

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia
Campus de Bauru

Análise Numérica da Convecção Natural em Dispositivos Solar Integrados Coletor-Tanque

Rafael Pavan Bagagli

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia da
UNESP – Campus de Bauru, para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Industrial

Bauru
2006

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia
Campus de Bauru

Análise Numérica da Convecção Natural em Dispositivos Solar Integrados Coletor-Tanque

Rafael Pavan Bagagli

Orientador: Prof. Dr. Vicente Luiz Scalon

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia da
UNESP – Campus de Bauru, para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Industrial

Bauru
2006

Ficha catalográfica elaborada por
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO
UNESP - Bauru

Bagagli, Rafael Pavan.

Análise numérica da convecção natural em dispositivos solar integrados coletor-tanque / Rafael Pavan Bagagli. - - Bauru : [s.n.], 2006.
110 f.

Orientador: Vicente Luiz Scalon.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, 2006.

1. Sistema solar integrado coletor-tanque. 2. Convecção natural. 3. Método dos elementos finitos. I – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II - Título.

Aos amores da minha vida: Lúcia e Pedro Henrique

*Quando as portas da percepção forem abertas, o homem verá as coisas como elas realmente
são: infinitas.*

(William Blake)

Agradecimentos

É impossível agradecer a todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente na execução deste trabalho. No entanto, algumas pessoas e instituições contribuíram de forma efetiva, por isso farei um agradecimento especial:

A minha esposa Lúcia pela paciência, apoio e dedicação durante toda a realização deste trabalho.

A meus pais José Edson e Marcia, modelos de pessoas, pelo apoio e incentivo constante durante toda minha vida, principalmente nos momentos difíceis.

A meu orientador, Prof. Dr. Vicente Luiz Scalon, um exemplo de profissional e amigo, que teve paciência e compreensão com um orientado que, pela situação de emprego, não podia estar integralmente presente e dependia de atenção em momentos diferenciados.

Ao Prof. Dr. Alcides Padilha, que com seu amor ao ensino e pesquisa na área das Ciências Térmicas, foi meu primeiro incentivo a ingressar neste caminho.

À meu colega de trabalho e amigo, Dorival Silvestre Amatuzy, pelo estímulo e exemplo durante a fase final deste trabalho.

À Cocam Cia de Café Solúvel e Derivados, nas pessoas de Sidnei Beraldi e Marcos Marcelo Murari, que permitiram flexibilidade no meu horário de trabalho para a realização do mestrado.

Finalmente, à FAPESP, cujo investimento via projeto de pesquisa processo n.º 2002/11109-9, ajudou a viabilização deste trabalho.

BAGAGLI R. P. **Análise numérica da convecção natural em dispositivos solar integrados coletor-tanque.** 2006. 110f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

Resumo

Com a crise energética recente, houve uma nova conscientização da necessidade de utilização mais racional da energia. Desta feita, uma série de pesquisas com fontes alternativas de energia, que vinham sendo preteridos em função da impressão que a crise energética do início da década de 1970 havia passado, tem ganho nova força. Dentre todas as alternativas para aproveitamento de energia solar, uma das mais utilizadas são os chamados “sistemas domésticos de aquecimento de água”. Este tipo de sistema, entretanto, ainda é complexo, constituído de uma série de dutos e conexões entre coletor e tanque armazenador, que contribuem para o elevado custo destes dispositivos. Uma alternativa para otimizar o custo final é o uso dos sistemas solar integrados coletor-tanque (ICS). Neste trabalho, foi avaliado o processo de movimentação natural do fluido em uma das geometrias mais comuns de sistemas deste tipo: a trapezoidal. Foi aplicada a condição de fluxo de calor constante na face inclinada para avaliação do fenômeno. Resultados numéricos para diversas variações na forma do tanque foram apresentadas e discutidas, permitindo a avaliação de parâmetros geométricos de influência no projeto destes dispositivos.

Palavras-Chave: Sistema solar integrado coletor-tanque, Convecção natural, Método dos Elementos Finitos

BAGAGLI R. P. **Numerical analysis of natural convection on solar integrated solar collector-storage systems.** 2006. 110 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

Abstract

The recent energy crisis has developed a new conscience for necessity of rational energy use. Several works treating about renewable energy was stopped in past based in a false idea that the 1970's energy crisis was finished. Nowadays, these works have been retaken with the large use of solar energy in the Solar Domestic Hot Water Systems. However, this device is quite complex and has several components like pipes and fittings coupling solar collectors and storage tanks. This characteristic makes it an expensive system and bring difficulties for his large use. An alternative to turn it cheaper is the construction of a device with solar collector and storage tank integrated in one single component (ICS). In this work was done an evaluation of free convection process in a common geometry of this device: the trapezoidal shape. For this analysis, a constant heat flux condition was applied to the inclined face for evaluation of free convection process. Numerical results for these devices with several changes in geometric parameters and boundary conditions are presented and discussed.

Keywords: Integrated solar collector-storage systems, Free convection, Finite Element Methods

Sumário

1. Introdução.....	1
1.1 – Generalidades.....	1
1.2 – Objetivos.....	3
2. Revisão Bibliográfica.....	5
3. Formulação do problema.....	12
3.1 – Modelo Físico.....	12
3.2 – Modelo Matemático.....	14
3.3 – Método numérico.....	19
3.3.1 – Aplicação da técnica de elementos finitos.....	19
3.3.2 – Discretização da equação de transporte usando o método de Galerkin para geometrias bidimensionais.....	25
3.4 – Aplicação da formulação geral às equações do problema.....	30
3.4.1 – Equação da Conservação da Energia.....	30
3.4.2 – Campo de velocidade e pressão com interpolação de mesma ordem.....	31
3.4.3 – Relação entre velocidade e pressão.....	33
3.4.4 – Condições de contorno.....	37
3.5 – Considerações complementares.....	38
3.5.1 – Inclusão dos efeitos de convecção natural.....	38
3.5.2 – Definição do número de Nusselt.....	38
3.5.3 – Definição da temperatura de mistura.....	39
3.5.4 – Geração automática da malha.....	40
3.6 – Procedimento geral de solução.....	41
4. Validação do modelo.....	42
4.1 – Solução para uma geometria quadrada.....	42
4.2 – Avaliação da influência da malha para a geometria trapezoidal.....	46
5. Resultados e discussões.....	52
5.1 – Comparação entre a solução com condição de contorno de temperatura imposta e fluxo de calor constante.....	53
5.2 – Influência do número de Rayleigh sobre o escoamento.....	62

5.3 – Avaliação da influência da razão de aspecto no escoamento.....	71
5.4 – Influência de dispositivos direcionadores de fluxo no escoamento.....	80
6. Conclusões e sugestões.....	87
Referências bibliográficas.....	89

Lista de figuras

Figura 1.1 – Esquema de um dispositivo solar com coletor e armazenador integrados.....	3
Figura 3.1 – Representação esquemática da geometria do problema e suas condições de contorno.....	13
Figura 3.2 – Sistema de coordenadas local e global para um elemento.....	22
Figura 3.3 – Esquema de geometria arbitrária em função das fronteiras.....	41
Figura 3.4 – Diagrama de blocos representando procedimento de solução do modelo.....	41
Figura 4.1 – Esquema da geometria utilizada na validação do modelo proposto.....	43
Figura 4.2 – Malhas sem deformação (a) e deformada (b) utilizadas no problema da cavidade quadrada.....	44
Figura 4.3 – Comparação do Número de Nusselt obtido nas superfícies quente e fria para os diversos testes utilizados ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	45
Figura 4.4 - Campo de função corrente para duas malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	45
Figura 4.5 - Campo de temperaturas adimensionais para duas malhas utilizadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	46
Figura 4.6 – Malhas sem deformação (a) e deformada (b) utilizadas no problema da cavidade trapezoidal.....	47
Figura 4.7 – Evolução do número de Nusselt máximo para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	48
Figura 4.8 – Evolução da temperatura de mistura para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	48
Figura 4.9 – Evolução da função corrente máxima para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	49
Figura 4.10 – Evolução transiente das velocidades máximas U e V para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	49
Figura 4.11 – Distribuição das isotermas para e diferentes malhas da cavidade trapezoidal ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	50
Figura 4.12 – Distribuição das isotermas para e diferentes malhas da cavidade trapezoidal ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$).....	50
Figura 5.1 – Evolução das isotermas para condição de temperatura imposta ($Ra=10^6$,	

Pr=3,5).....	54
Figura 5.2 – Evolução do campo de velocidades para condição de temperatura imposta (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5)	55
Figura 5.3 – Evolução das isothermas para condição de fluxo de calor constante (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	56
Figura 5.4 – Evolução do campo de velocidades para condição de fluxo de calor constante (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	57
Figura 5.5 – Comportamento da temperatura de mistura (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	58
Figura 5.6 – Evolução da velocidade máxima U na direção X (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	59
Figura 5.7 – Evolução da velocidade máxima V na direção Y (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	60
Figura 5.8 – Comportamento do número de Nusselt médio na parede inclinada (Ra=10 ⁶ , Pr=3,5).....	61
Figura 5.9 – Evolução das isothermas para Ra=10 ³	62
Figura 5.10 – Evolução do campo de velocidades para Ra=10 ³	63
Figura 5.11 – Evolução das isothermas para Ra=10 ⁶	64
Figura 5.12 – Evolução do campo de velocidades para Ra=10 ⁶	65
Figura 5.13 – Evolução das isothermas para Ra=10 ⁹	66
Figura 5.14 – Evolução do campo de velocidades para Ra=10 ⁹	67
Figura 5.15 – Comportamento da temperatura de mistura para os valores de Ra avaliados....	68
Figura 5.16 – Comportamento da velocidade máxima U na direção X.....	69
Figura 5.17 – Comportamento da velocidade máxima V na direção Y.....	70
Figura 5.18 – Comportamento das isothermas para L/H=2,0 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	72
Figura 5.19 – Comportamento do campo de velocidades para L/H=2,0 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	73
Figura 5.20 – Comportamento das isothermas para L/H=2,4 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	74
Figura 5.21 – Comportamento do campo de velocidades para L/H=2,4 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	75
Figura 5.22 – Comportamento das isothermas para L/H=2,8 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	76
Figura 5.23 – Comportamento do campo de velocidades para L/H=2,8 (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	77
Figura 5.24 – Evolução da temperatura de mistura para as geometrias avaliadas (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	78
Figura 5.25 – Evolução da velocidade máxima U para as geometrias avaliadas (Ra=10 ⁹ , Pr=3,5).....	79

Figura 5.26 – Evolução da velocidade máxima V para as geometrias avaliadas ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	80
Figura 5.27 – Esquema da geometria com os dois tipos de canal direcionador de fluxo avaliados.....	81
Figura 5.28 – Comportamento das isothermas para canal sem isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)....	81
Figura 5.29 – Comportamento do campo de velocidades para canal sem isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	82
Figura 5.30 – Comportamento das isothermas para canal com isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)....	83
Figura 5.31 – Comportamento do campo de velocidades para canal com isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	84
Figura 5.32 – Evolução da temperatura de mistura para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	85
Figura 5.33 – Evolução da velocidade máxima U para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	86
Figura 5.34 – Evolução da velocidade máxima V para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$).....	86

Lista de abreviaturas e siglas

CPC: Concentrador cilíndrico parabólico – *Cylindrical Parabolic Concentrator*

FEM: Método dos elementos finitos ou *Finite elements method*

ICS: Sistema integrado coletor solar e tanque armazenador – *Integrated Collector Storage*

SDHWS: Sistema doméstico de aquecimento solar de água – *Solar domestic hot water system*

Lista de símbolos

$a_{i,j}$	termo i,j da matriz global A
f_d	fator de deformação da malha discretizada
g	aceleração da gravidade [m/s ²]
h	coeficiente de película do fluido [W/m ² K]
k_f	condutividade térmica do fluido [W/mK]
p	pressão [Pa]
q_c	fluxo de calor na superfície [W/m ²]
t	coordenada relativa ao tempo [s]
u	velocidade na direção x [m/s]
v	velocidade na direção y [m/s]
x	coordenada na direção horizontal [m]
y	coordenada na direção vertical [m]
$\vec{i}$	vetor unitário na direção x
$\vec{j}$	vetor unitário na direção y
$\vec{n}$	vetor unitário na direção normal à superfície
H	altura da cavidade [m]
K_p	termo de vínculo entre campo de pressões e a carga das velocidades
L	largura da cavidade [m]
N	função elementar de aproximação
P	pressão adimensional
S	termo fonte genérico
T	temperatura [K]

T_f	temperatura mínima de referência (fria) [K]
T_h	temperatura máxima de referência (quente) [K]
U	velocidade adimensional na direção Y
$\hat{U}$	termo de correção da velocidade U
V	velocidade adimensional na direção X
$\hat{V}$	termo de correção da velocidade V
W	função peso de resíduos ponderados
X	coordenada adimensional na direção horizontal
Y	coordenada adimensional na direção vertical
Nu	número de Nusselt
Pr	número de Prandtl
Ra	número de Rayleigh
$S^{p,z}$	termo fonte associado a determinado nó na direção z
C	propriedade genérica associada aos termos transientes/convectivos
S_z	termo fonte na direção z
K	propriedade genérica associada aos termos difusivos
$\{S\}$	matriz referente à contribuição dos termos fonte
$[C]$	matriz referente à contribuição dos termos convectivos
$[J]$	Jacobiano da transformação de coordenadas
$[K]$	matriz referente à contribuição dos termos difusivos
$[M]$	matriz referente à contribuição dos termos de massa do elemento
$[P_z]$	matriz para avaliação das derivadas da pressão na direção z
$[A]$	matriz global para solução dos perfis de velocidade

$[\bar{A}_p]$	matriz global do campo de pressões
$[\bar{B}_p]$	matriz carga do campo de pressões
$[\bar{B}_z]$	vetor carga para solução dos perfis de velocidade na direção z
α	difusividade térmica [m^2/s]
β	coeficiente de expansão volumétrica [$1/\text{K}$]
δT	diferença de temperatura de referência
η	coordenada do elemento de referência
ν	viscosidade cinemática [m^2/s]
ϕ	grau de liberdade genérico associado ao elemento ou nó
ψ	função corrente para escoamento bidimensional [m^2/s]
ρ	massa específica [kg/m^3]
τ	coordenada adimensional relativa ao tempo
θ	temperatura adimensional
ε	resíduo
ξ	coordenada do elemento de referência
$[\Gamma_z]$	contribuição dos termos de superfície na direção z
Γ	representação do contorno de um domínio
Ω	domínio de um problema
Ψ	função corrente adimensional
r	valor de referência
γ	indica o esquema de tempo para avaliação das propriedades
m	indica o último instante de tempo já calculado
n	na direção normal à superfície

Capítulo 1

Introdução

1.1 – Generalidades

A disponibilidade de energia representa uma questão crítica na economia de todos os países, uma vez que é indispensável na indústria, agricultura, comércio e residências. A eletricidade em particular é uma forma de energia rica, limpa, de alta qualidade termodinâmica e de grande flexibilidade na sua utilização. Muitos processos de transformação somente são possíveis com sua utilização, fazendo com que tenha um lugar único e privilegiado entre as diferentes formas de energia. Entretanto, são necessárias tecnologias complexas para sua geração, o que aumenta seu custo e diminui sua disponibilidade.

Apesar disto, a demanda por energia elétrica é elevada e as projeções estatísticas para este século estabelecem quantidades crescentes que deverão ser fornecidas a fim de evitar um colapso econômico mundial. O Brasil passou recentemente por uma crise energética que se manifestou devido a uma redução crítica no nível dos reservatórios de água utilizada nas hidrelétricas para a geração de eletricidade.

A conjuntura energética atual tem levado, cada vez mais, a uma intensificação na busca de alternativas energéticas limpas e cujos impactos ambientais são nulos ou bastante reduzidos. Embora se tenha notado um pequeno retrocesso em termos mundiais nestes últimos anos, com a recusa dos EUA em ratificar o protocolo de Kyoto, além da derrota brasileira em Johannesburgo na Conferência Rio+10, em sua proposta de intensificação do uso de energias

alternativas, este é um caminho que não deve de maneira nenhuma ser abandonado.

Nesta altura, muitas esperanças foram depositadas em fontes de energia que a natureza põe a disposição do homem, que são as chamadas energias renováveis: o sol, o vento, os cursos de água, as ondas, as marés, os resíduos animais e vegetais, o calor das águas subterrâneas. O fato dos processos de conversão destas formas de energia não serem poluentes, as torna ainda mais atraentes para uma humanidade preocupada com o meio ambiente.

O investimento científico, político, tecnológico e financeiro realizado durante a crise de energia dos anos setenta permitiu demonstrar que alguns campos de aplicação da energia convertida a partir de recursos energéticos renováveis eram tecnicamente domináveis e economicamente vantajosos para seus usuários. Entre estes, constam algumas aplicações da energia solar.

A intensificação do uso da energia solar, embora não possa ser quantificada diretamente, já que seu uso não é avaliado no BEN (Balanço Energético Nacional), representa um importante fator de redução do consumo de energia elétrica doméstica. Além do mais, representa uma significativa redução na demanda de energia elétrica que ocorre próxima ao horário das 19:00 h, no qual os chuveiros elétricos têm grande contribuição. Esta redução de demanda, mesmo que parcial, representaria um significativo alívio para a futura política energética brasileira.

De maneira geral, a energia da radiação solar é captada e transferida através de um coletor solar. Embora exista uma infinidade de formas construtivas de coletores e dependendo da temperatura da utilização pretendida, o mais utilizado é o coletor solar plano. Este tipo de equipamento já é largamente utilizado em residências, principalmente no aquecimento de águas sanitárias (banhos, lavagem de louça, entre outros).

Nestes dispositivos, a energia solar é captada e transferida à água que circula em tubos vinculados a uma placa absorvedora. A água, ao passar pelo coletor, é aquecida até a temperatura de utilização e armazenada em um tanque. Estes dispositivos utilizam-se, ainda, de artifícios para evitar a circulação reversa durante o período noturno, no qual ocorreria um resfriamento da água.

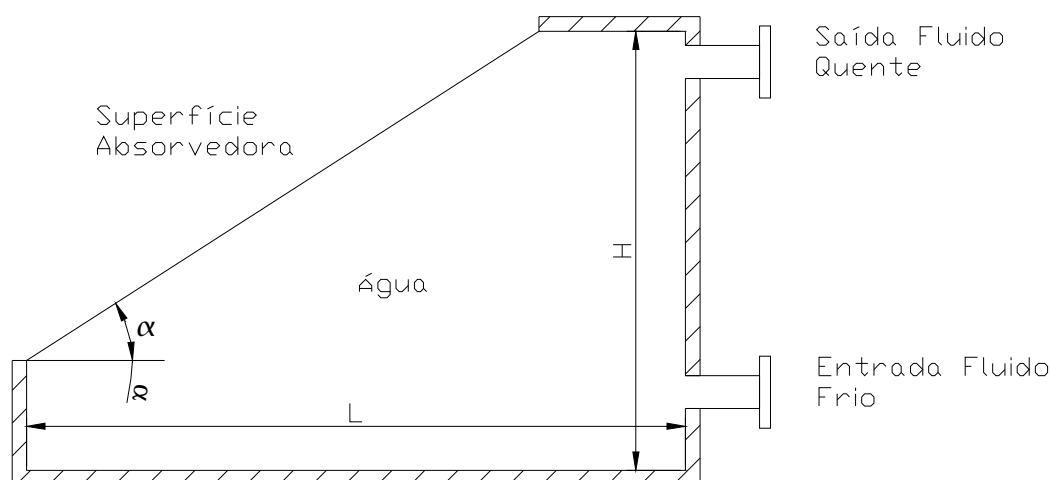


Figura 1.1 – Esquema de um dispositivo solar com coletor e armazenador integrados

Porém, os sistemas de aproveitamento de energia solar apresentam um custo relativamente alto para sua implantação. Alternativas para baixar custo podem e devem ser alcançadas. Uma destas alternativas seria a integração entre o coletor solar e o tanque de armazenamento, eliminando parcela da necessidade de isolamento, tubulações e soldas, simplificando sua construção através de um dispositivo similar ao da figura 1.1. A simulação numérica do comportamento de um dispositivo deste tipo buscando parâmetros ótimos para seu projeto é o objetivo principal deste trabalho.

1.2 – Objetivos

De acordo com o já exposto anteriormente, este trabalho tem como objetivo a elaboração de um modelo numérico que permita a avaliação do comportamento da convecção natural em geometrias similares àsquelas utilizadas em sistemas solar integrados coletor-tanque. A geometria avaliada será simplificada na forma de um trapézio, conforme apresentado na figura 1.1, e o desenvolvimento do processo de aquecimento estudado pela aplicação de uma técnica de elementos finitos transiente.

Inicialmente será feita a validação do modelo através da comparação de sua solução para geometria quadrada com a solução para geometria trapezoidal.

Após esta validação serão investigados para a geometria trapezoidal alguns parâmetros de influência no processo como número de Rayleigh e condição de contorno aplicada à superfície aquecida.

Finalizando o trabalho, será analisada a influência da geometria do tanque no desenvolvimento do processo de convecção natural. Com isso será possível determinar a geometria ótima para construção do dispositivo estudado.

Para alcançar estes objetivos é necessário o desenvolvimento dos seguintes tópicos:

1. Análise e compreensão das equações de Navier-Stokes
2. Estudo e aplicação da técnica de elementos finitos para discretizar as equações diferenciais parciais do problema
3. Desenvolvimento de um código computacional para solução numérica das equações discretizadas
4. Validação do modelo através de comparação com dados da literatura
5. Obtenção da solução numérica do problema para diversas condições de projeto
6. Análise dos resultados e conclusões

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos têm sido publicados nos últimos anos objetivando a otimização do funcionamento e projeto dos diversos tipos de coletores solar existentes. Esta preocupação vem de longa data, e sempre se acentua ante a perspectiva de uma crise no abastecimento de energia. A própria “Primeira Crise do Petróleo” fez com que surgissem no Brasil, durante início da década de 1970, importantes grupos de pesquisa que desenvolveram trabalhos fundamentais sobre o assunto.

Normalmente, os estudos sobre coletor solar sempre foram divididos em duas frentes, uma relativa ao coletor solar propriamente dito e outra relativa ao reservatório de energia, que pode ser um tanque ou outro dispositivo capaz de armazená-la. Desta forma, é traçado a seguir um estado da arte a respeito destes diversos tópicos e o panorama básico das linhas desenvolvidas recentemente.

Com relação a trabalhos básicos não é possível deixar de relacionar o desenvolvido por Duffie e Beckman (1980), onde é feita uma compilação de todos os trabalhos desenvolvidos sobre energia solar até então. Neste trabalho, é possível encontrar as técnicas necessárias para o projeto de dispositivos de aproveitamento de energia solar desde seu princípio básico até uma série de expressões empíricas e fatores de correção utilizados no cálculo de parâmetros do coletor. É referência constante em quase todos os trabalhos sobre energia solar desenvolvidos posteriormente.

Abordando um tema um pouco mais específico, já que é voltado basicamente para estratificação em tanques de armazenamento, outro trabalho que é recorrente em estudos posteriores é o desenvolvido por Cabelli (1977). Neste estudo, a autora desenvolve uma modelagem matemática do problema utilizando-se das equações de Navier-Stokes

discretizadas pelo método das diferenças finitas. Com este procedimento obteve a influência de uma série de parâmetros como intensidade do escoamento de entrada e posição dos tubos sobre a estratificação térmica. Estas análises foram realizadas com base na análise dos efeitos do número de Reynolds e do número de Grashoff. Foi feita também, uma comparação entre o modelo matemático bidimensional com sua solução numérica e uma solução analítica unidimensional e uma boa concordância de resultados foi verificada.

Outro trabalho, um pouco posterior, mas também de grande relevância foi desenvolvido por Chan, Smereka e Giusti (1983). Neste trabalho, os autores elaboraram um modelo matemático baseado nas equações de conservação para escoamento convectivo natural laminar utilizando a aproximação de Boussinesq. O escoamento convectivo forçado foi imposto através da utilização de condições de influxo e efluxo. Assim, o comportamento transiente dos campos de velocidades e temperaturas foi analisado para diversas condições de contorno concluindo que a posição de entrada, horizontal ou vertical, têm influência pequena sobre a estratificação térmica. Posteriormente uma série de autores fizeram estudos nesta mesma linha, destacando-se os trabalhos de Guo e Wu (1983), Alizadeh (1999) e Zachar, Farkas e Szlivka (2003).

Análises experimentais envolvendo a estratificação térmica em tanques armazenadores também foram extensamente realizadas. Aspectos relativos a importância da estratificação e maneiras de acentuá-la podem ser encontradas em Padilha (1982), Carrocci (1987) e Khalifa e Mehdi (1999).

Um panorama sobre a utilização da energia solar foi apresentado por Goetzberger (1996) citando benefícios para aplicações em aquecimento de água e geração de eletricidade. O autor comparou alguns tipos de aquecedores solares, mostrando vantagens e desvantagens de cada um dos tipos construtivos.

Objetivando baixos custos de investimento inicial em sistemas solares de aquecimento de água, Hussain e Urmee (1996) desenvolveram dois tipos de aquecedores solares de simples fabricação e sem necessidade de suprimento de água. A configuração dos dispositivos consistia em um vaso de plástico inserido em outro do mesmo material. A diferença entre um tipo e outro era o preenchimento da lacuna entre os vasos de plástico, pois o primeiro foi preenchido somente com ar, enquanto que o segundo foi preenchido com esferas de papel. Ambos dispositivos foram testados experimentalmente com e sem cobertura transparente. Os

resultados mostraram que a eficiência no armazenamento de energia foi melhor no coletor com cobertura transparente.

Tentando a busca de novas tecnologias, Kaptan e Kilic (1996) analisaram teórica e experimentalmente um tipo de aquecedor de água com coletor e reservatório acoplados formando uma única unidade. Uma placa defletora foi inserida no interior dos cinco tubos do aquecedor dividindo o canal absorvedor e reservatório, com finalidade de melhorar a troca térmica. Os experimentos foram realizados em laboratório utilizando lâmpadas para simular a radiação térmica solar e as temperaturas foram medidas em vários pontos do reservatório. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles obtidos da solução do modelo matemático pelo método das diferenças finitas. Foi observada boa concordância entre o método experimental e o numérico.

Tripanagnastopoulos e Yanoulis (1996) estudaram e testaram um coletor solar com espelhos simétricos e assimétricos, denominado sistema CPC, objetivando melhorar a performance óptica do sistema. Neste tipo de coletor a distribuição da radiação na superfície absorvedora é variável, dependendo da posição do sol em relação ao dispositivo. Este efeito foi utilizado para melhorar o desempenho do coletor, juntamente com a divisão do absorvedor em canais de escoamento, pois, selecionando o canal com maior fluxo de radiação, a água pode ser aquecida com maior eficiência. Foram analisados opticamente e testados modelos com quatro canais absorvedores e os resultados mostraram uma operação eficiente para um intervalo de temperatura entre 100°C e 200°C.

O desenvolvimento de coletores solares não tem caminhado tão somente na direção de novas tecnologias, mas também no sentido de diferentes aplicações. Uma aplicação inovadora foi apresentada por Ratti e Mujundar (1997), onde foi realizada uma simulação da performance do processo de secagem de alimentos utilizando um coletor solar para aquecer o ar. Todos os parâmetros envolvidos no modelo foram obtidos de dados experimentais. Os resultados foram comparados com dados encontrados na literatura sobre secagem de pedaços de cenoura. Efeitos de vários parâmetros essenciais neste processo foram apresentados e discutidos.

Na mesma linha de aplicações não usuais, Reuss et al. (1997) apresentaram um túnel coletor solar para aquecimento de ar utilizado na secagem de madeira. Ao fluir pelo túnel, escoando por convecção natural, o ar é aquecido e direcionado para a câmara de secagem,

onde retira parte da umidade da madeira. Para simular o processo, foi desenvolvido um modelo do tipo TRNSYS utilizando as propriedades físicas da madeira. Os resultados obtidos na simulação foram comparados a resultados experimentais de uma planta de secagem de madeira, obtendo-se boa concordância.

