



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Faculdade de Ciências
Câmpus de Bauru
Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência

ANDERSON CANGANE PINHEIRO

**O ENSINO DE ÁLGEBRA E A CRENÇA DE AUTOEFICÁCIA DOCENTE NO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

Bauru
Março/2018

ANDERSON CANGANE PINHEIRO

**O ENSINO DE ÁLGEBRA E A CRENÇA DE AUTOEFICÁCIA DOCENTE NO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus de Bauru - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência, sob a orientação do Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola.

Bauru

Março/2018

PINHEIRO, Anderson Cangane.

O ENSINO DE ÁLGEBRA E A CRENÇA DE AUTOEFICÁCIA
DOCENTE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO/
Anderson Cangane Pinheiro, 2018, 144 f.

Orientador: Nelson Antonio Pirola

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

1. Educação Algébrica. 2. Pensamento Algébrico
3. Crenças de Autoeficácia. I. Universidade
Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II.
Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ANDERSON CANGANE PINHEIRO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 27 dias do mês de março do ano de 2018, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-Graduação da Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Prof. Dr. JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA do(a) Departamento de Matemática / Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Profa. Dra. LUCIANA VANESSA DE ALMEIDA BURANELLO FARIA do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais / Câmpus Passos, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de ANDERSON CANGANE PINHEIRO, intitulada "**O ENSINO DE ÁLGEBRA E A CRENÇA DE AUTOEFICÁCIA DOCENTE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Prof. Dr. JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA



Profa. Dra. LUCIANA VANESSA DE ALMEIDA BURANELLO FARIA



Dedico este trabalho aos inúmeros educadores matemáticos que trabalham incansavelmente e com afinco no desenvolvimento do conhecimento matemático.

À minha família, minha base, minha força e minha inspiração.

Em especial ao meu pai José Pinheiro Sobrinho (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e da resiliência.

À minha família pelo apoio e incentivo na realização deste trabalho.

À minha esposa, Cristiane pelo apoio, incentivo e compreensão do grande esforço e tempo dedicado à busca do sonho de realizar um curso de mestrado.

Ao Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola pelas formações, orientações, compreensão e parceria em todos os momentos dessa caminhada de aprendizagem e de conhecimento.

Aos professores da banca examinadora por todas as contribuições.

Ao amigos e parceiros do Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Científica (GCEMC) de Birigui pelo companheirismo, apoio e incentivo.

À Profa. Dra. Zionice de Martos Gambelini pelo incentivo e pelas inúmeras oportunidades de aprendizagem.

Aos amigos e parceiros do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM) da UNESP de Bauru pelas colaborações, apoio e incentivo.

À Profa. Dra. Luciana Vanessa de Almeida Buranello, amiga das conversas sobre universo paralelo e grande incentivadora.

Aos dirigentes regionais das Diretorias de Ensino das Regiões de Birigui, Araçatuba, Andradina e Ourinhos pela parceria na pesquisa.

Aos professores que participaram da pesquisa realizada.

Aos amigos e parceiros que se preocuparam, incentivaram e apoiaram a minha busca pelo conhecimento.

Aos amigos que fiz no Programa de Pós-Graduação de Educação para a Ciência da UNESP de Bauru pelo companheirismo, apoio e colaboração.

A todos que participaram direta ou indiretamente da minha caminhada neste trabalho.

*“Confiar em si mesmo não garante o sucesso,
mas a falta de fazê-lo garante o fracasso”*

Albert Bandura.

PINHEIRO, A. C. **O Ensino De Álgebra E A Crença De Autoeficácia Docente No Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico.** Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

RESUMO

Esta pesquisa de mestrado objetivou uma análise das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo. Para a análise das crenças de autoeficácia dos docentes que lecionam Matemática nos anos iniciais e anos fundamentais, foram utilizadas duas escalas elaboradas e validadas nas quais os participantes da pesquisa manifestaram seus julgamentos sobre suas capacidades em atividades que visam ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Cada escala foi composta por uma série de afirmações que representam situações didáticas em que os participantes puderam discordar totalmente, discordar, concordar ou concordar totalmente. As alternativas foram organizadas no formato *likert* e para cada afirmação o docente participante só pôde assinalar uma única alternativa. Participaram da pesquisa nove professores dos anos iniciais e 39 professores dos anos finais do ensino fundamental. Para a análise e interpretação dos resultados utilizamos a metodologia mista. Constatamos que os professores demonstram crenças de autoeficácia positivas, porém essas crenças não são fortes. Dentre as variáveis que podem influenciar nas crenças citamos a idade, concepções de álgebra, autoconceito, formação inicial, pós-graduação, persuasão social, materiais curriculares e o interesse dos alunos na percepção dos professores. Discutimos, neste trabalho, como as crenças de autoeficácia impactam as motivações, escolhas e comportamentos dos docentes em suas práticas.

Palavras-chave: Educação algébrica, pensamento algébrico, crenças de autoeficácia.

PINHEIRO, A. C. The Teaching Of Algebra And The Teaching Self-Efficacy Belief In The Development Of Algebraic Thinking. Dissertation (Master degree)- Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

ABSTRACT

This master's research aimed at an analysis of the beliefs of teacher self-efficacy for the development of algebraic thinking in elementary school students of the public network of the State of São Paulo. For the analysis of the beliefs of self-efficacy teachers who taught mathematics in the initial years and fundamental years were used two elaborate and validated scales in which the participants of the research manifested their judgments on their abilities in activities that aim at the development of algebraic thinking. Each scale was composed of a series of statements that represent didactic situations in which the participants could totally disagree, disagree, agree or agree totally. The alternatives were organized in the likert format and for each statement the participating teacher can only point to a single alternative. Nine teachers from the initial years and 39 teachers from the final years of elementary school participated in the research. For the analysis and interpretation of the results we used the mixed methodology. We found that teachers demonstrate positive self-efficacy beliefs, but these beliefs are not strong. Among the variables that may influence beliefs, we cite age, conceptions of algebra, self-concept, initial formation, post-graduation, social persuasion, curricular materials and the students' interest in the teachers' perception. We discuss, in this work, how the beliefs of self-efficacy impact the motivations, choices and behaviors of teachers in their practices.

Key-words: Algebraic education, algebraic thinking, self-efficacy beliefs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A visão predominante de como a Aritmética se relaciona com a Álgebra	38
Figura 2 - Perspectiva de uma Aritmética com características inerentemente algébrica.....	39
Figura 3 - Diferentes interpretações da Álgebra	45
Figura 4 - Quadro de conteúdos e habilidades do 8º ano do ensino fundamental, 3º bimestre.....	48

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 1, 2, 3, 4 e 5 da escala de autoeficácia.....	87
Gráfico 2 - Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 6 e 7 da escala de autoeficácia	88
Gráfico 3 - Manifestação dos professores em relação às afirmações dos itens 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 18 e 19 da escala de autoeficácia.....	88
Gráfico 4 - Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 10, 16 e 17 da escala de autoeficácia	90
Gráfico 5 - Manifestação dos professores dos anos finais em relação às afirmações dos itens 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21 e 26 da escala de autoeficácia	98
Gráfico 6 - Manifestação dos professores dos anos finais em relação às afirmações dos itens 4, 5, 6, 7, 19, 23, 24 e 25 da escala de autoeficácia	99

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - As concepções de álgebra segundo Usiskin	23
Quadro 2 - Vertentes do Pensamento Algébrico	30
Quadro 3 – Habilidades de Álgebra do 9º ano do ensino fundamental avaliadas no SARESP	50
Quadro 4 – Domínio de habilidades avaliadas no SARESP	54
Quadro 5 - Diferenças entre autoconceito e autoeficácia	66
Quadro 6 - Considerações sobre os itens da escala de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos – Professores dos Anos Iniciais	73
Quadro 7 - Itens da escala de autoeficácia docente – Professores anos finais	76
Quadro 8 – Tipos de estratégias da metodologia mista	79
Quadro 9 - Sentimento de segurança dos professores dos anos iniciais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 01 a 10)	91
Quadro 10 - Sentimento de segurança dos professores dos anos iniciais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 11 a 19)	92
Quadro 11 - Agrupamento dos itens da escala por pontuação	93
Quadro 12 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 01, 02, 04, 05, 06 e 07).....	100
Quadro 13 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens 03 e de 08 a 13).....	101
Quadro 14 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 14 a 19)	102
Quadro 15 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 20 a 26)	103
Quadro 16 - Agrupamento dos itens da escala dos anos finais por pontuação.....	104

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE GRÁFICOS.....	11
LISTA DE QUADROS	12
Introdução	15
1. A Álgebra e o Pensamento Algébrico	21
1.1. Conceções da Álgebra	21
1.2. O Pensamento Algébrico	29
1.2.1. Caracterizações, vertentes e elementos do Pensamento Algébrico	29
1.2.2. A generalização e o Pensamento Algébrico	33
1.2.3 – A relação de equivalência e o Pensamento Algébrico.....	34
1.2.4. A linguagem e o Pensamento Algébrico	35
1.3. O ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico	36
1.3.1. A Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico em documentos oficiais	43
2. A Teoria Social Cognitiva e as Crenças de Autoeficácia	56
2.1. A Teoria Social Cognitiva	57
2.2. A Teoria da Autoeficácia.....	59
2.2.1. As fontes de autoeficácia.....	63
2.2.2. As Crenças de Autoeficácia e outros constructos mentais	65
3. Metodologia	68
3.1. Problema de pesquisa	68
3.2. Contexto da pesquisa	70
3.3. Participantes da pesquisa	70
3.4. Instrumentos	71
3.5. Metodologia mista (quali-quant/quant-quali).....	77
4. Resultados e discussão.....	82

4.1. As crenças de Autoeficácia dos Professores no desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos alunos	86
5. Considerações.....	113
Referências bibliográficas.....	117
APÊNDICE A	123
APÊNDICE B.....	127
APÊNDICE C	133

Introdução

O presente trabalho surgiu a partir de inúmeros questionamentos ao longo de aproximadamente quinze anos de vivências na rede pública do Estado de São Paulo. Nesse período, atuamos nas funções de professor de Matemática e física da educação básica, como coordenador pedagógico e como coordenador de Matemática (PCNP) em uma Diretoria de Ensino¹. Principalmente, mas não somente, a partir desta última, tendo contato com as mais variadas práticas docentes no ensino da Matemática, é que iniciamos um processo de reflexão, primeiramente, sobre a própria prática e, depois, sobre os diversos entraves de uma educação Matemática que desenvolva todas as capacidades esperadas nos alunos. Em relação à própria prática, houve a conscientização de que não era suficiente ter o conhecimento matemático escolar e que as concepções acerca dos conhecimentos influenciavam diretamente as ações de planejamento, desenvolvimento curricular e avaliação. Especificamente, em relação à avaliação, ainda temos arquivos de provas extremamente conteudistas e que exigiam somente aspectos procedimentais, com o único propósito de avaliar a capacidade dos alunos de realizar adequadamente os algoritmos necessários à resolução de exercícios. Em relação ao segundo ponto de reflexão, as observações de aulas, conversas com professores e alunos, análise de resultados de avaliações externas, possibilitaram uma conscientização de que as dificuldades de ensino e de aprendizagem são inúmeras, complexas e variam em diversos aspectos. A alienação, fruto de uma prática contínua sem reflexão, deu lugar, portanto, a uma constatação que pode ser expressa nas palavras de Fiorentini (1990):

As dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem da Matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a Matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nessa disciplina ou, então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento “adquirido”. Em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância. O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico, procura novos elementos — muitas vezes meras receitas de como ensinar determinados conteúdos — que, acredita, possam melhorar esse quadro. (FIORENTINI, 1990, p. 01)

¹ Diretoria de Ensino é um órgão regional da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo responsável por supervisionar, orientar e capacitar os funcionários em suas diversas funções nas escolas de uma determinada região. A sigla PCNP significa Professor Coordenador de Núcleo Pedagógico. O Núcleo Pedagógico é um dos setores de uma Diretoria de Ensino e é responsável por acompanhar as ações pedagógicas nas escolas estaduais, formar professores, orientar as práticas docentes, acompanhar o desenvolvimento de projetos da SEE/SP entre outras.

Essa constatação não intimidou as perspectivas otimistas de uma educação Matemática que faça a diferença na formação dos jovens, pelo contrário, causou interesse, inquietação e motivou a busca de uma melhor compreensão de fatores que influenciam negativamente o ensino e a aprendizagem de Matemática e, também, contribuir para a superação dos desafios educacionais.

A Álgebra tornou-se interesse desde o curso de graduação, quando, nas manipulações simbólicas, observávamos certa harmonia e beleza. Porém, em nosso percurso como educador, as dificuldades manifestadas por professores e alunos motivaram esforços para o entendimento sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra. Nesse ponto conhecemos o conceito *pensamento algébrico* que estava além do entendimento estritamente procedimental que tínhamos até então da Álgebra. Atualmente, não podemos pensar em um ensino ou aprendizagem de álgebra sem considerar o desenvolvimento de capacidades cognitivas como a de generalizar, por exemplo. Por isso, dedicamos nosso trabalho ao desenvolvimento do pensamento algébrico, que é um componente essencial para a compreensão e aprendizagem, não somente da Álgebra, mas de todo o escopo da própria Matemática.

Há inúmeras indagações sobre os objetivos, elaboração, análise de resultados e ações a partir de resultados das avaliações externas (PISA, SAEB, SARESP), por exemplo, “o que se avalia?”, “por que são avaliadas determinadas habilidades?”, “como são avaliadas os conteúdos e habilidades?”, “o que os resultados demonstram?”, “os resultados representam a realidade educacional em quais aspectos?”, entre outros. Entretanto, entendemos que as avaliações externas, com as devidas ponderações, podem nos dar um panorama das principais dificuldades dos alunos em Matemática. Identificar essas dificuldades se faz importante se consideramos o paradoxo destacado por Gómez-Granell (1996):

[...] a matemática, um dos conhecimentos mais valorizados e necessários nas sociedades modernas altamente “tecnologizadas” é, ao mesmo tempo, dos mais inacessíveis para a maioria da população, confirmando-se assim como um importante filtro seletivo do sistema educacional. (GÓMEZ-GRANELL, 1996, p. 258).

O Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) considera o desenvolvimento de habilidades cognitivas² para classificar os alunos em níveis

² Para São Paulo (2009) as habilidades cognitivas são indicadores ou descritores de aprendizagem. Podem ser entendidas como capacidades cognitivas para realizar tarefas determinadas pelos conteúdos abordados. Devem ser caracterizadas objetivamente para que possa ser observada e mensurada em termos de uma escala (domina, não domina, domina parcialmente; por exemplo). O conjunto e o nível de domínio de determinadas habilidades é que permite avaliar a competência em um determinado campo de ação. Por exemplo, se considerarmos a

de proficiência com base no domínio de competências³. Segundo essa classificação, os alunos podem se encontrar em um dos quatro níveis de proficiência⁴: (1) *abaixo do básico*, (2) *básico*, (3) *adequado* e (4) *avançado*. Os alunos que se encontram no nível *abaixo do básico* são os que apresentam domínio insuficiente dos conteúdos, das competências e habilidades esperadas para a sua escolaridade. Em um nível superior, os alunos que estão classificados no nível *básico* são aqueles que demonstram domínio mínimo dos conteúdos, das competências e habilidades esperadas para o ano/série em que se encontram. No nível *adequado* os alunos demonstram um domínio pleno e no nível *avançado* os alunos demonstram um domínio acima do requerido para o ano/série que se encontram. Ao final de cada etapa escolar, espera-se que os alunos se encontrem no nível adequado, ou seja, é esperado que os alunos demonstrem domínio pleno de todos os conteúdos, competências e habilidades previstas. Dentre os resultados⁵ de Matemática divulgados pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP), referente ao SARESP 2017, destacamos que:

- No 7º ano do ensino fundamental, apenas 25,9% dos alunos foram classificados no nível *adequado*;
- No 9º ano do ensino fundamental, somente 13,6% dos alunos foram classificados no nível *adequado*;
- Entre os anos de 2015 e 2016, houve um aumento do percentual de alunos no nível *abaixo do básico*⁶.

