

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA

CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

JUAN PAULO ROBLES BALESTERO

**REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO
TEMPO POR MEIO DO CIRCUITO π EQUIVALENTE**

Ilha Solteira

2022

JUAN PAULO ROBLES BALESTERO

**REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO
TEMPO POR MEIO DO CIRCUITO π EQUIVALENTE**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos
para obtenção do título de Doutor em Engenharia
Elétrica.

Especialidade: Automação

Prof. Dr. Sérgio Kurokawa
Orientador

Ilha Solteira

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

B184r Balestero, Juan Paulo Robles.
Representação de linhas de transmissão no domínio do tempo por meio do
circuito π equivalente / Juan Paulo Robles Balestero. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
174 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia
de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2022

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Modelo de linha de transmissão. 2. Transitórios eletromagnéticos. 3.
Análise no domínio do tempo. 4. Vector Fitting. 5. Circuito π equivalente.


Raiane da Silva Santos

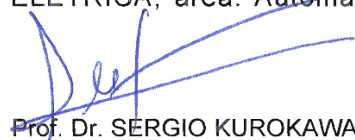
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Representação de linhas de transmissão no domínio do tempo por meio do circuito Pi equivalente

AUTOR: JUAN PAULO ROBLES BALESTERO

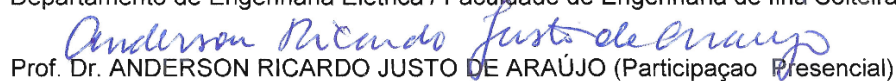
ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA (Participação Presencial)

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP



Prof. Dr. ANDERSON RICARDO JUSTO DE ARAÚJO (Participação Presencial)

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação - UNICAMP

Prof. Dr. CLAUDINER MENDES DE SEIXAS (Participação Virtual)

Câmpus de Votuporanga / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Prof. Dr. EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA (Participação Virtual)

Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica / Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP

Prof. Dr. FELIPE VIGOLVINO LOPES (Participação Virtual)

Universidade Federal da Paraíba - UFPB

Ilha Solteira, 22 de julho de 2022

Dedico
ao meu pai *Paulo Balestero*
e minha mãe *Maria Robles (in memoriam)*
que com dedicação e exemplos me ensinaram os valores da vida
e tornaram tudo até aqui possível.

AGRADECIMENTOS

À DEUS agradeço, pela sua infinita bondade e pela trajetória traçada em minha vida, especialmente nesse período tão complexo e importante na minha carreira docente.

Agradeço aos meus Filhos Pedro e Miguel e especialmente à minha esposa Fernanda por tamanho carinho, paciência, atenção e com apoio inestimável que sempre me deu forças para lutar e persistir no caminho para que essa conquista se tornasse possível.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Sérgio Kurokawa, por oportunizar um trabalho de tamanha importância na minha carreira. Agradeço também a ele pela dedicação, paciência e prontidão em esclarecer todas as minhas dúvidas e principalmente em conduzir o meu trabalho de pesquisa com muita seriedade, orientando com maestria, o que me possibilitou vencer os desafios e superar os diversos obstáculos a fim de obtermos os melhores resultados.

Aos membros da comissão examinadora desta tese, Anderson Ricardo Justo de Araújo, Claudiner Mendes de Seixas, Eduardo Coelho Marques da Costa e Felipe Vigolvinho Lopes que se disponibilizaram em avaliar e contribuir nas correções com muita dedicação e competência.

Aos colegas pesquisadores do Grupo de Análise de transitórios eletromagnéticos (GATE) pela intensa troca de conhecimentos e informações com o objetivo de fortalecer juntos a pesquisa científica.

Ao Instituto Federal de São Paulo por conceder-me tempo suficiente para a realização dessa tarefa. Agradeço também pela concessão de infraestrutura e incentivo concedido, assim como aos servidores do campus de Votuporanga que me auxiliaram nesse caminho.

Aos familiares e amigos que incentivam de diferentes maneiras, e também oferecem sempre a mão amiga em tarefas difíceis do cotidiano. A todos, os meus mais sinceros agradecimentos.

*“Se você quiser descobrir os segredos do Universo,
pense em termos de energia, frequência e vibração.”*
Nikola Tesla

RESUMO

Esse trabalho apresenta um novo modelo de linha de transmissão para simulação de transitórios eletromagnéticos diretamente no domínio do tempo. Para tanto, utiliza-se o circuito π equivalente exato, que representa a linha considerando seus parâmetros distribuídos e dependentes da frequência. As admitâncias que compõem o circuito π equivalente exato são aproximadas por funções racionais utilizando a técnica do *Vector Fitting*. Utilizando as respectivas frações parciais, para cada admitância, é sintetizado um circuito elétrico composto por uma associação de elementos discretos (resistor, indutor e capacitor), modelando assim a linha de transmissão por elementos de circuito. Isso possibilita seu uso na maioria dos programas de simulação de circuitos elétricos, e por consequência, permite facilmente a conexão de elementos variáveis com o tempo na simulação de linhas de transmissão. O comportamento das admitâncias que compõem o circuito π equivalente exato é analisado no domínio da frequência, levando em conta a variação do comprimento da linha. O modelo proposto é avaliado e validado, utilizando o programa ATP/ATPDraw, por meio de distintos cenários de simulação envolvendo diversos fenômenos transitórios, tais como operações de chaveamento, curtos-circuitos e até mesmo descargas atmosféricas. O novo modelo agrega as mesmas características do modelo π equivalente exato, representado diretamente no domínio do tempo, não somente em regime permanente, mas também em períodos transitórios dispensando o cálculo prévio do tempo de propagação τ e sobretudo, sem a necessidade do uso de convoluções ou de transformada inversa de Laplace ou Fourier, sendo uma alternativa para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de energia.

Palavras-chaves: Modelo de linha de transmissão. Transitórios eletromagnéticos. Análise no domínio do tempo. Circuito π equivalente. *Vector Fitting*.

ABSTRACT

This work presents a novel transmission line model for simulating electromagnetic transients directly in time domain. For that, the exact equivalent π -circuit is used, which represents the line taking into account its distributed and frequency-dependent parameters. The admittances that constitute the exact equivalent π -circuit are approximated by rational functions using the vector fitting technique. Using the respective partial fractions, for each admittance, an electrical circuit is synthesized consisting of an association of discrete elements (resistor, inductor, and capacitor) aiming at modeling the transmission line by means of circuit elements. This makes it possible to use it in any circuit simulation program, and consequently, allows the connection of non-linear elements in the simulation of transmission lines. The behavior of the admittances that make up the exact equivalent π -circuit is analyzed in the frequency domain, taking into account the variation of the line length. The proposed model is evaluated and validated through different simulation scenarios involving several transient phenomena, such as switching operations, short circuits and even lightning. The novel model aggregates the same features of the exact equivalent π -circuit directly in the time domain, not only in steady-state, but also during transients, eliminating the need of previous calculation of the delay time τ and the need to use convolutions or inverse Laplace or Fourier transform, being an alternative for the study of electromagnetic transients in power systems.

keywords: Transmission line model. Electromagnetic transients. Time domain analysis. Equivalent π -circuit. Vector Fitting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	–	Linha de transmissão monofásica.	25
Figura 2	–	Circuito equivalente de um elemento infinitesimal da LT.....	25
Figura 3	–	Processo de obtenção do modelo proposto.	31
Figura 4	–	Circuito π equivalente exato de uma linha de transmissão.	32
Figura 5	–	Circuitos equivalentes RL e RLC.	36
Figura 6	–	Circuito representativo para uma admitância genérica.	38
Figura 7	–	Circuito elétrico representativo da LT formada por elementos de circuito. ...	38
Figura 8	–	Silhueta da linha de transmissão monofásica.....	41
Figura 9	–	Resistência própria total, resistência do solo e resistência interna em função da frequência.	42
Figura 10	–	Indutância interna, Indutância do solo, Indutância externa e Indutância total em função da frequência.....	42
Figura 11	–	Impedância longitudinal da LT.	43
Figura 12	–	Admitância transversal da LT.	44
Figura 13	–	Admitância $Y_{z\pi}$ para uma LT de 100 km.	45
Figura 14	–	Módulo de $Y_{z\pi}$ para diferentes comprimentos de linha.	46
Figura 15	–	Picos de ressonância do módulo de $Y_{z\pi}$ em função do comprimento da linha.	47
Figura 16	–	Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ para a LT de 100 km.	48
Figura 17	–	Aproximações do módulo de $Y_{z\pi}$ para diferentes comprimentos de linha.	49
Figura 18	–	Admitância Y_{π} para LT de 100 km.	50
Figura 19	–	Módulo de Y_{π} para diferentes comprimentos de linha.	51
Figura 20	–	Picos de ressonância do módulo de Y_{π} em função do comprimento da linha.	52
Figura 21	–	Aproximações da admitância Y_{π} para a LT de 100 km.	53
Figura 22	–	Aproximações do módulo de Y_{π} para diferentes comprimentos de linha.....	54
Figura 23	–	Corrente no terminal receptor, $I_B(\omega)$	56
Figura 24	–	Tensão no terminal receptor, $V_B(\omega)$	58
Figura 25	–	Implementação do modelo proposto no ATP/ATPDraw.....	64
Figura 26	–	LT com fonte de tensão constante e terminal receptor em circuito aberto.	65
Figura 27	–	Tensão no terminal receptor em circuito aberto, $V_B(t)$, da LT energizada com degrau de tensão.	66
Figura 28	–	LT com fonte de tensão constante e terminal receptor em curto-circuito.....	67

Figura 29	–	Corrente no terminal receptor em curto-circuito, $I_B(t)$, da LT energizada com degrau de tensão.	68
Figura 30	–	LT com incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor.	69
Figura 31	–	Corrente impulsiva aplicada na Linha de transmissão.	70
Figura 32	–	Tensão no terminal receptor em circuito aberto, $V_B(t)$, com incidência de descarga atmosférica no emissor.	71
Figura 33	–	LT com fonte de tensão senoidal e carga não linear.	72
Figura 34	–	Tensão no receptor, $V_B(t)$, com carga não linear e energização senoidal.	73
Figura 35	–	Corrente no receptor, $I_B(t)$, com carga não linear e energização senoidal.	74
Figura 36	–	Tensão no terminal receptor, $V_B(t)$, na comparação com modelo de Jmarti-ATP em transitórios de alta frequência.	75
Figura 37	–	Silhueta da linha de transmissão trifásica.	79
Figura 38	–	Resistências longitudinais da LT trifásica.	80
Figura 39	–	Indutâncias longitudinais da LT trifásica.	81
Figura 40	–	Linha de transmissão trifásica.	82
Figura 41	–	Circuitos π equivalentes dos modos de propagação.	82
Figura 42	–	Modelo proposto trifásico implementado no ATP/ATPDraw.	83
Figura 43	–	Admitância $Y_{z\pi}$ dos três modos de propagação.	85
Figura 44	–	Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ dos modos α e β	86
Figura 45	–	Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ do modo z.	87
Figura 46	–	Módulo de $Y_{z\pi}$ dos modos α e β para diferentes comprimentos de linha.	88
Figura 47	–	Módulo de $Y_{z\pi}$ do modo z para diferentes comprimentos de linha.	88
Figura 48	–	Admitância Y_π dos três modos de propagação.	89
Figura 49	–	Aproximações da admitância Y_π dos modos α e β	90
Figura 50	–	Aproximações da admitância Y_π do modo z.	91
Figura 51	–	Módulo de Y_π dos modos α e β para diferentes comprimentos de linha.	92
Figura 52	–	Módulo de Y_π do modo z para diferentes comprimentos de linha.	92
Figura 53	–	LT trifásica com fonte de tensão constante e terminal receptor em circuito aberto.	97
Figura 54	–	Modos de propagação da LT trifásica.	98
Figura 55	–	Tensões no terminal receptor no modo α , $V_{B\alpha}(t)$, e no modo β , $V_{B\beta}(t)$	99
Figura 56	–	Tensão no terminal receptor no modo z, $V_{Bz}(t)$	100
Figura 57	–	Tensão no terminal receptor na fase 1, $V_{Bf1}(t)$	101

Figura 58	–	Tensão no terminal receptor na fase 2, $V_{B\beta 2}(t)$, e fase 3, $V_{B\beta 3}(t)$	102
Figura 59	–	LT trifásica com incidência de descarga atmosférica no terminal emissor. .	103
Figura 60	–	Tensão no terminal receptor na fase 1, $V_{B\beta 1}(t)$	104
Figura 61	–	Tensão no terminal receptor na fase 2, $V_{B\beta 2}(t)$, e fase 3, $V_{B\beta 3}(t)$	105
Figura 62	–	Condutores i e k e suas imagens.....	120
Figura 63	–	Circuito equivalente para a admitância Y_r	125
Figura 64	–	Circuito equivalente para a admitância Y_c	126
Figura 65	–	Linha de transmissão trifásica.	171
Figura 66	–	Modos de propagação da LT trifásica.	173

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Número de polos/resíduos e frequências de ajustes da admitância $Y_{z\pi}$	48
Tabela 2	–	Número de polos/resíduos e frequências de ajustes da admitância Y_{π}	53
Tabela 3	–	Ajuste simultâneo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π}	55
Tabela 4	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 15 polos.	59
Tabela 5	–	Parâmetros dos circuitos RL (polos reais) da admitância $Y_{z\pi}$ com 15 polos. .	59
Tabela 6	–	Parâmetros dos circuitos RLC (polos complexos) admitância $Y_{z\pi}$ com 15 polos.	60
Tabela 7	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{π} com 30 polos.	60
Tabela 8	–	Parâmetros dos circuitos RL (polos reais) da admitância Y_{π} com 30 polos....	61
Tabela 9	–	Parâmetros dos circuitos RLC (polos complexos) da admitância Y_{π} com 30 polos.	61
Tabela 10	–	Número de polos utilizados na comparação com modelo de JMarti-ATP.	72
Tabela 11	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos.	93
Tabela 12	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos. .	94
Tabela 13	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos.	94
Tabela 14	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos..	95
Tabela 15	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos. ..	95
Tabela 16	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos.	96
Tabela 17	–	Número de Polos para os ajustes das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} nos modos de propagação.....	97
Tabela 18	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.	129
Tabela 19	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.	130
Tabela 20	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.....	130
Tabela 21	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos.	131
Tabela 22	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos.	132
Tabela 23	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos.	132
Tabela 24	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{π} com 45 polos.	133
Tabela 25	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_{π} com 45 polos.	134

Tabela 26	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_{π} com 45 polos.....	135
Tabela 27	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{π} com 100 polos.	135
Tabela 28	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_{π} com 100 polos.	137
Tabela 29	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_{π} com 100 polos.	138
Tabela 30	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.	139
Tabela 31	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.	141
Tabela 32	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.	141
Tabela 33	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.	142
Tabela 34	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.	148
Tabela 35	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.	148
Tabela 36	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.	154
Tabela 37	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.	156
Tabela 38	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.	156
Tabela 39	–	Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.	157
Tabela 40	–	Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.	161
Tabela 41	–	Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.	162
Tabela 42	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi z}$ com 60 polos.	165
Tabela 43	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{z\pi z}$ com 60 polos.	166
Tabela 44	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{z\pi z}$ com 60 polos.....	167
Tabela 45	–	Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.	168
Tabela 46	–	Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.	169
Tabela 47	–	Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.	169

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA	17
1.2	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES.....	21
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	22
2	MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO PARA ESTUDO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS	24
2.1	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	24
2.2	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	27
2.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	29
3	DESCRIÇÃO DO MODELO PROPOSTO	30
3.1	DESCRIÇÃO GERAL DO MODELO	30
3.2	CIRCUITO π EQUIVALENTE DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	31
3.3	SÍNTESE DAS ADMITÂNCIAS DO CIRCUITO π EQUIVALENTE POR ELEMENTOS DE CIRCUITO	35
3.4	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	39
4	DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROPOSTO ..	40
4.1	PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT MONOFÁSICA ..	40
4.2	APROXIMAÇÃO DA ADMITÂNCIA $Y_{z\pi}$ POR FRAÇÕES PARCIAIS	44
4.3	APROXIMAÇÃO DA ADMITÂNCIA Y_{π} POR FRAÇÕES PARCIAIS	50
4.4	AJUSTE SIMULTÂNEO DAS ADMITÂNCIAS $Y_{z\pi}$ E Y_{π}	54
4.5	REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO π EQUIVALENTE EXATO POR ELEMENTOS DE CIRCUITO.	58
4.6	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	62

5	VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	64
5.1	ENERGIZAÇÃO DA LT	65
5.2	INCIDÊNCIA DE DESCARGA ATMOSFÉRICA NA LT	68
5.3	COMPARAÇÃO COM MODELO JMARTI	71
5.4	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	76
6	UTILIZAÇÃO DO MODELO PROPOSTO PARA REPRESENTAR LINHAS TRIFÁSICAS	78
6.1	PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT TRIFÁSICA.....	78
6.2	REPRESENTAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA PELO MODELO PROPOSTO	81
6.3	APROXIMAÇÃO DAS ADMITÂNCIAS $Y_{z\pi}$ POR FRAÇÕES PARCIAIS	83
6.4	APROXIMAÇÃO DAS ADMITÂNCIAS Y_{π} POR FRAÇÕES PARCIAIS	88
6.5	REPRESENTAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA POR ELEMENTOS DE CIRCUITO	93
6.6	SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS RESULTANTES DA ENERGIZAÇÃO DA LINHA	96
6.7	SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS RESULTANTES DA INCIDÊNCIA DE DESCARGA ATMOSFÉRICA.....	103
6.9	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	106
7	CONCLUSÕES.....	108
7.1	CONCLUSÕES GERAIS.....	108
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	110
	REFERÊNCIAS.....	112
	APÊNDICE A – PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT	119
	APÊNDICE B – CIRCUITOS ELÉTRICOS QUE SINTETIZAM AS FRAÇÕES PARCIAIS DO VECTOR FITTING	125
	APÊNDICE C – PARÂMETROS DO CIRCUITO II EQUIVALENTE EXATO SINTETIZADO COM MAIOR NÚMERO DE POLOS	129
	APÊNDICE D – REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL	171

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

Embora os sistemas elétricos de potência operem em regime permanente, estão sujeitos a transitórios eletromagnéticos, e por isso, o estudo de fenômenos transitórios é de extrema importância no projeto e desenvolvimento de sistemas robustos para garantir a estabilidade durante as situações extremas geradas em períodos transitórios (FARIA, 2008; RACHIDI; TKACHENKO, 2008). As causas dos fenômenos transitórios incluem operações de chaveamento, curtos-circuitos e até mesmo descargas atmosféricas, que podem gerar sobretensões e sobrecorrentes, distorcendo de maneira significativa as formas de onda de tensão e corrente (DOMMEL; MEYER, 1974). Consequentemente, diversas especificações de um sistema elétrico tais como nível de isolamento dos equipamentos e potência nominal, são estabelecidas a partir das possíveis situações transitórias em que serão submetidos. Tais especificações são de suma importância para evitar prejuízos, tais como danos aos equipamentos elétricos conectados às linhas, interrupções no fornecimento de energia elétrica, mas também garantir a segurança aos seres humanos que circulam nas proximidades de linhas de transmissão que atravessam os centros urbanos (KHAN, 2018).

Dentre os diversos modelos de linhas de transmissão usados na simulação de transitórios eletromagnéticos, têm melhor precisão aqueles que levam em conta o efeito da frequência, ou seja, quando o cálculo dos parâmetros longitudinais da linha de transmissão (LT) são obtidos considerando o efeito pelicular (efeito skin) e do solo sobre os condutores. Tais parâmetros devem ser considerados distribuídos ao longo do comprimento da linha, o que faz com que as correntes e tensões por toda sua extensão tenham o comportamento de ondas, e nesse caso, podem ser obtidas a partir das soluções das equações hiperbólicas da linha (BUDNER, 1970). Dessa forma, tais equações, permitem considerar a natureza distribuída dos parâmetros da linha e sua dependência da frequência. O circuito π equivalente exato da linha de transmissão, representa diretamente as equações hiperbólicas da linha, e por esse motivo o termo “exato” é usado para intitular esse modelo, pois ele exerce tal representação sem o uso de aproximações (DOMMEL HERMANN, 1996).

Na literatura o modelo π equivalente exato é amplamente utilizado para análise de transitórios no domínio da frequência (BILAL *et al.*, 2019). Porém em Marti, Marti e Dommel (1993) é evidenciado que no domínio do tempo só é possível sua utilização em regime permanente onde a solução é obtida para uma única frequência, tanto nas frequências fundamentais quanto nas harmônicas. Essa restrição inviabiliza sua utilização para a simulação de transitórios eletromagnéticos, porque nesse período a resposta da linha abrange uma ampla faixa de frequências, alcançando dezenas de MHz (MARTINEZ-VELASCO, 2020; WG33, 1990).

Em Macias, Exposito e Soler (2005), demonstra-se que ao considerar linhas de comprimento curto o circuito π equivalente exato tende ao chamado “circuito π nominal” da LT, que pode ser implementado utilizando elementos de circuito (resistor, indutor e capacitor), e portanto, permitindo a análise de transitórios no domínio do tempo. Nesse caso, para linhas de maiores comprimentos, utiliza-se um grande número de circuitos π nominais em cascata para calcular com precisão as respostas transitórias, cujas faixas de frequências estejam na ordem dos kHz. Embora esse método seja atrativo e fácil de implementar, ele tem a desvantagem de incluir picos errôneos que distorcem as respostas transitórias, principalmente em seus valores de pico, denominados “oscilações espúrias” (ARAÚJO *et al.*, 2017).

Essas oscilações são consequências da cascata de circuitos π nominal que representa a LT, mas não representam o valor real dos transitórios eletromagnéticos. Para atenuar as oscilações espúrias, em Chrysochos *et al.* (2015) é proposto o uso de resistências de amortecimento adicionadas em paralelo à impedância longitudinal de cada seção do circuito π nominal. Posteriormente em Colqui, De Araújo e Kurokawa (2019) e Colqui *et al.* (2021) é apresentada uma metodologia para realizar melhor ajuste nos valores das resistências de amortecimento a fim de reduzir a distorção nas respostas transitórias.

O circuito π nominal, em sua forma mais original, não leva em conta o efeito da frequência, então, para melhorar a precisão dos resultados usando esse modelo, em Costa; Kurokawa, Pissolato e Prado (2010) e Kurokawa *et al.* (2009) os autores apresentaram propostas que inclui a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais da linha. O procedimento é realizado a partir da aproximação racional de tais parâmetros que são sintetizados por um circuito elétrico equivalente. Apesar das melhorias introduzidas, no modelo que utiliza o circuito π nominal em cascata, ele ainda utiliza uma aproximação relevante, pois

considera que um pequeno segmento de linha seja representado por parâmetros discretos, e portanto não considera que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo do seu comprimento (ARAUJO; SILVA; KUROKAWA, 2014).

Uma técnica que permite a análise transitória no domínio do tempo utilizando o circuito π equivalente exato da LT, baseia-se na transformação da frequência para o tempo, utilizando transformadas inversas de Laplace ou Fourier (GÓMEZ; URIBE, 2009; URIBE *et al.*, 2002). Atualmente o método da transformada numérica de Laplace ou NLT (do inglês *Numerical Laplace Transformation*), com a implementação descrita em Moreno e Ramirez (2008) é o mais utilizado por ser bastante rápido e preciso. A técnica consiste em calcular as tensões e as correntes da linha no domínio da frequência e transformá-las para o domínio do tempo usando a NLT. A implementação detalhada em Moreno e Ramirez (2008), soluciona alguns erros na transformada numérica de Laplace, tal como as imprecisões denominadas oscilações de Gibbs, as quais, por sua vez, resultam em variações na amplitude e oscilações do sinal de saída a ser analisado (GÓMEZ; URIBE, 2009). Para minimizar esses erros, podem ser utilizados os métodos de janelamento, tais como: *Hamming window* proposto em (WEDEPOHL, 1983) e *Lanczos window* proposto em Day, Mullineux; e Reed (1965), entre outros métodos aplicados no processamento digital de sinais.

Apesar do uso da NLT oferecer excelente precisão, a obtenção da resposta transitória no domínio da frequência impede muitas vezes, a conexão de elementos variáveis no tempo. Tais elementos apresentam características bem conhecidas no domínio do tempo, mas não possui sua representação no domínio da frequência. Dessa maneira, torna-se complexa a simulação de eventos que desencadeiam mudanças súbitas das configurações de rede, como por exemplo, faltas ou chaveamento de disjuntores (MAMIŞ, 2003; MARTI, 1988). Alguns modelos incluem tais elementos no domínio da frequência, como por exemplo, a técnica baseada no princípio de superposição desenvolvida em Gómez e Uribe (2009). Porém não abrangem toda variedade de elementos que podem ser conectados aos terminais da linha (e.g. descargas disruptivas nas cadeias de isoladores, transformadores, para-raios, etc) quando comparado à simulação de transitórios realizada diretamente no domínio do tempo (SALARI; PORTELA, 2006).

Diversos modelos são desenvolvidos para obter as tensões e correntes nos terminais da linha, diretamente no domínio do tempo, e dentre eles predomina o uso do modelo de JMarti

(MARTI, 1982) e o Modelo Universal da Linha ou ULM (do inglês *Universal Line Model*) (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999). Ambos, consideram que os parâmetros da LT são distribuídos por unidade de comprimento e levam em conta o efeito da frequência. Esses modelos são caracterizados principalmente pela aproximação racional da admitância característica $Y_c(\omega)$ e da função de propagação $H(\omega)$. O ajuste de $Y_c(\omega)$ é em geral simples, mas o ajuste de $H(\omega)$ é mais complexo, pois também é necessário associar um tempo de propagação τ .

O modelo de JMarti foi apresentado em Marti (1982), e algumas melhorias foram propostas recentemente em Martí e Tavighi (2017). Ele é implementado em programas de Transitórios Eletromagnético (EMTP), como o *Alternative Transient Program* (ATP-EMTP), onde $Y_c(\omega)$ e $H(\omega)$ são aproximadas por funções racionais utilizando o método de Bode, que consiste em encontrar funções racionais que tenham apenas polos e zeros reais (BAÑUELOS-CABRAL; GUTIÉRREZ-ROBLES; GUSTAVSEN, 2017; BODE, 1945). Tais funções, que estão no domínio da frequência são levadas ao domínio do tempo por meio da transformada inversa de Laplace, onde correspondem a uma soma de funções exponenciais decrescentes. Em geral, emprega-se a teoria proposta por Semlyen e Dabuleanu (1975) para solucionar as convoluções, nas funções do cálculo de tensão e corrente, de maneira recursiva. Em Bañuelos-cabral *et al.* (2019), os autores apresentam uma proposta de melhoria da precisão do modelo, substituindo o método de Bode pela técnica do *Vector Fitting*, mas restringindo ainda, em funções racionais somente com polos e zeros reais (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999).

Para linhas polifásicas, o modelo de JMarti se baseia na técnica da decomposição modal, que desacopla a LT em linhas monofásicas independentes, para o cálculo de correntes e tensões em cada linha. Em seguida, usando matrizes de transformação modal inversa, obtêm-se as respostas transitórias para a LT polifásica (PAUL, 1996). No processo de decomposição modal, JMarti considera uma matriz de transformação constante e invariante com a frequência (CABALLERO; COSTA; KUROKAWA, 2017; FARIA; BRICENO, 1997; TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1998).

O ULM contorna algumas limitações do modelo de JMarti, pois a solução das equações diferenciais da LT no domínio do tempo, é realizada diretamente no domínio das fases. Dessa forma, o modelo evita simplificações decorrentes das transformações modais, e portanto, se torna mais adequado para o estudo de problemas tais como aqueles associados a

linhas de transmissão que apresentem geometria fortemente assimétrica ou cabos subterrâneos. No ULM, as funções $Y_c(t)$ e $H(t)$, no domínio do tempo, correspondem a uma soma de funções exponenciais decrescentes, na qual as convoluções que envolvem essas funções, são solucionadas também de maneira recursiva (SEMLYEN; DABULEANU, 1975).

Esse modelo também está disponível em programas do tipo EMTP (do inglês *Electromagnetic Transient Program*), e recentemente em Zanon, Leal e De conti (2021) os autores apresentam uma técnica que permite a implementação do ULM no ATP-EMTP. Atualmente, é o modelo mais preciso e empregado para representar linhas simétricas e assimétricas pois produz resultados estáveis e satisfatórios. Apesar de serem bastante precisos, tanto JMarti quanto ULM dependem principalmente do cálculo prévio do tempo de propagação τ , que é realizado numericamente e pode afetar a qualidade da aproximação racional (DE TOMMASI; GUSTAVSEN, 2007; GUSTAVSEN, 2004; 2016).

Esse contexto motivou a realização desse trabalho, que se dedica a propor um modelo, que considera a natureza distribuída dos parâmetros da linha e inclui o efeito da frequência, mas se distingue por ser desenvolvido diretamente no domínio do tempo, sem a necessidade do cálculo do tempo de propagação τ ou do uso da transformada numérica de Laplace. Busca-se com essa proposta, ampliar a disponibilidade de modelos alternativos de linhas de transmissão para a análise diversos fenômenos eletromagnéticos e suas respostas transitórias.

1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

Esse trabalho tem como objetivo propor um novo modelo de LT para a simulação de transitórios eletromagnéticos representado diretamente no domínio do tempo. O modelo proposto constitui da síntese do circuito π equivalente exato da LT por um circuito elétrico composto por uma associação de elementos discretos (resistor, indutor e capacitor). Assim, utiliza-se somente um único circuito π para modelar a LT para qualquer comprimento.

De maneira específica, neste trabalho também é realizada uma análise gráfica das admitâncias que compõem o circuito π equivalente exato, com respeito ao seu comportamento em função da frequência, levando em conta a variação do comprimento da linha.

O novo modelo pode ser usado em programas do tipo EMTP tais como ATP, EMTP-RV ou PSCAD, e além disso, por ser formado somente por elementos de circuitos, ele pode ser implementado em outro programa de simulação de circuitos elétricos.

A nova modelagem agrega os benefícios do modelo π equivalente exato, que considera os parâmetros distribuídos e dependentes da frequência. A principal vantagem dessa abordagem é possibilitar a simulação de transitórios eletromagnéticos diretamente no domínio do tempo, dispensando o cálculo prévio do tempo de propagação τ e sobretudo a utilização de convoluções e transformadas inversas de Laplace ou Fourier.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Essa tese está organizada em sete capítulos, que além desta introdução contém os seguintes assuntos.

No Capítulo 2 são desenvolvidas as equações diferenciais que modelam a LT no domínio da frequência, as quais consideram a dependência da frequência e a natureza distribuída dos parâmetros da linha. Uma vez estabelecidas as equações diferenciais, serão mostradas as suas soluções exatas, que são a base para a implementação do modelo proposto nessa tese.

No Capítulo 3 o modelo proposto é descrito detalhadamente. É realizada a dedução das equações das admitâncias que compõem o circuito π equivalente, no domínio da frequência, e de maneira genérica, a síntese dessas admitâncias por elementos de circuito.

No Capítulo 4 o modelo de linha proposto é desenvolvido e implementado. Inicialmente são calculados os parâmetros da LT monofásica com o objetivo de se obter as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} do respectivo circuito π equivalente exato. Utilizando o *Vector Fitting* (VF) faz-se a aproximação racional das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} , além de um estudo a fim de identificar a quantidade ideal de polos para cada admitância, e seu comportamento com a variação do comprimento da LT. Por fim, são apresentados os valores numéricos dos polos e resíduos e principalmente dos elementos que compõem o circuito π equivalente para cada LT modelada.

No Capítulo 5 é realizada a validação do modelo no domínio do tempo. São avaliados resultados de simulação durante o transitório eletromagnético, para a linha energizada com uma fonte de tensão contínua e também resultante da incidência de uma descarga atmosférica, nesse caso, modelada por uma fonte de corrente. Na última seção do capítulo, o modelo proposto é comparado com o modelo de JMarti, disponível no programa ATP/ATPDraw, a partir de resultados de simulação, também de transitórios eletromagnéticos de alta e baixa frequência.

No Capítulo 6 o modelo é utilizado para representar linhas trifásicas simétricas e idealmente transpostas. O procedimento é realizado com o uso da transformação modal, e para cada modo de propagação é implementado um circuito π equivalente exato formado por elementos de circuito. A partir da aproximação racional das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} , para todos os modos de propagação, é elaborada uma análise da quantidade ideal de polos para cada admitância, e seu comportamento com a variação do comprimento da LT. Ainda neste capítulo, o modelo é desenvolvido e implementado, e seus resultados de simulação são obtidos tanto para energização da linha, quanto para simulação da incidência de uma descarga atmosférica.

No Capítulo 7 são evidenciadas as principais conclusões sobre o trabalho, principalmente sobre o desenvolvimento e resultados, além das propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Os apêndices são apresentados na seguinte ordem:

No Apêndice A são apresentadas as equações para o cálculo dos parâmetros longitudinais onde considera-se o efeito pelicular e o efeito do solo, e também os cálculos dos parâmetros transversais onde as condutâncias são desconsideradas e a capacitância assumida como sendo constante.

No Apêndice B são desenvolvidas as equações que determinam os parâmetros dos elementos de circuitos do ramo RL do ramo RLC que formam o respectivo circuito π equivalente exato.

No Apêndice C são apresentados valores numéricos dos polos, resíduos e os parâmetros dos circuitos RL e RLC que formam o respectivo circuito π equivalente exato.

No Apêndice D é apresentado o equacionamento para a representação de linhas trifásicas no domínio modal.

2. MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO PARA ESTUDO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

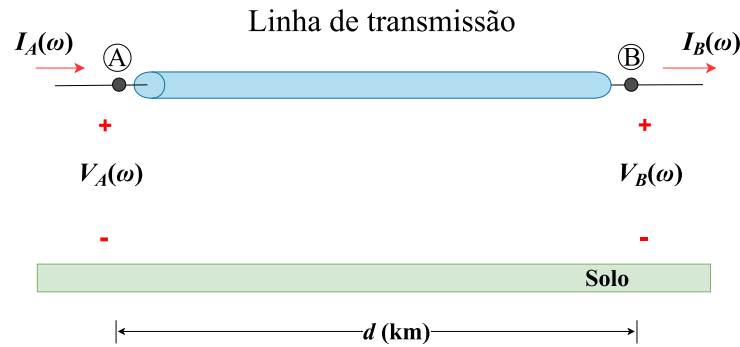
Para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, o modelo com alto grau de precisão, deve representar a linha de qualquer comprimento, considerando que seus parâmetros elétricos (resistência, indutância, capacitância e condutância) sejam distribuídos uniformemente ao longo do seu comprimento. Somado a isso, tais parâmetros devem levar em conta o efeito da frequência, ou seja, quando o cálculo dos parâmetros longitudinais da linha é realizado considerando o efeito pelicular (efeito skin) e do solo sobre os condutores. Quando esses parâmetros são considerados constantes, em relação à frequência, o modelo não pode representar adequadamente a LT em todo o espectro de frequência na qual o transitório possivelmente alcança.

Nesse capítulo, serão desenvolvidas as equações diferenciais que modelam a LT no domínio da frequência, permitindo considerar a dependência com a frequência e a natureza distribuída dos parâmetros da linha. Uma vez estabelecidas as equações diferenciais, serão mostradas as suas soluções exatas. Tais equações são a base para a implementação do modelo proposto nessa tese, que consiste em, a partir delas, desenvolver um novo modelo que pode ser utilizado diretamente no domínio do tempo.

2.1 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Considera-se a representação de uma LT monofásica genérica, com comprimento d conforme mostrada na Figura 1. Os terminais emissor e receptor são representados por A e B, respectivamente. As componentes $I_A(\omega)$ e $I_B(\omega)$ são as correntes longitudinais nos terminais A e B respectivamente e as tensões transversais nos terminais são $V_A(\omega)$ e $V_B(\omega)$, todos no domínio da frequência, no qual $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular em [rad/s] e f é a frequência em [Hz].

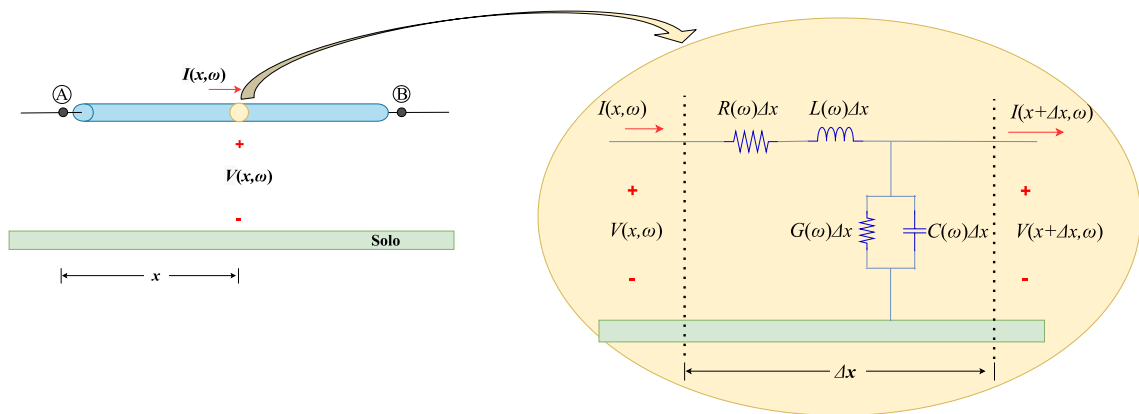
Figura 1 – Linha de transmissão monofásica.



Fonte: Adaptado de Leon Colqui (2021).

Para a LT monofásica da Figura 1, considere um segmento infinitesimal Δx deste condutor. Se Δx é extremamente pequeno, seus parâmetros longitudinais e transversais, que são de natureza distribuída, podem ser como (de maneira aproximada) parâmetros concentrados, conforme mostra a Figura 2. Portanto, o segmento da linha tem uma resistência total $R(\omega)\Delta x$, uma indutância total $L(\omega)\Delta x$, uma condutância total $G(\omega)\Delta x$ e capacitância total $C(\omega)\Delta x$, ambas por unidade de comprimento da linha.

Figura 2 – Circuito equivalente de um elemento infinitesimal da LT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Figura 2, os termos $V(x, \omega)$ e $V(x + \Delta x, \omega)$ são as tensões transversais no segmento infinitesimal da LT, e os termos $I(x, \omega)$ e $I(x + \Delta x, \omega)$ são as correntes longitudinais nesse segmento. Ao aplicar as leis de Kirchhoff para as correntes nos nós e tensões na malha no circuito do segmento infinitesimal, mostrado na Figura 2, as equações de tensão e corrente podem ser escritas como:

$$I(x + \Delta x, \omega) - I(x, \omega) = [-G(\omega)\Delta x]V(x + \Delta x, \omega) - [j\omega C(\omega)\Delta x]V(x + \Delta x, \omega) \quad (1)$$

$$V(x + \Delta x, \omega) - V(x, \omega) = [-R(\omega)\Delta x]I(x, \omega) - [j\omega L(\omega)\Delta x]I(x, \omega) \quad (2)$$

Dividindo ambos os lados das equações (1) e (2) pelo comprimento do segmento da LT em análise Δx , obtêm-se do lado esquerdo das equações respectivamente a variação de corrente e tensão com relação a Δx . Assim, levando em conta que o segmento da LT é infinitesimal ($\Delta x \rightarrow 0$), têm-se as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{dI(x, \omega)}{dx} = -[G(\omega) + j\omega C(\omega)]V(x, \omega) \quad (3)$$

$$\frac{dV(x, \omega)}{dx} = -[R(\omega) + j\omega L(\omega)]I(x, \omega) \quad (4)$$

Considerando-se em (5) a impedância série e em (6) admitância transversal, ambas por unidade de comprimento.

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (5)$$

$$Y(\omega) = G(\omega) + j\omega C(\omega) \quad (6)$$

Assim, as equações (3) e (4) podem ser reescritas como

$$\frac{dI(x, \omega)}{dx} = -Y(\omega)V(x, \omega) \quad (7)$$

$$\frac{dV(x, \omega)}{dx} = -Z(\omega)I(x, \omega) \quad (8)$$

Quando se utiliza linhas aéreas a condutância $G(\omega)$ geralmente é desconsiderada e para o cálculo da capacitância $C(\omega)$ não se considera o efeito da frequência (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Derivada as equações (7) e (8) em relação a x , têm-se:

$$-\frac{d^2 I(x, \omega)}{dx^2} = -Y \frac{dV(x, \omega)}{dx} \quad (9)$$

$$-\frac{d^2V(x,\omega)}{dx^2} = -Z \frac{dI(x,\omega)}{dx} \quad (10)$$

Substituindo (8) em (9) e (7) em (10), e fazendo as manipulações matemáticas necessárias, obtém-se:

$$\frac{d^2I(x,\omega)}{dx^2} = Y(\omega)Z(\omega)I(x,\omega) \quad (11)$$

$$\frac{d^2V(x,\omega)}{dx^2} = Z(\omega)Y(\omega)V(x,\omega) \quad (12)$$

As equações (11) e (12) são as equações diferenciais de segunda ordem, da LT monofásica. Elas descrevem o comportamento das ondas de tensão e corrente em uma posição x da linha para uma determinada frequência (AMETANI; NAGAOKA; BABA; OHNO *et al.*, 2016).

2.2 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Para se determinar correntes longitudinais $I_A(\omega)$ e $I_B(\omega)$ e as tensões transversais $V_A(\omega)$ e $V_B(\omega)$ nos terminais A e B respectivamente, considera-se que as soluções das equações diferenciais de segunda ordem (11) e (12), são do tipo (GRAINGER; STEVENSON, 2003):

$$i(x) = \frac{1}{Z_c} a e^{-\gamma x} - \frac{1}{Z_c} b e^{\gamma x} \quad (13)$$

$$v(x) = a e^{-\gamma x} + b e^{\gamma x} \quad (14)$$

Em (15) e (16) os termos γ e Z_c são respectivamente, a função de propagação e a impedância característica da linha e são escritos como sendo (MARTI, 1982):

$$\gamma(\omega) = \sqrt{Z(\omega)Y(\omega)} \quad (15)$$

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\frac{Z(\omega)}{Y(\omega)}} \quad (16)$$

As constantes a e b podem ser encontradas, utilizando condições de contorno no terminal receptor da linha, como sendo $x=0$, $v(0) = V_B$ e $i(0) = I_B$.

$$V_B = a + b; \quad I_B = \frac{1}{Z_c}(a - b) \quad (17)$$

A partir das condições de contorno faz-se as devidas manipulações algébricas com as equações (13), (14) e (17), para encontrar as constantes a e b como sendo:

$$a = \frac{V_B + Z_c I_B}{2}, \quad b = \frac{V_B - Z_c I_B}{2} \quad (18)$$

Substituindo as constantes a e b em (13) e (14), e considerando novas condições de contorno na linha, como sendo $x = d$, $v(d) = V_A$ e $i(d) = I_A$, obtém-se.

$$I_A = \frac{V_B}{Z_c} \left(\frac{e^{-\gamma d} + e^{\gamma d}}{2} \right) + I_B \left(\frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (19)$$

$$V_A = V_B \left(\frac{e^{-\gamma d} + e^{\gamma d}}{2} \right) + I_B Z_c \left(\frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (20)$$

Substitui-se então as seguintes funções hiperbólicas nas equações (19) e (20).

$$\cosh(\gamma d) = \frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} \quad (21)$$

$$\sinh(\gamma d) = \frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \quad (22)$$

Obtém-se, no domínio da frequência, as equações hiperbólicas da LT que descrevem o comportamento exato da tensão e da corrente em qualquer ponto da LT (BUDNER, 1970).

$$V_A(\omega) = V_B(\omega) \cosh[\gamma(\omega)d] + I_B(\omega) Z_c(\omega) \sinh[\gamma(\omega)d] \quad (23)$$

$$I_A(\omega) = V_B(\omega) \frac{1}{Z_c(\omega)} \sinh[\gamma(\omega)d] + I_B(\omega) \cosh[\gamma(\omega)d] \quad (24)$$

Portanto, as equações hiperbólicas descritas em (23) e (24) são obtidas considerando que seus parâmetros elétricos sejam distribuídos uniformemente ao longo da LT. Além disso, observa-se na equação (5) que os parâmetros longitudinais $R(\omega)$ e $L(\omega)$ estão em função da frequência, o que permite incluir nos cálculos dos parâmetros os efeitos pelicular (ou efeito Skin) e do solo no condutor (MINGLI; YU, 2004).

2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foram apresentadas as equações de tensões e correntes para a LT monofásica e suas respectivas soluções no domínio da frequência, conhecidas como equações hiperbólicas da linha. As equações diferenciais são obtidas a partir do elemento infinitesimal da linha considerando seus parâmetros distribuídos ao longo da mesma.

Ainda assim, as equações hiperbólicas permitem considerar o efeito da frequência sobre os condutores, ou seja incluir nos parâmetros longitudinais da linha, os efeitos pelicular e do solo no condutor. Tais equações estão no domínio da frequência e são a base para a implementação do modelo proposto nessa tese, que consiste em, a partir de tais equações desenvolver um novo modelo que pode ser utilizado diretamente no domínio do tempo.

3. DESCRIÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Um dos modelos de LT para estudos de transitórios eletromagnéticos utiliza o circuito π equivalente exato, que é obtido diretamente a partir das equações hiperbólicas da linha, e portanto considera os parâmetros distribuídos e o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais da LT. Apesar do alto grau de exatidão, o modelo é desenvolvido no domínio da frequência, e para se obter a resposta no domínio do tempo, pode-se empregar qualquer método numérico de transformação do domínio da frequência para o tempo, tais como transformadas inversas de Laplace ou Fourier. Apesar do uso do método numérico da transformada inversa de Laplace (NLT) oferecer excelente precisão, a obtenção da resposta transitória no domínio da frequência impede muitas vezes, a conexão de elementos variáveis no tempo na LT, como por exemplo um circuito retificador controlado. De outro modo, encontrar os valores de tensão e corrente da linha diretamente no domínio do tempo, utilizando as transformadas inversas de Laplace, são de complexa resolução na forma analítica, devido às integrais de convolução presentes (MORENO; RAMIREZ, 2008).

Nesse contexto, esse capítulo apresenta o modelo proposto, que irá possibilitar a representação da LT diretamente no domínio do tempo, considerando o circuito π equivalente exato da LT monofásica. Inicialmente, é apresentada a descrição geral do modelo. Na sequência, é realizada a dedução das equações das admitâncias que compõem o circuito π equivalente, e de maneira genérica, a síntese dessas admitâncias por elementos de circuito.

3.1 DESCRIÇÃO GERAL DO MODELO

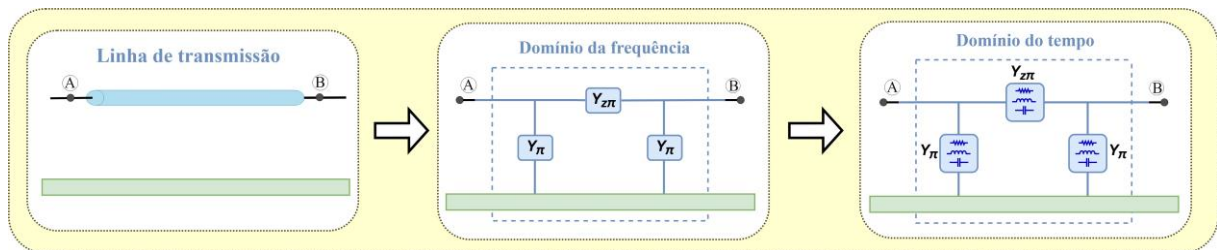
O modelo proposto representa uma LT monofásica no domínio do tempo, por um único circuito π equivalente, formado somente por elementos discretos de circuito de dois terminais cada (resistor, indutor e capacitor) (DE SIQUEIRA; BONATTO, 2021). O modelo possibilita a simulação em regime permanente, mas principalmente em transitórios eletromagnéticos levando em conta o efeito da frequência e o fato dos parâmetros da linha serem distribuídos ao longo do seu comprimento.

De acordo com processo de obtenção do modelo descrito na Figura 3, inicialmente a linha é representada pelo circuito π equivalente exato formado por admitâncias no domínio da

frequência. Tais admitâncias são equacionadas de maneira que representem diretamente as equações hiperbólicas da LT, sem qualquer uso de aproximações, conforme é apresentado na seção 3.2.

O processo de síntese das admitâncias é apresentado na seção 3.3. Utilizando o método chamado de *Vector Fitting* (DESCRIJVER *et al.*, 2008; GUSTAVSEN, 2006; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999) faz-se a aproximação racional no domínio da frequência das admitâncias que representam a linha. Então, para cada admitância, é sintetizado um circuito elétrico composto por uma associação de elementos discretos, modelando assim a LT por elementos de circuito.

Figura 3 – Processo de obtenção do modelo proposto.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

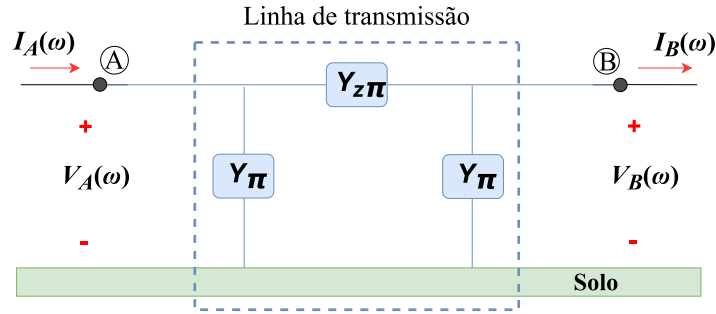
Dessa maneira, o circuito elétrico resultante, representa a LT considerando a natureza distribuída dos seus parâmetros e ainda incluindo o efeito da frequência. Ele pode ser utilizado na simulação de transitórios eletromagnéticos, diretamente no domínio do tempo, em programas tais como ATP, EMTP-RV ou PSCAD. Além disso, por ser formado somente por elementos de circuitos, o modelo pode ser implementado na maioria dos programas de simulação de circuitos elétricos, permitindo assim a conexão de cargas variáveis com o tempo.

3.2 CIRCUITO II EQUIVALENTE DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Para implementação do novo modelo que representa a LT no domínio do tempo, considera-se que um circuito π seja o circuito equivalente de uma LT de comprimento qualquer, do tipo mostrado na Figura 4 (MARTI; MARTI; DOMMEL, 1993). Ele é caracterizado por uma admitância $Y_{z\pi}$ em série entre os terminais A e B e uma admitância em derivação Y_{π} em ambos os terminais. Para linhas compensadas com uso de reatores, a admitância Y_{π} conectada ao terminal A pode ser diferente da admitância Y_{π} conectada ao terminal B (ZANETTA JR,

2006). Porém, como mostrado na Figura 4, nesse trabalho será utilizada a mesma admitância Y_π conectada em ambos os terminais.

Figura 4 – Circuito π equivalente exato de uma linha de transmissão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Considerando que o circuito π equivalente da Figura 4 seja obtido a partir das equações hiperbólicas da LT, as equações (23) e (24) devem ser reescritas como sendo:

$$V_A(\omega) = A(\omega)V_B(\omega) + B(\omega)I_B(\omega) \quad (25)$$

$$I_A(\omega) = C(\omega)V_B(\omega) + D(\omega)I_B(\omega) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} V_A(\omega) \\ I_A(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\omega) & B(\omega) \\ C(\omega) & D(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B(\omega) \\ I_B(\omega) \end{bmatrix} \quad (27)$$

Portanto, em (27) os termos A, B, C e D são expressos como:

$$A(\omega) = \cosh[\gamma(\omega)d] \quad (28)$$

$$B(\omega) = Z_C \sinh[\gamma(\omega)d] \quad (29)$$

$$C(\omega) = \frac{1}{Z_C} \sinh[\gamma(\omega)d] \quad (30)$$

$$D(\omega) = \cosh[\gamma(\omega)d] \quad (31)$$

As admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_π do circuito da Figura 4 devem ter os mesmos termos A, B, C, e D encontrados nas equações (28) a (31). Para tanto, serão encontradas as equações que representam os termos A, B, C, e D do circuito da Figura 4. Aplicando a lei das tensões nas malhas e das correntes nos nós do circuito da Figura 4 obtém-se.

$$V_A(\omega) = \left[\frac{Y_\pi(\omega) + Y_{z\pi}(\omega)}{Y_{z\pi}(\omega)} \right] V_B(\omega) + \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} I_B(\omega) \quad (32)$$

$$I_A(\omega) = \left[Y_\pi^2(\omega) \cdot \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} + 2 \cdot Y_\pi(\omega) \right] \cdot V_B(\omega) + \left[Y_\pi(\omega) \cdot \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} + 1 \right] \cdot I_B(\omega) \quad (33)$$

As equações (32) e (33) podem ser escritas como sendo, resumidamente.

$$V_A(\omega) = A_\pi(\omega) V_B(\omega) + B_\pi(\omega) I_B(\omega) \quad (34)$$

$$I_A(\omega) = C_\pi(\omega) V_B(\omega) + D_\pi(\omega) I_B(\omega) \quad (35)$$

Onde:

$$A_\pi(\omega) = \left[\frac{Y_\pi(\omega) + Y_{z\pi}(\omega)}{Y_{z\pi}(\omega)} \right] \quad (36)$$

$$B_\pi(\omega) = \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} \quad (37)$$

$$C_\pi(\omega) = \left[Y_\pi(\omega)^2 \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} + 2Y_\pi(\omega) \right] \quad (38)$$

$$D_\pi(\omega) = \left[Y_\pi(\omega) \frac{1}{Y_{z\pi}(\omega)} + 1 \right] \quad (39)$$

Igualando (37) a (29), encontra-se a admitância $Y_{z\pi}$ como sendo.

$$Y_{z\pi}(\omega) = \frac{1}{Z_C(\omega) \sinh[\gamma(\omega)d]} \quad (40)$$

Igualando (36) a (28), e substituindo (40) na igualdade, obtém-se.

$$\cosh[\gamma(\omega)d] = Y_\pi(\omega) Z_C(\omega) \sinh[\gamma(\omega)d] + 1 \quad (41)$$

Reorganizando a equação (41) obtém-se.

$$Y_{\pi}(\omega) = \frac{\cosh[\gamma(\omega)d] - 1}{Z_c(\omega) \sinh[\gamma(\omega)d]} \quad (42)$$

Aplicando a identidade trigonométrica (43) em (42) obtém-se (44) para o cálculo da admitância Y_{π} .

$$\tanh\left[\frac{\gamma(\omega)d}{2}\right] = \frac{\cosh[\gamma(\omega)d] - 1}{\sinh[\gamma(\omega)d]} \quad (43)$$

$$Y_{\pi}(\omega) = \frac{\tanh[\gamma(\omega)d/2]}{Z_c(\omega)} \quad (44)$$

As equações (40) e (44) representam respectivamente a admitância $Y_{z\pi}$ e a admitância Y_{π} do circuito π equivalente da Figura 4.

Na literatura este modelo é bastante utilizado e por vezes recebe o nome de circuito π equivalente exato da LT (SINGH; MARTI; SRIVASTAVA, 2010). O modelo representa diretamente as equações hiperbólicas da linha, e por esse motivo o termo “exato” é usado para intitular esse modelo pois ele exerce tal representação, no domínio da frequência, sem o uso de aproximações (DOMMEL HERMANN, 1996).

Também nomeado como “ π longo”, por representar uma linha de longa distância utilizando um único circuito π (PORTELA; TAVARES, 2002), ou simplesmente circuito π equivalente da LT (GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012; GRAINGER; STEVENSON, 2003), o modelo utiliza um único π para representar uma linha, independente do seu comprimento, e seus parâmetros são considerados distribuídos por unidade de comprimento. Além disso, os parâmetros podem ser considerados dependentes da frequência.

No entanto, o fato da representação estar no domínio da frequência, traz algumas restrições. Em programas do tipo EMTP, as simulações de transitórios eletromagnéticos, são geralmente realizadas no domínio do tempo. Nesse caso, obrigatoriamente, a linha deve estar representada no domínio do tempo. Além disso, ao se estudar o sistema elétrico como um todo deve-se considerar a presença de elementos variáveis no tempo e também as alterações que ocorrem no sistema tais como faltas, chaveamento de disjuntores e conexões de diferentes tipos de cargas que não são facilmente representadas no domínio da frequência, como por exemplo um retificador controlado (MARTI, 1988).

Além da dependência explícita da frequência nas equações (40) e (44), os parâmetros longitudinais $R(\omega)$ e $L(\omega)$ que estão inseridos no cálculo da função de propagação e da impedância característica da linha $Z_C(\omega)$, também são funções dependentes da frequência. Devido a essa dependência dupla da frequência, o circuito π equivalente exato não possui sua representação direta no domínio do tempo (MARTI; MARTI; DOMMEL, 1993; TLEIS, 2019).

Nesse contexto, esse trabalho propõe um novo modelo para simulação de transitórios eletromagnéticos utilizando o circuito π equivalente exato. A proposta consiste em substituir a admitância $Y_{z\pi}$ e a admitância Y_π (que estão no domínio da frequência) por elementos de circuitos RLC (resistor, indutor e capacitor). Dessa forma o modelo permite a simulação da linha direto no domínio do tempo podendo assim ser utilizado em programa de modelagem e análises de transitórios eletromagnéticos.

