

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU

**COMPARAÇÃO ENTRE AS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS E O
MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO KRIGAGEM APLICADOS À
PESQUISA AGRONÔMICA.**

LETÍCIA COLARES VILELA

Tese apresentada à Faculdade de Ciências
Agronômicas da UNESP – Campus de
Botucatu, para obtenção do título de Doutor
em Agronomia – Área de Concentração em
Energia na Agricultura

BOTUCATU – SP
Novembro – 2004

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO
KRIGAGEM E REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS APLICADOS À
PESQUISA AGRONÔMICA.**

LETÍCIA COLARES VILELA

Orientador: Prof. Dr. Angelo Cataneo

Tese apresentada à Faculdade de Ciências
Agronômicas da UNESP – Campus de
Botucatu, para obtenção do título de Doutor
em Agronomia – Área de Concentração em
Energia na Agricultura

BOTUCATU-SP
Novembro – 2004

A **Deus**, sem **Ele** nada seria possível.

Ao **André**, com quem compartilho os melhores momentos da minha vida.

Aos meus avós **Joana** e **José** e à minha **mãe**, que sempre me incentivaram e me apoiaram incondicionalmente.

Dedico

AGRADECIMENTOS

A Deus pela saúde, proteção e por ter iluminado o meu caminho em todos os momentos difíceis da vida.

Ao Prof. Dr. Angelo, pela acolhida, brilhante orientação, ensinamentos, por ter acreditado em mim e nunca ter poupado esforços para me ajudar.

Ao Prof. Dr. Sérgio Hugo Benez pelos preciosos ensinamentos e por ter acreditado na minha capacidade.

Ao Prof. Dr. Kléber Pereira Lanças pelos ensinamentos durante o curso e pela sábia condução do Programa de Pós-Graduação em Agronomia área de concentração Energia na Agricultura.

À Profa. Dra. Célia Regina Lopes Zimback, pelos ensinamentos e acolhida durante a realização do curso e, principalmente, pela disponibilidade em ajudar sempre.

Aos Professores: Dr. Ivan Nunes da Silva, Dr. Nelson Teixeira, Dra. Sheila Zambello de Pinho, Dr. Carlos Padovani, Dr. Flávio Ferrari Aragon, Dr. Luiz Roberto Almeida Gabriel pelos conhecimentos transmitidos, pelo aprendizado e momentos descontraídos vivenciados nas disciplinas.

Aos funcionários do Departamento de Gestão e Tecnologia Marcos, Anselmo e Magrão pela convivência agradável e apoio durante a realização da pesquisa.

Aos Professores do Departamento de Gestão e Tecnologia Agroindustrial: Dra. Maura, Dr. Osmar, Dra. Izabel Cristina, Dra. Izabel, Dr. José Mateus, Dra. Izabel Gomes, Dra. Léa pelo convívio agradável.

Às funcionárias da Seção de Pós-Graduação: Marilena, Marlene, Jaqueline e Kátia pela disposição em sempre ajudar. A todos os Funcionários da Biblioteca.

Ao amigo Carlos Alberto Oliveira de Mattos pelo incentivo, apoio e convívio nesse período.

Aos companheiros de curso: Alaine, Maria, Marilda, Alberto, Magali, Antonieta, Gilberto, Renato e Orlando pela convivência harmoniosa e aprendizado conjunto durante o curso.

Ao André e à Lízia pelo apoio, ajuda nos momentos difíceis e por sempre me incentivarem.

À Faculdade de Ciências Agronômicas pela oportunidade de realização deste estudo.

À Direção da Faculdade Gennari & Peartree por terem permitido que eu conciliasse as minhas atividades com a realização deste estudo, em especial ao Carlos Comini e Sidnei Bergamaschi.

Agradeço a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desta

pesquisa.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS.....	X
LISTA DE APÊNDICES.....	XII
1 RESUMO.....	1
2 SUMMARY.....	3
3 INTRODUÇÃO.....	6
3.1 Objetivos da pesquisa	9
3.1.1 Objetivo geral	9
3.1.2 Objetivos específicos.....	10
3.2 Contribuição da tese	10
4 REVISÃO DE LITERATURA	13
4.1 Modelagem geoestatística.....	13
4.2 Krigagem	22
4.2.1 Krigagem simples	25
4.2.2 Krigagem ordinária.....	28
4.2.3 Krigagem da média.....	31
4.2.4 Krigagem com modelo de tendência ou krigagem universal.....	37
4.2.5 Krigagem por indicação.....	41
4.2.6 Krigagem de bloco.....	43
4.3 Redes neurais artificiais.....	44
4.3.1 Arquitetura da rede neural artificial.....	51
5 MATERIAL E MÉTODOS.....	55
5.1 Material.....	55
5.2 Métodos	56
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	61
6.1 Análise dos resultados	61
6.1.1 Análise exploratória.....	61
6.1.2 Análise estrutural.....	64

6.1.3 Krigagem ordinária.....	67
6.1.4 Krigagem simples	84
6.1.5 Redes neurais artificiais.....	95
6.2 Considerações finais	102
7 CONCLUSÕES	104
8 Referências Bibliográficas.....	106

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	Página
1 – Modelo típico de variograma.....	19
2 – Neurônio artificial.	47
3 – Localização geográfica das 349 cidades do estado de São Paulo.	56
4 – Localização geográfica das 349 cidades do estado de São Paulo, com cinco classes.....	62
5 – Histograma da altitude.....	64
6 – Variograma experimental para a altitude.	65
7 – Variograma experimental para a altitude com o ajuste do modelo esférico.....	65
8 – Circunferência para 60.000 metros – eixos X e Y.....	68
9 – Diagramas de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), por meio da validação cruzada, para os raios da circunferência: A) 30.000 m; B) 40.000 m; C) 50.000 m; D) 60.000 m; E) 70.000 m; F) 80.000 m; G) 90.000 m; H) 100.000 m; I) 110.000 m; J) 120.000 m.	71
10 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a krigagem ordinária. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).....	73
11 – Validação cruzada da krigagem ordinária para o raio de 60.000 m: A) Mapa com os valores estimados (+) e com os valores não estimados (•); B) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), representados segundo a simbologia descrita em A. C) Histograma dos erros padronizados das estimativas; D) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos erros padronizados das estimativas (eixo Y).....	75
12 – Histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da validação cruzada da krigagem ordinária.	77
13 – Mapa da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem ordinária com as classes de variação.	81
14 – Mapa das isolinhas da altitude estimada por meio da krigagem ordinária.....	82
15 – Mapa da altitude estimada por meio da krigagem ordinária, com cinco classes.....	83
16 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a krigagem simples. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).....	85
17 – Histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples.	86
18 – Validação cruzada da krigagem simples para o raio de 60.000 m: A) Mapa com os	

valores estimados (+) e com os valores não estimados (●); B) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), representados segundo a simbologia descrita em A. C) Histograma dos erros padronizados das estimativas; D) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos erros padronizados das estimativas (eixo Y).	88
19 – Mapa da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples com as classes de variação.	93
20 – Mapa das isolinhas da altitude estimada por meio da krigagem simples.	94
21 – Mapa da altitude estimada por meio da krigagem simples, com cinco classes.	95
22 – Fluxograma do processo de treinamento e teste da rede neural artificial (RNA).	96
23 – Conjunto de testes utilizado para validar as redes neurais artificiais, com 40 pontos.	97
24 – Gráfico do erro quadrático médio para as épocas de treinamento.....	99
25 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a rede neural artificial. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).	100

LISTA DE TABELAS

TABELA	Página
1 – Número de amostras, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação da altitude e teste de normalidade (Shapiro-Wilk). 62	62
2 – Raio da circunferência (metros), coeficiente angular da reta ajustada entre o valor estimado e o amostrado, r^2 e o número de pontos estimados.....68	68
3 – Média e Variância do erro e do erro padronizado para os 313 pontos estimados pela validação cruzada da krigagem ordinária.....75	75
4 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, erro relativo médio [(estimado – amostrado) / estimado] e valor do teste de Shapiro-Wilk para a aderência à distribuição normal da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem ordinária.....77	77
5 – Matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem ordinária.....78	78
6 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão e variância da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem ordinária.....79	79
7 – Média e Variância do erro e do erro padronizado para os 313 pontos estimados pela validação cruzada da krigagem simples.....88	88
8 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, erro relativo médio [(estimado – amostrado) / estimado] e valor do teste de Shapiro-Wilk para a aderência à distribuição normal da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem simples.....89	89
9 – Matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem simples.....90	90
10 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão e variância da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples.....91	91
11 – Mínimo, máximo, média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação, erro relativo médio da altitude resultante da interpolação pelo método das redes neurais	

artificiais..100

- 12 – Mínimo, máximo, média, desvio padrão, variância e coeficiente de variação da altitude resultante da interpolação pelos métodos da krigagem simples e ordinária e das redes neurais artificiais.....100

LISTA DE APÊNDICES

APÊNDICE	Página
1 – Implementação do algoritmo utilizado para treinar a rede neural artificial e para testar o desempenho do método.....	113
2 – Consulta SQL para separar o conjunto de testes e treinamento utilizado na rede neural artificial.....	123

1 RESUMO

A agricultura de precisão tem como objetivo racionalizar a produção, buscando maior eficiência dos métodos produtivos. A consequência disso é a diminuição do impacto ambiental, aumento dos lucros e redução dos custos de produção. A agricultura de precisão baseia-se na construção de mapas temáticos que descrevem o comportamento georreferenciado da variável em estudo. Isso exige o conhecimento da variabilidade espacial do atributo agronômico. A construção dos mapas temáticos requer a interpolação dos valores para aqueles locais onde o atributo não foi amostrado. Diferentes métodos de interpolação estão disponíveis para estimar as variáveis nos locais não amostrados. O objetivo principal deste trabalho é analisar o comportamento de duas abordagens distintas, a modelagem geoestatística e as redes neurais artificiais (RNA's) aplicadas à pesquisa agronômica. A variável utilizada foi a altitude. A escolha dessa variável se deveu a uma das limitações dos

dados com dependência espacial, que é à possibilidade de repetir indefinidamente um experimento e realizar inferência a partir de uma única realização (OLIVEIRA, 2003). Os dados utilizados referem-se à altitude medida em metros acima do nível do mar, para um conjunto de 349 cidades distribuídas pelo estado de São Paulo, georreferenciados (em UTM – *Universal Transversor de Mercator*) por meio das coordenadas latitude (metros) e longitude (metros). Foram eliminadas as cidades pertencentes à Serra do Mar para evitar tendências. O método de interpolação geoestatístico utilizado é a krigagem, especificamente krigagem ordinária e simples. A finalidade maior é contribuir para que informação de qualidade possa ser gerada por modelagens computacionais. Utilizou-se a validação cruzada para avaliar a performance dos métodos. O modelo ajustado ao variograma foi o esférico com alcance de 117.000 metros. O método da krigagem ordinária apresentou melhores resultados para altitudes com menor variabilidade a pequenas distâncias. Para os locais onde a altitude apresentou variabilidade elevada a pequenas distâncias, a krigagem simples mostrou-se um estimador mais eficaz. As RNA's apresentaram desempenho satisfatório a altos custos computacionais. As RNAs exigem maior tempo computacional para o treinamento em comparação com a krigagem, ordinária e simples. Nesse estudo foram realizados exaustivos testes até a seleção do modelo utilizado para as RNA's, com 5.000 épocas, três camadas escondidas com cinco neurônios em cada camada. Por outro lado, determinada a matriz de pesos das RNAs, para a situação em estudo, não são necessários novos treinamentos e testes. Já no método da krigagem, qualquer ponto a ser estimado necessita de novo ajuste na matriz de pesos.

2 SUMMARY

COMPARISON AMONG ARTIFICIAL NEURAL NETWORK AND INTERPOLATION METHOD KRIGING APPLIED TO AGRONOMIC RESEARCH. Botucatu, 2004. 123 p.
Tese (Doutorado em Agronomia/Energia na Agricultura) – Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista.
Author: LETÍCIA COLARES VILELA
Adviser: ANGELO CATANEO

SUMMARY

Precision agriculture has the objective of rationalize the production, searching the most efficient productive methods. The consequence of that is decrease of

environmental impact, increase of profits and cost production reduction. Precision agriculture leads on the construction of thematic maps which describe georeferenced behavior of the study variable. This demand acknowledgment of spatial variability of many agronomic attributes. The construction of thematic maps require interpolation of attributes values for that places where attribute wasn't sampled. Different interpolation methods are available to estimate the variable of places that weren't sampled. Main objective of this study is to compare distinctive approaches, geostatistic model and artificial neural network (ANN) applied to agronomic research. The variable used was altitude. This variable was chosen because the limitation of dates with spatial dependence, which is the possibility to repeat indefinitely the research and to realize inference starting from an only one realization (OLIVEIRA, 2003). Data used in this study refer to measured altitude in meters above the sea level, for 349 cities distributed in São Paulo state, georeferenced (in UTM) by coordinated latitude (meters) and longitude (meters). The eliminated cities that belong to the Serra do Mar were avoided tendencies in dates. Geostatistic interpolation method to be used is ordinary and simple kriging. The finality of this study is to contribute for qualities information with can be generated by computer models. Cross validation was used to evaluate the performance of methods. Artificial neural network chosen was with 5000 training periods, three hidden layers with five neurons in each layer. Ordinary kriging method showed the best results for altitude with minor variability. The places where altitude was with high variability, simple kriging was the best estimator. Artificial neural network showed a satisfactory performance for high computational costs. Artificial neural network demands a longer computer training compared with ordinary and simple kriging. On the other hand, once the weight matrix ANNs, for this study, it isn't necessary new trainings and tests. The kriging methods to estimate any new

point is necessary a new adjust of weight matrix.

Keywords: precision agriculture, geostatistic, kriging, ordinary kriging, simple kriging, artificial neural network.

3 INTRODUÇÃO

O conceito mais discutido nas práticas agronômicas atuais é o de agricultura de precisão. Os produtores e especialistas técnicos, na sua grande maioria, concordam que a idéia é interessante e pode trazer vantagens competitivas para o agronegócio. Porém o desconhecimento dos métodos, da relação custo benefício, a falta de treinamento, investimento em capacitação da mão-de-obra especializada, dentre outros fatores, têm inviabilizado a implantação desse método. A agricultura de precisão tem por objetivo a racionalização de recursos na agricultura, por meio da redução dos custos de produção e pela preservação ou redução de impactos ao meio ambiente.

A idéia principal da agricultura de precisão é a do manejo localizado, ou seja, o tratamento da área de uma propriedade agrícola de forma diferenciada, pelo conhecimento da variabilidade espacial das características que permeiam as práticas agrícolas.

Até então, o planejamento agrícola baseava-se apenas nas médias das diversas características de interesse, não levando em consideração suas variabilidades espaciais.

O grande desenvolvimento computacional recente é o responsável direto pelo florescimento da análise estatística espacial (ASSUNÇÃO, 2001). Essa constatação foi feita por Zimback (2001) num estudo de análise espacial de atributos do solo, utilizando a krigagem para a confecção dos mapas de isolinhas.

A análise espacial pode ser aplicada à compreensão de diversos fenômenos. Análise de experimentos agrícolas, de imagens de satélite ou digitais, aplicações geofísicas, em agronomia, em mineração e em geologia, agricultura de precisão, estudos ecológicos de comunidades de plantas, estudos de neuroanatomia, dentre outros, são áreas que se beneficiaram muito dessas técnicas e também foram bastante ativas no desenvolvimento de métodos que tratam a variabilidade espacial (ASSUNÇÃO, 2001).

As áreas de aplicação são tão vastas que, para exemplificar, podemos citar um estudo realizado pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA¹, no qual a análise espacial foi utilizada para avaliar o impacto da defasagem do preço de uma unidade residencial no preço de seus vizinhos, numa área de 16 quilômetros quadrados da cidade de Belo Horizonte.

¹ O IPEA é uma Fundação Pública vinculada ao Ministério do Orçamento, Planejamento e Gestão, cujas finalidades são: auxiliar o ministro na elaboração e no acompanhamento da política econômica e prover atividades de pesquisa econômica aplicadas nas áreas fiscal, financeira, externa e de desenvolvimento setorial (LIMA; MACEDO, 1998).

Os programas computacionais utilizados na agricultura de precisão levam em consideração a variabilidade espacial da produtividade da cultura, das características físicas e químicas do solo, dos fatores climáticos, da infestação por plantas daninhas, dentre outros fatores. Esse conhecimento é necessário para que os mapas relacionados a esses atributos possam ser construídos.

Para a construção dos mapas temáticos, faz-se necessário estimar os valores das variáveis nos locais não amostrados, utilizando para isso métodos de interpolação. Vários são os métodos utilizados, sendo o da krigagem o mais difundido na literatura. A idéia básica deste estimador é que valores não conhecidos possam ser obtidos por meio da combinação de valores amostrados adjacentes àquele que se deseja obter, levando-se em consideração no modelo a estrutura de variação espacial.

Outra alternativa tem sido a utilização das redes neurais artificiais, uma abordagem capaz de lidar com problemas que são tradicionalmente difíceis de resolver com técnicas de modelagem convencionais. É uma estrutura de processamento de informação distribuída paralelamente na forma de um grafo direcionado, com restrições e definições próprias (MEDEIROS, 1999). De acordo com o mesmo autor, esta metodologia detecta relações não lineares entre as variáveis, não possui limites no número de variáveis e não exige independência entre as variáveis de entrada e, depois do aprendizado, apresenta alta velocidade de processamento.

Esta técnica de modelagem matemática aplica-se à estatística, teoria da informação, teoria de sistemas lineares e não-lineares, teoria da computação, álgebra linear, aproximação de funções, processamento de sinais, controle de processos, otimização de

sistemas, dentre outros (CASTRO; VON ZUBEN, 2001; BARRETO; ARAÚJO; ROSA, 2001).

A maturidade recentemente atingida no estudo das redes neurais artificiais como área de atuação científica tem levado invariavelmente ao desenvolvimento de ferramentas mais eficazes e à utilização mais eficiente dos recursos computacionais hoje disponíveis, o que implica uma ampliação sem precedentes na capacidade de tratar os dados, obtendo informações que permitirão aumentar a produtividade e a qualidade dos serviços, melhorar a relação com os parceiros e clientes, agilizar as respostas e reduzir custos (CASTRO; VON ZUBEN, 2001; LI; LEBBY, 1997).

3.1 Objetivos da pesquisa

3.1.1 Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é comparar duas abordagens distintas, a modelagem geoestatística e as redes neurais artificiais aplicadas à pesquisa agronômica. O método de interpolação geoestatístico a ser utilizado é a krigagem, especificamente krigagem ordinária e simples. A finalidade maior é contribuir para que informação de qualidade possa ser gerada por modelagens computacionais.

Em ambos os casos, o conceito de validação cruzada será aplicado no intuito de comparar os valores amostrados e os estimados.

3.1.2 Objetivos específicos

Um dos objetivos específicos é apresentar e discutir os estimadores de krigagem baseados em pressupostos geoestatísticos, krigagem ordinária e simples e as redes neurais artificiais.

O outro é: analisar o comportamento dos procedimentos geoestatísticos de krigagem ordinária, krigagem simples e das redes neurais artificiais para inferência de valores e construção de mapas temáticos.

3.2 Contribuição da tese

Vários autores têm se dedicado ao problema da interpolação de atributos numéricos modelados espacialmente a partir de um conjunto amostral pontual. As soluções apresentadas na literatura foram classificadas em três grandes grupos: as que tratam o problema com procedimentos determinísticos, sem considerar a variabilidade espacial dos atributos em estudo, as que utilizam procedimentos geoestatísticos para as inferências e aquelas que abordam o problema utilizando as redes neurais artificiais.

As inferências para atributos espaciais utilizando a krigagem, procedimento que considera os pressupostos geoestatísticos, apresentam vantagens: baseiam-se no estudo da variabilidade do atributo dentro da região de interesse, ou seja, levam em

consideração as características espaciais de autocorrelação das variáveis regionalizadas, possibilitam a determinação da variância da estimação, além disso, o estimador é sem tendência, com variância mínima e erro residual médio igual a zero (LANDIM, 1998).

A krigagem ordinária apresenta a vantagem de não exigir o prévio conhecimento da média estacionária da região. Ao invés disso, considera-se a média flutuante ou móvel por toda a área.

Outra metodologia alternativa utilizada tem sido as redes neurais artificiais, que por sua vez apresentam alto grau de tolerância a falhas e robustez para tratar imprecisões e incertezas, possuem a capacidade de aquisição e manutenção do conhecimento, representam uma das poucas alternativas de solução para problemas multidimensionais e para tratar variáveis sujeitas a interações não-lineares ou matematicamente intratáveis (VON ZUBEN, 2001). Ainda,

a motivação que está por trás deste novo paradigma de processamento computacional é a possibilidade de elaborar soluções alternativas para problemas intratáveis ou ainda não resolvidos com base na computação convencional, além de criar condições para reproduzir habilidades cognitivas e de processamento de informação (VON ZUBEN, 2001, p.7)

muito desejadas em aplicações de diversas áreas, dentre elas a agronomia.

Faz-se mister estudar e saber distinguir entre problemas passíveis ou não de tratamento utilizando o paradigma das redes neurais, "assim como saber explorar devidamente a natureza multidisciplinar desta área emergente de atuação científica" (VON ZUBEN, 2001, p.4).

Atualmente, com a globalização econômica, é fundamental para a empresa agrícola aumentar a sua competitividade frente à concorrência. Uma das maneiras

disso se concretizar é por meio da utilização das tecnologias da informação e da produção aplicadas ao agronegócio.

As empresas agrícolas necessitam tomar decisões gerenciais, que podem ter maior acurácia se forem apoiadas em ferramentas tecnológicas, como um software que auxilie na redução dos riscos envolvidos no processo de tomada de decisão.

A tecnologia da informação facilita a obtenção de informações certas no momento certo, direcionadas para a pessoa certa. Esse conceito está diretamente relacionado ao de agricultura de precisão, ou seja, a necessidade de precisão no manejo das variáveis agronômicas que reflete no agronegócio. Para que a empresa agrícola seja efetivamente competitiva é fundamental a associação entre as tecnologias disponíveis e o agronegócio. Os recursos são escassos; os empresários são chamados a reduzir os custos e errar “custa caro” para a empresa.

Neste contexto, é importante um estudo que aborde conjuntamente as metodologias da krigagem e das redes neurais, comparando-as para que posteriormente possam ser aplicadas ao agronegócio.

4 REVISÃO DE LITERATURA

4.1 Modelagem geoestatística

Estatística espacial é um ramo da estatística que estuda métodos científicos para a coleta, descrição, visualização e análise de dados que possuem coordenadas geográficas, ou ainda, estão localizados no espaço (ASSUNÇÃO, 2001). A característica fundamental de uma técnica de análise espacial é o uso destas coordenadas geográficas nas modelagens matemáticas.

Dados espaciais são constituídos por mensurações ou observações tomadas em localizações dentro de regiões específicas (NOBRE, s.d.). Ainda de acordo com

esse mesmo autor, os dados espaciais podem estar apenas indicando a presença de um fenômeno físico, como, por exemplo, a variabilidade da temperatura em diferentes regiões ou, podem fornecer um ou mais parâmetros relacionados com o comportamento de um sistema, por exemplo, as variações de incidência de uma doença em relação à distribuição espacial de fatores sócio-econômicos.

"Uma das premissas fundamentais na análise espacial é a de que dados coletados em uma região do espaço que estão próximos entre si, possuem uma correlação maior do que dados mais distantes entre si" (NOBRE, s.d., p.6).

Considerando a área de mineração, por exemplo, se as posições das amostras são ignoradas, partindo do pressuposto de que todas são aleatórias e com a mesma probabilidade de serem escolhidas, as zonas mais ricas poderão ser descartadas, impedindo a obtenção de maiores produções de um referido minério (McBRATNEY, 2000). Em consequência deste fato, amostras provenientes de pontos adjacentes apresentando valores mais similares não são levadas em conta.

A grande parte dos métodos desenvolvidos em estatística espacial segue a mesma característica daqueles usados para análise de séries temporais, onde os dados são correlacionados no tempo, mas com uma diferença básica: em séries temporais os dados têm uma ordenação natural, enquanto que dados espaciais exibem correlações em todas as direções (NOBRE, s.d.).

No estudo espacial de determinado atributo, as variáveis apresentam um comportamento bastante complexo para serem analisadas utilizando os métodos estatísticos usuais (LANDIM, 1998; McBRATNEY, 2000; ZIMBACK, 2001). Landim (1998)

e McBratney (2000) afirmam que isso é válido tanto para as variáveis que apresentam estrutura de dependência no espaço quanto no tempo. Quando se utiliza as metodologias estatísticas usuais para representar as propriedades dos valores amostrais, assume-se que estes sejam realizações de uma variável causal. "As posições relativas das amostras são ignoradas e presume-se que todos os valores amostrais tenham a mesma probabilidade de serem escolhidos" (LANDIM, 1998, p.137).

Dependência espacial significa autocorrelação, ou seja, o valor em qualquer ponto depende de algum modo de seu vizinho (VIEIRA, 1997).

O termo geoestatística acha-se consagrado como um tópico especial da estatística aplicada que trata de problemas referentes às variáveis regionalizadas, as quais têm um comportamento espacial mostrando características intermediárias entre as variáveis verdadeiramente casuais e as totalmente determinísticas. (LANDIM, 1998, p. 156).

A variável regionalizada tende a apresentar, para pontos próximos uns dos outros menor variabilidade do que para aqueles separados por distâncias maiores.

Se uma variável regionalizada $x(i)$ for coletada em diversos pontos i , o valor de cada ponto estará relacionado com valores obtidos a partir de pontos situados a uma certa distância Δh e a influência será tanto maior quanto menor for a distância entre os pontos. O grau de relação entre pontos numa certa direção pode ser expresso pela covariância, sendo os pontos regularmente espaçados por múltiplos inteiros de Δh .

Para uma distância Δh infinitamente pequena a covariância e a variância se tornam muito próximas, porém para Δh maiores, a covariância diminui enquanto a variância aumenta, ou seja, ocorre progressivamente maior independência entre os valores obtidos a distâncias cada vez maiores.