Especificamente, em relação às habilidades relacionadas à Álgebra, o relatório do SARESP 2014 informa que o aproveitamento dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental na “resolução de problemas envolvendo equações” foi de 43,2%. Também informa que, na “identificação da expressão Matemática que traduz um problema dado em linguagem materna”, o aproveitamento foi de 32,0% e na “resolução de equações do 1º grau” o rendimento dos alunos foi de 45,3%. Os resultados demonstram, portanto, de maneira geral,

competência “resolver problemas envolvendo equações”, o conjunto de habilidades observáveis, relativas a essa competência, permitirá avaliar o quanto um aluno é competente.

³ Entende-se por competências cognitivas as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, o conjunto de ações e operações mentais que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que deseja conhecer (SÃO PAULO, 2009, p.14)

⁴ Conforme Relatório do SARESP 2016 em http://saresp.vunesp.com.br/escala_mat.html, acessado em 24/11/2017.

⁵ Disponíveis em <<http://saresp.vunesp.com.br/resultadosgeralmat.html>>, acessado em 27/02/2018.

⁶ Disponível em <<http://saresp.vunesp.com.br/2016/resultadosgeralmat.html>>, acessado em 24/11/2017.

uma “inabilidade” ou uma falta de competência dos alunos na resolução de problemas de natureza algébrica. Os resultados do SARESP corroboram os resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) que constata as dificuldades dos alunos em Matemática. O relatório PISA 2015⁷ destaca que os alunos obtiveram uma nota média de 377 pontos, bem inferior à média internacional de 490 pontos.

No currículo oficial do Estado de São Paulo, para o ensino fundamental, está previsto o desenvolvimento de 76 habilidades cognitivas, dentre as quais, 19 ou 25% possuem relação direta com a Álgebra, ou seja, possuem em suas descrições elementos da Álgebra ou do pensamento algébrico, como, por exemplo, “*compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos*”⁸. Além dessas 19 habilidades citadas, há outras que, mesmo não apresentando elementos da Álgebra ou pensamento algébrico em suas descrições, possuem relação com esses elementos. Citamos, por exemplo, as habilidades de “*saber resolver problemas variados envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais*”⁹ e de “*compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos*”¹⁰. Essas habilidades podem exigir dos alunos, dependendo das situações didático-pedagógicas a que são submetidos, elementos do pensamento algébrico, especialmente o domínio da linguagem simbólica formal. A presença da Álgebra em outras áreas da própria Matemática e em outras áreas de conhecimento é usual e até necessária, especialmente quando há a exigência de uma linguagem que expresse conceitos ou a generalização de operações. Conforme afirma Gómez-Granell (1996):

[...] o conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de caráter formal, que difere muito das linguagens naturais. A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referência ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica – considerada como autêntica linguagem da matemática –, os números, em si mesmos abstratos, serem substituídos por letras, que têm um caráter muito mais genérico ($a \cdot b = c$ pode referir-se a diferentes expressões numéricas: $3 \times 4 = 12$; $140 \times 7 = 980$; $345 \times 2 = 690$; etc) (GÓMEZ-GRANELL, 1996, p. 260).

Ainda para Gómez-Granell (1996), a linguagem matemática permite a abstração de relações matemáticas, pois envolve a tradução da linguagem natural (língua portuguesa) para uma linguagem formal universalizada. Assim sendo, a Álgebra pode ser entendida como uma

⁷ Disponível em http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf, acessado em 25/11/2017.

⁸ Habilidade prevista para alunos do 9º ano do ensino fundamental da rede pública paulista.

⁹ Habilidade prevista para alunos do 7º ano do ensino fundamental da rede pública paulista.

¹⁰ Habilidade prevista para alunos do 9º ano do ensino fundamental da rede pública paulista.

linguagem, uma ferramenta para a resolução de problemas (da própria Matemática ou de outras áreas de conhecimento); uma ferramenta para a análise de relações e compreensão de estruturas matemáticas (USISKIN, 1995), e, portanto, uma área-chave de estudo da Matemática.

Dado o panorama de resultados educacionais e considerando a importância de habilidades relacionadas ao domínio da Álgebra e do desenvolvimento de um pensamento algébrico, justifica-se a necessidade de estudos e pesquisas relacionados ao ensino e a aprendizagem de Álgebra. Além disso, quando consideramos um contexto em que os resultados educacionais não são satisfatórios, e não somente os aspectos cognitivos são relevantes, fazem-se necessários estudos que considerem os aspectos afetivos e motivacionais de professores e alunos. A partir das considerações apresentadas, buscamos, neste trabalho, uma análise de aspectos relacionados ao ensino de Álgebra, especificamente, sobre as crenças de autoeficácia de professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental. As crenças, como explicitaremos no capítulo 2, tratam-se de um constructo que influencia as motivações e ações dos professores em suas práticas docentes. Apesar de encontrarmos trabalhos sobre educação algébrica, são poucos os trabalhos que visam uma análise de comportamentos/attitudes a partir das motivações e aspectos afetivos, especialmente quando se trata de professores.

No primeiro capítulo, apresentaremos algumas concepções presentes na literatura acadêmica sobre Álgebra e educação algébrica. Também apresentaremos alguns entendimentos, características e vertentes do que chamamos de *pensamento algébrico*. O objetivo é realizar uma análise comparativa das concepções/entendimentos de Álgebra e pensamento algébrico presentes na literatura acadêmica e nas manifestadas por professores e, ainda, investigar se essas concepções/entendimentos influenciam suas crenças nas práticas docentes de educação algébrica. A partir do entendimento de pensamento algébrico, apresentaremos uma breve análise de documentos e textos oficiais visando compreender como esse tipo de pensamento é apresentado e de que forma orienta o trabalho dos professores.

As crenças de autoeficácia serão discutidas no segundo capítulo, com o objetivo de elucidar como elas influenciam as motivações e comportamentos, especialmente no contexto educacional. Como o objetivo geral deste trabalho é analisar as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental, apresentaremos um aporte teórico e algumas pesquisas relacionadas ao tema, ademais suas contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática.

No capítulo três discutiremos os aspectos metodológicos do trabalho e os objetivos da nossa pesquisa, explicitaremos a amostra, participantes e instrumentos da pesquisa.

Apresentaremos no quarto capítulo a metodologia, o contexto da pesquisa, os resultados obtidos e as análises a partir do aporte teórico adotado. No quinto capítulo, apresentaremos nossas considerações sobre os principais resultados, potencialidades e fragilidades do estudo e possíveis contribuições.

1. A Álgebra e o Pensamento Algébrico

A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também ela é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (Zalman Usiskin)

Inúmeros fatores podem influenciar os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, dentre eles as concepções dos professores acerca dessa área de conhecimento e seus conteúdos previstos, os seus entendimentos sobre os objetivos educacionais e, ainda, as suas escolhas pedagógicas para o ensino dos conteúdos.

Neste capítulo apresentaremos algumas concepções de Álgebra e o que se entende por *Pensamento Algébrico*. Também realizaremos uma breve análise dessas concepções em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo, os materiais da Educação Matemática – Anos Iniciais e a Base Nacional Comum Curricular.

Entendemos que essa discussão poderá dar elementos para a análise de fatores que devam influenciar na crença de autoeficácia de professores no desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.1. Concepções da Álgebra

Em nossa formação enquanto pessoa, temos a prática de (re)pensar o sentido das palavras, dos objetos, das práticas. Particularmente, enquanto docente e pesquisador, quando refletimos sobre a Álgebra, podemos levantar questões como: O que é Álgebra? Por que ensinar Álgebra? O que ensinar de Álgebra? Como ensinar? A forma como entendemos a Álgebra influencia em nossas práticas docentes? Se sim, como influenciam?

Não é fácil definir a Álgebra já que ela possui entendimentos diferentes dependendo do contexto educacional (USISKIN, 1995, p.9). Para Kaput (1995 apud RIBEIRO; CURY, 2015, p. 12) “não há só uma Álgebra, já que se pode pensar nela como um conjunto de conteúdos e métodos culturalmente compartilhados”.

A palavra álgebra tem uma estranha e intrigante origem, uma vez que ela não tem uma etimologia¹¹ nítida como outras palavras, por exemplo, a aritmética (BAUMGART, 1992, p.1). Para o citado autor, a palavra álgebra vem de uma variante latina do termo árabe *al-jabr* (BAUMGART, 1992, p.1, grifo do autor) que foi utilizado no livro *Hisab al-jabr w'al-muqabalah* escrito pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi, cuja a melhor tradução para esse título seria, segundo Baumgart (1992, p.1, grifos do autor), “*a ciência das equações*”. De maneira direta, podemos entender que a palavra álgebra está associada ao termo equações e que os conhecimentos da Álgebra, em um passado remoto, estariam associados à necessidade de resolução de equações.

Mesmo que a palavra álgebra tenha em sua origem o significado de equações e a concepção da Álgebra inicialmente é a de uma ciência para resolver equações, ao longo da história, o sentido desse vocábulo como o concebemos – como área de conhecimento da Matemática – sofreu inúmeras modificações.

Em relação às concepções de Álgebra, Usiskin (1995) destaca que elas correspondem à diferente importância atribuída aos diversos usos das variáveis e apresenta quatro possíveis concepções: (1) *Álgebra como aritmética generalizada*; (2) *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*; (3) *Álgebra como estudo de relações entre grandezas* e (4) *Álgebra como estudo das estruturas*.

Na primeira concepção definida por Usiskin (1995), as variáveis são utilizadas como uma forma de generalização de modelos de operações e valores aritméticos, por exemplo, quando se generaliza operações do tipo $3 + 5 = 5 + 3$ como $a + b = b + a$. Nessa concepção, segundo afirma a autora, o uso de variáveis é inevitável para um estudo adequado da aritmética e o que se espera dos alunos é que eles traduzam e generalizem as operações, propriedades das operações e valores aritméticos.

Em sua segunda concepção, Usiskin (1995) considera as variáveis como incógnitas ou constantes, esperando-se que os alunos simplifiquem e resolvam equações, por exemplo, do tipo $2x + 5 = 30$ que, além de ser entendida como um modelo de generalização aritmética,

¹¹ Entendida como estudo da origem e da evolução das palavras.

poderia representar um problema do tipo “adicionando 5 ao dobro de um número, a soma é 30, que número é esse?”.

Na terceira concepção de Álgebra, a diferença para as outras concepções é que as “variáveis *variam*” (USISKIN, 1995, p. 15, grifo do autor), pois:

Quando escrevemos $A = b.h$, fórmula da área de um retângulo, estamos expressando uma relação entre três grandezas. Não se tem a sensação de estar lidando com uma incógnita, pois não estamos resolvendo nada. Fórmulas como $A = b.h$ transmitem uma sensação diferente de generalizações como $1 = n \cdot (1/n)$, embora se possa pensar numa fórmula como um tipo especial de generalização. (USISKIN, 1995, p. 15)

Ainda, nessa concepção, a variável é um argumento, isso é, representa os valores do domínio de uma função, ou um parâmetro que representa um número do qual dependem outros (IBRAHIM; DA SILVA; RESENDE, 2013, p. 151) e as palavras-chaves são relacionar e construir gráficos.

Na quarta concepção apresentada por Usiskin (1995), a ideia de variável não coincide com as demais ideias discutidas anteriormente. As variáveis, neste caso, são consideradas como um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades em uma visão da variável na Álgebra abstrata (USISKIN, 1995, p. 18). Nessa perspectiva estão presentes o estudo de estruturas como anéis, corpos, grupos e espaços vetoriais.

De maneira sintética, podemos representar as ideias de Usiskin (1995) sobre as relações entre os possíveis usos das variáveis e os correspondentes entendimentos da Álgebra no quadro 1 abaixo:

Quadro 1 - As concepções de álgebra segundo Usiskin

Concepções da Álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1995, p. 20) - Adaptado

Em uma análise a partir de leituras acerca do desenvolvimento histórico da Álgebra, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) evidenciam algumas concepções dessa área de conhecimento matemático. Para os autores é possível entender a Álgebra nas perspectivas

processológica, linguístico-estilística, linguística-sintático-semântica e linguístico-postulacional.

Na chamada concepção *processológica*, a Álgebra é entendida como um conjunto de procedimentos ou algoritmos adequados para resolução de certos tipos de problemas cuja solução é baseada em uma sequência de etapas padronizadas, entretanto a linguagem utilizada pode ser de natureza retórica. A chamada *linguístico-estilística* compreende a Álgebra como uma linguagem bem específica e adequada para expressar de forma concisa os mesmos procedimentos citados na concepção *processológica*. Para os autores, essa visão da Álgebra é mais rigorosa que a concepção *processológica* na medida em que não considera suficiente a manifestação de um pensamento algébrico para que a Álgebra seja considerada um campo de conhecimento da Matemática, sendo assim, necessária, uma linguagem adequada para expressão de um pensamento algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Em uma terceira concepção, a dita *linguística-sintático-semântica*, compreende-se Álgebra também como uma linguagem específica e concisa, entretanto, considera que o poder criativo e instrumental não reside no seu domínio estilístico, mas, sim, em sua dimensão sintático-semântica (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993). Nesse ínterim, o seu poder instrumental e a capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas decorre de um entendimento da linguagem algébrica não somente como um conjunto de signos¹² utilizados para representar quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, mas sim, como um conjunto de símbolos¹³ para representar genericamente quantidades discretas, contínuas ou genéricas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993). Ainda, para os autores, essa concepção é mais rigorosa que a *linguístico-estilística* uma vez que:

[...] segundo ela, a condição necessária à existência de um pensamento algébrico autônomo é não apenas a consciência da necessidade de uma linguagem específica a essa forma de pensamento, mas também, para adquirir a dimensão operatória e revelar o seu poder transformacional e instrumental, deve atingir o *status* e o estágio mais elevado de uma linguagem verdadeiramente simbólica [...] (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83).

¹² Na Semiótica (entendida como a ciências que estuda os signos) um signo é uma coisa que representa uma outra coisa (seu objeto). O signo não é o objeto. Ele está apenas no lugar do objeto (SANTELLA, 1983, p.58). Na Álgebra um signo (a letra x, por exemplo) representa uma quantidade desconhecida (incógnita) quando apresentada em uma situação do tipo $2x + 5 = 15$ sendo que, o valor correspondente a “x” só pode ser “5”.

¹³ Símbolo, na Semiótica não é uma coisa singular, mas um tipo de geral e que é uma convenção social (SANTELLA, 1983, p.58). Em um semáforo a luz de cima não representa só uma cor, mas uma ação convencionada e, nesse caso, é um símbolo. Entendemos que, para Fiorentini; Miorim; Miguel (1993), a evolução de um entendimento da linguagem como um conjunto símbolos acarreta em um entendimento de que para quaisquer valores de x, a e b, a solução para o problema $2x + a = b$, no qual queremos saber o valor de x, será $x = \frac{b-a}{2}$.

A quarta concepção de Álgebra denominada de *linguístico-postulacional* compartilha com a visão *linguística-sintático-semântica* a ideia de Álgebra como linguagem simbólica, porém, atribui a essa linguagem um alto grau de abstração e generalidade que a permite representar não somente quantidades, mas também estruturas matemáticas que não dependem necessariamente de uma análise ou tratamento quantitativo, como, por exemplo, espaço vetorial, corpos, anéis etc.

De maneira sucinta, é possível perceber que as concepções de Álgebra definidas por Usiskin têm foco no uso das variáveis, enquanto que as definidas por Fiorentini; Miorim; Miguel têm foco no uso da linguagem.

Para Kaput (1995), não existe uma única Álgebra, como um bloco único e isolado de conhecimentos. O que existe e precisamos dar sentido é uma rede de estruturas e processos que servem e constituem a Matemática. Ainda, para o autor, em um leque de possibilidades da Álgebra há cinco aspectos a serem considerados: (i) *Álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições*; (ii) *Álgebra como manipulação sintética de formalismos*; (iii) *Álgebra como estudo de estruturas abstratas*; (iv) *Álgebra como um estudo de funções, relações e variações contínuas*; (v) *Álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos* (KAPUT, 1995, tradução nossa). Os dois primeiros aspectos são considerados como núcleos do raciocínio algébrico, os dois aspectos seguintes referem-se a temas centrais da Matemática e o último trata da Álgebra como uma rede de linguagens.