3.3 SÍNTESE DAS ADMITÂNCIAS DO CIRCUITO π EQUIVALENTE POR ELEMENTOS DE CIRCUITO

O *Vector Fitting* é um algoritmo utilizado para aproximação racional no domínio da frequência (DESCRIJVER *et al.*, 2008; GUSTAVSEN, 2006; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999). O método permite aproximar uma função $F(s)$ por uma função racional usando polos e resíduos. O VF utiliza o Método dos Mínimos Quadrados para minimizar o erro entre a curva gerada pela função de entrada $F(s)$ e sua respectiva curva obtida a partir da função racional gerada.

Para representação do circuito π equivalente exato, a partir de funções racionais, considera-se inicialmente que a função racional $F(s)$ genérica (45) pode representar a admitância $Y_{z\pi}$ ou admitância Y_π no domínio da frequência (GUSTAVSEN, 2002; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 2001).

$$F(s) = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{r_j}{s - p_j} + D + sE \quad (45)$$

Na equação (45) os termos r_j e p_j são o j -ésimo resíduo e j -ésimo polo respectivamente, da aproximação racional genérica $F(s)$. O índice N_p é o número de polos/resíduos da função racional. Os termos D e E são coeficientes reais e s é a frequência angular complexa. Os resíduos e polos podem ser formados por números reais ou complexos. Dessa forma as frações parciais

que compõe a equação (45) resultam de dois tipos de funções que aqui serão representadas de forma genérica. A primeira é formada por números reais conforme a equação (46) e a outra se forma por um par de números complexos conjugados conforme a equação (47) (GUSTAVSEN, 2002).

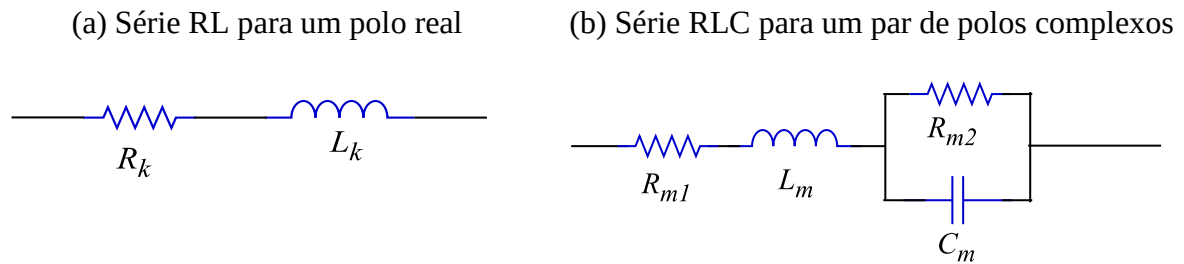
$$Y_r(s) = \frac{r_k}{s - p_k} \quad (46)$$

$$Y_c(s) = \frac{r_m}{s - p_m} + \frac{r_m^*}{s - p_m^*} \quad (47)$$

Para cada fração parcial que compõe a equação (45), é obtido um ramo que corresponde a um circuito elétrico equivalente a ela. O número de ramos depende da quantidade de frações parciais, que por sua vez irá depender do número de polos/resíduos escolhidos.

Considerando a fração parcial formada por números reais, conforme a equação (46), o circuito elétrico utilizado para sintetizar a função é do tipo mostrado na Figura 5(a). Se a fração parcial é formada por números complexos conforme a equação (47), o circuito elétrico que sintetiza a função é do tipo mostrado na Figura 5(b) (DE SEIXAS; KUOKAWA, 2019; SEIXAS, 2017).

Figura 5 – Circuitos equivalentes RL e RLC.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As equações (48) e (49) são usadas para o cálculo dos elementos R_k (resistência) e L_k (indutância) do circuito RL equivalente mostrado na Figura 5(a), a partir dos polos/resíduos reais correspondentes (ANTONINI, 2003).

$$R_k = -\frac{p_k}{r_k} \quad (48)$$

$$L_k = \frac{1}{r_k} \quad (49)$$

As equações de (50) a (53), são usadas para o cálculo dos elementos correspondentes às resistências R_{m1} e R_{m2} , da indutância L_m e da capacitância C_m do circuito RLC equivalente mostrado na Figura 5(b), a partir dos polos/resíduos complexos correspondentes (ANTONINI, 2003). No Apêndice B, são desenvolvidas as equações de (48) a (53) que determinam os parâmetros R, L e C.

$$L_m = \frac{1}{r_m + r_m^*} \quad (50)$$

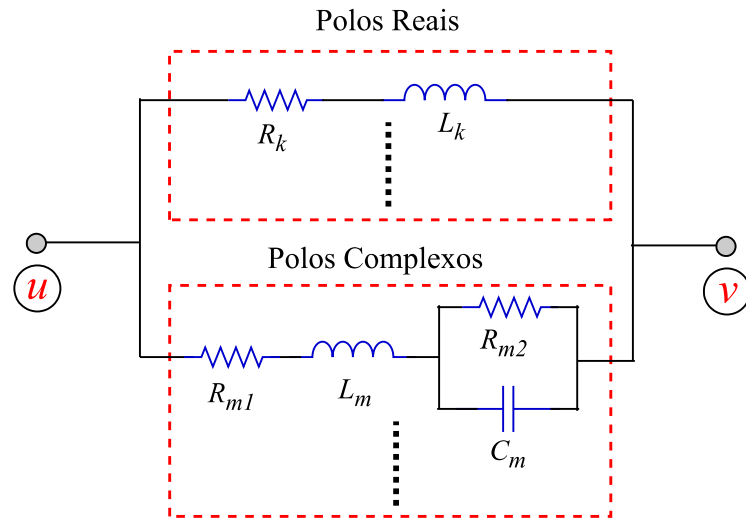
$$R_{m1} = -\frac{(p_m r_m + p_m^* r_m^*)}{2r_m^2} \quad (51)$$

$$C_m = \frac{(r_m + r_m^*)^2}{r_m r_m^* (p_m - p_m^*)^2} \quad (52)$$

$$R_{m2} = \frac{r_m + r_m^*}{C(p_m r_m^* + r_m p_m^*)} \quad (53)$$

A Figura 6 mostra o circuito elétrico da admitância genérica $Y(s)$, que representa a função racional $F(s)$. Entre os terminais u e v está o arranjo formado pelas conexões em paralelo dos ramos RL da Figura 5(a), correspondente aos polos reais, associados aos ramos RLC da Figura 5(b), correspondente aos polos complexos. O número de polos/resíduos reais ou complexos, gerados pelo *Vector Fitting*, irá determinar o número de ramos RL e RLC associados em paralelo.

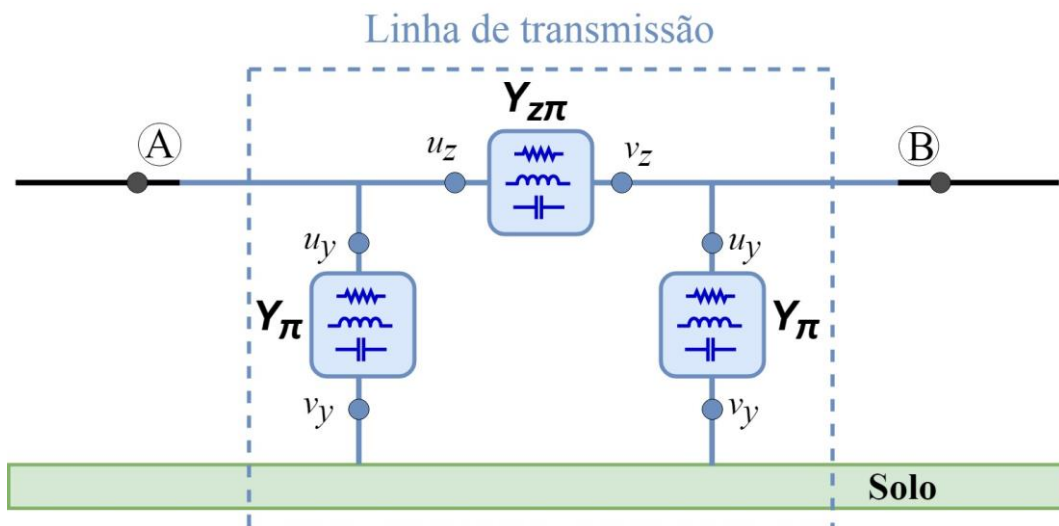
Figura 6 – Circuito representativo para uma admitância genérica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Uma vez conhecidos todos os parâmetros R, L e C dos circuitos que sintetizam as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} é possível montar o circuito elétrico que representa a LT em estudo, por elementos de circuito. A Figura 7 apresenta as conexões dos terminais u_z e v_z da admitância $Y_{z\pi}$ e dos terminais u_y e v_y da admitância Y_{π} , de maneira que representem o circuito π equivalente exato da linha de transmissão.

Figura 7 – Circuito elétrico representativo da LT formada por elementos de circuito.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foi descrito o novo modelo de LT que é representado diretamente no domínio do tempo. A proposta constitui da síntese do circuito π equivalente exato da LT, obtendo a partir dele um circuito elétrico que representa a LT.

O circuito π equivalente exato, utiliza um único circuito π para representar uma linha, independentemente do seu comprimento, na qual seus parâmetros são considerados distribuídos por unidade de comprimento e também dependentes da frequência. Este modelo é desenvolvido no domínio da frequência, e como suas admitâncias possuem dependência dupla da frequência, não é possível sua representação direta no domínio do tempo.

Dessa maneira, propõe-se um novo modelo que represente o circuito π equivalente exato da LT por elementos de circuito, permitindo assim seu uso em programas de simulação de circuitos, tais como ATP/ATPDraw. Inicialmente o modelo é descrito de maneira geral. Na sequência são obtidas as equações das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} exatas, isto é, diretamente a partir das equações hiperbólicas da linha. Por fim, é apresentado de maneira genérica, a síntese das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} por elementos de circuito.

Observa-se em sua descrição, que para a obtenção e utilização do modelo, não há necessidade do cálculo do tempo de propagação τ , e também do uso de convoluções ou transformadas inversas de Laplace ou Fourier, sendo essas algumas das vantagens do modelo proposto nessa tese.

4. DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Nesse capítulo será desenvolvido e implementado o novo modelo de LT, descrito no capítulo anterior. Para a implementação do modelo, inicialmente são calculados os parâmetros LT monofásica considerando o efeito da frequência. A partir dos parâmetros por unidade de comprimento da linha são obtidas as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} do respectivo circuito π equivalente exato.

Utilizando o *Vector Fitting* (VF) faz-se a aproximação racional no domínio da frequência das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} da linha em estudo. Para as duas admitâncias é feito um estudo das características de suas curvas em função da frequência, tendo como objetivo identificar a quantidade ideal de polos para cada admitância, e seu comportamento com a variação do comprimento da LT.

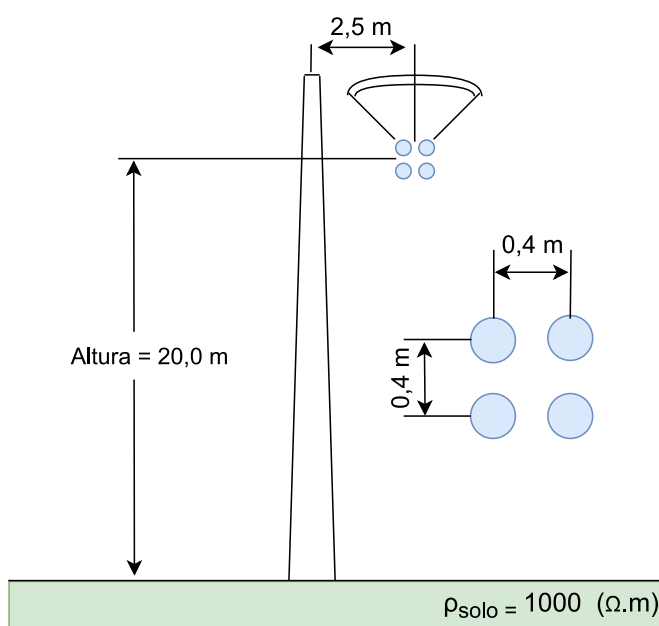
Por fim, o circuito π equivalente é representado utilizando elementos de circuitos, e portanto, são apresentados os valores numéricos dos polos e resíduos e também dos parâmetros dos elementos de circuito utilizados para compor o circuito π equivalente.

4.1 PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT MONOFÁSICA

Para o desenvolvimento do modelo, será investigado um caso de uma LT monofásica, do tipo mostrado na Figura 8. A linha é constituída por 4 condutores do tipo *Grosbeak*, no qual cada condutor possui um raio de 1 cm, espaçamento de 40 cm e resistividade de 0,0527 Ω/km , conforme mostrado na Figura 8. Considerou-se que a resistividade do solo é de 1.000 $\Omega\cdot\text{m}$. Os parâmetros longitudinais foram calculados considerando os efeitos do solo e pelicular utilizando as equações descritas no Apêndice A. Os valores de frequência variam de 0,1 Hz até 100 kHz, sendo que nesse intervalo foram utilizados trinta mil pontos distribuídos de forma logarítmica. A capacitância transversal foi considerada constante e seu valor calculado foi de 6,89 nF/km, e a condutância foi desconsiderada, conforme sugerido por Martinez, Gustavsen e durbak (2005) e descrito no Apêndice A.

A partir dos dados da linha da Figura 8 é possível obter os parâmetros R e L que são respectivamente a resistência e a indutância distribuída por unidade de comprimento da linha. Tais parâmetros são calculados a fim de obter admitância $Y_{z\pi}$ e a admitância em derivação Y_{π} que irão compor o circuito π equivalente exato correspondente à linha em estudo. Os resultados dos parâmetros foram obtidos utilizando o programa MATLAB®.

Figura 8 – Silhueta da linha de transmissão monofásica

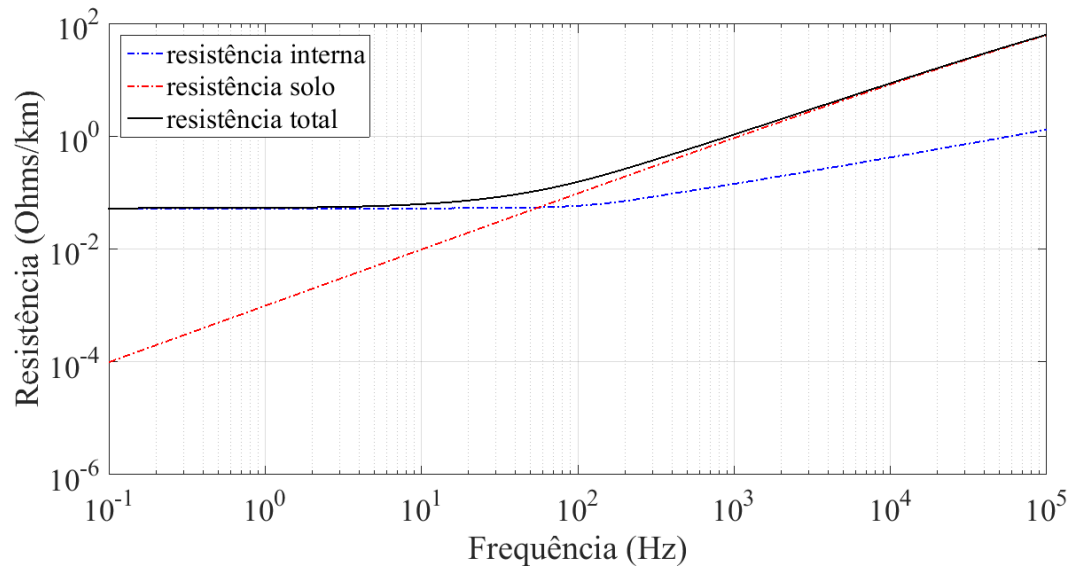


Fonte: Adaptado de Leon Colqui (2021).

A Figura 9 e a Figura 10 mostram respectivamente o comportamento da resistência e da indutância longitudinal em função da frequência. A resistência total longitudinal é a soma da resistência devido ao efeito solo e da resistência interna devido ao efeito pelicular. A indutância total longitudinal resulta da soma da indutância devido ao efeito solo e das indutâncias externa e interna (MINGLI; YU, 2004).

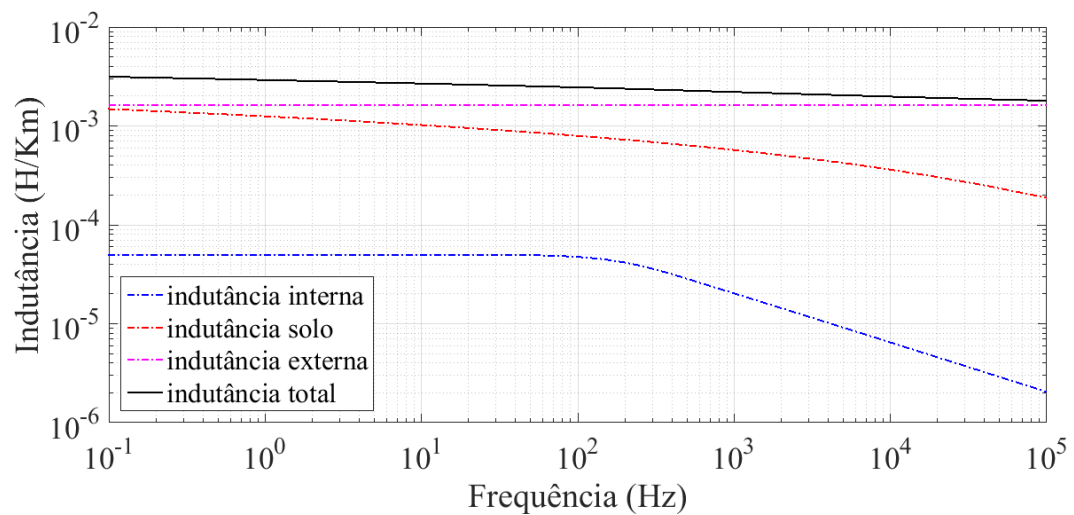
A Figura 11 mostra o módulo e o ângulo da impedância longitudinal da LT e a Figura 12 mostra o módulo e o ângulo da admitância transversal da LT.

Figura 9 – Resistência própria total, resistência do solo e resistência interna em função da frequência.



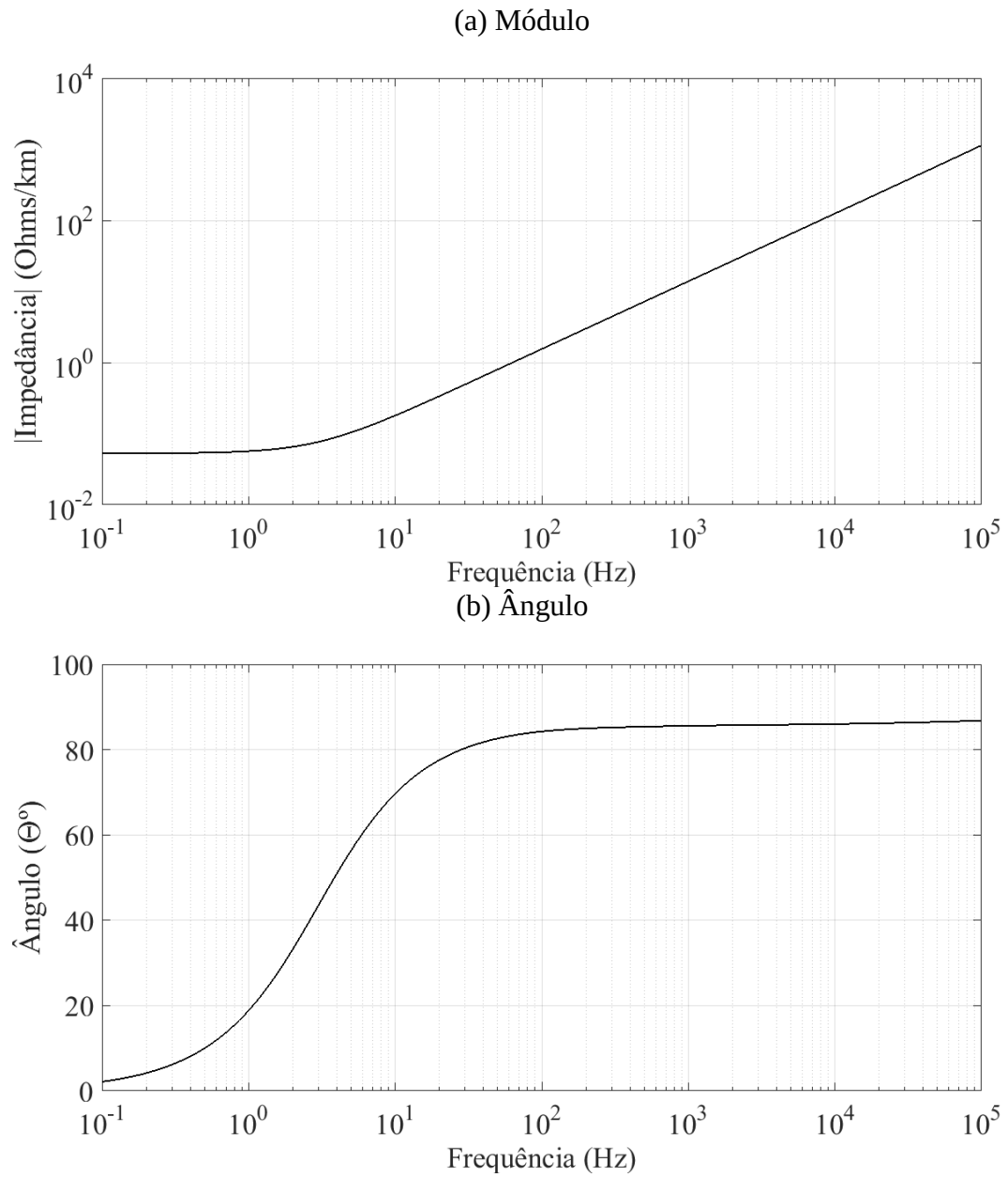
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 10 – Indutância interna, Indutância do solo, Indutância externa e Indutância total em função da frequência.



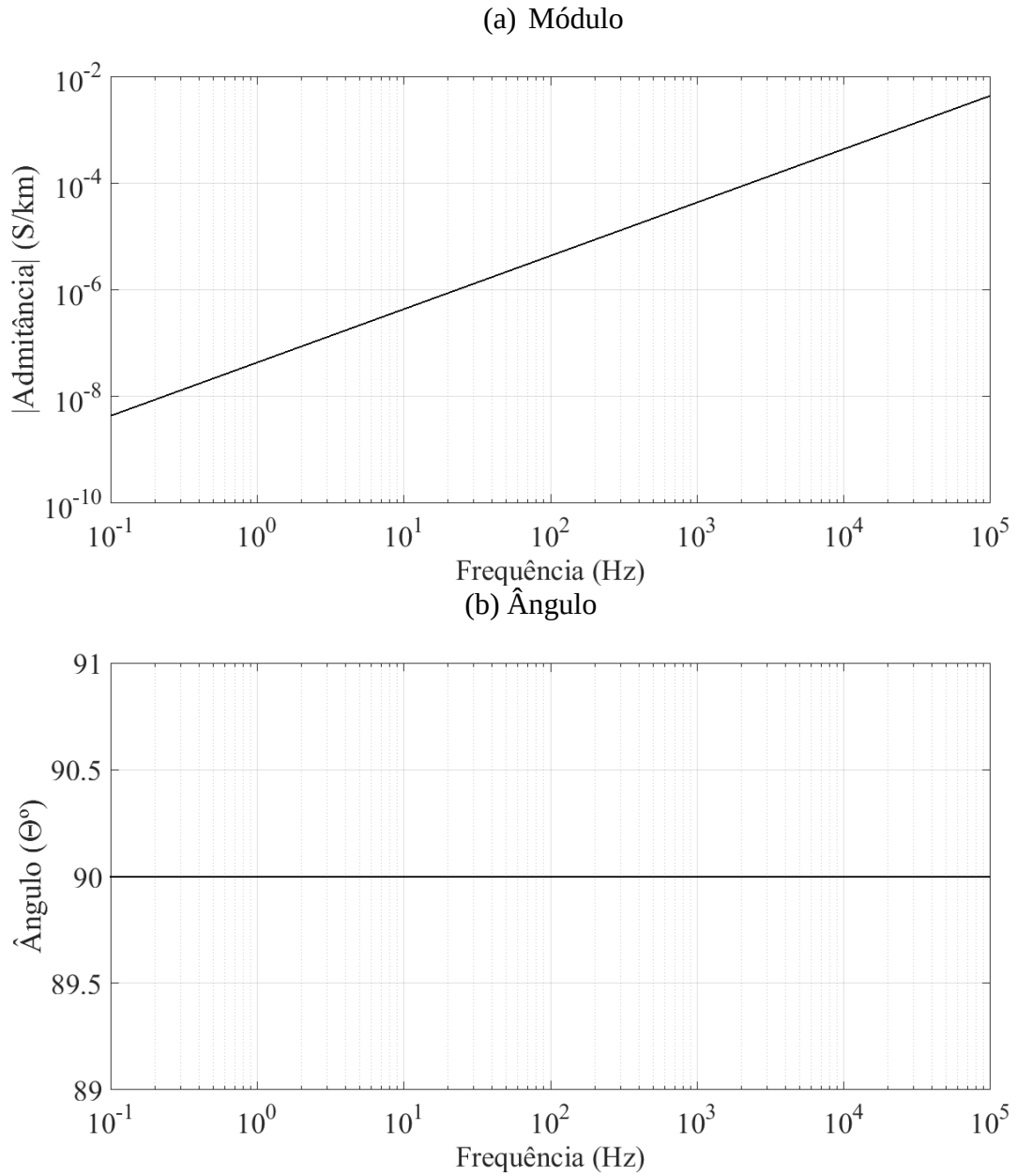
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 11 – Impedância longitudinal da LT.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 12 – Admitância transversal da LT.



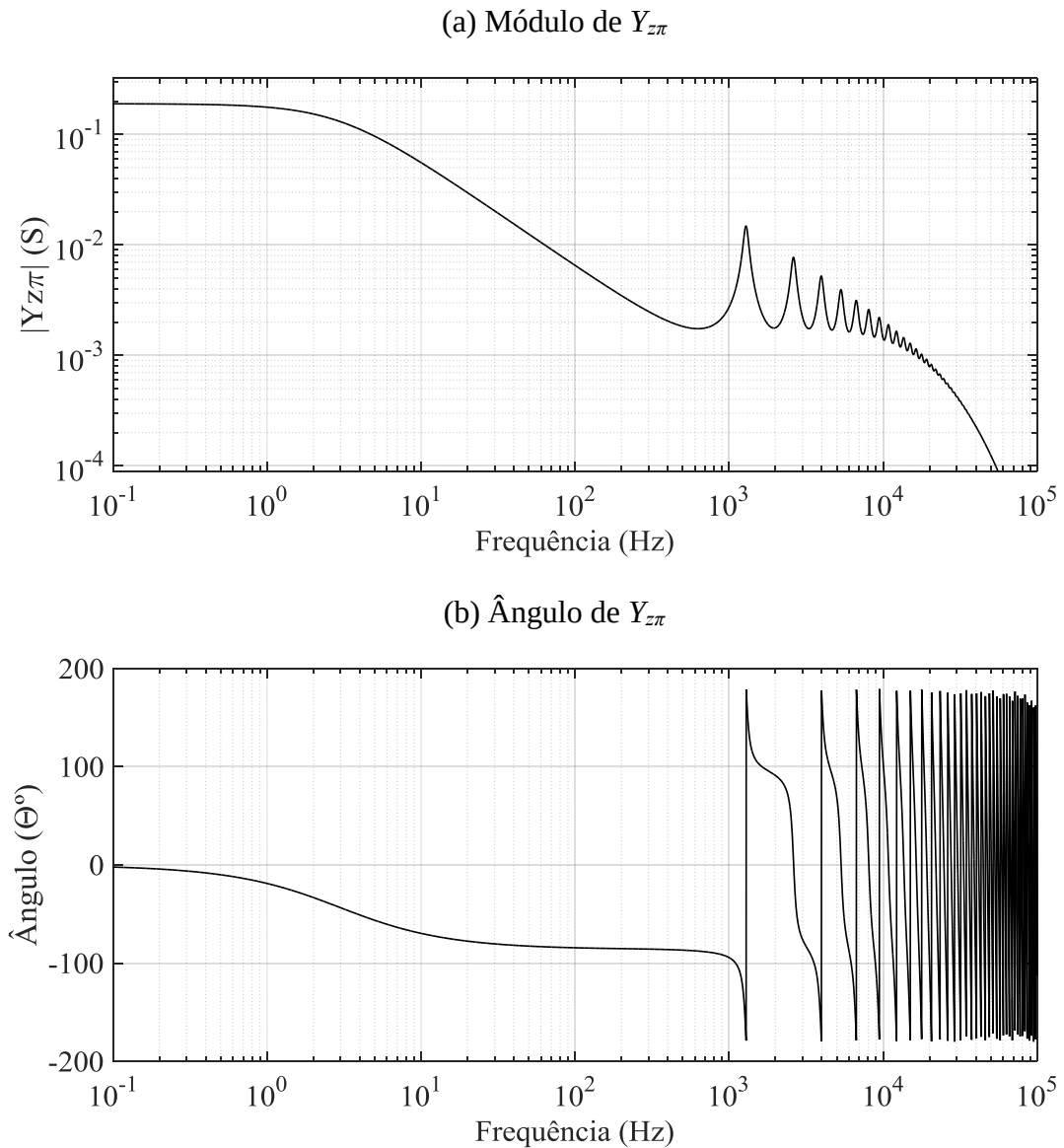
Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.2 APROXIMAÇÃO DA ADMITÂNCIA Y_{ZI} POR FRAÇÕES PARCIAIS

A Figura 13 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_{ZI} obtida de (40), utilizando os parâmetros calculados para a LT da Figura 8, sendo seu comprimento de 100 km.

Na Figura 13(a), nota-se que o módulo da admitância $Y_{z\pi}$ é decrescente. Isso indica que a impedância recíproca a $Y_{z\pi}$ cresce com o aumento da frequência. Observa-se na Figura 13(b), que a curva da admitância $Y_{z\pi}$ apresenta característica indutiva em frequências próxima de até 1 kHz. A partir desse valor, a admitância alterna entre valores resistivo capacitivo e resistivo indutivo em função do aumento da frequência. Considerando que o ângulo para frequências menores que 1 kHz, está entre 0° e -90° , conclui-se que a impedância recíproca a $Y_{z\pi}$ tem um comportamento resistivo e indutivo nessa faixa de frequência. Portanto, até o início das oscilações em 1 kHz, o comportamento da impedância recíproca a $Y_{z\pi}$ se assemelha ao da impedância longitudinal da linha, conforme mostrado na Figura 11.

Figura 13 – Admitância $Y_{z\pi}$ para uma LT de 100 km.

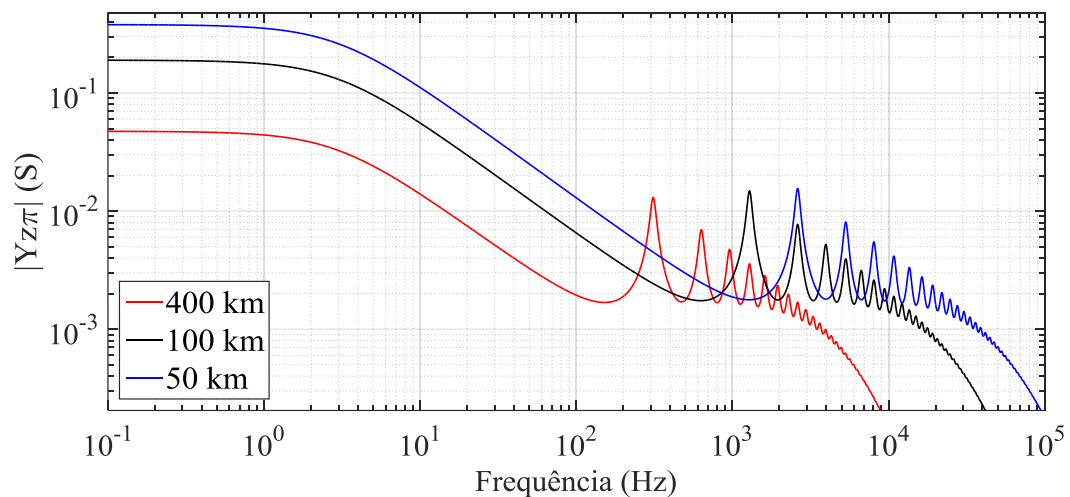


Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura 14 apresenta um comparativo da região de ressonâncias dos módulos das curvas de $Y_{z\pi}$, para três diferentes comprimentos de linha. Com a variação do comprimento da LT, ocorre um deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência, porém, a quantidade de picos de ressonância pouco se altera.

Observa-se que a curva de $Y_{z\pi}$ da LT com comprimento de 100 km (a mesma apresentada na Figura 13) está ao centro, enquanto a curva da LT com 50 km está à sua direita, com término dos picos de ressonância próximo de 70 kHz. A curva $Y_{z\pi}$ da LT com comprimento de 400 km está em uma faixa de frequência menor e seus picos de ressonância terminam por volta de 6 kHz. Nota-se que, com o aumento do comprimento da linha, a região de picos de ressonâncias da curva se desloca para uma faixa de frequências menor.

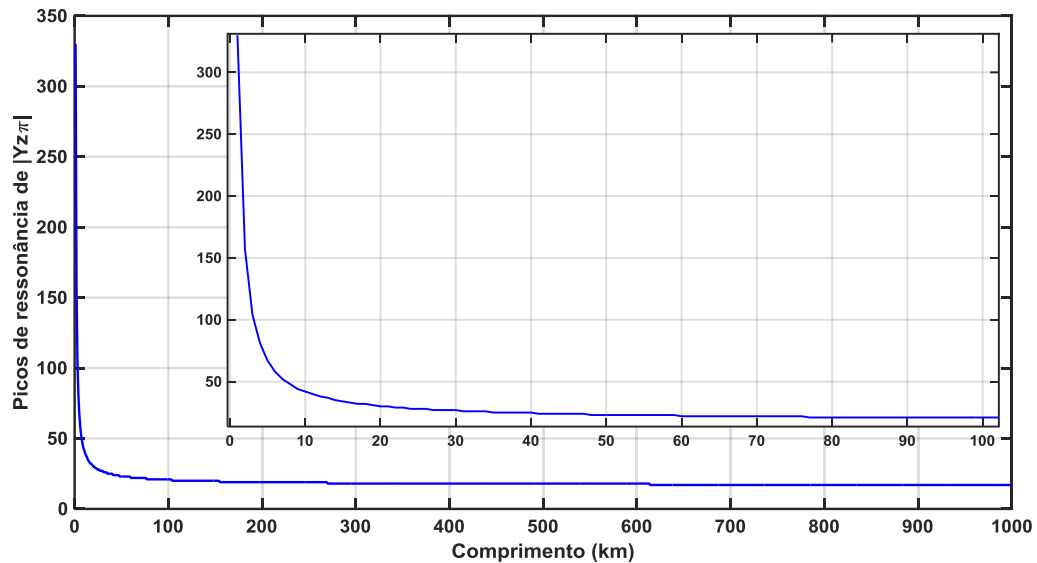
Figura 14 – Módulo de $Y_{z\pi}$ para diferentes comprimentos de linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Essa característica está presente no modelo para linhas com comprimento acima de 50 km. Para linhas mais curtas, o número de picos de ressonância cresce rapidamente com a redução do comprimento da LT. A Figura 15 apresenta o número de picos de ressonância do módulo de $Y_{z\pi}$ em função do comprimento da linha. Observa-se que acima de 50 km o número de picos de ressonância se altera muito pouco com o aumento do comprimento da linha, de maneira que, a principal diferença entre as curvas de $Y_{z\pi}$ para comprimentos diferentes é o deslocamento da própria curva ao longo do eixo de frequências, como pode se observar na Figura 14.

Figura 15 – Picos de ressonância do módulo de $Y_{z\pi}$ em função do comprimento da linha.



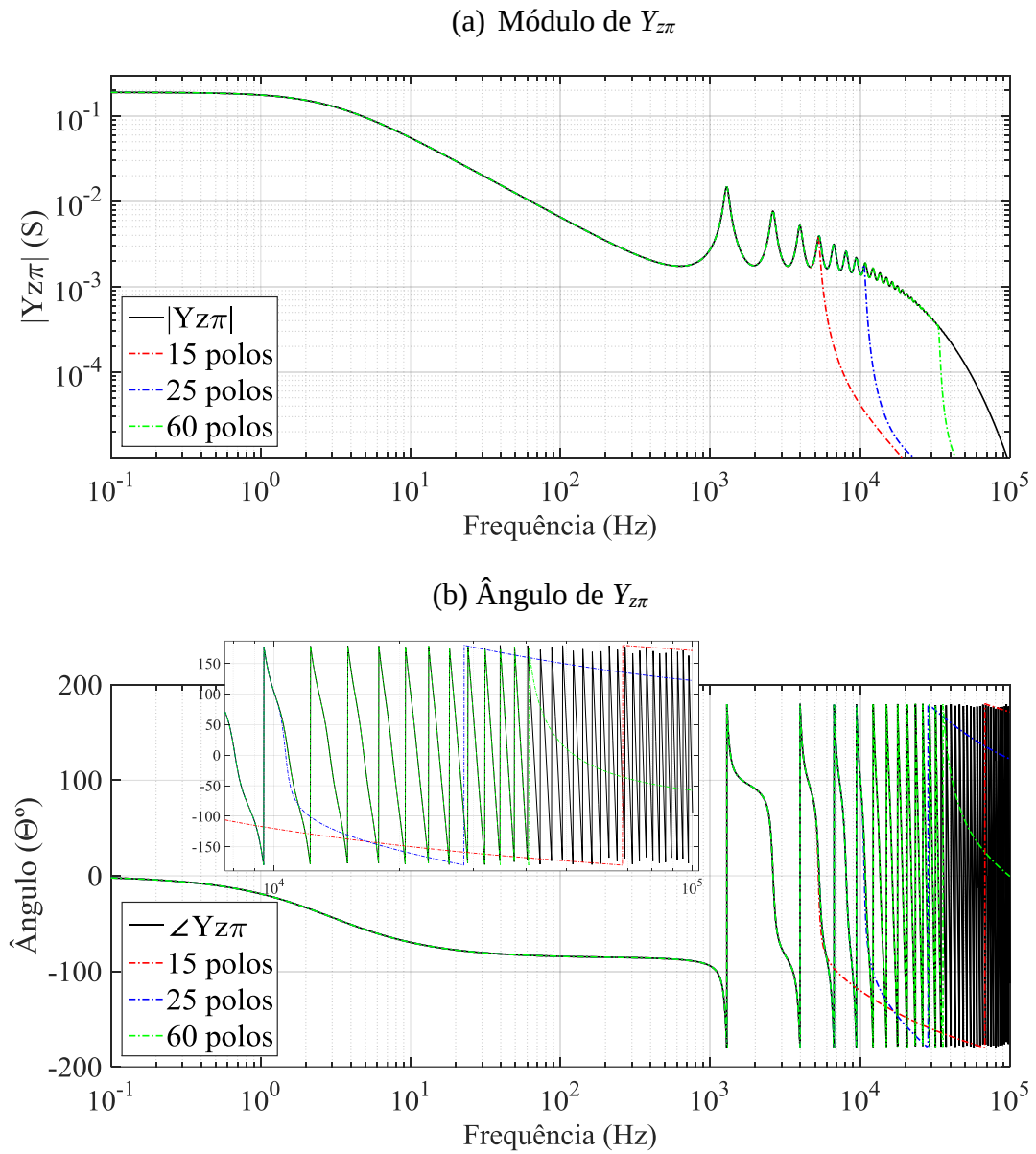
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura 16 mostra o módulo e o ângulo da admitância $Y_{z\pi}$ de referência (obtida diretamente com os parâmetros da linha) e as curvas de suas funções aproximadas com 15, 25 e 60 polos/resíduos, para a LT de 100 km de comprimento, utilizando o algoritmo *Vector Fitting*.

Em Gustavsen e Semlyen (1999) os autores afirmam que o número de polos/resíduos necessário para a aproximação racional, utilizando o *Vector Fitting*, depende fortemente do número de picos de ressonância do módulo da curva ajustada.

Deste modo, para gerar a curva aproximada de $Y_{z\pi}$ utilizando o VF, é necessário limitar a frequência de ajuste a um valor correspondente ao número de polos utilizados. Para tanto, de maneira aleatória foi então definida uma quantidade de polos e limitada a frequência dos cálculos dos parâmetros da linha e consequentemente de $Y_{z\pi}$ de referência, a fim de obter o melhor resultado para a curva de $Y_{z\pi}$ aproximada. A quantidade de polos foram escolhidas em ordem crescente limitando em 60 polos, que é o número necessário para ajustar a curva até o término dos picos de ressonâncias. A Tabela 1 contém o número de polos/resíduos com as respectivas frequências de ajustes da admitância $Y_{z\pi}$. Observa-se, que quanto maior a frequência de ajuste maior é o número de picos de ressonância e consequentemente mais polos são utilizados para realizar a aproximação.

Figura 16 – Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ para a LT de 100 km.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 1 – Número de polos/resíduos e frequências de ajustes da admitância $Y_{z\pi}$.

Ajuste	Polos	Freq.(kHz)
1	15	5
2	30	10
3	60	33

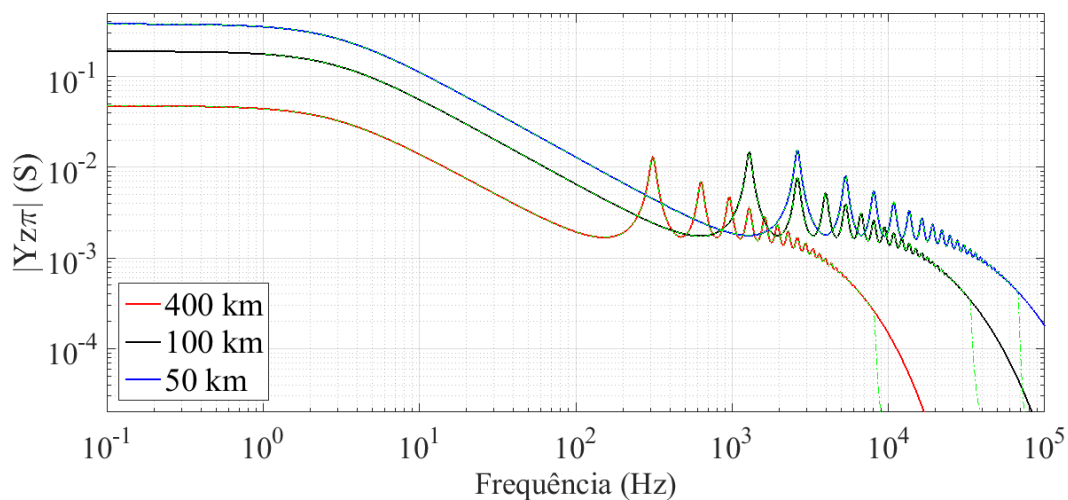
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Depois de obtida a função racional de cada curva, então é plotado o gráfico da Figura 16 onde todas as curvas aproximadas de $Y_{z\pi}$ são calculadas para a frequência variando entre 0,1 Hz e 100 kHz. Assim, é possível visualizar o comportamento da admitância $Y_{z\pi}$ para frequências maiores que sua frequência de ajuste. Em todos os casos as curvas aproximadas sobrepõem ao valor de referência até sua respectiva frequência de ajuste. Acima dessa frequência, o módulo de todas as aproximações de $Y_{z\pi}$ decrescem instantaneamente com o aumento da frequência.

Conforme verificado na Figura 15, para linhas com comprimento acima de 50 km, ao variar o comprimento da LT, a quantidade de picos de ressonância pouco se altera. Nesse caso, a principal alteração da admitância $Y_{z\pi}$ é o deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência conforme observado na Figura 14. Dessa forma, utilizando 60 polos/resíduos é possível ajustar a admitância $Y_{z\pi}$ até o final dos picos de ressonância para linhas acima de 50 km.

A Figura 17 apresenta a aproximações racionais do módulo de $Y_{z\pi}$ para os mesmos comprimentos de linha mostrados na Figura 14. Para os três casos, os ajustes foram feitos utilizando 60 polos/resíduos. As curvas tracejadas em verde representam as aproximações racionais correspondentes para cada comprimento de LT. Observa-se que, a curva aproximada se sobrepõe à curva de referência até o término dos picos de ressonância, utilizando o mesmo número de polos.

Figura 17 – Aproximações do módulo de $Y_{z\pi}$ para diferentes comprimentos de linha.

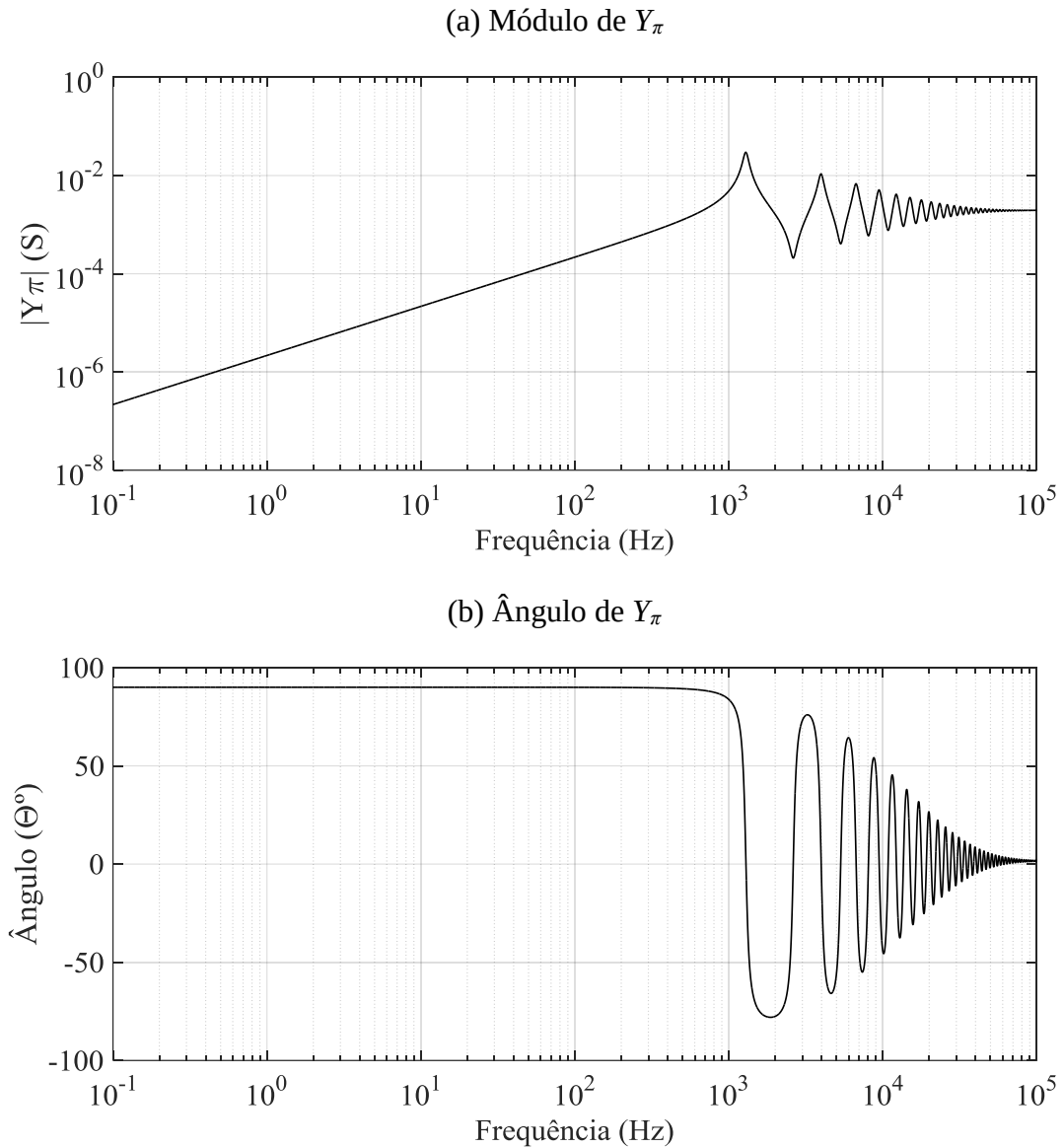


Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.3 APROXIMAÇÃO DA ADMITÂNCIA Y_{π} POR FRAÇÕES PARCIAIS

A Figura 18 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_{π} obtida com a equação (42), utilizando os parâmetros calculados para a LT da Figura 8, também com comprimento de 100 km.

Figura 18 – Admitância Y_{π} para LT de 100 km.



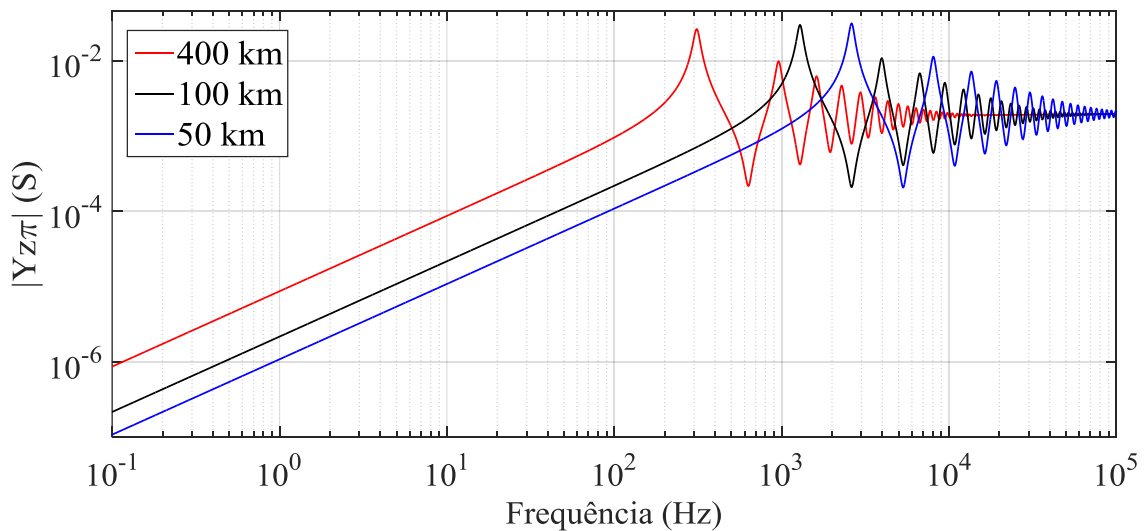
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se na Figura 18(b), que o ângulo da admitância Y_{π} se mantém constante em 90° em frequências de até 1 kHz. Isso indica que a admitância Y_{π} é puramente capacitiva, sendo sua condutância nula. A partir de 1 kHz, Y_{π} alterna entre valores capacitivo e indutivo em função

do aumento da frequência. Na Figura 18(a), nota-se que o módulo da admitância Y_π é crescente até o início das oscilações. Desse modo, a partir da análise da Figura 18 conclui-se que, para frequências menores que 1 kHz, o comportamento da admitância Y_π se assemelha ao da admitância transversal da LT, conforme mostrado na Figura 12.

A Figura 19 apresenta um comparativo da região de ressonâncias dos módulos das curvas de Y_π , para três diferentes comprimentos de linha. Com a variação do comprimento da LT, ocorre um deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência, porém, a quantidade de picos de ressonância pouco se altera. Observa-se que a curva de Y_π da LT com comprimento de 100 km (a mesma apresentada na Figura 18) está ao centro, enquanto a curva da LT com 50 km está à sua direita, com término dos picos de ressonância próximo de 200 kHz. A curva Y_π da LT com comprimento de 400 km está em uma faixa de frequência menor e seus picos de ressonância terminam por volta de 20 kHz. Nota-se que, com o aumento do comprimento da linha, a região de picos de ressonâncias da curva se desloca para uma faixa de frequências menor.

Figura 19 – Módulo de Y_π para diferentes comprimentos de linha.

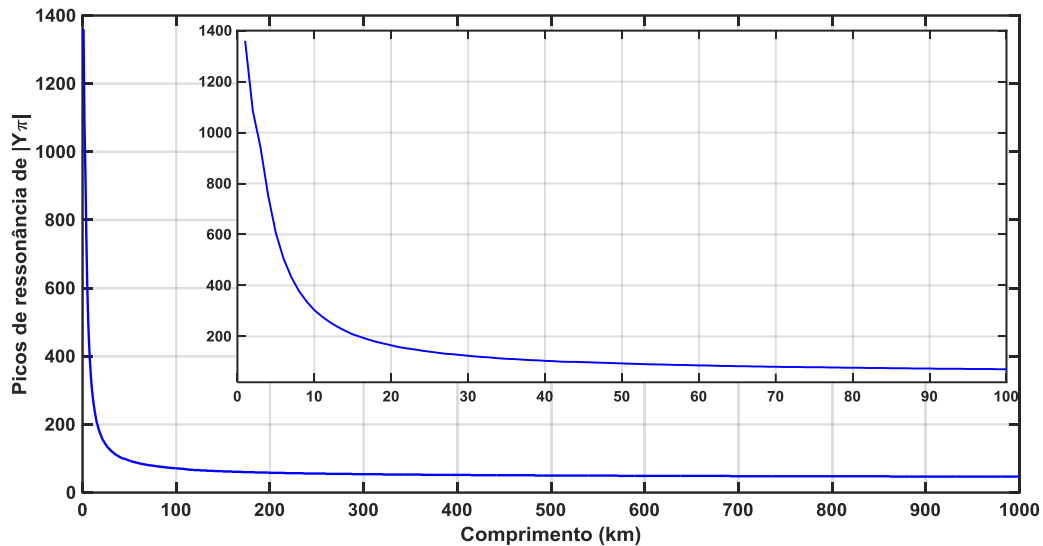


Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura 20 apresenta o número de picos de ressonância do módulo de Y_π em função do comprimento da LT. Observa-se que acima de 50 km o número de picos de ressonância se altera muito pouco com o aumento do comprimento da LT, de maneira que, a principal diferença entre as curvas de Y_π para comprimentos diferentes, é o deslocamento da própria curva ao longo

do eixo de frequências. Para linhas menores que 50 km, o número de picos de ressonância crescem rapidamente com a redução do comprimento da linha.

Figura 20 – Picos de ressonância do módulo de Y_π em função do comprimento da linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os gráficos da Figura 21 apresentam os valores de módulo e ângulo de admitância Y_π em função da frequência para a LT de 100 km. A curva em preto representa a função Y_π exata e as curvas de suas funções aproximadas com 30, 45 e 100 polos/resíduos que foram aproximadas também utilizando *Vector Fitting*.

A metodologia utilizada para obter as curvas aproximadas de Y_π foi a mesma da obtenção da admitância de $Y_{z\pi}$ descrito na seção 4.2. A quantidade de polos para encontrar as aproximações racionais de Y_π foram escolhidas em ordem crescente limitando em 100 polos, que é o número necessário para ajustar a curva até o término dos picos de ressonâncias. A Tabela 2 contém o número de polos/resíduos com as respectivas frequências de ajustes da admitância Y_π . Observa-se, que quanto maior a frequência de ajuste maior é o número de picos de ressonância e consequentemente mais polos são utilizados para realizar a aproximação.

O gráfico da Figura 21 mostra as curvas de Y_π calculadas para a frequência variando entre 0,1 Hz e 100 kHz. Assim, é possível visualizar o comportamento da admitância Y_π para frequências maiores que sua frequência de ajuste. Em todos os casos as curvas aproximadas sobrepõem ao valor de referência até sua respectiva frequência de ajuste. Ainda na Figura 21, pode se notar que, quando o ajuste não é realizado até o término dos picos de ressonância, a

curva aproximada se distingue bastante, tanto em módulo quanto em ângulo. A curva ajustada com 30 polos é a que mais evidencia essa distinção.

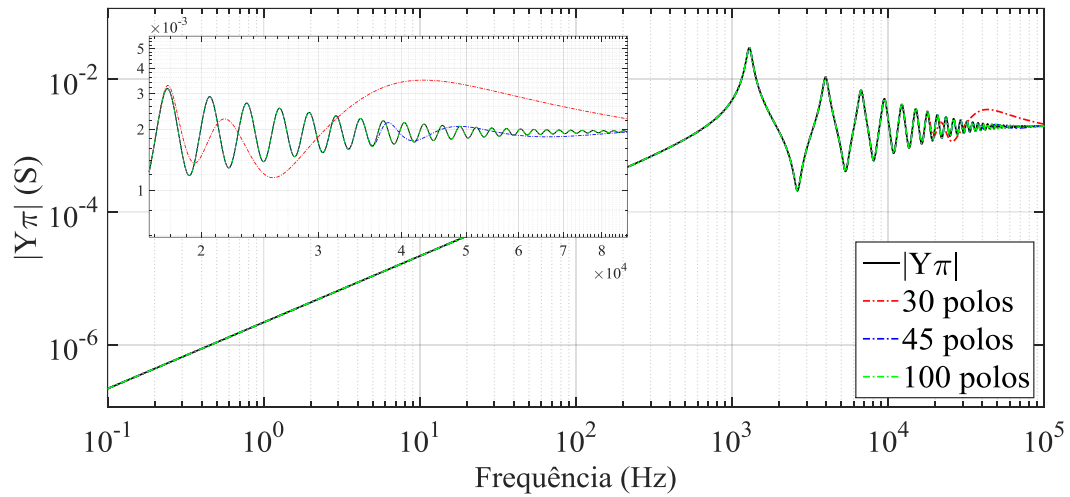
Tabela 2 – Número de polos/resíduos e frequências de ajustes da admitância Y_{π} .

