergência dos métodos, quando da obtenção do PMC, se deve mais a sua inadequação para o cálculo do respectivo ponto, do que do método em si.

2 O MÉTODO DA CONTINUAÇÃO

Os métodos de FCC realizam o traçado dos perfis de tensão (curvas P-V, Q-V e S-V), a partir de um caso base até o PMC, por meio de sucessivas soluções de FC. Além da margem de carregamento (MC), obtém-se informações adicionais a respeito do comportamento das tensões das barras do sistema em análise. Em geral as equações de FC podem ser escritas como

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}, \theta, \lambda) = \mathbf{0} \quad (1)$$

onde \mathbf{V} é o vetor das magnitudes de tensões nodais e θ é o

vetor dos ângulos de fase nodais, excetuando os da barra referência. λ é o fator de carregamento e \mathbf{G} é um vetor composto pelas equações dos balanços de potências ativa e reativa nodais. Essa equação pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} [\mathbf{P}_{ger}(\lambda) - \mathbf{P}_{carga}(\lambda)] - \mathbf{P}(\theta, \mathbf{V}) &= \mathbf{0} \\ [\mathbf{Q}_{ger} - \mathbf{Q}_{carga}(\lambda)] - \mathbf{Q}(\theta, \mathbf{V}) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (2)$$

onde λ é o fator de carregamento, $\mathbf{P}_{carga}(\lambda) = \lambda \mathbf{k}_{pc} \mathbf{P}_{carga}^{esp}$, $\mathbf{P}_{ger}(\lambda) = \lambda \mathbf{k}_{pg} \mathbf{P}_{ger}^{esp}$ e $\mathbf{Q}_{carga}(\lambda) = \lambda \mathbf{k}_{qc} \mathbf{Q}_{carga}^{esp}$. \mathbf{P}_{carga}^{esp} , \mathbf{Q}_{carga}^{esp} e \mathbf{P}_{ger}^{esp} são respectivamente os valores especificados no caso base ($\lambda=1$) das potências ativa e reativa das barras PQ, e das potências ativa das barras PV. \mathbf{k}_{pg} , \mathbf{k}_{pc} e \mathbf{k}_{qc} são parâmetros prefixados usados para caracterizar um cenário de carga específico. Eles descrevem as taxas de variação de potência ativa (\mathbf{P}_{ger}) nas barras de geração (barras PV), e das potências ativa (\mathbf{P}) e reativa (\mathbf{Q}) nas barras de carga (barras PQ). Assim, é possível realizar uma variação de carregamento individual, isto é, para cada barra do sistema, considerando para cada uma, um crescimento de carga com fatores de potência diferentes aos do caso base. Tradicionalmente, entretanto, assume-se que o aumento de carga de uma determinada área é feito com fator de potência constante e proporcional ao carregamento do caso base com modelo de carga de potência constante (nesse caso \mathbf{k}_{pg} , \mathbf{k}_{pc} e \mathbf{k}_{qc} são todos iguais a um), visto que este fornece a condição operacional mais segura para o sistema (WSCC, 1998). Esta será a estratégia adotado nesse trabalho. Uma vez definido um padrão de variação da carga e uma estratégia de despacho da geração, é necessário saber o quanto a demanda poderá aumentar antes que o sistema entre em colapso, ou seja, qual é a MC para as condições preestabelecidas. Para isso realiza-se o traçado da curva P-V por meio de sucessivas soluções de (2) utilizando um FC e considerando um crescimento da carga na direção predefinida. Nesse procedimento, \mathbf{P}_{ger} , \mathbf{P} , \mathbf{Q} , e λ são as variáveis independentes, enquanto que \mathbf{V} e θ são as variáveis dependentes. Com a inclusão de λ como variável a dimensão do sistema de equações (2), que é de $n = 2n_{PQ} + n_{PV}$ (onde n_{PQ} e n_{PV} correspondem ao número de barras PQ e PV, respectivamente), resultará em n equações e $n + 1$ incógnitas. Assim, qualquer uma das $n + 1$ incógnitas pode ser definida como parâmetro (Mansour, 1993; Alves *et alii*, 2000; Ajjarapu e Christy, 1992).

No FC λ é usado como parâmetro (variável independente, seu valor é prefixado), assim o sistema de equações (2) passa a ter novamente n equações e n incógnitas. O seu valor é incrementando gradualmente, a partir do caso base ($\lambda=1$), até um valor para o qual não mais se obtenha solução (o processo iterativo do FC não converge). Nesse ponto realiza-se um controle de passo que consiste numa simples redução no incremento de λ e a solução de um novo FC a partir da última solução convergida. O PMC é considerado como sendo

o último ponto convergido, após sucessivas repetições desse procedimento. Entretanto, a divergência do FC é consequência da singularidade da matriz \mathbf{J} do sistema de equações (2) no PMC e, portanto, não será possível determiná-lo precisamente. Em Alves *et alii* (2004) mostrou-se que diferentes valores de PMC eram obtidos quando do uso dos FC convencionais de Newton e desacoplado rápido. Além da incerteza a respeito do ponto obtido ser realmente o PMC, as sucessivas reduções no passo (incremento do parâmetro λ) pode resultar num processo computacional lento e oneroso quando comparados aos métodos de FCC.

Ao contrário do FC, no procedimento utilizado pelos métodos de FCC em geral, λ é considerado como variável dependente e, portanto, varia automaticamente, e o número de variáveis do sistema de equações (2) passa a ser $n + 1$. A diferença entre os métodos de continuação está na forma de tratar esta nova variável e em como contornar a singularidade da matriz \mathbf{J} . No contexto do traçado das curvas P-V, a adição de equações parametrizadas ou normalizadas tem sido um procedimento padrão nas análises numéricas (Seydel, 1994). Entre os diversos métodos de FCC descritos na literatura, o mais amplamente utilizado consiste de quatro elementos básicos: um passo preditor, um procedimento de parametrização, um controle de passo, e um passo corretor. O passo preditor é executado para encontrar uma estimativa para a próxima solução a partir da solução da equação (2) para o caso base ($\mathbf{V}^0, \theta^0, \lambda^0=1$), ver figura 1. Os preditores mais utilizados são o tangente e o secante. No preditor tangente a estimativa é encontrada dando um passo de tamanho apropriado na direção do vetor tangente à curva P-V, no ponto correspondente à solução atual. São utilizados dois métodos secantes (Chiang *et alii*, 1995; Seydel, 1994): o de primeira ordem, que usa as soluções atual e anterior, para estimar a próxima, e o de ordem zero, que usa a solução atual e um incremento fixo no parâmetro (λ, θ_k , ou V_k) como uma estimativa para a próxima solução. A principal vantagem desses preditores é que eles demandam um esforço computacional muito pequeno e não apresentam problemas relacionados à singularidade da matriz \mathbf{J} . O preditor secante de ordem zero será a técnica adotada neste trabalho.