Quando se refere ao primeiro aspecto, Kaput (1995) argumenta que existem duas fontes para a generalização e formalização: o raciocínio em uma aritmética generalizada e o raciocínio quantitativo generalizado. Enquanto a generalização e formalização em aritmética generalizada começam dentro de sistemas matemáticos como os números naturais com suas propriedades e operações, no qual conhecimento das estruturas é o fator mais relevante; a generalização em um raciocínio quantitativo surge em situações em que a compreensão da semântica¹⁴ tem papel fundamental, envolvendo grandezas ou mesmo quantidades abstratas.

No segundo aspecto da Álgebra, Kaput (1995) ressalta o poder do formalismo para o avanço das ciências e da tecnologia. Quando lidamos com formalismos, a atenção recai sobre os símbolos e as regras sintáticas de manipulação e não sobre o que possam representar,

¹⁴ Entendemos semântica como o sentido ou significado dos símbolos, palavras ou frases. No Dicionário Léxico é definida como 1. Área da linguística que se dedica ao estudo da significação dos vocábulos e das locuções, analisando as ligações semióticas que estas estabelecem entre si 2. (Linguística) sentido ou significado dos vocábulos; 3. (Filosofia; Lógica) área da semiótica que observa e analisa as ligações dos símbolos com os objetos a que correspondem (<https://www.lexico.pt/semantica>, acessado em 12/09/2017).

dando condições, assim, para se operar em relacionamentos muito mais complexos do que poderiam ser se houvesse a necessidade de, ao mesmo tempo, olhar através dos símbolos e transformações para entender o que representam (KAPUT, 2000). Entretanto, argumenta que nem os formalismos, nem as ações sobre eles podem ser aprendidos sem um início semântico. Esmiuçando, o formalismo por si só, sem uma vivência na qual ocorra primeiramente um entendimento dos símbolos algébricos e das operações com esses símbolos, não favorece a aprendizagem e o desenvolvimento dos raciocínios algébricos.

Em relação à *Álgebra como estudo de estruturas abstratas*, Kaput (1995) enfatiza que os formalismos decorrentes de generalizações e abstrações ocorrem em situações como as representações matriciais de movimento no plano e em simetrias de figuras geométricas. Assim, o estudo das estruturas (1) possibilita um aprofundamento dos sistemas dos quais são extraídas, (2) fornece estruturas úteis para cálculos sem a necessidade de pensar os significados associados anteriormente a esses cálculos e (3) fornece a base para níveis mais elevados de abstração e formalização.

No quarto aspecto, a *Álgebra é vista como um estudo de funções, relações e variações contínuas* com grande relevância já que as funções permeiam as ciências em geral. E o quinto aspecto é o da *Álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos*, no qual Kaput (1995) destaca a *Álgebra* como uma ferramenta para matematizar e entender os diversos fenômenos observados pelas ciências.

Em meados da década de 1990, Lee (apud KIERAN, 2004), em um estudo de quatro anos, fez a seguinte pergunta a seus entrevistados: “O que é *Álgebra*?”. A partir das respostas de alunos, professores, matemáticos e pesquisadores de educação matemática, emergiram sete perspectivas que caracterizam a *Álgebra* como: uma disciplina escolar, aritmética generalizada, uma ferramenta, uma linguagem, uma cultura, uma maneira de pensar, uma atividade. Para Lee (1997) ficou evidente, em quase todas as entrevistas, que uma das perspectivas perpassava as demais, sendo a *Álgebra* considerada como uma atividade, algo que você faz, uma área de ação (LEE, 1997 apud KIERAN, 2004). Nessa linha de entendimento da *Álgebra* destacada por Lee (1997), Kieran (1996) realizou uma categorização da álgebra escolar, de acordo com as atividades algébricas tipicamente realizadas por alunos. Para a pesquisadora, são três as categorias de atividades algébricas: (i) geracional, (ii) transformacional e (iii) global meta-nível (KIERAN, 2004, p. 141, *tradução nossa*).

A primeira categoria é composta por atividades que envolvem formação de expressões e equações, que são objetos da *Álgebra*, por exemplo, equações de uma variável ou

expressões que representam padrões ou sequências numéricas, cujos entes subjacentes são as variáveis e as incógnitas (RIBEIRO; CURY, 2015, p.13). Na segunda categoria, destacam-se as atividades que são baseadas em regras, que incluem:

[...] redução de termos semelhantes, fatoração, expansão, substituição, adição e multiplicação de expressões polinomiais, elevação de um polinômio a um determinado expoente, resolução de equações, simplificação de expressões, trabalhar com a equivalência de expressões e equações, etc. (KIERAN, 2004, p. 142, *tradução nossa*).

Na terceira categoria Kieran (2004) descreve as atividades para as quais a Álgebra é utilizada como ferramenta, não exclusiva à Álgebra, por exemplo, a resolução de problemas, a modelagem matemática, a variação, a generalização, análise de relações, a justificação, a argumentação e a previsão de resultados.

Ainda existem outras perspectivas de Álgebra, como as destacadas por Kirshner (2001); Lee (2001); Lins e Gimenez (2001); Ponte, Branco e Matos (2009); entre outros, porém, podemos argumentar, até o momento, que são inúmeras as perspectivas para Álgebra e essas variam de acordo com os diversos entendimentos do seu uso enquanto conhecimento matemático e contextos em que é utilizado esse conhecimento.

Mas qual a relação entre concepções dos professores e as concepções abordadas até aqui? Qual a relação entre as concepções e o ensino de Álgebra?

Algumas pesquisas como as de Sousa (2007); Ferreira (2009); Panossian e Moura (2016); Souza, Da Silva e Ribeiro (2015); Ribeiro (2013, 2016a, 2016b), entre outras, ajudam a justificar a importância de se analisar as concepções de Álgebra presentes na literatura acadêmica e nas práticas docentes e qual o impacto dessas concepções nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Sousa (2007) investigou a relação entre a melhoria da qualidade do ensino de Álgebra e o conhecimento dos professores e suas práticas reflexivas. Uma das conclusões do estudo foi que há uma relação entre formação e as concepções a cerca da Álgebra e seu ensino. Em seu trabalho, Ferreira (2009) objetivou verificar como professores de Matemática compreendem Álgebra e quais concepções sobre Álgebra possuem e, ainda, identificar se ocorre ressonância das concepções dos professores na concepção de Álgebra dos alunos. A concepção predominante foi a de uma Álgebra letrista com foco nas notações. Ferreira (2009) destaca, ainda, que os próprios participantes da pesquisa concluíram a importância de se refletir sobre as concepções daquilo que se ensina.

Os estudos de Panossian e Moura (2016), a partir de registro e falas dos professores, constataram uma diversidade de concepções acerca da Álgebra e seu ensino, em que se

destacam: o papel do simbolismo e da linguagem; o processo de generalização; a concepção de variável; a relação entre grandezas entre outras. Os pesquisadores apontam para a necessidade de discussões que equilibrem esta diversidade de concepções e estabeleçam princípios que orientem a constituição do objeto de ensino da álgebra.

Em alguns estudos e pesquisas Ribeiro (2013, 2016a, 2016b; SOUZA, DA SILVA E RIBEIRO, 2015; por exemplo) dedicou-se a investigar as concepções de professores de Matemática sobre a Álgebra e seu ensino. Em uma investigação sobre o que pensam os professores da educação básica sobre a Álgebra, os pesquisadores observaram, por meio de entrevistas e questionários, as seguintes concepções algébricas: relacionam duas grandezas, preocupação em mostrar ao aluno as diferentes funções de álgebra, por exemplo, padrões aritméticos, além do contato com fórmulas (SOUZA; DA SILVA; RIBEIRO, 2015, p. 10). No trabalho intitulado “A Álgebra que se aprende e a Álgebra que se ensina: encontros e desencontros na visão dos professores”, com o objetivo de analisar e discutir o entendimento de álgebra dos professores da educação básica e do ensino superior, Ribeiro (2016) observou que as visões (concepções) são bem diferentes. Alguns professores consideram, por exemplo, que a Aritmética é uma parte da Álgebra e, além disso:

Alguns professores mencionam ainda a importância da aritmética, destacando que, para aprender álgebra, é necessário primeiro uma base sólida na prática aritmética. Isso ocorre, tanto em professores do ensino superior como nos da educação básica. Outro ponto importante é o fato dos professores caracterizarem a álgebra como uma atividade que necessita da presença de um valor desconhecido a ser determinado. Isso ocorre, principalmente, dentre os professores da educação básica. Entre os professores do ensino superior, há uma forte incidência, em suas falas, da necessidade de se compreender o que é e como usar as estruturas algébricas, suas técnicas e manipulações. (RIBEIRO, 2015, p. 134).

A partir de estudos e pesquisas, como as citadas, é de nosso entendimento a importância de considerar as concepções dos professores como aspecto que influencia nas práticas docentes. Pois as:

[...] propostas para sala de aula não são nunca “neutras” ou “ingênuas” em relação a pressupostos de toda ordem: relativos à natureza de processos cognitivos, relativos à natureza dos objetos que ali são apresentados ou relativos a concepções de conhecimento, para citar apenas alguns aspectos envolvidos. (LINS; GIMENEZ, 2005, p. 105).

Neste trabalho, buscaremos analisar se as concepções sobre a Álgebra influenciam a crença de autoeficácia dos professores quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

1.2. O Pensamento Algébrico

Nos últimos anos, as pesquisas no campo da Educação Matemática sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra consideram o que chamamos de *pensamento algébrico*¹⁵. Apesar da reconhecida importância de se entender esse tipo de pensamento e discutir o seu desenvolvimento nos diversos níveis de ensino, ainda podemos perceber – segundo nossa experiência como docente e PCNP de Matemática – que na prática docente nas escolas públicas, em especial do Estado de São Paulo, muito pouco das pesquisas e discussões sobre o pensamento algébrico é considerado. Mesmo nos materiais propostos pela SEE/SP e de outros órgãos educacionais, com a finalidade de orientar a elaboração das atividades didático-pedagógicas, não constatamos um referencial sobre o pensamento algébrico, como discutiremos oportunamente.

Mas o que se entende por pensamento algébrico? Como é caracterizado esse tipo de pensamento? Qual a sua importância no ensino e aprendizagem da Álgebra?

Nosso objetivo não é um aprofundamento das caracterizações de pensamento algébrico referenciados na literatura acadêmica, mas sim, dar um panorama das diversas perspectivas desse pensamento. Em nosso trabalho, isso nos servirá como base para entender quais perspectivas estão mais próximas do entendimento dos professores de pensamento algébrico e se dado entendimento influencia a crença de autoeficácia dos docentes quando realizam atividades com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.2.1. Caracterizações, vertentes e elementos do Pensamento Algébrico

Para Almeida e Santos (2017), em um ensaio teórico sobre a caracterização do pensamento algébrico, há um consenso sobre a importância de desenvolver esse tipo de pensamento nos estudantes, entretanto, quando se trata de conceituá-lo, esse consenso não existe. Quando nos deparamos com os diversos artigos em que há a caracterização do pensamento algébrico, entendemos que não há uma única caracterização e isso se deve ao

¹⁵ Alguns autores utilizam o termo raciocínio algébrico. Adotaremos em nosso trabalho o termo pensamento algébrico.

“extenso escopo de objetos (por exemplo, equações, funções, padrões, ...) e processos algébricos (inversão, simplificação, ...) bem como os vários modos possíveis de conceber o pensamento em geral” (RADFORD, 2006, p. 2 apud ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 34). Apesar da dificuldade, é importante ressaltar que a Álgebra não pode ser entendida somente como um conjunto de técnicas, mas também, como uma forma de raciocínio ou pensamento acerca de situações matemáticas (KIERAN, 2007 apud CANAVARRO, 2007) ou de situações que possam ser matematizadas.

Na literatura acadêmica é possível observar que o pensamento algébrico está associado às capacidades de manipular objetos/símbolos, desenvolver processos, estabelecer relações e realizar representações algébricas. Em uma dessas perspectivas encontradas, o pensamento algébrico é entendido como:

[...] a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o “sentido de símbolo” (*symbol sense*), como diz Abraham Arcavi¹⁶, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Para os autores Ponte, Branco e Matos (2009), além das capacidades citadas anteriormente, realizar generalizações também é um aspecto central do pensamento algébrico. Ainda, para os citados autores, esses aspectos do pensamento algébrico revelam uma Álgebra que vai muito além do simbolismo e das manipulações algébricas que muitas vezes são o foco do ensino da álgebra escolar. Pontes, Branco e Matos (2009) propõem três vertentes para o pensamento algébrico: representar, raciocinar e resolver problemas. Para cada uma dessas vertentes, consideradas fundamentais, os autores descrevem as capacidades (quadro 2) que os alunos devem demonstrar no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quadro 2 - Vertentes do Pensamento Algébrico

Vertentes do Pensamento Algébrico	Capacidades demonstradas
Representar	- Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; - Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;

¹⁶ Ver Arcarvi, 1994.

	- Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	- Relacionar (em particular, analisar propriedades); - Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; - Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	- Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11) – adaptado.

Na perspectiva de Lins e Gimenes (1997, p. 151), a Álgebra é um conjunto de afirmações, para as quais podemos produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade. Nesse sentido, o pensamento algébrico é um modo, entre outros, de produzir significado para a Álgebra. Assim, pensar algebricamente é construir significados para objetos, processos ou linguagem algébrica e, tal modo particular de construir significados possui três características fundamentais: (1) *aritimeticismo*, (2) *internalismo* e (3) *analiticidade*.

Quando se referem ao *aritimeticismo*, Lins e Gimenez (1997) consideram o pensamento algébrico na produção de significados apenas em relação a números, operações aritméticas e (des)igualdades. Para justificar o fato de considerar que um indivíduo demonstre pensar algebricamente em operações estritamente aritméticas, os autores argumentam que:

[...] não há nenhum problema em dizer que “número é qualquer elemento do conjunto de base de uma estrutura algébrica”. Outros autores colocam restrições, por exemplo, que essa estrutura algébrica tenha duas de tal e tal tipo, mas isso não é realmente necessário. Segundo nosso ponto de vista, números naturais, inteiros, reais e complexos são números, mas também o são: polinômios, vetores, matrizes, permutações, conjuntos, e assim por diante, *sempre que estiverem sendo considerados do ponto de vista da estrutura algébrica correspondente*. Por outro lado, o que caracteriza a “verdadeira” operação aritmética é a “sensação” de se estar “fazendo uma conta”: dois elementos são associados para “produzir” um terceiro. É essa característica – forte – das operações aritméticas “verdadeiras” que persiste nas leis de composição da álgebra abstrata, de modo que não vemos inconveniente em utilizar a nomenclatura que adotamos, de modo a preservar o *insight* que ela oferece. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.152).

Portanto, para os autores, pensar algebricamente não está associado necessariamente ao uso de uma linguagem algébrica simbólica.

No *internalismo*, o pensamento algébrico demonstra-se na capacidade de utilizar os números e as operações como objetos, segundo suas propriedades. Conforme nos esclarece Lins (1992):

[...] é uma característica do pensamento algébrico que as operações aritméticas se tornem objetos, ao mesmo tempo que são usadas como ferramentas e esta é apenas uma consequência do conjunto de requisitos do *aritimeticismo* e do *internalismo* do pensamento algébrico. (LINS apud ALMEIDA; SANTOS, 2017, p.38).

A terceira característica do pensamento algébrico, a *analiticidade*, caracteriza-se pela capacidade de operar sobre números desconhecidos como se fossem números conhecidos (LINS; GIMENEZ, 1997).

Uma das mais citadas caracterizações de pensamento algébrico é de Blanton e Kaput (2005). Para eles o pensamento algébrico¹⁷ é:

[...] um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação e as expressam de maneira cada vez mais formal e adequada à idade. Por exemplo, os alunos utilizam o pensamento algébrico quando descrevem o número total de apertos de mão de um grupo de tamanho específico, onde cada pessoa no grupo cumprimenta a todos de uma vez e, em seguida, desenvolve e expressa uma generalização que descreve o número total de apertos de mão para um arbitrário de pessoas. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Para esses pesquisadores o pensamento algébrico pode assumir várias formas entre as quais estão (a) a *aritmética generalizada*, (b) o *pensamento funcional*, (c) a *modelagem* e (d) a *generalização sobre sistemas matemáticos com a abstração de cálculos e relações*. Dessas quatro formas de pensamento algébrico, a aritmética generalizada e o pensamento funcional são as consideradas mais elementares. A *aritmética generalizada* é uma forma de pensamento que demonstra a capacidade de generalizar, por exemplo, a propriedade comutativa da multiplicação ou a propriedade do zero em uma adição ou, ainda, entender a igualdade como uma relação entre quantidades (BLANTON; KAPUT, 2005).