A geoestatística consiste na aplicação da teoria das variáveis regionalizadas para efetuar estimativas dentro de um contexto regido por um fenômeno natural com distribuição espacial ou temporal e, desse modo, supõe que os valores das variáveis são correlacionados no espaço ou no tempo. Devido a essa característica, a geoestatística tem tido grande aplicação principalmente para efetuar estimativas e/ou simulações de variáveis em locais não amostrados.

Essa metodologia procura extrair, de uma aparente aleatoriedade dos dados coletados, as características estruturais do fenômeno regionalizado, ou seja, uma função de correlação entre os valores situados numa determinada vizinhança e direção no espaço amostrado (LANDIM, 1998; GOOVAERTS, 1997; WACKERNAGEL, 1995). A técnica de modelagem geoestatística leva em consideração a distribuição espacial dos atributos, no intuito de avaliar as suas características espaciais e definir o raio de correlação entre amostras.

A modelagem da estrutura espacial é crucial para a compreensão dos fenômenos, pois viabiliza o entendimento do fenômeno agronômico associado às propriedades observadas. A presença de dependência espacial requer o uso da geoestatística, que surgiu com pesquisadores trabalhando com dados de concentração de ouro e puderam concluir que as variâncias não faziam sentido se não fosse levada em consideração a distância entre as amostras.

Duas questões básicas surgem quando tratamos com dados georeferenciados contendo correlação espacial. A primeira se refere ao significado que possa ter para a pesquisa estas correlações e, o segundo se refere às possíveis implicações de não considerar a localização espacial na modelagem, isto é, não incluir no modelo a correlação

espacial (NOBRE, s.d.).

Nas análises dos atributos agronômicos voltados à aplicação na agricultura de precisão, o estudo da correlação espacial aplica-se na construção dos mapas temáticos². Zimback (2001) utilizou a krigagem como interpolador na elaboração de mapas de isolinhas para atributos químicos do solo. No referido estudo, a autora ressalta a importância desses mapas como base de dados a serem utilizados diretamente nos sistemas de informação geográfica e também na agricultura de precisão.

A elaboração desses mapas deve considerar a variabilidade espacial, já que eles permitem aplicar as técnicas de manejo localizado.

Para a confecção destes mapas são necessárias estimativas para os locais onde os atributos não foram mensurados. Para isso utilizam-se diversos estimadores, sendo os de krigagem os mais conhecidos.

O variograma e a krigagem são duas ferramentas advindas dos métodos geoestatísticos que auxiliam no estudo do comportamento das variáveis regionalizadas.

O variograma mostra o grau de dependência espacial entre amostras, ou seja, a distância máxima na qual os valores ainda apresentam correlação. É utilizado na determinação da estrutura de variabilidade espacial e da amplitude da dependência espacial das variáveis em estudo.

Em outras palavras, o variograma mede o grau de semelhança entre amostras vizinhas, pois se espera que quanto mais próximas forem coletadas essas amostras,

² “Mapas temáticos são mapas que mostram uma região geográfica particionada em polígonos segundo os valores

espacialmente ou temporalmente, maior será a semelhança entre elas e, portanto, menor a variância e maior a correlação espacial ou temporal e, quanto mais afastada menor será a semelhança, até que estas diferenças sejam atribuídas tão somente ao acaso.

A modelagem do variograma é a modelagem de cada estrutura de correlação espacial. O modelo matemático ajustado ao variograma caracteriza a natureza da função que descreve a variabilidade espacial. É estimado por meio da equação:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2 * N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

onde:

$\gamma^*(h)$ = Variância estimada.

$N(h)$ = Número de pares de pontos $[z(x_i), z(x_i+h)]$, separados pela distância h .

h = Distância entre os pares de pontos $[z(x_i), z(x_i+h)]$.

A distância na qual a função se estabiliza recebe o nome de alcance (a) e representa o raio de um círculo, dentro do qual os valores são tão "parecidos" uns com os outros que se tornam correlacionados. Valores amostrados separados por distâncias maiores que "a" não apresentam correlação espacial, situação onde se pode assumir independência e aleatoriedade entre as amostras e aplicar os conceitos de análise de variância.

Os parâmetros efeito pepita (C_0), patamar (C_0+C_1) e alcance (a) são usados nas equações ajustadas aos variogramas. Esses parâmetros foram destacados na Figura 1.

Espera-se que as diferenças $[z(x_i)-z(x_i+h)]$ decresçam à medida que h tenda a zero, condição em que o valor da variância aproxima-se de um valor positivo denominado efeito pepita (C_0). A variância para " h " igual a zero é nula. Porém, para mínimos acréscimos na distância entre os pares de pontos, a variância aumenta muito rapidamente, de forma a não ser possível ter pares de valores (distância, variância) para ajustar a curva partindo da origem. Parte-se assim de um valor positivo de variância, que é o efeito pepita.

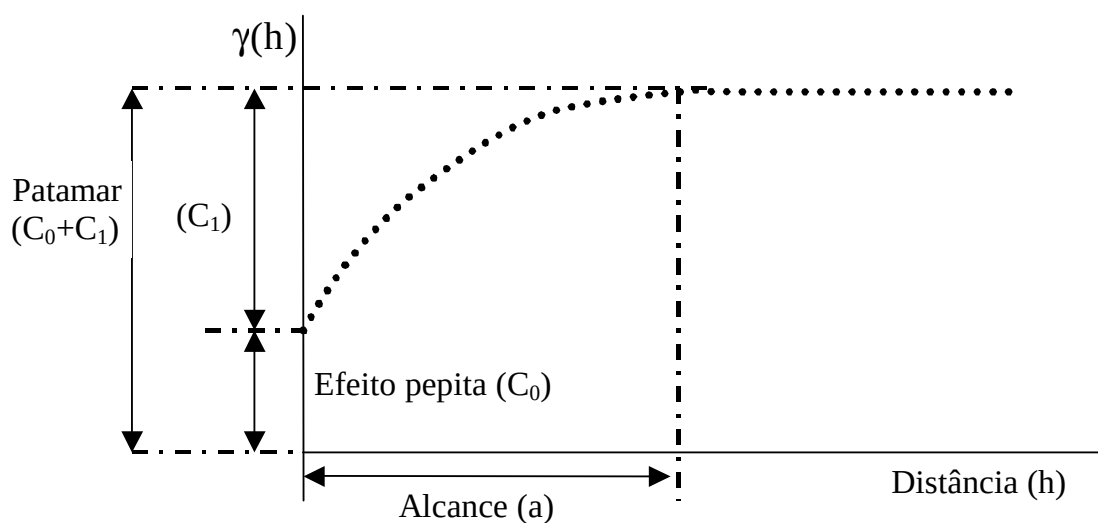


Figura 1 – Modelo típico de variograma.

Para propriedades espacialmente dependentes, espera-se que a diferença entre os valores $[z(x_i)-z(x_i+h)]^2$, em média, seja crescente com a distância até um

determinado ponto, a partir do qual se estabiliza num valor denominado patamar (C_0+C_1) e é aproximadamente igual à variância dos dados. O patamar indica o valor segundo o qual a função estabiliza-se no campo aleatório, correspondente à distância “a” e mostra a variabilidade máxima entre pares de valores, isto é, a variância dos dados e, conseqüentemente, covariância nula (LANDIM, 2001).

Em geral, quando o variograma apresenta as características da Figura 1, patamar claro e bem definido indica, subjetivamente, que as amostras estudadas apresentam covariância e esta depende apenas da distância **h** (LANDIM, 2001). Outra característica é a de que se existe dependência entre dois pares de variáveis aleatórias, existe a covariância e, conseqüentemente, variância finita (LANDIM, 2001).

Existe também o caso de atributos com efeito pepita puro, ou seja, como se o fenômeno fosse totalmente aleatório permitindo ser utilizada a teoria das probabilidades. O gráfico apresenta uma reta paralela ao eixo das abscissas cortando o eixo da variância. De acordo com Guerra (1988), este caso não se aplica na indústria de mineração e pode estar associado a uma malha de sondagem que não foi suficientemente explorada para detectar a estrutura de variabilidade espacial.

Os variogramas expressam, assim, o comportamento espacial da variável regionalizada ou de seus resíduos, e mostram (LANDIM, 1998):

1. o tamanho da zona de influência em torno de uma amostra, pois toda amostra cuja distância ao ponto a ser estimado for menor ou igual ao alcance fornece informações sobre o ponto;

2. a anisotropia, quando os variogramas se mostram diferentes para diferentes direções de linhas de amostragem.

Efetua-se a comparação de variogramas diferentes mediante escalonamento, dividindo cada um de seus valores pela variância dos dados. Dessa maneira, o patamar de todos os variogramas é 1,0, podendo-se, pois, mostrá-los no mesmo gráfico. Uma vez que os variogramas representam a variabilidade espacial dos dados, a proximidade entre eles, quando escalonados, indica a semelhança na maneira como as propriedades variam espacialmente (LANDIM, 1998).

Num estudo em que se deseja averiguar a dependência espacial de amostras georreferenciadas por meio do variograma, têm-se três tipos de situações variográficas: o variograma observado, o variograma verdadeiro e o variograma teórico (GUERRA, 1988).

O variograma observado ou experimental é a primeira informação gráfica que se obtém sobre os dados, o qual contém informações da escala de flutuações da variável e, por meio dele, pode-se inferir a variabilidade da distribuição espacial em relação às escalas espaciais. Este é proveniente do conjunto de dados da pesquisa realizada, originados de um processo de amostragem sobre coordenadas geográficas, antes de qualquer ajuste de modelos.

O variograma verdadeiro é aquele que representa a situação real de determinado atributo, como por exemplo, a altitude, um micronutriente no solo do campo experimental ou o depósito de algum minério e, é sempre desconhecido (KITANIDIS, 1997). Desta forma, na análise estrutural o objetivo é estudar qual é o variograma teórico que melhor

se justa ao variograma experimental, de forma que a partir do variograma teórico, realizam-se inferências sobre o variograma verdadeiro (GUERRA, 1988).

A seguir será detalhada a krigagem, que é o método de interpolação utilizado na metodologia geoestatística.

4.2 Krigagem

Para a construção dos mapas temáticos é necessário conhecer os valores da variável em estudo fora da região amostrada. Vários são os interpoladores utilizados para estimar valores nos locais onde os atributos não foram quantificados. Dentre os métodos de interpolação destaca-se a krigagem, nome genérico adotado pelos geoestatísticos para a generalização da família de algoritmos de regressão que usam a idéia do método dos mínimos quadrados (GOOVAERTS, 1999a) e procuram minimizar a variância estimada a partir de um modelo prévio, que leva em conta a dependência estocástica entre os dados distribuídos no espaço (LANDIM, 1998). Pode ser definida como “um processo de estimação de valores de variáveis distribuídas no espaço a partir de valores adjacentes enquanto considerados como interdependentes pelo variograma” (LANDIM, 1998, p.167), ou ainda, trata-se de um "método de estimação por médias móveis" (LANDIM, 1998, p.167).

A krigagem usa informações a partir do variograma para encontrar os pesos ótimos a serem associados aos valores amostrais conhecidos, com o objetivo de estimar os valores para os pontos desconhecidos. Nessa situação, o método fornece, além dos valores

estimados o erro associado a tal estimação, o que o distingue dos demais algoritmos à disposição. É um estimador linear do tipo **BLUE** (*Best Linear Unbiased Estimator*), sem tendência, com variância mínima e com erro residual médio igual a zero.

A possibilidade de, por meio da krigagem, conhecer a variância da estimativa diferencia-o de qualquer outro método. Esta é uma propriedade desejável pois, além de permitir a estimativa de valores sem tendência para os locais onde estes não foram medidos, ainda se pode conhecer a confiança associada a estas estimativas, as quais podem ser chamadas de ótimas (YAMAMOTO; CONDE, 1999).

A diferença entre a krigagem e outros métodos de interpolação é a maneira como os pesos são atribuídos às diferentes amostras. No caso de interpolação linear simples, por exemplo, os pesos são todos iguais a $1/N$ (N = número de amostras); na interpolação baseada no inverso do quadrado das distâncias, os pesos são definidos como o inverso do quadrado da distância que separa o valor interpolado dos valores observados. Na krigagem, o procedimento é semelhante ao de interpolação por média móvel ponderada, exceto que aqui os pesos são determinados a partir de uma análise espacial, baseada no variograma experimental (CAMARGO, 1997).

A krigagem leva em consideração as características espaciais de autocorrelação das variáveis regionalizadas. Utiliza distâncias ponderadas onde os pesos adequados são obtidos a partir do variograma, representativo da média das diferenças ao quadrado dos valores irregularmente distribuídos de $Z(x_i)$ a intervalos de distâncias especificados (*lags*). É utilizado um sistema de equações matriciais, no qual são usados os parâmetros variográficos para a obtenção dos pesos a serem usados para o cálculo do valor do ponto a ser estimado.

Para isso, é necessário que exista nas variáveis regionalizadas continuidade espacial, o que permite que os dados obtidos por amostragem em determinados pontos possam ser usados para parametrizar a estimação de pontos onde o valor da variável seja desconhecido (LANDIM, 2001). De acordo com o mesmo autor, ao ser constatado que a variável não possui continuidade espacial na área estudada, não há sentido lógico em estimá-la para os locais não amostrados utilizando a krigagem.

A análise variográfica é utilizada para verificar a existência ou não de continuidade espacial e, se houver, quais os parâmetros que caracterizam este comportamento regionalizado (LANDIM, 2001).

Vários são os interpoladores de krigagem. As formas mais usuais são conhecidas como krigagem simples, krigagem simples com médias locais variando, krigagem de bloco, krigagem ordinária, krigagem fatorial, krigagem com modelo de tendência ou krigagem universal, krigagem intrínseca, krigagem da média, krigagem dual, krigagem dos resíduos. Krigagens não-lineares são regressões lineares de alguma transformação não-linear apropriada aos dados originais, e incluem krigagem lognormal, krigagem por indicação,

krigagem multigaussiana, krigagem transgaussiana, krigagem probabilística e krigagem disjuntiva. As mais utilizadas são a krigagem simples e a ordinária.

4.2.1 Krigagem simples

A krigagem simples é a regressão múltipla espacial baseada no modelo da função de covariância (WACKERNAGEL, 1995). É utilizada quando a média m é assumida como estatisticamente constante para todo o domínio ou toda área e, calculada como a média aritmética do conjunto de dados. Neste caso, pode ser utilizada para estimar os resíduos entre os valores interpolados e a média m calculada *a priori*. Também é chamada de krigagem com a média conhecida.

Para entender melhor esse estimador, considere uma superfície sobre a qual se observe alguma propriedade do solo, Z , em n pontos distintos, com coordenadas representadas pelo vetor $\mathbf{x}$. Assim, tem-se um conjunto de valores $\{Z(x_i), i=1, \dots, n\}$, onde x_i identifica uma posição em duas dimensões representada pelos pares de coordenadas (x_i, y_i) . Suponha que se objetive estimar o valor de Z no ponto x_0 . O valor desconhecido³ de $Z(x_0)$ pode ser estimado a partir de uma combinação linear dos n valores observados, adicionado a um parâmetro λ_0 :

$$Z_{x_0}^* = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i) \quad (2)$$

onde:

$Z_{x_0}^*$ = Valores estimados para qualquer ponto x_0 .

³ A n = Número de valores mensurados $Z(x_i)$.

$Z(x_i)$ = Valores amostrados utilizados na estimação.

λ_i = Pesos associados a cada valor mensurado $Z(x_i)$.

Deseja-se um estimador não tendencioso, isto é,

$$E[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*] = 0 \quad (3)$$

Esta relação impõe que as duas médias sejam iguais:

$$E[Z_{x_0}] = E[Z_{x_0}^*] \quad (4)$$

$$\text{Mas } E[Z_{x_0}^*] = E\left[\lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i)\right] = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * E[Z(x_i)] \quad (5)$$

O parâmetro λ_0 é obtido, substituindo a equação 5 na 4, então:

$$\lambda_0 = E[Z(x_0)] - \sum_{i=1}^n \lambda_i * E[Z(x_i)] \quad (6)$$

Substituindo o valor de λ_0 na equação 2, obtém-se o estimador:

$$Z_{x_0}^* = E[Z(x_0)] - \sum_{i=1}^n \lambda_i * E[Z(x_i)] + \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i) \quad (7)$$

O método de krigagem simples supõe que a média (m) é conhecida e constante *a priori*, então:

$$E[Z(x_0)] = E[Z(x_i)] = m. \quad (8)$$

Substituindo a equação 8 na 7, o estimador de krigagem simples fica:

$$Z_{x_0}^* = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i * [Z(x_i) - m] \quad (9)$$

Journal (1988) mostra que, minimizando a variância do erro

$(Var[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*])$, os pesos λ_i são obtidos a partir do seguinte sistema de equações, denominado sistema de krigagem simples:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j * C(x_i, x_j) = C(x_i, x_0) \quad \text{para } i = 1, \dots, n \text{ (n equações)} \quad (10)$$

onde:

- ♦ $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ refere-se à função covariância correspondente a um vetor $\mathbf{h}$, com origem em $\mathbf{x}_i$ e extremidade em $\mathbf{x}_j$.
- ♦ $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0)$ refere-se à função covariância correspondente a um vetor $\mathbf{h}$, com origem em $\mathbf{x}_i$ e extremidade no ponto a ser estimado $\mathbf{x}_0$.

A correspondente variância minimizada do erro, denominada variância de krigagem simples (σ_{ks}^2) é dada por:

$$\sigma_{ks}^2 = Var[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*] = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i * C(x_i, x_0). \quad (11)$$

Em notação matricial, o sistema de krigagem simples é escrito como:

$$K * \lambda = k \Rightarrow \lambda = K^{-1} * k, \text{ com:} \quad (12)$$

$$K = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad k = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ \vdots \\ C_{n0} \end{bmatrix}$$

onde K e k são matrizes das covariâncias e λ o vetor dos pesos.

A variância da krigagem simples é dada por:

$$\sigma_{ks}^2 = C(0) - \lambda^T * k. \quad (13)$$

4.2.2 Krigagem ordinária

A necessidade de se conhecer, *a priori*, a média estacionária da região é uma desvantagem do estimador de krigagem simples (WACKERNAGEL, 1995). Por outro lado, o estimador de krigagem ordinária utiliza médias locais ou tendências locais, estimadas a partir de amostras vizinhas, ao invés de uma única média estacionária, como o faz o algoritmo de krigagem simples (FELGUEIRAS, 1999). Ainda de acordo com esse mesmo autor, possibilita a inferência do atributo, em determinada posição do espaço, sem a necessidade de se conhecer a média estacionária m .

Esse interpolador considera a média flutuante ou móvel por toda a área e os valores são estimados em localizações espaciais não observadas segundo uma combinação linear dos valores de um subconjunto amostral local, sem a necessidade de se conhecer a média estacionária m . A condição para isso é que a soma dos ponderadores da krigagem ordinária seja igual a 1. "A substituição de uma única média estacionária por médias locais, ou tendências locais, explica a extrema robustez do algoritmo de krigagem ordinária" (FELGUEIRAS, 1999, p. 36).

Analogamente à krigagem simples, o valor desconhecido $Z(x_0)$ pode ser estimado por uma combinação linear dos n valores observados adicionado a um parâmetro, λ_0 (JOURNEL, 1988):

$$Z_{x_0}^* = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i). \quad (14)$$

Deseja-se um estimador não tendencioso, isto é,

$$E[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*] = 0. \quad (15)$$

A relação acima exige que as duas médias sejam iguais. Aplicando-se a equação 14 em 15, obtém-se:

$$E[Z_{x_0}] = E\left[\lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i)\right] \Rightarrow m = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i * m. \quad (16)$$

Diferente da krigagem simples, a krigagem ordinária não requer o conhecimento prévio da média m . Neste caso, para que a igualdade 16 seja satisfeita faz-se mister que: $\lambda_0 = 0$ e $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Portanto, o estimador de krigagem ordinária é:

$$Z_{x_0}^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i * Z(x_i), \quad \text{com} \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1. \quad (17)$$

Journel (1988) mostra que, minimizando a variância do erro

$(Var[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*])$ sob a condição de que $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, os pesos λ_i são obtidos a partir do seguinte

sistema de equações, denominado sistema de krigagem ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_j * C(x_i, x_j) - \alpha = C(x_i, x_0) & \text{para } i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (18)$$

onde:

- ◆ $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ e $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0)$ são definidos como anteriormente; e
- ◆ α é o multiplicador de Lagrange necessário para a minimização da variância do erro.

A correspondente variância minimizada do erro, denominada variância de krigagem ordinária (σ_{ko}^2) , é dada pela seguinte expressão (JOURNEL, 1988):

$$\sigma_{ko}^2 = Var[Z_{x_0} - Z_{x_0}^*] = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i * C(x_i, x_0) - \alpha. \quad (19)$$

O sistema de krigagem ordinária (19) pode ser escrito em notação matricial como:

$$K * \lambda = k \Rightarrow \lambda = K^{-1} * k, \text{ com:} \quad (20)$$

$$K = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad k = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ \vdots \\ C_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

onde K e k são matrizes das covariâncias e λ o vetor dos pesos.

Observando a equação (20) percebe-se que o ajuste de modelo ao variograma influencia a determinação da matriz de pesos. Portanto, para cada modelo ajustado ao variograma, é necessário novo cálculo para obter a matriz de pesos, que será utilizada para estimar os valores da variável em estudo.

Como a matriz de pesos é influenciada pelos vizinhos do ponto que se deseja estimar, até determinada distância, estimativas para novos pontos implica em novo ajuste para se obter a matriz de pesos.

A variância da krigagem ordinária é dada por (JOURNEL, 1988):

$$\sigma_{ko}^2 = C(0) - \lambda^T * k. \quad (21)$$

4.2.3 Krigagem da média

Este tipo de estimador é utilizado quando se deseja conhecer a média representativa de determinada região do espaço.

O valor médio de amostras de um espaço geográfico pode ser calculado usando a média aritmética ou a média ponderada. Esta última considera a correlação espacial entre as amostras. Na sequência é feita uma comparação entre essas duas abordagens.

Considere uma situação em particular, na qual amostras foram coletadas em espaçamentos irregulares e o objetivo é estimar o valor da média m para esta região. Uma das alternativas é estimar a média verdadeira m utilizando a média aritmética m^* como estimador

$$m^* = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n Z(x_{\alpha}) \quad (22)$$

Entretanto, na modelagem espacial, as amostras não podem ser consideradas, *a priori*, independentes (WACKERNAGEL, 1995). A função de covariância, associada à função aleatória, usada para modelar os dados, em geral, não pode ser representada pelo modelo de efeito pepita puro. Ao invés disso, variáveis aleatórias localizadas em diferentes pontos no espaço estão correlacionadas.

Uma segunda abordagem utilizada para estimar m^* é por meio da média ponderada

$$m^* = \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha} * Z(x_{\alpha}) \quad (23)$$

onde w_{α} são os pesos (WACKERNAGEL, 1995). Esse procedimento é semelhante ao que é feito na krigagem ordinária, sendo a média definida como uma combinação linear de n variáveis aleatórias (GOOVAERTS, 1997). O problema é como escolher os pesos w_{α} .

Primeiramente é necessário garantir que o estimador seja não-viciado. Isso equivale a exigir que o estimador seja não tendencioso, ou seja, em média, a diferença entre valores estimados e verdadeiros para o mesmo ponto deve ser nula.

Assume-se que a média existe para todos os pontos do domínio⁴

$$E[Z(x)] = m \quad \text{para todo} \quad x \in D. \quad (24)$$

Espera-se que o erro de estimação

$$\begin{array}{ccc} m^* & - & m \\ \text{valor estimado} & & \text{valor amostrado} \end{array}$$

⁴ As demonstrações a seguir relativas à krigagem da média foram retiradas de Wackernagel (1995).

seja, em média, igual a zero

$$E[m^* - m] = 0 \quad (25)$$

isto é, espera-se que o processo de estimação seja não viciado.

Isso é alcançado fazendo com que a soma dos pesos w_α seja igual a um.

$$\sum_{\alpha=1}^n w_\alpha = 1 \quad (26)$$

Na verdade, se m^* for substituída pela média ponderada, a condição de não tendenciosidade é satisfeita

$$\begin{aligned} E[m^* - m] &= E\left[\sum_{\alpha=1}^n w_\alpha * Z(x_\alpha) - m\right] \\ &= \sum_{\alpha=1}^n w_\alpha * \underbrace{E[Z(x_\alpha)]}_m - m \\ &= m \underbrace{\sum_{\alpha=1}^n w_\alpha}_1 - m \\ &= m - m = 0 \end{aligned}$$

Para calcular a variância do erro da estimativa, assume-se que $Z(x)$ é estacionária de segunda ordem e, por conseguinte, tem uma função de covariância $C(h)$, a qual descreve a correlação entre pares de pontos x e $x+h$.

$$C(h) = E[Z(x) * Z(x+h)] - m^2 \quad (27)$$

A variância do erro da estimativa, no procedimento não tendencioso, é

simplesmente a média aritmética do erro quadrático.

$$\text{var}(m^* - m) = E[(m^* - m)^2] - \left(\underbrace{E[m^* - m]}_0 \right)^2 \quad (28)$$

A variância do erro de estimação pode ser expressa em termos da função de covariância.

$$\begin{aligned} \text{var}(m^* - m) &= E[m^{*2} - 2mm^* + m^2] \\ &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n w_{\alpha} w_{\beta} E[Z(x_{\alpha})Z(x_{\beta})] - 2m \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha} \underbrace{E[Z(x_{\alpha})]}_m + m^2 \\ &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n w_{\alpha} w_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \end{aligned} \quad (29)$$

A variância da estimativa é a soma do produto cruzado dos pesos associados aos pontos amostrados. Cada produto cruzado é ponderado pela covariância entre os pontos amostrados correspondentes.

O critério utilizado para definir os pesos ótimos será aquele procedimento que reduzir tanto quanto possível a variância do erro da estimativa, respeitando a condição de não viés. Variância mínima significa que os estimadores possuem a menor variância dentre todos os estimadores não tendenciosos. O objetivo é:

Minimizar a $\text{var}(m^* - m)$ sujeita a $\sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha} = 1$
--

O ponto de mínimo de uma função quadrática é obtido igualando a primeira derivada a zero. A condição da soma dos pesos ser igual a um é introduzida no

problema pelo método de Lagrange.