Ajuste	Polos	Freq.(kHz)
1	30	5
2	45	33
3	100	100

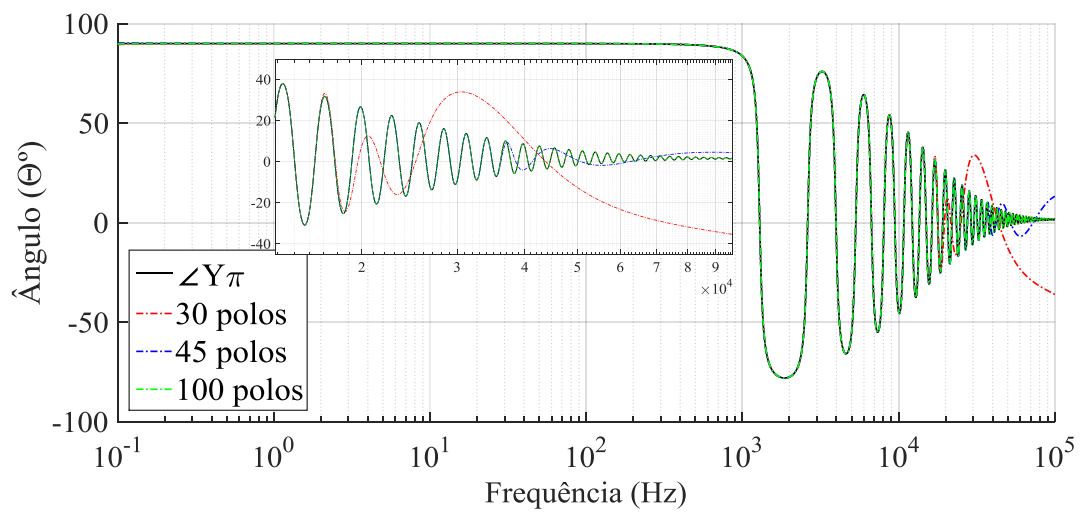
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 21 – Aproximações da admitância Y_{π} para a LT de 100 km.

(a) Módulo de Y_{π}



(b) Ângulo de Y_{π}

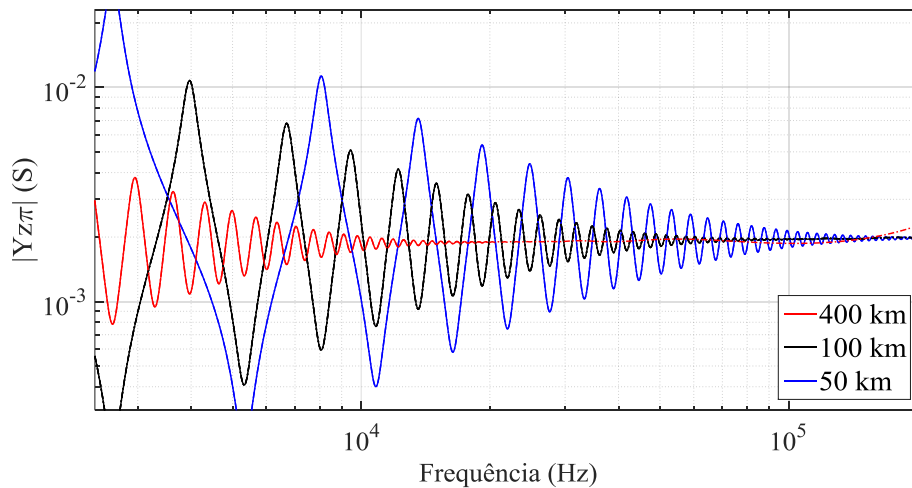


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Conforme verificado na Figura 20, para linhas com comprimento acima de 50 km, ao variar o comprimento da LT, a quantidade de picos de ressonância pouco se altera. Nesse caso, a principal alteração da admitância Y_π é o deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência conforme observado na Figura 19. Dessa forma, utilizando 100 polos/resíduos é possível ajustar a admitância Y_π até o final dos picos de ressonância para linhas com comprimento acima de 50 km, conforme observado na Figura 20.

A Figura 22 apresenta uma região ampliada, com as aproximações racionais do módulo de Y_π , para os mesmos comprimentos de linha mostrados na Figura 19. Para os três casos, os ajustes foram feitos utilizando 100 polos/resíduos. As curvas tracejadas representam as aproximações racionais correspondentes para cada comprimento de linha. O gráfico considera que a curva aproximada é tracejada e a de referência é contínua, e as duas tem as mesmas cores para cada comprimento de linha, conforme a legenda. Observa-se que, a curva aproximada se sobrepõe à curva de referência até o término dos picos de ressonância, utilizando o mesmo número de polos.

Figura 22 – Aproximações do módulo de Y_π para diferentes comprimentos de linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.4 AJUSTE SIMULTÂNEO DAS ADMITÂNCIAS $Y_{Z\pi}$ E Y_π

Na seção anterior, foi estudado o comportamento das admitâncias $Y_{Z\pi}$ e Y_π , e de suas respectivas aproximações racionais individualmente. No entanto, é necessário investigar a resposta do conjunto formado pela associação das admitâncias $Y_{Z\pi}$ e Y_π representando o circuito π equivalente.

Conforme observado na Figura 15 e na Figura 20, a quantidade de picos de ressonâncias se mantém praticamente constantes para linhas maiores que 50 km exigindo a mesma quantidade de polos para qualquer comprimento de linha. Portanto, optou-se neste trabalho, por investigar a LT de 100 km, que a princípio apresenta o mesmo comportamento que outras linhas maiores que 50 km.

Para analisar a resposta do circuito π equivalente (Figura 4), de uma LT de 100 km, serão analisadas 4 combinações de aproximação racional diferentes para as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} . Com base em investigações preliminares identificou-se que, tanto para transitórios de baixas quanto para altas frequências, as melhores respostas do circuito no domínio do tempo, ocorreram quando os ajustes da admitância $Y_{z\pi}$ foram feitos até o término dos picos de ressonância. Dessa maneira, foram escolhidos de maneira aleatória os números de polos para os 4 ajustes, mas com o objetivo de analisar o comportamento do modelo considerando números diferentes de polos entre as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} . A Tabela 3 contém o número de polos e a frequência de ajuste para as duas admitâncias.

Tabela 3 –Ajuste simultâneo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} .

Ajuste	Polos		Freq. (kHz)	
	$Y_{z\pi}$	Y_{π}	$Y_{z\pi}$	Y_{π}
1	15	30	5	5
2	15	100	5	100
3	60	30	33	5
4	60	45	33	33

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Serão avaliados dois casos extremos em que a LT é submetida, isto é, quando o terminal receptor é colocado em circuito aberto ou em curto-circuito. De maneira a observar a resposta para uma ampla faixa de frequências, foi considerado para os dois casos, um impulso no domínio do tempo cuja transformada de Laplace é uma função constante igual a 1 para todo o intervalo da frequência no domínio da frequência $V_A(\omega) = 1$, aplicado no terminal emissor do circuito π equivalente.

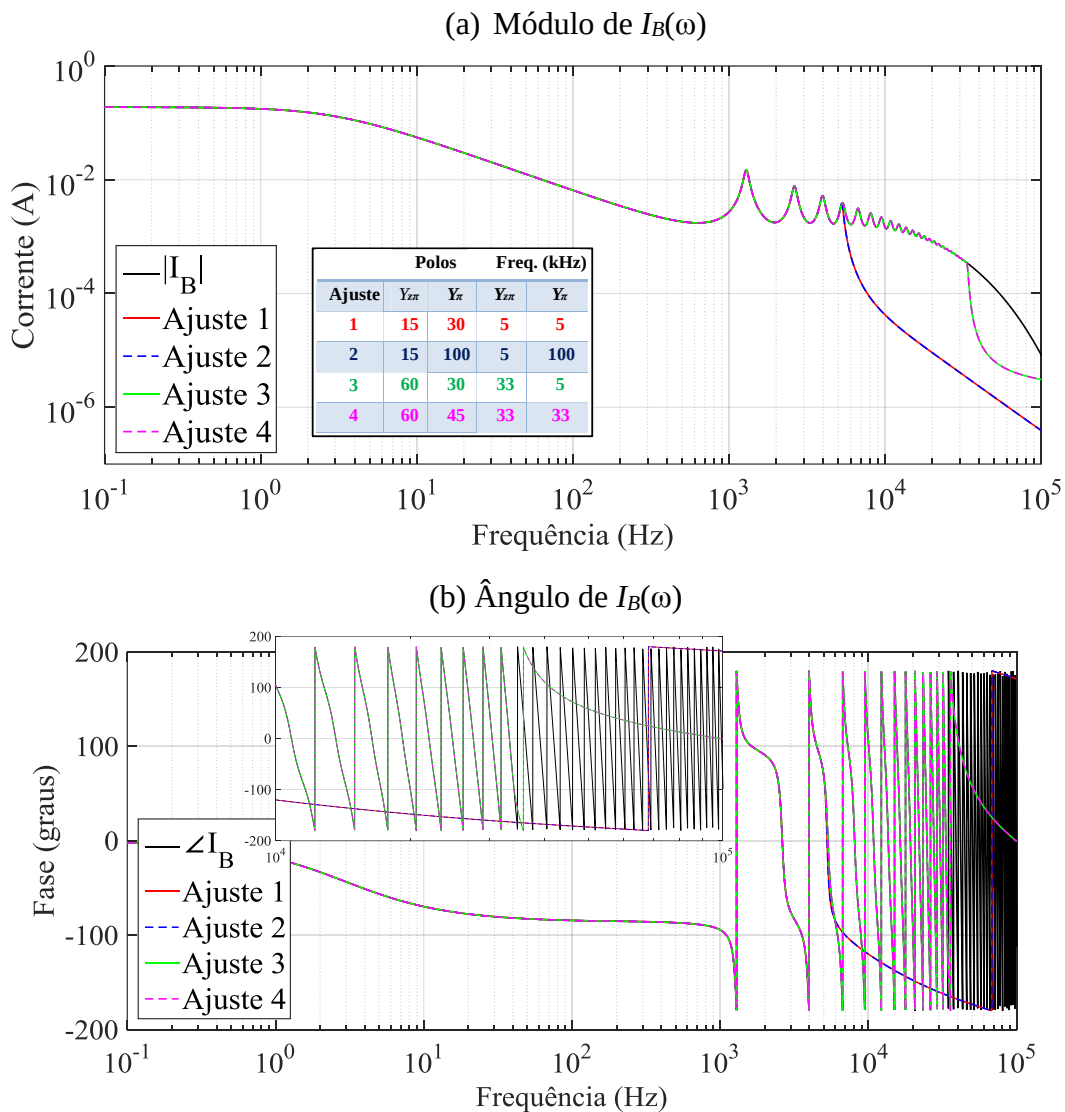
Considerando inicialmente a condição de curto-circuito no terminal receptor, a equação que define a corrente $I_B(\omega)$ pode ser obtida considerando $V_B(\omega) = 0$ na equação (32).

Dessa forma, obtém-se a equação (54) na qual nota-se que, nessas condições, a corrente $I_B(\omega)$ não depende da admitância Y_π .

$$I_B(\omega) = Y_{L\pi}(\omega) V_A(\omega) \quad (54)$$

A Figura 23 mostra o módulo e o ângulo de fase da corrente $I_B(\omega)$ de referência (obtida diretamente com os parâmetros da linha) em preto, comparada com as curvas obtidas com as admitâncias aproximadas, para os quatro ajustes, de acordo com a Tabela 3. Além da não influência da admitância Y_π na corrente I_B , observa-se também que, após o término da frequência de ajuste, os valores em módulo decrescem instantaneamente com o aumento da frequência.

Figura 23 – Corrente no terminal receptor, $I_B(\omega)$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O segundo caso a ser avaliado, considera o terminal receptor em circuito aberto. Nesse caso, a tensão $V_B(\omega)$ pode ser obtida considerando $I_B(\omega) = 0$ na equação (32) resultando na equação (55).

$$V_A(\omega) = \left[\frac{Y_\pi(\omega) + Y_{z\pi}(\omega)}{Y_{z\pi}(\omega)} \right] V_B(\omega) \quad (55)$$

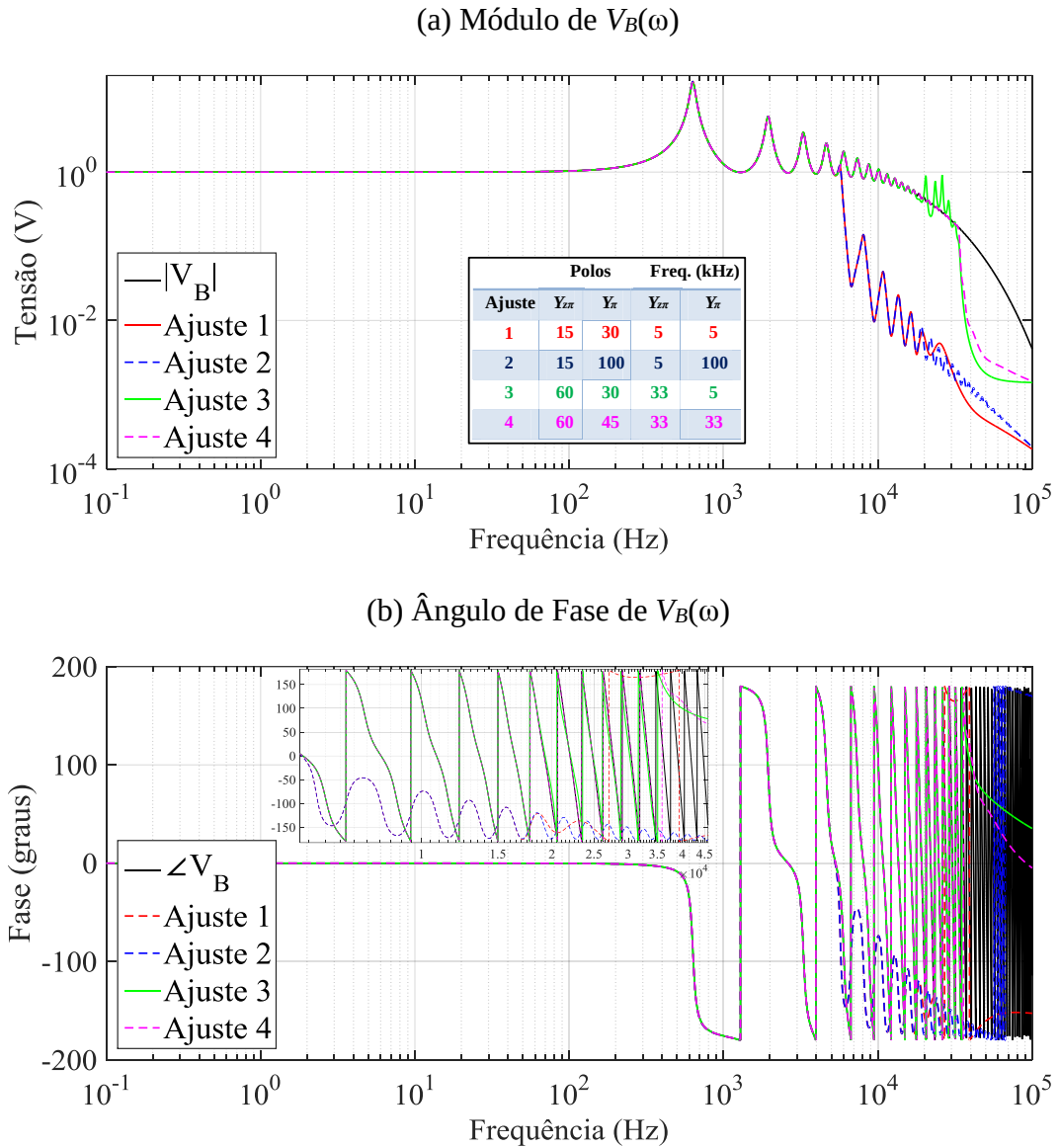
Isolando o termo $V_B(\omega)$ em (55), obtém-se a equação (56) que define a tensão $V_B(\omega)$ com terminal receptor em circuito aberto.

$$V_B(\omega) = V_A(\omega) \frac{Y_{z\pi}(\omega)}{Y_{z\pi}(\omega) + Y_\pi(\omega)} \quad (56)$$

Assim como no estudo do terminal receptor em curto-circuito, novamente considera-se um impulso unitário aplicado no terminal emissor $V_A(\omega) = 1$. A Figura 24 apresenta o módulo e o ângulo de fase da tensão $V_B(\omega)$ exata em preto, comparada com as curvas obtidas com as admitâncias aproximadas, para os quatro ajustes, de acordo com a Tabela 3.

Considerando o ajuste 3 da Figura 24(a), observa-se que quando a frequência de ajuste de Y_π é menor comparada a de $Y_{z\pi}$, surgem picos de ressonâncias muito altos na tensão $V_B(\omega)$, após o término do ajuste de Y_π , impedindo o uso dessa configuração de ajuste.

Comparando o ajuste 1 com o ajuste 2, observa-se que a frequência de ajuste para $Y_{z\pi}$ não se altera, enquanto para Y_π , essa frequência é aumentada de 5 kHz no ajuste 1 para 100 kHz no ajuste 2. Ainda assim, na Figura 24, observa-se que a tensão $V_B(\omega)$ para esses dois ajustes, se sobrepõe para toda a faixa de ajuste no espectro de frequências. Somada a essa característica, nota-se também que ao analisar a Figura 24 comparada à Figura 16, para todos os casos, a tensão $V_B(\omega)$ decresce rapidamente após o término da frequência de ajuste da admitância $Y_{z\pi}$ independente do ajuste de Y_π . Esses fatores evidenciam que a frequência máxima de ajuste da admitância Y_π deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$.

Figura 24 – Tensão no terminal receptor, $V_B(\omega)$.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.5 REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO II EQUIVALENTE EXATO POR ELEMENTOS DE CIRCUITO.

As curvas aproximadas das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_π , obtidas usando o *Vector Fitting*, são funções racionais, sendo nesse caso compostas por soma de frações parciais. Elas são resumidas em somente dois tipos, sendo a primeira formada por números reais conforme a equação (46) e a outra por um par de números complexos conjugados conforme a equação (47).

Na Tabela 4 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para a admitância da $Y_{z\pi}$ que foi aproximada utilizando 15 polos. A função racional é formada com 7 polos reais e 4 pares de polos complexos conjugados. Para todas as tabelas nessa seção a maioria dos números estão em notação científica, e nesse caso, a letra “e” significa que o valor está multiplicado pela potência de base 10.

Tabela 4 – Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 15 polos.

Polos	Resíduos
-5,7758	4,1687e-02
-1,6905e+01	2,2193
-2,6975e+01	1,2470
-8,7357e+01	2,9824e-01
-3,5390e+02	2,6495e-01
-2,0546e+03	4,1138e-01
-7,3436e+04	-1,7420
-3,1562e+02 $\pm$ 8,0881e+03i	-4,6735 $\pm$ 3,6319e-01i
-6,2194e+02 $\pm$ 1,6452e+04i	4,8271 $\pm$ 3,4315e-01i
-9,3409e+02 $\pm$ 2,4917e+04i	-4,9791 $\pm$ 3,7248e-01i
-8,8915e+02 $\pm$ 3,3049e+04i	3,4211 $\pm$ 1,8997e-01i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Considerando os polos/resíduos reais da Tabela 4 e utilizando as equações (48) e (49) encontram-se os valores dos elementos R e L do circuito RL mostrado na Figura 5(a). Utilizando o par de polos/resíduos complexos da Tabela 4 e a equações de (50) a (53) encontram-se os valores dos elementos R , L e C do circuito RLC mostrado na Figura 5(b). Portanto, o circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$, é composto por 7 ramos de circuitos RL e 4 ramos de circuitos RLC, dispostos em paralelo. Na Tabela 5 estão os parâmetros dos ramos de circuito RL e na Tabela 6 os parâmetros dos ramos de circuito RLC.

Tabela 5 – Parâmetros dos circuitos RL (polos reais) da admitância $Y_{z\pi}$ com 15 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	1,3855e+02	2,3988e+04
2	7,6173	4,5060e+02
3	2,1632e+01	8,0192e+02
4	2,9291e+02	3,3531e+03
5	1,3357e+03	3,7743e+03
6	4,9944e+03	2,4308e+03
7	-4,2157e+04	-5,7406e+02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 6 – Parâmetros dos circuitos RLC (polos complexos) admitância Y_{zn} com 15 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-1,0101e+02	2,2501e+04	-1,0699e+02	-1,4203e-01
2	1,8557e+02	-5,1456e+04	1,0358e+02	3,5487e-02
3	-2,8098e+02	6,7420e+04	-1,0042e+02	-1,5950e-02
4	-1,3825e+02	5,8776e+04	1,4615e+02	6,2452e-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância Y_{π} que foi aproximada utilizando 30 polos são mostrados na Tabela 7. A função racional é formada com 12 polos reais e 9 pares de polos complexos conjugados. O mesmo procedimento utilizado para sintetizar a admitância Y_{zn} é agora aplicado para sintetizar a admitância Y_{π} . Dessa forma, o circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância Y_{zn} , é composto por 12 ramos de circuitos RL e 09 ramos de circuitos RLC, dispostos em paralelo. Na Tabela 8 estão os parâmetros dos ramos de circuito RL e na Tabela 9 os parâmetros dos ramos de circuito RLC.

Tabela 7 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{π} com 30 polos.

Polos	Resíduos
-8,2157e+21	-3,3777e-07
-2,5557e+22	9,8409e-06
-5,9608e+22	-7,5318e-05
-1,2113e+23	9,7920e-04
-2,1282e+23	-3,3105e-04
-3,8028e+23	2,7385e-02
-6,3846e+23	2,5797e-02
-1,0450e+24	2,9928e-01
-1,7066e+24	7,2056e-02
-2,9282e+24	1,3796
-5,5249e+24	-1,3721e-01
-1,3968e+26	2,2508e+03
-3,1580e+22 ± 8,0884e+23i	9,3548 ± 7,1439e-01i
-9,2767e+22 ± 2,4917e+24i	9,8597 ± 7,1974e-01i
-1,5288e+23 ± 4,2033e+24i	1,0098e+01 ± 7,1777e-01i
-2,1195e+23 ± 5,9311e+24i	1,0255e+01 ± 7,1389e-01i
-2,7004e+23 ± 7,6699e+24i	1,0373e+01 ± 7,0856e-01i
-3,2723e+23 ± 9,4173e+24i	1,0470e+01 ± 7,0488e-01i
-3,9688e+23 ± 1,1170e+25i	1,0787e+01 ± 1,9655i
-1,0992e+24 ± 1,3478e+25i	1,8411e+01 ± 4,9132i
-8,1836e+24 ± 2,2308e+25i	1,1880e+02 ± 2,2873e+02i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 8 – Parâmetros dos circuitos RL (polos reais) da admitância Y_π com 30 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	-2,4324e+08	-2,9606e+09
2	2,5970e+07	1,0162e+08
3	-7,9143e+06	-1,3277e+07
4	1,2371e+06	1,0212e+06
5	-6,4285e+06	-3,0207e+06
6	1,3886e+05	3,6516e+04
7	2,4750e+05	3,8765e+04
8	3,4917e+04	3,3413e+03
9	2,3684e+05	1,3878e+04
10	2,1224e+04	7,2482e+02
11	-4,0267e+05	-7,2882e+03
12	6,2061e+02	4,4429e-01

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 9 – Parâmetros dos circuitos RLC (polos complexos) da admitância Y_π com 30 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	4,9893e+01	-1,1651e+04	5,3448e+01	2,8432e-01
2	1,3928e+02	-3,5516e+04	5,0711e+01	3,1593e-02
3	2,2364e+02	-6,0268e+04	4,9515e+01	1,1373e-02
4	3,0463e+02	-8,5776e+04	4,8755e+01	5,8026e-03
5	3,8273e+02	-1,1221e+05	4,8204e+01	3,5100e-03
6	4,5904e+02	-1,3868e+05	4,7755e+01	2,3505e-03
7	1,1274e+03	-3,6469e+04	4,6354e+01	1,6736e-03
8	1,2753e+03	-2,1160e+04	2,7157e+01	1,8922e-03
9	2,1520e+03	-2,8355e+03	4,2086	1,0145e-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir dos parâmetros discretos dos circuitos que sintetizam as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_π é possível montar o circuito elétrico do tipo mostrado na Figura 7, que representa a LT em estudo por elementos de circuito. Devido à aproximação feita pelo *Vector Fitting*, muitos parâmetros dos circuitos apresentam valores negativos para as resistências, indutâncias ou capacitância. Ainda assim, esses circuitos podem ser naturalmente inseridos na maioria dos programas do tipo EMTP que realizam simulações de transitórios eletromagnéticos.

O Apêndice C apresenta os polos, resíduos e os parâmetros dos circuitos RL e RLC que sintetizam a admitância $Y_{z\pi}$ com 25 e 60 polos/resíduos, e a admitância Y_{π} com 45 e 100 polos/resíduos.

4.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foi desenvolvido e implementado o novo modelo de LT representado diretamente no domínio do tempo. Para a implementação do modelo, foi utilizada uma LT monofásica, com os parâmetros elétricos longitudinais dependentes da frequência. A partir dos valores dos parâmetros, por unidade de comprimento da LT, foram obtidas as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} do respectivo circuito π equivalente exato. Utilizando o *Vector Fitting* (VF) fez-se a aproximação racional no domínio da frequência das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} da linha em estudo, e para cada uma delas foi feita uma análise de sua respectiva curva em função da frequência.

Visualizando a curva da admitância $Y_{z\pi}$ verifica-se que a impedância recíproca a $Y_{z\pi}$ tem um comportamento resistivo e indutivo para frequências abaixo de 1 kHz, o que faz com que nessa faixa de frequência o comportamento da impedância recíproca a $Y_{z\pi}$ se assemelha ao da impedância longitudinal da linha. A curva da admitância Y_{π} apresentou um comportamento puramente capacitivo, sendo sua condutância nula para baixas frequências, o que se assemelha à característica da admitância transversal da linha. Conforme mostrado na seção 4.1 a condutância foi adotada como sendo nula para essas simulações. Para frequências maiores, ambas as admitâncias possuem uma característica oscilatória entre um comportamento indutivo ou capacitivo (XU, 2001).

Comparando-se os valores em módulo e ângulo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} exata com suas respectivas aproximações, observa-se que as curvas se ajustam de maneira bem precisa durante uma grande faixa de frequências, respeitando cada quantidade de polos utilizada respectivamente. Devido ao aumento significativo de picos de ressonância com o aumento da frequência, foi necessário um maior número de polos para ajustar as curvas para um espectro de frequências de limite maior.

Para linhas com comprimento acima de 50 km, observou-se que ao variar o comprimento da LT, a quantidade de picos de ressonância do módulo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} , praticamente não se alteraram. Nesse caso, a principal mudança das admitâncias é o deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência, o que

indica que, para linhas mais longas os cálculos dos parâmetros da linha podem ser calculados para uma frequência menor. Concluiu-se então que, uma vez calculado os parâmetros, a quantidade de polos utilizada não se altera com a variação do comprimento da LT.

Um ajuste das admitâncias foi feito de maneira simultânea, para investigar a resposta do conjunto formado pela associação das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} representando o circuito π equivalente. Considerando um impulso unitário, no domínio da frequência, aplicado no terminal emissor do circuito π equivalente, foi analisado a resposta do modelo com o terminal receptor em circuito aberto e em curto-circuito. Tal análise, permitiu concluir que quando o terminal receptor é colocado em curto-circuito, a admitância Y_{π} não interfere na resposta da linha. Por outro lado, a análise da LT com terminal receptor em circuito aberto, demonstrou que a frequência máxima de ajuste da admitância Y_{π} pode ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$. Esse critério é definido, porque quando a frequência de ajuste de Y_{π} é menor que a de $Y_{z\pi}$ a resposta se torna bastante distorcida e quando a frequência de ajuste de Y_{π} é maior que a de $Y_{z\pi}$ o resultado não se altera.

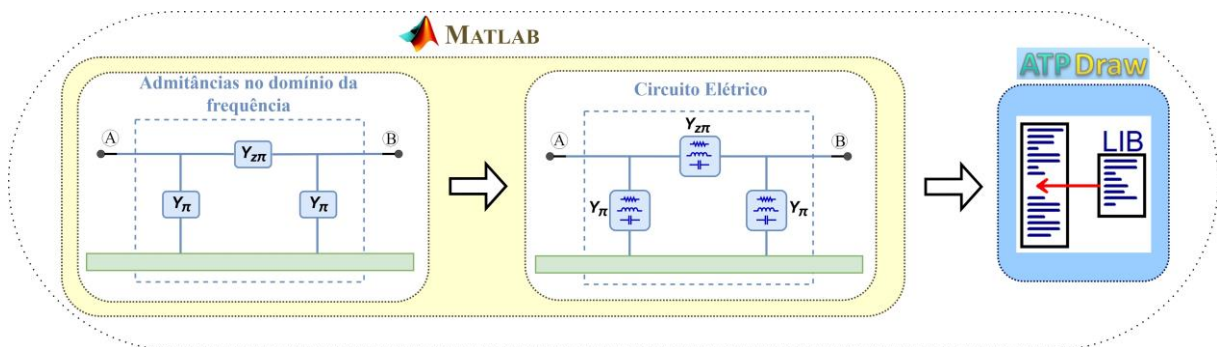
Por fim, para cada curva aproximada das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} foi sintetizado um circuito elétrico composto por uma associação de elementos discretos (resistor, indutor e capacitor), modelando assim a LT em estudo, por elementos de circuito. A validação do modelo será realizada no capítulo seguinte.

5. VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Para validação do modelo no domínio do tempo, seus resultados de simulação são obtidos com o programa ATP/ATPDraw. Utilizando os elementos de circuitos calculados no capítulo 4, para a LT de 100 km, foram formados quatro circuitos π equivalente sintetizados com a quantidade de polos de acordo com a Tabela 3.

Tais circuitos foram implementados no ATP/ATPDraw utilizando o componente *LIBRARY* (HOIDALEN, 2007), conforme a metodologia descrita na Figura 25. No ATP/ATPDraw, o componente *LIBRARY* permite a inserção de um circuito elétrico, no qual os nomes dos nós, suas conexões e os parâmetros dos elementos de circuito seja escrito na forma de texto. Portanto, seguindo a ordem descrita na Figura 25, uma rotina foi desenvolvida no MATLAB® para calcular os parâmetros dos elementos de circuito e gerar um arquivo texto com o circuito elétrico devidamente formatado para ser inserido no ATP/ATPDraw utilizando o componente *LIBRARY*.

Figura 25 – Implementação do modelo proposto no ATP/ATPDraw.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os resultados de simulação durante o transitório eletromagnético, são obtidos inicialmente, para a linha energizada com uma fonte de tensão contínua e com terminal receptor em circuito aberto e em curto-circuito. Para a análise em alta frequência, considerando o terminal receptor em circuito aberto, é utilizado no terminal emissor da LT, uma fonte de corrente, simulando nesse terminal, uma descarga atmosférica. Os resultados de simulação são comparados com os valores do modelo de referência, que nesse caso utiliza as tensões e correntes obtidas com as equações hiperbólicas da linha no domínio da frequência e convertidas

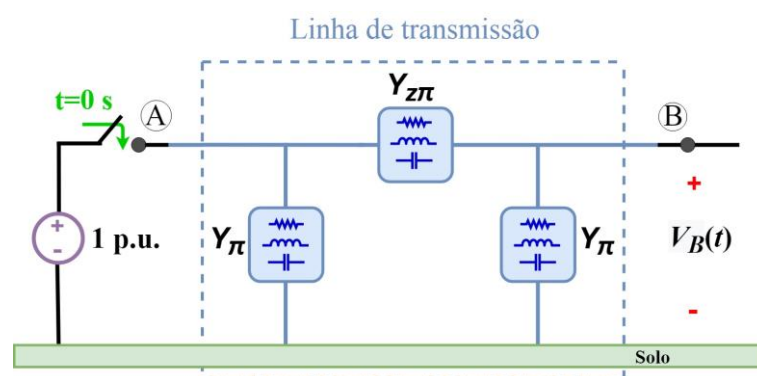
para o domínio do tempo utilizando o método numérico da transformada inversa de Laplace (NLT) (MORENO; RAMIREZ, 2008).

Na última seção, os resultados de simulação permitem comparar o novo modelo com o modelo de JMarti, disponível no programa ATP/ATPDraw. São analisados os resultados de simulação, em regime permanente e durante o período transitório, de uma LT com uma fonte de tensão senoidal e uma carga não linear conectada em seu terminal receptor, além da simulação de uma descarga atmosférica.

5.1 ENERGIZAÇÃO DA LT

As simulações de transitórios resultantes da energização, serão obtidas utilizando uma fonte de tensão contínua de 1 p.u. (quando a chave é fechada em $t = 0$ s) no terminal emissor da LT, submetendo o novo modelo a um período transitório composto de baixas frequências. São realizadas duas simulações: na primeira o terminal receptor da linha está em circuito aberto conforme mostra a Figura 26, e na segunda simulação o terminal receptor está em curto-circuito conforme mostra a Figura 28. Para obtenção dos resultados de simulação, utiliza-se um notebook com processador *intel*® i7-3630QM com 4GB de memória RAM. Para melhores resultados de simulação foi considerado um passo de cálculo de $\Delta t = 1 \mu s$. O tempo de simulação para a maioria dos casos leva em média 3 segundos.

Figura 26 – LT com fonte de tensão constante e terminal receptor em circuito aberto.

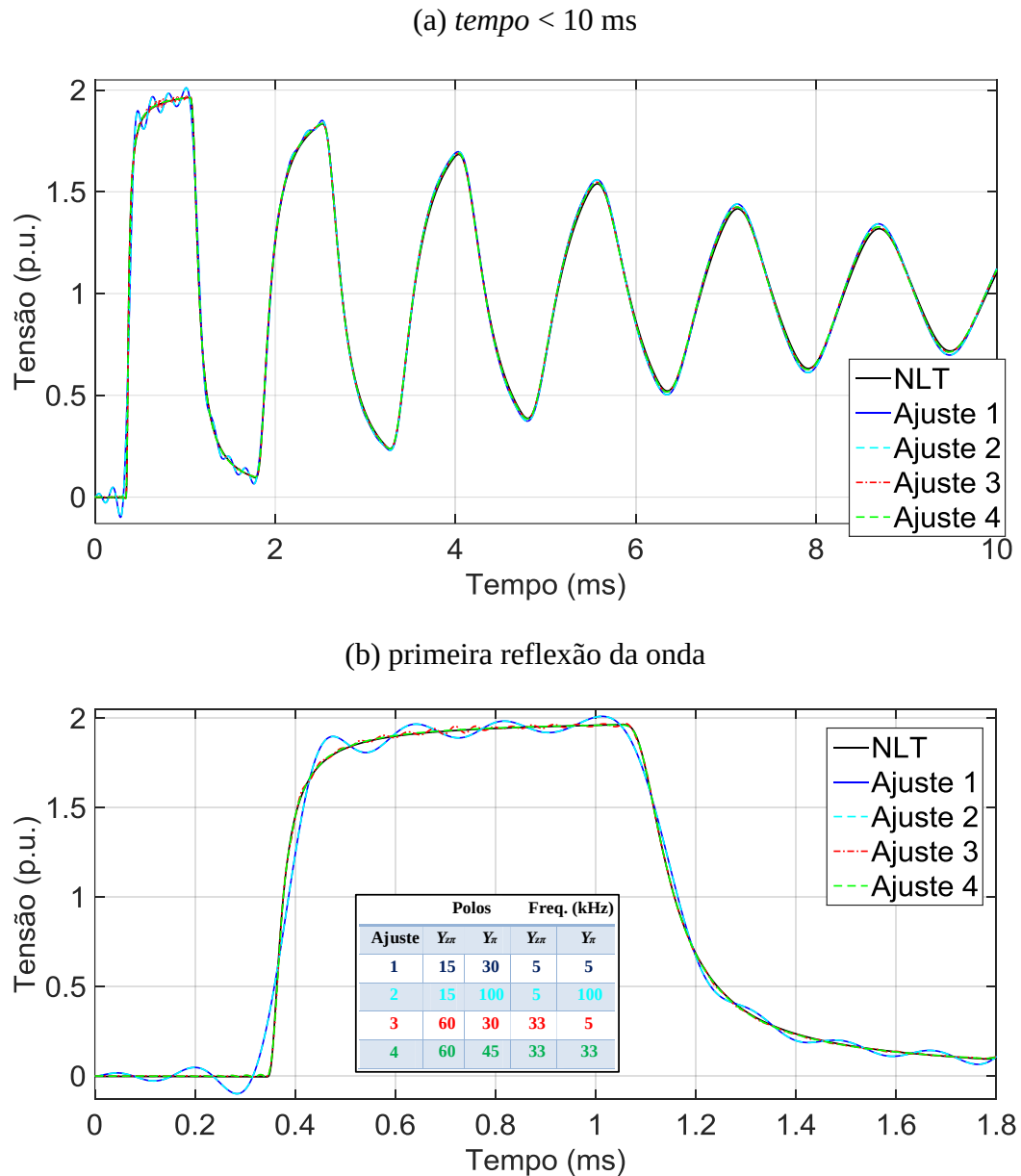


Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura 27 mostra as tensões no terminal receptor no domínio do tempo, $V_B(t)$, sendo a tensão de referência calculada com a NLT comparada com a tensão correspondente obtida

com a simulação do novo modelo no ATP/ATPDraw. As Figura 27(a) e Figura 27(b) se diferenciam pelo tempo total de simulação.

Figura 27 – Tensão no terminal receptor em circuito aberto, $V_B(t)$, da LT energizada com degrau de tensão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

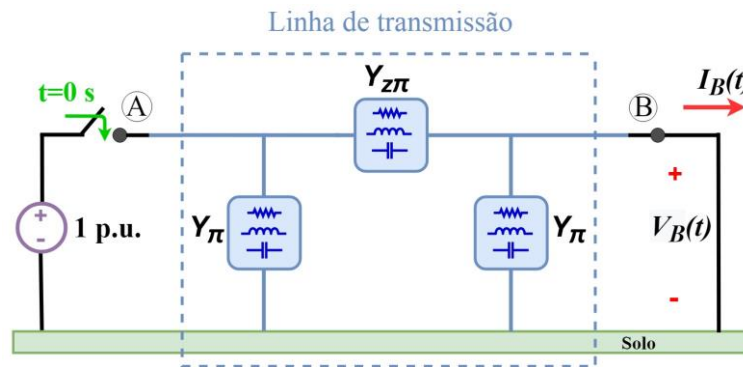
Considerando o ajuste 3 na Figura 27(b), onde a frequência de ajuste de Y_π é menor que a de $Y_{z\pi}$, aparecem pequenas oscilações no início do transitório, mas o resultado se assemelha bastante com o valor de referência. Comparando os resultados obtidos com os ajustes 1 e 2 na Figura 27(b), em que a frequência de ajuste para $Y_{z\pi}$ não se altera, enquanto para Y_π

essa frequência é aumentada de 5 kHz no ajuste 1 para 100 kHz no ajuste 2, observa-se que a tensão $V_B(t)$ para os dois ajustes se sobrepõe durante todo o período. Esses fatores evidenciam também no domínio do tempo, que a frequência máxima de ajuste da admitância Y_π deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$.

A resposta obtida com o ajuste 4 comprova o excelente desempenho do modelo em transitórios de baixa frequência, pois os resultados apresentam bastante concordância da resposta obtida com o valor de referência. Além disso, é possível comprovar que ajustando $Y_{z\pi}$ para frequências acima dos picos de ressonância, não ocorrem distorções no domínio do tempo.

Para a simulação com o terminal receptor em curto-circuito conforme mostra a Figura 28, a corrente $I_B(t)$ que circula pelo receptor calculada com a NLT, foi comparada com as correntes obtidas com os diferentes ajustes do novo modelo, conforme mostra a Figura 29. Nesse caso, a corrente $I_B(t)$ obtida com o ajuste 4, novamente aponta que ajustando $Y_{z\pi}$ para frequências acima do término dos picos de ressonância, o resultado no domínio do tempo aparece sem distorções

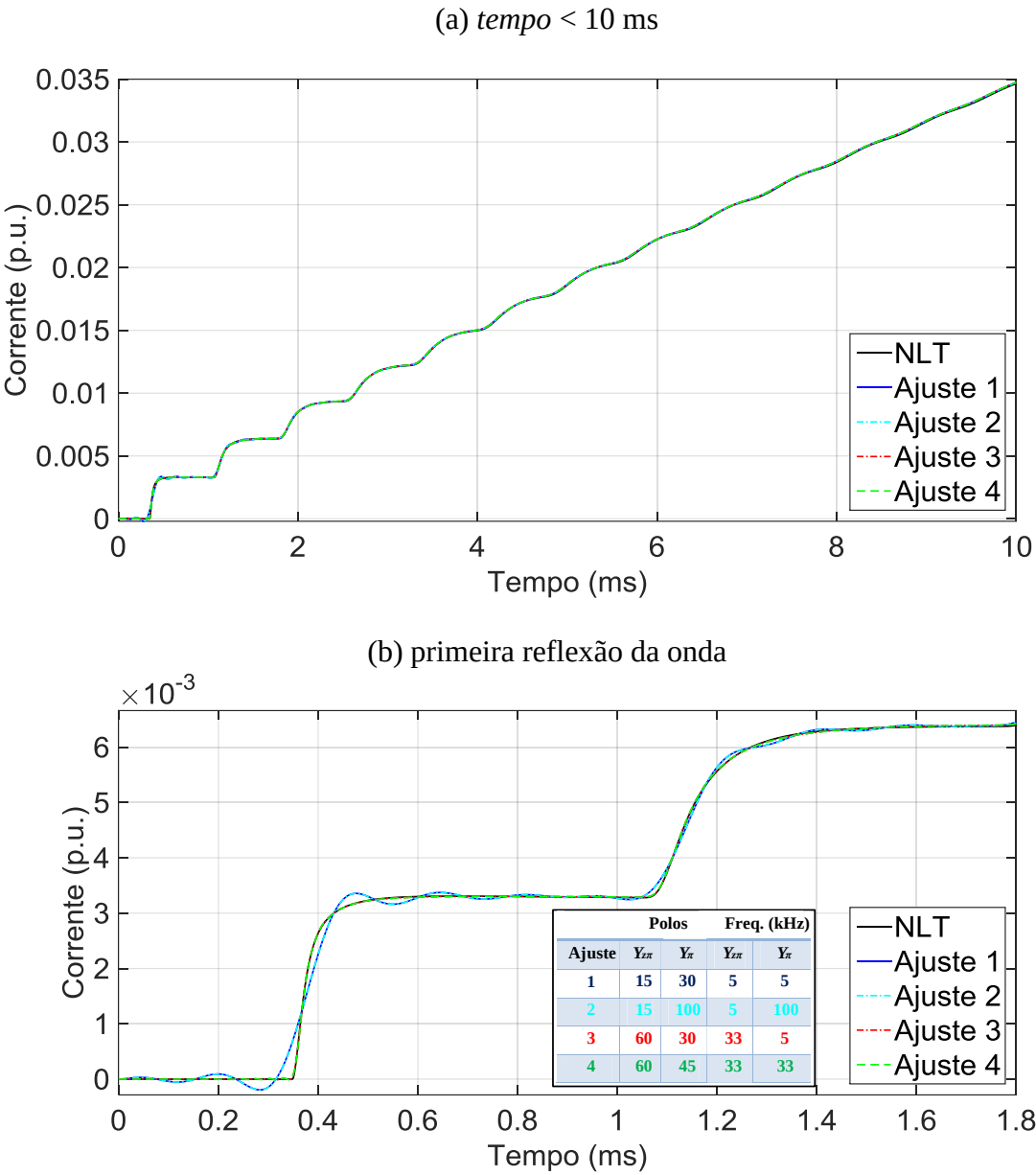
Figura 28 – LT com fonte de tensão constante e terminal receptor em curto-circuito.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A simulação da Figura 29, mostra também que a corrente $I_B(t)$ com o receptor em curto-circuito, independe do ajuste da admitância Y_π , obedecendo a relação da equação (54). Isto pode ser comprovado, pois a curva do ajuste 1 é igual à do ajuste 2 e a curva do ajuste 3 é igual à do ajuste 4, e nas duas comparações o número de polos são iguais para a admitância $Y_{z\pi}$ mas bem diferentes para a admitância Y_π .

Figura 29 – Corrente no terminal receptor em curto-circuito, $I_B(t)$, da LT energizada com degrau de tensão.

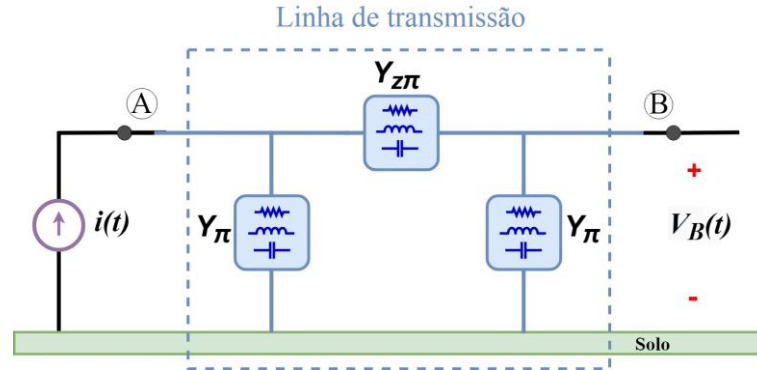


Fonte: Elaboração do próprio autor.

5.2 INCIDÊNCIA DE DESCARGA ATMOSFÉRICA NA LT

A validação do modelo proposto para mais altas frequências, é realizado por meio de simulações de transitórios resultantes da incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor da linha, com o terminal receptor em circuito aberto conforme mostra a Figura 30.

Figura 30 – LT com incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A descarga atmosférica possui um amplo espectro de frequência variando de 0 Hz até algumas dezenas de MHz (MESTRINER *et al.*, 2020; NAZARI *et al.*, 2020). Quando os efeitos da frequência na impedância longitudinal da linha nesse intervalo são levados em consideração, os resultados são mais precisos para o cálculo das tensões e correntes resultantes da incidência de descargas atmosféricas (BAZELYAN; RAIZER, 2000; NANEVICZ; VANCE; HAMM, 1987).

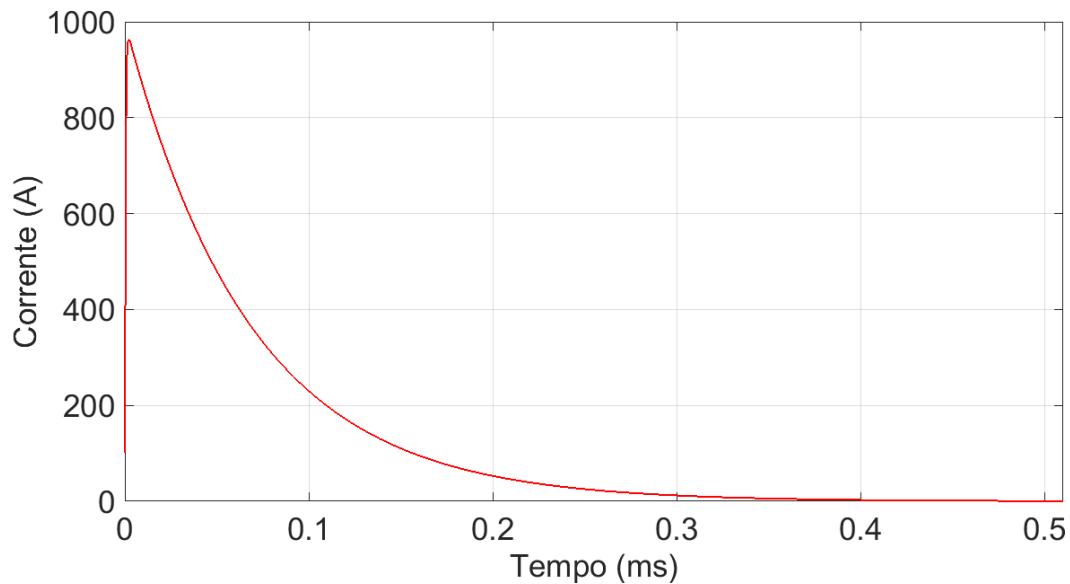
A descarga atmosférica, aplicada no terminal emissor da linha, é representada por uma fonte de corrente com a função do tipo dupla exponencial que no domínio do tempo é escrita como sendo (JIA; XIAOQING, 2006).

$$i_A(t) = I_0 (e^{-a \cdot t} - e^{-b \cdot t}) \quad (57)$$

Nos resultados de simulação considerou-se para a equação (57), $I_0 = 1 \text{ kA}$, e as constantes de tempo a e b [1/s] como sendo $a = 1,471 \cdot 10^4$ e $b = 2,471 \cdot 10^6$. A Figura 31 mostra a forma de onda (1,2/50 μs) da corrente impulsiva gerada pela fonte de corrente $i_A(t)$.

A Figura 32 mostra as tensões no terminal receptor no domínio do tempo, $V_B(t)$, sendo a tensão de referência, calculada com o método numérico da transformada inversa de Laplace (NLT), e comparada com a tensão correspondente obtida com a simulação do novo modelo no ATP/ATPDraw. A resposta obtida com o ajuste 4 mostra que ajustando $Y_{z\pi}$ para frequências acima do término dos picos de ressonância, o modelo proposto alcança um excelente resultado, também em transitórios de alta frequência.

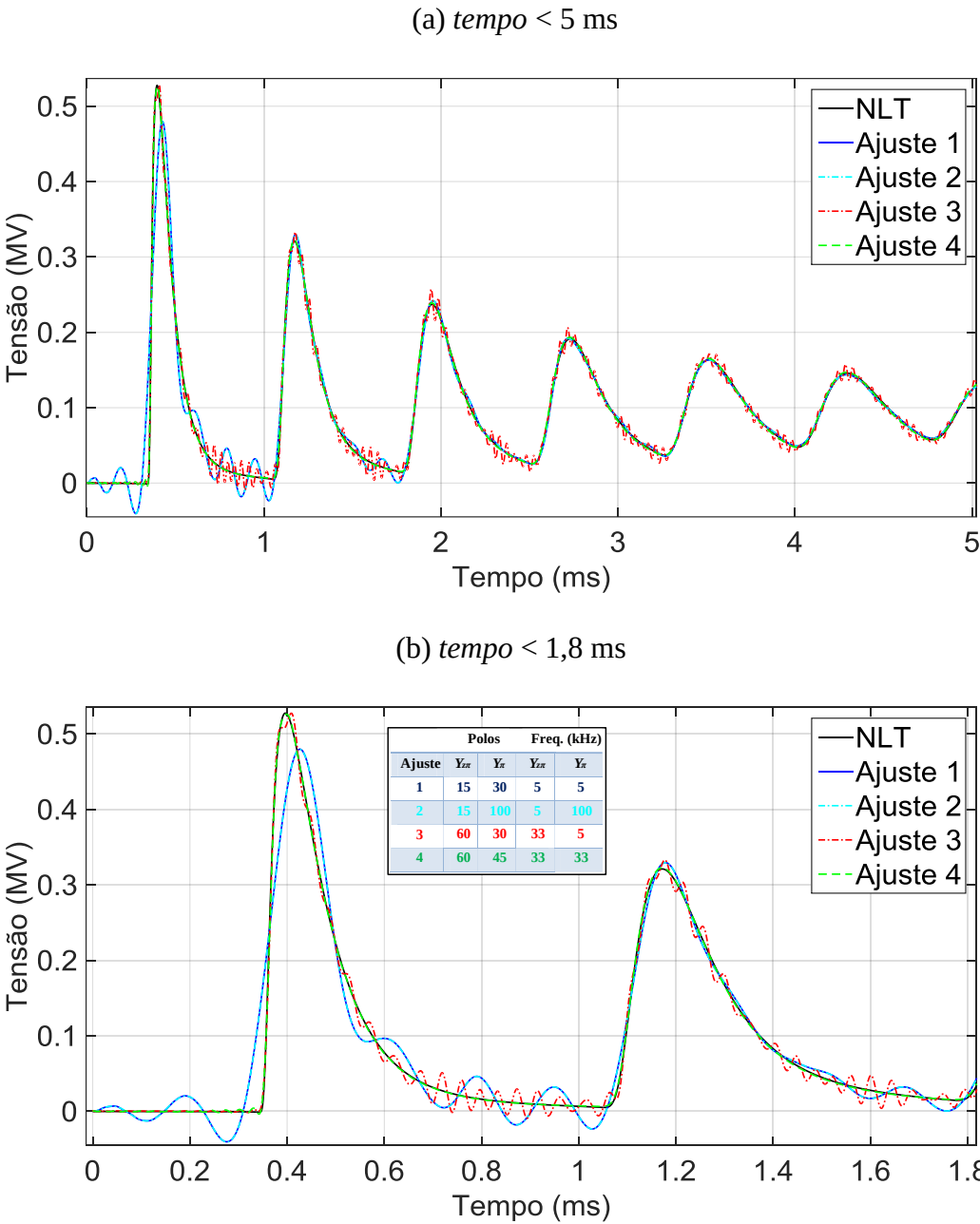
Figura 31 – Corrente impulsiva aplicada na Linha de transmissão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Assim como ocorreu na energização da LT, a resposta em altas frequências da tensão $V_B(t)$ obtidas com os ajustes 1 e 2 na Figura 32, se sobrepõe durante todo o período transitório. Isso indica que, não é necessário ajustar a admitância Y_π até o término dos picos de ressonância. Por outro lado, comparando os resultados do ajuste 3, em baixa frequência, na Figura 27 com o ajuste 3 na Figura 32, observa-se que em alta frequência houve um grande aumento das oscilações na tensão $V_B(t)$. Isso indica que as distorções que apareceram em altas frequências na Figura 24 (ajuste 3), foram devido a Y_π ter sido ajustado para frequências menores que a de $Y_{z\pi}$. Esses fatores evidenciam, também no domínio do tempo, que a frequência máxima de ajuste da admitância Y_π deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$, pois quando a frequência de ajuste de Y_π é menor que a de $Y_{z\pi}$ aparecem distorções (ajuste 3), e quando a frequência de ajuste de Y_π é maior que a de $Y_{z\pi}$ a resposta não se altera (ajustes 1 e 2).

Figura 32 – Tensão no terminal receptor em circuito aberto, $V_B(t)$, com incidência de descarga atmosférica no emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

5.3 COMPARAÇÃO COM MODELO JMARTI

A comparação do modelo proposto com o modelo de JMarti, disponível no programa ATP/ATPDraw, foi feita para uma LT monofásica com 100 km de comprimento. Com o novo modelo foram simuladas 3 linhas que se diferenciaram pelo número de polos utilizados para o ajuste de cada LT, seguindo os valores disponíveis na Tabela 10. O ajuste 3, representa o

modelo com o número de polos suficiente para uma melhor resposta. O ajuste 1 foi selecionado para verificar o comportamento do modelo com um menor número de polos. Neste ajuste poderia ser utilizado um menor número de polos para a admitância Y_{π} , mas optou-se por 30 polos por ser um valor já calculado anteriormente, e essa escolha não irá modificar a resposta. O ajuste 2, possibilita a investigação das respostas com valores intermediários.

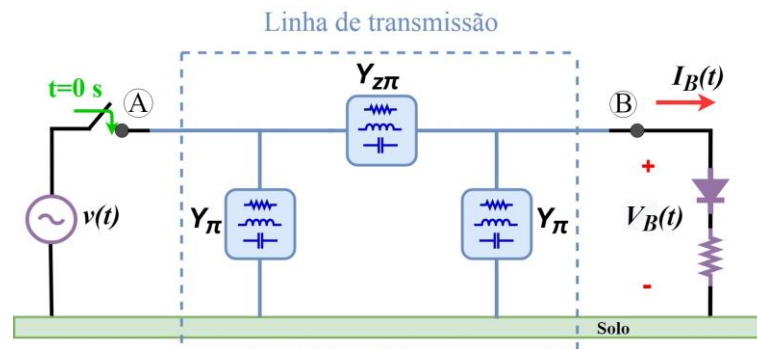
Tabela 10 – Número de polos utilizados na comparação com modelo de JMarti-ATP.

<i>Polos</i>		
<i>Ajuste</i>	$Y_{z\pi}$	Y_{π}
1	15	30
2	25	30
3	60	45

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A primeira comparação do modelo proposto com o modelo JMarti, é feita com a energização da LT em corrente alternada. Para ambos os modelos, a linha é energizada em $t = 0$ s, por uma fonte de tensão senoidal de 60 Hz, com amplitude de 1 p.u.. No terminal receptor é conectado um diodo em série com resistor de 3000Ω (carga não linear), conforme mostra a Figura 33.