Segundo Mohamad (1997), o aquecimento de água para uso doméstico é uma técnica atualmente bem fundamentada e a maioria dos sistemas utiliza um coletor solar separado do tanque de armazenamento, com necessidade de tubulações e isolamento para ambos. Com base nisto, o autor reforçou a tese da necessidade do desenvolvimento do coletor solar integrado ao tanque armazenador, que simplifica a construção e tende a reduzir o custo. Com base nisto, um protótipo foi construído com a presença de um diodo térmico para evitar a circulação reversa no período da noite, e um modelo matemático foi desenvolvido para avaliar a performance do sistema. A eficiência do aquecedor sugerido mostrou-se comparável com a dos sistemas convencionais e o fenômeno de estratificação térmica foi claro e evidente. A simulação indicou que o diodo térmico reduziu de maneira significativa as perdas de calor no período da noite.

Buscando aplicações de aquecedores solares também em áreas rurais, Tiwari et al.(1998), desenvolveram um modelo matemático para otimização de parâmetros de projeto de um aquecedor solar de baixo custo para utilização em áreas rurais do Vietnã.

Segundo Garg et al. (1998), os sistemas de aquecimento solar cujo coletor e o tanque armazenador formam um dispositivo integrado, têm vantagem sobre os sistemas convencionais, pois custam menos e têm menos problemas com manutenção. Partindo deste princípio, os autores analisaram alguns parâmetros não dimensionais, baseados em um modelo unidimensional transiente, para predição da eficiência de um coletor solar integrado. Tais parâmetros foram formados da combinação de características físicas que representam a performance térmica para o sistema. A inter-relação entre os parâmetros foi resumida em um nomograma, que permite a predição da performance do sistema para uma localidade particular.

O desenvolvimento de novos materiais para construção e isolamento dos coletores solares também tem sido objeto de diversos trabalhos. Um destes materiais que vêm sendo avaliado com grande frequência é o isolante feito de material transparente. Reddy e Kaushika (1999) estudaram um modelo teórico-experimental para obtenção do desempenho térmico de

um coletor solar isolado com material transparente e integrado ao reservatório. O material isolante transparente foi colocado entre o vidro e a superfície absorvedora. Dados de transmissibilidade solar, redução de perdas de calor e eficiência foram obtidos a fim de comparar a performance de várias configurações do sistema. Os custos dos materiais isolantes transparentes para cada configuração foram discutidos.

Ainda com relação aos coletores solares integrados ao tanque de armazenamento, Smyth et al. (2000) determinaram experimentalmente a performance anual de dois coletores solares integrados ao reservatório. Uma nova técnica foi aplicada na construção do coletor integrado e dois modelos foram construídos. Detalhes da performance anual para os dois dispositivos foram mostrados comparando-os com coletores convencionais.

Segundo Chaurasia e Twidell (2000), os coletores solares integrados ao tanque armazenador custam menos que os convencionais e vislumbram ser uma ótima alternativa para aplicações domésticas. A perda máxima de calor pela água armazenada acontece no período noturno, sendo que se torna necessário cobrir o tanque de armazenamento com isolamento extra. Assim sendo, os autores compararam dois modelos de coletores solares integrados ao tanque de armazenamento, com um material isolante transparente, que é largamente utilizado na Europa e visa a redução de perdas de calor durante a noite, e outro com material isolante convencional. O coletor com material isolante transparente apresentou melhor desempenho e menores perdas de calor durante a noite.

Ainda na linha de coletores e tanques integrados, recentemente Faiman et al. (2001), apresentaram um estudo experimental e analítico para coletores solares integrados ao reservatório. A importância das unidades avaliadas reside no fato de que elas apresentam um dispositivo que abaixa o coeficiente de perda de calor durante o período noturno, o que faz com que seja superado um dos principais problemas dos aquecedores de água deste tipo. O aparato analítico aplicado neste trabalho foi baseado no método da máxima eficiência útil com adição de alguns detalhes experimentais para melhorar a precisão. Os resultados obtidos mostraram que o desempenho da unidade em questão foi satisfatório.

Até agora os trabalhos analisados apresentaram metodologias experimentais ou modelos semi-empíricos de avaliação da performance de aquecedores solares. Outro método bastante eficaz de análise, porém pouco utilizado, é a utilização da simulação computacional. A fluidodinâmica computacional (CFD) é uma poderosa técnica de simulação. Assim sendo,

Gadi (2000) apresentou a simulação computacional de um coletor solar integrado ao reservatório. O autor utilizou o programa FLUENT para avaliar três configurações do dispositivo. Os resultados da simulação foram comparados a resultados experimentação, obtendo-se boa concordância.

Experimentando novas geometrias nos coletores integrados, Mohsen e Akash (2002) apresentaram resultados experimentais para um dispositivo com aletas na placa absorvedora, no lado da água. Os resultados para o coletor com aletas foram comparados com os resultados para um coletor sem aletas. Foi verificado que a eficiência aumentou de 50% para 59% devido à presença aletas.

Em trabalho recente, Cruz et al. (2002) desenvolveram um coletor solar integrado simples e de baixo custo, para operação na região da Europa Mediterrânea, onde as latitudes são de aproximadamente 40-45° norte. O dispositivo foi construído com geometria trapezoidal, com a água em contato direto com a placa absorvedora. O dispositivo foi montado com inclinação de 45°, que é a inclinação próxima da latitude local, para que pudesse obter o máximo ganho de energia solar. Os autores experimentaram o sistema e mostraram que o armazenamento de energia depende diretamente da estratificação térmica na cavidade trapezoidal. Além disso, compararam o sistema solar para aquecimento doméstico de água com sistemas de energias convencionais como eletricidade e gás. Verificou-se uma economia significativa em relação aos sistemas convencionais.

Smyth, Eames e Norton (2004), dando seqüência aos trabalhos anteriores, apresentaram recentemente um trabalho no qual desenvolveram o sistema anteriormente apresentado em Smyth, Eames e Norton (1999). Neste trabalho, além do revestimento interno, um sistema de isolamento térmico transparente também foi utilizado. Um aparato onde a radiação solar foi simulada por um conjunto de lâmpadas foi utilizado no levantamento de dados. Desta forma uma maior redução das perdas de energia, principalmente relativas à circulação reversa, foi alcançada.

Outro trabalho apresentando um ICS de geometria diferente utilizando concentradores cilíndricos-parabólicos (CPCs) foi proposto por Tripanagnostopoulos e Souliotis (2004). Neste estudo o dispositivo proposto é comparado com os sistemas de coletor solar planos (FPTU). Com base na análise dos dispositivos, os autores concluem que o sistema com CPC trabalha de maneira eficiente em se tratando de sistemas integrados. De qualquer maneira,

apesar da eficiência com que operam, sistemas desta natureza não podem ser considerados de baixo custo, uma vez que os seus componentes têm custo individual elevado.

A análise numérica a ser desenvolvida neste trabalho pretende complementar os estudos levantados até agora, realizando estimativas do comportamento da circulação da água no interior do sistema integrado coletor-armazenador. Desta forma, é possível determinar os parâmetros que maximizem a sua eficiência nas condições pré-estabelecidas.

Capítulo 3

Formulação do problema

3.1 – Modelo Físico

No processo de estocagem térmica, o fluido no interior do reservatório distribui-se em três regiões distintas: uma região onde o fluido é quente, uma região fria, e uma região intermediária, que separa as duas precedentes e está submetida a apreciável gradiente de temperatura.

A figura 3.1 representa o coletor solar-tanque armazenador integrado posicionado num sistema de eixos coordenados. A parede inclinada absorve a radiação solar e a transfere para a água contida no interior do tanque iniciando o processo de estocagem térmica. A inclinação da parede é determinante no aproveitamento ótimo da radiação solar incidente. Devido ao processo de convecção natural, o fluido aquecido na região inclinada se desloca até a região superior do tanque, de onde é retirado para utilização. O fluido frio retorna pela região inferior do tanque, completando o processo.

Analisando os princípios da segunda lei da termodinâmica, conclui-se que a maior disponibilidade energética atingida por um sistema solar integrado coletor-tanque armazenador ocorre quando existem dois níveis distintos de temperatura do fluido de trabalho. Caso houvesse processo de mistura entre as massas de fluido quente e fluido frio, a temperatura do fluido estocado teria um valor médio abaixo da temperatura máxima atingida na região inclinada.

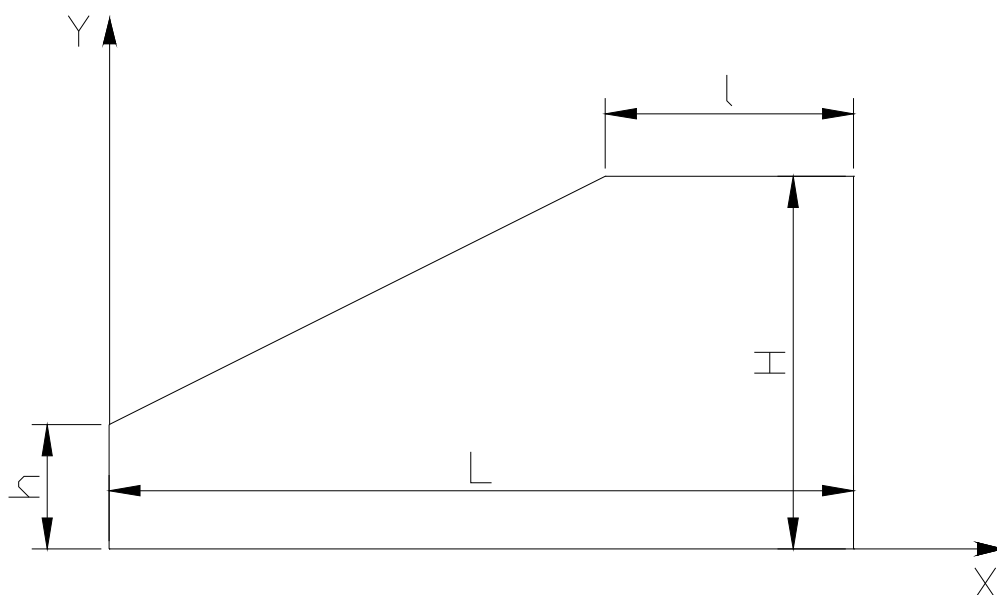


Figura 3.1 – Representação esquemática da geometria do problema e suas condições de contorno

Sendo assim, este nível médio de temperatura alcançado é indesejável, pois diminui a disponibilidade de fornecimento de calor em determinados níveis de temperatura. Portanto, considerando a necessidade de manutenção de níveis constantes de temperatura nas fontes quente e fria e da obtenção, ao mesmo tempo, de um grande quantidade de energia térmica armazenada, é necessário utilizar o processo de estocagem por estratificação térmica. Neste processo, em um único reservatório é possível manter um líquido a duas temperaturas distintas, sem que ocorra mistura.

Segundo Padilha (1982), um dos fatores que prejudicam a estabilidade da estratificação, além das perdas externas, são as correntes convectivas que aparecem no interior do fluido de trabalho (recirculações), acelerando o processo de degradação da estratificação. Este efeito faz com que o armazenador anteriormente num estado estratificado caminhe para um estado homogêneo. Com base nisso, torna-se importante a avaliação da geometria do dispositivo armazenador de modo que a estratificação seja mantida, com intuito de melhorar a eficiência e diminuir o custo do armazenamento de calor.

Neste trabalho é considerado um dispositivo solar integrado coletor-tanque armazenador. O fluido de trabalho utilizado é a água. Considerou-se todas as superfícies perfeitamente isoladas, menos a parede inclinada que recebe a radiação solar. Na obtenção dos

resultados foram comparadas as condições de contorno de temperatura imposta e fluxo de calor constante na parede inclinada. O desenvolvimento do escoamento no interior do tanque acontece devido à transferência de calor por convecção natural, na qual as diferenças de densidades ocasionadas por diferenças de temperatura provocam a movimentação do fluido.

Será enfatizado o desenvolvimento transiente dos perfis de temperaturas (isotermas) e velocidades do fluido no interior do tanque armazenador.

3.2 – Modelo Matemático

A solução do problema de convecção natural em qualquer cavidade nada mais é do que a solução das equações de Navier-Stokes, nas quais as forças de empuxo associadas às variações de densidade são responsáveis pela movimentação do fluido.

No desenvolvimento deste trabalho foram feitas as seguintes considerações para o desenvolvimento do modelo matemático:

1. O escoamento foi considerado incompressível, laminar, transiente e bidimensional;
2. As propriedades termofísicas do fluido de trabalho foram assumidas constantes, exceto a densidade, cuja variação origina as forças de empuxo;
3. Foi desprezada a dissipação viscosa no escoamento e o termo de pressão na equação da energia;
4. Todas as superfícies do tanque foram consideradas perfeitamente isoladas, menos a parede inclinada.

Assim, as equações para o escoamento acima caracterizado são dadas por:

- **Equação da continuidade**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

• **Equação da quantidade de movimento na direção x**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \beta (T - T^r) \vec{g} \cdot \vec{i} \quad (3.2)$$

• **Equação da quantidade de movimento na direção y**

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \beta (T - T^r) \vec{g} \cdot \vec{j} \quad (3.3)$$

• **Equação da conservação da energia**

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

A próxima etapa consiste em estabelecer as variáveis adimensionais que serão utilizadas:

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad U = \frac{uH}{\alpha}; \quad V = \frac{vH}{\alpha}; \quad P = \frac{p - p_{ref}}{\rho} \left(\frac{H}{\alpha} \right)^2; \quad \theta = \frac{T - T_f}{\delta T};$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}; \quad Ra = \frac{g \beta \delta T H^3}{\nu^2} Pr; \quad \tau = Fo = \frac{\alpha t}{H^2};$$

onde Ra e Pr representam os números de Rayleigh e Prandtl, X e Y as coordenadas adimensionais, U e V as velocidades adimensionais nas direções X e Y, P a pressão adimensional e θ a temperatura adimensional.

Dependendo a natureza da condição de contorno aplicada ao problema a adimensionalização varia. O primeiro caso, e mais comum, é aquele em que a temperatura da parede quente é conhecida (T_h), ou ainda, aquele em que há uma troca de calor por

convecção e a temperatura do meio é conhecida (T_c). Neste caso, o valor para a diferença de temperaturas é dada por:

$$\overline{\delta T} = T_h - T_c$$

O outro caso vem cada vez mais ganhando importância nos projetos de dissipação de calor de componentes eletrônicos, é o de fluxo de calor conhecido na fronteira q_c . Neste caso, o valor adotado para a referência é:

$$\overline{\delta T} = \frac{q_c H}{k}$$

O número de Rayleigh fornece uma medida da razão entre as forças de empuxo e as forças viscosas na camada limite fluidodinâmica. Assim, este parâmetro representa a intensidade da convecção natural e determina o regime do escoamento (laminar ou turbulento).

A interpretação física do número de Prandtl origina-se na sua definição como sendo a razão entre a difusividade de momento e a difusividade térmica. Este parâmetro fornece uma medida da efetividade dos transportes por difusão, de momento e energia no interior da camada limite fluidodinâmica e térmica, respectivamente.

Uma vez definidas as variáveis adimensionais é possível definir, após substituição e manipulação algébrica, a forma das equações de transporte:

- **Equação da continuidade**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.5)$$

- **Equação da quantidade de movimento na direção x**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + RaPr \theta \frac{\vec{g} \cdot \vec{i}}{\|g\|} \quad (3.6)$$

• **Equação da quantidade de movimento na direção y**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + RaPr \theta \frac{\vec{g} \cdot \vec{j}}{\|g\|} \quad (3.7)$$

• **Equação da conservação da energia**

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.8)$$

Uma vez definidas as equações do modelo, é necessário definir o domínio, as condições iniciais e de contorno. O domínio do problema é definido da seguinte maneira, conforme figura 3.1:

1. Superfície vertical esquerda: segmento de reta formado entre pontos (0;0) e (0;h);
2. Superfície inclinada: segmento de reta formado entre os pontos (0;h) e (L-l;H);
3. Superfície horizontal superior: segmento de reta formado entre os pontos (L-l;H) e (L;H);
4. Superfície vertical direita: segmento de reta formado entre os pontos (L;H) e (L;0);
5. Superfície horizontal inferior: segmento de reta formado entre os pontos (L;0) e (0;0).

Considera-se que o fluido está inicialmente em repouso e com temperatura uniforme igual a do ambiente. Além disso, admite-se que no instante inicial as variáveis em estudo tem seus valores nulos. Em termos matemáticos isso pode ser escrito na forma dimensional da seguinte maneira:

$$t=0 \Rightarrow T_c = T_f; u=0; v=0; p - p_{ref}=0 \quad \text{em todo o domínio}$$

Utilizando as variáveis adimensionais definidas anteriormente, as condições iniciais podem ser reescritas na sua forma adimensional, dada por:

$$\tau=0 \Rightarrow \theta=0; U=0; V=0; P=0 \quad \text{em todo o domínio} \quad (3.9)$$

Com exceção da superfície inclinada, todas as demais fronteiras rígidas são consideradas adiabáticas, o que pode ser escrito matematicamente da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial x}=0; \quad \frac{\partial T}{\partial y}=0$$

Utilizando as variáveis adimensionais, as condições nas fronteiras adiabáticas podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \theta}{\partial X}=0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \quad (3.10)$$

Na superfície inclinada serão avaliadas duas possibilidades de condição de contorno: a de temperatura imposta e a de fluxo de calor constante. Matematicamente, estas condições de contorno podem ser escritas da seguinte forma para a superfície inclinada:

$$T=T_h \quad (\text{temperatura imposta})$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}=q_c \quad (\text{fluxo de calor constante})$$

onde $\vec{n}$ representa a direção normal à superfície.

Utilizando as variáveis adimensionais citadas anteriormente, é possível reescrever as condições de contorno para superfície inclinada na forma adimensional da seguinte maneira:

$$\theta = \theta_h \quad (\text{temperatura imposta}) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}} = -1 \quad (\text{fluxo de calor constante}) \quad (3.12)$$

Admite-se não ocorrer escorregamento nas fronteiras rígidas do tanque, ou seja, as velocidades nas direções horizontal e vertical são iguais a zero. Assim, as condições de contorno para as velocidades podem ser definidas da seguinte maneira:

$$u = 0; v = 0 \quad \text{para todo o domínio}$$

Utilizando as variáveis adimensionais definidas anteriormente, as condições de contorno para as velocidades podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$U = 0; V = 0 \quad \text{para todo o domínio} \quad (3.13)$$

3.3 – Método numérico

Qualquer método que permita a solução das equações definidas anteriormente pode ser utilizado para simulação da convecção natural no interior do coletor-tanque armazenador. Na literatura são encontrados diversos grupos utilizados na solução de problemas de escoamento de fluido, e com uma série de subdivisões.

Neste trabalho optou-se pela solução do problema envolvendo escoamento através do método baseado em variáveis primitivas, com solução acoplada e com a utilização de uma grade co-localizada (ou de igual ordem, como é conhecida em elementos finitos).

3.3.1 – Aplicação da técnica de elementos finitos

As áreas da engenharia (mecânica dos sólidos, fenômenos de transporte, entre outras) são formadas por fenômenos físicos descritos, em sua maioria, por equações diferenciais

parciais. Atualmente, o método dos elementos finitos vem sendo bastante utilizado na resolução de problemas em regime permanente ou transiente, em regiões lineares ou não lineares, com domínios uni ou multidimensionais.

O processo de discretização na formulação por elementos finitos, assim como no método das diferenças finitas, transforma as equações diferenciais parciais, suas condições de contorno e iniciais, em equações algébricas, as quais são resolvidas computacionalmente.

A finalidade deste item é apresentar os conceitos do método dos elementos finitos mais importantes e pertinentes a este trabalho, sem a pretensão de esgotar o assunto. Os procedimentos a serem descritos são encontrados em Dhatt & Touzot (1984).

O método dos elementos finitos é uma ramificação dos métodos integrais que são utilizados na obtenção de soluções aproximadas de um grande número de problemas. Estes métodos integrais baseiam sua solução em aproximações por funções da variável no domínio determinado e devem satisfazer as condições iniciais e de contorno do problema.

A formulação por elementos finitos é baseada nos mesmos princípios de resolução por resíduos ponderados, ou seja, a busca de uma solução segundo a qual o desvio obtido pela integral desta solução ao longo do domínio, utilizando uma função peso definida, seja mínimo. Assim, admitindo que a equação que rege determinado problema seja $L(u) - f = 0$, sua formulação em resíduos ponderados é dada por:

$$\int_{\Omega} W (L(u) - f) d\Omega = \varepsilon \quad (3.14)$$

O domínio é dividido em diversos elementos que, quando agrupados, devem representar toda a região de solução.

Para facilitar ainda mais, as expressões utilizadas em elementos finitos, ao invés de usar variáveis de espaço nas funções de interpolação, utilizam o valor da propriedade nos nós como parâmetro básico. Ou seja, conhecido o valor de uma dada propriedade em todos os nós, é possível calculá-la em qualquer ponto do domínio usando as funções de interpolação. Esta forma de aplicação das funções de aproximação é conhecida como aproximação nodal.

A subdivisão de um domínio Ω em subdomínios Ω_e deve obedecer algumas regras, tais como:

- Deve haver sempre uma fronteira comum entre os elementos adjacentes onde estarão os únicos pontos comuns entre os elementos. Estas fronteiras podem ser compostas por pontos, linhas ou áreas.
- Não é permitida a existência de regiões comuns a mais de um elemento (sobreposição) e nem regiões dentro do domínio que não pertençam a região alguma (holes).
- Quando a fronteira do domínio não é exatamente representada pelo elemento escolhido, ocorre uma anomalia (vazio), que acarreta um erro impossível de ser mensurado. Entretanto, estes erros, denominados erros geométricos, podem ser minimizados utilizando-se elementos menores ou elementos de maior ordem, que melhor se adequam à fronteira.

Respeitadas as regras básicas, a discretização pode ser feita da maneira mais adequada ao domínio do problema. A geração da malha pode ser manual ou automática, como é o caso do mapeamento transfinito (*transfinite mappings*).

A formulação por elementos finitos deve seguir uma seqüência de conexão entre os elementos, não podendo ser apresentada em uma ordem aleatória. Sendo assim, os nós devem ser numerados de forma seqüencial e deve ser montada uma tabela com a posição de cada um no domínio.

Os elementos são descritos pelo número de cada nó que o compõe e, utilizando um ponto como referência inicial e um sentido de numeração, horário ou anti-horário, obtém-se uma tabela de conectividade dos nós. Considerando todo o procedimento, não faz diferença qual o ponto que se adota como origem para o elemento e nem o sentido de rotação. No entanto, para todos os elementos deve ser adotado o mesmo sentido de rotação.

Conhecidas as interligações e as coordenadas dos nós de um determinado elemento é possível obter valores para determinada propriedade e sua derivada em qualquer posição. Isto é possível graças às funções de interpolação N_j , que podem ser obtidas utilizando os conceitos de aproximação nodal ou consultadas diretamente nos livros texto de elementos finitos¹. Estas funções dependem, basicamente, do número de nós do elemento. Assim sendo, qualquer propriedade ϕ pode ser descrita como uma composição das propriedades vizinhas na forma:

$$\Phi = \sum_j N_j \Phi_j \quad (3.15)$$

¹ Este procedimento não será detalhado e, caso haja interesse, pode ser encontrado em Dhatt & Touzot (1984)

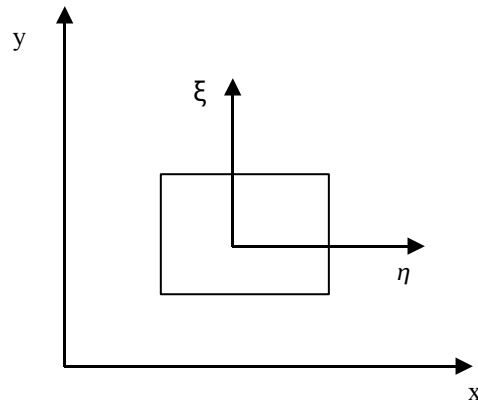


Figura 3.2 – Sistema de coordenadas local e global para um elemento

A função de interpolação é dada como função de variáveis espaciais locais, ξ e η , dos elementos. A figura 3.2 mostra os sistemas de coordenadas local e global para um elemento genérico.

As equações que governam os fenômenos físicos envolvem, normalmente, não somente a propriedade genérica ϕ , mas também suas derivadas. A aproximação no espaço real é sempre complexa devendo ser dada preferência para se trabalhar no domínio elementar. Cuidados especiais devem ser tomados quando se deseja obter a derivada de uma determinada função de interpolação em relação às variáveis globais pois, pela regra da cadeia:

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = [J]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

Como normalmente as expressões a serem resolvidas são equações diferenciais, é preciso utilizar o Jacobiano da transformação ($[J]$) e não o inverso ($[J]^{-1}$). Para obter $[J]$ é preciso considerar a transformação direta, ou seja:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = [J] \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Utilizando na expressão do Jacobiano a aproximação nodal definida pela expressão 3.15, tem-se:

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_j}{\partial \xi} x_j & \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_j}{\partial \xi} y_j \\ \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_j}{\partial \eta} x_j & \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_j}{\partial \eta} y_j \end{bmatrix}$$

O inverso do Jacobiano é calculado pela definição de matriz inversa, sendo expresso por:

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & -\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ -\frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

onde: $\det[J] = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$

Além disto, todo problema de elementos finitos envolve a integração sobre um determinado domínio. Esta integração é feita normalmente de forma numérica sendo que o Jacobiano é obtido para todos os pontos de integração separadamente. A partir da soma dos determinantes do Jacobiano de cada um dos pontos de integração, levado em conta seu peso, também pode ser calculada a área do elemento. Para o caso de um elemento de quatro nós, a área é a própria soma, enquanto que para elementos de três nós a área é a metade deste valor.

Com este procedimento obtém-se as integrais em todo o domínio das funções de interpolação (N_j) e de suas respectivas derivadas. Este é o requisito básico para a montagem da matriz elementar, que será utilizada juntamente com a matriz carga na montagem da matriz global.

Na realidade, o único procedimento presente nesta etapa de montagem da matriz global é a transposição da numeração (interna de cada elemento e limitada ao seu respectivo número de nós) para a numeração geral (válida para todo o domínio), igual ao número total de nós do problema. Parte-se do princípio que cada uma das variáveis do problema ocupará uma coluna na matriz global.

Com a matriz global montada, o próximo passo é a inclusão das condições de contorno. Neste caso, quando se tratar de alguma condição de influxo pela superfície, se utiliza o termo de integral de superfície do problema, um procedimento que será detalhado posteriormente. Quando se tratar de uma condição de valor imposto, alguns procedimentos podem ser aplicados. Um destes procedimentos consiste em simplesmente manter a linha e adicionar ao termo da diagonal principal um valor bastante elevado, além de adicionar o valor especificado para o termo da fronteira, multiplicado pelo mesmo número elevado. Outra alternativa é substituir todos os elementos da linha por zero, exceto o termo da diagonal principal, que é substituído por 1, e substituir o valor da matriz carga pelo valor a ser especificado. Existem outras alternativas, mas de aplicação um pouco mais complexa e que serão deixadas de lado.

Obtida a solução, são conhecidos os valores da variável para todos os nós do domínio, graças à aproximação nodal. A partir desta solução, é possível utilizar as funções de interpolação para obtenção de valores em pontos não nodais e localizados dentro do domínio.

3.3.2 – Discretização da equação de transporte usando o método de Galerkin para geometrias bidimensionais

O procedimento a ser descrito permite que, a partir da equação de transporte em coordenadas cartesianas, se obtenha as equações equivalentes discretizadas em elementos finitos. Esta equação é a base para a solução do problema a ser formulado e fundamental para a compreensão de como foi desenvolvido este trabalho.

Considerando a equação básica:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{K}{C} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - \frac{S}{C} \quad (3.16)$$

onde K e C dependem da natureza do problema.

Utilizando a formulação por resíduos ponderados do método dos elementos finitos para a equação de transporte obtém-se:

$$\int_{\Omega} W \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{K}{C} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \frac{S}{C} \right] d\Omega = 0$$

que pode ser subdividida em diversas integrais:

$$\int_{\Omega} W \frac{\partial \phi}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \left(W u \frac{\partial \phi}{\partial x} + W v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{K}{C} \left(W \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + W \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) d\Omega - \int_{\Omega} W \frac{S}{C} d\Omega$$

Para detalhar o tratamento dado a cada uma das integrais, a expressão é subdividida, sendo que cada um dos termos receberá um tratamento independente. A subdivisão é feita a partir do primeiro termo da equação, passando cada um a ser denominado por: termo transiente, termo convectivo, termo difusivo (relacionado à viscosidade e à condução) e o termo fonte, respectivamente.