A função objetivo φ é definida somando à função quadrática um termo contendo o multiplicador de Lagrange μ .

$$\varphi(w_\alpha, \mu) = \text{var}(m^* - m) - 2\mu \left(\sum_{\alpha=1}^n w_\alpha - 1 \right) \quad (30)$$

O sistema de equações da krigagem é determinado para resolver o problema de otimização, igualando as derivadas parciais da função objetivo $\varphi(w_\alpha, \mu)$ a zero

$$\frac{\partial \varphi(w_\alpha, \mu)}{\partial w_\alpha} = 0 \quad \text{para } \alpha = 1, \dots, n \quad (31)$$

$$\frac{\partial \varphi(w_\alpha, \mu)}{\partial \mu} = 0 \quad (32)$$

Isto produz um sistema de $n + 1$ equações. A solução deste sistema fornece os pesos ótimos w_β^{KM} para a estimação da média utilizando a média ponderada

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta=1}^n w_\beta^{KM} C(x_\alpha - x_\beta) - \mu_{KM} = 0 \end{array} \right. \quad \text{para } \alpha = 1, \dots, n \quad (33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta=1}^n w_\beta^{KM} = 1 \end{array} \right. \quad (34)$$

Este é o sistema para a krigagem da média (KM). A variância mínima da estimativa σ_{KM}^2 é calculada usando as equações para os pesos ótimos

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta=1}^n w_\beta^{KM} C(x_\alpha - x_\beta) = \mu_{KM} \end{array} \right. \quad \text{para } \alpha = 1, \dots, n$$

na expressão para a estimativa da variância

$$\sigma_{KM}^2 = \text{var}(m^* - m) \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n w_{\alpha}^{KM} w_{\beta}^{KM} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \\
&= \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha}^{KM} \mu_{KM} = \mu_{KM} \underbrace{\sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha}^{KM}}_1 \\
&= \mu_{KM}
\end{aligned}$$

A variância da krigagem da média é, por conseguinte, dada pelo multiplicador de Lagrange μ_{KM} .

A diferença entre a krigagem da média e o simples cálculo da média aritmética dos dados é que a primeira leva em consideração o arranjo espacial das amostras. Os pesos das amostras localizadas na borda são calculados de forma diferente daqueles localizados no centro do domínio, já que amostras agrupadas não têm a mesma influência daquelas mais isoladas, como as situadas na borda por exemplo.

A possibilidade de estimar a média levando em consideração a disposição espacial das amostras abre espaço para uma classe de modelos mais flexíveis com relação à estacionariedade. Neste caso, permite-se (muito mais no sentido físico do que em bases matemáticas) que a função aleatória seja estacionária de segunda ordem para qualquer posição dentro de determinada região (um disco ou esfera de tamanho fixo, por exemplo) movendo em volta do domínio. Essas funções aleatórias possuem uma função de média $m(x)$ suave, a qual pode ser considerada localmente constante pela krigagem com dados dentro de uma região móvel. Em outras palavras, a tendência (*drift*) $m(h)$ é considerada aproximadamente constante para distâncias $|h|$ menores que o diâmetro das regiões móveis.

4.2.4 Krigagem com modelo de tendência ou krigagem universal

Nas situações em que a variável regionalizada não é estacionária, mas apresenta uma tendência (por exemplo, tendência de aumento dos valores em determinada(s) direção(ões), e seus resíduos contém a hipótese intrínseca, utiliza-se o método mais geral da krigagem universal (LANDIM, 1998)⁵.

Uma variável regionalizada não estacionária pode ser considerada constituída por dois componentes: o *drift*, que consiste no valor médio ou esperado dessa variável dentro de uma certa vizinhança e que varia sistematicamente, e o *resíduo*, que é a diferença entre os valores reais e o *drift*. O *drift* ou tendência pode ser descrito por modelos matemáticos simples (polinômios de diferentes graus) e adicionado ao modelo que descreve a variabilidade espacial, neste caso utilizando os pressupostos geoestatísticos e aplicando a krigagem (NUNES, 1998).

Com a remoção do *drift*, os resíduos serão estacionários e a krigagem pode ser aplicada. Nesses casos, alguns pré-requisitos devem ser satisfeitos:

- 1^o) A tendência (*drift*) $D(\bar{x})$ deve ter uma representação analítica dentro de uma certa vizinhança $D(x) = \sum p_i a_i(x)$, onde p_i são os pesos associados às amostras utilizadas para a estimação e a_i os coeficientes das coordenadas espaciais desses mesmos pontos;
- 2^o) Os resíduos $R(\bar{x})$, definidos como as diferenças entre a variável regional $Z(\bar{x})$ e o *drift* $D(\bar{x})$, devem satisfazer a hipótese intrínseca.

⁵ As demonstrações a seguir para a krigagem com modelo de tendência ou krigagem universal foram retiradas de Landim (1998).

A krigagem com modelo de tendência consiste, portanto, na seguinte sequência de cálculos:

- a) estimação linear do drift e sua remoção;
- b) krigagem dos resíduos estacionários para a obtenção das estimativas necessárias;
- c) combinação dos resíduos estimados com o *drift* para a obtenção da estimação da superfície real.

$$V^*(x,0) = \sum p(j)z(x) \quad (36)$$

onde $V^*(x,0)$ é o valor a ser estimado no local x'_0 desconhecido; $p(j)$ são os pesos atribuídos a cada ponto de controle; $z(x)$ são as observações, com coordenadas conhecidas, em locais dentro da zona de influência.

Define-se o *drift* em função das coordenadas dos pontos de controle, adotando-se geralmente polinômios de baixo grau, ou seja, de primeira ordem ou de segunda ordem. Se x_i e y_i forem as coordenadas dos pontos de controle de uma certa vizinhança estabelecida pela análise variográfica, o *drift* D em um certo ponto P desconhecido será:

$$D_p = a_1x_i + a_2y_i, \text{ para um } drift \text{ de } 1^a \text{ ordem, e}$$

$$D_p = a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + a_5y_i^2, \text{ para um } drift \text{ de } 2^a \text{ ordem.}$$

Os desconhecidos ponderadores p 's, assim como o coeficiente de Lagrange (λ) e os coeficientes a 's, são encontrados pela solução de um sistema de equações lineares cujo resultado fornece o melhor estimador e a mínima variância associada

$$[A][P] = [B] \quad (37)$$

$$d(i, j) = \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{1/2} \quad (38)$$

$$A = \begin{bmatrix} \gamma(d_{1,1}) & \gamma(d_{1,2}) & \cdots & \gamma(d_{1,j}) & 1 & x_1 & y_1 \\ \gamma(d_{1,2}) & \gamma(d_{2,2}) & \cdots & \gamma(d_{2,j}) & 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(d_{i,1}) & \gamma(d_{i,2}) & \cdots & \gamma(d_{i,j}) & 1 & x_{i,j} & y_{i,j} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{i,j} & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & y_2 & \cdots & y_{i,j} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_j \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \gamma(d_{1,\phi}) \\ \gamma(d_{2,\phi}) \\ \dots \\ \gamma(d_{j,\phi}) \\ 1 \\ X_{1,\phi} \\ Y_{2,\phi} \end{bmatrix}$$

$\gamma(h_{i,j})$ são as variâncias entre dois valores amostrados separados por uma distância d_i ; x_i e y_i são as coordenadas dos pontos; p_i , os pesos associados a cada ponto de amostragem; o multiplicador de Lagrange introduzido para equilibrar a restrição do sistema e α_i os coeficientes da superfície do *drift*.

Uma simplificação para o cálculo pode ser incluída, se deslocada a origem do sistema de coordenadas para o ponto x'_0 a ser estimado, quando então as coordenadas $X(x)$ e $Y(x)$ tornam-se zeros e os p_i se mantêm inalterados.

A estimação da variância é fornecida por

$$(x,0) = [P]^t * [B], \text{ onde } [P]^t \text{ é o transposto de } [P] \quad (39)$$

Neste método, além da matriz de pesos da krigagem é necessário calcular os coeficientes do polinômio. Entretanto, o cálculo resultante não se torna demasiado pesado pois os coeficientes do polinômio são calculados simultaneamente com os pesos da krigagem (NUNES, 1998).

4.2.5 Krigagem por indicação

A krigagem linear pode ser usada para inferência dos parâmetros, média e variância, de um modelo probabilístico gaussiano, enquanto que, a krigagem por indicação é usada para se construir uma aproximação discretizada de um modelo probabilístico qualquer (FELGUEIRAS, 1999, p.34).

A krigagem linear não pode ser utilizada para inferir valores entre classes ainda que exista ordenação entre elas. Esse estimador possibilita a estimativa de incertezas sem a exigência de se adotar um modelo de distribuição de probabilidade a priori para o atributo em estudo (FELGUEIRAS, 1999). É considerada uma técnica de inferência estatística não linear, pois é aplicada aos valores do atributo transformados por um mapeamento não linear, que é a codificação por indicação (MACEDO et al., 2001).

O processo de estimação por indicação baseia-se na construção dos modelos de distribuição de probabilidade das variáveis aleatória e função aleatória, que representam o atributo em localizações não conhecidas.

Esta metodologia permite espacializar a incerteza da variável em toda a área de estudo e conhecer a probabilidade da variável exceder um valor crítico em determinada posição. A principal vantagem desta técnica é ser não paramétrica, ou seja, não considera, *a priori*, nenhum tipo de distribuição para a variável aleatória. Consegue modelar atributos com alta variabilidade espacial, sem a necessidade de ignorar os dados amostrados que se distanciam de uma tendência (FELGUEIRAS, 1999).

Além disso, estes procedimentos podem ser aplicados a atributos temáticos, além dos numéricos, o que não é possível com krigagem linear ou outro tipo de interpolador determinístico que considere mais de um vizinho num processo de inferência por

médias (FELGUEIRAS, 1999).

No processo básico da krigagem, a estimativa é feita para um valor médio em um determinado local. Pode-se, porém, fazer estimativas baseadas em valores que se situam abaixo ou acima de um determinado nível de corte (*cutoff*) (LANDIM, 2001). Este procedimento, estabelecido para vários níveis de corte (por exemplo, percentis de uma curva de distribuição acumulada) de uma distribuição, conduzirá a uma estimativa de vários valores da distribuição acumulada em um determinado local, cuja função poderá ser ajustada.

Para se atingir estes objetivos, o primeiro passo, na krigagem por indicação, é transformar os dados originais em indicadores, isto é, transformar os valores que estão acima de um determinado nível de corte em zero (0) e os que estão abaixo em um (1) (LANDIM, 2001):

$$i_j(v_c) = \begin{cases} 1 & \text{se } v_j \leq v_c \\ 0 & \text{se } v_j > v_c \end{cases} \quad (40)$$

Desta forma, são calculados os variogramas experimentais indicativos para determinados níveis de corte e são estabelecidos os modelos variográficos para os mesmos. Os variogramas indicativos podem ser estimados pela função (LANDIM, 2001):

$$\gamma_i(h, v_c) = \frac{1}{2N_h} \sum_{i=1}^{N_h} [i(x+h, v_c) - i(x, v_c)]^2 \quad (41)$$

onde h = passo (*lag*) básico; v_c = nível de corte e N = número de pares.

Efetuando-se a krigagem ordinária pontual nos valores transformados, obtêm-se a probabilidade de $v_i < v_c$. Desta forma, à medida que se incrementa v_c , obter-se-á valores estimados da função de distribuição acumulada, assim expresso:

$$F(v; v_c / (n)) = E\{i(v; v_c) / (n)\} \quad (42)$$

Definidas as funções de distribuição acumulada, pode-se, portanto, obter qualquer intervalo probabilístico da variável, ou seja:

$$F(v_j) - F(v_i), \text{ onde: } v_j > v_i. \quad (43)$$

4.2.6 Krigagem de bloco

A krigagem ordinária pode ser utilizada para estimar o valor de um bloco ao invés do valor de um ponto (WACKERNAGEL, 1995). Quando se estima o valor do bloco por meio de valores pontuais utiliza-se⁶:

$$Z_{v_0}^* = \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha} * Z(x_{\alpha}) \quad (44)$$

e, neste caso, a krigagem ordinária é modificada do seguinte modo para a krigagem de bloco:

$$\begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \cdots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^{BK} \\ \vdots \\ w_n^{BK} \\ \mu_{BK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\gamma}(x_1, v_0) \\ \vdots \\ \bar{\gamma}(x_n, v_0) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (45)$$

onde o lado direito da equação 45 contém o variograma médio $\bar{\gamma}(x_{\alpha}, v_0)$ de cada ponto amostrado com o bloco (v_0) de interesse.

⁶ As demonstrações a seguir relativas à krigagem de bloco foram retiradas de Wackernagel (1995).

A correspondente variância da krigagem de bloco é dada por

$$\sigma_{BK}^2 = -\mu_{BK} - \bar{\gamma}(v_0, v_0) + 2 \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha}^{BK} * \bar{\gamma}(x_{\alpha}, v_0) \quad (46)$$

Para uma função aleatória estacionária de segunda ordem a variância da krigagem de bloco pode ser escrita em termos da covariância:

$$\sigma_{BK}^2 = \mu_{BK} + \bar{C}(v_0, v_0) - 2 \sum_{\alpha=1}^n w_{\alpha}^{BK} \bar{C}(x_{\alpha}, v_0) \quad (47)$$

Se o volume v_0 for relativamente grande, os termos $\bar{C}(v_0, v_0)$ e $\bar{C}(x_{\alpha}, v_0)$ desaparecem, isto é:

$$\sigma_{BK}^2 \mapsto \sigma_{KM}^2 \quad \text{para} \quad |v_0| \mapsto \infty \quad (48)$$

A krigagem de bloco tende a ser equivalente à krigagem da média para blocos, v_0 , grandes.

Outra alternativa na construção de mapas temáticos tem sido a utilização das redes neurais artificiais. A seguir será detalhada essa metodologia.

4.3 Redes neurais artificiais

Neurocomputação é uma das várias áreas da tecnologia da informação preocupada com a estrutura de processamento de informação paralela, distribuída e adaptável, já que tem a capacidade de desenvolver um comportamento inteligente para trabalhar num ambiente de informações (FURUNDZIC, 1998).

A estrutura conhecida como rede neural artificial (RNA) foi inspirada

na organização morfológica e funcional da estrutura neural do cérebro (redes neurais biológicas) e é uma tentativa de simular o seu alto nível de organização, baseando-se no entendimento do sistema nervoso. RNAs são modelos computacionais inspirados no cérebro humano e que possuem a capacidade de aquisição e manutenção do conhecimento.

Podem ser definidas como um conjunto de unidades de processamento ("neurônios"), que são interligados por um grande número de interconexões ("sinapses"). Simulando algumas das características do cérebro humano, como por exemplo, o conceito de raciocínio inteligente, as RNAs apresentam desempenho satisfatório, em comparação com as abordagens convencionais, baseadas na computação seqüencial (FURUNDZIC, 1998).

De acordo com Vale e Zambiasi (2000), RNAs são técnicas computacionais que utilizam um modelo matemático capaz de adquirir conhecimentos pela experiência, sendo que esse comportamento inteligente provém das interações entre unidades de processamento, denominadas neurônios artificiais.

A aplicação mais difundida de RNAs, atualmente, tem sido como aproximador de função, sendo a estimativa feita dentro do domínio específico da função.

Muitas pesquisas, em diferentes áreas da ciência e tecnologia, usam RNAs para resolver problemas de controle, aproximação de função e padrão de classificação. Loke et al. (1997) concluíram que as RNAs constituem uma ferramenta capaz de lidar com problemas que são tradicionalmente difíceis de resolver com técnicas de modelagem convencionais.

Loke et al. (1997) e Furundzic (1998) apresentam várias características das RNAs: aprendem por meio de exemplos; apresentam alto grau de tolerância a falhas e robustez para tratar imprecisões e incertezas; possuem processamento distribuído, inclusive na

representação da informação; habilidade para generalização; forte paralelismo; habilidade de adaptação e aprendizagem; agrupa ou organiza dados; são capazes de organizar internamente a informação (auto-organização).

Entretanto, este método apresenta desvantagens. Uma delas é que o desenvolvimento depende fortemente de tecnologia que garanta computadores com alto desempenho, necessários para o processamento de grande quantidade de informações em tempo razoável (FURUNDZIC, 1998).

As RNAs são sistemas computacionais que produzem um *output* a partir de um dado *input*. As entradas de um neurônio artificial podem ser comparadas exatamente com estímulos para o neurônio biológico. Todos esses estímulos chegam ao núcleo de processamento ao mesmo tempo, paralelamente. O processamento paralelo em computadores seqüenciais é paradoxal, mas não o é quando se trata das RNAs. Neste caso ele ocorre de fato, ou seja, todos os neurônios estão processando ao mesmo tempo as informações de entrada. A simulação de um ambiente paralelo é possível por meio do modelo matemático, e é desta forma que ocorre o processamento para as RNAs (TAFNER; XEREZ; RODRIGUES FILHO, 1995).

O elemento básico da RNA é o neurônio (Figura 2). RNAs consistem de um grande número dessas simples, mas altamente interconectadas unidades de processamento de sinal (LOKE et al., 1997). É por meio dele que a RNA aprenderá as informações que serão fornecidas pelos canais de entrada dos neurônios.

De acordo com o mesmo autor, cada neurônio recebe sinais de um grande número de outros neurônios, transformando esses sinais por meio da função de

transferência e enviando o resultado para outros neurônios situados nas camadas seguintes.

Assim continua o processo de ação e reação ao longo da RNA.

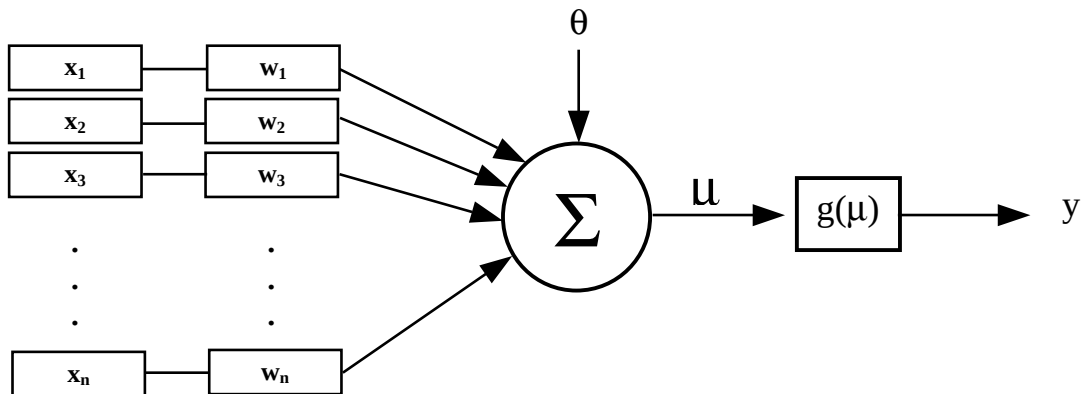


Figura 2 – Neurônio artificial.

Na Figura 2, $x_1, x_2, \dots, x_n$ são os sinais (dados) de entrada; $w_1, w_2, \dots, w_n$ são os pesos sinápticos ou conexões sinápticas; θ é o limiar (*threshold*) de ativação do neurônio; μ é a saída do combinador linear; $g(\mu)$ é a função de ativação e y é o sinal de saída.

Cada neurônio pode ser modelado como descrito na Figura 2, onde n representa o número de entradas do neurônio. Associada a cada uma das n entradas x_i , estão os pesos sinápticos w_i , ($i=1,2,\dots,n$), os quais multiplicam as entradas. Tem-se ainda o valor ajustável do limiar de ativação θ (*threshold*), que é somado à multiplicação dos valores de entrada pelos respectivos pesos sinápticos.

Matematicamente, tem-se:

$$\mu = \sum_{i=1}^n w_i * x_i + \theta \quad (49)$$

$$y = g(\mu) = g\left(\sum_{i=1}^n w_i * x_i + \theta\right) \quad (50)$$

As conexões entre os neurônios procuram simular as conexões sinápticas biológicas fazendo uso da variável peso. A função de ativação processa o conjunto de entradas recebidas e o transforma em estado de ativação. Normalmente o estado de ativação dos neurônios pode assumir os valores binários (0 e 1), bipolares (-1 e 1) e reais. As funções de ativação mais usuais são as seguintes: função rampa, função degrau, função degrau (bipolar), função sigmóide, função tangente hiperbólica.

Biologicamente falando, o neurônio passa adiante os estímulos conforme a força dos estímulos recebidos provenientes dos neurônios que, com ele, estão conectados. A soma dos estímulos recebidos é que determina a continuação do estímulo recebido.

Os sinais, passando por meio das conexões de um neurônio a outro, são, juntamente com as funções de transferência nos neurônios, manipulados pelos pesos. Cada conexão na RNA processa um valor do peso, que indica a força ou importância de um sinal transitório. Conseqüentemente, quando esses pesos são modificados, também o são os sinais que transitam pela RNA. Da mesma forma é alterado todo o desempenho global da RNA.

Todos esses valores dos pesos e funções de transferência, em uma RNA, podem ser ajustados e otimizados de uma tal maneira que um sinal de entrada é associado corretamente com um sinal desejado de saída. Este processo de ajuste e otimização é chamado de treinamento da RNA e faz uso de um algoritmo de aprendizagem e de um conjunto de valores de treinamento. O resultado é uma RNA com um cenário único de pesos e

funções de transferência capaz de reproduzir os exemplos de treinamento com segurança e precisão.

Conforme descrito, para que esse método tenha condições de associar corretamente os padrões de *input* e *output*, é necessário que a RNA seja treinada com um conjunto de dados amostrados. O treinamento ou processo de aprendizagem da RNA consiste em ajustar os pesos sinápticos (matriz de pesos) de forma que a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas desejadas.

Este processo de aprendizagem acontece, basicamente, de duas formas: o aprendizado supervisionado e o aprendizado não-supervisionado.

No treinamento supervisionado a RNA é treinada para fornecer a saída desejada em relação a um estímulo de entrada específico. Neste caso, a rede deverá possuir pares de entrada e saída, ou seja, um conjunto de entradas e um conjunto com as saídas desejadas para cada entrada. Sempre que for apresentada à rede uma entrada, deverá ser verificado se a saída obtida (gerada a partir dos cálculos efetuados com os pesos que a rede possui) confere com a saída desejada para aquela entrada. Sendo diferente, a rede deverá ajustar os pesos de forma que armazene o conhecimento desejado. Essa interatividade do treino deverá ser repetida com todo o conjunto de treinamento (entradas e saídas), até que a taxa de acerto esteja dentro de uma faixa considerada satisfatória. De acordo com Tafner, Xerez e Rodrigues Filho (1995), essa forma de aprendizagem é bem conhecida e tem demonstrado resultados satisfatórios em aplicações reais.

Já no treinamento não supervisionado ou auto-supervisionado não há uma saída específica em relação ao estímulo de entrada. A rede se auto-organiza em relação a

algum subconjunto das entradas, cujos elementos possuam algum tipo de similaridade. Esse tipo de rede utiliza os neurônios como classificadores e os dados de entrada como os elementos para classificação.

Nesse processo, o algoritmo de aprendizado ajusta automaticamente os parâmetros livres no interior da RNA. Uma vez que a sessão de treinamento termine, todos os parâmetros no interior da RNA estarão estabelecidos, sendo o algoritmo de aprendizado desativado. Após isso, a RNA estará pronta para uso e associará qualquer padrão de entrada apresentado com um padrão de saída correspondente. Nessas associações ocorrem erros, sendo o erro quadrático definido como:

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (d_j(k) - y_j(k))^2 \quad (51)$$

onde $d_j(k)$ é a saída desejada do j -ésimo neurônio relativo ao k -ésimo padrão de treinamento e $y_j(k)$ é a saída do j -ésimo neurônio relativo ao k -ésimo padrão de treinamento.

De acordo com Basheer e Hajmeer (2000), a função a ser minimizada é a soma dos erros quadráticos médios do vetor de saída:

$$E_M = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P E(k) \quad (52)$$

onde P é o número de pares de dados utilizados no treinamento, também denominados de padrões de treinamento, e $E(k)$ é a soma de quadrados dos erros para todos os neurônios na camada de saída.

O objetivo do processo de aprendizagem é ajustar os parâmetros livres, w , da RNA a fim de minimizar E_M . Desta forma, os pesos da RNA são atualizados usando a relação (BASHEER; HAJMEER, 2000):

$$w_{ji}^l(k+1) = w_{ji}^l(k) - \eta \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ji}(k)} \quad (53)$$

onde η é a constante que determina a taxa (velocidade) de aprendizagem do algoritmo *back-propagation*, w é a matriz de pesos que conecta o neurônio j da camada l ao neurônio i da camada $(l-1)$.

O algoritmo *back-propagation*, cujo aprendizado é supervisionado, é constituído de dois passos principais:

- 1) Passo Forward: um padrão é aplicado nas entradas da RNA e as informações são propagadas camada a camada até as suas saídas. Neste ponto a matriz de pesos não é alterada.
- 2) Passo Backward: compara a saída obtida com a saída desejada. Calcula o erro que será propagado (de volta). A partir disso é feito o ajuste da matriz de peso, minimizando o erro.

4.3.1 Arquitetura da rede neural artificial

As conexões entre as camadas podem gerar n números de estruturas diferentes. A arquitetura da RNA (modo como os neurônios estão organizados) está fortemente relacionada com o algoritmo utilizado para treinar a rede. A conexão em si é tornar o sinal de saída em um sinal de entrada, tanto para um outro neurônio quanto para o mesmo que o gerou. Quando uma rede possui todas as saídas dos neurônios de uma camada

conectadas com todos os neurônios da próxima camada é chamada de amplamente conectada.

Quando um sinal de saída de um neurônio servir como entrada para a mesma camada, ou uma camada anterior, a rede, então, possui uma característica chamada de *feedback* (realimentação).

O sinal pode ser usado tanto para excitar a camada inteira como também para excitar apenas um neurônio em particular, ou até mesmo, o próprio neurônio que realizou o disparo.