A parametrização fornece uma forma de identificar cada solução ao longo da trajetória a ser obtida. As técnicas de parametrização mais utilizadas pelos FCC para eliminar a singularidade de \mathbf{J} são a local (Ajarapu e Christy, 1992) e a geométrica (Cañizares *et alii*, 1992; Chiang *et alii*, 1995). Na parametrização local o FCC parte de um ponto inicial convergido, obtido por um FC convencional, utilizando λ como parâmetro e posteriormente é realizada a troca de parâmetro, o que se dá, geralmente, próximo ao PMC (Ajarapu e Christy, 1992). A variável escolhida é aquela que apresentar a maior variação no preditor tangente, e no secante, a que apresentar a máxima variação relativa. A partir daí λ passa a ser

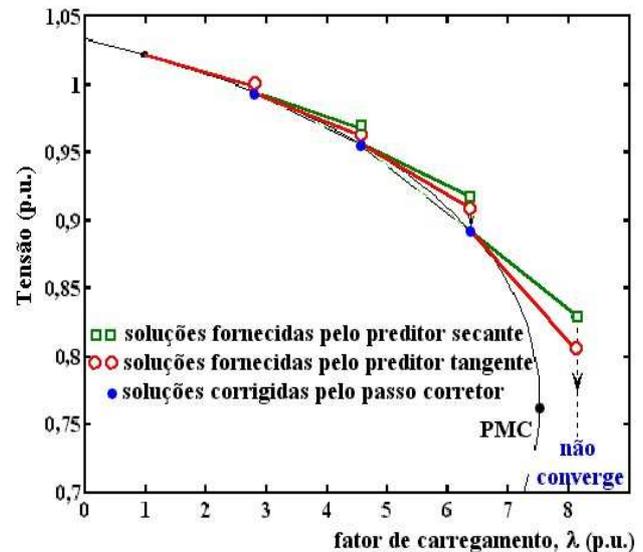


Figura 1: Preditores tangente e secante utilizados nos métodos da continuação (λ como parâmetro).

tratado como variável dependente, enquanto que a variável escolhida, a qual em geral é a tensão de uma barra k qualquer (V_k), passa a ser o novo parâmetro. Assim, o sistema de equações (2) permanece com n equações e n incógnitas.

Em (Chiang *et alii*, 1995) foi proposto a utilização do comprimento de arco (s) como parâmetro. De acordo com os autores esta técnica de parametrização não só garante a não singularidade de \mathbf{J} ao longo de todo o traçado da curva P-V, não havendo portanto a necessidade da troca de parâmetro, como também é considerada mais robusta do que a técnica utilizando parametrização local, possibilitando assim, que sejam dados passos maiores durante todo o traçado da curva. Entretanto, uma vez que a equação acrescentada no passo preditor é não linear, o sistema resultante exige um método especial para ser resolvido, o qual pode consumir muito tempo computacional. A opção sugerida pelos autores é o uso do preditor secante logo após a obtenção de dois pontos da curva. Maiores detalhes pode ser encontrado em (Chiang *et alii*, 1995).

Em (Iba *et alii*, 1991) foi apresentada uma técnica para contornar a singularidade de \mathbf{J} sem a necessidade de parametrização e posteriormente, associada a um controle de passo, foi aplicada com sucesso em vários sistemas em (Cañizares *et alii*, 1992). A técnica consiste em definir um vetor perpendicular ao vetor tangente ao ponto da curva, e que passe pelos pontos previsto subsequente e um outro que se encontra sobre a curva da trajetória de soluções (Seydel, 1994). Por outro lado, esta técnica exige um bom controle de passo nas proximidades do PMC.

Finalmente, após se efetuar a previsão, torna-se necessário realizar a correção da solução aproximada para obter-se a solução final. Na maioria das vezes o ponto obtido pelo passo preditor está próximo da solução correta e assim, poucas iterações são necessárias no passo corretor para a obtenção da solução correta, dentro da precisão desejada. O método de Newton é o mais usado no passo corretor, embora outro método numérico também possa ser utilizado (Alves *et alii*, 2004). Neste passo uma equação do tipo $y - y^{est} = 0$, onde y e y^{est} correspondem à variável escolhida como parâmetro de continuação e seu respectivo valor estimado, obtido pelo passo preditor, pode ser acrescentada a equação (2), ou o valor do parâmetro, como é feito no caso do preditor de ordem zero, pode ser simplesmente fixado em y^{est} . Mais detalhes sobre estes métodos podem ser encontrados em (Ajjarapu e Christy, 1992; Alves *et alii*, 2002; Chiang *et alii*, 1995).

3 METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta foi desenvolvida a partir da análise geométrica das trajetórias de soluções das equações do FC apresentadas em Alves *et alii* (Alves *et alii*, 2000), onde diversos parâmetros foram utilizados para eliminar a singularidade da matriz \mathbf{J} no PMC. Nestas novas técnicas de parametrização, a seguinte equação é acrescentada ao sistema de equações (2):

$$W(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \lambda, \mu) = \mu W^0 - F(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \lambda) = 0 \quad (3)$$

onde F pode corresponder, entre outras, à perda total de potência ativa ou reativa. W^0 é o respectivo valor da função no caso base. Um novo parâmetro μ é adicionado ao problema. Como uma nova equação é adicionada, λ pode agora ser tratado como uma variável dependente, enquanto que μ é considerado como um parâmetro. Uma vez que, devido à singularidade de \mathbf{J} , não é possível obter o PMC de um sistema aumentando-se diretamente o parâmetro λ , pode-se transformar este parâmetro em uma variável dependente, e simular aumentos de carga através da especificação de qualquer outra variável de folga no FC convencional, como por exemplo, a perda total de potência ativa. Em resumo, ao invés de especificar o carregamento e obter o estado convergido, especifica-se, por exemplo, o valor da perda total de potência ativa, e obtém-se o estado convergido (ou o ponto de operação), incluindo o nível de carregamento para o qual o valor da perda total de potência ativa especificada ocorre. Adotando-se um passo fixo para o valor do novo parâmetro μ , pode-se determinar, através de sucessivas soluções do novo sistema de equações formado pelas equações (2) e (3), os demais pontos da curva P-V. Deve-se lembrar que a prefixação do valor da perda total de potência ativa corresponde à técnica de previsão trivial ou polinomial modificada de ordem zero (Seydel,

1994). Por exemplo, para $\mu = 1$, a solução convergida deverá resultar em $\lambda = 1$.

Conforme se pode observar da figura 2(a), a singularidade da matriz Jacobiana do novo sistema de equações ocorrerá no ponto B, ou seja, após o PMC onde ocorre a singularidade da matriz \mathbf{J} . Assim, a grande vantagem do uso do parâmetro μ é que para a maior parte dos casos não há a necessidade de troca de parâmetro até pouco depois do PMC. Além disso, não são necessárias grandes alterações no programa de FC convencional para se implementar essa nova equação. Entretanto para alguns casos, conforme se pode ver na figura 2(b), embora o ponto de singularidade da matriz Jacobiana do novo parâmetro (ponto B) ainda ocorra após o ponto de singularidade da matriz \mathbf{J} (ponto PMC), eles são muito próximos. Nesses casos em particular, esta proximidade exigirá, em consequência dos problemas numéricos que surgem, que se efetue um bom controle de passo, procedimento este que se assemelha em muito aos apresentados pelo uso do FC convencional para a determinação do PMC. Assim, em certas situações ainda permanece a dificuldade em discernir se a divergência é consequente das limitações físicas do sistema ou de problemas numéricos. Com o intuito de se eliminar essa limitação, na metodologia se propõem acrescentar à equação (1), ao invés da equação (3), a equação da reta (ver figuras 2(a) e 2(b)) que passa por um ponto escolhido (λ^0, Pa^0) no plano formado pelas variáveis perda total de potência ativa (Pa) e o fator de carregamento (λ):