Figura 33 – LT com fonte de tensão senoidal e carga não linear.

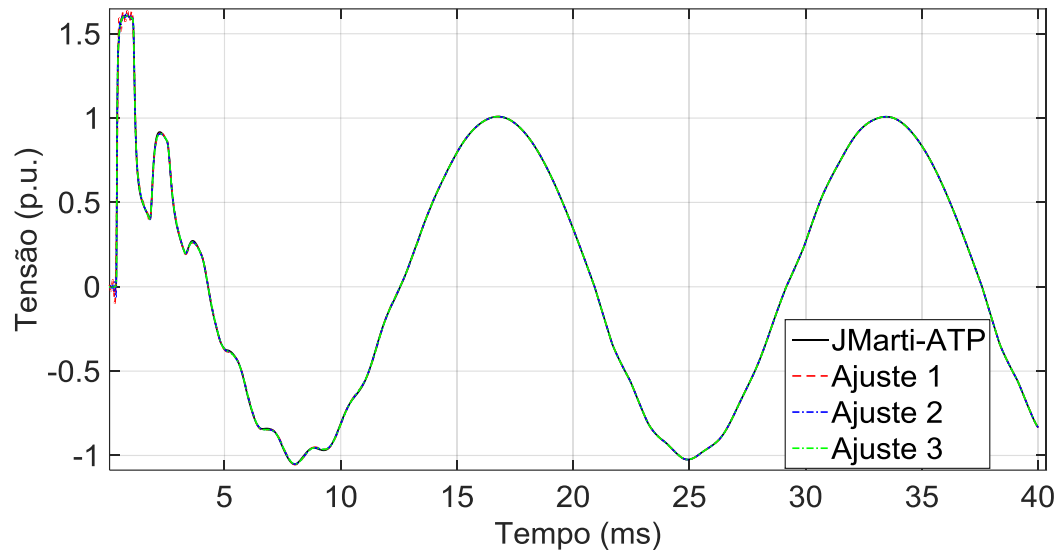


Fonte: Elaboração do próprio autor.

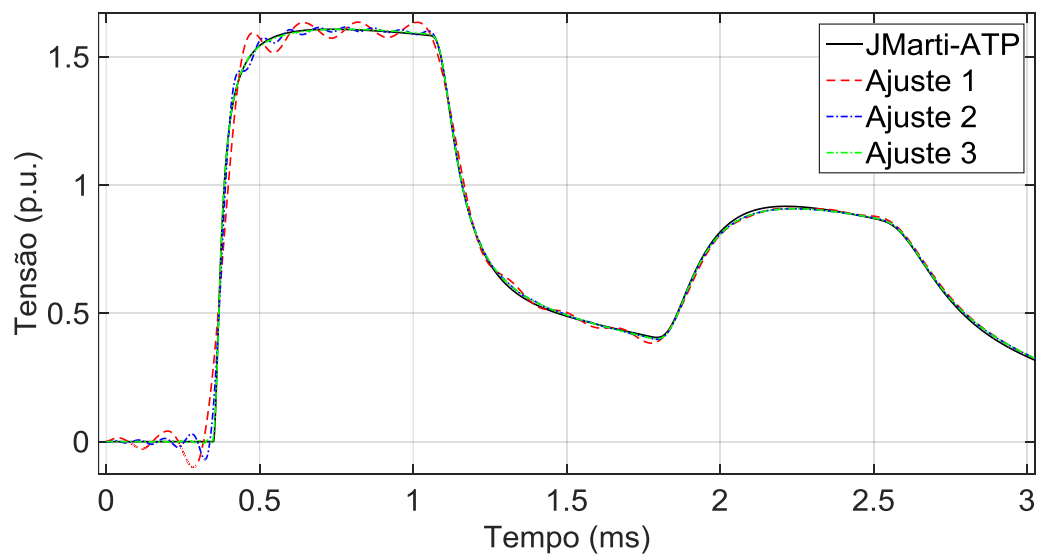
As Figura 34 e Figura 35 mostram respectivamente as tensões e correntes no terminal receptor obtidas com o modelo JMarti e o modelo proposto. Observa-se que em baixas frequências, para simulações tanto em regime permanente quanto para transitório, o modelo proposto teve seus resultados idênticos ao de Jmarti.

Figura 34 – Tensão no receptor, $V_B(t)$, com carga não linear e energização senoidal.

(a) $\text{tempo} < 40 \text{ ms}$

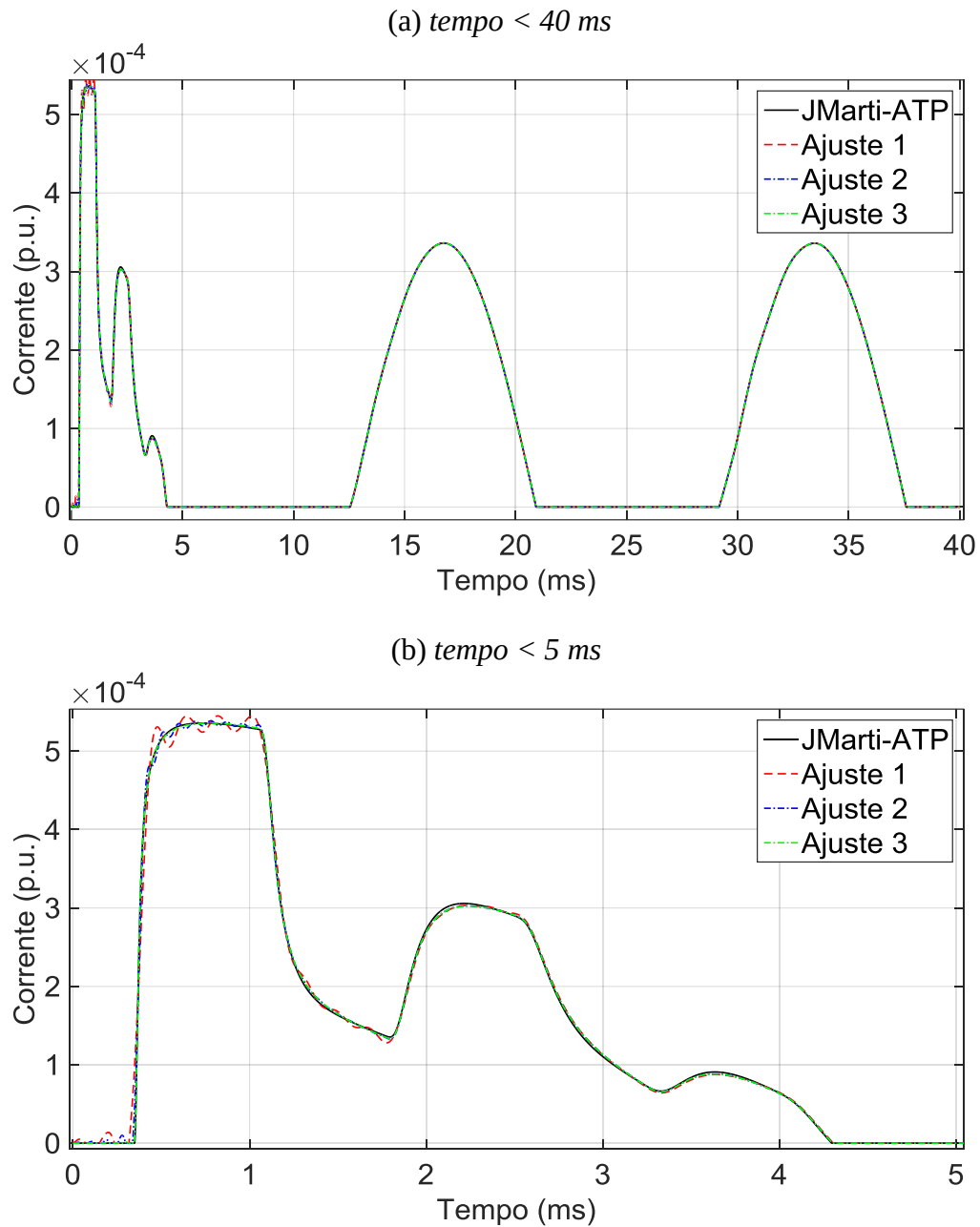


(b) $\text{tempo} < 3 \text{ ms}$



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 35 – Corrente no receptor, $I_B(t)$, com carga não linear e energização senoidal.



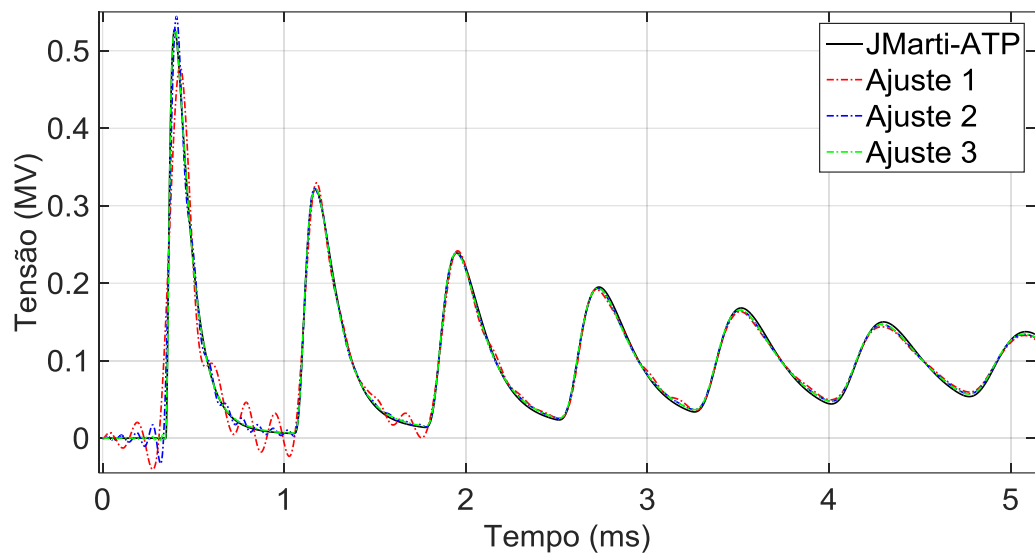
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Uma segunda comparação entre o novo modelo e o modelo de JMarti, é feita com simulações de transitórios resultantes da incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor da linha, com o terminal receptor em circuito aberto conforme mostra a Figura 30. A fonte de corrente impulsiva utilizada foi a mesma da seção anterior, com a forma de onda da Figura 31.

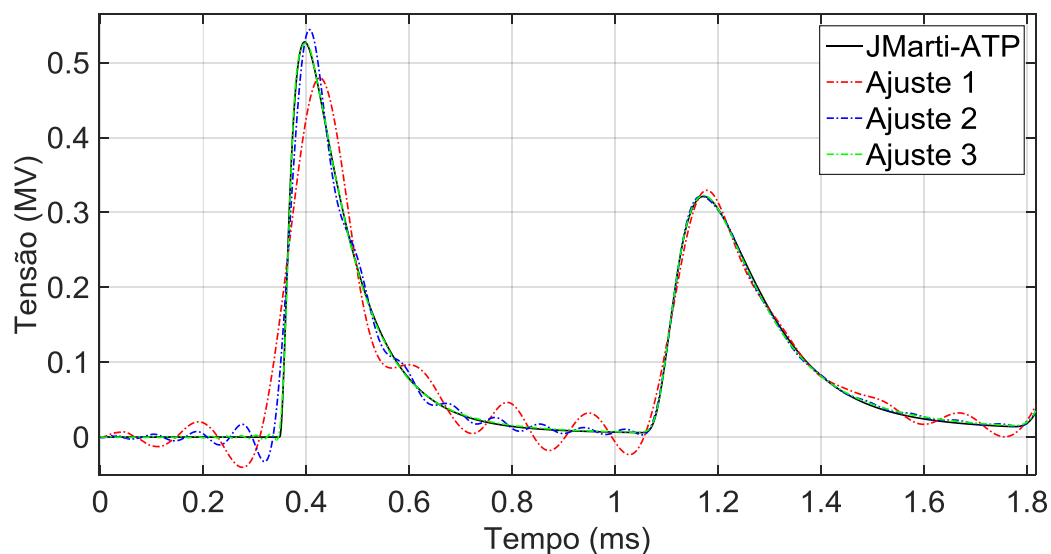
A Figura 36 mostra a comparação entre os dois modelos das tensões no terminal receptor da linha, $V_B(t)$. Observa-se na Figura 36 que as oscilações no início do transitório utilizando o modelo com os ajustes 1 e 2, foram maiores quando comparadas com a energização da linha em baixas frequências. Na Figura 36(b), observa-se na primeira reflexão da onda no terminal receptor, que o modelo ajustado com 60 polos também teve seu resultado idêntico ao de JMarti.

Figura 36 – Tensão no terminal receptor, $V_B(t)$, na comparação com modelo de Jmarti-ATP em transitórios de alta frequência.

(a) $\text{tempo} < 5 \text{ ms}$



(b) $\text{tempo} < 1,8 \text{ ms}$



Fonte: Elaboração do próprio autor.

5.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Para validar o modelo proposto em baixa frequência, energizou-se a linha com uma fonte de tensão contínua e analisou-se os resultados no domínio do tempo, para a linha com terminal receptor em circuito aberto e em curto-circuito. Na análise em alta frequência, considerando o terminal receptor em circuito aberto, utilizou-se no terminal emissor da LT, uma fonte de corrente com a função do tipo dupla exponencial, simulando nesse terminal uma descarga atmosférica. Os resultados de tensão e corrente do novo modelo foram comparados com os valores do modelo obtido com as equações hiperbólicas da linha, convertidas para o domínio do tempo utilizando a NLT.

As análises feitas no domínio do tempo, tanto para a energização da LT, quanto para a descarga atmosférica, permitiram concluir sobre a melhor escolha das frequências máximas de ajustes das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} . Os resultados mostraram que, para se obter as melhores respostas, a admitância $Y_{z\pi}$ deve ser ajustada até a frequência em que terminam os picos de ressonância, e a frequência máxima de ajuste da admitância Y_{π} deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$.

A partir dos resultados de simulação, pôde-se observar que mesmo utilizando um menor número de polos (Ajustes 1 ou 2), o comportamento do modelo foi bastante satisfatório. Com maior número de polos (Ajuste 4) alcançou-se os melhores resultados, onde as curvas obtidas com o novo modelo foram idênticas ao modelo de referência, viabilizando a utilização do modelo.

Apesar do elevado número de polos utilizados no Ajuste 4, não houve problemas na implementação do modelo, uma vez que com os recursos computacionais disponíveis, foi possível gerar, utilizando o MATLAB®, um arquivo texto contendo o circuito π equivalente, com seus respectivos valores dos parâmetros dos elementos de circuito (RLC), e inseri-lo diretamente no programa ATP/ATPDraw. Esse, ainda assim, realizou a simulação de forma praticamente instantânea.

Por fim, foi realizada uma comparação do modelo proposto com o modelo de JMarti, disponível no programa ATP/ATPDraw. Nesse caso, foram analisados os resultados da simulação de uma LT com uma fonte de tensão senoidal e uma carga não linear conectada em seu terminal receptor. Mesmo com um menor número de polos (Ajustes 1 ou 2), o modelo

proposto apresenta resultado idêntico ao de referência em regime permanente, e a resposta transitória mostra um bom desempenho. Novamente, uma simulação com a descarga atmosférica foi realizada nesta comparação e as respostas transitórias tiveram boa concordância com os resultados obtidos com o modelo de JMarti.

6. UTILIZAÇÃO DO MODELO PROPOSTO PARA REPRESENTAR LINHAS TRIFÁSICAS

O modelo proposto e desenvolvido para linhas de transmissão monofásicas, nesse capítulo é utilizado para representar linhas trifásicas simétricas e idealmente transpostas. O procedimento é realizado com o uso da transformação modal que permite decompor a LT trifásica em três modos de propagação, sendo que cada um deles se comporta como uma LT monofásica independente (WEDEPOHL, 1963). Assim, para cada modo de propagação é implementado um circuito π equivalente exato formado por elementos de circuito, representando desta forma a LT trifásica.

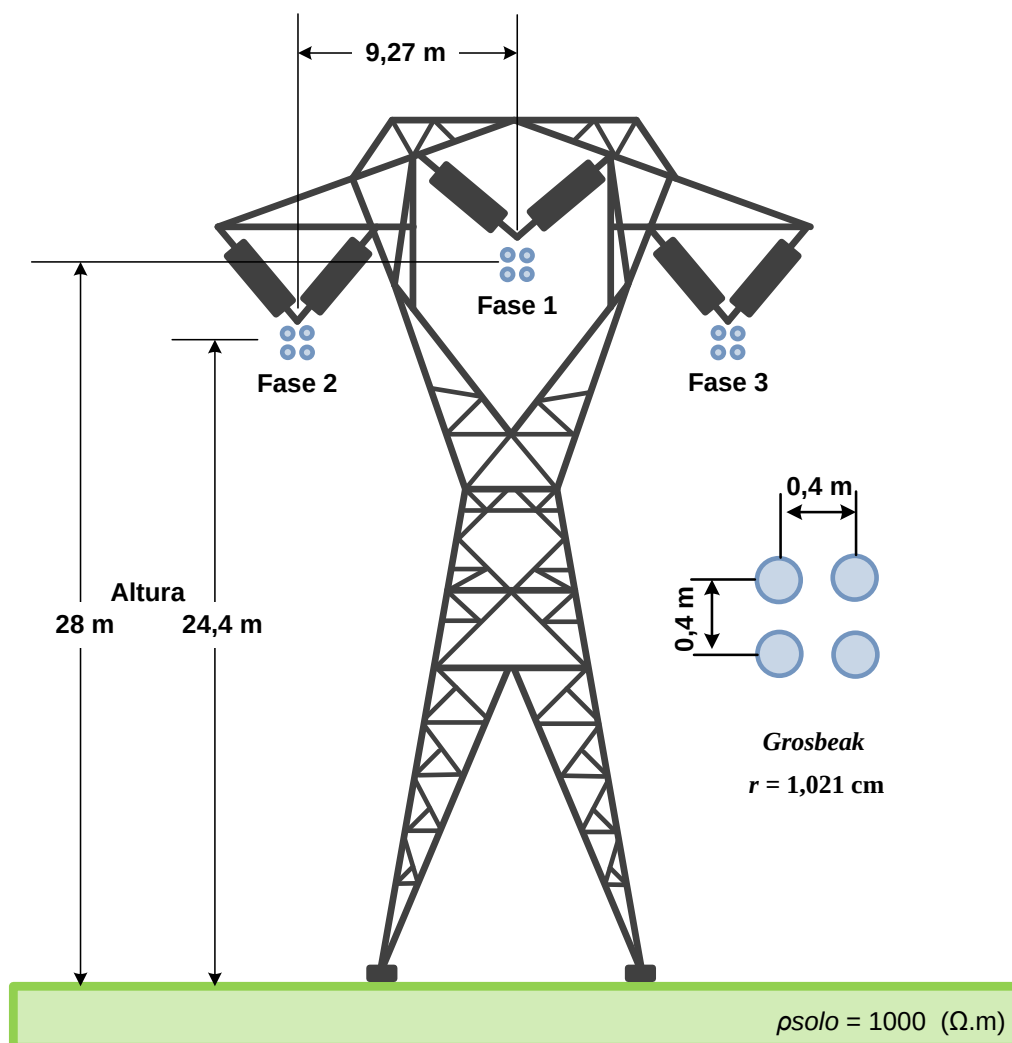
Com os dados e a silhueta de uma LT trifásica são calculados seus parâmetros transversais e também os longitudinais considerando o efeito da frequência. Na sequência, para as admitâncias $Y_{z\pi}$ de cada modo de propagação, é feito um estudo das características de suas curvas em função da frequência, tendo como objetivo identificar a quantidade ideal de polos para cada admitância, e seu comportamento com a variação do comprimento da LT. Esta análise é repetida também para a admitância Y_{π} dos respectivos modos de propagação. Na seção 6.5, cada modo de propagação é representado utilizando elementos de circuitos, e portanto, são apresentados os valores numéricos dos polos e resíduos e também dos parâmetros dos elementos de circuito utilizados para compor cada circuito π equivalente exato.

Os resultados de simulação para análise durante o transitório eletromagnético são obtidos tanto para energização da linha, quanto para simulação de descarga atmosférica, ambos no terminal emissor com o terminal receptor da linha em circuito aberto.

6.1 PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT TRIFÁSICA

Para a análise do modelo proposto em linhas de transmissão trifásicas será investigado a LT com silhueta conforme mostrado na Figura 37. Cada fase desta LT (representadas por fase 1, fase 2 e fase 3) é constituída por 4 condutores, no qual cada condutor possui um raio de 1,021 cm, espaçamento de 0,40 m e resistividade de 0,0799 Ω/km . Considerou-se que a resistividade do solo é constante e igual a 1.000 $\Omega.\text{m}$.

Figura 37 – Silhueta da linha de transmissão trifásica.



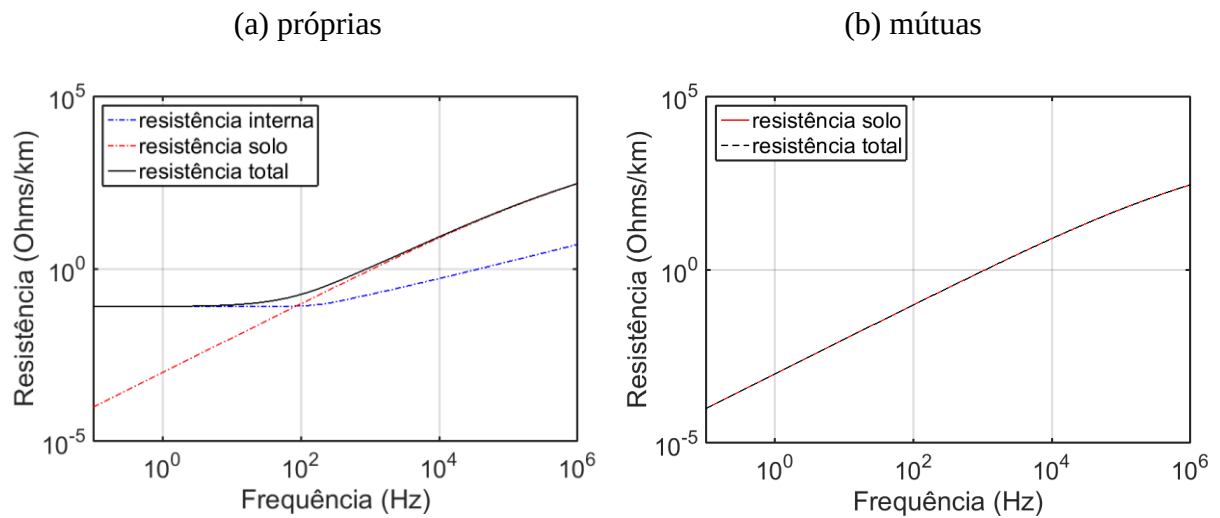
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os parâmetros longitudinais foram calculados considerando os efeitos do solo e pelicular utilizando as equações descritas no Apêndice A. Os valores de frequência variam de 0,1 Hz até 100 kHz, sendo que nesse intervalo foram utilizados trinta mil pontos distribuídos de forma logarítmica. A matriz de capacitância transversal C (nF/km) foi considerada constante conforme a equação (58) e a condutância foi desconsiderada conforme sugerido por Martinez, Gustavsen e Durbak (2005) e descrito no Apêndice A. Os resultados dos cálculos foram obtidos utilizando o programa MATLAB®.

$$C = \begin{bmatrix} 6,9385 & -1,2241 & -1,2241 \\ -1,2241 & 6,8820 & -0,5986 \\ -1,2241 & -0,5986 & 6,8820 \end{bmatrix} \quad (58)$$

Conforme mostrado no Apêndice D, a impedância longitudinal da LT simétrica e idealmente transposta, é formada por uma matriz composta por elementos denominados impedâncias mútuas e próprias. A Figura 38(a) mostra a resistência total própria longitudinal, que é a soma da resistência devido ao efeito solo e da resistência interna devido ao efeito pelicular. A Figura 38(a) mostra a resistência total mútua longitudinal, que é devido ao efeito solo. Observa-se que para todos os casos a resistência total aumenta significativamente com o aumento da frequência.

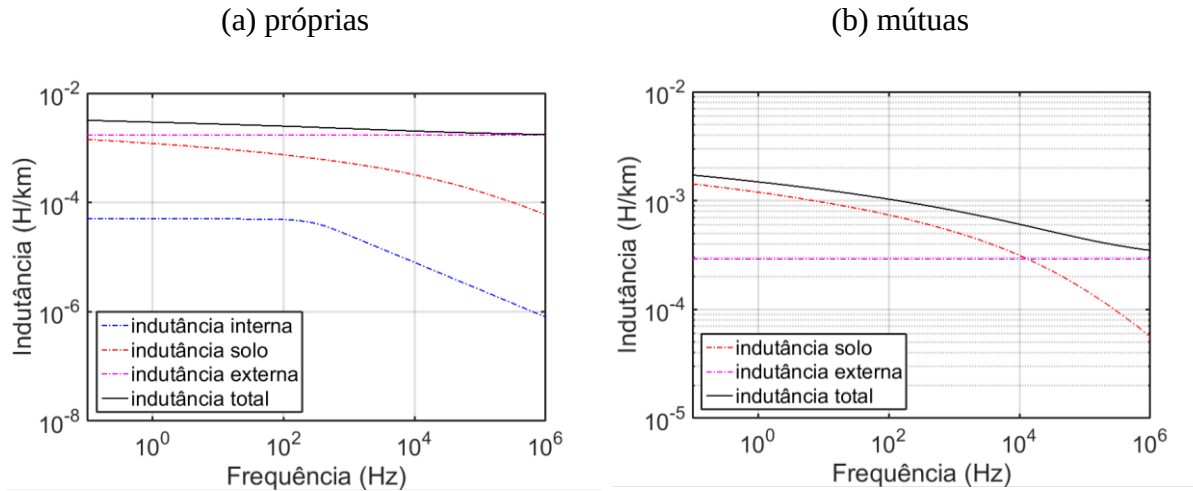
Figura 38 – Resistências longitudinais da LT trifásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A Figura 39(a) apresenta a curva da indutância total própria longitudinal que resulta da soma da indutância devido ao efeito solo e das indutâncias externa e interna. A Figura 39(b) apresenta a curva da indutância total mútua longitudinal que resulta da soma da indutância devido ao efeito solo e da indutância externa (MINGLI; YU, 2004).

Figura 39 – Indutâncias longitudinais da LT trifásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

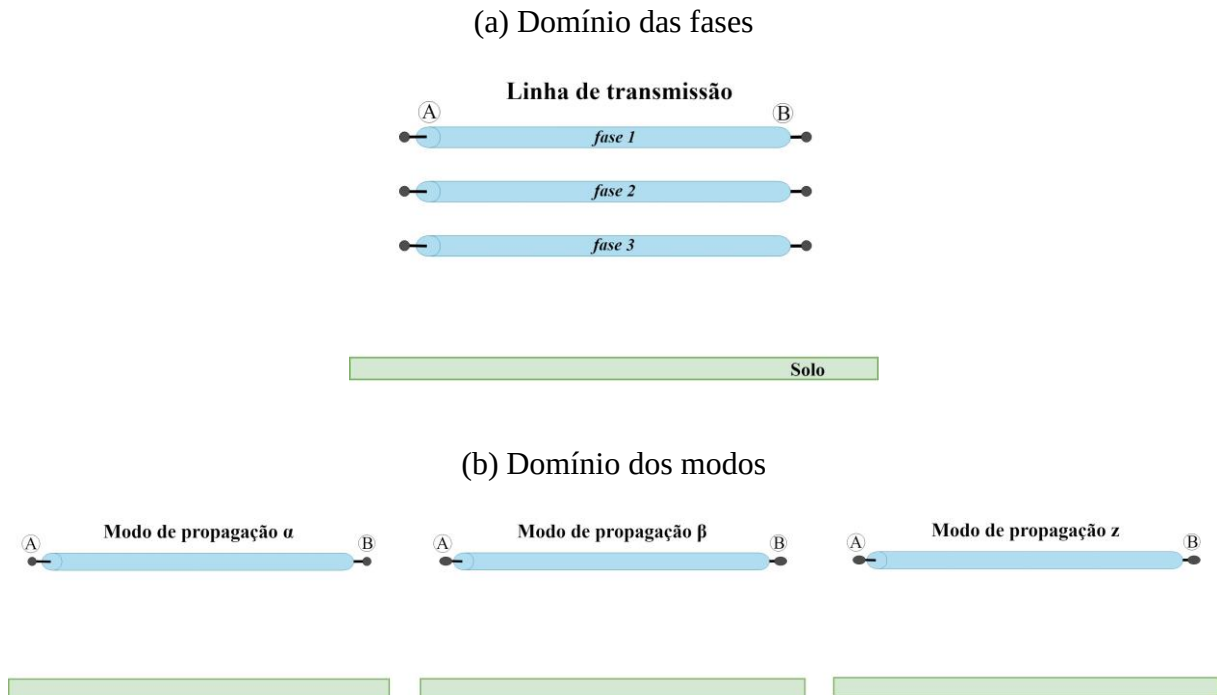
6.2 REPRESENTAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA PELO MODELO PROPOSTO

Para utilização do modelo proposto na representação de linhas trifásica, é necessário que a linha no domínio das fases do tipo mostrado na Figura 40(a), seja decomposta em três linhas monofásicas denominadas como modos de propagação (modo α , modo β e modo z) conforme mostra a Figura 40(b).

O procedimento de transformação do domínio das fases para o domínio modal e do modal para o domínio das fases, é realizado utilizando matrizes de transformação modal, tal como é demonstrado no Apêndice D.

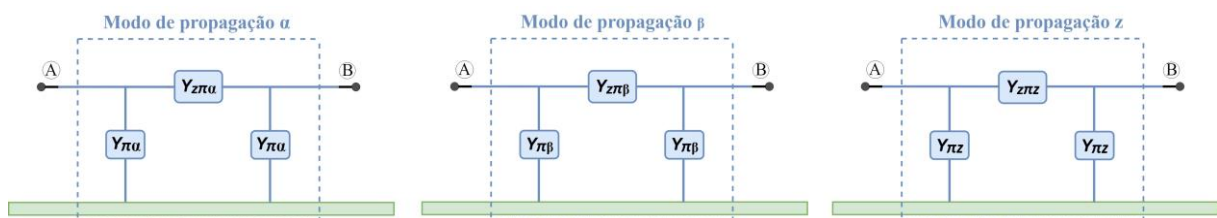
Para cada modo de propagação é obtida uma admitância $Y_{z\pi}$ e uma admitância Y_{π} que irão compor o circuito π equivalente exato do respectivo modo, conforme mostra a Figura 41. Ambas as admitâncias são sintetizadas por elementos de circuitos, representando assim, cada modo de propagação por um circuito π equivalente exato formado por elementos de circuito.

Figura 40 – Linha de transmissão trifásica.



Fonte: Adaptado de Leon Colqui (2021).

Figura 41 – Circuitos π equivalentes dos modos de propagação.



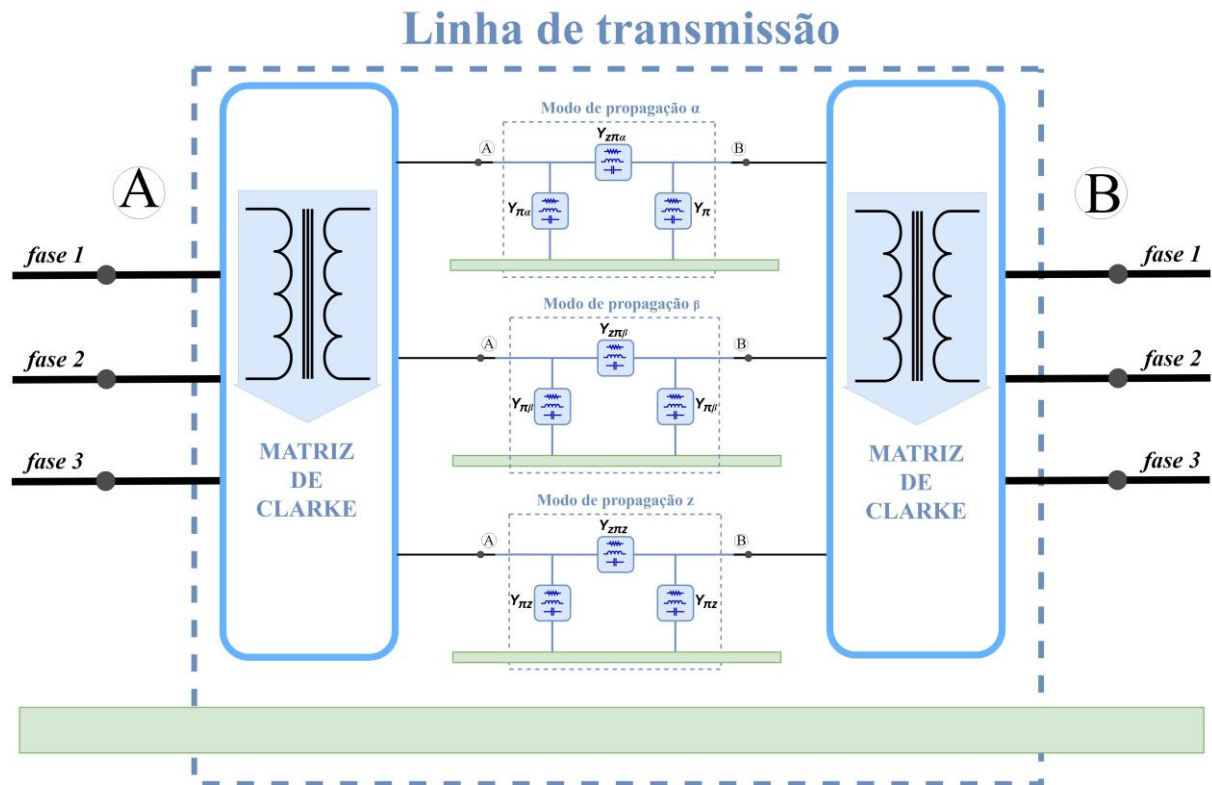
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para a implementação do modelo trifásico em programas de simulação de circuitos, tais como o ATP-EMTP, a transformação das tensões e correntes do domínio das fases para os modos, e vice-versa, é realizada com o uso de transformadores ideais, utilizando a técnica descrita em Colqui *et al.*(2022). Neste método, a relação de espiras e a polaridade de cada transformador ideal representam uma componente da matriz de Clarke na equação (100).

A Figura 42 mostra de forma genérica a implementação do modelo trifásico proposto no ATP/ATPDraw. Os transformadores ideais conectados no terminal A fazem a transformação

fase-modo, e os transformadores ideais conectados no terminal B fazem a transformação modo-fase. Assim, as simulações do modelo trifásico são realizadas integralmente em programas de simulação de circuitos, no qual, as tensões e correntes estão disponíveis simultaneamente nos domínios de modo e fase.

Figura 42 – Modelo proposto trifásico implementado no ATP/ATPDraw.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Portanto, como neste trabalho a LT trifásica adotada é idealmente transposta e utiliza-se para decomposição modal a matriz de Clarke, como consequência, as linhas monofásicas referentes aos modo α e modo β são idênticas entre si, assim como as suas respostas transitórias. Por consequência, os circuitos π equivalente que representam os modo α e β serão considerados iguais no decorrer desse capítulo.

6.3 APROXIMAÇÃO DAS ADMITÂNCIAS Y_{zn} POR FRAÇÕES PARCIAIS

A Figura 43 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_{zn} exata para três modos de propagação da LT trifásica de 400 km. Observa-se que para todos os modos de propagação, a admitância Y_{zn} , apresenta praticamente o mesmo comportamento mostrado na seção 4.2, para

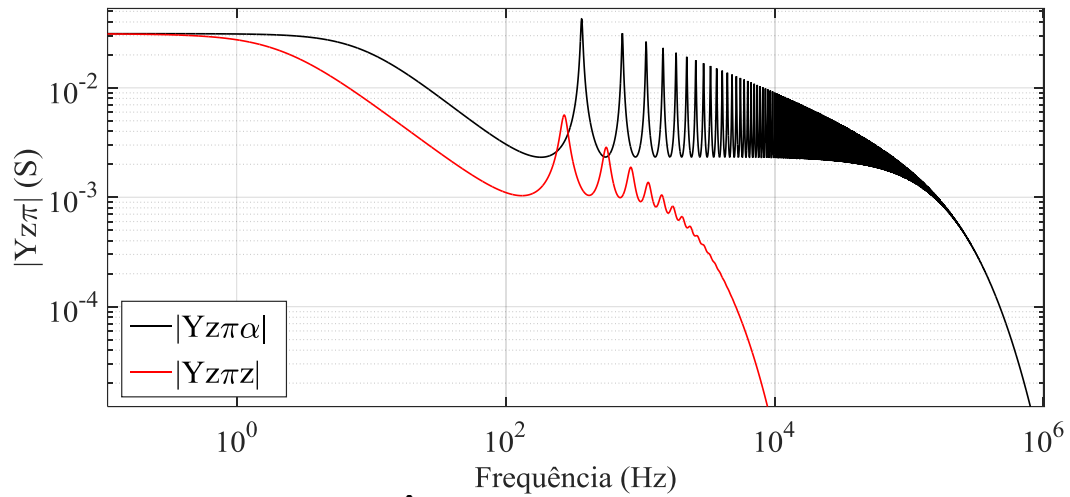
linhas monofásicas. A principal diferença é com relação ao número de picos de ressonância ao longo do espectro de frequências. Os modos α e β , apresentam um número bastante elevado de picos de ressonância quando comparados ao modelo monofásico. Observa-se na Figura 43(a), que os picos de ressonância do modo α se iniciam por volta de 200 Hz e se estendem até próximo 200 kHz, enquanto que para a admitância do modelo monofásico, de mesmo comprimento, os picos se encerram para frequências acima de 8 kHz, como pode ser visto na Figura 17.

Para o modo de propagação z, o número de picos de ressonâncias é significativamente reduzido, pois terminam para frequências acima de 8 kHz como pode ser visto na Figura 43(a).

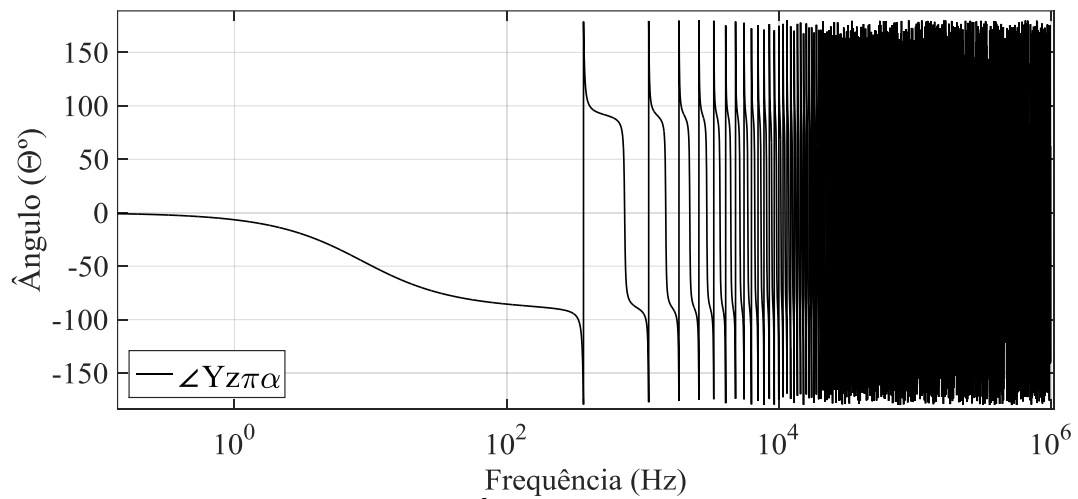
Como consequência do número de picos de ressonância, o *Vector Fitting* utiliza um elevado número de polos para realizar a aproximação racional como pode ser visto na Figura 44. Nessa figura, apresenta-se o módulo e o ângulo da admitância exata para o modo α , $Y_{z\pi\alpha}$, e as curvas de suas funções aproximadas com 30, 100 e 400 e 1200 polos/resíduos para a LT de 400 km. A quantidade de polos foram escolhidas de maneira aleatória, mas em ordem crescente até 1200 polos, onde a curva foi ajustada até o final dos picos de ressonância. Nota-se que a curva com 400 polos se sobrepõe ao valor de referência até uma região bastante atenuada da admitância $Y_{z\pi\alpha}$.

Figura 43 – Admitância $Y_{z\pi}$ dos três modos de propagação.

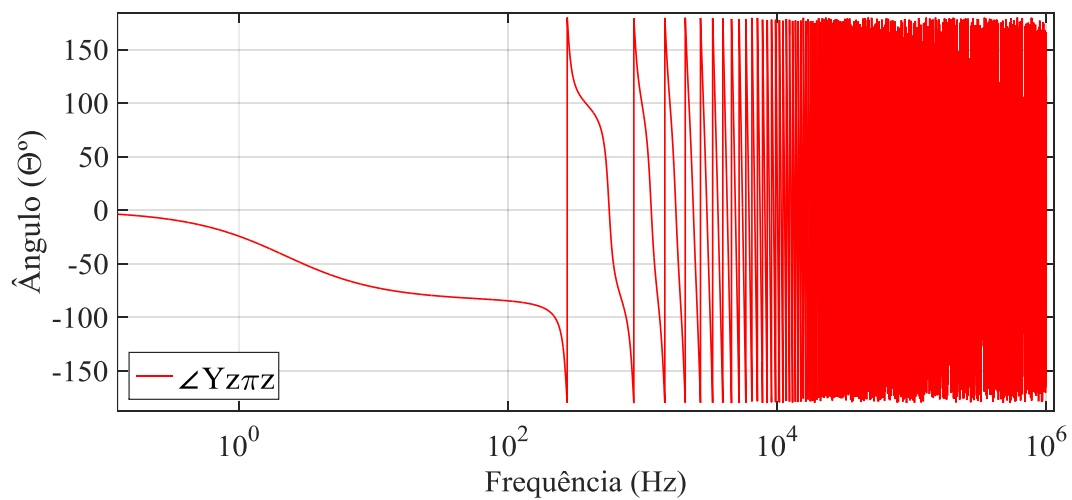
(a) Módulo de $Y_{z\pi}$ dos três modos de propagação



(b) Ângulo de $Y_{z\pi}$ modo α e modo β

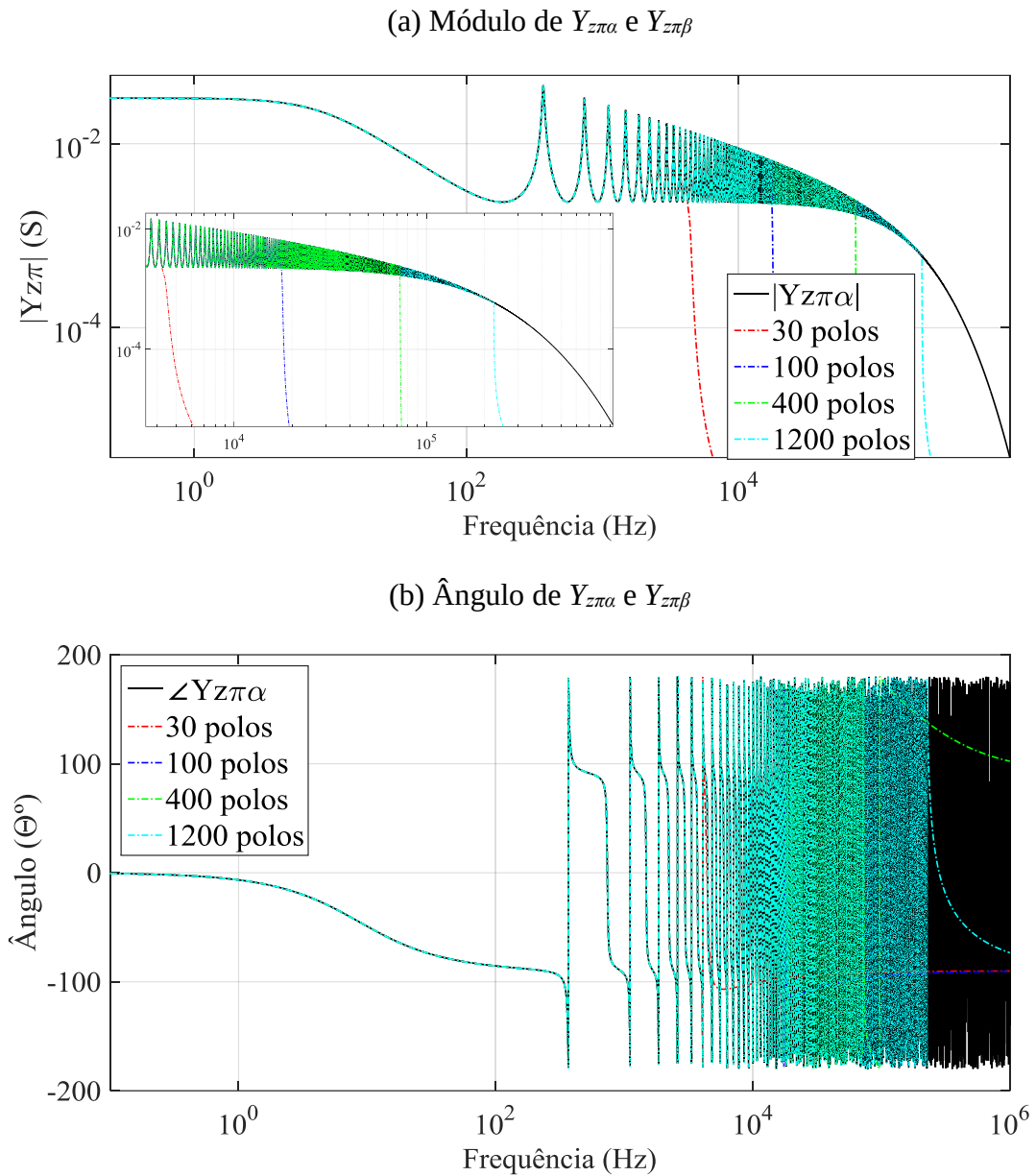


(c) Ângulo de $Y_{z\pi}$ modo z



Fonte: Elaboração do próprio autor.

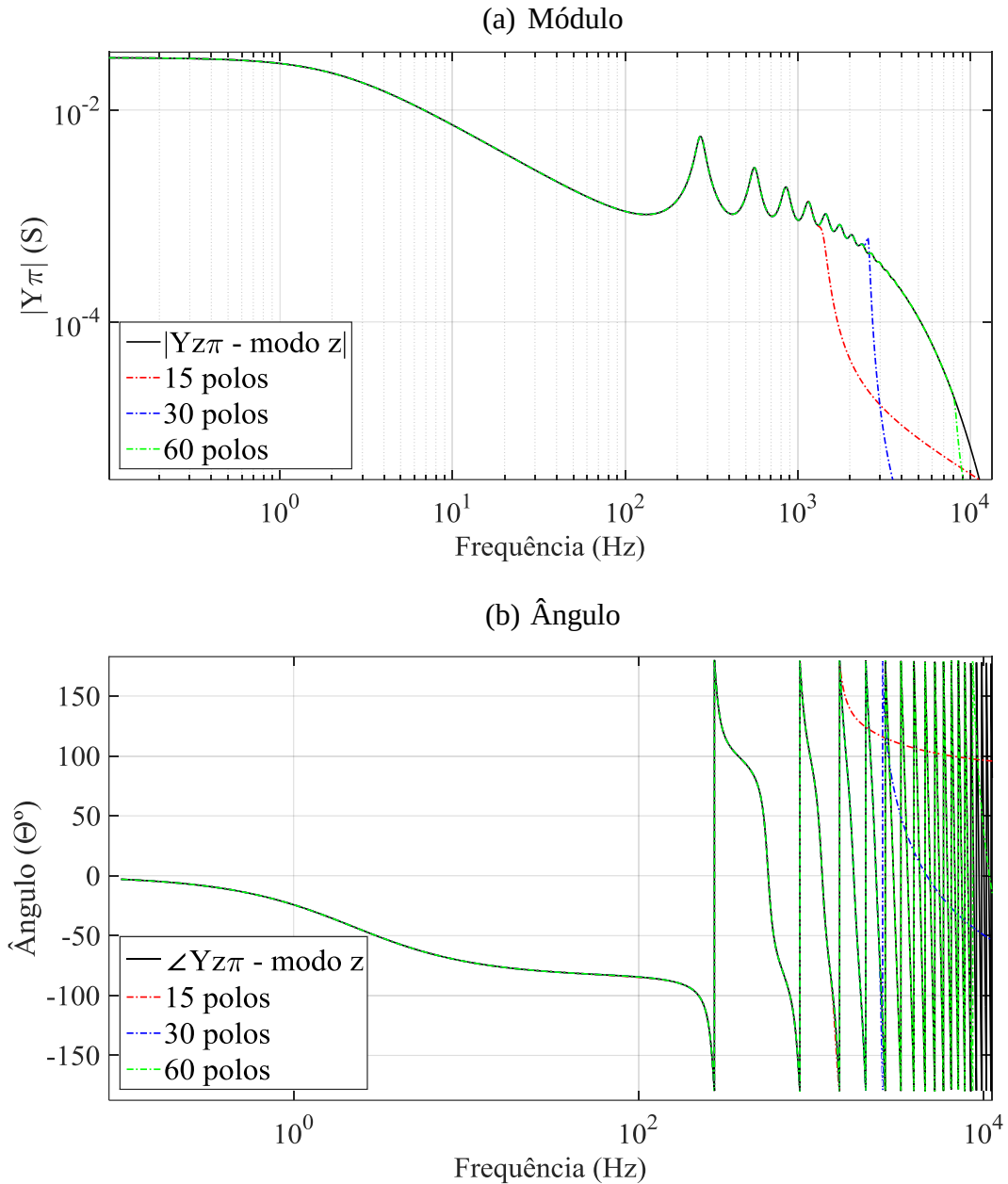
Figura 44 – Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ dos modos α e β .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A admitância do modo z , $Y_{z\pi z}$, apresentou poucos picos de ressonância. Consequentemente, o número de polos utilizado para realizar a aproximação racional, foi bem menor, como pode ser visto na Figura 45. Essa figura mostra o módulo e o ângulo da admitância $Y_{z\pi}$ exata para o modo z , e as curvas de suas funções aproximadas com 15, 30 e 60 polos/resíduos.

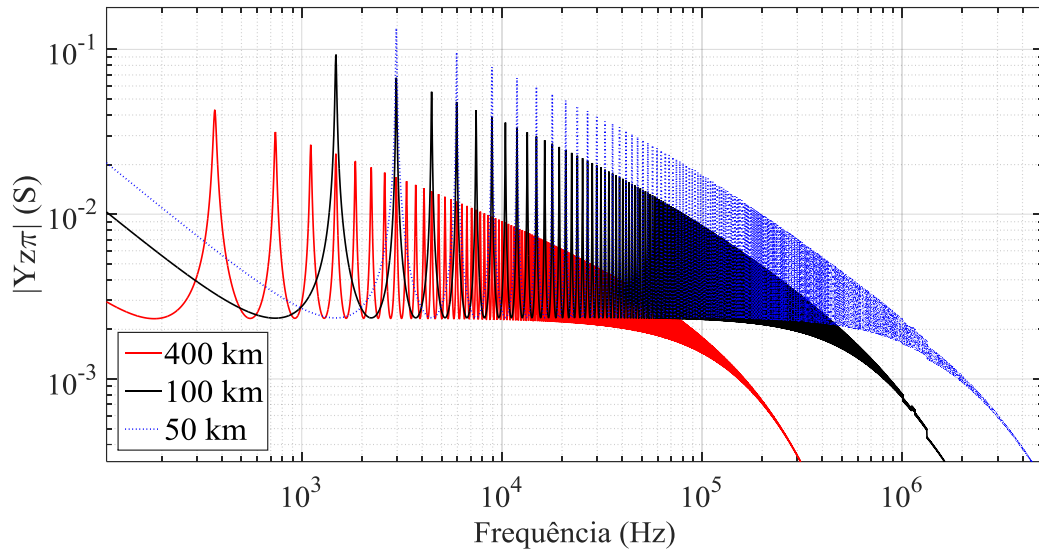
Figura 45 – Aproximações da admitância $Y_{z\pi}$ do modo z.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

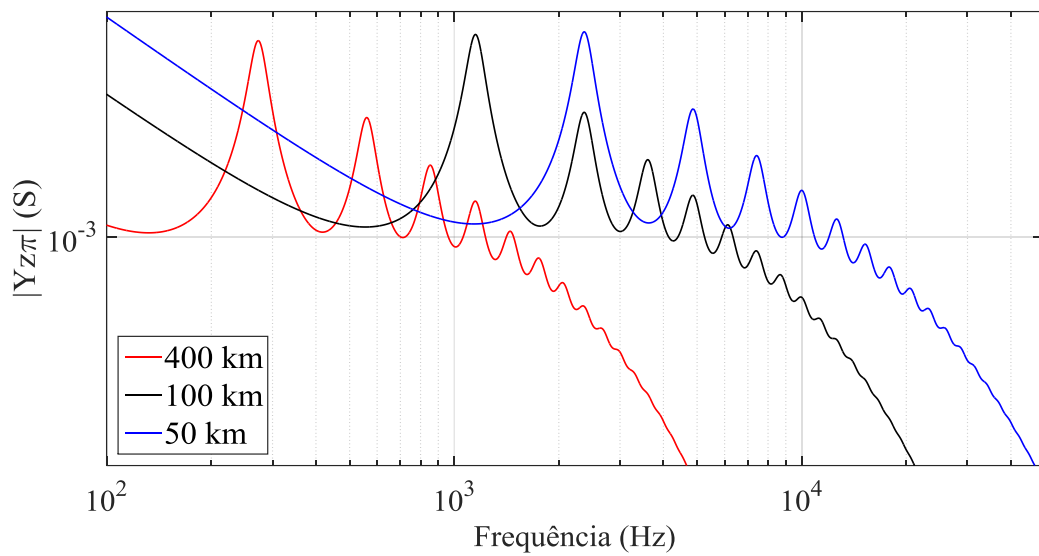
As Figura 46 e Figura 47 mostram um comparativo da região de ressonâncias dos módulos das curvas de $Y_{z\pi}$ dos modos α e z respectivamente, para três diferentes comprimentos de linha. Nota-se que, assim como no modelo monofásico, para as admitâncias $Y_{z\pi}$ dos modos α , β e z , com a variação do comprimento da linha ocorre um deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência, porém, a quantidade de picos de ressonância pouco altera. Isso indica que para a LT trifásica, a aproximação das curvas de $Y_{z\pi}$ para diferentes comprimentos de linhas, serão utilizados o mesmo número de polos.

Figura 46 – Módulo de $Y_{z\pi}$ dos modos α e β para diferentes comprimentos de linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 47 – Módulo de $Y_{z\pi}$ do modo z para diferentes comprimentos de linha.



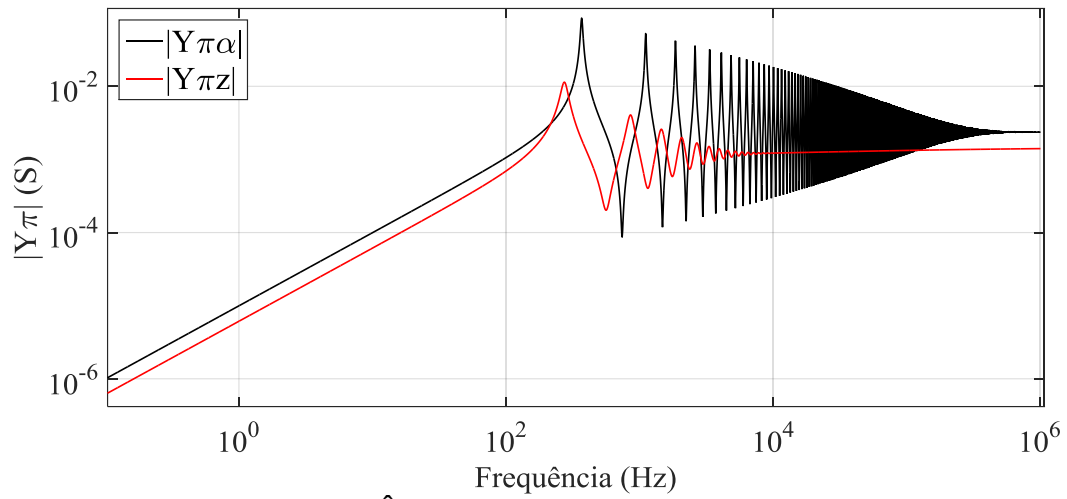
Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.4 APROXIMAÇÃO DAS ADMITÂNCIAS Y_{II} POR FRAÇÕES PARCIAIS

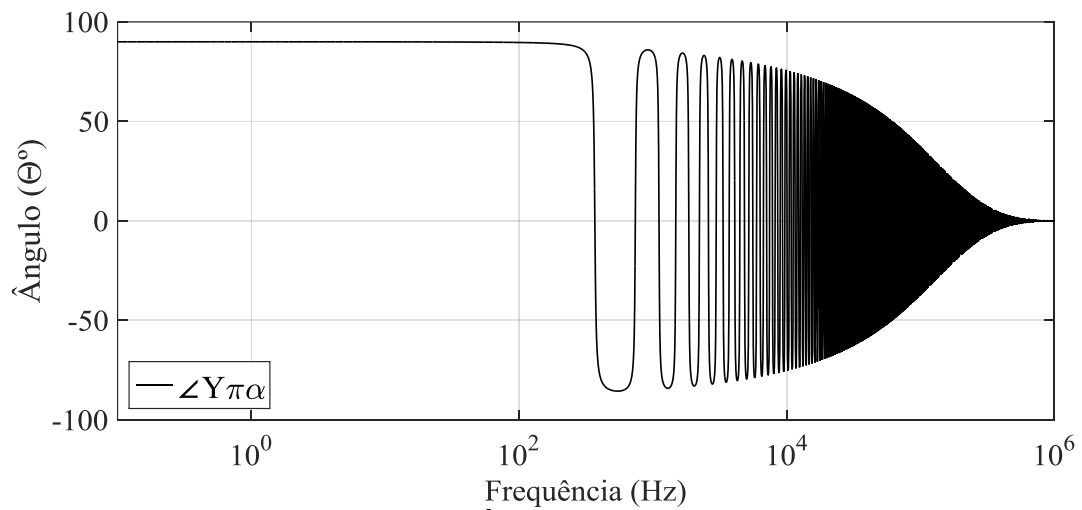
A Figura 48 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_{π} exata, para os três modos de propagação da LT trifásica de 400 km.