A arquitetura *feedforward* implica que o fluxo segue uma direção e sentido (sempre para frente) e que não há realimentação entre os neurônios. A saída de cada neurônio de uma camada é a entrada para os neurônios da camada seguinte. A camada inicial, onde as informações entram na RNA, é denominada camada de entrada e, a última camada, da qual saem as informações da RNA, é denominada camada de saída. Todas as outras camadas entre elas são denominadas camadas escondidas.

Outro tipo de conexão pode ser, por exemplo, entre camadas alternadas. Essa conexão pode ser realizada tanto para frente quanto para trás (realimentação). Também podem acontecer conexões de neurônios em partes específicas de uma camada qualquer. Percebe-se, portanto, que a arquitetura da rede neural é livre, podendo ser modificada conforme a necessidade do projeto em estudo.

O tipo de conexão, número de camadas de neurônios, o tipo de treinamento, dentre outros, são os aspectos que diferem os tipos de RNAs.

A camada de entrada contém as informações fornecidas à RNA. A maior parte do processamento, bem como a extração das características de interesse, são

procedimentos realizados nas camadas escondidas. Na camada de saída o resultado final é concluído e apresentado.

Entre as RNAs multicamadas *feedforward*, a *perceptron* é a mais utilizada, com uma ou mais camadas de neurônios entre a entrada e a saída. Cada unidade nas camadas escondidas utiliza uma função de transferência (ativação) não linear.

O processo de treinamento das RNAs *perceptron* multicamadas é realizado por meio do algoritmo *back-propagation*, também conhecido como regra delta generalizada, cujo aprendizado é supervisionado. A RNA *perceptron*, treinada com o algoritmo *back-propagation*, é capaz de implementar qualquer mapeamento não-linear que relacione as entradas e as saídas.

Época de treinamento é a quantidade de vezes que devemos apresentar à RNA todo o conjunto de treinamento, de tal forma que a RNA alcance os valores desejados.

Após a fase de treinamento, um novo conjunto de teste é fornecido à RNA. É necessário que este conjunto de dados não tenha sido utilizado durante o treinamento. Um exame é executado para verificar se a RNA compreendeu as relações de causa e efeito subjacentes nos exemplos de treinamento, em vez de somente memorizar as respostas. As saídas resultantes deste conjunto de testes são validadas usando múltiplos critérios de desempenho, como a habilidade de generalização da RNA. Se os resultados do teste forem insatisfatórios, a RNA é novamente treinada, usando outra composição, como, por exemplo, diferente número de neurônios.

O desempenho final da RNA depende de múltiplos fatores, sendo os mais importantes: o número de neurônios, o tipo dos neurônios, a infra-estrutura de conexão

(arquitetura da RNA), o tipo de algoritmo de aprendizagem, e um, que merece atenção especial, o conjunto de dados utilizado no treinamento.

A performance da RNA está associada à qualidade do seu conjunto de treinamento (LOKE et al., 1997). Ou seja, para se obter uma boa performance os dados que compõem o conjunto de treinamento têm que ser representativos do fenômeno em estudo.

5 MATERIAL E MÉTODOS

5.1 Material

Os dados utilizados no presente trabalho referem-se à altitude medida em metros acima do nível do mar, para um conjunto de 349 cidades distribuídas pelo estado de São Paulo (Figura 3), georreferenciados (em UTM – *Universal Transversor de Mercator*) por meio das coordenadas X (m) e Y (m). Esses dados foram coletados sob a responsabilidade do Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE) do estado de São Paulo. Foram eliminadas as cidades pertencentes à Serra do Mar para evitar tendências no conjunto de dados.

A escolha da variável altitude deveu-se a uma das limitações dos dados

com dependência espacial. Essa limitação está relacionada à impossibilidade de repetir indefinidamente um experimento e realizar inferência a partir de uma única realização (OLIVEIRA, 2003). Um exemplo é a precipitação de chuva diária ou mesmo realizar novas amostras de um bloco de minério já processado. Isso não ocorre com dados de altitude, pois é possível repetir o experimento com esses dados que a variabilidade do resultado será mínima.

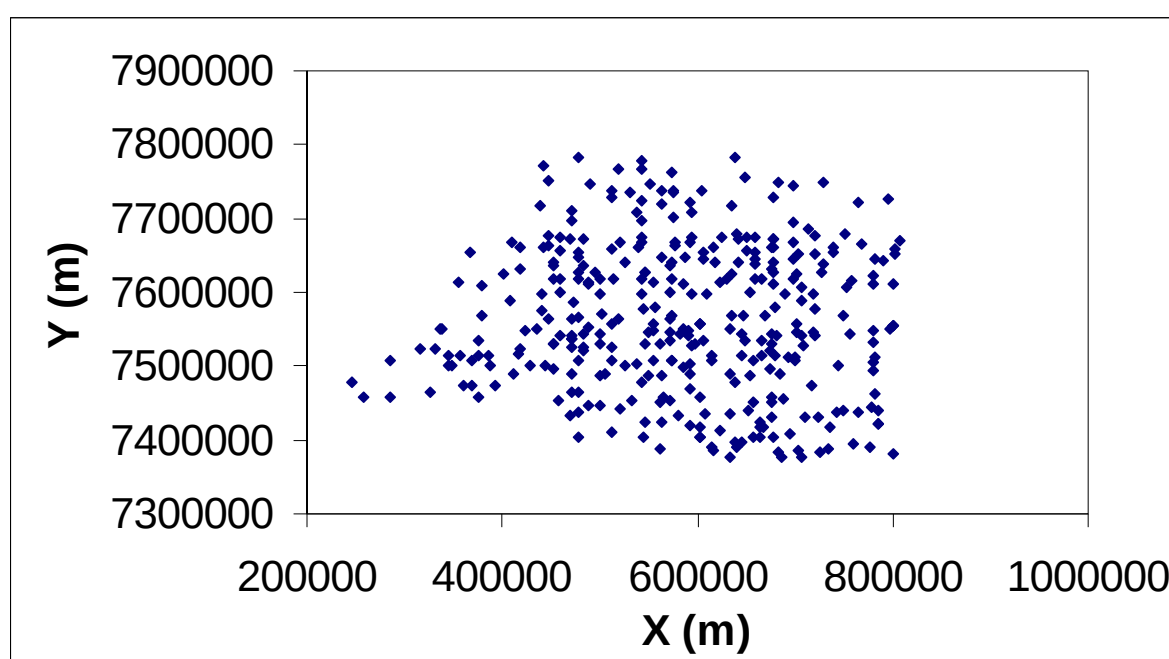


Figura 3 – Localização geográfica das 349 cidades do estado de São Paulo.

5.2 Métodos

A agricultura de precisão requer a construção dos mapas temáticos. Os dados para a construção desses mapas são obtidos de duas formas: amostras do atributo em questão e, a partir das amostras, são feitas estimativas para os locais não amostrados. Um dos

empecilhos para a adoção da agricultura de precisão é o custo elevado dos dados provenientes das amostras. A solução neste caso é minimizar o número de amostras. Para isso é necessário conhecer o comportamento dos diversos estimadores. Esse é o propósito deste estudo, a comparação dos métodos utilizados na estimativa de valores para os locais onde o atributo em questão não foi amostrado.

O objetivo aqui é descrever os métodos utilizados no presente trabalho com as finalidades de auxiliar o entendimento e facilitar a replicação do modelo.

O primeiro passo do estudo foi proceder à análise exploratória dos dados. Essa etapa é de suma importância, pois a existência de dados discrepantes afeta a interpretação da dependência espacial ao usar o variograma.

Oliveira (2003) ressaltou a necessidade da realização da análise exploratória dos dados, para certificar-se de que realmente existe uma estrutura de dependência espacial nos dados analisados. Esta análise permite: identificar *outliers* que interferem nos resultados de testes de normalidade e homogeneidade dos dados; indicar a forma da distribuição dos dados; orientar na escolha da análise a ser aplicada; auxiliar na decisão do tipo de estacionariedade que pode ser assumida; caracterizar a variabilidade; identificar em que local essa variabilidade é mais acentuada; realizar mapas de contorno; gráficos de contorno; auxiliar a retirar dados atípicos principalmente quando existem erros grosseiros com causas desconhecidas; adotar técnicas robustas de análise (OLIVEIRA, 2003); compreender o fenômeno em estudo; auxiliar o pesquisador no ajuste da função e dos parâmetros ao variograma.

Na sequência foi realizada a análise estrutural dos dados. A análise

estrutural compreende uma fase muito importante para um estudo geoestatístico, pois condiciona os resultados da krigagem e simulação.

Os objetivos principais desta análise são os de:

- a. Construir um modelo estatístico que descreva a variabilidade espacial do fenômeno em estudo e,
- b. analisar a continuidade espacial a qual se divide em duas partes:
 - b₁) determinar medidas da continuidade espacial a partir de dados disponíveis como: os variogramas e correlogramas experimentais e
 - b₂) modelar as medidas experimentais por meio do ajuste de um modelo analítico, para posterior uso nas etapas de estimação e simulação.

Como descrito no capítulo anterior, existem vários métodos de krigagem, sendo que neste estudo foi utilizada a krigagem ordinária e krigagem simples.

As redes neurais artificiais foram utilizadas como aproximador de funções. O *input* para a camada de entrada são os valores de latitude e longitude e o *output* a altitude.

Para a utilização das redes neurais artificiais é necessária a separação dos dados originais em dois conjuntos distintos: testes e treinamento. A rede neural artificial é treinada para adquirir conhecimento com o conjunto de treinamento e por meio do conjunto de testes faz-se a verificação da acuracidade do método.

Para o treinamento da rede neural artificial é necessário separar

aproximadamente 90% do total dos dados para se garantir a não tendenciosidade do aprendizado da rede neural artificial (BASHEER; HAJMEER, 2000). Caso a rede seja treinada com o conjunto total de dados, no momento do teste do algoritmo os resultados apresentados serão tendenciosos, pois a rede já “conhece” os dados utilizados no conjunto de testes.

Os dados restantes, aproximadamente 10% do total, são reservados para os testes.

Essa separação foi feita no Excel (Oficce 2002), utilizando o seguinte procedimento:

- 1 – Inicialmente gerou-se uma seqüência de 40 números aleatórios (reais), no intervalo de 01 a 349, que corresponde ao conjunto de dados original;
- 2 – Foi feita uma transformação dos números reais para inteiros, arredondando-os para o inteiro mais próximo ao número;
- 3 – Foi utilizado um algoritmo de busca pré-definido no Excel com o intuito de separar os conjuntos de testes e treinamento. Utilizou-se a função PROC () do Excel (Office 2002) para buscar no conjunto total de dados o registro (latitude, longitude e altitude) correspondente ao índice gerado pelo número aleatório;
- 4 – Foi feita uma consulta SQL (*Structured Query Language*)⁷, utilizando o software Access (Office 2002) para separar o conjunto de treinamento, retirando dele os registros referentes ao conjunto de testes.

Para as redes neurais artificiais foram realizados testes para a definição da

melhor arquitetura, incluindo variação no número de camadas neurais e no número de neurônios.

A análise geoestatística, em algumas situações, exige um certo grau de subjetividade (RIBEIRO JÚNIOR, 1995). Sendo assim, para avaliar se o fenômeno foi modelado de forma adequada, alguns autores têm utilizado o método da validação cruzada, de forma que sejam obtidas informações fidedignas da amostra.

A validação cruzada consiste das seguintes etapas:

- a. suprimir do conjunto de dados, um ponto qualquer, por exemplo, z_i ;
- b. calcular, pelo método da krigagem, o valor estimado do ponto z_i empregando somente os dados restantes, isto é, $\hat{z}_i$;
- c. calcular o erro de estimação, por meio da expressão $(z_i - \hat{z}_i)$ dividido pelo desvio $\frac{(z_i - \hat{z}_i)}{\sigma_i}$ e,
- d. repetir as etapas anteriores para todos os pontos.

No presente trabalho a validação cruzada foi utilizada para comparar a performance dos interpoladores. No próximo capítulo serão apresentados os resultados, bem como a discussão dos mesmos.

⁷ A implementação desses métodos encontra-se nos anexos do presente estudo.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 Análise dos resultados

6.1.1 Análise exploratória

A Figura 4 mostra a distribuição espacial das cinco classes de observações, dispersas em toda a área de estudo. Observando o mapa com os dados da altitude para os 349 pontos amostrados percebe-se baixas altitudes na região oeste do estado, com variações entre 240 e 370 metros. Na região central as altitudes variam na faixa compreendida entre 370 e 630 metros, sendo que predominam altitudes entre 370 e 500 metros. Na região

leste, a altitude varia no intervalo compreendido entre 500 e 890 metros, sendo muito baixa a incidência de valores na faixa compreendida entre 760 e 890 metros. A maior incidência de valores na região leste do estado está na faixa dos 500 aos 630 metros. Percebe-se que a altitude cresce no sentido oeste – leste.

Observando o mapa no sentido norte – sul, percebe-se que na parte superior do estado estão os valores compreendidos entre 240 e 630 metros, sendo que a predominância de valores encontra-se na faixa dos 370 aos 630 metros. Na região sul do estado os valores predominantes encontram-se no intervalo compreendido entre 500 e 760 metros. Essa descrição pode ser comprovada pela análise da Figura 4. Isso está evidenciado também no histograma para a altitude (Figura 5), ou seja, a maior freqüência de dados está no intervalo de variação da altitude compreendido entre, aproximadamente, 370 e 580 metros.

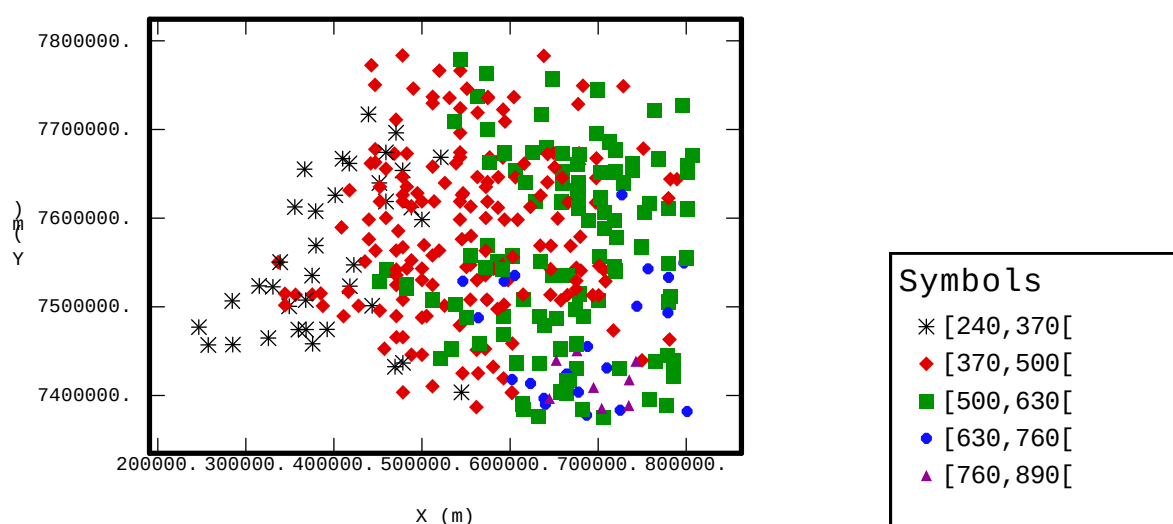


Figura 4 – Localização geográfica das 349 cidades do estado de São Paulo, com cinco classes.

A amplitude dos dados amostrados é de 640 metros e o valor do coeficiente de variação é 22,16% (Tabela 1). Tanto a amplitude quanto o valor do coeficiente de variação retratam a reduzida variabilidade do conjunto de dados amostrados.

Tabela 1 – Número de amostras, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação da altitude e teste de normalidade (Shapiro-Wilk).

Atributos	Altitude
Número de amostras	349
Mínimo (metros)	240,00
Máximo (metros)	880,00
Média (metros)	480,00
Desvio Padrão (metros)	106,38
Variância	11316,78
Coeficiente de Variação (%)	22,16%
Shapiro-Wilk	0,970923 ($p = 1,83 \cdot 10^{-6}$)

Analisando o histograma, percebe-se claramente a tendência à normalidade, os valores de altitude estão distribuídos em torno da média. Observa-se ligeira assimetria no lado direito. Ou seja, poucos pontos com altitudes elevadas.

No intuito de testar se os dados amostrais seguiam uma distribuição normal, aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk. Conforme apresentado na Tabela 1 ($p = 1,83 \cdot 10^{-6}$) conclui-se a normalidade dos dados amostrais.

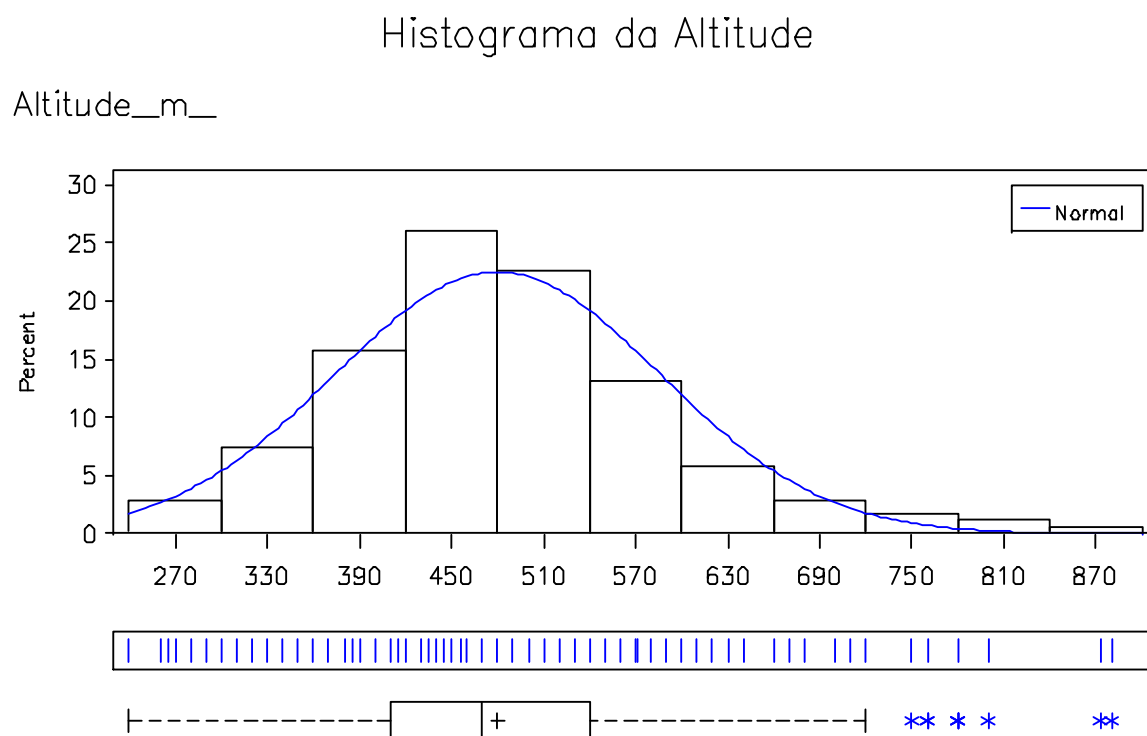


Figura 5 – Histograma da altitude.

6.1.2 Análise estrutural

Na Figura 6 está o variograma experimental para a altitude, com os pares de pontos representados.

O modelo que melhor se ajustou ao variograma foi o esférico, com alcance de 117.559,64 metros (aproximadamente 117 quilômetros), ou seja, pares de pontos separados por distâncias menores que esta apresentam estrutura de correlação espacial, ao passo que pontos separados por distâncias maiores não estão correlacionados espacialmente. O

valor do patamar é 7.628,35 m², apresentando uma diferença de 3.688,43 m² em relação à variância amostral.

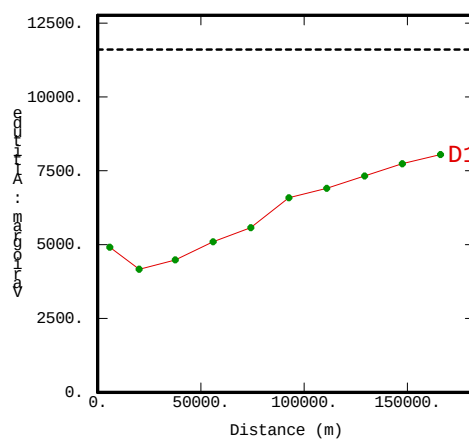


Figura 6 – Variograma experimental para a altitude.

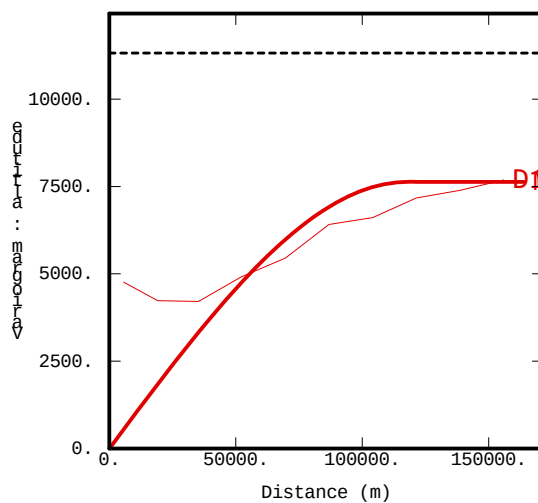


Figura 7 – Variograma experimental para a altitude com o ajuste do modelo esférico.

Observando a Figura 4, percebe-se que a altitude varia no sentido oeste-leste (latitude) em três faixas, descritas assim: oeste – 200.000 a 450.000 metros, central

– 450.000 a 650.000 metros; leste – 650.000 a 820.000 metros. O tamanho dessas faixas varia 250.000 metros na faixa oeste, 200.000 metros na faixa central e 170.000 metros na faixa leste. Como observado anteriormente, dentro de cada faixa, observam-se intervalos distintos de variações para a altitude.

O alcance de aproximadamente 117.000 metros retrata o modelo de dependência espacial descrito acima e não considera dependência espacial para toda a área, mas sim dentro das faixas ou nas vizinhanças de uma faixa para outra.

A construção do variograma auxilia na descrição da variabilidade espacial do fenômeno em estudo e na análise da continuidade espacial. Observam-se valores decrescentes para a variância no intervalo compreendido até os 40.000 metros (eixo X do variograma experimental). A partir dos 40.000 metros os valores são crescentes para a variância em praticamente toda a área analisada.

A variabilidade alta para pontos separados por distâncias muito pequenas pode ser observado na Figura 4. Em algumas posições os valores são tão próximos (dão a impressão de estarem sobrepostos) e, ao mesmo tempo, pertencem a classes distintas. Isso pode ser observado no variograma experimental com os pontos plotados (Figura 6 (B)), quando se analisa o comportamento dos três (03) primeiros pontos. A variabilidade para o ponto inicial está num patamar, para pequenos incrementos na distância, a variabilidade diminui e depois, no terceiro ponto, aumenta novamente.

O software utilizado no presente estudo para a modelagem geoestatística não possui implementado o cálculo do r^2 e nem da soma de quadrado dos resíduos para o ajuste do modelo ao variograma. O valor do coeficiente de determinação r^2

indica o quanto o modelo ajustado explica a variação, no conjunto de dados, da distância e da variância. Ambos detectam erros ou desvios embutidos na variância (LANDIM, 1998).

Esses parâmetros fornecem ao pesquisador, usuário do software, informações mais confiáveis a respeito do ajuste feito aos modelos. Pode ser que esse fato esteja relacionado diretamente à finalidade do software: uma aplicação comercial, restrita a grandes empresas, ainda pouco utilizada na área acadêmica em função do elevado custo de aquisição e de renovação anual da licença de uso. Outros softwares, alguns deles utilizados amplamente na área acadêmica, trazem esse recurso implementado, o que auxilia num ajuste com maior acuracidade do modelo.

6.1.3 Krigagem ordinária

No software utilizado no presente estudo, não existe a opção de definição direta do número de vizinhos para a interpolação. Ao invés disso, são definidos parâmetros para uma elipse (valores para X e Y), que indiretamente, definem o número de vizinhos. Na Figura 8 tem-se a visualização do exposto anteriormente.

É importante esclarecer que o alcance do modelo ajustado ao variograma define a distância máxima na qual os valores apresentam correlação espacial. A definição do número de vizinhos é feita para estabelecer, dentro da distância máxima, o que será efetivamente considerado na interpolação.

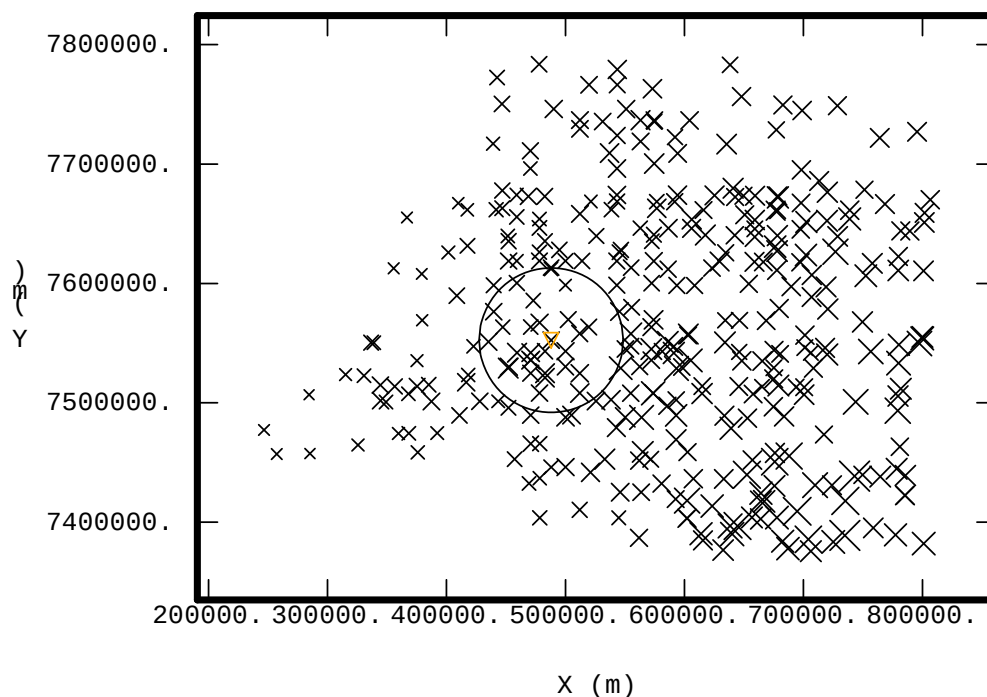


Figura 8 – Circunferência para 60.000 metros – eixos X e Y.