O *pensamento funcional* é caracterizado pela generalização de padrões numéricos com foco na descrição das relações funcionais, como, por exemplo, a exploração de expressões que representam as regularidades em números ou a descrição de padrões de crescimento ou generalizações sobre somas de números consecutivos (BLANTON; KAPUT, 2005).

De forma análoga, a *modelagem* envolve a generalização de regularidades, entretanto, advém de situações ou fenômenos matemáticos. E, a última forma, refere-se à álgebra abstrata (BLANTON; KAPUT, 2005), que é generalização a partir de objetos e sistemas abstratos da Matemática. Esse último, porém, conforme afirmam Blanton e Kaput, são menos comuns no currículo da escola básica.

¹⁷ Blanton e Kaput utilizam o termo “*algebraic reasoning*” o que literalmente poderia ser traduzido como “raciocínio algébrico”. Apesar de alguns autores, especialmente os de língua inglesa, utilizarem o termo “raciocínio”, adotaremos o termo “pensamento” que é o mais utilizado e encontrado na literatura acadêmica.

Em uma definição, Radford (2006) refere-se ao pensamento algébrico como uma maneira particular de pensar matematicamente, podendo ser vista por três vertentes: (1) *pensamento algébrico factual*, (2) *pensamento algébrico contextual* e (3) *pensamento algébrico padrão*. A primeira vertente é caracterizada pela capacidade de, por exemplo, dados alguns elementos de uma sequência pictórica, desenhar os dois elementos seguintes dessa sequência e, ainda, descobrir elementos aleatórios dessa sequência, por exemplo, os elementos da posição 100 e 1001. O pensamento algébrico contextual é caracterizado pela capacidade de expressar por uma linguagem informal (não algébrica) como se pode encontrar o elemento, de qualquer posição, na sequência pictórica mencionada anteriormente. E a terceira vertente, o pensamento algébrico padrão, é caracterizado pela capacidade de, considerando a sequência pictórica citada anteriormente, escrever uma fórmula algébrica que relacione o elemento da sequência à sua posição.

A partir dessas caracterizações é possível entender o pensamento algébrico como (1) capacidades de representação (simbólica formal, linguagem materna ou desenhos) de situações no escopo da própria Matemática ou externa a ela, mas que estão sujeitas à matematização, (2) como as capacidade de realizar operações, por meio da linguagem algébrica ou não, em qualquer contexto numérico ou estrutural da própria matemática e, ainda, (3) como as capacidades de se generalizar sequências numéricas e de manipulação de objetos algébricos como expressões, equações, funções. Não é nosso intuito realizar uma caracterização própria, mas sim, destacar algumas capacidades manifestadas por um indivíduo que tem desenvolvido um pensamento algébrico.

Além disso, entendemos que se faz necessário discutir alguns elementos do pensamento algébrico como a generalização, relação de equivalência e linguagem algébrica.

1.2.2. A generalização e o Pensamento Algébrico

Um dos aspectos centrais do pensamento algébrico é a generalização, seja de padrões aritméticos, sequências numéricas, pictóricas ou geométricas. Na própria caracterização de Kaput e Blanton (2005, p.413), por exemplo, a generalização é o cerne do pensamento algébrico, pois afirmam que “o pensamento algébrico é um processo em que os alunos generalizam”. Mestre (2014) dedicou-se em discutir essa centralidade em sua tese de doutorado, na qual apresenta uma investigação sobre a manifestação do pensamento algébrico em alunos do 4º ano do ensino básico. Nesse trabalho, Mestre (2014) constatou que alunos do 4º ano, a partir de experiências de ensino que envolviam a generalização de padrões,

evidenciaram uma evolução na capacidade de generalizar e uma progressiva apropriação da representação simbólica dessas generalizações. Trevisani (2012) destaca que a capacidade de expressar generalizações é fundamental na aprendizagem da Álgebra e o desenvolvimento dessa capacidade, que implica um pensamento algébrico, pode ocorrer por meio de experiências que envolvam o estudo de padrões. Em sua dissertação, Trevisani (2012) investigou estratégias de generalização operacionalizadas por alunos do 7º ano quando se utilizam de um software de Matemática dinâmica e concluiu que a busca por expressões gerais de padrões contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.2.3 – A relação de equivalência e o Pensamento Algébrico

Também de grande importância para o desenvolvimento do pensamento algébrico é o conceito de equivalência, expresso pelo sinal de igual ($=$). Kieran (1981) discute as dificuldades dos alunos no entendimento do sinal de igual como uma relação de equivalência. Para a pesquisadora, essa dificuldade perpassa por toda a educação básica e pode perdurar até mesmo em alunos de graduação. Booth (1995) também discute as dificuldades na compreensão do sinal de igual como relação equivalência, pois, conforme argumenta, os alunos entendem esse sinal como relação unidirecional, que indica sempre um resultado de uma operação, ou seja, uma resposta numérica. Bandarra (2011), em um estudo vertical das perspectivas dos alunos nos diversos níveis de ensino, conclui que os alunos encaram o sinal de igual de formas diferentes. Apesar disso, há evidências de que os alunos, em diferentes níveis, encaram o sinal de igual como o resultado de uma operação.

Em sua dissertação de mestrado, Cruz (2016) realizou uma investigação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Paulo. Um dos objetivos da pesquisa foi investigar os significados do sinal de igualdade manifestados pelos alunos e de que forma esses podem interferir no desenvolvimento do pensamento algébrico. A pesquisadora conclui que, apesar de os alunos demonstrarem um pensamento algébrico, a maioria demonstrou um entendimento operacional do sinal de igual, de forma que, após o sinal, deveria estar o resultado de uma operação. Esses resultados corroboram com os obtidos por Kieran (1981), Booth (1995) e Bandarra (2011).

1.2.4. A linguagem e o Pensamento Algébrico

Inúmeros autores e pesquisadores que se dedicam ao ensino e aprendizagem da Álgebra indicam que a linguagem tem grande importância no desenvolvimento do pensamento algébrico. Historicamente, a linguagem algébrica evolui de 1700 a.C. a 1700 d.C. até ser tornar razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton e, essa evolução passou por três grandes fases: retórica (ou verbal), sincopada e simbólica (BAUMGART, 1992). Na fase retórica ou verbal, as representações ocorriam pela linguagem corrente ou comum: cada operação na resolução de uma equação era descrita, ou seja, não havia uma linguagem simbólica. Nessa fase, mesmo não havendo um simbolismo, considera-se que já havia um pensamento algébrico.

A fase sincopada é caracterizada pelo uso de abreviações para simbolizar valores desconhecidos e operações. E a terceira fase, que ocorreu aproximadamente a partir de 1500 d.C., foi marcada pela introdução de letras como coeficientes genéricos em uma equação por François Viète (BAUMGART, 1992).

As mudanças introduzidas por Viète no século XVI “separando o antigo fluxo raso da *solução manipulativa de equações* da moderna corrente profunda que começa com propriedades teóricas das equações” foi o “divisor de águas do pensamento algébrico” (BAUMGART, 1992, p. 14, grifo nosso).

Há evidências, então, de que, mesmo havendo algum tipo de pensamento algébrico já na fase de representação algébrica retórica, foi a partir das representações simbólicas que o pensamento algébrico evoluiu. Na educação algébrica atual, entretanto, a dificuldade nos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra está na supervalorização do simbolismo em detrimento do desenvolvimento do pensamento algébrico. Concordamos com Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 4) que, tradicionalmente, o ensino de álgebra se sustenta na crença de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal ou através da manipulação da linguagem simbólica de álgebra. Entretanto, como comprovaram Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) ainda comprovaram que a manifestação do pensamento algébrico não decorre de uma linguagem estritamente simbólico-formal e, por isso mesmo, não se justificaria um tardio início das atividades algébricas.

Em um dos seus trabalhos, Carmen Gómez-Granell (1997) destaca que a questão do entendimento da Matemática como linguagem é objeto de inúmeras discussões e controvérsias. Conforme aponta a autora, diversos estudos comprovam que uma boa parte dos erros cometidos pelos alunos está no fato de se apropriarem de manipulações simbólicas

compostas por regras, contudo sem uma significação dessas manipulações (GOMEZ-GRANELL, 1997). Ainda, para a autora:

[...] o conhecimento conceitual não implica absolutamente um conhecimento das regras sintáticas e das convenções de notação próprias do simbolismo matemático. [...] saber matemática implica dominar os símbolos formais independentemente das situações específicas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim requeiram. (GOMEZ-GRANELL, 1997, pp. 273-274)

Na mesma proposição de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 85), defendemos, então, que deva subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética. Ou seja, apesar do pensamento algébrico se manifestar independentemente da linguagem utilizada, o domínio da linguagem simbólica-formal contribui para o desenvolvimento desse pensamento.

1.3. O ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico

Tradicionalmente, o ensino de Álgebra inicia-se nos Anos Finais do Ensino Fundamental. No Estado de São Paulo, a educação algébrica ocorre partir do 7º Ano do Ensino Fundamental com atividades relacionadas ao uso de letras para representar valores desconhecidos, em particular, no uso de fórmulas (SÃO PAULO, 2010, p. 60). Mas, qual a justificativa para se iniciar o ensino de álgebra a partir desse ano escolar?

Os que defendem o início dos estudos de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental justificam que não se pode aprender Álgebra antes da Aritmética, pois a Álgebra devido ao seu formalismo é muito difícil e os alunos não teriam maturidade em função da idade. Em seu estudo Civinski (2015) comenta que:

Na matemática, temos enraizado que se deve aprender aritmética antes da álgebra e a atividade algébrica só é possível, em termos de idade, se introduzida de forma tardia. Esse pensamento apoia-se na necessidade de primeiro construir o pensamento operatório, para então avançar para a álgebra, como se uma dependesse de outra, o que é equivocado. (CIVINSKI, 2015, p. 30).

Na contramão de uma corrente internacional, a educação algébrica nas escolas públicas Estado de São Paulo segue tradicionalmente a linha de se ensinar Álgebra somente após os alunos terem contato com os conteúdos aritméticos. A razão para a manutenção dessa linha de educação algébrica por parte dos professores pode estar na sua formação inicial e

continuada, mas, também, na “obrigatoriedade”¹⁸ do uso dos materiais propostos pela SEE/SP¹⁹ que, desde 2008, inseriu um currículo oficial e um conjunto de materiais de apoio para subsidiar o trabalho dos professores. Em relação aos materiais elaborados pela SEE/SP, que mantém uma organização na qual o estudo de álgebra ocorre após o da aritmética, o motivo pode estar no entendimento de que (1) se, historicamente, a Álgebra vem após a Aritmética, isso também deve ocorrer no contexto curricular e (2) os alunos não possuem o devido amadurecimento cognitivo (CARRAHER *et al*, 2006). Há, porém, um crescente movimento de pesquisas e estudos que sugerem o ensino de Álgebra desde os anos iniciais do ensino fundamental com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico. Mas de que maneira esse ensino deve ocorrer? O que se deve ensinar? Quais atividades podem ser desenvolvidas para se desenvolver o pensamento algébrico?

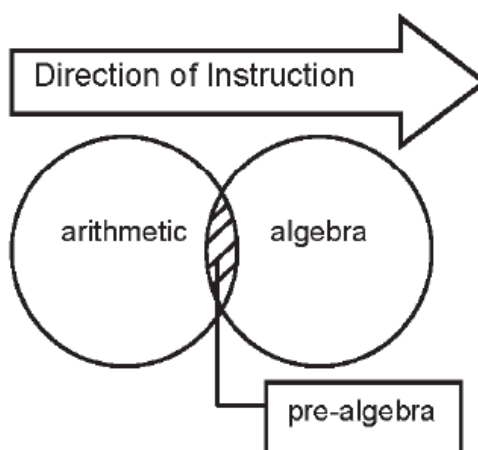
Lins e Gimenez (1997) defendem que a Aritmética e a Álgebra podem ser trabalhadas conjuntamente desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Portanto, a ideia de que a Aritmética deve preceder necessariamente a Álgebra é infundada. Segundo esses autores, a Aritmética escolar tem privilegiado as técnicas de cálculo e não se preocupa em desenvolver um “sentido numérico”, pelo qual seria possível desenvolver a capacidade de refletir sobre o que há de genérico, sobre as situações envolvidas e refletir sobre a lógica das operações (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 160). Ainda, na perspectiva desses autores, a educação aritmética precisa ampliar o conjunto de atividades e habilidades com vistas ao desenvolvimento do sentido numérico, ao passo que, a educação algébrica deve considerar que os aspectos técnicos da Álgebra só podem se desenvolver a partir de um pensamento algébrico, o que levaria à produção de significados e não somente à manipulação simbólica-formal e mecânica (LINS; GIMENEZ, 1997).

¹⁸ Apesar de não haver um documento que use o termo “obrigado utilizar esse material”, a percepção dos professores é de que há a imposição da SEE/SP para uso dos materiais e das chamadas Situações de Aprendizagens que são unidades didáticas compostas por sequências de atividades. Essa percepção de obrigatoriedade é corroborada por ações promovidas pela SEE/SP como as Avaliações da Aprendizagem em Processo (AAP), que são provas elaboradas pela própria SEE/SP e que devem ser obrigatoriamente, por força de resolução ou comunicado dos órgãos centrais, aplicadas em alguns bimestres de cada ano letivo. A prova do segundo bimestre, por exemplo, tem o objetivo de avaliar o domínio das habilidades previstas para o primeiro bimestre, independentemente de terem sido trabalhadas ou não. Não se considera, portanto, o ritmo de aprendizagem da turma com as possíveis dificuldades de aprendizagem (cognitivas e/ou afetivas e motivacionais). Após a aplicação, cada professor de matemática deve corrigir as provas e digitar em um sistema para posterior análise de resultados por todas as instâncias da escola, diretoria de ensino e SEE-SP. Apesar de não haver sanções para resultados não satisfatórios, há uma cultura de cobrança por resultados educacionais manifestada por gestores de todos os níveis da estrutura educacional. Outra ação, que pode caracterizar a obrigatoriedade são os acompanhamentos realizados em sala de aula que visam, entre outros objetivos, a verificar a aplicação do currículo e o uso dos materiais de apoio.

¹⁹ Os materiais de apoio são compostos por: cadernos do professor, cadernos do aluno e plataforma Currículo Mais.

Schliemann, Carraher e Brizuela (2006) discutem a *Early Algebra*²⁰, afirmando que a questão central não é “quando”, mas “o quê”, “por quê” e “como” referindo-se à necessidade de uma nova perspectiva de relação entre Aritmética e Álgebra. Os autores discutem que tradicionalmente a Aritmética é ensinada antes da Álgebra, devido a crenças como: a Aritmética é mais fácil e a Álgebra é mais difícil; a Aritmética trata de operações com números específicos e a Álgebra trabalha com números generalizados (SCHLIEMANN, CARRAHER E BRIZUELA, 2006, p. ix) entre outras. Essa visão de que a Aritmética deve ser ensinada antes da Álgebra trata as duas áreas matemáticas como bastante distintas, conforme ilustra a figura 1.