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) &= \mathbf{0} \\ W(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda, \alpha) &= \alpha (\lambda - \lambda^0) - (Pa(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) - Pa^0) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

onde parâmetro α é o coeficiente angular da reta. Com a adição dessa nova equação, λ pode ser tratado como uma variável dependente e α é considerado como uma variável independente, ou seja, escolhida como parâmetro da continuação (seu valor é prefixado). Assim, o número de incógnitas permanece igual ao de equações, isto é, a condição necessária para que se tenha solução do novo sistema é atendida, desde que a nova matriz tenha posto máximo, isto é, seja não singular. Após obter a solução do caso base (θ^1, V^1, Pa^1 , e λ^1) por meio de um FC, calcula-se o valor de α a partir do ponto inicial escolhido (λ^0, Pa^0) e dos seus respectivos valores obtidos no caso base (λ^1, Pa^1)

$$\alpha^1 = (Pa^1 - Pa^0) / (\lambda^1 - \lambda^0). \quad (5)$$

A seguir, o FCC proposto (FCCP) é utilizado para calcular as demais soluções através dos sucessivos incrementos ($\Delta\alpha$) no valor de α . Para $\alpha = \alpha^1 + \Delta\alpha$, a solução de (4) fornecerá o novo ponto de operação (θ^2, V^2, Pa^2 , e λ^2) correspondente

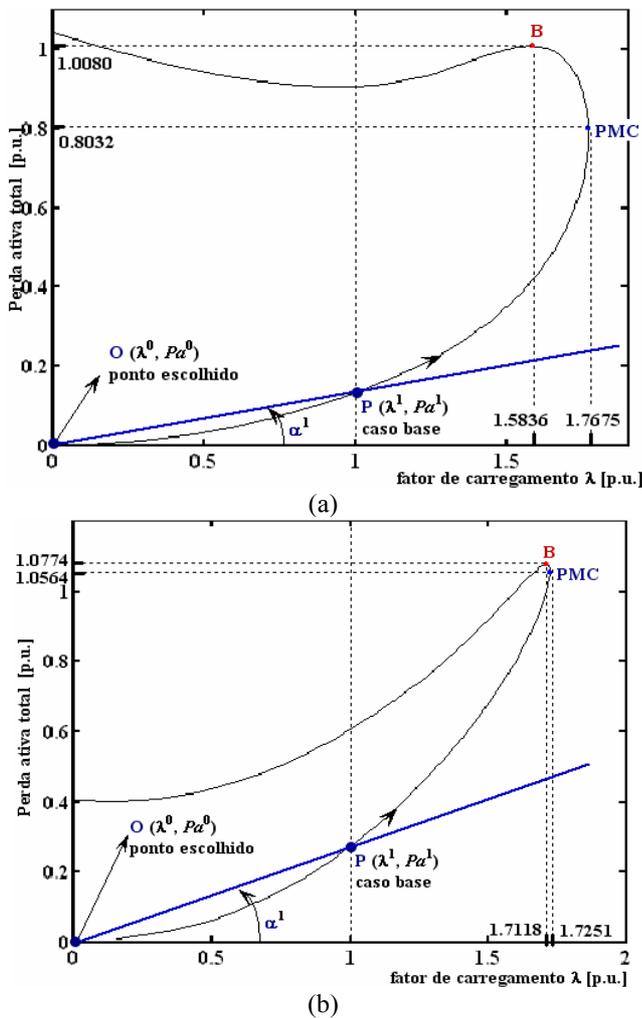


Figura 2: Perda total de potência ativa como função de λ para os sistemas: (a) IEEE-14 e (b) IEEE-57.

a interseção da função Pa com a reta cujo novo valor de coeficiente angular ($\alpha^1 + \Delta\alpha$) foi especificado. Para $\alpha = \alpha^1$, a solução convergida deverá resultar em $\lambda=1$. A expansão do sistema (4) em série de Taylor, incluindo somente os termos de primeira ordem, considerando o valor prefixado no valor do parâmetro α calculado para o caso base, resulta em

$$\begin{bmatrix} -J & -G_\lambda \\ \partial Pa / \partial x & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta W \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde $\mathbf{x} = [\theta^T \mathbf{V}^T]^T$ e \mathbf{G}_λ corresponde à derivada de \mathbf{G} em relação a λ . Δ representa os fatores de correção (*mismatches*) das respectivas funções em (4). Deve-se observar que estes serão iguais a zero (ou praticamente nulos, isto é, inferior a tolerância adotada) para o caso base convergido. Assim, somente ΔW será diferente de zero devido à variação de α .

4 RESULTADOS

Para todos os testes realizados, a tolerância adotada para os desbalanços de potência é igual a 10^{-4} p.u.. O primeiro ponto de cada curva é obtido com o método de FC convencional. Os limites superior e inferior adotados para os *taps* de transformadores foram 1,05 e 0,95. O ajuste de *tap* nos transformadores OLTC (transformadores com comutação de *tap* sob carga) consiste da inclusão da posição do *tap* como variável dependente, ao passo que a magnitude da tensão das barras controladas são consideradas variáveis independentes (Peterson e Meyer, 1971). A consideração dos limites de Q nas barras PV é feito da mesma forma que no método convencional de FC. Em cada iteração as gerações de reativos de todas as barras PV são comparadas com seus respectivos limites. No caso de violação, a barra PV é alterada para tipo PQ. Estas barras podem voltar a ser PV nas iterações futuras. As violações de limite de *tap* também são verificadas.

As cargas são modeladas como de potência constante e o parâmetro λ é usado para simular incrementos de carga ativa e reativa, considerando fator de potência constante. Cada aumento de carga é seguido por um aumento de geração equivalente usando λ . O objetivo dos testes é comparar os métodos propostos com o propósito de explicitar suas características, considerando a influência dos limites de potência reativa (Q) e de *tap* dos transformadores.

Em todas as figuras apresentadas a seguir, o traçado completo das curvas de tensão na barra crítica versus λ (curva P-V) e de Pa versus λ , foi obtido primeiramente através da parametrização pela tensão com passo de 0,01 p.u. usando a técnica apresentada em (Alves *et alii*, 1999; Alves *et alii*, 2002). Posteriormente, foram plotados os pontos obtidos com o FCCP. O objetivo é mostrar que as curvas obtidas pelo FCCP e pelas técnicas apresentadas em (Alves *et alii*, 2000) e em (Alves *et alii*, 1999), são exatamente as mesmas.

4.1 Desempenho da Metodologia Proposta para o Sistema IEEE-14

A figura 3 mostra o desempenho do método para o traçado da curva P-V do sistema IEEE-14. Na figura 3(a) é apresentado a tensão na barra crítica (V_{14}) como função de λ , curva P-V. Na figura 3(b) podem ser vistos os pontos obtidos ao longo da curva de perda total de potência ativa (Pa) como função do carregamento (λ), juntamente com as respectivas retas utilizadas. O ponto P ($\lambda^1=1,0$ p.u.; $Pa^1=0,1344$ p.u.) foi obtido com o FC e corresponde ao caso base. O correspondente valor do coeficiente angular da reta ($\alpha^1=0,1344$) que passa pela origem (0; 0), ponto O, e pelo ponto P, foi calculado por meio da equação (3). As demais retas foram obtidas considerando um passo ($\Delta\alpha$) de +0,05 para α , ou seja, usando a técnica de previsão trivial. O número de iterações necessárias

pelo passo corretor pode ser visto na figura 3(c). De acordo com os resultados obtidos, o método apresenta um bom desempenho ao longo de todo o traçado da curva P-V. Na vizinhança do PMC o FC convencional apresenta dificuldades numéricas, enquanto que o método proposto não só obtém êxito em encontrar a solução, mas também permite a obtenção de pontos além do PMC (isto é, pontos da parte inferior da curva P-V) com um número reduzido de iterações e, para esse sistema, sem a necessidade da troca de parâmetro. Caso se queira valores mais precisos para o PMC, deve-se retornar para o ponto anterior ao da mudança de sinal de λ , e reduzir o passo de α . Observa-se que para os últimos pontos foram gastos apenas uma iteração. Isto se deve à forma da curva de Pa e à pequena variação da inclinação da reta ocasionada pela manutenção de um passo fixo em α , o que levou a um aumento desnecessário do número global de iterações e a obtenção de muitos pontos próximos entre si. Nesse caso, como será visto mais a frente, poder-se-ia contornar essa situação ou com o aumento do passo, ou o que se mostrou mais eficiente, com a mudança de reta através da escolha de um outro ponto inicial (λ^0, Pa^0) mais apropriado.

