

Rafael Pavan

Método Híbrido de Enxame de Partículas de  
Aprendizagem Abrangente com  
*Branch-and-Bound* e Programação  
Quadrática Sequencial para Resolução de  
Problemas do Fluxo de Potência Ótimo com  
Variáveis Discretas

Bauru - SP

Fevereiro de 2023



Rafael Pavan

**Método Híbrido de Enxame de Partículas de  
Aprendizagem Abrangente com *Branch-and-Bound* e  
Programação Quadrática Sequencial para Resolução  
de Problemas do Fluxo de Potência Ótimo com  
Variáveis Discretas**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Câmpus de Bauru, como um dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Bauru

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Edilaine Martins Soler

Coorientador: Prof. Dr. Diego Nunes da Silva

Bauru - SP

Fevereiro de 2023

Pavan, Rafael.

Método Híbrido de Enxame de Partículas de Aprendizagem  
Abrangente com Branch-and-Bound e Programação Quadrática  
Sequencial para Resolução de Problemas do Fluxo de Potência  
Ótimo com Variáveis Discretas / Rafael Pavan, 2023  
181 f. : il.

Orientadora: Edilaine Martins Soler  
Coorientador: Diego Nunes da Silva

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual  
Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2023

1. Problema de Fluxo de Potência Ótimo. 2. Enxame de  
Partículas de Aprendizagem Abrangente. 3. Programação  
Quadrática Sequencial. 4. Branch-and-Bound. I. Universidade  
Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE RAFAEL PAVAN, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 10 dias do mês de fevereiro do ano de 2023, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de RAFAEL PAVAN, intitulada **MÉTODO HÍBRIDO DE ENXAME DE PARTÍCULAS DE APRENDIZAGEM ABRANGENTE COM BRANCH-AND-BOUND E PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM VARIÁVEIS DISCRETAS**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA (Co-orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Matematica / Instituto Federal de Educacao Ciencia e Tecnologia de Sao Paulo IFSP, Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Eletrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof.Dr. GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade de São Paulo/São Carlos. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: aprovado \_\_\_\_\_. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

  
Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA

*Aos meus pais Maria Tereza Covre Pavan e Marco Antonio Pavan, por todo o suporte e esforço concedidos durante esses anos de estudo; à minha avó Rosa Covre (in memoriam), por todo amor e carinho recebido durante minha vida; ao meu avô Arlindo Covre (in memoriam) por despertar em mim a curiosidade e a vontade de aprender.*

# AGRADECIMENTOS

À minha noiva Nicole Leitner, por ter me encorajado a seguir este caminho e por sempre estar ao meu lado compartilhando sua vida e o seu tempo.

À minha orientadora, professora Dr<sup>a</sup> Edilaine Martins Soler, e ao meu coorientador, professor Dr<sup>o</sup> Diego Nunes da Silva por terem me aceitado como orientando e terem compartilhado todo os seus conhecimentos ao longo da realização deste trabalho.

À Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” e à Faculdade de Engenharia de Bauru, com seus professores, técnicos e demais funcionários, que me permitiram alcançar essa etapa da minha vida.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro concedido.



*“Olhem de novo esse ponto. É aqui, é a nossa casa, somos nós. Nele, todos a quem ama, todos a quem conhece, qualquer um sobre quem você ouviu falar, cada ser humano que já existiu, viveram as suas vidas. O conjunto da nossa alegria e nosso sofrimento, milhares de religiões, ideologias e doutrinas econômicas, cada caçador e coletor, cada herói e covarde, cada criador e destruidor da civilização, cada rei e camponês, cada jovem casal de namorados, cada mãe e pai, criança cheia de esperança, inventor e explorador, cada professor de ética, cada político corrupto, cada “superestrela”, cada “líder supremo”, cada santo e pecador na história da nossa espécie viveu ali - em um grão de pó suspenso num raio de sol.”*

***Carl Sagan***



# RESUMO

No problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o objetivo é determinar um ponto de operação para o sistema elétrico de potência que atenda às suas restrições operacionais e físicas, ao mesmo tempo que se otimiza algum critério de desempenho da rede. O objetivo deste trabalho é desenvolver um método híbrido de otimização, também denominado *matheurística*, para a resolução dos seguintes subproblemas do FPO: Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula, Zonas de Operação Proibidas e Representação da Transmissão (DE-PCV-ZOP-RT) e Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), ambos com variáveis discretas e contínuas. O problema de DE-PCV-ZOP-RT, pode ser formulado como um problema de otimização restrito, não convexo, não diferenciável e multimodal que tem por finalidade determinar a geração de potência ativa nas unidades geradoras, minimizando o custo de combustível ao mesmo tempo que as restrições do sistema são atendidas. Já o problema de FPOR, que pode ser formulado como um problema de otimização restrito, não linear e não convexo, tem por finalidade a minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão através do controle das variáveis associadas ao fluxo de potência reativa, atendendo-se também às restrições do sistema. Neste trabalho, propõe-se utilizar um método híbrido que integra a metaheurística de Enxame de Partículas de Aprendizagem Abrangente com os métodos determinísticos: Newton-Raphson e *Branch-and-Bound* com Programação Quadrática Sequencial. Além disso, também é proposta uma nova estratégia para o tratamento das variáveis discretas e das ZOP durante a execução da metaheurística. O método desenvolvido visa utilizar a capacidade de busca global da metaheurística com a capacidade de busca local direcionada pelo gradiente do método determinístico para encontrar melhores soluções para os subproblemas DE-PCV-ZOP-RT e FPOR. Experimentos numéricos foram realizados nos casos testes de 13, 19 e 40 geradores e nos sistemas elétricos do IEEE de 118 e 300 barras. Os testes mostraram a eficiência do método híbrido proposto na resolução dos problemas abordados, obtendo soluções de boa qualidade quando comparadas a *solvers*, metaheurísticas e métodos encontrados na literatura.

**Palavras-chave:** Fluxo de Potência Ótimo, Programação Quadrática Sequencial, Enxame de Partículas de Aprendizagem Abrangente, Newton-Raphson, Branch-and-Bound, Otimização Não-Linear.



# ABSTRACT

In an Optimal Power Flow (OPF) problem, the goal is to determine an electric power system operating point that satisfies its operating and physical constraints while optimizing some network performance indicator. The goal of this work is to develop a hybrid optimization method, also known as matheuristic, to solve the following OPF subproblems: Network Constrained Economic Dispatch with Valve Point Loading Effects and Prohibited Operating Zones (NC-ED-VPLE-ZOP) and Optimal Reactive Power Flow (ORPF), both with discrete and continuous variables. The NC-ED-VPLE-ZOP problem can be formulated as a constrained, non-convex, non-differentiable and multimodal optimization problem that aims to determine the active power generation in the generating units in order to minimize the fuel costs, at the same time the EPS constraints are met. On the other hand, the ORPF problem can be formulated as a constrained, non-linear, non-convex optimization problem that aims to minimize the active power losses in transmission lines by controlling the variables associated with the reactive power flow while meeting the EPS constraints. In this work, it is proposed the application of a hybrid method that integrates the Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization metaheuristic with the deterministic methods: Newton-Raphson and Branch-and-Bound with Sequential Quadratic Programming. In addition, it is also proposed a new strategy to handle the discrete variables and POZ during the execution of the metaheuristic. The developed algorithm aims to use the global search ability of the metaheuristic with the gradient based local search ability of deterministic method in order to find better solutions for the NC-EC-VPLE-POZ and ORPF subproblems. Numerical experiments were performed on test cases of 13, 19 and 40 generators and on IEEE electrical systems of 118 and 300 buses. The tests results showed the efficiency of the proposed algorithm for solving the problems addressed, obtaining good quality solutions when compared to solvers, metaheuristics and other methods that can be found in the literature.

**Keywords:** Optimal Power Flow (OPF), Sequential Quadratic Programming (SQP), Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization (CLPSO), Newton-Raphson (NR), *Branch-and-Bound*, Non-Linear Optimization.



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 2.1 – Representação do transformador em-fase. . . . .                                                                | 32  |
| Figura 2.2 – Função custo com e sem representação dos efeitos de PCV. . . . .                                               | 35  |
| Figura 2.3 – Função custo com e sem representação dos efeitos de PCV e ZOP. . . . .                                         | 37  |
| Figura 4.1 – Movimento da partícula na: a) iteração $k$ . b) iteração $k + 1$ . . . . .                                     | 58  |
| Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo PSO. . . . .                                                                           | 58  |
| Figura 4.3 – Fluxograma da estratégia de aprendizagem abrangente. . . . .                                                   | 63  |
| Figura 4.4 – Fluxograma do algoritmo CLPSO. . . . .                                                                         | 65  |
| Figura 4.5 – Movimento de uma partícula com o operador de ajuste tradicional. . . . .                                       | 67  |
| Figura 4.6 – Movimento de uma partícula com o operador de ajuste e restauração<br>proposto. . . . .                         | 67  |
| Figura 4.7 – Exemplo de uma “árvore” gerada pelo método BB. . . . .                                                         | 72  |
| Figura 4.8 – Fluxograma do método híbrido para o problema de DE com PCV. . . . .                                            | 83  |
| Figura 4.9 – Fluxograma do método híbrido para o problema de DE com PCV, ZOP<br>e RT. . . . .                               | 89  |
| Figura 4.10 – Fluxograma do método híbrido para o problema de FPOR. . . . .                                                 | 91  |
| Figura 5.1 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO<br>(caso 1). . . . .                      | 95  |
| Figura 5.2 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO<br>(caso 2). . . . .                      | 98  |
| Figura 5.3 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO<br>(caso 3). . . . .                      | 102 |
| Figura 5.4 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO<br>no sistema IEEE de 118 barras. . . . . | 108 |
| Figura 5.5 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema<br>IEEE de 118 barras. . . . .                | 108 |
| Figura 5.6 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema<br>IEEE de 118 barras . . . . .                  | 109 |
| Figura 5.7 – <i>Taps</i> obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de<br>118 barras. . . . .                     | 109 |
| Figura 5.8 – Média das curvas de convergência para a metaheurística CLPSO-AR<br>no sistema IEEE de 300 barras. . . . .      | 114 |
| Figura 5.9 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema<br>IEEE de 300 barras. . . . .                | 114 |
| Figura 5.10 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema<br>IEEE de 300 barras. . . . .                  | 115 |

|                                                                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 5.11– <i>Taps</i> obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 300 barras. . . . .                                  | 115 |
| Figura 5.12–Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO no sistema IEEE de 118 barras para o caso 1. . . . . | 120 |
| Figura 5.13–Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO no sistema IEEE de 118 barras para o caso 2. . . . . | 120 |
| Figura 5.14–Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2. . . . .                                            | 121 |
| Figura 5.15–Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.                                                       | 121 |
| Figura 5.16– <i>Taps</i> obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2. . . . .                                                    | 122 |
| Figura 5.17–Média das curvas de convergência para a metaheurística CLPSO no sistema IEEE de 300 barras. . . . .                       | 125 |
| Figura 5.18–Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras. . . . .                              | 125 |
| Figura 5.19–Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras. . . . .                                 | 126 |
| Figura 5.20– <i>Taps</i> obtidos pelo método CLPSO-SQP-BB no sistema IEEE de 300 barras. . . . .                                      | 126 |
| Figura A.1–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (caso 1). . . . .                                                          | 141 |
| Figura A.2–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (caso 1). . . . .                                                          | 141 |
| Figura A.3–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (caso 1). . . . .                                                          | 141 |
| Figura A.4–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (caso 1). . . . .                                                          | 142 |
| Figura A.5–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (caso 2). . . . .                                                          | 143 |
| Figura A.6–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (caso 2). . . . .                                                          | 143 |
| Figura A.7–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (caso 2). . . . .                                                          | 144 |
| Figura A.8–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (caso 2). . . . .                                                          | 144 |
| Figura A.9–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (caso 3). . . . .                                                          | 146 |
| Figura A.10–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (caso 3). . . . .                                                         | 146 |
| Figura A.11–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (caso 3). . . . .                                                         | 146 |
| Figura A.12–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (caso 3). . . . .                                                         | 147 |
| Figura C.1–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . .                                                   | 157 |
| Figura C.2–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . .                                                   | 157 |
| Figura C.3–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . .                                                   | 158 |
| Figura C.4–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . .                                                   | 158 |
| Figura C.5–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (FPOR). . . . .                                                            | 158 |
| Figura C.6–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (FPOR). . . . .                                                            | 159 |
| Figura C.7–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (FPOR). . . . .                                                            | 159 |
| Figura C.8–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (FPOR). . . . .                                                            | 159 |
| Figura C.9–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . .                                                   | 177 |

|                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura C.10–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . . | 177 |
| Figura C.11–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . . | 178 |
| Figura C.12–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (DE-PCV-ZOP-RT). . . . . | 178 |
| Figura C.13–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 0$ (FPOR). . . . .          | 178 |
| Figura C.14–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 1$ (FPOR). . . . .          | 179 |
| Figura C.15–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 2$ (FPOR). . . . .          | 179 |
| Figura C.16–Configurações de $c$ e $p_t$ para $r^{gap} = 3$ (FPOR). . . . .          | 179 |



# LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 3.1 – Algoritmos híbridos de PSO com métodos determinísticos para resolução dos subproblemas do FPO. . . . .                                         | 51  |
| Tabela 3.2 – Algoritmos híbridos de PSO com metaheurísticas para resolução dos subproblemas do FPO. . . . .                                                 | 52  |
| Tabela 5.1 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO. . . . .                                                                                            | 94  |
| Tabela 5.2 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 1. . . . .                              | 94  |
| Tabela 5.3 – Melhores soluções obtidas pelos métodos ED-BFGS, PSO-SQP, CLPSO e CLPSO-SQP para o caso 1. . . . .                                             | 96  |
| Tabela 5.4 – Dados de desempenho dos métodos no caso 1. . . . .                                                                                             | 96  |
| Tabela 5.5 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO. . . . .                                                                                            | 97  |
| Tabela 5.6 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 2. . . . .                              | 97  |
| Tabela 5.7 – Dados de desempenho dos métodos no caso 2. . . . .                                                                                             | 98  |
| Tabela 5.8 – Melhores soluções obtidas no caso 2 pelos métodos ED-BFGS, PDPC-BLM, CLPSO e CLPSO-SQP. . . . .                                                | 99  |
| Tabela 5.9 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO. . . . .                                                                                            | 100 |
| Tabela 5.10–Valores mínimos, médios e desvios-padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 3. . . . .                               | 100 |
| Tabela 5.11–Melhores soluções obtidas no caso 3 pelos métodos ED-BFGS, FPSOGSA, CLPSO e CLPSO-SQP. . . . .                                                  | 101 |
| Tabela 5.12–Dados de desempenho dos métodos no caso 3. . . . .                                                                                              | 102 |
| Tabela 5.13–ZOP dos geradores do sistema elétrico IEEE de 118 barras. . . . .                                                                               | 104 |
| Tabela 5.14–Susceptâncias dos bancos de capacitores e reatores <i>shunt</i> do sistema elétrico IEEE de 118 barras. . . . .                                 | 105 |
| Tabela 5.15–Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO. . . . .                                                                                             | 105 |
| Tabela 5.16–Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV, ZOP e RT no sistema IEEE de 118 barras. . . . . | 106 |
| Tabela 5.17–Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 118 barras. . . . .                                                                          | 106 |
| Tabela 5.18–Melhor solução de potência ativa obtida pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras. . . . .                                         | 107 |
| Tabela 5.19–Susceptâncias <i>shunt</i> obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 118 barras. . . . .                                          | 110 |
| Tabela 5.20–Susceptâncias dos bancos de capacitores e reatores <i>shunt</i> do sistema elétrico IEEE de 300 barras. . . . .                                 | 111 |
| Tabela 5.21–Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO. . . . .                                                                                             | 111 |

|                                                                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 5.22–Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV, ZOP e RT no sistema IEEE de 300 barras. | 112 |
| Tabela 5.23–Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 300 barras.                                                                          | 112 |
| Tabela 5.24–Melhor solução de potência ativa obtida pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.                                         | 113 |
| Tabela 5.25–Susceptâncias <i>shunt</i> obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 300 barras.                                          | 116 |
| Tabela 5.26–Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.                                                                                             | 118 |
| Tabela 5.27–Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função perdas do problema de FPOR no sistema IEEE de 118 barras.                | 118 |
| Tabela 5.28–Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 118 barras.                                                                          | 119 |
| Tabela 5.29–Susceptâncias <i>shunt</i> obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.                                                            | 122 |
| Tabela 5.30–Hiperparâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.                                                                                        | 124 |
| Tabela 5.31–Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função perdas do problema de FPOR no sistema IEEE de 300 barras.                | 124 |
| Tabela 5.32–Dados das desempenhos dos métodos no sistema IEEE de 300 barras.                                                                        | 124 |
| Tabela 5.33–Susceptâncias <i>shunt</i> obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.                                              | 127 |
| Tabela A.1–Dados para o caso 1 (Demanda: $P^D = 2520$ MW).                                                                                          | 140 |
| Tabela A.2–Dados para o caso 2 (Demanda: $P^D = 2908$ MW).                                                                                          | 142 |
| Tabela A.3–Dados para o caso 3 (Demanda: $P^D = 10500$ MW).                                                                                         | 145 |
| Tabela C.1–Dados dos geradores (Sistema IEEE de 118 barras).                                                                                        | 149 |
| Tabela C.2–Dados de ramo (Sistema IEEE de 118 barras).                                                                                              | 153 |
| Tabela C.3–Dados dos geradores (Sistema IEEE de 300 barras).                                                                                        | 160 |
| Tabela C.4–Dados de barra (Sistema IEEE de 300 barras).                                                                                             | 161 |
| Tabela C.5–Dados de ramo (Sistema IEEE de 300 barras).                                                                                              | 168 |

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|          |                                                                                  |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|
| ACO      | <i>Ant Colony Optimization</i>                                                   |
| ALO      | <i>Ant Lion Optimization</i>                                                     |
| BFGS     | Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno                                                 |
| CLPSO    | <i>Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization</i>                        |
| CPSO     | <i>Chaotic Particle Swarm Optimization</i>                                       |
| CPSO-SQP | <i>Chaotic Particle Swarm Optimization with Sequential Quadratic Programming</i> |
| DE       | Despacho Econômico                                                               |
| DT       | Desvio de Tensão                                                                 |
| ED       | <i>Differential Evolution</i>                                                    |
| ED-BFGS  | <i>Differential Evolution with BFGS</i>                                          |
| EGP      | Emissão de Gases Poluentes                                                       |
| ESOA     | <i>Enhanced Simple Swarm Optimization Algorithm</i>                              |
| EP       | <i>Evolutionary Programming</i>                                                  |
| EP-SQP   | <i>Evolutionary Programming with Sequential Quadratic Programming</i>            |
| GHz      | Gigahertz                                                                        |
| GM       | <i>Gradient Method</i>                                                           |
| FA       | <i>Firefly Algorithm</i>                                                         |
| FP       | Fluxo de Potência                                                                |
| FPO      | Fluxo de Potência Ótimo                                                          |
| FPOR     | Fluxo de Potência Ótimo Reativo                                                  |
| FPSOGSA  | <i>Fuzzy Particle Swarm Optimization with Gravitational Search Algorithm</i>     |
| GA       | <i>Genetic Algorithm</i>                                                         |
| GC       | Gradiente Conjugado                                                              |

|           |                                                                          |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------|
| GSA       | <i>Gravitational Search Algorithm</i>                                    |
| IEA       | <i>International Energy Agency</i>                                       |
| IEEE      | <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>                 |
| IET       | Índice de Estabilidade de Tensão                                         |
| KKT       | Karush-Kuhn-Tucker                                                       |
| MAS       | <i>Multiagent Systems</i>                                                |
| MC        | Múltiplos Combustíveis                                                   |
| MPI       | Método de Pontos Interiores                                              |
| MPSO      | <i>Modified Particle Swarm Optimization</i>                              |
| MVAr      | Mega-volt-ampère-reactivo                                                |
| MW        | Megawatt                                                                 |
| NR        | Newton-Raphson                                                           |
| PCV       | Ponto de Carregamento de Válvula                                         |
| PDPCBLM   | Primal Dual Previsor Corretor com Barreira Logarítmica Modificada        |
| PIM       | Programação Inteira Mista                                                |
| PNLIM     | Programação Não Linear Inteira Mista                                     |
| PSO       | <i>Particle Swarm Optimization</i>                                       |
| PSO-SQP   | <i>Particle Swarm Optimization with Sequential Quadratic Programming</i> |
| PQ        | Barra de Carga                                                           |
| PV        | Barra de Geração                                                         |
| $P\theta$ | Barra de Referência                                                      |
| pu        | Por unidade                                                              |
| RAM       | <i>Random Access Memory</i>                                              |
| RT        | Representação da Transmissão                                             |
| SA        | <i>Simulated Annealing</i>                                               |
| SEP       | Sistemas Elétricos de Potência                                           |

|        |                                                               |
|--------|---------------------------------------------------------------|
| SQP    | <i>Sequential Quadratic Programming</i>                       |
| SQP-BB | <i>Sequential Quadratic Programming with Branch-and-Bound</i> |
| TLR    | Taxa Limite de Rampa                                          |
| TS     | <i>Tabu Search</i>                                            |
| ZOP    | Zonas de Operação Proibidas                                   |



# SUMÁRIO

|       |                                                                                                                                                       |    |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1     | INTRODUÇÃO . . . . .                                                                                                                                  | 25 |
| 1.1   | Motivação . . . . .                                                                                                                                   | 25 |
| 1.2   | Objetivo . . . . .                                                                                                                                    | 27 |
| 1.3   | Justificativa . . . . .                                                                                                                               | 28 |
| 1.4   | Organização do Trabalho . . . . .                                                                                                                     | 28 |
| 2     | O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO . . . . .                                                                                                       | 29 |
| 2.1   | Nomenclatura . . . . .                                                                                                                                | 29 |
| 2.2   | O Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo . . . . .                                                                                               | 31 |
| 2.3   | O Problema de Despacho Econômico com Ponto de Carrega-<br>mento de Válvula, Zonas de Operação Proibidas e Representa-<br>ção da Transmissão . . . . . | 34 |
| 3     | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .                                                                                                                       | 38 |
| 3.1   | Abordagens Híbridas de PSO com Métodos Determinísticos . .                                                                                            | 40 |
| 3.2   | Abordagens Híbridas de PSO com Métodos Metaheurísticos . .                                                                                            | 45 |
| 3.3   | Análise Geral . . . . .                                                                                                                               | 50 |
| 4     | METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA . . . . .                                                                                                             | 55 |
| 4.1   | Metaheurística PSO . . . . .                                                                                                                          | 55 |
| 4.1.1 | Aprendizagem Abrangente . . . . .                                                                                                                     | 60 |
| 4.2   | Tratamento das Variáveis Discretas e ZOP na Metaheurística .                                                                                          | 66 |
| 4.3   | Método de NR . . . . .                                                                                                                                | 68 |
| 4.4   | Método BB . . . . .                                                                                                                                   | 70 |
| 4.5   | Método de SQP . . . . .                                                                                                                               | 72 |
| 4.6   | Método Híbrido . . . . .                                                                                                                              | 78 |
| 4.6.1 | Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula . . . . .                                                                                     | 78 |
| 4.6.2 | Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula, Zonas<br>de Operação Proibidas e Representação da Transmissão . . . . .                      | 83 |
| 4.6.3 | Fluxo de Potência Ótimo Reativo . . . . .                                                                                                             | 89 |
| 5     | TESTES NUMÉRICOS . . . . .                                                                                                                            | 93 |
| 5.1   | Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula .                                                                                             | 93 |
| 5.1.1 | Caso 1: 13 Unidades Geradoras . . . . .                                                                                                               | 93 |
| 5.1.2 | Caso 2: 19 Unidades Geradoras . . . . .                                                                                                               | 96 |
| 5.1.3 | Caso 3: 40 Unidades Geradoras . . . . .                                                                                                               | 99 |

|       |                                                                                                                        |     |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.2   | Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula,<br>Zonas de Operação Proibidas e Representação da Transmissão | 103 |
| 5.2.1 | Sistema Elétrico IEEE de 118 Barras                                                                                    | 104 |
| 5.2.2 | Sistema Elétrico IEEE de 300 Barras                                                                                    | 110 |
| 5.3   | Fluxo de Potência Ótimo Reativo                                                                                        | 116 |
| 5.3.1 | Sistema Elétrico IEEE de 118 Barras                                                                                    | 116 |
| 5.3.2 | Sistema Elétrico IEEE de 300 Barras                                                                                    | 123 |
| 6     | CONCLUSÕES                                                                                                             | 128 |
|       | REFERÊNCIAS                                                                                                            | 131 |
|       | APÊNDICES                                                                                                              | 139 |
|       | APÊNDICE A – DADOS DOS PROBLEMAS DE DE-PCV                                                                             | 140 |
| A.1   | Caso 1: 13 Unidades Geradoras                                                                                          | 140 |
| A.2   | Caso 2: 19 Unidades Geradoras                                                                                          | 142 |
| A.3   | Caso 3: 40 Unidades Geradoras                                                                                          | 144 |
|       | APÊNDICE B – DADOS DO PROBLEMA DE DE-PCV-ZOP-<br>RT                                                                    | 148 |
|       | APÊNDICE C – DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS IEEE                                                                         | 149 |
| C.1   | Sistema IEEE de 118 Barras                                                                                             | 149 |
| C.1.1 | Sistema IEEE de 300 Barras                                                                                             | 160 |

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são um dos mais complexos sistemas construídos pelo homem. Sua operação é realizada de forma que a geração de energia elétrica seja capaz de suprir a demanda do sistema, procurando-se obter um custo mínimo, máxima segurança e máxima qualidade (SILVA, 2019). Para alcançar tais objetivos, engenheiros e operadores necessitam de ferramentas sofisticadas com a finalidade de analisar, monitorar e controlar tais sistemas. Um dos maiores exemplos destas ferramentas é o Fluxo de Potência Ótimo (FPO) (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007).

O cálculo do Fluxo de Potência (FP) consiste em determinar o estado do sistema, bem como suas grandezas e a distribuição dos fluxos nas linhas de transmissão. Neste problema, o sistema elétrico é modelado de forma estática por um conjunto de equações e inequações algébricas que correspondem às Leis de Kirchhoff e às restrições operacionais do sistema, respectivamente. Nesta modelagem, as variações no tempo são consideradas suficientemente lentas de forma que os efeitos transitórios são ignorados (MONTICELLI, 1983). Já o problema de FPO, introduzido na década de 1960 (CARPENTIER, 1962), consiste em resolver o cálculo do FP encontrando um ponto de operação para o sistema que otimize uma determinada função objetivo.

O FPO é um termo genérico que representa diversos outros subproblemas do planejamento e operação de sistemas elétricos. Neste trabalho, serão abordadas as variantes: Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) e Despacho Econômico (DE) com Ponto de Carregamento de Válvula (PCV), Zonas de Operação Proibidas (ZOP) e Representação da Transmissão (RT). Em ambos os casos, os problemas são formulados matematicamente como problemas de programação não linear inteira-mista, estáticos, restritos e não convexos (SILVA, 2019). No caso do problema DE-PCV-ZOP-RT, a função objetivo também é não diferenciável, multimodal e descontínua (PINHEIRO et al., 2022).

O problema de FPOR, visa minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema elétrico através do ajuste das variáveis que estão relacionadas ao fluxo de potência reativa (SOLER; ASADA; COSTA, 2013). No problema de DE-PCV-ZOP-RT, o principal objetivo é reduzir o custo total da utilização de combustível no processo de geração de energia das unidades geradoras termoeletricas conectadas ao sistema (PINHEIRO et al., 2022). Esta variante é obtida ao se acrescentar na função objetivo do DE o efeito de ponto de carregamento de válvula das unidades geradoras. O efeito de PCV está relacionado à diminuição da eficiência energética da unidade geradora ao se abrir as válvulas

que liberam a pressão do vapor (SILVA, 2014). As ZOP, são restrições operacionais que limitam a faixa de potência na qual a unidade geradora pode operar, evitando que ocorram vibrações nos rolamentos dos eixos das unidades geradoras e nas demais partes constituintes do sistema de geração (NIKNAM; NARIMANI; AZIZIPANAH-ABARGHOEE, 2012). Já a RT, refere-se à representação do sistema elétrico de transmissão considerando seus componentes e restrições operacionais.

Ao longo dos anos, pesquisadores vêm atuando majoritariamente em duas vertentes de algoritmos de otimização para resolução do problema de FPO: métodos determinísticos (MOMOH; ADAPA; EL-HAWARY, 1999) e métodos metaheurísticos (ROJAS; LEZAMA; VILLA, 2016). Dentre os métodos determinísticos, destacam-se: método de Newton (SUN et al., 1984), método de gradiente reduzido generalizado (YU et al., 1986), método de programação quadrática sequencial (SIVASUBRAMANI, 2011) e método de pontos interiores (PINHEIRO et al., 2022). Devido às dificuldades impostas pelo modelo matemático do problema de DE com PCV, tais métodos acabam utilizando estratégias de suavização hiperbólica (SILVA, 2014) ou variáveis auxiliares (PAN; JIAN; YANG, 2018) para tratar da não diferenciabilidade da função objetivo, recorrendo também às técnicas de programação inteira (SILVA; BELATI, 2016), arredondamento da solução (ADIBI et al., 2003) e penalizações (SOLER; ASADA; COSTA, 2013) para o tratamento das variáveis discretas no problema de FPOR, dentre outras. No entanto, por se tratar de um problema não convexo e multimodal, apesar de muito eficientes, os métodos determinísticos podem convergir a uma solução ótima local, sendo, portanto, suscetíveis ao ponto inicial adotado (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007).

Métodos metaheurísticos, por outro lado, são ótimas ferramentas para a realização de buscas globais, independentes da diferenciabilidade da função objetivo e facilmente adaptáveis para lidarem com variáveis discretas (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007). No entanto, por serem métodos de otimização irrestritos, acabam incorporando todas as restrições do problema na função objetivo, na forma de penalizações. Além disso, à medida que o número de variáveis do problema aumenta, metaheurísticas tendem a ter uma degradação de seu desempenho, devido à “maldição da dimensionalidade” (CHEN; MONTGOMERY; BOLUFÉ-RÖHLER, 2015). São exemplos de trabalhos envolvendo a aplicação de metaheurísticas aos subproblemas de FPO: algoritmo genético (do inglês *genetic algorithm* ou GA) (IBA, 1994), evolução diferencial (do inglês *differential evolution* ou ED) (VARADARAJAN; SWARUP, 2008), enxame de partículas (do inglês *particle swarm optimization* ou PSO) (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007), programação evolutiva (do inglês *evolutionary programming* ou EP) (YURYEVICH; WONG, 1999), dentre outras.

O FPO é um problema notoriamente desafiador e a pesquisa de novos métodos para a sua resolução, que sejam capazes de superar as adversidades das metodologias tradicionais, é um tema relevante para a ciência e a sociedade.

## 1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um método híbrido de otimização que seja eficiente na resolução dos problemas de FPOR, DE com PCV e DE com PCV, ZOP e RT. Nos casos de FPOR e DE-PCV-ZOP-RT, são utilizadas variáveis contínuas e discretas, enquanto que para o DE-PCV apenas variáveis contínuas. Para isso, será implementado um algoritmo composto pela metaheurística de enxame de partículas de aprendizagem abrangente (do inglês *comprehensive learning particle swarm optimization* ou CLPSO) (LIANG et al., 2006) e pelos métodos determinísticos: Newton-Raphson (NR) (MONTICELLI, 1983) e *branch-and-bound* (BB) com programação quadrática sequencial (SQP-BB) (BEAL et al., 2018). O Algoritmo CLPSO é uma variante da tradicional metaheurística PSO, que possui desempenho aprimorado para problemas multimodais. Na literatura, pode-se encontrar três trabalhos envolvendo o método CLPSO em problemas do FPO: Mahadevan e Kannan (2010) aplicou o método na resolução do problema de FPOR visando a minimização das perdas, desvio de tensão e melhoria do índice de estabilidade de tensão; Wang, Li e Yuan (2010) desenvolveu um método híbrido de CLPSO com SQP para aplicação no problema de DE considerando os efeitos de PCV e Rahmati, Effatnejad e Safari (2014) aplicou a metaheurística na resolução do problema de DE com RT multiobjetivo para minimização dos custos de geração e emissões de gases poluentes.

Na abordagem proposta, a metaheurística CLPSO é responsável por realizar uma busca global no hiperespaço de soluções, lidando apenas com as variáveis independentes. Nesta etapa, o método NR é utilizado para determinar o valor dos fluxos entre as barras do sistema e demais variáveis dependentes do problema. Em seguida, a solução encontrada pela metaheurística é utilizada como ponto inicial do método determinístico SQP-BB, que é responsável por realizar uma busca local em sua vizinhança. Para os casos testes que não possuem variáveis discretas e RT, foi desconsiderada a utilização dos métodos NR e BB. Para lidar com a presença das ZOP e variáveis discretas durante a execução da metaheurística, foi proposto um operador de ajuste e arredondamento com posterior restauração que evita que as partículas fiquem estagnadas em algumas dimensões do hiperespaço de busca, diminuindo também o número de penalizações a serem somadas à função de avaliação dos agentes de busca. Para permitir a execução do método determinístico SQP-BB nos casos DE-PCV e DE-PCV-ZOP-RT, foi utilizada a reformulação proposta por Pan, Jian e Yang (2018) que trata a não-diferenciabilidade da função objetivo, a partir da utilização de variáveis auxiliares e novas restrições no problema.

O algoritmo foi desenvolvido em linguagem *python*. A metaheurística de CLPSO foi programada manualmente através do pacote *numpy* (HARRIS et al., 2020), enquanto que os métodos NR e SQP-BB foram utilizados a partir das implementações dos pacotes *pandapower* (THURNER et al., 2018) e *GEKKO* (*solver* APOPT) (BEAL et al., 2018), respectivamente. Para o processamento, análise e visualização dos dados foram utilizados

os pacotes: *pandas* (MCKINNEY, 2010), *matplotlib* (HUNTER, 2007), *seaborn* (WASKOM, 2021) e *scipy* (VIRTANEN et al., 2020). Testes numéricos foram realizados com os sistemas de 118 e 300 barras do IEEE e com os casos testes de 13, 19 e 40 unidades geradoras. Para a análise de desempenho do algoritmo híbrido proposto, os resultados obtidos foram comparados a outros trabalhos da literatura, metaheurísticas e *solvers* de otimização.

### 1.3 Justificativa

Segundo a IEA, em 2019 a geração de energia elétrica no mundo foi amplamente baseada em combustíveis fósseis, como carvão, óleo e gás natural - sendo aproximadamente 63,1% da energia total produzida oriunda de tais fontes. Assim, justifica-se a importância da pesquisa e do desenvolvimento de novos métodos para a otimização da operação de sistemas elétricos, que sejam capazes de minimizar os custos com combustíveis em usinas termoeletricas e maximizar a eficiência na operação, reduzindo-se as perdas de energia na transmissão.

Além disso, ressalta-se a importância do desenvolvimento de novos algoritmos que possam superar as adversidades encontradas pelos métodos determinísticos e metaheurísticos tradicionais, tornando-os mais robustos e eficientes. Nos problemas abordados nesta pesquisa, tais adversidades são: não diferenciabilidade, não convexidade, variáveis discretas e maldição da dimensionalidade. A hibridização de métodos determinísticos e metaheurísticos permite que o FPO e suas variantes sejam resolvidos, obtendo-se uma melhoria na qualidade das soluções.

### 1.4 Organização do Trabalho

O presente trabalho encontra-se organizado da seguinte forma:

- No Capítulo 2, as formulações matemáticas das variantes FPOR, DE com PCV, ZOP e RT do problema de FPO são apresentadas, bem como uma revisão bibliográfica de métodos híbridos envolvendo a metaheurística PSO nestes problemas;
- No Capítulo 3, os métodos de otimização utilizados no algoritmo híbrido são apresentados, bem como o método híbrido proposto para solucionar cada um dos problemas abordados;
- No Capítulo 4, são exibidos os resultados dos testes computacionais bem como comparações com dados da literatura e de outros métodos implementados;
- No Capítulo 5, são feitas as conclusões sobre o trabalho desenvolvido;
- Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas.

## 2 O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Neste capítulo, serão apresentadas as formulações matemáticas dos problemas de otimização FPOR e DE-PCV-ZOP-RT abordados neste trabalho. Além disso, para contextualização do método proposto, será realizada uma revisão bibliográfica de abordagens híbridas aplicadas ao FPO que envolvem a metaheurística PSO, principal foco deste trabalho. A seguir, é apresentada a nomenclatura utilizada para as formulações matemáticas deste trabalho.

### 2.1 Nomenclatura

#### Conjuntos

$\mathcal{B}$ : barras do sistema;

$\mathcal{G}$ : barras de geração, incluindo a barra *slack*;

$\mathcal{G}'$ : barras do sistema, excluindo a barra *slack*;

$\mathcal{C}$ : barras de carga;

$\mathcal{B}^{sh}$ : barras com controle da magnitude de tensão por bancos de capacitores;

$\mathcal{L}$ : ramos  $k - m$  que representam linhas de transmissão;

$\mathcal{T}$ : transformadores em-fase com *tap* variável;

$\sigma_k$ : barras vizinhas à barra  $k$ ;

$\mathcal{K}$ : barras vizinhas à barra  $k$ , incluindo ela mesma;

$D_{km}^{tap}$ : valores discretos do *tap* do transformador em-fase do ramo  $k - m$ ;

$D_k^{sh}$ : valores discretos da susceptância equivalente do banco de capacitores e reatores da barra  $k$ ;

#### Variáveis e Funções

$V$ : vetor de magnitude de tensão das barras;

$V_k$ : magnitude da tensão na barra  $k$ ;

$\theta$ : vetor de ângulos de tensão das barras;

$\theta_k$ : ângulo de fase da tensão na barra  $k$ ;

$\theta_{km}$ : diferença angular entre os fasores das tensões nas barras  $k$  e  $m$ ;

$P^G$ : vetor de potências ativas das barras de geração (apenas para os problemas de DE);

$t$ : vetor de *taps* variáveis dos transformadores em-fase sob carga;

$b^{sh}$ : vetor de susceptâncias *shunt* equivalentes dos bancos de capacitores e reatores;

$t_{km}$ : *tap* do transformador em-fase do ramo  $k - m$ ;

$P_k^G$ : potência ativa gerada na barra  $k$  (apenas para os problemas de DE);

$C_T(P^G)$ : custo total de geração de potência ativa;

$C_k(P_k^G)$ : custo de geração da unidade geradora  $k$ ;

$P_{km}(V, \theta, t)$ : fluxo de potência ativa no ramo  $k - m$ ;

$P_L(V, \theta, t)$ : perdas de potência ativa nas linhas de transmissão;

$\Delta P(V, \theta, t)$ : balanço de potência ativa nas barras do sistema;

$\Delta Q(V, \theta, t, b^{sh})$ : balanço de potência reativa nas barras do sistema;

$Q_{km}(V, \theta, t, b_k^{sh})$ : fluxo de potência reativa no ramo  $k - m$ ;

$Q_k^G(V, \theta, t, b_k^{sh})$ : geração de potência reativa na barra  $k$  de controle de reativo;

$Q_k^{sh}(V_k, b_k^{sh})$ : injeção de potência reativa pelo *shunt* da barra  $k$ ;

$b_k^{sh}$ : susceptância equivalente do banco de capacitores e reatores da barra  $k$ ;

### Parâmetros

$g_{km}$ : condutância série do ramo  $k - m$ ;

$r_{km}$ : resistência série do ramo  $k - m$ ;

$b_{km}$ : susceptância série do modelo  $\pi$  da linha de transmissão do ramo  $k - m$ ;

$x_{km}$ : reatância série do modelo  $\pi$  da linha de transmissão do ramo  $k - m$ ;

$b_{km}^{sh}$ : susceptância *shunt* do modelo  $\pi$  da linha de transmissão do ramo  $k - m$ ;

$P^G$ : vetor de potências ativas das barras de geração (apenas para o problema de FPOR);

$\overline{P_k^G}, \underline{P_k^G}$ : limite máximo e mínimo de potência ativa, respectivamente, na barra de geração  $k$ ;

$\overline{P_{k,j}^G}, \underline{P_{k,j}^G}$ : limite máximo e mínimo de potência ativa, respectivamente, da  $k$ -ésima barra de geração na  $j$ -ésima ZOP;

$\overline{Q_k^G}, \underline{Q_k^G}$ : geração de potência reativa máxima e mínima, respectivamente, na barra  $k$ ;

$\overline{V_k}, \underline{V_k}$ : limite máximo e mínimo de tensão, respectivamente, na barra  $k$ ;

$P_k^G$ : potência ativa gerada na barra  $k$  (apenas para o problema de FPOR);

$P_k^C$ : potência ativa consumida na barra  $k$ ;

$Q_k^C$ : potência reativa consumida na barra  $k$ ;

$\theta_{slack}$ : ângulo da tensão na barra *slack*;

$P^D$ : demanda de potência ativa do sistema;

$P_k$ : injeção líquida de potência ativa na barra  $k$ ;

$Q_k$ : injeção líquida de potência reativa na barra  $k$ ;

$a_k, b_k, c_k$ : parâmetros da porção quadrática da função custo de geração da unidade de geradora  $k$ ;

$e_k, f_k$ : parâmetros da porção com efeito de PCV da função custo de geração da unidade geradora  $k$ ;

## 2.2 O Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo

No problema de FPOR, o objetivo é otimizar algum critério relacionado à potência reativa, sendo que as variáveis de controle associadas com a potência ativa estão fixadas (SILVA, 2019). Dentre estes critérios, destacam-se: a minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão ( $P_L$ ), a minimização do desvio de tensão (DT) em relação a um valor desejado e a minimização do índice de estabilidade de tensão (IET) (ROJAS; LEZAMA; VILLA, 2016). Neste trabalho, será abordada a função objetivo de minimização das perdas de potência ativa.

Sabe-se que no Brasil as unidades geradoras são majoritariamente hidrelétricas e situam-se distantes dos centros consumidores, de modo que a energia gerada tem que percorrer grandes distâncias até o seu destino final, ocasionando perdas nos ramos do sistema elétrico de transmissão que podem variar de 4 a 8% da geração total (SILVA, 2019). Portanto, a redução das perdas em um sistema elétrico de transmissão pode garantir uma economia significativa no custo de geração, aumentando também a sua eficiência e sustentabilidade ambiental, através da redução da emissão de gases poluentes.

A formulação matemática utilizada neste trabalho é a mesma que a utilizada por (SILVA, 2019), onde as variáveis do problema de otimização a ser solucionado são: as magnitudes de tensão das barras e seus respectivos ângulos (com exceção da barra *slack*, cujo valor do ângulo é constante e usualmente igual a 0), o tap dos transformadores em fase; e as susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt*.

A função objetivo do problema, que representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, é dada por:

$$P_L(V, \theta, t) = \sum_{(k,m) \in \mathcal{L} \cup \mathcal{T}} g_{km} \left[ \frac{V_k^2}{t_{km}^2} + V_m^2 - \frac{2V_k V_m}{t_{km}} \cos(\theta_k - \theta_m) \right]. \quad (2.1)$$

Os balanços de potência ativa e reativa nas barras do sistema podem ser calculados por:

$$\Delta P_k(V, \theta, t) = P_k - \sum_{m \in \sigma_k} P_{km}(V, \theta, t), \quad \forall k \in \mathcal{G}' \cup \mathcal{C}, \quad (2.2)$$

$$\Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = Q_k + Q_k^{sh}(V_k, b^{sh}) - \sum_{m \in \sigma_k} Q_{km}(V, \theta, t, b^{sh}), \quad \forall k \in \mathcal{C}. \quad (2.3)$$

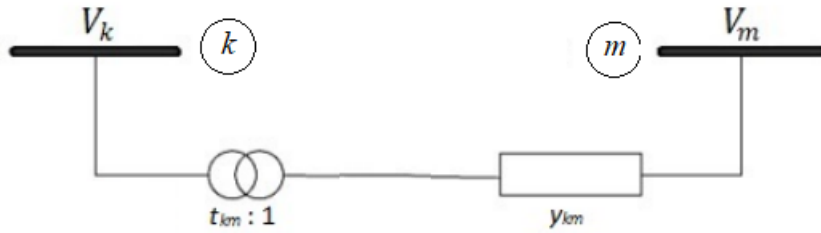
Os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão são descritos, respectivamente, por:

$$P_{km}(V, \theta) = g_{km} V_k^2 - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)], \quad (2.4)$$

$$Q_{km}(V, \theta, b^{sh}) = -[b_{km} + b_{km}^{sh}] V_k^2 + V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - g_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)]. \quad (2.5)$$

Em caso de presença de um transformador em-fase com *tap* variável conectado entre as barras  $k$  e  $m$ , conforme a Figura 2.1, as equações dos fluxos de potência ativa e reativa são modificadas.

Figura 2.1 – Representação do transformador em-fase.



Fonte: Adaptado de Alencar (2019)

Assumindo que a barra  $k$  seja uma barra inicial, ou seja, esteja no mesmo lado que o *tap* do transformador, os fluxos de potência ativa e reativa são descritos por:

$$P_{km}(V, \theta, t) = g_{km} \frac{V_k^2}{t_{km}^2} - \frac{V_k V_m}{t_{km}} [g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)], \quad (2.6)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t, b^{sh}) = - \left[ b_{km} \frac{1}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} \right] V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - g_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)]. \quad (2.7)$$

$$P_{mk}(V, \theta, t) = g_{km}V_m^2 - \frac{V_k V_m}{t_{km}}[g_{km} \cos(\theta_m - \theta_k) + b_{km} \sin(\theta_m - \theta_k)], \quad (2.8)$$

$$Q_{mk}(V, \theta, t, b^{sh}) = -[b_{km} + b_{km}^{sh}]V_m^2 + \frac{V_k V_m}{t_{km}}[b_{km} \cos(\theta_m - \theta_k) - g_{km} \sin(\theta_m - \theta_k)]. \quad (2.9)$$

A geração de potência reativa nas barras de controle de tensão é calculada através da seguinte expressão:

$$Q_k^G(V, \theta, t, b^{sh}) = Q_k^C - Q_k^{sh}(V_k, b_k^{sh}) + \sum_{m \in \sigma_k} Q_{km}(V, \theta, t, b^{sh}), \quad (2.10)$$

em que:

$$Q_k^{sh}(V_k, b_k^{sh}) = b_k^{sh}V_k^2. \quad (2.11)$$

As restrições operacionais do sistema, podem ser representadas por:

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G}, \quad (2.12)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in \mathcal{B}, \quad (2.13)$$

$$t_{km} \in D_{km}^{tap}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T}, \quad (2.14)$$

$$b_k^{sh} \in D_k^{sh}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh}. \quad (2.15)$$

A função objetivo (2.1) visa minimizar as perdas de potência ativas nos ramos do sistema. As restrições de igualdade (2.2) e (2.3) - deduzidas a partir da aplicação das Leis de Kirchhoff no SEP - representam os balanços de potência ativa e reativa nas barras do sistema, respectivamente. As restrições de desigualdade (2.12) e (2.13) fornecem os limites superiores e inferiores da potência reativa gerada e da magnitude de tensão em cada barra do sistema. A natureza discreta dos *taps* dos transformadores e das susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt* está representada pelas restrições (2.14) e (2.15), respectivamente.

Por fim, o problema de otimização é representado por:

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar} && P_L(V, \theta, t) \\
& \text{s.a:} && \Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{G}' \cup \mathcal{C} \\
& && \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{C} \\
& && \underline{Q}_k^G \leq Q_k^G(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
& && \underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
& && b_k^{sh} \in D_k^{sh}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh} \\
& && t_{km} \in D_{km}^{tap}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

A minimização das perdas de potência ativa é uma das funções objetivo mais difíceis de se otimizar dentre as funções estudadas no problemas de FPO (MONTICELLI; LIU, 1992). De acordo com Soler (2011), o problema de FPOR é de difícil resolução pois envolve funções não convexas, não lineares, variáveis contínuas e discretas. Na próxima seção será apresentada a formulação matemática para o problema de DE-PCV-ZOP-RT.

## 2.3 O Problema de Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula, Zonas de Operação Proibidas e Representação da Transmissão

O problema de DE consiste em determinar os níveis de produção ótimos das unidades geradoras, de modo que a demanda de potência ativa do SEP seja suprida e as condições operacionais respeitadas, ao mesmo tempo em que se minimiza os custos relacionados ao consumo de combustível (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007). Portanto, diferentemente do caso FPOR, as potências ativas geradas não são parâmetros e sim variáveis na formulação matemática do problema. Em um sistema elétrico, a demanda é atendida por diversas unidades geradoras, de modo que o custo total de geração é obtido a partir do somatório dos custos individuais de cada unidade. A maioria das pesquisas relacionadas ao tema, para fins de simplificação, modelam matematicamente o problema de DE da seguinte maneira:

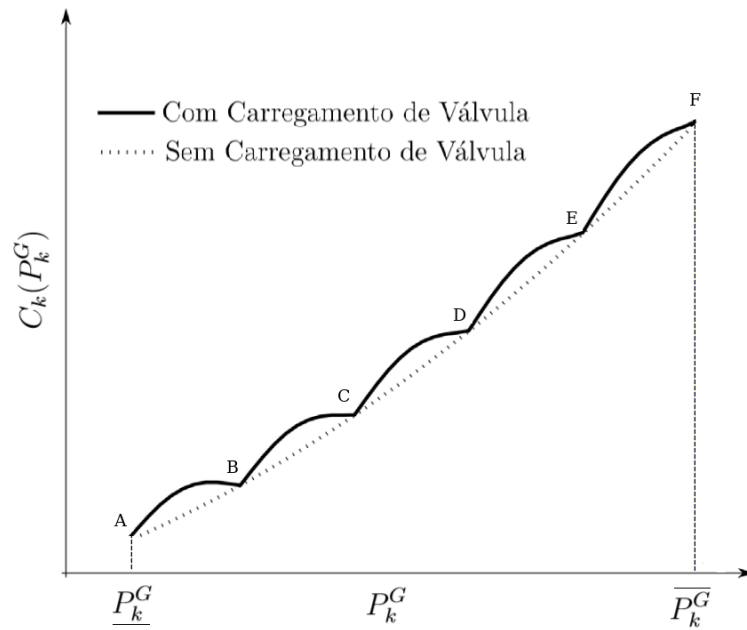
$$\begin{aligned}
& \text{minimizar} && C_T(P^G) \\
& \text{s.a:} && \sum_{k \in \mathcal{G}} P_k^G = P^D \\
& && \underline{P}_k^G \leq P_k^G \leq \overline{P}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Nesta modelagem, a RT e as perdas não são consideradas. A função de custo de geração dos geradores é modelada através de uma função quadrática e, portanto, convexa e suave:

$$C_T(P^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} C_k(P_k^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} [a_k [P_k^G]^2 + b_k P_k^G + c_k]. \quad (2.18)$$

No entanto, no caso de geradores que possuem turbinas a vapor, a representação quadrática do custo (2.18) deixa de ser adequada, pois não retrata a realidade do processo de geração nas unidades termoeletricas. Em tais geradores, para realizar o aumento da potência de saída é necessário aumentar a quantidade de vapor injetado na turbina. Conforme as válvulas de admissão de vapor são abertas, ocorre um processo de decaimento da eficiência da geração devido as perdas energéticas decorrentes do fenômeno de estrangulamento, causando variações no consumo de combustível e, conseqüentemente, no custo de geração da unidade geradora (NIKNAM; NARIMANI; AZIZIPANAH-ABARGHOOEE, 2012). O ponto imediatamente anterior ao início do fenômeno descrito é denominado PCV, sendo que em tal ponto não há estrangulamento nem perdas associadas. Tais características podem ser notadas através da Figura 2.2, onde os PCV são retratados pelos pontos A, B, C, D, E e F, representando os momentos imediatamente anteriores à abertura das válvulas de admissão de vapor.

Figura 2.2 – Função custo com e sem representação dos efeitos de PCV.



Fonte: Adaptado de ALAWODE et al. (2018).

Para se obter uma função custo que seja mais representativa e considere o efeito de PCV, modifica-se a função (2.18) de modo que:

$$C_T^{PCV}(P^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} C_k^{PCV}(P_k^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} [a_k [P_k^G]^2 + b_k P_k^G + c_k + |e_k \sin(f_k [\underline{P_k^G} - P_k^G])|]. \quad (2.19)$$

Embora a função (2.19) seja mais completa e representativa do processo de geração em usinas termoeletricas, ela também acaba por introduzir novas dificuldades para o problema de otimização a ser resolvido. Devido ao fato da modelagem matemática do efeito de PCV ser realizada através de um valor absoluto senoidal, a função custo passa a ser não convexa e não diferenciável, impedindo a aplicação direta de métodos determinísticos de otimização (SILVA, 2014). Os valores de potência ativa gerada  $P_k^G$  para os quais a função de custo de combustível não é diferenciável podem ser determinados pela equação (2.20):

$$P_k^G = \frac{P_k^G}{f_k} - \frac{p\pi}{f_k}, \forall p \in \mathbb{Z}. \quad (2.20)$$

Neste trabalho, as restrições físicas e operacionais do SEP também serão consideradas na formulação matemática do problema DE-PCV-ZOP-RT, assim como no caso do FPOR. Portanto, as restrições de igualdade que representam os balanços de potência ativa (2.2) e reativa (2.3), as restrições de desigualdade dos limites de potência reativa (2.12) e magnitude de tensão (2.13), e a natureza discreta dos *taps* dos transformadores (2.14) e das susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt* (2.15), também são consideradas no modelo adotado.

Por motivos de limitações físicas do sistema de geração, nem sempre é possível operar os geradores em todas as faixas de potência devido às eventuais vibrações nos rolamentos dos eixos das unidades geradoras e nas demais partes constituintes do sistema de geração (ABBAS et al., 2017). As restrições decorrentes das ZOP são descritas da seguinte forma:

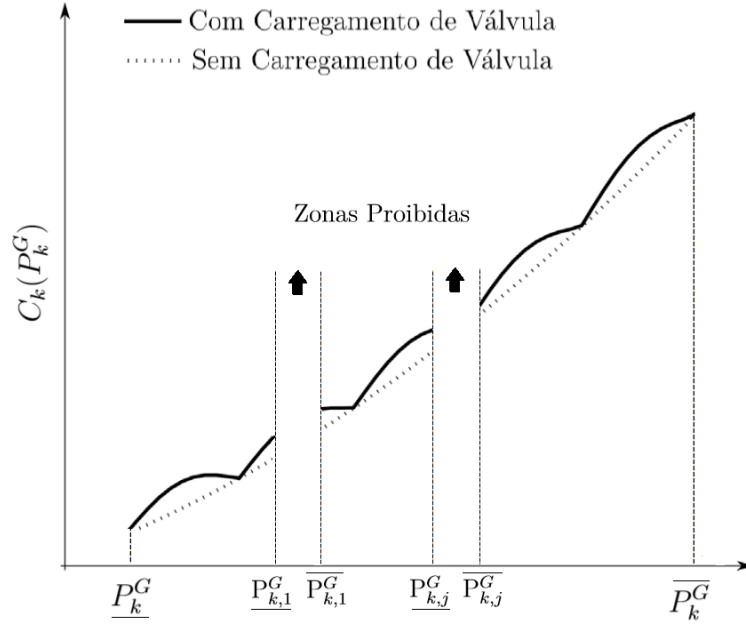
$$P_k^G \in ([\underline{P}_k^G, \overline{P}_k^G] - \cup_{j=1}^{n_k} [\underline{P}_{k,j}^G, \overline{P}_{k,j}^G]), \quad (2.21)$$

em que  $n_k$  é o número de total de zonas proibidas,  $\underline{P}_{k,j}^G$  e  $\overline{P}_{k,j}^G$  são os limites inferiores e superiores da  $k$ -ésima unidade geradora na  $j$ -ésima ZOP. A Figura 2.3 ilustra a curva de custo de geração de uma unidade geradora considerando as ZOP, os limites de geração e os efeitos de PCV.

Além dos efeitos de PCV e das ZOP, tem-se na literatura outras representações relacionadas ao problema de DE, tais quais: a utilização de múltiplos combustíveis (MC) (POURAKBARI-KASMAEI et al., 2019), as restrições de taxa limite de rampa dos geradores (TLR) (GAING, 2003), a emissão de gases poluentes (EGP) (VO; NGUYEN, 2015), dentre outras. Neste trabalho, tais representações não são consideradas.

Tendo em vista o problema de DE em sua versão simplificada (2.17), modificando-se sua função objetivo para (2.19) e acrescentando-se as restrições de ZOP (2.21) e da RT

Figura 2.3 – Função custo com e sem representação dos efeitos de PCV e ZOP.



Fonte: Adaptado de [ALAWODE et al. \(2018\)](#).

(2.2 - 2.15), pode-se expressar o modelo matemático do problema de DE-PCV-ZOP-RT da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && C_T^{PCV}(P^G) \\
 &\text{s.a:} && \Delta P_k(P^G, V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
 &&& \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{C} \\
 &&& P_k^G \in ([\underline{P}_k^G, \overline{P}_k^G] - \cup_{j=1}^{n_k} [\underline{P}_{k,j}^G, \overline{P}_{k,j}^G]), \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
 &&& \underline{Q}_k^G \leq Q_k^G(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
 &&& \underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
 &&& b_k^{sh} \in D_k^{sh}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh} \\
 &&& t_{km} \in D_{km}^{tap}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Para fins de avaliação, no presente trabalho, o método híbrido proposto foi aplicado ao problema de DE em dois casos de testes distintos: inicialmente, para o problema de DE (2.17) considerando apenas os efeitos de PCV e, em seguida, ao problema de DE considerando PCV, ZOP, RT, perdas, variáveis contínuas e discretas (2.22).

No próximo capítulo, será realizada a revisão bibliográfica do problema de FPO.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, será apresentado o levantamento bibliográfico de trabalhos que foram desenvolvidos visando solucionar o problema de FPO, mais especificamente os subproblemas FPOR, DE e suas variantes. O objetivo é apresentar metodologias híbridas - compostas por métodos metaheurísticos e determinísticos - que já foram aplicadas na resolução destes problemas, visando contextualizar o método proposto neste trabalho. Por se tratarem de problemas não lineares, multimodais, restritos, descontínuos e não diferenciáveis (para o caso DE-PCV), a maioria das técnicas utilizadas se baseiam em metaheurísticas, uma vez que são métodos flexíveis de fácil implementação e customização. Devido a tais características, ao longo dos anos, vem crescendo exponencialmente o número de pesquisas envolvendo computação evolutiva em aplicações do FPO (ROJAS; LEZAMA; VILLA, 2016).

A computação bioinspirada é um ramo de pesquisa da inteligência computacional, que compreende um conjunto de algoritmos de busca e otimização inspirados na natureza, com ampla aplicação em aprendizado de máquina, redes neurais artificiais e problemas de otimização (ZHANG et al., 2011; ENGELBRECHT, 2007; OJHA; ABRAHAM; SNASEL, 2017). Tais algoritmos apresentam um princípio de funcionamento de busca estocástica a partir da utilização de um grupo de agentes que representam soluções para o problema em questão, sendo, portanto, uma inteligência descentralizada. Majoritariamente, podem ser divididos em quatro grupos distintos:

- Algoritmos inspirados na evolução: simulam a evolução biológica e seus operadores de reprodução, mutação e seleção. Neste tipo de inteligência computacional, os agentes de busca representam indivíduos que são avaliados pelo seu *fitness* (uma metáfora da capacidade de adaptação de um ser vivo na natureza). Quanto melhor sua avaliação, maior a probabilidade deste indivíduo se reproduzir e gerar melhores descendentes ao longo do processo iterativo. Exemplos de tais algoritmos são: ED (STORN; PRICE, 1997), GA (GOLDBERG, 1989) e EP (FOGEL; OWENS; WALSH, 1966);
- Algoritmos inspirados em inteligência de enxame: simulam o comportamento de espécies que convivem em sociedades ou bandos para otimizar algum critério necessário para sua sobrevivência. A principal característica deste tipo de algoritmo é a sua capacidade de compartilhamento de informação entre os agentes que o constituem, aprimorando, portanto, o processo de busca da solução. Como exemplo, pode-se citar: PSO (KENNEDY; EBERHART, 1995) e otimização por colônia de formigas (do inglês *ant colony optimization* ou ACO) (DORIGO, 1992);

- Algoritmos inspirados em fenômenos físicos: simulam as leis da natureza e comportamentos físicos ou químicos. Nestes algoritmos, os agentes se comunicam e movimentam-se com base em regras que são metáforas de conceitos científicos que regem o comportamento da natureza. São exemplos destes algoritmos: algoritmo de busca gravitacional (do inglês *gravitational search algorithm* ou GSA) (RASHEDI; NEZAMABADI-POUR; SARYAZDI, 2009) e recozimento simulado (do inglês *simulated annealing* ou SA) (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983);
- Algoritmos de busca aleatória: são metaheurísticas sem inspiração em elementos da natureza. Baseiam-se em processos de busca aleatória no hiperespaço de soluções, geralmente utilizados para a realização de buscas locais. Exemplos destes algoritmos são: busca tabu (do inglês *tabu search* ou TS) (TUSON, 1999) e procedimento de busca adaptável, aleatória e gulosa (do inglês *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* ou GRASP) (FEO; RESENDE, 1995).

Além dos mencionados anteriormente, também pode-se encontrar na literatura, com menor frequência, outros tipos de algoritmos pertencentes ao ramo da inteligência computacional: sistemas imunes artificiais (DASGUPTA, 1998), sistemas de lógica difusa (do inglês *fuzzy systems*) (ZADEH, 1965), dentre outros. Como vantagens das metaheurísticas, pode-se citar:

- São métodos baseados em populações descentralizadas que se movimentam com um certo grau de aleatoriedade, o que permite uma maior exploração do hiperespaço de busca e uma menor suscetibilidade a ficarem presos aos mínimos locais em problemas não-convexos;
- Independem da diferenciabilidade do problema;
- São métodos facilmente adaptáveis, podendo lidar com diversos tipos de restrições e incorporar diversos tipos de lógicas;
- Podem ser aplicadas a inúmeros problemas da engenharia e da ciência.