Tratamento do termo convectivo: considerando-se a aproximação nodal para o campo de velocidades: $u = N_k u_k$, o termo convectivo pode ser expresso na forma:

$$\int_{\Omega} W u \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega = \int_{\Omega} W N_k u_k \frac{\partial N_i \phi_i}{\partial x} d\Omega = \int_{\Omega} W N_k u_k \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega \phi_i$$

Aplicando o método de Galerkin, onde o valor da função peso é igual à equação de interpolação, a expressão torna-se:

$$\int_{\Omega} W u \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega = \int_{\Omega} N_i N_k u_k \frac{\partial N_i \phi_i}{\partial x} d\Omega = \int_{\Omega} N_k u_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega \phi_i$$

De maneira análoga, para o outro componente de velocidade do problema, obtém-se:

$$\int_{\Omega} W v \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Omega = \int_{\Omega} N_k v_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial y} d\Omega \phi_i$$

A solução desta integral resultará em uma matriz quadrada de dimensão igual ao número de nós do elemento discretizado, a qual será denominada de [C]. Assim:

$$[C] = \int_{\Omega} \left(N_k u_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} + N_k v_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (3.17)$$

Deve-se ressaltar que a matriz [C] depende do perfil de velocidades e que, quando se busca a solução do próprio campo de velocidades, no caso da equação da quantidade de movimento, o processo torna-se iterativo.

Tratamento do termo difusivo: o estudo do termo difusivo é o mais difundido de todos quando se aplica o método dos elementos finitos para resolução da equação de transporte. Isto se deve a semelhança com os termos da equação de Poisson. Esta similaridade existe desde que possível estabelecer a hipótese de que o coeficiente de difusão seja constante, e que, portanto, pode ser retirado da integral. Como os termos resultantes envolvem derivadas de

segunda ordem, trabalha-se com uma forma de redução da ordem da equação diferencial por meio de uma integração por partes, chamada “forma fraca” (*weak form*):

$$\int_{\Omega} \left(W \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + W \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} W \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} d\Gamma$$

sendo $\vec{n}$ o vetor normal à superfície do elemento. Esta formulação tem como complicador um termo de integral sobre uma superfície (Γ). Este termo, no entanto, só precisa ser considerado nas fronteiras do domínio, uma vez que nos elementos internos sempre existe um $\vec{n}$ de mesma direção e sentido contrário a de um elemento vizinho, fazendo com que o termo se anule.

Na superfície, estes valores de derivada normal são as condições de contorno naturais necessárias para a solução do problema. Quando os valores são especificados no contorno, basta desconsiderar toda a discretização e impor o valor de ϕ para aquele ponto na matriz global. Desta forma cobre-se a maior parte das condições de contorno usuais e fica resolvido o problema da integral de superfície.

A integral sobre o domínio a ser resolvida, depois de utilizada a aproximação nodal, torna-se:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \phi_j$$

Aplicando o método de Galerkin:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \phi_j$$

Assim, o termo difusivo pode ser agrupado numa matriz $[K]$, onde:

$$[K] = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (3.18)$$

Os termos de superfície devem ser considerados separadamente quando necessários.

Tratamento do termo transiente: este é um termo que sofre um tratamento diferenciado dos demais e diversas hipóteses podem ser adotadas. A utilização da matriz massa (ou matriz capacidade térmica) concentrada nos nós é amplamente reportado na literatura e será utilizado neste trabalho. Assim, a formulação para o termo transiente torna-se:

$$\int_{\Omega} W \frac{\partial \phi}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} W d\Omega \frac{\phi_j^{m+1} - \phi_j^m}{\Delta t}$$

utilizando a aproximação sem considerar a variação da temperatura entre os nós pela função de interpolação. Este tipo de aproximação é comumente utilizada em diferenças finitas e o valor m indica avaliação em um tempo t e $m+1$ em um tempo $t+\Delta t$.

Considerando a função peso de acordo com Galerkin:

$$\int_{\Omega} W \frac{\partial \phi}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} N_i d\Omega \frac{\phi_j^{m+1} - \phi_j^m}{\Delta t}$$

e, deste modo, a matriz massa, que é uma matriz diagonal, passa a ser expressa por:

$$[M] = \int_{\Omega} N_i d\Omega \quad (3.19)$$

Tratamento do termo fonte: o termo fonte pode variar ao longo do domínio, portanto será admitido o caso onde este termo é diferente de acordo com a posição $S(x,y)$. Neste caso, a forma mais adequada é admitir uma variação de S de acordo com as equações de interpolação e usar a aproximação nodal para o mesmo:

$$\int_{\Omega} W S d\Omega = \int_{\Omega} W N_j S_j d\Omega = \int_{\Omega} W N_j d\Omega S_j$$

Aplicando o método de Galerkin:

$$\int_{\Omega} W S d\Omega = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega S_j$$

Para a equação genérica de transporte avaliada, o termo fonte é independente de ϕ e pode ser incluído diretamente no segundo termo do sistema de equações. Para tanto define-se um vetor $\{S\}$ por:

$$S = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega S_j \quad (3.20)$$

Um tratamento alternativo em que não se considera a variação do termo fonte dada pelas próprias funções de interpolação também é largamente utilizado, e neste caso, a expressão é dada por:

$$\{S\} = [M] \vec{S} \quad (3.21)$$

sendo o valor de $[M]$ dado pela expressão 3.19 e $\vec{S}$ é o valor do termo fonte, avaliado em cada ponto.

Definidas todas as matrizes, é possível construir o sistema base para a solução do problema, ou seja, a matriz global, usando os critérios do método dos elementos finitos. Assim, a equação de transporte discretizada pode ser montada na forma:

$$[M] \frac{\phi_j^{m+1} - \phi_j^m}{\Delta t} + [C] \phi_j^{m+1} + \frac{K}{C} [K] \phi_j^{m+1} + \frac{1}{C} \{S\} = \{I\} \quad (3.22)$$

a partir da qual, depois de obtidas as matrizes globais, o problema está pronto para ser solucionado.

3.4 – Aplicação da formulação geral às equações do problema

O procedimento geral de solução para a equação de transporte obtido no item anterior pode ser aplicado para as equações do problema, no caso a equação da energia e a equação da quantidade de movimento. Para a equação da quantidade de movimento existe uma técnica especial de solução a ser descrita posteriormente.

3.4.1 – Equação da Conservação da Energia

A equação da energia em sua forma adimensional, apresentada na expressão 3.8, pode ser discretizada diretamente utilizando os procedimentos descritos anteriormente, resultando na forma:

$$\frac{1}{\Delta \tau} [M] \{\theta\}^{m+1} + ([C] + [K]) \{\theta\}^m = \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{\theta\}^m + \Gamma$$

onde as matrizes [C], [K] e [M] são obtidas das expressões 3.17, 3.18 e 3.19. As integrações para obtenção destas matrizes devem ser realizadas com as coordenadas no domínio adimensional.

Rearranjando a equação, tem-se:

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + [K] \right) \{\theta\}^{m+1} = \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{\theta\}^m + \Gamma \quad (3.23)$$

Para cada intervalo de tempo, a solução da equação acima deve ser obtida por várias iterações, até que o campo de temperaturas atinja uma oscilação menor que uma dada tolerância.

3.4.2 – Campo de velocidade e pressão com interpolação de mesma ordem

Neste trabalho será utilizado o modelo de igual ordem com malhas coincidentes para pressão e velocidade para solução do problema do escoamento no interior do tanque armazenador, seguindo procedimento proposto por Rice e Schnipke (1986).

A discretização do campo de velocidades é baseada nas considerações feitas para convecção e com a inclusão do termo de pressão. Assim, as equações da quantidade de movimento nas direções X e Y, na forma adimensional apresentadas nas expressões 3.6 e 3.7 serão discretizadas.

É possível notar que a equação da quantidade de movimento, tanto na direção X quanto na direção Y, é idêntica à equação geral de transporte discutida no item anterior, exceto pela presença do termo de pressão que, no entanto, pode ser tratado como um termo fonte. Desta forma, o tratamento dado será idêntico ao da equação 3.16, sendo que $C=\rho$, $K=\mu$ e ainda $S=S_x-\partial p/\partial x$ ou $S=S_y-\partial p/\partial y$, de acordo com a direção considerada.

Considerando a equação geral do problema de transporte 3.23, tem-se, de maneira análoga:

- **Direção X**

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) \{U\}^{m+1} = \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{U^m\} + \{S_x\} - [M] \frac{\partial P}{\partial X} + Pr \int_{\Gamma} N_i \frac{\partial U}{\partial n} d\Gamma$$

- **Direção Y**

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) \{V\}^{m+1} = \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{V^m\} + \{S_y\} - [M] \frac{\partial P}{\partial y} + Pr \int_{\Gamma} N_i \frac{\partial V}{\partial n} d\Gamma$$

onde os valores de [C], [K], [M] e {S} são dados, respectivamente, pelas expressões 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20.

Depois de efetuadas as operações com as matrizes obtém-se um sistema de equações na forma:

$$[\overline{A}_X] \{U\} = \{\overline{B}_X\} \quad \text{e} \quad [\overline{A}_Y] \{V\} = \{\overline{B}_Y\} \quad (3.24)$$

sendo que as matrizes $[\overline{A_x}]$ e $[\overline{A_y}]$ são idênticas quando se tem os mesmos tipos de condições de contorno para as velocidades U e V .

Este procedimento deve ser observado para a discretização futura da equação da continuidade, no entanto, neste trabalho optou-se por utilizar uma melhor aproximação do campo de pressões, quando da solução da equação da quantidade de movimento. A expressão que aparece na equação geral pode ser aproximada na forma:

$$\int_{\Omega} W \frac{\partial p}{\partial z} d\Omega = \int_{\Omega} W \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega p_j = \int_{\Omega} N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega p_j$$

utilizada a aproximação de Galerkin e sendo z uma direção genérica. Desta forma, uma nova matriz pode ser definida como:

$$[P_z] = \int_{\Omega} N_i \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega \quad (3.25)$$

Desta forma a expressão geral para a equação da quantidade de movimento nas duas direções passa a ser representada em sua forma matricial por:

- **Direção X**

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) \{U\}^{m+1} = \Gamma_x + \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{U\}^m + \{S_x\} - [P_x] \{P\}^m \quad (3.26)$$

- **Direção Y**

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) \{V\}^{m+1} = \Gamma_y + \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{V\}^m + \{S_y\} - [P_y] \{P\}^m + RaPr \{\theta\} \quad (3.27)$$

Assim, para a discretização das equações da quantidade de movimento é necessário considerar uma outra equação a ser resolvida: a equação da continuidade. Utilizando o método dos resíduos ponderados esta equação torna-se:

$$\int_{\Omega} W \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) d\Omega = 0$$

que na sua forma fraca torna-se:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} u + \frac{\partial W}{\partial y} v \right) d\Omega = \int_{\Gamma} W u_n d\Gamma \quad (3.28)$$

Lembrando que o termo de superfície só é considerado nas fronteiras do domínio.

3.4.3 – Relação entre velocidade e pressão

Como foi visto, as equações discretizadas estabelecem uma relação entre o campo de velocidades e o gradiente de pressões. Tomando-se a expressão 3.24 e dividindo as matrizes de carga $\{\overline{B}_x\}$ e $\{\overline{B}_y\}$, obtém-se:

$$\{B_z\} = -[M] \frac{\partial \vec{P}}{\partial Z} + \{S\} = -b_i \frac{\partial \vec{P}}{\partial Z} + s_i^{P,Z}$$

onde o primeiro termo representa a parte da carga indicada pela pressão e o segundo a contribuição de parcela do termo transiente, termos de superfície e ainda o termo fonte.

Na forma matricial pode se escrever as equações da quantidade de movimento da seguinte forma:

$$a_{i,i} U_i = - \sum a_{i,j} U_j - b_i \frac{\partial P}{\partial X} + s_i^{P,X}$$

$$a_{i,i} V_i = - \sum a_{i,j} V_j - b_i \frac{\partial P}{\partial Y} + s_i^{P,Y}$$

Assim, pode-se definir novas variáveis da seguinte forma:

$$\hat{U}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} U_j}{a_{i,i}}; \quad \hat{V}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} V_j}{a_{i,i}}; \quad K_{p,i} = \frac{b_i}{a_{i,i}}; \quad S_i^{p,Z} = \frac{s_i^{p,Z}}{a_{i,i}}; \quad (3.29)$$

Portanto, a equação da quantidade de movimento pode ser reescrita na forma:

$$U_i = \hat{U}_i + S_i^{p,X} - K_{p,i} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3.30)$$

$$V_i = \hat{V}_i + S_i^{p,Y} - K_{p,i} \frac{\partial P}{\partial Y} \quad (3.31)$$

Os valores de U e V podem ser expressos através das funções de interpolação:

$$U = N_j U_j = N_j \left(\hat{U}_j + S_j^{p,X} - K_{p,j} \frac{\partial P}{\partial X} \right) \quad \text{e} \quad V = N_j V_j = N_j \left(\hat{V}_j + S_j^{p,Y} - K_{p,j} \frac{\partial P}{\partial Y} \right)$$

Substituindo estas expressões na forma fraca da equação da continuidade, equação 3.28 e considerando a formulação de Galerkin, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial X} N_j \left(\hat{U}_j + S_j^{p,X} - K_{p,j} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial Y} N_j \left(\hat{V}_j + S_j^{p,Y} - K_{p,j} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) \right] d\Omega = \int_{\Gamma} N_i U_n d\Gamma$$

Lembrando ainda que a pressão dentro do elemento pode ser expressa através das funções de interpolação:

$$P = N_i(X, Y) P_i \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial N_i(X, Y)}{\partial X} P_i \\ \frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{\partial N_i(X, Y)}{\partial Y} P_i \end{cases}$$

Substituindo estes resultados, desprezando o resíduo e rearranjando a expressão a equação da continuidade, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} N_j K_{p,j} \frac{\partial N_k}{\partial X} P_k + \frac{\partial N_i}{\partial Y} N_j K_{p,j} \frac{\partial N_k}{\partial Y} P_k \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,x}) - \frac{\partial N_i}{\partial Y} N_j (\hat{V}_j + S_j^{p,y}) \right) d\Omega - \int_{\Gamma} N_i U_n d\Gamma \quad (3.32)$$

que é a expressão genérica a ser resolvida.

Deve-se ressaltar alguns pontos que permitem rearranjar a expressão 3.32, ou seja:

- A multiplicação de matrizes é comutativa e regras devem ser estabelecidas para a mudança de termos;
- A multiplicação é, no entanto associativa, o que permite que seja efetuado este tipo de operação;
- É possível notar que o produto $N_j K_{p,j}$ resulta em um escalar. Isto permite a alteração da sua posição para uma outra mais conveniente, uma vez que a multiplicação de matriz por escalar é comutativa.

Considerando estas observações, associadas ao fato que os vetores P_i e $K_{p,j}$ são valores nodais e, portanto, constantes podendo ser retirados da integral.

Para reduzir o problema a um sistema de equações na forma:

$$[\overline{A_p}]\{P\} = \{B_p\} \quad (3.33)$$

tem-se que os termos seriam dados por:

$$[\overline{A_p}] = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial N_j}{\partial Y} \right) N_l K_{p,l} d\Omega$$

$$\{B_p\} = \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial X} N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,x}) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial Y} N_j (\hat{V}_j + S_j^{p,y}) d\Omega - \int_{\Gamma} N_i U_n d\Gamma$$

sendo que, considerando a hipótese das forças atuando apenas na direção Y , os termos de carga para cada direção seriam dados por:

$$\{B_{(p,X)}\} = -[M] \frac{\partial \vec{P}}{\partial X} + \frac{1}{\Delta \tau} [M] \{U\}^m = -b_i \frac{\partial \vec{P}}{\partial X} + s_i^{p,X}$$

$$\{B_{(p,Y)}\} = -[M] \frac{\partial \vec{P}}{\partial Y} + \left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] \{V\}^m + RaPr\theta \right) = -b_i \frac{\partial \vec{P}}{\partial Y} + s_i^{p,Y}$$

sendo o valor total da carga $\{\overline{B}_p\} = \{B_{(p,X)}\} + \{B_{(p,Y)}\} + \text{termos de superfície}$.

Obtido o campo de pressões pode-se corrigir o valor das velocidades antes de se calcular os novos coeficientes. Isto é feito da seguinte forma:

$$U_i = \hat{U}_i + S_i^{p,X} - \frac{1}{a_{i,i}} \int_{\Omega} W \frac{\partial P}{\partial X} d\Omega$$

$$V_i = \hat{V}_i + S_i^{p,Y} - \frac{1}{a_{i,i}} \int_{\Omega} W \frac{\partial P}{\partial Y} d\Omega$$

ou utilizando a interpolação do campo de pressões e a aproximação de Galerkin, da mesma forma utilizada na equação da quantidade de movimento:

$$U_i = \hat{U}_i + S_i^{p,X} - \frac{1}{a_{i,i}} [P_X] \frac{P_{i,j}}{a_{i,i}} \quad (3.34)$$

$$V_i = \hat{V}_i + S_i^{p,Y} - \frac{1}{a_{i,i}} [P_Y] \frac{P_{i,j}}{a_{i,i}} \quad (3.35)$$

3.4.4 – Condições de contorno

As expressões a serem resolvidas já estão definidas, no entanto resta ainda o

estabelecimento das condições de contorno. Para a equação da quantidade de movimento, as condições de contorno podem ser agrupadas segundo os seguintes critérios:

Não deslizamento ou perfil imposto: nos quais a velocidade em cada nó é conhecida, sendo nula no caso de não deslizamento. Para impor esta condição basta alterar as linhas correspondentes na matriz para especificar o valor da velocidade.

Fronteira de saída: na qual o perfil de velocidades não é conhecido e uma condição precisa ser imposta. Condições que expressem com precisão este fenômeno estão em estudo, no entanto a mais usual é:

$$\frac{dU_n}{d\vec{n}}=0$$

que é a condição natural em elementos finitos e não depende de nenhum tipo de correção do sistema de equações, pois já está automaticamente definida.

No caso da equação da pressão estas condições não são tão simples. Foi mostrado que, ao obter a forma fraca, aparece um termo integral de superfície $\int_{\Gamma} W U_n d\Gamma$, que precisa ser avaliado em função da distribuição de velocidades obtida. No entanto, deve ser acentuado que este termo apresenta uma velocidade normal e, assim sendo, somente nos trechos da fronteira onde ocorrem influxos ou efluxos é que ele deve ser considerado.

Além disto, é preciso considerar também a natureza relativa da pressão, ou seja, como são consideradas somente diferenças de pressão, é preciso estabelecer seu patamar. Para isto basta seleccionar um nó (interno ou de fronteira) e estabelecer nele um valor de pressão.

Finalmente, e talvez o mais importante, é preciso considerar que os pontos da fronteira não podem ser calculados da mesma forma que os internos. Para tanto é preciso desligá-los e isto é feito de forma que todo K_p de pontos da fronteira seja nulo. Esta consideração implica ainda que o valor para $\hat{U}$ e $\hat{V}$, de acordo com as equações (3.25) e (3.26), sejam iguais aos valores especificados para u e v nas fronteiras, respectivamente.

3.5 – Considerações complementares

3.5.1 – Inclusão dos efeitos de convecção natural

O efeito de convecção natural depende da solução da equação de energia, uma vez que os efeitos da gravidade dependem da diferença de densidades que, por sua vez, são diretamente dependentes da temperatura. Assim, a primeira etapa consiste em solucionar a equação da energia. Resolvido o problema, obtém-se o campo de temperaturas que será usado para obter as forças de campo, as quais serão incluídas na equação do movimento.

A inclusão das forças de campo é feita na forma de um termo fonte, como já foi mostrado anteriormente. Estas forças são dependentes unicamente do campo de temperaturas e, assim sendo, elas implicarão numa alteração do termo de carga das equações da quantidade de movimento (b_i). Desta forma, o procedimento geral de solução do problema de movimento do fluido não sofre nenhuma alteração significativa com esta inclusão.

3.5.2 – Definição do número de Nusselt

O número de Nusselt, segundo sua própria definição, representa a intensidade do gradiente de temperaturas sobre a superfície. Considerando a condição de balanço no fluido na superfície quente do problema como:

$$-k_f \frac{dT}{dn} = h(T_h - T_c) = h \overline{\delta T}$$

onde:

n : coordenada na direção normal à superfície.

$\overline{\delta T}$: diferença entre a temperatura da parede e a temperatura do meio

Aplicando-se as variáveis adimensionais definidas anteriormente, é possível mostrar que:

$$Nu = \frac{hH}{k_f} = -\frac{d\theta}{dn^*} \quad (3.36)$$

sendo n^0 o valor adimensional de n^* .

Desta forma, o número de Nusselt pode ser calculado diretamente da derivada do perfil de temperaturas na direção normal à superfície.

3.5.3 – Definição da temperatura de mistura

A temperatura de mistura é um parâmetro que indica a quantidade de energia armazenada pelo fluido no interior do tanque.

Para o cálculo deste parâmetro, utilizou-se a expressão similar à utilizada por Yee e Lai (2001), escrita na forma dimensional como:

$$T_{mix} = \frac{1}{V_e} \int_{V_e} T dV_e \quad (3.37)$$

Utilizando os adimensionais propostos anteriormente e após posterior manipulação algébrica, obtém-se a expressão para a temperatura de mistura na forma adimensional, dada por:

$$\theta_{mix} = \frac{1}{a_r} \int_0^a \int_0^1 \theta dY dX \quad (3.38)$$

onde a_r é a área da geometria representada na figura 3.1.

3.5.4 – Geração automática da malha

Uma das formas mais simples para geração de malha é chamada de mapeamento

transfinito e utilizada neste trabalho da forma proposta por Albert e O'Neil (1986). Os esquemas citados geram malhas genéricas e, portanto, não podem ser utilizados quando se deseja trabalhar com malhas ortogonais, caso mais comum de diferenças finitas. O esquema de geração baseia-se em funções de transformação de domínio e, no caso específico para a geração de malhas quadradas, utiliza-se projetores bilineares na forma:

$$x_{i,j} = (1 - \zeta_{y,j}) \psi_1^{x,i} + \zeta_{y,j} \psi_2^{x,i} + (1 - \zeta_{x,i}) \xi_1^{x,j} + \zeta_{x,i} \xi_2^{x,j} - (1 - \zeta_{y,j})(1 - \zeta_{x,i}) \psi_1^{x,0} - (1 - \zeta_{x,i}) \zeta_{y,j} \psi_2^{x,0} - \zeta_{x,i} \zeta_{y,j} \psi_2^{x,n} - (1 - \zeta_{y,j}) \zeta_{x,i} \psi_1^{x,n} \quad (3.39)$$

$$y_{i,j} = (1 - \zeta_{y,j}) \psi_1^{y,i} + \zeta_{y,j} \psi_2^{y,i} + (1 - \zeta_{x,i}) \xi_1^{y,j} + \zeta_{x,i} \xi_2^{y,j} - (1 - \zeta_{y,j})(1 - \zeta_{x,i}) \psi_1^{y,0} - (1 - \zeta_{x,i}) \zeta_{y,j} \psi_2^{y,0} - \zeta_{x,i} \zeta_{y,j} \psi_2^{y,n} - (1 - \zeta_{y,j}) \zeta_{x,i} \psi_1^{y,n} \quad (3.40)$$

sendo que $\zeta_{x,j}$ e $\zeta_{y,j}$ representam posições em relação a cada uma das fronteiras e variam entre 0 e 1. A figura 3.3 mostra a representação de um domínio e de suas respectivas fronteiras.

É importante ainda ressaltar que, embora as expressões mostradas para geração de malha utilizem os valores extremos representados através dos valores de ψ , um procedimento similar pode ser feito utilizando estes mesmos valores através de ξ , desde que se observe a sua correspondência. Imagine um caso com n subdivisões em ψ e m subdivisões em ξ , esta correspondência é dada por: $\psi_1^{z,0} = \xi_1^{z,0}$, $\psi_1^{z,n} = \xi_2^{z,0}$, $\psi_2^{z,0} = \xi_1^{z,m}$ e $\psi_2^{z,n} = \xi_2^{z,m}$, onde z representa a direção genérica, uma vez que todas as coordenadas do ponto são coincidentes. Existe ainda um procedimento, similar a este, para a utilização de elementos triangulares. Detalhes desta função, chamada de projetor trilinear, podem ser encontrados em Albert e O'Neil (1986).

Este procedimento pode ser agrupado através do uso de super-elementos dando origem a um flexível sistema de pré-processamento e geração de malha em superfícies complexas.

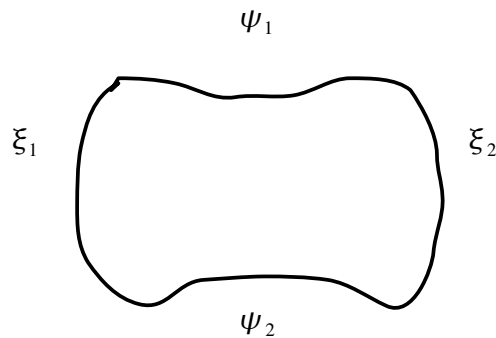


Figura 3.3 – Esquema de geometria arbitrária em função das fronteiras

3.6 – Procedimento geral de solução

O procedimento de solução deste problema é iterativo e resolve o sistema de equações através de um acoplamento. Este fato apresenta grande vantagem em relação ao método direto: a minimização do tamanho matriz a ser armazenada. O procedimento de solução é baseado no SIMPLE, proposto por Patankar (1980). As etapas de solução do modelo estão representadas na figura 3.4:

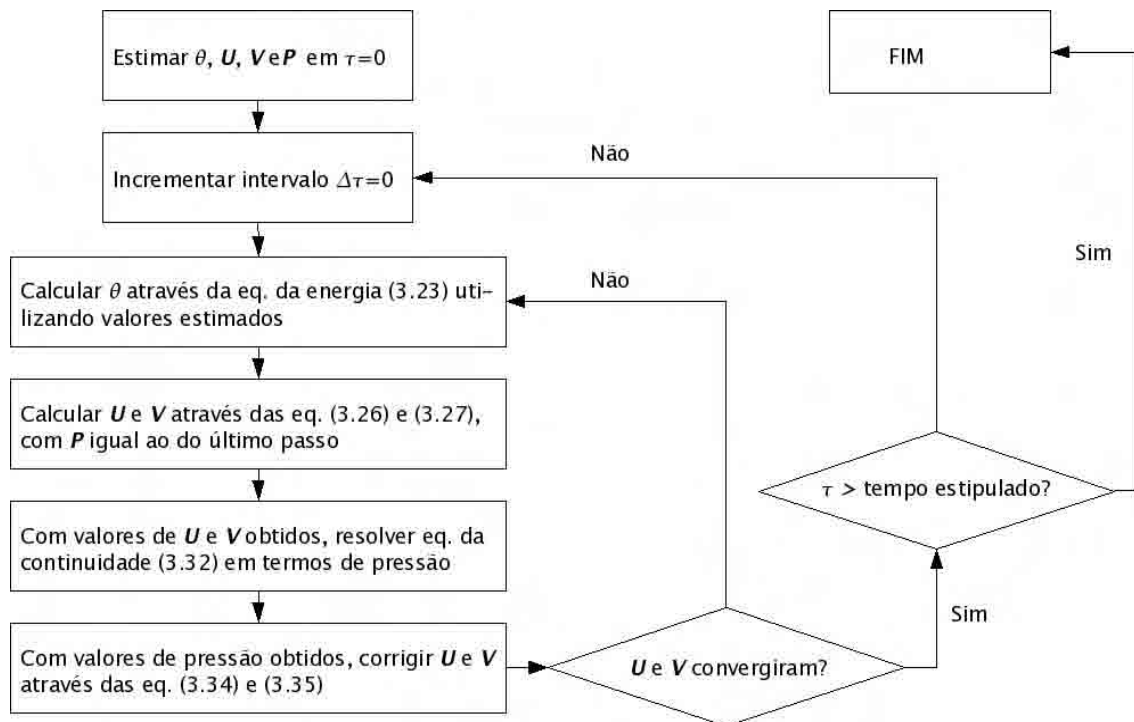


Figura 3.4 – Diagrama de blocos representando procedimento de solução do modelo

Capítulo 4

Validação do modelo

Após a formulação matemática é conveniente uma verificação do modelo proposto. Para a geometria trapezoidal tratada não foram encontradas na literatura referências de estudos anteriores o que, certamente, impede a comparação dos resultados. Por conta disso, é necessário a escolha de uma outra geometria para a realização da validação do modelo.