Figura 48 – Admitância Y_π dos três modos de propagação.

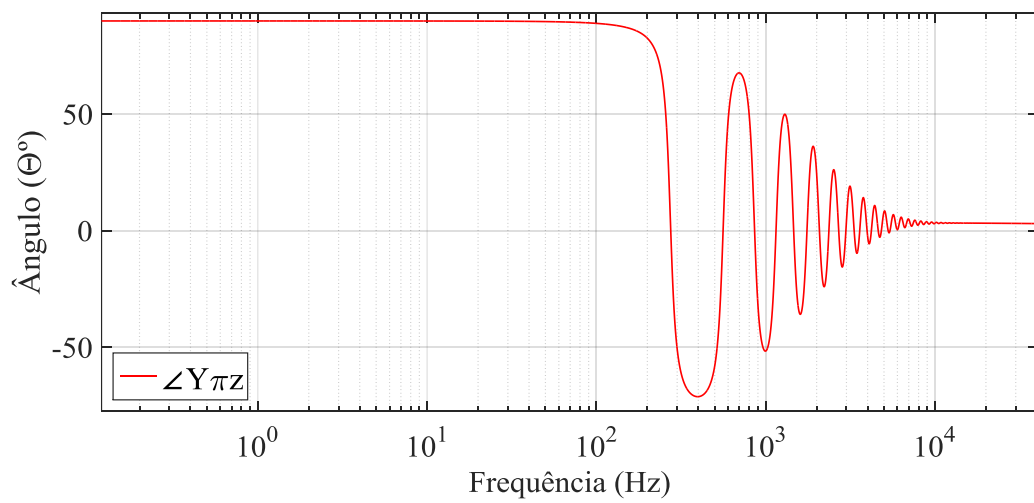
(a) Módulo de Y_π dos três modos de propagação



(b) Ângulo de Y_π modo α e modo β



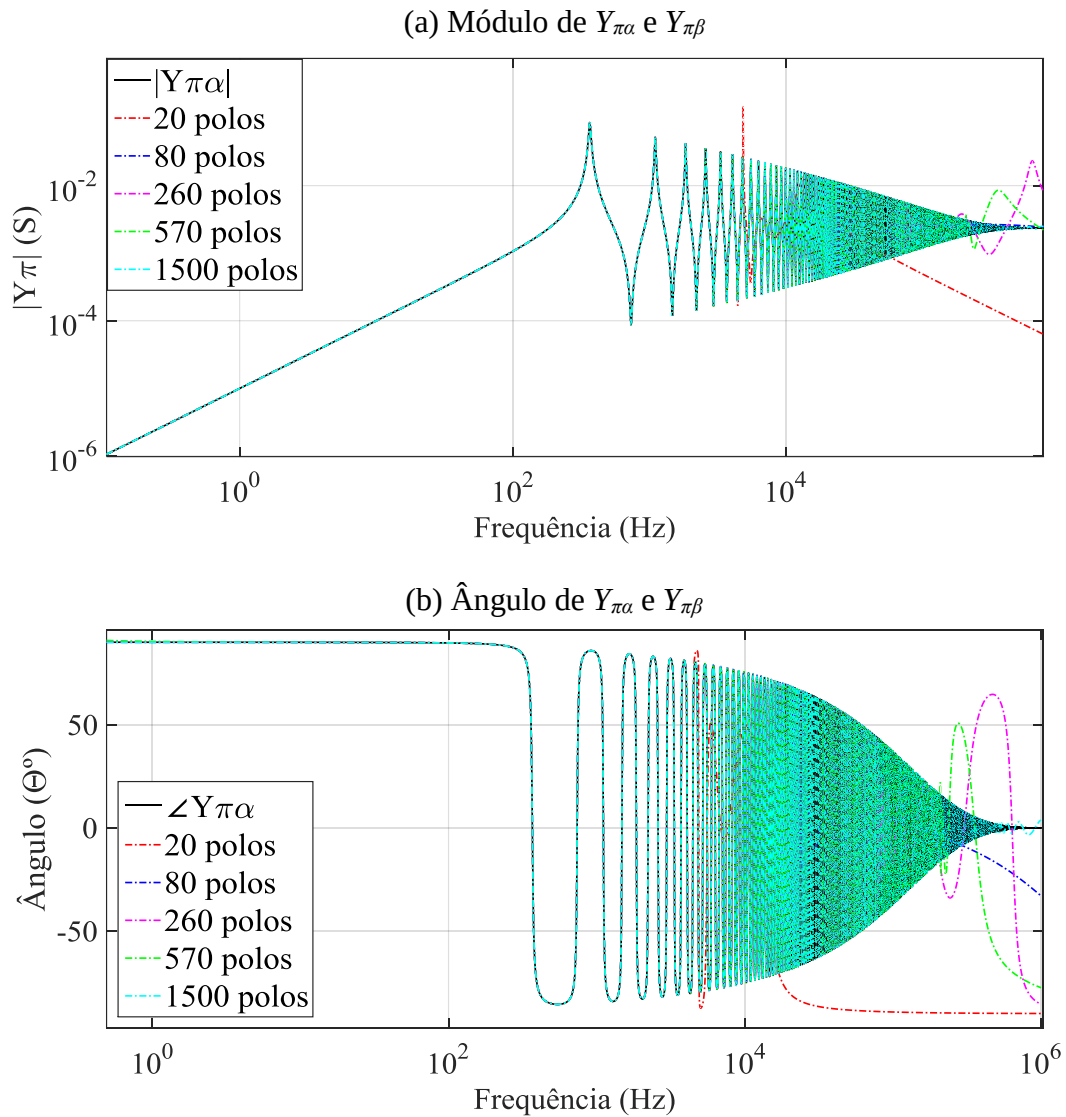
(b) Ângulo de Y_π modo z



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Assim como a admitância $Y_{z\pi}$, admitância Y_{π} apresenta praticamente o mesmo comportamento mostrado na seção 4.2, e também tem seus modos α e β com elevado número de picos de ressonância. Observa-se na Figura 48(a), que os picos de ressonância do modo α se iniciam por volta de 200 Hz e se estendem até próximo 1 MHz. Para o modo de propagação z, o número de picos de ressonâncias para a admitância $Y_{z\pi}$ também é bastante reduzido.

Figura 49 – Aproximações da admitância Y_{π} dos modos α e β .



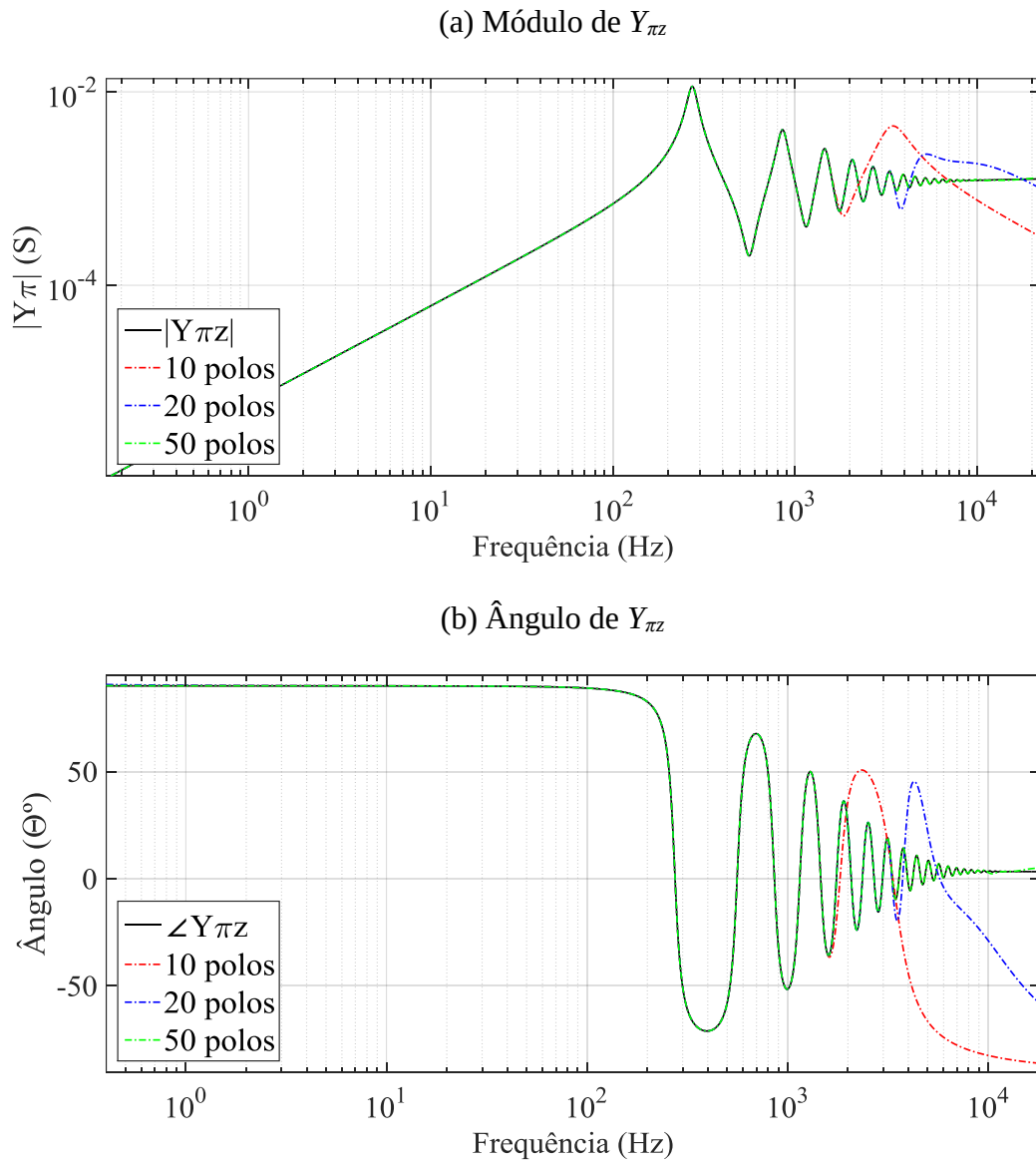
Fonte: Elaboração do próprio autor.

As frequências escolhidas para o ajuste da admitância Y_{π} foram iguais às utilizadas para o ajuste da admitância $Y_{z\pi}$ do o respectivo modo. A Figura 49 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_{π} exata para o modo α (ou modo β) e as curvas de suas funções aproximadas

com 20, 80, 260, 570 e 1500 polos/resíduos para a LT trifásica trifásica de 400 km. A curva ajustada com 1500 polos se sobrepõe ao valor de referência até o final dos picos de ressonância.

A Figura 50 mostra o módulo e o ângulo da admitância Y_π exata para o modo z e as curvas de suas funções aproximadas com 10, 20 e 50 polos/resíduos. Observa-se que as distorções após o término do ajuste foram bastante acentuadas, mas tais distorções não afetam o resultado final, como é discutido nos capítulos 4 e 5, no domínio da frequência e do tempo respectivamente.

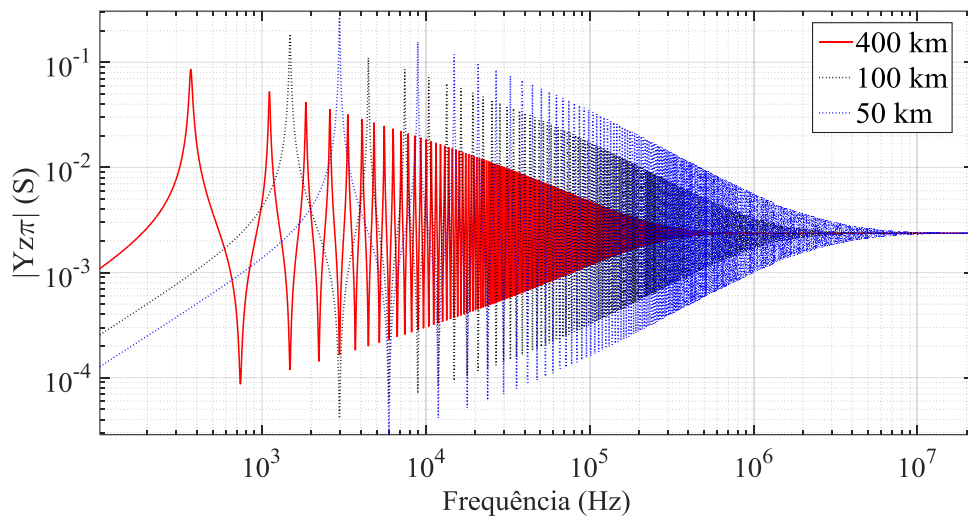
Figura 50 – Aproximações da admitância Y_π do modo z.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

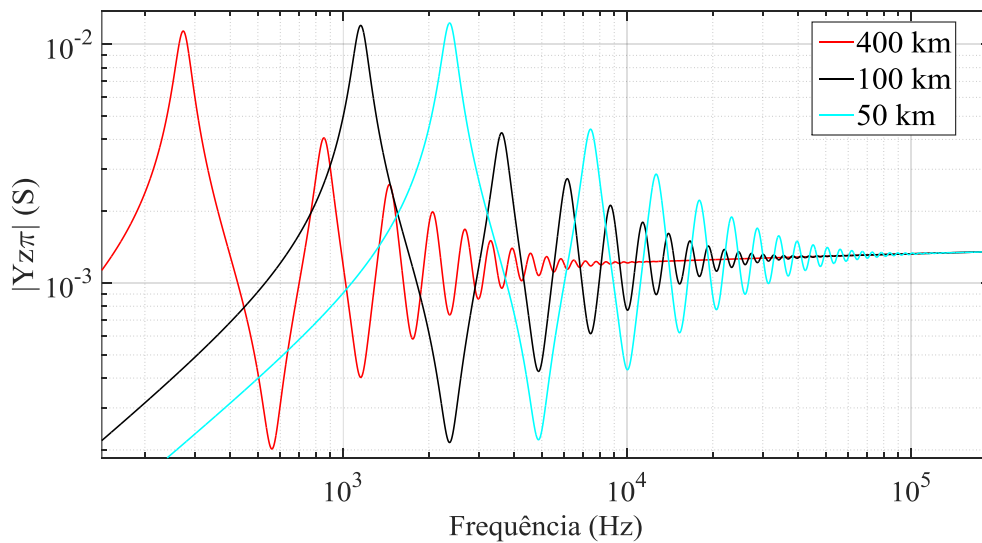
As Figura 51 e Figura 52 mostram um comparativo da região de ressonâncias dos módulos das curvas de Y_π dos modos α e z respectivamente, para três diferentes comprimentos de linha. Nota-se que também no modelo trifásico, para as admitâncias Y_π dos modos α , β e z , com a variação do comprimento da linha ocorre um deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência, porém, a quantidade de picos de ressonância não se altera. Isso indica que para a LT trifásica, a aproximação das curvas de Y_π para diferentes comprimentos de linhas, será utilizado o mesmo número de polos.

Figura 51 – Módulo de Y_π dos modos α e β para diferentes comprimentos de linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 52 – Módulo de Y_π do modo z para diferentes comprimentos de linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.5 REPRESENTAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA POR ELEMENTOS DE CIRCUITO

Nesta seção, inicialmente são apresentados os polos e resíduos utilizados para a aproximação racional dos modos de propagação β e α assim como os parâmetros dos circuito RL que sintetizam os polos reais, e dos circuitos RLC que sintetizam os pares de polos complexos correspondentes. Assim, são descritos todos os valores numéricos dos elementos de circuitos utilizados para a representação da linha trifásica por elementos de circuito.

Na Tabela 11 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$, que foi aproximada utilizando 30 polos. A função racional é formada com 12 polos reais e 09 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 11 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos.

Polos	Resíduos
-3,0512e-01	1,8347e-05
-1,0046	1,3532e-04
-2,4230	8,5819e-04
-5,3175	6,7903e-03
-1,0501e+01	9,6519e-02
-1,5399e+01	2,5637e-01
-2,7474e+01	7,0338e-02
-5,8034e+01	3,6131e-02
-1,2880e+02	3,0037e-02
-2,9958e+02	3,0294e-02
-7,3276e+02	3,1678e-02
-1,9019e+03	1,9025e-02
-1,0637e+02 ± 1,7146e+03i	-5,9917e-01 ± 7,3869e-02i
-2,1773e+02 ± 3,5198e+03i	6,3239e-01 ± 7,8707e-02i
-3,3254e+02 ± 5,3634e+03i	-6,5291e-01 ± 8,1571e-02i
-4,4933e+02 ± 7,2324e+03i	6,6794e-01 ± 8,3585e-02i
-5,6772e+02 ± 9,1204e+03i	-6,8017e-01 ± 8,5336e-02i
-6,8688e+02 ± 1,1024e+04i	6,8952e-01 ± 8,6780e-02i
-8,0759e+02 ± 1,2941e+04i	-7,0015e-01 ± 8,5814e-02i
-9,2290e+02 ± 1,4821e+04i	6,0645e-01 ± 1,2635e-01i
-3,5538e+02 ± 1,6107e+04i	-2,4843e-01 ± 7,7409e-02i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Considerando os polos/resíduos reais da Tabela 11 e utilizando as equações (48) e (49) encontra-se os valores dos elementos R e L do circuito RL mostrado na Figura 5(a). Utilizando o par de polos/resíduos complexos da Tabela 11 e a equações de (50) a (53) encontra-se os valores dos elementos R , L e C do circuito RLC mostrado na Figura 5(b). Portanto, o circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$, é composto por 12 ramos de circuitos RL e 09 ramos de circuitos RLC, conectados em paralelo. Na Tabela 12 estão os parâmetros dos ramos de circuito RL e na Tabela 13 os parâmetros dos ramos de circuito RLC.

Tabela 12 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	1,6631e+04	5,4506e+07
2	7,4241e+03	7,3898e+06
3	2,8234e+03	1,1652e+06
4	7,8310e+02	1,4727e+05
5	1,0880e+02	1,0361e+04
6	6,0065e+01	3,9006e+03
7	3,9061e+02	1,4217e+04
8	1,6062e+03	2,7677e+04
9	4,2881e+03	3,3293e+04
10	9,8891e+03	3,3010e+04
11	2,3132e+04	3,1568e+04
12	9,9965e+04	5,2562e+04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 13 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 30 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-2,6517e+02	2,3716e+04	-8,3449e+02	-4,0150e-01
2	5,1852e+02	-4,5142e+04	7,9065e+02	1,0053e-01
3	-7,6780e+02	6,6283e+04	-7,6580e+02	-4,4696e-02
4	1,0139e+03	-8,7266e+04	7,4858e+02	2,5145e-02
5	-1,2585e+03	1,0773e+05	-7,3511e+02	-1,6100e-02
6	1,5042e+03	-1,2779e+05	7,2514e+02	1,1171e-02
7	-1,7095e+03	1,5592e+05	-7,1413e+02	-8,2374e-03
8	3,3068e+03	-8,7284e+04	8,2447e+02	5,2918e-03
9	-1,0816e+04	1,2284e+05	-2,0126e+03	-1,7457e-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ que foi aproximada utilizando 20 polos são mostrados na Tabela 14. A função racional é formada com 02 polos reais e 09 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 14 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos.

Polos	Resíduos
-2,9670e+03	5,4804e-02
-1,0060e+04	8,1321e-02
-4,0160e+01 $\pm$ 2,3120e+03i	3,4469 $\pm$ 8,5882e-02i
-6,5919e+01 $\pm$ 6,9746e+03i	3,4824 $\pm$ 4,7601e-02i
-8,3238e+01 $\pm$ 1,1646e+04i	3,4923 $\pm$ 3,6542e-02i
-9,7520e+01 $\pm$ 1,6321e+04i	3,4977 $\pm$ 3,0816e-02i
-1,1001e+02 $\pm$ 2,0997e+04i	3,5012 $\pm$ 2,7184e-02i
-1,2126e+02 $\pm$ 2,5676e+04i	3,5044 $\pm$ 2,4419e-02i
-3,0417e+01 $\pm$ 3,0758e+04i	4,7791 $\pm$ 4,4713e-02i
-3,8406e+03 $\pm$ 4,0631e+04i	9,3555 $\pm$ 6,5357i
-8,7048e+03 $\pm$ 8,6574e+04i	1,1843e+02 $\pm$ 2,1740e-01i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O mesmo procedimento utilizado para sintetizar a admitância $Y_{z\pi}$ é agora aplicado para sintetizar a admitância Y_{π} . Dessa forma, o circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$, é composto por 02 ramos de circuitos RL e 09 ramos de circuitos RLC, dispostos em paralelo. Na Tabela 15 estão os parâmetros dos ramos de circuito RL e na Tabela 16 os parâmetros dos ramos de circuito RLC.

Tabela 15 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	5,4137e+04	1,8247e+04
2	1,2371e+05	1,2297e+04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O Apêndice B apresenta os polos, resíduos e os parâmetros dos circuitos RL e RLC que sintetizam as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ e $Y_{z\pi\beta}$ com 100 e 400 polos e para a admitância $Y_{z\pi z}$ com 60 polos. No mesmo apêndice, são apresentados os polos, resíduos e os parâmetros dos circuitos também para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ e $Y_{\pi\beta}$ com 80 e 260 polos e para a admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.

Tabela 16 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 20 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	1,4182e+01	-4,4473e+04	1,4506e+02	1,2889e+00
2	2,3153e+01	-2,3747e+05	1,4358e+02	1,4315e-01
3	2,9364e+01	-5,0287e+05	1,4317e+02	5,1493e-02
4	3,4496e+01	-8,2294e+05	1,4295e+02	2,6261e-02
5	3,8992e+01	-1,1875e+06	1,4281e+02	1,5882e-02
6	4,2827e+01	-1,6317e+06	1,4268e+02	1,0631e-02
7	-2,6925e+01	3,1110e+05	1,0462e+02	1,0102e-02
8	1,7223e+03	-5,3492e+03	5,3445e+01	7,6167e-03
9	3,6080e+01	3,5700e+03	4,2219e+00	3,1602e-02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.6 SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS RESULTANTES DA ENERGIZAÇÃO DA LINHA

Para as simulações de transitórios resultantes da energização, no domínio do tempo, implementou-se a LT trifásica formada por elementos de circuito, e seus resultados de simulação foram obtidos com o programa ATP/ATPDraw. Utilizando os elementos de circuito calculados na seção 6.5 para a LT trifásica de 400 km, foram formados os circuitos π equivalente para cada modo, sintetizados com a quantidade de polos de acordo com a Tabela 17. Tais circuitos foram implementados no ATP/ATPDraw utilizando o componente LIB conforme a Figura 25. A escolha do número de polos das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} seguiram os critérios de ajustes descritos na seção 6.6, na qual a frequência máxima de ajuste da admitância Y_{π} deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$.

Tabela 17 – Número de Polos para os ajustes das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} nos modos de propagação.

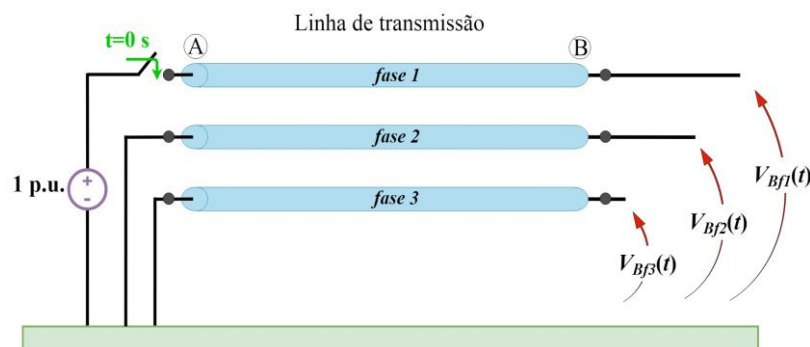
<i>Ajuste</i>	<i>Polos/resíduos</i>			
	modos α e β		modo z	
	$Y_{z\pi}$	Y_{π}	$Y_{z\pi}$	Y_{π}
1	30	20	60	50
2	100	80	60	50
3	400	260	60	50
4	1200	570	60	50

Fonte: Elaboração do próprio autor.

As simulações de transitórios são resultantes da energização, e são obtidas utilizando uma fonte de tensão contínua de 1 p.u. de magnitude (quando a chave é fechada em $t = 0$ s), no terminal emissor da LT, apenas na fase 1 e as outras fases 2 e 3 estão em curto-circuito. O terminal receptor da linha permanece em circuito aberto conforme mostra a Figura 53. A Figura 54 mostra a nomenclatura utilizada para definir as tensões e correntes em cada modo de propagação. Os valores usados como referência para comparar com os resultados do novo modelo, foram calculados com a transformada numérica de Laplace (NLT).

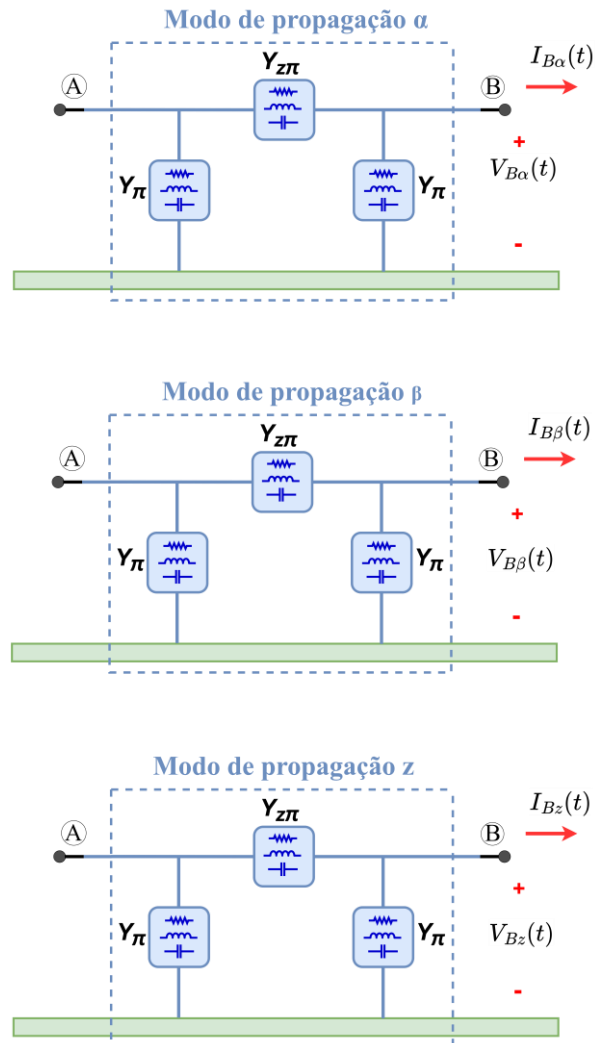
Para obtenção dos resultados de simulação dessa e da próxima seção, utiliza-se o mesmo notebook com processador *intel*® i7-3630QM com 4GB de memória RAM, considerando sempre um passo de cálculo de $\Delta t = 0,1 \mu s$. Apesar da enorme quantidade de elementos de circuito, o tempo de simulação para o ajuste 3 (400 polos) foi em torno de 1 minuto, e para o ajuste 4 com 1200 polos para $Y_{z\pi}$ foi em torno 3 minutos. Os ajustes 1 e 2 levaram em torno de 20 segundos e 45 segundos respectivamente

Figura 53 – LT trifásica com fonte de tensão constante e terminal receptor em circuito aberto.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

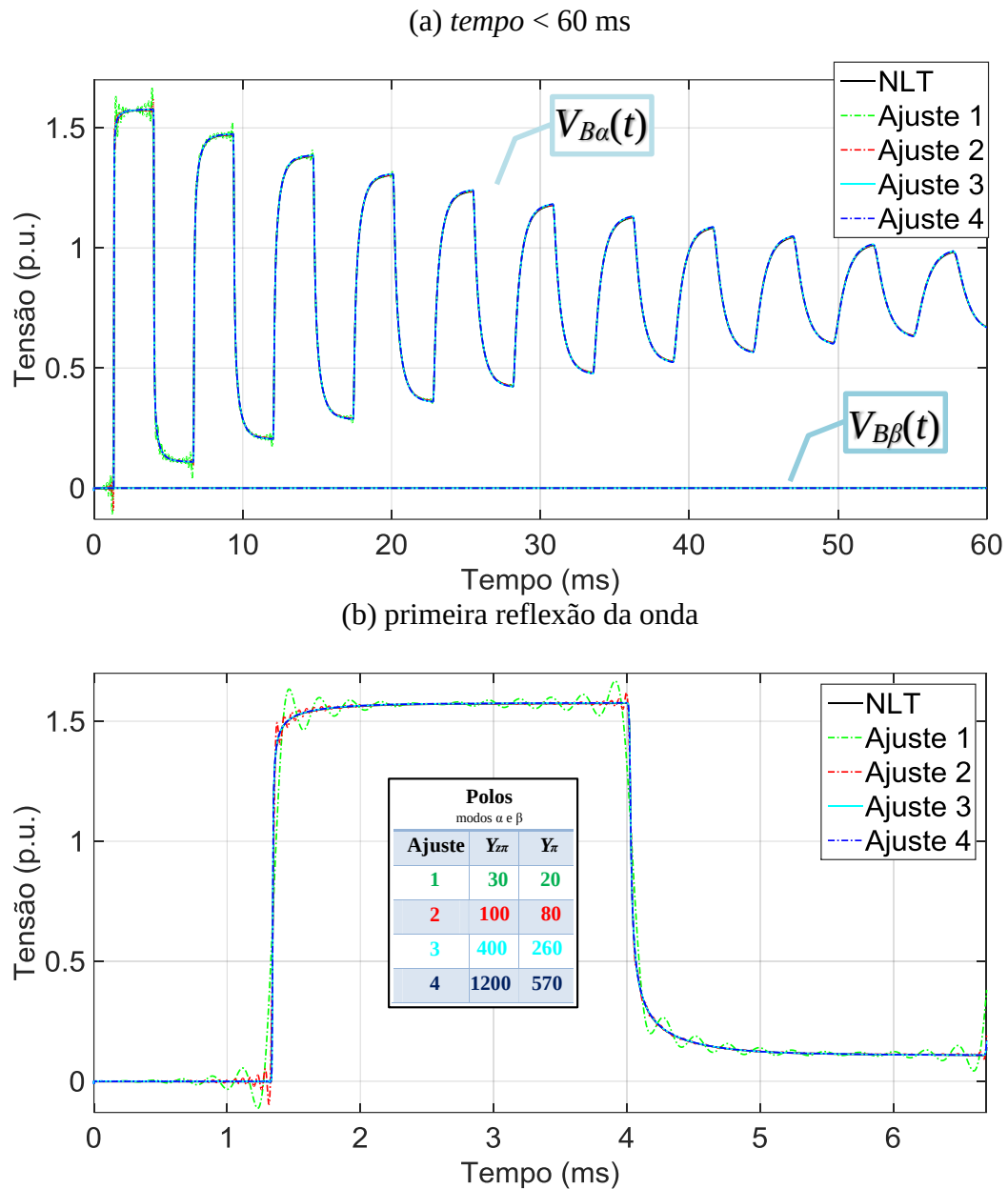
Figura 54 – Modos de propagação da LT trifásica



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para o modelo proposto, a análise das tensões nos modos de propagação, é importante para investigar o resultado final, pois é no domínio modal que o modelo é desenvolvido. A Figura 55 mostra, no domínio do tempo, as tensões no terminal receptor no modo α , $V_{B\alpha}(t)$, e no modo β , $V_{B\beta}(t)$. Para os dois modos, a tensão de referência é calculada com a NLT e comparada com a tensão correspondente obtida com a simulação do novo modelo no ATP/ATPDraw. Nota-se que as tensões modo β no domínio do tempo, $V_{B\beta}(t)$, são nulas.

Figura 55 – Tensões no terminal receptor no modo α , $V_{B\alpha}(t)$, e no modo β , $V_{B\beta}(t)$.



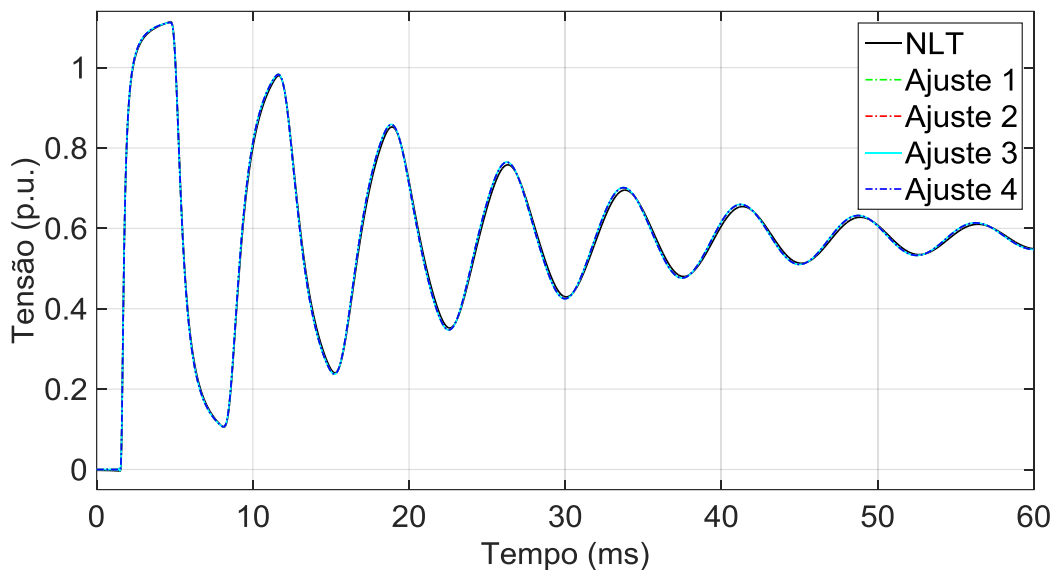
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se na Figura 55 que, apesar da grande diferença no número de polos usados entre os ajustes 1 e 4, a desigualdade entre estas duas tensões no modo α não foram tão grandes.

A Figura 56 mostra a tensão no terminal receptor no modo z no domínio do tempo, $V_{Bz}(t)$, e as tensões obtida com a simulação do novo modelo no ATP/ATPDraw. Como pode ser conferido na Tabela 17, todos os ajustes têm o mesmo número de polos e por isso tiveram resultados iguais. Foram utilizados os mesmo número de polos, pois com poucos polos, o

ajustes já atingiram um excelente resultado durante o período transitório. Por conta disso, essa estratégia foi seguida, para analisar somente a influência dos modos α e β nos resultados da tensão no domínio das fases, isso porque a quantidade de polos utilizada nesses modos de propagação foram bem maiores.

Figura 56 – Tensão no terminal receptor no modo z, $V_{Bz}(t)$.

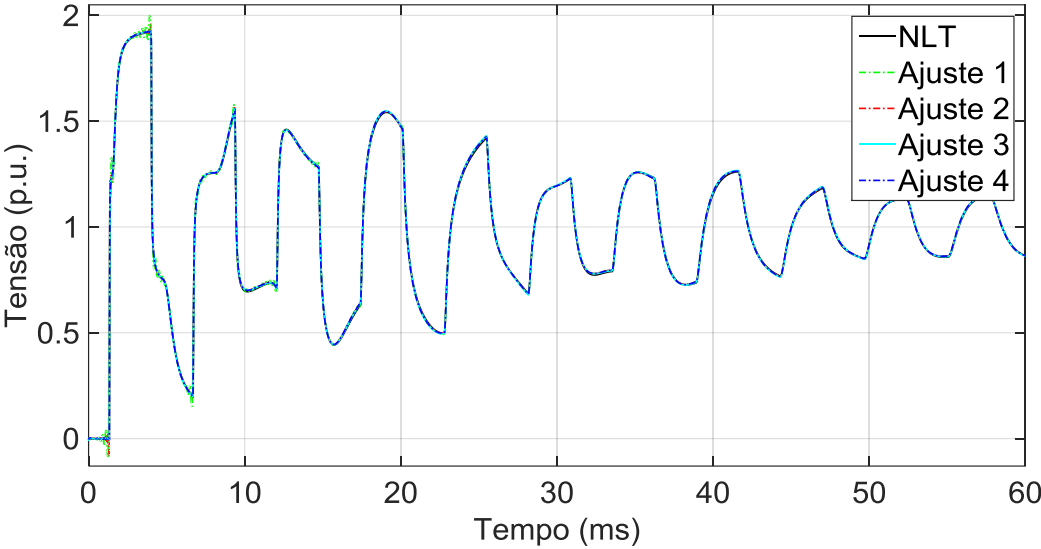


Fonte: Elaboração do próprio autor.

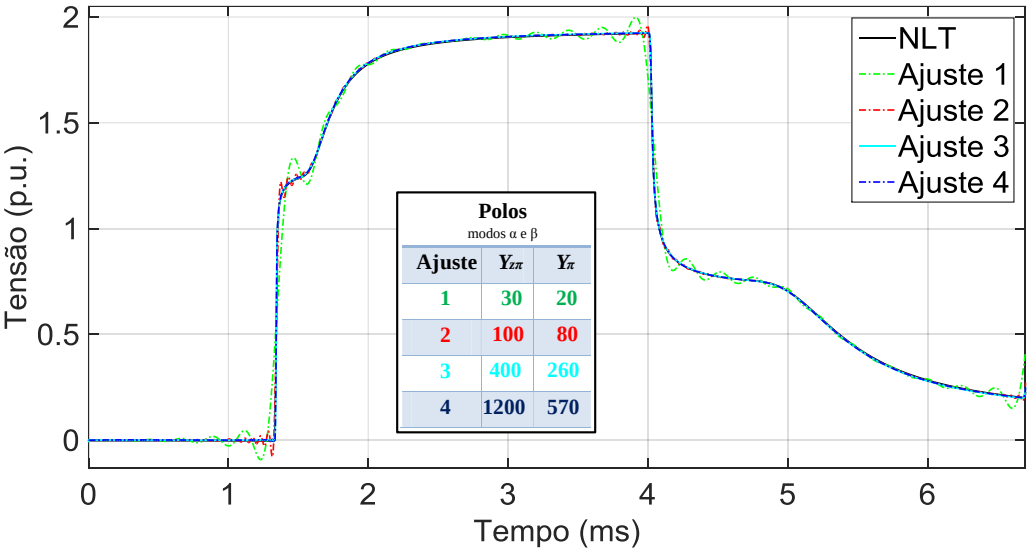
A Figura 57 e a Figura 58, mostram a tensão no terminal receptor no domínio das fases. A partir da análise das curvas das Figura 57 e Figura 58, é possível notar que, para o ajuste 1, as distorções no domínio das fases não foram tão severas, apesar da pequena quantidade de polos, quando comparado com o ajuste 4. O Ajuste 3 já apresenta um excelente resultado para resposta em baixas frequências. Observa-se que as tensões $V_{Bf1}(t)$ e $V_{Bf2}(t)$, não possuem distorções no ajuste 4, e principalmente no ajuste 3 que não foi ajustado até o final dos picos de ressonância para a admitância $Y_{z\pi}$. Nota-se que, a curva obtida com o ajuste 3 é idêntica à curva obtida com o ajuste 4 e a curva utilizada como referência.

Figura 57 – Tensão no terminal receptor na fase 1, $V_{Bf1}(t)$.

(a) $\text{tempo} < 60 \text{ ms}$

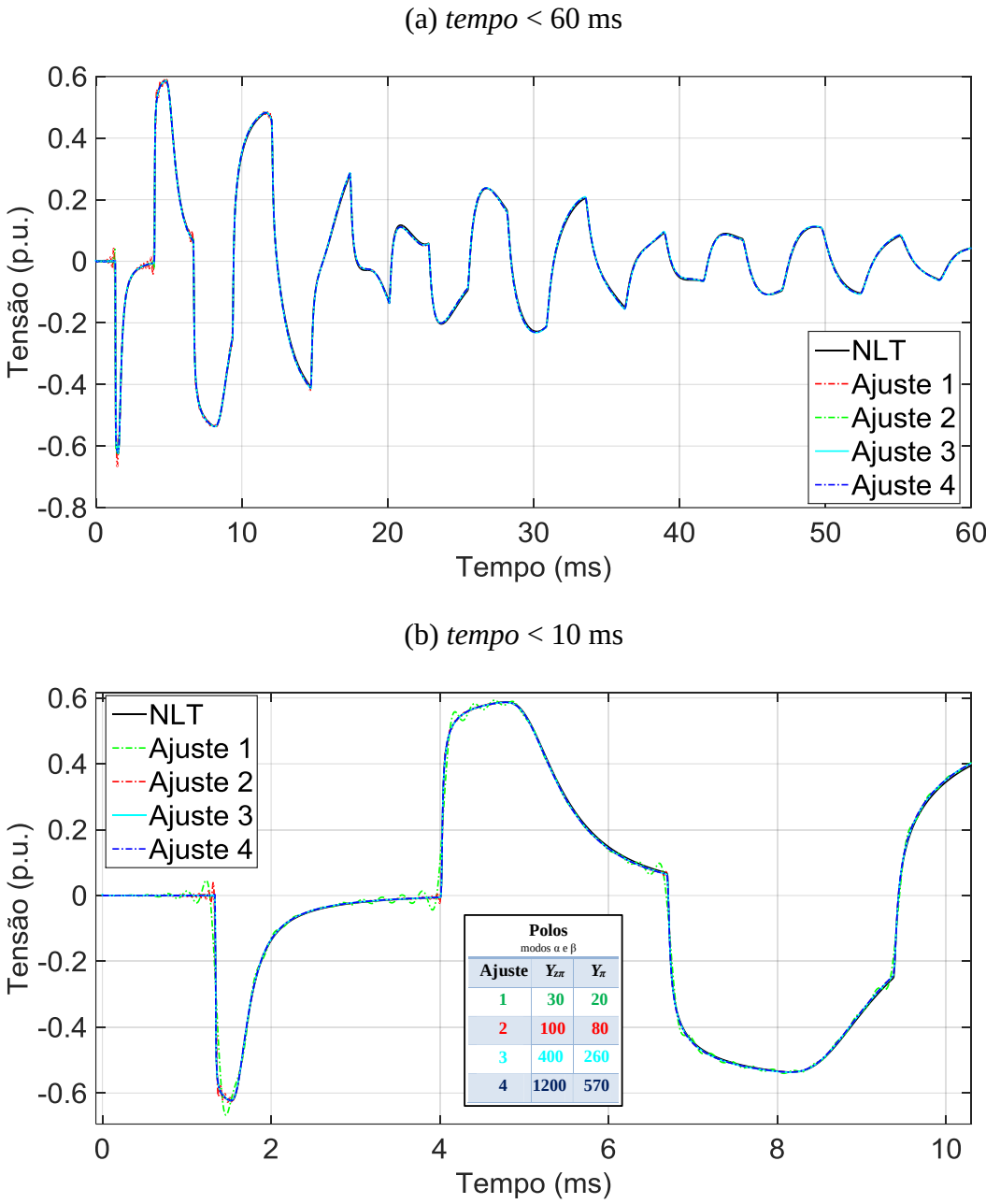


(b) $\text{tempo} < 7 \text{ ms}$



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 58 – Tensão no terminal receptor na fase 2, $V_{B\beta 2}(t)$, e fase 3, $V_{B\beta 3}(t)$.

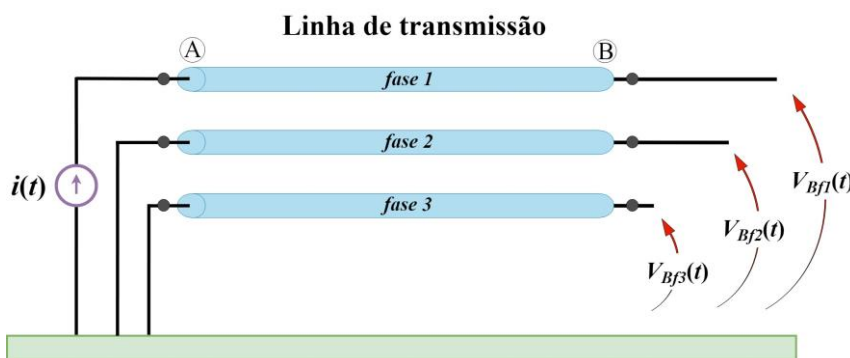


Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.7 SIMULAÇÕES DE TRANSITÓRIOS RESULTANTES DA INCIDÊNCIA DE DESCARGA ATMOSFÉRICA.

Para as simulações de transitórios resultantes da incidência de descarga atmosférica, no domínio do tempo, implementou-se a LT trifásica formada por elementos de circuito, e seus resultados foram obtidos com o programa ATP/ATPDraw. Assim como na seção 6.6, para a LT trifásica de 400 km, são formados, para cada modo de propagação, os circuitos π equivalente sintetizados com a quantidade de polos de acordo com a Tabela 17. A LT é então submetida a uma descarga atmosférica aplicada em seu terminal emissor, apenas na fase 1 e as outras fases 2 e 3 estão em curto-circuito, e o terminal receptor é mantido em circuito aberto, como mostra a Figura 59. A descarga é modelada conforme a seção 5.2, com uma fonte de corrente impulsiva de magnitude 1 kA e forma de onda 1,2/50 μ s (função exponencial dupla).

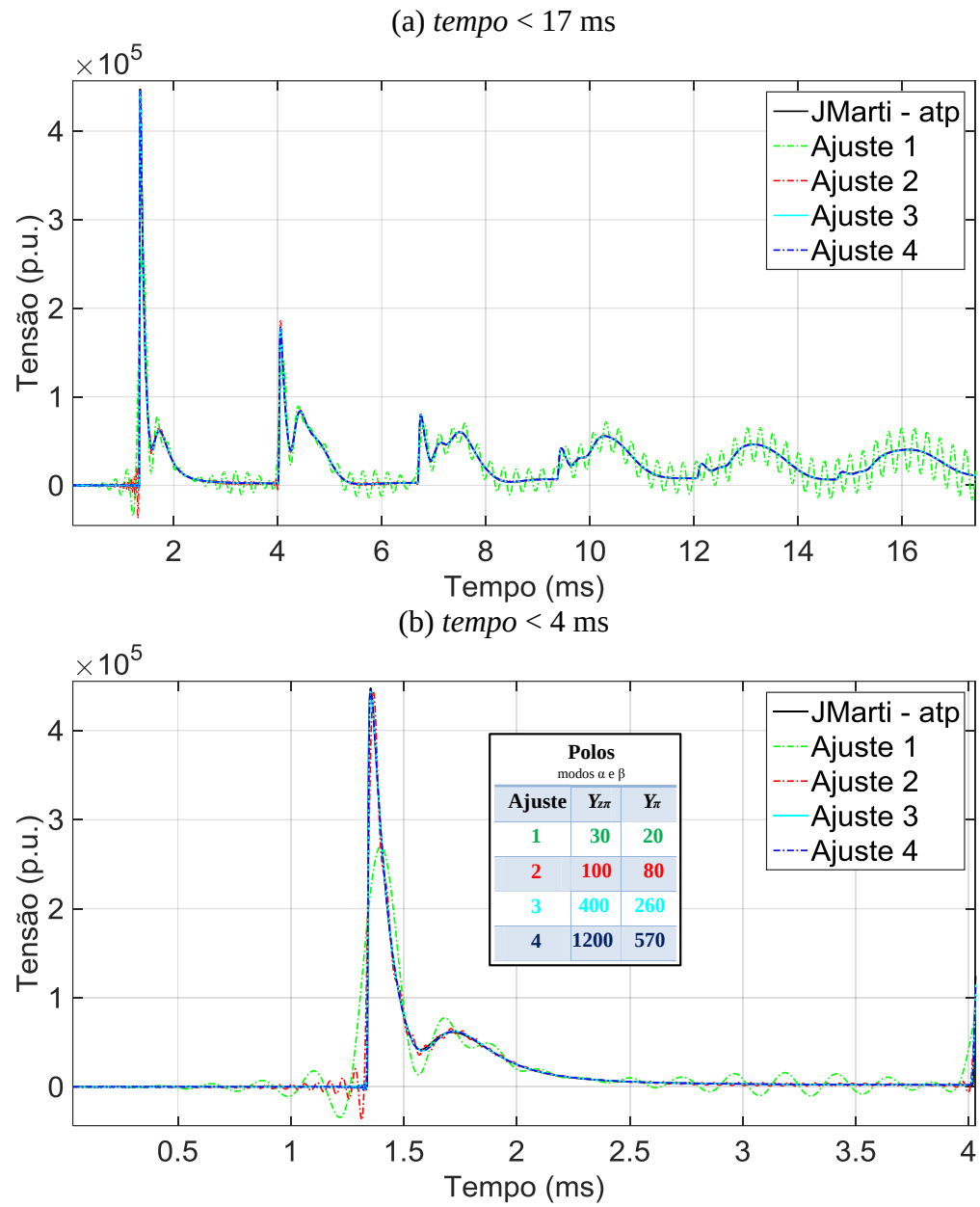
Figura 59 – LT trifásica com incidência de descarga atmosférica no terminal emissor.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

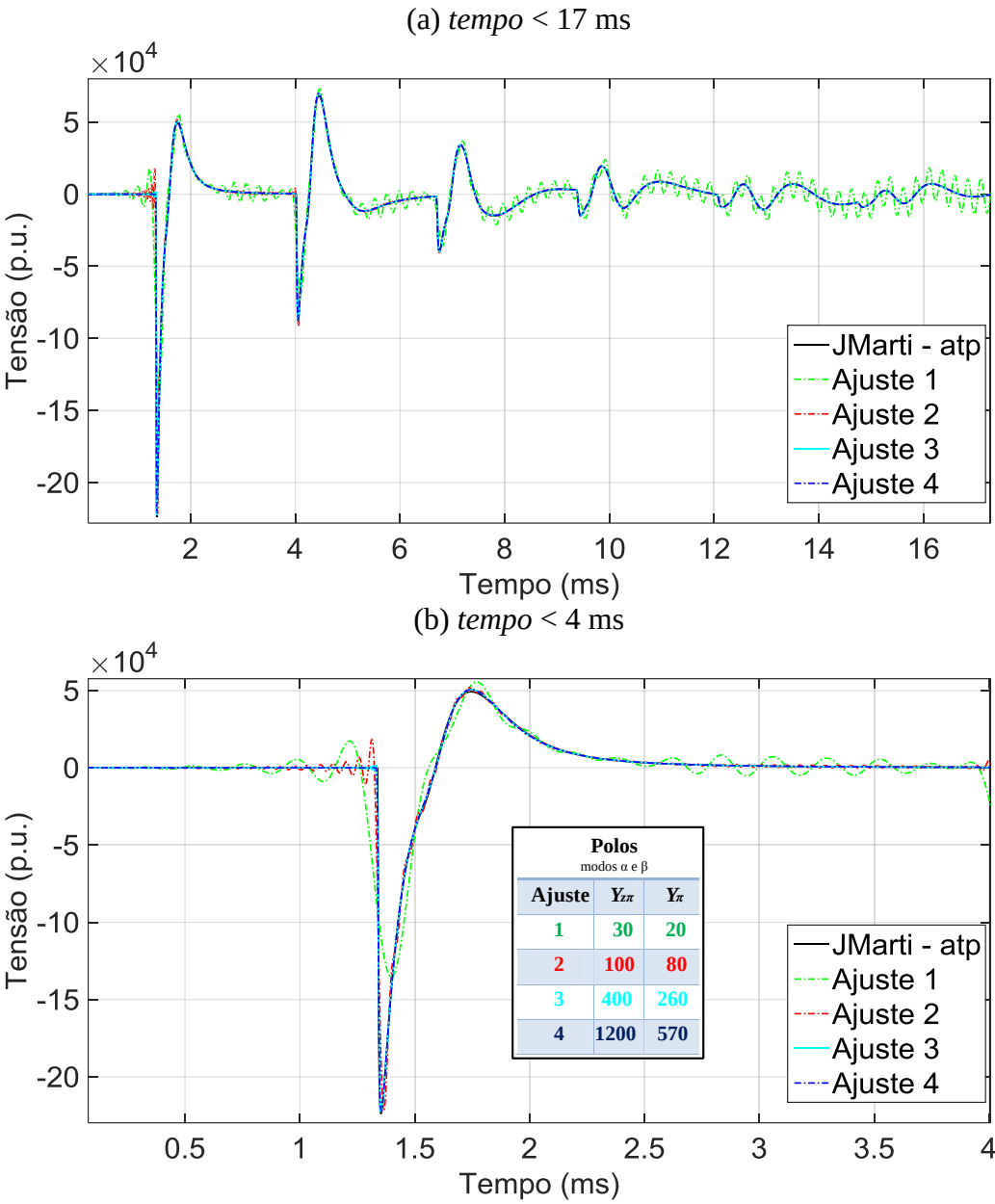
A Figura 60 e a Figura 61, mostram a tensão no terminal receptor no domínio das fases. Para todos os resultados de simulação, o modelo de referência escolhido foi o de JMarti, disponível no programa ATP/ATPDraw. A curva do ajuste 1 apresenta o comportamento do modelo que utiliza poucos polos, e por consequência, uma resposta bastante distorcida. A diferença entre os outros ajustes é mais fácil de se notar nas Figura 60(b) e Figura 61(b). Mesmo com uma quantidade bem menor de polos, a curva do ajuste 2 tem um resultado bastante satisfatório. As curvas dos ajustes 3 e 4 se sobrepõem ao valor de referência. Isso indica que com a quantidade de polos utilizada no ajuste 3 já é possível obter uma ótima resposta em alta frequência para a LT trifásica do modelo proposto.

Figura 60 – Tensão no terminal receptor na fase 1, $V_{Bf1}(t)$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 61 – Tensão no terminal receptor na fase 2, $V_{B\beta 2}(t)$, e fase 3, $V_{B\beta 3}(t)$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.9 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo, o modelo proposto foi utilizado para representar linhas trifásicas idealmente transpostas. Para tanto, a LT foi transformada para o domínio modal, e então, para cada modo de propagação foi gerado um circuito elétrico, utilizando o modelo proposto.

Os parâmetros longitudinais da LT, foram calculados considerando os efeitos do solo e pelicular. Devido às características da linha, os modo α e modo β foram idênticos entre si. Observou-se que para os três modos de propagação, tanto a admitância $Y_{z\pi}$ como a admitância Y_{π} , apresentaram praticamente o mesmo comportamento para linhas monofásicas. A principal diferença ocorreu com os modos α e β , que apresentaram um número elevado de picos de ressonância quando comparados ao modelo monofásico, diferente do modo z que manteve praticamente o mesmo número de polos. Com a variação do comprimento da linha, em todos os modos de propagação do modelo trifásico, a quantidade de polos utilizada não se alterou.

As simulações no domínio do tempo, novamente foram todas realizadas no programa ATP/ATPDraw, e a transformação das tensões e correntes do domínio das fases para os modos, e vice-versa, para o modelo proposto foi realizada com o uso de transformadores ideais. Para simulações em baixa frequência, energizou-se a linha com uma fonte de tensão contínua apenas na fase 1 e as outras fases 2 e 3 foram mantidas em curto-circuito. Assim, analisaram-se os resultados, para a linha com terminal receptor em circuito aberto, e os resultados de tensão do novo modelo foram comparados com os valores do modelo obtido utilizando o método numérico da transformada inversa de Laplace.

Para a análise em alta frequência, considerando o terminal receptor em circuito aberto, utilizou-se no terminal emissor da LT, uma fonte de corrente com a função do tipo dupla exponencial, simulando nesse terminal uma descarga atmosférica somente na fase 1 e as outras fases 2 e 3 foram mantidas em curto-circuito. Nessa simulação o modelo de referência utilizado foi o de JMarti, disponível no ATP/ATPDraw.