Apesar de que para problemas não convexos e não diferenciáveis as metaheurísticas possuem as vantagens citadas anteriormente em relação aos métodos determinísticos de otimização, pode-se citar como desvantagens:

- Requerem um maior tempo computacional, uma vez que são métodos de busca baseados em grupos de agentes que se movimentam com um determinado grau de imprevisibilidade, exigindo um grande número de iterações e avaliações da função objetivo do problema;

- Apresentam desempenho sensível à escolha dos valores de seus parâmetros, uma vez que a configuração adotada pode privilegiar uma busca global ou local. Assim, para achar a melhor configuração de parâmetros para um determinado objetivo, torna-se necessário a execução de muitos testes computacionais;
- Impõem dificuldades na reprodução de testes e resultados, devido ao fato de possuírem processos e variáveis que assumem valores aleatórios durante sua execução;
- Apresentam uma degradação do desempenho conforme o número de dimensões (variáveis) dos problemas matemáticos aumentam;
- São métodos de otimização irrestritos, o que exige, em casos de problemas restritos, o tratamento das restrições através de mecanismos adicionais ou penalizações na função objetivo. As penalizações presentes na função *fitness* são multiplicadas por constantes que ponderam suas respectivas magnitudes, gerando uma dificuldade de se obter um balanço entre otimizar a função objetivo ou a factibilidade do problema.

Dentre todas as metaheurísticas aplicadas ao problema de FPO, destaca-se o algoritmo PSO - pertencente ao grupo dos algoritmos inspirados em inteligência de enxame - devido a grande quantidade de trabalhos e bons resultados encontrados na literatura a partir de sua utilização. Uma de suas principais vantagens é possuir uma maior objetividade no processo de busca aliada a um bom desempenho de otimização, acarretando em uma maior eficiência computacional. No entanto, apresenta como desvantagem, o fato de poder convergir prematuramente para soluções de baixa qualidade em problemas de grande porte ou multimodais (LIANG et al., 2006). Para superar tais desvantagens, centenas de pesquisas foram e vêm sendo desenvolvidas visando aprimorar a seu desempenho através de modificações da metaheurística original ou de hibridizações com métodos determinísticos e metaheurísticos.

No presente trabalho, a revisão bibliográfica focará em métodos híbridos envolvendo a metaheurística PSO aplicados aos problemas de FPOR, DE e suas variantes. Uma extensa literatura da aplicação de metaheurísticas e suas modificações nos subproblemas de FPO pode ser encontrada nos trabalhos de: Rojas, Lezama e Villa (2016), Abbas et al. (2017) e Nasouri Gilvaei et al. (2020). A seguir, são apresentados os trabalhos que descrevem métodos híbridos envolvendo o algoritmo PSO.

### 3.1 Abordagens Híbridas de PSO com Métodos Determinísticos

Uma das combinações muito utilizadas pelos pesquisadores na literatura é a junção de metaheurísticas com métodos determinísticos de otimização. Neste tipo de hibridização,

as metaheurísticas desempenham o papel de otimizador global enquanto que os métodos determinísticos realizam a otimização local. Tal combinação é poderosa pois une os pontos fortes de ambos os métodos de otimização.

Seguindo este raciocínio, [Victoire e Jeyakumar \(2004\)](#) propuseram um método que combina a metaheurística PSO com o método determinístico SQP. Neste trabalho, os autores utilizam o método SQP embutido no interior do algoritmo de PSO, de forma que a cada iteração da metaheurística, executa-se o método determinístico para aprimorar a solução obtida pela partícula melhor avaliada do enxame. A abordagem híbrida desenvolvida foi aplicada no problema de DE com PCV, nos casos teste de 3, 13 e 40 geradores. O método híbrido proposto, em todos os casos de teste avaliados, obteve desempenho superior aos demais métodos metaheurísticos e híbridos utilizados para comparação.

Em [Victoire e Jeyakumar \(2005\)](#), os autores adaptaram o mesmo algoritmo desenvolvido em [2004](#) para uma variante do problema DE-PCV dinâmico, onde também leva-se em consideração a TLR, bem como as perdas calculadas através dos coeficientes- $B$ . O algoritmo híbrido preserva todas as características do primeiro trabalho. As restrições da demanda são tratadas como penalizações na função *fitness* do algoritmo de PSO. O método foi aplicado em 3 casos de testes distintos: no primeiro caso, aplicou-se o método dinamicamente em um sistema de 10 geradores com uma curva de carga variável de hora em hora, negligenciando-se as perdas de potência ativa; no segundo, utilizou-se o mesmo sistema, no entanto, foram consideradas as perdas bem como três curvas de carga distintas; no terceiro e último caso, o método foi aplicado para um sistema de 30 geradores, também com curva de carga variável. Em todos os casos, o algoritmo híbrido de PSO com SQP obteve resultados de custo médio e custo mínimo inferiores que as demais metaheurísticas e algoritmos híbridos utilizados para comparação. Os autores, em ambos os trabalhos, não mencionam qual a técnica utilizada para a aplicação do método SQP - que requer o cálculo do vetor gradiente para posterior aproximação da matriz hessiana pela técnica BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)- uma vez que trata-se de um problema não diferenciável.

[Chuanwen e Bompard \(2005\)](#), propuseram uma abordagem híbrida de enxame de partículas caótico (do inglês *chaotic particle swarm optimization* ou CPSO) com o método de pontos interiores (MPI) para problemas de programação linear. O método é composto por duas etapas: na primeira, é executado o algoritmo CPSO visando realizar uma busca global no hiperespaço de soluções. Em seguida, na segunda etapa, as restrições do problema são linearizadas e então é aplicado o MPI, como otimizador local. A metaheurística de CPSO possui praticamente os mesmos procedimentos que a versão original do PSO, no entanto, o peso de inércia é calculado por uma equação que insere uma maior aleatoriedade no comportamento das partículas. Durante seu funcionamento, as restrições de igualdade e desigualdade do problema são tratadas através da execução do FP e de penalizações

na função *fitness*, respectivamente. O método foi aplicado no sistema IEEE de 30 barras para minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão (FPOR) e apresentou melhores resultados quando comparado ao método PSO original. Embora os autores tenham dito levar em consideração as variáveis discretas, observa-se pelos dados disponibilizados que as soluções eram contínuas. O algoritmo híbrido em questão carece de mais comparações com outros métodos e de mais testes em sistemas de maior porte para uma melhor análise de sua eficiência.

Coelho e Mariani (2006), desenvolveram um método híbrido que utiliza a metaheurística PSO com o método Quase-Newton BFGS. Na primeira etapa do método híbrido, a metaheurística é executada com a finalidade de realizar uma busca global no hiperespaço de soluções. Uma vez terminado este processo de busca, a solução encontrada é utilizada, na segunda etapa, como um ponto inicial para o método determinístico BFGS, que realiza uma busca local em sua vizinhança. O método foi aplicado no problema DE com PCV para o caso teste de 13 geradores. Embora a formulação matemática do problema abordado no trabalho leve em consideração os limites de geração de potência ativa dos geradores, os autores não mencionam qual a metodologia utilizada para tratá-los na metaheurística e no método determinístico, uma vez que ambos são métodos de otimização irrestritos.

Em Sugsakarn e Damrongkulkamjorn (2008), os autores também desenvolveram um método híbrido de PSO com SQP para resolução do problema de DE com PCV e MC. O algoritmo proposto é composto por duas etapas: na primeira, a metaheurística é executada para realizar uma busca global no hiperespaço de soluções. Na segunda, é executado o método determinístico partindo da solução encontrada pela etapa inicial. Foram realizados dois casos de teste com o sistema de 10 geradores. No primeiro, foi considerado apenas a representação de MC. No segundo, além do MC, também foi considerado a representação de PCV. Embora os autores tenham obtido bons resultados nos testes efetuados, o trabalho não deixa claro qual a metodologia utilizada para tratar as restrições dos limites de geração, demanda e MC na metaheurística, nem a forma como é executado o método SQP considerando que trata-se de um problema descontínuo e não-diferenciável.

Titus e Jeyakumar (2008), propuseram um algoritmo híbrido envolvendo as metaheurísticas PSO e EP com o método determinístico SQP. Neste método, os operadores do algoritmo EP são introduzidos no interior do algoritmo PSO para efetuar a geração, seleção e *crossover* de indivíduos a cada iteração, de modo a aumentar a diversidade e a competitividade entre as partículas do enxame. A cada iteração, caso tenha havido melhoria no valor do *fitness* da partícula melhor avaliada, executa-se o método SQP partindo de tal solução como ponto inicial. O método foi aplicado no problema DE dinâmico, com PCV e ZOP, sendo testado com curva de carga variável, nos casos com 3, 10, 15 e 30 geradores. Foram consideradas também as perdas calculadas através dos coeficientes-*B*, as restrições de TLR e os limites de geração dos geradores, no entanto, o sistema de transmissão não

foi representado. Os resultados dos testes realizados mostram que o algoritmo híbrido de EP com PSO e SQP obteve resultados melhores que os algoritmos híbridos EP com SQP e PSO com SQP, separados.

Wang, Li e Yuan (2010), desenvolveram um método híbrido envolvendo a metaheurística CLPSO com o método determinístico SQP. O método determinístico é embutido no interior da metaheurística, sendo executado a partir de uma determinada iteração definida pelo usuário para aprimorar as três melhores partículas avaliadas do enxame. Testes computacionais foram realizados para os casos de 3, 13 e 40 unidades geradoras do problema de DE com PCV. Os autores não mencionam qual a técnica utilizada para o cálculo do gradiente da função objetivo que é não diferenciável. Os resultados demonstram uma ligeira melhoria na otimização dos custos de geração dos sistemas para o método híbrido, em relação ao método CLPSO.

Em Cai et al. (2012), os autores hibridizaram uma versão modificada da metaheurística de CPSO com o método de SQP. Neste método, é utilizado um peso de inércia adaptativo calculado com base nos valores dos *fitness* individuais de cada partícula e nos valores de *fitness* médio e mínimo do enxame. Além disso, a cada iteração, são utilizados dois processos de busca local: busca local caótica - baseada nas equações de Tent para sistemas caóticos - e o método SQP. Ambos são executados para a melhor partícula avaliada do enxame, no entanto, o método SQP é executado apenas se houver melhoria no *fitness* de tal partícula em relação a iteração anterior. No fim de cada iteração,  $\frac{1}{5}$  das melhores partículas são mantidas no enxame, enquanto que as demais são recriadas em um espaço de busca reduzido ao redor da partícula melhor avaliada. Testes foram efetuados para o problema de DE com PCV nos casos de 3, 13 e 40 geradores. Foram consideradas as perdas calculadas através dos coeficientes-*B* e os limites de geração de potência ativa dos geradores. As restrições do problema foram tratadas através de penalizações na função *fitness*. Em todos os testes realizados a abordagem híbrida proposta alcançou os menores resultados de custos dentre todos os métodos utilizados como comparação. Os autores mostram que o método híbrido de CPSO com SQP apresenta uma velocidade de convergência superior ao da metaheurística CPSO, no entanto, pelas curvas plotadas, percebe-se que ambos tendem a convergir com um número de iterações inferior a 20% do total, o que pode indicar uma convergência precoce a um mínimo local.

Azizipanah-Abarghooee et al. (2013), desenvolveram um algoritmo híbrido utilizando os métodos de otimização baseado em gradiente (do inglês *gradient-based optimization method* ou GM) e a metaheurística simples e aprimorada de otimização por inteligência de enxame (do inglês *enhanced simplified swarm optimization* ou ESSOA). Nesta metaheurística, as partículas atualizam suas posições sem a necessidade de cálculo prévio da velocidade, utilizando apenas quatro outras referências: a sua posição anterior, a melhor posição individual de tal partícula no decorrer do algoritmo, a posição da melhor partícula

do enxame e uma posição gerada aleatoriamente (respeitando-se os limites mínimos e máximos das variáveis independentes). Para superar o problema de convergência prematura do algoritmo, os autores adicionaram mecanismos de mutação das partículas e auto-adaptação dos parâmetros de controle da metaheurística. Para aprimorar a busca local, a cada iteração e para cada partícula, é executado o método GM a fim de minimizar uma função lagrangiana composta pelo custo de geração e pela diferença entre o somatório das potências geradas e a soma da demanda com as perdas. As partículas cujas posições estejam localizadas em pontos não diferenciáveis não são levadas em consideração na etapa de aplicação do GM, mantendo-as, portanto, fixas. Testes foram aplicados no problema de DE com PCV, ZOP, MC e TLR para os casos de 10, 15, 40 e 80 geradores, considerando as perdas calculadas através dos coeficientes- $B$ . O método apresentou bons resultados quando comparado a outras metaheurísticas e mostrou que a hibridização, juntamente com os mecanismos adotados, melhoraram o desempenho do algoritmo ESSOA.

Uma outra tentativa de hibridização utilizando a metaheurística clássica de PSO com o método determinístico de gradiente conjugado (GC) foi proposta por [Secui \(2015\)](#). Assim como outros métodos híbridos, a metaheurística é utilizada como otimizador global e o método determinístico é embutido em seu interior como otimizador local (sendo executado para todas as partículas, a cada iteração). Os autores propõem duas variantes: na primeira, o método GC é executado para uma determinada partícula apenas se um número sorteado aleatoriamente - pertencente a uma distribuição uniforme  $U(0, 1)$  - for inferior ou igual a uma probabilidade predefinida. Na segunda, é criada uma lógica condicional que estabelece um número mínimo e máximo de vezes que cada partícula pode ser utilizada para execução do método GC. Os autores constataram que o desempenho da segunda variante é melhor, uma vez que no primeiro caso algumas partículas podem correr o risco de não serem utilizadas como ponto inicial do método determinístico, de modo que a exploração local em determinadas regiões nunca seja realizada. Além disso, estabelecer um número máximo de execuções da busca local para as partículas diminui o tempo computacional requerido pelo algoritmo. Ambas as variantes propostas foram testadas nos casos de 6, 13 e 38 geradores para o problema de DE, levando em consideração os efeitos de PCV, ZOP e TLR, assim como as perdas calculadas através dos coeficientes- $B$ . Analisando o desempenho da abordagem proposta em relação a outras metaheurísticas e algoritmos híbridos, observa-se um desempenho competitivo no custo mínimo e médio obtidos. Os autores não detalham o funcionamento do método determinístico GC, nem como as restrições do problema são tratadas pela metaheurística.

[Liu et al. \(2015\)](#), propuseram uma abordagem híbrida MPI com o algoritmo de PSO para a resolução do problema de FPOR, visando minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão. No trabalho em questão, o MPI é executado para resolver o problema em sua forma relaxada, onde todas as variáveis são consideradas como sendo contínuas. Em seguida, a solução encontrada pelo método determinístico é utilizada como sendo uma

das partículas do enxame da metaheurística de PSO, que realiza uma busca na vizinhança deste ponto. Nesta etapa, são otimizadas apenas as variáveis de controle discretas (*taps* e susceptâncias *shunt*). O método foi aplicado no sistemas elétricos Dinamarquês Ocidental de 400 barras e IEEE de 39 barras. Os autores não mencionam quais as metodologias utilizadas na metaheurística para tratar as restrições operacionais do sistema e as variáveis discretas. Mostra-se que a hibridização destes algoritmos, na ordem proposta, pode alcançar soluções de melhor qualidade que o simples processo de arredondamento da solução contínua do MPI, aumentando também as chances de convergência. No entanto, vale ressaltar que, para problemas multimodais, a utilização do método determinístico em uma etapa inicial do algoritmo pode acarretar em uma convergência precoce para um ponto de mínimo local distante do mínimo global do problema, de forma que, na segunda etapa, a busca efetuada pela metaheurística acabe sendo realizada em uma região não promissora.

## 3.2 Abordagens Híbridas de PSO com Métodos Metaheurísticos

Outra modalidade comum de hibridização é entre metaheurísticas. Neste caso, é comum a utilização de uma metaheurística para realizar a otimização global e outra para realizar a otimização local. Além desse tipo de combinação, também é possível encontrar algoritmos que misturam os operadores de uma ou mais metaheurísticas, visando o aperfeiçoamento do desempenho em algum critério específico desejado.

Shunmugalatha e Slochanal (2008), propuseram uma combinação das metaheurísticas PSO com sistemas multiagentes (do inglês *multiagent systems* ou MAS) e GA. Nesta metodologia, inicialmente, as partículas são geradas aleatoriamente respeitando-se os limites do hiperespaço de busca. Em seguida, para todas, é executado o algoritmo de Newton-Raphson (NR) para resolução do FP, permitindo o cálculo da função *fitness*. Uma vez determinado o valor de seu *fitness*, cada partícula passa por um procedimento de busca local em sua vizinhança através dos operadores de cooperação e competição do método MAS. Então, as partículas resultantes com piores avaliações sofrem as ações de *breeding* e *subpopulation* da metaheurística GA. Em seguida, para o novo enxame atualizado, são calculadas as novas velocidades e novas posições das partículas. O processo iterativo repete-se até que o critério de parada estabelecido seja satisfeito. O algoritmo desenvolvido foi aplicado para o problema de FPOR visando a minimização das perdas nos sistemas IEEE de 30 e 118 barras, apresentando bons resultados na redução das perdas e no tempo computacional de execução em relação as outras metaheurísticas e algoritmos híbridos utilizados como comparação. Apesar dos bons resultados, vale ressaltar que os autores não levam em consideração a existência das variáveis discretas na formulação matemática do problema.

No trabalho de [Lu et al. \(2010\)](#), um operador de mutação da metaheurística GA é adicionado ao algoritmo de PSO, visando um aumento na diversificação das partículas do enxame. A cada iteração, após a atualização das velocidades e posições do enxame, seleciona-se um determinado número de partículas - sujeitas a uma probabilidade predefinida - para sofrerem mutação. Ao selecionar determinada partícula, um vetor de números binários de mesmo tamanho é gerado aleatoriamente, onde as posições com presença do número “1” indicam a variável da partícula que irá ser mutada. O procedimento descrito anteriormente repete-se até que o critério de parada do algoritmo de PSO seja satisfeito. Na abordagem proposta, foram testadas diferentes variantes do algoritmo PSO, sendo que a com peso de inércia e fator de constrição apresentou melhores resultados nas funções de teste. O método foi aplicado em dois casos de teste: DE com PCV e MC para um sistema de 10 geradores e DE com PCV para um sistema de 40 geradores. Para lidar com a restrição da demanda, os autores propõem uma heurística iterativa que realiza pequenos acréscimos ou decréscimos nas potências de cada gerador, para cada partícula, mantendo-se sempre as variáveis dentro de seus limites operacionais. Nos testes realizados, o método híbrido apresentou desempenho competitivo entre os demais algoritmos utilizados para comparação, destacando-se sempre entre os melhores resultados. Observa-se, pelas curvas de convergência impressas, que o método apresenta menor susceptibilidade de convergir prematuramente a um mínimo local do problema. Melhores resultados poderiam ter sido alcançados se algum mecanismo de busca local também tivesse sido implementado.

[Sayah e Hamouda \(2013\)](#), implementaram um algoritmo híbrido das metaheurísticas PSO e ED. Nesta abordagem, os operadores de atualização das velocidades e posições das partículas são embutidos no interior da metaheurística ED. Inicialmente, é inicializada aleatoriamente uma população “mãe” de indivíduos e, em seguida, são criadas duas outras populações provisórias: uma através do operador de mutação original da metaheurística de ED, e outra através dos operadores de atualização das velocidades e posições da metaheurística PSO. Então, as populações provisórias passam por um procedimento de *crossover* dando origem a duas populações “filhas”. Uma vez que todos os indivíduos tenham sido avaliados, é executado um procedimento de seleção entre as populações “filhas” e “mãe”, mantendo-se aqueles com o melhor *fitness*. Segundo os autores, a abordagem promove uma maior diversificação dos indivíduos presentes na população, evitando a convergência precoce para um mínimo local do problema. Testes computacionais foram realizados para o problema de DE em três casos distintos: o primeiro, considerando-se os efeitos de PCV em um sistema de 40 geradores. O segundo, considerando-se as perdas calculadas pelos coeficientes-*B*, ZOP e TLR, para um sistema de 15 geradores. O terceiro, considerando-se os efeitos de PCV e MC, para um sistema de 10 geradores. Em todos os casos, as restrições do problema são tratadas através da penalização na função *fitness*. O método proposto obteve um excelente desempenho dentre todas as comparações realizadas com outras metaheurísticas e algoritmos híbridos. Uma desvantagem do algoritmo proposto

é a necessidade de ter de avaliar duas populações de indivíduos a cada iteração, o que pode ser computacionalmente dispendioso.

Um algoritmo híbrido envolvendo as metaheurísticas PSO e GSA - que simula a teoria da gravitação universal elaborada por Newton - foi proposto por [Duman, Yorukeren e Altas \(2015\)](#). Neste algoritmo, inicialmente, todas as partículas ou massas são inicializadas aleatoriamente dentro dos limites permitidos para cada variável do problema. Em seguida, cada partícula é avaliada pela função *fitness* e, então, são definidas suas “massas” e calculadas as forças e acelerações resultantes entre as partículas do enxame, onde as “massas” são proporcionais à qualidade do *fitness* e as forças entre as partículas proporcionais às massas e às distâncias entre elas. A atualização das velocidades e posições das partículas é realizada assim como no algoritmo de PSO, no entanto, a parcela referente ao aspecto cognitivo (diferença entre a atual posição e a memória individual da partícula) é substituída pela aceleração anteriormente calculada. Para aprimorar os processos de exploração global e local, os autores propuseram um limite máximo de velocidade que se auto-ajusta a cada iteração, de acordo com um conjunto de regras de um sistema *fuzzy*, que utiliza como dados de entrada informações sobre o melhor *fitness* do enxame. Testes foram realizados para o problema de DE com PCV nos casos de 13 e 40 geradores, e nos sistemas de 14 e 30 barras do IEEE - considerando as perdas calculadas através dos coeficientes-*B*. Os resultados alcançados demonstraram ser excelentes na vasta comparação realizada com outras metaheurísticas e métodos híbridos.

[Santra et al. \(2016\)](#), implementaram um algoritmo híbrido com as metaheurísticas PSO e ACO, que simula o comportamento das formigas na construção de rotas de busca por alimento. Na abordagem proposta os autores utilizaram as metaheurísticas em duas etapas: na primeira, é executado o algoritmo de PSO até que o número total de iterações seja satisfeito. Uma vez terminado, a solução encontrada é passada ao algoritmo ACO como uma das formigas iniciais da colônia. Nesta abordagem, as potências dos geradores são discretizadas e simbolizam vértices de um grafo, interligados pelos caminhos. A cada iteração, novas formigas percorrem tais caminhos depositando feromônios de acordo com a qualidade do *fitness* obtido, de forma que quanto mais feromônios depositados, maior a probabilidade do caminho ser selecionado. Se o caminho é pouco frequentado, o feromônio depositado tende a evaporar. No final do algoritmo, o caminho com maior quantidade de feromônios é a solução do problema. Os autores aplicaram o algoritmo em quatro casos de teste: DE, DE com PCV, DE com PCV e TLR e, por fim, DE com PCV e ZOP - todos para um sistema simples de 6 geradores. Em todos os casos o método proposto obteve bons resultados quando comparados a outras metaheurísticas e aos algoritmos PSO e ACO, individualmente. Apesar de bons resultados, os autores aplicaram o algoritmo em um sistema de pequeno porte e não informaram detalhes do algoritmo híbrido, como: número de discretizações das potências dos geradores e modo de tratamento das restrições do problema.

Em [Chopra, Kumar e Mehta \(2016\)](#), os autores desenvolveram um método híbrido a partir da junção de duas metaheurísticas: PSO e otimização por alcateia de lobos cinzentos (do inglês *grey wolf optimization* ou GWO), que simula o processo de caça de lobos. Nesta hibridização, o algoritmo de PSO é embutido no interior do GWO, de forma que a cada iteração os lobos da alcateia são passados à metaheurística de PSO como sendo partículas. Após a execução completa do algoritmo de PSO, tais partículas retornam ao algoritmo original de GWO como sendo lobos. Então, são calculados os novos *fitness* e atualizadas as posições dos novos lobos. O processo se repete até que o número máximo de iterações do GWO seja atingido. O método foi aplicado ao problema de DE considerando as perdas calculadas através dos coeficientes-*B*, para os casos de 3 e 6 unidades geradoras. Em comparação com a metaheurística GWO pura, o método híbrido apresenta uma velocidade de convergência superior. No entanto, vale ressaltar que, o método pode ser dispendioso computacionalmente uma vez que para cada iteração do GWO é executado o algoritmo PSO em sua totalidade. Além disso, sabe-se que no decorrer das iterações da metaheurística PSO as partículas tendem a se aproximar conjuntamente da melhor solução, de forma que ao retornar tal enxame ao algoritmo de GWO como sendo os novos lobos, teremos uma alcateia pouco diversificada e com espaço de busca reduzido, podendo gerar convergência prematura a um mínimo local do problema.

Em [Naderi et al. \(2017\)](#), os autores aplicaram um método híbrido composto pela metaheurística CLPSO e pela técnica *fuzzy* nos sistemas elétricos IEEE de 118 e 354 barras para resolver o problema de FPOR. Neste método, os autores reconstituem a componente social retirada por [Liang et al. \(2006\)](#) no cálculo da velocidade do algoritmo CLPSO, além de utilizarem a lógica *fuzzy* para atualizar automaticamente o peso de inércia do método conforme o melhor *fitness* normalizado do enxame. Nos testes executados, os autores mostram que o algoritmo proposto possui desempenho superior ao da metaheurística PSO tradicional e outros algoritmos bioinspirados, obtendo melhores soluções em ambos os casos de teste. A estratégia de incorporar lógica *fuzzy* para atualizar o valor do peso de inércia é vantajosa, uma vez que o parâmetro passa a variar conforme o desempenho do algoritmo e não mais de forma preestabelecida.

[Barati e Sadeghi \(2018\)](#), propuseram uma combinação da metaheurística de enxame de partículas modificada (do inglês *modified particle swarm optimization* ou MPSO) com GA. Inicialmente, o algoritmo tradicional de GA é executado para uma população de indivíduos aleatoriamente criada, contendo os operadores de mutação, *crossover* e seleção. Em seguida, um terço das melhores partículas é selecionado para estar no enxame inicial do algoritmo MPSO. No algoritmo MPSO, um novo operador para criação aleatória de partículas é proposto, sendo que a cada iteração são mantidas apenas um terço das melhores partículas do enxame e as demais são recriadas utilizando tal operador. Testes foram realizados para o problema de DE com PCV, ZOP, MC e TLR, nos casos de 6, 10 e 15 geradores, considerando as perdas calculadas através dos coeficientes-*B*. Embora o

algoritmo tenha apresentado bons resultados em comparação a outras metaheurísticas, sua aplicação ficou restrita a sistemas de pequeno porte sem a RT.

Um método híbrido envolvendo as metaheurísticas PSO e TS foi desenvolvido por [Sahli et al. \(2018\)](#). Nesta abordagem, a metaheurística de PSO é utilizada como otimizador global, enquanto que o algoritmo TS é utilizado como otimizador local. A metaheurística TS é embutida no interior do algoritmo de PSO, sendo executada a cada iteração para aprimorar localmente a memória de cada partícula do enxame (que contém a melhor localização pela qual a partícula já esteve até então), explorando sua vizinhança. A vizinhança a ser explorada pelo método TS é definida através da técnica denominada hiper-retângulo, que seleciona aleatoriamente pontos que estão no interior de um hiperespaço centralizado na posição da memória da partícula e que se estende até um determinado raio predefinido pelo desenvolvedor. Os critérios de parada adotados para tal etapa são: o número total de iterações e o número de iterações sem melhorias no *fitness* da memória. Caso este processo acarrete em melhoria do *fitness* da memória, esta é atualizada no algoritmo de PSO para seu novo valor. Em seguida, após a exploração local, retorna-se o fluxo original do algoritmo PSO até que o número máximo de iterações seja atingido. O método híbrido foi aplicado no problema de FPOR no sistema de IEEE de 30 barras para a minimização das perdas de potência ativa e desvio de tensão. As restrições de igualdade e desigualdade do problema são tratadas pela resolução do FP e por penalizações na função *fitness*, respectivamente. Embora os autores tenham aplicado o método apenas em um sistema de pequeno porte e não tenham levado em consideração a presença de variáveis discretas, ele apresentou bom desempenho quando comparado a outras metaheurísticas e aos próprios métodos PSO e TS, isoladamente.

No trabalho de [Nasouri Gilvaei et al. \(2020\)](#), é proposta uma hibridização entre as metaheurísticas PSO e o algoritmo do vaga-lume (do inglês *firefly algorithm* ou FA), que simula o processo de comunicação de tais insetos através do fenômeno de bioluminescência. Na abordagem proposta, o método PSO é utilizado como otimizador global e o método FA como otimizador local. Inicialmente, inicializa-se um enxame de partículas aleatoriamente respeitando-se os limites do hiperespaço de busca. Em seguida, para cada partícula é resolvido o FP e calculado seu *fitness*. Sempre que uma partícula obtiver melhoria no valor de seu *fitness* em relação à iteração anterior, sua posição e velocidade serão calculadas utilizando as equações da metaheurística FA. Caso contrário, são utilizadas as equações da metaheurística de PSO. Para aprimorar o desempenho do algoritmo de PSO, os autores desenvolveram um sistema *fuzzy* para ajustar automaticamente os coeficientes de aceleração individuais de cada partícula, com base em seu valor de *fitness* e no número da respectiva iteração. Testes foram realizados nos sistemas elétricos de 30, 57 e 118 barras do IEEE, para o problema de FPOR considerando quatro diferentes casos: as perdas de potência ativa, o desvio de tensão, o índice de estabilidade de tensão e, por fim, um caso multiobjetivo. As restrições de igualdade e desigualdade do problema foram tratadas através da resolução

do FP e de penalizações na função *fitness*, respectivamente. Em todos os casos de teste a abordagem híbrida proposta se sobressaiu em relação as outras metaheurísticas utilizadas para comparação, mantendo também um tempo computacional competitivo.

Em [Shaheen, Hasanien e Alkuhayli \(2021\)](#), os autores propuseram um algoritmo híbrido de PSO com GWO com a mesma configuração implementada por [Chopra, Kumar e Mehta \(2016\)](#). No entanto, testes computacionais foram realizados nos sistemas elétricos de 14, 30 e 118 barras do IEEE, para o problema de FPOR. Para cada sistema teste, foram implementadas e estudadas duas funções objetivos: a minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão e a minimização do desvio de tensão nas barras. As restrições do problema são tratadas através da penalização na função *fitness* das metaheurísticas. O método proposto obteve melhores resultados que as demais metaheurísticas utilizadas para comparação, em ambos os casos de teste. Assim como no trabalho de [Chopra, Kumar e Mehta \(2016\)](#), a configuração escolhida para combinar as metaheurísticas pode acabar se tornando um ponto fraco da abordagem proposta, tendo em vista os problemas mencionados anteriormente sobre o tempo computacional e a convergência prematura.

### 3.3 Análise Geral

Nesta seção, será realizada uma análise geral da revisão da literatura efetuada anteriormente. Sabe-se, que os métodos determinísticos de otimização são excelentes ferramentas para a efetuação de buscas locais. Por outro lado, as metaheurísticas, são uma boa opção para a realização de buscas globais no hiperespaço de soluções. O problema de FPO, por sua vez, possui características que favorecem a hibridização de ambos os métodos visando à obtenção de melhores soluções.

Como visto anteriormente, a metaheurística de PSO, embora tenha um grande destaque em aplicações do FPO, apresenta como principal desvantagem a possibilidade de convergência prematura ([LIANG et al., 2006](#)). Além disso, por se tratar de um algoritmo de busca estocástico, carece da capacidade de efetuar buscas locais efetivas no hiperespaço de soluções quando comparadas aos métodos determinísticos de otimização. De forma geral, as hibridizações encontradas na literatura visam corrigir ambos os aspectos em seu funcionamento. Uma síntese do levantamento bibliográfico realizado, em ordem cronológica, pode ser encontrada nas Tabelas [3.1](#) e [3.2](#).

Uma das principais arquiteturas utilizadas em algoritmos híbridos é a inserção de um método determinístico no interior da metaheurística, de forma que este é executado a cada iteração ou a partir de uma determinada condição estabelecida pelo desenvolvedor para aprimorar a qualidade da solução de um ou mais agentes de busca. Pode-se destacar dois aspectos como dificuldades desta abordagem: em primeiro lugar, o tempo computacional aumenta consideravelmente pois o método determinístico é executado um grande número

Tabela 3.1 – Algoritmos híbridos de PSO com métodos determinísticos para resolução dos subproblemas do FPO.

| Métodos Híbridos                                 | Problemas (Objetivos)              | Sistemas                        | RT  | Variáveis Discretas |
|--------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|-----|---------------------|
| PSO-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)           | DE-PCV<br>( $C_T$ )                | 3, 13 e 40 Geradores            | Não | Não                 |
| PSO-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2005)           | DE-PCV-TLR<br>( $C_T$ )            | 10 e 30 Geradores               | Não | Não                 |
| PSO-MPI<br>(CHUANWEN; BOMPARD, 2005)             | FPOR<br>( $P_L$ )                  | IEEE 30                         | Sim | Não                 |
| PSO-BFGS<br>(COELHO; MARIANI, 2006)              | DE-PCV<br>( $C_T$ )                | 13 Geradores                    | Não | Não                 |
| PSO-SQP<br>(TITUS; JEYAKUMAR, 2008)              | DE-PCV-MC<br>( $C_T$ )             | 10 Geradores                    | Não | Não                 |
| PSO-EP-SQP<br>(TITUS; JEYAKUMAR, 2008)           | DE-PCV-ZOP<br>-TLR<br>( $C_T$ )    | 3, 10, 15 e 30 Geradores        | Não | Não                 |
| CLPSO-SQP<br>(WANG; LI; YUAN, 2010)              | DE-PCV<br>( $C_T$ )                | 3, 13 e 40 Geradores            | Não | Não                 |
| CPSO-SQP<br>(CAI et al., 2012)                   | DE-PCV<br>( $C_T$ )                | 3, 13 e 40 Geradores            | Não | Não                 |
| ESSOA-GM<br>(AZIZIPANAH-ABARGHOOEE et al., 2013) | DE-PCV-ZOP<br>-MC-TLR<br>( $C_T$ ) | 10, 15, 40 e 80 Geradores       | Não | Não                 |
| PSO-GC<br>(SECUI, 2015)                          | DE-PCV-ZOP<br>-TLR<br>( $C_T$ )    | 6, 13 e 38 Geradores            | Não | Não                 |
| PSO-MPI<br>(LIU et al., 2015)                    | FPOR<br>( $P_L$ )                  | IEEE 39 e Dinamarquês Ocidental | Sim | Sim                 |

Fonte: Autor.

de vezes. Em segundo lugar, pelo fato da metaheurística utilizar penalizações para tratar das restrições do problema matemático, uma possível solução local e factível encontrada pelo método determinístico acabaria levando vantagem em relação aos demais agentes de busca que se movimentam de forma aleatória e a todo momento são penalizados. Algumas metaheurísticas tendem a ser mais propensas a direcionar o processo de busca na direção do agente melhor avaliado da população, o que pode acarretar em uma convergência precoce a um mínimo local em problemas multimodais.

De forma similar à arquitetura mencionada anteriormente, frequentemente são utilizadas metaheurísticas secundárias para a realização da exploração local ao redor dos agentes de busca da metaheurística primária. Também pode-se destacar como desvantagem desta abordagem o tempo computacional requerido, uma vez que metaheurísticas não possuem a mesma eficiência que métodos determinísticos na realização de buscas locais.

Tabela 3.2 – Algoritmos híbridos de PSO com metaheurísticas para resolução dos subproblemas do FPO.

| Métodos Híbridos                                 | Problemas (Objetivos)              | Sistemas              | RT  | Variáveis Discretas |
|--------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------|-----|---------------------|
| PSO-MAS-GA<br>(SHUNMUGALATHA; SLOCHANAL, 2008)   | FPOR<br>( $P_L$ )                  | IEEE 30 e 118         | Sim | Não                 |
| PSO-AG<br>(LU et al., 2010)                      | DE-PCV-MC<br>( $C_T$ )             | 10 e 40 Geradores     | Não | Não                 |
| PSO-ED<br>(SAYAH; HAMOUDA, 2013)                 | DE-PCV-ZOP<br>-MC-TLR<br>( $C_T$ ) | 10, 15 e 40 Geradores | Não | Não                 |
| PSO-GSA<br>(DUMAN; YORUKEREN; ALTAS, 2015)       | DE-PCV<br>( $C_T$ )                | 13 e 40 Geradores     | Não | Não                 |
| PSO-GWO<br>(CHOPRA; KUMAR; MEHTA, 2016)          | DE<br>( $C_T$ )                    | 6 Geradores           | Não | Não                 |
| CLPSO-FUZZY<br>(NADERI et al., 2017)             | FPOR<br>( $P_L, DT$ )              | IEEE 118 e 354        | Sim | Não                 |
| PSO-ACO<br>(SANTRA et al., 2016)                 | DE-PCV-ZOP<br>-TLR<br>( $C_T$ )    | 3 e 6 Geradores       | Não | Não                 |
| MPSO-GA<br>(BARATI; SADEGHI, 2018)               | DE-PCV-ZOP<br>-MC-TLR<br>( $C_T$ ) | 6, 10 e 15 Geradores  | Não | Não                 |
| PSO-TS<br>(SAHLI et al., 2018)                   | FPOR<br>( $P_L$ e $DT$ )           | IEEE 30               | Sim | Não                 |
| PSO-FA<br>(NASOURI GILVAEI et al., 2020)         | FPOR<br>( $P_L, DT$ e $IET$ )      | IEEE 30, 57 e 118     | Sim | Não                 |
| PSO-GWO<br>(SHAHEEN; HASANIEN; ALKUHAAYLI, 2021) | FPOR<br>( $P_L$ e $DT$ )           | IEEE 14, 30 e 118     | Sim | Não                 |

Fonte: Autor.

Além disso, o número de diferentes possíveis soluções cresce exponencialmente com o número de variáveis, de forma a precarizar o desempenho de métodos de buscas estocásticos em problemas de maior porte (HENDTLASS, 2009; CHEN; MONTGOMERY; BOLUFÉ-RÖHLER, 2015).

Encontra-se também na literatura a arquitetura híbrida que executa inicialmente um método determinístico e utiliza sua solução como um dos agentes da metaheurística a ser executada em uma segunda etapa, procedimento comumente denominado “boa-partida” (do inglês *warm-start*). Uma desvantagem desta abordagem é o fato de que, em problemas não convexos, a solução inicial encontrada pelo método determinístico pode ser um mínimo local localizado distante da solução ótima global do problema, direcionando os agentes de busca da metaheurística a uma região não promissora do hiperespaço de soluções.

A mesclagem de operadores de diferentes metaheurísticas também é uma das

soluções encontradas pelos pesquisadores com o propósito de aprimorar as capacidades de exploração local ou global dos algoritmos híbridos. Em específico ao caso do PSO, comumente se utilizam operadores que visam aprimorar a capacidade de diversificação do enxame, minimizando as chances do algoritmo convergir prematuramente a um mínimo local do problema. Por outro lado, o algoritmo tende a perder objetividade e a capacidade de efetuar explorações locais.

Há também a arquitetura híbrida que utiliza os algoritmos metaheurísticos e determinísticos em duas etapas distintas: inicialmente, a metaheurística realiza uma exploração global à procura de uma solução ótima e, em seguida, tal solução é utilizada como ponto inicial (*warm-start*) do método determinístico que realiza um aperfeiçoamento de sua qualidade. Nesta arquitetura, pode-se encontrar também métodos metaheurísticos substituindo o papel realizado pelos métodos determinísticos, no entanto, como destacado anteriormente, a eficiência não acaba sendo equivalente.

Alguns autores ainda utilizam um método exato no interior da metaheurística para ajudá-la com as restrições do problema, como é o caso dos algoritmos híbridos que utilizam um método determinístico para a resolução do FP, diminuindo também o número de restrições e variáveis com as quais as metaheurísticas teriam de lidar.

Neste resumo, estão enfatizados os algoritmos utilizados nas metodologias híbridas, bem como os problemas considerados e suas respectivas funções objetivos, os sistemas elétricos utilizados e a presença ou não de variáveis discretas. Observa-se, pelas Tabelas 3.1 e 3.2, que na maioria dos casos os pesquisadores não levam em consideração a RT e, consequentemente, a presença de variáveis discretas. A RT acrescenta diversas restrições à formulação matemática do problema de FPO, devido às equações que representam os balanços de potência ativa (2.2) e reativa (2.3) do sistema, dificultando sua resolução. Além disso, a presença de variáveis discretas acaba inviabilizando a aplicação direta de métodos determinísticos contínuos. Por esses motivos, a representação das perdas também é geralmente realizada através da aproximação com os coeficientes- $B$ .

Neste trabalho, a RT, perdas e variáveis discretas serão levadas em consideração nos testes para os problemas de FPOR e DE com PCV, ZOP e RT. Foi proposto um método híbrido que envolve a metaheurística CLPSO para exploração global, o método NR para resolução do fluxo de potência e o método determinístico BB-SQP para exploração local. A escolha da utilização de cada método tem fundamento nas características mencionadas dos problemas resolvidos. A metaheurística PSO, responsável por otimizar as variáveis independentes do sistema por um processo de busca global, é o principal algoritmo do método híbrido. Para superar as adversidades impostas pelo grande número de dimensões e pela característica multimodal de alguns problemas, utilizou-se a estratégia de aprendizagem abrangente visando-se manter a diversificação do enxame de partículas e evitar a convergência precoce. Nos casos onde há a representação da transmissão, também

incorporou-se o método NR para realizar o cálculo do fluxo de potência, diminuindo o número de variáveis e restrições que a metaheurística teria de lidar sozinha. Além disso, para lidar com as variáveis discretas e com as ZOP, foi proposto neste trabalho um operador de arredondamento com posterior restauração ao valor original da partícula, visando evitar a estagnação destas.

Por fim, a solução encontrada pela metaheurística, é utilizada como ponto inicial (*warm-start*) do método determinístico para o aperfeiçoamento local. Para aplicar o método determinístico, é necessário reformular o problema DE-PCV para torná-lo diferenciável. Para isso, foi utilizada a estratégia proposta por [Pan, Jian e Yang \(2018\)](#) nos casos que retratam os efeitos de PCV. Em termos de eficiência, o método SQP explora o espaço de busca com uma direção de gradiente que tende a ser muito mais objetiva do que a busca estocástica realizada por metaheurísticas, embora seja sensível ao ponto inicial adotado. Uma vez que o ponto inicial adotado é definido anteriormente em um processo de busca global, maximizam-se as chances de se obter melhores soluções. Também foi utilizado o algoritmo BB para lidar com as variáveis discretas, e a delimitação manual do espaço de busca para o interior da zona de operação permitida onde o ponto inicial se encontra, para lidar com as ZOP dos geradores.

No próximo capítulo, serão detalhados os métodos que compõem o algoritmo híbrido proposto.

# 4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA

Neste capítulo, será apresentada a metodologia proposta neste trabalho para a resolução dos problemas de FPOR e DE com PCV, ZOP e RT. Trata-se de uma metodologia híbrida que combina o método de CLPSO com NR e SQP-BB.

## 4.1 Metaheurística PSO

O algoritmo PSO é uma metaheurística de inteligência de enxame proposta por [Kennedy e Eberhart \(1995\)](#) visando a simulação do comportamento social de bandos de aves. O propósito inicial do algoritmo era descobrir os padrões que governavam as habilidades das aves de sobrevoarem de forma síncrona, mudarem abruptamente a trajetória e se reagruparem em uma formação ótima. Partindo deste objetivo inicial, o algoritmo acabou tornando-se uma das mais simples e eficientes metaheurísticas de otimização.

No PSO, as partículas - que representam possíveis soluções do problema de otimização - “sobrevoam” o hiperespaço de busca com base na tendência sociopsicológica de indivíduos em emular o comportamento de sucesso de outros indivíduos. O deslocamento de cada partícula é influenciado por sua própria experiência (componente cognitiva) e pela experiência das demais partículas (componente social) acumuladas no decorrer das iterações, dando origem a um eficiente processo de cooperação que pode acarretar no descobrimento de regiões promissoras do hiperespaço de busca do problema ([ENGELBRECHT, 2007](#)).

Seja  $x_i(k) = [x_{i1}(k), x_{i2}(k), \dots, x_{im}(k)]$  um vetor de tamanho  $m$  que representa a posição de uma partícula  $i$  em cada dimensão  $j = 1, \dots, m$  do espaço de busca, na iteração  $k$ . Tal posição é modificada somando-se um vetor de velocidade  $v_i(k) = [v_{i1}(k), v_{i2}(k), \dots, v_{im}(k)]$  de mesma dimensão, conforme a equação (4.1):

$$x_i(k+1) = x_i(k) + v_i(k). \quad (4.1)$$

Na iteração inicial ( $k = 0$ ),  $x_i(0)$  é inicializado como sendo um vetor de números aleatórios pertencentes às distribuições uniformes contínuas  $U(x_{ij}^{min}, x_{ij}^{max})$  de cada dimensão  $j$ , em que  $x_{ij}^{min}$  e  $x_{ij}^{max}$  representam, respectivamente, os valores mínimos e máximos da partícula  $i$  na dimensão  $j$ . A velocidade, por sua vez, é calculada para cada partícula através da equação (4.2):

$$v_i(k+1) = w(k)v_i(k) + c_1 r_{1i} \odot [p_i^{best}(k) - x_i(k)] + c_2 r_{2i} \odot [g^{best}(k) - x_i(k)], \quad (4.2)$$

onde:

- $w(k)$  corresponde ao peso de inércia na iteração  $k$ ;
- $c_1$  é uma constante que corresponde ao coeficiente de aceleração da componente cognitiva da velocidade;
- $c_2$  é uma constante que corresponde ao coeficiente de aceleração da componente social da velocidade;
- $r_{1i}$  e  $r_{2i}$  são vetores de dimensão  $m$  compostos por números aleatórios provenientes de uma distribuição uniforme contínua  $U(0,1)$ , sorteados para cada partícula e dimensão;
- $p_i^{best}(k) = [p_{i1}^{best}(k), p_{i2}^{best}(k), \dots, p_{im}^{best}(k)]$  é um vetor de dimensão  $m$  que corresponde à memória da melhor posição já visitada pela partícula  $i$  até a iteração  $k$ ;
- $g^{best}(k) = [g_{i1}^{best}(k), g_{i2}^{best}(k), \dots, g_{im}^{best}(k)]$  é um vetor de dimensão  $m$  que corresponde à melhor posição já visitada dentre todas as partículas do enxame até a iteração  $k$ ;
- $\odot$  corresponde ao produto de hadamard entre dois vetores.

Observando-se a equação (4.2), pode-se notar que a velocidade é composta por três componentes. A primeira componente, denominada componente inercial ( $w(k)v_i(k)$ ), corresponde à multiplicação da velocidade calculada na iteração anterior pelo peso de inércia. O peso de inércia foi introduzido por [Shi e Eberhart \(1998\)](#) como um mecanismo de controle da exploração global e local do algoritmo de PSO, através da ponderação da velocidade prévia da partícula, controlando, assim, seu momento. De forma geral, quanto maior o valor do peso de inércia, maior a capacidade de exploração global das partículas e maior a diversificação do enxame. Por outro lado, para valores pequenos, as partículas tendem a realizar uma exploração local e a se aproximarem. Ao longo dos anos, pesquisadores estudaram diferentes estratégias para a definição do peso de inércia ([BANSAL et al., 2011](#); [SHI; EBERHART, 2001](#)), sendo a de decrescimento linear uma das mais utilizadas devido ao fato de providenciar um bom equilíbrio entre exploração global e local na execução do algoritmo. O peso de inércia com decrescimento linear é definido pela equação (4.3):

$$w(k) = w^{max} - \left[ \frac{w^{max} - w^{min}}{k^{max}} \right] k, \quad (4.3)$$

onde  $w^{max}$  e  $w^{min}$  representam, respectivamente, os valores máximo e mínimo do peso de inércia. Já  $k^{max}$ , representa o número total de iterações do algoritmo.

A segunda componente, denominada componente cognitiva ( $c_1 r_{1i} \odot [p_i^{best}(k) - x_i(k)]$ ), corresponde à parcela de deslocamento da partícula na direção da melhor posição encontrada por ela mesma durante a execução do algoritmo, também abreviada por  $p_i^{best}$  (do inglês *personal best*). Já a terceira componente, denominada componente social ( $c_2 r_{2i} \odot [g^{best}(k) - x_i(k)]$ ), corresponde à parcela de deslocamento da partícula na direção da melhor posição já encontrada dentre todas as partículas do enxame durante a execução do algoritmo, também abreviada por  $g^{best}$  (do inglês *global best*). As componentes cognitiva e social são multiplicadas pelas constantes  $c_1$  e  $c_2$  que, respectivamente, ponderam o quanto cada partícula aprende com a própria experiência ou com as demais partículas do enxame. Os vetores de números aleatórios  $r_{1i}$  e  $r_{2i}$  proporcionam um caráter estocástico ao movimento das partículas, aprimorando a capacidade de exploração do algoritmo.

Segundo Engelbrecht (2007), para evitar que as partículas sobrevoem distâncias longas no hiperespaço de soluções e acabem saindo da região factível do problema, torna-se necessário limitar suas velocidade máximas e mínimas antes da atualização de suas posições. Tal procedimento é realizado da seguinte maneira:

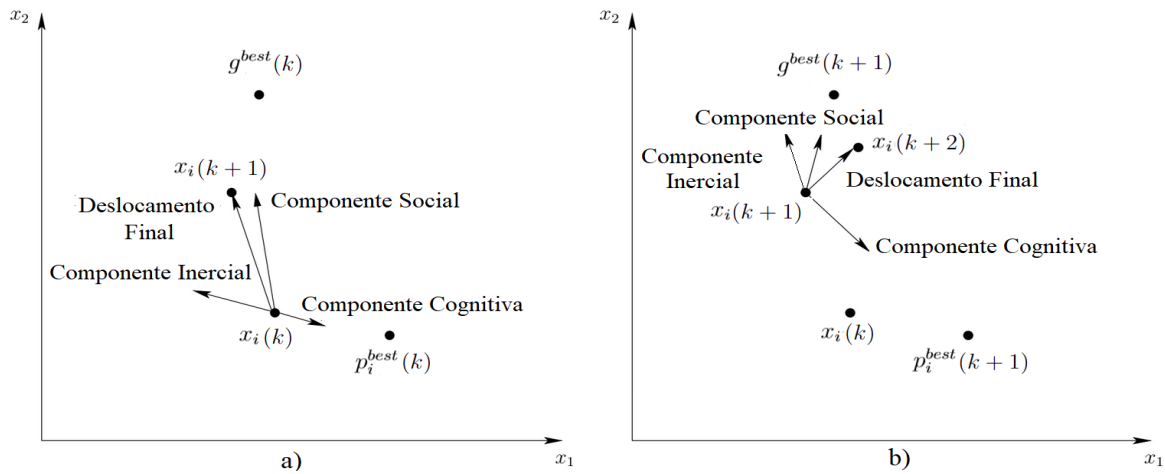
$$v_{ij}(k+1) = \begin{cases} v_{ij}(k+1), & \text{se } v_{ij}^{min} \leq v_{ij}(k+1) \leq v_{ij}^{max}, \\ v_{ij}^{max}, & \text{se } v_{ij}(k+1) > v_{ij}^{max}, \\ v_{ij}^{min}, & \text{se } v_{ij}(k+1) < v_{ij}^{min}, \end{cases} \quad (4.4)$$

de forma que  $v_{ij}^{max}$  e  $v_{ij}^{min}$  representam as velocidades máximas e mínimas definidas pelo desenvolvedor para a dimensão  $j$  da partícula  $i$ . A Figura 4.1 ilustra o movimento de uma partícula em um espaço bidimensional com base nas componentes mencionadas anteriormente.

Na Figura 4.2 e no algoritmo 1, pode-se visualizar, respectivamente, o fluxograma e o algoritmo que resume o funcionamento da metaheurística PSO.

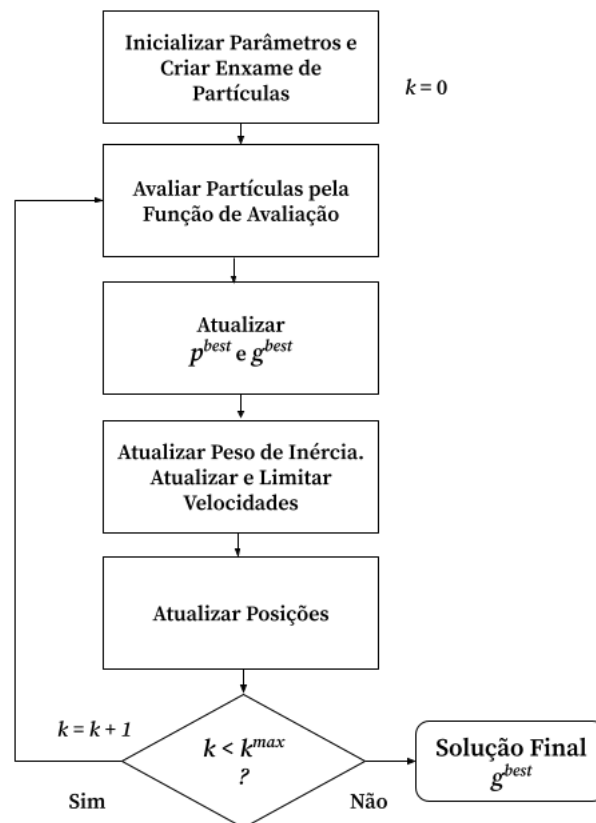
Neste trabalho,  $p^{best} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  é formada pelas memórias individuais ( $p_i^{best}$ ) de cada partícula do enxame. A metaheurística PSO, embora seja um dos algoritmos de maior destaque e aplicação na resolução de problemas relacionados ao FPO (ABBAS et al., 2017; ROJAS; LEZAMA; VILLA, 2016), possui como principal desvantagem o problema de convergência precoce. Chu, Gao e Sorooshian (2011), constataram que em problemas de grandes dimensões, metaheurísticas tendem a ter uma degradação em seu desempenho. Chen, Montgomery e Bolufé-Röhler (2015), concluíram o mesmo para as metaheurísticas PSO e ED, especificamente.

O fenômeno ocorre devido ao fato de que o volume do hiperespaço de busca tende a crescer exponencialmente com o número de dimensões, tornando a cobertura efetuada pelas

Figura 4.1 – Movimento da partícula na: a) iteração  $k$ . b) iteração  $k + 1$ .

Fonte: Adaptado de Engelbrecht (2007).

Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo PSO.



Fonte: Autor.

partículas suscetível à convergência precoce para um mínimo local do problema. Liang et al. (2006), também constataram o fenômeno de convergência precoce para problemas com função objetivo do tipo multimodal. Para aprimorar o desempenho do algoritmo em

tais circunstâncias, propuseram uma nova variante denominada CLPSO que utiliza uma estratégia de aprendizagem abrangente para as partículas do enxame. Na próxima seção, será apresentada a estratégia de aprendizagem abrangente proposta no trabalho de [Liang et al. \(2006\)](#).

**Algoritmo 1:** Algoritmo PSO

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), coeficientes de aceleração para as componentes cognitiva e social ( $c_1$  e  $c_2$ ), valores máximo e mínimo do peso de inércia ( $w^{max}$  e  $w^{min}$ ), número máximo de iterações ( $k^{max}$ ), número de variáveis do problema ( $m$ ), limites de velocidades máxima e mínima ( $v_{ij}^{max}$  e  $v_{ij}^{min}$ ) para cada dimensão  $j$ .

**Saída:** Solução:  $g^{best}$ .

1 **início**

2     Inicializar contador de iterações  $k=0$ . Inicializar aleatoriamente  $n_p$  partículas que representam o enxame. Inicializar aleatoriamente  $n_p$  velocidades iniciais. Inicializar todas as memórias das partículas como  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$  e  $g^{best}(k)$  como sendo a partícula com melhor avaliação da função objetivo dentre todas as  $p_i^{best}(k)$ .

3     **enquanto**  $k < k^{max}$  **faça**

4         **para cada** partícula  $i = 1, \dots, n_p$  **faça**

5             **se**  $f(x_i(k)) < f(p_i^{best}(k))$  **então**

6                  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$ ;

7             **fim**

8             **se**  $f(p_i^{best}(k)) < f(g^{best}(k))$  **então**

9                  $g^{best}(k) = p_i^{best}(k)$ ;

10            **fim**

11            Atualizar peso de inércia utilizando a equação (4.3);

12            Atualizar a velocidade da partícula utilizando a equação (4.2);

13            Limitar velocidades utilizando o procedimento (4.4);

14            Atualizar a posição da partícula utilizando a equação (4.1);

15            **fim**

16             $k = k + 1$ ;

17     **fim**

18 **fim**

19 \*  $f(\cdot)$  representa a função objetivo de um problema minimização irrestrito.

### 4.1.1 Aprendizagem Abrangente

Na metaheurística original de PSO, cada partícula aprende simultaneamente com  $g^{best}$  e  $p_i^{best}$  a cada iteração. Liang et al. (2006) observaram que, em casos multimodais, a componente social apresenta um grande impacto no fenômeno de convergência prematura do algoritmo, pois as partículas do enxame tendem a convergir facilmente para a posição  $g^{best}$  mesmo que esta esteja distante da solução ótima global do problema de otimização. Se  $p_i^{best}$  e  $g^{best}$  encontram-se em lados opostos de uma determinada partícula, esta tenderá a oscilar e eventualmente ser atraída para a posição  $g^{best}$ , uma vez que a componente  $|g^{best}(k) - x_i(k)|$  geralmente tende a ser maior que  $|p_i^{best}(k) - x_i(k)|$ . Por outro lado, se  $p_i^{best}$  e  $g^{best}$  encontram-se na mesma região em relação a atual posição de uma determinada partícula, esta irá mover-se em direção a tal região e tenderá a ficar presa uma vez que  $p_i^{best}$  e  $g^{best}$  encontram-se próximos, diminuindo sua amplitude de movimento. Na estratégia de aprendizagem abrangente, as partículas aprendem utilizando informação da  $p_i^{best}$  de outras partículas, tornando-as mais aptas a escaparem de possíveis mínimos locais do problema.

Na variante CLPSO, a atualização das posições das partículas é realizada utilizando-se a equação (4.1). No entanto, a equação para o cálculo da velocidade é modificada para:

$$v_i(k+1) = w(k)v_i(k) + cr_i \odot [mp_i^{best}(k) - x_i(k)], \quad (4.5)$$

onde  $c$  é constante e representa o novo coeficiente de aceleração,  $r_i$  corresponde a um vetor de dimensão  $m$  de números aleatórios provenientes de uma distribuição uniforme contínua  $U(0, 1)$  e  $mp_i^{best}$  é um vetor de dimensão  $m$  que corresponde à memória individual de cada partícula ( $p_i^{best}$ ) modificada pela estratégia de aprendizagem abrangente. Comparando-se as equações de velocidade (4.2) e (4.5) dos algoritmos PSO e CLPSO, respectivamente, pode-se notar:

- No algoritmo CLPSO, a parcela da componente social é excluída da equação de atualização da velocidade, de forma que o deslocamento final deixa de depender de  $g^{best}$ ;
- Modifica-se a componente cognitiva através da alteração da memória individual de cada partícula  $p_i^{best}$  para  $mp_i^{best}$ . Neste trabalho,  $mp^{best} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  é constituída pelas memórias individuais modificadas ( $mp_i^{best}$ ) de cada partícula do enxame.

A estratégia de aprendizagem abrangente é aplicada para cada partícula do enxame, a cada iteração, conforme o intervalo de atualização (do inglês *refreshing gap* ou  $r^{gap}$ ) definido pelo usuário (LIANG et al., 2006). Inicialmente, verifica-se a quantas iterações a partícula está sem obter progresso na otimização de sua função objetivo ( $gap_i$ ). Caso o  $gap_i$  da partícula  $i$  seja maior ou igual a  $r^{gap}$  definido pelo usuário, a partícula é então

selecionada para passar pelo processo de aprendizagem abrangente e seu  $gap_i$  é zerado. No algoritmo,  $gap = [gap_1, gap_2, \dots, gap_n]$  é um vetor de dimensão  $n$  contendo o  $gap_i$  de cada partícula do enxame. Em seguida, para cada uma das dimensões  $j$  que compõem a partícula, sorteia-se um número aleatório proveniente de uma distribuição uniforme contínua  $U(0, 1)$  e verifica-se se este é inferior ou igual a uma probabilidade de troca ( $p_t$ ) definida pelo usuário. Em caso negativo, a memória modificada da partícula receberá, nesta dimensão, o próprio valor de sua memória individual original  $mp_{ij}^{best} = p_{ij}^{best}$ .

Caso o número sorteado seja inferior ou igual à  $p_t$ , duas outras memórias individuais das partículas do enxame são selecionadas aleatoriamente. Em seguida, verifica-se qual destas partículas sorteadas possui a melhor avaliação da função objetivo do problema (torneio). A partícula sob o processo de aprendizado irá, então, receber a informação da respectiva dimensão da memória individual da partícula vencedora do torneio  $mp_{ij}^{best} = p_{vj}^{best}$ , onde  $p_{vj}^{best}$  denota o valor da dimensão  $j$  da memória individual da partícula vencedora  $v$ . Uma vez executado este processo para todas as dimensões da partícula, verifica-se se a memória modificada resultante é igual a sua própria memória original. Caso seja, sorteia-se novamente outra memória individual dentre as partículas do enxame e uma dimensão, atribuindo-se, então, o novo valor à memória modificada. Este procedimento final garante que, ao final do processo de aprendizagem, a memória modificada da partícula nunca será totalmente equivalente a sua própria memória original.