Assim sendo, neste capítulo será feita uma comparação entre os resultados obtidos a partir do esquema proposto neste trabalho e os encontrados na literatura para uma geometria quadrada serão apresentados. Somente nas seções subsequentes serão apresentados gráficos e resultados obtidos para a geometria objeto de estudo deste trabalho, buscando otimização da malha a ser utilizada.

Todos os resultados foram obtidos até $\tau=1$, passo $\Delta\tau=5.10^{-4}$, esquema implícito para o campo de temperaturas. A máquina utilizada foi um Pentium 4, com processador de 2,4 Ghz e o tempo de processamento foi de aproximadamente uma hora para cada rodada.

4.1 – Solução para uma geometria quadrada

O levantamento bibliográfico realizado mostrou que existem uma série de trabalhos publicados tratando o problema de convecção natural em cavidade com geometria retangular.

Cabe ressaltar o trabalho de Davis (1983) que apresenta uma solução considerada padrão (*benchmarking*) para esta geometria, com uma série de parâmetros da solução para comparação. Na seção subsequente será feita uma análise da cavidade trapezoidal, com verificação das mudanças físicas resultantes da alteração da geometria e condições de contorno.

Para comparação com os resultados obtidos por Davis (1983), foram admitidos valores para o número de Rayleigh de 10^6 , e número de Prandtl de 0,71.

A figura 4.1 mostra o esquema da geometria e das condições de contorno para os quais o problema é resolvido no trabalho citado anteriormente.

Para melhor avaliação foram realizados testes para vários esquemas e tamanhos de malhas, uniformes ou não-uniformes. Os testes realizados são apresentados como:

Teste 1: apresenta resultados para uma malha regular com 400 elementos, com 20 subdivisões na direção X e 20 subdivisões na direção Y , igualmente espaçadas.

Teste 2: apresenta as mesmas características do *teste 1*, porém com as subdivisões deformadas com fator de deformação¹ $fd = 1,1$.

Teste 3: apresenta novamente as mesmas características do *teste 1*, porém com fator de deformação da malha ainda maior, $fd = 1,3$.

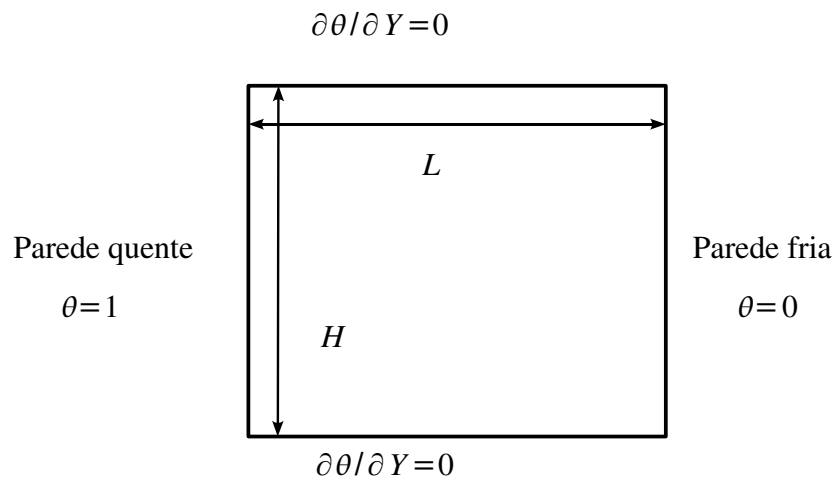


Figura 4.1 – Esquema da geometria utilizada na validação do modelo proposto

¹ *Fator de Deformação* será admitido neste texto como sendo a taxa de aumento de uma subdivisão em relação a outra imediatamente anterior. No procedimento adotado, a deformação da malha se dá da borda para o centro.

Teste 4: novamente é utilizada malha sem deformação, porém com maior número de elementos, 900. Para isso, utiliza-se número de subdivisões em X e Y igual a 30.

Obviamente, é esperado que quanto maior o refinamento da malha, maior será a precisão alcançada por seus resultados. Entretanto, os efeitos da deformação da malha são controversos e o comportamento da solução em cada caso deve ser estudado. Apenas para melhor compreensão do comportamento da taxa de deformação da malha utilizada no problema tratado, estão apresentadas nas figuras 4.2a e 4.2b, respectivamente, as malhas igualmente espaçadas e deformada de 1,3.

A figura 4.3 apresenta o comportamento do número de Nusselt na superfície quente da cavidade quadrada. São apresentados também nesta figura os valores obtidos por Davis (1983) em três pontos distintos no gráfico.

Neste caso, cabe ressaltar que o comportamento do número de Nusselt nas duas paredes deve ser anti-simétrico e com igual valor médio. A própria conservação da energia garante que isto deve ocorrer quando a cavidade atinge o regime permanente.

Em todos os casos avaliados é possível notar boa concordância entre os valores obtidos e os valores de referência. Como já esperado, a utilização de malhas mais refinadas tem efeito importante no aumento da precisão dos resultados. Entretanto, nota-se que o uso de malhas deformadas também tem efeito preponderante no número de Nusselt. Isto ocorre porque a deformação da malha nas proximidades das superfícies do domínio melhora a precisão do modelo na obtenção de parâmetros avaliados nas fronteiras.

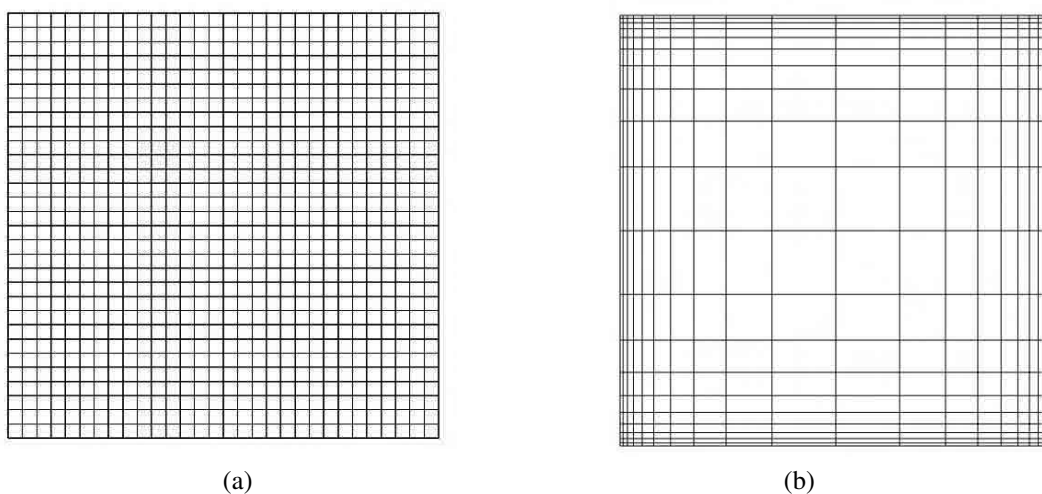


Figura 4.2 – Malhas sem deformação (a) e deformada (b) utilizadas no problema da cavidade quadrada

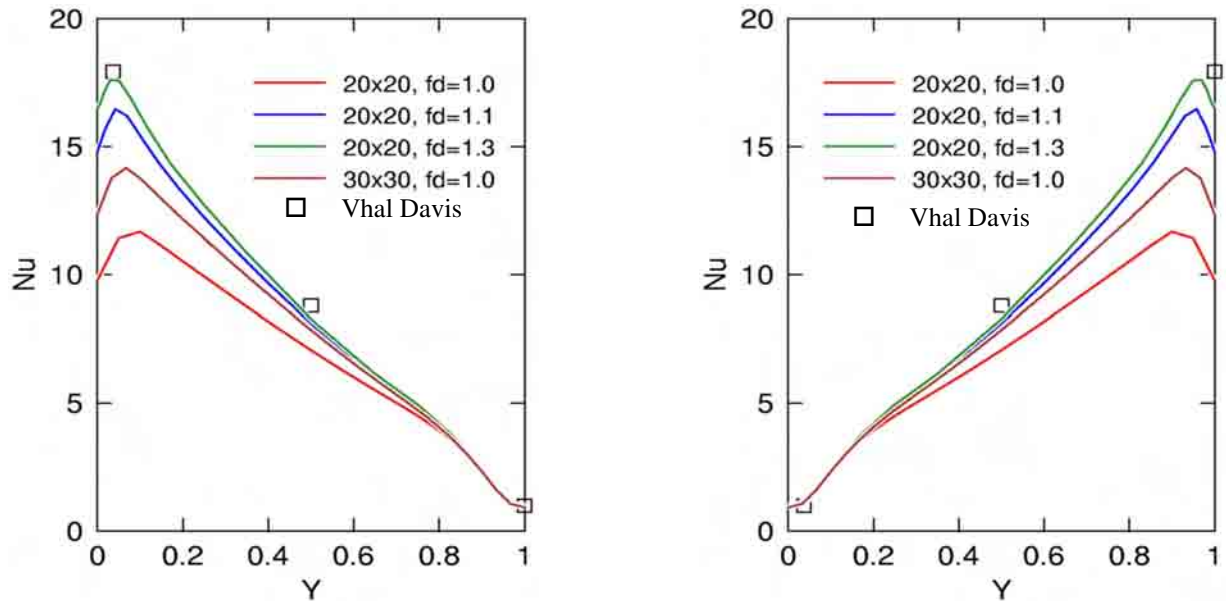
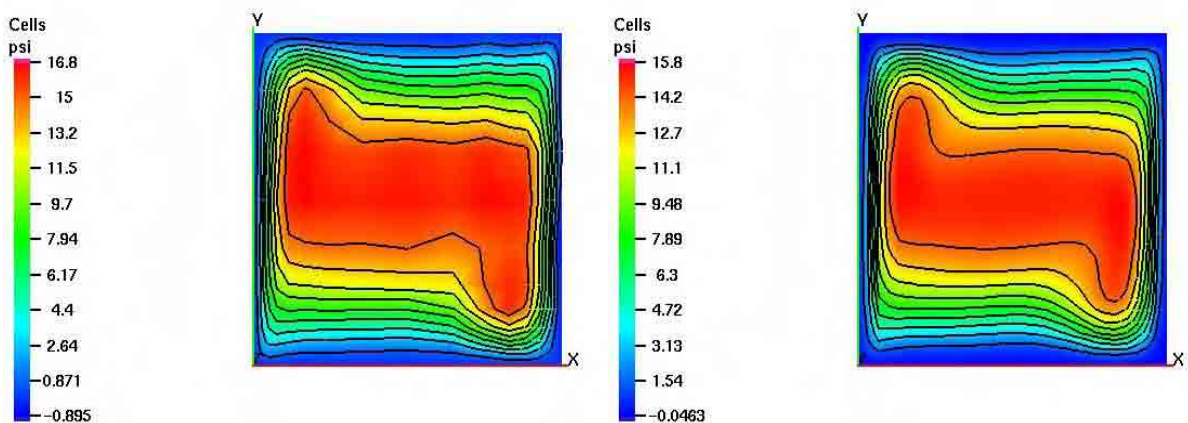


Figura 4.3 – Comparação do Número de Nusselt obtido nas superfícies quente e fria para os diversos testes utilizados ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

Avaliação similar pode ser feita com a comparação dos comportamentos dos campos de função corrente e de temperaturas, mostrados nas figuras 4.4 e 4.5. Embora seja possível notar diferenças entre os gráficos, as mesmas não são significativas em torno dos resultados obtidos para cada teste.



(a) Malha de 400 elementos deformada de 1,3

(b) Malha de 900 elementos sem deformação

Figura 4.4 - Campo de função corrente para duas malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

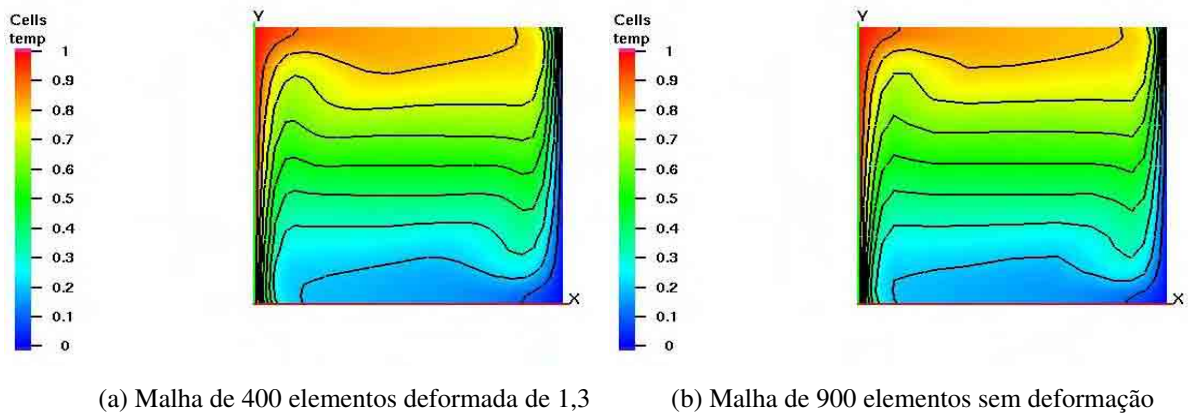


Figura 4.5 - Campo de temperaturas adimensionais para duas malhas utilizadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

4.2 – Avaliação da influência da malha para a geometria trapezoidal

Após a obtenção dos resultados para o caso da geometria quadrada e, ainda, constatar o sucesso do modelo proposto na repetição dos resultados previamente obtidos na literatura, será feita uma análise da cavidade com geometria trapezoidal conforme esquema da figura 4.6. Serão utilizados os mesmos valores da seção anterior para número de Rayleigh e número de Prandtl. Desta forma, é possível uma comparação com os resultados obtidos anteriormente e verificar as mudanças físicas ocorridas com a alteração na geometria e nas condições de contorno.

Foram realizados os seguintes testes com diferentes malhas:

Teste 1: malha com 400 elementos, com 20 subdivisões na direção X e 20 subdivisões na direção Y , com fator de deformação $fd = 1,1$.

Teste 2: apresenta as mesmas características do teste 1, porém com as subdivisões deformadas com fator de deformação $fd = 1,2$.

Teste 3: apresenta nova mente as mesmas características do teste 1, porém com fator de deformação da malha ainda maior, $fd = 1,3$.

Teste 4: utilizada malha sem deformação, porém com maior número de elementos, 900. Para

isso, utiliza-se número de subdivisões em X e Y igual a 30.

Avaliando a evolução dos valores do número de Nusselt máximo, temperatura de mistura, função corrente máxima, velocidade máxima U e velocidade máxima V , é possível notar tendência de convergência da solução para todos os testes realizados. Apenas no gráfico da figura 4.8 observa-se pequenas diferenças nos valores do número de Nusselt máximo. Assim, este resultado, como na seção anterior, mostra que o melhor resultado é obtido com a malha mais refinada nas proximidades da superfície.

Na figura 4.8 é possível notar o comportamento transiente da temperatura de mistura no interior do tanque. Obviamente, como se trata de um tanque armazenador, observa-se a tendência de aquecimento do fluido de maneira a uniformizar sua temperatura. Esta tendência é demonstrada com o aumento da temperatura de mistura, θ_{mix} , até se aproximar da temperatura da parede quente. Em termos de malhas, nota-se coincidência de resultados para todos os esquemas de malha testados.

Nos gráficos das figuras 4.9 e 4.10 são apresentados os valores máximos dos campos de velocidade nas direções X , Y e o campo da função corrente, nos quais é possível verificar que não houve influência da malha na obtenção dos resultados.

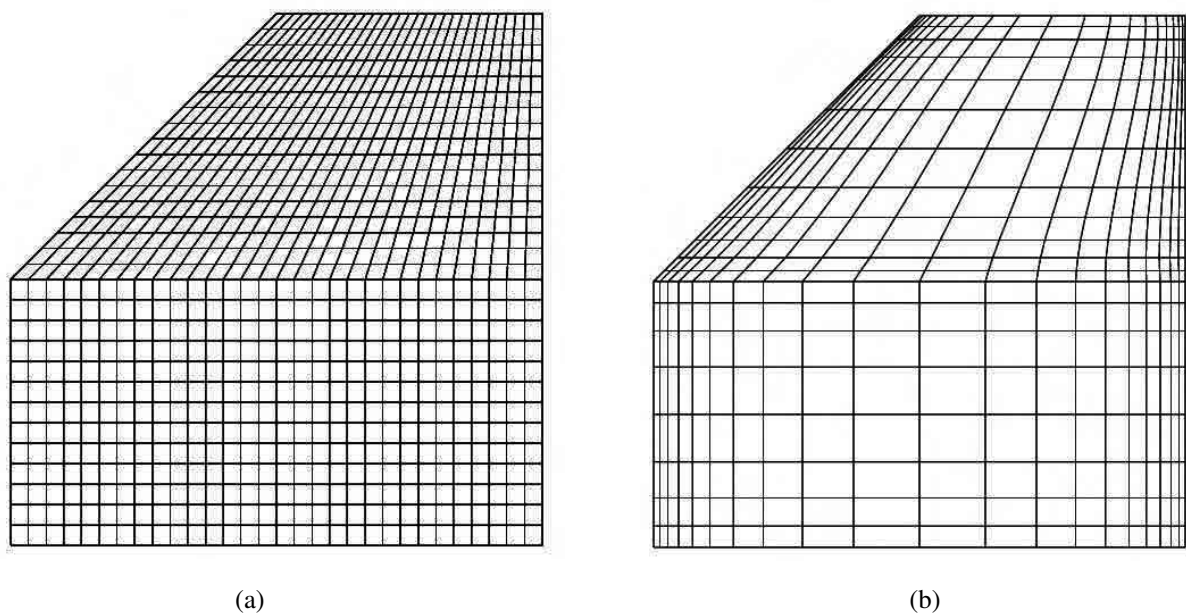


Figura 4.6 – Malhas sem deformação (a) e deformada (b) utilizadas no problema da cavidade trapezoidal

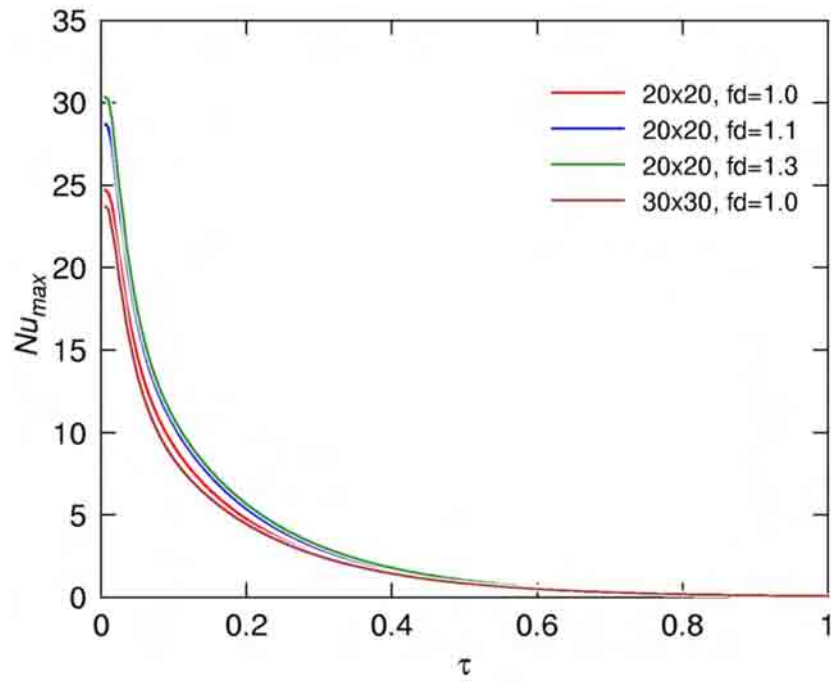


Figura 4.7 – Evolução do Nusselt máximo para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

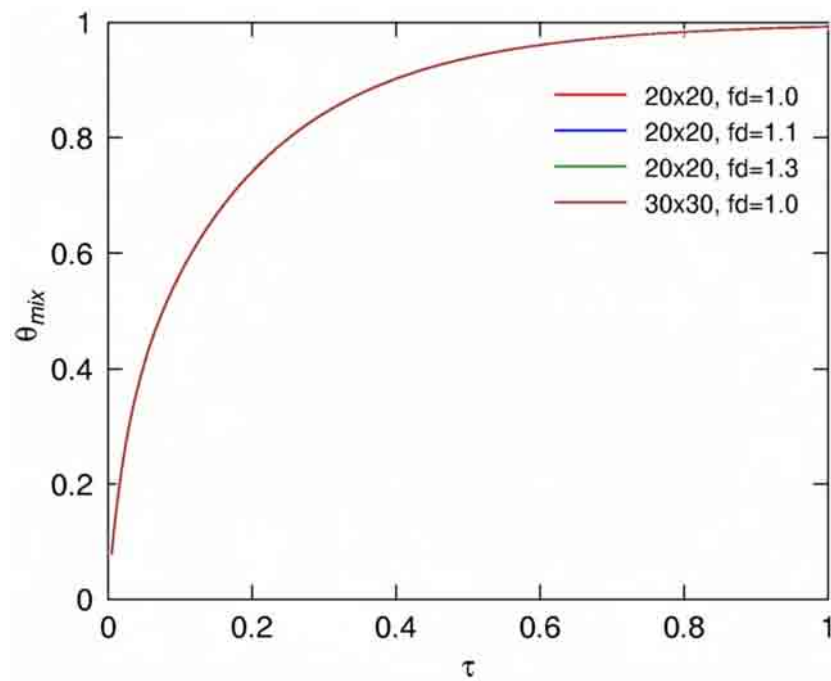


Figura 4.8 – Evolução da temperatura de mistura para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

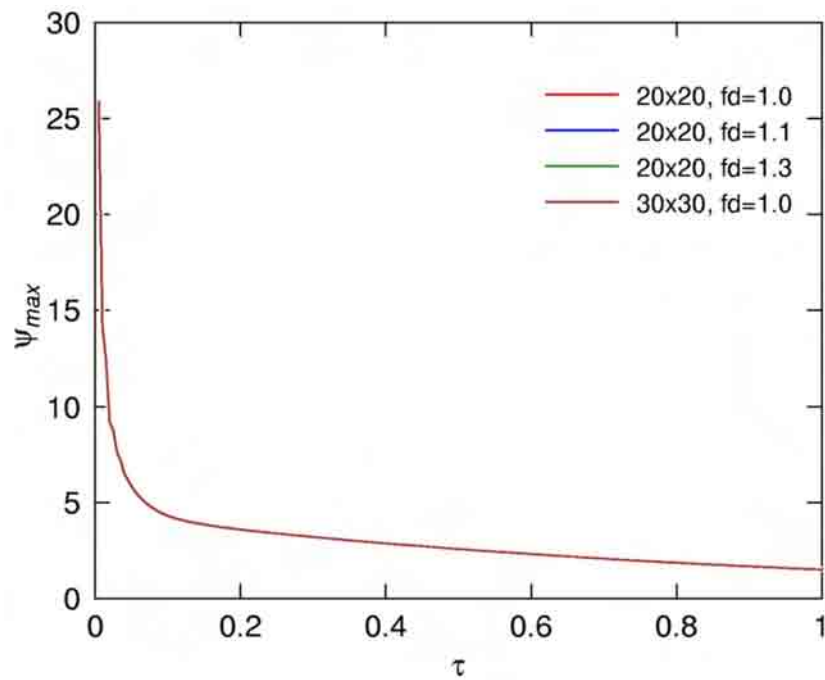


Figura 4.9 – Evolução da função corrente máxima para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

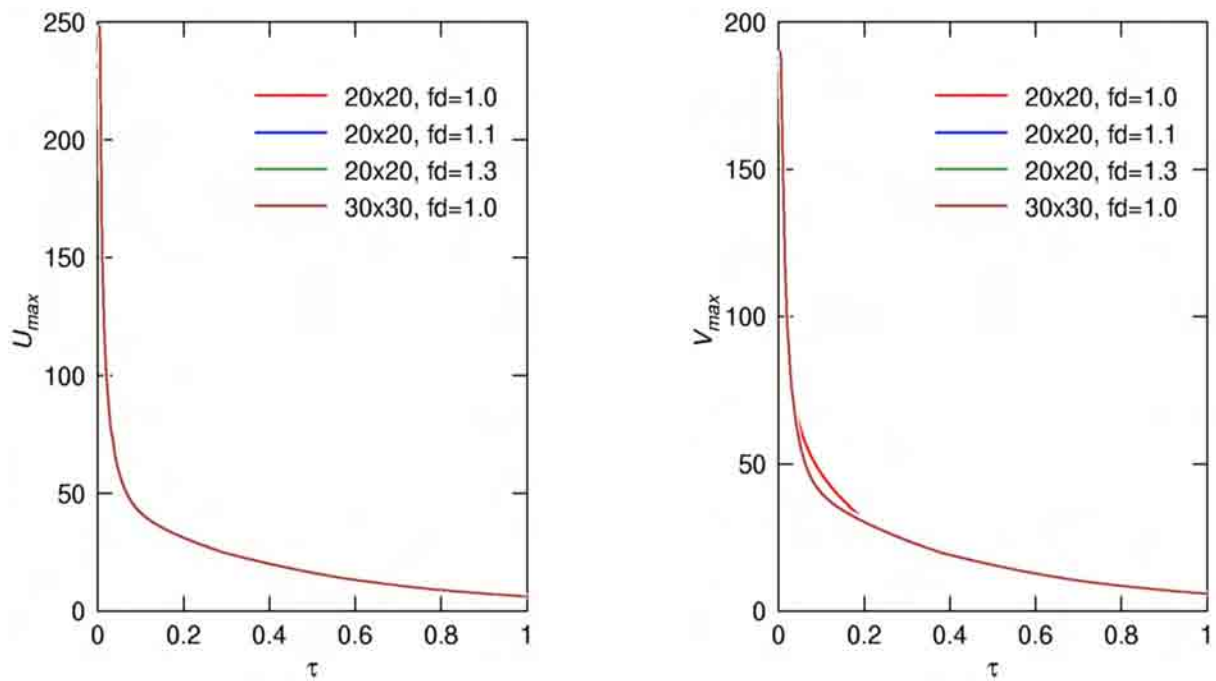
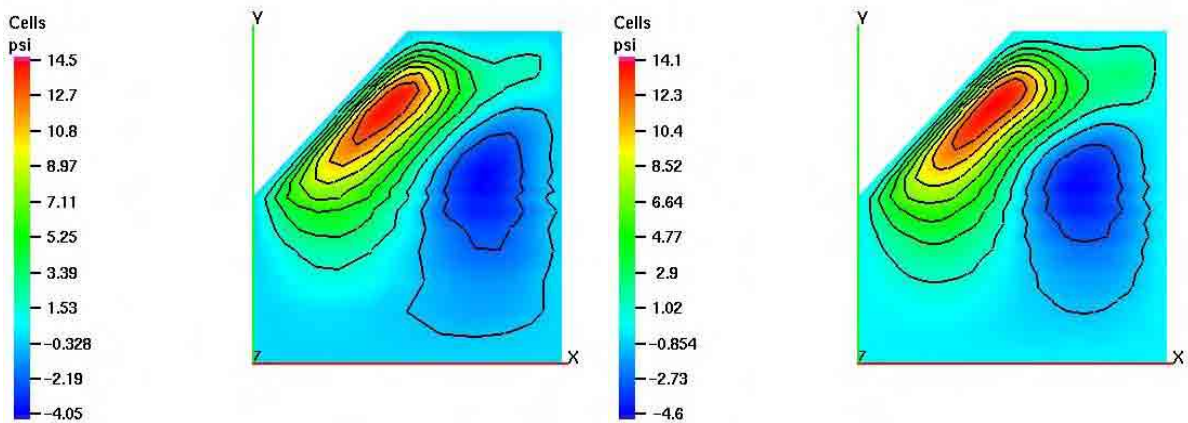


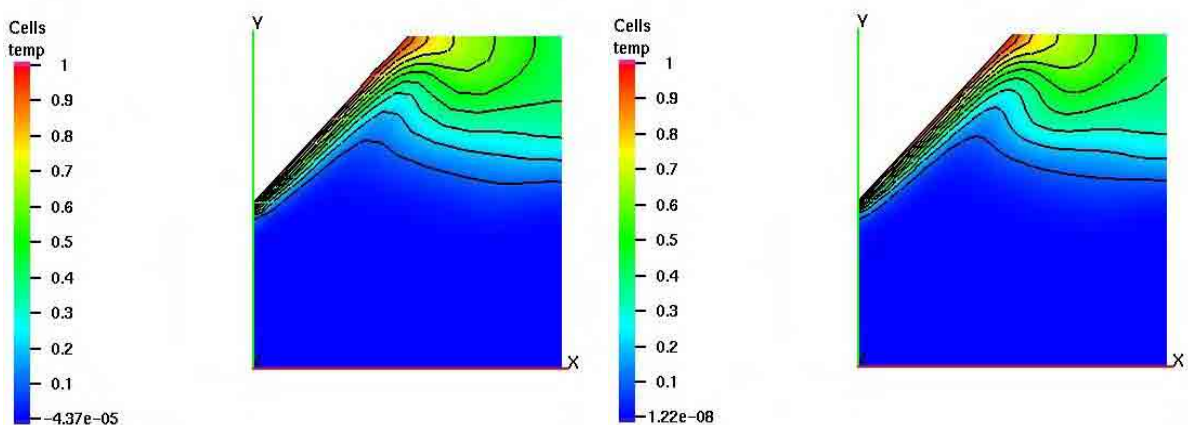
Figura 4.10 – Evolução transiente das velocidades máximas U e V para as malhas avaliadas ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)



(a) Malha com 400 elementos deformada de 1,3 (b) Malha com 900 elementos sem deformação

Figura 4.11 – Distribuição das isotermas para $\tau=1$ e diferentes malhas da cavidade trapezoidal ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

Finalmente, são apresentados os gráficos com as isocurvas do campo de função corrente e temperaturas para dois dos casos estudados. Este resultado pode ser visto nas figuras 4.11 e 4.12, respectivamente. Novamente nota-se boa concordância dos resultados para as malhas avaliadas.