4.2 Desempenho da Metodologia Proposta para o Sistema IEEE-30

A figura 4 mostra o desempenho do método para o traçado da curva P-V do sistema IEEE-30. Na figura 4(a) é apresentada a tensão na barra crítica (V_{30}) como função de λ , curva P-V. Na figura 4(b) podem ser vistos os pontos obtidos ao longo da curva de perda total de potência ativa como função do carregamento, juntamente com as respectivas retas utilizadas e o ponto inicial P ($\lambda^1=1,0$ p.u.; $Pa^1=0,1762$ p.u.). O valor inicial do coeficiente angular da reta ($\alpha^1=0,1762$), que passa pela origem (0; 0), ponto O, e pelo ponto P, foi calculado por meio da equação (3). As demais retas pertencente ao feixe de retas que passa pelo ponto O, foram obtidas considerando um passo ($\Delta\alpha$) de +0,05 para α , ou seja, usando a técnica de previsão trivial. O número de iterações necessárias pelo passo corretor pode ser visto na figura 4(c). Observa-se que para este sistema foi necessária uma mudança de estratégia uma vez que o processo diverge para a solução seguinte à do ponto R, ver figura 4(b), caso seja mantido o passo de +0,05 para α . Nesse ponto o passo de α foi dividido por 10 e o processo prosseguiu até que divergiu novamente. Como se pode ver na figura 4(b) e no detalhe apresentado na figura 4(a), a divergência ocorre porque a intersecção da reta r_I com a curva, se dá no ponto I, ponto este que se encontra após a singularidade da matriz Jacobiana do novo parâmetro α_I . Isto pode ser confirmado pela tabela I, onde se pode ver os respectivos valores dos coeficientes angulares das retas pertencentes ao feixe de retas que passa pelo ponto O (α_I , coluna 3), e os correspondentes ao conjunto formado pelos feixes de retas que passam pelo ponto O e pelo ponto B (α_M , coluna 5). O

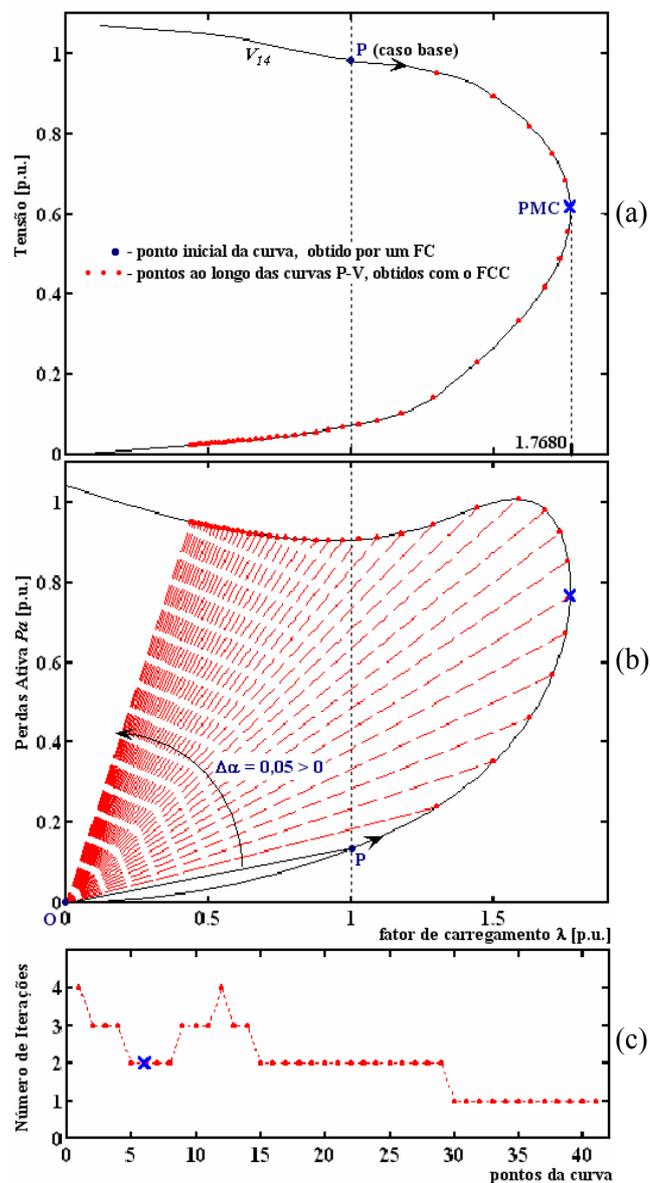


Figura 3: Desempenho do método proposto para o IEEE-14: (a) magnitude da tensão na barra crítica como função do carregamento, (b) perda total de potência ativa como função do carregamento, (c) número de iterações.

ponto B (ver figura 4(b)) é o ponto situado no eixo das abscissas, cujo valor da abscissa corresponde ao valor médio entre $\lambda=1$ p.u. e $\lambda = \lambda_{max}$ (maior valor obtido antes do processo divergir novamente). O valor do determinante do parâmetro α_I ($|J_I|$, coluna 4) troca de sinal, i.e., passa por zero (ponto de singularidade do parâmetro, ou seja, ponto onde a reta tangência a curva) entre os pontos 20 e 21 da tabela, enquanto que com a troca de parâmetro, i. e., de feixe de reta, o determinante ($|J_M|$, coluna 6) não se anula. Apenas 4 soluções

(pontos da curva) foram calculadas com as retas pertencente a este último feixe de retas. O primeiro ponto foi obtido com o mesmo passo inicial ($\Delta\alpha=0,05$) e uma vez que o processo precisou de apenas uma iteração para convergir, o passo foi multiplicado por 10 ($\Delta\alpha=0,5$) e os demais pontos foram calculados com este novo valor de passo. As demais soluções foram obtidas adotando-se a equação da reta que pertence ao feixe que passa pelo ponto C (0; Pa_{PMC}), situado no eixo das ordenadas, juntamente com um passo de $-0,5$ para α , conforme se pode observar na figura 4(b). Essa estratégia foi adotada porque possibilita caminhar mais rápido na trajetória de soluções do que se caminharía, com o mesmo passo, usando as equações das retas pertencentes ao feixe anterior, o que passa pelo ponto B, evitando-se com isso um aumento desnecessário do número global de iterações. Assim, uma vez superada a singularidade com a mudança de reta, foi possível se aumentar o passo e, conforme se pode verificar nas figuras 4(b) e 4(c), alcançar uma solução (ponto M) distante da anterior (ponto L) com um número razoável de iterações, neste caso igual a 6. Na coluna 2 da tabela I também se pode ver a mudança do sinal, ao passar pelo PMC, do determinante da matriz correspondente ao parâmetro λ ($|J_\lambda|$).