Embora a parcela da componente social representada pela partícula  $g^{best}$  tenha sido removida da equação da velocidade do algoritmo CLPSO, observa-se que o processo de aprendizagem abrangente permite que a partícula possa aprender com as memórias individuais de outras partículas e a sua própria, preservando, portanto, os aspectos cognitivo e social do algoritmo PSO tradicional. Nesta nova variante,  $p_t$  exerce um papel fundamental: quanto maior a probabilidade, mais as partículas aprendem com as memórias de outras partículas e, como consequência, aprimora-se a capacidade de busca global e diversificação do enxame. Por outro lado, quanto menor a probabilidade, menos informação é trocada pelas partículas, favorecendo o processo de busca local.

O parâmetro  $r^{gap}$ , por sua vez, garante que o processo de aprendizado ocorra apenas se a partícula esteja movimentando-se em direções pouco promissoras que não acarretem em melhoria do valor da função objetivo do problema em um determinado número de iterações. Desta forma, também evita-se que boas direções sejam perdidas devido a um compartilhamento de informação excessivo. A formação de  $mp^{best}$  através da estratégia de aprendizagem abrangente pode ser resumida pelo algoritmo 2 e pelo fluxograma da Figura 4.3. Já a variante CLPSO está representada pelo algoritmo 3 e pelo fluxograma da Figura 4.4.

**Algoritmo 2:** Estratégia de Aprendizagem Abrangente

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), probabilidade de troca ( $p_t$ ), intervalo de atualização ( $r^{gap}$ ), número de dimensões do problema ( $m$ ), matriz de memórias individuais de cada partícula ( $p^{best}$ ), matriz de memórias individuais modificadas de cada partícula ( $mp^{best}$ ) e indicador de iterações sem aprimoramento da função objetivo das partículas ( $gap$ ).

**Saída:**  $mp^{best}$  e  $gap$ .

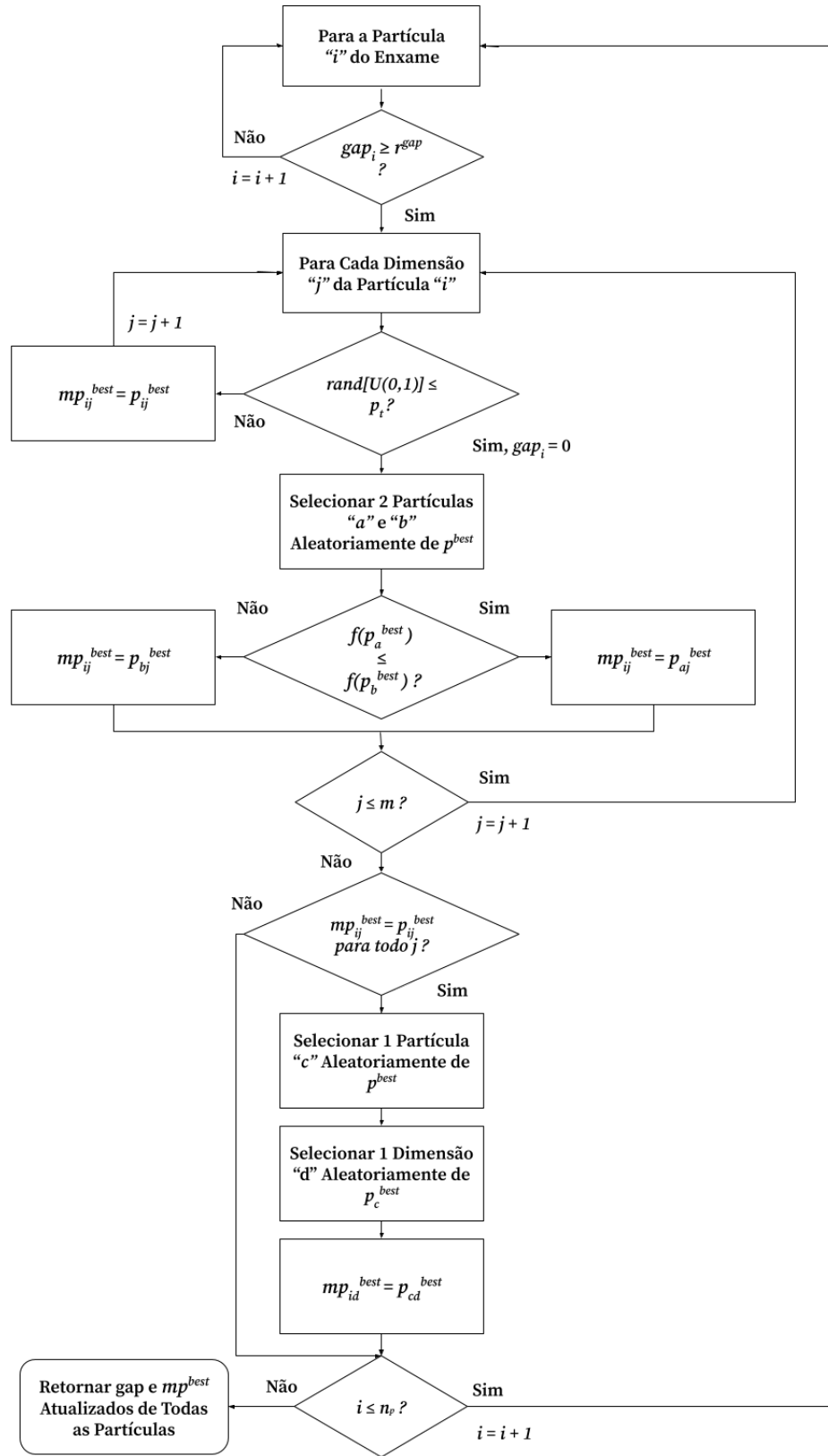
```

1 início
2   para cada partícula  $i = 1, \dots, n_p$  faça
3     se  $gap_i \geq r^{gap}$  então
4       para cada dimensão  $j = 1, \dots, m$  faça
5         se  $(rand[U(0, 1)] \leq p_t)$  então
6            $gap_i = 0$ 
7            $a = \lceil rand[U(0, 1)] * n_p \rceil$ 
8            $b = \lceil rand[U(0, 1)] * n_p \rceil$ 
9           se  $f(p_a^{best}) < f(p_b^{best})$  então
10            |  $mp_{ij}^{best} = p_{aj}^{best}$ 
11          senão
12            |  $mp_{ij}^{best} = p_{bj}^{best}$ 
13          fim
14        senão
15          |  $mp_{ij}^{best} = p_{ij}^{best}$ 
16        fim
17      fim
18      se  $mp_{ij}^{best} = p_{ij}^{best} \forall j$  então
19        |  $c = \lceil rand[U(0, 1)] * n_p \rceil$ 
20        |  $d = \lceil rand[U(0, 1)] * m \rceil$ 
21        |  $mp_{id}^{best} = p_{cd}^{best}$ 
22      fim
23    fim
24  fim
25 fim

```

26 \*  $p_a^{best}$  e  $p_b^{best}$  simbolizam, respectivamente, as memórias individuais da a-ésima e b-ésima partículas e  $p_{cd}^{best}$  simboliza o valor da dimensão  $d$  da memória individual da partícula  $c$ .

Figura 4.3 – Fluxograma da estratégia de aprendizagem abrangente.



Fonte: Autor.

**Algoritmo 3:** Algoritmo CLPSO

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), coeficiente de aceleração( $c$ ), valores máximo e mínimo do peso de inércia ( $w^{max}$  e  $w^{min}$ ), número máximo de iterações ( $k^{max}$ ), número de variáveis do problema ( $m$ ), probabilidade de troca ( $p_t$ ) e intervalo de atualização ( $r^{gap}$ ), limites de velocidades ( $v_{ij}^{max}$  e  $v_{ij}^{min}$ ) de cada dimensão  $j$ .

**Saída:** Solução:  $g^{best}(k)$ .

1 **início**

2     Inicializar contador de iterações  $t=0$ . Inicializar aleatoriamente  $n_p$  partículas que representam o enxame. Inicializar aleatoriamente  $n_p$  velocidades iniciais. Inicializar todas as memórias das partículas como  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$  e  $g^{best}(k)$  como sendo a partícula com melhor avaliação da função objetivo de  $p_i^{best}(k)$ . Inicializa o  $gap_i$  de cada partícula como sendo nulo. Inicializa uma matriz  $mp_i^{best}(k)$  nula de mesmas dimensões que  $p_i^{best}(k)$ .

3     **enquanto**  $k < k^{max}$  **faça**

4         Atualizar peso de inércia utilizando a equação (4.3);

5         **para cada** partícula  $i = 1, \dots, n_p$  **faça**

6             **se**  $f(x_i(k)) < f(p_i^{best}(k))$  **então**

7                  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$ ;

8             **fim**

9             **se**  $f(p_i^{best}(k)) < f(g^{best}(k))$  **então**

10                  $g^{best}(k) = p_i^{best}(k)$ ;

11             **fim**

12             **se**  $f(x_i(k)) < f(x_i(k-1))$  **então**

13                  $gap_i = 0$

14             **senão**

15                  $gap_i = gap_i + 1$

16             **fim**

17         Executar o procedimento de aprendizagem abrangente do algoritmo 2;

18         Atualizar a velocidade da partícula utilizando a equação (4.5);

19         Limitar velocidades conforme o procedimento (4.4);

20         Atualizar a posição da partícula utilizando a equação (4.1);

21         **fim**

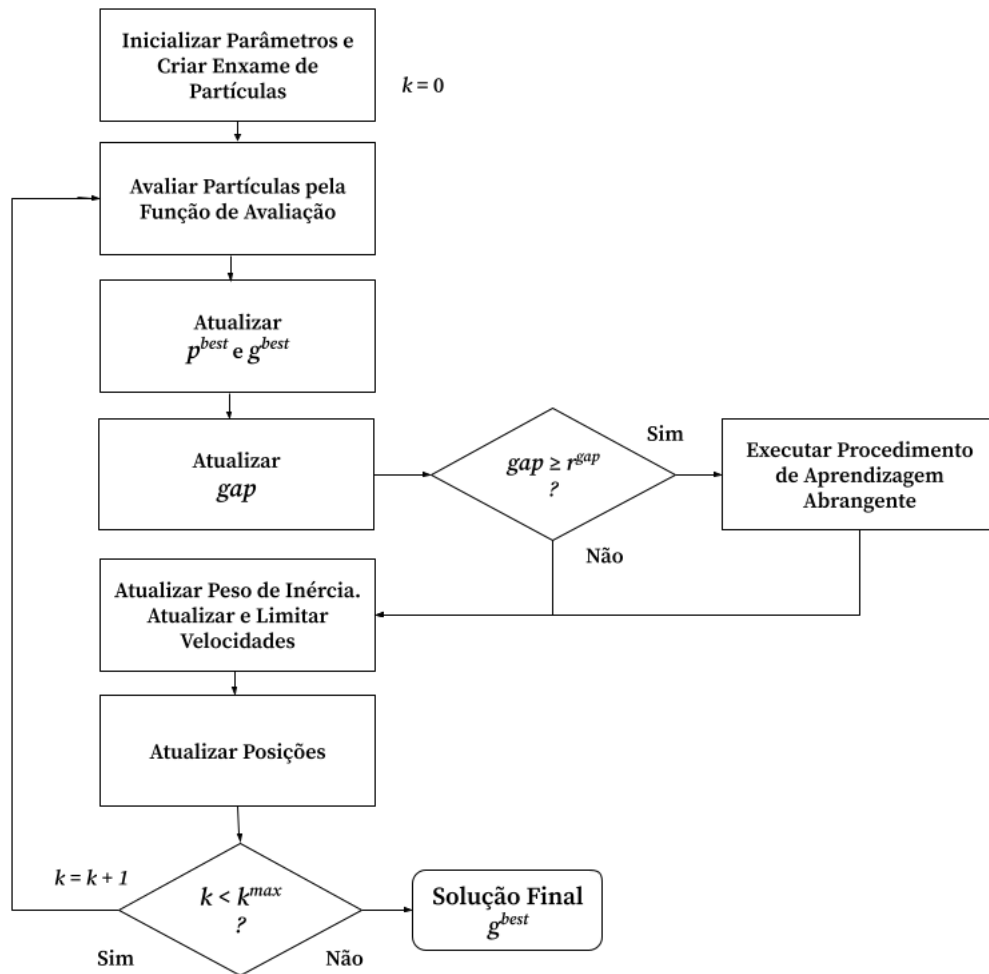
22          $k = k + 1$ ;

23     **fim**

24 **fim**

25 \*  $f(\cdot)$  representa a função objetivo de um problema de minimização irrestrito.

Figura 4.4 – Fluxograma do algoritmo CLPSO.



Fonte: Autor.

No trabalho de [Liang et al. \(2006\)](#), foram realizados testes computacionais com 16 diferentes funções para o algoritmo CLPSO, comparando-se os resultados com os de outras oito variantes da metaheurística PSO. Os autores concluíram que o algoritmo CLPSO melhora significativamente o desempenho da metaheurística PSO e encontra os melhores resultados na maioria dos problemas multimodais quando comparados às demais variantes. Embora o desempenho não seja tão bom em problemas unimodais, os autores destacam que em aplicações do mundo real nem sempre se é possível conhecer as características do hiperespaço de soluções, sendo vantajoso, portanto, a utilização de algoritmos que desempenham bem em problemas multimodais. Os autores também aconselham a utilização de um método determinístico de otimização para aprimorar a capacidade do algoritmo em realizar buscas locais ([CAO et al., 2019](#); [LIANG et al., 2006](#)), conceito que será utilizado neste trabalho. Na próxima seção, será apresentada a técnica utilizada para o tratamento das variáveis discretas e ZOP durante a execução do método metaheurístico.

## 4.2 Tratamento das Variáveis Discretas e ZOP na Metaheurística

Tradicionalmente, na literatura, as variáveis discretas e ZOP são tratadas por meio dos operadores de arredondamento ou penalização em algoritmos evolutivos de inteligência de enxame ([ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007](#); [MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017](#)).

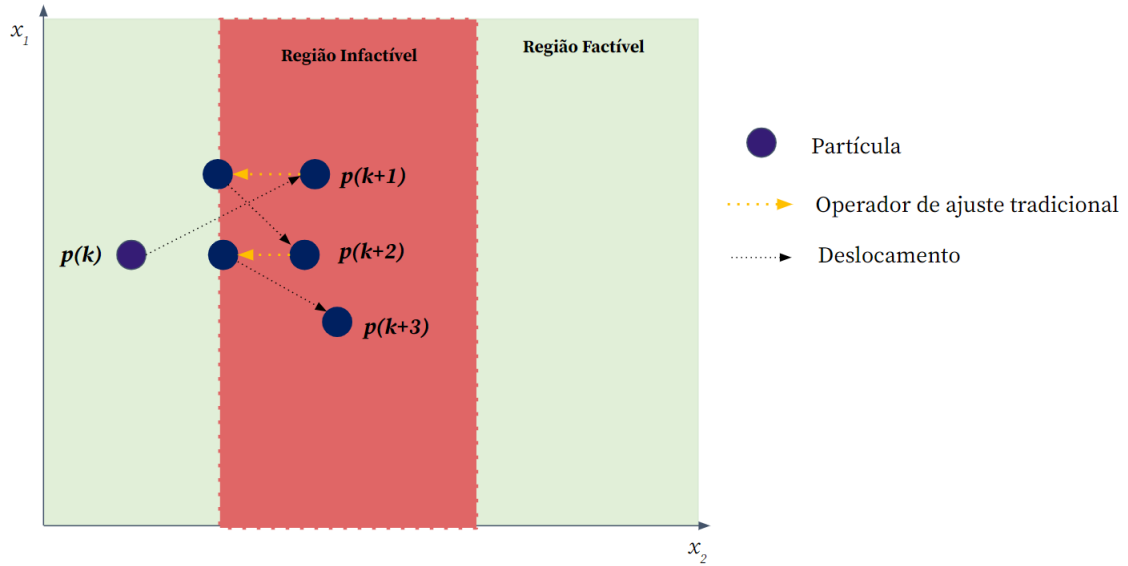
Na técnica de arredondamento, ilustrada na Figura 4.5, a cada iteração, o agente de busca é ajustado ao valor discreto permitido mais próximo ao da sua atual posição na respectiva dimensão discreta que o constitui, ou ao limitante da zona de operação permitida mais próxima. Uma vantagem desta técnica, é a de que uma informação já conhecida pelo usuário é embutida no algoritmo, providenciando ao método um conhecimento que teria de ser aprendido durante a sua execução. Como desvantagem, pode-se destacar que em determinados casos, onde as variáveis discretas ou regiões factíveis encontram-se muito distantes entre si, o operador de arredondamento pode causar uma estagnação do movimento das partículas, uma vez que seu movimento pode não ser grande o suficiente para levá-la até a proximidade de outra variável discreta ou zona de operação permitida. Nesta circunstância, o operador de arredondamento e ajuste tradicional iria novamente restaurar a partícula para o valor factível mais próximo, desfazendo seu eventual progresso.

Na técnica de penalização, uma função penalidade é desenvolvida e somada à função objetivo do problema para penalizar agentes que não estejam obtendo valores factíveis nas variáveis discretas ou estejam fora das zonas de operação permitidas. Como vantagem desta técnica, destaca-se o menor controle sobre os agentes de busca, de tal forma que estes podem se movimentar naturalmente no decorrer das iterações. Como desvantagem, pode-se citar a dificuldade em se estabelecer os valores dos parâmetros de penalização, uma vez que estes podem acabar privilegiando a minimização da infactibilidade (altos valores) ou a minimização da função objetivo (pequenos valores), tornando difícil alcançar um equilíbrio entre tais objetivos.

Com base no exposto acima, foi desenvolvido um operador de arredondamento e ajuste com posterior restauração, ilustrado na Figura 4.6. Neste operador, a cada iteração, o agente de busca é ajustado ao valor discreto permitido mais próximo ao da sua atual posição na respectiva dimensão discreta que o constitui, ou ao limitante da zona de operação permitida mais próxima. Então, o agente de busca é avaliado por uma função de avaliação e, em seguida, seus valores ajustados são restaurados aos valores originais antes de se realizar um novo deslocamento. Assim, a cada iteração, cada agente de busca é avaliado na posição factível mais próxima possível, no entanto, antes de atualizar sua posição, restauram-se os valores modificados de forma que o progresso obtido não seja desfeito devido ao arredondamento ou ajuste. Este procedimento mantém a vantagem do operador de arredondamento tradicional e minimiza o problema da estagnação, pois

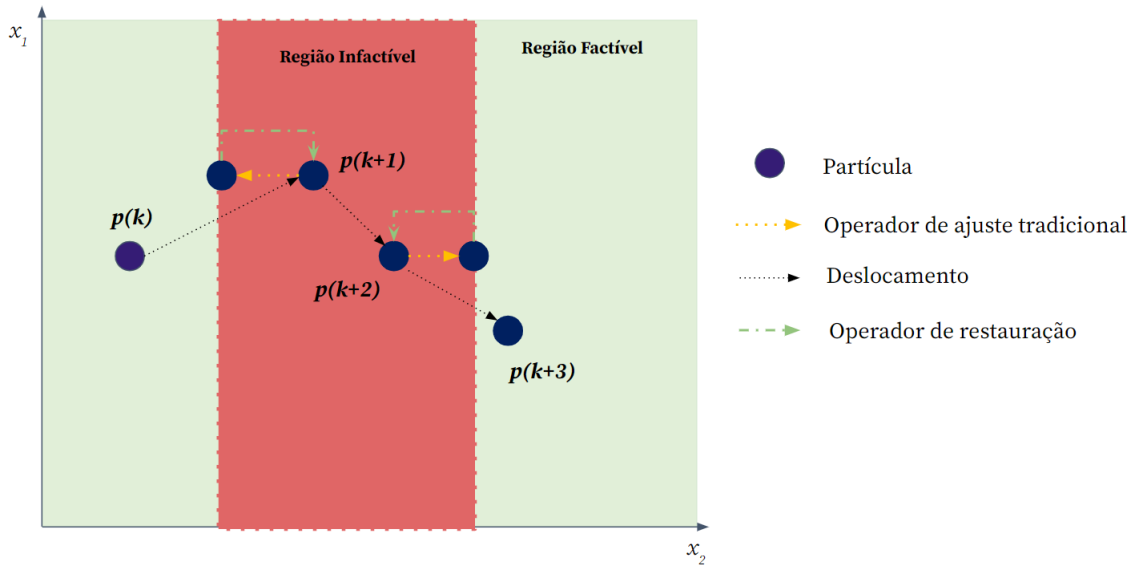
restaura o movimento natural dos agentes de busca.

Figura 4.5 – Movimento de uma partícula com o operador de ajuste tradicional.



Fonte: Autor.

Figura 4.6 – Movimento de uma partícula com o operador de ajuste e restauração proposto.



Fonte: Autor.

Através das Figuras 4.5 e 4.6, pode-se observar que o operador de ajuste e restauração proposto permite que as partículas se desloquem livremente no hiperespaço de busca, sendo menos dependentes da amplitude do deslocamento. Esta característica é mais vantajosa em aplicações com grandes ZOP ou variáveis discretas com grandes espaçamento.

Na próxima seção, será apresentado o método NR utilizado para a resolução do FP.

### 4.3 Método de NR

Nesta seção, foi adotada a mesma nomenclatura que a definida no Capítulo 2. O método de NR, é um método determinístico utilizado para resolução de sistemas de equações não lineares (MONTICELLI, 1983). Seja  $g(x)$  um vetor contendo as equações dos balanços de potência ativa ( $\Delta P$ ) (2.2) e reativa ( $\Delta Q$ ) (2.3). O ponto central do processo de resolução de tal sistema ( $g(x) = 0$ ) pelo método de NR, é determinar o vetor de correção  $\Delta x$  que resolve o sistema linear dado por:

$$g(x) = -J(x)\Delta x, \quad (4.6)$$

sendo  $J$  a matriz jacobiana de  $g(x)$  e  $x$  o vetor constituído pelas incógnitas  $\theta$  e  $V$ . O sistema da equação (4.6) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

onde  $H = \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta}$ ,  $N = \frac{\partial \Delta P}{\partial V}$ ,  $M = \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta}$  e  $T = \frac{\partial \Delta Q}{\partial V}$ . Já  $\Delta \theta$  e  $\Delta V$  são os vetores de correção dos ângulos e das magnitudes de tensão. As submatrizes jacobianas  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $T$  são definidas por:

$$H = \begin{cases} H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})], \\ H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -B_{kk} V_k^2 - V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})], \end{cases} \quad (4.8)$$

$$N = \begin{cases} N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})], \\ N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = G_{kk} V_k + \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})], \end{cases} \quad (4.9)$$

$$M = \begin{cases} M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})], \\ M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -G_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})], \end{cases} \quad (4.10)$$

$$T = \begin{cases} T_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})], \\ T_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -B_{kk} V_k - \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})], \end{cases} \quad (4.11)$$

em que  $G_{km}$  e  $B_{km}$  são, respectivamente, a parte real e imaginária da matriz de admitância nodal  $Y_{km}$ . Na primeira iteração do método, definem-se os valores iniciais dos ângulos das tensões das barras PQ e PV, e os valores iniciais das magnitudes das tensões das barras

PQ. Em seguida, calculam-se os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema e verificam-se se os resíduos (4.12) e (4.13) atendem à tolerância estabelecida:

$$\|\Delta P\|_{\infty} \leq \tau_p, \quad (4.12)$$

$$\|\Delta Q\|_{\infty} \leq \tau_q, \quad (4.13)$$

onde,  $\tau_p$  e  $\tau_q$  são as tolerâncias definidas para o *mismatch* dos balanços de potência ativa e reativa do sistema, respectivamente. Em caso positivo, o algoritmo é então finalizado. Caso contrário, calculam-se as submatrizes jacobianas  $H$ ,  $M$ ,  $N$  e  $T$  e resolve-se o sistema linear (4.7). Uma vez determinado os valores de  $\Delta V$  e  $\Delta \theta$ , atualizam-se as magnitudes das tensões e seus ângulos por:

$$V^{k+1} = V^k + \Delta V, \quad (4.14)$$

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta \theta. \quad (4.15)$$

Com os valores das magnitudes das tensões e de seus respectivos ângulos atualizados, recalculam-se os balanços de potência ativa e reativa e verifica-se se os resíduos atendem a tolerância desejada. O procedimento descrito anteriormente repete-se até que as condições estabelecidas pelas equações (4.12) e (4.13) sejam satisfeitas. Nos pacotes *pandapower* (TURNER et al., 2018) e *matpower* (ZIMMERMAN; MURILLO-SÁNCHEZ; THOMAS, 2011) utilizados neste trabalho, há a opção de executar o cálculo do FP forçando com que os limites de potência reativa dos geradores sejam respeitados (parâmetro *enforce\_q\_lims*). Assim, caso algum gerador esteja violando seus limites, tal barra de geração é convertida em uma barra do tipo PQ com valor  $Q_k^G$  fixado, e o FP é recalculado. Este recurso deve ser utilizado com atenção, pois dependendo da magnitude de tal violação o cálculo FP pode não convergir e as tensões das barras convertidas podem acabar desviando consideravelmente do valor encontrado inicialmente.

O método NR desempenha um papel importante no algoritmo híbrido proposto neste trabalho, uma vez que diminui a quantidade de variáveis a serem utilizadas durante a execução da metaheurística e auxilia o atendimento das restrições de igualdade do problema. Isto permite uma atenuação do efeito da maldição da dimensionalidade e a diminuição da quantidade de penalizações a serem somadas na função *fitness*.

Na próxima seção, será apresentado o método BB utilizado neste trabalho para o tratamento das variáveis discretas dos problemas de FPO e FPOR.

## 4.4 Método BB

O método BB foi desenvolvido para solucionar problemas de programação inteira (PI) e mista (PIM), sendo adaptado por [Gupta e Ravindran \(1985\)](#) para problemas cujas funções são não lineares. O método, inicialmente, realiza a relaxação do problema com variáveis inteiras ou discretas e, então, divide-o em vários subproblemas até encontrar soluções que sejam factíveis. Seja um problema de programação não linear e inteira mista (PNLIM), definido por:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f(x, y) \\
 &\text{s.a:} && h(x, y) = 0 \\
 &&& g(x, y) \leq 0 \\
 &&& x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \\
 &&& y_i \in D_i, \quad i = 1, \dots, n_y,
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ ,  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ ,  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  e  $g : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Os limitantes superiores e inferiores das variáveis contínuas são representados por  $x_i^{\max}$  e  $x_i^{\min}$ , respectivamente, enquanto que  $D_i$  representa o conjunto com os valores inteiros permitidos para a variável  $y_i$ . O problema representado por (4.16) pode ser reescrito em sua forma relaxada como:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f(x, y) \\
 &\text{s.a:} && h(x, y) = 0 \\
 &&& g(x_i, y_i) \leq 0 \\
 &&& x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n_x \\
 &&& y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max} \quad i = 1, \dots, n_y,
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

em que  $y_i^{\min}$  e  $y_i^{\max}$  denotam os valores mínimos e máximos do conjunto de valores inteiros  $D_i$ . Se ao resolver o problema relaxado (4.17) através de um método determinístico apropriado for encontrada uma solução inteira mista em que  $y_i \in D_i \forall i = 1, \dots, n_y$ , então, tem-se a solução ótima do problema (4.16). Caso contrário, uma variável  $y_i$  definida como  $y^S$  cuja solução não é inteira é escolhida para sofrer a ação do processo de ramificação, que irá gerar os dois subproblemas (4.18) e (4.19). O subproblema (4.18) apresenta a mesma formulação que (4.17) com a inserção de uma restrição de desigualdade  $y^S \leq S^{\inf}$ . Já o subproblema (4.19), apresenta a mesma formulação que (4.17) com a inserção de uma restrição  $y^S \geq S^{\sup}$ . As constantes  $S^{\inf}$  e  $S^{\sup}$  representam os valores inteiros imediatamente inferiores e superiores ao valor contínuo  $y^S$ , que pertencem ao seu respectivo conjunto de valores inteiros  $D^S$ .

$$\begin{aligned}
&\text{minimizar} && f(x, y) \\
&\text{s.a:} && h(x, y) = 0 \\
&&& g(x, y) \leq 0 \\
&&& x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n_x \\
&&& y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max} \quad i = 1, \dots, n_y \\
&&& y^S \leq S^{\inf}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
&\text{minimizar} && f(x, y) \\
&\text{s.a:} && h(x, y) = 0 \\
&&& g(x, y) \leq 0 \\
&&& x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n_x \\
&&& y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max} \quad i = 1, \dots, n_y \\
&&& y^S \geq S^{\sup}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

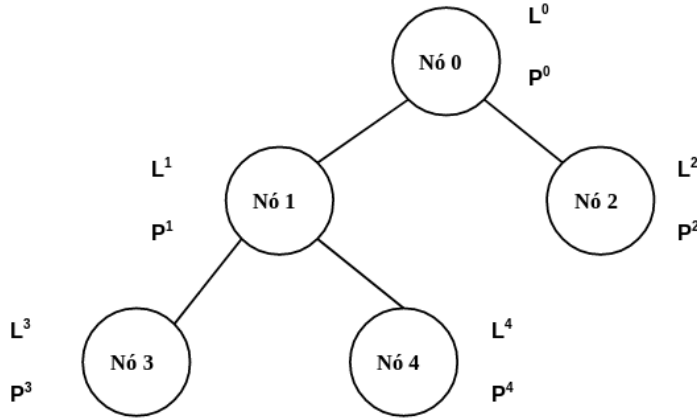
Cada subproblema gerado durante o processo de otimização é representado como um “nó” da “árvore” do método BB. Se a solução de tal nó for inteira, então, o processo de ramificação (*branch*) é paralisado neste nó, caracterizando-se uma poda por otimalidade. Caso o subproblema seja infactível, realiza-se uma poda do nó por infactibilidade. Além disso, caso a solução do subproblema relaxado seja pior do que a melhor solução inteira já encontrada até o momento, realiza-se a poda por qualidade. Desta forma, o método recorrentemente avalia quais são os nós que devem ou não ser explorados com base nas informações coletadas durante o processo de otimização. O *solver* APOPT utilizado neste trabalho, adota como critério de parada:

$$\frac{L_i - L_c}{\max\{\frac{L_i + L_c}{2}, 1\}} \leq 10^{-3}, \tag{4.20}$$

onde  $L_c$  e  $L_i$  representam os valores da função objetivo do problema para a melhor solução contínua e para a melhor solução inteira obtidas, respectivamente. Assim, caso a condição estabelecida seja satisfeita, o processo de otimização é finalizado. A Figura 4.7 ilustra um exemplo de “árvore” gerada pelo método BB.

Na Figura 4.7, cada círculo representa um “nó” da “árvore”. Cada “nó”  $i$  representa um problema  $P^i$  de otimização com valor de função objetivo (limitante)  $L^i$ . Na implementação deste trabalho foi utilizada a estratégia de busca em profundidade visando um menor tempo de execução do algoritmo, uma vez que a metaheurística já é responsável por explorar o hiperespaço de soluções de forma global. Na busca em profundidade (do inglês *depth-first*), o algoritmo escolhe um de seus nós e explora por completo seus ramos antes de retroceder. Geralmente, esta é a estratégia que obtém uma solução inteira de forma

Figura 4.7 – Exemplo de uma “árvore” gerada pelo método BB.



Fonte: Adaptado de [Arenales et al. \(2015\)](#).

mais rápida ([ARENALES et al., 2015](#)). Na próxima seção, será apresentado o método de programação quadrática sequencial utilizado para a execução da busca local no algoritmo híbrido.

## 4.5 Método de SQP

O método SQP foi elaborado no início da década de 1980, sendo o matemático M. J. D. Powell um de seus principais desenvolvedores ([POWELL, 1978a](#); [POWELL, 1978b](#)). Trata-se de um algoritmo para problemas de otimização do tipo restrito, que converge para uma solução à medida que, simultaneamente, otimiza a função objetivo e melhora a factibilidade do problema. Seja um problema de programação não linear (PNL):

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{s.a:} && h(x) = 0, \end{aligned} \tag{4.21}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Para desenvolver o método SQP é necessário, inicialmente, começar pelas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) do problema (4.21). A sua função lagrangiana  $\mathcal{L}(x, \lambda)$  é dada por:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + h(x)^\top \lambda, \tag{4.22}$$

onde  $\lambda \in \mathbb{R}^m$  representa os multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade. Derivando-se (4.22) em relação a  $x$  e  $\lambda$  e igualando-se as equações resultantes a zero, obtém-se as condições de KKT expressas por:

$$r = \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x) + J_h^\top \lambda \\ h(x) \end{bmatrix} = 0, \quad (4.23)$$

onde  $J_h^\top \in \mathbb{R}^{n \times m}$  representa a transposta da matriz jacobiana das restrições de igualdade do problema e  $r$  é o vetor de resíduos. Resolver o sistema de equações  $r(u) = 0$  utilizando o método de Newton consiste em resolver uma sequência de problemas lineares do tipo:

$$J_r(u_k) p_u = -r(u_k), \quad (4.24)$$

em que  $u = \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}$ ,  $J_r$  a matriz jacobiana do vetor de resíduos e  $p_u = u^{k+1} - u^k$ .

Derivando-se o vetor de resíduos  $r$  em relação aos vetores de variáveis concatenadas em  $u$ , obtém-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}_{\mathcal{L}} & J_h^\top \\ J_h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla_x \mathcal{L} \\ -h \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

onde  $p_x$  e  $p_\lambda$  são os passos das variáveis  $x$  e  $\lambda$ , respectivamente. Já  $\mathcal{H}_{\mathcal{L}}$  é a matriz hessiana da função lagrangiana.

A cada iteração, as variáveis do problema e os multiplicadores de Lagrange são atualizados por:

$$x^{k+1} = x^k + p_x, \quad (4.26)$$

e

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + p_\lambda. \quad (4.27)$$

O método SQP pode ser derivado utilizando-se uma abordagem alternativa. Seja um problema de programação quadrática expresso por:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & f(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x + q^\top x \\ \text{s.a:} \quad & Ax + b = 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

em que  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $q \in \mathbb{R}^n$  são, respectivamente, a matriz hessiana e o gradiente da função objetivo;  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  e  $b \in \mathbb{R}^m$  são, respectivamente, a matriz de coeficientes e o vetor de termos independentes das restrições lineares. A função lagrangiana deste problema é definida por (4.29):

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = \frac{1}{2}x^\top Qx + q^\top x + \lambda^\top [Ax + b]. \quad (4.29)$$

Portanto, o sistema formado pelas equações de KKT do problema (4.28) pode ser expresso por:

$$\begin{bmatrix} Q & A^\top \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q \\ -b \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

As equações do sistema (4.30) são lineares e podem ser resolvidas diretamente. Para um problema genérico de PNL restrito, pode-se, portanto, resolver sucessivamente aproximações quadráticas até a sua convergência, o que representa a essência do método SQP. Realizando-se uma aproximação quadrática da lagrangiana (4.22) e uma aproximação linear das restrições de igualdade para um determinado passo  $p_x$  em relação à variável  $x$ , obtém-se o seguinte problema do tipo quadrático:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & f(p_x) = \frac{1}{2}p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x L^\top p_x \\ \text{s.a:} \quad & J_h p_x + h = 0, \end{aligned} \quad (4.31)$$

o termo constante é desconsiderado uma vez que não modifica a solução. Substituindo-se  $\nabla_x L^\top$  na função objetivo, obtém-se:

$$f(p_x) = \frac{1}{2}p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x f^\top p_x + \lambda^\top J_h p_x. \quad (4.32)$$

Substituir  $J_h p_x$  por  $-h$ , resulta em:

$$f(p_x) = \frac{1}{2}p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x f^\top p_x - \lambda^\top h. \quad (4.33)$$

Eliminando-se o termo  $-\lambda^\top h$  por não depender de  $p_x$ , obtém-se o problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & f(p_x) = \frac{1}{2}p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x f^\top p_x \\ \text{s.a:} \quad & J_h p_x + h = 0. \end{aligned} \quad (4.34)$$

A função lagrangiana do problema quadrático aproximado é dada por:

$$\mathcal{L}_{PQ}(p_x, \lambda) = \frac{1}{2}p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x f^\top p_x + \lambda^{(k+1)\top} [J_h p_x + h]. \quad (4.35)$$

Aplicando-se as condições de KKT, obtém-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}_{\mathcal{L}} & J_h^T \\ J_h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ \lambda^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla_x f \\ -h \end{bmatrix}, \quad (4.36)$$

e adotando-se que  $\lambda^{k+1} = \lambda^k + p_\lambda$ , pode-se manipular (4.36) de forma a obter-se:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}_{\mathcal{L}} & J_h^T \\ J_h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla_x f \\ -h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_h^T \lambda^k \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla_x \mathcal{L} \\ -h \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

Portanto, o sistema linear (4.37) é equivalente ao sistema (4.25) encontrado a partir da aplicação direta do método de Newton nas condições de KKT do problema (4.21).

O método SQP apresentado anteriormente também pode ser estendido para um problema genérico de PNL com  $m_d$  restrições de desigualdade  $g(x)$ :

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{s.a:} && h(x) = 0 \\ &&& g(x) \leq 0, \end{aligned} \quad (4.38)$$

onde  $g \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^d$ . Neste caso, ao se realizar a aproximação quadrática e aplicar as condições de KKT ao problema (4.38), surge uma nova equação não linear que impede a resolução direta do método como visto anteriormente. Tal equação é decorrente da condição de folga complementar:

$$\pi^T (J_g p_x + g) = 0, \quad (4.39)$$

onde  $\pi \in \mathbb{R}^d$  e  $J_g \in \mathbb{R}^{d \times n}$  correspondem, respectivamente, aos multiplicadores de Lagrange e à matriz jacobiana das restrições de desigualdade. Uma técnica comum para lidar com as restrições de desigualdade do problema (4.38) é a de conjuntos ativos (do inglês *active set*). Seja a aproximação quadrática do problema (4.38) expressa por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(p_x) = \frac{1}{2} p_x^T \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x \mathcal{L}^T p_x \\ &\text{s.a:} && J_h p_x + h = 0 \\ &&& J_g p_x + g \leq 0, \end{aligned} \quad (4.40)$$

No início do algoritmo, verifica-se quais são as restrições de desigualdade que encontram-se ativas para um determinado  $p_x$ . O conjunto que possui as restrições ativas pode ser denotado por  $\mathcal{A}^k$ , para uma determinada iteração  $k$  do algoritmo. Então, tais restrições são inseridas no problema como restrições de igualdade, eliminando-se a necessidade da condição de folga complementar. O problema (4.40) pode ser reescrito por:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & f(p_x) = \frac{1}{2} p_x^\top \mathcal{H}_{\mathcal{L}} p_x + \nabla_x \mathcal{L}^\top p_x \\
\text{s.a:} \quad & J_h p_x + h = 0 \\
& J_\sigma p_x + \sigma = 0,
\end{aligned} \tag{4.41}$$

onde  $\sigma$  e  $J_\sigma$  são, respectivamente, os termos independentes e os coeficientes das restrições de desigualdade ativas, ou seja, restrições que pertencem ao conjunto  $\mathcal{A}^k$ . Conforme visto anteriormente, pode-se chegar ao sistema de KKT após manipular algebricamente a função objetivo e aplicar as condições necessárias. Os multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade ativas do problema são denotados por  $\pi$ . Uma vez determinado  $p_x$ , calcula-se  $x^{k+1} = x^k + p_x$  e executa-se um procedimento de busca unidimensional (do inglês *line search*) de tal forma que uma função de mérito, estabelecida por (4.42), apresente melhorias em relação à iteração anterior, ou seja  $M(x^{k+1}, \lambda^{k+1}, \pi^{k+1}) < M(x^k, \lambda^k, \pi^k)$  (MARTINS; NING, 2021):

$$M(x, \lambda, \pi) = f(x) + \mu \|p(x)\|_2, \tag{4.42}$$

em que:

$$p(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ \max(0, g(x)) \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

e:  $\mu$  representa um parâmetro de penalização. Caso não haja melhorias na função mérito em relação à iteração anterior, deve-se determinar um novo  $x^{k+1}$  tal que:  $x^{k+1} = x^k + \alpha p_x$ . Segundo Parkinson, Balling e Hedengren (2018), a escolha de  $\alpha$  é geralmente arbitrária, sendo 0,5 um valor comum, e além disso seu valor é reduzido gradualmente até que uma melhoria na função de mérito seja produzida. Uma vez determinado  $x^{k+1}$  que melhora a função de mérito, atualiza-se o conjunto de restrições ativas para a próxima iteração  $\mathcal{A}^{k+1}$ . Em seguida, para os novos valores de  $x$ ,  $\lambda$  e  $\pi$ , calcula-se:  $\nabla f$ ,  $J_g$ ,  $J_h$  e  $\nabla_x \mathcal{L}$ . O algoritmo é executado até que as condições  $\|\nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda, \pi)\|_\infty < \tau_{opt}$  e  $\|p(x)\|_\infty < \tau_{fact}$  sejam satisfeitas, sendo  $\tau_{fact}$  e  $\tau_{tol}$  as tolerâncias de factibilidade das restrições e de otimalidade da função lagrangiana do problema (4.38), respectivamente (MARTINS; NING, 2021).

Conforme pode-se notar, o método SQP faz uso da informação de segunda ordem provida da matriz hessiana da lagrangiana ( $\mathcal{H}_{\mathcal{L}}$ ) do problema (4.38) para determinar melhores direções de busca durante a execução do algoritmo. No entanto, o cálculo de tal matriz é computacionalmente dispendioso o que prejudica a eficiência do método. Para melhorar essa questão, na prática, são utilizados métodos do tipo Quase-Newton que aproximam a matriz hessiana com a informação de primeira ordem proveniente do gradiente da lagrangiana ( $\nabla_x \mathcal{L}$ ) a cada iteração. Assim, a matriz hessiana aproximada ( $\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}$ ) pode ser determinada pela técnica Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS):

$$\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^{k+1} = \tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k - \frac{\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k p_x^k [p_x^k]^\top \tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k}{[p_x^k]^\top \tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k p_x^k} + \frac{y^k [y^k]^\top}{[p_x^k]^\top p_x^k}, \quad (4.44)$$

e

$$y^k = \nabla_x \mathcal{L}(x^{k+1}, \lambda^{k+1}, \pi^{k+1}) - \nabla_x \mathcal{L}(x^k, \lambda^{k+1}, \pi^{k+1}). \quad (4.45)$$

Na primeira iteração  $k = 0$ , a matriz hessiana aproximada ( $\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^0$ ) é inicializada como uma matriz identidade ( $I$ ). Segundo [Martins e Ning \(2021\)](#), os multiplicadores de Lagrange estão fixados em seus valores mais recentes pois apenas é necessário aproximar a curvatura da lagrangiana no espaço das variáveis primais ( $x$ ). Para garantir que a aproximação da matriz hessiana seja definida positiva, pode-se utilizar também a atualização *damped* BFGS ([POWELL, 1978a](#)). Vale ressaltar que, no método SQP, as soluções intermediárias obtidas satisfazem apenas as aproximações lineares dos subproblemas quadráticos. Com o decorrer das iterações, as aproximações tornam-se mais acuradas ao se aproximar da solução, satisfazendo, portanto, as restrições não lineares do problema original.

O método SQP juntamente com o MPI são considerados o estado da arte dos métodos determinísticos para a resolução de problemas de PNL restritos. Como vantagens do método SQP, pode-se citar: em contraste ao MPI, devido à estratégia de conjunto ativo, só é necessário considerar um subconjunto de restrições na resolução dos subproblemas, reduzindo-se, portanto, o tamanho destes. Além disso, segundo [Martins e Ning \(2021\)](#) e [Beal et al. \(2018\)](#), métodos SQP são mais adequados para a resolução de problemas utilizando-se a estratégia da boa-partida (do inglês *warm-start*), princípio utilizado no algoritmo híbrido desenvolvido neste trabalho. Como desvantagem do método, pode-se citar: em contraste ao MPI, que apresenta um sistema de KKT fixo para todas as iterações, no método SQP, deve-se atualizar tal sistema caso o conjunto das restrições ativas seja modificado, o que pode exigir mais operações matemáticas e diminuir sua eficiência computacional. Por fim, pode-se sumarizar o método SQP através do algoritmo 4.

Na próxima seção, serão apresentados as versões do método híbrido utilizadas na resolução dos problemas de DE com PCV, DE com PCV, ZOP e RT, e FPOR.

**Algoritmo 4:** Algoritmo SQP

**Entrada:** ponto inicial ( $x^0$ ), tolerância de otimalidade ( $\tau_{opt}$ ) e tolerância de factibilidade ( $\tau_{fact}$ ).

**Saída:** solução ótima local ( $x^*$ ) e valor da função objetivo ( $f(x^*)$ ).

```

1  início
2  Inicializar  $k = 0$ . Inicializar  $\lambda^0 = 0$  e  $\pi^0 = 0$ . Determinar  $f(x^0)$ ,  $h(x^0)$  e  $g(x^0)$ .
   Determinar  $J_g(x^0)$ ,  $J_h(x^0)$  e  $\nabla_x \mathcal{L}(x^0, \lambda^0, \pi^0)$ .
3  enquanto ( $\|\nabla_x \mathcal{L}\|_\infty > \tau_{opt}$ ) e ( $\|p(x)\|_\infty > \tau_{fact}$ ) faça
4      se  $k = 0$  então
5           $\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k = I$ 
6      senão
7          Calcular  $\tilde{\mathcal{H}}_{\mathcal{L}}^k$  pela equação (4.44).
8      fim
9      Determinar a aproximação quadrática (4.41) do problema (4.38).
10     Aplicar as condições de KKT.
11     Resolver (4.37). Determinar  $p_x$ ,  $p_\lambda$  e  $p_\pi$ .
12     Atualizar:
13      $\lambda^{k+1} = \lambda^k + p_\lambda$ 
14      $\pi^{k+1} = \pi^k + p_\pi$ 
15      $x^{k+1} = x^k + p_x$ 
16      $\alpha = 1$ 
17     enquanto  $M(x^{k+1}, \lambda^{k+1}, \pi^{k+1}) > M(x^k, \lambda^k, \pi^k)$  faça
18         // executa procedimento de busca unidimensional
19          $\alpha = \frac{\alpha}{2}$ 
20          $x^{k+1} = x^k + \alpha p_x$ 
21     fim
22     Determinar  $f(x^{k+1})$ ,  $h(x^{k+1})$ ,  $g(x^{k+1})$ ,  $J_g(x^{k+1})$ ,  $J_h(x^{k+1})$ ,
        $\nabla_x \mathcal{L}(x^{k+1}, \lambda^{k+1}, \pi^{k+1})$ .
23     Atualizar o conjunto ativo.
24      $k = k + 1$ ;
25 fim
26 fim

```

## 4.6 Método Híbrido

Nesta seção, são apresentadas as versões do algoritmo híbrido proposto para cada um dos problemas abordados neste trabalho.

### 4.6.1 Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula

O problema de DE (2.17) considerando os efeitos de PCV, é o mais simples dentre os problemas abordados neste trabalho. Por não considerar a RT, não é necessário utilizar o algoritmo NR para a resolução do FP. Além disso, por não possuir variáveis discretas, torna-se desnecessário utilizar o método BB. Portanto, na versão do algoritmo híbrido proposto para este problema, são executados apenas a metaheurística CLPSO e o método SQP. No

algoritmo 3, para o problema de DE com PCV, cada partícula  $x_{ij}(k)$  é representada por um vetor contendo as potências geradas por cada um dos  $n$  geradores do sistema teste:

$$x_i(k) = [P_1^G, \dots, P_n^G]. \quad (4.46)$$

As potências geradas para cada gerador  $k$  são inicializadas, na primeira iteração, através da seguinte equação:

$$P_k^G = \underline{P_k^G} + rand()_k [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}], \quad (4.47)$$

onde  $rand()_k$  simboliza um número aleatório proveniente de uma distribuição contínua uniforme  $U(0, 1)$ . Tal inicialização garante que todas as partículas sejam geradas aleatoriamente e as condições para os limites máximos e mínimos das potências estejam satisfeitas. As velocidades iniciais, que são vetores com as mesmas dimensões que as suas respectivas partículas, são inicializadas através da seguinte equação:

$$v_{ik}(0) = rand()_k^P \beta, \quad (4.48)$$

em que  $rand()_k^P$  simboliza um número aleatório proveniente de uma distribuição uniforme contínua  $U(-\overline{P_k^G}, \overline{P_k^G})$ , para cada gerador  $k$ . Já  $\beta$  é uma constante de atenuação de valor pequeno. Após os cálculos de velocidades de cada partícula, a cada iteração, verifica-se se os limites máximos e mínimos estabelecidos foram violados conforme a equação (4.4). No método híbrido deste trabalho, utilizou-se como limitantes superiores  $v_{ik}^{max}$  e inferiores  $v_{ik}^{min}$  das velocidades, respectivamente:

$$v_{ik}^{max} = \mu [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] \quad (4.49)$$

e

$$v_{ik}^{min} = -\mu [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}], \quad (4.50)$$

em que  $\mu$  é um número pertencente ao intervalo  $[0, 1]$  definido pelo usuário. A função *fitness*  $Z(x_i)$ , utilizada para avaliação das partículas neste problema, é composta pela função objetivo (2.19) e pela incorporação do método de penalização (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012) por não atendimento da restrição da demanda de potência ativa do sistema, de forma a transformar um problema de otimização restrito em irrestrito:

$$Z(x_i) = \sum_{k \in \mathcal{G}} C_k^{PCV}(P_k^G) + \Psi |P^D - \sum_{k \in \mathcal{G}} P_k^G|, \quad (4.51)$$

onde  $\Psi$  é uma constante que representa o fator de penalização pelo não atendimento da demanda. Quanto maior  $\Psi$ , maior a relevância da penalização na função *fitness*.

No decorrer do algoritmo, as partículas sobrevoam o hiperespaço de soluções procurando minimizar a função (4.51). Durante a atualização de suas posições, é natural que algum gerador tenha seu respectivo limite de potência violado. Neste caso, é executado um procedimento de restauração da potência do respectivo gerador cujo limite foi ultrapassado:

$$P_k^G = \begin{cases} \underline{P_k^G}, & \text{se } P_k^G < \underline{P_k^G} \\ \overline{P_k^G}, & \text{se } P_k^G > \overline{P_k^G} \\ P_k^G, & \text{se } \underline{P_k^G} \leq P_k^G \leq \overline{P_k^G}. \end{cases} \quad (4.52)$$

A condição (4.52) é executada para todas as potências de cada partícula em cada iteração do algoritmo, garantindo-se, portanto, que as partículas sempre estejam no interior da região delimitada pelas restrições canalizadas. Além disso, para facilitar que nas iterações finais do método híbrido a geração de potência ativa da partícula  $g^{best}$  satisfaça a restrição da demanda do sistema com uma determinada precisão  $\tau_d$ , foi desenvolvido o algoritmo 5 que é executado para toda iteração de valor superior à porcentagem *pct* (definida como 80% neste trabalho) do número máximo de iterações. No algoritmo em questão, somam-se todas as potências de  $g^{best}$  e verifica-se se o valor absoluto da diferença entre tal soma e a demanda total do sistema é inferior a uma precisão desejada. Caso não seja, divide-se tal diferença em  $n$  parcelas iguais que são acrescentadas às potências de cada gerador de  $g^{best}$ . Em seguida, corrige as potências dos geradores que eventualmente tenham seus limites violados conforme a condição (4.52). O procedimento em questão é repetido iterativamente até que a precisão desejada seja encontrada.

Como visto na formulação matemática do problema de DE com PCV (2.17), sua função objetivo é não diferenciável. No entanto, para a execução do método de otimização SQP, é necessária a informação proveniente do gradiente da função objetivo. Para tornar possível a aplicação do método neste problema, utilizou-se a mesma estratégia que a definida por Pan, Jian e Yang (2018). Assim, pode-se obter um problema equivalente e diferenciável substituindo-se a parcela  $|\sin(f_k[\underline{P_k^G} - P_k^G])|$  por variáveis auxiliares artificiais  $s_k$ , tal que:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar } C_T^{PCV}(P^G) &= \sum_{k \in \mathcal{G}} C_k^{PCV}(P_k^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} [a_k [P_k^G]^2 + b_k P_k^G + c_k + e_k s_k] \\
\text{s.a: } \sum_{k \in \mathcal{G}} P_k^G &= P^D \\
\underline{P}_k^G &\leq P_k^G \leq \overline{P}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
-s_k &\leq \text{sen}(f_k[\underline{P}_k^G - P_k^G]) \leq s_k, \quad \forall k \in \mathcal{G}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Desta maneira, o método determinístico pode ser aplicado ao problema (4.53) para aprimorar localmente a solução inicial fornecida pela metaheurística. O algoritmo 6 resume o método híbrido proposto para resolução do problema de DE com PCV.

**Algoritmo 5:** Algoritmo de ajuste da geração de potência ativa da partícula  $g^{best}$ .

**Entrada:** melhor partícula avaliada do enxame ( $g^{best}$ ), demanda de potência ativa do sistema ( $P^D$ ), valores máximos e mínimos dos limites de geração de potência ativa dos geradores ( $\overline{P}_j^G$  e  $\underline{P}_j^G$ ), número de geradores ( $n$ ), precisão de atendimento da demanda ( $\tau_d$ ), número máximo de iterações do algoritmo CLPSO ( $k^{max}$ ), porcentagem ( $pct$ ).

**Saída:** Solução: partícula  $g^{best}$  ajustada.

```

1 início
2   se  $k > pct * k^{max}$  então
3      $dif = \sum_{j=1}^n [g_j^{best}] - P^D$ 
4     enquanto  $\|dif\| < \tau_d$  faça
5        $val = dif / n$ 
6       para cada gerador  $j = 1, \dots, n$  faça
7          $g_j^{best} = g_j^{best} - val$ 
8         se  $g_j^{best} < \underline{P}_j^G$  então
9            $g_j^{best} = \underline{P}_j^G$ 
10        fim
11        se  $g_j^{best} > \overline{P}_j^G$  então
12           $g_j^{best} = \overline{P}_j^G$ 
13        fim
14      fim
15       $dif = \sum_{j=1}^n [g_j^{best}] - P^D$ 
16    fim
17  fim
18 fim

```

**Algoritmo 6:** Algoritmo híbrido para o problema DE com PCV.

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), coeficiente de aceleração( $c$ ), valores máximo e mínimo do peso de inércia ( $w^{max}$  e  $w^{min}$ ), número máximo de iterações ( $k^{max}$ ), número de geradores do problema ( $n$ ), probabilidade de troca ( $p_t$ ), intervalo de atualização ( $r^{gap}$ ), fator de penalização da demanda ( $\Psi$ ), limitante de velocidade ( $\mu$ ) e fator de atenuação de velocidade inicial ( $\beta$ ).

**Saída:** Solução: partícula  $g^{best}$  aprimorada localmente pelo método SQP.

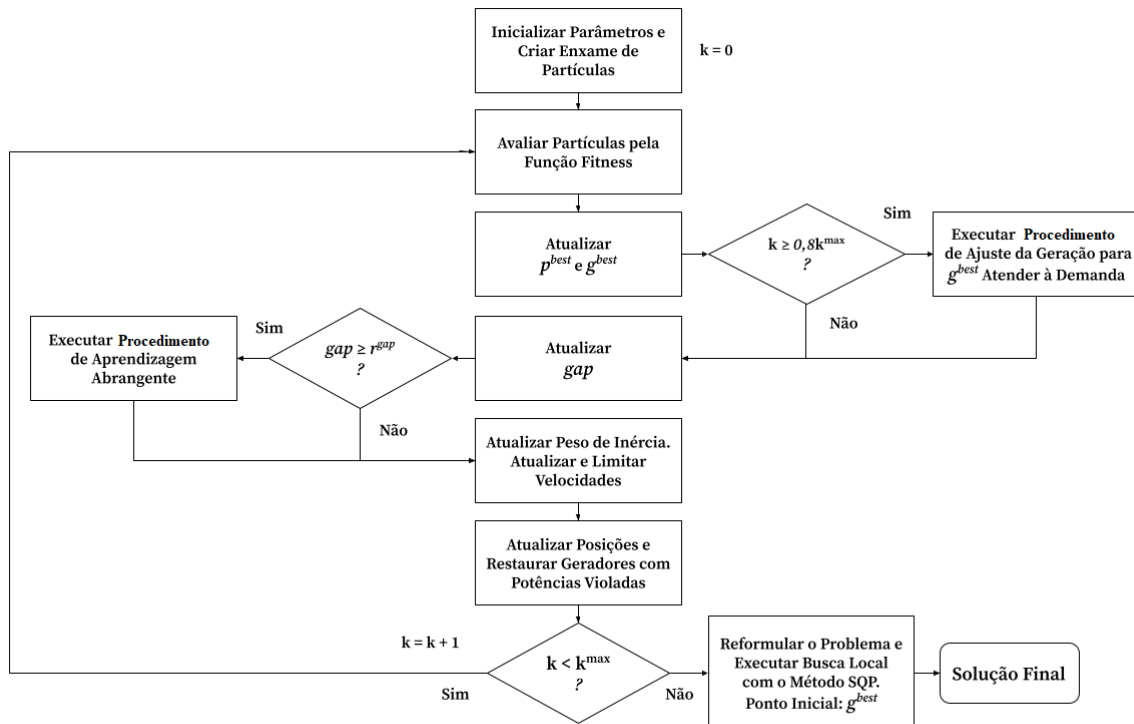
```

1  início
2  Carregar dados do caso teste. Inicializar contador de iterações  $k=0$ . Inicializar
   aleatoriamente  $n_p$  partículas conforme (4.47) que representam o enxame.
   Inicializar aleatoriamente  $n_p$  velocidades iniciais conforme (4.48). Inicializar
   todas as memórias das partículas como  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$  e  $g^{best}(k)$  como sendo
   a partícula com melhor avaliação da função objetivo de  $p_i^{best}(k)$ . Inicializa o
    $gap_i$  de cada partícula como sendo nulo. Inicializa uma matriz  $mp^{best}(k)$  nula
   de mesmas dimensões que  $p^{best}(k)$ .
3  enquanto  $k < k^{max}$  faça
4      Atualizar peso de inércia utilizando a equação (4.3);
5      para cada partícula  $i = 1, \dots, n_p$  faça
6          se  $Z(x_i(k)) < Z(p_i^{best}(k))$  então
7              |  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$ ;
8          fim
9          se  $Z(p_i^{best}(k)) < Z(g^{best}(k))$  então
10             |  $g^{best}(k) = p_i^{best}(k)$ ;
11         fim
12         se  $Z(x_i(k)) < Z(x_i(k-1))$  então
13             |  $gap_i = 0$ 
14         senão
15             |  $gap_i = gap_i + 1$ 
16         fim
17         Executar o procedimento de aprendizagem abrangente do algoritmo 2;
18         Atualizar a velocidade da partícula utilizando a equação (4.5);
19         Limitar velocidade da partícula com base nas equações (4.4), (4.49) e
           (4.50);
20         Atualizar a posição da partícula utilizando a equação (4.1);
21         Restaurar geradores com potências violadas utilizando o procedimento
           (4.52);
22         Executa algoritmo 5 de ajuste da geração para  $g^{best}$ ;
23     fim
24      $k = k + 1$ ;
25 fim
26 Reformular o problema DE com PCV por (4.53).
27 Executar o método SQP descrito pelo algoritmo 4, sendo  $g^{best}$  o ponto inicial.
28 fim

```

Para melhor entendimento do método híbrido proposto, também foi desenvolvido um fluxograma que pode ser visualizado na Figura 4.8. Na versão do algoritmo híbrido para este problema, a metaheurística CLPSO foi implementada em linguagem Python e o método SQP foi utilizado a partir do *solver* APOPT disponível no pacote *GEKKO Optimization Suite* para aplicações de otimização e aprendizado de máquina (BEAL et al., 2018).

Figura 4.8 – Fluxograma do método híbrido para o problema de DE com PCV.



Fonte: Autor.

Na próxima seção, será apresentada a versão do método híbrido proposto na resolução do problema de DE com PCV, ZOP e RT.

#### 4.6.2 Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula, Zonas de Operação Proibidas e Representação da Transmissão

O problema de DE com PCV, ZOP e RT (2.22), impõe uma maior complexidade de resolução devido ao fato de ser não linear, multimodal, descontínuo e de grande dimensão. A presença da RT torna necessária a aplicação do método NR para resolução do FP. Já a presença de variáveis discretas e das ZOP torna necessário realizar adaptações na metaheurística CLPSO, bem como utilizar o método BB em conjunto com o método SQP.