(a) Malha com 400 elementos deformada de 1,3 (b) Malha com 900 elementos sem deformação

Figura 4.12 – Distribuição das isotermas para $\tau=1$ e diferentes malhas da cavidade trapezoidal ($Ra=10^6$, $Pr=0,71$)

Pode-se verificar nestes gráficos uma pequena oscilação de valores no encontro das subdivisões das malhas. Provavelmente, estas perturbações tenham sido provocadas por encontro de elementos de tamanhos muito diferentes. Nota-se que na malha mais refinada, onde a diferença entre o tamanho dos elementos vizinhos é menor, a intensidade das perturbações também é menor. De qualquer maneira, entende-se que estas oscilações são problemas típicos de métodos numéricos que não implicam em alterações significativas na solução do problema de engenharia.

Capítulo 5

Resultados e discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir do modelo de elementos finitos proposto, além de uma série de discussões a respeito do comportamento da solução.

A partir deste ponto, após a validação do modelo e comparação dos resultados da geometria quadrada com a geometria trapezoidal nas mesmas condições de Ra e Pr , será avaliado o comportamento da solução com água. Assim os valores destes parâmetros serão modificados em relação ao capítulo anterior, sofrendo incrementos.

Na obtenção destes resultados ficou claro que tais incrementos acarretam um efeito imediato sobre o refinamento da malha e o incremento de tempo máximo que poderia ser utilizado na solução do problema. Isto pode ser exemplificado para os casos aqui discutidos, pois enquanto para o caso de $Pr=0,71$ e $Ra=10^6$ foram utilizados incrementos de tempo ($\Delta\tau$) da ordem de 5×10^{-4} , para o caso de $Pr=3,5$ e $Ra=10^9$, por exemplo, estes valores não superaram 5×10^{-6} . Da mesma forma, a malha adotada para este caso foi mais refinada que a anterior. Desta maneira, existe um custo computacional significativamente maior para obtenção dos resultados com valores maiores de Ra e Pr , fazendo com que o tempo de processamento aumentasse em média para 6 horas. Entretanto, estes incrementos não são tais que impossibilitem a solução.

A máquina utilizada foi a mesma do capítulo anterior, um PC Pentium 4, com processador de 2,4GHz, o tempo médio de processamento foi de 6 horas.

5.1 – Comparação entre a solução com condição de contorno de temperatura imposta e fluxo de calor constante

Em coletores-solar integrados a energia solar incide na placa coletora causando um gradiente de temperatura constante na superfície iniciando o processo de circulação natural da água contida no interior do tanque. Por isso, a utilização de condição de fluxo de calor constante é mais adequada para representação do fenômeno avaliado.

Até este ponto, o modelo foi aplicado para escoamento de ar em geometria trapezoidal com condição de contorno de temperatura imposta na parede inclinada. Existem diferenças no comportamento da solução e neste item será realizada uma comparação entre ambos os casos, para $Pr=3,5$ e $Ra=10^6$.

A primeira diferença está na evolução dos perfis de temperatura. Na solução com condição de temperatura imposta o gradiente de temperatura inicial na superfície é grande e vai diminuindo à medida em que o fluido vai aquecendo. Quando o gradiente torna-se muito pequeno o tanque atinge carregamento máximo, ou seja, a temperatura interna torna-se praticamente igual à temperatura imposta na parede inclinada.

Já na solução com fluxo de calor imposto, o gradiente de temperatura na superfície, e não a temperatura propriamente dita, é constante. Nesta condição, a quantidade de energia que é transferida para o interior do tanque permanece constante ao longo do tempo. Assim sendo, as temperaturas em todos os pontos continuam aumentando, porém sem alterar sua distribuição.

As figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 mostram as isocurvas de temperatura e o perfil de velocidades para os casos de condição de temperatura imposta e fluxo de calor constante, respectivamente. Foram selecionados os instantes de tempo $\tau=0,005$, $\tau=0,25$ e $\tau=1,00$.

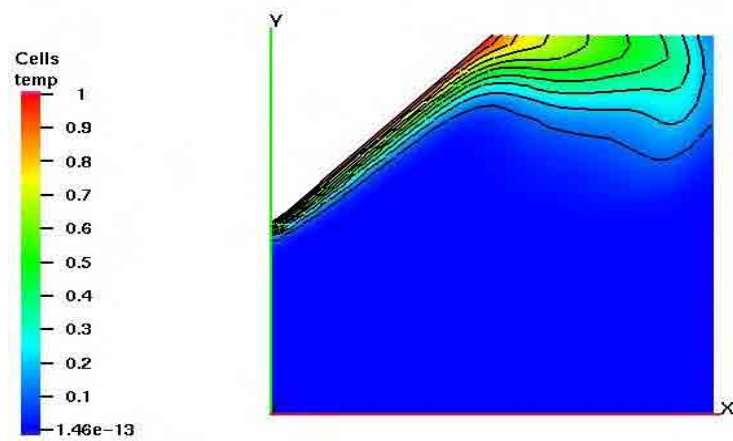
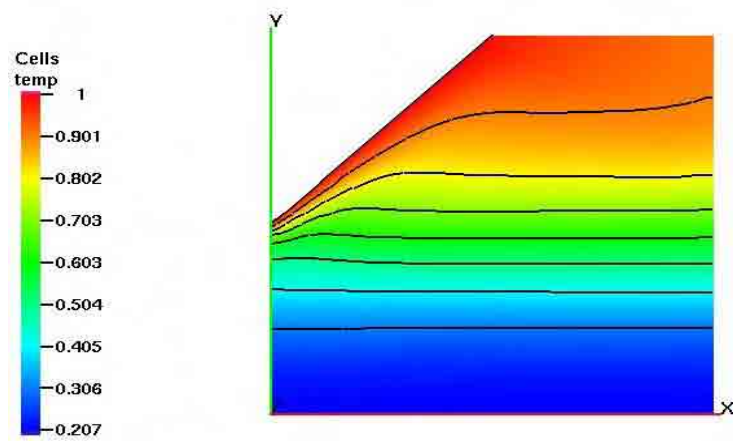
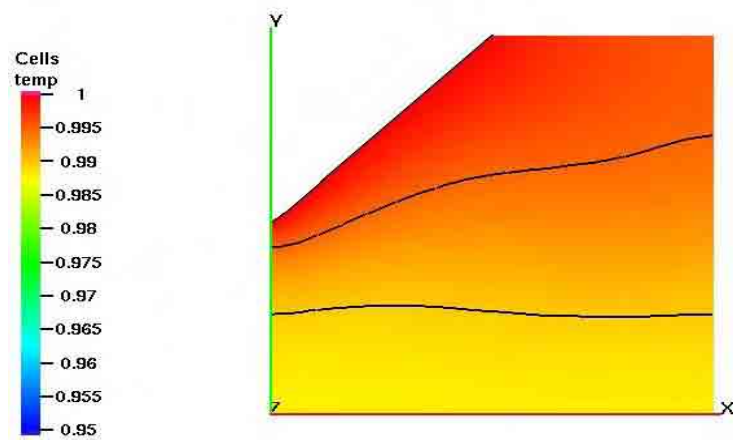
a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,25$ c) $\tau=1,00$

Figura 5.1 – Evolução das isothermas para condição de temperatura imposta ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

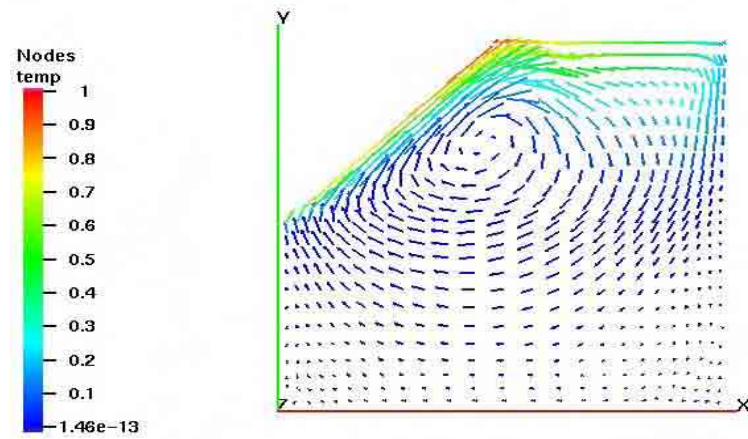
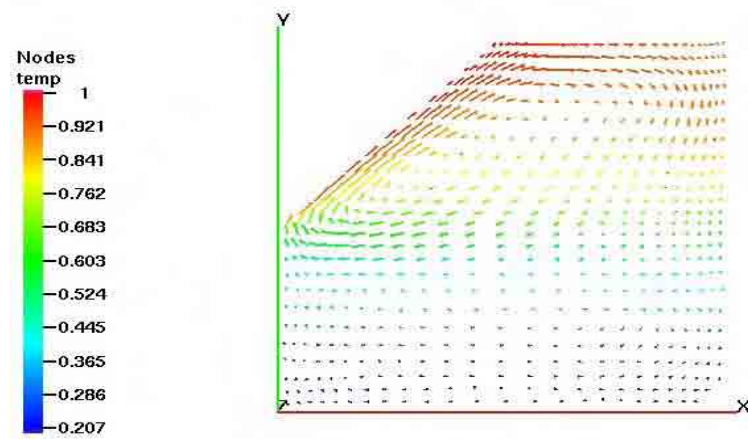
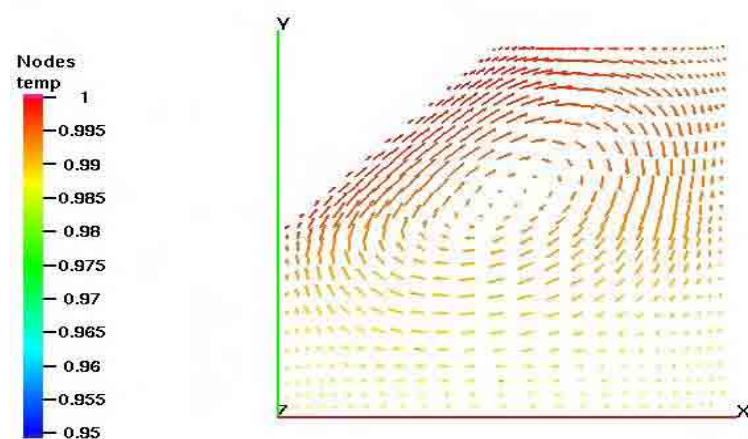
a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,25$ c) $\tau=1,00$

Figura 5.2 – Evolução do campo de velocidades para condição de temperatura imposta ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

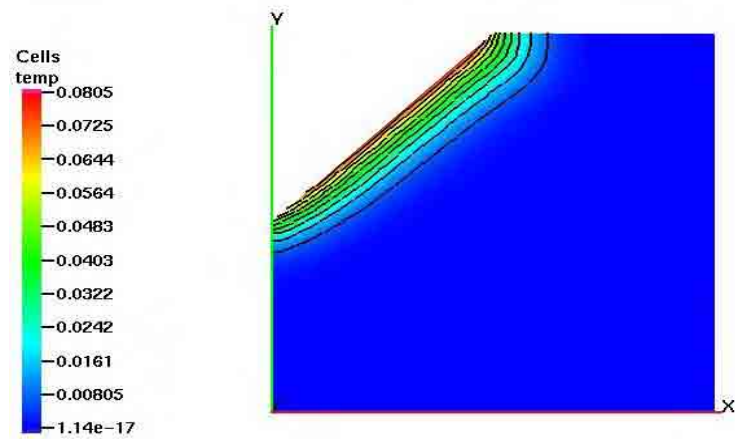
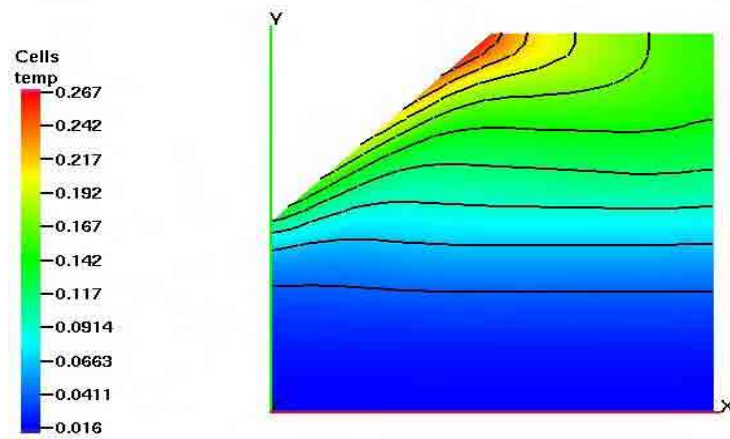
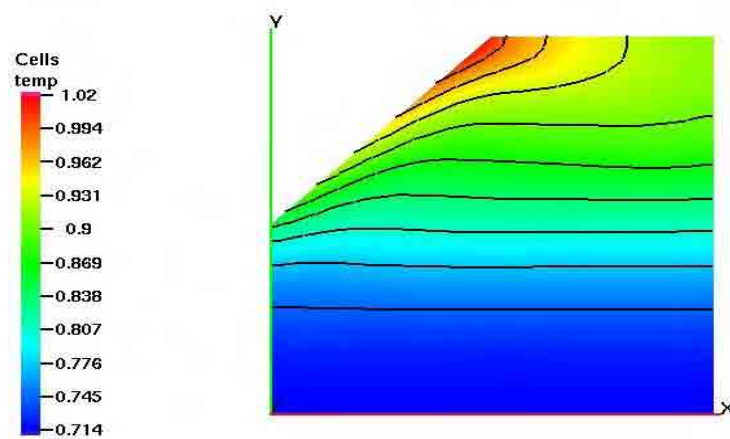
a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,25$ c) $\tau=1,00$

Figura 5.3 – Evolução das isothermas para condição de fluxo de calor constante ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

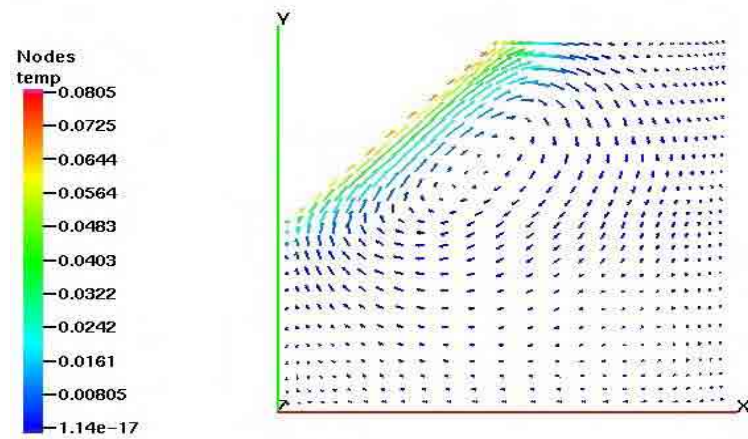
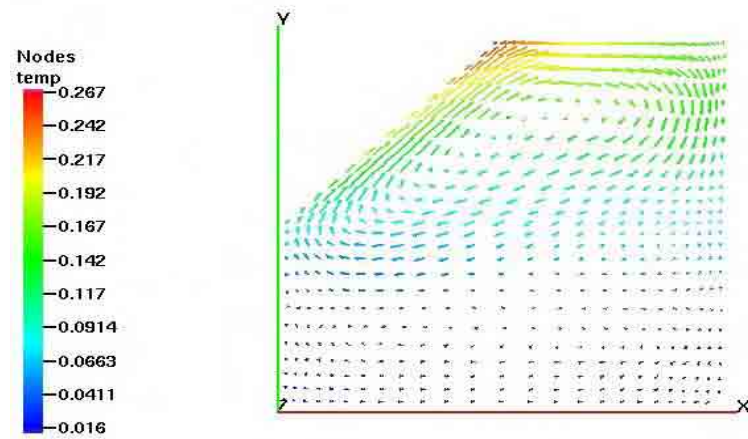
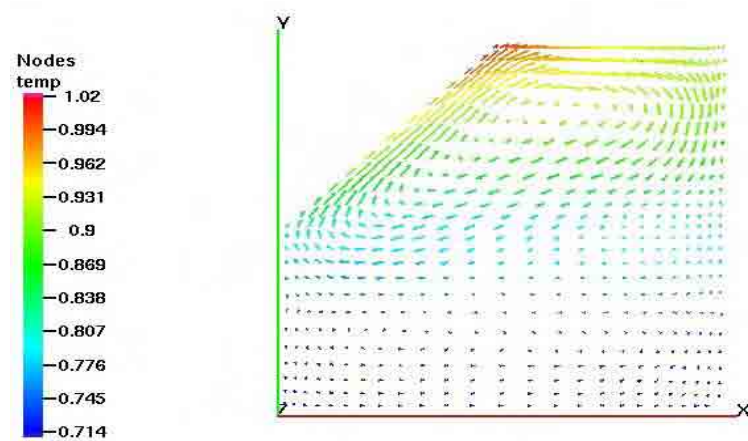
a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,25$ c) $\tau=1,00$

Figura 5.4 – Evolução das velocidades para condição de fluxo de calor constante ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

É possível notar que no início a estratificação térmica é favorecida para ambos os casos, pois há formação de perfis de temperatura ao longo da altura do tanque (isoclinas). No entanto, verifica-se na figura 5.1c a uniformização das temperaturas no interior do tanque para o caso de temperatura imposta. Portanto, conclui-se que a condição de fluxo de calor imposto mantém o perfil estratificado, uma vez que não existe limite de carregamento.

O carregamento do tanque é analisado através do conceito de temperatura de mistura. Este conceito é definido através de integrais conforme equação 3.38 e representa a temperatura média no interior do tanque. Sendo assim, o tanque pode ser considerado totalmente carregado quando a temperatura de mistura for igual a temperatura imposta na parede inclinada.

A evolução da temperatura de mistura para ambos casos é mostrado na figura 5.5. Observa-se que para o caso de temperatura imposta a curva tem comportamento exponencial, com crescimento rápido no início até atingir valor próximo da temperatura da parede inclinada e estabilizar. A partir deste instante pode-se dizer que o tanque está carregado.

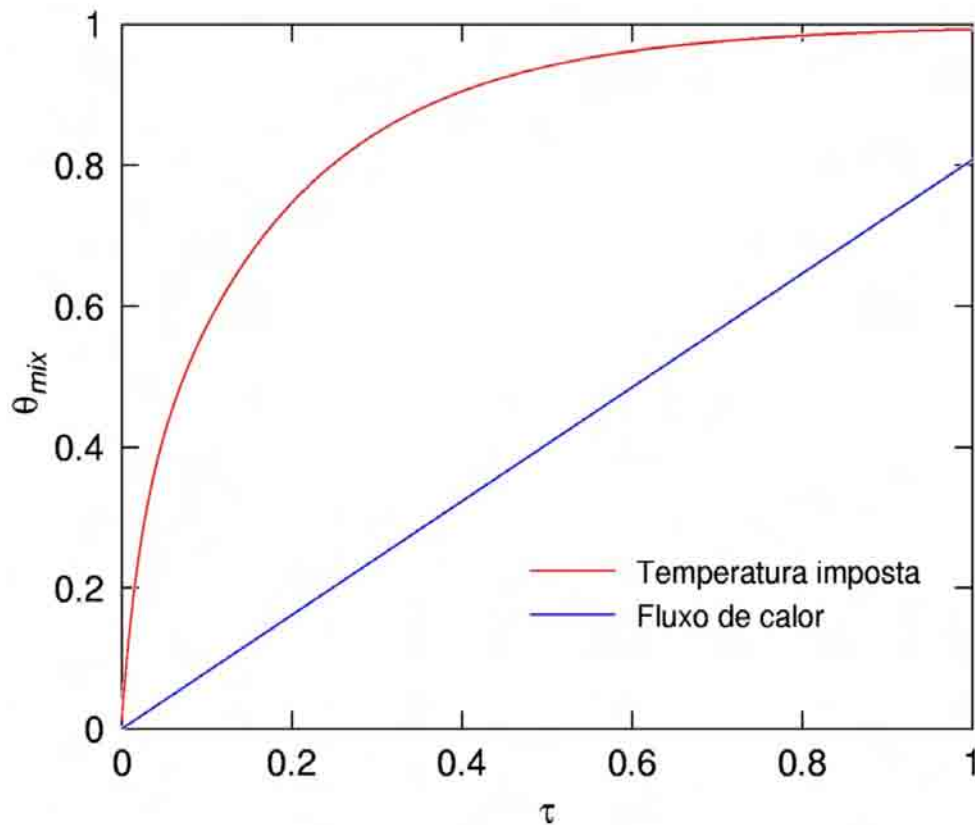


Figura 5.5 – Comportamento da temperatura de mistura ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

No caso de fluxo de calor constante, a curva de temperatura de mistura é uma reta. Não existe limite de carregamento, pois o fluxo de energia é constante e, por isso, a temperatura de mistura aumenta linearmente com o tempo.

Outro fator importante a avaliar é o comportamento das velocidades no interior do tanque. Analisando os gráficos das figuras 5.1 e 5.3, observa-se que, no início, ocorre perturbação hidrodinâmica somente nas proximidades da parede inclinada até atingir todo o restante do tanque.

As figuras 5.2 e 5.4 mostram a evolução das velocidades máximas U e V , que ocorrem no topo do tanque próximo à parede inclinada.

Em ambos os gráficos é possível notar que o fluido é acelerado no início do escoamento devido ao alto gradiente de temperatura no início e, conseqüentemente, alta diferença de densidade. Para o caso de temperatura imposta, a velocidade chega a um valor máximo e começa diminuir até atingir valor praticamente nulo. Isto ocorre quando o tanque é totalmente carregado e o gradiente de temperaturas torna-se praticamente nulo.

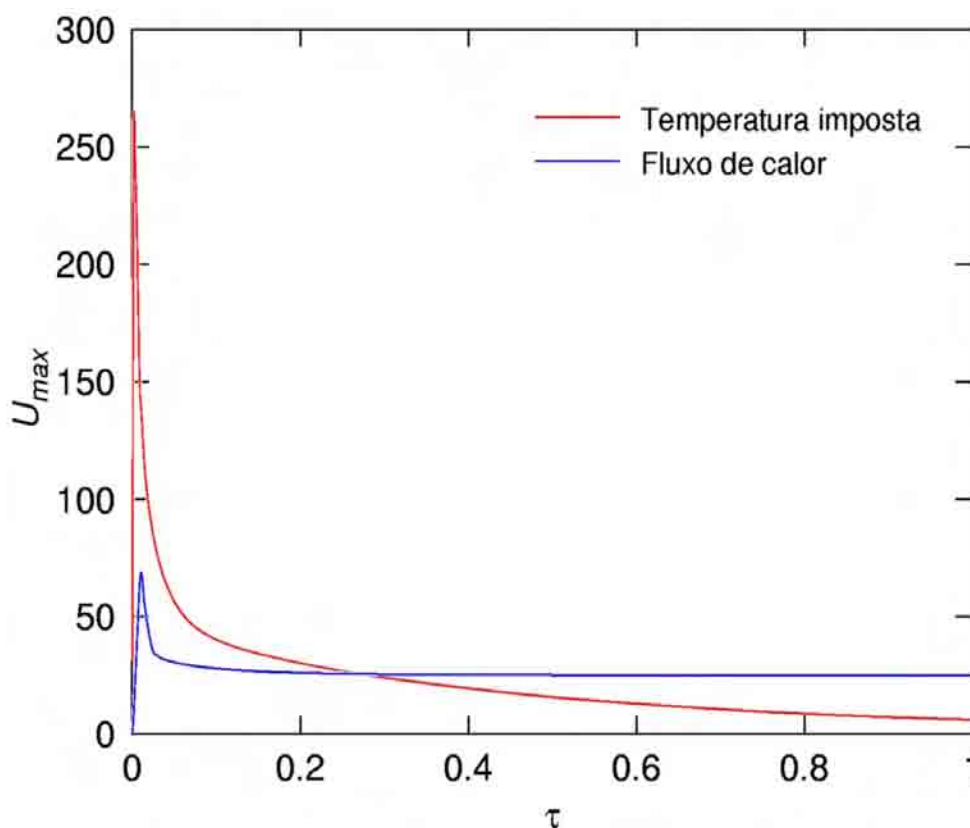


Figura 5.6 – Evolução da velocidade máxima U na direção X ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

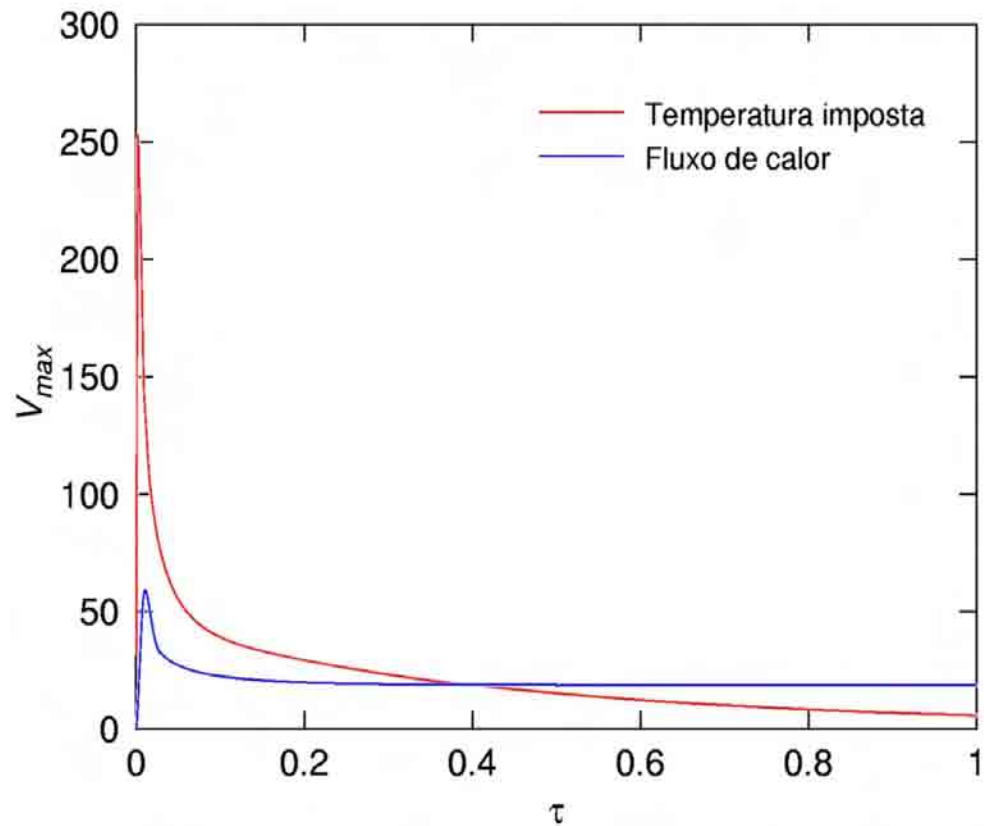


Figura 5.7 – Evolução da velocidade máxima V na direção Y ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

No caso de fluxo de calor constante ocorre o mesmo fenômeno, porém a velocidade atinge um valor constante após a desaceleração e o movimento não cessa. Isto ocorre devido a presença do fluxo de calor constante na superfície inclinada, que mantém sempre um gradiente de temperatura e, como consequência, movimento por escoamento natural do fluido.