Optou-se por definir os mesmos valores dos eixos X e Y, o que transforma a elipse em uma circunferência (Figura 8). No intuito de definir o raio da circunferência que permitisse obter o melhor desempenho para o interpolador, foi feita a validação cruzada utilizando a krigagem ordinária, quando um valor amostrado é comparado a um valor calculado para a sua própria posição. Esse procedimento foi realizado para as distâncias: 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110 e 120 mil metros. O resultado está apresentado na Tabela 2 e na Figura 9.

Os dados resultantes da validação cruzada foram plotados (Figura 9), sendo que no eixo X têm-se os valores estimados de altitude pelo método da krigagem

ordinária e no eixo Y os valores amostrados. A esses pares de dados foi aplicado o modelo de regressão linear simples, esperando-se que o valor amostrado fosse igual ao estimado e, para isso, o coeficiente angular da reta deveria ser próximo a um. É interessante observar que o valor do r^2 será outro indicador, em conjunto com o anterior, para analisar o quanto o valor estimado se aproximou do amostrado. Analisou-se ainda o número de pontos estimados.

Observando a Tabela 2, percebe-se que os valores do coeficiente angular da reta, r^2 e o número de pontos estimados não se alteraram a partir dos 100.000 metros.

Na Figura 9 têm-se os gráficos das validações cruzadas, com a equação de reta ajustada e os valores de r^2 , para os diferentes raios da circunferência.

Tabela 2 – Raio da circunferência (metros), coeficiente angular da reta ajustada entre o valor estimado e o amostrado, r^2 e o número de pontos estimados.

Raio da circunferência (metros)	Coeficiente angular da reta $Y = a * X$	r^2	Número de pontos estimados
30.000 m	0,9907	0,4012	310
40.000 m	0,9961	0,4539	311
50.000 m	0,9946	0,4538	313
60.000 m	0,9951	0,4569	313
70.000 m	0,9950	0,4558	313
80.000 m	0,9950	0,4557	313
90.000 m	0,9951	0,4555	313
100.000 m	0,9951	0,4566	313
110.000 m	0,9951	0,4566	313
120.000 m	0,9951	0,4566	313

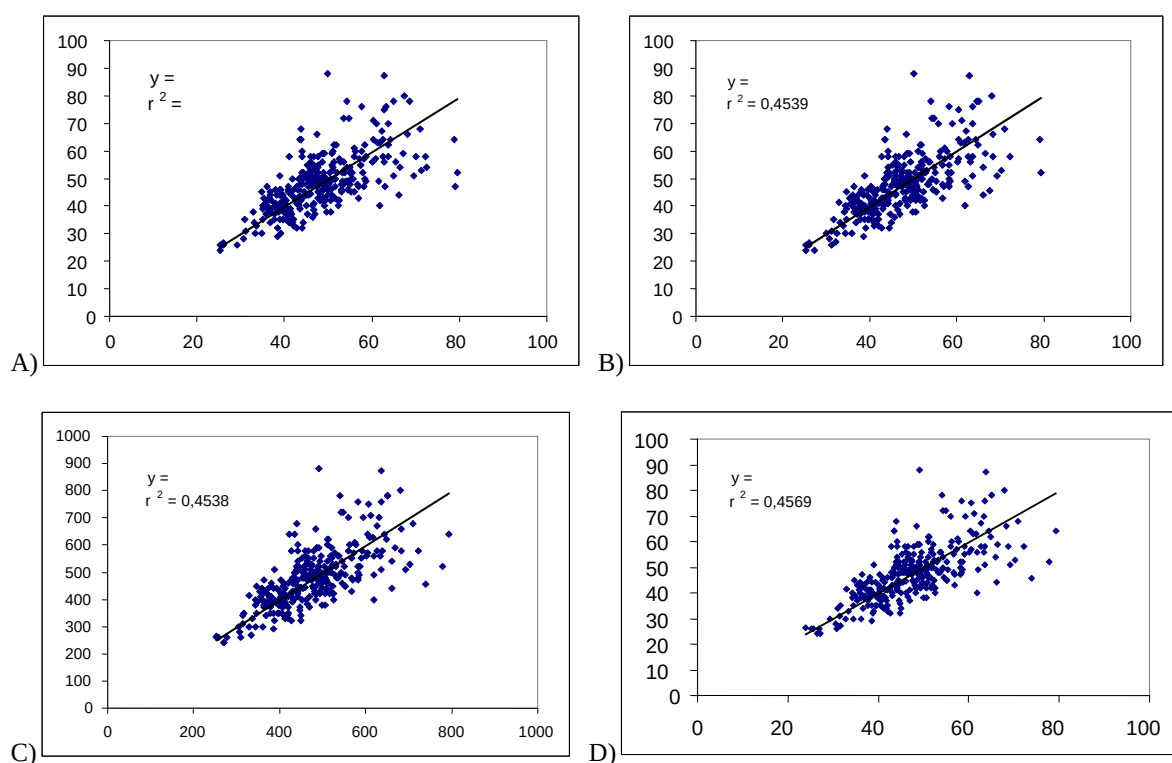
Para 30.000 e 40.000 metros, o número de pontos estimados foi 310 e 311, respectivamente. Para as distâncias compreendidas entre 50.000 e 120.000 metros, o

número de pontos estimados foi 313.

Observando a Figura 9 não se percebem diferenças visuais significativas para as distâncias.

O coeficiente angular da reta que mais se aproximou de 1,0 foi para a distância de 40.000 metros. Porém o valor de r^2 foi 0,4539 e o número de pontos estimados 311. O melhor resultado foi obtido para o raio de 60.000 metros, com coeficiente angular da reta 0,9951, $r^2 = 0,4569$ e 313 pontos estimados (Figura 9 – D).

Com o objetivo de garantir as mesmas condições para os outros interpoladores da krigagem, utilizou-se esse valor do raio para limitar o número de vizinhos utilizados na estimativa.



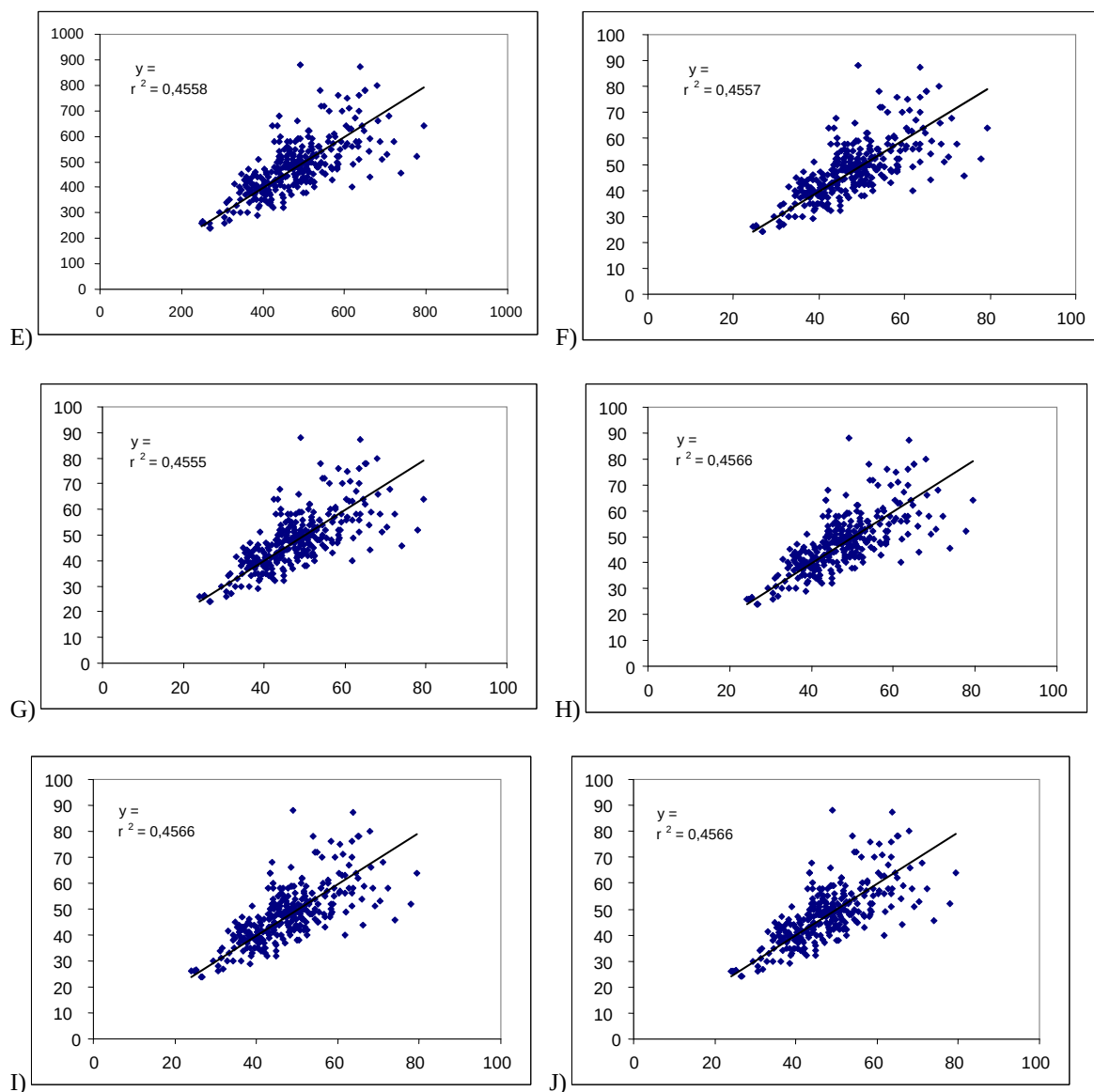


Figura 9 – Diagramas de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), por meio da validação cruzada, para os raios da circunferência: A) 30.000 m; B) 40.000 m; C) 50.000 m; D) 60.000 m; E) 70.000 m; F) 80.000 m; G) 90.000 m; H) 100.000 m; I) 110.000 m; J) 120.000 m.

A validação cruzada foi uma ferramenta de grande utilidade no presente estudo, já que possibilitou ao pesquisador maior confiabilidade no ajuste manual do número de vizinhos utilizados na interpolação pelos métodos de krigagem. A maior parte dos

trabalhos encontrados na literatura especializada utiliza esse método para verificar a acuracidade do interpolador (GOOVAERTS, 1999a; GOOVAERTS, 1999b; ZAMBOTI, 2001; ZIMBACK, 2001).

As Figuras 10 e 11 apresentam o resultado da validação cruzada para 60.000 metros. Na Figura 10 foram ajustadas o modelo com a inclinação da reta e o modelo ideal ($Y_i = X_i$). Os valores de r^2 são muito semelhantes para os dois ajustes (0,4877 e 0,4569, respectivamente).

Observando a Figura 11 (A), percebe-se que alguns valores da altitude não foram estimados. Analisando esse resultado em relação à disposição dos dados amostrados da Figura 4, têm-se as seguintes considerações:

- a) os valores estão situados em regiões nas quais a distância entre as amostras é pequena (visualmente parece que há sobreposição de valores) e, além disso, apresentam alta variabilidade;
- b) o interpolador gerou resultados para locais com um número reduzidos de dados amostrados, ou para regiões com baixa densidade amostral;
- c) na parte inferior do mapa da Figura 11 (A), sentido direita para o centro, os valores estão muito próximos e com uma variabilidade muito alta. Têm-se valores de altitude no intervalo dos 370 aos 500 metros, valores compreendidos entre 500 aos 760 metros e, ainda, valores no intervalo dos 760 aos 890 metros.

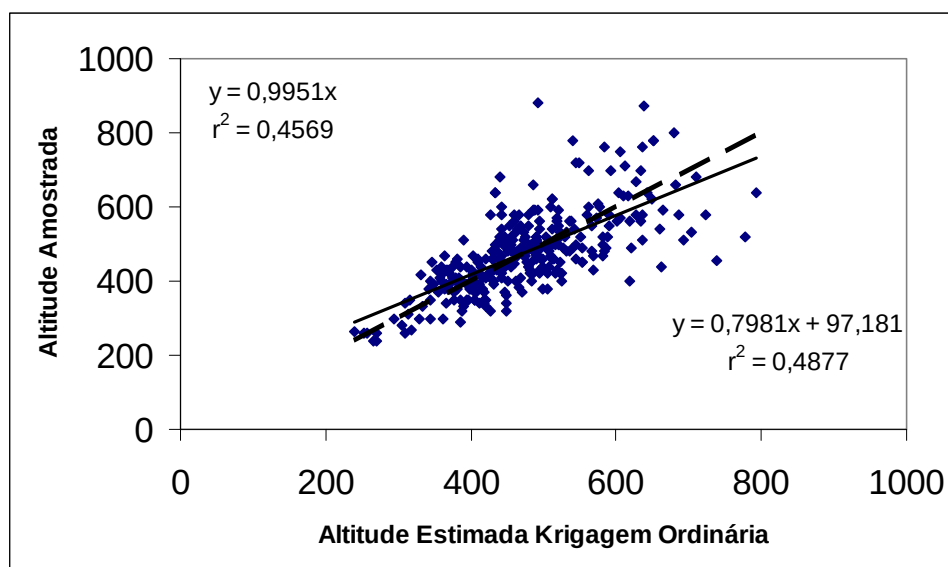


Figura 10 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a krigagem ordinária. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).

Isso está associado à quantidade e distância entre as amostras na área estudada, variabilidade espacial das amostras, modelagem da variabilidade espacial, por meio do variograma, e ao número mínimo de vizinhos, estabelecido na krigagem, para os pontos observados. Resultado semelhante foi encontrado por Zamboti (2001).

A ligeira assimetria nos valores da altitude, refletiram na estimação.

Traçando um paralelo entre este resultado e a aplicação da agricultura de precisão como método de promover a competitividade da empresa agrícola, a sugestão seria subdividir a área em regiões menores e utilizar a krigagem nessas regiões. Um critério para a divisão em regiões poderia ser, por exemplo, os intervalos de variação do atributo agrônomo em questão.

Outra alternativa seria a eliminação das amostras muito próximas e

com alta variabilidade e, após isso, coletar novas amostras. Para essa coleta, o ideal seria manter espaçamento regular entre os pontos amostrados. E por fim interpolar utilizando a krigagem.

No caso do presente estudo, num primeiro momento tentou-se nova modelagem para o variograma experimental. Isso foi feito mantendo o modelo ajustado e alterando os parâmetros. Após isso, refez-se os cálculos. Os resultados foram piores do que os apresentados, sendo apenas 289 pontos estimados.

Num segundo momento, eliminou-se as amostras muito próximas e com alta variabilidade e, após isso, interpolou-se utilizando a krigagem. O resultado não foi satisfatório e sim, muito semelhante ao apresentado. Isso pode estar associado à baixa densidade amostral quando os pontos foram eliminados.

Esse resultado, provavelmente está associado ao tamanho da área estudada, à baixa densidade amostral (quando se eliminou os valores) e à variabilidade da altitude nos pontos amostrados, ou seja, o método de interpolação não conseguiu gerar valores que refletissem a estrutura de variabilidade espacial do atributo em questão. Esses problemas identificados acabam, de certo modo, limitando a precisão das estimativas.

A Figura 11 (B) apresenta a validação cruzada para a krigagem ordinária, sendo que os vizinhos considerados na estimativa, estão inseridos num raio de 60.000 metros. Nessa figura percebe-se que o interpolador não conseguiu estimar valores confiáveis para altitudes superiores a, aproximadamente, 400 metros. Isso vai ao encontro do exposto anteriormente.

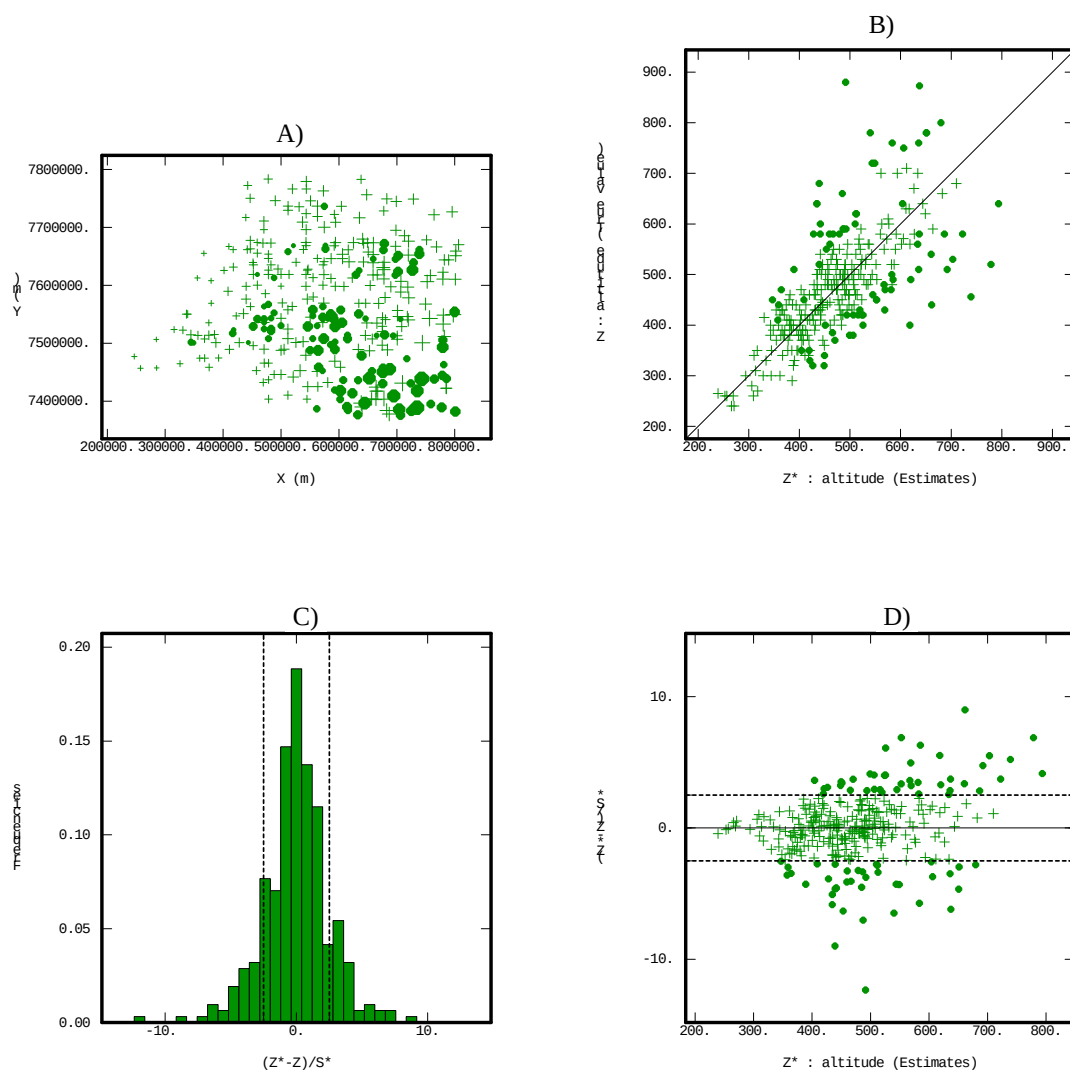


Figura 11 – Validação cruzada da krigagem ordinária para o raio de 60.000 m: A) Mapa com os valores estimados (+) e com os valores não estimados (•); B) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), representados segundo a simbologia descrita em A. C) Histograma dos erros padronizados das estimativas; D) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos erros padronizados das estimativas (eixo Y).

Pelo histograma (Figura 11 – C) dos erros padronizados, verifica-se uma distribuição simétrica e grande concentração de valores em torno da média do erro padronizado. Esse resultado caracteriza uma distribuição aproximadamente normal. A

padronização do Isatis é feita por meio da expressão: $[(\text{estimado} - \text{amostrado}) / \text{desvio padrão da krigagem}]$. A Figura 11 (D) mostra o intervalo de confiança para a estimativa.

A média do erro padronizado mostra que a condição de não tendência do algoritmo de krigagem foi satisfeita, ou seja, esse valor está muito próximo de zero (-0,02283). Isso pode ser observado na Tabela 3. Como apresentado na escolha do raio da circunferência, a validação cruzada da krigagem ordinária não gerou os 349 valores.

Tabela 3 – Média e Variância do erro e do erro padronizado para os 313 pontos estimados pela validação cruzada da krigagem ordinária.

	Média	Variância
Erro	-0,62	1903,74
Erro Padronizado	-0,02283	1,41731

O melhor resultado conseguido foi a estimativa de 313 pontos (Tabela 4), chamados de “dados robustos”. Essa denominação está associada à variância do erro padronizado da estimativa, que deve ser próxima de 1,00 (variância mínima) e à média do erro, que deve ser próxima de zero (condição de não tendenciosidade). Observando os dados apresentados na Tabela 3, percebe-se que a variância do erro padronizado da estimativa está próxima de 1,00 (1,41731). Resultados semelhantes foram encontrados por Zamboti (2001) num estudo sobre a precipitação pluviométrica no estado do Paraná.

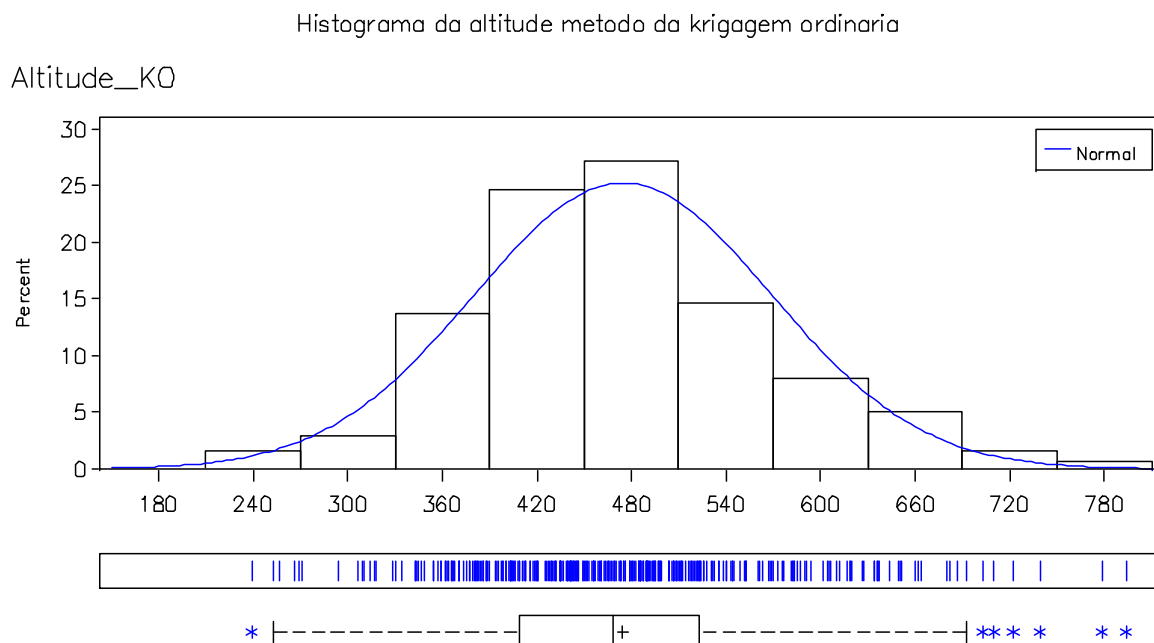


Figura 12 – Histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da validação cruzada da krigagem ordinária.

O histograma dos 313 valores de altitude estimados por meio da validação cruzada para a krigagem ordinária é apresentado na Figura 12. Observando o histograma da Figura 12 percebe-se semelhança, principalmente na forma, com o histograma da altitude amostrada, apresentado na Figura 5. Observa-se que a distribuição apresenta tendência à uniformidade, com os dados concentrados em torno da média. A distribuição se aproxima muito da forma normal, sendo que a assimetria dos dados amostrados está presente no conjunto de dados estimados. Ou seja, o estimador refletiu a variabilidade do conjunto de dados amostrados.

No intuito de testar se os dados da altitude resultantes da interpolação pelo método da krigagem ordinária seguiam uma distribuição normal, aplicou-se o teste de

Shapiro-Wilk. Conforme apresentado na Tabela 4 ($p = 0,0017091$) conclui-se que esses dados seguem uma distribuição normal.

Os dados da altitude gerados na validação cruzada, para o método da krigagem ordinária, estão apresentados na Tabela 4. Realizando a comparação dos valores desses parâmetros, percebe-se que o mínimo, a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação interpolados foram muito próximos dos amostrados. Os parâmetros que mais se distanciaram foram o máximo e a variância. Outro parâmetro que permite avaliar a qualidade da estimativa é o erro relativo médio $[(\text{estimado} - \text{amostrado}) / \text{estimado}]$, nesse caso muito próximo de zero.

A diferença entre o desvio padrão dos dados amostrados e dos dados estimados mostra que, parte da variação, pode ser atribuída aos chamados resíduos da krigagem (LANDIM, 1998).

Tabela 4 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, erro relativo médio $[(\text{estimado} - \text{amostrado}) / \text{estimado}]$ e valor do teste de Shapiro-Wilk para a aderência à distribuição normal da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem ordinária.

Atributos	Resultado
Número de dados estimados	313
Mínimo (metros)	239,27
Máximo (metros)	793,63
Média (metros)	474,53
Desvio Padrão (metros)	94,65
Variância	8957,83
Coeficiente de Variação (%)	19,95%
Erro Relativo Médio	-0,00941886
Shapiro-Wilk	0,984308 ($p = 0,0017091$)

Diversos autores, dentre eles Goovaerts (1999a), afirmam que esse fato está associado, principalmente, à densidade amostral. Diversos estudos em agricultura de precisão ressaltam a importância dessa análise para a geração dos mapas temáticos. A desconsideração desses fatores reduz a competitividade da empresa agrícola, na medida em que informações inconsistentes são utilizadas no planejamento e na tomada de decisões.