Neste problema, cada partícula  $x_{ij}(k)$  da metaheurística CLPSO é representada por um vetor contendo as variáveis independentes do SEP:

$$x_i(k) = [V_1^G \dots V_{n_v}^G, P_1^G \dots P_{n_p}^G, t_1 \dots t_{n_t}, b_1^{sh} \dots b_{n_b}^{sh}], \quad (4.54)$$

onde  $V_k \forall k \in \mathcal{G}$  e  $P_k \forall k \in \mathcal{G}'$  representam, respectivamente, os  $n_v$  módulos de tensão e as  $n_p$  potências ativas das barras de geração. Já  $t$  e  $b^{sh}$  representam, respectivamente, os  $n_t$  *taps* das linhas de transmissão e as  $n_b$  susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores *shunt*. Cada variável  $\Lambda_j$  que constitui a partícula  $x_i(k)$  é inicializada conforme:

$$\Lambda_j = \Lambda_j^{min} + [\Lambda_j^{max} - \Lambda_j^{min}] * rand(), \quad (4.55)$$

onde  $\Lambda_j^{min}$  e  $\Lambda_j^{max}$  representam, respectivamente, os limitantes superiores e inferiores da variável  $\Lambda_j$ . As velocidades iniciais são inicializadas conforme:

$$v_{ij}(0) = \beta rand()_j^v, \quad (4.56)$$

em que  $rand()_j^v$  simboliza um número aleatório proveniente de uma distribuição uniforme contínua  $U(-\Lambda_j^{max}, \Lambda_j^{max})$ . A cada iteração, as velocidades são limitadas pelos respectivos limites máximos e mínimos de velocidade pela seguinte equação:

$$v_{ij}^{max} = \mu[\Lambda_j^{max} - \Lambda_j^{min}] \quad (4.57)$$

e

$$v_{ij}^{min} = -\mu[\Lambda_j^{max} - \Lambda_j^{min}], \quad (4.58)$$

Para cada partícula do método CLPSO, a cada iteração, é executado o método NR para satisfazer as restrições dos balanços de potência ativa e reativa do SEP, bem como determinar o valor das variáveis dependentes: ângulos  $\theta_k \forall k \in \mathcal{B}$ , módulos de tensão  $V_k \forall k \in \mathcal{C}$ , potências reativas geradas  $Q_k^G \forall k \in \mathcal{G}$ , bem como a potência ativa  $P_{slack}^G$  gerada na barra de referência (do inglês *slack*). A função de avaliação *fitness*, portanto, é formada pelo custo, considerando os efeitos de PCV, somado às penalizações por ultrapassagem dos limitantes das variáveis dependentes:

$$Z(Q^G, P^G, V) = \sum_{a \in \mathcal{G}} C_a^{PCV}(P_a^G) + \zeta \sum_{b \in \mathcal{C}} |V_b - V_b^{lim}| + \omega \sum_{c \in \mathcal{G}} |Q_c^G - Q_c^{lim}| + \chi |P_{slack}^G - P_{slack}^{lim}| \quad (4.59)$$

sendo que  $\zeta$ ,  $\omega$  e  $\chi$  são constantes que representam, respectivamente, os fatores de penalização de violação dos limites de tensão, potência reativa gerada pelos geradores e potência ativa gerada na barra *slack*. Os valores de  $V_b^{lim}$ ,  $Q_c^{lim}$  e  $P_{slack}^{lim}$  podem ser definidos como:

$$V_b^{lim} = \begin{cases} \underline{V}_b, & \text{se } V_b < \underline{V}_b, \\ \overline{V}_b, & \text{se } V_b > \overline{V}_b, \\ V_b, & \text{se } \underline{V}_b \leq V_b \leq \overline{V}_b; \end{cases} \quad (4.60)$$

$$Q_c^{lim} = \begin{cases} \underline{Q}_c^G, & \text{se } Q_c^G < \underline{Q}_c^G, \\ \overline{Q}_c^G, & \text{se } Q_c^G > \overline{Q}_c^G, \\ Q_c^G, & \text{se } \underline{Q}_c^G \leq Q_c^G \leq \overline{Q}_c^G; \end{cases} \quad (4.61)$$

$$P_{slack}^{lim} = \begin{cases} \underline{P}_z^G, & \text{se } P_{slack}^G < \underline{P}_z^G, \\ \overline{P}_z^G, & \text{se } P_{slack}^G > \overline{P}_z^G, \\ P_z^G, & \text{se } \underline{P}_z^G \leq P_z^G \leq \overline{P}_z^G; \end{cases} \quad (4.62)$$

em que  $\overline{P}_z^G$  e  $\underline{P}_z^G$  representam, respectivamente, os limitantes superiores e inferiores da z-ésima zona de operação permitida mais próxima à atual posição da partícula para a variável dependente  $P_{slack}^G$ .

As restrições de desigualdade que retratam os limites superiores e inferiores das variáveis independentes  $\Lambda_j$ , que constituem a partícula  $x_i(k)$ , são tratadas pelo mesmo procedimento utilizado na versão do método híbrido para o problema de DE com PCV visto anteriormente:

$$\Lambda_j = \begin{cases} \Lambda_j^{min}, & se \quad \Lambda_j < \Lambda_j^{min}, \\ \Lambda_j^{max}, & se \quad \Lambda_j > \Lambda_j^{max}, \\ \Lambda_j, & se \quad \Lambda_j^{min} \leq \Lambda_j \leq \Lambda_j^{max}. \end{cases} \quad (4.63)$$

Conforme visto na formulação matemática do problema (2.22), os *taps* dos transformadores e susceptâncias dos bancos de capacitores e reatores *shunt* são variáveis discretas. Para lidar com tal restrição no algoritmo CLPSO, adotou-se a estratégia de ajuste com posterior restauração definida na seção 2 deste capítulo. A estratégia adotada evita que ocorra uma estagnação do movimento das partículas devido ao arredondamento recorrente de suas variáveis discretas e, além disso, evita que seja necessário utilizar mais penalizações na função *fitness*. O procedimento de arredondamento é definido como:

$$\Lambda_j^d = round(\Lambda_j^c), \quad (4.64)$$

onde  $\Lambda_j^c$  representa uma variável genérica de  $x_{ij}(k)$  com valor contínuo que deve pertencer a um determinado conjunto discreto genérico  $\mathcal{D}_j$ . Já  $\Lambda_j^d$  representa a variável após o processo de arredondamento, enquanto que *round()* representa o procedimento de arredondamento de  $\Lambda_j^c$  para o valor discreto de  $\mathcal{D}_j$  mais próximo de seu atual valor contínuo.

De forma semelhante, as restrições de ZOP das potências ativas geradas pelos geradores podem ser satisfeitas aplicando-se um operador de modificação dos valores de  $P^G$  inactiváveis antes da resolução do FP e do cálculo do *fitness*. Ao terminar tal etapa, as potências modificadas podem ser restauradas aos seus respectivos valores originais dando continuidade ao movimento natural da partícula. O procedimento pode ser definido como:

$$P_k^G = \begin{cases} \underline{P_{k,p}^G}, & se \quad P_k^G < \underline{P_{k,p}^G}, \\ \overline{P_{k,p}^G}, & se \quad P_k^G > \overline{P_{k,p}^G}, \\ P_k^G, & se \quad \underline{P_{k,p}^G} \leq P_k^G \leq \overline{P_{k,p}^G}, \end{cases} \quad (4.65)$$

onde  $\overline{P_{k,p}^G}$  e  $\underline{P_{k,p}^G}$  representam, respectivamente, os limitantes superiores e inferiores de potência ativa  $P_k^G$  do gerador  $k$  na  $p$ -ésima zona de operação permitida mais próxima da atual posição da partícula.

Devido ao fato da função objetivo ser não diferenciável, também torna-se necessário reformular o problema (2.22) utilizando a estratégia de Pan, Jian e Yang (2018) para a aplicação do método SQP. Uma vez que o método determinístico é utilizado para aperfeiçoar localmente a solução fornecida pelo algoritmo CLPSO, adotam-se os limites da  $p$ -ésima zona de operação permitida onde a partícula  $g^{best}$  se encontra como sendo os limites inferiores  $\underline{P_{k,p}^G}$  e superiores  $\overline{P_{k,p}^G}$  das potências ativas dos geradores do sistema, de modo a excluir as demais zonas do problema. Então, o método BB-SQP é aplicado no problema (4.66):

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & C_T^{PCV}(P^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} C_k^{PCV}(P_k^G) = \sum_{k \in \mathcal{G}} [a_k [P_k^G]^2 + b_k P_k^G + c_k + e_k s_k] \\
\text{s.a:} \quad & \Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
& \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{C} \\
& \underline{P_k^G} \leq P_{k,p}^G \leq \overline{P_{k,p}^G}, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
& \underline{Q_k^G} \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q_k^G}, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\
& \underline{V_k} \leq V_k \leq \overline{V_k}, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
& b_k^{sh} \in D_k^{sh}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh} \\
& t_{km} \in D_{km}^{tap}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T} \\
& -s_k \leq \text{sen}(f_k[\underline{P_k^G} - P_k^G]) \leq s_k, \quad \forall k \in \mathcal{G}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Na versão do algoritmo híbrido 7 proposto para este problema, a metaheurística CLPSO foi implementada em linguagem Python; os dados do sistema elétrico e o método NR foram utilizados a partir do pacote *pandapower* para simulações e análises de sistemas elétricos (THURNER et al., 2018); e o método SQP em conjunto com o método BB foram utilizados a partir do *solver* APOPT disponível no pacote *GEKKO Optimization Suite* (BEAL et al., 2018). Para melhor compreensão do método híbrido proposto, foi desenvolvido um fluxograma que pode ser visto na Figura 4.9.

**Algoritmo 7:** Algoritmo Híbrido para o problema DE com PCV, ZOP e RT.

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), coeficiente de aceleração ( $c$ ), valores máximo e mínimo do peso de inércia ( $w^{max}$  e  $w^{min}$ ), número máximo de iterações ( $k^{max}$ ), probabilidade de troca ( $p_t$ ), intervalo de atualização ( $r^{gap}$ ), limitante de velocidade ( $\mu$ ), fator de atenuação de velocidade inicial ( $\beta$ ) e fatores de penalização de: tensão ( $\zeta$ ), potência reativa gerada ( $\omega$ ) e potência ativa gerada na barra slack ( $\chi$ ).

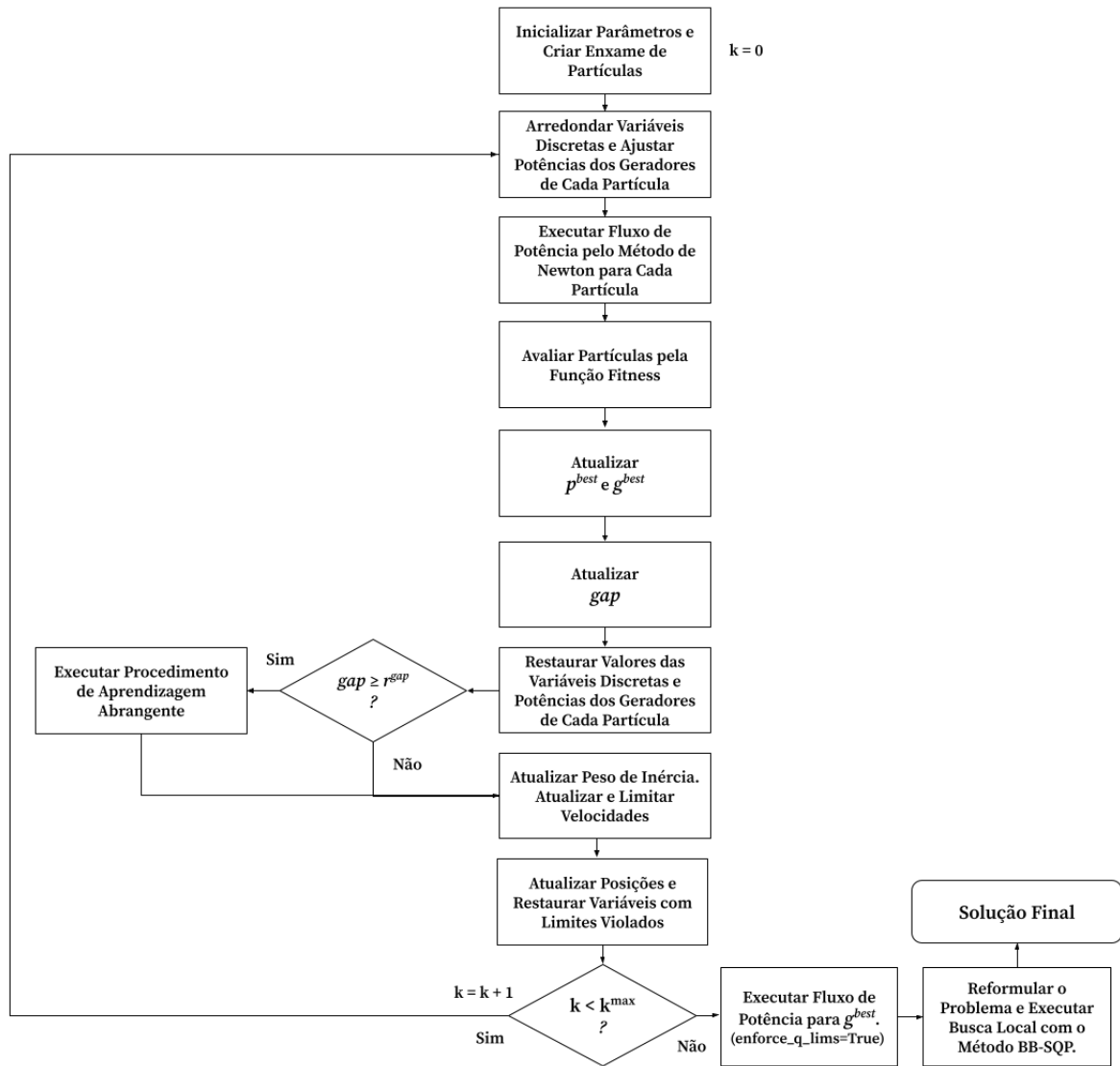
**Saída:** Solução: partícula  $g^{best}$  aprimorada localmente pelo método SQP.

```

1  início
2  Inicializar contador de iterações  $k=0$ . Inicializar aleatoriamente  $n_p$  partículas
   conforme (4.55) que representam o enxame. Inicializar aleatoriamente  $n_p$ 
   velocidades iniciais conforme (4.56). Inicializar todas as memórias das
   partículas como  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$  e  $g_j^{best}(k)$  como sendo a partícula com melhor
   avaliação da função objetivo de  $p_i^{best}(k)$ . Inicializa o  $gap_i$  de cada partícula
   como sendo nulo. Inicializa  $mp^{best}(k)$  nula de mesmas dimensões que  $p^{best}(k)$ .
3  enquanto  $k < k^{max}$  faça
4      Atualizar peso de inércia utilizando a equação (4.3);
5      para cada partícula  $i = 1, \dots, n_p$  faça
6          Executa procedimento de ajuste das potências ativas (4.65).
7          Executa o procedimento de arredondamento:  $x_i^d(k) = round(x_i(k))$ .
8          Executa o algoritmo NR para resolução do FP com  $x_i^d(k)$ .
9          se  $Z(x_i^d(k)) < Z(p_i^{best}(k))$  então
10             |  $p_i^{best}(k) = x_i^d(k)$ ;
11         fim
12         se  $Z(p_i^{best}(k)) < Z(g^{best}(k))$  então
13             |  $g^{best}(k) = p_i^{best}(k)$ ;
14         fim
15         se  $Z(x_i^d(k)) < Z(x_i^d(k-1))$  então
16             |  $gap_i = 0$ 
17         senão
18             |  $gap_i = gap_i + 1$ 
19         fim
20         Restaurar  $x_i(k)$ ;
21         Executar o procedimento de aprendizagem abrangente do algoritmo 2;
22         Atualizar a velocidade da partícula utilizando a equação (4.5) e  $x_i(k)$ ;
23         Limitar velocidades das partículas utilizando as equações (4.57) e (4.58);
24         Atualizar a posição da partícula utilizando a equação (4.1) e  $x_i(k)$ ;
25         Restaurar variáveis com limites violados de  $x_i(k)$  utilizando o
           procedimento (4.63).
26     fim
27      $k = k + 1$ ;
28 fim
29 Calcular fluxo de potência com  $g^{best}$  (parâmetro: enforce_q_lims=True)
30 Reformular o problema DE com PCV, ZOP e RT para (4.66).
31 Executar o método BB com o algoritmo SQP 4 para o ponto  $g^{best}$ .
32 fim

```

Figura 4.9 – Fluxograma do método híbrido para o problema de DE com PCV, ZOP e RT.



Fonte: Autor.

Na próxima seção, será apresentada a versão do método híbrido proposto para a resolução do problema de FPOR.

### 4.6.3 Fluxo de Potência Ótimo Reativo

No problema de FPOR (2.16), ao contrário do problema de DE com PCV, ZOP e RT, as potências ativas geradas pelos geradores são tratadas como parâmetros do problema e não mais como variáveis. Neste tipo de problema, preocupa-se em otimizar as variáveis que estão relacionadas ao fluxo de potência reativa no sistema, visando minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão. Da mesma forma que no problema da seção anterior, são consideradas a RT e as variáveis discretas dos *taps* e susceptâncias dos bancos

de capacitores e reatores *shunt*. Portanto, as variáveis independentes que constituem uma determinada partícula  $x_i(k)$  são:

$$x_i(k) = [V_1^G \dots V_{n_v}^G, t_1 \dots t_{n_t}, b_1^{sh} \dots b_{n_b}^{sh}]. \quad (4.67)$$

A inicialização das posições das partículas e de suas velocidades iniciais é feita, respectivamente, utilizando as equações (4.55) e (4.56). Para cada partícula do algoritmo CLPSO, a cada iteração, é executado o método NR para satisfazer as restrições dos balanços de potência ativa e reativa do SEP, bem como determinar o valor das variáveis dependentes. A função *fitness* de avaliação das partículas, neste caso, é formada pelo somatório das perdas em cada ramo do sistema e por eventuais penalizações por violações dos limites de tensão das barras de carga, geração de potência reativa nas barras de geração e *slack*, e potência ativa na barra *slack*:

$$Z(Q^G, V, \theta, t) = P_L(V, \theta, t) + \zeta \sum_{b \in \mathcal{C}} |V_b - V_b^{lim}| + \omega \sum_{c \in \mathcal{G}} |Q_c^G - Q_c^{lim}|, \quad (4.68)$$

onde  $V_b^{lim}$  e  $Q_c^{lim}$  são definidos através das equações (4.60) e (4.61), respectivamente. Já as restrições de desigualdade das variáveis que constituem as partículas são tratadas no próprio algoritmo CLPSO através da equação (4.63), a cada iteração.

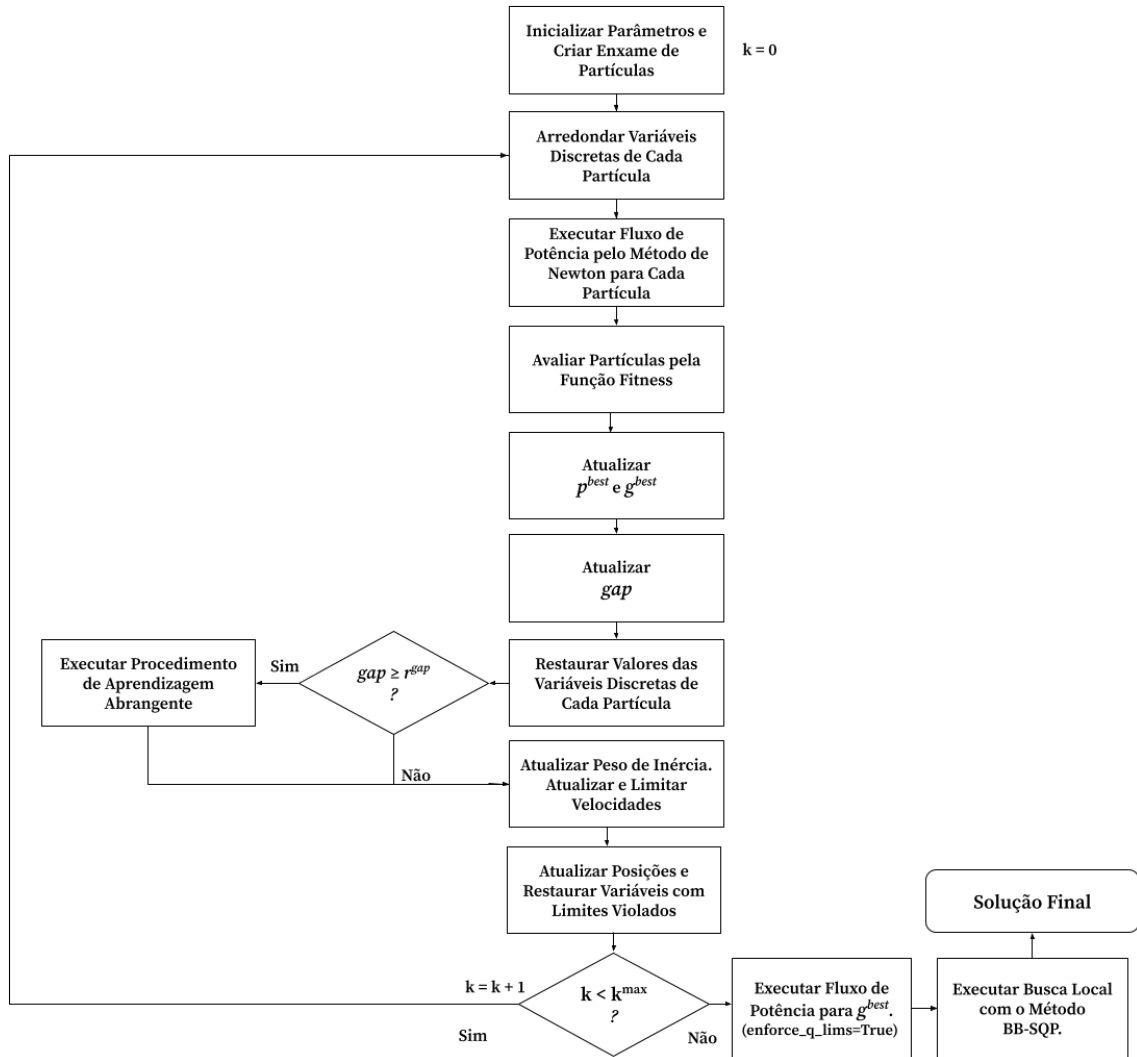
Para lidar com as variáveis discretas  $t$  e  $b^{sh}$ , utilizou-se a mesma estratégia de arredondamento definida pela equação (4.64), onde as variáveis são arredondadas apenas na etapa de resolução do FP e avaliação, sendo reconstituídas ao seu valor contínuo logo após este processo, evitando a possibilidade de estagnação da partícula. Como a função objetivo  $P_L$  do problema de FPOR é diferenciável, não é necessário utilizar a estratégia de Pan, Jian e Yang (2018). O problema de FPOR (4.69) utilizado na busca local do método BB-SQP é formulado por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && P_L(V, \theta, t) \\ &\text{s.a:} && \Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{G}' \cup \mathcal{C} \\ &&& \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{C} \\ &&& \underline{Q}_k^G \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G} \\ &&& \underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\ &&& b_k^{sh} \in D_k^{sh}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh} \\ &&& t_{km} \in D_{km}^{tap}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T}. \end{aligned} \quad (4.69)$$

Na versão do algoritmo 8 proposto para este problema, a metaheurística CLPSO foi implementada em linguagem Python; os dados do sistema elétrico e o método NR foram utilizados a partir do pacote *pandapower* (TURNER et al., 2018); e o método BB-

SQP foi utilizado a partir do *solver* APOPT disponível no pacote *GEKKO Optimization Suite* (BEAL et al., 2018). Por fim, o método híbrido proposto pode ser sumarizado pelo algoritmo 8 e pelo fluxograma da Figura 4.10.

Figura 4.10 – Fluxograma do método híbrido para o problema de FPOR.



Fonte: Autor.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados dos testes numéricos realizados com os algoritmos híbridos desenvolvidos para os problemas de: DE com PCV; DE com PCV, ZOP e RT; e FPOR.

**Algoritmo 8:** Algoritmo Híbrido para o problema FPOR.

**Entrada:** número total de partículas ( $n_p$ ), coeficiente de aceleração ( $c$ ), valores máximo e mínimo do peso de inércia ( $w^{max}$  e  $w^{min}$ ), número máximo de iterações ( $k^{max}$ ), probabilidade de troca ( $p_t$ ), intervalo de atualização ( $r^{gap}$ ), limitante de velocidade ( $\mu$ ), fator de atenuação de velocidade inicial ( $\beta$ ) e fatores de penalização de: tensão ( $\zeta$ ), potência reativa gerada ( $\omega$ ).

**Saída:** Solução: partícula  $g^{best}$  aprimorada localmente pelo método SQP.

```

1  início
2  Inicializar contador de iterações  $k=0$ . Inicializar aleatoriamente  $n_p$  partículas
   conforme (4.67) que representam o enxame. Inicializar aleatoriamente  $n_p$ 
   velocidades iniciais conforme (4.56). Inicializar todas as memórias das
   partículas como  $p_i^{best}(k) = x_i(k)$  e  $g^{best}(k)$  como sendo a partícula com melhor
   avaliação da função objetivo de  $p_i^{best}(k)$ . Inicializa o  $gap_i$  de cada partícula
   como sendo nulo. Inicializa  $mp^{best}$  nula de mesmas dimensões que  $p^{best}$ .
3  enquanto  $k < k^{max}$  faça
4      Atualizar peso de inércia utilizando a equação (4.3);
5      para cada partícula  $i = 1, \dots, n_p$  faça
6          Executa o procedimento de arredondamento:  $x_{ij}^d(k) = round(x_{ij}(k))$ .
7          Executa o algoritmo NR para resolução do FP com  $x_{ij}^d(k)$ .
8          se  $Z(x_i^d(k)) < Z(p_i^{best}(k))$  então
9              |  $p_i^{best}(k) = x_i^d(k)$ ;
10         fim
11         se  $Z(p_i^{best}(k)) < Z(g^{best}(k))$  então
12             |  $g^{best}(k) = p_i^{best}(k)$ ;
13         fim
14         se  $Z(x_i^d(k)) < Z(x_i^d(k-1))$  então
15             |  $gap_i = 0$ 
16         senão
17             |  $gap_i = gap_i + 1$ 
18         fim
19         Restaurar  $x_i(k)$ ;
20         Executar o procedimento de aprendizagem abrangente do algoritmo 2;
21         Atualizar a velocidade da partícula utilizando a equação (4.5) e  $x_i(k)$ ;
22         Limitar as velocidades das partículas conforme equações (4.57) e (4.58);
23         Atualizar a posição da partícula utilizando a equação (4.1) e  $x_i(k)$ ;
24         Restaurar variáveis com limites violados de  $x_i(k)$  utilizando o
           procedimento (4.63).
25     fim
26      $k = k + 1$ ;
27 fim
28 Calcular fluxo de potência com  $g^{best}$  (parâmetro: enforce_q_lims=True)
29 Executar o método BB com o algoritmo SQP 4 para o ponto  $g^{best}$ .
30 fim

```

## 5 TESTES NUMÉRICOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos pelos métodos híbridos desenvolvidos para os problemas abordados neste trabalho. Para avaliar o desempenho dos algoritmos híbridos, são realizadas comparações com outros métodos encontrados na literatura, metaheurísticas e *solvers* de otimização. Todos os testes foram realizados em um computador com processador Intel® Core™ i5-8250U de 1,80 GHz com 8 GB de memória RAM, sistema operacional Linux Ubuntu 20.04 Focal Fossa.

### 5.1 Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula

No Apêndice A, são apresentados os dados dos sistemas para os casos testes de 13, 19 e 40 unidades geradoras, bem como os dados dos testes realizados para determinar os parâmetros do método híbrido. Para os casos testes do problema DE com PCV, utilizou-se as tolerâncias  $\tau_d = 10^{-3}$  MW para o método CLPSO, e  $\tau_{opt} = 10^{-3}$  MW com  $\tau_{fact} = 10^{-3}$  MW para o método SQP.

#### 5.1.1 Caso 1: 13 Unidades Geradoras

Para o caso teste com 13 unidades geradoras, foi considerada uma demanda de 2520 MW. Os dados foram extraídos de [Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay \(2003\)](#) para os limites de geração e para os coeficientes da função custo de cada gerador, e podem ser visualizados na Tabela A.1. Além do método híbrido, foram também implementados, para fins de comparação, os otimizadores PSO, SQP (*solver* APOPT) e CLPSO. Foram realizadas 50 execuções para a coleta e análise dos resultados, sendo que para o método determinístico SQP foram utilizados 50 pontos iniciais aleatoriamente criados. Além disso, para tratar a não diferenciabilidade da função objetivo no método SQP, também adotou-se a técnica proposta por [Pan, Jian e Yang \(2018\)](#). A formulação matemática e os dados utilizados neste trabalho coincidem com os utilizados nos trabalhos de: [Victoire e Jeyakumar \(2004\)](#) (PSO-SQP e EP-SQP), [Pothiya, Ngamroo e Waree \(2010\)](#) (ACO), [Silva \(2014\)](#) (PDPCBLM) e [Dias \(2021\)](#) (ED e ED-BFGS).

A Tabela 5.1 mostra as configurações de parâmetros utilizados nos métodos PSO e CLPSO, sendo que as colunas não preenchidas simbolizam parâmetros que não existem na metaheurística em questão. Para a metaheurística PSO, adotaram-se valores comumente vistos na literatura ([ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007](#); [KENNEDY; EBERHART, 1995](#)).

Em ambos os casos foi utilizado um peso de inércia linearmente decrescente. O critério de parada para as metaheurísticas foi de 1000 iterações, com enxames de 75 partículas.

Tabela 5.1 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\beta$ | $\Psi$ | $\mu$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|---------|--------|-------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1     | 10     | 0,25  |
| CLPSO  | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,4   | 0,1     | 10     | 0,25  |

Fonte: Autor.

A Tabela 5.2 apresenta os valores obtidos de custo mínimo, custo médio e desvio padrão para cada método utilizado na comparação. Alguns autores reportaram apenas dados a respeito do custo mínimo obtido, não utilizando as métricas de custo médio e desvio padrão. O trabalho de [Pothiya, Ngamroo e Waree \(2010\)](#) apresenta o valor de custo que não condiz com o valor calculado a partir de sua solução informada.

Tabela 5.2 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 1.

| Método                                                                | Custo Mínimo (\$) | Custo Médio (\$)  | Desvio Padrão (\$) |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| PSO                                                                   | 24327,0992        | 24682,0751        | 187,9927           |
| EP-SQP<br>( <a href="#">VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004</a> )               | 24266,4400        | -                 | -                  |
| PSO-SQP<br>( <a href="#">VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004</a> )              | 24261,0493        | -                 | -                  |
| SQP (APOPT)                                                           | 24218,3344        | 24935,8672        | 362,6212           |
| ED<br>( <a href="#">DIAS, 2021</a> )                                  | 24174,2081        | -                 | -                  |
| PDPCBLM<br>( <a href="#">SILVA, 2014</a> )                            | 24173,8100        | -                 | -                  |
| CLPSO                                                                 | 24172,9162        | 24306,7806        | 110,6018           |
| ED-BFGS<br>( <a href="#">DIAS, 2021</a> )                             | 24169,9178        | -                 | -                  |
| <b>CLPSO-SQP</b>                                                      | <b>24169,9177</b> | <b>24228,3647</b> | <b>69,1505</b>     |
| ACO<br>( <a href="#">POTHIYA; NGAMROO; WAREE, 2010</a> ) <sup>1</sup> | 24169,6300        | 24182,7900        | 7,8600             |

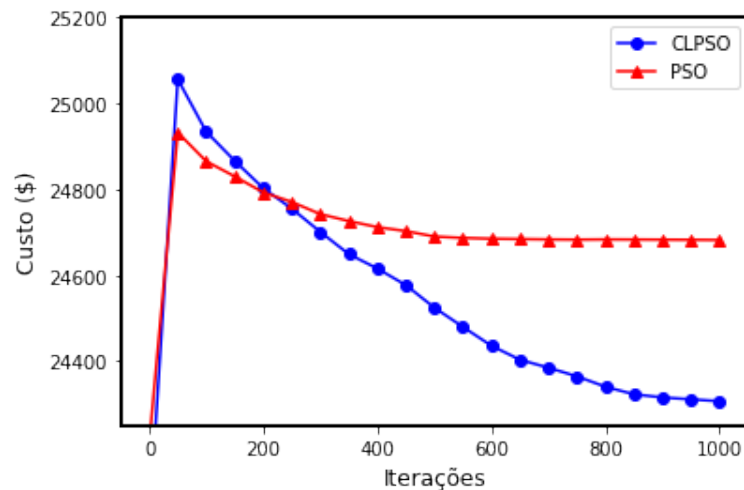
Fonte: Autor.

Como pode-se observar na Tabela 5.2, dentre os métodos encontrados na literatura e os implementados no trabalho, o algoritmo híbrido foi o que apresentou a melhor solução, ou seja, com os menores custos mínimo, médio e desvio padrão. Pode-se destacar também os grandes valores de custo médio e desvio padrão do método determinístico SQP, fator

<sup>1</sup> O custo mínimo calculado em [Pothiya, Ngamroo e Waree \(2010\)](#) com os dados do sistema não condiz com o valor reportado pelos autores para a solução encontrada. O custo calculado para a solução informada é de 24171,4301 \$.

diretamente relacionado à sua dependência ao ponto inicial adotado, o que acarreta em diferentes soluções. A Figura 5.1 ilustra os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das 50 execuções das metaheurísticas CLPSO e PSO.

Figura 5.1 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO (caso 1).



Fonte: Autor.

Como pode-se notar, nas primeiras iterações, há um aumento do custo nas curvas de convergência. Isso deve-se ao fato de que as soluções iniciais apresentam uma grande penalização, e as partículas tendem a minimizá-la em troca da deterioração do custo de geração. Uma vez que a penalização é reduzida, os custos passam a ter maior importância na função *fitness*. Nos testes realizados, a partir da iteração de número 100, a função objetivo começa a ser minimizada. A partir da iteração de número 300, pode-se observar a vantagem na capacidade de exploração do algoritmo CLPSO em relação ao PSO, uma vez que o último tende a estagnar precocemente em piores soluções.

Na Tabela 5.3, podem ser observadas as melhores soluções factíveis obtidas pelos métodos: ED-BFGS, PSO-SQP, CLPSO e CLPSO-SQP. As soluções encontradas pelos métodos ED-BFGS e CLPSO-SQP são muito semelhantes. Na Tabela 5.4, é realizada uma análise comparativa entre os tempos de execução, número de iterações e número de agentes de busca de cada um dos métodos utilizados na análise. Os métodos determinísticos SQP e PDPCBLM tendem a ser mais eficientes no tempo computacional ou no número de iterações, uma vez que utilizam informações provenientes de gradientes, matrizes jacobianas e hessianas que tendem a direcionar o processo de otimização. Os métodos metaheurísticos são mais dispendiosos, pois exigem um maior número de avaliações da função objetivo do problema de otimização.

Vale ressaltar que a comparação com os tempo de execução da literatura não é totalmente adequada uma vez que cada autor utilizou diferentes configurações de *hardware*,

diferentes *softwares* ou linguagens de programação.

Tabela 5.3 – Melhores soluções obtidas pelos métodos ED-BFGS, PSO-SQP, CLPSO e CLPSO-SQP para o caso 1.

| Gerador              | ED-BFGS   | PSO-SQP   | CLPSO     | CLPSO-SQP |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $P_1^G$              | 628,3185  | 628,3205  | 628,2551  | 628,3185  |
| $P_2^G$              | 299,1993  | 299,0524  | 298,9044  | 299,1993  |
| $P_3^G$              | 299,1993  | 298,9681  | 298,8752  | 299,1993  |
| $P_4^G$              | 159,7331  | 159,4680  | 159,6652  | 159,7331  |
| $P_5^G$              | 159,7331  | 159,1429  | 159,7026  | 159,7331  |
| $P_6^G$              | 159,7331  | 159,2724  | 159,5544  | 159,7331  |
| $P_7^G$              | 159,7331  | 159,5371  | 159,3980  | 159,7331  |
| $P_8^G$              | 159,7331  | 158,8522  | 159,5306  | 159,7331  |
| $P_9^G$              | 159,7331  | 159,7845  | 159,6242  | 159,7331  |
| $P_{10}^G$           | 77,39991  | 110,9618  | 76,7096   | 77,39991  |
| $P_{11}^G$           | 77,39991  | 75,0000   | 76,2884   | 77,39991  |
| $P_{12}^G$           | 92,39989  | 60,0000   | 91,6178   | 92,39991  |
| $P_{13}^G$           | 87,68458  | 91,6401   | 91,8747   | 87,68453  |
| $\sum_{i=1}^n P_i^G$ | 2520,0000 | 2520,0000 | 2520,0001 | 2520,0000 |

Fonte: Autor.

Tabela 5.4 – Dados de desempenho dos métodos no caso 1.

| Método                                 | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações |
|----------------------------------------|----------------|------------------|---------------|-----------------|
| EP-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)  | 121,93         | -                | 100           | 100             |
| PSO-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004) | 33,97          | -                | 100           | 100             |
| ED-BFGS<br>(DIAS, 2021)                | 22,66          | -                | 100           | 300             |
| ACO<br>(POTHIYA; NGAMROO; WAREE, 2010) | 14,35          | -                | -             | 100             |
| <b>CLPSO-SQP</b>                       | <b>13,67</b>   | <b>0,31</b>      | <b>75</b>     | <b>1006</b>     |
| CLPSO                                  | 13,35          | 0,10             | 75            | 1000            |
| PSO                                    | 6,47           | 0,04             | 75            | 1000            |
| SQP                                    | 0,31           | 0,19             | -             | 11 <sup>3</sup> |
| PDPCBLM<br>(SILVA, 2014)               | -              | -                | -             | 18              |

Fonte: Autor.

### 5.1.2 Caso 2: 19 Unidades Geradoras

Para o caso teste com 19 unidades geradoras, foi considerada uma demanda de 2908 MW. Os dados foram extraídos de [Balamurugan, Muralisachithnndam e Krishnan \(2003\)](#)

<sup>3</sup> Número médio de iterações para o método determinístico SQP no caso 1.

para os limites de geração e para os coeficientes da função custo de cada gerador, e podem ser visualizados na Tabela A.2. Além do método híbrido, foram também implementados os métodos PSO, SQP (*solver* APOPT) e CLPSO. Foram realizadas 50 execuções para a coleta e análise de resultados, sendo que para o método determinístico SQP foram utilizados 50 pontos iniciais aleatoriamente criados. A formulação matemática e os dados utilizados neste trabalho coincidem com os utilizados nos trabalhos de: [Silva \(2014\)](#) (PDPCBLM) e [Dias \(2021\)](#) (ED e ED-BFGS).

A Tabela 5.5 mostra as configurações de parâmetros utilizados nos métodos PSO e CLPSO. Em ambos os casos foi utilizado um peso de inércia linearmente decrescente. O critério de parada para as metaheurísticas foi de 1000 iterações, com enxames de 100 partículas. Já a Tabela 5.6 traz os valores obtidos de custo mínimo, custo médio e desvio padrão para cada método utilizado na comparação.

Tabela 5.5 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\beta$ | $\Psi$ | $\mu$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|---------|--------|-------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1     | 50     | 0,1   |
| CLPSO  | -     | -     | 3   | 0,4       | 0,9       | 3         | 0,9   | 0,1     | 50     | 0,1   |

Fonte: Autor.

Tabela 5.6 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 2.

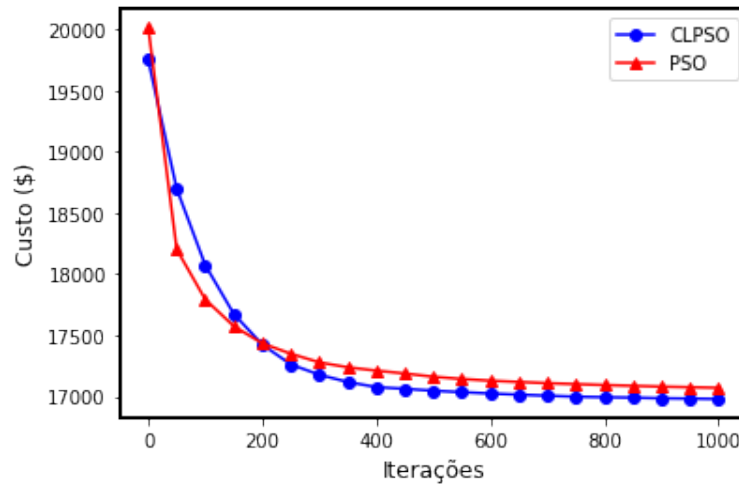
| Método                                     | Custo Mínimo (\$) | Custo Médio (\$)  | Desvio Padrão (\$) |
|--------------------------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| PDPCBLM<br>( <a href="#">SILVA, 2014</a> ) | 17551,0460        | -                 | -                  |
| SQP (APOPT)                                | 17139,0000        | 17847,0000        | 490,0000           |
| ED<br>( <a href="#">DIAS, 2021</a> )       | 17005,1048        | -                 | -                  |
| ED-BFGS<br>( <a href="#">DIAS, 2021</a> )  | 16982,5601        | -                 | -                  |
| PSO                                        | 16971,0516        | 17070,6077        | 55,5468            |
| CLPSO                                      | 16957,7653        | 16979,1733        | 11,8621            |
| <b>CLPSO-SQP</b>                           | <b>16945,6023</b> | <b>16952,9393</b> | <b>10,9538</b>     |

Fonte: Autor.

Novamente, dentre os métodos encontrados na literatura e implementados no trabalho, o algoritmo híbrido desenvolvido foi o que apresentou a melhor solução, ou seja, com os menores custos mínimo, médio e desvio padrão. Os métodos determinísticos PDPCBLM e SQP apresentaram dificuldades em conseguir soluções com baixos valores de custo mínimo. Destaca-se neste caso, que a média do custo obtida pelo método híbrido é melhor do que o custo mínimo obtido por todos os métodos abordados para comparação.

A Figura 5.2 ilustra os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das 50 execuções das metaheurísticas CLPSO e PSO.

Figura 5.2 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO (caso 2).



Fonte: Autor.

Tabela 5.7 – Dados de desempenho dos métodos no caso 2.

| Método                   | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações |
|--------------------------|----------------|------------------|---------------|-----------------|
| ED-BFGS<br>(DIAS, 2021)  | 52,30          | -                | 100           | 500             |
| <b>CLPSO-SQP</b>         | <b>13,80</b>   | <b>0,31</b>      | <b>100</b>    | <b>1005</b>     |
| CLPSO                    | 13,60          | 0,29             | 100           | 1000            |
| PSO                      | 8,46           | 0,12             | 100           | 1000            |
| SQP                      | 0,21           | 0,03             | -             | 7 <sup>4</sup>  |
| PDPCBLM<br>(SILVA, 2014) | -              | -                | -             | 23              |

Fonte: Autor.

No caso 2, analisando-se as curvas de convergência, nota-se que ambas as metaheurísticas CLPSO e PSO obtiveram um desempenho próximo, sendo o algoritmo CLPSO o que obteve resultados melhores. Na Tabela 5.7, estão detalhados os dados de desempenho dos métodos desenvolvidos e utilizados na comparação. O método híbrido desenvolvido apresentou tempo de execução aproximadamente 3,8 vezes inferior ao método ED-BFGS. Na Tabela 5.8, podem ser observadas as melhores soluções obtidas pelos métodos: ED-BFGS, PDPCBLM, CLPSO e CLPSO-SQP.

<sup>4</sup> Número médio de iterações para o método determinístico SQP no caso 2.

Tabela 5.8 – Melhores soluções obtidas no caso 2 pelos métodos ED-BFGS, PDPCBLM, CLPSO e CLPSO-SQP.

| Gerador              | ED-BFGS   | PDPCBLM    | CLPSO     | CLPSO-SQP |
|----------------------|-----------|------------|-----------|-----------|
| $P_1^G$              | 104,3720  | 200,35634  | 100,0250  | 100,0000  |
| $P_2^G$              | 371,2835  | 308,49096  | 371,1949  | 371,3274  |
| $P_3^G$              | 249,8589  | 226,22324  | 250,0000  | 250,0000  |
| $P_4^G$              | 24,92514  | 25,00000   | 25,0000   | 25,0000   |
| $P_5^G$              | 63,71548  | 63,75000   | 63,4465   | 63,7500   |
| $P_6^G$              | 269,7616  | 186,77848  | 270,8865  | 273,3418  |
| $P_7^G$              | 62,93011  | 63,7500    | 63,7500   | 63,7500   |
| $P_8^G$              | 130,1541  | 299,37001  | 136,1910  | 130,2076  |
| $P_9^G$              | 201,1047  | 200,0000   | 200,0250  | 200,0000  |
| $P_{10}^G$           | 39,59142  | 40,0000    | 36,8401   | 40,0000   |
| $P_{11}^G$           | 149,8667  | 150,0000   | 150,0000  | 150,0000  |
| $P_{12}^G$           | 74,86636  | 75,0000    | 75,0000   | 75,0000   |
| $P_{13}^G$           | 63,7417   | 63,7500    | 63,7500   | 63,7500   |
| $P_{14}^G$           | 94,86275  | 95,0000    | 95,0000   | 95,0000   |
| $P_{15}^G$           | 216,8842  | 120,53097  | 216,8654  | 216,8731  |
| $P_{16}^G$           | 79,6400   | 80,0000    | 80,0000   | 80,0000   |
| $P_{17}^G$           | 79,97481  | 80,0000    | 80,0000   | 80,0000   |
| $P_{18}^G$           | 229,8043  | 230,0000   | 230,0000  | 230,0000  |
| $P_{19}^G$           | 400,3321  | 400,0000   | 400,0250  | 400,0000  |
| $\sum_{i=1}^n P_i^G$ | 2908,0005 | 2908,00009 | 2907,9994 | 2907,9999 |

Fonte: Autor.

### 5.1.3 Caso 3: 40 Unidades Geradoras

Para o caso teste com 40 unidades geradoras, foi considerada uma demanda de 10500 MW. Os dados foram extraídos de [Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay \(2003\)](#) para os limites de geração e para os coeficientes da função custo de cada gerador, e podem ser visualizados na Tabela A.3. Além do método híbrido, foram também implementados os métodos PSO, SQP (*solver* APOPT) e CLPSO. Foram realizadas 50 execuções para a coleta de dados, sendo que para o método determinístico SQP foram utilizados 50 pontos iniciais aleatoriamente criados. A formulação matemática e os dados utilizados neste trabalho coincidem com os utilizados nos trabalhos de: [Victoire e Jeyakumar \(2004\)](#) (PSO-SQP e EP-SQP), [Duman, Yorukeren e Altas \(2015\)](#) (FPSOGSA), [Cai et al. \(2012\)](#) (CPSO-SQP), [Pothiya, Ngamroo e Waree \(2010\)](#) (ACO) e [Dias \(2021\)](#) (ED e ED-BFGS).

A Tabela 5.9 mostra as configurações de parâmetros utilizados nos métodos PSO e CLPSO. Em ambos os casos foi utilizado um peso de inércia linearmente decrescente. O critério de parada para as metaheurísticas foi de 1500 iterações, com enxames de 150 partículas. Já a Tabela 5.10 traz os valores obtidos de custo mínimo, custo médio e desvio padrão para cada método utilizado na comparação.

Tabela 5.9 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\beta$ | $\Psi$ | $\mu$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|---------|--------|-------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1     | 50     | 0,25  |
| CLPSO  | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,9   | 0,1     | 50     | 0,25  |

Fonte: Autor.

Tabela 5.10 – Valores mínimos, médios e desvios-padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV no caso 3.

| Método                                     | Custo<br>Mínimo (\$) | Custo<br>Médio (\$) | Desvio<br>Padrão (\$) |
|--------------------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| PSO                                        | 123625,7589          | 126154,6419         | 1282,5075             |
| SQP (APOPT)                                | 123138,3542          | 125390,2253         | 1035,9314             |
| EP-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)      | 122323,9700          | 122379,6300         | -                     |
| PSO-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)     | 122094,6700          | 122245,2500         | -                     |
| ACO<br>(POTHIYA; NGAMROO; WAREE, 2010)     | 121532,6736          | 121606,4500         | 7,86                  |
| ED<br>(DIAS, 2021)                         | 121508,0200          | -                   | -                     |
| ED-BFGS<br>(DIAS, 2021)                    | 121490,9216          | -                   | -                     |
| CLPSO                                      | 121485,1093          | 121537,8301         | 75,5028               |
| CPSO<br>(CAI et al., 2012)                 | 121481,6201          | 121865,2300         | 114,6500              |
| <b>CLPSO-SQP</b>                           | <b>121476,6736</b>   | <b>121496,0788</b>  | <b>35,3006</b>        |
| CPSO-SQP<br>(CAI et al., 2012)             | 121458,5400          | 122028,1600         | -                     |
| FPSOGSA<br>(DUMAN; YORUKEREN; ALTAS, 2015) | 121412,5421          | 121413,561938       | -                     |

Fonte: Autor.

Neste caso de teste, o método híbrido desenvolvido apresentou o segundo melhor custo mínimo dentre os métodos utilizados na comparação. Embora tenha obtido um valor de custo mínimo pior que o do método CPSO-SQP, pode-se notar que o algoritmo CLPSO-SQP obteve um menor valor de custo médio, o que indica uma melhor desempenho médio.

Tabela 5.11 – Melhores soluções obtidas no caso 3 pelos métodos ED-BFGS, FPSOGSA, CLPSO e CLPSO-SQP.

| Gerador              | ED-BFGS    | FPSOGSA    | CLPSO      | CLPSO-SQP  |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|
| $P_1^G$              | 110,7998   | 110,7998   | 111,3741   | 110,7998   |
| $P_2^G$              | 110,7998   | 110,7998   | 111,6252   | 110,7998   |
| $P_3^G$              | 97,39975   | 97,3999    | 97,5025    | 97,3999    |
| $P_4^G$              | 179,7236   | 179,7331   | 179,7622   | 179,7331   |
| $P_5^G$              | 87,79993   | 87,7999    | 92,1330    | 87,7999    |
| $P_6^G$              | 140,0000   | 140,0000   | 139,9986   | 140,0000   |
| $P_7^G$              | 259,6003   | 259,5997   | 299,9846   | 300,0000   |
| $P_8^G$              | 280,5996   | 284,5997   | 284,7213   | 284,5997   |
| $P_9^G$              | 284,5996   | 284,5997   | 284,7357   | 284,5997   |
| $P_{10}^G$           | 130,0002   | 130,0000   | 130,0140   | 130,0000   |
| $P_{11}^G$           | 168,7977   | 94,0000    | 94,0375    | 94,0000    |
| $P_{12}^G$           | 168,7977   | 94,0000    | 94,0156    | 94,0000    |
| $P_{13}^G$           | 304,5196   | 214,7598   | 125,0149   | 125,0000   |
| $P_{14}^G$           | 304,5196   | 394,2794   | 394,2829   | 394,2794   |
| $P_{15}^G$           | 304,5196   | 394,2794   | 394,2822   | 394,2794   |
| $P_{16}^G$           | 304,5196   | 394,2794   | 394,2815   | 394,2794   |
| $P_{17}^G$           | 489,2163   | 489,2794   | 489,2882   | 489,2794   |
| $P_{18}^G$           | 489,2163   | 489,2794   | 489,2913   | 489,2794   |
| $P_{19}^G$           | 511,2794   | 511,2794   | 511,3160   | 511,2794   |
| $P_{20}^G$           | 511,2794   | 511,2794   | 511,3172   | 511,2794   |
| $P_{21}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,3187   | 523,2794   |
| $P_{22}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,3035   | 523,2794   |
| $P_{23}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,3692   | 523,2794   |
| $P_{24}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,4028   | 523,2794   |
| $P_{25}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,3203   | 523,2794   |
| $P_{26}^G$           | 523,2822   | 523,2794   | 523,3133   | 523,2794   |
| $P_{27}^G$           | 10,00004   | 10,0000    | 10,0083    | 10,0000    |
| $P_{28}^G$           | 10,00004   | 10,0000    | 10,0093    | 10,0000    |
| $P_{29}^G$           | 10,00004   | 10,0000    | 10,0178    | 10,0000    |
| $P_{30}^G$           | 87,79993   | 87,7999    | 89,7244    | 96,3569    |
| $P_{31}^G$           | 189,9999   | 190,0000   | 189,9987   | 190,0000   |
| $P_{32}^G$           | 189,9999   | 190,0000   | 189,9957   | 190,0000   |
| $P_{33}^G$           | 189,9999   | 190,0000   | 189,9887   | 190,0000   |
| $P_{34}^G$           | 196,4129   | 164,7998   | 199,9976   | 200,0000   |
| $P_{35}^G$           | 196,4129   | 200,0000   | 199,9927   | 200,0000   |
| $P_{36}^G$           | 196,4129   | 194,3973   | 199,9934   | 200,0000   |
| $P_{37}^G$           | 109,9999   | 110,0000   | 109,992    | 110,0000   |
| $P_{38}^G$           | 109,9999   | 110,0000   | 109,9993   | 110,0000   |
| $P_{39}^G$           | 109,9999   | 110,0000   | 109,9876   | 110,0000   |
| $P_{40}^G$           | 511,2794   | 511,2794   | 511,2876   | 511,2794   |
| $\sum_{i=1}^n P_i^G$ | 10499,9991 | 10500,0000 | 10499,9994 | 10500,0004 |

Fonte: Autor.

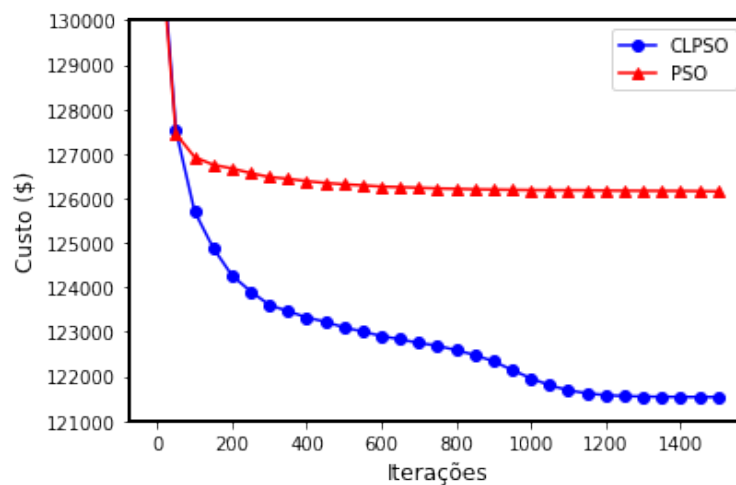
Tabela 5.12 – Dados de desempenho dos métodos no caso 3.

| Método                                     | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações |
|--------------------------------------------|----------------|------------------|---------------|-----------------|
| EP-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)      | 997,73         | -                | 100           | 100             |
| PSO-SQP<br>(VICTOIRE; JEYAKUMAR, 2004)     | 733,97         | -                | 100           | 100             |
| ACO<br>(POTHIYA; NGAMROO; WAREE, 2010)     | 52,45          | -                | -             | 500             |
| CPSO-SQP<br>(CAI et al., 2012)             | 98,49          | -                | 100           | 200             |
| FPSOGSA<br>(DUMAN; YORUKEREN; ALTAS, 2015) | -              | -                | 300           | 1000            |
| ED-BFGS<br>(DIAS, 2021)                    | 90,32          | -                | 200           | 6000            |
| PSO                                        | 62,29          | 0,33             | 150           | 1500            |
| CLPSO                                      | 90,77          | 0,72             | 150           | 1500            |
| SQP                                        | 0,37           | 0,05             | -             | 15 <sup>5</sup> |
| <b>CLPSO-SQP</b>                           | <b>91,20</b>   | <b>0,78</b>      | <b>150</b>    | <b>1513</b>     |

Fonte: Autor.

A Figura 5.3 ilustra os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das 50 execuções das metaheurísticas CLPSO e PSO. Assim como no caso 1, pode-se observar a superioridade de exploração global da metaheurística CLPSO que, na média, obteve custos de geração muito inferiores.

Figura 5.3 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO (caso 3).



Fonte: Autor.

<sup>5</sup> Número médio de iterações para o método determinístico no caso 3.

Conforme pode-se observar na Tabela 5.12, o tempo de execução obtido pelo algoritmo é semelhante ao dos métodos CPSO-SQP e ED-BFGS. Considerando os testes e comparações realizadas com o algoritmo híbrido CLPSO-SQP nesta seção, conclui-se que o método proposto mostrou-se competitivo obtendo resultados satisfatórios quando comparados a outros métodos determinísticos, metaheurísticos ou híbridos da literatura. Como observado, a metaheurística CLPSO realiza uma busca global no hiperespaço de soluções do problema e, em seguida, o método determinístico SQP aprimora localmente a solução. Quando comparadas as soluções obtidas pelo método híbrido com as dos métodos SQP e CLPSO separados, fica evidente que ambos se beneficiam da hibridização proposta.

Quando analisada a arquitetura híbrida que utiliza recorrentemente o método determinístico para aprimorar soluções durante a execução da metaheurística, conforme proposto por Dias (2021) (ED-BFGS), Cai et al. (2012) (CPSO-SQP) e Victoire e Jeyakumar (2004) (PSO-SQP e EP-SQP), pode-se observar uma elevação do tempo de execução requerido e um desempenho médio na otimização do custo que é inferior à da arquitetura proposta neste trabalho. Isso deve-se ao fato de que algumas metaheurísticas são mais propensas a direcionar o processo de busca para a posição do agente melhor avaliado do grupo, que tende a ser a solução aperfeiçoada pelo método determinístico. No entanto, em um problema não convexo e multimodal, esta solução pode estar em uma região distante da solução ótima, o que acaba interferindo no processo de busca dos agentes direcionando-os a uma região não promissora do hiperespaço de soluções.

Na próxima seção, serão apresentados os resultados dos testes numéricos utilizando o método híbrido para o problema de DE com PCV, ZOP e RT nos sistemas IEEE de 118 e 300 barras.

## 5.2 Despacho Econômico com Ponto de Carregamento de Válvula, Zonas de Operação Proibidas e Representação da Transmissão

No Apêndice C, são apresentados os dados dos sistemas IEEE de 118 e 300 barras utilizados nos testes numéricos. Para os casos testes do problema DE com PCV, ZOP e RT, foram utilizadas as tolerâncias  $\tau_p = 5 \times 10^{-6} pu$  com  $\tau_q = 5 \times 10^{-6} pu$  para o método NR e  $\tau_{opt} = 5 \times 10^{-6} pu$  com  $\tau_{fact} = 5 \times 10^{-6} pu$  para o método SQP. Para execução do método BB, foi definida uma tolerância  $\tau_{int} = 5 \times 10^{-4} pu$  de desvio para as variáveis discretas para uma solução ser considerada factível e foi utilizada a estratégia de busca em profundidade na exploração dos nós. Nas metaheurísticas, foram consideradas inactíveis soluções com violações superiores a  $5 \times 10^{-6} pu$  dos limites das variáveis dependentes dos sistemas.

### 5.2.1 Sistema Elétrico IEEE de 118 Barras

O sistema IEEE de 118 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração *slack*;
- 53 barras de geração;
- 64 barras de carga;
- 184 linhas de transmissão;
- 9 transformadores em-fase com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores ou reatores *shunt* variáveis.

Os coeficientes  $a_k$ ,  $b_k$  e  $c_k$  da porção quadrática da função custo de geração foram retirados do banco de dados do pacote *pandapower*. Já os coeficientes  $e_k$  e  $f_k$  da porção referente aos efeitos de PCV foram estimados conforme as Equações (B.1) e (B.2) propostas no trabalho de [Pinheiro et al. \(2022\)](#). As ZOP adotadas foram como em [Pourakbari-Kasmaei e Sanches Mantovani \(2018\)](#), podem ser visualizadas na Tabela 5.13:

Tabela 5.13 – ZOP dos geradores do sistema elétrico IEEE de 118 barras.

| Barras com ZOP           | ZOP (MW)                           |
|--------------------------|------------------------------------|
| 1, 4, 6, 15, 34, 70      | (20; 30), (60; 85)                 |
| 10                       | (15; 45), (165; 200), (395; 410)   |
| 25                       | (40; 65), (190; 200)               |
| 26                       | (75; 95), (260; 280)               |
| 40, 42, 85, 104, 116, 99 | (20; 30), (45; 55)                 |
| 49                       | (45; 60), (185; 200)               |
| 59                       | (95; 105), (140; 155)              |
| 61                       | (145; 155), (210; 230)             |
| 65                       | (180; 200), (350; 360)             |
| 89                       | (120; 145), (410; 460), (500; 525) |

Fonte: [Pourakbari-Kasmaei e Sanches Mantovani \(2018\)](#).

Na modelagem, considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,94 e 1,06 *pu*, respectivamente. Além disso, os *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto  $\{0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1,0; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,1\}$  *pu*. Já as susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores ou reatores devem pertencer aos conjuntos discretos estabelecidos na Tabela 5.14.

Além do método híbrido, foram também implementados os métodos PSO, SQP (*solver* APOPT) e CLPSO. Foram realizadas 25 execuções para a coleta e análise dos

Tabela 5.14 – Susceptâncias dos bancos de capacitores e reatores *shunt* do sistema elétrico IEEE de 118 barras.

| Variável       | Valor                |                      | Passo |
|----------------|----------------------|----------------------|-------|
|                | Mínimo ( <i>pu</i> ) | Máximo ( <i>pu</i> ) |       |
| $b_5^{sh}$     | -0,40                | 0,00                 | 0,01  |
| $b_{34}^{sh}$  | 0,00                 | 0,14                 | 0,01  |
| $b_{37}^{sh}$  | -0,25                | 0,00                 | 0,01  |
| $b_{44}^{sh}$  | 0,00                 | 0,10                 | 0,01  |
| $b_{45}^{sh}$  | 0,00                 | 0,10                 | 0,01  |
| $b_{46}^{sh}$  | 0,00                 | 0,10                 | 0,01  |
| $b_{48}^{sh}$  | 0,00                 | 0,15                 | 0,01  |
| $b_{74}^{sh}$  | 0,00                 | 0,12                 | 0,01  |
| $b_{79}^{sh}$  | 0,00                 | 0,20                 | 0,01  |
| $b_{82}^{sh}$  | 0,00                 | 0,20                 | 0,01  |
| $b_{83}^{sh}$  | 0,00                 | 0,10                 | 0,01  |
| $b_{105}^{sh}$ | 0,00                 | 0,20                 | 0,01  |
| $b_{107}^{sh}$ | 0,00                 | 0,06                 | 0,01  |
| $b_{110}^{sh}$ | 0,00                 | 0,06                 | 0,01  |

Fonte: [Mouassa, Bouktir e Salhi \(2017\)](#).

resultados, sendo que para o método determinístico SQP foram utilizados 25 pontos iniciais aleatoriamente criados. Na formulação matemática do problema, para o método SQP em sua versão isolada, foram desconsideradas a presença de ZOPs e variáveis discretas, utilizando apenas a estratégia estabelecida por [Pan, Jian e Yang \(2018\)](#) para tratar a não diferenciabilidade da função objetivo. O propósito desta comparação é mostrar a sensibilidade dos métodos determinísticos ao ponto inicial adotado, mesmo sendo aplicado em um problema mais simples que desconsidera as variáveis discretas e as descontinuidades causadas pelas ZOPs. Os parâmetros utilizados pelas metaheurísticas PSO e CLPSO encontram-se na Tabela 5.15. Foram utilizados enxames com 40 partículas e 250 iterações, com pesos de inércia linearmente decrescentes.