O próximo parâmetro a ser avaliado é o número de Nusselt. Ele representa o fluxo de calor adimensional na superfície aquecida e seu comportamento é demonstrado na figura 5.8.

Para o problema com temperatura imposta, o Nusselt médio inicia com valor alto devido ao gradiente de temperatura na superfície. Conforme o tanque vai carregando esse gradiente na superfície de aquecimento diminui e o Nusselt médio diminui proporcionalmente até atingir valor praticamente nulo no fim do processo.

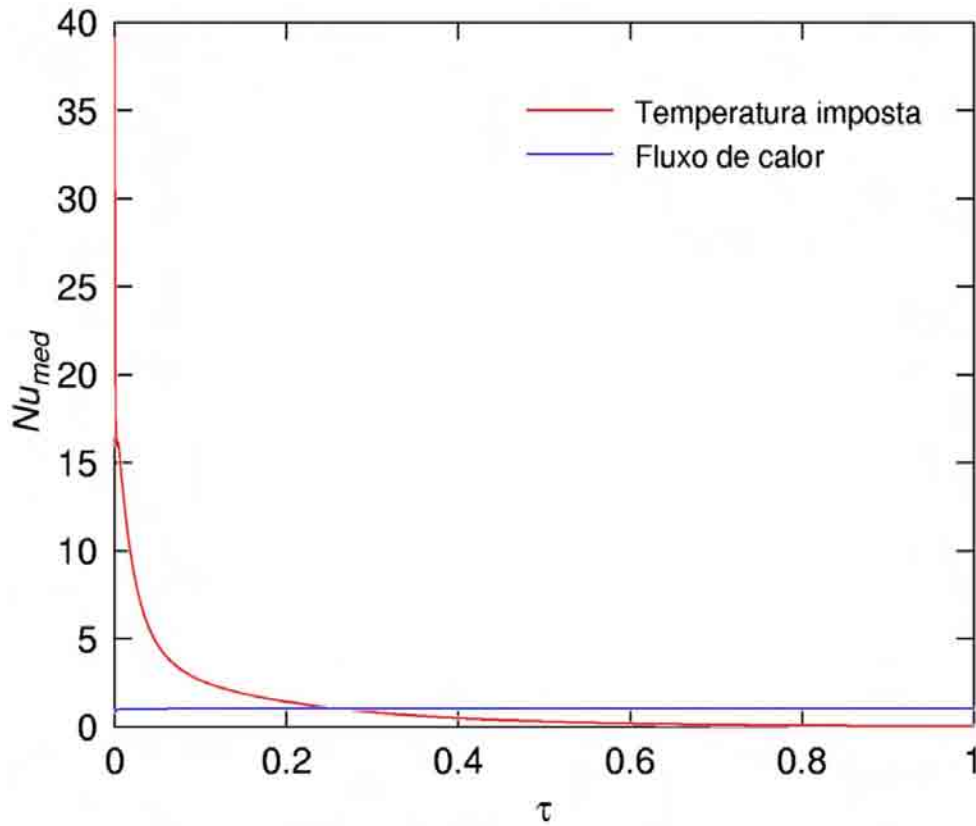


Figura 5.8 – Comportamento do número de Nusselt médio na parede inclinada ($Ra=10^6$, $Pr=3,5$)

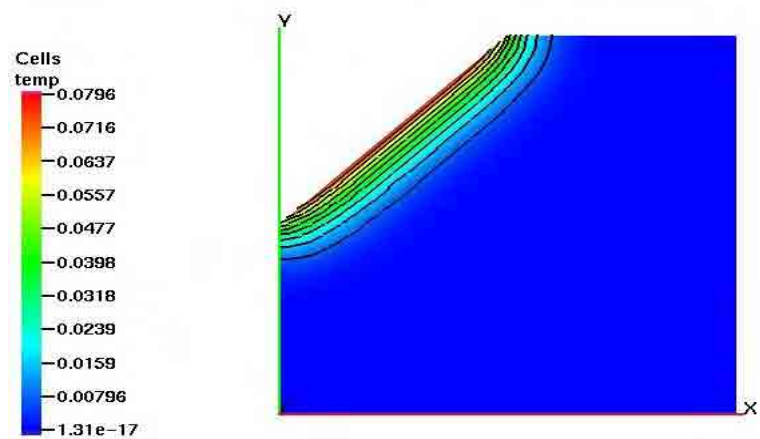
No segundo caso, o número de Nusselt médio é constante ao longo do processo de aquecimento. Como citado anteriormente, o número de Nusselt representa o fluxo de calor adimensional na superfície aquecida. Neste caso, onde a condição imposta é de fluxo de calor constante, não se observa variação do número de Nusselt.

Conhecida a fenomenologia pela qual se dá o processo de aquecimento do fluido com condição de fluxo de calor constante na superfície aquecida e comparada com a condição de temperatura imposta, serão vistos a seguir alguns parâmetros como intensidade do escoamento, representada pelo número de Rayleigh, e fatores de forma na geometria que influenciam o processo.

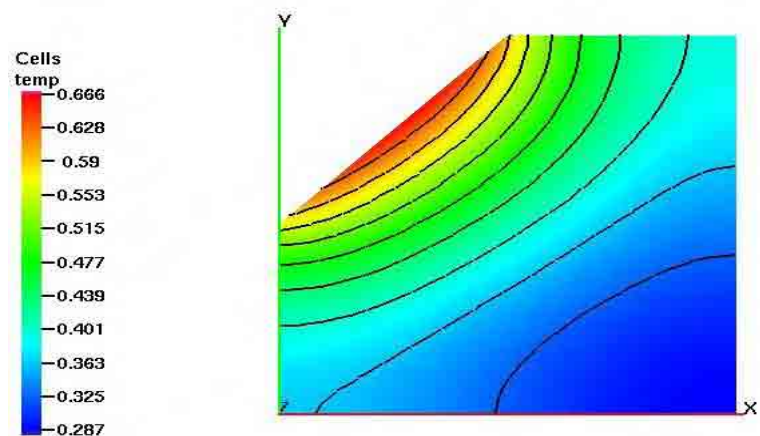
5.2 – Influência do número de Rayleigh sobre o escoamento

Dando seqüência aos estudos realizados, será analisada a influência do número de Rayleigh para o processo de convecção natural no interior da cavidade trapezoidal com condição de contorno de fluxo de calor constante na parede inclinada. Serão investigados os valores de Rayleigh de 10^3 , 10^6 e 10^9 e uma série de parâmetros para $Pr=3,5$.

As figuras 5.9 a 5.14 apresentam a evolução do perfil de temperaturas e velocidades para os casos avaliados.

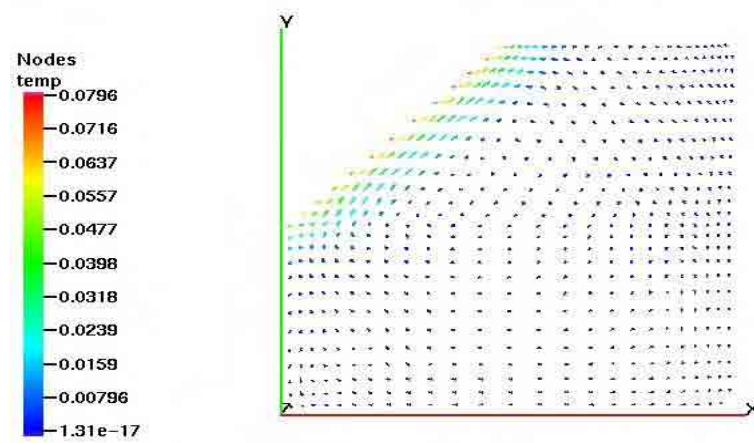
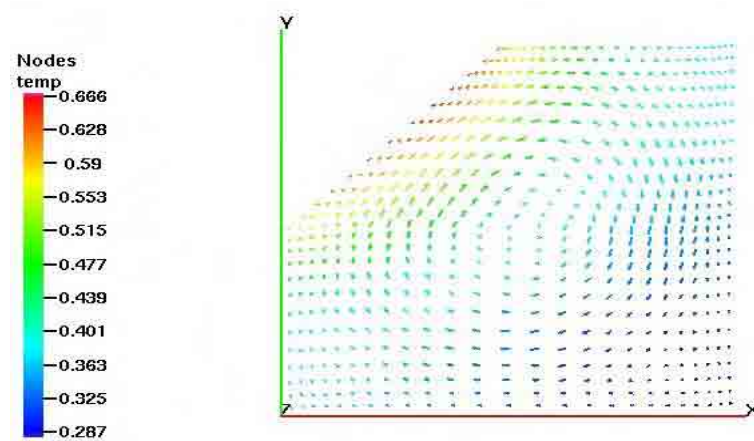


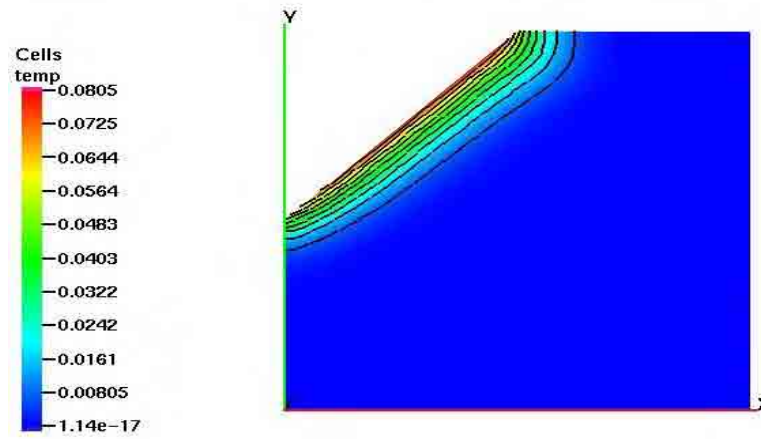
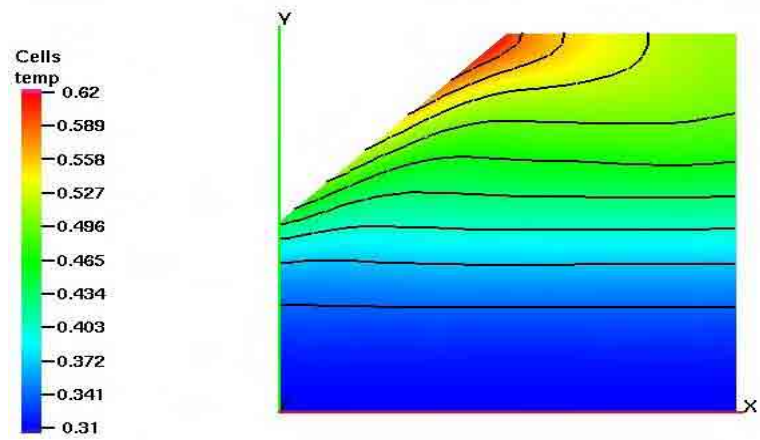
a) $\tau=0,005$

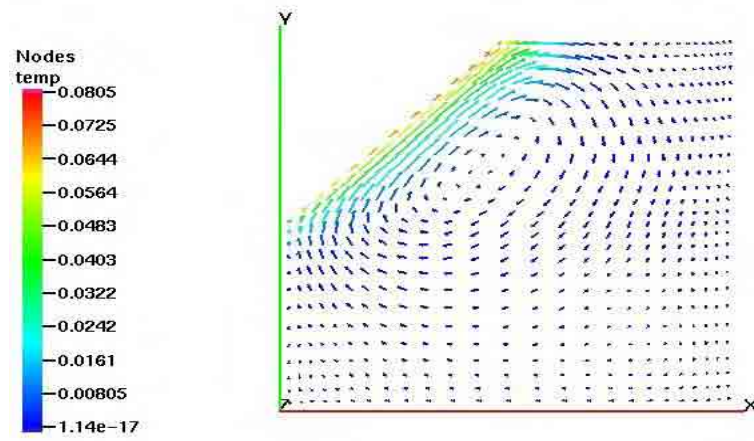
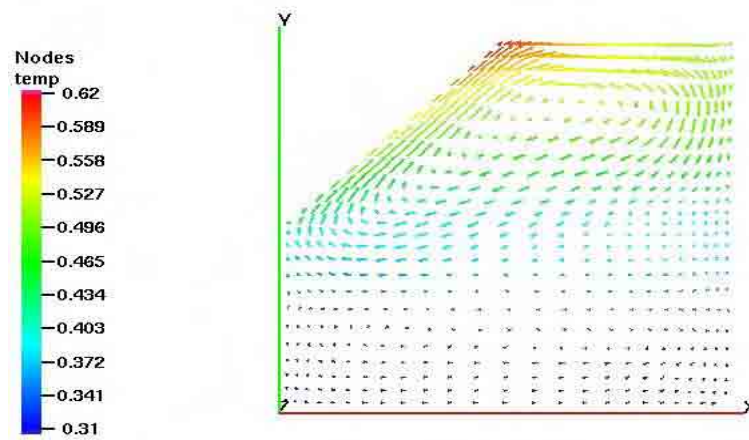


b) $\tau=0,50$

Figura 5.9 – Evolução das isothermas para $Ra=10^3$

a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,50$ Figura 5.10 – Evolução do campo de velocidades para $Ra=10^3$

a) $\tau=0,005$ b) $\tau=0,50$ Figura 5.11 – Evolução das isotermas para $Ra=10^6$

a) $\tau=0.005$ b) $\tau=0.50$ Figura 5.12 – Evolução do campo de velocidades para $Ra=10^6$

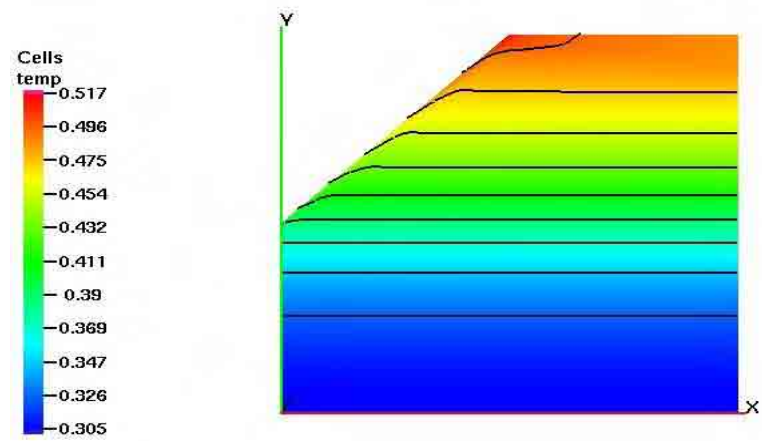
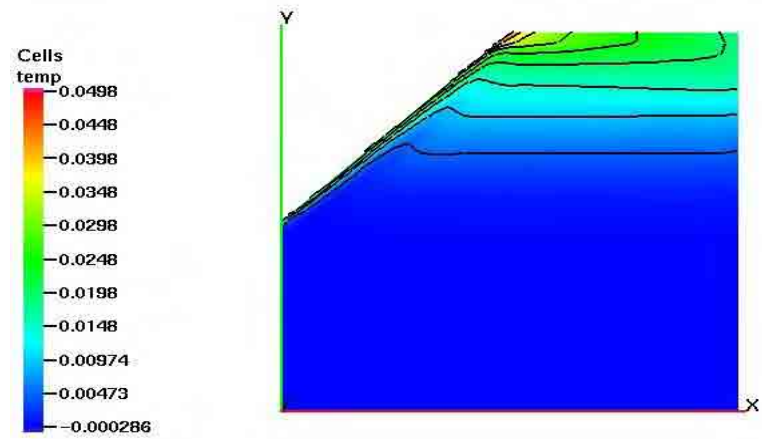
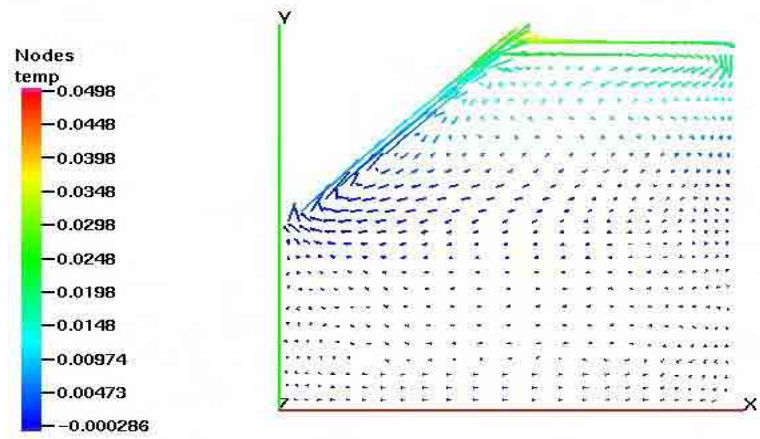
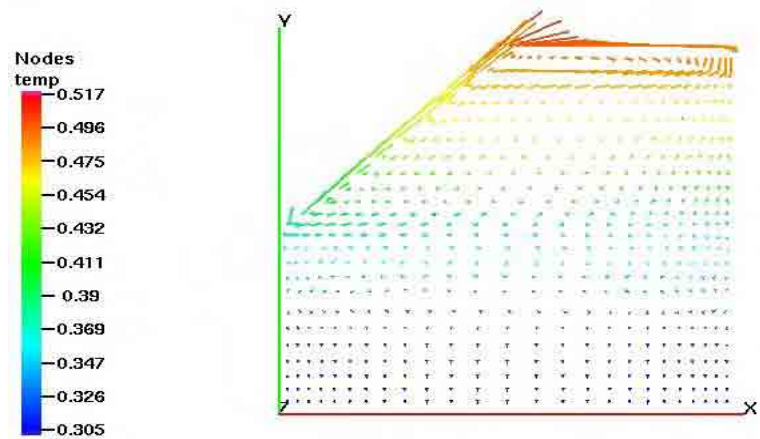


Figura 5.13 – Evolução das isothermas para $Ra=10^9$

a) $\tau=0.005$ b) $\tau=0.50$ Figura 5.14 – Evolução do campo de velocidades para $Ra=10^9$

Analisando os gráficos de temperaturas e velocidades, observa-se que quanto maior o número de Rayleigh, mais rápido o tanque atinge o perfil estratificado.

Verificou-se que para $Ra=10^3$ a intensidade do escoamento é baixa e o transporte de energia ocorre praticamente por difusão. Ao contrário, para $Ra=10^9$, a intensidade do escoamento é maior, por isso o transporte de energia por convecção supera o por difusão, favorecendo assim o processo de estratificação térmica.

A figura 5.15 mostra a evolução da temperatura de mistura para os Ra analisados. Assim como explicado no item anterior, este parâmetro varia linearmente com o tempo devido à condição de fluxo de calor constante na parede inclinada.

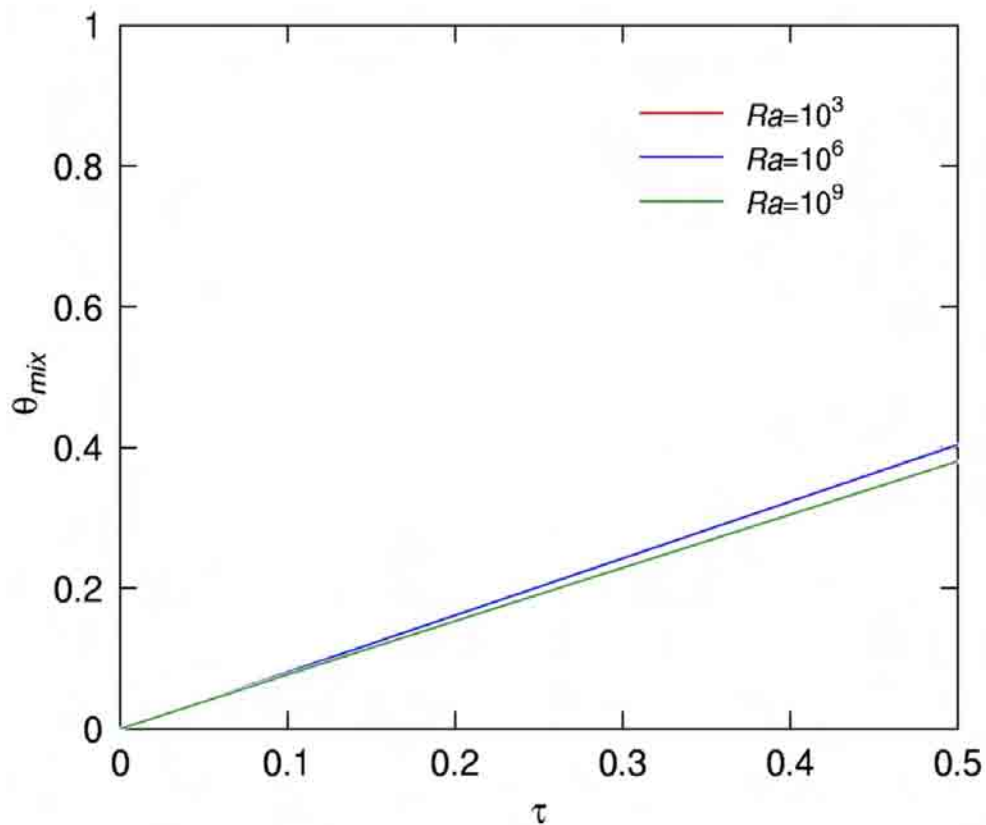


Figura 5.15 – Comportamento da temperatura de mistura para os valores de Ra avaliados

Observa-se no gráfico da figura 5.15 que para os valores de Rayleigh de 10^3 e 10^6 a taxa de aumento da temperatura de mistura é praticamente a mesma.

O fato observado ocorre porque quando é feita uma análise adimensional mantendo o fluxo de calor na parede inclinada constante, o valor da diferença de temperatura de referência δT aumenta proporcionalmente ao número de Rayleigh, fazendo com que a temperatura adimensional nos pontos da malha diminua. Com menores valores de temperatura, a média no tanque é menor. Portanto, a comparação da temperatura de mistura adimensional para diferentes valores de Ra deve ser cuidadosa. Para tal, seria mais adequado a transformação das variáveis adimensionais para parâmetros físicos dimensionais.

As figuras 5.16 e 5.17 apresentam a evolução das velocidades máximas U e V para os casos avaliados.

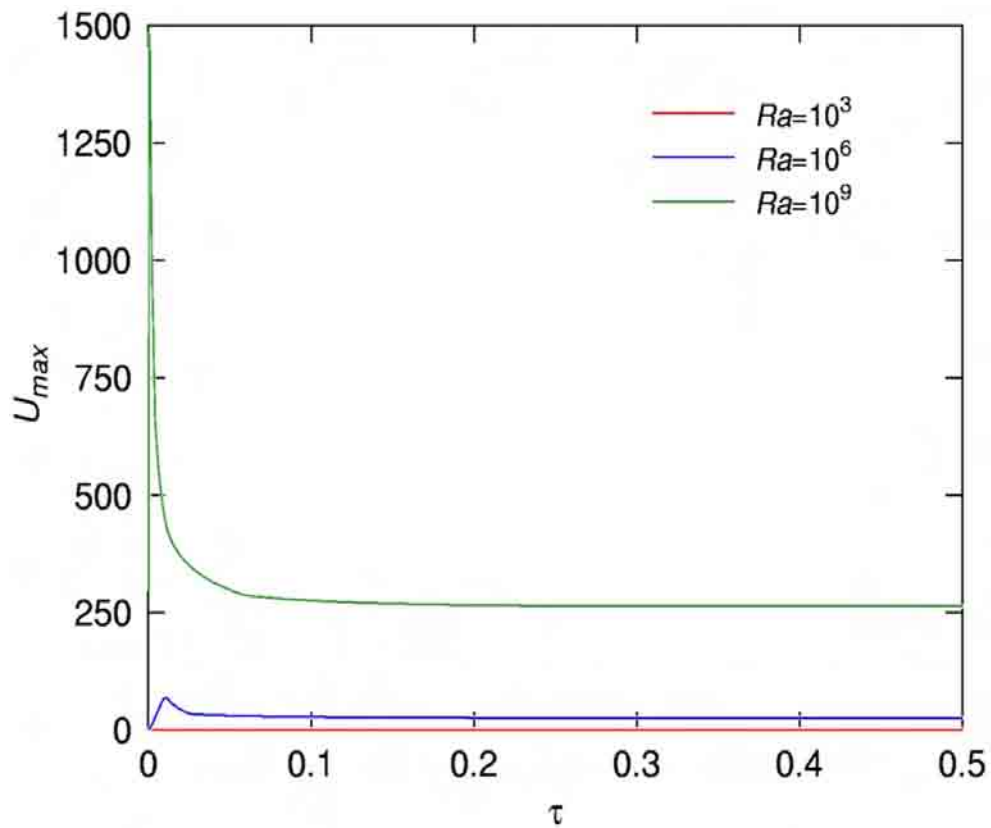


Figura 5.16 – Comportamento da velocidade máxima U na direção X

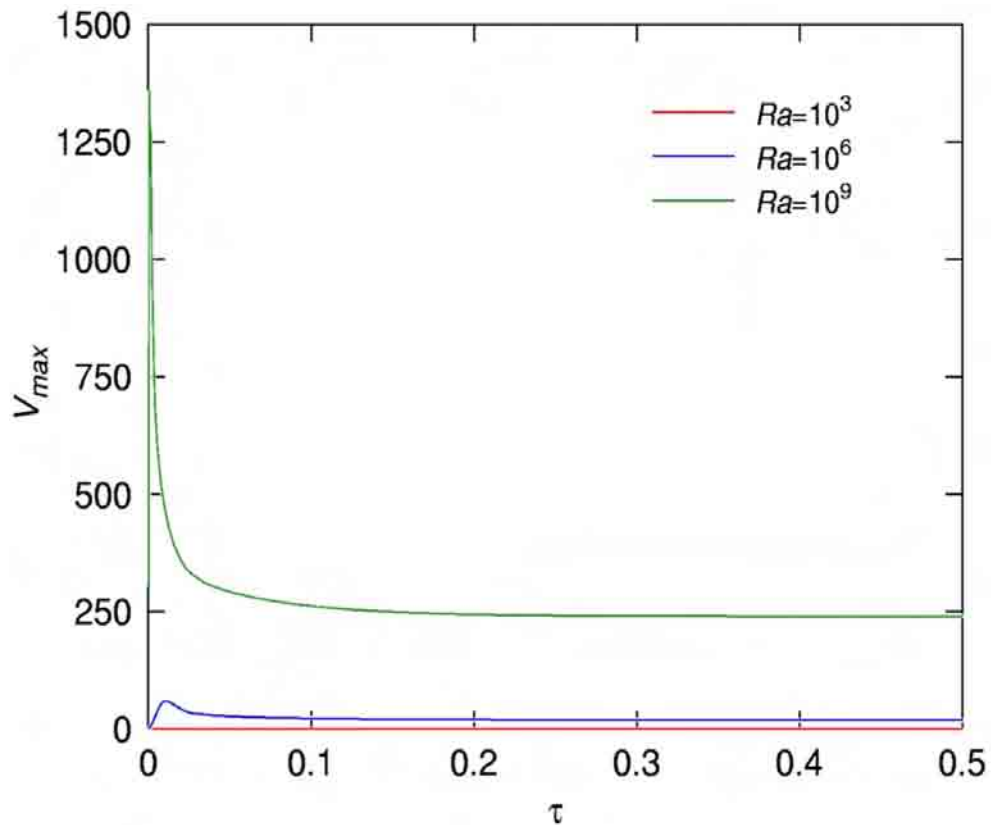


Figura 5.17 – Comportamento da velocidade máxima V na direção Y

A análise dos gráficos das duas figuras anteriores mostra que as velocidades máximas U e V são maiores quanto maior é o número de Ra , sendo que para $Ra=10^3$ são praticamente nulas.