Na Tabela 5 é apresentada a matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem ordinária. Com base no valor do coeficiente de correlação de Pearson entre essas variáveis (0,70), pode-se afirmar que a correlação é significativa.

Tabela 5 – Matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem ordinária.

	Altitude Amostrada	Altitude Estimada
Altitude Amostrada	1,00	0,70
Altitude Estimada	0,70	1,00

No caso do presente estudo, o desvio padrão da altitude interpolada por meio da krigagem ordinária aproximou-se mais do desvio padrão amostral (Tabela 6) do que o desvio padrão dos dados da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem ordinária. Era de se esperar esse resultado, já que o número de dados gerados é bem maior.

Os dados da altitude interpolados pelo método da krigagem ordinária estão apresentados na Tabela 6. Realizando a comparação dos valores desses parâmetros, percebe-se que o mínimo foi exatamente o mesmo dos dados amostrados. O maior valor da altitude estimada se distanciou mais do máximo amostrado. O mesmo ocorreu para o valor da

média. Já o coeficiente de variação da altitude dos dados estimados por meio da krigagem ordinária está mais próximo do amostrado.

É interessante observar que o comportamento do interpolador não se mostrou satisfatório na estimação dos dados para altitudes elevadas (Tabelas 4 e 6). Isso confirma as observações anteriores feitas a respeito desses locais.

Tabela 6 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão e variância da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem ordinária.

Atributos	Resultado
Número de dados estimados	2121
Mínimo (metros)	240
Máximo (metros)	756,80
Média (metros)	445,10
Desvio Padrão (metros)	110,07
Variância	12115,95
Coeficiente de Variação (%)	24,73%

Na Figura 13 tem-se uma área escura no interior do mapa que está representada na legenda por “N/A”. Para essa área o interpolador da krigagem ordinária não conseguiu gerar resultados satisfatórios da altitude. As razões para isso foram descritas anteriormente.

Observando as Figuras 14 e 4, conclui-se que os valores são semelhantes, quando consideradas as posições para os quais foram gerados. Ou seja, a krigagem ordinária gerou valores com estrutura espacial semelhante ao dos dados amostrados.

Analisando as Figuras 12 e 13, percebe-se que para valores mais elevados da altitude, o estimador realmente não conseguiu resultados satisfatórios.

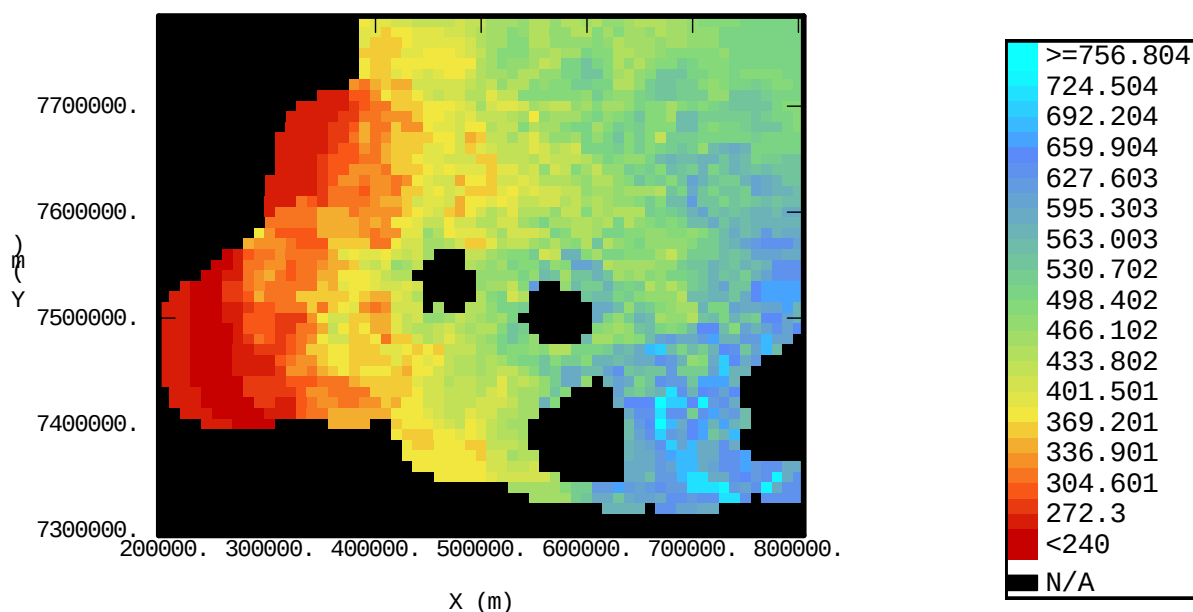


Figura 13 – Mapa da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem ordinária com as classes de variação.

O maior valor da altitude gerado pela krigagem ordinária foi 756,80 metros. Felgueiras (1999), num estudo realizado na Fazenda Canchim, também analisou a estimativa da altitude pelo método da krigagem ordinária, porém, no referido estudo, não foram apresentados resultados referentes ao comportamento do interpolador para altitudes mais elevadas. Nesse estudo, o maior valor de altitude do conjunto de dados amostrados foi 911 metros.

A Figura 11 (B) apresenta a validação cruzada para a krigagem ordinária, sendo que os vizinhos considerados na estimativa, estão inseridos num raio de 60.000 metros. Nessa figura percebe-se que o interpolador não conseguiu estimar valores confiáveis para altitudes superiores a, aproximadamente, 400 metros. Isso vai de encontro ao exposto anteriormente e que pode ser observado no mapa da Figura 14.

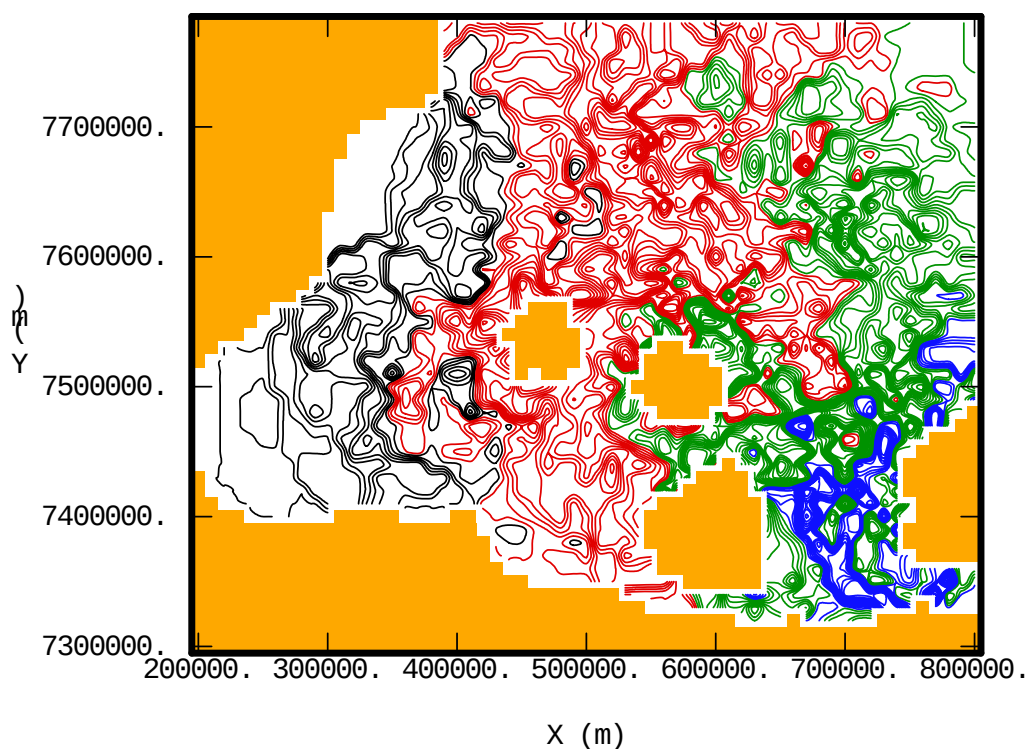


Figura 14 – Mapa das isolinhas da altitude estimada por meio da krigagem ordinária.

Esse resultado provavelmente está associado ao algoritmo de estimação utilizado na krigagem ordinária. Esse algoritmo utiliza médias locais ou tendências locais para estimar os valores da altitude nos locais onde a altitude não foi amostrada. A média é flutuante ou móvel por toda a área e os valores são estimados em localizações espaciais não observadas, sem a necessidade de se conhecer a média estacionária m .

Nas regiões para as quais o interpolador da krigagem ordinária não conseguiu gerar resultados satisfatórios (região interna do mapa apresentado na Figura 14), os valores da altitude apresentam variabilidade alta para pequenas distâncias. Ou seja, mesmo considerando a média local, essa média (medida de posição) não vai ser representativa para

esses valores. Contribui para esse resultado a quantidade e distância entre as amostras na área estudada, variabilidade espacial das amostras, modelagem da variabilidade espacial, por meio do variograma, e ao número mínimo de vizinhos, estabelecido na krigagem, para os pontos observados.

Percebe-se isso ao comparar a Figura 4 com as regiões para as quais o interpolador da krigagem ordinária não conseguiu gerar resultados satisfatórios, visíveis nas Figuras 13, 14 e 15.

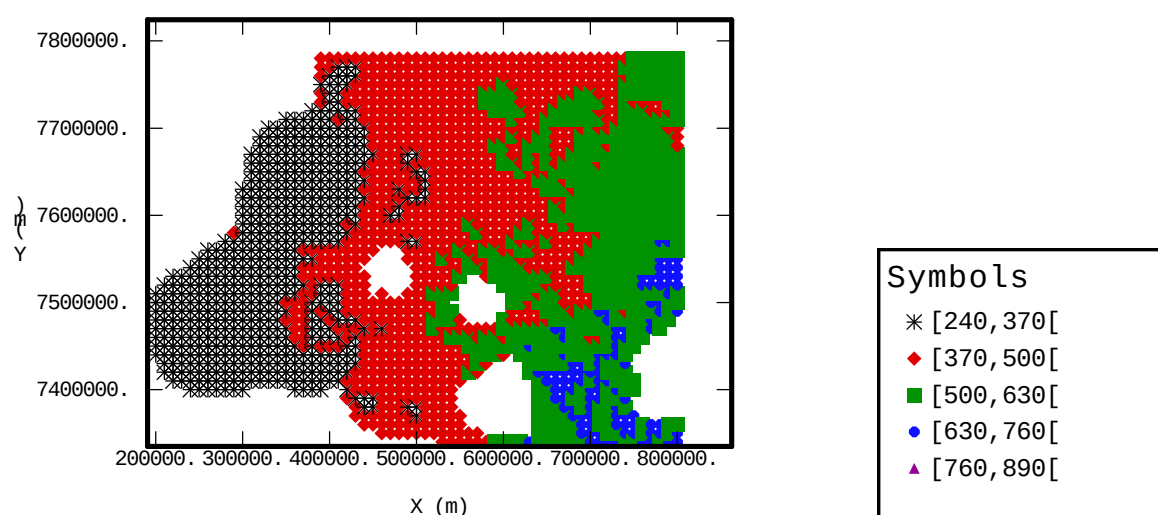


Figura 15 – Mapa da altitude estimada por meio da krigagem ordinária, com cinco classes.

Os resultados descritos reforçam a importância da aplicação criteriosa da krigagem ordinária como método de estimação de atributos agronômicos para os locais nos quais esses atributos não foram mensurados. O método de interpolação é um poderoso instrumento, que se utilizado sem cuidado pode gerar informações distorcidas e sem sentido. O grande problema é que essas informações são utilizadas no planejamento e na tomada de

decisões na empresa agrícola.

6.1.4 Krigagem simples

As Figuras 16 e 17 apresentam o resultado da validação cruzada para 60.000 metros. Na Figura 16 foram ajustados o modelo com a inclinação da reta e o modelo ideal ($Y_i = X_i$). Os valores de r^2 são muito semelhantes para os dois ajustes (0,5063 e 0,4784, respectivamente). Esse resultado apresenta a mesma tendência do obtido para a krigagem ordinária: o valor do coeficiente de correlação foi menor para o modelo ideal. A inclinação da reta seguiu a mesma tendência para os dois métodos. Os dois ajustes da Figura 16 são muito semelhantes, visto que as duas retas ajustadas estão praticamente sobrepostas.

Observando a Figura 18 (A), percebe-se que alguns valores da altitude não foram estimados. As considerações feitas para esse resultado são as mesmas apresentadas para o interpolador da krigagem ordinária. É interessante observar que neste caso o interpolador conseguiu melhores resultados para a região inferior, canto direito da Figura 18 (A), do que os apresentados para a krigagem ordinária.

O fato da krigagem simples não ter conseguido gerar valores de altitude para alguns pontos, como na krigagem ordinária, está associado à quantidade e distância entre as amostras na área estudada, variabilidade espacial das amostras, modelagem da variabilidade espacial, por meio do variograma, e ao número mínimo de vizinhos, estabelecido na krigagem, para os pontos observados.

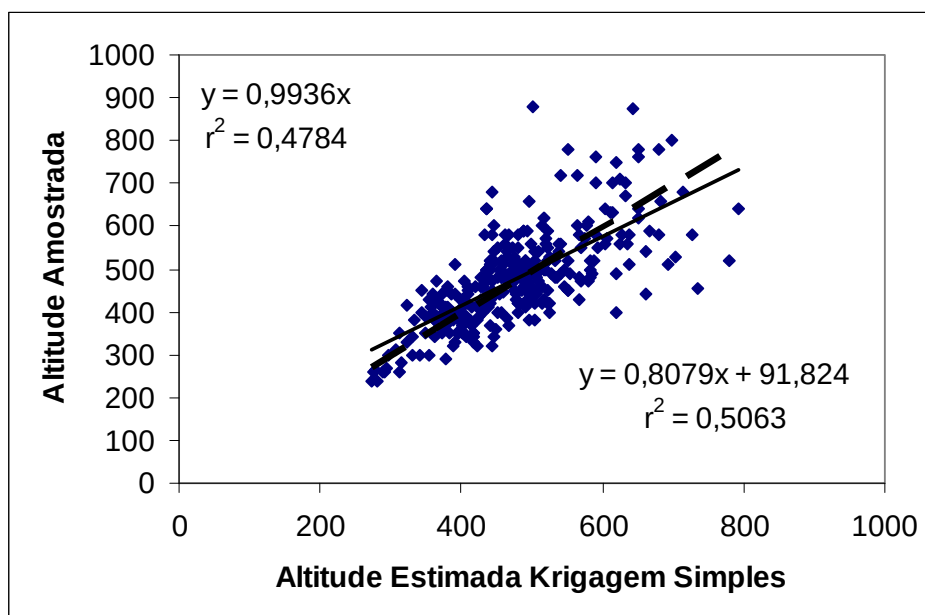


Figura 16 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a krigagem simples. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).

Esse estimador considera a média estatisticamente constante para todo o domínio ou toda área e, calcula essa média como a média aritmética do conjunto de dados. Nas regiões onde se têm grandes variabilidades locais, mesmo subdividindo em regiões menores e utilizando a krigagem simples, não é de se esperar resultados muito melhores do que os apresentados nesta pesquisa, pois a média, como medida de posição, não será representativa dos valores regionais.

Como sugerido para a krigagem ordinária, outra alternativa seria a eliminação das amostras muito próximas e com alta variabilidade e, após isso, coletar novas amostras. Para essa coleta, o ideal seria manter espaçamento regular entre os pontos amostrados. E por fim interpolar utilizando a krigagem.

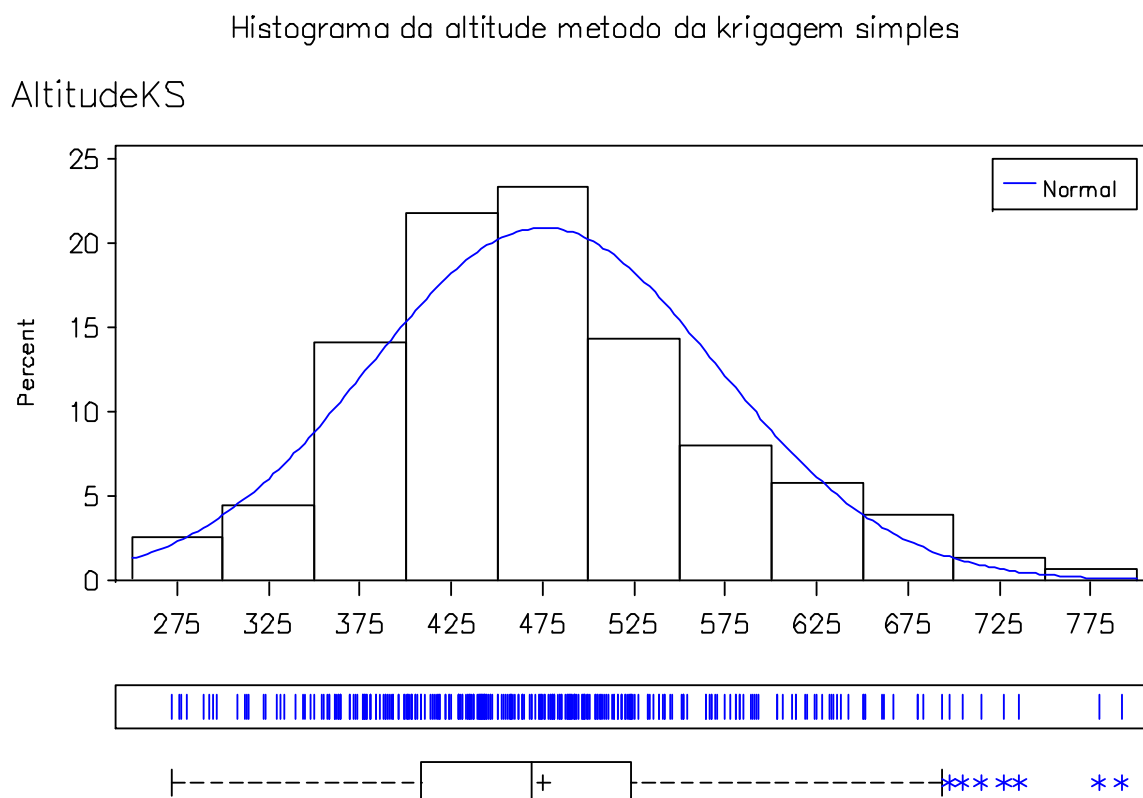


Figura 17 – Histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples.

O histograma dos 313 valores de altitude estimados por meio da validação cruzada para a krigagem simples é apresentado na Figura 17. Observando o histograma da Figura 17 percebe-se semelhança na forma com o histograma da altitude amostrada, apresentado na Figura 5. Apesar de existir a semelhança, ela não é tão intensa quanto o é para o histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da validação cruzada da krigagem ordinária.

No intuito de testar se os dados da altitude resultantes da interpolação pelo método da krigagem simples seguiam uma distribuição normal, aplicou-se o teste de

Shapiro-Wilk. Conforme apresentado na Tabela 8 ($p = 0,0002638$) conclui-se que esses dados seguem uma distribuição normal.

Observa-se que a distribuição apresenta tendência à uniformidade, com os dados concentrados em torno da média. A distribuição se aproxima muito da forma normal, sendo que a assimetria dos dados amostrados está presente no conjunto de dados estimados. Ou seja, o estimador refletiu a variabilidade do conjunto de dados amostrados. Esse resultado é muito semelhante ao observado para o histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da validação cruzada da krigagem ordinária.

Analisando a assimetria observada no histograma da altitude resultante da interpolação pelo método da validação cruzada da krigagem simples, percebe-se que se aproximou mais da observada para o conjunto de dados amostrados.

Para estimar os valores da altitude para os locais não amostrados, a krigagem simples baseia-se no modelo da função de covariância, ou seja, na estrutura de variabilidade espacial. E esse resultado reflete o fato do modelo não ter conseguido retratar a variabilidade espacial.

Como o estimador não conseguiu estimar o valor da altitude para as 349 amostras, se tentou nova modelagem para o variograma experimental. Isso foi feito mantendo o modelo ajustado e alterando os parâmetros. Após isso, refez-se os cálculos. Os resultados foram piores do que os apresentados, sendo apenas 263 pontos estimados.

Esses resultados são explicados pelo tamanho da área estudada e pela variabilidade da altitude nos pontos amostrados, ou seja, o método de interpolação não conseguiu gerar valores confiáveis que refletissem a estrutura de variabilidade espacial do

atributo em questão. Esses problemas identificados limitam a precisão das estimativas.

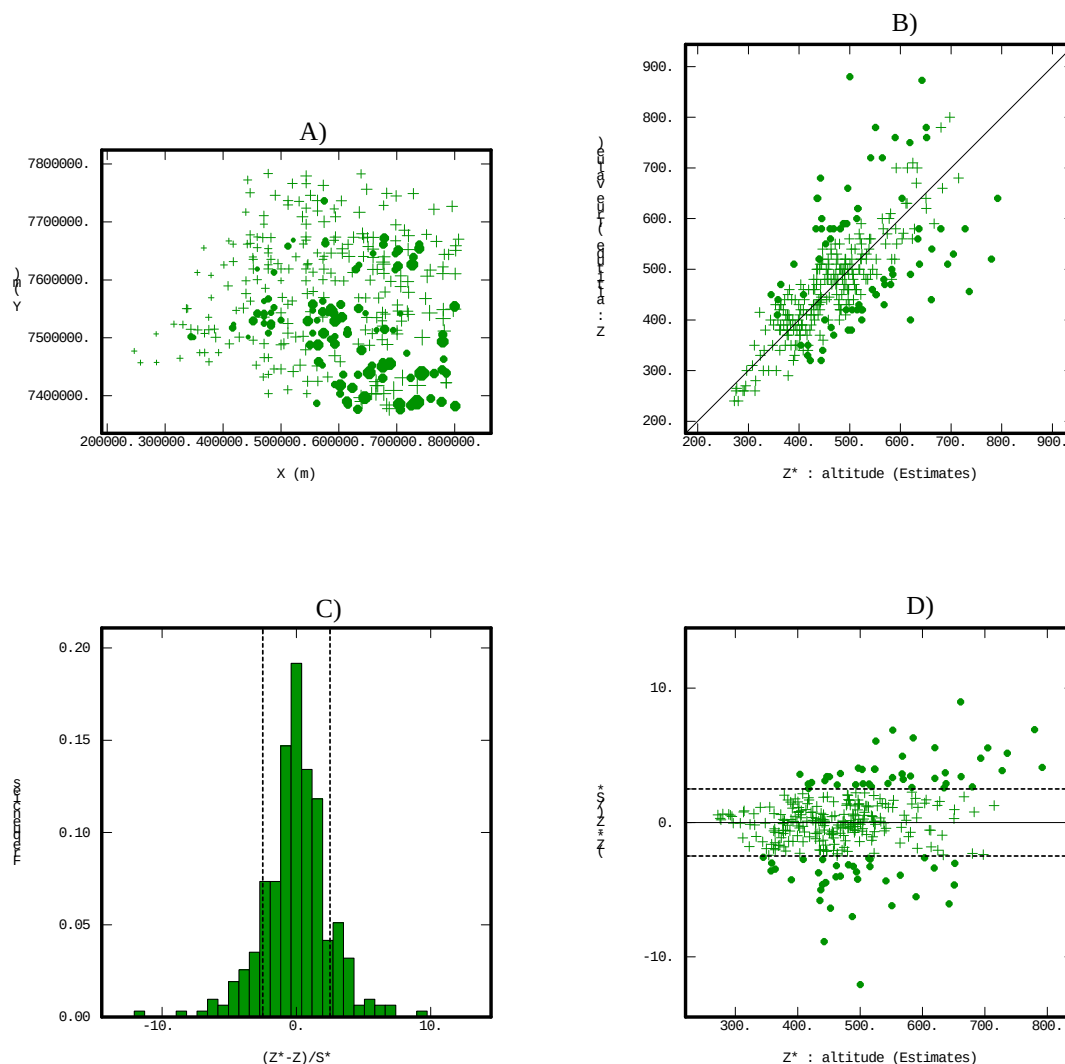


Figura 18 – Validação cruzada da krigagem simples para o raio de 60.000 m: A) Mapa com os valores estimados (+) e com os valores não estimados (•); B) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos valores amostrados (eixo Y), representados segundo a simbologia descrita em A. C) Histograma dos erros padronizados das estimativas; D) Diagrama de dispersão dos valores estimados (eixo X) e dos erros padronizados das estimativas (eixo Y).

A Figura 18 (B) apresenta a validação cruzada para a krigagem simples, sendo que os vizinhos considerados na estimativa, estão inseridos num raio de 60.000 metros. Nessa figura percebe-se que o interpolador não conseguiu estimar valores confiáveis

para altitudes superiores a, aproximadamente, 400 metros. Isso vai de encontro aos resultados expostos anteriormente. Esse resultado é muito semelhante ao apresentado para a krigagem ordinária.

Como na krigagem ordinária, o histograma (Figura 18 – C) dos erros padronizados, mostra uma distribuição simétrica e grande concentração de valores em torno da média do erro padronizado. Esse resultado caracteriza uma distribuição aproximadamente normal. A Figura 18 (D) mostra o intervalo de confiança para a estimativa.

A média do erro padronizado mostra que a condição de não tendência do algoritmo de krigagem foi satisfeita, ou seja, esse valor (-0,03778) está muito próximo de zero. Isso pode ser observado na Tabela 7. Apesar da média do erro da validação cruzada para a krigagem simples estar próxima de zero, esse valor é maior do que o observado para a validação cruzada da krigagem ordinária.

Tabela 7 – Média e Variância do erro e do erro padronizado para os 313 pontos estimados pela validação cruzada da krigagem simples.

	Média	Variância
Erro	-0,91176	1899,32
Erro Padronizado	-0,03778	1,40252

É interessante observar que não foram gerados os 349 valores. O melhor resultado conseguido foi a estimativa de 313 pontos (Tabela 8). Observando os dados apresentados na Tabela 7, percebe-se que a variância do erro padronizado da estimativa está

próxima de 1,00 (1,40252). Apesar de muito semelhantes, a variância do erro padronizado foi menor para a validação cruzada utilizando a krigagem simples do que o resultado utilizando a krigagem ordinária.