Figura 1 - A visão predominante de como a Aritmética se relaciona com a Álgebra



Fonte: (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2006, p. xi)

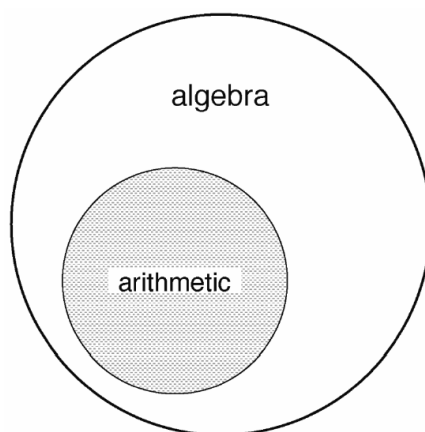
Podemos observar na figura 01 que há uma direção de ensino que parte da Aritmética e conclui-se com a Álgebra, na qual, certas ideias, técnicas e representações seriam comuns em uma intersecção denominada pré-álgebra (SCHLIEMANN, CARRAHER E BRIZUELA, 2006). A pré-álgebra seria uma forma de diminuir as dificuldades na transição Aritmética-Álgebra. No entanto, essas “pontes” são construídas em uma visão empobrecida da Matemática elementar, no sentido de adiar a generalização matemática até o início dos estudos de álgebra (CARRAHER *et al*, 2006). Apesar de iniciativas de pré-álgebra, os alunos

²⁰ A *Early Algebra* nomeia um projeto instituído em 1998, em que educadores matemáticos e psicólogos desenvolveram um trabalho colaborativo juntamente com professores e estudantes em escolas de Boston. Um dos objetivos deste trabalho é o desenvolvimento de pesquisas referentes ao pensamento algébrico, uma vez que esses educadores recomendam a necessidade de introduzir este pensamento desde os anos iniciais (Da Silva e Savioli, 2015, p. 141). Conforme Schliemann, Carraher e Brizuela (2006), a *Early Algebra* tornou-se uma área de estudos formada por pesquisadores que se dedicam a estudar o ensino e a aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais.

evidenciam dificuldades, por exemplo, na compreensão do sinal de igual como equivalência e não somente como resultado de uma operação (KIERAN, 1981; BOOTH, 1995).

A concepção de que “onde acaba a Aritmética começa a Álgebra” (com uma pré-álgebra fazendo a ponte) precisa ser desconstruída, segundo Schliemann, Carrahere e Brizuela (2006). A proposta defendida por esses pesquisadores é a de entender a Aritmética como parte da Álgebra (Figura 02), na qual se tratariam dos conjuntos numéricos, retas numéricas e funções simples. Em outras palavras, operações e propriedades operatórias com números específicos seriam casos particulares de um caso mais geral. Por exemplo, 428, expresso como $(4 \times 100) + (2 \times 10) + (8 \times 1)$ poderia ser entendido como um caso particular da situação geral $(a \times 100) + (b \times 10) + (c \times 1)$. O nosso entendimento sobre a proposta de Schliemann, Carrahere Brizuela (2006) para a educação algébrica é de que os conceitos algébricos (especialmente a generalização), as vertentes desse pensamento e a notação algébrica devem ser o fio condutor ou devem estar integralizadas desde o início nos estudos de Aritmética.

Figura 2 - Perspectiva de uma Aritmética com características inerentemente algébricas



Fonte: Schliemann, Carraher e Brizuela (2006, p. xii)

A figura 2 não representa apenas uma Aritmética inserida na Álgebra, pois, nesse entendimento a Aritmética poderia ser, ainda sim, desenvolvida anteriormente à Álgebra, nos mesmos moldes tradicionalmente presentes em nossas escolas. O entendimento de Schliemann, Carrahere Brizuela (2006), o qual defendemos, é que a Aritmética é Álgebra e, quando se trabalha a Aritmética, é possível o desenvolvimento do pensamento algébrico. No estudo das operações aritméticas e suas propriedades, é possível estudar padrões, regularidades e fazer generalizações, sendo essas, capacidades inerentes à Álgebra. Quando afirmamos que Aritmética é Álgebra, queremos expressar que a Aritmética, em todo o seu escopo de estudo, possui um caráter inerentemente algébrico.

Em consonância com a perspectiva anterior de educação algébrica, Carraher *et al* (2006), citando outros pesquisadores (DAVIS, 1985, 1989; VERGNAUD, 1988; SCHOENFELD, 1995; GIMENEZ, 1997; KAPUT, 1998; BOOTH, 1988; CRAWFORD, 2001), sugerem que:

[...] a aritmética tem um caráter inerentemente algébrico na medida em que diz respeito a casos e estruturas gerais que podem ser capturados suscintamente na notação algébrica. Nós argumentaríamos que o significado algébrico das operações aritméticas não é opcional como uma “cobertura no bolo”, mas sim um ingrediente essencial. Nesse sentido, acreditamos que os conceitos e notação algébrica precisam ser considerados integrantes da matemática elementar²¹. (CARRAHER, 2006, p. 89, *tradução nossa*).

E, ainda, para Kieran (2004b), é necessário um ajuste na educação algébrica nos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, as atividades devem incluir, mas não se restringir a:

1. Um foco nas relações e não apenas no cálculo de uma resposta numérica; 2. Um foco nas operações, bem como em seus inversos, e na ideia relacionada de fazer / desfazer; 3. Um foco em representar e resolver um problema em vez de simplesmente resolvê-lo; 4. Um foco em números e letras, em vez de em números sozinhos. Isso inclui: (i) trabalhar com letras que às vezes podem ser desconhecidas, variáveis ou parâmetros; (ii) aceitar expressões literais não fechadas como respostas; (iii) comparando expressões para equivalência com base em propriedades e não em avaliação numérica; 5. Uma reorientação do significado do sinal de igualdade. (KIERAN, 2004, pp. 140-141, *tradução nossa*).

As propostas expostas até aqui não indicam a antecipação de um ensino de Álgebra com todo o formalismo e manipulações simbólicas. Indicam, todavia, a importância e necessidade de se trabalhar os conceitos algébricos a partir dos conteúdos aritméticos, ou seja, algebrizar os conteúdos já existentes do currículo matemático da escola elementar, fazendo com que os conteúdos aritméticos se tornem mais algébricos à medida que a generalização é construída (KAPUT, 2008 apud MESTRE, 2014, pp 2-3).

A justificativa de que crianças não possuem um amadurecimento cognitivo necessário para, por exemplo, compreender e representar regularidades e generalizações ou compreender o sinal de igual como equivalência e, ainda, compreender uma relação de função, independentemente do simbolismo formal, foi bastante discutida por Carraher *et al.* (2006). Esses autores citam pesquisas realizadas com alunos dos anos iniciais por Davydov (1969,1991); Lima e Da Rocha (1997); Lins Lessa (1995); Franke (2001); Carpenter (2000); Schifter (1999); Blanton e Kaput (2000); Davis (1971-1972); Brizuela e Lara-Roth (2001);

²¹ A Matemática elementar, em nosso entendimento, seria a Matemática estudada nos anos iniciais.

Brizuela, Carraher e Schliemann (2000); Schliemann, Carraher e Brizuela (2001) que obtiveram, entre outros, os seguintes resultados:

- Crianças de anos iniciais²² que receberam instruções relativas a questões algébricas apresentaram maiores resultados durante os últimos anos escolares e se saíram melhores na resolução de problemas algébricos quando comparadas com crianças de sextos e sétimos anos do ensino fundamental com um currículo tradicional pelo qual iniciaram seus estudos de álgebra após os conteúdos aritméticos;
- Alunos de anos iniciais conseguem representar problemas algébricos e resolver equações lineares por meio de diferentes estratégias;
- Estudantes dos anos iniciais, bem jovens, que vivenciaram atividades que exploravam relações matemáticas, conseguiam entender, por exemplo, relações gerais do tipo “ $a + b - a = b$ ” para quaisquer números naturais a e b ;
- Crianças dos anos iniciais manifestaram um pensamento algébrico em termos de generalizações após terem vivenciado experiências com esse tipo de pensamento;
- Alunos do terceiro grau²³ demonstraram robustas capacidades de generalizações e discutiam operações gerais entre números pares e ímpares considerando-os como incógnitas ou variáveis;
- Após a vivência com atividades algébricas que envolviam os conceitos e notações de variáveis, coordenadas cartesianas e funções, crianças dos anos iniciais e dos anos finais manifestaram um pensamento algébrico relativo a esses conceitos e notações;
- Estudantes de 4º ano também demonstraram, após experiências em sala de aula, capacidades para trabalhar com tabelas de funções usando notações algébricas na representação de relações funcionais.

Esses resultados evidenciam que alunos dos anos iniciais são capazes de desenvolver o pensamento algébrico quando são envolvidos em atividades algébricas. Destacamos que as pesquisas não apontam para uma álgebra formal-simbólica nos anos iniciais, mas sim, para o desenvolvimento de capacidades, por exemplo, de generalizar, de compreender equivalências e de representações simbólicas correspondentes ao nível de ensino.

²² Em nossa tradução de Carraher *et al.* (2006) fizemos a opção em substituir 1ª a 4ª série, conforme consta no artigo original, por anos iniciais, já que o período escolar referido no texto corresponderia à praticamente totalidade do período de nossa opção.

²³ Correspondente ao quarto ou quinto ano do ensino fundamental – anos iniciais.

Mais recentemente, pesquisas também evidenciaram a manifestação do pensamento algébrico por alunos dos anos iniciais, dentre elas a de Da Silva e Savioli (2012); Veloso (2012); Pimenta e Saraiva (2013); Pinheiro (2013); Silva (2013); Cavalcante, Freitas e Rodrigues (2014); Infante (2014); Mestre (2014); Theodorovski (2014); Da Silva e Savioli (2015); Da Silva, Savioli e Passos (2015); Rodrigues (2015); Scheller, De Lari Bonoto e Viali (2016); Beck e Silva (2016); Mendes, Robim e Pereira (2016); Salmasio e Rodrigues (2016). Em sua pesquisa, Da Silva e Savioli (2015) propuseram atividades da *Early Algebra* a alunos do quinto ano do ensino fundamental e foi constatado que, apesar de não dominarem uma linguagem algébrica formal, os alunos demonstraram condições de trabalhar atividades que envolvam aspectos do pensamento algébrico. Os pesquisadores Scheller, De Lari Bonoto e Viali (2016) aplicaram três atividades práticas de modelagem matemática a alunos de anos iniciais para um estudo da capacidade simbólica desses alunos. Constatou-se que atividades desenvolvidas favoreceram significativamente o desenvolvimento do pensamento algébrico, evidenciando que a linguagem simbólica pode ser de domínio das crianças antes da escolaridade normalmente indicada (SCHELLER; DE LARI BONOTO; VIALI, 2016, p. 702).

Tanto as pesquisas descritas quanto as demais citadas anteriormente corroboram com as pesquisas no contexto internacional que foram citadas por Carraher *et al.* (2006). Porém, convém acrescentar que, a partir de buscas de pesquisas no contexto educacional brasileiro quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, apesar de constataremos um crescente interesse pelo tema, observamos a carência de pesquisas longitudinais e verticais que objetivem a compreensão de como o pensamento algébrico se desenvolve ao longo dos anos de escolaridade, desde os anos iniciais, considerando fatores como a formação continuada de professores, os materiais didático-pedagógicos, as concepções algébricas presentes nos documentos oficiais e manifestadas pelos professores em suas práticas, entre outros.

Um fator importante a ser considerado, quando tratamos do enraizamento do formato de ensino “álgebra após aritmética”, diz respeito à formação, às concepções e ao conhecimento dos professores. Essa importância é destacada nos trabalhos de Sousa (2007); Ferreira (2009); Panossian e Moura (2016); Souza, Da Silva e Ribeiro (2015); Ribeiro (2013, 2016a, 2016b), que tratam das concepções de professores e do impacto dessas concepções nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial no desenvolvimento do pensamento algébrico. Ferreira; Ribeiro, A. J.; Ribeiro, M. (2016) defendem a necessidade de se ter a Aritmética e a Álgebra como foco da formação inicial e continuada para se permitir que, de forma indireta, ocorra o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

1.3.1. A Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico em documentos oficiais

No contexto educacional, os documentos oficiais têm grande relevância, pois balizam os conteúdos/temas e as capacidades/habilidades cognitivas que se espera que os alunos desenvolvam. No Estado de São Paulo, por exemplo, independentemente das concepções dos professores e de seus conhecimentos, conforme já destacamos, há uma certa “obrigatoriedade” no desenvolvimento do currículo oficial prescrito e, não só, do currículo, mas, inclusive, das atividades propostas nos chamados materiais de apoio²⁴. Uma forma de comprovar essa obrigatoriedade são as avaliações bimestrais denominadas “Avaliações da Aprendizagem em Processo” (AAP) com o objetivo de avaliar se os alunos desenvolveram as habilidades esperadas para o bimestre. As provas da AAP têm datas e prazos para serem aplicadas e corrigidas e, constata-se, em algumas versões das provas, o uso de questões semelhantes às apresentadas no material de apoio. Nesse sentido, os professores ficam, em nossa percepção, confinados em tempo, conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas. Embora seja pertinente essa discussão, o que nos interessa no momento é saber como se apresentam as concepções de Álgebra e pensamento algébrico e, ainda, quais orientações estão presentes em documentos oficiais.

Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série) – PCN (1ª a 4ª série), consideram que a aprendizagem em Matemática está ligada à apreensão de significados (BRASIL, 1997). Apesar de não fazer referência ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais afirma que:

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. (BRASIL, 1997, p. 29).

Claramente, estão citados alguns elementos do que entendemos por pensamento algébrico: regularidades e generalização. Sendo, o último, um aspecto central do pensamento algébrico. (KAPUT; BLANTON, 2005; MESTRE, 2014).

²⁴ Os materiais de apoio são os popularmente chamados “caderninhos” na rede pública paulista. Oficialmente são os chamados “Caderno do Professor” e “Caderno do Aluno”.

Apesar de sutis, há referências a um ensino de Álgebra desde os anos iniciais. Quando trata da seleção de conteúdos, indica que os currículos de Matemática devem contemplar o campo dos números e operações e destaca entre parênteses: no campo da Aritmética e da Álgebra (BRASIL, 1997, p. 38).

Adiante e de maneira mais específica, os PCN (1ª a 4ª série), quando tratam especificamente do bloco de conteúdo números e operações, referem-se ao ensino de álgebra destacando que:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p. 39).

Embora haja algumas referências sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais, os PCN (1ª a 4ª série) não orientam de que maneira isso possa ocorrer e o que se deve considerar para que se concretize tal ensino.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série) – PCN (5ª a 8ª série), encontramos novamente a citação anterior, porém, acrescenta-se:

Esse encaminhamento dado a Álgebra, a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da noção de função nos terceiro e quarto ciclos²⁵. Entretanto, a abordagem formal desse conceito deverá ser objeto de estudo do ensino médio (BRASIL, 1998, p. 51)

Quando tratam dos objetivos de Matemática para o terceiro ciclo²⁶, os PCN (5ª a 8ª série) indicam algumas capacidades relacionadas ao pensamento algébrico que devem ser desenvolvidas no ciclo indicado:

* reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; * utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (BRASIL, 1998, p. 64).

²⁵ Equivalente aos anos finais do ensino fundamental.

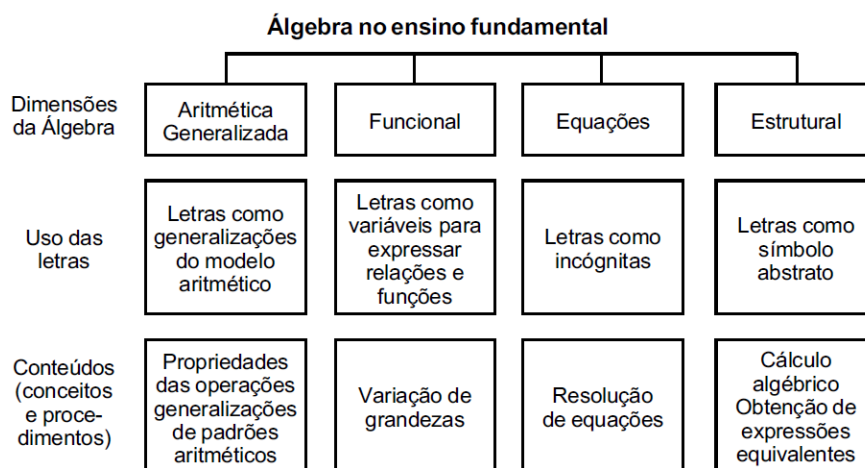
²⁶ Corresponde aos atuais 6º e 7º anos do ensino fundamental.