4.3 Procedimento Geral para a Mudança de Reta Durante o Traçado da Curva P-V

Em função da análise feita nas seções 4.1 e 4.2 definiu-se um procedimento geral para escolher o melhor feixe de retas a ser utilizado em cada região da curva P-V. Após muitos testes concluiu-se que o algoritmo a seguir é o mais robusto e o que exige a menor demanda em termos do número total de iterações necessária para o traçado da curva P-V:

1. Obtenha o ponto P resolvendo o caso base utilizando o FC convencional;
2. Obtenha os próximos pontos da curva P-V incrementando gradualmente (i.e., com um passo fixo) o valor do coeficiente angular da reta (α) que passa pela origem (0; 0), ponto O, e pelo ponto P;
3. Reduza o tamanho do passo dividindo-o por 10 quando o processo não convergir;
4. Quando o processo não convergir novamente após a redução do passo, retorne à solução anterior, adote a equação da reta pertencente ao feixe que passa pelo ponto B e a última solução obtida, e retomando o passo inicial calcule apenas alguns pontos (4 ou 5);
5. Calcule os demais pontos da curva adotando as equações das retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C, situado no eixo das ordenadas.

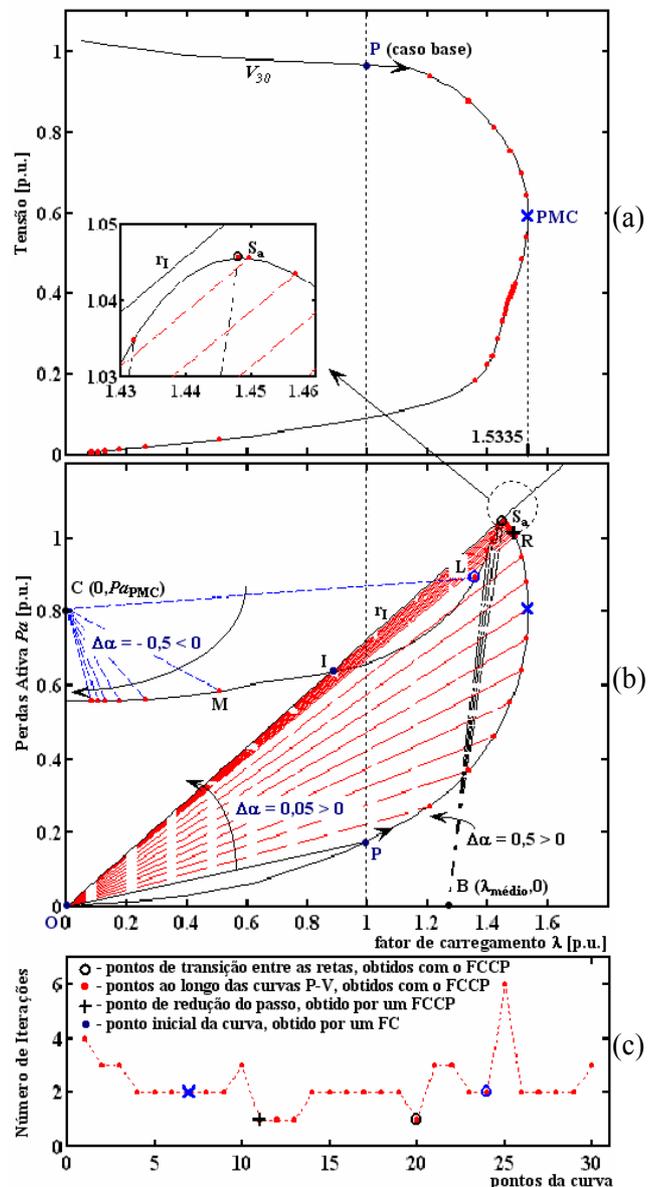


Figura 4: Desempenho do método proposto para o IEEE-30: (a) magnitude da tensão na barra crítica como função do carregamento, (b) perda total de potência ativa como função do carregamento, (c) número de iterações.

O intuito do cálculo de apenas alguns pontos da curva (4 ou 5) com as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B e os demais com as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C, é apenas do ponto de vista da eficiência, i.e., o de reduzir o número de iterações global necessário para o traçado da curva P-V. Por outro lado, o uso das retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B é importante do ponto de vista da robustez do método, posto que é necessário para eliminar as singularidades das matrizes Jacobianas. Observe também

Tabela 1: Ponto de singularidade para o novo parâmetro, para o sistema IEEE-30.

Ponto da curva	$ J_\lambda \times 10^{49}$	α_I	$ J_I \times 10^{49}$	α_M	$ J_M \times 10^{49}$
5	2.29541496473739	0.42643	7.04556135670351	0.426	7.04556135670351
6	0.01164928479041	0.47643	0.08181755879507	0.476	0.08181755879507
7	-0.00000469675458	0.52643	0.00091610307375	0.526	0.00091610307375
8	-0.00000125209607	0.57643	0.00000952169456	0.576	0.00000952169456
9	-0.00000002172155	0.62643	0.0000008645978	0.626	0.0000008645978
10	-0.0000000024315	0.67643	0.0000000059386	0.676	0.0000000059386
11	-0.0000000024385	0.68143	0.0000000059608	0.681	0.0000000059608
12	-0.00000000015094	0.68643	0.0000000035104	0.686	0.0000000035104
13	-0.0000000009295	0.69143	0.0000000020483	0.691	0.0000000020483
14	-0.0000000003467	0.69643	0.0000000006733	0.696	0.0000000006733
15	-0.0000000002098	0.70143	0.0000000003777	0.701	0.0000000003777
16	-0.0000000001261	0.70643	0.0000000002070	0.706	0.0000000002070
17	-0.0000000000751	0.71143	0.0000000001094	0.711	0.0000000001094
18	-0.0000000000443	0.71643	0.0000000000542	0.716	0.0000000000542
19	-0.0000000000258	0.72143	0.0000000000227	0.721	0.0000000000227
20	-0.0000000000257	0.72146	0.0000000000208	5.765	0.0000000001504
21	-0.0000000000224	0.72292	-0.0000000000152	6.265	0.0000000001086
22	-0.00000000002725	0.70547	-0.00000000004483	6.765	0.00000000011892

que a troca de feixe de retas implicará apenas na alteração do valor de α na matriz Jacobiana, e não em mudanças na sua estrutura ou na criação de novos elementos.

Ao aplicar esse procedimento ao sistema IEEE-14 não houve nenhuma mudança com relação aos valores já apresentados na figura 3, posto que não ocorreu, como já era esperado, nenhuma divergência e assim, foi possível obter todas as soluções usando as equações das retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto O, ou seja, o algoritmo ficou restrito apenas aos passos 1 e 2.

4.4 Desempenho da Metodologia Proposta para o Sistema IEEE-57

Na figura 5 apresenta-se o desempenho da metodologia durante o traçado da curva P-V do sistema IEEE-57. Na figura 5(a) é mostrada a tensão na barra crítica (V_{31}) como função de λ , curva P-V. Na figura 5(b) podem ser vistos os pontos correspondentes às soluções obtidas ao longo do traçado da curva de perdas total de Pa como função de λ , juntamente com as respectivas retas utilizadas e o ponto inicial P ($\lambda^1=1,0$ p.u.; $Pa^1= 0,2723$ p.u.). O número de iterações necessárias pelo passo corretor pode ser visto na figura 5(c).

O valor inicial do coeficiente angular da reta (α^1) é igual a 0,2723. Os resultados mostram que a aplicação da metodologia proposta, considerando o procedimento geral apresentado no item 4.3, conduz a um bom desempenho ao longo de todo o traçado da curva P-V.