Tabela 5.15 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\mu$ | $\beta$ | $\zeta$ | $\omega$ | $\chi$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|-------|---------|---------|----------|--------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^2$   | $10^3$ |
| CLPSO  | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,75  | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^2$   | $10^3$ |

Fonte: Autor.

A Tabela 5.16 mostra as estatísticas de desempenho na otimização do custo para todos os métodos testados no sistema IEEE de 118 barras, considerando apenas soluções factíveis para os métodos PSO, CLPSO e CLPSO-BB-SQP. Já a Tabela 5.17, mostra as médias e desvios padrão de tempo de execução, número de agentes de busca e número de iterações de cada método.

Tabela 5.16 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV, ZOP e RT no sistema IEEE de 118 barras.

| Método              | Custo Mínimo (\$) | Custo Médio (\$) | Desvio Padrão (\$) | Taxa de Sucesso (%) |
|---------------------|-------------------|------------------|--------------------|---------------------|
| SQP                 | 141209,36         | 143486,23        | 1154,48            | 100                 |
| PSO                 | 134791,80         | 135497,47        | 423,49             | 32                  |
| CLPSO               | 133377,31         | 134277,94        | 330,12             | 100                 |
| <b>CLPSO-BB-SQP</b> | <b>132866,51</b>  | <b>133462,36</b> | <b>292,73</b>      | <b>100</b>          |

Fonte: Autor.

Tabela 5.17 – Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 118 barras.

| Método       | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações  |
|--------------|----------------|------------------|---------------|------------------|
| PSO          | 202,69         | 25,96            | 40            | 250              |
| CLPSO        | 192,59         | 13,15            | 40            | 250              |
| SQP (APOPT)  | 17,29          | 1,85             | -             | 69 <sup>6</sup>  |
| CLPSO-BB-SQP | 197,18         | 15,02            | -             | 265 <sup>7</sup> |

Fonte: Autor.

Analisando-se as Tabelas 5.16 e 5.17, pode-se observar que o método híbrido juntamente com o método CLPSO encontraram as melhores soluções para o problema em questão. O método híbrido desenvolvido, em relação ao método determinístico, obteve menor valor mínimo, média e desvio padrão do custo total de geração. Em relação às metaheurísticas, o método híbrido também obteve melhores resultados de custo mínimo e médio, além de uma maior taxa de sucesso.

Na Tabela 5.18 estão os valores de potência ativa da melhor solução encontrada pelo método híbrido. Os geradores que possuem ZOP estão destacados em negrito. Pode-se observar que os valores de potência ativa obtidos encontram-se dentro dos limites operacionais máximos e mínimos dos geradores estabelecidos no Apêndice C, bem como estão fora das ZOPs estabelecidas na Tabela 5.13.

<sup>6</sup> Número médio de iterações para o método determinístico no sistema IEEE de 118 barras.

<sup>7</sup> Número de iterações do método CLPSO acrescido do número médio de nós explorados no método BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras.

Tabela 5.18 – Melhor solução de potência ativa obtida pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras.

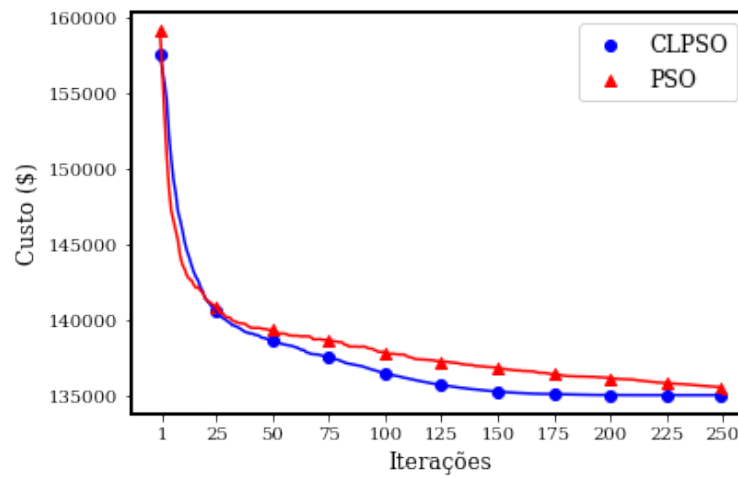
| Gerador   | $P^G$ (MW)    | Gerador    | $P^G$ (MW)    |
|-----------|---------------|------------|---------------|
| <b>1</b>  | <b>50,0</b>   | <b>65</b>  | <b>368,25</b> |
| <b>4</b>  | <b>0,0</b>    | 66         | 248,03        |
| <b>6</b>  | <b>30,0</b>   | 69         | 402,6         |
| 8         | 25,0          | <b>70</b>  | <b>20,0</b>   |
| <b>10</b> | <b>285,88</b> | 72         | 25,0          |
| 12        | 92,5          | 73         | 25,0          |
| <b>15</b> | <b>50,0</b>   | 74         | 25,0          |
| 18        | 25,0          | 76         | 50,0          |
| 19        | 50,0          | 77         | 50,0          |
| 24        | 25,0          | 80         | 432,75        |
| <b>25</b> | <b>160,0</b>  | <b>85</b>  | <b>0,0</b>    |
| <b>26</b> | <b>207,0</b>  | 87         | 0,0           |
| 27        | 25,0          | <b>89</b>  | <b>355,45</b> |
| 31        | 0,0           | 90         | 50,0          |
| 32        | 25,0          | 91         | 25,0          |
| <b>34</b> | <b>20,0</b>   | 92         | 25,0          |
| 36        | 50,0          | <b>99</b>  | <b>20,0</b>   |
| <b>40</b> | <b>30,0</b>   | 100        | 176,0         |
| <b>42</b> | <b>30,0</b>   | 103        | 35,0          |
| 46        | 29,75         | <b>104</b> | <b>30,0</b>   |
| <b>49</b> | <b>152,0</b>  | 105        | 25,0          |
| 54        | 37,0          | 107        | 50,0          |
| 55        | 50,0          | 110        | 25,0          |
| 56        | 0,0           | 111        | 34,0          |
| <b>59</b> | <b>127,5</b>  | 112        | 25,0          |
| <b>61</b> | <b>130,0</b>  | 113        | 25,0          |
| 62        | 0,0           | <b>116</b> | <b>45,0</b>   |

Fonte: Autor.

A Figura 5.4 ilustra os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das execuções das metaheurísticas PSO e CLPSO que obtiveram soluções factíveis. Já nas Figuras 5.5 e 5.6 estão, respectivamente, os dados de magnitude e ângulo de tensão da melhor solução obtida pelo método CLPSO-BB-SQP. Na Figura 5.7 e na Tabela 5.19 também podem ser visualizados os valores obtidos para os *taps* e susceptâncias *shunts* da melhor solução encontrada pelo método híbrido.

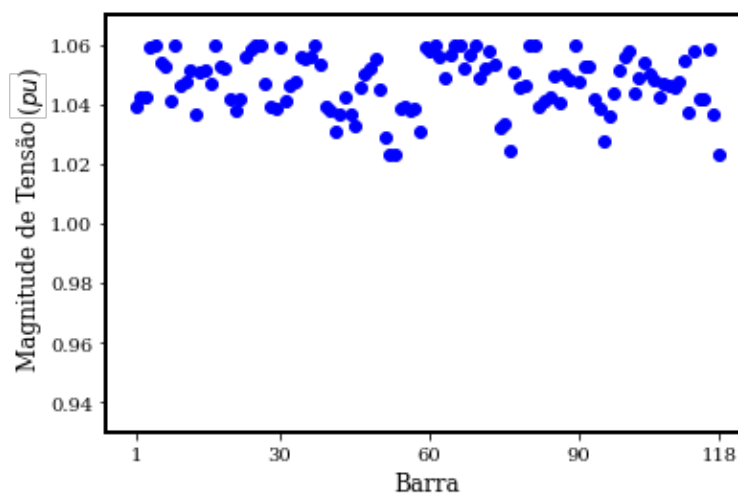
De forma geral, para o sistema IEEE de 118 barras, o método híbrido proposto obteve resultados que mostraram um bom desempenho em relação aos demais métodos abordados na comparação. Obteve médias e custos mínimos menores que as dos métodos PSO, CLPSO e SQP. Quando comparado ao método determinístico SQP, fica evidente que a estratégia de *warm-start* favorece a obtenção de soluções de melhor qualidade, de forma que a metaheurística CLPSO se complementa com o método BB-SQP.

Figura 5.4 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO no sistema IEEE de 118 barras.



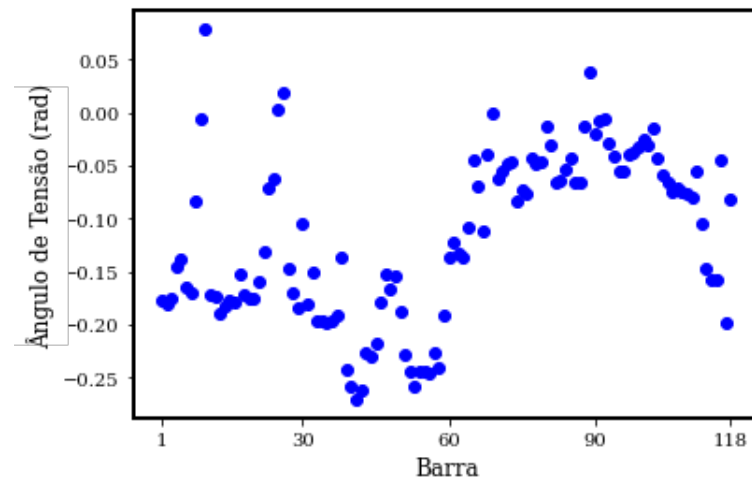
Fonte: Autor.

Figura 5.5 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras.



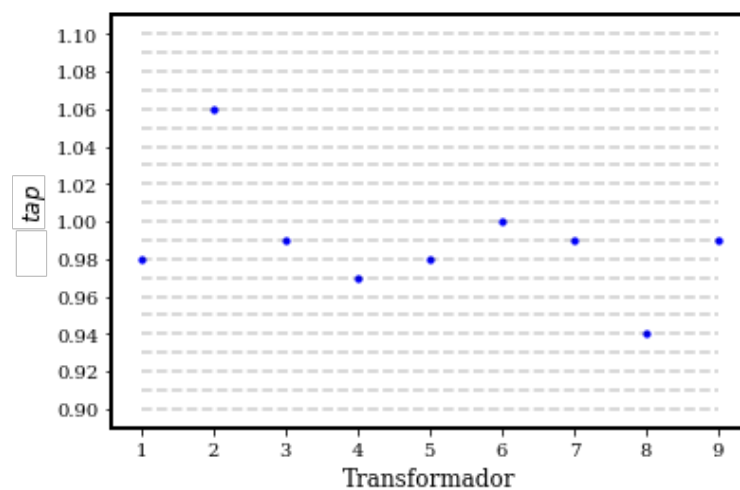
Fonte: Autor.

Figura 5.6 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras



Fonte: Autor.

Figura 5.7 – Taps obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 118 barras.



Fonte: Autor.

Tabela 5.19 – Susceptâncias *shunt* obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 118 barras.

| Variável       | Valor ( <i>pu</i> ) |
|----------------|---------------------|
| $b_5^{sh}$     | 0                   |
| $b_{34}^{sh}$  | 0,01                |
| $b_{37}^{sh}$  | -0,25               |
| $b_{44}^{sh}$  | 0,09                |
| $b_{45}^{sh}$  | 0,10                |
| $b_{46}^{sh}$  | 0                   |
| $b_{48}^{sh}$  | 0,11                |
| $b_{74}^{sh}$  | 0,12                |
| $b_{79}^{sh}$  | 0,20                |
| $b_{82}^{sh}$  | 0,20                |
| $b_{83}^{sh}$  | 0,10                |
| $b_{105}^{sh}$ | 0,12                |
| $b_{107}^{sh}$ | 0,06                |
| $b_{110}^{sh}$ | 0,02                |

Fonte: Autor.

### 5.2.2 Sistema Elétrico IEEE de 300 Barras

O sistema IEEE de 300 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração *slack*;
- 68 barras de geração;
- 231 barras de carga;
- 411 linhas de transmissão;
- 107 transformadores em-fase com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores ou reatores *shunt* variáveis.

Os coeficientes  $a_k$ ,  $b_k$  e  $c_k$  da porção quadrática da função custo de geração foram retirados do banco de dados do pacote *matpower*. Já os coeficientes  $e_k$  e  $f_k$  da porção referente aos efeitos de PCV foram estimados conforme as Equações (B.1) e (B.2) propostas no trabalho de Pinheiro et al. (2022). As ZOP adotadas foram calculadas como em Pinheiro et al. (2022), conforme as Equações (B.3), (B.4) e (B.5).

Na modelagem, considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,9 e 1,1 *pu*, respectivamente (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017). Além disso, os *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1,0; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07;

1,08; 1,09; 1,1} *pu*. Já as susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores ou reatores devem pertencer aos conjuntos discretos estabelecidos na Tabela 5.20.

Tabela 5.20 – Susceptâncias dos bancos de capacitores e reatores *shunt* do sistema elétrico IEEE de 300 barras.

| Variável       | Valor                |                      | Passo Discreto ( <i>pu</i> ) |
|----------------|----------------------|----------------------|------------------------------|
|                | Mínimo ( <i>pu</i> ) | Máximo ( <i>pu</i> ) |                              |
| $b_{96}^{sh}$  | 0,00                 | 4,50                 | 0,01                         |
| $b_{99}^{sh}$  | 0,00                 | 0,59                 | 0,01                         |
| $b_{133}^{sh}$ | 0,00                 | 0,39                 | 0,01                         |
| $b_{143}^{sh}$ | -4,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{145}^{sh}$ | -4,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{152}^{sh}$ | 0,00                 | 0,59                 | 0,01                         |
| $b_{158}^{sh}$ | 0,00                 | 0,59                 | 0,01                         |
| $b_{169}^{sh}$ | -2,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{210}^{sh}$ | -4,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{217}^{sh}$ | -4,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{219}^{sh}$ | -1,50                | 0,00                 | 0,01                         |
| $b_{227}^{sh}$ | 0,00                 | 0,59                 | 0,01                         |
| $b_{268}^{sh}$ | 0,00                 | 0,15                 | 0,01                         |
| $b_{283}^{sh}$ | 0,00                 | 0,15                 | 0,01                         |

Fonte: Mouassa, Bouktir e Salhi (2017).

Além do método híbrido, foram também implementados os métodos PSO, CLPSO-AT (CLPSO com ajuste tradicional) e CLPSO-AR (CLPSO com ajuste e restauração), visando comparar o desempenho de cada método. Foram realizadas 25 execuções para a coleta e análise dos resultados. O propósito da comparação entre os métodos CLPSO-AT e CLPSO-AR é mostrar como a estratégia proposta de ajuste com restauração é mais vantajosa que a estratégia de ajuste tradicional. Os parâmetros utilizados pelas metaheurísticas PSO e CLPSO encontram-se na Tabela 5.21. Foram utilizados enxames com 60 partículas e 1000 iterações, com pesos de inércia linearmente decrescentes.

Tabela 5.21 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\mu$ | $\beta$ | $\zeta$ | $\omega$ | $\chi$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|-------|---------|---------|----------|--------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^2$   | $10^3$ |
| CLPSO  | -     | -     | 2   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,75  | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^2$   | $10^3$ |

Fonte: Autor.

A Tabela 5.22 mostra as estatísticas de desempenho na otimização do custo para todos os métodos testados no sistema IEEE de 300 barras, considerando apenas soluções factíveis para os métodos PSO, CLPSO e CLPSO-BB-SQP. Já a Tabela 5.23, mostra as médias e desvios padrão de tempo de execução, número de agentes de busca e número de iterações de cada método.

Tabela 5.22 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função custo do problema de DE com PCV, ZOP e RT no sistema IEEE de 300 barras.

| Método              | Custo Mínimo (\$) | Custo Médio (\$) | Desvio Padrão (\$) | Taxa de Sucesso (%) |
|---------------------|-------------------|------------------|--------------------|---------------------|
| PSO                 | -                 | -                | -                  | 0                   |
| CLPSO-AR            | 738295,32         | 739550,13        | 695,23             | 56                  |
| CLPSO-AT            | -                 | -                | -                  | 0                   |
| <b>CLPSO-BB-SQP</b> | <b>734097,25</b>  | <b>735474,99</b> | <b>714,54</b>      | <b>80</b>           |

Fonte: Autor.

Tabela 5.23 – Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 300 barras.

| Método       | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações   |
|--------------|----------------|------------------|---------------|-------------------|
| PSO          | 487,92         | 36,33            | 60            | 1000              |
| CLPSO-AR     | 496,49         | 44,77            | 60            | 1000              |
| CLPSO-AT     | 1310,86        | 27,28            | 60            | 1000              |
| CLPSO-BB-SQP | 578,71         | 87,25            | -             | 1238 <sup>8</sup> |

Fonte: Autor.

Analisando-se as Tabelas 5.22 e 5.23, pode-se observar que o método híbrido juntamente com o método CLPSO-AR encontraram as melhores soluções para o problema em questão. O método híbrido desenvolvido, em relação aos demais, obteve menor valor mínimo e média do custo total de geração. Em relação às metaheurísticas, apenas o método CLPSO-AR foi capaz de encontrar soluções factíveis, o que demonstra a sua capacidade de exploração e uma menor sensibilidade à estagnação em relação ao método CLPSO-AT, que utiliza o ajuste tradicional para lidar com as ZOP e variáveis discretas. Além disso, vale ressaltar a diferença entre o tempo médio de execução entre os métodos CLPSO-AR e CLPSO-AT, sendo que o método de ajuste proposto é também melhor nesse quesito. Isso deve-se ao fato de que as partículas no método CLPSO-AT podem ficar estagnadas em regiões onde o fluxo de potência calculado pelo método de NR apresenta uma maior dificuldade para convergir, tomando mais iterações ou até mesmo não convergindo.

Na Tabela 5.24 estão os valores de potência ativa da melhor solução encontrada pelo método híbrido. Os valores de potência ativa obtidos encontram-se dentro dos limites operacionais máximos e mínimos dos geradores, bem como estão fora das ZOPs estabelecidas.

<sup>8</sup> Número de iterações do método CLPSO acrescido do número médio de nós explorados no método BB-SQP no sistema IEEE de 118 barras.

Tabela 5.24 – Melhor solução de potência ativa obtida pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.

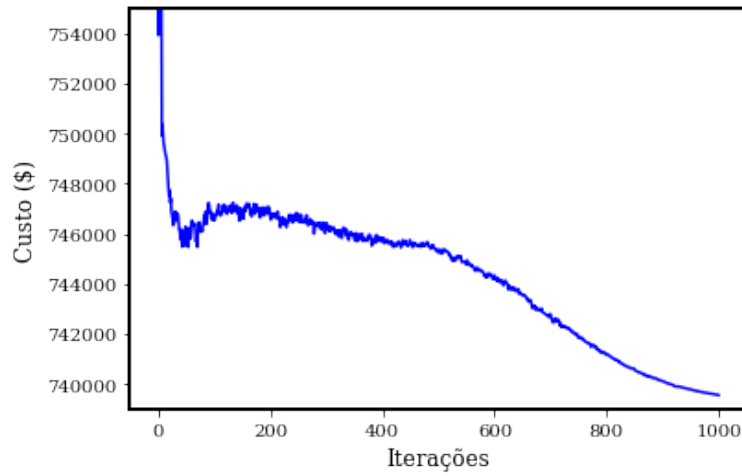
| Gerador | $P^G$ (MW) | Gerador | $P^G$ (MW) | Gerador | $P^G$ (MW) |
|---------|------------|---------|------------|---------|------------|
| 1       | 0,0        | 24      | 0,0        | 47      | 619,714    |
| 2       | 0,0        | 25      | 187,429    | 48      | 1310,0     |
| 3       | 0,0        | 26      | 78,857     | 49      | 238,571    |
| 4       | 0,0        | 27      | 214,286    | 50      | 269,714    |
| 5       | 0,0        | 28      | 1300,0     | 51      | 307,143    |
| 6       | 407,143    | 29      | 1300,0     | 52      | 162,857    |
| 7       | 145,714    | 30      | 492,857    | 53      | 364,286    |
| 8       | 278,571    | 31      | 2027,573   | 54      | 514,286    |
| 9       | 72,0       | 32      | 449,143    | 55      | 39,143     |
| 10      | 124,0      | 33      | 265,714    | 56      | 0,0        |
| 11      | 2030,0     | 34      | 114,286    | 57      | 41,429     |
| 12      | 242,857    | 35      | 471,429    | 58      | 151,429    |
| 13      | 0,0        | 36      | 250,0      | 59      | 357,143    |
| 14      | 0,0        | 37      | 287,857    | 60      | 428,571    |
| 15      | 272,143    | 38      | 381,429    | 61      | 123,429    |
| 16      | 682,286    | 39      | 342,857    | 62      | 1193,143   |
| 17      | 78,857     | 40      | 700,0      | 63      | 685,714    |
| 18      | 181,143    | 41      | 250,0      | 64      | 559,714    |
| 19      | 87,0       | 42      | 557,143    | 65      | 0,0        |
| 20      | 337,143    | 43      | 675,43     | 66      | 0,0        |
| 21      | 225,714    | 44      | 192,857    | 67      | 0,0        |
| 22      | 0,0        | 45      | 78,857     | 68      | 42,857     |
| 23      | 174,286    | 46      | 486,0      | 69      | 0,0        |

Fonte: Autor.

A Figura 5.8 ilustra os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das execuções da metaheurística CLPSO-AR que obtiveram soluções factíveis. Já nas Figuras 5.9 e 5.10 estão, respectivamente, os dados de magnitude e ângulo de tensão da melhor solução obtida pelo método CLPSO-BB-SQP. Na Figura 5.11 e na Tabela 5.25 também podem ser visualizados os valores obtidos para os *taps* e susceptâncias *shunts* da melhor solução encontrada pelo método híbrido.

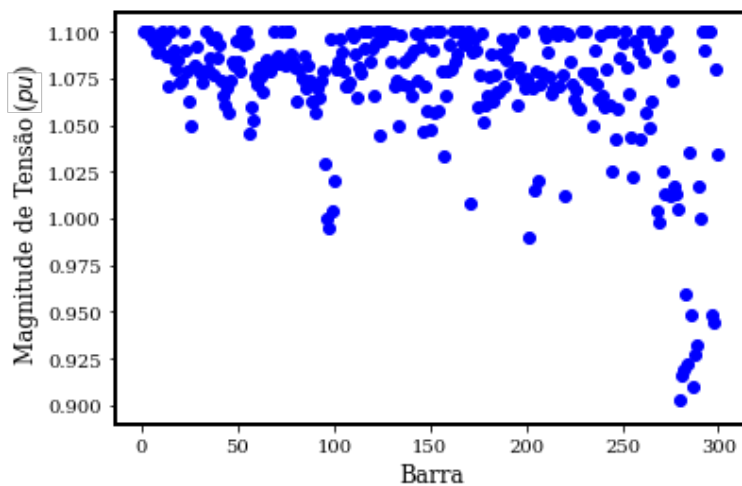
Para os testes executados no sistema IEEE de 300 barras, vale destacar a capacidade do método de ajuste com restauração proposto, que unido à estratégia de aprendizagem abrangente aprimora a exploração das partículas em um hiperespaço descontínuo e de grande dimensão.

Figura 5.8 – Média das curvas de convergência para a metaheurística CLPSO-AR no sistema IEEE de 300 barras.



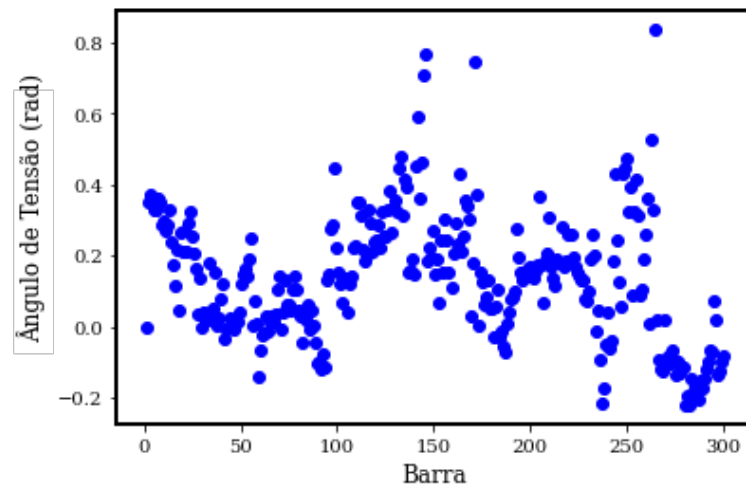
Fonte: Autor.

Figura 5.9 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.



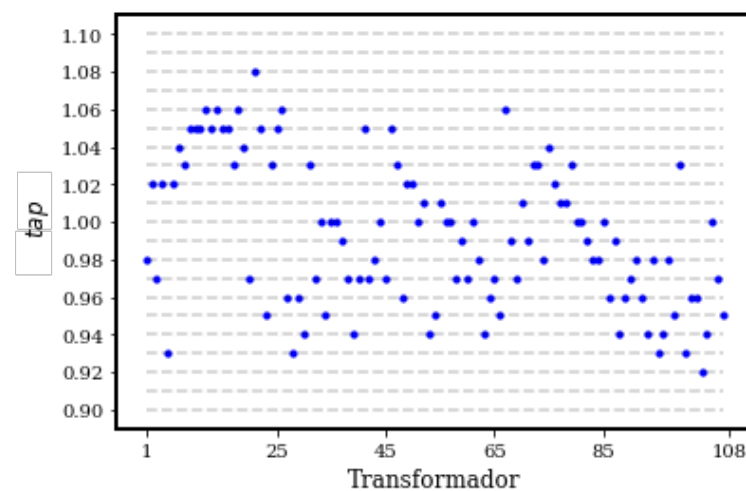
Fonte: Autor.

Figura 5.10 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.



Fonte: Autor.

Figura 5.11 – *Taps* obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 300 barras.



Fonte: Autor.

Tabela 5.25 – Susceptâncias *shunt* obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP para o sistema IEEE de 300 barras.

| Variável       | Valor ( <i>pu</i> ) |
|----------------|---------------------|
| $b_{96}^{sh}$  | 2,85                |
| $b_{99}^{sh}$  | 0,42                |
| $b_{133}^{sh}$ | 0,11                |
| $b_{143}^{sh}$ | -1,84               |
| $b_{145}^{sh}$ | -2,46               |
| $b_{152}^{sh}$ | 0,51                |
| $b_{158}^{sh}$ | 0,52                |
| $b_{169}^{sh}$ | -1,34               |
| $b_{210}^{sh}$ | -3,08               |
| $b_{217}^{sh}$ | -2,00               |
| $b_{219}^{sh}$ | -0,88               |
| $b_{227}^{sh}$ | 0,37                |
| $b_{268}^{sh}$ | 0,00                |
| $b_{283}^{sh}$ | 0,03                |

Fonte: Autor.

### 5.3 Fluxo de Potência Ótimo Reativo

No Apêndice C, são apresentados os dados dos sistemas IEEE de 118 e 300 barras utilizados neste trabalho. Para os casos testes do problema de FPOR, foram utilizadas as tolerâncias  $\tau_p = 5 \times 10^{-6} pu$  com  $\tau_q = 5 \times 10^{-6} pu$  para o método NR e  $\tau_{opt} = 5 \times 10^{-6} pu$  com  $\tau_{fact} = 5 \times 10^{-6} pu$  para o método SQP. Para execução do método BB, foi definida uma tolerância  $\tau_{int} = 5 \times 10^{-4} pu$  de desvio para as variáveis discretas para uma solução ser considerada factível e foi utilizada a estratégia de busca em profundidade na exploração dos nós. Nas metaheurísticas, foram consideradas infactíveis soluções com violações superiores a  $5 \times 10^{-5} pu$  dos limites das variáveis dependentes dos sistemas.

#### 5.3.1 Sistema Elétrico IEEE de 118 Barras

O sistema IEEE de 118 barras utilizado para o problema de FPOR tem as mesmas características que as utilizadas para o problema de DE-PCV-ZOP-RT:

- 1 barra de geração *slack*;
- 53 barras de geração com controle de reativos;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores em-fase com *tap* variável;

- 14 banco de capacitores ou reatores *shunt* variável.

As perdas de potência ativa no ponto dado do banco de dados do sistema são de 132,8629 MW. Na modelagem, considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,94 e 1,06 *pu*, respectivamente. Além disso, os *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1,0; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,1} *pu*. Já as susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores ou reatores devem pertencer aos conjuntos discretos estabelecidos na Tabela 5.14. No trabalho de [Mouassa, Bouktir e Salhi \(2017\)](#) - um dos poucos a ter aplicado métodos metaheurísticos em sistemas elétricos de maior porte considerando a presença de variáveis discretas - os autores alteram os limites mínimos e máximos das potências reativas geradas pelos geradores do sistema para -500 MVar e 500 MVar, respectivamente. A mesma estratégia também é utilizada por [Polprasert, Ongsakul e Dieu \(2016\)](#).

Conforme será visto neste trabalho, a estratégia de ampliar os limites de geração de potência reativa dos geradores acaba favorecendo o funcionamento das metaheurísticas, uma vez que as penalizações de tais variáveis tornam-se menos relevantes na função *fitness*. No entanto, a adoção de maiores limitantes acaba por gerar um cenário de operação pouco provável na prática. No trabalho proposto, serão avaliados dois casos distintos: no primeiro, serão adotados os mesmos limites de geração de potência reativa que os utilizados por [Mouassa, Bouktir e Salhi \(2017\)](#) e [Polprasert, Ongsakul e Dieu \(2016\)](#); no segundo, serão adotados os limites do banco de dados do pacote *pandapower*.

Os resultados obtidos pelo método híbrido serão comparados aos dos métodos: PSO, CLPSO, SQP, otimizador formiga-leão (do inglês *ant lion optimizer* ou ALO), GWO e algoritmo de colônia de abelhas artificiais (do inglês *artificial bee colony algorithm* ou ABC). Os métodos ALO, GWO e ABC foram desenvolvidos por [Mouassa, Bouktir e Salhi \(2017\)](#), utilizando os mesmos dados do sistema elétrico e considerando os mesmos valores de *taps* e susceptâncias *shunt*. Para o método SQP em sua versão isolada, foi deconsiderada a presença de variáveis discretas visando obter uma referência da qualidade da solução para o problema em sua forma relaxada.

No primeiro caso, para as metaheurísticas PSO e CLPSO, foram utilizados enxames de 40 partículas com 100 iterações e peso de inércia linearmente decrescente. Já no segundo caso, foram utilizados enxames de 40 partículas com 250 iterações e peso de inércia linearmente decrescente. Os dados dos parâmetros encontram-se na Tabela 5.26. Ao todo, foram realizadas 25 execuções dos métodos PSO, CLPSO, SQP e CLPSO-BB-SQP para mensurar seus respectivos desempenhos. Para o método determinístico SQP, foram utilizados 25 pontos iniciais aleatoriamente criados.

Na Tabela 5.27 estão os resultados obtidos pelos algoritmos CLPSO, PSO, ALO,

Tabela 5.26 – Parâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método         | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\mu$ | $\beta$ | $\zeta$ | $\omega$           |
|----------------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|-------|---------|---------|--------------------|
| PSO (caso 1)   | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^3$             |
| PSO (caso 2)   | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1   | 0,1     | 1       | $5 \times 10^{-2}$ |
| CLPSO (caso 1) | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,75  | 0,1   | 0,1     | $10^3$  | $10^3$             |
| CLPSO (caso 2) | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,75  | 0,1   | 0,1     | 1       | $5 \times 10^{-2}$ |

Fonte: Autor.

GWO, ABC e CLPSO-BB-SQP, apenas para as soluções factíveis. Já na Tabela 5.28 estão os dados de tempo de execução, número de agentes de busca e iterações reportados pelos autores de cada método.

Tabela 5.27 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função perdas do problema de FPOR no sistema IEEE de 118 barras.

| Método                                          | Perda<br>Mínima (MW) | Perda<br>Média (MW) | Desvio<br>Padrão (MW) |
|-------------------------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| GWO (caso 1)<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 131,2620             | -                   | -                     |
| ABC (caso 1)<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 120,4288             | -                   | -                     |
| ALO (caso 1)<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 119,7792             | -                   | -                     |
| PSO (caso 1)                                    | 119,3409             | 122,3119            | 1,1462                |
| CLPSO (caso 1)                                  | 115,9002             | 116,7353            | 0,3469                |
| SQP (caso 1)                                    | 114,2761             | 114,2763            | 0,0001                |
| <b>CLPSO-BB-SQP (caso 1)</b>                    | <b>114,2875</b>      | <b>114,2876</b>     | <b>0,0001</b>         |
| PSO (caso 2)                                    | 126,0251             | 129,1723            | 1,7941                |
| CLPSO (caso 2)                                  | 119,3753             | 120,8008            | 0,6577                |
| SQP (caso 2)                                    | 114,8592             | 114,8593            | 0,0001                |
| <b>CLPSO-BB-SQP (caso 2)</b>                    | <b>114,8676</b>      | <b>114,8713</b>     | <b>0,0030</b>         |

Fonte: Autor.

Para o caso 1, os métodos PSO, CLPSO e CLPSO-BB-SQP obtiveram 100% de sucesso na obtenção de soluções factíveis. No caso 2, obtiveram: 88% (PSO), 100% (CLPSO) e 100% (CLPSO-BB-SQP). Vale destacar o desempenho da metaheurística CLPSO que obteve bons resultados até mesmo para o caso que considera os limites originais do banco de dados do sistema para as potências reativas geradas. Analisando-se a Tabela 5.28, pode-se observar que os métodos programados por Mouassa, Bouktir e Salhi (2017) apresentaram um elevado tempo de execução em comparação aos métodos desenvolvidos neste trabalho.

<sup>9</sup> Número médio de iterações para o método SQP no sistema IEEE de 118 barras (caso 1).

<sup>10</sup> Número médio de iterações para o método SQP no sistema IEEE de 118 barras (caso 2).

<sup>11</sup> Número de iterações do método CLPSO acrescido do número médio de nós explorados no método BB-SQP (caso 1).

<sup>12</sup> Número de iterações do método CLPSO acrescido do número médio de nós explorados no método BB-SQP (caso 2).

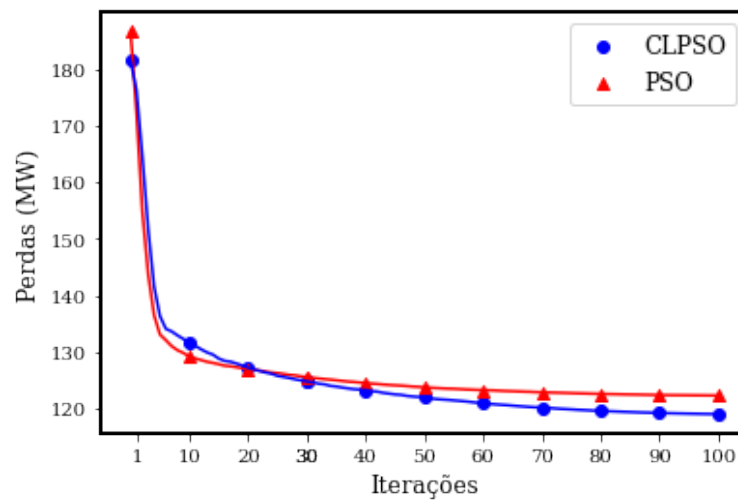
Tabela 5.28 – Dados de desempenho dos métodos no sistema IEEE de 118 barras.

| Método                                 | Tempo Médio(s) | Desvio Padrão(s) | Nº de Agentes | Nº de Iterações   |
|----------------------------------------|----------------|------------------|---------------|-------------------|
| ABC<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 730,40         | -                | 40            | 100               |
| GWO<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 722,45         | -                | 40            | 100               |
| ALO<br>(MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) | 716,76         | -                | 40            | 100               |
| SQP (caso 1)                           | 18,39          | 2,65             | -             | 129 <sup>9</sup>  |
| SQP (caso 2)                           | 19,56          | 6,22             | -             | 106 <sup>10</sup> |
| PSO (caso 1)                           | 110,42         | 6,92             | 40            | 100               |
| PSO (caso 2)                           | 282,49         | 2,14             | 40            | 250               |
| CLPSO (caso 1)                         | 103,48         | 2,45             | 40            | 100               |
| CLPSO (caso 2)                         | 265,37         | 1,22             | 40            | 250               |
| <b>CLPSO-BB-SQP (caso 1)</b>           | 147,67         | 14,25            | -             | 254 <sup>11</sup> |
| <b>CLPSO-BB-SQP (caso 2)</b>           | 388,69         | 192,64           | -             | 287 <sup>12</sup> |

Fonte: Autor.

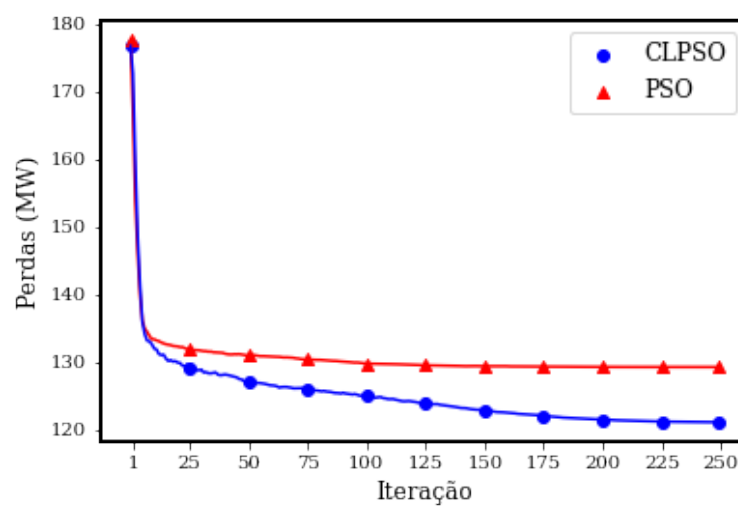
As Figuras 5.12 e 5.13 ilustram os valores médios da função objetivo da partícula  $g^{best}$  em cada uma das iterações das execuções das metaheurísticas PSO e CLPSO que obtiveram soluções factíveis nos casos 1 e 2. Pode-se observar que a partir da iteração de número 20, o método CLPSO tende a continuar melhorando a função objetivo do problema de forma mais acentuada que o algoritmo PSO. Nas Figuras 5.14 e 5.15, podem ser visualizados os valores de magnitudes e ângulos de tensão obtidos pelo método híbrido em ambos os casos. Ainda, nas Figuras 5.16 e 5.29 estão os valores obtidos de *taps* e susceptâncias *shunt*. Todas as variáveis do problema encontram-se dentro dos limites especificados no trabalho, assim como as variáveis discretas pertencem aos conjuntos de valores discretos estabelecidos no início desta subseção.

Figura 5.12 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO no sistema IEEE de 118 barras para o caso 1.



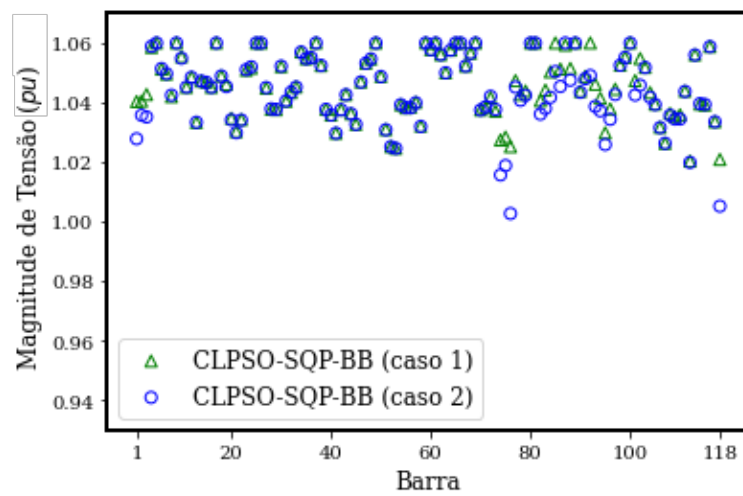
Fonte: Autor.

Figura 5.13 – Média das curvas de convergência para as metaheurísticas PSO e CLPSO no sistema IEEE de 118 barras para o caso 2.



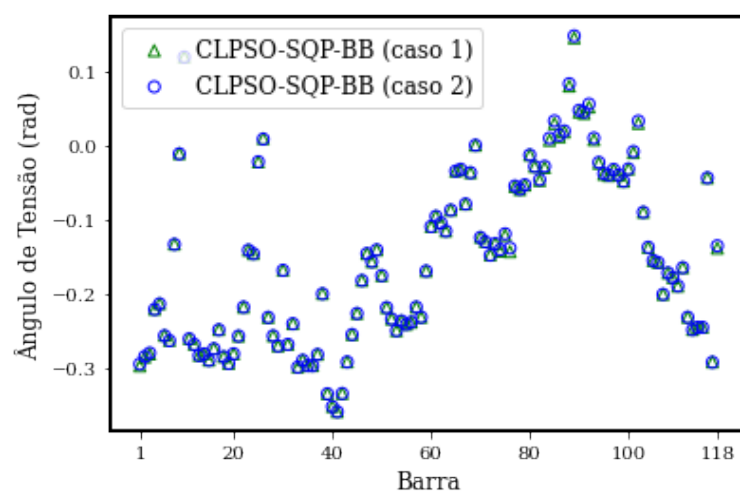
Fonte: Autor.

Figura 5.14 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.

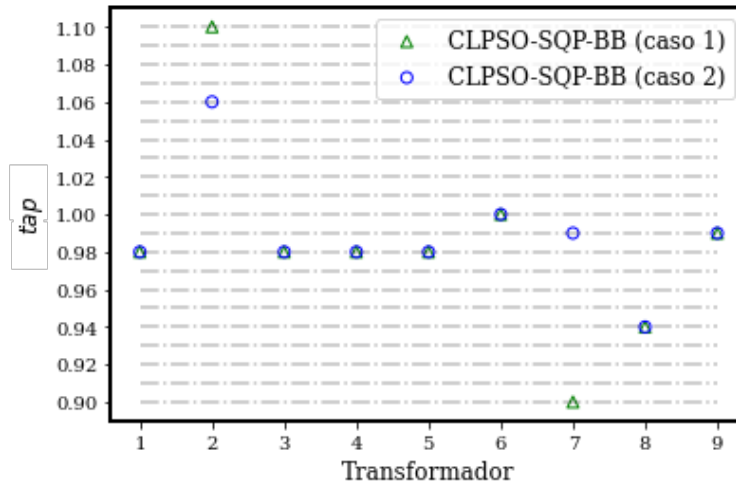


Fonte: Autor.

Figura 5.15 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.



Fonte: Autor.

Figura 5.16 – *Taps* obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.

Fonte: Autor.

Tabela 5.29 – Susceptâncias *shunt* obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP nos casos 1 e 2.

| Variável       | Valor ( <i>pu</i> ) | Valor ( <i>pu</i> ) |
|----------------|---------------------|---------------------|
|                | Caso 1              | Caso 2              |
| $b_5^{sh}$     | 0                   | 0                   |
| $b_{34}^{sh}$  | 0,09                | 0,13                |
| $b_{37}^{sh}$  | -0,09               | -0,09               |
| $b_{44}^{sh}$  | 0,09                | 0,09                |
| $b_{45}^{sh}$  | 0,10                | 0,10                |
| $b_{46}^{sh}$  | 0,04                | 0,08                |
| $b_{48}^{sh}$  | 0,08                | 0,08                |
| $b_{74}^{sh}$  | 0,00                | 0,12                |
| $b_{79}^{sh}$  | 0,20                | 0,20                |
| $b_{82}^{sh}$  | 0,20                | 0,20                |
| $b_{83}^{sh}$  | 0,10                | 0,10                |
| $b_{105}^{sh}$ | 0,11                | 0,20                |
| $b_{107}^{sh}$ | 0,03                | 0,06                |
| $b_{110}^{sh}$ | 0                   | 0,06                |

Fonte: Autor.

Novamente, o método híbrido desenvolvido apresentou desempenho superior aos demais métodos da literatura utilizados na comparação deste trabalho. Pode-se destacar que, no caso 2, a metaheurística CLPSO conseguiu manter o bom desempenho mesmo com os limites de geração de reativos sendo menores e mais restritos que no caso 1. Portanto, fica evidente que a estratégia de aprendizagem abrangente também traz benefícios quando utilizada em problemas de grandes dimensões e restritos. Além disso, vale ressaltar que a solução contínua obtida pelo método SQP possui o valor da função objetivo muito próximo ao da melhor solução discreta obtida pelo método híbrido, o que reforça a qualidade desta.

### 5.3.2 Sistema Elétrico IEEE de 300 Barras

O sistema IEEE de 300 barras utilizado para o problema de FPOR tem as mesmas características que as utilizadas para o problema de DE-PCV-ZOP-RT:

- 1 barra de geração *slack*;
- 68 barras de geração com controle de reativos;
- 231 barras de carga;
- 411 linhas de transmissão;
- 107 transformadores em-fase com *tap* variável;
- 14 banco de capacitores ou reatores *shunt* variável.

As perdas de potência ativa com os dados iniciais do sistema são de 408,3160 MW. Na modelagem, considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,90 e 1,10 *pu*, respectivamente. Além disso, os *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1,0; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,1} *pu* (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017). Já as susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores ou reatores devem pertencer aos conjuntos discretos estabelecidos na Tabela 5.20.

Os resultados obtidos pelo método híbrido serão comparados aos dos métodos: PSO, CLPSO e ALO (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017). Para as metaheurísticas PSO e CLPSO, foram utilizados enxames de 50 partículas com 500 iterações e peso de inércia linearmente decrescente. Ao todo, foram realizadas 25 execuções dos métodos SQP, PSO, CLPSO e CLPSO-SQP-BB para mensurar seus respectivos desempenhos. Para o método SQP, foi deconsiderada a presença de variáveis discretas, assim neste caso é resolvido o problema relaxado.

Para adequação ao sistema utilizado no trabalho de Mouassa, Bouktir e Salhi (2017), a metaheurística foi desenvolvida no *software* Matlab através do pacote *matpower*

(ZIMMERMAN; MURILLO-SÁNCHEZ; THOMAS, 2011), pois no pacote *pandapower* o sistema IEEE de 300 barras conta apenas com 60 transformadores de *tap* variável, enquanto que no trabalho mencionado são utilizados 107. Na Tabela 5.30, estão os valores de hiperparâmetros utilizados pelas metaheurísticas.

Tabela 5.30 – Hiperparâmetros das metaheurísticas PSO e CLPSO.

| Método | $c_1$ | $c_2$ | $c$ | $w^{min}$ | $w^{max}$ | $r^{gap}$ | $p_t$ | $\mu$ | $\beta$ | $\zeta$         | $\omega$ |
|--------|-------|-------|-----|-----------|-----------|-----------|-------|-------|---------|-----------------|----------|
| PSO    | 2     | 2     | -   | 0,4       | 0,9       | -         | -     | 0,1   | 0,1     | $5 \times 10^2$ | 0,1      |
| CLPSO  | -     | -     | 1   | 0,4       | 0,9       | 0         | 0,75  | 0,1   | 0,1     | $5 \times 10^2$ | 0,1      |

Fonte: Autor.

Na Tabela 5.31 estão os resultados obtidos pelos algoritmos CLPSO, PSO, ALO e CLPSO-SQP-BB, apenas para as soluções factíveis. Já na Tabela 5.32 estão os dados de tempo de execução, número de agentes de busca e iterações reportados pelos autores de cada método.

Tabela 5.31 – Valores mínimos, médios e desvios padrão obtidos para a função perdas do problema de FPOR no sistema IEEE de 300 barras.

| Método                          | Perda<br>Mínima (MW) | Perda<br>Média (MW) | Desvio<br>Padrão (MW) |
|---------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| SQP (APOPT)                     | 341,0250             | 341,2325            | 0,1633                |
| PSO                             | -                    | -                   | -                     |
| ALO                             | 384,9224             | -                   | -                     |
| (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) |                      |                     |                       |
| CLPSO                           | 383,6476             | 389,9615            | 3,4761                |
| <b>CLPSO-BB-SQP</b>             | <b>343,7173</b>      | <b>347,3471</b>     | <b>1,9714</b>         |

Fonte: Autor.

Tabela 5.32 – Dados das desempenhos dos métodos no sistema IEEE de 300 barras.

| Método                          | Tempo<br>Médio(s) | Desvio<br>Padrão(s) | Nº de<br>Agentes | Nº de<br>Iterações      |
|---------------------------------|-------------------|---------------------|------------------|-------------------------|
| SQP (APOPT)                     | 28,23             | 1,98                | -                | 59                      |
| ALO                             | 4022,90           | -                   | 40               | 200                     |
| (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017) |                   |                     |                  |                         |
| PSO                             | 219,83            | 11,75               | 50               | 500                     |
| CLPSO                           | 219,79            | 20,89               | 50               | 500                     |
| <b>CLPSO-BB-SQP</b>             | <b>246,44</b>     | <b>37,38</b>        | <b>50</b>        | <b>542<sup>10</sup></b> |

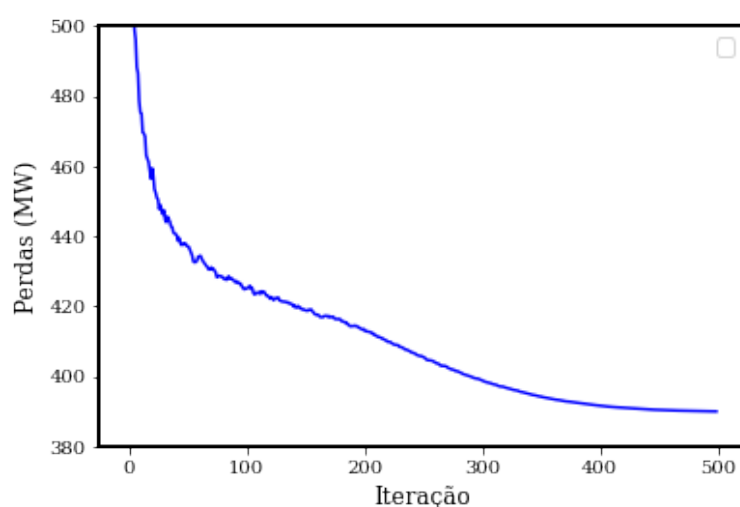
Fonte: Autor.

As taxas de sucesso na obtenção de soluções factíveis para os algoritmos SQP, PSO, CLPSO e CLPSO-SQP-BB foram, respectivamente: 100%, 0%, 72% e 100%. Neste caso, o

<sup>10</sup> Número de iterações do método CLPSO acrescido do número médio de nós explorados no método BB-SQP.

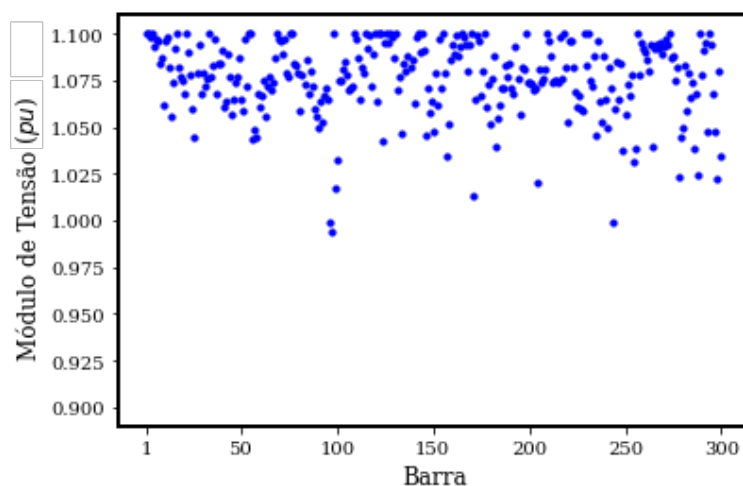
método híbrido desenvolvido obteve a solução com as menores perdas de potência ativa e o melhor desempenho médio, considerando apenas as soluções factíveis. Na Figura 5.17, pode-se observar a média das curvas de convergência de todas as execuções. Nas Figuras 5.18 e 5.19 estão os valores de magnitude e ângulo de tensão para cada barra do sistema elétrico, referentes à melhor solução encontrada pelo método híbrido. Já na Figura 5.20 e Tabela 5.33 estão os valores de *tap* e susceptância *shunt*. Pode-se observar que as tensões encontram-se dentro de seus limites operacionais bem como os *taps* e susceptâncias *shunt* assumem valores discretos conforme definido no início desta subseção.

Figura 5.17 – Média das curvas de convergência para a metaheurística CLPSO no sistema IEEE de 300 barras.



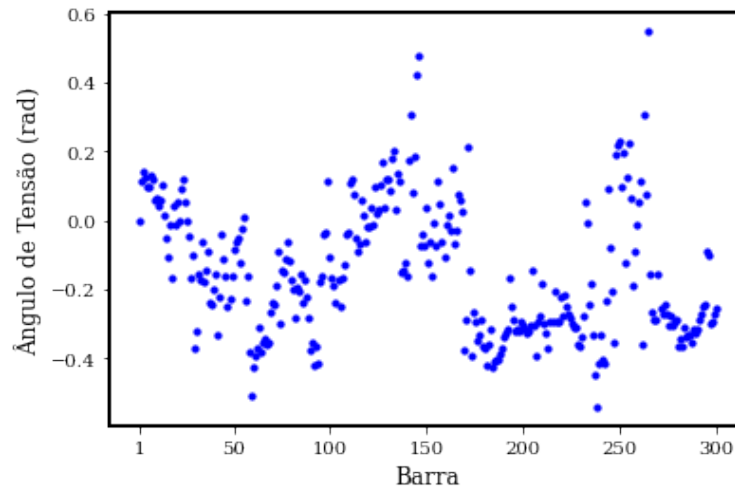
Fonte: Autor.

Figura 5.18 – Magnitudes de tensão obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.



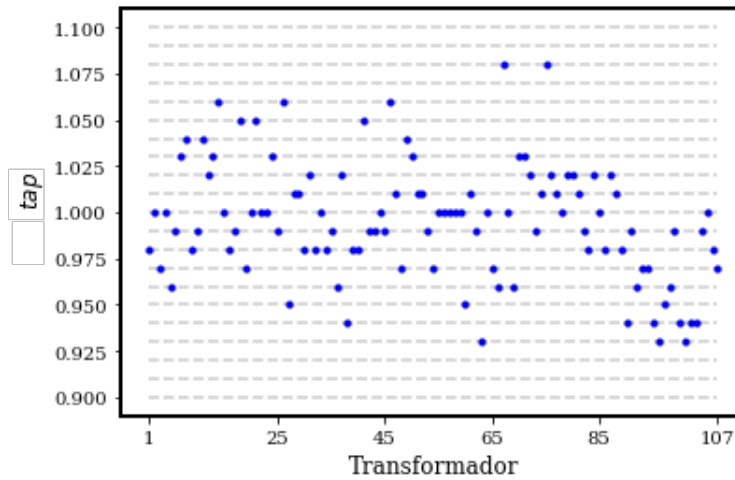
Fonte: Autor.

Figura 5.19 – Ângulos de tensão obtidos pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.



Fonte: Autor.

Figura 5.20 – *Taps* obtidos pelo método CLPSO-SQP-BB no sistema IEEE de 300 barras.



Fonte: Autor.

Analisando-se a Tabela 5.31, pode-se observar que o método híbrido proposto obteve êxito na resolução do problema de FPOR com variáveis discretas, obtendo valores médios e mínimo da função objetivo melhores que os obtidos pelos demais métodos. Vale ressaltar que a metaheurística PSO não conseguiu obter soluções factíveis nos testes executados.

Na literatura que abrange a aplicação de metaheurísticas no problema de FPOR, frequentemente pode-se encontrar trabalhos que enfatizam a sensibilidade dos métodos determinísticos à não convexidade do problema e à presença de variáveis discretas em sua formulação matemática (NADERI et al., 2017; YAN; LU; YU, 2004). No entanto, quando analisados os resultados obtidos pelo método determinístico SQP no problema de FPOR

Tabela 5.33 – Susceptâncias *shunt* obtidas pelo método CLPSO-BB-SQP no sistema IEEE de 300 barras.

| Variável       | Valor ( <i>pu</i> ) |
|----------------|---------------------|
| $b_{96}^{sh}$  | 2,93                |
| $b_{99}^{sh}$  | 0,43                |
| $b_{133}^{sh}$ | 0,17                |
| $b_{143}^{sh}$ | -1,45               |
| $b_{145}^{sh}$ | -2,53               |
| $b_{152}^{sh}$ | 0,56                |
| $b_{158}^{sh}$ | 0,35                |
| $b_{169}^{sh}$ | -1,24               |
| $b_{210}^{sh}$ | -3,52               |
| $b_{217}^{sh}$ | -1,62               |
| $b_{219}^{sh}$ | -0,69               |
| $b_{227}^{sh}$ | 0,48                |
| $b_{268}^{sh}$ | 0,09                |
| $b_{283}^{sh}$ | 0,03                |

Fonte: Autor.

deste trabalho, pode-se notar soluções de boa qualidade e um pequeno desvio padrão, mesmo utilizando-se diferentes pontos iniciais. Assim, diferentemente do que foi visto para o problema de DE-PCV-ZOP-RT, o método determinístico não obteve grandes dificuldades para encontrar soluções de ótimo valor de função objetivo, sendo menos suscetível à não convexidade do problema de FPOR. [Soler, Asada e Costa \(2013\)](#) e [Silva \(2019\)](#) também aplicam métodos determinísticos e conseguem soluções discretas factíveis com valores de função objetivo muito próximos aos valores obtidos por soluções contínuas, com um baixo tempo computacional.

Considerando os testes realizados com o método CLPSO-BB-SQP apresentados neste capítulo e as comparações realizadas, pode-se concluir que o método proposto mostrou-se competitivo obtendo resultados satisfatórios quando comparado com outros resultados da literatura, *solvers* e metaheurísticas de otimização. No próximo capítulo, serão apresentadas as considerações finais deste trabalho.

## 6 CONCLUSÕES

O problema de FPO e suas variantes apresentam características que tornam sua resolução desafiadora para ambos os métodos determinísticos e metaheurísticos. Ao analisar a literatura acerca dos casos de metaheurísticas, encontram-se poucos trabalhos que retratam a representação da transmissão e a presença de variáveis discretas. Além disso, quando tais aspectos são levados em consideração, pode-se notar uma restrição da aplicação dos métodos apenas para sistemas elétricos de pequeno porte.

Neste trabalho, foi proposto um método híbrido que envolve a metaheurística CLPSO para exploração global, o método NR para resolução do fluxo de potência e o método determinístico BB-SQP para exploração local. A escolha da utilização de cada método tem fundamento nas características matemáticas dos problemas resolvidos: não convexidade, não linearidade, não diferenciabilidade, presença de variáveis discretas e o grande número de dimensões e restrições. Ao reportar os resultados alcançados foram utilizadas medidas descritivas como média e desvio padrão, bem como informadas as tolerâncias utilizadas, número de partículas e iterações em cada teste numérico. Quando comparados a outros trabalhos da literatura, tomou-se o devido cuidado e rigor de se averiguar a equivalência dos parâmetros e dados utilizados. Além do método híbrido desenvolvido, o trabalho também contribuiu ao realizar uma análise dos possíveis motivos de se utilizarem na literatura, majoritariamente, sistemas elétricos de pequeno porte e desconsiderarem a presença de variáveis discretas.

O papel de maior destaque no método híbrido é exercido pela metaheurística CLPSO, responsável por otimizar as variáveis independentes do sistema por um processo de busca global. Para superar as adversidades impostas pelo grande número de dimensões e pela característica multimodal de alguns problemas, utilizou-se a estratégia de aprendizagem abrangente visando-se manter a diversificação do enxame de partículas e evitar a convergência precoce. Nos casos onde há a representação da transmissão, também incorporou-se o método NR para realizar o cálculo do fluxo de potência, determinar o valor das variáveis dependentes e satisfazer as restrições de igualdade do problema. Alguns autores na literatura não utilizam tal estratégia, o que acarreta no sobrecarregamento das metaheurísticas ao terem de lidar sozinhas com todas as variáveis do sistema elétrico e todas as restrições dos balanços de potência incorporadas na função *fitness* na forma de penalizações.

Além disso, para lidar com as variáveis discretas e com as ZOP, foi proposto neste trabalho um operador de arredondamento com posterior restauração ao valor original da partícula, visando evitar a estagnação destas. Alguns autores utilizam a estratégia de

arredondamento das variáveis discretas ao valor discreto mais próximo a cada iteração (MOUASSA; BOUKTIR; SALHI, 2017; ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007), no entanto, em casos onde os conjuntos de valores discretos não são uniformemente espaçados e apresentam grandes intervalos, o arredondamento tende a ser prejudicial por não permitir com que a partícula siga seu movimento natural ao longo das iterações, como demonstrado para o problema de DE-PCV-ZOP-RT no sistema IEEE de 300 barras, onde a estratégia tradicional de ajuste não conseguiu fornecer soluções factíveis.