Para o quarto ciclo²⁷, os PCN (5ª a 8ª série) sugerem o desenvolvimento das seguintes capacidades relacionadas ao pensamento algébrico:

* produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas; * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81)

Diferentemente dos PCN (1ª a 4ª), os PCN (5ª a 8ª série) apresentam algumas interpretações de Álgebra (figura 3) e possibilidades pedagógicas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Figura 3 - Diferentes interpretações da Álgebra



Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 116)

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)

O PNAIC, conforme consta no site do oficial²⁸, é um compromisso dos governos (federal, estaduais e municipais) para garantir que toda criança esteja alfabetizada (inclusive em Matemática) até os oito anos de idade, ao final do 3º ano do ensino fundamental. Alfabetizada matematicamente é a condição de uma criança que supera a simples decodificação e a resolução das quatro operações básica (BRASIL, 2004, p. 5). Com o

²⁷ Correspondente aos 8º e 9º anos do ensino fundamental.

²⁸ Cujo endereço eletrônico é <http://pacto.mec.gov.br/o-pacto> (acessado em 29/09/2017).

objetivo de garantir essa alfabetização em Matemática, Ministério da Educação propôs alguns “direitos de aprendizagem”, que correspondem a um conjunto de conceitos e habilidades que se considera adequado às crianças de até oito anos de idade.

Na organização curricular, proposta pelo PNAIC, o pensamento algébrico aparece como um eixo, entretanto, não há a adoção de uma concepção desse tipo de pensamento nem como se pode desenvolvê-lo a partir das atividades propostas. O documento de apresentação (BRASIL, 2014) considera o pensamento algébrico como um eixo que articula outros eixos como números e operações e geometria em situações que envolvam o reconhecimento de padrões. Destaca-se que o objetivo geral para esse eixo é de desenvolver nas crianças a capacidade de compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos (BRASIL, 2014, p. 50).

Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A BNCC de cunho normativo, homologada pelo Ministro da Educação no dia 20 de dezembro de 2017, estabelece os conteúdos, competências e habilidades, consideradas essenciais e que os alunos devem desenvolver nos níveis educacionais da educação básica.

Quando trata da unidade temática Álgebra, destaca que a finalidade é desenvolver um tipo especial de pensamento (algébrico) que é:

[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 226).

Além disso, enfatiza que as principais ideias matemáticas relacionadas ao pensamento algébrico são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade (BRASIL, 2017, p. 226). Ainda, estabelece como foco o desenvolvimento da linguagem algébrica, a capacidade de generalização e de resolver problemas por meio de equações e inequações. Conforme consta na BNCC, é imprescindível que algumas das dimensões da Álgebra sejam exploradas desde os anos iniciais.

A BNCC não é um currículo, mas como instrumento normativo irá nortear o currículo nos sistemas de ensino brasileiro nos próximos anos e, portanto, terá grande impacto nos materiais didático-pedagógicos. Considerando essa influência da BNCC nos materiais de ensino e de aprendizagem e a importância da Álgebra, já destacada em diversos momentos desse trabalho, consideramos que seria necessária uma definição e uma melhor caracterização do pensamento algébrico. Apesar de estabelecer conteúdos e habilidades particulares desse pensamento e destacar a importância de uma educação algébrica desde os anos iniciais – inclusive com alguns pequenos exemplos do que se espera dos alunos –, a BNCC, como documento base para a construção dos currículos e materiais didático-pedagógicos, poderia ter avançado no sentido de se aprofundar no entendimento do pensamento algébrico e na discussão de uma perspectiva de ensino da Álgebra, especialmente nos anos iniciais.

Currículo Oficial do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias

A SEE/SP propôs, desde 2008²⁹, um currículo oficial para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio, que determina o conjunto de competências e habilidades que os alunos devem desenvolver nesses níveis de ensino.

Na organização dos conteúdos de Matemática, que apoiam o desenvolvimento das competências e habilidades desejadas, constam três grandes blocos: Números, Geometria e Relações. Nessa organização, a Álgebra pode ser considerada um tema transversal que perpassa todos os blocos. Essa consideração não fica evidente no documento, porém, quando analisamos os quadros de conteúdos e habilidades podemos perceber elementos do pensamento algébrico nos três blocos. Por exemplo, para o 3º bimestre do 8º ano do ensino fundamental (figura 4) estão previstos concomitantemente os conteúdos Números e Relações e uma das habilidades previstas é “saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau” (SÃO PAULO, 2010, p. 62).

²⁹ No início de 2008 a SEE-SP apresentou uma proposta curricular por meio dos, popularmente chamados, “jornaizinhos” que continham sequências de atividades que subsidiaram os primeiros 45 dias letivos daquele ano. Antes mesmo de um currículo oficial ser implementado e sem qualquer tipo de orientação, os professores receberam os chamados “cadernos do professor”, compostos por situações de aprendizagem que também continham sequências de atividades e, ainda, um caderno de proposta curricular. A ideia de competências e habilidades era bastante desconhecida pelos professores, porém, a implementação do currículo e dos materiais ocorreram sem qualquer formação ou discussão com os professores. Ao final de 2008, o currículo foi oficializado por meio da Resolução SE nº 76 de 07 de 2008, disponível em <http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/76_08.HTM?Time=10/03/2018%2014:38:55>, acessado em 10/03/2018.

Figura 4 - Quadro de conteúdos e habilidades do 8º ano do ensino fundamental, 3º bimestre

7ª série/8º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	Habilidades
3º Bimestre	Números/Relações	Compreender situações-problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações
	Equações	Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau
	- Resolução de equações de 1º grau - Sistemas de equações e resolução de problemas - Inequações de 1º grau	Saber explorar problemas simples de matemática discreta, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas
	Gráficos	- Saber resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas pelos métodos da adição e da substituição, sabendo escolher de forma criteriosa o caminho mais adequado em cada situação - Compreender e usar o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares

Fonte: Currículo Oficial do Estado de São Paulo - Matemática (SÃO PAULO, 2010, p. 62)

Os autores do currículo oficial de Matemática do Estado de São Paulo apresentam algumas ideias fundamentais que, segundo eles, podem ser organizadas em uma lista menor do que as de conteúdos que, na perspectiva desses mesmos autores, é ampliada artificialmente a partir da fragmentação em tópicos que podem ser pouco significativos (SÃO PAULO, 2010). Dentre as ideias fundamentais, os autores destacam a: proporcionalidade, equivalência, ordem e a aproximação. Conforme consta no documento oficial:

Tais ideias constituem a razão do estudo das diversas disciplinas: é possível estudar muitos conteúdos sem uma atenção adequada às ideias fundamentais envolvidas, como também o é amplificar tais ideias, tendo por base a exploração de alguns poucos conteúdos (SÃO PAULO, 2010, p. 36).

É a partir dessas ideias fundamentais que os autores organizam o currículo nos três blocos já mencionados. Quando tratam do tema Números, os autores do currículo oficial tratam a Álgebra unicamente como uma linguagem ou uma representação simbólica para expressar grandezas e operações fundamentais, na qual a generalização fica implícita e as relações de equivalência – que é um importante elemento do pensamento algébrico – é apresentada como uma ideia fundamental na noção de número, conforme descrito no currículo oficial:

Os **NÚMEROS** envolvem as noções de contagem, medida e representação simbólica, tanto de grandezas efetivamente existentes quanto de outras imaginadas a partir das primeiras, incluindo-se a representação algébrica das operações fundamentais sobre elas. Duas ideias fundamentais na constituição da noção de número são as de equivalência e de ordem. (SÃO PAULO, 2010, p. 39, grifo do autor).

Não há, portanto, qualquer referência ao desenvolvimento de algum tipo de pensamento algébrico. Os próprios autores destacam que o objetivo principal no bloco Números é um enriquecimento do escopo da linguagem numérica (SÃO PAULO, 2010, p. 40). Além disso, segundo consta no currículo oficial de Matemática da SEE-SP, a iniciação à Álgebra nos anos finais do ensino fundamental deve ocorrer por meio do estudo das representações algébricas dos números. Dessa maneira, podemos entender que há uma orientação de se iniciar os estudos de álgebra por meio da sua linguagem e seu uso para representações.

No bloco de Relações, o foco está no estudo das medidas e na ideia de proporcionalidade e o principal conteúdo algébrico abordado nesse bloco é o de função. Assim como no bloco Números, a Álgebra é entendida como uma forma de representação de situações, ou seja, como uma linguagem. No bloco Geometria não há referências de conteúdos/conceitos algébricos para os anos finais do ensino fundamental.

A perspectiva de educação algébrica adotada no currículo oficial considera a Álgebra como uma linguagem e mantém o direcionamento tradicional em que a Aritmética deve ser estudada antes da Álgebra. Como já discutido neste trabalho, esse direcionamento comumente adotado não tem contribuído para o desenvolvimento do pensamento algébrico e de habilidades cognitivas relacionadas à Álgebra, vistos os próprios resultados das avaliações externas promovidas pela SEE-SP.

Para corroborar com a nossa análise sobre a perspectiva algébrica da SEE-SP, apresentamos ainda, mais dois argumentos. O primeiro está relacionado ao fato de que o currículo prevê uma pré-álgebra. Nesse sentido, basta observarmos que, no 6º ano do ensino fundamental, não está prevista nenhuma habilidade relacionada à Álgebra ou a algum elemento do pensamento algébrico. O segundo argumento está relacionado ao fato de que o currículo de Matemática para os anos finais do ensino fundamental considera a Álgebra, fundamentalmente, como uma linguagem para representações e operações sintéticas. Para tanto, recorreremos à Matriz de Avaliação do SARESP³⁰. Das 38 habilidades do 7º ano que são

³⁰ A Matriz de Referência do SARESP apresenta o conjunto de habilidades cujo domínio pelos alunos será avaliado nas provas anuais. O documento está disponível em <

avaliadas, apenas três possuem relação direta com a Álgebra: H12 – Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa; H14 – Resolver equações do 1º grau; e H15 – Expressar e resolver problemas por meio de equações³¹. As três habilidades envolvem a representação por meio da linguagem algébrica e, ainda, a H15 envolve a capacidade de realizar operações com os símbolos algébricos (resolução de equações). No 9º ano, das 45 habilidades previstas na Matriz de Referência, 11 têm relação direta com a Álgebra. Abaixo, apresentamos a descrição dessas habilidades (quadro 3).

Quadro 3 – Habilidades de Álgebra do 9º ano do ensino fundamental avaliadas no SARESP

Código da habilidade	Descrição da habilidade
H05	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
H06	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
H07	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
H08	Reconhecer a representação geométrica dos produtos notáveis.
H12	Realizar operações simples com polinômios.
H13	Simplificar expressões algébricas que envolvam produtos notáveis e fatoração.
H14	Expressar as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do 2º grau.
H17	Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais.
H18	Resolver sistemas lineares (métodos da adição e da substituição).
H19	Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.
H20	Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.

Fonte: Matriz de Referência do SARESP (SÃO PAULO, 2009, p.78)

Dessas 11 habilidades descritas, sete (H05, H06, H07, H08, H12, H13 e H14) envolvem a capacidade de representação simbólica-formal ou de operar com os símbolos algébricos. Portanto, concluímos que não há uma intencionalidade curricular para o desenvolvimento do que chamamos de pensamento algébrico considerando-se outros elementos além do domínio da linguagem algébrica.

³¹ Essas habilidades estão descritas na Matriz de Referência do SARESP, página 72.

Poderíamos nos aprofundar nas questões curriculares para realizar uma caracterização das concepções que norteiam o currículo oficial de Matemática do Estado de São Paulo, entretanto, o nosso foco aqui é apresentar argumentos que reforcem nossa avaliação de um currículo que, quanto à educação algébrica não se pauta em uma perspectiva que valorize o desenvolvimento do pensamento algébrico.

É importante deixar claro que o domínio da linguagem simbólico-formal ou da linguagem algébrica tem grande importância para o desenvolvimento do pensamento algébrico, porém, quando se introduz a linguagem sem que os alunos tenham capacidades de pensamento e de representações que, a princípio, sejam não formais, mas que denotem um significado, há uma grande possibilidade de insucesso no ensino e na aprendizagem de álgebra. O que não se garante no atual currículo do Estado de São Paulo é uma interação entre linguagem e pensamento algébrico.

Educação Matemática Anos Iniciais (EMAI)

O Projeto EMAI foi instituído pela SEE-SP com base no princípio de que o desenvolvimento de um currículo, a formação de professores e a avaliação dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental são essenciais para melhoria da qualidade de ensino.

Quanto à organização curricular proposta, o conteúdo previsto para os anos iniciais ficou organizado nos seguintes blocos: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal - Operações com Números Naturais; Espaço e Forma, Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação: introdução à Estatística, Combinatória e Probabilidade; Introdução aos Números Racionais³².

Em uma análise das orientações curriculares do Projeto EMAI (SÃO PAULO, 2014), não há uma referência ao ensino de álgebra e/ou ao desenvolvimento do pensamento algébrico. O que se pode perceber, analisando as *expectativas de aprendizagem*³³ são pequenas referências a percepções de regularidades, especialmente nas operações com números naturais. É evidente, então, que o desenvolvimento do pensamento algébrico não é considerado ou não é foco nesse atual currículo para os anos iniciais no Estado de São Paulo, e, portanto, está na contramão das atuais pesquisas referentes ao ensino de álgebra que

³² Bloco de conteúdo exclusivo para o 4º e 5º anos do ensino fundamental (SÃO PAULO, 2014, p. 12).

³³ São descritores de habilidades/capacidades cognitivas que se espera que os alunos desenvolvam nos anos iniciais.

recomendam o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, conforme discutimos anteriormente³⁴.

Neste capítulo apresentamos algumas concepções de álgebra, caracterizações, vertentes e elementos do pensamento algébrico presentes na literatura acadêmica. Nele também discutimos como as concepções de álgebra podem influenciar os processos de ensino e de aprendizagem a partir do pressuposto de que as concepções manifestadas pelos professores têm impacto no planejamento de suas aulas, definição de objetivos de ensino, escolhas de metodologias, materiais e recursos pedagógicos, pois, as propostas para sala de aula não são nunca “neutras” ou “ingênuas” (LINS; GIMENEZ, 2005, p. 105). Consideramos, portanto, de grande relevância, caracterizar as concepções de álgebra dos professores e quais aspectos do pensamento algébrico são mais valorizados por eles. A partir dessas caracterizações, é um dos objetivos deste trabalho analisar a relação entre as concepções de álgebra e as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental.

Destacamos alguns elementos do pensamento algébrico, dentre eles, as capacidades de generalizar, estabelecer relação de equivalência (ou desigualdade) e usar uma linguagem simbólica (formal ou não formal) para representar quantidades, generalizações, relações ou problemas. A generalização, em especial, é considerada como o cerne do pensamento algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005; MESTRE, 2014) e, portanto, se faz importante o desenvolvimento da capacidade de generalizar desde os anos iniciais. Tal capacidade, se desenvolvida ao longo dos anos, precisa ser acompanhada pela capacidade de utilizar a linguagem simbólico formal ou linguagem algébrica. Conforme discutimos, há uma relação de natureza dialética entre o pensamento algébrico e a linguagem, sendo que o domínio gradual da linguagem simbólico-formal contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Uma das grandes dificuldades dos alunos está na compreensão do sinal de igual (=) como uma relação de equivalência. Essa dificuldade pode estar relacionada a uma educação aritmética/algébrica deficiente em que os alunos não são submetidos a experiências pedagógicas que promovam a compreensão de equivalência, seja de quantidades específicas ou de quantidades genéricas representadas por uma linguagem simbólica. Como resultado, os alunos, na sua maioria, entendem o sinal de igual (=) como uma relação unidirecional que

³⁴ Vide Carraher *et al.* 2006; Da Silva e Savioli (2012); Veloso (2012); Pimenta e Saraiva (2013); Pinheiro (2013); Silva (2013); Cavalcante, Freitas e Rodrigues (2014); Infante (2014); Mestre (2014); Theodorovski (2014); Da Silva e Savioli (2015); Da Silva, Savioli e Passos (2015); Rodrigues (2015); Scheller, De Lari Bonoto e Viali (2016); Beck e Silva (2016); Mendes, Robim e Pereira (2016); Salmasio e Rodrigues (2016).

indica um resultado, ou seja, o número à direita do sinal indicaria sempre o resultado de uma ou mais operações que estão do lado esquerdo do sinal.