A figura 6 apresenta alguns detalhes observados com o traçado das curvas P-V para os sistemas IEEE-57 e IEEE-30. Nestes detalhes fica evidente a importância do uso das retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B (λ_{medio} ; 0) para o bom desempenho geral da metodologia. Na figura 6(a) mostra-se os detalhes do uso destas retas no procedimento geral, enquanto na figura 6(b) elas não são consideradas. É interessante observar que apesar da existência da singularidade do parâmetro (ver os comentários da tabela 1, referentes ao sistema IEEE-30) é possível utilizar apenas as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C, ou seja, não seria necessário utilizar as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B. Entretanto, conforme se vê nos detalhes da figura 6(a), para o sistema IEEE-30 a última solução obtida (ponto S) após a redução do passo (ponto R) encontra-se antes do ponto máximo da curva de perdas e, dessa forma, ao utilizar as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C, o processo convergirá para as soluções da parte inferior dessa curva, ou seja retornará pelo mesmo caminho. Con-

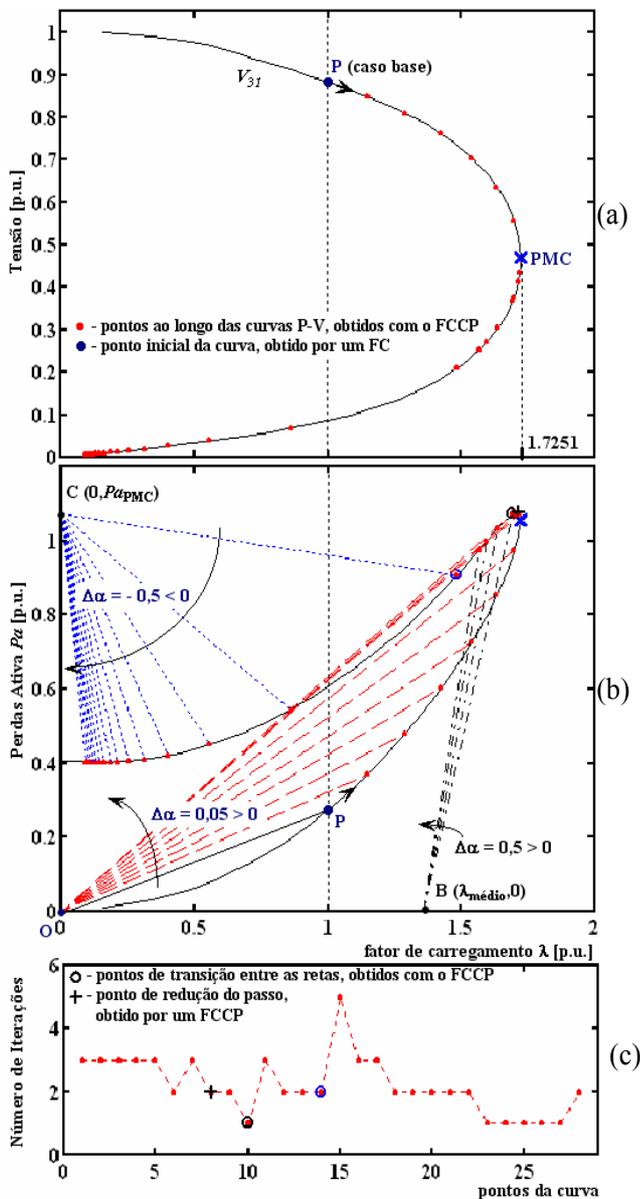


Figura 5: Desempenho do método proposto para o IEEE-57: (a) magnitude da tensão na barra crítica como função do carregamento, (b) perda total de potência ativa como função do carregamento, (c) número de iterações.

forme se vê nos detalhes da figura 6(b), no que diz respeito ao sistema IEEE-30, para que o processo convirja para as soluções da parte superior da curva é necessário que no ponto R se efetue uma redução maior do passo e, ao invés de dividi-lo por 10 como seria feito no procedimento geral, o passo, neste caso, precisou ser dividido por 20. O mesmo já não se mostrou necessário para o sistema IEEE-57, para o qual a redução do passo foi mantida, i. e., o passo foi dividido por 10. Uma vez que a última solução obtida (ponto S) após a re-

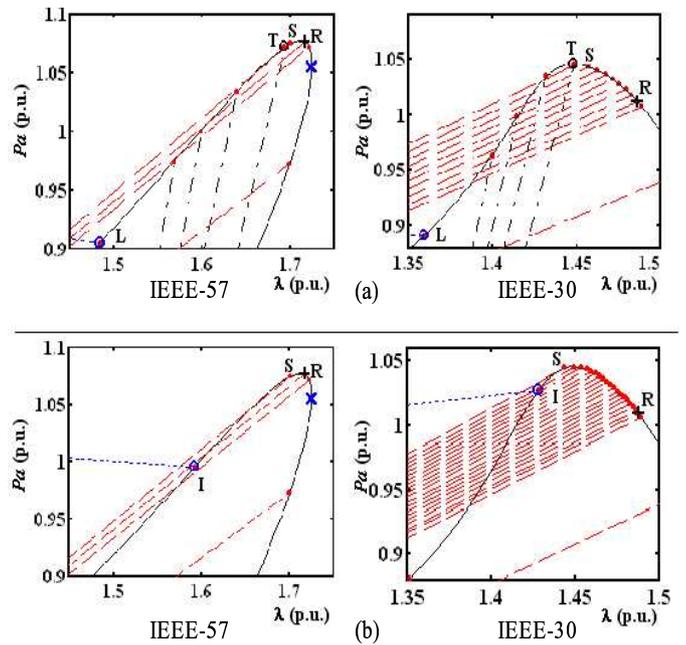


Figura 6: Pa como função de λ para os sistemas IEEE-57 e IEEE-30; desempenho do uso do procedimento geral: (a) utilizando as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B ($\lambda_{\text{méd}}; 0$), (b) sem utilizar as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B.

dução do passo (ponto R) encontra-se após o ponto máximo da curva de perdas, o processo obtém êxito em encontrar a solução I, ver detalhes da figura 6(b). Observa-se também nestes detalhes, que para encontrar a solução I usando as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C, também foi necessário para ambos os sistemas, IEEE-57 e IEEE-30, reduzir os passos de $-0,5$ para $-0,25$ e $-0,1$, respectivamente. Todas essas complicações desaparecem com o uso do procedimento geral apresentado na seção 4.3.

4.5 Desempenho da Metodologia Proposta para o Sistema IEEE-118

Na figura 7 apresenta-se a aplicação da metodologia proposta, considerando o procedimento geral, para o traçado da curva P-V do sistema IEEE-118. Na figura 7(a) é mostrado a tensão da barra 9 (V_9) como função de λ , curva P-V. Na figura 7(b) podem ser vistos os pontos obtidos ao longo da curva de Pa como função de λ , juntamente com as respectivas retas utilizadas e o ponto inicial P ($\lambda^1=1,0$ p.u.; $Pa^1=1,3176$ p.u.). O número de iterações necessárias pelo passo corretor pode ser visto na figura 7(c). O valor inicial do coeficiente angular da reta α^1 é igual a 1,3176.