Os dados da altitude gerados na validação cruzada, para o método da krigagem simples, estão apresentados na Tabela 8. Realizando a comparação dos valores desses parâmetros com os valores amostrados, percebe-se que o mínimo é maior do que o valor mínimo da altitude amostrada. A validação cruzada para a krigagem ordinária conseguiu gerar um valor mínimo para a altitude mais próximo do valor amostrado.

O valor máximo obtido pela validação cruzada para a krigagem simples está abaixo do observado nos dados amostrados e foi menor do que o gerado pela validação cruzada para a krigagem ordinária.

Tabela 8 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão, variância, erro relativo médio [(estimado – amostrado) / estimado] e valor do teste de Shapiro-Wilk para a aderência à distribuição normal da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem simples.

Atributos	Resultado
Número de dados estimados	313
Mínimo (metros)	272,21
Máximo (metros)	792,00
Média (metros)	475,39
Desvio Padrão (metros)	95,25
Variância	9073,07
Coeficiente de Variação (%)	20,04%
Erro Relativo Médio	-0,0071026
Shapiro-Wilk	0,980267 (p = 0,0002638)

A média obtida pela validação cruzada para a krigagem simples se aproximou mais da amostrada do que a gerada pela validação cruzada para a krigagem ordinária. O mesmo resultado foi observado para o desvio padrão e para o coeficiente de

variação.

O erro relativo médio, neste caso, foi menor do que o da validação cruzada para a krigagem ordinária.

Na Tabela 9 é apresentada a matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem simples. Com base no valor do coeficiente de correlação de Pearson entre essas variáveis (0,71), pode-se afirmar que a correlação é significativa. O valor observado aqui é um pouco maior do que o da correlação entre a variável altitude amostrada e a altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem ordinária.

Tabela 9 – Matriz de correlação entre as variáveis altitude amostrada e altitude estimada por meio da validação cruzada para o método da krigagem simples.

	Altitude Amostrada	Altitude Estimada
Altitude Amostrada	1,00	0,71
Altitude Estimada	0,71	1,00

Os dados da altitude interpolados pelo método da krigagem simples estão apresentados na Tabela 10. Realizando a comparação dos valores desses parâmetros, percebe-se que o mínimo foi um pouco superior ao dos dados amostrados. Resultado melhor para esse parâmetro foi obtido com a krigagem ordinária. O maior valor da altitude estimada se aproximou do máximo valor amostrado para a altitude. Esse resultado foi melhor do que o obtido para esse parâmetro com a krigagem ordinária.

A média do conjunto de dados obtida por meio da krigagem simples se

distanciou muito da média amostral. O resultado para esse parâmetro foi melhor utilizando a krigagem ordinária. O mesmo foi observado para o coeficiente de variação.

No caso do presente estudo, o desvio padrão da altitude interpolada por meio da krigagem simples aproximou-se mais do desvio padrão amostral (Tabela 10) do que o desvio padrão dos dados da altitude resultante da validação cruzada para o método da krigagem simples. Era de se esperar esse resultado. Comparando o desvio padrão resultante da interpolação por meio da krigagem simples e ordinária, essa última conseguiu um resultado melhor do que o observado na krigagem simples, mesmo com um número menor de dados estimados.

Tabela 10 – Número de dados estimados, valor mínimo, valor máximo, média, desvio padrão e variância da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples.

Atributos	Resultado
Número de dados estimados	2686
Mínimo (metros)	241,16
Máximo (metros)	811,67
Média (metros)	415,83
Desvio Padrão (metros)	116,33
Variância	13532,84
Coeficiente de Variação (%)	27,97%

O resíduo da krigagem foi maior para a krigagem simples do que para a krigagem ordinária. Por isso, esse último é considerado um estimador mais robusto que o primeiro.

Na Figura 19, assim como na Figura 13, têm-se uma área escura no interior do mapa e representada na legenda por “N/A”. Para essa área, o interpolador da

krigagem simples não conseguiu gerar resultados satisfatórios da altitude. As razões para isso foram descritas anteriormente.

Observando as Figuras 20 e 4, conclui-se que os valores estimados são semelhantes aos amostrados, quando consideradas as posições para os quais foram gerados. Ou seja, a krigagem simples gerou valores com estrutura espacial semelhante ao dos dados amostrados.

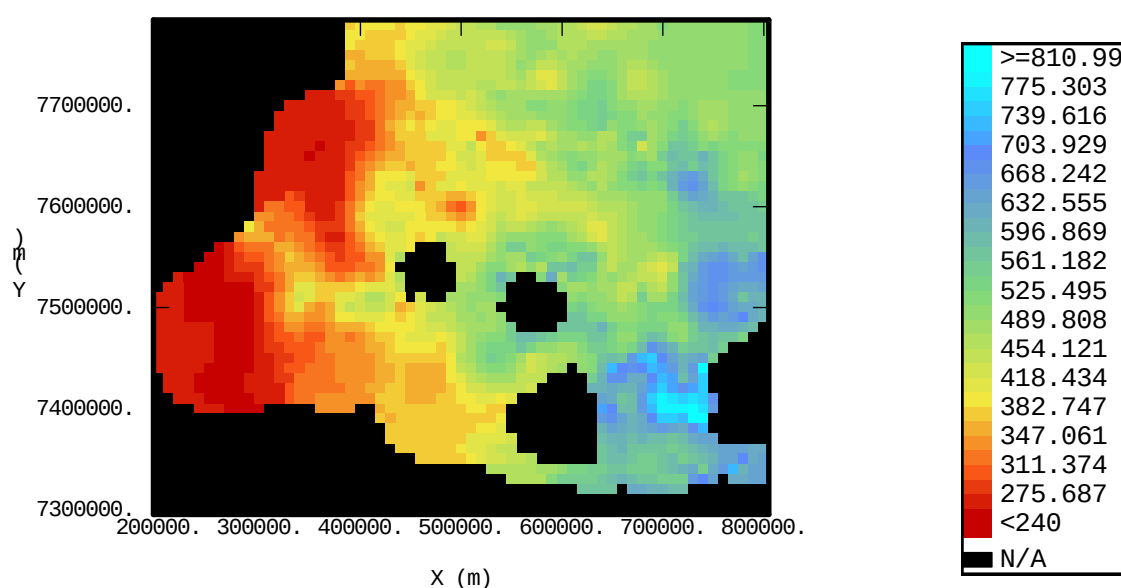


Figura 19 – Mapa da altitude resultante da interpolação pelo método da krigagem simples com as classes de variação.

Analisando as Figuras 14, 15, 20 e 21, observa-se que na parte inferior direita do mapa foram gerados valores pelo método da krigagem simples para altitudes mais elevadas, o que corresponde ao observado no mapa dos dados amostrados (Figura 4). Para essa região, o resultado obtido por meio da krigagem simples foi melhor do que o obtido por meio da krigagem ordinária.

O maior valor da altitude gerado pela krigagem simples foi 811,67 metros. Esse valor se aproximou mais do valor amostrado (880,00 metros) do que o estimado por meio da krigagem ordinária (756,80 metros).

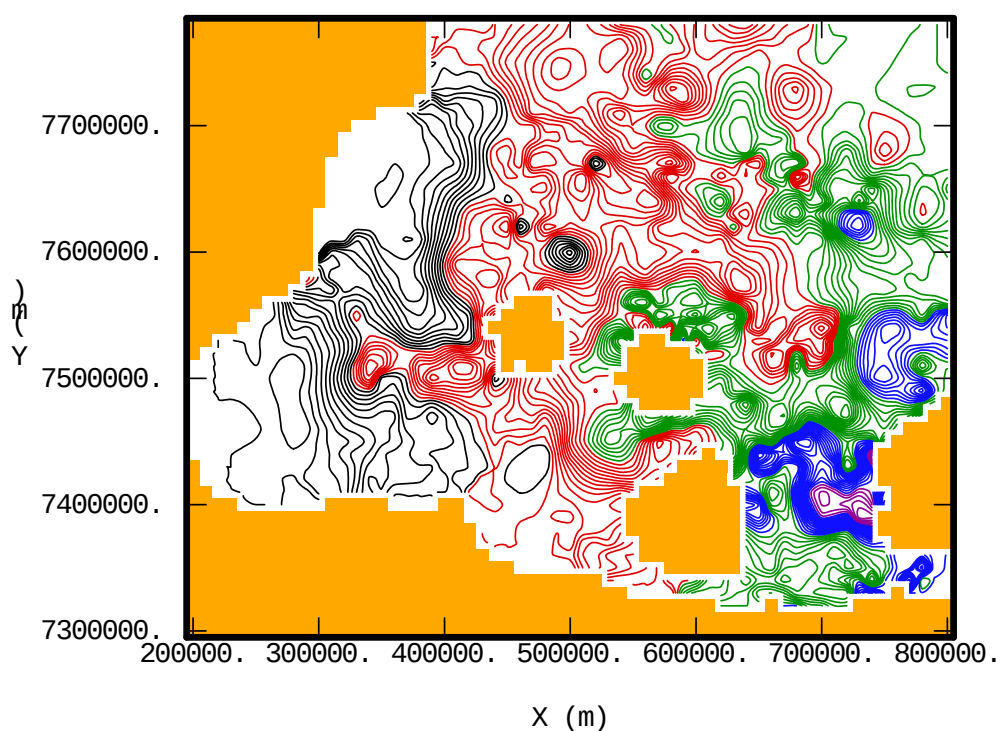


Figura 20 – Mapa das isolinhas da altitude estimada por meio da krigagem simples.

Para utilizar a krigagem como método de interpolação é necessário escolher qual estimador de krigagem será utilizado. Os mais utilizados são a krigagem ordinária e a simples. Espera-se que os resultados para a krigagem simples e ordinária elucidem alguns aspectos que devem ser considerados quando se trabalha com agricultura de precisão.

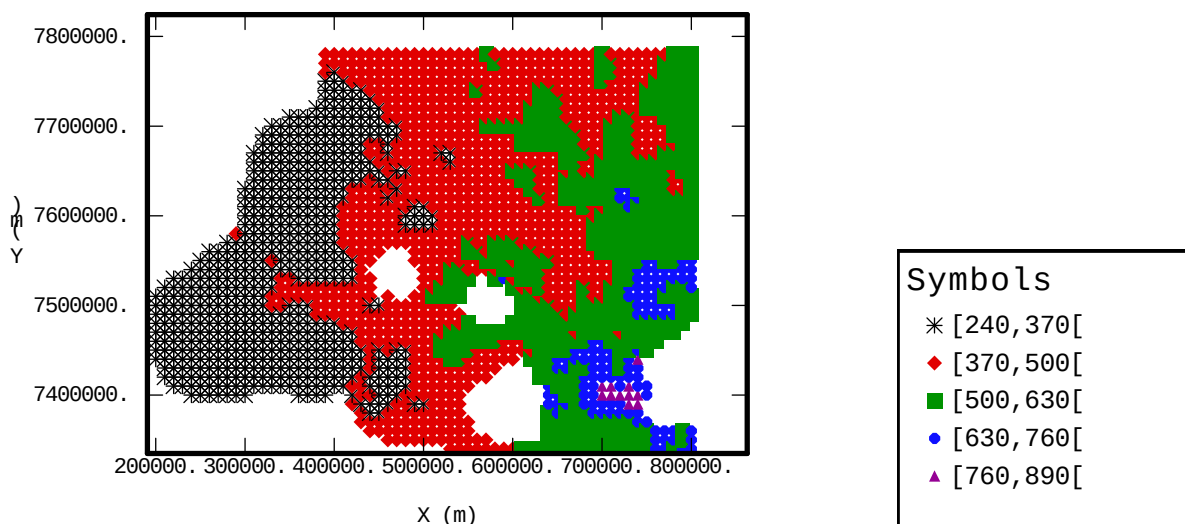


Figura 21 – Mapa da altitude estimada por meio da krigagem simples, com cinco classes.

6.1.5 Redes neurais artificiais

Para montar o conjunto de treinamento, usado para treinar a RNA, e o conjunto de testes, usado para avaliação do modelo, levou-se em consideração o conceito de validação cruzada. Baseado nisso, trabalhou-se com o mesmo conjunto de treinamento para treinar todos os modelos candidatos. Os procedimentos realizados na sequência estão descritos na Figura 22.

As RNAs não se baseiam em pressupostos estatísticos, porém a variação do conjunto de dados utilizados no treinamento influencia no processo de generalização da RNA. O interessante é que toda a variação existente no conjunto de treinamento também exista no conjunto de testes, pois este último é calculado com a matriz de

pesos obtida no processo de treinamento. Surge aí a necessidade de cuidados especiais quando da determinação do procedimento que garanta a aleatorização e a representabilidade do conjunto de testes.

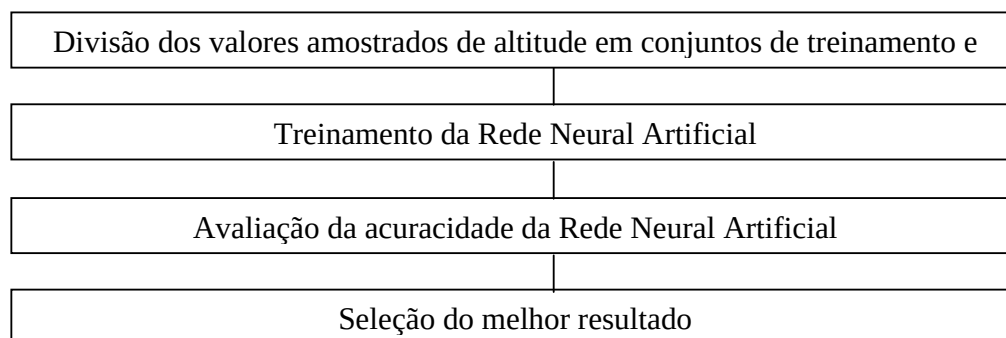


Figura 22 – Fluxograma do processo de treinamento e teste da rede neural artificial (RNA).

No presente estudo, utilizaram-se 309 registros para treinar a rede neural artificial, contendo latitude, longitude e altitude e 40 registros, contendo os mesmos parâmetros, para testar a rede neural artificial. Na Figura 23 está representado o conjunto de dados utilizado para validar as redes neurais artificiais.

A primeira camada ou camada de entrada continha os dados da latitude e longitude e a última camada ou camada de saída os dados da altitude.

O treinamento da RNA foi supervisionado utilizando o algoritmo *backpropagation* ou regra delta generalizada. A função de ativação utilizada nos neurônios das camadas escondidas foi a tangente hiperbólica.

Utilizou-se a arquitetura *feedforward*, *perceptron* multicamadas. Essa é uma das poucas arquiteturas que pode ser utilizada para aproximação de funções.

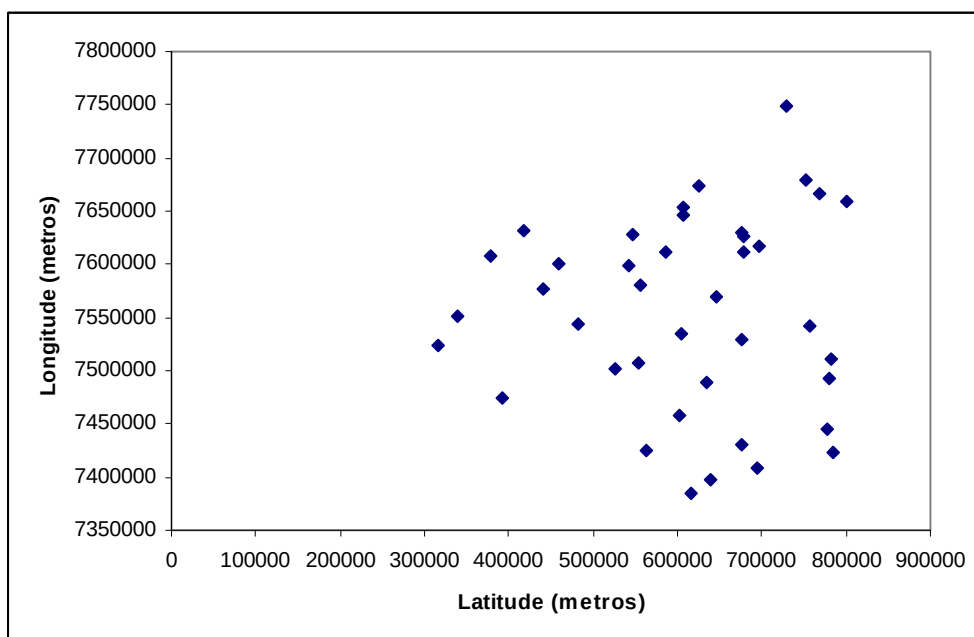


Figura 23 – Conjunto de testes utilizado para validar as redes neurais artificiais, com 40 pontos.

Deve-se ressaltar que na metodologia utilizada para se construir uma RNA alguns procedimentos ainda não foram padronizados. O número de neurônios utilizados e o número de camadas neurais ainda são determinados por exaustivos treinamentos e testes da RNA. Para a avaliação da acuracidade da RNA, neste caso, analisou-se o valor do erro relativo médio, o desvio padrão e a variância dos dados estimados. Para se chegar neste modelo alterou-se o número de camadas escondidas, número de épocas de treinamento, número de neurônios por camada.

Após o treinamento utilizou-se o conjunto de testes para avaliar e escolher a melhor arquitetura. Separou-se de forma aleatória aproximadamente 11% (onze por cento) do conjunto de dados para testes, sendo o restante utilizado apenas na fase de treinamento. O conjunto de testes foi composto por 40 registros aleatoriamente escolhidos,

com as respectivas latitude, longitude e altitude.

Variou-se o número de camadas escondidas juntamente com o número de neurônios nas camadas. Resultados acima de oito (08) camadas escondidas e dezoito (18) neurônios por camada não foram satisfatórios. Esse foi o primeiro ponto de corte para tentar chegar a um modelo que estimasse os valores da altitude com o menor erro de estimativa.

Foram efetuados exaustivos testes utilizando as combinações: número de neurônios nas camadas escondidas, número de camadas escondidas e número de épocas na configuração da rede neural artificial.

Utilizou-se respectivamente 3.000, 4.000, 5.000, 10.000 e 15.000 épocas para o treinamento. No processo de interpolação por RNA, descrita no presente trabalho, começou-se, inicialmente, com 3.000 épocas, variando este número até 15.000 (3.000, 4.000, 5.000, 10.000, 15.000). O melhor resultado foi obtido com 5.000 épocas, três (03) camadas escondidas contendo cinco (05) neurônios por camada escondida.

A RNA foi treinada para um objetivo específico, ou seja, o de prever a altitude para a área amostrada. Se a situação for modificada, como por exemplo, variações no tipo de local, clima ou vegetação, serão necessários outros treinamentos e testes. Esta configuração, bem como a matriz de pesos, portanto, é válida somente para este conjunto específico de dados ou para dados coletados dentro da área experimental avaliada.

O gráfico da Figura 24 mostra o erro quadrático médio para as diversas épocas de treinamento. Percebe-se que o erro quadrático médio reduziu drasticamente nas primeiras 800 épocas de treinamento, aproximadamente. Após isso a redução foi muito suave. O resultado para 4.000 épocas foi muito parecido com o apresentado.

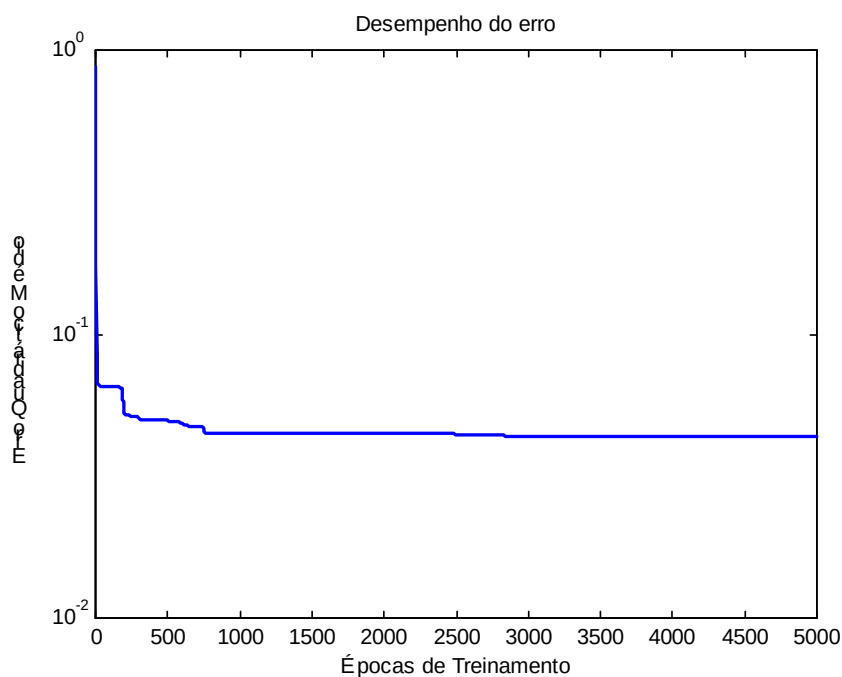


Figura 24 – Gráfico do erro quadrático médio para as épocas de treinamento.

Na Figura 25 têm-se a validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a rede neural artificial. Foram ajustados o modelo com a inclinação da reta e o modelo ideal ($Y_i = X_i$). Os valores de r^2 são praticamente idênticos para os dois ajustes (0,691 e 0,6909, respectivamente). Esse resultado foi superior ao apresentado para a krigagem ordinária e simples.

O desvio padrão da altitude dos 40 dados utilizados no conjunto de testes foi de 113,62 metros e o desvio padrão dos dados de altitude gerados pela RNA foi de 94,33 metros.

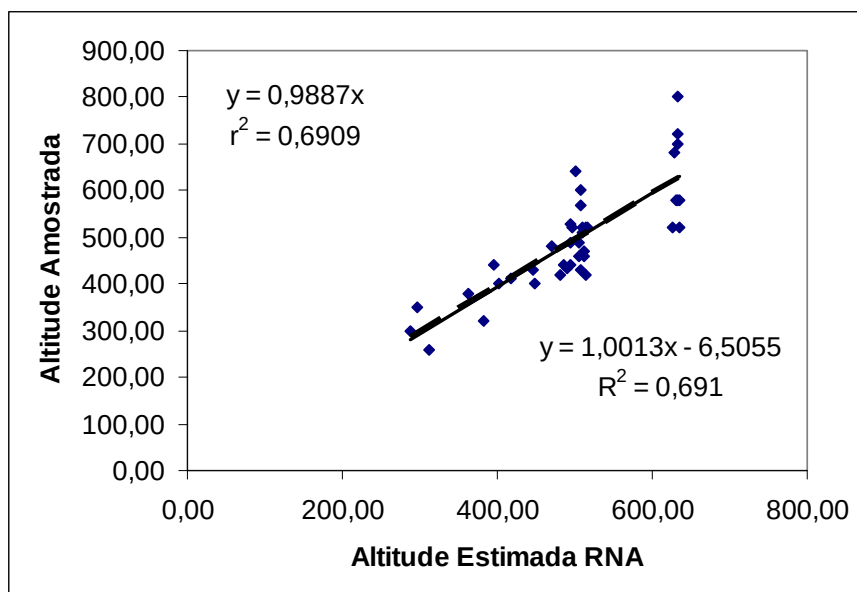


Figura 25 – Validação cruzada para a estimativa da altitude utilizando a rede neural artificial. A linha cheia representa o ajuste dos dados interpolados aos observados, enquanto a linha tracejada representa o modelo ideal ($Y_i = X_i$).

O mínimo valor da altitude estimado por meio das redes neurais artificiais se afastou mais do mínimo amostral do que o obtido pelos outros dois métodos. O mesmo foi observado para o máximo valor da altitude e para o desvio padrão. O valor médio da altitude obtido por meio das redes neurais artificiais se aproximou mais da média amostral do que a média obtida pela krigagem ordinária e simples.

O maior valor do erro relativo médio foi obtido para o método das redes neurais artificiais. Esses dados estão apresentados nas Tabelas 11 e 12.

Cabe lembrar que o número de dados utilizados nos testes das redes neurais artificiais é bem inferior ao que foi utilizado nos outros dois interpoladores da krigagem.

Tabela 11 – Mínimo, máximo, média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação, erro relativo médio da altitude resultante da interpolação pelo método das redes neurais artificiais.

Atributos	Resultado
Mínimo (metros)	287,89
Máximo (metros)	634,49
Média (metros)	499,24
Desvio Padrão (metros)	94,33
Variância	8897,56
Coeficiente de Variação (%)	18,89%
Erro Relativo Médio	0,01153441

Na Tabela 12 apresenta-se o desempenho dos três métodos para a estimativa dos valores de altitude.

Tabela 12 – Mínimo, máximo, média, desvio padrão, variância e coeficiente de variação da altitude resultante da interpolação pelos métodos da krigagem simples e ordinária e das redes neurais artificiais.

Atributos	Altitude Amostrada	Redes Neurais Artificiais	Krigagem Simples	Krigagem Ordinária
Mínimo (metros)	240,00	287,89	241,16	240,00
Máximo (metros)	880,00	634,49	811,67	756,80
Média (metros)	480,00	499,24	415,83	445,10
Desvio Padrão (metros)	106,38	94,33	116,33	110,07
Variância	11316,78	8897,56	13532,84	12115,95
Coeficiente de Variação (%)	22,16	18,89%	27,97%	24,73%

É importante ressaltar que as redes neurais artificiais demandam quantidade elevada de dados e alto custo computacional para serem treinadas. Essa é uma das maiores desvantagens desse método.

6.2 Considerações finais

A modelagem geoestatística exige critério na análise estrutural para modelar a estrutura de correlação espacial do fenômeno em estudo. A modelagem do variograma interfere diretamente nos resultados da estimação. Outra etapa que precisa de atenção dos especialistas é a análise exploratória, pois essa etapa fornece subsídios para a avaliação posterior da qualidade dos estimadores.