Quanto ao ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentamos uma tendência, no contexto internacional, de se iniciar o trabalho pedagógico desde os anos iniciais, diferentemente do que observamos no Brasil, em especial na rede pública do Estado de São Paulo em que a educação algébrica é formalmente iniciada no 7º ano do ensino fundamental, somente após uma educação aritmética. A perspectiva que defendemos no presente trabalho é que a educação aritmética e algébrica ocorram concomitantemente desde os anos iniciais, possuindo a Aritmética um caráter inerentemente algébrico. Em outras palavras, a partir dos estudos das operações aritméticas e suas propriedades, seria possível o desenvolvimento das capacidades de generalizar, estabelecer relações de (des)igualdade e fazer representações simbólicas (formais ou não formais), entre outras, relacionadas ao pensamento algébrico.

Apresentamos, também, um panorama dos documentos oficiais quanto à Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Apesar da maioria dos documentos analisados (PCN, PNAIC e BNCC) abordarem o pensamento algébrico como um componente importante para a formação dos alunos e, também, defenderem o seu desenvolvimento desde os anos iniciais, nenhum desses documentos apresenta uma concepção ou definição teórica do que seja esse tipo de pensamento. Além disso, em nenhum documento há orientações ou recomendações de como desenvolver o pensamento algébrico. Nesse sentido, entendemos que somente uma indicação da importância – desacompanhada de um rol de concepções (ou embasamento teórico) e orientações para o desenvolvimento do pensamento algébrico – não contribui para uma mudança na práxis docente e, por conseguinte, uma mudança nos atuais paradigmas educacionais presentes nos sistemas de ensino vigentes, relativos ao ensino e a aprendizagem de Matemática e, em especial, de Álgebra.

No Estado de São Paulo, houve uma tentativa de facilitar a integração entre as áreas de estudo da Matemática Escolar³⁵. Para tanto, o recurso utilizado foi uma divisão dos conteúdos/habilidades em blocos (Números, Relações e Geometria) na qual a Álgebra, foco do nosso trabalho, é apresentada implicitamente como um tema transversal presente nos três blocos. A perspectiva algébrica predominante é a de linguagem para representações e operações algébricas e, ainda, não constatamos no currículo oficial de Matemática do Estado

³⁵ Há inúmeras organizações curriculares para as áreas de estudo da Matemática Escolar, entretanto, tradicionalmente, ela é composta pelas seguintes áreas: Álgebra, Aritmética, Estatística, Geometria e Probabilidade. Em alguns currículos essas áreas estão organizadas em eixos, como, por exemplo, Espaço e Forma.

de São Paulo, qualquer menção sobre o pensamento algébrico, o qual, conforme discutimos, é de fundamental importância para a aprendizagem da Álgebra. Em decorrência dessa perspectiva de educação algébrica, podemos argumentar que ela não favorece a aprendizagem de álgebra e que os próprios mecanismos de avaliação da SEE-SP corroboram as deficiências de um currículo que não valoriza o desenvolvimento do pensamento algébrico. Destacamos a seguir (quadro 4) o percentual de alunos que demonstraram o domínio de algumas das habilidades avaliadas no SARESP desde 2010.

Quadro 4 – Domínio de habilidades avaliadas no SARESP

Habilidade avaliada	Ano de aplicação da prova do SARESP	Ano escolar dos alunos avaliados	Percentual de alunos que demonstraram domínio da habilidade
Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa.	2010	7º ano	21,7% ³⁶
Realizar operações simples com polinômios.	2011	9º ano	26,4% ³⁷
Resolver problemas por meio equações.	2012	7º ano	44,8% ³⁸
Resolver problema por meio de sistema de equações.	2013	9º ano	46,2% ³⁹
Identificar a expressão matemática que traduz um problema dado em linguagem materna.	2014	7º ano	32,0% ⁴⁰
Resolver equações do 1º grau.	2015	7º ano	30,2% ⁴¹
Reconhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento.	2016	3ª série do ensino médio	33,1% ⁴²

³⁶ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2010, página 122, disponível pelo link <http://saresp.fde.sp.gov.br/2010/Pdf/Relat/Relat%C3%B3rio_Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica_2010.pdf>, acessado em 10/03/2018.

³⁷ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2011, página 154, disponível pelo link <http://saresp.fde.sp.gov.br/2011/pdf/relat%C3%B3rio_pedag%C3%B3gico_matem%C3%A1tica_2011.pdf>, acessado em 10/03/2018.

³⁸ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2013, página 98, disponível pelo link <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2013/Arquivos/SARESP%202013_Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>, acessado em 10/03/2018.

³⁹ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2013, página 127, disponível pelo link <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2013/Arquivos/SARESP%202013_Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>, acessado em 10/03/2018.

⁴⁰ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2014, página 98, disponível pelo link <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2013/Arquivos/SARESP%202013_Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>, acessado em 10/03/2018.

⁴¹ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2015, página 138, disponível pelo link <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2015/Arquivos/MT_2015_online.pdf>, acessado em 10/03/2018.

⁴² O relatório do SARESP de 2016 não apresentou, para o ensino fundamental, o resultado de habilidades relacionadas à Álgebra. Apesar de não ser foco do nosso trabalho, o resultado apresentado na tabela corrobora uma deficiência no domínio de habilidades algébricas que perduram até a 3ª série do ensino médio. O resultado de 2016 está disponível em <<http://saresp.vunesp.com.br/2016/resultados3em.html>>, acessado em 10/03/2018.

Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais.	2017	9º ano	43,4% ⁴³
--	------	--------	---------------------

Fonte: Relatórios Pedagógicos do SARESP (SÃO PAULO, 2011-2017).

Mesmo com um currículo que valoriza o uso da linguagem simbólico-formal e as operações algébricas, é justamente nas habilidades que envolvem esses elementos que os alunos têm demonstrado maior dificuldade nos últimos anos. Entendemos que Álgebra, sendo considerada uma área chave da Matemática, deve ser mais valorizada nos currículos oficiais e apresentada em todas as suas facetas e perspectivas, especialmente no que tange o desenvolvimento do pensamento algébrico.

⁴³ Conforme apresentado no Relatório do SARESP de Matemática de 2017, disponível pelo link < <http://saresp.vunesp.com.br/resultados9mat.html> >, acessado em 10/03/2018.

2. A Teoria Social Cognitiva e as Crenças de Autoeficácia

Entre os mecanismos da agência pessoal, nenhum é mais central ou penetrante do que as crenças pessoais em sua capacidade de exercer uma medida de controle sobre o seu próprio funcionamento e os eventos ambientais. As crenças de eficácia são a base da agência humana. A menos que as pessoas acreditem que podem produzir os resultados que desejam e prevenir os resultados prejudiciais por meio de seus atos, elas terão pouco incentivo para agir ou perseverar frente a dificuldades. (Albert Bandura)

Na perspectiva do senso comum, por um longo período, grande parte dos educadores atribuía o sucesso/fracasso escolar ou a dificuldade de aprendizagem somente a fatores cognitivos, ou seja, havia certo consenso de que se o aluno não aprendia era porque ele apresentava alguma deficiência em suas capacidades cognitivas (do pensamento). Atualmente, também há um consenso entre os educadores sobre a influência de outros fatores que interferem na aprendizagem e são de cunho comportamental, traduzidos no meio escolar pela palavra “interesse”. São muito comuns discursos como: “o aluno não tem interesse”, “ele não aprende porque não faz”, “o aluno é capaz, mas não faz nada”, entre outros. Esses discursos podem nos revelar um entendimento de que não são somente aspectos cognitivos que interferem nos processos de ensino e aprendizagem. No campo da Educação Matemática, em especial na linha de estudos da Psicologia da Educação Matemática, encontramos inúmeros trabalhos que visam à compreensão dos diversos fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem, além dos cognitivos, como, por exemplo, nos trabalhos de Brito (1996); Loos (2003); Faria (2006); Menegat (2006); Castro (2007); Dobarro (2007); Brito (2008); Justulin e Pirola (2008); Souza e Brito (2008); Macedo e Bzuneck (2009); Azzi, Guerreiro-Casanova e Dantas (2010); Hazin, Frade e Da Rocha Falcão (2010); Vignoli (2014); Marmitt, Moraes e Basso (2015) e outros que estudam as relações entre atitudes, afetividade, autoestima, crenças e o ensino/aprendizagem de Matemática.

Dentre as inúmeras possibilidades de estudo e pesquisa na Psicologia da Educação Matemática, destacamos as crenças de autoeficácia. A Teoria da Autoeficácia foi idealizada por Albert Bandura, um psicólogo canadense e vem sendo utilizada para compreender o comportamento das pessoas nos mais variados contextos, inclusive no contexto educacional. No Brasil, a Teoria da Autoeficácia ainda não é tão difundida, apesar da sua reconhecida importância (AZZI; POLYDORO, 2006).

A Teoria da Autoeficácia foi proposta pela primeira vez por Albert Bandura quando, em 1977, escreveu um primeiro artigo em que atribuía ao constructo de autoeficácia papel central para a análise de comportamentos. Bandura organizou em sua obra uma rede de teorias que compõem o quadro maior da Teoria Social Cognitiva. A Teoria da Autoeficácia, portanto, é uma teoria que está fundamentada e só pode ser entendida e analisada a partir da Teoria Social Cognitiva (AZZI; POLYDORO, 2006).

2.1. A Teoria Social Cognitiva

A Teoria Social Cognitiva (TSC) é uma rede de teorias propostas para explicar o funcionamento humano. Diferentemente de outros modelos teóricos, na TSC as pessoas não são conduzidas por forças internas, nem moldadas e controladas automaticamente por estímulos externos (BANDURA, 1986, p. 18, *tradução nossa*), mas estão inseridas em sistemas sociais, nos quais, por meio de trocas, vão ocorrendo adaptações e mudanças (AZZI; POLYDORO, 2006, p. 17). De caráter determinístico, a TSC explica o funcionamento humano por meio de uma reciprocidade tridiática em que comportamento, fatores pessoais e meio externo interagem e influenciam-se bidirecionalmente. O comportamento humano na perspectiva da TSC é a expressão de uma relação de constante interação entre o indivíduo e o meio (AZZI; POLYDORO, 2006, p. 16).

A Agência Humana é um dos principais conceitos da TSC, segundo o qual o ser humano é considerado o:

[...] agente de sua história, ou seja, ele avalia as consequências de suas ações e essa avaliação o coloca em uma posição de agente, ou seja, coloca-o como capaz de fazer as coisas acontecerem com suas ações e de se envolver proativamente nelas (AZZI *et al.*, 2014, p. 19).

Essa Agência Humana ocorre devido a quatro capacidades humanas que dão suporte para que os indivíduos influenciem seus próprios funcionamentos e as circunstâncias de vida

de modo intencional: capacidade de intencionalidade, capacidade de pensamento antecipatório, capacidade de autorreatividade e capacidade de autorreflexão (BANDURA, 1997 apud AZZI *et al.*, 2014, pp. 19-20). Para Bandura (2008) a intencionalidade e a antecipação são características fundamentais da Agência Humana, pois o indivíduo, na TSC, não é nem autônomo, nem apenas influenciado por estímulos externos (ambientais). A partir das intenções, as pessoas elaboram planos e estratégias para alcançá-las e, pela antecipação, é possível estabelecer objetivos e prever resultados de possíveis ações. A avaliação de resultados futuros guia e motiva antecipadamente os esforços necessários para se atingir os objetivos. Como nos esclarece Bandura (2008), o futuro em si não pode influenciar os comportamentos atuais, pois ele não tem uma existência material, entretanto, os futuros imaginados e representados cognitivamente no presente guiam e motivam os comportamentos atuais (BANDURA, 2008), pois:

Ao regularem o seu comportamento por suas expectativas de resultado, as pessoas adotam cursos de ação que provavelmente produzam resultados positivos e geralmente descartam aqueles que levariam a resultados prejudiciais ou punitivos (BANDURA, 2008, p. 75).

Além das capacidades de intencionalidade e antecipação pelas quais as pessoas estabelecem um plano de ação para uma determinada intenção, a Agência Humana envolve a autorreatividade que possibilita ao indivíduo agir no sentido das intenções, ou seja, transformar as intenções em ações para concretizá-las e, ainda, motivar e regular as ações realizadas (BANDURA, 2008). A conexão do pensamento (intenção, antecipação) à ação ocorre por processos de autorregulação que, por sua vez, é conjunto de subfunções autorrefentes, entre elas, o monitoramento pessoal, a auto-orientação de comportamento e autocorreção (BANDURA, 2008). É pela autorreflexão que ocorre a autoavaliação das ações, pensamento e comportamento. Nos processos autorreflexivos:

[...] as pessoas julgam a adequação de seu pensamento preditivo e operativo contra os resultados de seus atos, os efeitos que os atos de outras pessoas produzem, aquilo em que outros acreditam, deduções a partir do conhecimento estabelecido e, conseqüentemente, o que ele acarreta (BANDURA, 2008, p. 78).

A TSC, portanto, descreve como um ser humano dotado de capacidades básicas e um sistema de autorreferência pode agir intencionalmente para fins determinados e que, para tanto, elabora planos, antecipa resultados, avalia e replaneja curso de ação (BANDURA, 2001 apud AZZI; POLYDORO, 2006). As capacidades humanas fornecem meios cognitivos

para que uma pessoa influencie e determine seus cursos de ação e as motivações para uma determinada meta. De maneira geral, o ser humano se constitui protagonista de seu próprio destino (BANDURA, 2008).

2.2. A Teoria da Autoeficácia

No contexto da TSC, as crenças de autoeficácia são consideradas como base da Agência Humana, pois influenciam diretamente nas motivações para se realizar cursos de ação ou na perseverança diante dificuldades (BANDURA 2008).

Mas o que se entende por crença de autoeficácia? Qual a sua relevância para compreender fenômenos no contexto escolar? Nesse tópico, nosso objetivo é apresentar o entendimento sobre as crenças de autoeficácia, seus aspectos gerais e a sua relevância para a análise de fenômenos no contexto educacional, especificamente, como essas crenças podem influenciar o comportamento de alunos, professores e gestores nas diversas atividades educacionais.

Bandura (1986, p. 391, *tradução nossa*) define as crenças de autoeficácia como julgamentos das pessoas em suas capacidades para organizar e executar cursos de ação necessários para alcançar certos tipos de desempenho. Esses julgamentos sobre suas próprias capacidades para a realização de determinadas tarefas são a base para a motivação humana, o bem-estar e as realizações pessoais (PAJARES; OLAZ, 2008). Se um indivíduo não acreditar que possa obter um resultado esperado em uma determinada tarefa, pouca motivação haverá para a realização dela ou, ainda, para a superação de dificuldades ou desafios para concretizá-la. O sucesso em uma tarefa, em muitos casos, depende de inúmeras tentativas ou, ainda, de mudanças nos cursos de ação, o que requer esforço e perseverança. Por isso, as motivações são importantes para a determinação de comportamentos favoráveis à realização de uma determinada tarefa. Dessa forma, se uma pessoa julga que não consegue produzir um resultado esperado, isso lhe trará pouca motivação e bem-estar na realização de ações que façam concretizar esse resultado. Portanto, “o nível de motivação, os estados afetivos e as ações das pessoas baseiam-se mais no que elas acreditam do que no que é objetivamente verdadeiro” (BANDURA, 1997, p. 2 apud PAJARES; OLAZ, 2008, p. 102).

A eficácia de uma pessoa não tem relação somente com as suas capacidades presentes, mas também com aquilo que ela acredita que pode fazer com as suas capacidades para a realização de uma tarefa. Nesse sentido, as crenças de autoeficácia fornecem condições para

prever comportamentos mediante determinadas tarefas ou objetivos a serem alcançados, pois, conforme destacam Pajares e Olaz (2008):

[...] pode-se prever melhor a maneira como as pessoas agirão por meio de suas crenças em suas capacidades do que pelo que são realmente capazes de realizar, pois essas percepções de autoeficácia ajudam a determinar o que os indivíduos fazem com o conhecimento e as habilidades que possuem (PAJARES; OLAZ, 2008, p. 102).