Observe na figura 7 que para este sistema o PMC também é muito próximo do ponto de máximo de Pa , ou seja, ambas as

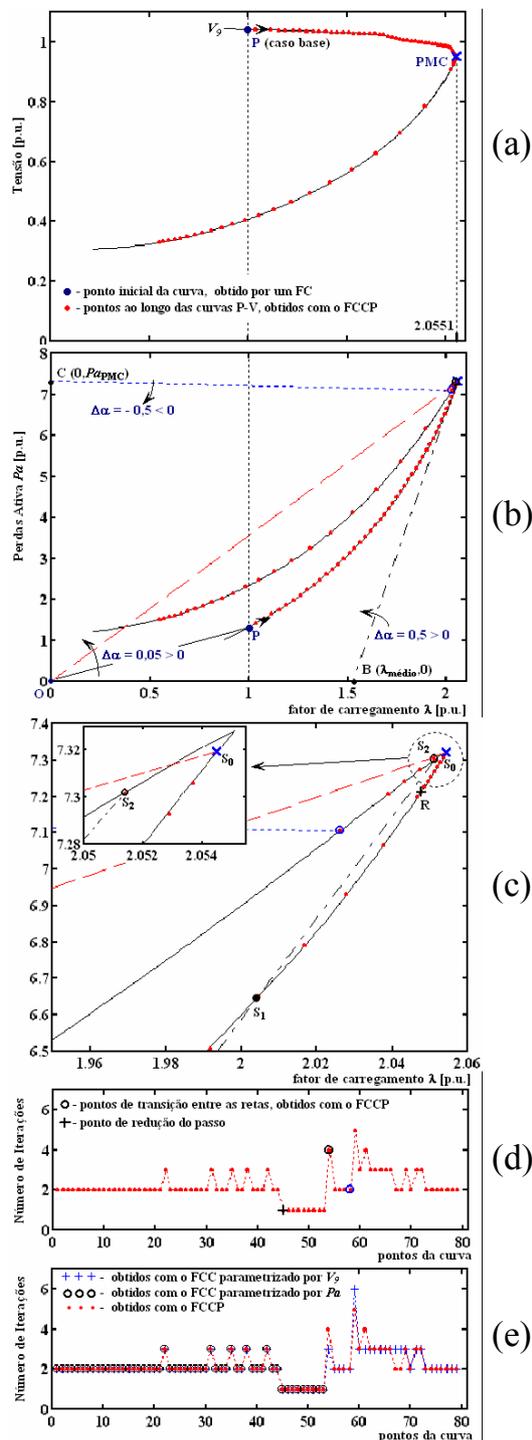


Figura 7: Desempenho do método proposto para o IEEE-118: (a) magnitude da tensão na barra crítica como função do carregamento, (b) perda total de potência ativa como função do carregamento, (c) detalhes do processo de convergência, (d) número de iterações, (e) comparação entre o número de iterações gastas por diferentes esquemas de parametrização.

matrizes, a que usa λ como parâmetro e a modificada que usa Pa como parâmetro (Alves *et alii*, 2000), são praticamente singulares no mesmo ponto. Seguindo o procedimento geral, partindo-se do ponto P da figura 7(b) e considerando-se um passo de +0,05 para α , o processo diverge ao se alcançar o ponto R, ver detalhe apresentado na figura 7(c). Nesse ponto o passo de α foi reduzido para +0,005 e o processo prosseguiu. Quando este divergiu novamente, retornou-se ao ponto anterior e adotou-se a equação de uma reta que pertence ao feixe de retas que passa pelo ponto B (ver figura 7(b)).

De acordo com o que se pode ver nos dois detalhes da figura 7(c), com a mudança da reta foi possível encontrar a solução S_2 a partir da última solução anterior S_0 .

Também, devido à característica de convergência do método de Newton, o sistema convergiu para a solução mais próxima, S_2 , e não para a S_1 . Após 4 soluções (pontos da curva) serem calculadas com as retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto B, todas as demais foram calculadas adotando-se as equações das retas pertencentes ao feixe que passa pelo ponto C situado no eixo das ordenadas, e considerando um passo de $-0,5$ para α , conforme se pode observar na figura 7(b). Essa estratégia é adotada pois, conforme já comentado anteriormente, possibilita caminhar mais rápido na trajetória de soluções do que se caminharia, com o mesmo passo, usando as retas que passam pelo ponto B, evitando-se com isso um aumento desnecessário do número global de iterações.

A figura 7(d) mostra que o número de iterações gastas no traçado, incluindo as gastas com a transição entre as retas, permaneceram reduzidas. Na figura 7(e) é feita uma comparação, em termos do número de iterações, entre a fluxo de carga proposto (FCCP) e os apresentados em (Alves *et alii*, 2000), parametrizado por Pa (FCCPa), e em (Alves *et alii*, 1999) parametrizado por V (FCCV). Observa-se que o FCCPa não possibilita obter pontos após o PMC, o que nesse caso, impossibilita se concluir que a divergência é devida à limitação física do sistema e não apenas restrições puramente numéricas. No tocante aos demais, FCCV e FCCP, ambos apresentaram praticamente o mesmo desempenho.

A figura 8 mostra o desempenho (número de iterações) do FCCP para o mesmo caso do sistema da figura 7, partindo-se da mesma condição inicial (ponto P obtido por um FC) e considerando o passo inicial de α igual a 0,2, ou seja, 4 vezes o valor anterior. O objetivo é mostrar a robustez do método. Observa-se pela figuras 8(a) e 8(b) que os desempenhos praticamente se mantiveram.

A figura 9 apresenta os resultados do FCCP para uma outra condição operativa do IEEE-118, para a qual as tensões das barras 25, 59, 61, 66 e 80 foram controladas somente pelo *tap* dos OLTC. O passo utilizado para α nesse caso, foi

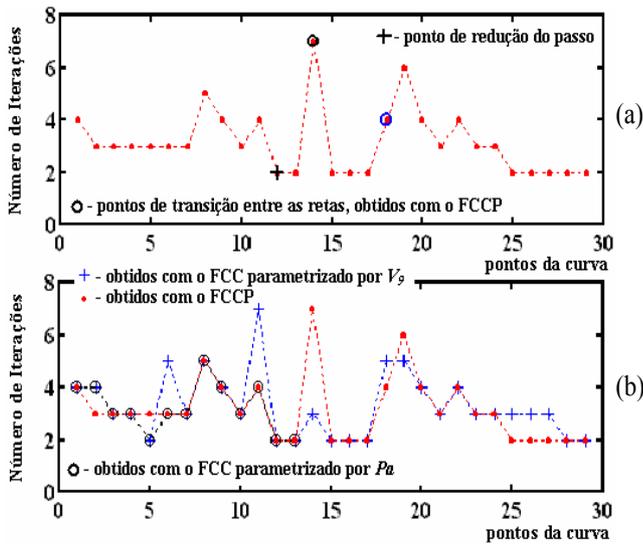


Figura 8: Desempenho do método proposto para o IEEE-118, quadruplicando o passo inicial: (a) número de iterações, (b) comparação entre o número de iterações gastas por diferentes esquemas de parametrização.

de +0,5. Também, não foi necessário nenhuma mudança de feixe de retas para se traçar a trajetória de soluções. Nesse caso observa-se, conforme figura 9(b), um melhor desempenho global do FCCP em relação aos demais. O FCCP possibilitou a obtenção de mais soluções sem que ocorresse a divergência. Uma das vantagens da metodologia proposta é que no caso do FCCV sempre ocorrem mudanças de parâmetro (parametrização local (Ajjarapu e Christy, 1992) na região do PMC, enquanto que para o FCCP, a mudança, quando se fizer necessária, é previamente estabelecida.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho apresenta-se um novo esquema de parametrização que possibilita o traçado completo das curvas P-V baseado em simples modificações do método de Newton, enquanto se melhora suas vantagens características. A metodologia proposta não só obtém êxito em encontrar, com a precisão desejada, as soluções na região do PMC e no próprio ponto, mas também permite a obtenção de soluções além deste (isto é, pontos da parte inferior da curva P-V) com um número baixo de iterações.