Para se utilizar a krigagem como método de interpolação, é necessário ajustar uma função ao variograma experimental. O modelo ajustado ao variograma fornecerá os parâmetros para a krigagem. Esse ajuste deve ser feito manualmente dentro do software, porém alguns softwares têm como recurso o ajuste automático (*default*).

Na maioria dos casos, essa prática acaba comprometendo a aplicação das informações dos mapas temáticos à empresa agrícola, pois o programa computacional não é especialista, logo não conhece as características da área, o comportamento do atributo agrônômico em questão. Ou seja, o programa computacional não tem o conhecimento técnico do pesquisador.

O ajuste do modelo ao variograma é uma das etapas mais demoradas e que exigem análise crítica no conjunto de dados para que o ajuste da função não seja comprometido e não comprometa as etapas posteriores.

O estimador de krigagem é um método poderoso que, se utilizado sem cuidado, pode gerar informações distorcidas e sem sentido. O maior problema é que essas

informações são utilizadas no planejamento e na tomada de decisões na empresa agrícola. Toda decisão está associada a um risco, que será maior quando não se têm informações precisas e confiáveis sobre a situação envolvida no processo decisório.

Como todas as decisões influenciam os processos organizacionais, o processo de produção pode sofrer as consequências de decisões equivocadas, refletindo diretamente no custo de produção da empresa agrícola.

A utilização de sistemas de informação como apoio ao agronegócio faz com que a empresa seja mais competitiva, porém é necessário conhecer o funcionamento dos sistemas para que se consiga aplicar corretamente as informações gerenciais obtidas por meio dos softwares.

No caso específico das redes neurais artificiais, são escassas as soluções que têm aplicação comercial, sejam simples de serem utilizadas pelo usuário final e que produzam resultados a baixos custos computacionais, ou seja, resultados rápidos. Isso acaba inviabilizando a utilização dessa metodologia nas empresas.

7 CONCLUSÕES

Baseado nos resultados obtidos por meio dos métodos utilizados para estimar a altitude em parte do estado de São Paulo, nas análises e interpretações feitas, é possível concluir que:

- a altitude apresentou dependência espacial para a área estudada;
- a análise estrutural é fundamental para a compreensão da variabilidade espacial do fenômeno estudado e deve ser feita com critério, principalmente para regiões providas de poucos dados amostrais ou para regiões nas quais os dados amostrais apresentam alta variabilidade para pequenas distâncias;
- a krigagem ordinária mostrou-se eficaz para regiões onde a variabilidade é menor para pequenas distâncias;

- a krigagem simples mostrou-se eficaz para regiões onde a variabilidade é maior para pequenas distâncias;
- as redes neurais artificiais exigem elevado número de dados para o treinamento e exigem maior tempo computacional. O melhor resultado obtido para esse método foi com três camadas escondidas, cinco neurônios em cada camada escondida e 5.000 épocas.

Os três métodos estudados: krigagem simples e ordinária e as redes neurais artificiais apresentaram vantagens e desvantagens. A utilização desses métodos exige critério e o conhecimento das suas limitações, para que se consiga obter dos mesmos o melhor desempenho possível.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSUNÇÃO, R. M. Estatística espacial com aplicações em epidemiologia, economia, sociologia. In: ESCOLA DE MODELOS DE REGRESSÃO, 7, 2001, São Carlos. **Anais...** São Carlos: ABE, 2001. p. 1-131.

BARRETO, G. de A.; ARAÚJO, A. F. R.; ROSA, M. de O. Algoritmo de busca heurística usando redes neurais competitivas para planejamento ótimo de trajetória de um robô móvel. **Proceedings...** Rio de Janeiro: CBRN, 2001. p. 100-105.

BASHEER, I. A., HAJMEER, M. Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application. **Journal of Microbiological Methods**, v. 43, p. 3-31, 2000.

CAMARA, G. et al. **Anatomia de Sistemas de Informação Geográfica**. Campinas: IMMECC-UNICAMP, 1996. 193 p.

CAMARGO, E. C. G. **Desenvolvimento, implementação e teste de procedimentos geoestatísticos (krigagem) no sistema de processamento de informações georeferenciadas (SPRING)**. São José dos Campos, 1997. 115 p. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – INPE.

CASTRO, L. N.; VON ZUBEN, F. J. An immunological approach to initialize centers of radial basis function neural networks. **Proceedings...** Rio de Janeiro: CBRN, 2001. p. 79-84.

FELGUEIRAS, C. A. **Modelagem ambiental com tratamento de incertezas em sistemas de informação geográfica: o paradigma geoestatístico por indicação**. São José dos Campos, 1999. 182 p. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – INPE.

FURUNDZIC, D. Application example of neural networks for time series analysis: rainfall-runoff modeling. **Signal Processing**, v. 64, p. 383-96, 1998.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 483 p.

GOOVAERTS, P. Geostatistics in soil science: state-of-art and perspectives. **Geoderma**, v.

89, p. 1-45, 1999.

GOOVAERTS, P. Using elevation to aid the geostatistical mapping of rainfall erosivity.

Catena, v. 34, p. 227-242, 1999.

GUERRA, P. A. G. **Geoestatística operacional**. Brasília: Ministério das Minas e Energia, 1988. 145 p.

JOURNEL, A. G. **Fundamentals of geostatistics in five lessons**. Califórnia: Stanford Center for Reservoir Forecasting Applied Earth Sciences Department, 1988. pag. irreg.

KITANIDIS, P. K. **Introduction to geostatistics applications to hydrology**. Cambridge: University Press, 1997. 249 p.

LANDIM, P. M. B. **Análise estatística de dados geológicos**. São Paulo: Fundação Editora da Unesp, 1998. 226 p.

LANDIM, P. M. B. **Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas**. [online] <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textolandim.html>> Acesso em agosto 2001.

LI, R. Y.; LEBBY, G. L. A modified approach for constructing the self-organized layer in a multilayer feedforward neural network. **Intelligent Systems**, New York, v. 2, n. 98, p. 69-81. 1997.

LIMA, E. C. R.; MACEDO, P. B. R. M.. **Estimation of a weights matrix for determining spatial effects**. Rio de Janeiro, 1998. ISSN: 1415-4765 p. 1-21.

LOKE, E.; WARNAARS, E. A.; JACOBSEN, P.; NELEN, F.; ALMEIDA, M. C. Artificial neural networks as a tool in urban storm drainage. **Water Science Technology**, v. 36, n. 8-9, p. 101-9, 1997.

MACEDO, M.; OLIVEIRA, J.; BARBOSA, A.; CAMARA, G.; ASSAD, E. Análise comparativa da espacialização do risco climático pela média ponderada, krigagem ordinária e krigagem por indicação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 10, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: SBSR, 2001. [online] <http://www.dpi.inpe.br/geopro/trabalhos/mariza_risco.pdf> Acesso em novembro 2001. não pág.

McBRATNEY, A. B. et al. An overview of pedometric techniques for use in soil survey. **Geoderma**, New York, v. 1, n. 97, p. 293-327. 2000.

MEDEIROS, J.S. **Banco de dados geográficos e redes neurais artificiais: tecnologias de**

apoio à gestão do território. 1999. 221 f. Tese (Doutorado em Geografia Física) – Faculdade de Filosofia Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

NOBRE, F. F. **Introdução à análise de dados espaciais.** Rio de Janeiro: Programa de Engenharia Biomédica, COPPE/UFRJ, s.d. 65 p.

NUNES, L. M. **Exemplo de aplicação de geostatística:** projeto arsénio. Faro: Universidade do Algarve – Unidade de Ciências e Tecnologias dos Recursos Aquáticos, dezembro, 1998. 15 p.

OLIVEIRA, M. C. N. de. **Métodos de estimação de parâmetros em modelos geoestatísticos com diferentes estruturas de covariâncias: uma aplicação ao teor de cálcio no solo.** Piracicaba, 2003. 140 p. Tese (Doutorado em Agronomia) – ESALQ – USP.

RIBEIRO JÚNIOR, P. J. **Métodos geoestatísticos no estudo da variabilidade espacial de parâmetros do solo.** Piracicaba, 1995. 99p. Dissertação (Mestrado) – ESALQ – USP.

TAFNER, A. M.; XEREZ, M.; RODRIGUES FILHO, I. W. **Redes neurais artificiais:** introdução e princípios de neurocomputação. Blumenau: EKO, 1995. 199 p.

VALE, C. M.; ZAMBIAZI, R. C. Previsão de estabilidade de óleos vegetais através da rede de inteligência artificial. **Ciência e Tecnologia de Alimentos.** v. 20, n. 3, Campinas, Set./Dez.,

não pag., 2000. [online – Biblioteca Eletrônica] <http://www.scielo.org>

VIEIRA, S. R. Variabilidade espacial de argila, silte e atributos químicos em uma parcela experimental de um latossolo roxo de Campinas (SP). **Bragantia**, v.56, n.1, não pag., 1997. [online – Biblioteca Eletrônica] <http://www.scielo.org>

VON ZUBEN, F. J. **Redes neurais**: introdução e motivação. [online] Disponível em: <ftp://ftp.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/vonzuben/ia353_01/topico1_01.pdf> Acesso em: 28 nov. 2001.

WACKERNAGEL, H. **Multivariate geostatistics**: an introduction with applications. Berlin: Springer, 1995. 257 p.

YAMAMOTO, J. K.; CONDE, R.. Classificação de recursos minerais usando a variância da interpolação. **Revista Brasileira de Geociência**, v. 29, n. 3, p. 349-56, 1999.

ZAMBOTI, J. L. **Mapas pluviométricos médios mensais no verão para o estado do Paraná, utilizando métodos geoestatísticos**. 2001. 134 f. Tese (Doutorado em Agronomia/Energia na Agricultura) – Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, 2001.

ZIMBACK, C. R. L. **Análise espacial de atributos químicos de solos para fins de mapeamento da fertilidade do solo**. 2001. 114 f. Tese (Livre-Docência Agronomia) –

Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, 2001.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Implementação do algoritmo utilizado para treinar a rede neural artificial e para testar o desempenho do método.

%Curso de Pós Graduação em Agronomia
 %Área de Concentração Energia na Agricultura
 %Tese de Doutorado
 %Orientador: Prof. Angelo Cataneo
 %Aluna: Letícia Colares Vilela
 %Implementação da rede neural artificial para estimar o valor da
 %altitude, utilizando os dados de latitude e longitude.

clear all

%	Latitude (X)	Longitude (Y)	altitude
M = [	487968.8519	7552410.177	440
	663969.7355	7402673.34	560
	639138.0105	7478597.126	620
	657112.8319	7451967.543	510
	428049.1412	7501205.103	440
	698288.6325	7695124.628	500
	573987.8567	7569459.547	510
	585932.1723	7550949.357	580
	574745.1624	7736712.528	450
	706159.3566	7375678.104	580
	724979.3988	7383400.249	640
	785287.5672	7422368.773	480
	785606.6052	7438987.829	560
	525922.1883	7639710.393	390
	513807.3617	7618819.143	410
	487923.6224	7612056.728	350
	538647.476	7661820.879	380
	521351.299	7668615.811	320
	459153.0115	7618773.432	330
	779931.4219	7533293.722	670
	779430.4592	7505598.612	560
	701190.8901	7556661.682	500
	533013.8329	7452753.916	560
	521044.9313	7441705.319	500
	512110.619	7658172.548	450
	648237.6618	7535105.561	500
	652432.7058	7439711.553	780
	666974.3873	7417406.247	600
	629451.4836	7618306.684	520
	645745.225	7513599.218	480

717219.4035	7473372.512	456
713206.2242	7685712.942	520
678391.4386	7673203.897	490
789380.1346	7643936.753	490
478291.3188	7508123.262	440
700546.8713	7506830.425	540
678915.9772	7514480.367	580
675246.818	7544053.052	480
728749.8204	7639358.477	540
720020.1019	7676395.465	560
452249.1934	7618754.513	430
545470.2447	7626139.926	390
543148.2563	7618767.453	430
719887.5965	7540411.821	590
764523.7694	7438145.14	580
512009.8048	7524737.765	470
680366.7453	7540918.665	445
701056.7508	7546203.472	420
735168.4064	7417709.321	780
758646.482	7395154.273	540
734705.8664	7388786.671	873
704031.2734	7385555.02	760
749747.3924	7439630.997	470
545329.2238	7576332.024	480
576750.7288	7668451.557	380
652912.3702	7487077.23	500
597832.1944	7529968.746	440
634216.3414	7569062.818	400
330715.8619	7522586.823	350
544818.4462	7403520.384	360
511919.1712	7410349.316	400
543530.4935	7766331.786	420
697959.2312	7667445.11	480
658798.4971	7618044.997	520
675887.3481	7450528.597	760
719700.763	7652403.86	580
682679.3617	7749431.599	490
698872.0657	7744945.956	500
555211.0672	7613196.509	410
562816.003	7646374.068	370
574585.2777	7700435.876	540
469304.7337	7432463.291	350
385112.4636	7515090.239	380
743898.1907	7500664.172	700
519733.7178	7766375.209	445

408688.1334	7589663.527	415
563899.4826	7487710.602	680
418223.6115	7523296.514	340
633058.809	7436205.878	510
563156.4068	7736759.287	520
551015.87	7746022.292	470
470760.8475	7563456.381	380
422679.6387	7547304.285	340
576725.0257	7662917.506	510
473016.4429	7585597.652	380
478441.8714	7403572.948	370
614832.4831	7507709.722	560
593009.2711	7489405.865	600
593247.5805	7528766.907	680
573696.5079	7507961.954	660
574317.1305	7640791.631	390
581307.3489	7542979.107	430
572238.9934	7563317.951	460
764075.2816	7721911.471	510
468830.4887	7672904.258	430
531285.9089	7735617.712	440
543562.8244	7779242.589	500
614878.3716	7513860.157	450
494819.2935	7628047.479	410
482723.1247	7635417.69	390
487922.701	7613286.513	410
777268.5564	7389271.807	620
779579.0548	7610866.584	570
700627.0483	7512982.565	450
482847.2172	7521043.193	510
500000	7530276.963	440
678258.7836	7660902.678	420
592575.9396	7419289.774	450
665411.1044	7534932.512	510
674976.541	7520062.616	490
706156.7259	7541829.9	385
693766.2123	7513070.345	420
677242.042	7728575.764	430
488052.1504	7446020.43	380
478393.4137	7436784.4	340
478351.7184	7465689.634	370
439231.6566	7717092.785	330
459350.2205	7541907.953	520
563090.2628	7718928.862	450
795461.9156	7726934.376	510

634691.5644	7625644.397	430
686921.7616	7377784.672	630
677604.2417	7403745.393	640
674710.7935	7496686.755	500
668636.8563	7568732.994	480
409982.5829	7667154.837	280
687905.2277	7455305.32	750
757796.8857	7616768.98	550
781882.0058	7644067.618	490
512167.5822	7736871.657	450
738871.1451	7661366.647	500
591755.4453	7668375.14	430
573696.5079	7507961.954	460
439668.2052	7598419.888	390
446880.3017	7677767.452	400
478128.3579	7626188.914	370
675973.8377	7457910.905	530
664209.238	7424205.155	630
591066.9283	7547230.317	480
572111.4683	7535644.432	440
500000	7543190.762	460
554982.8092	7547398.721	420
538262.1685	7502556.18	500
542765.2852	7479174.638	490
573119.1521	7763158.038	500
336718.0425	7550334.358	390
500000	7446025.201	460
470812.4603	7535784.106	370
546336.7147	7528977.889	640
593087.8606	7502321.394	440
550392.8979	7544954.341	440
470800.9429	7541933.574	480
470899.7125	7489661.756	440
478208.8971	7567158.004	460
470833.2606	7524714.959	430
749542.8522	7567662.37	560
720421.1622	7578556.363	560
574739.7825	7735482.833	400
478138.3222	7618810.257	420
500000	7618825.04	390
482683.6457	7672924.516	420
451611.6329	7639659.252	350
344524.4667	7514734.49	440
617528.1699	7640537.82	550
726840.4954	7626463.23	720

586445.1075	7646266.364	480
702037.9897	7623714.74	600
401574.4503	7625905.025	330
801629.0823	7651103.525	540
441739.9836	7661763.256	370
457309.5932	7452729.503	380
410985.2123	7489429.707	410
574215.9433	7618654.67	460
615947.2879	7661458.558	450
708275.1198	7528879.905	490
417512.0595	7661659.867	310
679656.076	7579069.989	490
654018.191	7599638.195	460
689635.4782	7597410.653	500
452515.3891	7530204.354	460
550206.4695	7487761.876	540
640013.253	7390001.742	660
640911.9649	7679714.911	550
659140.5224	7653102.2	530
697693.0041	7645300.974	470
650529.5717	7657488.786	490
649520.5358	7673489.316	460
659336.3225	7673397.918	520
591034.6799	7541695.408	590
647935.3177	7756530.424	500
561768.3473	7386851.818	460
562038.7283	7451431.9	470
379550.8951	7569173.744	270
375231.2748	7535311.396	300
356541.2989	7513620.668	400
635433.6152	7716660.086	540
676527.7356	7660921.301	520
470494.9756	7711027.814	430
355637.1284	7612644.729	265
505135.3305	7489688.659	480
470945.6904	7465677.191	410
678378.2032	7671973.782	590
682466.4612	7383994.836	620
656605.8136	7403984.238	580
470812.4603	7535784.106	490
742897.7947	7438512.963	880
604297.5346	7736557.715	470
366794.889	7655178.023	260
638281.9506	7783053.508	410
657686.7113	7507329.867	480

593659.5971	7598259.65	430
478091.2551	7653858.355	350
459014.7235	7674112.628	340
478101.1086	7646479.918	380
470520.8484	7696271.715	350
502294.1538	7569632.561	420
659003.0949	7638956.459	520
375404.5563	7513784.679	420
664134.169	7417438.066	571
603164.2122	7557610.677	550
416541.1523	7517137.376	470
375856.7041	7458427.979	340
683751.8051	7488582.287	530
752451.7375	7606390.708	610
779781.4193	7622558.989	490
543279.8756	7668572.977	400
571720.6884	7452618.812	420
572154.1289	7544869.031	580
585635.779	7497444.551	460
646017.0562	7542508.113	400
806600.3678	7670097.507	500
512162.3211	7729493.892	440
642581.3519	7672320.366	460
800876.8093	7610483.029	540
634059.0729	7550611.584	580
435265.1417	7551051.243	460
349236.7965	7500632.49	350
368026.4342	7507572.124	350
603156.1387	7556380.684	450
572406.8932	7600214.684	410
482843.1272	7524732.918	520
562359.6576	7530151.737	430
555019.4694	7557852.89	600
451947.084	7528972.67	550
500000	7487844.596	470
443467.5643	7501269.725	320
665181.3331	7513403.19	380
780207.4373	7548679.609	590
546020.2001	7425043.32	480
592052.2369	7722485.632	400
285289.5406	7457407.79	240
246775.9654	7477122.196	260
257372.4028	7456983.301	260
608600.3036	7598165.298	430
623079.8519	7612821.256	440

447254.5116	7563395.244	370
602120.8559	7403233.709	400
359761.1924	7474280.876	300
666279.5443	7617969.763	480
477922.8403	7783586.517	410
442519.1077	7772439.324	380
602120.8559	7403233.709	490
446651.8209	7750318.997	410
797431.6028	7549593.486	700
799807.6807	7553858.301	640
780932.5849	7463089.17	470
519492.7364	7563471.448	420
799831.1761	7555089.301	580
543422.9978	7723909.372	430
642304.4664	7640340.708	470
709781.3833	7431015.108	710
723998.8611	7430807.689	520
580718.6959	7432275.9	460
564916.5124	7458800.162	580
623201.8172	7413529.852	630
543294.3358	7674106.762	470
678031.7363	7639990.268	560
607468.3487	7436412.462	500
613935.3925	7390228.487	620
387502.5343	7500961.134	450
446927.6216	7663010.533	390
707006.9082	7607039.875	530
718246.4959	7545973.096	520
452050.57	7495764.072	390
632520.0177	7376537.071	570
738764.0754	7653983.893	620
594095.3314	7673896.367	500
706768.4996	7588584.637	520
718951.8769	7597036.583	550
800957.0872	7382028.339	640
644615.6192	7396724.437	780
368313.3782	7474357.636	350
284593.2608	7506629.352	240
344655.0079	7501817.096	440
325656.6942	7464697.825	300
602223.2376	7417995.991	720
511996.8893	7508133.908	510
512035.3894	7557944.557	430
572564.1349	7635265.228	380
592884.9964	7469109.663	550

490144.7493	7746095.273	470
659068.9195	7645721.838	420
594292.7368	7708945.511	480
452200.3134	7635356.721	400
500000	7598533.531	290
459060.4743	7655666.592	380
702381.1513	7651395.939	590
543351.848	7696241.576	470
537021.9309	7709168.483	510];

% Conjunto de Teste

% O Conjunto de Teste foi obtido por meio da geração de números aleatórios

% no Excel no intervalo entre 1 e 349, por meio do comando:

% =(ALEATORIO()*(349-1)+1). A partir disso, pegou-se a parte inteira e quando a % decimal do número era maior que 0,5 o arredondamento era para cima.

% Os dados foram os referentes às posições: 20, 28, 30, 34, 35, 51, 59, 67, 68, 72,

% 73, 77, 88, 90, 94, 95, 107, 111, 112, 123, 131, 143, 146, 149, 152, 183, 191, 226,

% 254, 262, 268, 270, 282, 287, 293, 312, 331, 334, 337, 340.

% Latitude (X)	Longitude (Y)	altitude
T = [781830.1238	7511711.463	580
543093.8725	7598475.551	430
638376.482	7396784.716	680
606088.453	7653530.45	530
546626.7076	7627981.346	400
778309.6687	7444667.017	580
694704.4305	7409067.081	800
676203.0937	7630782.887	600
602501.9382	7458591.013	460
417663.6972	7631529.142	380
379257.8346	7607918.766	260
675648.2773	7430226.959	580
756601.4783	7542928.847	700
633526.6818	7489104.88	520
392258.4961	7474546.868	320
615592.1903	7384678.956	520
605307.7647	7535455.235	640
554843.459	7508040.768	440
728509.4995	7748883.69	490
525696.3395	7501352.437	480
675080.7892	7529289.776	420
439751.9694	7576282.348	440
697356.8428	7617620.147	470
646263.1038	7568955.914	430
751254.238	7678413.969	460

606040.7312	7646151.178	490
625271.0289	7673690.203	520
563633.2823	7424978.174	440
768401.3308	7666451.939	520
785287.5672	7422368.773	520
339010.1307	7550358.072	350
555670.546	7579988.735	420
482822.7639	7543181.316	410
459199.7971	7600326.304	400
677890.5372	7627073.567	570
801775.8055	7659104.377	520
315256.2642	7523640.518	300
779206.1047	7493289.461	720
586262.0292	7611830.368	435
677714.7004	7611081.233	510];

%Implementação da parte final da análise utilizando as redes neurais artificiais
 %Teste para tentar o aprendizado da rede para a altitude, utilizando os
 %dados de latitude e longitude.

%definindo os parâmetros da rede para o treinamento

```
x=[M(:,1)'  
    M(:,2)']; %Matriz contendo as variáveis de entrada: latitude e longitude
```

```
d=[M(:,3)']; %Vetor de saída, contendo a altitude
```

```
dominio=[min(x')  
         max(x')]; %Obtendo o domínio das entradas
```

```
camadas=[5,5,5,1]; %Especificando as camadas neurais número de neurônios da primeira  
           %camada ou camada escondida, número de neurônios das outras camadas e número  
           %de neurônios da camada de saída.
```

```
ativacoes={'tansig','tansig','tansig','tansig'}; %definindo as funções de ativação.
```

```
treinamento='trainlm'; %definindo o algoritmo de treinamento (LEVENBERG-  
                % MARQUARD).
```

%criando a rede perceptron

```
net=newff(dominio,camadas,ativacoes,treinamento); %cria uma nova rede perceptron  
                                                    %multicamadas
```

%definindo as constantes do treinamento

```

net.trainParam.show=50; %mostra a performance do treinamento a cada 50 épocas
net.trainParam.epochs=5000; %finaliza o treinamento após 3000 épocas
net.trainParam.goal=0.1e-4; %finaliza o treinamento quando atingir o erro

%pré-processando os dados de entradas e saídas (dados de treinamento)
[x,min_x,max_x,d,min_d,max_d]=premnmx(x,d); %premnmx normaliza os dados

%treinando a rede
[net,erro]=train(net,x,d);

%MSE - mean squared error

%testando a rede com os padrões de teste

x1=[T(:,1)'
    T(:,2)']; %Matriz contendo as variáveis de entrada: latitude e longitude

d1=[T(:,3)']; %vetor de saída desejada

x1=tramnmx(x1,min_x,max_x); %normaliza as entradas da matriz de teste
resposta1=sim(net,x1)' %simula a saída da rede - retorna os valores normalizados

%pós-processando os dados de saída da rede
resposta2=postmnmx(resposta1,min_d,max_d) %retorna respostas reais

%mostra resposta da rede e resposta desejada
resposta3=[d1' resposta2] %primeira coluna (resposta desejada)
                    %segunda coluna (resposta da rede)

%calculando o erro relativo entre a resposta da rede e a resposta desejada
erro_relativo=abs(100*(resposta3(:,1)-resposta3(:,2))./resposta3(:,1)));

%mostra || resposta desejada || resposta da rede || erro relativo
resposta4=[d1' resposta2 erro_relativo]

%calculando o erro relativo médio e a variância
erro_medio=mean(erro_relativo)
desvio_padrao=std(erro_relativo)
variancia=desvio_padrao^2

%plotando a curva do erro em função das épocas
plotperf(erro);
xlabel('Épocas de Treinamento');
ylabel('Erro Quadrático Médio');
title('Desempenho do erro');

```

Apêndice 2 – Consulta SQL para separar o conjunto de testes e treinamento utilizado na rede neural artificial.

```
SELECT      DISTINCTROW      Dados_Total.Registro,      Dados_Total.Latitude,
Dados_Total.Longitude, Dados_Total.Altitude
FROM  Dados_Total  LEFT JOIN  Dados_Treinamento  ON  Dados_Total.Registro  =
Dados_Treinamento.Num_Aleat_Arredon
WHERE (((Dados_Treinamento.Num_Aleat_Arredon) Is Null));
```