A partir dos resultados de simulação, pôde-se observar que em baixas frequências, o ajuste 2 já proporcionou uma ótima resposta, mesmo utilizando menos polos. Apesar da quantidade excessiva de polos, para a aproximação racional das admitâncias dos modos α e β , não foi necessário ajustar a admitância $Y_{z\pi}$ até o final de seus picos de ressonância para conseguir melhor resultado no domínio do tempo. Tanto para simulação resultante da

energização quanto para a descarga atmosférica, os resultados obtidos com os ajustes 3 e 4 foram iguais entre si, mas também idênticos ao modelo de referência, com um tempo em média 3 minutos para realizar a simulação no ATP/ATPDraw. Isso indica um ótimo resultado utilizando o ajuste 3, viabilizando o uso do novo modelo também para linhas trifásicas.

7. CONCLUSÕES

7.1 CONCLUSÕES GERAIS

Esse trabalho apresenta um novo modelo para representação de linhas de transmissão diretamente no domínio do tempo. A proposta constitui da síntese do circuito π equivalente exato por elementos de circuito. O modelo, é obtido a partir das equações hiperbólicas da linha, que além de considerar os parâmetros distribuídos da LT, permite levar em conta o efeito da frequência sobre os condutores. O processo de síntese, utiliza a técnica do *Vector Fitting* para obtenção dos polos e zeros da função racional que aproxima as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} do respectivo circuito π equivalente exato.

Para o desenvolvimento e implementação do modelo, foi investigado uma LT monofásica de 100 km. Baseado nos parâmetros dessa linha, foram obtidas as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} do circuito π equivalente exato e suas respectivas aproximações racionais, para diferentes casos. A partir da curva da admitância $Y_{z\pi}$ nota-se que sua impedância recíproca tem um comportamento resistivo e indutivo para baixas frequências, concordando com o comportamento da impedância longitudinal da linha. A curva da admitância Y_{π} apresentou um comportamento puramente capacitivo, sendo sua condutância nula para baixas frequências, o que se assemelha à característica da admitância transversal da linha. Essas características representam um comportamento típico do modelo π nominal da LT de comprimento curto ou médio.

Para altas frequências, ambas as admitâncias possuem uma característica oscilatória entre um comportamento indutivo ou capacitivo. Observou-se a partir dos gráficos de módulo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} que a quantidade picos de ressonância aumentam proporcionalmente, à medida que se aumenta a faixa de frequência a ser ajustada. Essa característica exigiu um maior número de polos para ajustar as curvas das admitâncias até frequências mais altas. Entretanto, comparando-se os valores das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} exatas, com suas respectivas aproximações, observa-se que as curvas se sobrepõe durante toda faixa de frequência de ajuste definida. Portanto, a síntese das admitâncias para frequências maiores é viabilizada, desde que seja utilizado um maior número de polos, e para esse aumento não houve restrição alguma.

Ao analisar o comportamento do modelo com a variação do comprimento da linha, concluiu-se que, a quantidade de polos utilizada não se altera com esta variação. Isso se deve ao fato que, variando o comprimento da LT, a quantidade de picos de ressonância do módulo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} praticamente não se alteram, sendo então, a principal mudança nas curvas das admitâncias, o deslocamento da região dos picos de ressonância ao longo do espectro de frequência.

Ainda no domínio da frequência, investigou-se a resposta do modelo para um ajuste simultâneo das admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} , considerando um impulso unitário aplicado no terminal emissor do circuito π equivalente. Averiguou-se que quando o terminal receptor é colocado em curto-circuito, a admitância Y_{π} não interfere na resposta do modelo. Porém, com terminal receptor em circuito aberto demonstrou-se que a frequência máxima de ajuste da admitância Y_{π} deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$.

Para a validação do modelo, foram analisadas suas respostas transitórias quando, submetido à energização, e também a uma descarga atmosférica. Os resultados, no domínio do tempo comprovam que, para se obter as melhores respostas, a admitância $Y_{z\pi}$ deve ser ajustada até a frequência em que terminam os picos de ressonância, e a frequência máxima de ajuste da admitância Y_{π} deve ser a mesma definida para o ajuste de $Y_{z\pi}$. A partir dos resultados de simulação, observou-se que mesmo utilizando um menor número de polos, durante o período transitório seu comportamento foi bastante satisfatório. Com a quantidade adequada de polos, alcançou-se os melhores resultados, com excelente desempenho para todas simulações transitórias frente aos diferentes tipos de distúrbios, viabilizando a utilização do modelo.

Uma comparação do modelo proposto com o modelo de JMarti, realizada com uma fonte de tensão senoidal no emissor e uma carga não linear conectada em seu terminal receptor, permitiu concluir que, mesmo com poucos polos, o modelo proposto apresenta resultado idêntico ao de JMarti em regime permanente. Com o modelo proposto ajustado com a quantidade adequada de polos, em período transitório, tanto para energização quanto para descarga atmosférica, o novo modelo apresentou respostas semelhantes ao de JMarti.

Na representação de linhas trifásicas idealmente transposta, o modelo proposto foi implementado no domínio dos modos. Nesse caso, para os três modos de propagação, as admitâncias apresentaram comportamento idêntico ao de linhas monofásicas. A principal diferença ocorreu com os modos α e β , que apresentaram um número elevado de picos de

ressonância quando comparados ao modelo monofásico, diferente do modo z que manteve praticamente o mesmo número de polos. Com a variação do comprimento da linha, em todos os modos de propagação do modelo trifásico, a quantidade de polos utilizada também não se alterou.

As simulações no domínio do tempo, novamente foram todas realizadas no programa ATP/ATPDraw, para linhas com terminal receptor em circuito aberto e os resultados foram obtidos tanto para energização quanto para descarga atmosférica. Concluiu-se que, apesar da quantidade excessiva de polos para a aproximação racional das admitâncias dos modos α e β , não foi necessário ajustar a admitância $Y_{z\pi}$ até o final de seus picos de ressonância para conseguir melhor resultado no domínio do tempo. Além disso, a excelente resposta transitória, também viabilizou o uso do modelo para linhas trifásicas.

Para se obter resultados do novo modelo, semelhante aos valores de referência, foi necessário o emprego de um maior número de polos, o que resultou no uso de uma quantidade maior de elementos de circuito (RLC) para construir o circuito π equivalente exato no domínio do tempo. Entretanto, a quantidade de elementos de circuito se torna indiferente ao se implementar o novo modelo em programas de simulações de circuitos, uma vez que os recursos computacionais disponíveis facilitam bastante a manipulação dos parâmetros dos elementos de circuito. Além disso, utilizando o programa ATP/ATPDraw, as simulações foram realizadas de forma praticamente instantâneas.

Em resumo, a nova modelagem agrega os benefícios do circuito π equivalente exato, visto que considera os parâmetros distribuídos e dependentes da frequência. A principal vantagem dessa abordagem é possibilitar a simulação de transitórios eletromagnéticos diretamente no domínio do tempo, dispensando o cálculo prévio do tempo de propagação τ e sobretudo o uso de convoluções ou transformadas inversas de Laplace ou Fourier.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como propostas para continuação deste trabalho, propõe-se:

- A investigação do novo modelo em linhas mais curtas. Como pôde-se observar, para linhas de comprimento menor que 50 km, com a diminuição do comprimento da LT o

número de picos de ressonâncias cresce de maneira abrupta, o que deve exigir e uma grande quantidade de polos. Desse modo, sugere-se avaliar o comportamento do modelo e explorar a possibilidade de utiliza-lo nestas condições.

- Otimizar o ajuste simultâneo das admitâncias de $Y_{z\pi}$ e Y_{π} , através de um estudo mais aprofundado das frequências máximas de ajuste das admitâncias, com objetivo de reduzir o número de polos/resíduos e consequentemente o número de elementos de circuitos utilizados no modelo. Como foi observado na seção 4.4, o ajuste simultâneo foi feito de maneira empírica, o que sugere a possibilidade de existência de outros critérios de ajuste, como por exemplo através de um tratamento analítico, ou outra proposta que defina mais claramente a influência que cada admitância exerce na resposta do modelo como um todo.
- Implementação e investigação da resposta do modelo trifásico para linhas sem transposição, considerando uma única matriz transformação modal composta somente por números reais (assim como é utilizada no JMarti do ATP/ATPDraw) de maneira que esta matriz possa ser representada por transformadores ideais.
- Considerar no cálculo da admitância transversal, a condutância e a variação da capacitância, e nos parâmetros longitudinais a variação da resistência do solo com a frequência a fim de investigar a influência desses parâmetros no modelo proposto em transitórios eletromagnéticos;

8. REFERÊNCIAS

- AMETANI, A. A general formulation of impedance and admittance of cables. **IEEE transactions on power apparatus and systems**, Piscataway, n. 3, p. 902-910, 1980.
- AMETANI, A.; NAGAOKA, N.; BABA, Y.; OHNO, T. *et al.* **Power system transients: theory and applications**. [S. l.]: CRC Press, 2016. 1315366797.
- AMETANI, A.; OHNO, T.; NAGAOKA, N. **Cable system transients: theory, modeling and simulation**. [S. l.]: Wiley & Sons, 2015.
- ANTONINI, G. SPICE equivalent circuits of frequency-domain responses. **IEEE transactions on electromagnetic compatibility**, Piscataway, v. 45, n. 3, p. 502-512, 2003.
- ARAUJO, A.; SILVA, R.; KUOKAWA, S. Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions. *In: IEEE/PES TRANSMISSION & DISTRIBUTION CONFERENCE & EXPOSITION, 2014, [s. l.]. Proceedings [...]* [S. l.: s. n.], 2014. p. 1-5.
- ARAÚJO, A. R.; KUOKAWA, S.; SHINODA, A. A.; COSTA, E. C. Mitigation of erroneous oscillations in electromagnetic transient simulations using analogue filter theory. **IET Science, Measurement & Technology**, Stevenage, v. 11, n. 1, p. 41-48, 2017.
- BAZELYAN, E. M.; RAIZER, Y. P. **Lightning physics and lightning protection**. [S. l.]: CRC Press, 2000.
- BAÑUELOS-CABRAL, E.; GUTIÉRREZ-ROBLES, J.; GARCÍA-SÁNCHEZ, J.; SOTELO-CASTAÑÓN, J. *et al.* Accuracy enhancement of the JMarti model by using real poles through vector fitting. **Electrical Engineering**, Piscataway, v. 101, n. 2, p. 635-646, 2019.
- BAÑUELOS-CABRAL, E. S.; GUTIÉRREZ-ROBLES, J. A.; GUSTAVSEN, B. Rational fitting techniques for the modeling of electric power components and systems using MATLAB environment. *In: Rational Fitting Techniques for the Modeling of Electric Power Components and Systems Using MATLAB Environment*: IntechOpen, 2017.
- BILAL, G.; GOMEZ, P.; SALCEDO, R.; VILLANUEVA-RAMIREZ, J. M. Electromagnetic transient studies of large distribution systems using frequency domain modeling methods and network reduction techniques. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 110, p. 11-20, 2019.

- BODE, H. W. **Network analysis and feedback amplifier design**. [S. l.: s. n.], 1945.
- BUDNER, A. Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, n. 1, p. 88-97, 1970.
- CABALLERO, P. T.; COSTA, E. C. M.; KUROKAWA, S. Modal decoupling of overhead transmission lines using real and constant matrices: Influence of the line length. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 92, p. 202-211, 2017.
- CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **The Bell System Technical Journal**, Piscataway, v. 5, n. 4, p. 539-554, 1926.
- CHRYSOCHOS, A. I.; TSOLARIDIS, G. P.; PAPADOPOULOS, T. A.; PAPAGIANNIS, G. K. **Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling**. [S. l.: s. n.], 2015.
- CLARKE, E. **Circuit Analysis of A-C Power Systems**: Graph. Darst. London: Wiley, 1950.
- COLQUI, J. S.; DE ARAÚJO, A. R.; KUROKAWA, S. Improving the performance of a lumped transmission line model used in electromagnetic transient analysis. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 13, n. 21, p. 4942-4951, 2019.
- COLQUI, J. S.; DE ARAÚJO, A. R.; KUROKAWA, S.; FILHO, J. P. Optimization of Lumped Parameter Models to Mitigate Numerical Oscillations in the Transient Responses of Short Transmission Lines. **Energies**, Basel, v. 14, n. 20, p. 6534, 2021.
- COLQUI, J. S.; TIMANÁ, L. C.; CABALLERO, P. T.; KUROKAWA, S. *et al.* A modified implementation of the Folded Line Equivalent transmission line model in the Alternative Transient Program. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 211, p. 108185, 2022.
- COLQUI, J. S. L.; ERASO, L. C. T.; CABALLERO, P. T.; PISSOLATO FILHO, J. *et al.* Implementation of Modal Domain Transmission Line Models in the ATP Software. **IEEE Access**, Piscataway, v. 10, p. 15924-15934, 2022.
- COSTA, E.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; PRADO, A. Efficient procedure to evaluate electromagnetic transients on three-phase transmission lines. **IET generation, transmission & distribution**, Stevenage, v. 4, n. 9, p. 1069-1081, 2010.
- DAY, S. J.; MULLINEUX, N.; REED, J. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms: Part I: Gibbs phenomena and Fourier integrals. **International Journal of Electrical Engineering Education**, London, v. 3, n. 4, p. 501-506, 1965.

DE SEIXAS, C. M.; KUROKAWA, S. Using circuit elements to represent the distributed parameters of a grounding system under lightning strokes. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 172, p. 213-220, 2019.

DE SIQUEIRA, J. C. G.; BONATTO, B. D. **Introduction to Transients in Electrical Circuits: Analytical and Digital Solution Using an EMTP-based Software**. Springer Nature, 2021. 3030682498.

DE TOMMASI, L.; GUSTAVSEN, B. **Accurate transmission line modeling through optimal time delay identification**. [S. l.: s. n.], 2007.

DESCHRIJVER, D.; MROZOWSKI, M.; DHAENE, T.; DE ZUTTER, D. Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method. **IEEE Microwave and wireless components letters**, Piscataway, v. 18, n. 6, p. 383-385, 2008.

DOMMEL HERMANN, W. EMTP theory book/Hermann W. Dommel. **British Columbia.: Microtran Power System Analysis Corporation Vancouver**. [S. l.: s. n.], 1996.

DOMMEL, H. W.; MEYER, W. S. Computation of electromagnetic transients. **Proceedings of the IEEE**, Piscataway, v. 62, n. 7, p. 983-993, 1974.

FARIA, J. B. **Electromagnetic foundations of electrical engineering**. London: John Wiley & Sons, 2008. 0470697482.

FARIA, J. B.; BRICENO, J. H. On the modal analysis of asymmetrical three-phase transmission lines using standard transformation matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 12, n. 4, p. 1760-1765, 1997.

GARBELIM PASCOALATO, T. F.; JUSTO DE ARAÚJO, A. R.; LEON COLQUI, J. S.; KUROKAWA, S. *et al.* A Comparison of Frequency-Dependent Soil Models: Electromagnetic Transient Analysis of Overhead Transmission Lines Using Modal Decomposition. **Energies**, Basel, v. 15, n. 5, p. 1687, 2022.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. **Power system analysis & design, SI version**. Cengage Learning, 2012. 1133386687.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. **Power system analysis**. [S. l.: s. n.], 2003.

GUSTAVSEN, B. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 17, n. 4, p. 1093-1098, 2002.

GUSTAVSEN, B. **Time delay identification for transmission line modeling**. Piscataway: IEEE, 2004. p. 103-106.

GUSTAVSEN, B. Improving the pole relocating properties of vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 21, n. 3, p. 1587-1592, 2006.

GUSTAVSEN, B. Optimal time delay extraction for transmission line modeling. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 32, n. 1, p. 45-54, 2016.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on power delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1052-1061, 1999.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 97-104, 2001.

GÓMEZ, P.; URIBE, F. A. The numerical Laplace transform: An accurate technique for analyzing electromagnetic transients on power system devices. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 31, n. 2-3, p. 116-123, 2009.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE transactions on power delivery**, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 564-570, 2003.

HOIDALEN, H. **User manual supplements new feature in ATPDraw v5**. Citeseer 2007.

JIA, W.; XIAOQING, Z. **Double-exponential expression of lightning current waveforms**. Piscataway: IEEE, 2006. p. 320-323.

KHAN, S. **Industrial power systems**. London: Crc Press, 2018. 1315221438.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J. Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: State space formulation. **Electric power systems research**, Amsterdam, v. 79, n. 7, p. 1155-1163, 2009.

LEON COLQUI, J. S. **Aperfeiçoamento da representação de linhas de transmissão de energia elétrica por elementos discretos de circuitos: aplicação em estudos de transitórios eletromagnéticos**. [S. l.: s. n.], 2021.

MACIAS, J. R.; EXPOSITO, A. G.; SOLER, A. B. A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 894-903, 2005.

MAMIŞ, M. Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 150, n. 2, p. 200-204, 2003.

MARTI, J.; MARTI, L.; DOMMEL, H. **Transmission line models for steady-state and transients analysis**. IEEE. 744-750. 1993.

MARTI, J. R. Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, n. 1, p. 147-157, 1982.

MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. **IEEE transactions on Power delivery**, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1099-1110, 1988.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-Part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 2038-2044, 2005.

MARTINEZ-VELASCO, J. A. **Power system transients: parameter determination**. CRC press, 2017. 1351834878.

MARTINEZ-VELASCO, J. A. **Transient Analysis of Power Systems: A Practical Approach**. John Wiley & Sons, 2020. 1119480531.

MARTÍ, J. R.; TAVIGHI, A. Frequency-dependent multiconductor transmission line model with collocated voltage and current propagation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 33, n. 1, p. 71-81, 2017.

MESTRINER, D.; BRIGNONE, M.; PROCOPIO, R.; PIANTINI, A. *et al.* A new channel-base lightning current formula with analytically adjustable parameters. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, Piscataway, v. 63, n. 2, p. 542-549, 2020.

MINGLI, W.; YU, F. Numerical calculations of internal impedance of solid and tubular cylindrical conductors under large parameters. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 151, n. 1, p. 67-72, 2004.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1032-1038, 1999.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical Laplace transform: A review task force on frequency domain methods for EMT studies, working group on modeling and analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, IEEE Power Engineering Society. **IEEE Transactions on power delivery**, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 2599-2609, 2008.

NANEVICZ, J.; VANCE, E.; HAMM, J. Observation of lightning in the frequency and time domains. **Electromagnetics**, New York, v. 7, n. 3-4, p. 267-286, 1987.

NAZARI, M.; MOINI, R.; FORTIN, S.; DAWALIBI, F. P. *et al.* Impact of frequency-dependent soil models on grounding system performance for direct and indirect lightning strikes. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, Piscataway, v. 63, n. 1, p. 134-144, 2020.

PAPADOPOULOS, T. A.; CHRYSOCHOS, A. I.; TRAIANOS, C. K.; PAPAGIANNIS, G. Closed-form expressions for the analysis of wave propagation in overhead distribution lines. **Energies**, Basel, v. 13, n. 17, p. 4519, 2020.

PAUL, C. R. Decoupling the multiconductor transmission line equations. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, Piscataway, v. 44, n. 8, p. 1429-1440, 1996.

PETTERSSON, P. Image representation of wave propagation on wires above, on and under ground. **IEEE transactions on power delivery**, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 1049-1055, 1994.

PORTELA, C.; TAVARES, M. Modeling, simulation and optimization of transmission lines. Applicability and limitations of some used procedures. **IEEE Transmission and Distribution Latin America**, p. 38, 2002.

PORTELA, C. M.; TAVARES, M. C. Six-phase transmission line-propagation characteristics and new three-phase representation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 8, n. 3, p. 1470-1483, 1993.

RACHIDI, F.; TKACHENKO, S. **Electromagnetic field interaction with transmission lines: from classical theory to HF radiation effects**. WIT press, 2008. 1845640632.

SALARI, J. C.; PORTELA, C. A methodology for electromagnetic transients calculation—An application for the calculation of lightning propagation in transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 22, n. 1, p. 527-536, 2006.

SEIXAS, C. M. D. **Uma proposta de representação de sistemas de aterramento diretamente no domínio do tempo**. [S. l.: s. n.], 2017.

SEMLYEN, A.; DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 94, n. 2, p. 561-571, 1975.

SINGH, A.; MARTI, J. R.; SRIVASTAVA, K. D. Algorithms for fast simulation of transformer windings for diagnostic testing of power transformers. **IEEE transactions on power delivery**, Piscataway, v. 25, n. 3, p. 1564-1572, 2010.

SUNDE, E. D. **Earth conduction effects in transmission systems**. Dover Publications, 1968.

TAVARES, M.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C., 1998, **New mode domain multiphase transmission line model-Clarke transformation evaluation**. IEEE. 860-864.

TLEIS, N. **Power Systems Modelling and Fault Analysis: theory and practice**. Elsevier Science, 2019. 9780128151181.

URIBE, F. A.; NAREDO, J. L.; MORENO, P.; GUARDADO, L. Electromagnetic transients in underground transmission systems through the numerical Laplace transform. **International journal of electrical power & energy systems**, London, v. 24, n. 3, p. 215-221, 2002.

WEDEPOHL, L. **Power system transients**: Errors incurred in the numerical inversion of the Laplace transform. [S. l.: s. n.], 1983

WEDEPOHL, L. M. Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, Stevenage, v. 110, n. 12, p. 2200-2212, 1963.

WEDEPOHL, L. M.; NGUYEN, H. V.; IRWIN, G. D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 11, n. 3, p. 1538-1546, 1996.

WG33, C. Guide ines for Representation of Network Elements when Calculating Transients. **CIGRE Technical Brochure**, 1990.

XU, W. Component modeling issues for power quality assessment. **IEEE Power Engineering Review**, Piscataway, v. 21, n. 11, p. 12-17, 2001.

ZANETTA JR, L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. [S. l.]: Editora Livraria da Física, 2006. 8588325411.

ZANON, F. O.; LEAL, O. E.; DE CONTI, A. Implementation of the universal line model in the alternative transients program☆. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 197, p. 107311, 2021.

APÊNDICE A – PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LT

Nesse apêndice são apresentadas as equações para o cálculo dos parâmetros da LT. Inicialmente são apresentados os cálculos dos parâmetros longitudinais onde considera-se o efeito pelicular e o efeito do solo e posteriormente os cálculos dos parâmetros transversais onde as condutâncias são desconsideradas e a capacitância assumida como sendo constante.

A1. PARÂMETROS LONGITUDINAIS

A impedância longitudinal ($Z(\omega)$) depende da geometria da LT e das características eletromagnéticas dos condutores e do solo. Ela é composta por três componentes: impedância externa ($Z_{ext}(\omega)$), impedância interna ($Z_{int}(\omega)$) e a impedância devido ao retorno da corrente através do solo ($Z_{solo}(\omega)$). A equação (59) apresenta a equação geral para a impedância longitudinal para uma linha de transmissão genérica. Nota-se que os elementos são matriciais e representam a impedância longitudinal para linhas de transmissão monofásicas ou polifásicas.

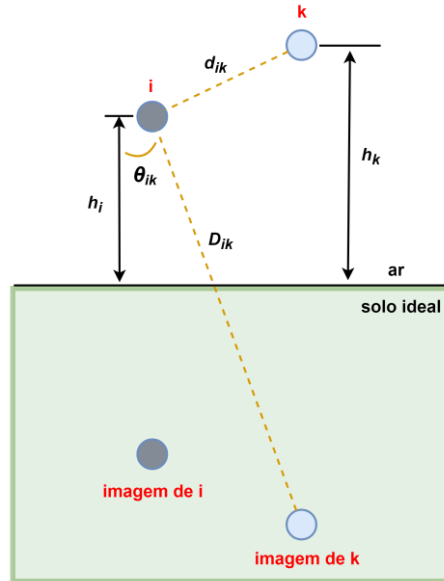
$$[Z_{long}(\omega)] = [Z_{ext}(\omega)] + [Z_{int}(\omega)] + [Z_{solo}(\omega)] \quad (59)$$

Em (59), a impedância externa é escrita como:

$$[Z_{ext}(\omega)] = [R_{ext}] + j\omega[L_{ext}] \quad (60)$$

Considerando uma LT com n condutores dispostos sobre um solo ideal e um condutor elétrico sem perdas, a matriz da resistência externa $[R_{ext}]$ é desprezível (nula), a matriz da indutância externa $[L_{ext}]$ é obtida a partir do método das imagens (HOFMANN, 2003). Para tanto, utiliza-se a Figura 62, onde i e k representam as n fases da LT com as respectivas distancias entre elas e suas imagens.

Figura 62 – Condutores i e k e suas imagens.



Fonte: Adaptado de (HOFMANN) (2003).

Os elementos da matriz da impedância externa ($Z_{ext}(\omega)$) são obtidos a partir de:

$$Z_{ext(ii)}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \right) \quad (61)$$

$$Z_{ext(kk)}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_k}{r_k} \right) \quad (62)$$

$$Z_{ext(ik)}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (63)$$

Nas equações (61), (62) e (63) μ_0 é a permeabilidade do vácuo ($\mu_0 = 4\pi 10^{-4}$ H/km) e r_k e r_i são os raios dos condutores i e k , h_i e h_k são as alturas dos condutores i e k , d_{ik} distância entre os condutores i e k e D_{ik} é distância entre o condutor i e a imagem do condutor k , e.

Observa-se que a impedância externa depende da geometria da linha e das características do meio. A indutância externa não varia com a frequência.

Em (59), a impedância interna é escrita como:

$$[Z_{int}(\omega)] = [R_{int}(\omega)] + j\omega [L_{int}(\omega)] \quad (64)$$

A impedância interna descrita em (64) é devido ao efeito pelicular que acontece quando o condutor é percorrido por uma corrente alternada variável com a frequência. Nesse caso, ocorre uma distribuição não uniforme da densidade de corrente elétrica que tende para a periferia da seção transversal do condutor. Com o aumento da frequência da corrente elétrica, aumenta significativamente a resistência do condutor $R(\omega)$ e reduz a indutância interna $L(\omega)$ (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015; DOMMEL HERMANN, 1996; MARTINEZ-VELASCO, 2017).

Considerando um condutor sólido, a impedância interna levando em conta o efeito pelicular, é obtida conforme descrito em (DOMMEL; MEYER, 1974) por:

$$Z_{int}(\omega) = \frac{\rho m}{2\pi r} \left[\frac{I_0(m, r)}{I_1(m, r)} \right] \quad (65)$$

Onde:

$$m = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\rho}} \quad (66)$$

As funções I_0 e I_1 , são funções de Bessel modificadas de primeira e segunda ordem, respectivamente, r e ρ são o raio e a resistividade do condutor, e μ a permeabilidade do meio onde a linha está inserida. Portanto, para uma linha polifásica de n fases a impedância interna da linha será representada pela seguinte matriz.

$$[Z_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{int(1,1)}(\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{int(2,2)}(\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Z_{int(n,n)}(\omega) \end{bmatrix} \quad (67)$$

A impedância devido ao efeito do solo resulta da interação do campo magnético da linha com o solo, pois nesse caso, o solo não é ideal, ou seja, um condutor elétrico. Os efeitos do solo sobre os parâmetros longitudinais podem ser calculados por meio das equações Carson (1926), Sunde (1968), Pettersson (1994) ou Nagakawa (GARBELIM PASCOALATO; JUSTO DE ARAÚJO; LEON COLQUI; KUROKAWA *et al.*, 2022; PAPADOPOULOS; CHRYSOCHOS; TRAIANOS; PAPAGIANNIS, 2020).

Nesse trabalho a admitância de retorno pelo solo não é considerada e são utilizadas equações aproximadas de Carson (1926) onde as impedâncias próprias e mútuas são obtidas a partir de (68).

$$Z_{solo}(\omega) = R_{solo}(\omega) + j\omega L_{solo}(\omega) \quad (68)$$

Os termos $R_{solo}(\omega)$ e $L_{solo}(\omega)$ são a resistência e indutância respectivamente. A obtenção desses termos, depende previamente do parâmetro α que é obtido por (DOMMEL HERMANN, 1996):

$$\alpha(\omega) = 4\pi\sqrt{5D}\sqrt{\frac{\omega}{2\pi\rho}}10^{-4} \quad (69)$$

Para impedâncias mutuas a distância D , conforme mostrada na Figura 62, representa tanto D_{ik} quanto D_{ki} e o ângulo é $\theta = \theta_{ik}$. Para impedâncias próprias a distância D para o condutor i é encontrada fazendo $D = 2h_i$ e para o condutor k como sendo $D = 2h_k$ e o ângulo é nulo, $\theta = 0$.

Para $\alpha \leq 5$, os fatores de correção $R_{solo}(\omega)$ e $L_{solo}(\omega)$ são escritos como sendo (ZANETTA JR, 2006):

$$R_{solo}(\omega) = 4\omega \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1\alpha \cos(\theta) + b_2 \left[(c_2 - \ln \alpha)\alpha^2 \cos(2\theta) + \theta\alpha^2 \sin(2\theta) \right] + b_3\alpha^3 \sin(3\theta) - d_4\alpha^4 \sin(4\theta) - b_5\alpha^5 \sin(5\theta) + b_6 \left[(c_6 - \ln \alpha)\alpha^6 \cos(6\theta) + \dots \right] \right\} \quad (70)$$

$$R_{solo}(\omega) = 4\omega \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0,6159315 - \ln \alpha) + b_1\alpha \cos(\theta) - d_2\alpha^2 \cos(2\theta) + b_3\alpha^3 \sin(3\theta) - b_4 \left[(c_4 - \ln \alpha)\alpha^4 \cos(4\theta) + \theta\alpha^4 \sin(4\theta) \right] + b_5\alpha^5 \cos(5\theta) - d_6\alpha^6 \cos(6\theta) + b_7\alpha^7 \cos(7\theta) - b_8 \left[(c_8 - \ln \alpha)\alpha^8 \cos(8\theta) + \theta\alpha^8 \sin(8\theta) \right] + \dots \right\} \quad (71)$$

As constantes b_i , c_i e d_i das equações (70) e (71) são obtidas utilizando as seguintes equações:

$$b_i = |b_{i-2}| \frac{\text{sign}}{i(i+2)}; \quad c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{(i+2)}; \quad d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (72)$$

No qual os valores iniciais para os coeficientes são, $b_1 = \sqrt{1/3}$, $b_2 = 1/16$ e $b_1 = 1,3659315$. A função *sign* alterna de valor após quatro termos sucessivos (*sign* = 1 para $i = 1,2,3,4$; *sign* = -1 para $i = 5,6,7,8$, etc).

Para $\alpha \geq 5$, os fatores de correção $R_{solo}(\omega)$ e $L_{solo}(\omega)$ são escritos como sendo (ZANETTA JR, 2006):

$$R_{solo}(\omega) = \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left[\frac{\cos(\theta)}{\alpha} - \frac{\sqrt{2} \cos(2\theta)}{\alpha^2} + \frac{\cos(3\theta)}{\alpha^3} + \frac{3\cos(5\theta)}{\alpha^5} + \frac{5\cos(7\theta)}{\alpha^7} \right] \quad (73)$$

$$R_{solo}(\omega) = \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left[\frac{\cos(\theta)}{\alpha} - \frac{\cos(3\theta)}{\alpha^3} + \frac{3\cos(5\theta)}{\alpha^5} + \frac{5\cos(7\theta)}{\alpha^7} \right] \quad (74)$$

A partir das impedâncias do solo obtêm-se as matrizes de resistências e indutâncias do solo.

A2. PARÂMETROS TRANSVERSAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Os condutores das linhas de transmissão de energia elétrica energizados apresentam diferenças de potencial entre si e também em relação ao solo. Essas diferenças de potencial indicam a presença de cargas elétricas distribuídas ao longo desses mesmos condutores. Uma linha de transmissão comporta-se, portanto, como um capacitor de vários eletrodos, tendo como eletrodos os próprios condutores e o solo. Assim, uma linha de transmissão, ao ser energizado, absorve da fonte cargas elétricas necessárias ao seu carregamento, da mesma maneira que um capacitor (AMETANI, 1980).

Os parâmetros transversais são as condutâncias e as capacitâncias sendo que, no caso de condutores aéreos, as condutâncias são desconsideradas e a capacitância pode ser assumida constante (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005). Portanto, a matriz da admitância transversal da linha é dada por:

$$[Y(\omega)] = j\omega[C] \quad (75)$$

Para se calcular a matriz de admitâncias considerando-se somente a capacitância, utilizando o método das imagens conforme mostrado na Figura 62, a matriz de coeficiente potencial, de que é dada por (AMETANI; OHNO; NAGAOKA, 2015):

$$[P] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \quad (76)$$

Uma vez obtida a matriz $[P]$ em (76) e considerando $[C] = [P]^{-1}$ que pode-se escrever a matriz de admitâncias transversais como sendo:

$$[Y(\omega)] = j\omega \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix}^{-1} \quad (77)$$

Observa-se em (77), que a admitância transversal da LT depende das características geométricas e do meio que constituem a linha.

APÊNDICE B – CIRCUITOS ELÉTRICOS QUE SINTETIZAM AS FRAÇÕES PARCIAIS DO VECTOR FITTING

Nesse apêndice são desenvolvidas as equações que determinam os parâmetros dos elementos de circuitos do ramo RL resultante da fração parcial formada por números reais mostrado na Figura 5(a), e do ramo RLC resultante fração parcial formada por números complexos mostrado na Figura 5(b).

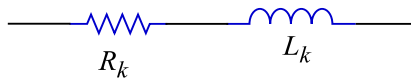
B.1 Circuito Equivalente para Frações Parciais com Números Reais

Considere que a fração parcial genérica em (78) seja composta por resíduos r_k e polos p_k reais.

$$Y_r(s) = \frac{r_k}{s - p_k} \quad (78)$$

O circuito equivalente que será usado para a admitância representada pela fração parcial em (78) é mostrado na Figura 63.

Figura 63 – Circuito equivalente para a admitância Y_r .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Considerando $V(s)$ a tensão entre os terminais e $I(s)$ a corrente que circula pelo ramo RL da Figura 63, a admitância do circuito pode ser encontrada por (79).

$$Y_{RL}(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{sL + R} \quad (79)$$

Isolando s em (79) tem-se

$$Y_{RL}(s) = \frac{1/L}{s + R/L} \quad (80)$$

Igualando-se (78) e (80) encontra-se a relação entre os polos e resíduos, obtidos pelo *Vector Fitting*, a resistência R e a indutância L formada pelo circuito equivalente da Figura 63.

$$L = \frac{1}{r_k} \quad (81)$$

$$R = -\frac{p_k}{r_k} \quad (82)$$

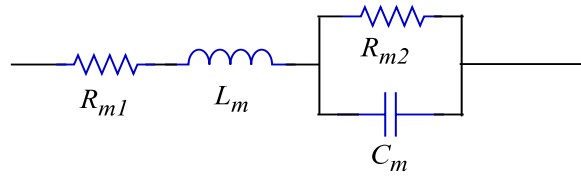
B.2 Circuito Equivalente para Frações Parciais com Números Complexos

Considere que a função racional genérica em (83) seja composta por um par de números complexos conjugados.

$$Y_c(s) = \frac{r_m}{s - p_m} + \frac{r_m^*}{s - p_m^*} \quad (83)$$

O circuito equivalente que será usado para a admitância representada pela função parcial em (83) é mostrado na Figura 64.

Figura 64 – Circuito equivalente para a admitância Y_c .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A admitância resultante da associação dos elementos do circuito da Figura 64 A é representada por (84).

$$Y_{RLC}(s) = \frac{1}{R_{m1} + sL_m + \frac{R_{m2}}{C_m R_{m2}s + 1}} \quad (84)$$

Para encontrar os valores de cada elemento, deve-se inicialmente reorganizar as equações (83) e (84) gerando as equações (85) e (86) respectivamente, de tal maneira que seja possível compara-las.

$$Y_c(s) = (r_m + r_m^*) \frac{s - \frac{(p_m r_m^* + r_m p_m^*)}{(r_m + r_m^*)}}{p_m p_m^* - (p_m + p_m^*)s + s^2} \quad (85)$$

$$Y_{RLC}(s) = \frac{1}{L_m} \frac{s + \frac{1}{C_m R_{m2}}}{\left(\frac{R_{m1}}{L_m} \frac{1}{C_m R_{m2}} \frac{1}{L_m C_m} \right) + \left(\frac{R_{m1}}{L_m} + \frac{1}{C_m R_{m2}} \right) s + s^2} \quad (86)$$

Comparando (85) e (86) obtêm-se as equações, conforme (87) a (90).

$$r_m + r_m^* = \frac{1}{L} \quad (87)$$

$$\frac{1}{C_m R_{m2}} = - \frac{(p_m r_m^* + r_m p_m^*)}{(r_m + r_m^*)} \quad (88)$$

$$-(p_m + p_m^*) = \frac{R_{m1}}{L_m} + \frac{1}{C_m R_{m2}} \quad (89)$$

$$p_m p_m^* = \frac{R_{m1}}{L_m} \frac{1}{C_m R_{m2}} \frac{1}{L_m C_m} \quad (90)$$

A partir de (87) encontra-se o valor da indutância L .

$$L_m = \frac{1}{r_m + r_m^*} \quad (91)$$

Substituindo (88) e (91) em (89) encontra-se.

$$R_{m1} = \left[-(p_m + p_m^*) + \frac{(p_m r_m^* + r_m p_m^*)}{(r_m + r_m^*)} \right] \frac{1}{r_m + r_m^*} \quad (92)$$

Simplificando (92) obtêm-se a equação para o cálculo valor do resistor R_{m1} .

$$R_{m1} = - \frac{(p_m r_m + p_m^* r_m^*)}{(r_m + r_m^*)^2} \quad (93)$$

Substituindo (88), (91) e (93) em (90) encontra-se.

$$p_m p_m^* = \frac{(p_m r_m + p_m^* r_m^*)(p_m r_m^* + p_m^* r_m)}{(r_m + r_m^*)^2} + \frac{1}{\frac{1}{r_m + r_m^*} C_m} \quad (94)$$

Simplificando obtêm-se a equação para cálculo do valor da capacitância C_m .

$$C_m = \frac{(r_m + r_m^*)^2}{r_m r_m^* (p_m - p_m^*)^2} \quad (95)$$

Substituindo (95) em (88), resulta que R_{m2} é

$$R_{m2} = \frac{1}{C_m \left[-\frac{(p_m r_m^* + r_m p_m^*)}{(r_m + r_m^*)} \right]} \quad (96)$$

$$R_{m2} = \frac{r_m + r_m^*}{C_m (p_m r_m^* + r_m p_m^*)} \quad (97)$$

APÊNDICE C – PARÂMETROS DO CIRCUITO II EQUIVALENTE EXATO SINTETIZADO COM MAIOR NÚMERO DE POLOS

Nesse apêndice serão apresentados os valores numéricos dos polos, resíduos e os parâmetros dos circuitos RL e RLC que sintetizam as admitâncias $Y_{z\pi}$ e Y_{π} tanto para os modelos de linhas monofásicos quanto para os modos de propagação da LT trifásica.

C.1 LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA

- Admitâncias $Y_{z\pi}$ com 25 e 60 polos

Na Tabela 18 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância $Y_{z\pi}$ que foi aproximada utilizando 25 polos. A função racional é formada com 09 polos reais e 08 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 18 – Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.

Polos	Resíduos
-3,7496	1,2814e-02
-1,2161e+01	3,8293e-01
-1,9536e+01	2,7070
-3,7944e+01	4,8038e-01
-1,0061e+02	2,2200e-01
-2,9435e+02	1,9891e-01
-1,0046e+03	2,3325e-01
-3,6465e+03	2,9739e-01
-2,6037e+05	-2,2094
-3,1575e+02 ± 8,0884e+03i	-4,6765 ± 3,5725e-01i
-6,2295e+02 ± 1,6451e+04i	4,8357 ± 3,5750e-01i
-9,2804e+02 ± 2,4917e+04i	-4,9321 ± 3,6180e-01i
-1,2288e+03 ± 3,3450e+04i	4,9921 ± 3,5837e-01i
-1,5304e+03 ± 4,2034e+04i	-5,0577 ± 3,5774e-01i
-1,8231e+03 ± 5,0653e+04i	5,0770 ± 3,6772e-01i
-2,1156e+03 ± 5,9323e+04i	-5,1333 ± 2,8733e-01i
-1,5181e+03 ± 6,6894e+04i	2,8820 ± 2,5396e-01i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$, é composto por 09 ramos de circuitos RL com seus parâmetros apresentados na Tabela 19, e 08 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros na Tabela 20.

Tabela 19 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	2,9262e+02	7,8040e+04
2	3,1758e+01	2,6115e+03
3	7,2169	3,6941e+02
4	7,8987e+01	2,0817e+03
5	4,5319e+02	4,5045e+03
6	1,4799e+03	5,0275e+03
7	4,3071e+03	4,2873e+03
8	1,2262e+04	3,3626e+03
9	-1,1785e+05	-4,5262e+02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 20 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{z\pi}$ com 25 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-9,9825E+01	2,3285E+04	-1,0692E+02	-1,4213E-01
2	1,9017E+02	-4,7426E+04	1,0340E+02	3,5541E-02
3	-2,7938E+02	7,0326E+04	-1,0138E+02	-1,5803E-02
4	3,6358E+02	-9,6073E+04	1,0016E+02	8,8772E-03
5	-4,4521E+02	1,2167E+05	-9,8859E+01	-5,6965E-03
6	5,4086E+02	-1,3763E+05	9,8484E+01	3,9369E-03
7	-5,2950E+02	2,8537E+05	-9,7404E+01	-2,9082E-03
8	-7,5927E+02	1,0554E+05	1,7349E+02	1,2782E-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Tabela 21 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância $Y_{z\pi}$ que foi aproximada utilizando 60 polos. A função racional é formada com 12 polos reais e 24 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 21 – Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos.

Polos	Resíduos
-2,5802	5,1879e-03
-8,1791	7,0620e-02
-1,6510e+01	1,6712
-2,2937e+01	1,5681
-4,6463e+01	2,9882e-01
-1,0382e+02	1,7788e-01
-2,4390e+02	1,5735e-01
-6,0929e+02	1,6207e-01
-1,6916e+03	2,1882e-01
-4,5329e+03	1,9764e-01
-1,8392e+04	7,2325e-02
-1,1528e+06	4,1621
-3,1580e+02 $\pm$ 8,0884e+03i	-4,6773 $\pm$ 3,5722e-01i
-6,2299e+02 $\pm$ 1,6451e+04i	4,8358 $\pm$ 3,5934e-01i
-9,2766e+02 $\pm$ 2,4917e+04i	-4,9298 $\pm$ 3,5961e-01i
-1,2297e+03 $\pm$ 3,3450e+04i	4,9972 $\pm$ 3,5979e-01i
-1,5287e+03 $\pm$ 4,2033e+04i	-5,0485 $\pm$ 3,5894e-01i
-1,8256e+03 $\pm$ 5,0656e+04i	5,0923 $\pm$ 3,5760e-01i
-2,1193e+03 $\pm$ 5,9310e+04i	-5,1269 $\pm$ 3,5771e-01i
-2,4113e+03 $\pm$ 6,7993e+04i	5,1596 $\pm$ 3,5421e-01i
-2,7003e+03 $\pm$ 7,6699e+04i	-5,1855 $\pm$ 3,5684e-01i
-2,9876e+03 $\pm$ 8,5428e+04i	5,2116 $\pm$ 3,4931e-01i
-3,2722e+03 $\pm$ 9,4172e+04i	-5,2319 $\pm$ 3,5783e-01i
-3,5552e+03 $\pm$ 1,0294e+05i	5,2545 $\pm$ 3,4159e-01i
-3,8356e+03 $\pm$ 1,1171e+05i	-5,2692 $\pm$ 3,6308e-01i
-4,1155e+03 $\pm$ 1,2051e+05i	5,2937 $\pm$ 3,2679e-01i
-4,3896e+03 $\pm$ 1,2931e+05i	-5,2932 $\pm$ 3,7855e-01i
-4,6720e+03 $\pm$ 1,3815e+05i	5,3440 $\pm$ 2,9833e-01i
-4,9277e+03 $\pm$ 1,4695e+05i	-5,2802 $\pm$ 4,0851e-01i
-5,2385e+03 $\pm$ 1,5583e+05i	5,4537 $\pm$ 2,6221e-01i
-5,4284e+03 $\pm$ 1,6463e+05i	-5,1584 $\pm$ 4,0932e-01i
-5,8478e+03 $\pm$ 1,7352e+05i	5,7261 $\pm$ 3,6413e-01i
-5,8637e+03 $\pm$ 1,8245e+05i	-4,8892 $\pm$ 5,2608e-02i
-6,4303e+03 $\pm$ 1,9101e+05i	5,7240 $\pm$ 1,2868i
-6,8144e+03 $\pm$ 2,0068e+05i	-6,4667 $\pm$ 1,3697i
-4,5387e+03 $\pm$ 2,1013e+05i	1,7899 $\pm$ 2,0579i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$, é composto por 12 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 22, e mais 24 ramos de circuitos RLC e seus parâmetros estão na Tabela 23.

Tabela 22 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	4,9735e+02	1,9275e+05
2	1,1582e+02	1,4160e+04
3	9,8793	5,9838e+02
4	1,4628e+01	6,3773e+02
5	1,5549e+02	3,3464e+03
6	5,8368e+02	5,6219e+03
7	1,5501e+03	6,3553e+03
8	3,7594e+03	6,1702e+03
9	7,7306e+03	4,5700e+03
10	2,2935e+04	5,0597e+03
11	2,5430e+05	1,3826e+04
12	2,7699e+05	2,4027e+02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 23 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{z\pi}$ com 60 polos. (continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-9,9793e+01	2,3297e+04	-1,0690e+02	-1,4216e-01
2	1,9081e+02	-4,6937e+04	1,0340e+02	3,5540e-02
3	-2,7843e+02	7,1136e+04	-1,0142e+02	-1,5796e-02
4	3,6401e+02	-9,5476e+04	1,0006e+02	8,8860e-03
5	-4,4738e+02	1,2048e+05	-9,9040e+01	-5,6861e-03
6	5,2852e+02	-1,4622e+05	9,8188e+01	3,9496e-03
7	-6,1026e+02	1,7076e+05	-9,7525e+01	-2,9008e-03
8	6,8600e+02	-1,9948e+05	9,6906e+01	2,2216e-03
9	-7,6929e+02	2,2108e+05	-9,6423e+01	-1,7547e-03
10	8,3597e+02	-2,5684e+05	9,5940e+01	1,4219e-03
11	-9,2825e+02	2,6872e+05	-9,5568e+01	-1,1744e-03
12	9,7510e+02	-3,2281e+05	9,5157e+01	9,8757e-04
13	-1,0944e+03	3,0809e+05	-9,4891e+01	-8,4047e-04
14	1,0914e+03	-4,1425e+05	9,4452e+01	7,2620e-04
15	-1,2882e+03	3,2678e+05	-9,4461e+01	-6,2992e-04

Tabela 23 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_{zn} com 60 polos. (conclusão)

16	1,1587e+03	-5,8918e+05	9,3563e+01	5,5829e-04
17	-1,5432e+03	3,1935e+05	-9,4694e+01	-4,8616e-04
18	1,1671e+03	-9,9011e+05	9,1681e+01	4,4815e-04
19	-1,7924e+03	3,4625e+05	-9,6929e+01	-3,7827e-04
20	1,4741e+03	-5,0897e+05	8,7319e+01	3,7882e-04
21	-8,0043e+02	-8,7289e+05	-1,0227e+02	-2,9371e-04
22	4,3128e+03	-9,1700e+04	8,7351e+01	2,9867e-04
23	2,7596e+03	-6,5967e+04	-7,7319e+01	-3,0737e-04
24	-6,6216e+04	1,1636e+05	2,7934e+02	3,4919e-05

Fonte: Elaboração do próprio autor.

- Admitâncias Y_{π} com 45 e 100 polos

Na Tabela 24 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância Y_{π} que foi aproximada utilizando 45 polos. A função racional é formada com 13 polos reais e 16 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 24 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{π} com 45 polos. (continua)

Polos	Resíduos
-4,6611e+01	1,3573e-09
-1,5243e+02	1,0620e-07
-3,7364e+02	3,0917e-06
-7,9562e+02	5,4173e-05
-1,5957e+03	9,2311e-04
-2,6586e+03	5,0049e-03
-4,7166e+03	2,9012e-02
-7,7427e+03	1,1017e-01
-1,3237e+04	2,7825e-01
-2,2802e+04	5,4158e-01
-4,0894e+04	1,0706
-8,0023e+04	2,5779
-2,3161e+07	4,9260e+04
-3,1580e+02 ± 8,0884e+03i	9,3548 ± 7,1439e-01i
-9,2767e+02 ± 2,4917e+04i	9,8597 ± 7,1970e-01i
-1,5288e+03 ± 4,2033e+04i	1,0098e+01 ± 7,1782e-01i
-2,1195e+03 ± 5,9311e+04i	1,0255e+01 ± 7,1375e-01i

Tabela 24– Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_π com 45 polos. (conclusão)

$-2,7004e+03 \pm 7,6699e+04i$	$1,0373e+01 \pm 7,0888e-01i$
$-3,2723e+03 \pm 9,4173e+04i$	$1,0466e+01 \pm 7,0371e-01i$
$-3,8359e+03 \pm 1,1172e+05i$	$1,0543e+01 \pm 6,9848e-01i$
$-4,3916e+03 \pm 1,2932e+05i$	$1,0609e+01 \pm 6,9327e-01i$
$-4,9400e+03 \pm 1,4696e+05i$	$1,0666e+01 \pm 6,8816e-01i$
$-5,4816e+03 \pm 1,6466e+05i$	$1,0717e+01 \pm 6,8316e-01i$
$-6,0167e+03 \pm 1,8238e+05i$	$1,0762e+01 \pm 6,7830e-01i$
$-6,5457e+03 \pm 2,0015e+05i$	$1,0802e+01 \pm 6,7338e-01i$
$-7,0500e+03 \pm 2,1789e+05i$	$1,0567e+01 \pm 6,9785e-01i$
$-1,2885e+04 \pm 2,3595e+05i$	$1,3758e+01 \pm 1,0272e+01i$
$-5,6105e+04 \pm 2,7696e+05i$	$3,7074e+01 \pm 5,7676e+01i$
$-3,1632e+05 \pm 2,5795e+05i$	$-2,4105e+02 \pm 2,3269e+02i$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância Y_π , é composto por 13 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 25, e 16 ramos de circuitos RLC e seus parâmetros estão na Tabela 26.

Tabela 25 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_π com 45 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	3,4341e+10	7,3674e+11
2	1,4353e+09	9,4165e+09
3	1,2085e+08	3,2345e+08
4	1,4687e+07	1,8459e+07
5	1,7286e+06	1,0833e+06
6	5,3120e+05	1,9980e+05
7	1,6257e+05	3,4469e+04
8	7,0280e+04	9,0769e+03
9	4,7574e+04	3,5939e+03
10	4,2103e+04	1,8465e+03
11	3,8199e+04	9,3409e+02
12	3,1041e+04	3,8791e+02
13	4,7017e+02	2,0300e-02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 26 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_π com 45 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	4,9893e+01	-1,1651e+04	5,3448e+01	2,8432e-01
2	1,3928e+02	-3,5519e+04	5,0712e+01	3,1593e-02
3	2,2365e+02	-6,0259e+04	4,9515e+01	1,1373e-02
4	3,0459e+02	-8,5809e+04	4,8755e+01	5,8025e-03
5	3,8284e+02	-1,1211e+05	4,8204e+01	3,5100e-03
6	4,5885e+02	-1,3910e+05	4,7774e+01	2,3496e-03
7	5,3291e+02	-1,6674e+05	4,7425e+01	1,6822e-03
8	6,0526e+02	-1,9500e+05	4,7131e+01	1,2634e-03
9	6,7608e+02	-2,2385e+05	4,6878e+01	9,8357e-04
10	7,4549e+02	-2,5326e+05	4,6657e+01	7,8735e-04
11	8,1364e+02	-2,8321e+05	4,6461e+01	6,4448e-04
12	8,8046e+02	-3,1385e+05	4,6286e+01	5,3724e-04
13	1,0144e+03	-3,0741e+05	4,7317e+01	4,4323e-04
14	6,8704e+03	-1,9299e+04	3,6342e+01	3,1736e-04
15	6,5676e+03	-9,4414e+03	1,3487e+01	2,8262e-04
16	-1,3963e+02	-4,7163e+02	-2,0743	-3,7506e-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Tabela 27 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância Y_π que foi aproximada utilizando 100 polos. A função racional é formada com 18 polos reais e 41 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 27 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_π com 100 polos. (continua)

Polos	Resíduos
-1,3351e+01	-2,6620e-10
-4,2475e+01	7,1215e-09
-1,0161e+02	-4,7897e-08
-2,1130e+02	7,1958e-07
-4,0243e+02	6,1528e-07
-7,2037e+02	4,0530e-05
-1,2305e+03	1,6961e-04
-1,9903e+03	2,1971e-03
-3,2165e+03	6,4408e-03
-5,0398e+03	3,0410e-02
-7,5283e+03	8,3556e-02
-1,1739e+04	1,9392e-01

Tabela 27 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_π com 100 polos. (continuação)

-1,7922e+04	3,1066e-01
-2,8052e+04	5,7638e-01
-4,4848e+04	8,6424e-01
-7,3443e+04	1,6940
-1,2549e+05	2,7455
-2,3707e+05	7,8597
-3,1580e+02 $\pm$ 8,0884e+03i	9,3548 $\pm$ 7,1439e-01i
-9,2767e+02 $\pm$ 2,4917e+04i	9,8597 $\pm$ 7,1971e-01i
-1,5288e+03 $\pm$ 4,2033e+04i	1,0098e+01 $\pm$ 7,1782e-01i
-2,1195e+03 $\pm$ 5,9311e+04i	1,0255e+01 $\pm$ 7,1375e-01i
-2,7004e+03 $\pm$ 7,6699e+04i	1,0373e+01 $\pm$ 7,0888e-01i
-3,2723e+03 $\pm$ 9,4173e+04i	1,0466e+01 $\pm$ 7,0371e-01i
-3,8359e+03 $\pm$ 1,1172e+05i	1,0543e+01 $\pm$ 6,9847e-01i
-4,3916e+03 $\pm$ 1,2932e+05i	1,0609e+01 $\pm$ 6,9328e-01i
-4,9400e+03 $\pm$ 1,4696e+05i	1,0666e+01 $\pm$ 6,8817e-01i
-5,4816e+03 $\pm$ 1,6466e+05i	1,0717e+01 $\pm$ 6,8317e-01i
-6,0167e+03 $\pm$ 1,8238e+05i	1,0762e+01 $\pm$ 6,7829e-01i
-6,5457e+03 $\pm$ 2,0015e+05i	1,0802e+01 $\pm$ 6,7354e-01i
-7,0688e+03 $\pm$ 2,1794e+05i	1,0840e+01 $\pm$ 6,6892e-01i
-7,5864e+03 $\pm$ 2,3576e+05i	1,0874e+01 $\pm$ 6,6443e-01i
-8,0987e+03 $\pm$ 2,5361e+05i	1,0905e+01 $\pm$ 6,6007e-01i
-8,6059e+03 $\pm$ 2,7148e+05i	1,0934e+01 $\pm$ 6,5584e-01i
-9,1082e+03 $\pm$ 2,8937e+05i	1,0961e+01 $\pm$ 6,5174e-01i
-9,6059e+03 $\pm$ 3,0728e+05i	1,0987e+01 $\pm$ 6,4775e-01i
-1,0099e+04 $\pm$ 3,2521e+05i	1,1011e+01 $\pm$ 6,4388e-01i
-1,0588e+04 $\pm$ 3,4316e+05i	1,1033e+01 $\pm$ 6,4011e-01i
-1,1073e+04 $\pm$ 3,6112e+05i	1,1054e+01 $\pm$ 6,3644e-01i
-1,1553e+04 $\pm$ 3,7910e+05i	1,1075e+01 $\pm$ 6,3284e-01i
-1,2030e+04 $\pm$ 3,9709e+05i	1,1094e+01 $\pm$ 6,2932e-01i
-1,2503e+04 $\pm$ 4,1510e+05i	1,1112e+01 $\pm$ 6,2585e-01i
-1,2972e+04 $\pm$ 4,3312e+05i	1,1129e+01 $\pm$ 6,2241e-01i
-1,3438e+04 $\pm$ 4,5116e+05i	1,1146e+01 $\pm$ 6,1899e-01i
-1,3900e+04 $\pm$ 4,6920e+05i	1,1162e+01 $\pm$ 6,1560e-01i
-1,4359e+04 $\pm$ 4,8726e+05i	1,1177e+01 $\pm$ 6,1224e-01i
-1,4815e+04 $\pm$ 5,0533e+05i	1,1191e+01 $\pm$ 6,0897e-01i
-1,5267e+04 $\pm$ 5,2341e+05i	1,1204e+01 $\pm$ 6,0589e-01i
-1,5716e+04 $\pm$ 5,4150e+05i	1,1217e+01 $\pm$ 6,0314e-01i
-1,6163e+04 $\pm$ 5,5960e+05i	1,1230e+01 $\pm$ 6,0085e-01i

Tabela 27 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_π com 100 polos. (conclusão)

-1,6606e+04 $\pm$ 5,7771e+05i	1,1242e+01 $\pm$ 5,9900e-01i
-1,7047e+04 $\pm$ 5,9582e+05i	1,1254e+01 $\pm$ 5,9795e-01i
-1,7484e+04 $\pm$ 6,1395e+05i	1,1270e+01 $\pm$ 6,0905e-01i
-1,8019e+04 $\pm$ 6,3206e+05i	1,1659e+01 $\pm$ 1,0089i
-1,7893e+04 $\pm$ 6,4662e+05i	5,0642 $\pm$ 5,0549i
-4,8368e+04 $\pm$ 6,6367e+05i	1,9544e+01 $\pm$ 3,3049e+01i
-1,4981e+05 $\pm$ 7,3006e+05i	7,0770e+01 $\pm$ 1,1891e+02i
-6,3949e+05 $\pm$ 9,0661e+05i	8,2756e+01 $\pm$ 6,9912e+02i
-4,4393e+06 $\pm$ 6,7185e+06i	1,3613e+04 $\pm$ 2,3371e+03i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância Y_π , é composto por 18 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 28, e mais 41 ramos de circuitos RLC e seus parâmetros estão na Tabela 29.