Por fim, após encontrada uma solução de boa qualidade pela metaheurística, esta é utilizada como ponto inicial (*warm-start*) do método determinístico para o aperfeiçoamento local. Para aplicar o método determinístico, é necessário reformular o problema DE-PCV para torná-lo diferenciável. Para isso, foi utilizada a estratégia proposta por Pan, Jian e Yang (2018) nos casos que retratam os efeitos de PCV. Em termos de eficiência, o método SQP explora o espaço de busca com uma direção de gradiente que tende a ser muito mais objetiva do que a busca estocástica realizada por metaheurísticas, embora seja sensível ao ponto inicial adotado. Uma vez que o ponto inicial adotado é definido anteriormente em um processo de busca global, maximizam-se as chances de se obter melhores soluções de forma mais eficiente ao combinar ambos os métodos. Também foi utilizado o algoritmo BB para lidar com as variáveis discretas, e a delimitação manual do espaço de busca para o interior da zona de operação permitida onde o ponto inicial se encontra, para lidar com as ZOP dos geradores.

Em relação aos testes numéricos, o método híbrido obteve os melhores resultados para os casos de 13 e 19 geradores para o problema de DE com PCV em relação aos métodos propostos por Victoire e Jeyakumar (2004), Pothiya, Ngamroo e Waree (2010), Dias (2021) e Silva (2014). Para o caso de 40 geradores, o método híbrido obteve a terceira melhor solução superando os métodos propostos por Victoire e Jeyakumar (2004), Pothiya, Ngamroo e Waree (2010), Dias (2021) e a segunda melhor média na otimização do custo de geração, superando o trabalho de Cai et al. (2012) e perdendo apenas para o método de Duman, Yorukeren e Altas (2015). Quando analisada a média das curvas de convergência, observa-se que a metaheurística CLPSO supera a metaheurística PSO através da utilização da estratégia de aprendizagem abrangente, sendo capaz de continuar otimizando a função objetivo do problema sem convergir precocemente e perder a diversificação do enxame. Em relação aos resultados que o método CLPSO-SQP não superou, o mesmo mostrou-se competitivo, obtendo soluções próximas e de boa qualidade.

No caso do problema de DE com PCV, ZOP e RT, o método híbrido novamente superou os demais métodos utilizados na comparação, obtendo uma maior taxa de sucesso na obtenção de soluções factíveis e os melhores custos mínimo e médio. Além disso, para o problema de FPOR, o método híbrido obteve os melhores resultados na minimização das perdas em relação ao método proposto por Mouassa, Bouktir e Salhi (2017).

A principal desvantagem do método proposto é o elevado tempo computacional, embora quando comparado aos demais trabalhos da literatura o algoritmo tenha obtido tempos de execução consideravelmente menores em alguns casos. Esta característica é previsível, uma vez que o principal otimizador do método é uma metaheurística que exige um grande número de avaliações da função objetivo e resoluções do fluxo de potência a cada iteração para cada partícula. Sem a utilização do algoritmo NR, é de se esperar que a metaheurística tenha um pior desempenho na obtenção de soluções factíveis e uma degradação da qualidade das soluções, exigindo mais partículas e iterações, aumentando o tempo de execução. Neste sentido, a utilização do método determinístico para resolver os problemas de fluxo de potência acaba permitindo a utilização de menos partículas e iterações, diminuindo o número de restrições, dimensões e o tempo total de execução.

O algoritmo tende a ser mais vantajoso na aplicação para problemas do DE-PCV-ZOP-RT, onde os métodos determinísticos facilmente ficam presos em pontos de mínimos locais e não conseguem encontrar boas soluções. No problema de FPOR, embora o número de trabalhos envolvendo metaheurísticas venha crescendo exponencialmente nos últimos anos, é possível encontrar na literatura métodos determinísticos que o resolvem de maneira satisfatória com um pequeno tempo de execução, como visto em [Silva \(2019\)](#) e [Soler, Asada e Costa \(2013\)](#). Ainda assim, vale destacar o desempenho do método proposto, obtendo boas soluções em sistemas de médio porte com variáveis discretas, feito raro de se encontrar na literatura envolvendo metaheurísticas.

Concluimos que o método híbrido mostrou-se competitivo em relação a outros métodos híbridos, *solvers* e metaheurísticas encontradas na literatura, obtendo soluções melhores em um menor tempo de execução em muitos dos casos. Além dos resultados obtidos nos testes numéricos, destaca-se a importância da pesquisa em identificar e explorar as razões pelas quais poucos trabalhos utilizam sistemas de maiores dimensões e com variáveis discretas, de forma a ser uma contribuição importante a futuros trabalhos envolvendo a aplicação de metaheurísticas em problemas do FPO.

Em continuidade a este trabalho, destacam-se como propostas futuras: aplicação do método em sistemas com múltiplas fontes geradoras de energia, a inserção de múltiplos combustíveis na modelagem matemática do problema e o estudo e desenvolvimento de fatores de penalizações e parâmetros da metaheurística que se ajustam automaticamente com o decorrer das iterações.

# REFERÊNCIAS

ABBAS, G. et al. Solution of an economic dispatch problem through particle swarm optimization: A detailed survey - part i. *IEEE Access*, v. 5, p. 15105–15141, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 36, 40 e 57.

ADIBI, M. et al. Optimal transformer tap selection using modified barrier-augmented lagrangian method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, p. 251–257, 2003. Citado na página 26.

ALAWODE, K. et al. Semidefinite programming solution of economic dispatch problem with non-smooth, non-convex cost functions. *Electric Power Systems Research*, v. 164, p. 178–187, 2018. ISSN 0378-7796. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

ALENCAR, M. V. Reformulação das restrições de complementaridade em problemas de fluxo de potência ótimo. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2019. Citado na página 32.

ALRASHIDI, M. R.; EL-HAWARY, M. E. Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete opf problem considering the valve loading effects. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 11, p. 3267–3275, 2007. Citado 6 vezes nas páginas 25, 26, 34, 66, 93 e 129.

ARENALES, M. et al. *Pesquisa operacional: para cursos de engenharia*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015. ISBN 9788535281835. Citado na página 72.

AZIZIPANAH-ABARGHOOEE, R. et al. Robust, fast and optimal solution of practical economic dispatch by a new enhanced gradient-based simplified swarm optimisation algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Institution of Engineering and Technology, v. 7, p. 620–635(15), June 2013. ISSN 1751-8687. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 51.

BALAMURUGAN, K.; MURALISACHITHNNDAM, R.; KRISHNAN, S. R. Differential evolution based solution for combined economic and emission power dispatch with valve loading effect. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, v. 5, n. 1, p. 74–92, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 96 e 142.

BANSAL, J. C. et al. Inertia weight strategies in particle swarm optimization. In: *2011 Third World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 633–640. Citado na página 56.

BARATI, H.; SADEGHI, M. An efficient hybrid mpso-ga algorithm for solving non-smooth/non-convex economic dispatch problem with practical constraints. *Ain Shams Engineering Journal*, v. 9, n. 4, p. 1279–1287, 2018. ISSN 2090-4479. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 52.

BEAL, L. D. R. et al. Gekko optimization suite. *Processes*, v. 6, n. 8, 2018. ISSN 2227-9717. Citado 5 vezes nas páginas 27, 77, 83, 87 e 91.

CAI, J. et al. A hybrid cpso-sqp method for economic dispatch considering the valve-point effects. *Energy Conversion and Management*, v. 53, n. 1, p. 175–181, 2012. ISSN 0196-8904. Citado 7 vezes nas páginas 43, 51, 99, 100, 102, 103 e 129.

CAO, Y. et al. Comprehensive learning particle swarm optimization algorithm with local search for multimodal functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 23, n. 4, p. 718–731, 2019. Citado na página 65.

CARPENTIER, J. L. Contribution à l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, n. 3(8), p. 431–447, 1962. Citado na página 25.

CHEN, S.; MONTGOMERY, J.; BOLUFÉ-RÖHLER, A. Measuring the curse of dimensionality and its effects on particle swarm optimization and differential evolution. *Applied Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, USA, v. 42, n. 3, p. 514–526, apr 2015. ISSN 0924-669X. Citado 3 vezes nas páginas 26, 52 e 57.

CHOPRA, N.; KUMAR, G.; MEHTA, S. Hybrid gwo-pso algorithm for solving convex economic load dispatch problem. *International Journal of Research in Advent Technology*, v. 4, n. 6, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 48, 50 e 52.

CHU, W.; GAO, X.; SOROOSHIAN, S. A new evolutionary search strategy for global optimization of high-dimensional problems. *Inf. Sci.*, Elsevier Science Inc., USA, v. 181, n. 22, p. 4909–4927, nov 2011. ISSN 0020-0255. Citado na página 57.

CHUANWEN, J.; BOMPARD, E. A hybrid method of chaotic particle swarm optimization and linear interior for reactive power optimisation. *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 68, n. 1, p. 57–65, 2005. ISSN 0378-4754. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 51.

COELHO, L. dos S.; MARIANI, V. C. Particle swarm optimization with quasi-newton local search for solving economic dispatch problem. In: *2006 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 4, p. 3109–3113. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 51.

DASGUPTA, D. An artificial immune system as a multi-agent decision support system. In: *SMC'98 Conference Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (Cat. No.98CH36218)*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 4, p. 3816–3820 vol.4. Citado na página 39.

DIAS, J. V. *Evolução diferencial híbrida com o método BFGS para a resolução do problema de despacho econômico com o efeito de ponto de carregamento de válvula*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2021. Citado 10 vezes nas páginas 93, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 102, 103 e 129.

DORIGO, M. *Optimization, Learning and Natural Algorithms*. Tese (Doutorado) — Politecnico di Milano, 1992. Citado na página 38.

DUMAN, S.; YORUKEREN, N.; ALTAS, I. H. A novel modified hybrid psogsa based on fuzzy logic for non-convex economic dispatch problem with valve-point effect. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 64, p. 121–135, 2015. ISSN 0142-0615. Citado 6 vezes nas páginas 47, 52, 99, 100, 102 e 129.

- ENGELBRECHT, A. P. *Computational Intelligence: An Introduction*. [S.l.]: Nova Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 38, 55, 57 e 58.
- FEO, A.; RESENDE, M. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, Taylor & Francis, v. 6, p. 109–133, 1995. Citado na página 39.
- FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. Artificial intelligence through simulated evolution. In: . [S.l.: s.n.], 1966. Citado na página 38.
- GAING, Z.-L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 3, p. 1187–1195, 2003. Citado na página 36.
- GASPAR-CUNHA, A.; TAKAHASHI, R.; ANTUNES, C. H. *Manual de computação evolutiva e metaheurística*. [S.l.]: Imprensa da Universidade de Coimbra/Coimbra University Press, 2012. Citado na página 79.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. ISBN 0201157675. Citado na página 38.
- GUPTA, O. K.; RAVINDRAN, A. Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. *Management Science*, v. 31, p. 1533–1546, 1985. Citado na página 70.
- HARRIS, C. R. et al. Array programming with NumPy. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 585, n. 7825, p. 357–362, set. 2020. Citado na página 27.
- HENDTLASS, T. Particle swarm optimisation and high dimensional problem spaces. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, IEEE, p. 1988–1994, 2009. Citado na página 52.
- HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, IEEE COMPUTER SOC, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007. Citado na página 28.
- IBA, K. Reactive power optimization by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 9, p. 685–692, 1994. Citado na página 26.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. *Proceedings of ICNN'95*, IEEE, v. 4, p. 1942–1948, 1995. Citado 3 vezes nas páginas 38, 55 e 93.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, p. 671 – 680, 1983. Citado na página 39.
- LIANG, J. et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 10, n. 3, p. 281–295, 2006. Citado 8 vezes nas páginas 27, 40, 48, 50, 58, 59, 60 e 65.
- LIU, C. et al. A hybrid optimization method for reactive power and voltage control considering power loss minimization. In: *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 51.

LU, H. et al. Experimental study of a new hybrid pso with mutation for economic dispatch with non-smooth cost function. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 32, n. 9, p. 921–935, 2010. ISSN 0142-0615. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 52.

MAHADEVAN, K.; KANNAN, P. Comprehensive learning particle swarm optimization for reactive power dispatch. *Applied Soft Computing*, v. 10, n. 2, p. 641–652, 2010. ISSN 1568-4946. Citado na página 27.

MARTINS, J.; NING, A. *Engineering design optimization*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2021. ISBN 9781108833417. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.

MCKINNEY Wes. Data Structures for Statistical Computing in Python. In: *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 56 – 61. Citado na página 28.

MOMOH, J.; ADAPA, R.; EL-HAWARY, M. A review of selected optimal power flow literature to 1993. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, p. 96–104, 1999. Citado na página 26.

MONTICELLI, A.; LIU, W.-H. Adaptive movement penalty method for the newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 1, p. 334–342, 1992. Citado na página 34.

MONTICELLI, A. J. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. [S.l.]: São Paulo: E. Blucher, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 68.

MOUASSA, S.; BOUKTIR, T.; SALHI, A. Ant lion optimizer for solving optimal reactive power dispatch problem in power systems. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, v. 20, n. 3, p. 885–895, 2017. ISSN 2215-0986. Citado 10 vezes nas páginas 66, 105, 110, 111, 117, 118, 119, 123, 124 e 129.

NADERI, E. et al. A novel fuzzy adaptive configuration of particle swarm optimization to solve large-scale optimal reactive power dispatch. *Applied Soft Computing*, v. 53, p. 441–456, 2017. ISSN 1568-4946. Citado 3 vezes nas páginas 48, 52 e 126.

NASOURI GILVAEI, M. et al. A novel hybrid optimization approach for reactive power dispatch problem considering voltage stability index. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 96, p. 103963, 2020. ISSN 0952-1976. Citado 3 vezes nas páginas 40, 49 e 52.

NIKNAM, T.; NARIMANI, M. R.; AZIZIPANAH-ABARGHOOEE, R. A new hybrid algorithm for optimal power flow considering prohibited zones and valve point effect. *Energy Conversion and Management*, v. 58, p. 197–206, 2012. ISSN 0196-8904. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 35.

OJHA, V. K.; ABRAHAM, A.; SNASEL, V. Metaheuristic design of feedforward neural networks: A review of two decades of research. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 60, p. 97–116, 2017. ISSN 0952-1976. Citado na página 38.

PAN, S.; JIAN, J.; YANG, L. A hybrid milp and ipm approach for dynamic economic dispatch with valve-point effects. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 97, p. 290–298, 2018. Citado 9 vezes nas páginas 26, 27, 54, 80, 87, 90, 93, 105 e 129.

PARKINSON, A.; BALLING, R.; HEDENGREN, J. *Optimization methods for engineering design*. [S.l.]: Brigham Young University, 2018. Citado na página 76.

PINHEIRO, R. B. et al. Solving nonsmooth and discontinuous optimal power flow problems via interior-point p-penalty approach. *Computers & Operations Research*, v. 138, p. 105607, 2022. ISSN 0305-0548. Citado 5 vezes nas páginas 25, 26, 104, 110 e 148.

POLPRASERT, J.; ONGSAKUL, W.; DIEU, V. N. Optimal reactive power dispatch using improved pseudo-gradient search particle swarm optimization. *Electric Power Components and Systems*, Taylor & Francis, v. 44, n. 5, p. 518–532, 2016. Citado na página 117.

POTHIYA, S.; NGAMROO, I.; WAREE, K. Ant colony optimisation for economic dispatch problem with non-smooth cost functions. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 32, n. 5, p. 478–487, 2010. ISSN 0142-0615. Citado 7 vezes nas páginas 93, 94, 96, 99, 100, 102 e 129.

POURAKBARI-KASMAEI, M. et al. Optimal power flow problem considering multiple-fuel options and disjoint operating zones: A solver-friendly minlp model. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Elsevier Limited, v. 113, p. 45–55, dez. 2019. ISSN 0142-0615. Citado na página 36.

POURAKBARI-KASMAEI, M.; Sanches Mantovani, J. R. Logically constrained optimal power flow: Solver-based mixed-integer nonlinear programming model. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, v. 97, p. 240–249, 2018. ISSN 0142-0615. Citado na página 104.

POWELL, M. J. Algorithms for nonlinear constraints that use lagrangian functions. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, v. 14, n. 1, p. 224–248, dec 1978. ISSN 0025-5610. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 77.

POWELL, M. J. D. A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. In: WATSON, G. A. (Ed.). *Numerical Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1978. p. 144–157. ISBN 978-3-540-35972-2. Citado na página 72.

RAHMATI, M.; EFFATNEJAD, R.; SAFARI, A. Comprehensive learning particle swarm optimization (clpso) for multi-objective optimal power flow. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, v. 7, n. 3, p. 262–270, 2014. Citado na página 27.

RASHEDI, E.; NEZAMABADI-POUR, H.; SARYAZDI, S. Gsa: A gravitational search algorithm. *Information Sciences*, v. 179, n. 13, p. 2232–2248, 2009. ISSN 0020-0255. Special Section on High Order Fuzzy Sets. Citado na página 39.

ROJAS, D. G.; LEZAMA, J. L.; VILLA, W. Metaheuristic techniques applied to the optimal reactive power dispatch: a review. *IEEE Latin America Transactions*, v. 14, n. 5, p. 2253–2263, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 26, 31, 38, 40 e 57.

SAHLI, Z. et al. Reactive power dispatch optimization with voltage profile improvement using an efficient hybrid algorithm †. *Energies*, v. 11, n. 8, 2018. ISSN 1996-1073. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 52.

- SANTRA, D. et al. Hybrid pso-aco technique to solve multi-constraint economic load dispatch problems for 6-generator system. *International Journal of Computers and Applications*, Taylor & Francis, v. 38, n. 2-3, p. 96–115, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 52.
- SAYAH, S.; HAMOUDA, A. A hybrid differential evolution algorithm based on particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch problems. *Applied Soft Computing*, v. 13, n. 4, p. 1608–1619, 2013. ISSN 1568-4946. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 52.
- SECUI, C. A hybrid particle swarm optimization algorithm for the economic dispatch problem dinu. In: . [S.l.: s.n.], 2015. v. 9. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 51.
- SHAHEEN, M. A.; HASANIEN, H. M.; ALKUHAAYLI, A. A novel hybrid gwo-pso optimization technique for optimal reactive power dispatch problem solution. *Ain Shams Engineering Journal*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 621–630, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 52.
- SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In: *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 69–73. Citado na página 56.
- SHI, Y.; EBERHART, R. Fuzzy adaptive particle swarm optimization. In: *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 101–106 vol. 1. Citado na página 56.
- SHUNMUGALATHA, A.; SLOCHANAL, S. M. R. Application of hybrid multiagent-based particle swarm optimization to optimal reactive power dispatch. *Electric Power Components and Systems*, Taylor & Francis, v. 36, n. 8, p. 788–800, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 52.
- SILVA, D. N. *Método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e exteriores com estratégias de correção de inércia e suavização hiperbólica aplicado ao problema de despacho econômico com ponto de carregamento de válvula e representação da transmissão*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2014. Citado 8 vezes nas páginas 26, 36, 93, 94, 96, 97, 98 e 129.
- SILVA, D. N. *Novas abordagens determinísticas de otimização para resolução do problema de fluxo de potência ótimo*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 25, 31, 127 e 130.
- SILVA, M. C. A.; BELATI, E. A. Allocation of static var compensators using optimal reactive power flow and branch & bound algorithm. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 14, n. 5, p. 2194–2200, 2016. Citado na página 26.
- SINHA, N.; CHAKRABARTI, R.; CHATTOPADHYAY, P. Evolutionary programming techniques for economic load dispatch. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 1, p. 83–94, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 93, 99, 140 e 145.
- SIVASUBRAMANI, S. Sequential quadratic programming based differential evolution algorithm for optimal power flow problem. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Institution of Engineering and Technology, v. 5, p. 1149–1154(5), November 2011. ISSN 1751-8687. Citado na página 26.

- SOLER, E. M. *Resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo com variáveis de controle discretas*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011. Citado na página [34](#).
- SOLER, E. M.; ASADA, E. N.; COSTA, G. R. M. da. Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 3, p. 2174–2182, 2013. Citado 4 vezes nas páginas [25](#), [26](#), [127](#) e [130](#).
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *J. of Global Optimization*, Kluwer Academic Publishers, USA, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997. ISSN 0925-5001. Citado na página [38](#).
- SUGSAKARN, W.; DAMRONGKULKAMJORN, P. Economic dispatch with nonsmooth cost function using hybrid method. In: *2008 5th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*. [S.l.: s.n.], 2008. v. 2, p. 889–892. Citado na página [42](#).
- SUN, D. I. et al. Optimal power flow by newton approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-103, n. 10, p. 2864–2880, 1984. Citado na página [26](#).
- THURNER, L. et al. Pandapower—an open-source python tool for convenient modeling, analysis, and optimization of electric power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 6, p. 6510–6521, 2018. Citado 8 vezes nas páginas [27](#), [69](#), [87](#), [90](#), [149](#), [150](#), [153](#) e [156](#).
- TITUS, S.; JEYAKUMAR, A. E. A hybrid ep-pso-sqp algorithm for dynamic dispatch considering prohibited operating zones. *Electric Power Components and Systems*, Taylor & Francis, v. 36, n. 5, p. 449–467, 2008. Citado 2 vezes nas páginas [42](#) e [51](#).
- TUSON, A. Tabu search. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 50, n. 1, p. 106–107, 1999. Citado na página [39](#).
- VARADARAJAN, M.; SWARUP, K. Differential evolution approach for optimal reactive power dispatch. *Applied Soft Computing*, v. 8, n. 4, p. 1549–1561, 2008. ISSN 1568-4946. Soft Computing for Dynamic Data Mining. Citado na página [26](#).
- VICTOIRE, T. A.; JEYAKUMAR, A. Hybrid pso-sqp for economic dispatch with valve-point effect. *Electric Power Systems Research*, v. 71, n. 1, p. 51–59, 2004. ISSN 0378-7796. Citado 10 vezes nas páginas [41](#), [51](#), [93](#), [94](#), [96](#), [99](#), [100](#), [102](#), [103](#) e [129](#).
- VICTOIRE, T. A. A.; JEYAKUMAR, A. E. Deterministically guided pso for dynamic dispatch considering valve-point effect. *Electric Power Systems Research*, v. 73, n. 3, p. 313–322, 2005. ISSN 0378-7796. Citado 2 vezes nas páginas [41](#) e [51](#).
- VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, p. 261–272, 2020. Citado na página [28](#).
- VO, D. N.; NGUYEN, T. T. Pseudo-gradient based particle swarm optimization with constriction factor for multi objective optimal power flow. *Global Journal of Technology and Optimization*, v. 2015, p. 1–7, 2015. Citado na página [36](#).

- WANG, Y.; LI, B.; YUAN, B. Hybrid of comprehensive learning particle swarm optimization and sqp algorithm for large scale economic load dispatch optimization of power system. *Science China Information Science*, v. 53, n. 8, p. 1566–1573, 2010. Citado 3 vezes nas páginas [27](#), [43](#) e [51](#).
- WASKOM, M. L. seaborn: statistical data visualization. *Journal of Open Source Software*, The Open Journal, v. 6, n. 60, p. 3021, 2021. Citado na página [28](#).
- YAN, W.; LU, S.; YU, D. A novel optimal reactive power dispatch method based on an improved hybrid evolutionary programming technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 913–918, 2004. Citado na página [126](#).
- YU, D. C. et al. An optimal load flow study by the generalized reduced gradient approach. *Electric Power Systems Research*, v. 10, n. 1, p. 47–53, 1986. ISSN 0378-7796. Citado na página [26](#).
- YURYEVICH, J.; WONG, K. P. Evolutionary programming based optimal power flow algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 4, p. 1245–1250, 1999. Citado na página [26](#).
- ZADEH, L. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. ISSN 0019-9958. Citado na página [39](#).
- ZHANG, J. et al. Evolutionary computation meets machine learning: A survey. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, v. 6, n. 4, p. 68–75, 2011. Citado na página [38](#).
- ZIMMERMAN, R. D.; MURILLO-SÁNCHEZ, C. E.; THOMAS, R. J. Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 1, p. 12–19, 2011. Citado 9 vezes nas páginas [69](#), [124](#), [149](#), [150](#), [153](#), [156](#), [161](#), [168](#) e [176](#).

# Apêndices

# APÊNDICE A – DADOS DOS PROBLEMAS DE DE-PCV

## A.1 Caso 1: 13 Unidades Geradoras

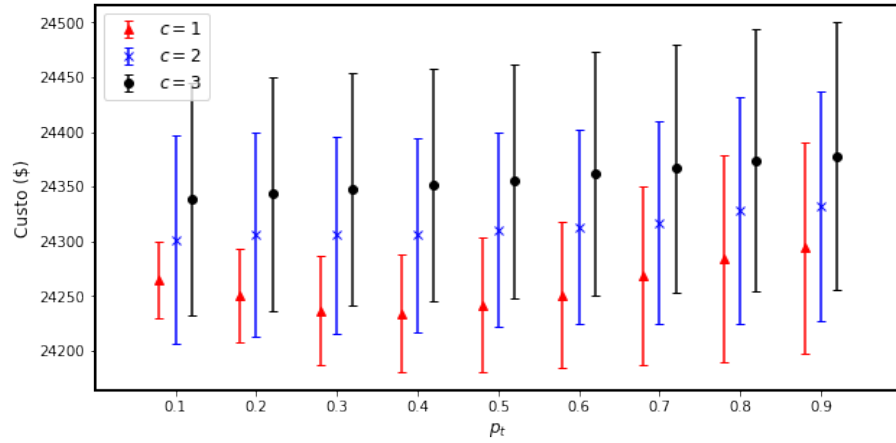
Os dados dos coeficientes da função custo e dos limites de geração de potência ativa das unidades geradoras encontram-se na Tabela A.1.

Tabela A.1 – Dados para o caso 1 (Demanda:  $P^D = 2520$  MW).

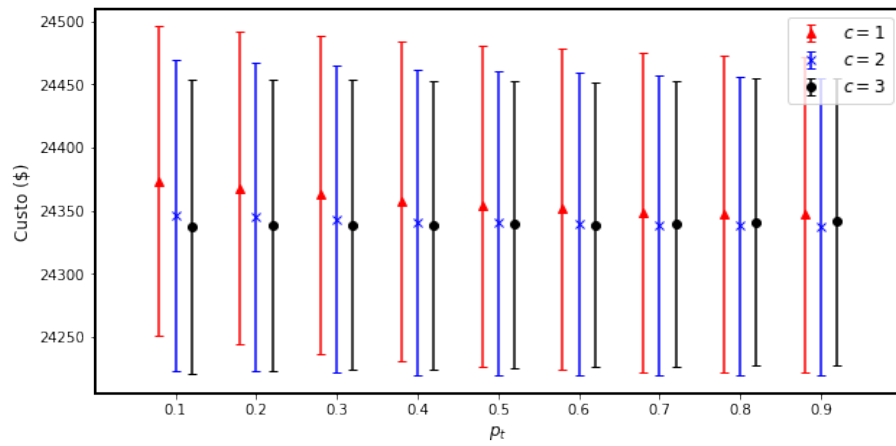
| $k$ | $a_k$   | $b_k$ | $c_k$ | $e_k$ | $f_k$ | $P_k^G$ (MW) | $\overline{P_k^G}$ (MW) |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------------------------|
| 1   | 0,00028 | 8,1   | 550,0 | 300,0 | 0,035 | 0,0          | 680,0                   |
| 2   | 0,00056 | 8,1   | 309,0 | 200,0 | 0,042 | 0,0          | 360,0                   |
| 3   | 0,00056 | 8,1   | 307,0 | 200,0 | 0,042 | 0,0          | 360,0                   |
| 4   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 5   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 6   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 7   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 8   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 9   | 0,00324 | 7,74  | 240,0 | 150,0 | 0,063 | 60,0         | 180,0                   |
| 10  | 0,00284 | 8,6   | 126,0 | 100,0 | 0,084 | 40,0         | 120,0                   |
| 11  | 0,00284 | 8,6   | 126,0 | 100,0 | 0,084 | 40,0         | 120,0                   |
| 12  | 0,00284 | 8,6   | 126,0 | 100,0 | 0,084 | 55,0         | 120,0                   |
| 13  | 0,00284 | 8,6   | 126,0 | 100,0 | 0,084 | 55,0         | 120,0                   |

Fonte: [Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay \(2003\)](#).

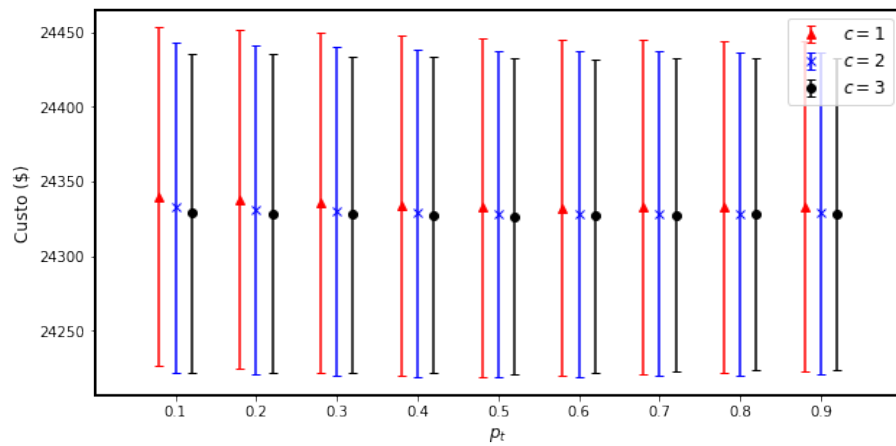
Para definir os parâmetros  $c$ ,  $p_t$  e  $r^{gap}$  da metaheurística CLPSO, foram realizados 15 execuções do método para o problema em questão e calculados os valores médios e desvios padrão. Os parâmetros  $c$  e  $r^{gap}$  foram variados em passos unitários no intervalo de 1 a 3 e 0 a 3, respectivamente. Já  $p_t$  foi variado em passos discretos de 0,1 no intervalo de 0,1 a 0,9. Os gráficos de barra de erro abaixo ilustram os valores médios centralizados nas barras de dispersão que possuem tamanho de 1 desvio padrão para mais e para menos. A configuração que acarreta no menor custo médio para o caso teste de 13 unidades geradoras foi:  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 1$  e  $p_t = 0,4$ , com média de \$ 24234,3010 e desvio padrão de \$ 54,3240.

Figura A.1 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (caso 1).

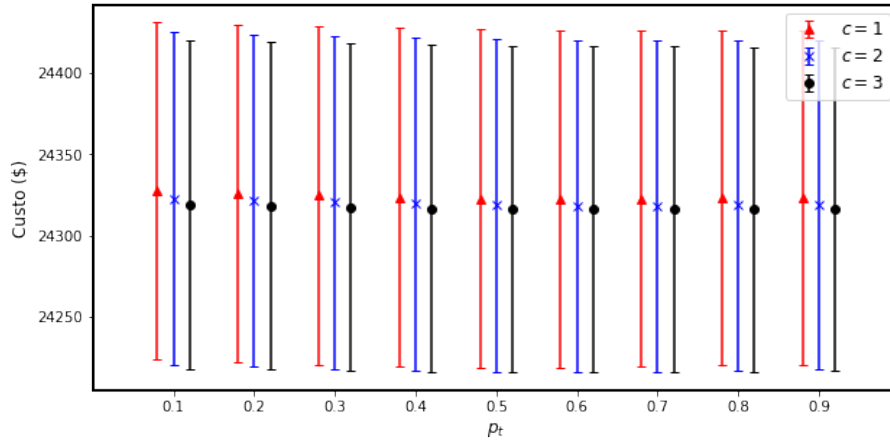
Fonte: Autor.

Figura A.2 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (caso 1).

Fonte: Autor.

Figura A.3 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (caso 1).

Fonte: Autor.

Figura A.4 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (caso 1).

Fonte: Autor.

## A.2 Caso 2: 19 Unidades Geradoras

Os dados dos coeficientes da função custo e dos limites de geração de potência ativa das unidades geradoras encontram-se na Tabela A.2.

Tabela A.2 – Dados para o caso 2 (Demanda:  $P^D = 2908$  MW).

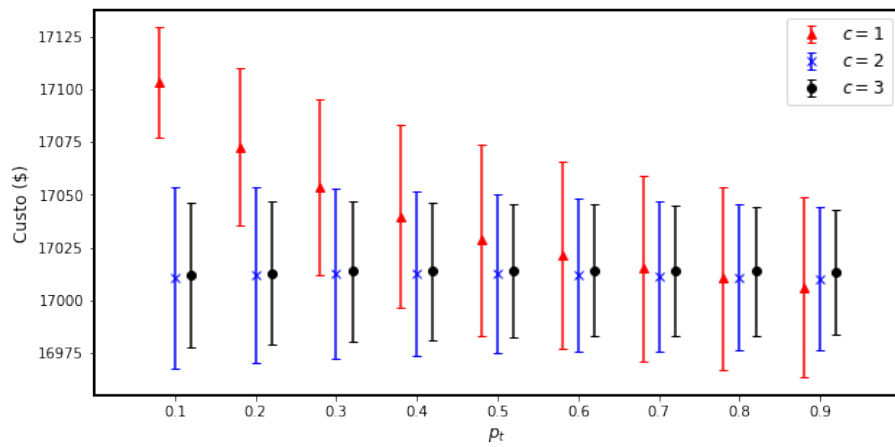
| $k$ | $a_k$  | $b_k$ | $c_k$ | $e_k$ | $f_k$ | $\overline{P_k^G}$ (MW) | $\overline{P_k^G}$ (MW) |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|-------------------------|
| 1   | 0,0097 | 6,8   | 119,0 | 90,0  | 0,72  | 100,0                   | 300,0                   |
| 2   | 0,0055 | 4,0   | 90,0  | 79,0  | 0,05  | 120,0                   | 438,0                   |
| 3   | 0,0055 | 4,0   | 45,0  | 0,0   | 0,0   | 100,0                   | 250,0                   |
| 4   | 0,0025 | 0,85  | 0,0   | 0,0   | 0,0   | 8,0                     | 25,0                    |
| 5   | 0,0    | 5,28  | 0,891 | 0,0   | 0,0   | 50,0                    | 63,75                   |
| 6   | 0,008  | 3,5   | 110,0 | 0,0   | 0,0   | 150,0                   | 300,0                   |
| 7   | 0,0    | 5,439 | 21,0  | 0,0   | 0,0   | 50,0                    | 63,75                   |
| 8   | 0,0075 | 6,0   | 88,0  | 50,0  | 0,52  | 100,0                   | 500,0                   |
| 9   | 0,0085 | 6,0   | 55,0  | 0,0   | 0,0   | 200,0                   | 600,0                   |
| 10  | 0,009  | 5,2   | 90,0  | 0,0   | 0,0   | 15,0                    | 40,0                    |
| 11  | 0,0045 | 1,6   | 65,0  | 0,0   | 0,0   | 50,0                    | 150,0                   |
| 12  | 0,0025 | 0,85  | 78,0  | 58,0  | 0,02  | 25,0                    | 75,0                    |
| 13  | 0,0    | 2,55  | 49,0  | 0,0   | 0,0   | 50,0                    | 63,75                   |
| 14  | 0,0045 | 1,6   | 85,0  | 0,0   | 0,0   | 0,0                     | 95,0                    |
| 15  | 0,0065 | 4,7   | 80,0  | 92,0  | 0,75  | 20,0                    | 220,0                   |
| 16  | 0,0045 | 1,4   | 90,0  | 0,0   | 0,0   | 15,0                    | 80,0                    |
| 17  | 0,0025 | 0,85  | 10,0  | 0,0   | 0,0   | 15,0                    | 80,0                    |
| 18  | 0,0045 | 1,6   | 25,0  | 0,0   | 0,0   | 50,0                    | 230,0                   |
| 19  | 0,008  | 5,5   | 90,0  | 0,0   | 0,0   | 400,0                   | 500,0                   |

Fonte: Balamurugan, Muralisachithnndam e Krishnan (2003).

Para definir os parâmetros  $c$ ,  $p_t$  e  $r^{gap}$  da metaheurística CLPSO, foram realizados 15 execuções do método para o problema em questão e calculados os valores médios e

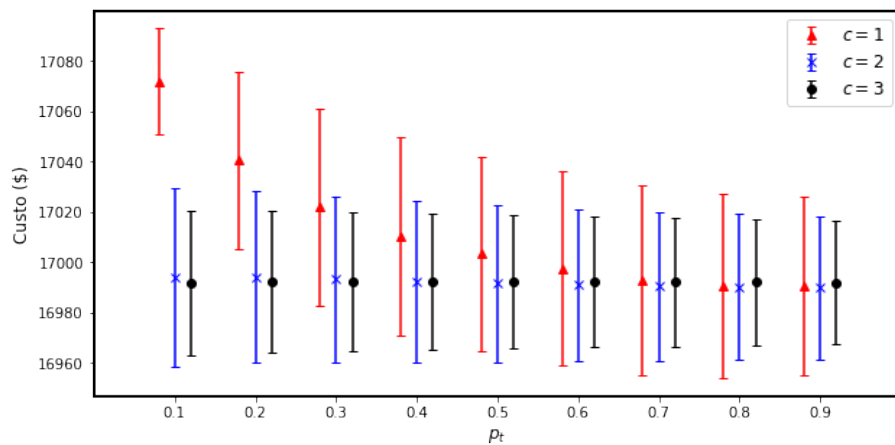
desvios padrão. Os parâmetros  $c$  e  $r^{gap}$  foram variados em passos unitários no intervalo de 1 a 3 e 0 a 3, respectivamente. Já  $p_t$  foi variado em passos discretos de 0,1 no intervalo de 0,1 a 0,9. Os gráficos de barra de erro abaixo ilustram os valores médios centralizados nas barras de dispersão que possuem tamanho de 1 desvio padrão para mais e para menos. A configuração para o caso teste de 19 unidades geradoras que acarreta no menor custo médio foi:  $r^{gap} = 3$ ,  $c = 3$  e  $p_t = 0,9$ , com média de \$ 16983,4578 e desvio padrão de \$ 28,5936.

Figura A.5 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (caso 2).

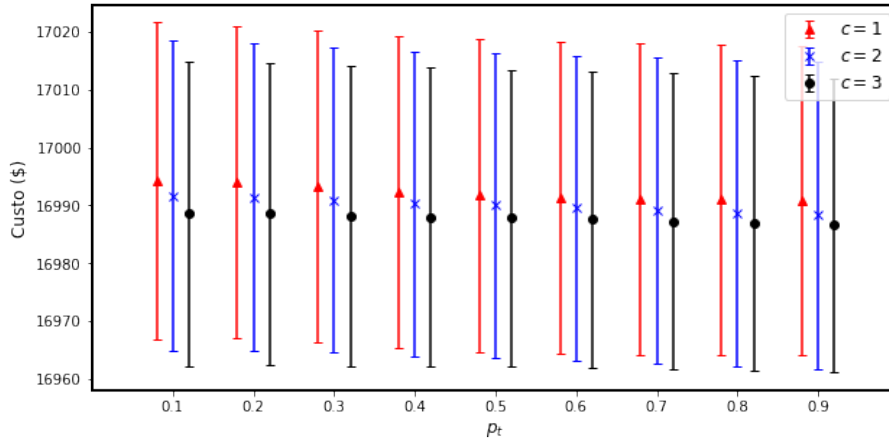


Fonte: Autor.

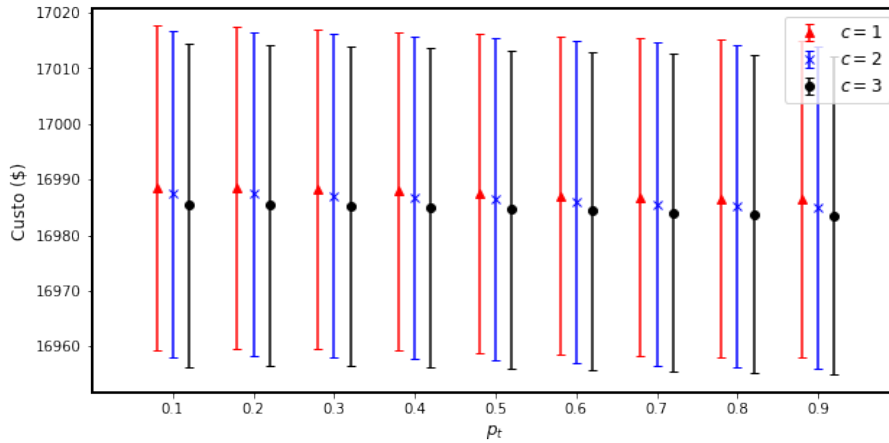
Figura A.6 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (caso 2).



Fonte: Autor.

Figura A.7 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (caso 2).

Fonte: Autor.

Figura A.8 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (caso 2).

Fonte: Autor.

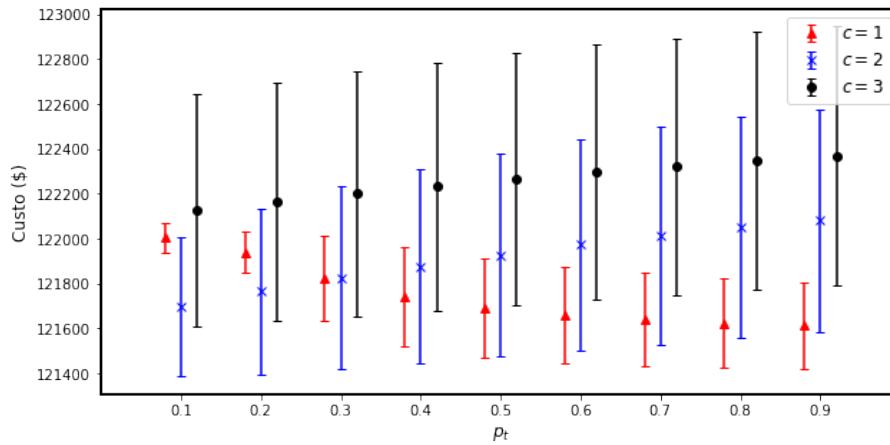
### A.3 Caso 3: 40 Unidades Geradoras

Os dados dos coeficientes da função custo e dos limites de geração de potência ativa das unidades geradoras encontram-se na Tabela A.3. Para definir os parâmetros  $c$ ,  $p_t$  e  $r^{gap}$  da metaheurística CLPSO, foram realizadas 15 execuções do método para o problema em questão e calculados os valores médios e desvios padrão. Os parâmetros  $c$  e  $r^{gap}$  foram variados em passos unitários no intervalo de 1 a 3 e 0 a 3, respectivamente. Já  $p_t$  foi variado em passos discretos de 0,1 no intervalo de 0,1 a 0,9. Os gráficos de barra de erro abaixo ilustram os valores médios centralizados nas barras de dispersão que possuem tamanho de 1 desvio padrão para mais e para menos. A configuração para o caso teste de 40 unidades geradoras que acarreta no menor custo médio foi:  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 1$  e  $p_t = 0,9$ , com média de \$ 121612,9850 e desvio padrão de \$ 191,0481.

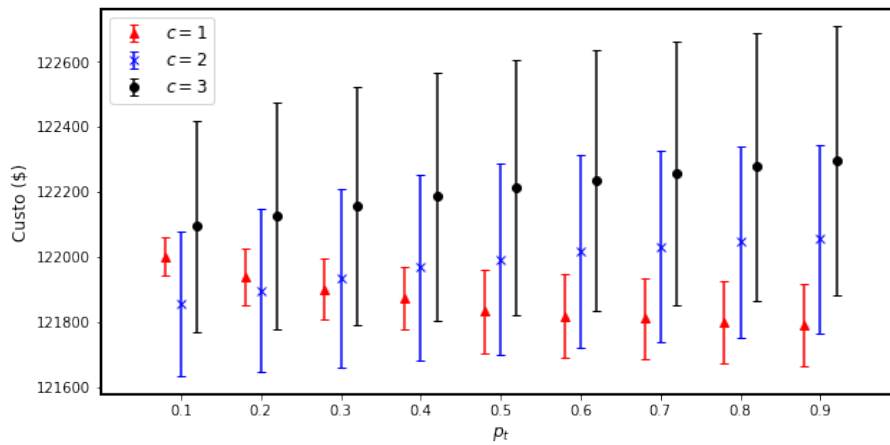
Tabela A.3 – Dados para o caso 3 (Demanda:  $P^D = 10500$  MW).

| $k$ | $a_k$   | $b_k$ | $c_k$  | $e_k$ | $f_k$ | $\underline{P}_k^G$ (MW) | $\overline{P}_k^G$ (MW) |
|-----|---------|-------|--------|-------|-------|--------------------------|-------------------------|
| 1   | 0,0069  | 6,73  | 94,705 | 100,0 | 0,084 | 36,0                     | 114,0                   |
| 2   | 0,0069  | 6,73  | 94,705 | 100,0 | 0,084 | 36,0                     | 114,0                   |
| 3   | 0,02028 | 7,07  | 309,54 | 100,0 | 0,084 | 60,0                     | 120,0                   |
| 4   | 0,00942 | 8,18  | 369,03 | 150,0 | 0,063 | 80,0                     | 190,0                   |
| 5   | 0,0114  | 5,35  | 148,89 | 120,0 | 0,077 | 47,0                     | 97,0                    |
| 6   | 0,01142 | 8,05  | 222,33 | 100,0 | 0,084 | 68,0                     | 140,0                   |
| 7   | 0,00357 | 8,03  | 287,71 | 200,0 | 0,042 | 110,0                    | 300,0                   |
| 8   | 0,00492 | 6,99  | 391,98 | 200,0 | 0,042 | 135,0                    | 300,0                   |
| 9   | 0,00573 | 6,6   | 455,76 | 200,0 | 0,042 | 135,0                    | 300,0                   |
| 10  | 0,00605 | 12,9  | 722,82 | 200,0 | 0,042 | 130,0                    | 300,0                   |
| 11  | 0,00515 | 12,9  | 635,2  | 200,0 | 0,042 | 94,0                     | 375,0                   |
| 12  | 0,00569 | 12,8  | 654,69 | 200,0 | 0,042 | 94,0                     | 375,0                   |
| 13  | 0,00421 | 12,5  | 913,4  | 300,0 | 0,035 | 125,0                    | 500,0                   |
| 14  | 0,00752 | 8,84  | 1760,4 | 300,0 | 0,035 | 125,0                    | 500,0                   |
| 15  | 0,00708 | 9,15  | 1728,3 | 300,0 | 0,035 | 125,0                    | 500,0                   |
| 16  | 0,00708 | 9,15  | 1728,3 | 300,0 | 0,035 | 125,0                    | 500,0                   |
| 17  | 0,00313 | 7,97  | 647,85 | 300,0 | 0,035 | 220,0                    | 500,0                   |
| 18  | 0,00313 | 7,95  | 649,69 | 300,0 | 0,035 | 220,0                    | 500,0                   |
| 19  | 0,00313 | 7,97  | 647,83 | 300,0 | 0,035 | 242,0                    | 550,0                   |
| 20  | 0,00313 | 7,97  | 647,81 | 300,0 | 0,035 | 242,0                    | 550,0                   |
| 21  | 0,00298 | 6,63  | 785,96 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 22  | 0,00298 | 6,63  | 785,96 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 23  | 0,00284 | 6,66  | 794,53 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 24  | 0,00284 | 6,66  | 794,53 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 25  | 0,00277 | 7,1   | 801,32 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 26  | 0,00277 | 7,1   | 801,32 | 300,0 | 0,035 | 254,0                    | 550,0                   |
| 27  | 0,52124 | 3,33  | 1055,1 | 120,0 | 0,077 | 10,0                     | 150,0                   |
| 28  | 0,52124 | 3,33  | 1055,1 | 120,0 | 0,077 | 10,0                     | 150,0                   |
| 29  | 0,52124 | 3,33  | 1055,1 | 120,0 | 0,077 | 10,0                     | 150,0                   |
| 30  | 0,0114  | 5,35  | 148,89 | 120,0 | 0,077 | 47,0                     | 97,0                    |
| 31  | 0,0016  | 6,43  | 222,92 | 150,0 | 0,063 | 60,0                     | 190,0                   |
| 33  | 0,0016  | 6,43  | 222,92 | 150,0 | 0,063 | 60,0                     | 190,0                   |
| 33  | 0,0016  | 6,43  | 222,92 | 150,0 | 0,063 | 60,0                     | 190,0                   |
| 34  | 0,0001  | 8,95  | 107,87 | 200,0 | 0,042 | 90,0                     | 200,0                   |
| 35  | 0,0001  | 8,62  | 116,58 | 200,0 | 0,042 | 90,0                     | 200,0                   |
| 36  | 0,0001  | 8,62  | 116,58 | 200,0 | 0,042 | 90,0                     | 200,0                   |
| 37  | 0,0161  | 5,88  | 307,45 | 80,0  | 0,098 | 25,0                     | 110,0                   |
| 38  | 0,0161  | 5,88  | 307,45 | 80,0  | 0,098 | 25,0                     | 110,0                   |
| 39  | 0,0161  | 5,88  | 307,45 | 80,0  | 0,098 | 25,0                     | 110,0                   |
| 40  | 0,00313 | 7,97  | 647,83 | 300,0 | 0,035 | 242,0                    | 550,0                   |

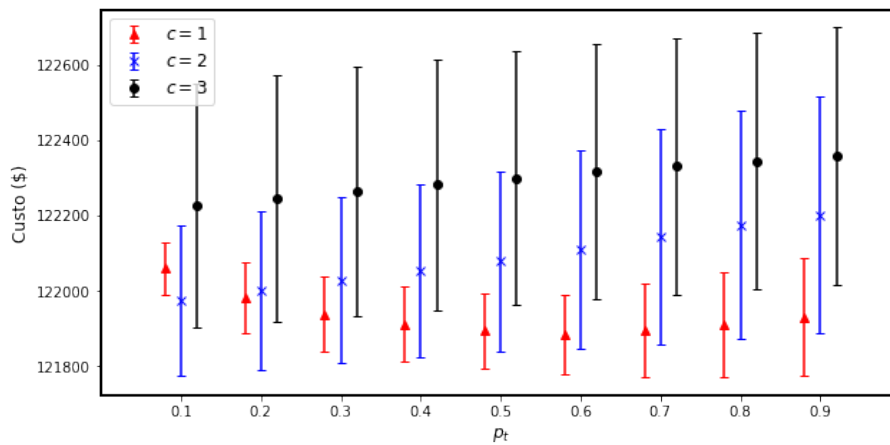
Fonte: [Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay \(2003\)](#).

Figura A.9 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (caso 3).

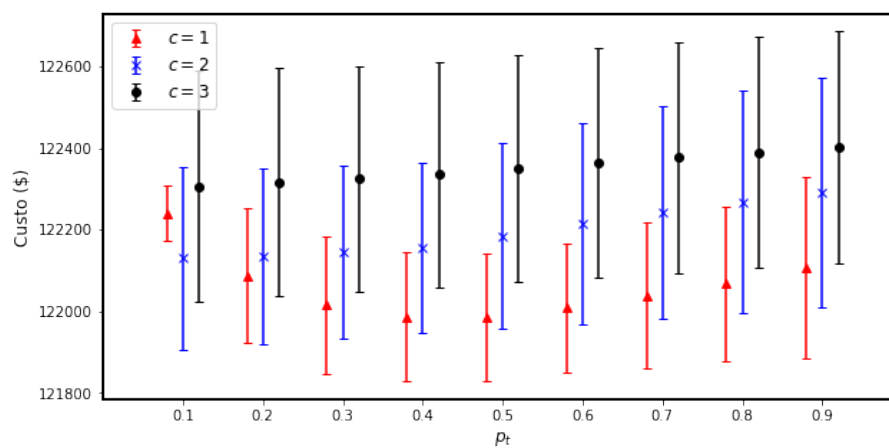
Fonte: Autor.

Figura A.10 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (caso 3).

Fonte: Autor.

Figura A.11 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (caso 3).

Fonte: Autor.

Figura A.12 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (caso 3).

Fonte: Autor.

# APÊNDICE B – DADOS DO PROBLEMA DE DE-PCV-ZOP-RT

Neste apêndice encontram-se as equações utilizadas para determinar os coeficientes  $e_k$  e  $f_k$  do problema de DE com PCV, ZOP e RT nos sistemas elétricos de 118 e 300 barras do IEEE.

Para determinar os coeficientes  $e_k$  e  $f_k$  foram utilizadas as seguintes equações propostas por [Pinheiro et al. \(2022\)](#):

$$e_k = \frac{5}{100} \left[ \frac{a_k \overline{P_k^G}^2 + b_k \overline{P_k^G} + a_k \underline{P_k^G}^2 + b_k \underline{P_k^G} + 2c_k}{2} \right], \quad \forall k \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1})$$

e

$$f_k = \frac{4\pi}{\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}}, \quad \forall k \in \mathcal{G}. \quad (\text{B.2})$$

Além disso, para gerar as ZOP para o sistema elétrico de 300 barras do IEEE, foram utilizadas as seguintes equações, também propostas por [Pinheiro et al. \(2022\)](#):

$$(\underline{P_{k,1}^G}, \overline{P_{k,1}^G}) = \left( \frac{1}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G}, \frac{2}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G} \right), \quad \forall k \in \mathcal{G}, \quad (\text{B.3})$$

$$(\underline{P_{k,2}^G}, \overline{P_{k,2}^G}) = \left( \frac{3}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G}, \frac{4}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G} \right), \quad \forall k \in \mathcal{G}, \quad (\text{B.4})$$

$$(\underline{P_{k,3}^G}, \overline{P_{k,3}^G}) = \left( \frac{5}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G}, \frac{6}{7} [\overline{P_k^G} - \underline{P_k^G}] + \underline{P_k^G} \right), \quad \forall k \in \mathcal{G}. \quad (\text{B.5})$$

# APÊNDICE C – DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS IEEE

Neste apêndice encontram-se os dados do sistema elétrico de 118 barras do IEEE. Para uma maior precisão dos coeficientes  $a_k$  da Tabela C.3, consultar [Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas \(2011\)](#) e [Thurner et al. \(2018\)](#).

## C.1 Sistema IEEE de 118 Barras

Tabela C.1 – Dados dos geradores (Sistema IEEE de 118 barras).

| Barra | $P_k^G$<br>(MW) | $Q_k^G$<br>(MVar) | $\overline{Q}_k^G$<br>(MVar) | $\underline{Q}_k^G$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\overline{P}_k^G$<br>(MW) | $\underline{P}_k^G$<br>(MW) | $a_k$  | $b_k$ | $c_k$ |
|-------|-----------------|-------------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|--------|-------|-------|
| 1     | 0,0             | 0                 | 15                           | -5                            | 0,955         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 4     | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,998         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 6     | 0,0             | 0                 | 50                           | -13                           | 0,99          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 8     | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 1,015         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 10    | 450,0           | 0                 | 200                          | -147                          | 1,05          | 550,0                      | 0                           | 0,0222 | 20    | 0     |
| 12    | 85,0            | 0                 | 120                          | -35                           | 0,99          | 185,0                      | 0                           | 0,1176 | 20    | 0     |
| 15    | 0,0             | 0                 | 30                           | -10                           | 0,97          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 18    | 0,0             | 0                 | 50                           | -16                           | 0,973         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 19    | 0,0             | 0                 | 24                           | -8                            | 0,962         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 24    | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,992         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 25    | 220,0           | 0                 | 140                          | -47                           | 1,05          | 320,0                      | 0                           | 0,0454 | 20    | 0     |
| 26    | 314,0           | 0                 | 1000                         | -1000                         | 1,015         | 414,0                      | 0                           | 0,0318 | 20    | 0     |
| 27    | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,968         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 31    | 7,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,967         | 107,0                      | 0                           | 1,4286 | 20    | 0     |
| 32    | 0,0             | 0                 | 42                           | -14                           | 0,963         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 34    | 0,0             | 0                 | 24                           | -8                            | 0,984         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 36    | 0,0             | 0                 | 24                           | -8                            | 0,98          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 40    | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,97          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 42    | 0,0             | 0                 | 300                          | -300                          | 0,985         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 46    | 19,0            | 0                 | 100                          | -100                          | 1,005         | 119,0                      | 0                           | 0,5263 | 20    | 0     |
| 49    | 204,0           | 0                 | 210                          | -85                           | 1,025         | 304,0                      | 0                           | 0,0490 | 20    | 0     |
| 54    | 48,0            | 0                 | 300                          | -300                          | 0,955         | 148,0                      | 0                           | 0,2083 | 20    | 0     |
| 55    | 0,0             | 0                 | 23                           | -8                            | 0,952         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 56    | 0,0             | 0                 | 15                           | -8                            | 0,954         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 59    | 155,0           | 0                 | 180                          | -60                           | 0,985         | 255,0                      | 0                           | 0,0645 | 20    | 0     |
| 61    | 160,0           | 0                 | 300                          | -100                          | 0,995         | 260,0                      | 0                           | 0,0625 | 20    | 0     |
| 62    | 0,0             | 0                 | 20                           | -20                           | 0,998         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |

| Barra | $P_k^G$<br>(MW) | $Q_k^G$<br>(MVA <sub>r</sub> ) | $\overline{Q_k^G}$<br>(MVA <sub>r</sub> ) | $\underline{Q_k^G}$<br>(MVA <sub>r</sub> ) | $V_k$<br>(pu) | $\overline{P_k^G}$<br>(MW) | $\underline{P_k^G}$<br>(MW) | $a_k$  | $b_k$ | $c_k$ |
|-------|-----------------|--------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|--------|-------|-------|
| 65    | 391,0           | 0                              | 200                                       | -67                                        | 1,005         | 491,0                      | 0                           | 0,0256 | 20    | 0     |
| 66    | 392,0           | 0                              | 200                                       | -67                                        | 1,05          | 492,0                      | 0                           | 0,0255 | 20    | 0     |
| 69    | 516,4           | 0                              | 300                                       | -300                                       | 1,035         | 805,2                      | 0                           | 0,0194 | 20    | 0     |
| 70    | 0,0             | 0                              | 32                                        | -10                                        | 0,984         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 72    | 0,0             | 0                              | 100                                       | -100                                       | 0,98          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 73    | 0,0             | 0                              | 100                                       | -100                                       | 0,991         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 74    | 0,0             | 0                              | 9                                         | -6                                         | 0,958         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 76    | 0,0             | 0                              | 23                                        | -8                                         | 0,943         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 77    | 0,0             | 0                              | 70                                        | -20                                        | 1,006         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 80    | 477,0           | 0                              | 280                                       | -165                                       | 1,04          | 577,0                      | 0                           | 0,0211 | 20    | 0     |
| 85    | 0,0             | 0                              | 23                                        | -8                                         | 0,985         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 87    | 4,0             | 0                              | 1000                                      | -100                                       | 1,015         | 104,0                      | 0                           | 2,5    | 20    | 0     |
| 89    | 607,0           | 0                              | 300                                       | -210                                       | 1,005         | 707,0                      | 0                           | 0,0165 | 20    | 0     |
| 90    | 0,0             | 0                              | 300                                       | -300                                       | 0,985         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 91    | 0,0             | 0                              | 100                                       | -100                                       | 0,98          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 92    | 0,0             | 0                              | 9                                         | -3                                         | 0,99          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 99    | 0,0             | 0                              | 100                                       | -100                                       | 1,01          | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 100   | 252,0           | 0                              | 155                                       | -50                                        | 1,017         | 352,0                      | 0                           | 0,0397 | 20    | 0     |
| 103   | 40,0            | 0                              | 40                                        | -15                                        | 1,01          | 140,0                      | 0                           | 0,25   | 20    | 0     |
| 104   | 0,0             | 0                              | 23                                        | -8                                         | 0,971         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 105   | 0,0             | 0                              | 23                                        | -8                                         | 0,965         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 107   | 0,0             | 0                              | 200                                       | -200                                       | 0,952         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 110   | 0,0             | 0                              | 23                                        | -8                                         | 0,973         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 111   | 36,0            | 0                              | 1000                                      | -100                                       | 0,98          | 136,0                      | 0                           | 0,2778 | 20    | 0     |
| 112   | 0,0             | 0                              | 1000                                      | -100                                       | 0,975         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 113   | 0,0             | 0                              | 200                                       | -100                                       | 0,993         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |
| 116   | 0,0             | 0                              | 1000                                      | -1000                                      | 1,005         | 100,0                      | 0                           | 0,01   | 40    | 0     |

Fonte: [Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas \(2011\)](#) e [Thurner et al. \(2018\)](#).