Este fato confirma a afirmação anterior de que a intensidade do escoamento é maior para maiores valores de Ra .

No caso de coletores-solar integrados ao tanque armazenador a intensidade da convecção natural é alta, chegando ao nível de escoamento turbulento. No entanto, como a formulação deste trabalho não contemplou a inclusão de um modelo para escoamento turbulento, será utilizado nos próximos itens $Ra=10^9$, que é o valor limite entre os regimes laminar e turbulento.

5.3 – Avaliação da influência da razão de aspecto no escoamento

Será feita a partir de agora uma avaliação da influência da geometria da cavidade trapezoidal no processo de convecção natural para $Ra=10^9$, $Pr=3,5$ e condição de contorno de fluxo de calor constante na parede inclinada.

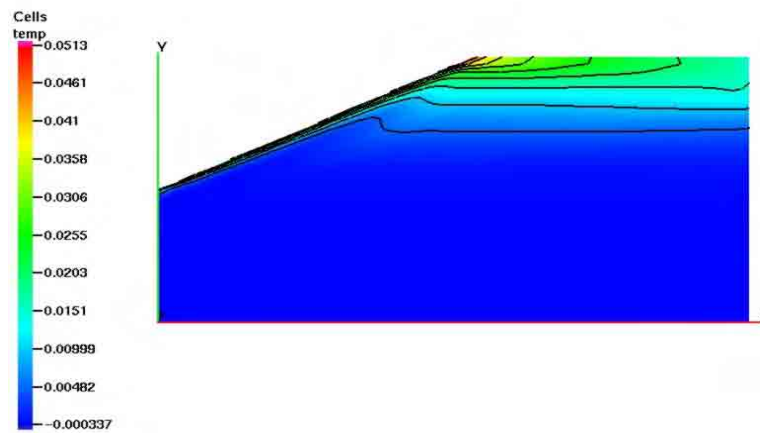
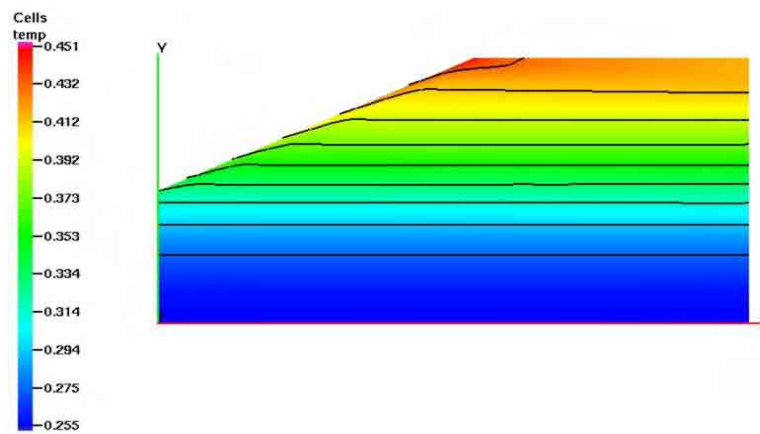
A inclinação da superfície de aquecimento é um parâmetro que influencia a eficiência de captação da energia em coletores-solar integrados. Foi utilizada neste trabalho inclinação de 25° na superfície aquecida que é o valor no qual incide o maior fluxo médio de radiação solar no inverno (CRESESB, 2003).

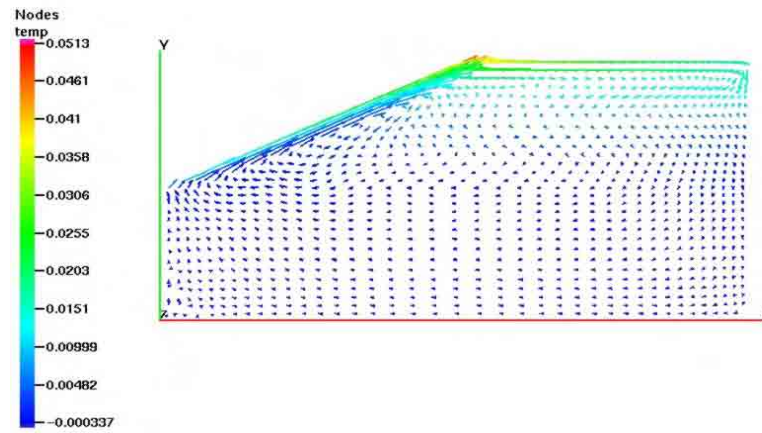
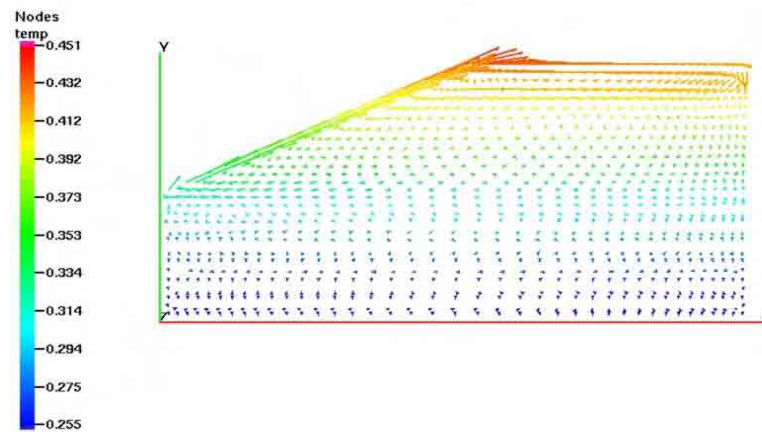
Mantendo a inclinação e o volume do tanque iguais, é possível avaliar a influência da razão de aspecto L/H no desenvolvimento do escoamento e na estratificação térmica. Para esta análise foram considerados valores de L/H de 2,0, 2,4 e 2,8.

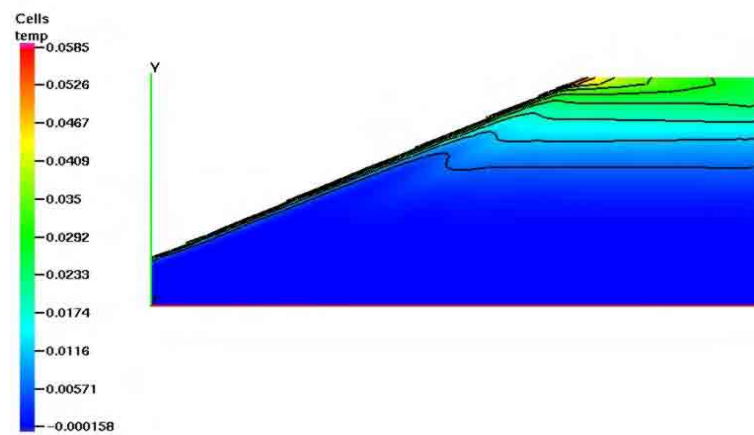
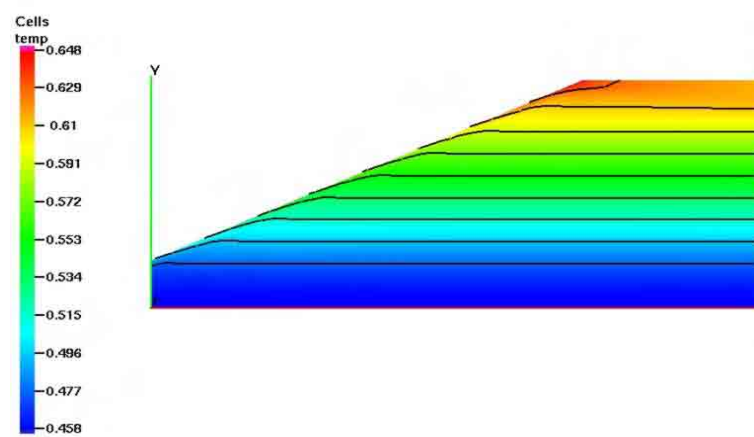
As figuras 5.18 a 5.23 mostram o comportamento das isothermas e dos vetores velocidade nos instantes $\tau=0,005$ e $\tau=0,5$ para cada razão de aspecto avaliada.

Com relação às isothermas apresentadas nas figuras 5.18, 5.20 e 5.22, nota-se que a forma com que o escoamento se desenvolveu favoreceu a estratificação térmica. É possível notar claramente a formação ao longo do tempo de camadas de fluido quente na região superior do tanque em todos os casos estudados e a variação da razão de aspecto não influenciou significativamente este processo.

Analisando os vetores velocidades, nota-se maiores intensidades nos vetores no estágio inicial do escoamento. Além disso, grande parte do tanque é afetada nesta fase. No entanto, a medida que tempo passa, as intensidades dos vetores velocidades diminuem e o escoamento se concentra na parte superior do tanque e na parede aquecida pelo fluxo de calor.

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.18 – Comportamento das isotermas para $L/H=2,0$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.19 – Comportamento do campo de velocidades para $L/H=2,0$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.20 – Comportamento das isotermas para $L/H=2,4$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

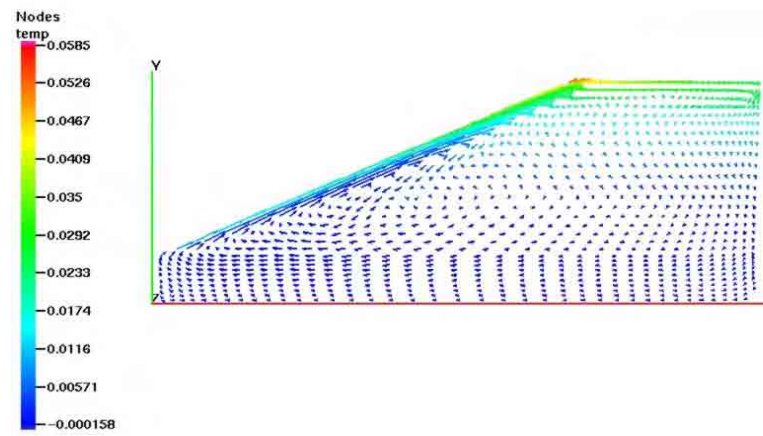
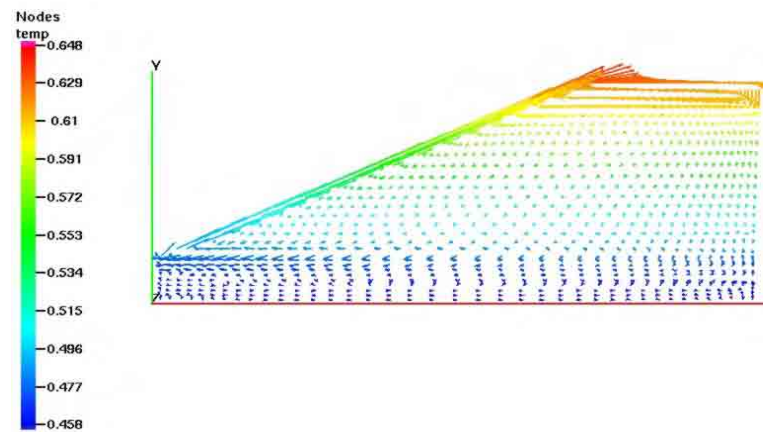
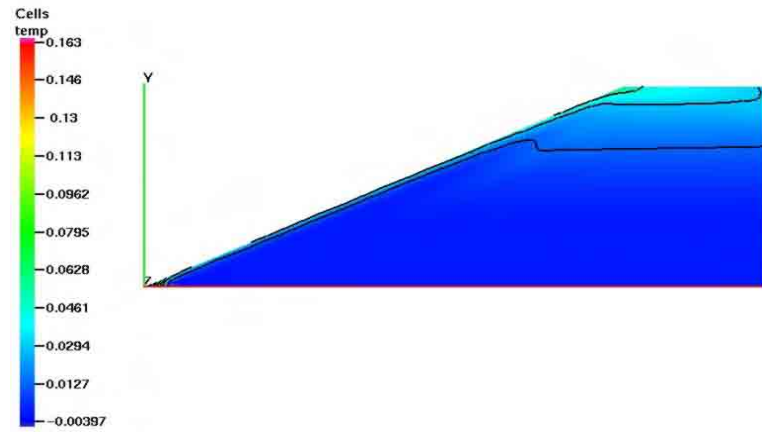
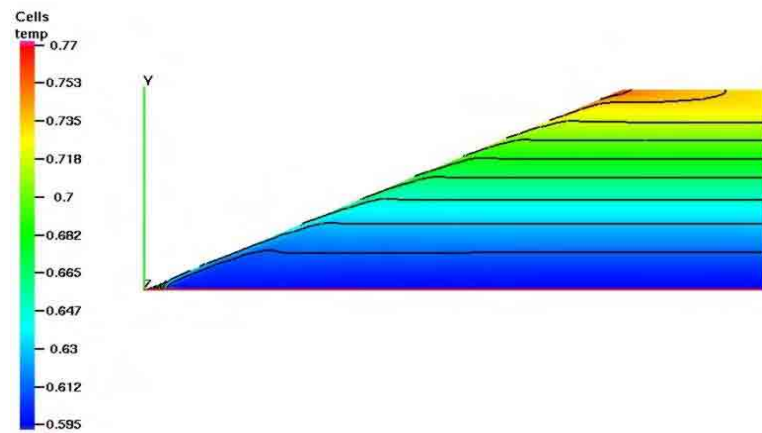
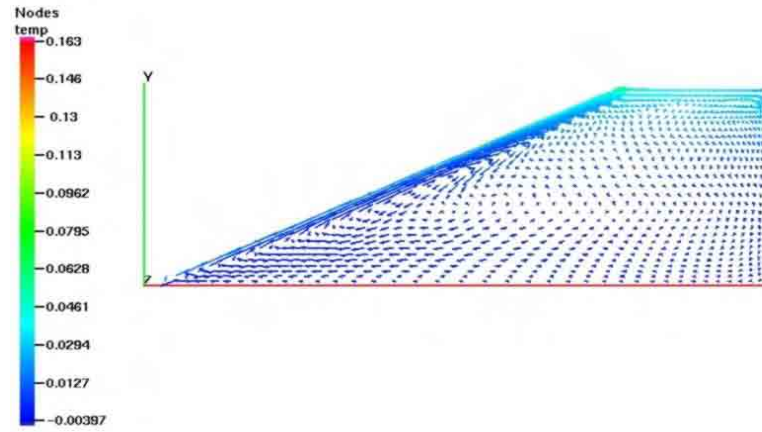
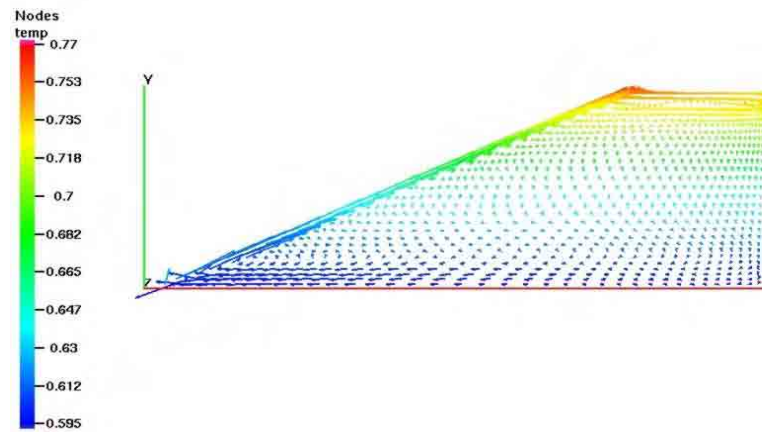
a) $\tau = 0.005$ b) $\tau = 0.50$

Figura 5.21 – Comportamento do campo de velocidades para $L/H=2,4$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.22 – Comportamento das isothermas para $L/H=2,8$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.23 – Comportamento do campo de velocidades para $L/H=2,8$ ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

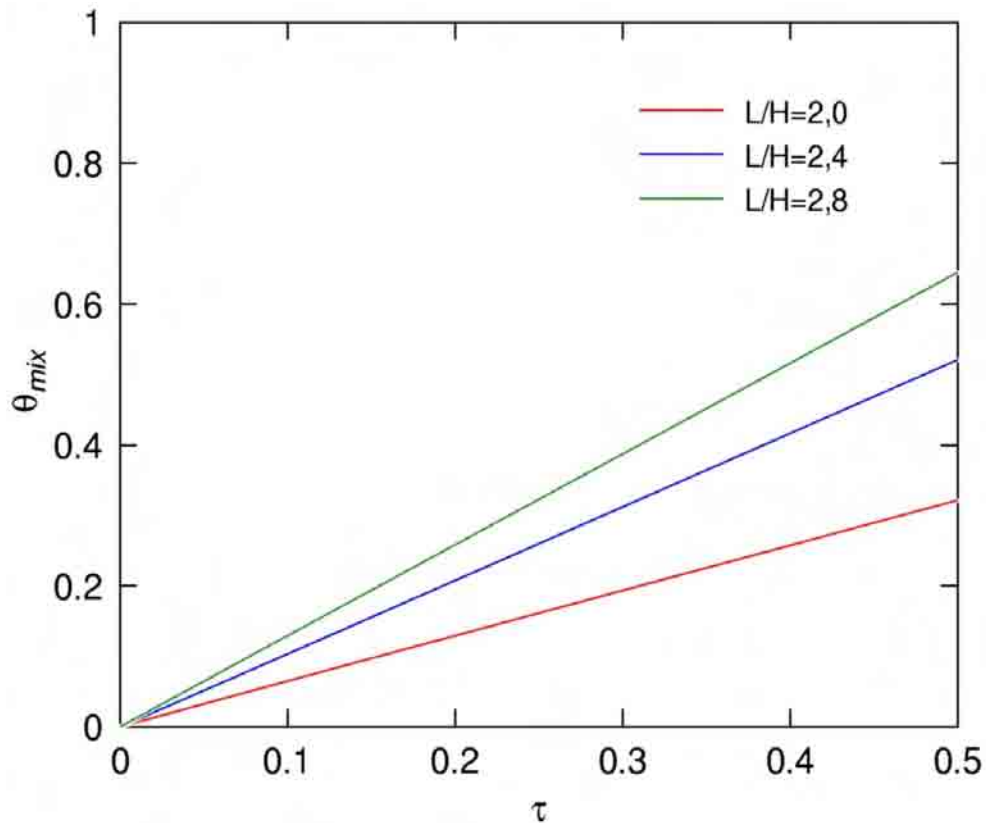


Figura 5.24 – Evolução da temperatura de mistura para as geometrias avaliadas ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

Em todas as geometrias avaliadas, ocorreu a formação de uma região no centro do tanque onde a intensidade do escoamento era pequena. No entanto, para os casos com menor razão de aspecto notou-se a formação de uma zona estagnada também no fundo do tanque. Este fato pode favorecer o processo de estratificação térmica quando ocorre carga e descarga de fluido. Assim, a alimentação de fluido frio pode ser feita pelo fundo do tanque onde a região estagnada impediria que este fluxo influenciasse o escoamento no restante do tanque, evitando a degradação da estratificação térmica.

A figura 5.24 apresenta o comportamento da temperatura de mistura para as razões de aspecto estudadas. Observa-se que quanto maior a razão de aspecto, maior é a temperatura de mistura, conseqüentemente, maior é a taxa de aquecimento. Isto ocorre porque o aumento da razão de aspecto, mantendo inclinação, volume e altura do tanque iguais, provoca aumento na área da superfície aquecida. Assim sendo, quanto maior a razão de aspecto para as condições avaliadas, maior será a temperatura de mistura no tanque.

O comportamento das velocidades apresentado nas figuras 5.25 e 5.26 segue o mesmo padrão apresentado nos itens anteriores com aceleração inicial, desaceleração após atingir valor máximo. Depois disso, a velocidade tende a um valor constante, indicando uma tendência de comportamento similar ao regime permanente. Novamente as velocidades máximas ocorrem no topo do tanque, próximo a parede inclinada.

Devido a maior quantidade de energia absorvida pelo tanque com maior razão de aspecto, o escoamento é mais intenso devido as maiores diferenças de densidade. Assim, quanto maior a razão de aspecto, mantendo inclinação, volume e altura iguais, maior serão as velocidades no interior do tanque.

Depois de avaliada a influência da razão de aspecto para a mesma inclinação, mesmo volume e altura do tanque, serão estudados no próximo item dispositivos que podem ser utilizados para melhorar o fenômeno de estratificação térmica.

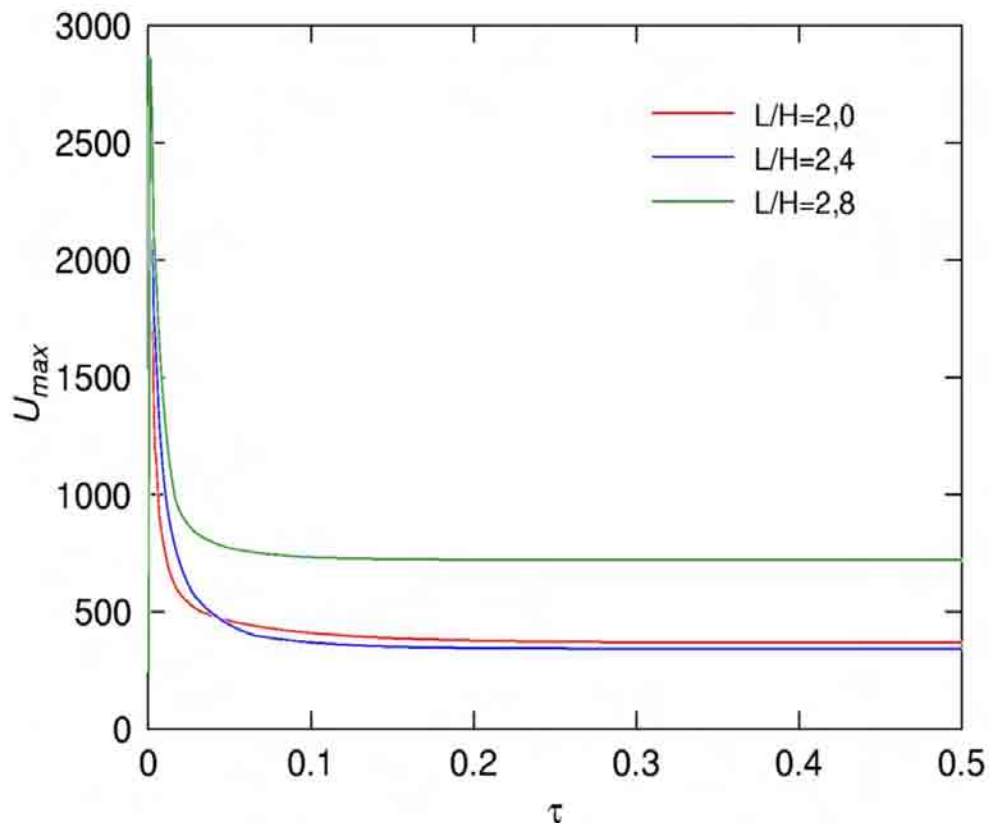


Figura 5.25 – Evolução da velocidade máxima U para as geometrias avaliadas ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

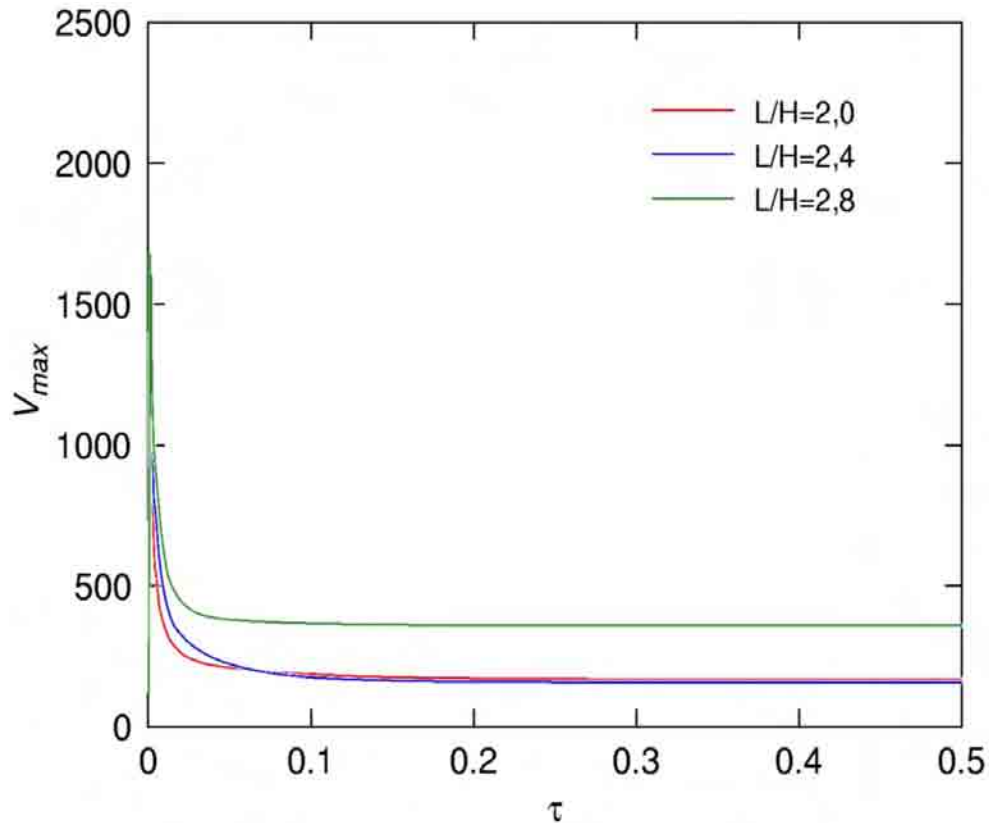
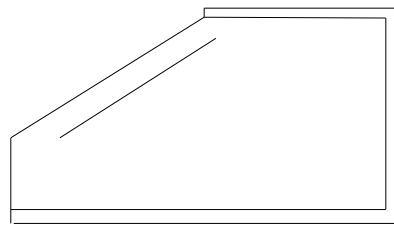


Figura 5.26 – Evolução da velocidade máxima V para as geometrias avaliadas ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

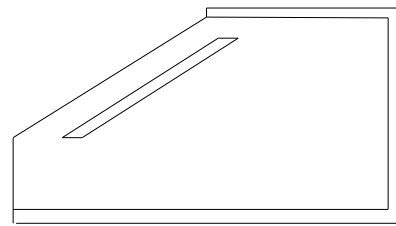
5.4 – Influência de dispositivos direcionadores de fluxo no escoamento

Segundo Mohamad (1997), a inclusão de canais direcionadores de fluxo no coletor solar-tanque armazenador juntamente com a presença de um diodo térmico visa evitar perdas durante o período noturno devido ao fluxo reverso da água.

Nesta seção será avaliada a influência do canal direcionador de fluxo sobre o fenômeno de estratificação térmica. Serão comparados três tipos de tanque: sem canal, com canal isolado termicamente e com canal não isolado. A figura 5.27 mostra o esquema das geometrias avaliadas e as figuras 5.28 a 5.31 mostram as isotermas e vetores velocidades para os tanques com canal. A razão de aspecto utilizada nesta seção será $L/H=2,8$.