Outro aspecto importante a ser ressaltado é que os PMC obtidos com o procedimento proposto, foram os mesmos obtidos com as metodologias já conhecidas (Alves *et alii*, 1999; Alves *et alii*, 2000). Assim, mostra-se que a diferença do ponto de divergência dos métodos, quando da obtenção do PMC, se deve mais à sua inadequação para o cálculo do respectivo ponto, do que do método em si. Também é apresentado um

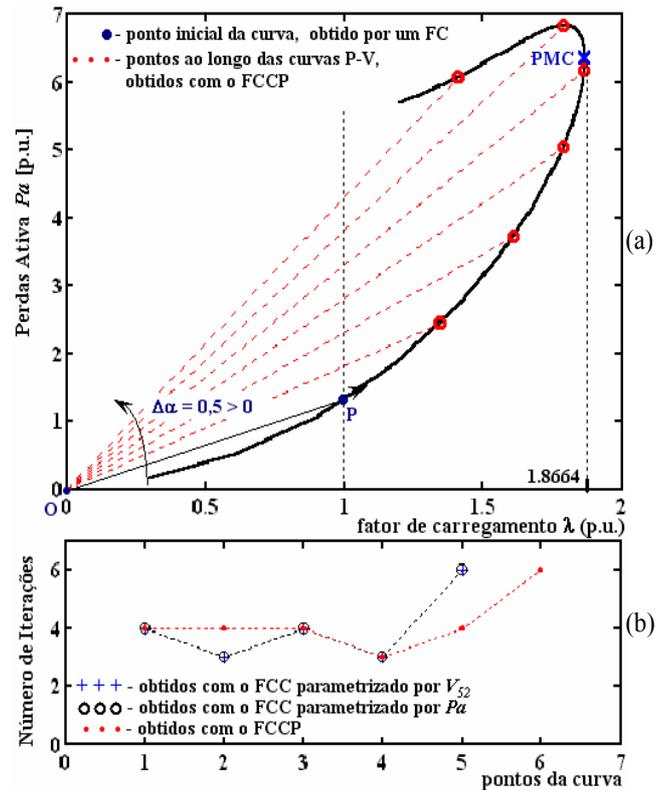


Figura 9: Desempenho do método proposto para outra condição operativa do sistema IEEE-118: (a) perda total de potência ativa como função do carregamento, (b) comparação entre o número de iterações gastas por diferentes esquemas de parametrização.

procedimento para realizar-se, durante o traçado da curva P-V, a mudança automática nas posições das retas localizadas no plano formado pelas variáveis perda total de potência ativa e o carregamento, objetivando a determinação mais eficiente de todos os pontos da curva, ou seja, com um menor número de iterações.

Uma das vantagens da metodologia proposta é que no caso dos FCC parametrizados por tensão sempre ocorrem mudanças de parâmetro (parametrização local (Ajjarapu e Christy, 1992) na região do PMC, enquanto que na metodologia proposta a mudança, quando se fizer necessária, é previamente estabelecida. Observa-se também que apesar das mudanças nas posições das retas, as posições dos respectivos elementos da matriz Jacobiana permanecem inalterados, exceto no que diz respeito aos seus respectivos valores. Assim, o método mostra-se como uma opção muito atrativa e de fácil implementação computacional visto que seriam necessárias poucas alterações no programa de FC convencional, apenas a introdução de uma linha e uma coluna, correspondentes à nova variável λ . Não haveria nenhum problema relacionado com

perda de esparsidade, uma vez que apesar de se introduzirem uma linha e uma coluna praticamente cheias, essas podem ser deixadas por último no processo de fatoração.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES e FAPESP pelo suporte financeiro a este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Ajjarapu, V. e C. Christy (1992). The Continuation Power Flow: a Tool for Steady State Voltage Stability Analysis, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 7, pp. 416-423.
- Alves, D. A.; L. C. P. da Silva; C. A. Castro e V. F. da Costa (1999). Modified Newton and Fast Decoupled Load Flows for Tracing the Power Systems Bifurcations Diagrams, *Proceedings of the IEEE Power Tech'99*, paper BPT99-139-16, Budapest, Hungary.
- Alves, D. A.; L. C. P. da Silva; C. A. Castro e V. F. da Costa (2000). Continuation Load Flow Method Parameterized by Power Losses, *Proc. of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, Singapore.
- Alves D. A. e G. R. M. da Costa (2002). A Geometric Interpretation for Transmission Real Losses Minimization Through the Optimal Power Flow and its Influence on Voltage Collapse, *Electric Power Systems Research*, Vol. 62, pp. 111-116.
- Alves, D. A.; L. C. P. da Silva; C. A. Castro e V. F. da Costa (2002). Esquemas Alternativos para o Passo de Parametrização do Método da Continuação Baseados em Parâmetros Físicos, *Revista Controle & Automação-SBA*, Vol. 13, No. 3, pp. 275-289.
- Alves, D. A.; L. C. P. da Silva; C. A. Castro e V. F. da Costa (2004). Parameterized Fast Decoupled Power Flow Methods for Obtaining the Maximum Loading Point of Power Systems-Part-I: Mathematical Modeling, *Electric Power Systems Research*, Vol. 69, pp. 93-104.
- Cañizares, C. A.; F. L. Alvarado; C. L. DeMarco; I. Dobson e W. F. Long (1992). Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 7, No. 2, pp. 673-683.
- Chen J. F. e W.M. Wang (1997). Stability Limit and Uniqueness of Voltage Solutions for Radial Power Networks, *Electric Machine and Power Systems*, Vol. 25, pp. 247-261.
- Chiang, H. D.; A. Flueck; K. S. Shah e N. Balu (1995). CP-FLOW: A Practical Tool for Tracing Power System Steady State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 623-634.
- Força Tarefa "Colapso de Tensão" (1999). Critérios e Metodologias Estabelecidos no âmbito da Força - Tarefa "Colapso de Tensão" do GTAD / SCEL / GCOI para Estudos de Estabilidade de Tensão nos Sistemas Interligados Norte/Nordeste, Sul/Sudeste e Norte/Sul Brasileiros, *XV SNPTEE*, Foz do Iguaçu, PR, Brasil.
- Gao B.; G. K. Morison e P. Kundur (1996). Towards the Development of a Systematic Approach for Voltage Stability Assessment of Large-Scale Power Systems, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 3, pp. 1314-1324.
- Hiskens I. A. (1995). Analysis Tools for Power Systems – Contending with Nonlinearities, *Proc. of the IEEE, Special Issue on Nonlinear Phenomena in Power Systems*, Vol. 83, No. 11, pp. 1573-1587.
- Iba K.; H. Suzuki; M. Egawa e T. Watanabe (1991). Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 585-593.
- Kundur, P. (1993). *Power System Stability and Control*, McGraw - Hill, New York.
- Long B. e V. Ajjarapu, (1996). A Critical Review of the Applications of Homotopy and Continuation Methods to Power System Analysis, *Proc. of the 28th North American Power Symposium*, M.I.T., pp. 8-15.
- Mansour Y. (1993). *Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis*, IEEE Power Engineering Subcommittee Rep. 93TH0620-5-PWR.
- Overbye T. J. e R. P. Klump (1996). Effective calculation of power systems low-voltage solutions. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 1, pp. 75-82.
- Peterson N. M. e W. S. Meyer (1971), Automatic Adjustment of Transformer and Phase-Shifter Taps in the Newton Power Flow, *IEEE Trans. on PAS*, Vol. PAS-90, No. 1, pp. 103-108.
- Sekine Y. e A. Yokoyama (1981). Multisolutions for load flow problem of power system and their physical stability. *Proc. of the 7th Power System Computation Conference*, Lausanne, France, pp. 819-826.
- Seydel, R. (1994). *From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis*, 2^a ed., Springer - Verlag, New York.

Van Cutsem, T. e C. Vournas (1998). *Voltage Stability of Electric Power System*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

WSCC-Reactive Power Reserve Work Group (RRWG) (1998). Final Report, Voltage Stability Criteria, Under-voltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology.

Yorino N., S. Harada, e H. Cheng (1997). A Method to Approximate a Closest Loadability Limit Using Multiple Load Flow Solutions. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 1, pp. 424-429.