Dados de barra (Sistema IEEE de 118 barras).

| Barra | Tipo | $P_k^D$<br>(MW) | $Q_k^D$<br>(MVA <sub>r</sub> ) | $b_{sh}^k$<br>(MVA <sub>r</sub> ) | $V_k$<br>(pu) | $\theta$<br>(°) | $\overline{V_k}$<br>(pu) | $\underline{V_k}$<br>(pu) |
|-------|------|-----------------|--------------------------------|-----------------------------------|---------------|-----------------|--------------------------|---------------------------|
| 1     | 2    | 51              | 27                             | 0                                 | 0,955         | 10,67           | 1,06                     | 0,94                      |
| 2     | 1    | 20              | 9                              | 0                                 | 0,971         | 11,22           | 1,06                     | 0,94                      |
| 3     | 1    | 39              | 10                             | 0                                 | 0,968         | 11,56           | 1,06                     | 0,94                      |
| 4     | 2    | 39              | 12                             | 0                                 | 0,998         | 15,28           | 1,06                     | 0,94                      |
| 5     | 1    | 0               | 0                              | -40                               | 1,002         | 15,73           | 1,06                     | 0,94                      |
| 6     | 2    | 52              | 22                             | 0                                 | 0,99          | 13,0            | 1,06                     | 0,94                      |
| 7     | 1    | 19              | 2                              | 0                                 | 0,989         | 12,56           | 1,06                     | 0,94                      |
| 8     | 2    | 28              | 0                              | 0                                 | 1,015         | 20,77           | 1,06                     | 0,94                      |
| 9     | 1    | 0               | 0                              | 0                                 | 1,043         | 28,02           | 1,06                     | 0,94                      |

| Barra | Tipo | $P_k^D$<br>(MW) | $Q_k^D$<br>(MVar) | $b_{sh}^k$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\theta$<br>(°) | $\bar{V}_k$<br>(pu) | $\underline{V}_k$<br>(pu) |
|-------|------|-----------------|-------------------|----------------------|---------------|-----------------|---------------------|---------------------------|
| 10    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,05          | 35,61           | 1,06                | 0,94                      |
| 11    | 1    | 70              | 23                | 0                    | 0,985         | 12,72           | 1,06                | 0,94                      |
| 12    | 2    | 47              | 10                | 0                    | 0,99          | 12,2            | 1,06                | 0,94                      |
| 13    | 1    | 34              | 16                | 0                    | 0,968         | 11,35           | 1,06                | 0,94                      |
| 14    | 1    | 14              | 1                 | 0                    | 0,984         | 11,5            | 1,06                | 0,94                      |
| 15    | 2    | 90              | 30                | 0                    | 0,97          | 11,23           | 1,06                | 0,94                      |
| 16    | 1    | 25              | 10                | 0                    | 0,984         | 11,91           | 1,06                | 0,94                      |
| 17    | 1    | 11              | 3                 | 0                    | 0,995         | 13,74           | 1,06                | 0,94                      |
| 18    | 2    | 60              | 34                | 0                    | 0,973         | 11,53           | 1,06                | 0,94                      |
| 19    | 2    | 45              | 25                | 0                    | 0,963         | 11,05           | 1,06                | 0,94                      |
| 20    | 1    | 18              | 3                 | 0                    | 0,958         | 11,93           | 1,06                | 0,94                      |
| 21    | 1    | 14              | 8                 | 0                    | 0,959         | 13,52           | 1,06                | 0,94                      |
| 22    | 1    | 10              | 5                 | 0                    | 0,97          | 16,08           | 1,06                | 0,94                      |
| 23    | 1    | 7               | 3                 | 0                    | 1,0           | 21,0            | 1,06                | 0,94                      |
| 24    | 2    | 13              | 0                 | 0                    | 0,992         | 20,89           | 1,06                | 0,94                      |
| 25    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,05          | 27,93           | 1,06                | 0,94                      |
| 26    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,015         | 29,71           | 1,06                | 0,94                      |
| 27    | 2    | 71              | 13                | 0                    | 0,968         | 15,35           | 1,06                | 0,94                      |
| 28    | 1    | 17              | 7                 | 0                    | 0,962         | 13,62           | 1,06                | 0,94                      |
| 29    | 1    | 24              | 4                 | 0                    | 0,963         | 12,63           | 1,06                | 0,94                      |
| 30    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,968         | 18,79           | 1,06                | 0,94                      |
| 31    | 2    | 43              | 27                | 0                    | 0,967         | 12,75           | 1,06                | 0,94                      |
| 32    | 2    | 59              | 23                | 0                    | 0,964         | 14,8            | 1,06                | 0,94                      |
| 33    | 1    | 23              | 9                 | 0                    | 0,972         | 10,63           | 1,06                | 0,94                      |
| 34    | 2    | 59              | 26                | 14                   | 0,986         | 11,3            | 1,06                | 0,94                      |
| 35    | 1    | 33              | 9                 | 0                    | 0,981         | 10,87           | 1,06                | 0,94                      |
| 36    | 2    | 31              | 17                | 0                    | 0,98          | 10,87           | 1,06                | 0,94                      |
| 37    | 1    | 0               | 0                 | -25                  | 0,992         | 11,77           | 1,06                | 0,94                      |
| 38    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,962         | 16,91           | 1,06                | 0,94                      |
| 39    | 1    | 27              | 11                | 0                    | 0,97          | 8,41            | 1,06                | 0,94                      |
| 40    | 2    | 66              | 23                | 0                    | 0,97          | 7,35            | 1,06                | 0,94                      |
| 41    | 1    | 37              | 10                | 0                    | 0,967         | 6,92            | 1,06                | 0,94                      |
| 42    | 2    | 96              | 23                | 0                    | 0,985         | 8,53            | 1,06                | 0,94                      |
| 43    | 1    | 18              | 7                 | 0                    | 0,978         | 11,28           | 1,06                | 0,94                      |
| 44    | 1    | 16              | 8                 | 10                   | 0,985         | 13,82           | 1,06                | 0,94                      |
| 45    | 1    | 53              | 22                | 10                   | 0,987         | 15,67           | 1,06                | 0,94                      |
| 46    | 2    | 28              | 10                | 10                   | 1,005         | 18,49           | 1,06                | 0,94                      |
| 47    | 1    | 34              | 0                 | 0                    | 1,017         | 20,73           | 1,06                | 0,94                      |
| 48    | 1    | 20              | 11                | 15                   | 1,021         | 19,93           | 1,06                | 0,94                      |
| 49    | 2    | 87              | 30                | 0                    | 1,025         | 20,94           | 1,06                | 0,94                      |
| 50    | 1    | 17              | 4                 | 0                    | 1,001         | 18,9            | 1,06                | 0,94                      |
| 51    | 1    | 17              | 8                 | 0                    | 0,967         | 16,28           | 1,06                | 0,94                      |
| 52    | 1    | 18              | 5                 | 0                    | 0,957         | 15,32           | 1,06                | 0,94                      |
| 53    | 1    | 23              | 11                | 0                    | 0,946         | 14,35           | 1,06                | 0,94                      |
| 54    | 2    | 113             | 32                | 0                    | 0,955         | 15,26           | 1,06                | 0,94                      |
| 55    | 2    | 63              | 22                | 0                    | 0,952         | 14,97           | 1,06                | 0,94                      |
| 56    | 2    | 84              | 18                | 0                    | 0,954         | 15,16           | 1,06                | 0,94                      |

| Barra | Tipo | $P_k^D$<br>(MW) | $Q_k^D$<br>(MVar) | $b_{sh}^k$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\theta$<br>(°) | $\bar{V}_k$<br>(pu) | $\underline{V}_k$<br>(pu) |
|-------|------|-----------------|-------------------|----------------------|---------------|-----------------|---------------------|---------------------------|
| 57    | 1    | 12              | 3                 | 0                    | 0,971         | 16,36           | 1,06                | 0,94                      |
| 58    | 1    | 12              | 3                 | 0                    | 0,959         | 15,51           | 1,06                | 0,94                      |
| 59    | 2    | 277             | 113               | 0                    | 0,985         | 19,37           | 1,06                | 0,94                      |
| 60    | 1    | 78              | 3                 | 0                    | 0,993         | 23,15           | 1,06                | 0,94                      |
| 61    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 0,995         | 24,04           | 1,06                | 0,94                      |
| 62    | 2    | 77              | 14                | 0                    | 0,998         | 23,43           | 1,06                | 0,94                      |
| 63    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,969         | 22,75           | 1,06                | 0,94                      |
| 64    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,984         | 24,52           | 1,06                | 0,94                      |
| 65    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,005         | 27,65           | 1,06                | 0,94                      |
| 66    | 2    | 39              | 18                | 0                    | 1,05          | 27,48           | 1,06                | 0,94                      |
| 67    | 1    | 28              | 7                 | 0                    | 1,02          | 24,84           | 1,06                | 0,94                      |
| 68    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 1,003         | 27,55           | 1,06                | 0,94                      |
| 69    | 3    | 0               | 0                 | 0                    | 1,035         | 30,0            | 1,06                | 0,94                      |
| 70    | 2    | 66              | 20                | 0                    | 0,984         | 22,58           | 1,06                | 0,94                      |
| 71    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,987         | 22,15           | 1,06                | 0,94                      |
| 72    | 2    | 12              | 0                 | 0                    | 0,98          | 20,98           | 1,06                | 0,94                      |
| 73    | 2    | 6               | 0                 | 0                    | 0,991         | 21,94           | 1,06                | 0,94                      |
| 74    | 2    | 68              | 27                | 12                   | 0,958         | 21,64           | 1,06                | 0,94                      |
| 75    | 1    | 47              | 11                | 0                    | 0,967         | 22,91           | 1,06                | 0,94                      |
| 76    | 2    | 68              | 36                | 0                    | 0,943         | 21,77           | 1,06                | 0,94                      |
| 77    | 2    | 61              | 28                | 0                    | 1,006         | 26,72           | 1,06                | 0,94                      |
| 78    | 1    | 71              | 26                | 0                    | 1,003         | 26,42           | 1,06                | 0,94                      |
| 79    | 1    | 39              | 32                | 20                   | 1,009         | 26,72           | 1,06                | 0,94                      |
| 80    | 2    | 130             | 26                | 0                    | 1,04          | 28,96           | 1,06                | 0,94                      |
| 81    | 1    | 0               | 0                 | 0                    | 0,997         | 28,1            | 1,06                | 0,94                      |
| 82    | 1    | 54              | 27                | 20                   | 0,989         | 27,24           | 1,06                | 0,94                      |
| 83    | 1    | 20              | 10                | 10                   | 0,985         | 28,42           | 1,06                | 0,94                      |
| 84    | 1    | 11              | 7                 | 0                    | 0,98          | 30,95           | 1,06                | 0,94                      |
| 85    | 2    | 24              | 15                | 0                    | 0,985         | 32,51           | 1,06                | 0,94                      |
| 86    | 1    | 21              | 10                | 0                    | 0,987         | 31,14           | 1,06                | 0,94                      |
| 87    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,015         | 31,4            | 1,06                | 0,94                      |
| 88    | 1    | 48              | 10                | 0                    | 0,987         | 35,64           | 1,06                | 0,94                      |
| 89    | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 1,005         | 39,69           | 1,06                | 0,94                      |
| 90    | 2    | 163             | 42                | 0                    | 0,985         | 33,29           | 1,06                | 0,94                      |
| 91    | 2    | 10              | 0                 | 0                    | 0,98          | 33,31           | 1,06                | 0,94                      |
| 92    | 2    | 65              | 10                | 0                    | 0,993         | 33,8            | 1,06                | 0,94                      |
| 93    | 1    | 12              | 7                 | 0                    | 0,987         | 30,79           | 1,06                | 0,94                      |
| 94    | 1    | 30              | 16                | 0                    | 0,991         | 28,64           | 1,06                | 0,94                      |
| 95    | 1    | 42              | 31                | 0                    | 0,981         | 27,67           | 1,06                | 0,94                      |
| 96    | 1    | 38              | 15                | 0                    | 0,993         | 27,51           | 1,06                | 0,94                      |
| 97    | 1    | 15              | 9                 | 0                    | 1,011         | 27,88           | 1,06                | 0,94                      |
| 98    | 1    | 34              | 8                 | 0                    | 1,024         | 27,4            | 1,06                | 0,94                      |
| 99    | 2    | 42              | 0                 | 0                    | 1,01          | 27,04           | 1,06                | 0,94                      |
| 100   | 2    | 37              | 18                | 0                    | 1,017         | 28,03           | 1,06                | 0,94                      |
| 101   | 1    | 22              | 15                | 0                    | 0,993         | 29,61           | 1,06                | 0,94                      |
| 102   | 1    | 5               | 3                 | 0                    | 0,991         | 32,3            | 1,06                | 0,94                      |
| 103   | 2    | 23              | 16                | 0                    | 1,001         | 24,44           | 1,06                | 0,94                      |

| Barra | Tipo | $P_k^D$<br>(MW) | $Q_k^D$<br>(MVar) | $b_{sh}^k$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\theta$<br>(°) | $\bar{V}_k$<br>(pu) | $\underline{V}_k$<br>(pu) |
|-------|------|-----------------|-------------------|----------------------|---------------|-----------------|---------------------|---------------------------|
| 104   | 2    | 38              | 25                | 0                    | 0,971         | 21,69           | 1,06                | 0,94                      |
| 105   | 2    | 31              | 26                | 20                   | 0,965         | 20,57           | 1,06                | 0,94                      |
| 106   | 1    | 43              | 16                | 0                    | 0,962         | 20,32           | 1,06                | 0,94                      |
| 107   | 2    | 50              | 12                | 6                    | 0,952         | 17,53           | 1,06                | 0,94                      |
| 108   | 1    | 2               | 1                 | 0                    | 0,967         | 19,38           | 1,06                | 0,94                      |
| 109   | 1    | 8               | 3                 | 0                    | 0,967         | 18,93           | 1,06                | 0,94                      |
| 110   | 2    | 39              | 30                | 6                    | 0,973         | 18,09           | 1,06                | 0,94                      |
| 111   | 2    | 0               | 0                 | 0                    | 0,98          | 19,74           | 1,06                | 0,94                      |
| 112   | 2    | 68              | 13                | 0                    | 0,975         | 14,99           | 1,06                | 0,94                      |
| 113   | 2    | 6               | 0                 | 0                    | 0,993         | 13,74           | 1,06                | 0,94                      |
| 114   | 1    | 8               | 3                 | 0                    | 0,96          | 14,46           | 1,06                | 0,94                      |
| 115   | 1    | 22              | 7                 | 0                    | 0,96          | 14,46           | 1,06                | 0,94                      |
| 116   | 2    | 184             | 0                 | 0                    | 1,005         | 27,12           | 1,06                | 0,94                      |
| 117   | 1    | 20              | 8                 | 0                    | 0,974         | 10,67           | 1,06                | 0,94                      |
| 118   | 1    | 33              | 15                | 0                    | 0,949         | 21,92           | 1,06                | 0,94                      |

Fonte: [Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas \(2011\)](#) e [Thurner et al. \(2018\)](#).

Tabela C.2 – Dados de ramo (Sistema IEEE de 118 barras).

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | $tap$ (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 1            | 2             | 0,0303        | 0,0999        | 0,0254             |            |
| 1            | 3             | 0,0129        | 0,0424        | 0,01082            |            |
| 4            | 5             | 0,00176       | 0,00798       | 0,0021             |            |
| 3            | 5             | 0,0241        | 0,108         | 0,0284             |            |
| 5            | 6             | 0,0119        | 0,054         | 0,01426            |            |
| 6            | 7             | 0,00459       | 0,0208        | 0,0055             |            |
| 8            | 9             | 0,00244       | 0,0305        | 1,162              |            |
| 8            | 5             | 0,0           | 0,0267        | 0,0                | 0,985      |
| 9            | 10            | 0,00258       | 0,0322        | 1,23               |            |
| 4            | 11            | 0,0209        | 0,0688        | 0,01748            |            |
| 5            | 11            | 0,0203        | 0,0682        | 0,01738            |            |
| 11           | 12            | 0,00595       | 0,0196        | 0,00502            |            |
| 2            | 12            | 0,0187        | 0,0616        | 0,01572            |            |
| 3            | 12            | 0,0484        | 0,16          | 0,0406             |            |
| 7            | 12            | 0,00862       | 0,034         | 0,00874            |            |
| 11           | 13            | 0,02225       | 0,0731        | 0,01876            |            |
| 12           | 14            | 0,0215        | 0,0707        | 0,01816            |            |
| 13           | 15            | 0,0744        | 0,2444        | 0,06268            |            |
| 14           | 15            | 0,0595        | 0,195         | 0,0502             |            |
| 12           | 16            | 0,0212        | 0,0834        | 0,0214             |            |
| 15           | 17            | 0,0132        | 0,0437        | 0,0444             |            |
| 16           | 17            | 0,0454        | 0,1801        | 0,0466             |            |
| 17           | 18            | 0,0123        | 0,0505        | 0,01298            |            |
| 18           | 19            | 0,01119       | 0,0493        | 0,01142            |            |
| 19           | 20            | 0,0252        | 0,117         | 0,0298             |            |

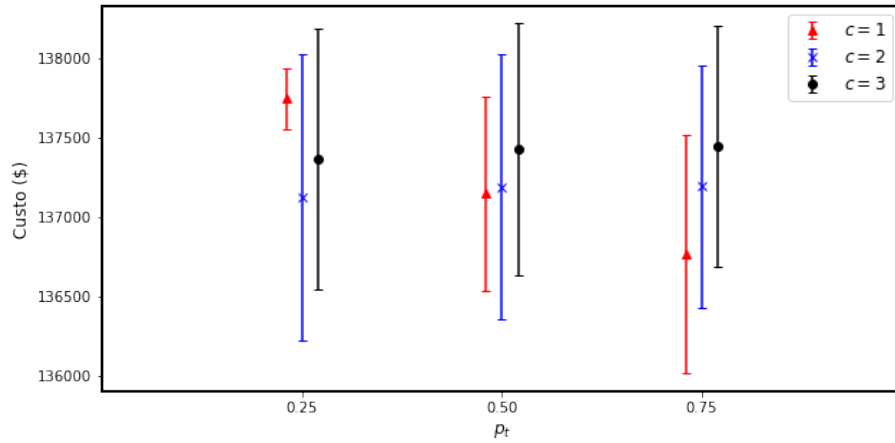
| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 35           | 36            | 0,00224       | 0,0102        | 0,00268            |          |
| 35           | 37            | 0,011         | 0,0497        | 0,01318            |          |
| 33           | 37            | 0,0415        | 0,142         | 0,0366             |          |
| 34           | 36            | 0,00871       | 0,0268        | 0,00568            |          |
| 34           | 37            | 0,00256       | 0,0094        | 0,00984            |          |
| 38           | 37            | 0,0           | 0,0375        | 0,0                | 0,935    |
| 37           | 39            | 0,0321        | 0,106         | 0,027              |          |
| 37           | 40            | 0,0593        | 0,168         | 0,042              |          |
| 30           | 38            | 0,00464       | 0,054         | 0,422              |          |
| 39           | 40            | 0,0184        | 0,0605        | 0,01552            |          |
| 40           | 41            | 0,0145        | 0,0487        | 0,01222            |          |
| 40           | 42            | 0,0555        | 0,183         | 0,0466             |          |
| 41           | 42            | 0,041         | 0,135         | 0,0344             |          |
| 43           | 44            | 0,0608        | 0,2454        | 0,06068            |          |
| 34           | 43            | 0,0413        | 0,1681        | 0,04226            |          |
| 44           | 45            | 0,0224        | 0,0901        | 0,0224             |          |
| 45           | 46            | 0,04          | 0,1356        | 0,0332             |          |
| 46           | 47            | 0,038         | 0,127         | 0,0316             |          |
| 46           | 48            | 0,0601        | 0,189         | 0,0472             |          |
| 47           | 49            | 0,0191        | 0,0625        | 0,01604            |          |
| 42           | 49            | 0,0715        | 0,323         | 0,086              |          |
| 42           | 49            | 0,0715        | 0,323         | 0,086              |          |
| 45           | 49            | 0,0684        | 0,186         | 0,0444             |          |
| 48           | 49            | 0,0179        | 0,0505        | 0,01258            |          |
| 49           | 50            | 0,0267        | 0,0752        | 0,01874            |          |
| 49           | 51            | 0,0486        | 0,137         | 0,0342             |          |
| 51           | 52            | 0,0203        | 0,0588        | 0,01396            |          |
| 52           | 53            | 0,0405        | 0,1635        | 0,04058            |          |
| 53           | 54            | 0,0263        | 0,122         | 0,031              |          |
| 49           | 54            | 0,073         | 0,289         | 0,0738             |          |
| 49           | 54            | 0,0869        | 0,291         | 0,073              |          |
| 54           | 55            | 0,0169        | 0,0707        | 0,0202             |          |
| 54           | 56            | 0,00275       | 0,00955       | 0,00732            |          |
| 55           | 56            | 0,00488       | 0,0151        | 0,00374            |          |
| 56           | 57            | 0,0343        | 0,0966        | 0,0242             |          |
| 50           | 57            | 0,0474        | 0,134         | 0,0332             |          |
| 56           | 58            | 0,0343        | 0,0966        | 0,0242             |          |
| 51           | 58            | 0,0255        | 0,0719        | 0,01788            |          |
| 54           | 59            | 0,0503        | 0,2293        | 0,0598             |          |
| 56           | 59            | 0,0825        | 0,251         | 0,0569             |          |
| 56           | 59            | 0,0803        | 0,239         | 0,0536             |          |
| 55           | 59            | 0,04739       | 0,2158        | 0,05646            |          |
| 59           | 60            | 0,0317        | 0,145         | 0,0376             |          |
| 59           | 61            | 0,0328        | 0,15          | 0,0388             |          |
| 60           | 61            | 0,00264       | 0,0135        | 0,01456            |          |
| 60           | 62            | 0,0123        | 0,0561        | 0,01468            |          |
| 61           | 62            | 0,00824       | 0,0376        | 0,0098             |          |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km} (pu)$ | $x_{km} (pu)$ | $b_{km}^{sh} (pu)$ | $tap (pu)$ |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 63           | 59            | 0,0           | 0,0386        | 0,0                | 0,96       |
| 63           | 64            | 0,00172       | 0,02          | 0,216              |            |
| 64           | 61            | 0,0           | 0,0268        | 0,0                | 0,985      |
| 38           | 65            | 0,00901       | 0,0986        | 1,046              |            |
| 64           | 65            | 0,00269       | 0,0302        | 0,38               |            |
| 49           | 66            | 0,018         | 0,0919        | 0,0248             |            |
| 49           | 66            | 0,018         | 0,0919        | 0,0248             |            |
| 62           | 66            | 0,0482        | 0,218         | 0,0578             |            |
| 62           | 67            | 0,0258        | 0,117         | 0,031              |            |
| 65           | 66            | 0,0           | 0,037         | 0,0                | 0,935      |
| 66           | 67            | 0,0224        | 0,1015        | 0,02682            |            |
| 65           | 68            | 0,00138       | 0,016         | 0,638              |            |
| 47           | 69            | 0,0844        | 0,2778        | 0,07092            |            |
| 49           | 69            | 0,0985        | 0,324         | 0,0828             |            |
| 68           | 69            | 0,0           | 0,037         | 0,0                | 0,935      |
| 69           | 70            | 0,03          | 0,127         | 0,122              |            |
| 24           | 70            | 0,00221       | 0,4115        | 0,10198            |            |
| 70           | 71            | 0,00882       | 0,0355        | 0,00878            |            |
| 24           | 72            | 0,0488        | 0,196         | 0,0488             |            |
| 71           | 72            | 0,0446        | 0,18          | 0,04444            |            |
| 71           | 73            | 0,00866       | 0,0454        | 0,01178            |            |
| 70           | 74            | 0,0401        | 0,1323        | 0,03368            |            |
| 70           | 75            | 0,0428        | 0,141         | 0,036              |            |
| 69           | 75            | 0,0405        | 0,122         | 0,124              |            |
| 74           | 75            | 0,0123        | 0,0406        | 0,01034            |            |
| 76           | 77            | 0,0444        | 0,148         | 0,0368             |            |
| 69           | 77            | 0,0309        | 0,101         | 0,1038             |            |
| 75           | 77            | 0,0601        | 0,1999        | 0,04978            |            |
| 77           | 78            | 0,00376       | 0,0124        | 0,01264            |            |
| 78           | 79            | 0,00546       | 0,0244        | 0,00648            |            |
| 77           | 80            | 0,017         | 0,0485        | 0,0472             |            |
| 77           | 80            | 0,0294        | 0,105         | 0,0228             |            |
| 79           | 80            | 0,0156        | 0,0704        | 0,0187             |            |
| 68           | 81            | 0,00175       | 0,0202        | 0,808              |            |
| 81           | 80            | 0,0           | 0,037         | 0,0                | 0,935      |
| 77           | 82            | 0,0298        | 0,0853        | 0,08174            |            |
| 82           | 83            | 0,0112        | 0,03665       | 0,03796            |            |
| 83           | 84            | 0,0625        | 0,132         | 0,0258             |            |
| 83           | 85            | 0,043         | 0,148         | 0,0348             |            |
| 84           | 85            | 0,0302        | 0,0641        | 0,01234            |            |
| 85           | 86            | 0,035         | 0,123         | 0,0276             |            |
| 86           | 87            | 0,02828       | 0,2074        | 0,0445             | 1,0        |
| 85           | 88            | 0,02          | 0,102         | 0,0276             |            |
| 85           | 89            | 0,0239        | 0,173         | 0,047              |            |
| 88           | 89            | 0,0139        | 0,0712        | 0,01934            |            |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 89           | 90            | 0,0518        | 0,188         | 0,0528             |          |
| 89           | 90            | 0,0238        | 0,0997        | 0,106              |          |
| 90           | 91            | 0,0254        | 0,0836        | 0,0214             |          |
| 89           | 92            | 0,0099        | 0,0505        | 0,0548             |          |
| 89           | 92            | 0,0393        | 0,1581        | 0,0414             |          |
| 91           | 92            | 0,0387        | 0,1272        | 0,03268            |          |
| 92           | 93            | 0,0258        | 0,0848        | 0,0218             |          |
| 92           | 94            | 0,0481        | 0,158         | 0,0406             |          |
| 93           | 94            | 0,0223        | 0,0732        | 0,01876            |          |
| 94           | 95            | 0,0132        | 0,0434        | 0,0111             |          |
| 80           | 96            | 0,0356        | 0,182         | 0,0494             |          |
| 82           | 96            | 0,0162        | 0,053         | 0,0544             |          |
| 94           | 96            | 0,0269        | 0,0869        | 0,023              |          |
| 80           | 97            | 0,0183        | 0,0934        | 0,0254             |          |
| 80           | 98            | 0,0238        | 0,108         | 0,0286             |          |
| 80           | 99            | 0,0454        | 0,206         | 0,0546             |          |
| 92           | 100           | 0,0648        | 0,295         | 0,0472             |          |
| 94           | 100           | 0,0178        | 0,058         | 0,0604             |          |
| 95           | 96            | 0,0171        | 0,0547        | 0,01474            |          |
| 96           | 97            | 0,0173        | 0,0885        | 0,024              |          |
| 98           | 100           | 0,0397        | 0,179         | 0,0476             |          |
| 99           | 100           | 0,018         | 0,0813        | 0,0216             |          |
| 100          | 101           | 0,0277        | 0,1262        | 0,0328             |          |
| 92           | 102           | 0,0123        | 0,0559        | 0,01464            |          |
| 101          | 102           | 0,0246        | 0,112         | 0,0294             |          |
| 100          | 103           | 0,016         | 0,0525        | 0,0536             |          |
| 100          | 104           | 0,0451        | 0,204         | 0,0541             |          |
| 103          | 104           | 0,0466        | 0,1584        | 0,0407             |          |
| 103          | 105           | 0,0535        | 0,1625        | 0,0408             |          |
| 100          | 106           | 0,0605        | 0,229         | 0,062              |          |
| 104          | 105           | 0,00994       | 0,0378        | 0,00986            |          |
| 105          | 106           | 0,014         | 0,0547        | 0,01434            |          |
| 105          | 107           | 0,053         | 0,183         | 0,0472             |          |
| 105          | 108           | 0,0261        | 0,0703        | 0,01844            |          |
| 106          | 107           | 0,053         | 0,183         | 0,0472             |          |
| 108          | 109           | 0,0105        | 0,0288        | 0,0076             |          |
| 103          | 110           | 0,03906       | 0,1813        | 0,0461             |          |
| 109          | 110           | 0,0278        | 0,0762        | 0,0202             |          |
| 110          | 111           | 0,022         | 0,0755        | 0,02               |          |
| 110          | 112           | 0,0247        | 0,064         | 0,062              |          |
| 17           | 113           | 0,00913       | 0,0301        | 0,00768            |          |
| 32           | 113           | 0,0615        | 0,203         | 0,0518             |          |
| 32           | 114           | 0,0135        | 0,0612        | 0,01628            |          |
| 27           | 115           | 0,0164        | 0,0741        | 0,01972            |          |
| 114          | 115           | 0,0023        | 0,0104        | 0,00276            |          |
| 68           | 116           | 0,00034       | 0,00405       | 0,164              | 1,0      |
| 12           | 117           | 0,0329        | 0,14          | 0,0358             |          |
| 75           | 118           | 0,0145        | 0,0481        | 0,01198            |          |
| 76           | 118           | 0,0164        | 0,0544        | 0,01356            |          |

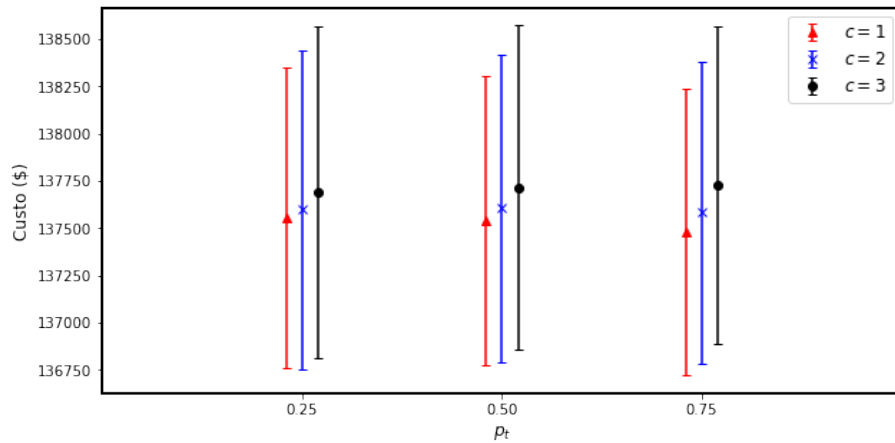
Para definir os parâmetros  $c$ ,  $p_t$  e  $r^{gap}$  da metaheurística CLPSO, foram realizados 5 execuções do método para o problema em questão e calculados os valores médios e desvios padrão. Os parâmetros  $c$  e  $r^{gap}$  foram variados em passos unitários no intervalo de 1 a 3 e 0 a 3, respectivamente. Já  $p_t$  foi variado em passos discretos de 0,25 no intervalo de 0,25 a 0,75. Os gráficos de barra de erro abaixo ilustram os valores médios centralizados nas barras de dispersão que possuem tamanho de 1 desvio padrão para mais e para menos. Foram utilizados enxames de 40 partículas e 100 iterações. A configuração para o sistema elétrico teste de 118 barras do IEEE que acarreta na menor perda média e custo médio foi:  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 1$  e  $p_t = 0,75$ , com custo médio de \$ 136767,8508 e desvio padrão de \$ 752,6615 para o problema de DE-PCV-ZOP-RT, e  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 1$  e  $p_t = 0,75$ , com perda média de 123,597 MW e desvio padrão de 0,595 MW para o problema de FPOR.

Figura C.1 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (DE-PCV-ZOP-RT).

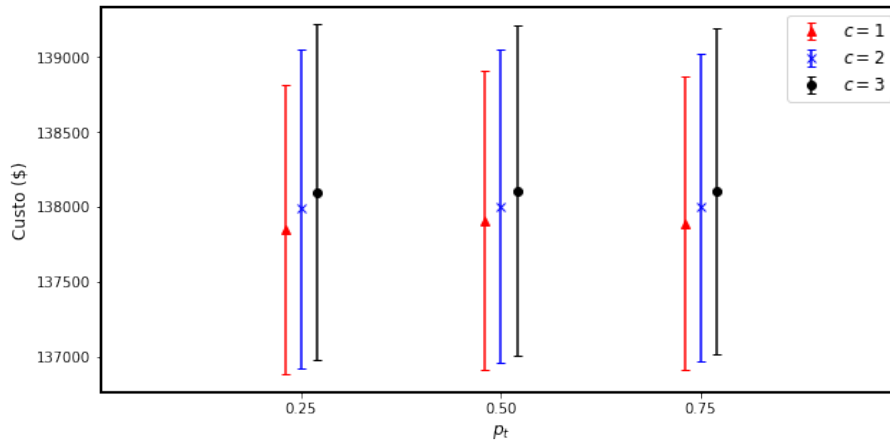


Fonte: Autor.

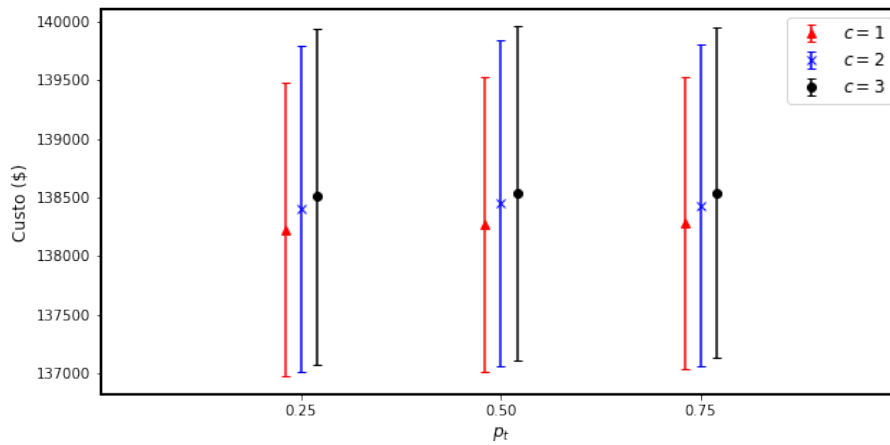
Figura C.2 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (DE-PCV-ZOP-RT).



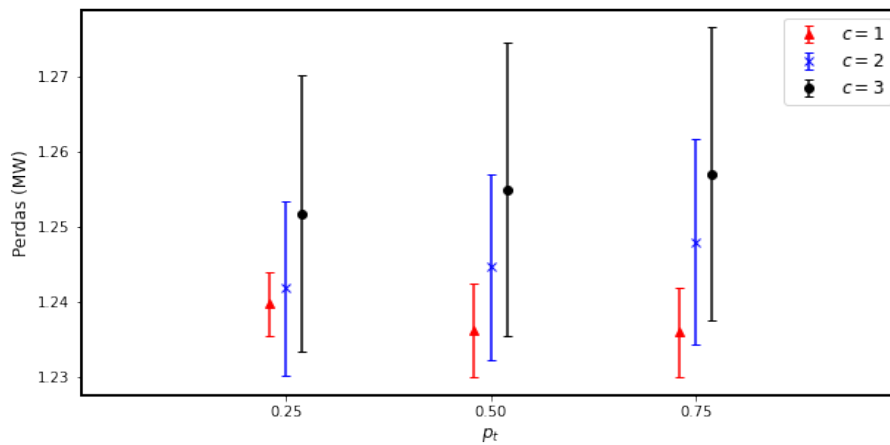
Fonte: Autor.

Figura C.3 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (DE-PCV-ZOP-RT).

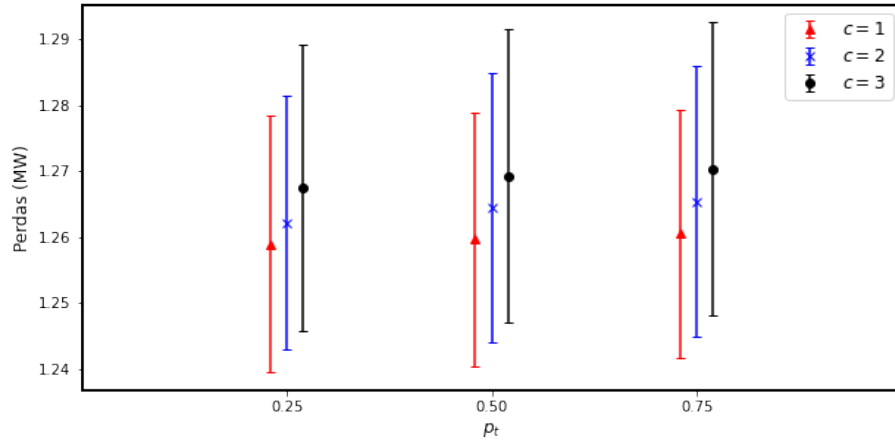
Fonte: Autor.

Figura C.4 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (DE-PCV-ZOP-RT).

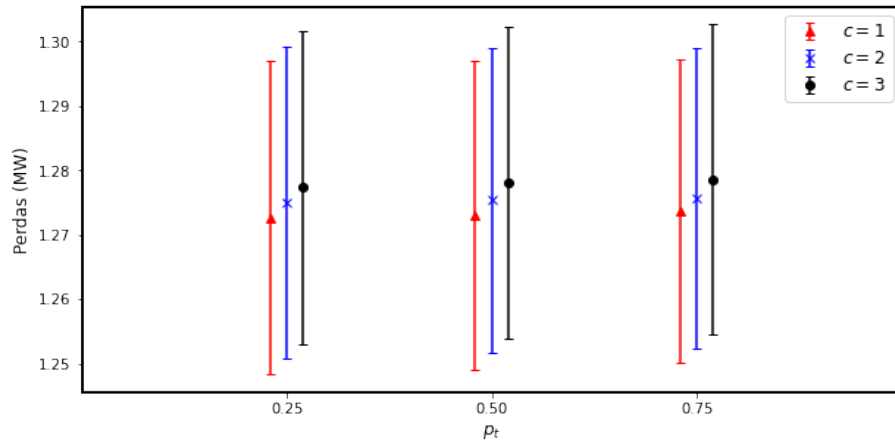
Fonte: Autor.

Figura C.5 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (FPOR).

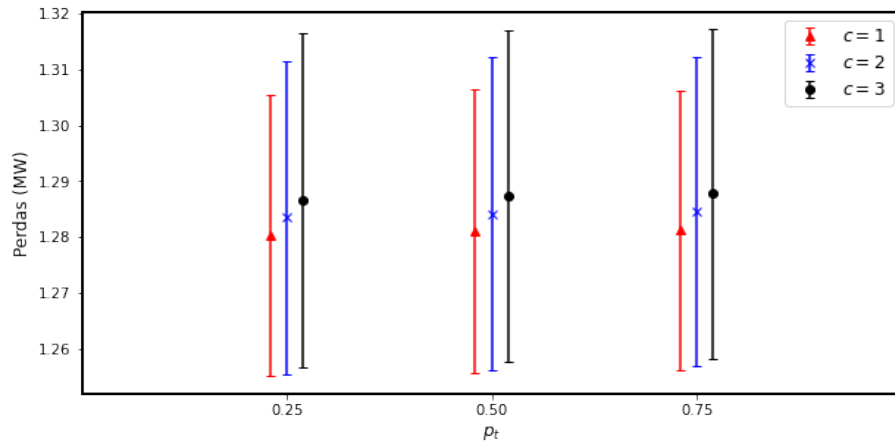
Fonte: Autor.

Figura C.6 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (FPOR).

Fonte: Autor.

Figura C.7 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (FPOR).

Fonte: Autor.

Figura C.8 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (FPOR).

Fonte: Autor.

### C.1.1 Sistema IEEE de 300 Barras

Tabela C.3 – Dados dos geradores (Sistema IEEE de 300 barras).

| Barra | $P_k^G$<br>(MW) | $Q_k^G$<br>(MVar) | $\overline{Q}_k^G$<br>(MVar) | $\underline{Q}_k^G$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\overline{P}_k^G$<br>(MW) | $\underline{P}_k^G$<br>(MW) |
|-------|-----------------|-------------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
| 8     | 0,0             | 0                 | 10,0                         | -10,0                         | 1,0153        | 100,0                      | 0                           |
| 10    | 0,0             | 0                 | 20,0                         | -20,0                         | 1,0205        | 100,0                      | 0                           |
| 20    | 0,0             | 0                 | 20,0                         | -20,0                         | 1,001         | 100,0                      | 0                           |
| 63    | 0,0             | 0                 | 25,0                         | -25,0                         | 0,9583        | 100,0                      | 0                           |
| 76    | 0,0             | 0                 | 35,0                         | 12,0                          | 0,9632        | 100,0                      | 0                           |
| 84    | 375,0           | 0                 | 240,0                        | -240,0                        | 1,025         | 475,0                      | 0                           |
| 91    | 155,0           | 0                 | 96,0                         | -11,0                         | 1,052         | 255,0                      | 0                           |
| 92    | 290,0           | 0                 | 153,0                        | -153,0                        | 1,052         | 390,0                      | 0                           |
| 98    | 68,0            | 0                 | 56,0                         | -30,0                         | 1,0           | 168,0                      | 0                           |
| 108   | 117,0           | 0                 | 77,0                         | -24,0                         | 0,99          | 217,0                      | 0                           |
| 119   | 1930,0          | 0                 | 1500,0                       | -500,0                        | 1,0435        | 2030,0                     | 0                           |
| 124   | 240,0           | 0                 | 120,0                        | -60,0                         | 1,0233        | 340,0                      | 0                           |
| 125   | 0,0             | 0                 | 200,0                        | -25,0                         | 1,0103        | 100,0                      | 0                           |
| 138   | 0,0             | 0                 | 350,0                        | -125,0                        | 1,055         | 100,0                      | 0                           |
| 141   | 281,0           | 0                 | 75,0                         | -50,0                         | 1,051         | 381,0                      | 0                           |
| 143   | 696,0           | 0                 | 300,0                        | -100,0                        | 1,0435        | 796,0                      | 0                           |
| 146   | 84,0            | 0                 | 35,0                         | -15,0                         | 1,0528        | 184,0                      | 0                           |
| 147   | 217,0           | 0                 | 100,0                        | -50,0                         | 1,0528        | 317,0                      | 0                           |
| 149   | 103,0           | 0                 | 50,0                         | -25,0                         | 1,0735        | 203,0                      | 0                           |
| 152   | 372,0           | 0                 | 175,0                        | -50,0                         | 1,0535        | 472,0                      | 0                           |
| 153   | 216,0           | 0                 | 90,0                         | -50,0                         | 1,0435        | 316,0                      | 0                           |
| 156   | 0,0             | 0                 | 15,0                         | -10,0                         | 0,963         | 100,0                      | 0                           |
| 170   | 205,0           | 0                 | 90,0                         | -40,0                         | 0,929         | 305,0                      | 0                           |
| 171   | 0,0             | 0                 | 150,0                        | -50,0                         | 0,983         | 100,0                      | 0                           |
| 176   | 228,0           | 0                 | 90,0                         | -45,0                         | 1,0522        | 328,0                      | 0                           |
| 177   | 84,0            | 0                 | 35,0                         | -15,0                         | 1,0077        | 184,0                      | 0                           |
| 185   | 200,0           | 0                 | 80,0                         | -50,0                         | 1,0522        | 300,0                      | 0                           |
| 186   | 1200,0          | 0                 | 400,0                        | -100,0                        | 1,065         | 1300,0                     | 0                           |
| 187   | 1200,0          | 0                 | 400,0                        | -100,0                        | 1,065         | 1300,0                     | 0                           |
| 190   | 475,0           | 0                 | 300,0                        | -300,0                        | 1,0551        | 575,0                      | 0                           |
| 191   | 1973,0          | 0                 | 1000,0                       | -1000,0                       | 1,0435        | 2073,0                     | 0                           |
| 198   | 424,0           | 0                 | 260,0                        | -260,0                        | 1,015         | 524,0                      | 0                           |
| 213   | 272,0           | 0                 | 150,0                        | -150,0                        | 1,01          | 372,0                      | 0                           |
| 220   | 100,0           | 0                 | 60,0                         | -60,0                         | 1,008         | 200,0                      | 0                           |
| 221   | 450,0           | 0                 | 320,0                        | -320,0                        | 1,0           | 550,0                      | 0                           |
| 222   | 250,0           | 0                 | 300,0                        | -300,0                        | 1,05          | 350,0                      | 0                           |
| 227   | 303,0           | 0                 | 300,0                        | -300,0                        | 1,0           | 403,0                      | 0                           |
| 230   | 345,0           | 0                 | 250,0                        | -250,0                        | 1,04          | 445,0                      | 0                           |
| 233   | 300,0           | 0                 | 500,0                        | -500,0                        | 1,0           | 400,0                      | 0                           |
| 236   | 600,0           | 0                 | 300,0                        | -300,0                        | 1,0165        | 700,0                      | 0                           |

| Barra | $P_k^G$<br>(MW) | $Q_k^G$<br>(MVar) | $\overline{Q_k^G}$<br>(MVar) | $\underline{Q_k^G}$<br>(MVar) | $V_k$<br>(pu) | $\overline{P_k^G}$<br>(MW) | $\underline{P_k^G}$<br>(MW) |
|-------|-----------------|-------------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
| 238   | 250,0           | 0                 | 200,0                        | -200,0                        | 1,01          | 350,0                      | 0                           |
| 239   | 550,0           | 0                 | 400,0                        | -400,0                        | 1,0           | 650,0                      | 0                           |
| 241   | 575,43          | 0                 | 600,0                        | -600,0                        | 1,05          | 675,43                     | 0                           |
| 242   | 170,0           | 0                 | 100,0                        | 40,0                          | 0,993         | 270,0                      | 0                           |
| 243   | 84,0            | 0                 | 80,0                         | 40,0                          | 1,01          | 184,0                      | 0                           |
| 7001  | 467,0           | 0                 | 210,0                        | -210,0                        | 1,0507        | 567,0                      | 0                           |
| 7002  | 623,0           | 0                 | 280,0                        | -280,0                        | 1,0507        | 723,0                      | 0                           |
| 7003  | 1210,0          | 0                 | 420,0                        | -420,0                        | 1,0323        | 1310,0                     | 0                           |
| 7011  | 234,0           | 0                 | 100,0                        | -100,0                        | 1,0145        | 334,0                      | 0                           |
| 7012  | 372,0           | 0                 | 224,0                        | -224,0                        | 1,0507        | 472,0                      | 0                           |
| 7017  | 330,0           | 0                 | 350,0                        | 0,0                           | 1,0507        | 430,0                      | 0                           |
| 7023  | 185,0           | 0                 | 120,0                        | 1,0                           | 1,0507        | 285,0                      | 0                           |
| 7024  | 410,0           | 0                 | 224,0                        | -224,0                        | 1,029         | 510,0                      | 0                           |
| 7039  | 500,0           | 0                 | 200,0                        | -200,0                        | 1,05          | 600,0                      | 0                           |
| 7044  | 37,0            | 0                 | 42,0                         | 0,0                           | 1,0145        | 137,0                      | 0                           |
| 7049  | 0,0             | 0                 | 10,0                         | 0,0                           | 1,0507        | 2399,005                   | 0                           |
| 7055  | 45,0            | 0                 | 25,0                         | 0,0                           | 0,9967        | 145,0                      | 0                           |
| 7057  | 165,0           | 0                 | 90,0                         | -90,0                         | 1,0212        | 265,0                      | 0                           |
| 7061  | 400,0           | 0                 | 150,0                        | -150,0                        | 1,0145        | 500,0                      | 0                           |
| 7062  | 400,0           | 0                 | 150,0                        | 0,0                           | 1,0017        | 500,0                      | 0                           |
| 7071  | 116,0           | 0                 | 87,0                         | 0,0                           | 0,9893        | 216,0                      | 0                           |
| 7130  | 1292,0          | 0                 | 600,0                        | -100,0                        | 1,0507        | 1392,0                     | 0                           |
| 7139  | 700,0           | 0                 | 325,0                        | -125,0                        | 1,0507        | 800,0                      | 0                           |
| 7166  | 553,0           | 0                 | 300,0                        | -200,0                        | 1,0145        | 653,0                      | 0                           |
| 9002  | 0,0             | 0                 | 2,0                          | -2,0                          | 0,9945        | 100,0                      | 0                           |
| 9051  | 0,0             | 0                 | 17,35                        | -17,35                        | 1,0           | 100,0                      | 0                           |
| 9053  | 0,0             | 0                 | 12,83                        | -12,8                         | 1,0           | 100,0                      | 0                           |
| 9054  | 50,0            | 0                 | 38,0                         | -38,0                         | 1,0           | 150,0                      | 0                           |
| 9055  | 8,0             | 0                 | 6,0                          | -6,0                          | 1,0           | 108,0                      | 0                           |

Fonte: [Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas \(2011\)](#).

Tabela C.4 – Dados de barra (Sistema IEEE de 300 barras).