(a) canal sem isolamento



(b) canal com isolamento

Figura 5.27 – Esquema da geometria com os dois tipos de canal direcionador de fluxo avaliados

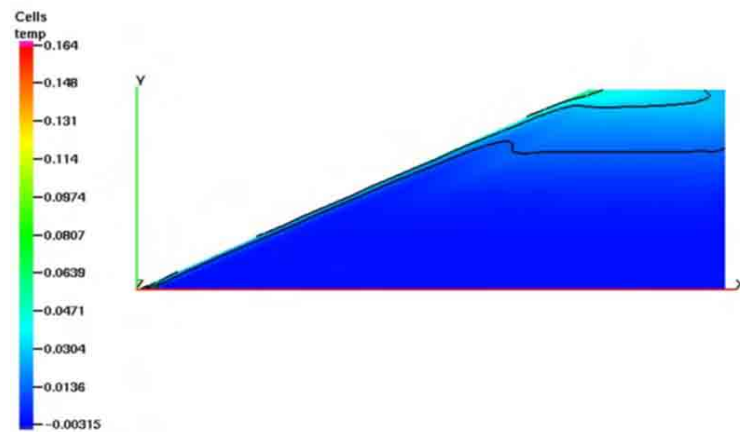
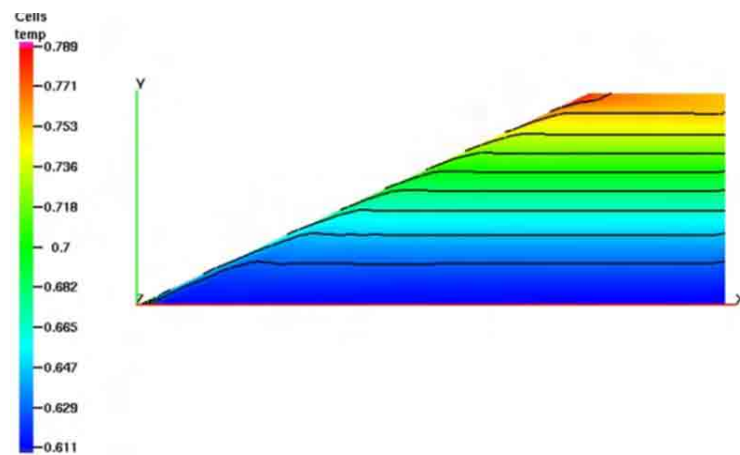
a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$

Figura 5.28 – Comportamento das isotermas para canal sem isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

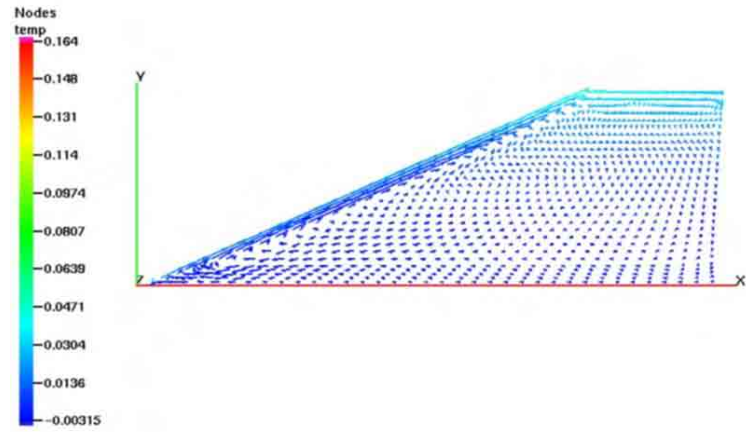
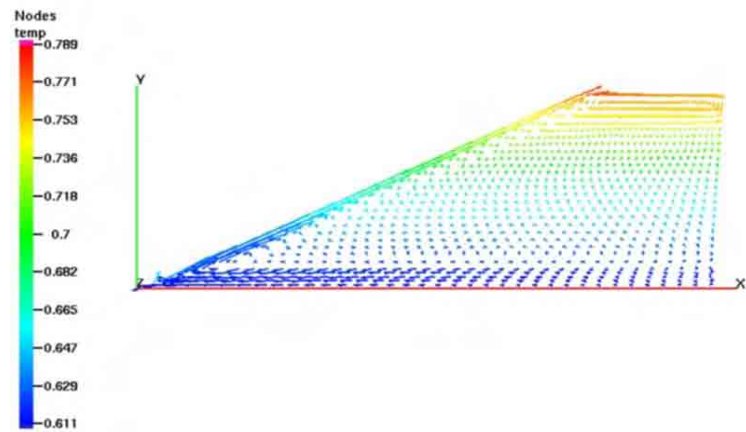
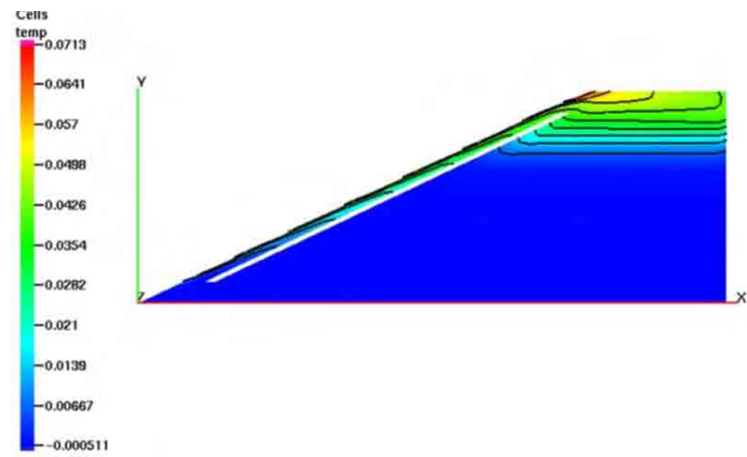
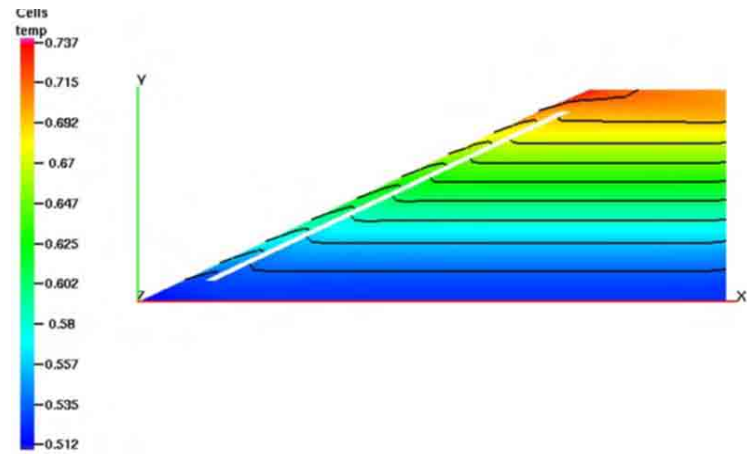
a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$

Figura 5.29 – Comportamento do campo de velocidades para canal sem isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$ Figura 5.30 – Comportamento das isothermas para canal com isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

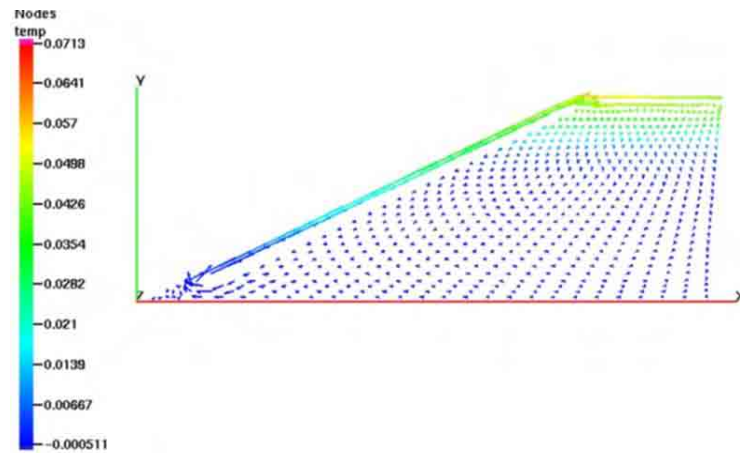
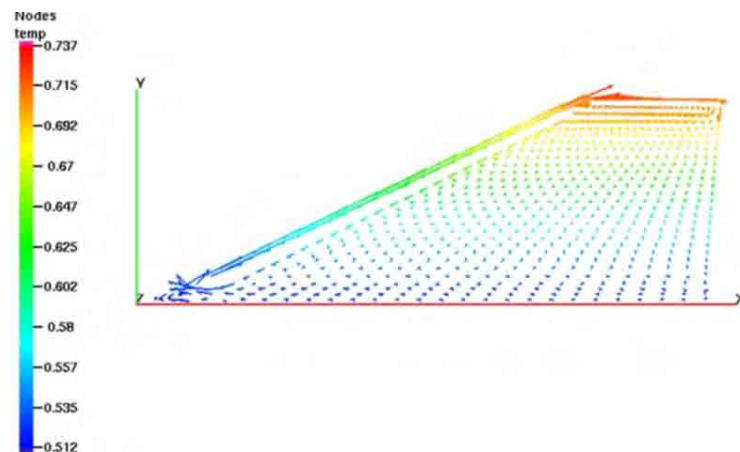
a) $\tau = 0,005$ b) $\tau = 0,50$

Figura 5.31 – Comportamento do campo de velocidades para canal com isolamento ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

Analisando a figura 5.28 e 5.30, verifica-se que não há diferenças aparentes entre os perfis de temperatura do tanque com canal não-isolado e o tanque sem canal apresentado na figura 5.22. Por não ter isolamento o canal funcionou como “by-pass” térmico, ou seja, o transporte de energia por difusão para o interior do tanque ocorreu da mesma maneira que no dispositivo sem o canal.

O perfil de velocidades mostra que ocorreu circulação em torno do canal, porém sem grandes diferenças do tanque sem canal.

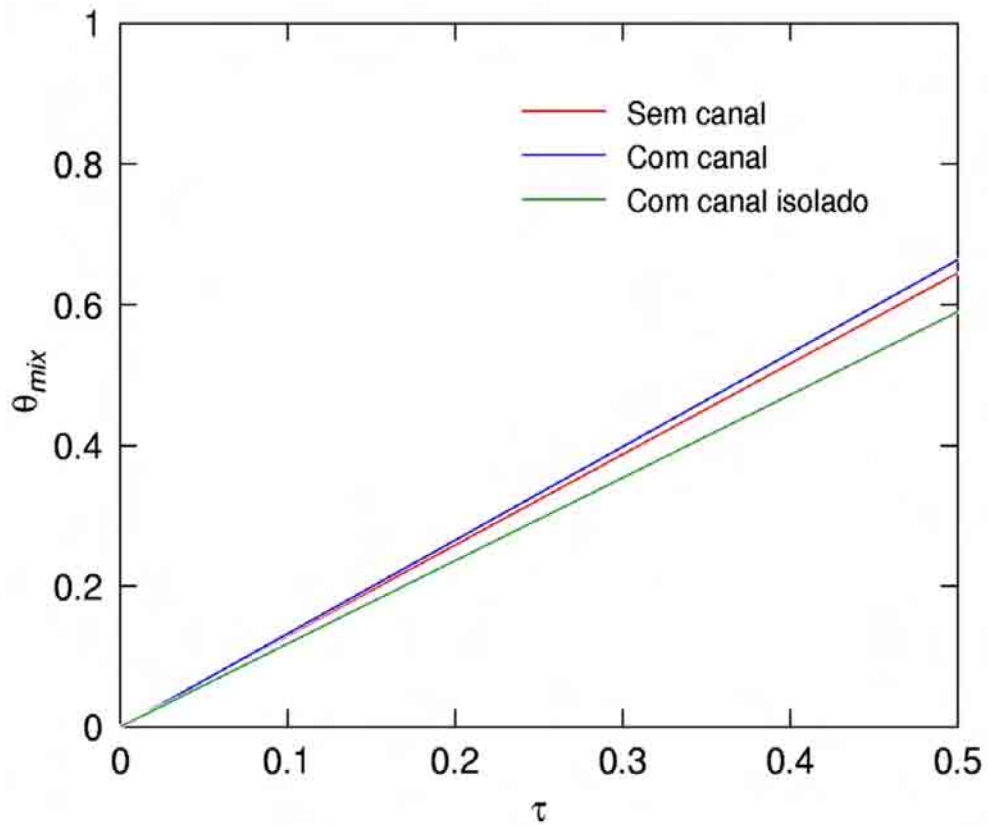


Figura 5.32 – Evolução da temperatura de mistura para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

É possível observar que a presença do canal isolado, embora possa haver alguma influência de natureza numérica, apresenta uma diminuição na quantidade de energia armazenada, conforme mostra o gráfico da evolução da temperatura de mistura para os três tanques, na figura 5.32.

Este fato pode ser confirmado no gráfico de evolução das velocidades máximas U e V , apresentadas nas figuras 5.33 e 5.34, onde é possível observar que a presença do canal isolado provoca diminuição nestas velocidades.

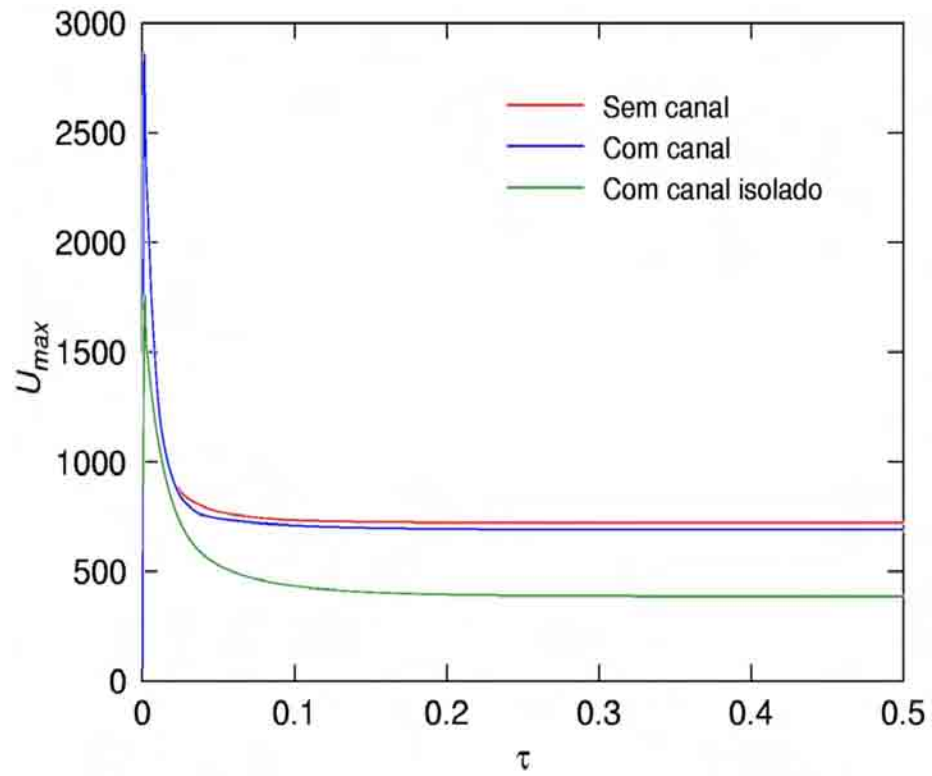


Figura 5.33 – Evolução da velocidade máxima U para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

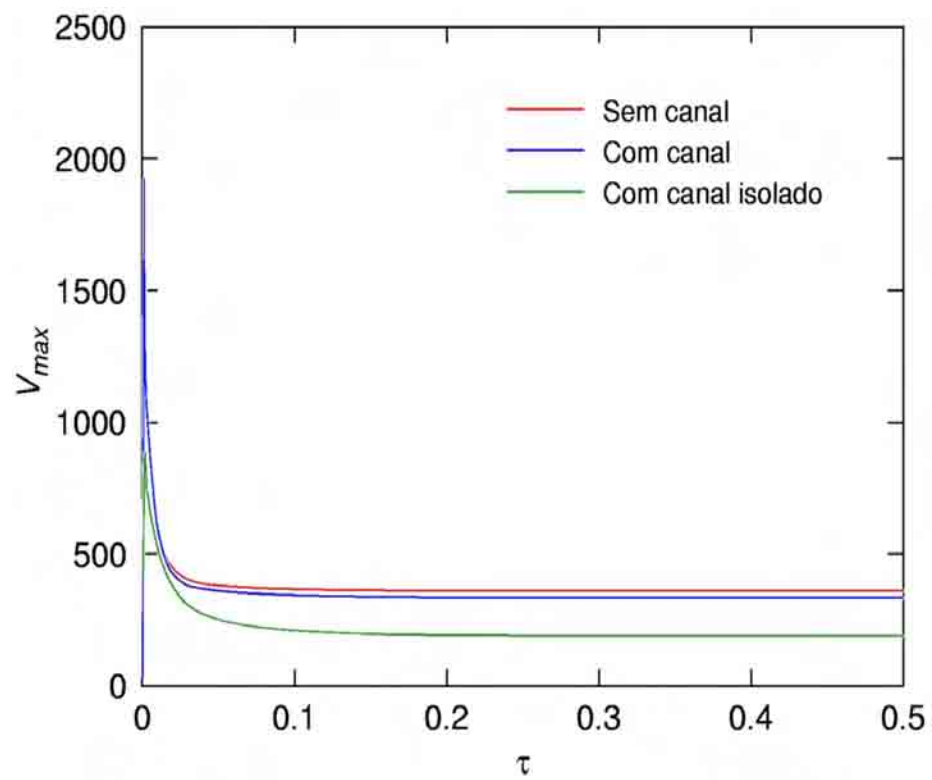


Figura 5.34 – Evolução da velocidade máxima V para os tanque avaliados ($Ra=10^9$, $Pr=3,5$)

Capítulo 7

Conclusões e sugestões

Neste trabalho foi desenvolvida uma formulação para simulação do processo de convecção natural em uma geometria típica de dispositivos do tipo coletor solar integrado ao tanque armazenador. Foram avaliados diversos aspectos relacionados ao escoamento visando otimização da geometria para obtenção de eficiência no carregamento e estratificação do fluido no interior do tanque.

A formulação do problema utilizando o método dos elementos finitos utilizando superelementos produziu bons resultados como pôde ser verificado na validação do problema. A solução para uma geometria tradicional (quadrada) foi comparada com resultados da literatura obtendo-se boa concordância. Ainda na validação do método, foram obtidos resultados para a geometria trapezoidal utilizando diferentes malhas e fatores de deformação dos elementos. Verificou-se que as malhas com fator de deformação maior apresentaram maior precisão nos resultados mesmo comparadas com malhas mais refinadas, porém com fator de deformação igual a 1. Entretanto, a inclusão do fator de deformação provocou oscilações nos valores obtidos nos elementos da junção dos superelementos.

Quanto aos resultados, inicialmente foi comparada a solução para a geometria trapezoidal com água e com dois tipos de condição de contorno: temperatura imposta e fluxo de calor constante na parede inclinada. Esta comparação serviu para verificar as principais diferenças entre a aplicação das duas condições de contorno. O caso de fluxo de calor constante representa melhor a situação real de operação de um dispositivo como o estudado

neste trabalho. A análise física dos resultados mostrou que o método pode ser usado com tal condição de contorno sem problemas na obtenção dos resultados.

Após avaliação da condição de contorno aplicada, foi feita uma análise da influência da intensidade do escoamento natural representada pelo número de Rayleigh. Verificou-se que quanto maior o número de Rayleigh, mais intenso é o escoamento natural, o que melhora o fenômeno da estratificação térmica no interior do tanque. Para números de Rayleigh muito baixos (ordem de 10^3) o transporte de energia por convecção praticamente inexistente e o transporte por difusão é predominante. Na prática o número de Rayleigh para escoamento de água no interior do coletor integrado é da ordem de 10^{12} , caracterizando o regime do escoamento como turbulento. No entanto, o modelo desenvolvido é aplicável com segurança somente para escoamento laminar, ou seja com número de Rayleigh até 10^9 .

Finalizando o trabalho, foram avaliados diversos parâmetros de projeto na geometria proposta buscando fornecer subsídios necessários para otimização do processo de carregamento do tanque e do fenômeno da estratificação térmica.

Verificou-se que, para o mesmo volume de tanque, mesma altura e mesmo ângulo da parede inclinada, maiores razões de aspecto melhoram o processo de carregamento devido a maior área de troca de calor obtida.

Algumas propostas para trabalhos futuros seriam: implementação de um modelo de turbulência para avaliação do processo com números de Rayleigh superiores a 10^9 , estudo da variação da carga de radiação e das perdas de energia no período noturno, avaliação da inclusão de uma válvula de retenção junto ao canal direcionador para evitar fluxo reverso durante o período noturno, análise experimental do dispositivo para comparação com os resultados do modelo numérico.

Referências bibliográficas

ALBERT, M., O'NEIL, K. Moving boundary-moving mesh analysis of phase change using finite elements with transfinite mappings. *Int. J. For Numerical Methods in Engineering*, v. 23, p. 591-607, 1986

ALIZADEH, S. An experimental and numerical study of thermal. *Solar Energy*, v. 66, n. 6, p. 409-421, 1999.

BOJIC, M., KALOGIROU, S., PETRONIJEVIC, K. Simulation of a solar domestic water heating using a time march model. *Renewable Energy*, v. 27, p. 441-452, 2002.

BUZAS, J. et al. Modelling and simulation aspects of a solar hot water system. *Mathematics an Computers in Simulation*, v. 48, n. 1, p. 33-46, 1998.

CABELLI, A. Storage tanks: A numerical experiment. *Solar Energy*, v. 19, p. 45-54, 1977.

CARROCCI, L. R. Análise teórica e experimental de um armazenador de calor sensível estratificado. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1987.

CHAURASIA, P., TWIDELL, J. Collector cum storage solar water heaters with and without transparente insulation material. *Solar Energy*, v. 70, n. 5, p. 403-416, 2000.

CHAURASIA, P. B. L. Solar water heaters based on concrete collectors. *Energy*, v. 25, p. 703-716, 2000.

CHAN, A. M., SMEREKA, P. S., GIUSTI, D. A numerical study of transiente mixed convection flows in a thermal storage tank. *Journal of Solar Engineering*, v. 105, p. 246-253, 1983.

CRESESB. *Centro de referência para energia solar e eólica Sérgio de Salvo Brito*. Disponível em <www.cresesb.cepel.br/tutorial/solar/apstenergiasolar.htm> Acesso em: 20 set. 2004.

CRUZ, J. M. S., HAMMOND, G. P., REIS, A. J. P. S. Thermal performance of a trapezoidal-shaped solar collector/energy store. *Applied Energy*, v. 73, p. 195-212, 2002.

DAVIS, G. V. Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. *Int. J. For Numerical Methods in Fluids*, v. 3, p. 249-264, 1983.

DAVIS, G. V., JONES, I. Natural convection in a square cavity: a comparison exercise. *Int. J. For Numerical Methods in Fluids*, v. 3, p. 227-248, 1983.

DHATT, G., TOUZOT, G. *The Finite Element Method Displayed*. [S.I.]: John Wiley & Sons, 1984.

DUFFIE, J. A., BECKMAN, W. A. *Solar Engineering of Thermal Processes*. [S.I.]: John Wiley & Sons, 1980.

FAIMAN, D., HAZAN, H., LAUFER, I. Reducing the heat loss at night from solar water heaters of the integrated collector-storage variety. *Solar Energy*, v. 71, n. 2, p. 87-93, 2001.

GADI, M. B. Design and simulation of a new energy-conscious system (CFD and solar simulation). *Applied Energy*, v. 65, p. 251-256, 2000.

GARG, H. P., AVANTI, P., DATTA, G. Development of nomogram for performance prediction of integrated collector-storage (ICS) solar water heating systems. *Renewable*

Energy, v. 14, n. 1-4, p. 11-16, 1998.

GOETZBERGER, A. Synergies in solar energy. *Solar Energy*, v. 57, n. 6, p. 415-420, 1996.

GUO, K. L., WU, S. T. Numerical study of flow and temperature stratifications in a liquid storage tank. *Journal of Solar Energy Engineering*, v. 107, p. 15-20, 1983.

HILMER, F. et al. Numerical solution and validation of a dynamic model of solar collector working with varying fluid flow rate. *Solar Energy*, v. 65, n. 5, p. 305-321, 1999.

HUSSAIN, M., URMEE, T. P. Design and fabrication of low cost solar water heaters. *WREC*, 1996.

ISMAIL, K. R., SCALON, V. L. A finite element free convection model for the side wall heated cavity. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, v. 43, n. 8, p. 1373-1389, 2000.

JOUDI, K. A., AK-TABBAKH, A. A. Computer simulation of a two phase thermosyphon solar domestic hot water heating system. *Energy Conversion and Management*, v. 40, n. 7, p. 775-793, 1999.

KAPTAN, I. N., KILIC, A. A theoretical and experimental investigation of a novel built-in-storage solar water heater. *Solar Energy*, v. 57, n. 5, p. 393-400, 1996.

KARAGHOULI, A. A., ALNASER, W. E. Experimental study on thermosyphon solar water heater in Bahrain. *Renewable Energy*, v. 24, n. 3-4, p. 389-396, 2001.

KHALIFA, A. J., MEHDI, M. M., On the verification of one dimensional heat flow in a horizontal thermosyphon storage tank. *Energy Conversion and Management*, v. 40, n. 9, p. 961-974, 1999.

LEI, C., PATTERSON, J. C. Natural convection in a reservoir sidearm subject to solar

radiation: a two-dimensional simulation. *Numerical Heat Transfer*, v. 42, p. 13-32, 2002.

MATHIOULAKIS, E., BELESSIOTIS, V. A new heat-pipe solar domestic hot water system. *Solar Energy*, v. 72, n. 1, p. 13-20, 2002.

MOHAMAD, A. A. Integrated solar collector-storage tank system with thermal diode. *Solar Energy*, v. 61, n. 3, p. 211-218, 1997.

MOHSEN, M. S., AKASH, B. A. On integrated solar water heating system. *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, v. 29, n. 1, p. 135-140, 2002.

NAHAR, N. M. Year round performance and potential of a natural circulation type of solar water heater in India. *Energy and Buildings*, v. 35, n. 3, p. 239-247, 2003.

PADILHA, A. *Estocagem por estratificação térmica de líquido em reservatório*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE-RJ), 1982.

PATANKAR, S. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. [S.I.]: Hemisphere Pub., 1980.

RATTI, C., MUJUNDAR, A. S. Solar drying of foods: modeling and numerical simulation. *Solar Energy*, v. 60, n. 3/4, p. 151-157, 1997.

REDDY, K. S., KAUSHIKA, N. D. Comparative study of transparent insulation materials cover systems for integrated-collector-storage solar water heaters. *Solar Energy Materials & Solar Cells*, v. 58, p. 431-446, 1999.

REUSS, M. et al. Modelling and experimental investigation of a pilot plant for solar drying. *Solar Energy*, v. 59, n. 4-6, p. 259-270, 1997.

RICE, J., SCHNIPKE, R. An equi-order velocity pressure formulation that does not exhibit spurious pressure modes. *Comp. Meth. Applied Mechanical Eng.*, v. 58, p. 135-149, 1986.

ROSENGARTEN, G., MORRISON, G., BEHNIA, M. A second law approach to characterising thermally stratified hot water storage with application to solar water heaters. *Journal of Solar Energy Engineering*, v. 121, p. 194-200, 1999.

SCALON, V. L. *Estudo de mudança de fase em geometria plana aletada incluindo os efeitos convectivos*. Dissertação (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1998.

SMYTH, M., EAMES, P., NORTON, B. A comparative performance rating for an integrated solar collector/storage vessel with inner sleeves to increase heat retention. *Solar Energy*, v. 66, n. 4, p. 291-303, 1999.

SMYTH, M., EAMES, P., NORTON, B. Annual performance of heating retaining integrated collector/storage solar water heaters in a northern maritime climate. *Solar Energy*, v. 70, n. 5, p. 391-401, 2000.

SMYTH, M., EAMES, P., NORTON, B. Heat retaining integrated collector/storage solar heaters. *Solar Energy*, v. 75, p. 27-34, 2004.

TIWARI, G. N., HONG, D. D., GOYAL, R. K. A low cost solar water heater suitable for rural, as well as urban, areas of Vietnam. *Energy Centers Management*, v. 39, n. 9, p. 953-962, 1998.

TONG, W. Aspect ratio effect on natural convection in water near its density maximum temperature. *Heat and Fluid Flow*, v. 20, p. 624-633, 1999.

TRIPANAGNOSTOPOULOS, Y., SOULIOTIS, M. Integrated collector storage solar systems with asymmetric CPC reflectors. *Renewable Energy*, v. 29, n. 2, p. 223-248, 2004.

TRIPANAGNOSTOPOULOS, Y., YANOULIS, P. CPC solar collectors with multichannel

absorber. *Solar Energy*, v. 58, n. 1-3, p. 49-61, 1996.

TSILINGIRIS, P. T. Solar water-heating system design – a new simplified dynamic approach.. *Solar Energy*, v. 57, n. 1, p. 19-28, 1996.

TSILINGIRIS, P. T. Design, analisys and performance of low-cost plastic film large solar water heating systems. *Solar Energy*, v. 60, n. 5, p. 245-256, 1997.

YEE, C. K., LAI, F. C. Effects of porous manifold on thermal stratification in a liquid storage tank. *Solar Energy*, v. 71, n. 4, p. 241-254, 2001.

ZACHAR, A., FARKAS, I., SZLIVKA, F. Numerical analisys of the impact of plates for thermal stratification inside a storage tank with upper and lower inlet flows. *Solar Energy*, v. 74, n. 4, p. 287-302, 2003.