Tabela 28 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_π com 100 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	-5,0156e+10	-3,7566e+12
2	5,9643e+09	1,4042e+11
3	-2,1215e+09	-2,0878e+10
4	2,9364e+08	1,3897e+09
5	6,5406e+08	1,6253e+09
6	1,7774e+07	2,4673e+07
7	7,2549e+06	5,8958e+06
8	9,0588e+05	4,5515e+05
9	4,9940e+05	1,5526e+05
10	1,6573e+05	3,2884e+04
11	9,0099e+04	1,1968e+04
12	6,0535e+04	5,1566e+03
13	5,7689e+04	3,2189e+03
14	4,8670e+04	1,7350e+03
15	5,1893e+04	1,1571e+03
16	4,3354e+04	5,9031e+02
17	4,5706e+04	3,6423e+02
18	3,0163e+04	1,2723e+02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 29 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_π com 100 polos. (continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	4,9893e+01	-1,1651e+04	5,3448e+01	2,8432e-01
2	1,3928e+02	-3,5519e+04	5,0712e+01	3,1593e-02
3	2,2365e+02	-6,0259e+04	4,9515e+01	1,1373e-02
4	3,0459e+02	-8,5809e+04	4,8755e+01	5,8025e-03
5	3,8284e+02	-1,1211e+05	4,8204e+01	3,5100e-03
6	4,5885e+02	-1,3910e+05	4,7774e+01	2,3496e-03
7	5,3291e+02	-1,6674e+05	4,7425e+01	1,6822e-03
8	6,0526e+02	-1,9500e+05	4,7131e+01	1,2634e-03
9	6,7608e+02	-2,2384e+05	4,6878e+01	9,8357e-04
10	7,4550e+02	-2,5325e+05	4,6657e+01	7,8735e-04
11	8,1363e+02	-2,8321e+05	4,6461e+01	6,4448e-04
12	8,8059e+02	-3,1370e+05	4,6286e+01	5,3724e-04
13	9,4644e+02	-3,4469e+05	4,6127e+01	4,5469e-04
14	1,0113e+03	-3,7618e+05	4,5983e+01	3,8980e-04
15	1,0752e+03	-4,0813e+05	4,5850e+01	3,3787e-04
16	1,1381e+03	-4,4054e+05	4,5728e+01	2,9566e-04
17	1,2003e+03	-4,7339e+05	4,5615e+01	2,6089e-04
18	1,2616e+03	-5,0666e+05	4,5509e+01	2,3191e-04
19	1,3222e+03	-5,4034e+05	4,5411e+01	2,0751e-04
20	1,3821e+03	-5,7444e+05	4,5318e+01	1,8676e-04
21	1,4412e+03	-6,0895e+05	4,5231e+01	1,6898e-04
22	1,4997e+03	-6,4389e+05	4,5149e+01	1,5361e-04
23	1,5575e+03	-6,7926e+05	4,5071e+01	1,4026e-04
24	1,6146e+03	-7,1511e+05	4,4997e+01	1,2857e-04
25	1,6710e+03	-7,5147e+05	4,4927e+01	1,1828e-04
26	1,7268e+03	-7,8837e+05	4,4860e+01	1,0918e-04
27	1,7819e+03	-8,2584e+05	4,4797e+01	1,0109e-04
28	1,8365e+03	-8,6382e+05	4,4736e+01	9,3867e-05
29	1,8905e+03	-9,0216e+05	4,4679e+01	8,7389e-05
30	1,9444e+03	-9,4049e+05	4,4625e+01	8,1558e-05
31	1,9984e+03	-9,7825e+05	4,4574e+01	7,6290e-05
32	2,0528e+03	-1,0148e+06	4,4525e+01	7,1516e-05
33	2,1076e+03	-1,0501e+06	4,4476e+01	6,7179e-05
34	2,1638e+03	-1,0826e+06	4,4428e+01	6,3224e-05
35	2,2477e+03	-1,0686e+06	4,4366e+01	5,9624e-05
36	3,1185e+03	-4,7065e+05	4,2887e+01	5,7933e-05

Tabela 29 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_π com 100 polos. (conclusão)

37	6,5492e+04	-1,3133e+05	9,8732e+01	1,2134e-05
38	2,9950e+04	-4,0498e+04	2,5584e+01	2,2993e-05
39	9,7251e+03	-1,3369e+04	7,0651	6,9459e-05
40	5,0138e+04	-5,1198e+04	6,0418	2,7825e-06
41	2,0542e+02	5,1943e+02	3,6730e-02	5,8590e-04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

C.2 LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA

- Admitâncias $Y_{z\pi}$ dos modos α e β com 100 e 400 polos

Na Tabela 30 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância $Y_{z\pi}$ dos modos α e β que foi aproximada utilizando 100 polos. A função racional é formada com 02 polos reais e 49 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 30 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos. (continua)

Polos	Resíduos
-5,4437e+01	1,7019
-3,0170e+03	1,1834e-02
-4,0160e+01 $\pm$ 2,3120e+03i	-1,7235 $\pm$ 4,2941e-02i
-5,5005e+01 $\pm$ 4,6411e+03i	1,7363 $\pm$ 2,9771e-02i
-6,5919e+01 $\pm$ 6,9746e+03i	-1,7412 $\pm$ 2,3800e-02i
-7,5088e+01 $\pm$ 9,3097e+03i	1,7441 $\pm$ 2,0486e-02i
-8,3238e+01 $\pm$ 1,1646e+04i	-1,7462 $\pm$ 1,8272e-02i
-9,0658e+01 $\pm$ 1,3983e+04i	1,7477 $\pm$ 1,6654e-02i
-9,7520e+01 $\pm$ 1,6321e+04i	-1,7488 $\pm$ 1,5405e-02i
-1,0394e+02 $\pm$ 1,8659e+04i	1,7498 $\pm$ 1,4412e-02i
-1,1001e+02 $\pm$ 2,0997e+04i	-1,7506 $\pm$ 1,3591e-02i
-1,1577e+02 $\pm$ 2,3336e+04i	1,7513 $\pm$ 1,2909e-02i
-1,2129e+02 $\pm$ 2,5675e+04i	-1,7518 $\pm$ 1,2318e-02i
-1,2659e+02 $\pm$ 2,8015e+04i	1,7523 $\pm$ 1,1815e-02i
-1,3169e+02 $\pm$ 3,0354e+04i	-1,7528 $\pm$ 1,1364e-02i
-1,3664e+02 $\pm$ 3,2694e+04i	1,7532 $\pm$ 1,0976e-02i
-1,4143e+02 $\pm$ 3,5034e+04i	-1,7536 $\pm$ 1,0617e-02i
-1,4609e+02 $\pm$ 3,7374e+04i	1,7539 $\pm$ 1,0307e-02i
-1,5063e+02 $\pm$ 3,9715e+04i	-1,7542 $\pm$ 1,0012e-02i

Tabela 30 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos. (conclusão)

-1,5507e+02 $\pm$ 4,2055e+04i	1,7545 $\pm$ 9,7586e-03i
-1,5940e+02 $\pm$ 4,4396e+04i	-1,7547 $\pm$ 9,5107e-03i
-1,6365e+02 $\pm$ 4,6736e+04i	1,7549 $\pm$ 9,2996e-03i
-1,6781e+02 $\pm$ 4,9077e+04i	-1,7552 $\pm$ 9,0868e-03i
-1,7189e+02 $\pm$ 5,1418e+04i	1,7554 $\pm$ 8,9086e-03i
-1,7590e+02 $\pm$ 5,3759e+04i	-1,7556 $\pm$ 8,7225e-03i
-1,7985e+02 $\pm$ 5,6100e+04i	1,7557 $\pm$ 8,5708e-03i
-1,8374e+02 $\pm$ 5,8441e+04i	-1,7559 $\pm$ 8,4056e-03i
-1,8756e+02 $\pm$ 6,0782e+04i	1,7561 $\pm$ 8,2756e-03i
-1,9134e+02 $\pm$ 6,3124e+04i	-1,7562 $\pm$ 8,1265e-03i
-1,9506e+02 $\pm$ 6,5465e+04i	1,7564 $\pm$ 8,0153e-03i
-1,9873e+02 $\pm$ 6,7806e+04i	-1,7565 $\pm$ 7,8785e-03i
-2,0236e+02 $\pm$ 7,0148e+04i	1,7566 $\pm$ 7,7839e-03i
-2,0595e+02 $\pm$ 7,2489e+04i	-1,7568 $\pm$ 7,6560e-03i
-2,0950e+02 $\pm$ 7,4831e+04i	1,7569 $\pm$ 7,5770e-03i
-2,1300e+02 $\pm$ 7,7173e+04i	-1,7570 $\pm$ 7,4547e-03i
-2,1648e+02 $\pm$ 7,9514e+04i	1,7571 $\pm$ 7,3914e-03i
-2,1991e+02 $\pm$ 8,1856e+04i	-1,7572 $\pm$ 7,2708e-03i
-2,2332e+02 $\pm$ 8,4198e+04i	1,7573 $\pm$ 7,2245e-03i
-2,2669e+02 $\pm$ 8,6540e+04i	-1,7574 $\pm$ 7,1010e-03i
-2,3004e+02 $\pm$ 8,8882e+04i	1,7575 $\pm$ 7,0750e-03i
-2,3335e+02 $\pm$ 9,1224e+04i	-1,7576 $\pm$ 6,9420e-03i
-2,3664e+02 $\pm$ 9,3566e+04i	1,7577 $\pm$ 6,9421e-03i
-2,3991e+02 $\pm$ 9,5908e+04i	-1,7578 $\pm$ 6,7914e-03i
-2,4314e+02 $\pm$ 9,8250e+04i	1,7579 $\pm$ 6,8233e-03i
-2,4636e+02 $\pm$ 1,0059e+05i	-1,7579 $\pm$ 6,6550e-03i
-2,4955e+02 $\pm$ 1,0293e+05i	1,7581 $\pm$ 6,6861e-03i
-2,5272e+02 $\pm$ 1,0528e+05i	-1,7579 $\pm$ 6,6458e-03i
-2,5587e+02 $\pm$ 1,0762e+05i	1,7579 $\pm$ 6,3016e-03i
-2,5500e+02 $\pm$ 1,0995e+05i	-1,8013 $\pm$ 8,5240e-02i
-1,4046e+03 $\pm$ 1,1172e+05i	-1,0694 $\pm$ 1,5411i
-9,7451e+02 $\pm$ 1,1184e+05i	2,0006 $\pm$ 1,6328i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza as admitâncias $Y_{z\pi}$ dos modos α e β é composto por 09 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 31, e mais 08 ramos de circuitos RLC com os parâmetros disponíveis na Tabela 32.

Tabela 31 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	3,1987E+21	5,8759E+22
2	2,5495E+25	8,4504E+24

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 32 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.
(continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-2,8363e+21	8,8946e+24	-2,9011e+22	-6,4443e-01
2	3,8756e+21	-2,5251e+25	2,8797e+22	1,6117e-01
3	-4,6305e+21	4,7495e+25	-2,8716e+22	-7,1575e-02
4	5,2874e+21	-7,2529e+25	2,8668e+22	4,0242e-02
5	-5,8729e+21	1,0056e+26	-2,8634e+22	-2,5747e-02
6	6,4059e+21	-1,3134e+26	2,8610e+22	1,7875e-02
7	-6,8983e+21	1,6470e+26	-2,8590e+22	-1,3130e-02
8	7,3616e+21	-2,0001e+26	2,8575e+22	1,0051e-02
9	-7,7980e+21	2,3757e+26	-2,8562e+22	-7,9407e-03
10	8,2167e+21	-2,7645e+26	2,8551e+22	6,4313e-03
11	-8,6144e+21	3,1759e+26	-2,8541e+22	-5,3146e-03
12	9,0015e+21	-3,5943e+26	2,8533e+22	4,4654e-03
13	-9,3706e+21	4,0372e+26	-2,8526e+22	-3,8045e-03
14	9,7342e+21	-4,4803e+26	2,8519e+22	3,2802e-03
15	-1,0081e+22	4,9516e+26	-2,8514e+22	-2,8573e-03
16	1,0426e+22	-5,4150e+26	2,8508e+22	2,5111e-03
17	-1,0755e+22	5,9124e+26	-2,8503e+22	-2,2243e-03
18	1,1086e+22	-6,3924e+26	2,8499e+22	1,9839e-03
19	-1,1399e+22	6,9145e+26	-2,8495e+22	-1,7805e-03
20	1,1719e+22	-7,4076e+26	2,8491e+22	1,6068e-03
21	-1,2018e+22	7,9534e+26	-2,8487e+22	-1,4574e-03
22	1,2329e+22	-8,4562e+26	2,8484e+22	1,3279e-03
23	-1,2617e+22	9,0257e+26	-2,8481e+22	-1,2149e-03
24	1,2921e+22	-9,5344e+26	2,8478e+22	1,1157e-03
25	-1,3198e+22	1,0128e+27	-2,8475e+22	-1,0282e-03
26	1,3496e+22	-1,0639e+27	2,8473e+22	9,5062e-04
27	-1,3763e+22	1,1259e+27	-2,8470e+22	-8,8149e-04
28	1,4058e+22	-1,1766e+27	2,8468e+22	8,1963e-04
29	-1,4314e+22	1,2417e+27	-2,8466e+22	-7,6406e-04

Tabela 32 - Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 100 polos.
(conclusão)

30	1,4608e+22	-1,2912e+27	2,8464e+22	7,1396e-04
31	-1,4853e+22	1,3601e+27	-2,8461e+22	-6,6863e-04
32	1,5147e+22	-1,4074e+27	2,8460e+22	6,2748e-04
33	-1,5380e+22	1,4811e+27	-2,8458e+22	-5,9002e-04
34	1,5678e+22	-1,5246e+27	2,8456e+22	5,5581e-04
35	-1,5895e+22	1,6051e+27	-2,8454e+22	-5,2450e-04
36	1,6203e+22	-1,6422e+27	2,8453e+22	4,9575e-04
37	-1,6398e+22	1,7326e+27	-2,8451e+22	-4,6931e-04
38	1,6724e+22	-1,7591e+27	2,8450e+22	4,4493e-04
39	-1,6889e+22	1,8647e+27	-2,8448e+22	-4,2240e-04
40	1,7244e+22	-1,8738e+27	2,8447e+22	4,0154e-04
41	-1,7365e+22	2,0027e+27	-2,8445e+22	-3,8218e-04
42	1,7763e+22	-1,9865e+27	2,8444e+22	3,6420e-04
43	-1,7839e+22	2,1405e+27	-2,8443e+22	-3,4744e-04
44	1,8231e+22	-2,1234e+27	2,8440e+22	3,3185e-04
45	-1,8508e+22	2,1700e+27	-2,8442e+22	-3,1722e-04
46	1,8250e+22	-2,5357e+27	2,8442e+22	3,0357e-04
47	1,3734e+23	-6,1620e+25	-2,7757e+22	-2,9733e-04
48	7,4621e+24	-1,1056e+25	-4,6757e+22	-5,5694e-05
49	-2,2570e+24	5,6457e+24	2,4993e+22	1,9200e-04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Tabela 33 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para as admitâncias $Y_{z\pi}$ dos modos α e β que foi aproximada utilizando 400 polos. Elas são formadas com 06 polos reais e 197 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continua)

Polos	Resíduos
-2,6822e+01	1,6605e-07
-5,4437e+01	1,7019
-1,3070e+02	2,0068e-06
-5,3007e+02	1,8726e-06
-3,0229e+03	1,1929e-02
-2,0653e+04	-1,4901e-04
-4,0160e+01 $\pm$ 2,3120e+03i	-1,7235 $\pm$ 4,2941e-02i

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

$-5,5005e+01 \pm 4,6411e+03i$	$1,7363 \pm 2,9771e-02i$
$-6,5919e+01 \pm 6,9746e+03i$	$-1,7412 \pm 2,3801e-02i$
$-7,5088e+01 \pm 9,3097e+03i$	$1,7441 \pm 2,0486e-02i$
$-8,3238e+01 \pm 1,1646e+04i$	$-1,7462 \pm 1,8273e-02i$
$-9,0658e+01 \pm 1,3983e+04i$	$1,7477 \pm 1,6653e-02i$
$-9,7520e+01 \pm 1,6321e+04i$	$-1,7488 \pm 1,5407e-02i$
$-1,0394e+02 \pm 1,8659e+04i$	$1,7498 \pm 1,4410e-02i$
$-1,1001e+02 \pm 2,0997e+04i$	$-1,7506 \pm 1,3593e-02i$
$-1,1577e+02 \pm 2,3336e+04i$	$1,7513 \pm 1,2906e-02i$
$-1,2129e+02 \pm 2,5675e+04i$	$-1,7518 \pm 1,2321e-02i$
$-1,2659e+02 \pm 2,8015e+04i$	$1,7523 \pm 1,1812e-02i$
$-1,3169e+02 \pm 3,0354e+04i$	$-1,7528 \pm 1,1367e-02i$
$-1,3664e+02 \pm 3,2694e+04i$	$1,7532 \pm 1,0972e-02i$
$-1,4143e+02 \pm 3,5034e+04i$	$-1,7536 \pm 1,0620e-02i$
$-1,4609e+02 \pm 3,7374e+04i$	$1,7539 \pm 1,0303e-02i$
$-1,5063e+02 \pm 3,9715e+04i$	$-1,7542 \pm 1,0016e-02i$
$-1,5507e+02 \pm 4,2055e+04i$	$1,7545 \pm 9,7546e-03i$
$-1,5940e+02 \pm 4,4396e+04i$	$-1,7547 \pm 9,5150e-03i$
$-1,6365e+02 \pm 4,6736e+04i$	$1,7549 \pm 9,2951e-03i$
$-1,6781e+02 \pm 4,9077e+04i$	$-1,7552 \pm 9,0915e-03i$
$-1,7189e+02 \pm 5,1418e+04i$	$1,7554 \pm 8,9035e-03i$
$-1,7590e+02 \pm 5,3759e+04i$	$-1,7556 \pm 8,7279e-03i$
$-1,7985e+02 \pm 5,6100e+04i$	$1,7557 \pm 8,5651e-03i$
$-1,8374e+02 \pm 5,8441e+04i$	$-1,7559 \pm 8,4116e-03i$
$-1,8756e+02 \pm 6,0782e+04i$	$1,7561 \pm 8,2691e-03i$
$-1,9134e+02 \pm 6,3124e+04i$	$-1,7562 \pm 8,1335e-03i$
$-1,9506e+02 \pm 6,5465e+04i$	$1,7564 \pm 8,0077e-03i$
$-1,9873e+02 \pm 6,7806e+04i$	$-1,7565 \pm 7,8868e-03i$
$-2,0236e+02 \pm 7,0148e+04i$	$1,7566 \pm 7,7747e-03i$
$-2,0595e+02 \pm 7,2489e+04i$	$-1,7568 \pm 7,6662e-03i$
$-2,0950e+02 \pm 7,4831e+04i$	$1,7569 \pm 7,5657e-03i$
$-2,1300e+02 \pm 7,7173e+04i$	$-1,7570 \pm 7,4674e-03i$
$-2,1648e+02 \pm 7,9514e+04i$	$1,7571 \pm 7,3769e-03i$
$-2,1991e+02 \pm 8,1856e+04i$	$-1,7572 \pm 7,2874e-03i$
$-2,2332e+02 \pm 8,4198e+04i$	$1,7573 \pm 7,2053e-03i$
$-2,2669e+02 \pm 8,6540e+04i$	$-1,7574 \pm 7,1234e-03i$
$-2,3004e+02 \pm 8,8882e+04i$	$1,7575 \pm 7,0487e-03i$

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

$-2,3335e+02 \pm 9,1224e+04i$	$-1,7576 \pm 6,9733e-03i$
$-2,3664e+02 \pm 9,3566e+04i$	$1,7577 \pm 6,9050e-03i$
$-2,3991e+02 \pm 9,5908e+04i$	$-1,7578 \pm 6,8353e-03i$
$-2,4314e+02 \pm 9,8250e+04i$	$1,7578 \pm 6,7727e-03i$
$-2,4636e+02 \pm 1,0059e+05i$	$-1,7579 \pm 6,7079e-03i$
$-2,4955e+02 \pm 1,0293e+05i$	$1,7580 \pm 6,6504e-03i$
$-2,5272e+02 \pm 1,0528e+05i$	$-1,7581 \pm 6,5899e-03i$
$-2,5587e+02 \pm 1,0762e+05i$	$1,7581 \pm 6,5369e-03i$
$-2,5900e+02 \pm 1,0996e+05i$	$-1,7582 \pm 6,4803e-03i$
$-2,6210e+02 \pm 1,1230e+05i$	$1,7583 \pm 6,4314e-03i$
$-2,6519e+02 \pm 1,1465e+05i$	$-1,7583 \pm 6,3782e-03i$
$-2,6827e+02 \pm 1,1699e+05i$	$1,7584 \pm 6,3329e-03i$
$-2,7132e+02 \pm 1,1933e+05i$	$-1,7585 \pm 6,2827e-03i$
$-2,7436e+02 \pm 1,2167e+05i$	$1,7585 \pm 6,2407e-03i$
$-2,7738e+02 \pm 1,2402e+05i$	$-1,7586 \pm 6,1933e-03i$
$-2,8038e+02 \pm 1,2636e+05i$	$1,7586 \pm 6,1543e-03i$
$-2,8337e+02 \pm 1,2870e+05i$	$-1,7587 \pm 6,1094e-03i$
$-2,8635e+02 \pm 1,3104e+05i$	$1,7588 \pm 6,0731e-03i$
$-2,8931e+02 \pm 1,3339e+05i$	$-1,7588 \pm 6,0304e-03i$
$-2,9225e+02 \pm 1,3573e+05i$	$1,7589 \pm 5,9966e-03i$
$-2,9519e+02 \pm 1,3807e+05i$	$-1,7589 \pm 5,9559e-03i$
$-2,9811e+02 \pm 1,4041e+05i$	$1,7590 \pm 5,9245e-03i$
$-3,0102e+02 \pm 1,4276e+05i$	$-1,7590 \pm 5,8855e-03i$
$-3,0391e+02 \pm 1,4510e+05i$	$1,7591 \pm 5,8562e-03i$
$-3,0679e+02 \pm 1,4744e+05i$	$-1,7591 \pm 5,8189e-03i$
$-3,0967e+02 \pm 1,4978e+05i$	$1,7592 \pm 5,7916e-03i$
$-3,1253e+02 \pm 1,5213e+05i$	$-1,7592 \pm 5,7558e-03i$
$-3,1538e+02 \pm 1,5447e+05i$	$1,7592 \pm 5,7304e-03i$
$-3,1822e+02 \pm 1,5681e+05i$	$-1,7593 \pm 5,6958e-03i$
$-3,2105e+02 \pm 1,5916e+05i$	$1,7593 \pm 5,6722e-03i$
$-3,2386e+02 \pm 1,6150e+05i$	$-1,7594 \pm 5,6389e-03i$
$-3,2667e+02 \pm 1,6384e+05i$	$1,7594 \pm 5,6168e-03i$
$-3,2947e+02 \pm 1,6618e+05i$	$-1,7595 \pm 5,5846e-03i$
$-3,3226e+02 \pm 1,6853e+05i$	$1,7595 \pm 5,5641e-03i$
$-3,3505e+02 \pm 1,7087e+05i$	$-1,7595 \pm 5,5329e-03i$
$-3,3782e+02 \pm 1,7321e+05i$	$1,7596 \pm 5,5138e-03i$
$-3,4058e+02 \pm 1,7556e+05i$	$-1,7596 \pm 5,4835e-03i$

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

$-3,4334e+02 \pm 1,7790e+05i$	$1,7596 \pm 5,4658e-03i$
$-3,4609e+02 \pm 1,8024e+05i$	$-1,7597 \pm 5,4363e-03i$
$-3,4883e+02 \pm 1,8258e+05i$	$1,7597 \pm 5,4199e-03i$
$-3,5156e+02 \pm 1,8493e+05i$	$-1,7598 \pm 5,3912e-03i$
$-3,5428e+02 \pm 1,8727e+05i$	$1,7598 \pm 5,3760e-03i$
$-3,5700e+02 \pm 1,8961e+05i$	$-1,7598 \pm 5,3479e-03i$
$-3,5971e+02 \pm 1,9196e+05i$	$1,7599 \pm 5,3339e-03i$
$-3,6241e+02 \pm 1,9430e+05i$	$-1,7599 \pm 5,3065e-03i$
$-3,6511e+02 \pm 1,9664e+05i$	$1,7599 \pm 5,2936e-03i$
$-3,6780e+02 \pm 1,9899e+05i$	$-1,7600 \pm 5,2667e-03i$
$-3,7048e+02 \pm 2,0133e+05i$	$1,7600 \pm 5,2548e-03i$
$-3,7316e+02 \pm 2,0367e+05i$	$-1,7600 \pm 5,2285e-03i$
$-3,7583e+02 \pm 2,0602e+05i$	$1,7600 \pm 5,2177e-03i$
$-3,7849e+02 \pm 2,0836e+05i$	$-1,7601 \pm 5,1917e-03i$
$-3,8115e+02 \pm 2,1070e+05i$	$1,7601 \pm 5,1819e-03i$
$-3,8380e+02 \pm 2,1305e+05i$	$-1,7601 \pm 5,1563e-03i$
$-3,8644e+02 \pm 2,1539e+05i$	$1,7602 \pm 5,1475e-03i$
$-3,8908e+02 \pm 2,1773e+05i$	$-1,7602 \pm 5,1223e-03i$
$-3,9172e+02 \pm 2,2008e+05i$	$1,7602 \pm 5,1144e-03i$
$-3,9435e+02 \pm 2,2242e+05i$	$-1,7603 \pm 5,0895e-03i$
$-3,9697e+02 \pm 2,2476e+05i$	$1,7603 \pm 5,0825e-03i$
$-3,9959e+02 \pm 2,2711e+05i$	$-1,7603 \pm 5,0578e-03i$
$-4,0220e+02 \pm 2,2945e+05i$	$1,7603 \pm 5,0517e-03i$
$-4,0481e+02 \pm 2,3179e+05i$	$-1,7604 \pm 5,0273e-03i$
$-4,0742e+02 \pm 2,3414e+05i$	$1,7604 \pm 5,0220e-03i$
$-4,1002e+02 \pm 2,3648e+05i$	$-1,7604 \pm 4,9977e-03i$
$-4,1261e+02 \pm 2,3882e+05i$	$1,7604 \pm 4,9933e-03i$
$-4,1520e+02 \pm 2,4117e+05i$	$-1,7605 \pm 4,9692e-03i$
$-4,1778e+02 \pm 2,4351e+05i$	$1,7605 \pm 4,9656e-03i$
$-4,2036e+02 \pm 2,4585e+05i$	$-1,7605 \pm 4,9416e-03i$
$-4,2294e+02 \pm 2,4820e+05i$	$1,7605 \pm 4,9389e-03i$
$-4,2551e+02 \pm 2,5054e+05i$	$-1,7606 \pm 4,9149e-03i$
$-4,2808e+02 \pm 2,5288e+05i$	$1,7606 \pm 4,9130e-03i$
$-4,3064e+02 \pm 2,5523e+05i$	$-1,7606 \pm 4,8890e-03i$
$-4,3320e+02 \pm 2,5757e+05i$	$1,7606 \pm 4,8879e-03i$
$-4,3576e+02 \pm 2,5991e+05i$	$-1,7607 \pm 4,8640e-03i$
$-4,3831e+02 \pm 2,6226e+05i$	$1,7607 \pm 4,8636e-03i$

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

$-4,4085e+02 \pm 2,6460e+05i$	$-1,7607 \pm 4,8397e-03i$
$-4,4340e+02 \pm 2,6695e+05i$	$1,7607 \pm 4,8401e-03i$
$-4,4594e+02 \pm 2,6929e+05i$	$-1,7608 \pm 4,8161e-03i$
$-4,4847e+02 \pm 2,7163e+05i$	$1,7608 \pm 4,8173e-03i$
$-4,5100e+02 \pm 2,7398e+05i$	$-1,7608 \pm 4,7932e-03i$
$-4,5353e+02 \pm 2,7632e+05i$	$1,7608 \pm 4,7952e-03i$
$-4,5606e+02 \pm 2,7866e+05i$	$-1,7608 \pm 4,7710e-03i$
$-4,5858e+02 \pm 2,8101e+05i$	$1,7609 \pm 4,7738e-03i$
$-4,6110e+02 \pm 2,8335e+05i$	$-1,7609 \pm 4,7493e-03i$
$-4,6361e+02 \pm 2,8569e+05i$	$1,7609 \pm 4,7529e-03i$
$-4,6612e+02 \pm 2,8804e+05i$	$-1,7609 \pm 4,7283e-03i$
$-4,6863e+02 \pm 2,9038e+05i$	$1,7609 \pm 4,7327e-03i$
$-4,7114e+02 \pm 2,9273e+05i$	$-1,7610 \pm 4,7079e-03i$
$-4,7364e+02 \pm 2,9507e+05i$	$1,7610 \pm 4,7131e-03i$
$-4,7614e+02 \pm 2,9741e+05i$	$-1,7610 \pm 4,6880e-03i$
$-4,7864e+02 \pm 2,9976e+05i$	$1,7610 \pm 4,6940e-03i$
$-4,8113e+02 \pm 3,0210e+05i$	$-1,7610 \pm 4,6686e-03i$
$-4,8362e+02 \pm 3,0444e+05i$	$1,7611 \pm 4,6755e-03i$
$-4,8611e+02 \pm 3,0679e+05i$	$-1,7611 \pm 4,6497e-03i$
$-4,8859e+02 \pm 3,0913e+05i$	$1,7611 \pm 4,6575e-03i$
$-4,9107e+02 \pm 3,1148e+05i$	$-1,7611 \pm 4,6313e-03i$
$-4,9355e+02 \pm 3,1382e+05i$	$1,7611 \pm 4,6400e-03i$
$-4,9603e+02 \pm 3,1616e+05i$	$-1,7612 \pm 4,6134e-03i$
$-4,9850e+02 \pm 3,1851e+05i$	$1,7612 \pm 4,6229e-03i$
$-5,0097e+02 \pm 3,2085e+05i$	$-1,7612 \pm 4,5959e-03i$
$-5,0344e+02 \pm 3,2320e+05i$	$1,7612 \pm 4,6063e-03i$
$-5,0590e+02 \pm 3,2554e+05i$	$-1,7612 \pm 4,5788e-03i$
$-5,0837e+02 \pm 3,2788e+05i$	$1,7612 \pm 4,5902e-03i$
$-5,1083e+02 \pm 3,3023e+05i$	$-1,7613 \pm 4,5621e-03i$
$-5,1328e+02 \pm 3,3257e+05i$	$1,7613 \pm 4,5745e-03i$
$-5,1574e+02 \pm 3,3491e+05i$	$-1,7613 \pm 4,5457e-03i$
$-5,1819e+02 \pm 3,3726e+05i$	$1,7613 \pm 4,5592e-03i$
$-5,2064e+02 \pm 3,3960e+05i$	$-1,7613 \pm 4,5297e-03i$
$-5,2309e+02 \pm 3,4195e+05i$	$1,7613 \pm 4,5443e-03i$
$-5,2554e+02 \pm 3,4429e+05i$	$-1,7614 \pm 4,5141e-03i$
$-5,2798e+02 \pm 3,4663e+05i$	$1,7614 \pm 4,5299e-03i$
$-5,3042e+02 \pm 3,4898e+05i$	$-1,7614 \pm 4,4987e-03i$

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

-5,3286e+02 $\pm$ 3,5132e+05i	1,7614 $\pm$ 4,5158e-03i
-5,3530e+02 $\pm$ 3,5367e+05i	-1,7614 $\pm$ 4,4837e-03i
-5,3773e+02 $\pm$ 3,5601e+05i	1,7614 $\pm$ 4,5021e-03i
-5,4016e+02 $\pm$ 3,5835e+05i	-1,7615 $\pm$ 4,4690e-03i
-5,4259e+02 $\pm$ 3,6070e+05i	1,7615 $\pm$ 4,4888e-03i
-5,4502e+02 $\pm$ 3,6304e+05i	-1,7615 $\pm$ 4,4545e-03i
-5,4745e+02 $\pm$ 3,6539e+05i	1,7615 $\pm$ 4,4758e-03i
-5,4987e+02 $\pm$ 3,6773e+05i	-1,7615 $\pm$ 4,4402e-03i
-5,5229e+02 $\pm$ 3,7007e+05i	1,7615 $\pm$ 4,4633e-03i
-5,5471e+02 $\pm$ 3,7242e+05i	-1,7616 $\pm$ 4,4262e-03i
-5,5713e+02 $\pm$ 3,7476e+05i	1,7616 $\pm$ 4,4511e-03i
-5,5955e+02 $\pm$ 3,7711e+05i	-1,7616 $\pm$ 4,4124e-03i
-5,6196e+02 $\pm$ 3,7945e+05i	1,7616 $\pm$ 4,4393e-03i
-5,6437e+02 $\pm$ 3,8179e+05i	-1,7616 $\pm$ 4,3987e-03i
-5,6678e+02 $\pm$ 3,8414e+05i	1,7616 $\pm$ 4,4279e-03i
-5,6919e+02 $\pm$ 3,8648e+05i	-1,7616 $\pm$ 4,3851e-03i
-5,7160e+02 $\pm$ 3,8883e+05i	1,7616 $\pm$ 4,4170e-03i
-5,7400e+02 $\pm$ 3,9117e+05i	-1,7617 $\pm$ 4,3717e-03i
-5,7641e+02 $\pm$ 3,9352e+05i	1,7617 $\pm$ 4,4064e-03i
-5,7881e+02 $\pm$ 3,9586e+05i	-1,7617 $\pm$ 4,3582e-03i
-5,8121e+02 $\pm$ 3,9820e+05i	1,7617 $\pm$ 4,3964e-03i
-5,8360e+02 $\pm$ 4,0055e+05i	-1,7617 $\pm$ 4,3448e-03i
-5,8600e+02 $\pm$ 4,0289e+05i	1,7617 $\pm$ 4,3869e-03i
-5,8840e+02 $\pm$ 4,0524e+05i	-1,7618 $\pm$ 4,3312e-03i
-5,9079e+02 $\pm$ 4,0758e+05i	1,7618 $\pm$ 4,3780e-03i
-5,9318e+02 $\pm$ 4,0992e+05i	-1,7618 $\pm$ 4,3175e-03i
-5,9557e+02 $\pm$ 4,1227e+05i	1,7618 $\pm$ 4,3699e-03i
-5,9796e+02 $\pm$ 4,1461e+05i	-1,7618 $\pm$ 4,3033e-03i
-6,0034e+02 $\pm$ 4,1696e+05i	1,7618 $\pm$ 4,3626e-03i
-6,0273e+02 $\pm$ 4,1930e+05i	-1,7618 $\pm$ 4,2886e-03i
-6,0511e+02 $\pm$ 4,2165e+05i	1,7618 $\pm$ 4,3564e-03i
-6,0749e+02 $\pm$ 4,2399e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2732e-03i
-6,0987e+02 $\pm$ 4,2633e+05i	1,7619 $\pm$ 4,3517e-03i
-6,1225e+02 $\pm$ 4,2868e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2565e-03i
-6,1462e+02 $\pm$ 4,3102e+05i	1,7619 $\pm$ 4,3486e-03i
-6,1700e+02 $\pm$ 4,3337e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2384e-03i
-6,1937e+02 $\pm$ 4,3571e+05i	1,7619 $\pm$ 4,3474e-03i

Tabela 33 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos. (conclusão)

-6,2175e+02 $\pm$ 4,3806e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2190e-03i
-6,2412e+02 $\pm$ 4,4040e+05i	1,7620 $\pm$ 4,3469e-03i
-6,2649e+02 $\pm$ 4,4274e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2021e-03i
-6,2885e+02 $\pm$ 4,4509e+05i	1,7620 $\pm$ 4,3369e-03i
-6,3122e+02 $\pm$ 4,4743e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,2149e-03i
-6,3359e+02 $\pm$ 4,4978e+05i	1,7622 $\pm$ 4,2418e-03i
-6,3595e+02 $\pm$ 4,5212e+05i	-1,7619 $\pm$ 4,4707e-03i
-6,3832e+02 $\pm$ 4,5447e+05i	1,7610 $\pm$ 4,2079e-03i
-6,0014e+02 $\pm$ 4,5681e+05i	-1,9166 $\pm$ 2,2949e-01i
-1,5596e+03 $\pm$ 4,5803e+05i	8,7085e-01 $\pm$ 1,0601i
-1,2105e+03 $\pm$ 4,5867e+05i	1,6509e-01 $\pm$ 1,2956i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi}$ dos modos α e β é composto por 06 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 34, e 197 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros disponíveis na Tabela 35.

Tabela 34 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.

<i>n</i>	R_{kn} (Ω)	L_{kn} (H)
1	1,6152e+28	6,0221e+29
2	3,1987e+21	5,8759e+22
3	6,5127e+27	4,9831e+28
4	2,8306e+28	5,3400e+28
5	2,5340e+25	8,3827e+24
6	-1,3860e+28	-6,7111e+26

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos. (continua)

<i>n</i>	R_{m1n} (Ω)	R_{m2n} (Ω)	L_{mn} (H)	C_{mn} (H)
1	-2,8363e+21	8,8948e+24	-2,9011e+22	-6,4443e-01
2	3,8756e+21	-2,5250e+25	2,8797e+22	1,6117e-01
3	-4,6305e+21	4,7495e+25	-2,8716e+22	-7,1575e-02
4	5,2873e+21	-7,2536e+25	2,8668e+22	4,0242e-02
5	-5,8731e+21	1,0054e+26	-2,8634e+22	-2,5747e-02
6	6,4056e+21	-1,3138e+26	2,8610e+22	1,7875e-02

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

7	-6,8988e+21	1,6464e+26	-2,8590e+22	-1,3130e-02
8	7,3610e+21	-2,0010e+26	2,8575e+22	1,0051e-02
9	-7,7988e+21	2,3744e+26	-2,8562e+22	-7,9407e-03
10	8,2157e+21	-2,7662e+26	2,8551e+22	6,4313e-03
11	-8,6156e+21	3,1737e+26	-2,8541e+22	-5,3146e-03
12	9,0002e+21	-3,5971e+26	2,8533e+22	4,4654e-03
13	-9,3721e+21	4,0338e+26	-2,8526e+22	-3,8045e-03
14	9,7324e+21	-4,4844e+26	2,8519e+22	3,2802e-03
15	-1,0083e+22	4,9466e+26	-2,8514e+22	-2,8573e-03
16	1,0424e+22	-5,4208e+26	2,8508e+22	2,5111e-03
17	-1,0757e+22	5,9055e+26	-2,8503e+22	-2,2243e-03
18	1,1083e+22	-6,4004e+26	2,8499e+22	1,9839e-03
19	-1,1402e+22	6,9052e+26	-2,8495e+22	-1,7805e-03
20	1,1715e+22	-7,4183e+26	2,8491e+22	1,6068e-03
21	-1,2022e+22	7,9411e+26	-2,8487e+22	-1,4574e-03
22	1,2325e+22	-8,4702e+26	2,8484e+22	1,3279e-03
23	-1,2622e+22	9,0095e+26	-2,8481e+22	-1,2149e-03
24	1,2916e+22	-9,5528e+26	2,8478e+22	1,1157e-03
25	-1,3204e+22	1,0107e+27	-2,8475e+22	-1,0282e-03
26	1,3490e+22	-1,0663e+27	2,8473e+22	9,5062e-04
27	-1,3770e+22	1,1231e+27	-2,8470e+22	-8,8149e-04
28	1,4050e+22	-1,1798e+27	2,8468e+22	8,1963e-04
29	-1,4324e+22	1,2379e+27	-2,8466e+22	-7,6406e-04
30	1,4597e+22	-1,2956e+27	2,8464e+22	7,1396e-04
31	-1,4865e+22	1,3549e+27	-2,8462e+22	-6,6863e-04
32	1,5133e+22	-1,4134e+27	2,8460e+22	6,2748e-04
33	-1,5396e+22	1,4739e+27	-2,8458e+22	-5,9002e-04
34	1,5659e+22	-1,5331e+27	2,8456e+22	5,5581e-04
35	-1,5917e+22	1,5947e+27	-2,8454e+22	-5,2450e-04
36	1,6177e+22	-1,6546e+27	2,8453e+22	4,9575e-04
37	-1,6430e+22	1,7172e+27	-2,8451e+22	-4,6931e-04
38	1,6686e+22	-1,7776e+27	2,8450e+22	4,4493e-04
39	-1,6935e+22	1,8412e+27	-2,8448e+22	-4,2240e-04
40	1,7188e+22	-1,9021e+27	2,8447e+22	4,0154e-04
41	-1,7433e+22	1,9667e+27	-2,8445e+22	-3,8219e-04
42	1,7683e+22	-2,0279e+27	2,8444e+22	3,6420e-04
43	-1,7925e+22	2,0934e+27	-2,8443e+22	-3,4745e-04

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

44	1,8173e+22	-2,1549e+27	2,8442e+22	3,3183e-04
45	-1,8410e+22	2,2214e+27	-2,8440e+22	-3,1725e-04
46	1,8656e+22	-2,2831e+27	2,8439e+22	3,0360e-04
47	-1,8891e+22	2,3505e+27	-2,8438e+22	-2,9082e-04
48	1,9135e+22	-2,4123e+27	2,8437e+22	2,7882e-04
49	-1,9366e+22	2,4806e+27	-2,8436e+22	-2,6756e-04
50	1,9609e+22	-2,5425e+27	2,8435e+22	2,5696e-04
51	-1,9837e+22	2,6117e+27	-2,8434e+22	-2,4698e-04
52	2,0078e+22	-2,6736e+27	2,8433e+22	2,3757e-04
53	-2,0304e+22	2,7437e+27	-2,8432e+22	-2,2869e-04
54	2,0543e+22	-2,8055e+27	2,8431e+22	2,2029e-04
55	-2,0767e+22	2,8766e+27	-2,8430e+22	-2,1235e-04
56	2,1005e+22	-2,9382e+27	2,8429e+22	2,0484e-04
57	-2,1226e+22	3,0102e+27	-2,8428e+22	-1,9771e-04
58	2,1463e+22	-3,0716e+27	2,8427e+22	1,9095e-04
59	-2,1681e+22	3,1446e+27	-2,8427e+22	-1,8453e-04
60	2,1917e+22	-3,2057e+27	2,8426e+22	1,7843e-04
61	-2,2133e+22	3,2796e+27	-2,8425e+22	-1,7263e-04
62	2,2369e+22	-3,3405e+27	2,8424e+22	1,6710e-04
63	-2,2583e+22	3,4153e+27	-2,8423e+22	-1,6184e-04
64	2,2818e+22	-3,4758e+27	2,8423e+22	1,5682e-04
65	-2,3029e+22	3,5516e+27	-2,8422e+22	-1,5203e-04
66	2,3264e+22	-3,6116e+27	2,8421e+22	1,4746e-04
67	-2,3473e+22	3,6884e+27	-2,8421e+22	-1,4309e-04
68	2,3707e+22	-3,7479e+27	2,8420e+22	1,3891e-04
69	-2,3914e+22	3,8258e+27	-2,8419e+22	-1,3491e-04
70	2,4148e+22	-3,8847e+27	2,8419e+22	1,3108e-04
71	-2,4353e+22	3,9637e+27	-2,8418e+22	-1,2742e-04
72	2,4587e+22	-4,0220e+27	2,8417e+22	1,2390e-04
73	-2,4789e+22	4,1021e+27	-2,8417e+22	-1,2053e-04
74	2,5023e+22	-4,1597e+27	2,8416e+22	1,1729e-04
75	-2,5223e+22	4,2409e+27	-2,8415e+22	-1,1419e-04
76	2,5457e+22	-4,2977e+27	2,8415e+22	1,1120e-04
77	-2,5656e+22	4,3802e+27	-2,8414e+22	-1,0833e-04
78	2,5890e+22	-4,4361e+27	2,8414e+22	1,0557e-04
79	-2,6086e+22	4,5198e+27	-2,8413e+22	-1,0291e-04
80	2,6321e+22	-4,5749e+27	2,8412e+22	1,0036e-04

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

81	-2,6514e+22	4,6599e+27	-2,8412e+22	-9,7894e-05
82	2,6750e+22	-4,7139e+27	2,8411e+22	9,5520e-05
83	-2,6941e+22	4,8003e+27	-2,8411e+22	-9,3232e-05
84	2,7177e+22	-4,8533e+27	2,8410e+22	9,1025e-05
85	-2,7366e+22	4,9410e+27	-2,8410e+22	-8,8896e-05
86	2,7602e+22	-4,9929e+27	2,8409e+22	8,6840e-05
87	-2,7789e+22	5,0821e+27	-2,8409e+22	-8,4855e-05
88	2,8027e+22	-5,1328e+27	2,8408e+22	8,2937e-05
89	-2,8211e+22	5,2235e+27	-2,8408e+22	-8,1084e-05
90	2,8449e+22	-5,2729e+27	2,8407e+22	7,9291e-05
91	-2,8632e+22	5,3651e+27	-2,8407e+22	-7,7558e-05
92	2,8871e+22	-5,4133e+27	2,8406e+22	7,5881e-05
93	-2,9051e+22	5,5071e+27	-2,8406e+22	-7,4258e-05
94	2,9291e+22	-5,5538e+27	2,8405e+22	7,2686e-05
95	-2,9468e+22	5,6494e+27	-2,8405e+22	-7,1164e-05
96	2,9709e+22	-5,6946e+27	2,8405e+22	6,9688e-05
97	-2,9885e+22	5,7919e+27	-2,8404e+22	-6,8259e-05
98	3,0127e+22	-5,8355e+27	2,8404e+22	6,6872e-05
99	-3,0300e+22	5,9347e+27	-2,8403e+22	-6,5528e-05
100	3,0543e+22	-5,9766e+27	2,8403e+22	6,4224e-05
101	-3,0713e+22	6,0777e+27	-2,8402e+22	-6,2959e-05
102	3,0959e+22	-6,1178e+27	2,8402e+22	6,1730e-05
103	-3,1126e+22	6,2210e+27	-2,8402e+22	-6,0537e-05
104	3,1373e+22	-6,2592e+27	2,8401e+22	5,9378e-05
105	-3,1538e+22	6,3645e+27	-2,8401e+22	-5,8252e-05
106	3,1786e+22	-6,4008e+27	2,8400e+22	5,7158e-05
107	-3,1948e+22	6,5082e+27	-2,8400e+22	-5,6095e-05
108	3,2198e+22	-6,5424e+27	2,8400e+22	5,5061e-05
109	-3,2357e+22	6,6522e+27	-2,8399e+22	-5,4055e-05
110	3,2610e+22	-6,6842e+27	2,8399e+22	5,3076e-05
111	-3,2766e+22	6,7964e+27	-2,8398e+22	-5,2124e-05
112	3,3020e+22	-6,8260e+27	2,8398e+22	5,1197e-05
113	-3,3173e+22	6,9408e+27	-2,8398e+22	-5,0295e-05
114	3,3430e+22	-6,9680e+27	2,8397e+22	4,9417e-05
115	-3,3580e+22	7,0854e+27	-2,8397e+22	-4,8561e-05
116	3,3838e+22	-7,1100e+27	2,8397e+22	4,7727e-05
117	-3,3985e+22	7,2303e+27	-2,8396e+22	-4,6915e-05

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

118	3,4246e+22	-7,2521e+27	2,8396e+22	4,6123e-05
119	-3,4390e+22	7,3753e+27	-2,8396e+22	-4,5351e-05
120	3,4654e+22	-7,3943e+27	2,8395e+22	4,4598e-05
121	-3,4793e+22	7,5206e+27	-2,8395e+22	-4,3864e-05
122	3,5060e+22	-7,5365e+27	2,8395e+22	4,3148e-05
123	-3,5196e+22	7,6660e+27	-2,8394e+22	-4,2449e-05
124	3,5466e+22	-7,6787e+27	2,8394e+22	4,1767e-05
125	-3,5598e+22	7,8117e+27	-2,8394e+22	-4,1101e-05
126	3,5871e+22	-7,8210e+27	2,8393e+22	4,0451e-05
127	-3,5999e+22	7,9576e+27	-2,8393e+22	-3,9817e-05
128	3,6276e+22	-7,9633e+27	2,8393e+22	3,9197e-05
129	-3,6399e+22	8,1037e+27	-2,8392e+22	-3,8592e-05
130	3,6680e+22	-8,1055e+27	2,8392e+22	3,8000e-05
131	-3,6799e+22	8,2501e+27	-2,8392e+22	-3,7422e-05
132	3,7083e+22	-8,2478e+27	2,8392e+22	3,6857e-05
133	-3,7197e+22	8,3967e+27	-2,8391e+22	-3,6305e-05
134	3,7486e+22	-8,3901e+27	2,8391e+22	3,5765e-05
135	-3,7595e+22	8,5435e+27	-2,8390e+22	-3,5237e-05
136	3,7888e+22	-8,5323e+27	2,8390e+22	3,4721e-05
137	-3,7992e+22	8,6906e+27	-2,8390e+22	-3,4216e-05
138	3,8290e+22	-8,6745e+27	2,8390e+22	3,3721e-05
139	-3,8389e+22	8,8379e+27	-2,8389e+22	-3,3238e-05
140	3,8692e+22	-8,8165e+27	2,8389e+22	3,2765e-05
141	-3,8784e+22	8,9855e+27	-2,8389e+22	-3,2302e-05
142	3,9093e+22	-8,9585e+27	2,8389e+22	3,1848e-05
143	-3,9179e+22	9,1334e+27	-2,8388e+22	-3,1404e-05
144	3,9493e+22	-9,1004e+27	2,8388e+22	3,0970e-05
145	-3,9573e+22	9,2816e+27	-2,8388e+22	-3,0544e-05
146	3,9894e+22	-9,2421e+27	2,8388e+22	3,0127e-05
147	-3,9966e+22	9,4302e+27	-2,8387e+22	-2,9719e-05
148	4,0294e+22	-9,3837e+27	2,8387e+22	2,9318e-05
149	-4,0358e+22	9,5792e+27	-2,8387e+22	-2,8926e-05
150	4,0694e+22	-9,5250e+27	2,8386e+22	2,8541e-05
151	-4,0750e+22	9,7286e+27	-2,8386e+22	-2,8165e-05
152	4,1093e+22	-9,6660e+27	2,8386e+22	2,7795e-05
153	-4,1140e+22	9,8784e+27	-2,8385e+22	-2,7433e-05
154	4,1493e+22	-9,8068e+27	2,8385e+22	2,7078e-05

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(continuação)

155	-4,1530e+22	1,0029e+28	-2,8385e+22	-2,6730e-05
156	4,1893e+22	-9,9471e+27	2,8385e+22	2,6388e-05
157	-4,1918e+22	1,0180e+28	-2,8384e+22	-2,6053e-05
158	4,2292e+22	-1,0087e+28	2,8384e+22	2,5724e-05
159	-4,2306e+22	1,0331e+28	-2,8384e+22	-2,5402e-05
160	4,2692e+22	-1,0226e+28	2,8384e+22	2,5085e-05
161	-4,2692e+22	1,0484e+28	-2,8383e+22	-2,4774e-05
162	4,3092e+22	-1,0365e+28	2,8384e+22	2,4469e-05
163	-4,3077e+22	1,0637e+28	-2,8383e+22	-2,4170e-05
164	4,3493e+22	-1,0503e+28	2,8383e+22	2,3876e-05
165	-4,3460e+22	1,0792e+28	-2,8382e+22	-2,3588e-05
166	4,3894e+22	-1,0640e+28	2,8383e+22	2,3304e-05
167	-4,3842e+22	1,0948e+28	-2,8382e+22	-2,3026e-05
168	4,4296e+22	-1,0775e+28	2,8382e+22	2,2752e-05
169	-4,4222e+22	1,1105e+28	-2,8382e+22	-2,2484e-05
170	4,4700e+22	-1,0909e+28	2,8382e+22	2,2220e-05
171	-4,4599e+22	1,1265e+28	-2,8381e+22	-2,1961e-05
172	4,5105e+22	-1,1041e+28	2,8381e+22	2,1706e-05
173	-4,4973e+22	1,1427e+28	-2,8381e+22	-2,1456e-05
174	4,5513e+22	-1,1170e+28	2,8381e+22	2,1210e-05
175	-4,5344e+22	1,1593e+28	-2,8380e+22	-2,0969e-05
176	4,5924e+22	-1,1296e+28	2,8380e+22	2,0731e-05
177	-4,5710e+22	1,1763e+28	-2,8380e+22	-2,0498e-05
178	4,6339e+22	-1,1418e+28	2,8380e+22	2,0268e-05
179	-4,6071e+22	1,1939e+28	-2,8379e+22	-2,0042e-05
180	4,6761e+22	-1,1533e+28	2,8380e+22	1,9820e-05
181	-4,6423e+22	1,2123e+28	-2,8379e+22	-1,9602e-05
182	4,7191e+22	-1,1640e+28	2,8379e+22	1,9386e-05
183	-4,6765e+22	1,2317e+28	-2,8379e+22	-1,9175e-05
184	4,7632e+22	-1,1737e+28	2,8379e+22	1,8967e-05
185	-4,7094e+22	1,2526e+28	-2,8378e+22	-1,8763e-05
186	4,8085e+22	-1,1822e+28	2,8378e+22	1,8562e-05
187	-4,7411e+22	1,2747e+28	-2,8378e+22	-1,8364e-05
188	4,8542e+22	-1,1903e+28	2,8377e+22	1,8169e-05
189	-4,7744e+22	1,2953e+28	-2,8378e+22	-1,7977e-05
190	4,8930e+22	-1,2047e+28	2,8376e+22	1,7789e-05
191	-4,8289e+22	1,2937e+28	-2,8379e+22	-1,7601e-05

Tabela 35 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{z\pi\alpha}$ ou $Y_{z\pi\beta}$ com 400 polos.
(conclusão)

192	4,8698e+22	-1,2781e+28	2,8374e+22	1,7421e-05
193	-5,0605e+22	1,1346e+28	-2,8379e+22	-1,7238e-05
194	4,8958e+22	-1,3101e+28	2,8393e+22	1,7052e-05
195	1,4113e+24	-9,9859e+25	-2,6088e+22	-1,8109e-05
196	3,2103e+25	-5,3766e+25	5,7415e+22	3,3450e-06
197	-1,0898e+27	1,1075e+27	3,0287e+23	2,5076e-08

Fonte: Elaboração do próprio autor.