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\overline{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|-----------------------|------------------------|
| 1     | 1    | 90,0         | 49,0           | 0,0               | 1,0284     | 5,95         | 1,1                   | 0,9                    |
| 2     | 1    | 56,0         | 15,0           | 0,0               | 1,0354     | 7,74         | 1,1                   | 0,9                    |
| 3     | 1    | 20,0         | 0,0            | 0,0               | 0,9971     | 6,64         | 1,1                   | 0,9                    |
| 4     | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0308     | 4,71         | 1,1                   | 0,9                    |
| 5     | 1    | 353,0        | 130,0          | 0,0               | 1,0191     | 4,68         | 1,1                   | 0,9                    |
| 6     | 1    | 120,0        | 41,0           | 0,0               | 1,0312     | 6,99         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7     | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9934     | 6,19         | 1,1                   | 0,9                    |
| 8     | 2    | 63,0         | 14,0           | 0,0               | 1,0153     | 2,4          | 1,1                   | 0,9                    |
| 9     | 1    | 96,0         | 43,0           | 0,0               | 1,0034     | 2,85         | 1,1                   | 0,9                    |
| 10    | 2    | 153,0        | 33,0           | 0,0               | 1,0205     | 1,35         | 1,1                   | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\bar{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|------------------|------------------------|
| 11    | 1    | 83,0         | 21,0           | 0,0               | 1,0057     | 2,46         | 1,1              | 0,9                    |
| 12    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9974     | 5,21         | 1,1              | 0,9                    |
| 13    | 1    | 58,0         | 10,0           | 0,0               | 0,9977     | -0,55        | 1,1              | 0,9                    |
| 14    | 1    | 160,0        | 60,0           | 0,0               | 0,9991     | -4,81        | 1,1              | 0,9                    |
| 15    | 1    | 126,7        | 23,0           | 0,0               | 1,0343     | -8,59        | 1,1              | 0,9                    |
| 16    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0315     | -2,65        | 1,1              | 0,9                    |
| 17    | 1    | 561,0        | 220,0          | 0,0               | 1,0649     | -13,1        | 1,1              | 0,9                    |
| 19    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,982      | 1,08         | 1,1              | 0,9                    |
| 20    | 2    | 605,0        | 120,0          | 0,0               | 1,001      | -2,46        | 1,1              | 0,9                    |
| 21    | 1    | 77,0         | 1,0            | 0,0               | 0,9752     | 1,62         | 1,1              | 0,9                    |
| 22    | 1    | 81,0         | 23,0           | 0,0               | 0,9963     | -1,97        | 1,1              | 0,9                    |
| 23    | 1    | 21,0         | 7,0            | 0,0               | 1,0501     | 3,94         | 1,1              | 0,9                    |
| 24    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0057     | 6,02         | 1,1              | 0,9                    |
| 25    | 1    | 45,0         | 12,0           | 0,0               | 1,0234     | 1,44         | 1,1              | 0,9                    |
| 26    | 1    | 28,0         | 9,0            | 0,0               | 0,9986     | -1,73        | 1,1              | 0,9                    |
| 27    | 1    | 69,0         | 13,0           | 0,0               | 0,975      | -4,9         | 1,1              | 0,9                    |
| 33    | 1    | 55,0         | 6,0            | 0,0               | 1,0244     | -12,02       | 1,1              | 0,9                    |
| 34    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0414     | -7,94        | 1,1              | 0,9                    |
| 35    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9757     | -25,72       | 1,1              | 0,9                    |
| 36    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0011     | -22,59       | 1,1              | 0,9                    |
| 37    | 1    | 85,0         | 32,0           | 0,0               | 1,0201     | -11,23       | 1,1              | 0,9                    |
| 38    | 1    | 155,0        | 18,0           | 0,0               | 1,0202     | -12,56       | 1,1              | 0,9                    |
| 39    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0535     | -5,81        | 1,1              | 0,9                    |
| 40    | 1    | 46,0         | -21,0          | 0,0               | 1,0216     | -12,78       | 1,1              | 0,9                    |
| 41    | 1    | 86,0         | 0,0            | 0,0               | 1,0292     | -10,45       | 1,1              | 0,9                    |
| 42    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0448     | -7,44        | 1,1              | 0,9                    |
| 43    | 1    | 39,0         | 9,0            | 0,0               | 1,0006     | -16,79       | 1,1              | 0,9                    |
| 44    | 1    | 195,0        | 29,0           | 0,0               | 1,0086     | -17,47       | 1,1              | 0,9                    |
| 45    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0215     | -14,74       | 1,1              | 0,9                    |
| 46    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0344     | -11,75       | 1,1              | 0,9                    |
| 47    | 1    | 58,0         | 11,8           | 0,0               | 0,9777     | -23,17       | 1,1              | 0,9                    |
| 48    | 1    | 41,0         | 19,0           | 0,0               | 1,0019     | -16,09       | 1,1              | 0,9                    |
| 49    | 1    | 92,0         | 26,0           | 0,0               | 1,0475     | -2,95        | 1,1              | 0,9                    |
| 51    | 1    | -5,0         | 5,0            | 0,0               | 1,0253     | -8,15        | 1,1              | 0,9                    |
| 52    | 1    | 61,0         | 28,0           | 0,0               | 0,9979     | -11,86       | 1,1              | 0,9                    |
| 53    | 1    | 69,0         | 3,0            | 0,0               | 0,9959     | -17,6        | 1,1              | 0,9                    |
| 54    | 1    | 10,0         | 1,0            | 0,0               | 1,005      | -16,25       | 1,1              | 0,9                    |
| 55    | 1    | 22,0         | 10,0           | 0,0               | 1,015      | -12,21       | 1,1              | 0,9                    |
| 57    | 1    | 98,0         | 20,0           | 0,0               | 1,0335     | -8,0         | 1,1              | 0,9                    |
| 58    | 1    | 14,0         | 1,0            | 0,0               | 0,9918     | -5,99        | 1,1              | 0,9                    |
| 59    | 1    | 218,0        | 106,0          | 0,0               | 0,9789     | -5,29        | 1,1              | 0,9                    |
| 60    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0246     | -9,56        | 1,1              | 0,9                    |
| 61    | 1    | 227,0        | 110,0          | 0,0               | 0,9906     | -3,47        | 1,1              | 0,9                    |
| 62    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,016      | -1,1         | 1,1              | 0,9                    |
| 63    | 2    | 70,0         | 30,0           | 0,0               | 0,9583     | -17,62       | 1,1              | 0,9                    |
| 64    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,948      | -12,97       | 1,1              | 0,9                    |
| 69    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,963      | -25,66       | 1,1              | 0,9                    |
| 70    | 1    | 56,0         | 20,0           | 0,0               | 0,9513     | -35,16       | 1,1              | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\overline{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|-----------------------|------------------------|
| 71    | 1    | 116,0        | 38,0           | 0,0               | 0,9793     | -29,88       | 1,1                   | 0,9                    |
| 72    | 1    | 57,0         | 19,0           | 0,0               | 0,9696     | -27,48       | 1,1                   | 0,9                    |
| 73    | 1    | 224,0        | 71,0           | 0,0               | 0,9775     | -25,77       | 1,1                   | 0,9                    |
| 74    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9964     | -22,0        | 1,1                   | 0,9                    |
| 76    | 2    | 208,0        | 107,0          | 0,0               | 0,9632     | -26,54       | 1,1                   | 0,9                    |
| 77    | 1    | 74,0         | 28,0           | 0,0               | 0,9837     | -24,94       | 1,1                   | 0,9                    |
| 78    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,99       | -24,05       | 1,1                   | 0,9                    |
| 79    | 1    | 48,0         | 14,0           | 0,0               | 0,982      | -24,97       | 1,1                   | 0,9                    |
| 80    | 1    | 28,0         | 7,0            | 0,0               | 0,9872     | -24,97       | 1,1                   | 0,9                    |
| 81    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,034      | -18,89       | 1,1                   | 0,9                    |
| 84    | 2    | 37,0         | 13,0           | 0,0               | 1,025      | -17,16       | 1,1                   | 0,9                    |
| 85    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9872     | -17,68       | 1,1                   | 0,9                    |
| 86    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9909     | -14,19       | 1,1                   | 0,9                    |
| 87    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9921     | -7,77        | 1,1                   | 0,9                    |
| 88    | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0151     | -20,96       | 1,1                   | 0,9                    |
| 89    | 1    | 44,2         | 0,0            | 0,0               | 1,0317     | -11,13       | 1,1                   | 0,9                    |
| 90    | 1    | 66,0         | 0,0            | 0,0               | 1,0272     | -11,23       | 1,1                   | 0,9                    |
| 91    | 2    | 17,40        | 0,0            | 0,0               | 1,052      | -9,4         | 1,1                   | 0,9                    |
| 92    | 2    | 15,8         | 0,0            | 0,0               | 1,052      | -6,2         | 1,1                   | 0,9                    |
| 94    | 1    | 60,3         | 0,0            | 0,0               | 0,993      | -9,42        | 1,1                   | 0,9                    |
| 97    | 1    | 39,9         | 0,0            | 0,0               | 1,0183     | -13,24       | 1,1                   | 0,9                    |
| 98    | 2    | 66,7         | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -14,6        | 1,1                   | 0,9                    |
| 99    | 1    | 83,5         | 0,0            | 0,0               | 0,9894     | -20,27       | 1,1                   | 0,9                    |
| 100   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,006      | -14,45       | 1,1                   | 0,9                    |
| 102   | 1    | 77,80        | 0,0            | 0,0               | 1,0008     | -15,23       | 1,1                   | 0,9                    |
| 103   | 1    | 32,0         | 0,0            | 0,0               | 1,0288     | -12,06       | 1,1                   | 0,9                    |
| 104   | 1    | 8,60         | 0,0            | 0,0               | 0,9958     | -17,33       | 1,1                   | 0,9                    |
| 105   | 1    | 49,6         | 0,0            | 0,0               | 1,0223     | -12,94       | 1,1                   | 0,9                    |
| 107   | 1    | 4,6          | 0,0            | 0,0               | 1,0095     | -16,03       | 1,1                   | 0,9                    |
| 108   | 2    | 112,1        | 0,0            | 0,0               | 0,99       | -20,26       | 1,1                   | 0,9                    |
| 109   | 1    | 30,7         | 0,0            | 0,0               | 0,9749     | -26,06       | 1,1                   | 0,9                    |
| 110   | 1    | 63,0         | 0,0            | 0,0               | 0,973      | -24,72       | 1,1                   | 0,9                    |
| 112   | 1    | 19,6         | 0,0            | 0,0               | 0,9725     | -28,69       | 1,1                   | 0,9                    |
| 113   | 1    | 26,2         | 0,0            | 0,0               | 0,97       | -25,38       | 1,1                   | 0,9                    |
| 114   | 1    | 18,2         | 0,0            | 0,0               | 0,9747     | -28,59       | 1,1                   | 0,9                    |
| 115   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9603     | -13,57       | 1,1                   | 0,9                    |
| 116   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0249     | -12,69       | 1,1                   | 0,9                    |
| 117   | 1    | 0,0          | 0,0            | 325,0             | 0,9348     | -4,72        | 1,1                   | 0,9                    |
| 118   | 1    | 14,1         | 650,0          | 0,0               | 0,9298     | -4,12        | 1,1                   | 0,9                    |
| 119   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0435     | 5,17         | 1,1                   | 0,9                    |
| 120   | 1    | 777,0        | 215,0          | 55,0              | 0,9584     | -8,77        | 1,1                   | 0,9                    |
| 121   | 1    | 535,0        | 55,0           | 0,0               | 0,9871     | -12,64       | 1,1                   | 0,9                    |
| 122   | 1    | 229,1        | 11,8           | 0,0               | 0,9728     | -14,36       | 1,1                   | 0,9                    |
| 123   | 1    | 78,0         | 1,4            | 0,0               | 1,0006     | -17,64       | 1,1                   | 0,9                    |
| 124   | 2    | 276,4        | 59,3           | 0,0               | 1,0233     | -13,49       | 1,1                   | 0,9                    |
| 125   | 2    | 514,8        | 82,7           | 0,0               | 1,0103     | -18,43       | 1,1                   | 0,9                    |
| 126   | 1    | 57,9         | 5,1            | 0,0               | 0,9978     | -12,86       | 1,1                   | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\bar{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|------------------|------------------------|
| 127   | 1    | 380,8        | 37,0           | 0,0               | 1,0001     | -10,52       | 1,1              | 0,9                    |
| 128   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0024     | -4,78        | 1,1              | 0,9                    |
| 129   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0028     | -4,4         | 1,1              | 0,9                    |
| 130   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0191     | 5,56         | 1,1              | 0,9                    |
| 131   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9861     | 6,06         | 1,1              | 0,9                    |
| 132   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0045     | 3,04         | 1,1              | 0,9                    |
| 133   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,002      | -5,46        | 1,1              | 0,9                    |
| 134   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,022      | -8,04        | 1,1              | 0,9                    |
| 135   | 1    | 169,20       | 41,6           | 0,0               | 1,0193     | -6,76        | 1,1              | 0,9                    |
| 136   | 1    | 55,2         | 18,2           | 0,0               | 1,0476     | 1,54         | 1,1              | 0,9                    |
| 137   | 1    | 273,6        | 99,8           | 0,0               | 1,0471     | -1,45        | 1,1              | 0,9                    |
| 138   | 2    | 1019,2       | 135,2          | 0,0               | 1,055      | -6,35        | 1,1              | 0,9                    |
| 139   | 1    | 595,0        | 83,30          | 0,0               | 1,0117     | -3,57        | 1,1              | 0,9                    |
| 140   | 1    | 387,7        | 114,7          | 0,0               | 1,043      | -3,44        | 1,1              | 0,9                    |
| 141   | 2    | 145,0        | 58,0           | 0,0               | 1,051      | 0,05         | 1,1              | 0,9                    |
| 142   | 1    | 56,5         | 24,5           | 0,0               | 1,0155     | -2,77        | 1,1              | 0,9                    |
| 143   | 2    | 89,5         | 35,5           | 0,0               | 1,0435     | 4,03         | 1,1              | 0,9                    |
| 144   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,016      | -0,7         | 1,1              | 0,9                    |
| 145   | 1    | 24,0         | 14,0           | 0,0               | 1,0081     | -0,16        | 1,1              | 0,9                    |
| 146   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0528     | 4,32         | 1,1              | 0,9                    |
| 147   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0528     | 8,36         | 1,1              | 0,9                    |
| 148   | 1    | 63,0         | 25,0           | 0,0               | 1,0577     | 0,28         | 1,1              | 0,9                    |
| 149   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0735     | 5,23         | 1,1              | 0,9                    |
| 150   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9869     | 6,34         | 1,1              | 0,9                    |
| 151   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0048     | 4,13         | 1,1              | 0,9                    |
| 152   | 2    | 17,0         | 9,0            | 0,0               | 1,0535     | 9,24         | 1,1              | 0,9                    |
| 153   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0435     | 10,46        | 1,1              | 0,9                    |
| 154   | 1    | 70,0         | 5,0            | 34,5              | 0,9663     | -1,8         | 1,1              | 0,9                    |
| 155   | 1    | 200,0        | 50,0           | 0,0               | 1,0177     | 6,75         | 1,1              | 0,9                    |
| 156   | 2    | 75,0         | 50,0           | 0,0               | 0,963      | 5,15         | 1,1              | 0,9                    |
| 157   | 1    | 123,5        | -24,3          | 0,0               | 0,9845     | -11,93       | 1,1              | 0,9                    |
| 158   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9987     | -11,4        | 1,1              | 0,9                    |
| 159   | 1    | 33,0         | 16,5           | 0,0               | 0,9867     | -9,82        | 1,1              | 0,9                    |
| 160   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9998     | -12,55       | 1,1              | 0,9                    |
| 161   | 1    | 35,0         | 15,0           | 0,0               | 1,036      | 8,850        | 1,1              | 0,9                    |
| 162   | 1    | 85,0         | 24,0           | 0,0               | 0,9918     | 18,5         | 1,1              | 0,9                    |
| 163   | 1    | 0,0          | 0,4            | 0,0               | 1,041      | 2,91         | 1,1              | 0,9                    |
| 164   | 1    | 0,0          | 0,0            | -212,0            | 0,9840     | 9,66         | 1,1              | 0,9                    |
| 165   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0002     | 26,31        | 1,1              | 0,9                    |
| 166   | 1    | 0,0          | 0,0            | -103,0            | 0,9973     | 30,22        | 1,1              | 0,9                    |
| 167   | 1    | 299,9        | 95,7           | 0,0               | 0,9715     | -6,91        | 1,1              | 0,9                    |
| 168   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0024     | -4,8         | 1,1              | 0,9                    |
| 169   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9879     | -6,68        | 1,1              | 0,9                    |
| 170   | 2    | 481,8        | 205,0          | 0,0               | 0,929      | 0,090        | 1,1              | 0,9                    |
| 171   | 2    | 763,6        | 291,1          | 0,0               | 0,9829     | -9,94        | 1,1              | 0,9                    |
| 172   | 1    | 26,5         | 0,0            | 0,0               | 1,0244     | -6,22        | 1,1              | 0,9                    |
| 173   | 1    | 163,5        | 43,0           | 53,0              | 0,9837     | -12,75       | 1,1              | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\bar{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|------------------|------------------------|
| 174   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0622     | -2,69        | 1,1              | 0,9                    |
| 175   | 1    | 176,0        | 83,0           | 0,0               | 0,973      | -7,21        | 1,1              | 0,9                    |
| 176   | 2    | 5,0          | 4,0            | 0,0               | 1,0522     | 4,67         | 1,1              | 0,9                    |
| 177   | 2    | 28,0         | 12,0           | 0,0               | 1,0077     | 0,62         | 1,1              | 0,9                    |
| 178   | 1    | 427,4        | 173,6          | 0,0               | 0,9397     | -6,56        | 1,1              | 0,9                    |
| 179   | 1    | 74,0         | 29,0           | 45,0              | 0,9699     | -9,37        | 1,1              | 0,9                    |
| 180   | 1    | 69,5         | 49,3           | 0,0               | 0,9793     | -3,09        | 1,1              | 0,9                    |
| 181   | 1    | 73,4         | 0,0            | 0,0               | 1,0518     | -1,33        | 1,1              | 0,9                    |
| 182   | 1    | 240,7        | 89,0           | 0,0               | 1,0447     | -4,19        | 1,1              | 0,9                    |
| 183   | 1    | 40,0         | 4,0            | 0,0               | 0,9717     | 7,12         | 1,1              | 0,9                    |
| 184   | 1    | 136,8        | 16,6           | 0,0               | 1,0386     | -6,85        | 1,1              | 0,9                    |
| 185   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0522     | -4,33        | 1,1              | 0,9                    |
| 186   | 2    | 59,8         | 24,3           | 0,0               | 1,065      | 2,17         | 1,1              | 0,9                    |
| 187   | 2    | 59,8         | 24,3           | 0,0               | 1,065      | 1,4          | 1,1              | 0,9                    |
| 188   | 1    | 182,6        | 43,6           | 0,0               | 1,0533     | -0,72        | 1,1              | 0,9                    |
| 189   | 1    | 7,0          | 2,0            | 0,0               | 0,9975     | -25,84       | 1,1              | 0,9                    |
| 190   | 2    | 0,0          | 0,0            | -150,0            | 1,0551     | -20,62       | 1,1              | 0,9                    |
| 191   | 2    | 489,0        | 53,0           | 0,0               | 1,0435     | 12,25        | 1,1              | 0,9                    |
| 192   | 1    | 800,0        | 72,0           | 0,0               | 0,9374     | -11,18       | 1,1              | 0,9                    |
| 193   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9897     | -26,09       | 1,1              | 0,9                    |
| 194   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0489     | -19,21       | 1,1              | 0,9                    |
| 195   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0357     | -20,79       | 1,1              | 0,9                    |
| 196   | 1    | 10,0         | 3,0            | 0,0               | 0,9695     | -25,32       | 1,1              | 0,9                    |
| 197   | 1    | 43,0         | 14,0           | 0,0               | 0,9907     | -23,72       | 1,1              | 0,9                    |
| 198   | 2    | 64,0         | 21,0           | 0,0               | 1,015      | -20,58       | 1,1              | 0,9                    |
| 199   | 1    | 35,0         | 12,0           | 0,0               | 0,9528     | -26,05       | 1,1              | 0,9                    |
| 200   | 1    | 27,0         | 12,0           | 0,0               | 0,955      | -25,93       | 1,1              | 0,9                    |
| 201   | 1    | 41,0         | 14,0           | 0,0               | 0,9692     | -27,49       | 1,1              | 0,9                    |
| 202   | 1    | 38,0         | 13,0           | 0,0               | 0,9908     | -25,33       | 1,1              | 0,9                    |
| 203   | 1    | 42,0         | 14,0           | 0,0               | 1,0033     | -22,35       | 1,1              | 0,9                    |
| 204   | 1    | 72,0         | 24,0           | 0,0               | 0,9718     | -25,7        | 1,1              | 0,9                    |
| 205   | 1    | 0,0          | -5,0           | 0,0               | 0,9838     | -26,07       | 1,1              | 0,9                    |
| 206   | 1    | 12,0         | 2,0            | 0,0               | 0,9992     | -27,41       | 1,1              | 0,9                    |
| 207   | 1    | -21,0        | -14,2          | 0,0               | 1,0137     | -27,44       | 1,1              | 0,9                    |
| 208   | 1    | 7,0          | 2,0            | 0,0               | 0,9929     | -26,28       | 1,1              | 0,9                    |
| 209   | 1    | 38,0         | 13,0           | 0,0               | 0,9999     | -25,66       | 1,1              | 0,9                    |
| 210   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9788     | -24,22       | 1,1              | 0,9                    |
| 211   | 1    | 96,0         | 7,0            | 0,0               | 1,0017     | -23,31       | 1,1              | 0,9                    |
| 212   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0132     | -22,51       | 1,1              | 0,9                    |
| 213   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,01       | -11,67       | 1,1              | 0,9                    |
| 214   | 1    | 22,0         | 16,0           | 0,0               | 0,9919     | -17,53       | 1,1              | 0,9                    |
| 215   | 1    | 47,0         | 26,0           | 0,0               | 0,9866     | -20,23       | 1,1              | 0,9                    |
| 216   | 1    | 176,0        | 105,0          | 0,0               | 0,9751     | -22,53       | 1,1              | 0,9                    |
| 217   | 1    | 100,0        | 75,0           | 0,0               | 1,0215     | -22,2        | 1,1              | 0,9                    |
| 218   | 1    | 131,0        | 96,0           | 0,0               | 1,0075     | -22,63       | 1,1              | 0,9                    |
| 219   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0554     | -21,15       | 1,1              | 0,9                    |
| 220   | 2    | 285,0        | 100,0          | 0,0               | 1,008      | -21,73       | 1,1              | 0,9                    |
| 221   | 2    | 171,0        | 70,0           | 0,0               | 1,0        | -22,49       | 1,1              | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\bar{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|------------------|------------------------|
| 222   | 2    | 328,0        | 188,0          | 0,0               | 1,05       | -23,17       | 1,1              | 0,9                    |
| 223   | 1    | 428,0        | 232,0          | 0,0               | 0,9965     | -22,7        | 1,1              | 0,9                    |
| 224   | 1    | 173,0        | 99,0           | 0,0               | 1,0002     | -21,55       | 1,1              | 0,9                    |
| 225   | 1    | 410,0        | 40,0           | 0,0               | 0,9453     | -11,34       | 1,1              | 0,9                    |
| 226   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,018      | -21,61       | 1,1              | 0,9                    |
| 227   | 2    | 538,0        | 369,0          | 0,0               | 1,0        | -27,22       | 1,1              | 0,9                    |
| 228   | 1    | 223,0        | 148,0          | 0,0               | 1,0423     | -20,94       | 1,1              | 0,9                    |
| 229   | 1    | 96,0         | 46,0           | 0,0               | 1,0496     | -19,94       | 1,1              | 0,9                    |
| 230   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,04       | -13,82       | 1,1              | 0,9                    |
| 231   | 1    | 159,0        | 107,0          | -300,0            | 1,0535     | -21,22       | 1,1              | 0,9                    |
| 232   | 1    | 448,0        | 143,0          | 0,0               | 1,0414     | -23,19       | 1,1              | 0,9                    |
| 233   | 2    | 404,0        | 212,0          | 0,0               | 1,0        | -25,9        | 1,1              | 0,9                    |
| 234   | 1    | 572,0        | 244,0          | 0,0               | 1,0387     | -20,89       | 1,1              | 0,9                    |
| 235   | 1    | 269,0        | 157,0          | 0,0               | 1,0095     | -21,03       | 1,1              | 0,9                    |
| 236   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0165     | -15,4        | 1,1              | 0,9                    |
| 237   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0558     | -21,1        | 1,1              | 0,9                    |
| 238   | 2    | 255,0        | 149,0          | -150,0            | 1,01       | -20,94       | 1,1              | 0,9                    |
| 239   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -15,86       | 1,1              | 0,9                    |
| 240   | 1    | 0,0          | 0,0            | -140,0            | 1,0237     | -20,14       | 1,1              | 0,9                    |
| 241   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,05       | -16,5        | 1,1              | 0,9                    |
| 242   | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,993      | -17,53       | 1,1              | 0,9                    |
| 243   | 2    | 8,0          | 3,0            | 0,0               | 1,01       | -19,27       | 1,1              | 0,9                    |
| 244   | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9921     | -20,21       | 1,1              | 0,9                    |
| 245   | 1    | 61,0         | 30,0           | 0,0               | 0,9711     | -20,9        | 1,1              | 0,9                    |
| 246   | 1    | 77,0         | 33,0           | 0,0               | 0,9651     | -21,74       | 1,1              | 0,9                    |
| 247   | 1    | 61,0         | 30,0           | 0,0               | 0,9688     | -21,67       | 1,1              | 0,9                    |
| 248   | 1    | 29,0         | 14,0           | 45,6              | 0,976      | -25,23       | 1,1              | 0,9                    |
| 249   | 1    | 29,0         | 14,0           | 0,0               | 0,9752     | -25,65       | 1,1              | 0,9                    |
| 250   | 1    | -23,0        | -17,0          | 0,0               | 1,0196     | -23,8        | 1,1              | 0,9                    |
| 281   | 1    | -33,1        | -29,4          | 0,0               | 1,0251     | -20,06       | 1,1              | 0,9                    |
| 319   | 1    | 115,8        | -24,0          | 0,0               | 1,0152     | 1,48         | 1,1              | 0,9                    |
| 320   | 1    | 2,4          | -12,6          | 0,0               | 1,0146     | -2,23        | 1,1              | 0,9                    |
| 322   | 1    | 2,4          | -3,9           | 0,0               | 1,0005     | -17,61       | 1,1              | 0,9                    |
| 323   | 1    | -14,9        | 26,5           | 0,0               | 0,981      | -13,69       | 1,1              | 0,9                    |
| 324   | 1    | 24,7         | -1,2           | 0,0               | 0,975      | -23,42       | 1,1              | 0,9                    |
| 526   | 1    | 145,3        | -34,9          | 0,0               | 0,9429     | -34,31       | 1,1              | 0,9                    |
| 528   | 1    | 28,1         | -20,5          | 0,0               | 0,9723     | -37,58       | 1,1              | 0,9                    |
| 531   | 1    | 14,0         | 2,5            | 0,0               | 0,9604     | -29,1        | 1,1              | 0,9                    |
| 552   | 1    | -11,1        | -1,4           | 0,0               | 1,0009     | -23,36       | 1,1              | 0,9                    |
| 562   | 1    | 50,5         | 17,40          | 0,0               | 0,9777     | -28,0        | 1,1              | 0,9                    |
| 609   | 1    | 29,6         | 0,6            | 0,0               | 0,9583     | -28,79       | 1,1              | 0,9                    |
| 664   | 1    | -113,7       | 76,7           | 0,0               | 1,0309     | -17,0        | 1,1              | 0,9                    |
| 1190  | 1    | 100,31       | 29,17          | 0,0               | 1,0128     | 3,9          | 1,1              | 0,9                    |
| 1200  | 1    | -100,0       | 34,17          | 0,0               | 1,0244     | -7,52        | 1,1              | 0,9                    |
| 1201  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0122     | -15,18       | 1,1              | 0,9                    |
| 2040  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9653     | -14,94       | 1,1              | 0,9                    |
| 7001  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 10,79        | 1,1              | 0,9                    |
| 7002  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 12,48        | 1,1              | 0,9                    |
| 7003  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0323     | 13,76        | 1,1              | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\overline{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|-----------------------|------------------------|
| 7011  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0145     | 4,99         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7012  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 11,57        | 1,1                   | 0,9                    |
| 7017  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | -10,47       | 1,1                   | 0,9                    |
| 7023  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 6,15         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7024  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,029      | 12,6         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7039  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,05       | 2,11         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7044  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0145     | -13,92       | 1,1                   | 0,9                    |
| 7049  | 3    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 0,0          | 1,1                   | 0,9                    |
| 7055  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9967     | -7,5         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7057  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0212     | -3,44        | 1,1                   | 0,9                    |
| 7061  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0145     | 1,97         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7062  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0017     | 5,8          | 1,1                   | 0,9                    |
| 7071  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9893     | -25,35       | 1,1                   | 0,9                    |
| 7130  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 19,02        | 1,1                   | 0,9                    |
| 7139  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0507     | 2,75         | 1,1                   | 0,9                    |
| 7166  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0145     | 35,05        | 1,1                   | 0,9                    |
| 9001  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0117     | -11,25       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9002  | 2    | 4,2          | 0,0            | 0,0               | 0,9945     | -18,86       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9003  | 1    | 2,71         | 0,94           | 2,4               | 0,9833     | -19,68       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9004  | 1    | 0,86         | 0,28           | 0,0               | 0,9768     | -19,82       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9005  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0117     | -11,32       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9006  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0029     | -17,42       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9007  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9913     | -18,69       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9012  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0023     | -17,27       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9021  | 1    | 4,75         | 1,56           | 0,0               | 0,9887     | -19,09       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9022  | 1    | 1,53         | 0,53           | 0,0               | 0,9648     | -21,67       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9023  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,9747     | -19,41       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9024  | 1    | 1,35         | 0,47           | 0,0               | 0,9706     | -21,43       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9025  | 1    | 0,45         | 0,16           | 0,0               | 0,9649     | -20,48       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9026  | 1    | 0,45         | 0,16           | 0,0               | 0,9657     | -20,39       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9031  | 1    | 1,84         | 0,64           | 0,0               | 0,9318     | -25,03       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9032  | 1    | 1,39         | 0,48           | 0,0               | 0,9441     | -23,84       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9033  | 1    | 1,89         | 0,65           | 0,0               | 0,9286     | -25,33       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9034  | 1    | 1,55         | 0,54           | 1,72              | 0,9973     | -21,1        | 1,1                   | 0,9                    |
| 9035  | 1    | 1,66         | 0,58           | 0,0               | 0,9506     | -23,19       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9036  | 1    | 3,03         | 1,0            | 0,0               | 0,9598     | -22,67       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9037  | 1    | 1,86         | 0,64           | 0,0               | 0,957      | -22,58       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9038  | 1    | 2,58         | 0,89           | 0,0               | 0,9391     | -24,41       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9041  | 1    | 1,01         | 0,35           | 0,0               | 0,9636     | -21,33       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9042  | 1    | 0,81         | 0,28           | 0,0               | 0,9501     | -22,5        | 1,1                   | 0,9                    |
| 9043  | 1    | 1,6          | 0,52           | 0,0               | 0,9646     | -21,42       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9044  | 1    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 0,979      | -19,78       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9051  | 2    | 35,81        | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -19,4        | 1,1                   | 0,9                    |
| 9052  | 1    | 30,0         | 23,0           | 0,0               | 0,9786     | -17,25       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9053  | 2    | 26,48        | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -17,68       | 1,1                   | 0,9                    |
| 9054  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -6,83        | 1,1                   | 0,9                    |
| 9055  | 2    | 0,0          | 0,0            | 0,0               | 1,0        | -7,54        | 1,1                   | 0,9                    |

| Barra | Tipo | $P_k^D$ (MW) | $Q_k^D$ (MVar) | $b_{sh}^k$ (MVar) | $V_k$ (pu) | $\theta$ (°) | $\bar{V}_k$ (pu) | $\underline{V}_k$ (pu) |
|-------|------|--------------|----------------|-------------------|------------|--------------|------------------|------------------------|
| 9071  | 1    | 1,02         | 0,35           | 0,0               | 0,9752     | -20,48       | 1,1              | 0,9                    |
| 9072  | 1    | 1,02         | 0,35           | 0,0               | 0,9803     | -19,92       | 1,1              | 0,9                    |
| 9121  | 1    | 3,8          | 1,25           | 0,0               | 0,9799     | -19,3        | 1,1              | 0,9                    |
| 9533  | 1    | 1,19         | 0,41           | 0,0               | 1,0402     | -18,24       | 1,1              | 0,9                    |

Fonte: Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas (2011).

Tabela C.5 – Dados de ramo (Sistema IEEE de 300 barras).

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | $tap$ (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 37           | 9001          | 6e-05         | 0,00046       | 0,0                | 1,0082     |
| 9001         | 9005          | 0,0008        | 0,00348       | 0,0                |            |
| 9001         | 9006          | 0,02439       | 0,43682       | 0,0                | 0,9668     |
| 9001         | 9012          | 0,03624       | 0,64898       | 0,0                | 0,9796     |
| 9005         | 9051          | 0,01578       | 0,37486       | 0,0                | 1,0435     |
| 9005         | 9052          | 0,01578       | 0,37486       | 0,0                | 0,9391     |
| 9005         | 9053          | 0,01602       | 0,38046       | 0,0                | 1,0435     |
| 9005         | 9054          | 0,0           | 0,152         | 0,0                | 1,0435     |
| 9005         | 9055          | 0,0           | 0,8           | 0,0                | 1,0435     |
| 9006         | 9007          | 0,05558       | 0,24666       | 0,0                |            |
| 9006         | 9003          | 0,11118       | 0,49332       | 0,0                |            |
| 9006         | 9003          | 0,11118       | 0,49332       | 0,0                |            |
| 9012         | 9002          | 0,07622       | 0,43286       | 0,0                |            |
| 9012         | 9002          | 0,07622       | 0,43286       | 0,0                |            |
| 9002         | 9021          | 0,0537        | 0,07026       | 0,0                |            |
| 9021         | 9023          | 1,1068        | 0,95278       | 0,0                |            |
| 9021         | 9022          | 0,44364       | 2,8152        | 0,0                | 1,0        |
| 9002         | 9024          | 0,50748       | 3,2202        | 0,0                | 1,0        |
| 9023         | 9025          | 0,66688       | 3,944         | 0,0                | 1,0        |
| 9023         | 9026          | 0,6113        | 3,6152        | 0,0                | 1,0        |
| 9007         | 9071          | 0,4412        | 2,9668        | 0,0                | 1,0        |
| 9007         | 9072          | 0,30792       | 2,057         | 0,0                | 1,0        |
| 9007         | 9003          | 0,0558        | 0,24666       | 0,0                |            |
| 9003         | 9031          | 0,73633       | 4,6724        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9032          | 0,76978       | 4,8846        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9033          | 0,75732       | 4,8056        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9044          | 0,07378       | 0,06352       | 0,0                |            |
| 9044         | 9004          | 0,03832       | 0,02894       | 0,0                |            |
| 9004         | 9041          | 0,36614       | 2,456         | 0,0                | 1,0        |
| 9004         | 9042          | 1,0593        | 5,4536        | 0,0                | 1,0        |
| 9004         | 9043          | 0,1567        | 1,6994        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9034          | 0,13006       | 1,3912        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9035          | 0,54484       | 3,4572        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9036          | 0,15426       | 1,6729        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9037          | 0,3849        | 2,5712        | 0,0                | 1,0        |
| 9003         | 9038          | 0,4412        | 2,9668        | 0,0                | 1,0        |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | $tap$ (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 9012         | 9121          | 0,23552       | 0,99036       | 0,0                |            |
| 9053         | 9533          | 0,0           | 0,75          | 0,0                | 0,9583     |
| 1            | 5             | 0,001         | 0,006         | 0,0                |            |
| 2            | 6             | 0,001         | 0,0090        | 0,0                |            |
| 2            | 8             | 0,006         | 0,027         | 0,054              |            |
| 3            | 7             | 0,0           | 0,003         | 0,0                |            |
| 3            | 19            | 0,008         | 0,069         | 0,139              |            |
| 3            | 150           | 0,001         | 0,007         | 0,0                |            |
| 4            | 16            | 0,002         | 0,019         | 1,127              |            |
| 5            | 9             | 0,006         | 0,029         | 0,018              |            |
| 7            | 12            | 0,001         | 0,0090        | 0,07               |            |
| 7            | 131           | 0,001         | 0,007         | 0,014              |            |
| 8            | 11            | 0,013         | 0,0595        | 0,033              |            |
| 8            | 14            | 0,013         | 0,042         | 0,081              |            |
| 9            | 11            | 0,006         | 0,027         | 0,013              |            |
| 11           | 13            | 0,008         | 0,034         | 0,018              |            |
| 12           | 21            | 0,002         | 0,015         | 0,118              |            |
| 13           | 20            | 0,006         | 0,034         | 0,016              |            |
| 14           | 15            | 0,014         | 0,042         | 0,097              |            |
| 15           | 37            | 0,065         | 0,248         | 0,121              |            |
| 15           | 89            | 0,099         | 0,248         | 0,035              |            |
| 15           | 90            | 0,096         | 0,363         | 0,048              |            |
| 16           | 42            | 0,002         | 0,022         | 1,28               |            |
| 19           | 21            | 0,002         | 0,018         | 0,036              |            |
| 19           | 87            | 0,013         | 0,08          | 0,151              |            |
| 20           | 22            | 0,016         | 0,033         | 0,015              |            |
| 20           | 27            | 0,069         | 0,186         | 0,098              |            |
| 21           | 24            | 0,004         | 0,034         | 0,28               |            |
| 22           | 23            | 0,052         | 0,111         | 0,05               |            |
| 23           | 25            | 0,019         | 0,039         | 0,018              |            |
| 24           | 319           | 0,007         | 0,068         | 0,134              |            |
| 25           | 26            | 0,036         | 0,071         | 0,034              |            |
| 26           | 27            | 0,045         | 0,12          | 0,065              |            |
| 26           | 320           | 0,043         | 0,13          | 0,014              |            |
| 33           | 34            | 0,0           | 0,063         | 0,0                |            |
| 33           | 38            | 0,0025        | 0,012         | 0,013              |            |
| 33           | 40            | 0,006         | 0,029         | 0,02               |            |
| 33           | 41            | 0,007         | 0,043         | 0,026              |            |
| 34           | 42            | 0,001         | 0,008         | 0,042              |            |
| 35           | 72            | 0,012         | 0,06          | 0,008              |            |
| 35           | 76            | 0,006         | 0,014         | 0,002              |            |
| 35           | 77            | 0,01          | 0,029         | 0,003              |            |
| 36           | 88            | 0,004         | 0,027         | 0,043              |            |
| 37           | 38            | 0,008         | 0,047         | 0,008              |            |
| 37           | 40            | 0,022         | 0,064         | 0,007              |            |
| 37           | 41            | 0,01          | 0,036         | 0,02               |            |
| 37           | 49            | 0,017         | 0,081         | 0,048              |            |
| 37           | 89            | 0,102         | 0,254         | 0,033              |            |
| 37           | 90            | 0,047         | 0,127         | 0,016              |            |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 38           | 41            | 0,008         | 0,037         | 0,02               |          |
| 38           | 43            | 0,032         | 0,087         | 0,04               |          |
| 39           | 42            | 0,0006        | 0,0064        | 0,404              |          |
| 40           | 48            | 0,026         | 0,154         | 0,022              |          |
| 41           | 42            | 0,0           | 0,029         | 0,0                |          |
| 41           | 49            | 0,065         | 0,191         | 0,02               |          |
| 41           | 51            | 0,031         | 0,089         | 0,036              |          |
| 42           | 46            | 0,002         | 0,014         | 0,806              |          |
| 43           | 44            | 0,026         | 0,072         | 0,035              |          |
| 43           | 48            | 0,095         | 0,262         | 0,032              |          |
| 43           | 53            | 0,013         | 0,039         | 0,016              |          |
| 44           | 47            | 0,027         | 0,084         | 0,039              |          |
| 44           | 54            | 0,028         | 0,084         | 0,037              |          |
| 45           | 60            | 0,007         | 0,041         | 0,312              |          |
| 45           | 74            | 0,009         | 0,054         | 0,411              |          |
| 46           | 81            | 0,005         | 0,042         | 0,69               |          |
| 47           | 73            | 0,052         | 0,145         | 0,073              |          |
| 47           | 113           | 0,043         | 0,118         | 0,013              |          |
| 48           | 107           | 0,025         | 0,062         | 0,007              |          |
| 49           | 51            | 0,031         | 0,094         | 0,043              |          |
| 51           | 52            | 0,037         | 0,109         | 0,049              |          |
| 52           | 55            | 0,027         | 0,08          | 0,036              |          |
| 53           | 54            | 0,025         | 0,073         | 0,035              |          |
| 54           | 55            | 0,035         | 0,103         | 0,047              |          |
| 55           | 57            | 0,065         | 0,169         | 0,082              |          |
| 57           | 58            | 0,046         | 0,08          | 0,036              |          |
| 57           | 63            | 0,159         | 0,537         | 0,071              |          |
| 58           | 59            | 0,0090        | 0,026         | 0,005              |          |
| 59           | 61            | 0,002         | 0,013         | 0,015              |          |
| 60           | 62            | 0,0090        | 0,065         | 0,485              |          |
| 62           | 64            | 0,016         | 0,105         | 0,203              |          |
| 62           | 144           | 0,001         | 0,007         | 0,013              |          |
| 63           | 526           | 0,0265        | 0,172         | 0,026              |          |
| 69           | 211           | 0,051         | 0,232         | 0,028              |          |
| 69           | 79            | 0,051         | 0,157         | 0,023              |          |
| 70           | 71            | 0,032         | 0,1           | 0,062              |          |
| 70           | 528           | 0,02          | 0,1234        | 0,028              |          |
| 71           | 72            | 0,036         | 0,131         | 0,068              |          |
| 71           | 73            | 0,034         | 0,099         | 0,047              |          |
| 72           | 77            | 0,018         | 0,087         | 0,011              |          |
| 72           | 531           | 0,0256        | 0,193         | 0,0                |          |
| 73           | 76            | 0,021         | 0,057         | 0,03               |          |
| 73           | 79            | 0,018         | 0,052         | 0,018              |          |
| 74           | 88            | 0,004         | 0,027         | 0,05               |          |
| 74           | 562           | 0,0286        | 0,2013        | 0,379              |          |
| 76           | 77            | 0,016         | 0,043         | 0,004              |          |
| 77           | 78            | 0,001         | 0,006         | 0,007              |          |
| 77           | 80            | 0,014         | 0,07          | 0,038              |          |
| 77           | 552           | 0,0891        | 0,2676        | 0,029              |          |
| 77           | 609           | 0,0782        | 0,2127        | 0,022              |          |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | $tap$ (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 78           | 79            | 0,006         | 0,022         | 0,011              |            |
| 78           | 84            | 0,0           | 0,036         | 0,0                |            |
| 79           | 211           | 0,099         | 0,375         | 0,051              |            |
| 80           | 211           | 0,022         | 0,107         | 0,058              |            |
| 81           | 194           | 0,0035        | 0,033         | 0,53               |            |
| 81           | 195           | 0,0035        | 0,033         | 0,53               |            |
| 85           | 86            | 0,008         | 0,064         | 0,128              |            |
| 86           | 87            | 0,012         | 0,093         | 0,183              |            |
| 86           | 323           | 0,006         | 0,048         | 0,092              |            |
| 89           | 91            | 0,047         | 0,119         | 0,014              |            |
| 90           | 92            | 0,032         | 0,174         | 0,024              |            |
| 91           | 94            | 0,1           | 0,253         | 0,031              |            |
| 91           | 97            | 0,022         | 0,077         | 0,039              |            |
| 92           | 103           | 0,019         | 0,144         | 0,017              |            |
| 92           | 105           | 0,017         | 0,092         | 0,012              |            |
| 94           | 97            | 0,278         | 0,427         | 0,043              |            |
| 97           | 100           | 0,022         | 0,053         | 0,007              |            |
| 97           | 102           | 0,038         | 0,092         | 0,012              |            |
| 97           | 103           | 0,048         | 0,122         | 0,015              |            |
| 98           | 100           | 0,024         | 0,064         | 0,007              |            |
| 98           | 102           | 0,034         | 0,121         | 0,015              |            |
| 99           | 107           | 0,053         | 0,135         | 0,017              |            |
| 99           | 108           | 0,002         | 0,004         | 0,002              |            |
| 99           | 109           | 0,045         | 0,354         | 0,044              |            |
| 99           | 110           | 0,05          | 0,174         | 0,022              |            |
| 100          | 102           | 0,016         | 0,038         | 0,004              |            |
| 102          | 104           | 0,043         | 0,064         | 0,027              |            |
| 103          | 105           | 0,019         | 0,062         | 0,008              |            |
| 104          | 108           | 0,076         | 0,13          | 0,044              |            |
| 104          | 322           | 0,044         | 0,124         | 0,015              |            |
| 105          | 107           | 0,012         | 0,088         | 0,011              |            |
| 105          | 110           | 0,157         | 0,4           | 0,047              |            |
| 108          | 324           | 0,074         | 0,208         | 0,026              |            |
| 109          | 110           | 0,07          | 0,184         | 0,021              |            |
| 109          | 113           | 0,1           | 0,274         | 0,031              |            |
| 109          | 114           | 0,109         | 0,393         | 0,036              |            |
| 110          | 112           | 0,142         | 0,404         | 0,05               |            |
| 112          | 114           | 0,017         | 0,042         | 0,006              |            |
| 115          | 122           | 0,0036        | 0,0199        | 0,004              |            |
| 116          | 120           | 0,002         | 0,1049        | 0,001              |            |
| 117          | 118           | 0,0001        | 0,0018        | 0,017              |            |
| 118          | 119           | 0,0           | 0,0271        | 0,0                |            |
| 118          | 1201          | 0,0           | 0,6163        | 0,0                |            |
| 1201         | 120           | 0,0           | -0,3697       | 0,0                |            |
| 118          | 121           | 0,0022        | 0,2915        | 0,0                |            |
| 119          | 120           | 0,0           | 0,0339        | 0,0                |            |
| 119          | 121           | 0,0           | 0,0582        | 0,0                |            |
| 122          | 123           | 0,0808        | 0,2344        | 0,029              |            |
| 122          | 125           | 0,0965        | 0,3669        | 0,054              |            |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 123          | 124           | 0,036         | 0,1076        | 0,117              |          |
| 123          | 125           | 0,0476        | 0,1414        | 0,149              |          |
| 125          | 126           | 0,0006        | 0,0197        | 0,0                |          |
| 126          | 127           | 0,0059        | 0,0405        | 0,25               |          |
| 126          | 129           | 0,0115        | 0,1106        | 0,185              |          |
| 126          | 132           | 0,0198        | 0,1688        | 0,321              |          |
| 126          | 157           | 0,005         | 0,05          | 0,33               |          |
| 126          | 158           | 0,0077        | 0,0538        | 0,335              |          |
| 126          | 169           | 0,0165        | 0,1157        | 0,171              |          |
| 127          | 128           | 0,0059        | 0,0577        | 0,095              |          |
| 127          | 134           | 0,0049        | 0,0336        | 0,208              |          |
| 127          | 168           | 0,0059        | 0,0577        | 0,095              |          |
| 128          | 130           | 0,0078        | 0,0773        | 0,126              |          |
| 128          | 133           | 0,0026        | 0,0193        | 0,03               |          |
| 129          | 130           | 0,0076        | 0,0752        | 0,122              |          |
| 129          | 133           | 0,0021        | 0,0186        | 0,03               |          |
| 130          | 132           | 0,0016        | 0,0164        | 0,026              |          |
| 130          | 151           | 0,0017        | 0,0165        | 0,026              |          |
| 130          | 167           | 0,0079        | 0,0793        | 0,127              |          |
| 130          | 168           | 0,0078        | 0,0784        | 0,125              |          |
| 133          | 137           | 0,0017        | 0,0117        | 0,289              |          |
| 133          | 168           | 0,0026        | 0,0193        | 0,03               |          |
| 133          | 169           | 0,0021        | 0,0186        | 0,03               |          |
| 133          | 171           | 0,0002        | 0,0101        | 0,0                |          |
| 134          | 135           | 0,0043        | 0,0293        | 0,18               |          |
| 134          | 184           | 0,0039        | 0,0381        | 0,258              |          |
| 135          | 136           | 0,0091        | 0,0623        | 0,385              |          |
| 136          | 137           | 0,0125        | 0,0890        | 0,54               |          |
| 136          | 152           | 0,0056        | 0,039         | 0,953              |          |
| 137          | 140           | 0,0015        | 0,0114        | 0,284              |          |
| 137          | 181           | 0,0005        | 0,0034        | 0,021              |          |
| 137          | 186           | 0,0007        | 0,0151        | 0,126              |          |
| 137          | 188           | 0,0005        | 0,0034        | 0,021              |          |
| 139          | 172           | 0,0562        | 0,2248        | 0,081              |          |
| 140          | 141           | 0,012         | 0,0836        | 0,123              |          |
| 140          | 142           | 0,0152        | 0,1132        | 0,684              |          |
| 140          | 145           | 0,0468        | 0,3369        | 0,519              |          |
| 140          | 146           | 0,043         | 0,3031        | 0,463              |          |
| 140          | 147           | 0,0489        | 0,3492        | 0,538              |          |
| 140          | 182           | 0,0013        | 0,0089        | 0,119              |          |
| 141          | 146           | 0,0291        | 0,2267        | 0,342              |          |
| 142          | 143           | 0,006         | 0,057         | 0,767              |          |
| 143          | 145           | 0,0075        | 0,0773        | 0,119              |          |
| 143          | 149           | 0,0127        | 0,0909        | 0,135              |          |
| 145          | 146           | 0,0085        | 0,0588        | 0,087              |          |
| 145          | 149           | 0,0218        | 0,1511        | 0,223              |          |
| 146          | 147           | 0,0073        | 0,0504        | 0,074              |          |
| 148          | 178           | 0,0523        | 0,1526        | 0,074              |          |
| 148          | 179           | 0,1371        | 0,3919        | 0,076              |          |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | $tap$ (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|------------|
| 152          | 153           | 0,0137        | 0,0957        | 0,141              |            |
| 153          | 161           | 0,0055        | 0,0288        | 0,19               |            |
| 154          | 156           | 0,1746        | 0,3161        | 0,04               |            |
| 154          | 183           | 0,0804        | 0,3054        | 0,045              |            |
| 155          | 161           | 0,011         | 0,0568        | 0,388              |            |
| 157          | 159           | 0,0008        | 0,0098        | 0,069              |            |
| 158          | 159           | 0,0029        | 0,0285        | 0,19               |            |
| 158          | 160           | 0,0066        | 0,0448        | 0,277              |            |
| 162          | 164           | 0,0024        | 0,0326        | 0,236              |            |
| 162          | 165           | 0,0018        | 0,0245        | 1,662              |            |
| 163          | 164           | 0,0044        | 0,0514        | 3,597              |            |
| 165          | 166           | 0,0002        | 0,0123        | 0,0                |            |
| 167          | 169           | 0,0018        | 0,0178        | 0,029              |            |
| 172          | 173           | 0,0669        | 0,4843        | 0,063              |            |
| 172          | 174           | 0,0558        | 0,221         | 0,031              |            |
| 173          | 174           | 0,0807        | 0,3331        | 0,049              |            |
| 173          | 175           | 0,0739        | 0,3071        | 0,043              |            |
| 173          | 176           | 0,1799        | 0,5017        | 0,069              |            |
| 175          | 176           | 0,0904        | 0,3626        | 0,048              |            |
| 175          | 179           | 0,077         | 0,3092        | 0,054              |            |
| 176          | 177           | 0,0251        | 0,0829        | 0,047              |            |
| 177          | 178           | 0,0222        | 0,0847        | 0,05               |            |
| 178          | 179           | 0,0498        | 0,1855        | 0,029              |            |
| 178          | 180           | 0,0061        | 0,029         | 0,084              |            |
| 181          | 138           | 0,0004        | 0,0202        | 0,0                |            |
| 181          | 187           | 0,0004        | 0,0083        | 0,115              |            |
| 184          | 185           | 0,0025        | 0,0245        | 0,164              |            |
| 186          | 188           | 0,0007        | 0,0086        | 0,115              |            |
| 187          | 188           | 0,0007        | 0,0086        | 0,115              |            |
| 188          | 138           | 0,0004        | 0,0202        | 0,0                |            |
| 189          | 208           | 0,033         | 0,095         | 0,0                |            |
| 189          | 209           | 0,046         | 0,069         | 0,0                |            |
| 190          | 231           | 0,0004        | 0,0022        | 6,2                |            |
| 190          | 240           | 0,0           | 0,0275        | 0,0                |            |
| 191          | 192           | 0,003         | 0,048         | 0,0                |            |
| 192          | 225           | 0,002         | 0,0090        | 0,0                |            |
| 193          | 205           | 0,045         | 0,063         | 0,0                |            |
| 193          | 208           | 0,048         | 0,127         | 0,0                |            |
| 194          | 219           | 0,0031        | 0,0286        | 0,5                |            |
| 194          | 664           | 0,0024        | 0,0355        | 0,36               |            |
| 195          | 219           | 0,0031        | 0,0286        | 0,5                |            |
| 196          | 197           | 0,014         | 0,04          | 0,004              |            |
| 196          | 210           | 0,03          | 0,081         | 0,01               |            |
| 197          | 198           | 0,01          | 0,06          | 0,0090             |            |
| 197          | 211           | 0,015         | 0,04          | 0,006              |            |
| 198          | 202           | 0,332         | 0,688         | 0,0                |            |
| 198          | 203           | 0,0090        | 0,046         | 0,025              |            |
| 198          | 210           | 0,02          | 0,073         | 0,008              |            |
| 198          | 211           | 0,034         | 0,109         | 0,032              |            |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 199          | 200           | 0,076         | 0,135         | 0,009              |          |
| 199          | 210           | 0,04          | 0,102         | 0,005              |          |
| 200          | 210           | 0,081         | 0,128         | 0,014              |          |
| 201          | 204           | 0,124         | 0,183         | 0,0                |          |
| 203          | 211           | 0,01          | 0,059         | 0,008              |          |
| 204          | 205           | 0,046         | 0,068         | 0,0                |          |
| 205          | 206           | 0,302         | 0,446         | 0,0                |          |
| 206          | 207           | 0,073         | 0,093         | 0,0                |          |
| 206          | 208           | 0,24          | 0,421         | 0,0                |          |
| 212          | 215           | 0,0139        | 0,0778        | 0,086              |          |
| 213          | 214           | 0,0025        | 0,038         | 0,0                | 1,0      |
| 214          | 215           | 0,0017        | 0,0185        | 0,02               |          |
| 214          | 242           | 0,0015        | 0,0108        | 0,002              |          |
| 215          | 216           | 0,0045        | 0,0249        | 0,026              |          |
| 216          | 217           | 0,004         | 0,0497        | 0,018              |          |
| 217          | 218           | 0,0           | 0,0456        | 0,0                |          |
| 217          | 219           | 0,0005        | 0,0177        | 0,02               |          |
| 217          | 220           | 0,0027        | 0,0395        | 0,832              |          |
| 219          | 237           | 0,0003        | 0,0018        | 5,2                |          |
| 220          | 218           | 0,0037        | 0,0484        | 0,43               |          |
| 220          | 221           | 0,001         | 0,0295        | 0,503              |          |
| 220          | 238           | 0,0016        | 0,0046        | 0,402              |          |
| 221          | 223           | 0,0003        | 0,0013        | 1,0                |          |
| 222          | 237           | 0,0014        | 0,0514        | 0,33               | 1,0      |
| 224          | 225           | 0,01          | 0,064         | 0,48               |          |
| 224          | 226           | 0,0019        | 0,0081        | 0,86               |          |
| 225          | 191           | 0,001         | 0,061         | 0,0                |          |
| 226          | 231           | 0,0005        | 0,0212        | 0,0                |          |
| 227          | 231           | 0,0009        | 0,0472        | 0,186              | 1,0      |
| 228          | 229           | 0,0019        | 0,0087        | 1,28               |          |
| 228          | 231           | 0,0026        | 0,0917        | 0,0                |          |
| 228          | 234           | 0,0013        | 0,0288        | 0,81               |          |
| 229          | 190           | 0,0           | 0,0626        | 0,0                |          |
| 231          | 232           | 0,0002        | 0,0069        | 1,364              |          |
| 231          | 237           | 0,0001        | 0,0006        | 3,57               |          |
| 232          | 233           | 0,0017        | 0,0485        | 0,0                |          |
| 234          | 235           | 0,0002        | 0,0259        | 0,144              |          |
| 234          | 237           | 0,0006        | 0,0272        | 0,0                |          |
| 235          | 238           | 0,0002        | 0,0006        | 0,8                |          |
| 241          | 237           | 0,0005        | 0,0154        | 0,0                | 1,0      |
| 240          | 281           | 0,0003        | 0,0043        | 0,009              |          |
| 242          | 245           | 0,0082        | 0,0851        | 0,0                |          |
| 242          | 247           | 0,0112        | 0,0723        | 0,0                |          |
| 243          | 244           | 0,0127        | 0,0355        | 0,0                |          |
| 243          | 245           | 0,0326        | 0,1804        | 0,0                |          |
| 244          | 246           | 0,0195        | 0,0551        | 0,0                |          |
| 245          | 246           | 0,0157        | 0,0732        | 0,0                |          |
| 245          | 247           | 0,036         | 0,2119        | 0,0                |          |
| 246          | 247           | 0,0268        | 0,1285        | 0,0                |          |

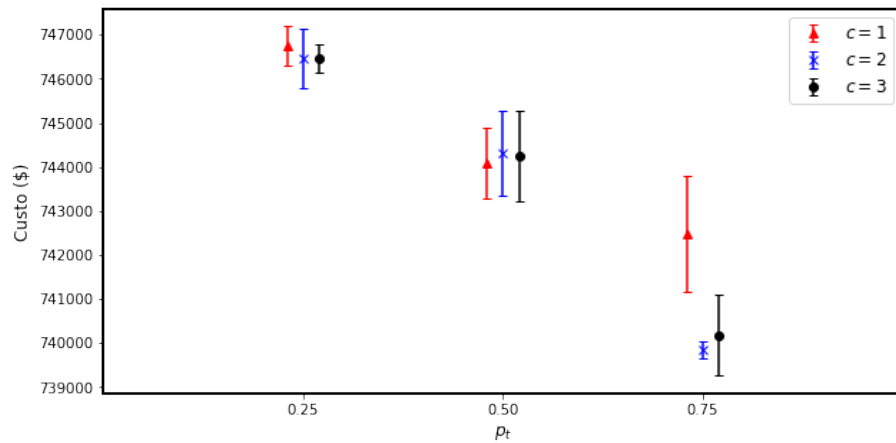
| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 247          | 248           | 0,0428        | 0,1215        | 0,0                |          |
| 248          | 249           | 0,0351        | 0,1004        | 0,0                |          |
| 249          | 250           | 0,0616        | 0,1857        | 0,0                |          |
| 3            | 1             | 0,0           | 0,052         | 0,0                | 0,947    |
| 3            | 2             | 0,0           | 0,052         | 0,0                | 0,956    |
| 3            | 4             | 0,0           | 0,005         | 0,0                | 0,971    |
| 7            | 5             | 0,0           | 0,039         | 0,0                | 0,948    |
| 7            | 6             | 0,0           | 0,039         | 0,0                | 0,959    |
| 10           | 11            | 0,0           | 0,089         | 0,0                | 1,046    |
| 12           | 10            | 0,0           | 0,053         | 0,0                | 0,985    |
| 15           | 17            | 0,0194        | 0,0311        | 0,0                | 0,9561   |
| 16           | 15            | 0,001         | 0,038         | 0,0                | 0,971    |
| 21           | 20            | 0,0           | 0,014         | 0,0                | 0,952    |
| 24           | 23            | 0,0           | 0,064         | 0,0                | 0,943    |
| 36           | 35            | 0,0           | 0,047         | 0,0                | 1,01     |
| 45           | 44            | 0,0           | 0,02          | 0,0                | 1,008    |
| 45           | 46            | 0,0           | 0,021         | 0,0                | 1,0      |
| 62           | 61            | 0,0           | 0,059         | 0,0                | 0,975    |
| 63           | 64            | 0,0           | 0,038         | 0,0                | 1,017    |
| 73           | 74            | 0,0           | 0,0244        | 0,0                | 1,0      |
| 81           | 88            | 0,0           | 0,02          | 0,0                | 1,0      |
| 85           | 99            | 0,0           | 0,048         | 0,0                | 1,0      |
| 86           | 102           | 0,0           | 0,048         | 0,0                | 1,0      |
| 87           | 94            | 0,0           | 0,046         | 0,0                | 1,015    |
| 114          | 207           | 0,0           | 0,149         | 0,0                | 0,967    |
| 116          | 124           | 0,0052        | 0,0174        | 0,0                | 1,01     |
| 121          | 115           | 0,0           | 0,028         | 0,0                | 1,05     |
| 122          | 157           | 0,0005        | 0,0195        | 0,0                | 1,0      |
| 130          | 131           | 0,0           | 0,018         | 0,0                | 1,0522   |
| 130          | 150           | 0,0           | 0,014         | 0,0                | 1,0522   |
| 132          | 170           | 0,001         | 0,0402        | 0,0                | 1,05     |
| 141          | 174           | 0,0024        | 0,0603        | 0,0                | 0,975    |
| 142          | 175           | 0,0024        | 0,0498        | -0,087             | 1,0      |
| 143          | 144           | 0,0           | 0,0833        | 0,0                | 1,035    |
| 143          | 148           | 0,0013        | 0,0371        | 0,0                | 0,9565   |
| 145          | 180           | 0,0005        | 0,0182        | 0,0                | 1,0      |
| 151          | 170           | 0,001         | 0,0392        | 0,0                | 1,05     |
| 153          | 183           | 0,0027        | 0,0639        | 0,0                | 1,073    |
| 155          | 156           | 0,0008        | 0,0256        | 0,0                | 1,05     |
| 159          | 117           | 0,0           | 0,016         | 0,0                | 1,0506   |
| 160          | 124           | 0,0012        | 0,0396        | 0,0                | 0,975    |
| 163          | 137           | 0,0013        | 0,0384        | -0,057             | 0,98     |
| 164          | 155           | 0,0009        | 0,0231        | -0,033             | 0,956    |
| 182          | 139           | 0,0003        | 0,0131        | 0,0                | 1,05     |
| 189          | 210           | 0,0           | 0,252         | 0,0                | 1,03     |
| 193          | 196           | 0,0           | 0,237         | 0,0                | 1,03     |
| 195          | 212           | 0,0008        | 0,0366        | 0,0                | 0,985    |
| 200          | 248           | 0,0           | 0,22          | 0,0                | 1,0      |
| 201          | 69            | 0,0           | 0,098         | 0,0                | 1,03     |

| Barra Origem | Barra Destino | $r_{km}$ (pu) | $x_{km}$ (pu) | $b_{km}^{sh}$ (pu) | tap (pu) |
|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|----------|
| 202          | 211           | 0,0           | 0,128         | 0,0                | 1,01     |
| 204          | 2040          | 0,02          | 0,204         | -0,012             | 1,05     |
| 209          | 198           | 0,026         | 0,211         | 0,0                | 1,03     |
| 211          | 212           | 0,003         | 0,0122        | 0,0                | 1,0      |
| 218          | 219           | 0,001         | 0,0354        | -0,01              | 0,97     |
| 223          | 224           | 0,0012        | 0,0195        | -0,364             | 1,0      |
| 229          | 230           | 0,001         | 0,0332        | 0,0                | 1,02     |
| 234          | 236           | 0,0005        | 0,016         | 0,0                | 1,07     |
| 238          | 239           | 0,0005        | 0,016         | 0,0                | 1,02     |
| 196          | 2040          | 0,0001        | 0,02          | 0,0                | 1,0      |
| 119          | 1190          | 0,001         | 0,023         | 0,0                | 1,0223   |
| 120          | 1200          | 0,0           | 0,023         | 0,0                | 0,9284   |
| 7002         | 2             | 0,001         | 0,0146        | 0,0                | 1,0      |
| 7003         | 3             | 0,0           | 0,01054       | 0,0                | 1,0      |
| 7061         | 61            | 0,0           | 0,0238        | 0,0                | 1,0      |
| 7062         | 62            | 0,0           | 0,03214       | 0,0                | 0,95     |
| 7166         | 166           | 0,0           | 0,0154        | 0,0                | 1,0      |
| 7024         | 24            | 0,0           | 0,0289        | 0,0                | 1,0      |
| 7001         | 1             | 0,0           | 0,01953       | 0,0                | 1,0      |
| 7130         | 130           | 0,0           | 0,0193        | 0,0                | 1,0      |
| 7011         | 11            | 0,0           | 0,01923       | 0,0                | 1,0      |
| 7023         | 23            | 0,0           | 0,023         | 0,0                | 1,0      |
| 7049         | 49            | 0,0           | 0,0124        | 0,0                | 1,0      |
| 7139         | 139           | 0,0           | 0,0167        | 0,0                | 1,0      |
| 7012         | 12            | 0,0           | 0,0312        | 0,0                | 1,0      |
| 7017         | 17            | 0,0           | 0,01654       | 0,0                | 0,942    |
| 7039         | 39            | 0,0           | 0,03159       | 0,0                | 0,965    |
| 7057         | 57            | 0,0           | 0,05347       | 0,0                | 0,95     |
| 7044         | 44            | 0,0           | 0,18181       | 0,0                | 0,942    |
| 7055         | 55            | 0,0           | 0,19607       | 0,0                | 0,942    |
| 7071         | 71            | 0,0           | 0,06896       | 0,0                | 0,9565   |

Fonte: [Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas \(2011\)](#).

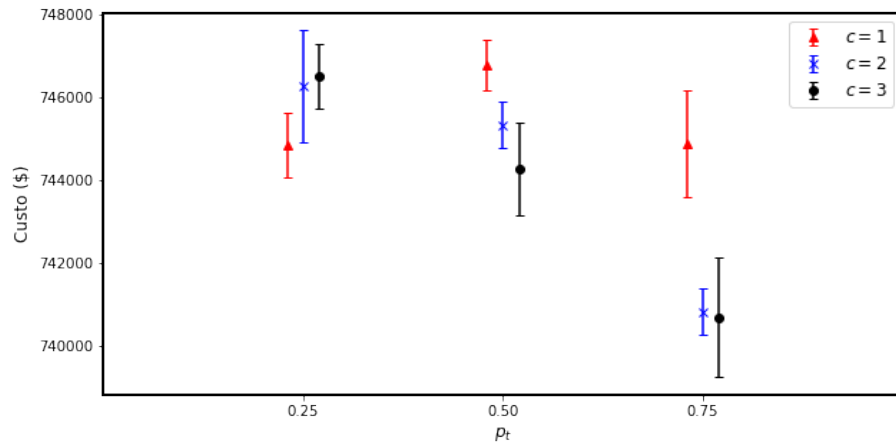
Para definir os parâmetros  $c$ ,  $p_t$  e  $r^{gap}$  da metaheurística CLPSO, foram realizados 3 execuções do método para o problema em questão e calculados os valores médios e desvios padrão. Os parâmetros  $c$  e  $r^{gap}$  foram variados em passos unitários no intervalo de 1 a 3 e 0 a 3, respectivamente. Já  $p_t$  foi variado em passos discretos de 0,25 no intervalo de 0,25 a 0,75. Os gráficos de barra de erro abaixo ilustram os valores médios centralizados nas barras de dispersão que possuem tamanho de 1 desvio padrão para mais e para menos. Foram utilizados enxames de 60 partículas e 500 iterações (FPOR) e 60 partículas com 1000 iterações para o DE-PCV-ZOP-RT. A configuração para o sistema elétrico teste de 300 barras do IEEE que acarreta na menor perda e custo médio foi:  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 2$  e  $p_t = 0,75$ , com custo médio de \$ 739846,9043 e desvio padrão de \$ 192,2554 para o problema de DE-PCV-ZOP-RT, e  $r^{gap} = 0$ ,  $c = 1$  e  $p_t = 0,75$ , com perda média de 393,8549 MW e desvio padrão de 2,5456 MW para o problema de FPOR.

Figura C.9 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (DE-PCV-ZOP-RT).



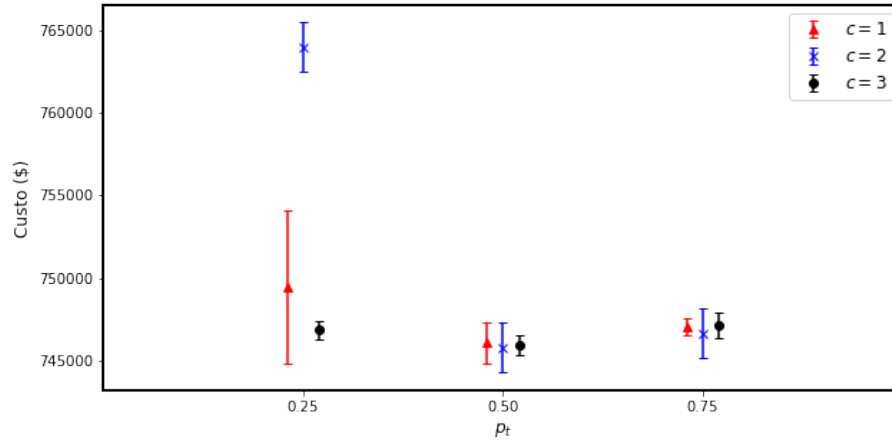
Fonte: Autor.

Figura C.10 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (DE-PCV-ZOP-RT).



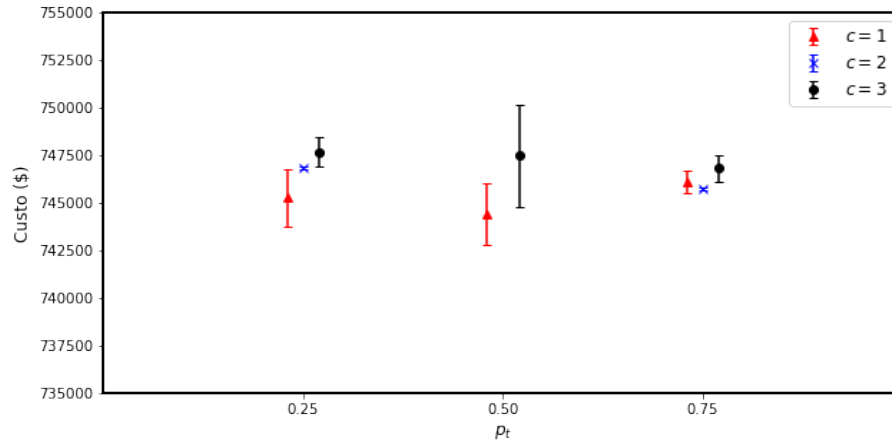
Fonte: Autor.

Figura C.11 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (DE-PCV-ZOP-RT).



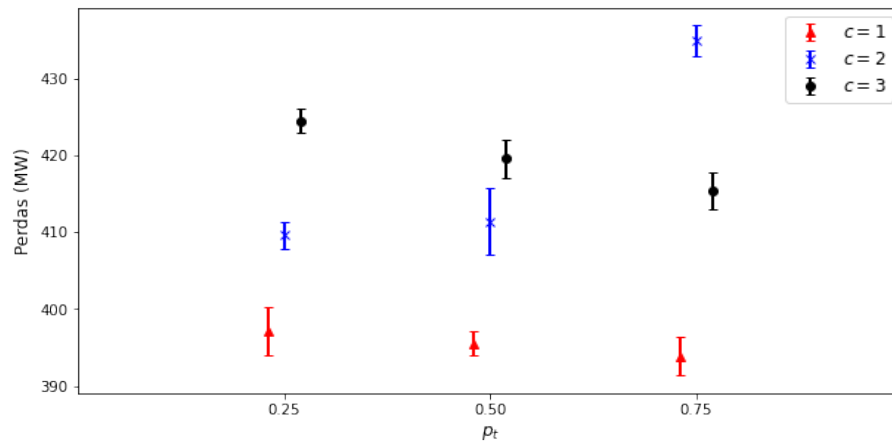
Fonte: Autor.

Figura C.12 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (DE-PCV-ZOP-RT).

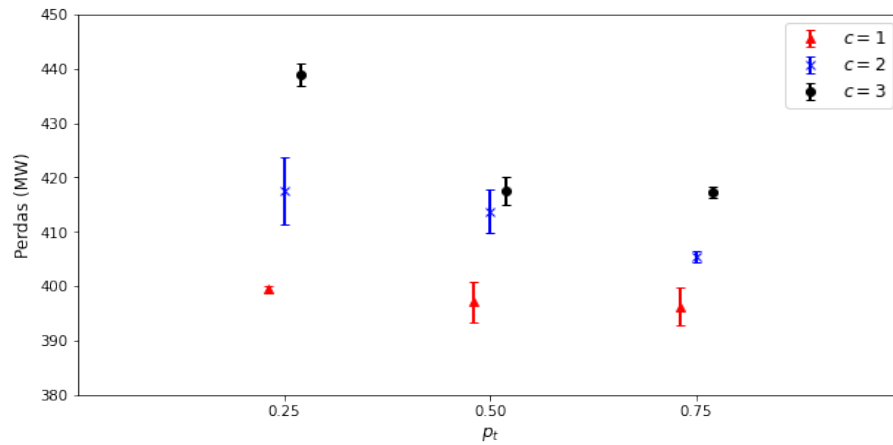


Fonte: Autor.

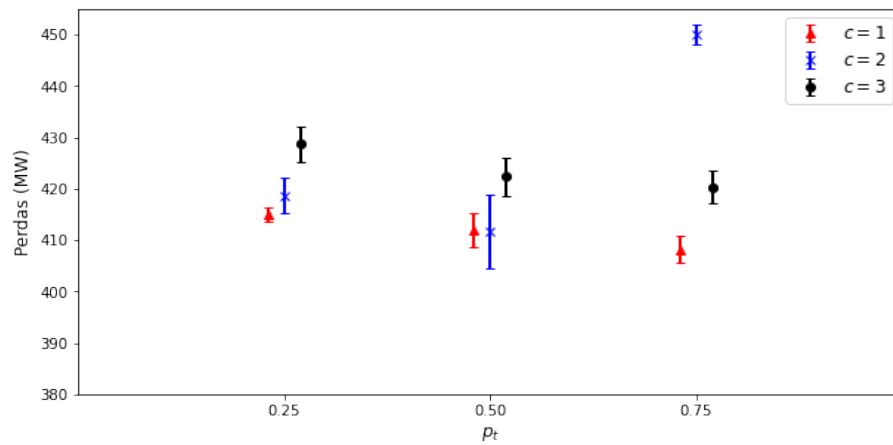
Figura C.13 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 0$  (FPOR).



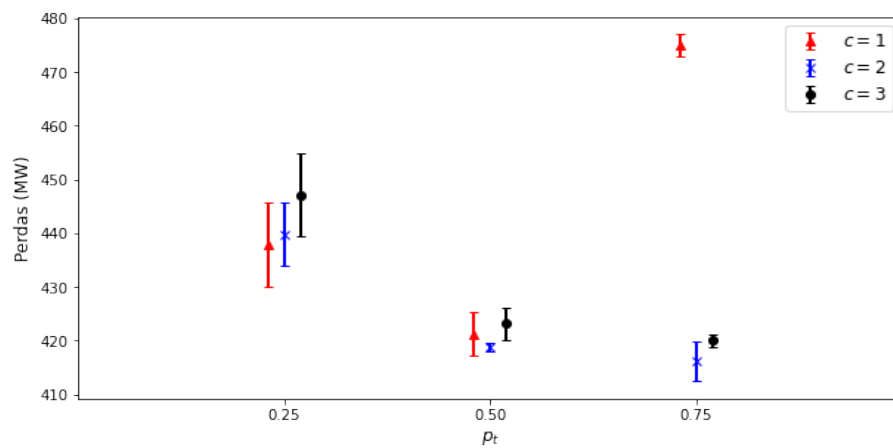
Fonte: Autor.

Figura C.14 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 1$  (FPOR).

Fonte: Autor.

Figura C.15 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 2$  (FPOR).

Fonte: Autor.

Figura C.16 – Configurações de  $c$  e  $p_t$  para  $r^{gap} = 3$  (FPOR).

Fonte: Autor.