- Admitâncias Y_π dos modos α e β com 80 e 260 polos

Na Tabela 36 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para as admitâncias Y_π dos modos α e β que foi aproximada utilizando 80 polos. Elas são formadas com 12 polos reais e 34 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 36 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.
(continua)

Polos	Resíduos
-2,0072e+02	1,7657e-10
-5,2096e+02	1,2961e-08
-1,0675e+03	2,8625e-07
-2,0757e+03	4,6944e-06
-2,9669e+03	5,4973e-02
-5,3387e+03	3,6030e-05
-9,8772e+03	6,6689e-02
-2,0587e+04	6,3770e-02
-2,6545e+04	8,7964e-03
-3,7355e+04	7,5010e-02
-6,3756e+04	1,1633e-01
-9,4431e+06	2,5940e+04
-4,0160e+01 ± 2,3120e+03i	3,4469 ± 8,5882e-02i
-6,5919e+01 ± 6,9746e+03i	3,4824 ± 4,7601e-02i
-8,3238e+01 ± 1,1646e+04i	3,4923 ± 3,6545e-02i
-9,7520e+01 ± 1,6321e+04i	3,4977 ± 3,0813e-02i
-1,1001e+02 ± 2,0997e+04i	3,5012 ± 2,7186e-02i
-1,2129e+02 ± 2,5675e+04i	3,5037 ± 2,4641e-02i
-1,3169e+02 ± 3,0354e+04i	3,5056 ± 2,2734e-02i
-1,4143e+02 ± 3,5034e+04i	3,5071 ± 2,1240e-02i

Tabela 36 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos. (conclusão)

$-1,5063e+02 \pm 3,9715e+04i$	$3,5084 \pm 2,0032e-02i$
$-1,5940e+02 \pm 4,4396e+04i$	$3,5094 \pm 1,9030e-02i$
$-1,6781e+02 \pm 4,9077e+04i$	$3,5103 \pm 1,8183e-02i$
$-1,7590e+02 \pm 5,3759e+04i$	$3,5111 \pm 1,7456e-02i$
$-1,8374e+02 \pm 5,8441e+04i$	$3,5118 \pm 1,6824e-02i$
$-1,9134e+02 \pm 6,3124e+04i$	$3,5124 \pm 1,6268e-02i$
$-1,9873e+02 \pm 6,7806e+04i$	$3,5130 \pm 1,5775e-02i$
$-2,0595e+02 \pm 7,2489e+04i$	$3,5135 \pm 1,5334e-02i$
$-2,1300e+02 \pm 7,7173e+04i$	$3,5140 \pm 1,4936e-02i$
$-2,1991e+02 \pm 8,1856e+04i$	$3,5144 \pm 1,4577e-02i$
$-2,2669e+02 \pm 8,6540e+04i$	$3,5148 \pm 1,4249e-02i$
$-2,3335e+02 \pm 9,1224e+04i$	$3,5152 \pm 1,3949e-02i$
$-2,3991e+02 \pm 9,5908e+04i$	$3,5155 \pm 1,3673e-02i$
$-2,4636e+02 \pm 1,0059e+05i$	$3,5158 \pm 1,3418e-02i$
$-2,5272e+02 \pm 1,0528e+05i$	$3,5161 \pm 1,3183e-02i$
$-2,5900e+02 \pm 1,0996e+05i$	$3,5164 \pm 1,2964e-02i$
$-2,6519e+02 \pm 1,1465e+05i$	$3,5167 \pm 1,2759e-02i$
$-2,7132e+02 \pm 1,1933e+05i$	$3,5169 \pm 1,2569e-02i$
$-2,7738e+02 \pm 1,2402e+05i$	$3,5172 \pm 1,2390e-02i$
$-2,8338e+02 \pm 1,2870e+05i$	$3,5174 \pm 1,2289e-02i$
$-3,0847e+02 \pm 1,3339e+05i$	$3,5578 \pm 8,4613e-02i$
$-8,7761e+02 \pm 1,3876e+05i$	$5,0134 \pm 9,9723e-01i$
$-3,5765e+03 \pm 1,4864e+05i$	$1,0687e+01 \pm 3,5083i$
$-1,2845e+04 \pm 1,7081e+05i$	$2,4761e+01 \pm 1,2628e+01i$
$-5,3519e+04 \pm 2,2506e+05i$	$6,2384e+01 \pm 6,5194e+01i$
$-3,3344e+05 \pm 2,3333e+05i$	$-3,1025e+02 \pm 3,1493e+02i$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza as admitâncias Y_{π} dos modos α e β é composto por 12 ramos de circuitos RL e seus parâmetros estão na Tabela 37, e 34 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros disponíveis na Tabela 38.

Tabela 37 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	1,1368e+12	5,6636e+12
2	4,0195e+10	7,7156e+10
3	3,7292e+09	3,4935e+09
4	4,4217e+08	2,1302e+08
5	5,3971e+04	1,8191e+04
6	1,4817e+08	2,7754e+07
7	1,4811e+05	1,4995e+04
8	3,2283e+05	1,5681e+04
9	3,0178e+06	1,1368e+05
10	4,9801e+05	1,3332e+04
11	5,4808e+05	8,5966e+03
12	3,6404e+02	3,8551e-02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 38 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.
(continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	1,4182e+01	-4,4474e+04	1,4506e+02	1,2889
2	2,3153e+01	-2,3747e+05	1,4358e+02	1,4315e-01
3	2,9365e+01	-5,0273e+05	1,4317e+02	5,1493e-02
4	3,4493e+01	-8,2326e+05	1,4295e+02	2,6261e-02
5	3,8993e+01	-1,1873e+06	1,4281e+02	1,5881e-02
6	4,3077e+01	-1,5869e+06	1,4271e+02	1,0629e-02
7	4,6860e+01	-2,0170e+06	1,4263e+02	7,6090e-03
8	5,0414e+01	-2,4734e+06	1,4257e+02	5,7145e-03
9	5,3786e+01	-2,9528e+06	1,4252e+02	4,4486e-03
10	5,7010e+01	-3,4525e+06	1,4247e+02	3,5610e-03
11	6,0112e+01	-3,9703e+06	1,4244e+02	2,9148e-03
12	6,3111e+01	-4,5044e+06	1,4241e+02	2,4298e-03
13	6,6021e+01	-5,0529e+06	1,4238e+02	2,0564e-03
14	6,8855e+01	-5,6147e+06	1,4235e+02	1,7630e-03
15	7,1621e+01	-6,1884e+06	1,4233e+02	1,5281e-03
16	7,4328e+01	-6,7730e+06	1,4231e+02	1,3373e-03
17	7,6983e+01	-7,3674e+06	1,4229e+02	1,1800e-03
18	7,9590e+01	-7,9710e+06	1,4227e+02	1,0490e-03
19	8,2155e+01	-8,5828e+06	1,4226e+02	9,3862e-04
20	8,4682e+01	-9,2023e+06	1,4224e+02	8,4480e-04

Tabela 38 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 80 polos.
(conclusão)

21	8,7174e+01	-9,8288e+06	1,4223e+02	7,6437e-04
22	8,9633e+01	-1,0462e+07	1,4221e+02	6,9490e-04
23	9,2064e+01	-1,1101e+07	1,4220e+02	6,3449e-04
24	9,4468e+01	-1,1745e+07	1,4219e+02	5,8163e-04
25	9,6847e+01	-1,2395e+07	1,4218e+02	5,3511e-04
26	9,9203e+01	-1,3049e+07	1,4217e+02	4,9396e-04
27	1,0154e+02	-1,3708e+07	1,4216e+02	4,5737e-04
28	1,0420e+02	-1,4160e+07	1,4215e+02	4,2470e-04
29	4,8919e+02	-8,7365e+05	1,4054e+02	3,9967e-04
30	2,8402e+03	-7,4700e+04	9,9732e+01	5,0094e-04
31	2,4504e+03	-2,5323e+04	4,6786e+01	8,7326e-04
32	2,0184e+03	-9,9959e+03	2,0193e+01	1,3471e-03
33	2,3140e+03	-4,6749e+03	8,0149	1,1774e-03
34	-1,5565e+02	-3,1239e+02	-1,6116	-5,6132e-03

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Tabela 39 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para as admitância Y_{π} dos modos α e β que foi aproximada utilizando 260 polos. Elas são formadas com 16 polos reais e 122 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 39 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continua)

Polos	Resíduos
-1,2805e+02	1,8945e-11
-3,3244e+02	1,4548e-09
-6,7864e+02	3,6575e-08
-1,2369e+03	4,6003e-07
-2,2926e+03	8,2239e-06
-2,9669e+03	5,4969e-02
-5,1469e+03	3,0561e-05
-9,8718e+03	6,6348e-02
-1,1506e+04	4,4897e-04
-2,0724e+04	6,7004e-02
-3,5464e+04	6,7394e-02
-5,4178e+04	6,9529e-02
-7,8621e+04	8,1239e-02
-1,1500e+05	1,0916e-01

Tabela 39 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continuação)

-1,7541e+05	1,6246e-01
-2,9366e+05	3,1471e-01
-4,0160e+01 $\pm$ 2,3120e+03i	3,4469 $\pm$ 8,5882e-02i
-6,5424e-02 $\pm$ 2,3135e+03i	1,5416e-15 $\pm$ 6,4897e-16i
-9,8144e-02 $\pm$ 2,3378e+03i	-6,7095e-16 $\pm$ 2,5496e-15i
-1,8213e-01 $\pm$ 6,9334e+03i	2,8082e-15 $\pm$ 5,6200e-16i
-6,5919e+01 $\pm$ 6,9746e+03i	3,4824 $\pm$ 4,7601e-02i
-1,3840e-01 $\pm$ 6,9771e+03i	2,1293e-15 $\pm$ 2,8900e-15i
-7,7900e-01 $\pm$ 7,0057e+03i	-8,8292e-15 $\pm$ 5,2002e-15i
-2,6646e-01 $\pm$ 1,1637e+04i	7,0786e-15 $\pm$ 3,5890e-15i
-8,3238e+01 $\pm$ 1,1646e+04i	3,4923 $\pm$ 3,6545e-02i
-2,4814e-01 $\pm$ 1,1693e+04i	1,3057e-15 $\pm$ 2,5233e-15i
-1,2956e-01 $\pm$ 1,6301e+04i	-1,3672e-15 $\pm$ 3,1668e-15i
-9,7520e+01 $\pm$ 1,6321e+04i	3,4977 $\pm$ 3,0813e-02i
-1,5641e-01 $\pm$ 1,6372e+04i	7,7664e-16 $\pm$ 2,2914e-15i
-1,1001e+02 $\pm$ 2,0997e+04i	3,5012 $\pm$ 2,7186e-02i
-1,6395e-01 $\pm$ 2,5652e+04i	3,8848e-15 $\pm$ 1,3214e-15i
-1,2129e+02 $\pm$ 2,5675e+04i	3,5037 $\pm$ 2,4641e-02i
-1,3169e+02 $\pm$ 3,0354e+04i	3,5056 $\pm$ 2,2734e-02i
-1,4143e+02 $\pm$ 3,5034e+04i	3,5071 $\pm$ 2,1240e-02i
-1,5063e+02 $\pm$ 3,9715e+04i	3,5084 $\pm$ 2,0032e-02i
-1,5940e+02 $\pm$ 4,4396e+04i	3,5094 $\pm$ 1,9030e-02i
-1,6781e+02 $\pm$ 4,9077e+04i	3,5103 $\pm$ 1,8183e-02i
-1,7590e+02 $\pm$ 5,3759e+04i	3,5111 $\pm$ 1,7456e-02i
-1,8374e+02 $\pm$ 5,8441e+04i	3,5118 $\pm$ 1,6824e-02i
-1,9134e+02 $\pm$ 6,3124e+04i	3,5124 $\pm$ 1,6268e-02i
-1,9873e+02 $\pm$ 6,7806e+04i	3,5130 $\pm$ 1,5775e-02i
-2,0595e+02 $\pm$ 7,2489e+04i	3,5135 $\pm$ 1,5334e-02i
-2,1300e+02 $\pm$ 7,7173e+04i	3,5140 $\pm$ 1,4936e-02i
-2,1991e+02 $\pm$ 8,1856e+04i	3,5144 $\pm$ 1,4577e-02i
-2,2669e+02 $\pm$ 8,6540e+04i	3,5148 $\pm$ 1,4249e-02i
-2,3335e+02 $\pm$ 9,1224e+04i	3,5152 $\pm$ 1,3949e-02i
-2,3991e+02 $\pm$ 9,5908e+04i	3,5155 $\pm$ 1,3673e-02i
-2,4636e+02 $\pm$ 1,0059e+05i	3,5158 $\pm$ 1,3418e-02i
-2,5272e+02 $\pm$ 1,0528e+05i	3,5161 $\pm$ 1,3183e-02i
-2,5900e+02 $\pm$ 1,0996e+05i	3,5164 $\pm$ 1,2964e-02i
-2,6519e+02 $\pm$ 1,1465e+05i	3,5167 $\pm$ 1,2759e-02i

Tabela 39 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continuação)

$-2,7132e+02 \pm 1,1933e+05i$	$3,5169 \pm 1,2569e-02i$
$-2,7738e+02 \pm 1,2402e+05i$	$3,5172 \pm 1,2390e-02i$
$-2,8337e+02 \pm 1,2870e+05i$	$3,5174 \pm 1,2222e-02i$
$-2,8931e+02 \pm 1,3339e+05i$	$3,5176 \pm 1,2065e-02i$
$-2,9519e+02 \pm 1,3807e+05i$	$3,5178 \pm 1,1916e-02i$
$-3,0102e+02 \pm 1,4276e+05i$	$3,5180 \pm 1,1775e-02i$
$-3,0679e+02 \pm 1,4744e+05i$	$3,5182 \pm 1,1642e-02i$
$-3,1253e+02 \pm 1,5213e+05i$	$3,5184 \pm 1,1516e-02i$
$-3,1822e+02 \pm 1,5681e+05i$	$3,5186 \pm 1,1397e-02i$
$-3,2386e+02 \pm 1,6150e+05i$	$3,5188 \pm 1,1283e-02i$
$-3,2947e+02 \pm 1,6618e+05i$	$3,5189 \pm 1,1175e-02i$
$-3,3505e+02 \pm 1,7087e+05i$	$3,5191 \pm 1,1072e-02i$
$-3,4058e+02 \pm 1,7556e+05i$	$3,5192 \pm 1,0973e-02i$
$-3,4609e+02 \pm 1,8024e+05i$	$3,5194 \pm 1,0879e-02i$
$-3,5156e+02 \pm 1,8493e+05i$	$3,5195 \pm 1,0789e-02i$
$-3,5700e+02 \pm 1,8961e+05i$	$3,5197 \pm 1,0703e-02i$
$-3,6241e+02 \pm 1,9430e+05i$	$3,5198 \pm 1,0620e-02i$
$-3,6780e+02 \pm 1,9899e+05i$	$3,5199 \pm 1,0541e-02i$
$-3,7316e+02 \pm 2,0367e+05i$	$3,5200 \pm 1,0465e-02i$
$-3,7849e+02 \pm 2,0836e+05i$	$3,5202 \pm 1,0391e-02i$
$-3,8380e+02 \pm 2,1305e+05i$	$3,5203 \pm 1,0321e-02i$
$-3,8908e+02 \pm 2,1773e+05i$	$3,5204 \pm 1,0253e-02i$
$-3,9435e+02 \pm 2,2242e+05i$	$3,5205 \pm 1,0188e-02i$
$-3,9959e+02 \pm 2,2711e+05i$	$3,5206 \pm 1,0125e-02i$
$-4,0481e+02 \pm 2,3179e+05i$	$3,5207 \pm 1,0064e-02i$
$-4,1002e+02 \pm 2,3648e+05i$	$3,5208 \pm 1,0005e-02i$
$-4,1520e+02 \pm 2,4117e+05i$	$3,5209 \pm 9,9486e-03i$
$-4,2036e+02 \pm 2,4585e+05i$	$3,5210 \pm 9,8938e-03i$
$-4,2551e+02 \pm 2,5054e+05i$	$3,5211 \pm 9,8407e-03i$
$-4,3064e+02 \pm 2,5523e+05i$	$3,5212 \pm 9,7894e-03i$
$-4,3576e+02 \pm 2,5991e+05i$	$3,5213 \pm 9,7396e-03i$
$-4,4085e+02 \pm 2,6460e+05i$	$3,5214 \pm 9,6914e-03i$
$-4,4594e+02 \pm 2,6929e+05i$	$3,5215 \pm 9,6447e-03i$
$-4,5100e+02 \pm 2,7398e+05i$	$3,5216 \pm 9,5994e-03i$
$-4,5606e+02 \pm 2,7866e+05i$	$3,5217 \pm 9,5553e-03i$
$-4,6110e+02 \pm 2,8335e+05i$	$3,5218 \pm 9,5126e-03i$
$-4,6110e+02 \pm 2,8335e+05i$	$3,5218 \pm 9,5126e-03i$
$-4,6612e+02 \pm 2,8804e+05i$	$3,5218 \pm 9,4711e-03i$

Tabela 39 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continuação)

$-4,7114\text{e}+02 \pm 2,9273\text{e}+05\text{i}$	$3,5219 \pm 9,4307\text{e}-03\text{i}$
$-4,7614\text{e}+02 \pm 2,9741\text{e}+05\text{i}$	$3,5220 \pm 9,3915\text{e}-03\text{i}$
$-4,8113\text{e}+02 \pm 3,0210\text{e}+05\text{i}$	$3,5221 \pm 9,3533\text{e}-03\text{i}$
$-4,8611\text{e}+02 \pm 3,0679\text{e}+05\text{i}$	$3,5222 \pm 9,3162\text{e}-03\text{i}$
$-4,9107\text{e}+02 \pm 3,1148\text{e}+05\text{i}$	$3,5222 \pm 9,2800\text{e}-03\text{i}$
$-4,9603\text{e}+02 \pm 3,1616\text{e}+05\text{i}$	$3,5223 \pm 9,2448\text{e}-03\text{i}$
$-5,0097\text{e}+02 \pm 3,2085\text{e}+05\text{i}$	$3,5224 \pm 9,2104\text{e}-03\text{i}$
$-5,0590\text{e}+02 \pm 3,2554\text{e}+05\text{i}$	$3,5224 \pm 9,1770\text{e}-03\text{i}$
$-5,1083\text{e}+02 \pm 3,3023\text{e}+05\text{i}$	$3,5225 \pm 9,1443\text{e}-03\text{i}$
$-5,1574\text{e}+02 \pm 3,3491\text{e}+05\text{i}$	$3,5226 \pm 9,1125\text{e}-03\text{i}$
$-5,2064\text{e}+02 \pm 3,3960\text{e}+05\text{i}$	$3,5227 \pm 9,0814\text{e}-03\text{i}$
$-5,2554\text{e}+02 \pm 3,4429\text{e}+05\text{i}$	$3,5227 \pm 9,0511\text{e}-03\text{i}$
$-5,3042\text{e}+02 \pm 3,4898\text{e}+05\text{i}$	$3,5228 \pm 9,0215\text{e}-03\text{i}$
$-5,3530\text{e}+02 \pm 3,5367\text{e}+05\text{i}$	$3,5229 \pm 8,9926\text{e}-03\text{i}$
$-5,4016\text{e}+02 \pm 3,5835\text{e}+05\text{i}$	$3,5229 \pm 8,9644\text{e}-03\text{i}$
$-5,4502\text{e}+02 \pm 3,6304\text{e}+05\text{i}$	$3,5230 \pm 8,9367\text{e}-03\text{i}$
$-5,4987\text{e}+02 \pm 3,6773\text{e}+05\text{i}$	$3,5230 \pm 8,9097\text{e}-03\text{i}$
$-5,5471\text{e}+02 \pm 3,7242\text{e}+05\text{i}$	$3,5231 \pm 8,8833\text{e}-03\text{i}$
$-5,5955\text{e}+02 \pm 3,7711\text{e}+05\text{i}$	$3,5232 \pm 8,8575\text{e}-03\text{i}$
$-5,6437\text{e}+02 \pm 3,8179\text{e}+05\text{i}$	$3,5232 \pm 8,8323\text{e}-03\text{i}$
$-5,6919\text{e}+02 \pm 3,8648\text{e}+05\text{i}$	$3,5233 \pm 8,8075\text{e}-03\text{i}$
$-5,7400\text{e}+02 \pm 3,9117\text{e}+05\text{i}$	$3,5233 \pm 8,7833\text{e}-03\text{i}$
$-5,7881\text{e}+02 \pm 3,9586\text{e}+05\text{i}$	$3,5234 \pm 8,7596\text{e}-03\text{i}$
$-5,8360\text{e}+02 \pm 4,0055\text{e}+05\text{i}$	$3,5234 \pm 8,7364\text{e}-03\text{i}$
$-5,8840\text{e}+02 \pm 4,0524\text{e}+05\text{i}$	$3,5235 \pm 8,7136\text{e}-03\text{i}$
$-5,9318\text{e}+02 \pm 4,0992\text{e}+05\text{i}$	$3,5236 \pm 8,6913\text{e}-03\text{i}$
$-5,9796\text{e}+02 \pm 4,1461\text{e}+05\text{i}$	$3,5236 \pm 8,6695\text{e}-03\text{i}$
$-6,0273\text{e}+02 \pm 4,1930\text{e}+05\text{i}$	$3,5237 \pm 8,6480\text{e}-03\text{i}$
$-6,0749\text{e}+02 \pm 4,2399\text{e}+05\text{i}$	$3,5237 \pm 8,6270\text{e}-03\text{i}$
$-6,1225\text{e}+02 \pm 4,2868\text{e}+05\text{i}$	$3,5238 \pm 8,6064\text{e}-03\text{i}$
$-6,1700\text{e}+02 \pm 4,3337\text{e}+05\text{i}$	$3,5238 \pm 8,5862\text{e}-03\text{i}$
$-6,2175\text{e}+02 \pm 4,3806\text{e}+05\text{i}$	$3,5239 \pm 8,5663\text{e}-03\text{i}$
$-6,2649\text{e}+02 \pm 4,4274\text{e}+05\text{i}$	$3,5239 \pm 8,5468\text{e}-03\text{i}$
$-6,3122\text{e}+02 \pm 4,4743\text{e}+05\text{i}$	$3,5240 \pm 8,5277\text{e}-03\text{i}$
$-6,3595\text{e}+02 \pm 4,5212\text{e}+05\text{i}$	$3,5240 \pm 8,5089\text{e}-03\text{i}$
$-6,4067\text{e}+02 \pm 4,5681\text{e}+05\text{i}$	$3,5241 \pm 8,4905\text{e}-03\text{i}$
$-6,4539\text{e}+02 \pm 4,6150\text{e}+05\text{i}$	$3,5241 \pm 8,4723\text{e}-03\text{i}$

Tabela 39 – Polos e resíduos da aproximação das admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos. (conclusão)

$-6,5010e+02 \pm 4,6619e+05i$	$3,5242 \pm 8,4545e-03i$
$-6,5481e+02 \pm 4,7088e+05i$	$3,5242 \pm 8,4370e-03i$
$-6,5951e+02 \pm 4,7557e+05i$	$3,5243 \pm 8,4198e-03i$
$-6,6421e+02 \pm 4,8025e+05i$	$3,5243 \pm 8,4063e-03i$
$-6,7196e+02 \pm 4,8494e+05i$	$3,5306 \pm 2,2006e-02i$
$-8,5854e+02 \pm 4,8986e+05i$	$4,1148 \pm 3,7975e-01i$
$-1,8979e+03 \pm 4,9714e+05i$	$7,4043 \pm 1,2517i$
$-4,4648e+03 \pm 5,1127e+05i$	$1,4670e+01 \pm 2,8550i$
$-1,0455e+04 \pm 5,3956e+05i$	$2,9753e+01 \pm 6,8381i$
$-2,5569e+04 \pm 5,9894e+05i$	$6,4783e+01 \pm 1,7997e+01i$
$-6,8696e+04 \pm 7,3990e+05i$	$1,6791e+02 \pm 5,4691e+01i$
$-2,0629e+05 \pm 1,2009e+06i$	$6,7703e+02 \pm 1,6312e+02i$
$-2,6364e+05 \pm 4,0304e+06i$	$6,0707e+03 \pm 1,5617e+02i$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 40 – Parâmetros dos circuitos RL para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	6,7593e+32	5,2786e+33
2	2,2852e+31	6,8740e+31
3	1,8555e+30	2,7341e+30
4	2,6888e+29	2,1738e+29
5	2,7877e+28	1,2160e+28
6	5,3975e+24	1,8192e+24
7	1,6841e+28	3,2721e+27
8	1,4879e+25	1,5072e+24
9	2,5627e+27	2,2273e+26
10	3,0930e+25	1,4924e+24
11	5,2622e+25	1,4838e+24
12	7,7921e+25	1,4383e+24
13	9,6777e+25	1,2309e+24
14	1,0535e+26	9,1606e+23
15	1,0797e+26	6,1553e+23
16	9,3309e+25	3,1775e+23

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza as admitâncias Y_π dos modos α e β é composto por 16 ramos de circuitos RL e seus parâmetros são apresentados na Tabela 40, e 122 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros apresentados na Tabela 41.

Tabela 41 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	1,4182e+21	-4,4474e+24	1,4506e+22	1,2889e+20
2	3,1589e+37	-2,0984e+38	3,2433e+37	4,8935e-16
3	-6,6204e+38	7,0789e+38	-7,4521e+37	-1,5900e-17
4	-2,4703e+37	6,4147e+38	1,7805e+37	1,1233e-16
5	2,3153e+21	-2,3747e+25	1,4358e+22	1,4315e-01
6	-2,2236e+38	3,4307e+38	2,3482e+37	3,0780e-17
7	-2,3371e+37	9,0744e+37	-5,6630e+36	-2,6713e-16
8	4,1679e+37	-2,0381e+38	7,0636e+36	8,3160e-17
9	2,9365e+21	-5,0273e+25	1,4317e+22	5,1493e-02
10	-8,6528e+38	1,0970e+39	3,8294e+37	4,0300e-18
11	1,3808e+39	-1,6382e+39	-3,6570e+37	-1,6200e-18
12	3,4493e+21	-8,2326e+25	1,4295e+22	2,6261e-02
13	3,1098e+39	-3,4671e+39	6,4380e+37	6,0000e-19
14	3,8993e+21	-1,1873e+26	1,4281e+22	1,5881e-02
15	1,1231e+38	-1,0829e+39	1,2871e+37	1,0580e-17
16	4,3077e+21	-1,5869e+26	1,4271e+22	1,0629e-02
17	4,6860e+21	-2,0170e+26	1,4263e+22	7,6090e-03
18	5,0414e+21	-2,4734e+26	1,4257e+22	5,7145e-03
19	5,3786e+21	-2,9528e+26	1,4252e+22	4,4486e-03
20	5,7010e+21	-3,4525e+26	1,4247e+22	3,5610e-03
21	6,0112e+21	-3,9703e+26	1,4244e+22	2,9148e-03
22	6,3111e+21	-4,5044e+26	1,4241e+22	2,4298e-03
23	6,6021e+21	-5,0529e+26	1,4238e+22	2,0564e-03
24	6,8855e+21	-5,6147e+26	1,4235e+22	1,7630e-03
25	7,1621e+21	-6,1884e+26	1,4233e+22	1,5281e-03
26	7,4328e+21	-6,7730e+26	1,4231e+22	1,3373e-03
27	7,6983e+21	-7,3674e+26	1,4229e+22	1,1800e-03
28	7,9590e+21	-7,9710e+26	1,4227e+22	1,0490e-03
29	8,2155e+21	-8,5828e+26	1,4226e+22	9,3862e-04
30	8,4682e+21	-9,2023e+26	1,4224e+22	8,4480e-04
31	8,7174e+21	-9,8288e+26	1,4223e+22	7,6437e-04

Tabela 41 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continuação)

32	8,9633e+21	-1,0462e+27	1,4221e+22	6,9490e-04
33	9,2064e+21	-1,1101e+27	1,4220e+22	6,3449e-04
34	9,4468e+21	-1,1745e+27	1,4219e+22	5,8163e-04
35	9,6847e+21	-1,2395e+27	1,4218e+22	5,3511e-04
36	9,9203e+21	-1,3049e+27	1,4217e+22	4,9396e-04
37	1,0154e+22	-1,3708e+27	1,4216e+22	4,5737e-04
38	1,0385e+22	-1,4371e+27	1,4215e+22	4,2471e-04
39	1,0615e+22	-1,5038e+27	1,4214e+22	3,9542e-04
40	1,0843e+22	-1,5708e+27	1,4213e+22	3,6906e-04
41	1,1069e+22	-1,6382e+27	1,4212e+22	3,4525e-04
42	1,1294e+22	-1,7058e+27	1,4212e+22	3,2368e-04
43	1,1518e+22	-1,7738e+27	1,4211e+22	3,0406e-04
44	1,1740e+22	-1,8420e+27	1,4210e+22	2,8618e-04
45	1,1960e+22	-1,9105e+27	1,4210e+22	2,6982e-04
46	1,2180e+22	-1,9793e+27	1,4209e+22	2,5483e-04
47	1,2399e+22	-2,0482e+27	1,4208e+22	2,4106e-04
48	1,2616e+22	-2,1174e+27	1,4208e+22	2,2837e-04
49	1,2832e+22	-2,1868e+27	1,4207e+22	2,1666e-04
50	1,3048e+22	-2,2563e+27	1,4207e+22	2,0583e-04
51	1,3262e+22	-2,3260e+27	1,4206e+22	1,9579e-04
52	1,3476e+22	-2,3959e+27	1,4205e+22	1,8646e-04
53	1,3689e+22	-2,4660e+27	1,4205e+22	1,7779e-04
54	1,3901e+22	-2,5362e+27	1,4204e+22	1,6971e-04
55	1,4112e+22	-2,6066e+27	1,4204e+22	1,6217e-04
56	1,4323e+22	-2,6770e+27	1,4203e+22	1,5512e-04
57	1,4533e+22	-2,7476e+27	1,4203e+22	1,4852e-04
58	1,4742e+22	-2,8184e+27	1,4202e+22	1,4233e-04
59	1,4951e+22	-2,8892e+27	1,4202e+22	1,3652e-04
60	1,5159e+22	-2,9602e+27	1,4202e+22	1,3106e-04
61	1,5366e+22	-3,0312e+27	1,4201e+22	1,2592e-04
62	1,5573e+22	-3,1024e+27	1,4201e+22	1,2107e-04
63	1,5779e+22	-3,1736e+27	1,4200e+22	1,1650e-04
64	1,5985e+22	-3,2449e+27	1,4200e+22	1,1219e-04
65	1,6190e+22	-3,3163e+27	1,4200e+22	1,0811e-04
66	1,6395e+22	-3,3878e+27	1,4199e+22	1,0425e-04
67	1,6600e+22	-3,4594e+27	1,4199e+22	1,0059e-04
68	1,6803e+22	-3,5311e+27	1,4198e+22	9,7122e-05

Tabela 41 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos.
(continuação)

69	1,7007e+22	-3,6028e+27	1,4198e+22	9,3829e-05
70	1,7210e+22	-3,6746e+27	1,4198e+22	9,0702e-05
71	1,7413e+22	-3,7464e+27	1,4197e+22	8,7728e-05
72	1,7615e+22	-3,8183e+27	1,4197e+22	8,4898e-05
73	1,7817e+22	-3,8903e+27	1,4197e+22	8,2202e-05
74	1,8018e+22	-3,9624e+27	1,4196e+22	7,9633e-05
75	1,8219e+22	-4,0345e+27	1,4196e+22	7,7183e-05
76	1,8420e+22	-4,1066e+27	1,4196e+22	7,4844e-05
77	1,8621e+22	-4,1788e+27	1,4196e+22	7,2610e-05
78	1,8821e+22	-4,2511e+27	1,4195e+22	7,0474e-05
79	1,9020e+22	-4,3234e+27	1,4195e+22	6,8431e-05
80	1,9220e+22	-4,3957e+27	1,4195e+22	6,6476e-05
81	1,9419e+22	-4,4681e+27	1,4194e+22	6,4603e-05
82	1,9618e+22	-4,5406e+27	1,4194e+22	6,2809e-05
83	1,9817e+22	-4,6131e+27	1,4194e+22	6,1088e-05
84	2,0015e+22	-4,6856e+27	1,4194e+22	5,9437e-05
85	2,0213e+22	-4,7582e+27	1,4193e+22	5,7852e-05
86	2,0411e+22	-4,8308e+27	1,4193e+22	5,6329e-05
87	2,0608e+22	-4,9035e+27	1,4193e+22	5,4866e-05
88	2,0806e+22	-4,9762e+27	1,4193e+22	5,3459e-05
89	2,1003e+22	-5,0489e+27	1,4192e+22	5,2106e-05
90	2,1199e+22	-5,1217e+27	1,4192e+22	5,0803e-05
91	2,1396e+22	-5,1945e+27	1,4192e+22	4,9549e-05
92	2,1592e+22	-5,2673e+27	1,4192e+22	4,8340e-05
93	2,1788e+22	-5,3402e+27	1,4191e+22	4,7175e-05
94	2,1984e+22	-5,4131e+27	1,4191e+22	4,6052e-05
95	2,2180e+22	-5,4861e+27	1,4191e+22	4,4968e-05
96	2,2375e+22	-5,5591e+27	1,4191e+22	4,3922e-05
97	2,2570e+22	-5,6321e+27	1,4190e+22	4,2913e-05
98	2,2766e+22	-5,7052e+27	1,4190e+22	4,1937e-05
99	2,2960e+22	-5,7783e+27	1,4190e+22	4,0995e-05
100	2,3155e+22	-5,8514e+27	1,4190e+22	4,0084e-05
101	2,3349e+22	-5,9246e+27	1,4190e+22	3,9203e-05
102	2,3544e+22	-5,9978e+27	1,4189e+22	3,8351e-05
103	2,3738e+22	-6,0710e+27	1,4189e+22	3,7526e-05
104	2,3932e+22	-6,1443e+27	1,4189e+22	3,6727e-05
105	2,4125e+22	-6,2176e+27	1,4189e+22	3,5954e-05

Tabela 41 – Parâmetros dos circuitos RLC para as admitâncias $Y_{\pi\alpha}$ ou $Y_{\pi\beta}$ com 260 polos. (conclusão)

106	2,4319e+22	-6,2909e+27	1,4189e+22	3,5205e-05
107	2,4512e+22	-6,3642e+27	1,4188e+22	3,4479e-05
108	2,4705e+22	-6,4376e+27	1,4188e+22	3,3775e-05
109	2,4898e+22	-6,5110e+27	1,4188e+22	3,3093e-05
110	2,5091e+22	-6,5845e+27	1,4188e+22	3,2431e-05
111	2,5284e+22	-6,6580e+27	1,4188e+22	3,1789e-05
112	2,5476e+22	-6,7315e+27	1,4187e+22	3,1166e-05
113	2,5675e+22	-6,7986e+27	1,4187e+22	3,0560e-05
114	5,2322e+22	-1,4169e+27	1,4162e+22	3,0025e-05
115	5,5977e+23	-6,6307e+25	1,2151e+22	3,4006e-05
116	5,8035e+23	-2,0898e+25	6,7528e+21	5,8252e-05
117	3,5434e+23	-9,7298e+24	3,4083e+21	1,0815e-04
118	2,2596e+23	-4,5361e+24	1,6805e+21	1,9415e-04
119	1,4816e+23	-2,1178e+24	7,7181e+20	3,3530e-04
120	9,2221e+22	-1,0465e+24	2,9778e+20	5,5458e-04
121	3,6602e+22	-1,3570e+24	7,3852e-01	8,8745e-04
122	1,3174e+21	3,6447e+23	8,2362e-02	7,4694e-04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

- Admitância $Y_{z\pi}$ do modo z com 60 polos

Na Tabela 42 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para a admitância $Y_{z\pi z}$ que foi aproximada utilizando 60 polos. A função racional é formada com 12 polos reais e 24 pares de polos complexos conjugados. O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{z\pi z}$, é composto por 12 ramos de circuitos RL com seus parâmetros disponíveis na Tabela 43, e 24 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros na Tabela 44.

Tabela 42 – Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{z\pi z}$ com 60 polos. (continua)

Polos	Resíduos
-2,9653e-01	1,7296e-05
-9,7283e-01	1,2542e-04
-2,3299	7,7334e-04
-5,0796	5,8326e-03
-1,0081e+01	7,8605e-02
-1,4961e+01	2,6441e-01

Tabela 42 – Polos e resíduos da aproximação da admitância Y_{zz} com 60 polos. (conclusão)

-2,5817e+01	7,6948e-02
-5,3658e+01	3,6997e-02
-1,1708e+02	2,9776e-02
-2,6621e+02	2,9383e-02
-6,3053e+02	3,0669e-02
-1,5461e+03	2,2603e-02
-1,0637e+02 $\pm$ 1,7146e+03i	-5,9917e-01 $\pm$ 7,3864e-02i
-2,1772e+02 $\pm$ 3,5198e+03i	6,3237e-01 $\pm$ 7,8699e-02i
-3,3254e+02 $\pm$ 5,3635e+03i	-6,5293e-01 $\pm$ 8,1535e-02i
-4,4935e+02 $\pm$ 7,2324e+03i	6,6799e-01 $\pm$ 8,3664e-02i
-5,6763e+02 $\pm$ 9,1204e+03i	-6,7994e-01 $\pm$ 8,5269e-02i
-6,8710e+02 $\pm$ 1,1024e+04i	6,9014e-01 $\pm$ 8,6623e-02i
-8,0723e+02 $\pm$ 1,2940e+04i	-6,9843e-01 $\pm$ 8,7904e-02i
-9,2833e+02 $\pm$ 1,4868e+04i	7,0661e-01 $\pm$ 8,8269e-02i
-1,0495e+03 $\pm$ 1,6805e+04i	-7,1237e-01 $\pm$ 9,0627e-02i
-1,1718e+03 $\pm$ 1,8754e+04i	7,2034e-01 $\pm$ 8,7780e-02i
-1,2929e+03 $\pm$ 2,0705e+04i	-7,2198e-01 $\pm$ 9,6135e-02i
-1,4182e+03 $\pm$ 2,2674e+04i	7,3700e-01 $\pm$ 8,0794e-02i
-1,5319e+03 $\pm$ 2,4628e+04i	-7,1541e-01 $\pm$ 1,1067e-01i
-1,6816e+03 $\pm$ 2,6628e+04i	7,9145e-01 $\pm$ 6,4486e-02i
-1,7328e+03 $\pm$ 2,8576e+04i	-6,2959e-01 $\pm$ 1,0678e-01i
-2,0176e+03 $\pm$ 3,0555e+04i	9,9426e-01 $\pm$ 2,1061e-01i
-1,8201e+03 $\pm$ 3,2749e+04i	-3,5952e-01 $\pm$ 2,1268e-01i
-2,2858e+03 $\pm$ 3,4115e+04i	3,6760e-01 $\pm$ 1,1248i
-3,0033e+03 $\pm$ 3,6671e+04i	-3,2334 $\pm$ 5,2842e-02i
-3,2764e+03 $\pm$ 3,9463e+04i	8,2205e-01 $\pm$ 3,8323i
-3,3293e+03 $\pm$ 4,2345e+04i	3,0728 $\pm$ 1,1894i
-3,1993e+03 $\pm$ 4,5250e+04i	-1,0118 $\pm$ 1,7738i
-2,8222e+03 $\pm$ 4,8091e+04i	-6,2557e-01 $\pm$ 5,7814e-01i
-1,8775e+03 $\pm$ 5,0752e+04i	1,4458e-01 $\pm$ 7,4599e-02i

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 43 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_{zz} com 60 polos. (continua)

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	1,7144e+04	5,7816e+07
2	7,7567e+03	7,9734e+06
3	3,0128e+03	1,2931e+06
4	8,7091e+02	1,7145e+05

Tabela 43 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância Y_{zz} com 60 polos. (conclusão)

5	1,2826e+02	1,2722e+04
6	5,6582e+01	3,7820e+03
7	3,3551e+02	1,2996e+04
8	1,4503e+03	2,7029e+04
9	3,9319e+03	3,3584e+04
10	9,0598e+03	3,4033e+04
11	2,0560e+04	3,2607e+04
12	6,8402e+04	4,4242e+04

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 44 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância Y_{zz} com 60 polos.

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	-2,6516e+02	2,3719e+04	-8,3449e+02	-4,0149e-01
2	5,1849e+02	-4,5150e+04	7,9067e+02	1,0053e-01
3	-7,6754e+02	6,6343e+04	-7,6578e+02	-4,4698e-02
4	1,0144e+03	-8,7117e+04	7,4852e+02	2,5147e-02
5	-1,2585e+03	1,0784e+05	-7,3535e+02	-1,6095e-02
6	1,5003e+03	-1,2839e+05	7,2449e+02	1,1182e-02
7	-1,7438e+03	1,4825e+05	-7,1589e+02	-8,2117e-03
8	1,9712e+03	-1,7101e+05	7,0761e+02	6,2943e-03
9	-2,2372e+03	1,8505e+05	-7,0188e+02	-4,9643e-03
10	2,3996e+03	-2,2249e+05	6,9412e+02	4,0364e-03
11	-2,8047e+03	2,0638e+05	-6,9254e+02	-3,3097e-03
12	2,6485e+03	-3,3068e+05	6,7843e+02	2,8330e-03
13	-3,7334e+03	1,9054e+05	-6,9890e+02	-2,3039e-03
14	2,4330e+03	-9,2408e+05	6,3175e+02	2,2177e-03
15	-5,2250e+03	2,1427e+05	-7,9417e+02	-1,4989e-03
16	4,2694e+03	-1,1013e+05	5,0289e+02	2,0384e-03
17	2,4411e+04	-9,5009e+04	-1,3907e+03	-4,9664e-04
18	1,4509e+05	-1,6066e+05	1,3602e+03	6,0963e-05
19	-3,7176e+02	-5,7737e+04	-1,5464e+02	-4,8076e-03
20	-1,0990e+05	1,1500e+05	6,0824e+02	4,6441e-05
21	3,2088e+03	-2,5686e+04	1,6272e+02	2,9808e-03
22	3,7625e+04	-4,9946e+04	-4,9419e+02	-2,4259e-04
23	-3,7779e+04	8,2342e+04	-7,9927e+02	-2,9178e-04
24	-8,4062e+04	4,0190e+05	3,4582e+03	8,8663e-05

Fonte: Elaboração do próprio autor.

- Admitância Y_π do modo z 50 polos

Na Tabela 45 são apresentados os valores dos polos e resíduos obtidos pelo VF para curva da admitância $Y_{\pi z}$ que foi aproximada utilizando 50 polos. A função racional é formada com 14 polos reais e 18 pares de polos complexos conjugados.

Tabela 45 – Polos e resíduos da aproximação da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.

Polos	Resíduos
-1,2884e+01	-1,5217e-09
-3,9232e+01	9,0286e-08
-9,0567e+01	4,7339e-07
-1,8204e+02	1,6410e-05
-3,3517e+02	1,0787e-04
-5,8017e+02	9,6626e-04
-9,6152e+02	4,2043e-03
-1,5537e+03	1,6614e-02
-2,5261e+03	4,1062e-02
-3,9515e+03	8,4769e-02
-6,5951e+03	1,2827e-01
-1,1307e+04	3,1533e-01
-2,1350e+04	6,1072e-01
-1,0686e+07	1,4254e+04
-1,0637e+02 ± 1,7146e+03i	1,1983 ± 1,4773e-01i
-3,3254e+02 ± 5,3634e+03i	1,3058 ± 1,6308e-01i
-5,6765e+02 ± 9,1204e+03i	1,3600 ± 1,7059e-01i
-8,0731e+02 ± 1,2940e+04i	1,3973 ± 1,7552e-01i
-1,0496e+03 ± 1,6806e+04i	1,4260 ± 1,7907e-01i
-1,2936e+03 ± 2,0707e+04i	1,4494 ± 1,8178e-01i
-1,5386e+03 ± 2,4638e+04i	1,4693 ± 1,8391e-01i
-1,7843e+03 ± 2,8593e+04i	1,4865 ± 1,8561e-01i
-2,0303e+03 ± 3,2570e+04i	1,5018 ± 1,8699e-01i
-2,2764e+03 ± 3,6566e+04i	1,5154 ± 1,8817e-01i
-2,5225e+03 ± 4,0580e+04i	1,5277 ± 1,8924e-01i
-2,7685e+03 ± 4,4609e+04i	1,5392 ± 1,9025e-01i
-3,0143e+03 ± 4,8652e+04i	1,5503 ± 1,9083e-01i
-3,2593e+03 ± 5,2708e+04i	1,5593 ± 1,8594e-01i
-3,3732e+03 ± 5,6766e+04i	1,3460 ± 7,3810e-02i
-5,6591e+03 ± 5,9424e+04i	1,2299 ± 2,7850i
-1,8145e+04 ± 6,5305e+04i	2,3591 ± 7,9241i
-6,7362e+04 ± 5,8358e+04i	-3,0334e+01 ± 3,0724e+01i
-1,2884e+01	-1,5217e-09

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O circuito elétrico equivalente que sintetiza a admitância $Y_{\pi z}$, é composto por 14 ramos de circuitos RL com seus parâmetros apresentados na Tabela 46, e 18 ramos de circuitos RLC com seus parâmetros na Tabela 47.

Tabela 46 – Parâmetros dos circuitos RL da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos.

n	$R_{kn} (\Omega)$	$L_{kn} (H)$
1	-8,4665e+09	-6,5714e+11
2	4,3453e+08	1,1076e+10
3	1,9132e+08	2,1124e+09
4	1,1093e+07	6,0939e+07
5	3,1072e+06	9,2707e+06
6	6,0043e+05	1,0349e+06
7	2,2870e+05	2,3785e+05
8	9,3519e+04	6,0191e+04
9	6,1520e+04	2,4353e+04
10	4,6614e+04	1,1797e+04
11	5,1414e+04	7,7958e+03
12	3,5858e+04	3,1713e+03
13	3,4959e+04	1,6374e+03
14	7,4971e+02	7,0155e-02

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 47 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos. (continua)

n	$R_{m1n} (\Omega)$	$R_{m2n} (\Omega)$	$L_{mn} (H)$	$C_{mn}(H)$
1	1,3258e+02	-1,1859e+04	4,1725e+02	8,0298e-01
2	3,8380e+02	-3,3167e+04	3,8290e+02	8,9394e-02
3	6,2930e+02	-5,3894e+04	3,6765e+02	3,2193e-02
4	8,7053e+02	-7,4394e+04	3,5783e+02	1,6429e-02
5	1,1080e+03	-9,4833e+04	3,5063e+02	9,9410e-03
6	1,3421e+03	-1,1528e+05	3,4496e+02	6,6560e-03
7	1,5730e+03	-1,3578e+05	3,4030e+02	4,7664e-03
8	1,8010e+03	-1,5638e+05	3,3635e+02	3,5807e-03
9	2,0262e+03	-1,7710e+05	3,3294e+02	2,7881e-03
10	2,2493e+03	-1,9786e+05	3,2995e+02	2,2323e-03
11	2,4707e+03	-2,1854e+05	3,2728e+02	1,8275e-03
12	2,6905e+03	-2,3907e+05	3,2485e+02	1,5237e-03
13	2,9036e+03	-2,6055e+05	3,2252e+02	1,2904e-03
14	3,0604e+03	-2,9860e+05	3,2065e+02	1,1068e-03

Tabela 47 – Parâmetros dos circuitos RLC da admitância $Y_{\pi z}$ com 50 polos. (conclusão)

15	9,6749e+01	1,8511e+05	3,7146e+02	8,3291e-04
16	5,7006e+04	-6,8244e+04	4,0654e+02	1,1368e-04
17	5,0337e+04	-5,5176e+04	2,1194e+02	9,0073e-05
18	-1,3602e+02	-8,9925e+02	-1,6483e+01	-8,7928e-03

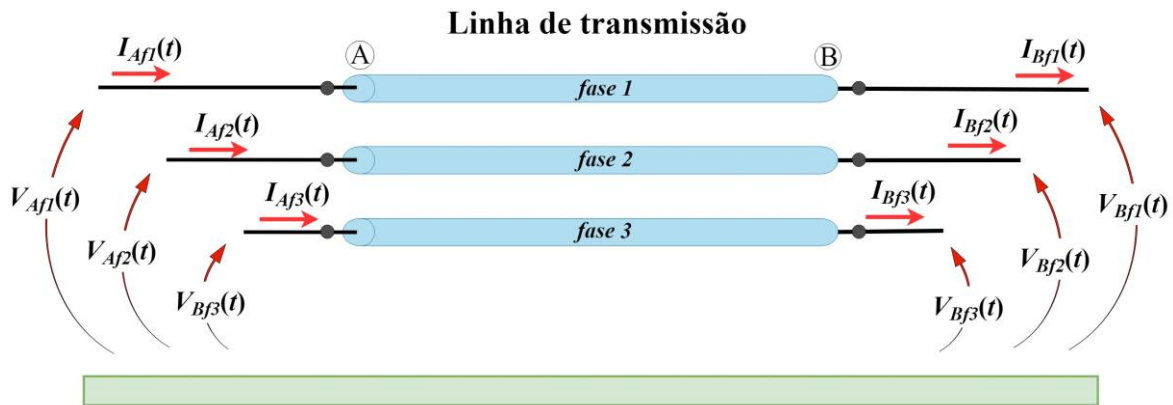
Fonte: Elaboração do próprio autor.

APÊNDICE D – REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL

Considerando as equações hiperbólicas de tensão e corrente que descrevem o comportamento para uma linha monofásica, é possível obter as equações para uma linha trifásica. A técnica que permite a utilização das equações monofásicas em linhas trifásicas é chamada de transformação modal. Neste apêndice, será apresentado o equacionamento para a representação de linhas trifásicas no domínio modal.

Considere a linha mostrada na Figura 65, que é caracterizada por sua matriz de impedâncias longitudinais $[Z]$ e por sua matriz de admitância transversal $[Y]$ que são escritas em (98) (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Figura 65 – Linha de transmissão trifásica.



Fonte: Adaptado de Leon Colqui (2021).

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix}, \quad [Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \quad (98)$$

Na Figura 65 V_{Af1} , V_{Af2} e V_{Af3} são as tensões nas fases 1, 2 e 3, respectivamente, no terminal A (emissor) da linha enquanto que V_{Bf1} , V_{Bf2} e V_{Bf3} são as tensões de fase no terminal B (receptor). Os termos I_{Af1} , I_{Af2} e I_{Af3} são as correntes de fase no emissor da linha e I_{Bf1} , I_{Bf2} e I_{Bf3} são as correntes de fase no receptor. As tensões e correntes descritas anteriormente podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned}
 [V_{AF}] &= \begin{bmatrix} V_{Af1} \\ V_{Af2} \\ V_{Af3} \end{bmatrix} ; [V_{BF}] = \begin{bmatrix} V_{Bf1} \\ V_{Bf2} \\ V_{Bf3} \end{bmatrix} ; \\
 [I_{AF}] &= \begin{bmatrix} I_{Af1} \\ I_{Af2} \\ I_{Af3} \end{bmatrix} ; [I_{BF}] = \begin{bmatrix} I_{Bf1} \\ I_{Bf2} \\ I_{Bf3} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{99}$$

A linha trifásica, quando é idealmente transposta, caracteriza-se por ter as matrizes de impedância Z e de admitância Y composta por elementos da diagonal principal iguais entre si, denominados elementos próprios. Da mesma maneira, os elementos fora da diagonal principal, são também iguais entre si, e denominados elementos mútuos, conforme mostrado em (100).

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_p & z_m & z_m \\ z_m & z_p & z_m \\ z_m & z_m & z_p \end{bmatrix}, \quad [Y] = \begin{bmatrix} y_p & y_m & y_m \\ y_m & y_p & y_m \\ y_m & y_m & y_p \end{bmatrix} \tag{100}$$

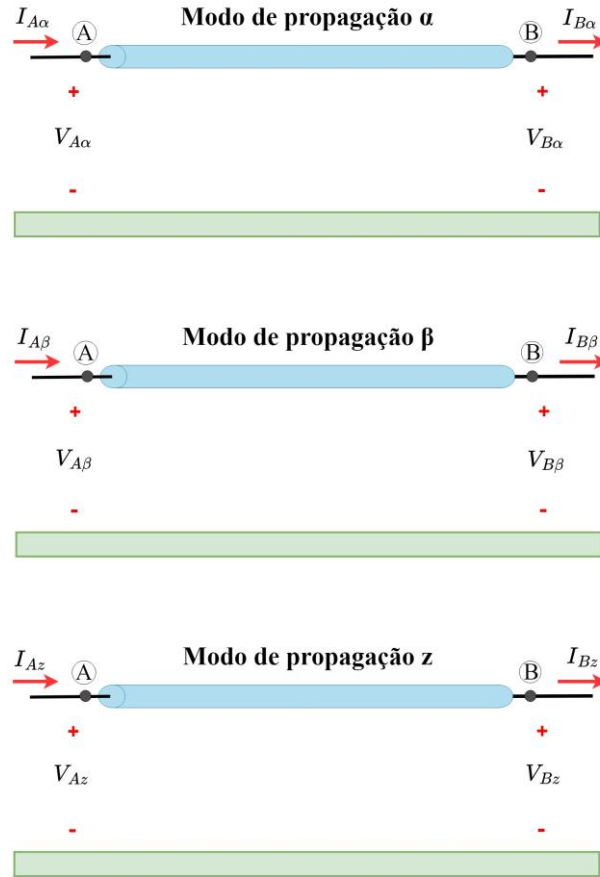
A impedância mútua z_m e impedância própria z_p , são obtidas conforme (101). A admitância mútua y_m e admitância própria y_p , são obtidas conforme (102).

$$z_p = \frac{z_{11} + z_{22} + z_{33}}{3}, \quad z_m = \frac{z_{21} + z_{31} + z_{32}}{3} \tag{101}$$

$$y_p = \frac{y_{11} + y_{22} + y_{33}}{3}, \quad y_m = \frac{y_{21} + y_{31} + y_{32}}{3} \tag{102}$$

A linha trifásica mostrada na Figura 65 está representada no domínio das fases. Sabe-se que no domínio modal a linha pode ser representada por seus três modos de propagação (modo α , modo β e modo z) que se comportam como três linhas monofásicas desacopladas conforme mostra a Figura 66.

Figura 66 – Modos de propagação da LT trifásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na Fig. 2, as grandezas $V_{A\alpha}$, $V_{A\beta}$ e V_{Az} são as tensões no terminal A (emissor) dos modos de propagação 1, 2 e 3, respectivamente, enquanto que as grandezas $V_{B\alpha}$, $V_{B\beta}$ e V_{Bz} são as tensões no terminal B (receptor) dos modos. Os termos $I_{A\alpha}$, $I_{A\beta}$ e I_{Az} são as correntes no terminal A dos modos α , β e z e $I_{B\alpha}$, $I_{B\beta}$ e I_{Bz} são as correntes no terminal B dos modos de propagação. A partir das grandezas descritas neste parágrafo, os seguintes vetores podem ser escritos:

$$[V_{AMod}] = \begin{bmatrix} V_{A\alpha} \\ V_{A\beta} \\ V_{Az} \end{bmatrix} ; [V_{BMod}] = \begin{bmatrix} V_{B\alpha} \\ V_{B\beta} \\ V_{Bz} \end{bmatrix} \quad (103)$$

$$[I_{AMod}] = \begin{bmatrix} I_{A\alpha} \\ I_{A\beta} \\ I_{Az} \end{bmatrix} ; [I_{BMod}] = \begin{bmatrix} I_{B\alpha} \\ I_{B\beta} \\ I_{Bz} \end{bmatrix} \quad (104)$$

A conversão do domínio das fases para o domínio modal dá-se por meio de uma matriz de transformação modal $[T_V]$ cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores do produto matricial $[Z][Y]$ (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996).

Sabe-se que as relações entre as grandezas (correntes e tensões) de fase e de modo são escritas como sendo (BUDNER, 1970; PORTELA; TAVARES, 1993):

$$[V_{KMod}] = [T_V]^{-1} [V_{KF}] \quad ; \quad [V_{MMod}] = [T_V]^{-1} [V_{MF}] \quad (105)$$

$$[I_{KMod}] = [T_V]^T [I_{KF}] \quad ; \quad [I_{MMod}] = [T_V]^T [I_{MF}] \quad (106)$$

$$[Z_{mod}] = [T_V]^{-1} [Z] [T_V]^{-T} \quad ; \quad [Y_{mod}] = [T_V]^{-1} [Y] [T_V]^{-T} \quad (107)$$

Considerando a LT uma linha trifásica idealmente transposta, sabe-se que a matriz de Clarke pode ser utilizada como sendo a matriz $[T_V]$, ou seja (CLARKE, 1950):

$$[T_V] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (108)$$

Aplicando a matriz $[T_V]$ em (107), obtêm-se.

$$[Z_{mod}] = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_z \end{bmatrix}, \quad [Y_{mod}] = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_z \end{bmatrix} \quad (109)$$

Assim como definidas em (15), a função de propagação γ_{modj} e a impedância característica da linha Z_{Cmodj} são escritos como sendo

$$[Z_{Cmod}] = \begin{bmatrix} Z_{C\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cz} \end{bmatrix}, \quad [\gamma_{mod}] = \begin{bmatrix} \gamma_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_\beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_z \end{bmatrix} \quad (110)$$

Para o circuito π equivalente (Figura 4) foram obtidas a admitância $Y_{z\pi}$ em (40) e a admitância Y_{π} em (44). Da mesma maneira, para a LT trifásica obtêm-se uma admitância $Y_{z\pi}$ para cada modo de propagação conforme a equação (111), e também uma admitância Y_{π} para cada modo de propagação, conforme (112).

$$Y_{z\pi\alpha} = \frac{1}{Z_{C\alpha} \sinh(\gamma_{\alpha} d)}, \quad Y_{z\pi\beta} = \frac{1}{Z_{C\beta} \sinh(\gamma_{\beta} d)}, \quad Y_{z\pi z} = \frac{1}{Z_{Cz} \sinh(\gamma_z d)} \quad (111)$$

$$Y_{\pi\alpha} = \frac{\tanh(\gamma_{\alpha} d/2)}{Z_{C\alpha}}, \quad Y_{\pi\beta} = \frac{\tanh(\gamma_{\beta} d/2)}{Z_{C\beta}}, \quad Y_{\pi z} = \frac{\tanh(\gamma_z d/2)}{Z_{Cz}} \quad (112)$$

Cada modo de propagação é formado então por um circuito π equivalente, conforme mostra a Figura 41.