É importante ressaltar a diferença entre ter o conhecimento e habilidades e ter a crença de tê-las e saber usá-las em determinadas circunstâncias. Isso, segundo Bandura (1986), justifica o fato de que pessoas com os mesmos conhecimentos e habilidades produzam resultados diferentes para uma mesma tarefa visando a um mesmo objetivo, ou ainda, o fato de que uma mesma pessoa possa produzir resultados diferentes para uma mesma tarefa em momentos distintos. Não é suficiente, então, ter capacidades para a realização de uma determinada tarefa, em outras palavras:

Não é questão de se possuir ou não tais capacidades; não basta que estejam presentes. Trata-se de a pessoa acreditar que as possui. Além disso, são capacidades direcionadas para organizar e executar linhas de ação, o que significa uma expectativa de “eu posso fazer” determinada ação. (BZUNECK, 2001, p. 116)

De maneira geral, as crenças de autoeficácia determinam a motivação para realizar tarefas (mesmo que difíceis), a quantidade de esforço e o tempo de compromisso com essas tarefas. Desse modo, pessoas com um sentido positivo de autoeficácia demonstram comportamentos favoráveis para a realização de tarefas. Quanto mais forte a crença, mais esforço e tempo será dispendido em cursos de ação que visem alcançar determinado resultado. Se altas crenças de autoeficácia proporcionam sentimentos favoráveis como prazer, serenidade, perseverança e outros na realização de tarefas mesmo que difíceis, o oposto provoca ansiedade, estresse e depressão, culminando, assim, em desmotivação para a realização da tarefa. Pajares e Olaz (2008) acrescentam que

[...] é provável que o esforço, a persistência e a perseverança associados à autoeficácia elevada levem a um desempenho melhor, que, por sua vez, aumenta o sentido de eficácia e a disposição do indivíduo ainda mais, ao passo que a desistência associada à baixa auto-eficácia ajuda a garantir o próprio fracasso que reduz a confiança e o ânimo (PAJARES; OLAZ, 2008, p. 106).

Nesse sentido, as crenças de autoeficácia pautam a escolha das tarefas a serem realizadas e, quanto maior a autoeficácia percebida, maior será o envolvimento com a tarefa. Como afirma Bandura (1997 apud AZZI; POLYDORO, 2014), inicialmente, a maioria dos cursos de ação são determinados pelo pensamento e o comportamento humano é regulado pelos pensamentos antecipatórios que estabelecem metas cognitivas. Como exposto previamente, o futuro não material: é representado pelo pensamento (cognição). É partir de metas estabelecidas e da definição de cursos de ação que as crenças de autoeficácia influenciam na motivação para a realização das tarefas e na obtenção dos resultados esperados.

Conforme destacam Pajares e Olaz (2008), há muitas evidências empíricas da influência das crenças de autoeficácia em quase todos os aspectos das vidas das pessoas. Há inúmeras pesquisas que compravam a relação entre crença de autoeficácia e a realização de tarefas nos mais variados contextos, como trabalho, saúde, esporte, empresarial, desenvolvimento social, treinamento e educação. Azzi e Polydoro (2006), na obra *Auto-Eficácia em diferentes contextos*, apresentam os títulos: A autoeficácia na transição para o trabalho; o senso de autoeficácia como mediador do envelhecimento bem-sucedido no âmbito da cognição, das competências para a vida diária e do autocuidado à saúde; a autoeficácia e a motivação para aprender: considerações para o desempenho escolar dos alunos; crenças de autoeficácia Matemática; aderência ao exercícios e crenças de autoeficácia e considerações sobre a autoeficácia docente. Esses títulos nos dão uma noção da variabilidade dos contextos em que é possível analisar a influência das crenças de autoeficácia.

Relacionados ao contexto educacional brasileiro, podemos encontrar alguns trabalhos que tratam da relação entre as crenças de autoeficácia e fatores diversos como desempenho escolar, resultados de avaliações, comportamento dos alunos, uso das tecnologias de informação e comunicação, atuação de gestores e professores coordenadores entre outros. Os resultados de estudos e pesquisas confirmam as formulações teóricas da autoeficácia evidenciando, no contexto escolar, que as crenças de autoeficácia afetam a motivação, por exemplo, para realizar ou evitar determinadas tarefas (AZZI; POLYDORO, 2006). Dentre os trabalhos produzidos mais recentemente no Brasil citamos: Zambon, De Souza e De Rose (2012); Serpa (2012); Machado (2013); Souza (2013); Casanova (2013); Alvarenga (2014); Guerreiro-Casanova (2014); Azzi, Guerreiro-Casanova e Dantas (2014); Machado (2014); Masotti (2014); Vignoli (2014); Brito e Souza (2015); Oliveira (2015); Rodrigues (2015); Schmid (2015); Souza e Porciúncula (2015); Mansão (2016); Souza e Porciúncula (2016); Vilela e Rossi (2016); Pinheiro e Pirola (2017).

Especificamente no contexto da Educação Matemática, temos o trabalho de mestrado de Serpa (2012), que investigou o impacto das crenças de autoeficácia e outros constructos no desempenho de estudantes da educação básica em uma avaliação de larga escala. Os resultados corroboraram com outros encontrados na literatura (Machado, 2013, 2014; Souza, 2013; Vignoli, 2014) que indicaram que as variáveis emocionais e motivacionais influenciam o desempenho dos alunos em avaliações escolares.

A investigação de Brito e Souza (2015), com 131 sujeitos da quinta série⁴⁴ do ensino fundamental, constatou uma inter-relação entre as crenças de autoeficácia e o desempenho dos alunos na resolução de problemas matemáticos. Segundo as pesquisadoras, quanto mais fortes as crenças de autoeficácia, melhores foram os resultados na resolução de problemas. Outro aspecto apontado foi relação de autoeficácia e gênero. As meninas demonstraram significativamente uma crença de autoeficácia mais forte do que os meninos. Além disso, o desempenho das meninas na resolução de problemas foi melhor do que a dos meninos, corroborando a relação de autoeficácia e desempenho na resolução de problemas.

Para Rodrigues (2015), que durante sete meses observou e analisou o envolvimento de alunos da educação de jovens e adultos nas atividades propostas nas aulas de Matemática, houve uma mobilização das crenças de autoeficácia quando se envolveram nas tarefas e essas influenciaram na motivação e estados emocionais. A pesquisadora indica que as experiências favorecem ou não o fortalecimento das crenças. Experiências positivas mostraram-se importantes para elevar as crenças de autoeficácia, resultando em uma maior persistência e envolvimento dos alunos nas atividades.

Recentemente, Pinheiro e Pirola (2017) realizaram uma investigação das crenças de autoeficácia de professores de Matemática no uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC) nas atividades de ensino e aprendizagem. Participaram 41 professores de Matemática do município de Birigui-SP de 11 escolas estaduais. Nessa investigação de caráter qualitativo, os pesquisadores constataram que, apesar de positiva, a crença dos professores no uso das TIC não foi elevada e, além disso, que há uma relação entre as crenças de autoeficácia e variáveis, tais quais: tempo de magistério, percepção das condições de uso da sala de informática, domínio das TIC e possuir pós-graduação.

Apesar de um crescente interesse em estudos que envolvam as crenças de autoeficácia no contexto escolar, em especial no campo da Educação Matemática, a maioria dos trabalhos tem dado foco às crenças de autoeficácia matemática dos alunos e a relação dessas com o

⁴⁴ Correspondente ao 6º ano do ensino fundamental.

desempenho escolar e outros fatores. Percebemos uma carência de trabalhos com foco nas crenças de autoeficácia dos professores no ensino de Matemática e possíveis fatores relacionados a essas crenças.

Para Navarro (2002 apud AZZI; VIEIRA, 2014), a autoeficácia docente é o julgamento do professor sobre suas próprias capacidades de realizar tarefas pedagógicas que promovam a aprendizagem dos seus alunos. Nesse sentido, considerando a relevância das crenças de autoeficácia como preditoras do comportamento e das motivações em cursos de ação, entendemos que é de grande importância estudos que possibilitem a compreensão de fatores que influenciem as crenças de autoeficácia docente no ensino da Matemática.

2.2.1. As fontes de autoeficácia

As crenças de autoeficácia, como já apresentadas, são crenças ou julgamentos sobre as próprias capacidades para se produzir um determinado resultado ou realizar determinada tarefa. Para Bandura (1986), essas crenças provêm de quatro principais fontes de informação: das *experiências diretas*, das *experiências vicárias*, da *persuasão social* e dos *estados fisiológicos e afetivos*. Essas fontes de informação são processadas e avaliadas cognitivamente, influenciando, assim, positivamente ou negativamente, a formação das crenças de autoeficácia.

A principal fonte de informação para as crenças de autoeficácia são as experiências diretas (BANDURA, 1986). É a partir das experiências que avaliamos nossas capacidades para a realização de determinadas tarefas. Essa avaliação das capacidades é a fonte para a constituição das crenças de autoeficácia. Entretanto, convém esclarecer que a avaliação, que se constitui uma fonte para fortalecimento ou enfraquecimento dos julgamentos de eficácia, deve considerar as capacidades além de resultados por si mesmos. Conforme esclarece Bandura (1997 apud AZZI; VIEIRA, 2014), somente o desempenho não é suficiente para avaliar o nível de capacidade de um indivíduo já que:

[...] quando as pessoas experimentam o sucesso obtido de forma fácil, têm poucas chances de persistir quando o fracasso acontece. Por outro lado, quando alguém obtém êxito na atividade e esse resultado é avaliado como positivo e derivado do próprio esforço na superação de obstáculos presentes na atividade e/ou ambiente, isso geralmente aumenta a crença na própria capacidade para executar esta atividade ou atividades similares. (AZZI; VIEIRA, 2014, p. 25)

Também, podemos considerar o oposto: se alguém não produz o resultado esperado de uma tarefa, apesar dos esforços e após ter explorado suas capacidades, ou seja, se inúmeras tentativas para superar obstáculos presentes na tarefa e/ou ambiente não foram suficientes para se concretizar o objetivo previsto, poderá diminuir a crença na própria capacidade para a execução dessa tarefa ou outras similares.

Isso posto, no contexto educacional, as experiências diretas são a principal fonte de informação para a autoeficácia docente. Se tomarmos como um resultado o “desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental”, é esperado que os professores construam suas crenças de autoeficácia para a realização de atividades, voltadas para esse resultado, a partir das experiências anteriores. Daí aspectos como o tempo de experiência no magistério e concepções (percepções) sobre a álgebra, que se referem a experiências com o ensino de álgebra e desenvolvimento do pensamento algébrico, podem ter alguma relação com as crenças de autoeficácia para o resultado esperado. Azzi e Vieira (2014) citam estudos com os de Tschannen-Moran, Woolfolk Hoy e Hoy (1998); Mulholland e Wallace (2001); Tschannen-Moran e Woolfolk Hoy (2007) que evidenciaram que as experiências diretas são a principal fonte de constituição das crenças de autoeficácia.

Outra fonte para a construção das crenças de autoeficácia são as experiências vicárias que fornecem informações por meio da observação de outras pessoas executando tarefas. Para Pajares e Olaz (2008), essa fonte é mais fraca que as experiências diretas, porém, pessoas que têm julgamentos desfavoráveis quanto às suas capacidades e têm pouca experiência ficam mais sujeitas a ela. Um elemento a ser considerado é a semelhança entre observado e o observador. Mesmo que não um fator principal, a similaridade entre observador e observado pode potencializar as experiências vicárias (AZZI; POLYDORO, 2014). Os atributos como gênero, idade, cargo/função, tempo de experiência entre outros, também podem potencializar as experiências vicárias como fonte de informação para aumentar as crenças de autoeficácia. Ou seja, quanto maior a similaridade entre observador e observado, maior é a contribuição dessa fonte de informação para o fortalecimento das crenças de autoeficácia. Por exemplo, um professor, que tenha uma fraca crença de autoeficácia no uso das TIC para realizar atividades pedagógicas, poderá ter uma mudança nessa crença, ou seja, ela poderá ser fortalecida a partir da observação de outro professor realizando com sucesso atividades pedagógicas com o uso das TIC.

A terceira fonte de informação das crenças de autoeficácia é a persuasão social, que são julgamentos verbais que um indivíduo pode receber de outras pessoas. Não se trata de elogios ou palavras de motivação simplesmente. Para que a persuasão social atue como uma

fonte eficaz de fortalecimento das crenças de autoeficácia, os persuasores devem realizar julgamentos positivos acerca das capacidades para se produzir os resultados desejados. Também, como afirma Bandura (1986; 1997 apud AZZI; POLYDORO, 2014, p. 30), o impacto que a persuasão pode causar na constituição da crença dependem da credibilidade, do conhecimento e da experiência da fonte persuasiva na atividade em questão. Nesse contexto, por exemplo, a persuasão social poderá ter maior impacto no fortalecimento das crenças de autoeficácia docente se partir de coordenadores pedagógicos, diretores de escola, supervisores de ensino e até de outros professores.

A quarta fonte de informação das crenças de autoeficácia são os estados fisiológicos e afetivos. Fatores como ansiedade, estresse, estados de humor, excitação, tensão e dor podem afetar o julgamento sobre as próprias capacidades para se realizar uma tarefa. No contexto escolar, a partir de nossa experiência, é possível perceber como os estados fisiológicos e afetivos podem interferir negativamente nas crenças de autoeficácia docente. Conforme destacam Azzi e Vieira (2014):

É interessante apontar que, no contexto da docência, esse nível de ativação⁴⁵ pode ser percebido por diferentes comportamentos como sudorese excessiva, mãos trêmulas, rubor facial, e o indivíduo pode interpretá-los positivamente (como uma forma de ativação e preparação para a atividade) ou negativamente (como algo que irá prejudicar o desempenho da atividade). (AZZI; VIEIRA, 2014, p. 32)

Entendido esse fator, as experiências de ensino que promovam o bem-estar, satisfação e prazer podem contribuir para o fortalecimento das crenças de autoeficácia docente.

2.2.2. As Crenças de Autoeficácia e outros constructos mentais

As crenças de autoeficácia podem ser confundidas com outros constructos mentais, tais como o autoconceito e a autoestima. Portanto, faz-se necessária uma distinção conceitual entre esses constructos.

Apesar dos constructos autoeficácia e autoconceito estarem referenciados em julgamentos de capacidades, há uma distinção entre eles. Nas palavras de Pajares e Olaz (2008):

As crenças de auto-eficácia são julgamentos cognitivos de competência, referenciados por objetivos, relativamente específicos ao contexto e orientados para o futuro, e são relativamente maleáveis devido à sua dependência da tarefa. Por

⁴⁵ As autoras se referem ao nível de ativação como a intensidade em que as reações psicofisiológicas (AZZI; VIEIRA, 2014).

outro lado, as crenças relacionadas com o autoconceito são percepções pessoais principalmente afetivas, bastante normativas, geralmente agregadas, hierarquicamente estruturadas e orientadas para o passado, que são relativamente estáveis devido ao seu sentido de generalidade. (PAJARES, OLAZ, 2008, p. 112)

Fundamentalmente, o autoconceito é um julgamento sobre as competências pessoais, enquanto que a autoeficácia é um julgamento sobre a confiança nas competências pessoais (NEVES; FARIA, 2009). Apesar dos dois constructos advirem das experiências, o autoconceito é orientado para o passado como um resultado de experiências, enquanto que a autoeficácia é orientada para o futuro, no qual as experiências servem como base para o julgamento das capacidades para a realização de tarefas e uma expectativa de resultados. Outra consideração importante é sobre a estabilidade temporal desses constructos. O autoconceito é mais estável com o passar do tempo, pois está relacionado a domínios de competências mais gerais, enquanto que as crenças de autoeficácia são maleáveis, pois estão relacionadas a tarefas específicas. Para explicitar as diferenciações entre autoeficácia e autoconceito, apresentamos o quadro 3.

Quadro 5 - Diferenças entre autoconceito e autoeficácia

	Autoconceito	Autoeficácia
Conceitualização	É um julgamento sobre a competência pessoal.	É um julgamento sobre a confiança na competência pessoal.
Origem	Funda-se em informações sobre as capacidades e competências em determinados domínios de realização.	Cruza informações sobre as capacidades e competências com as informações sobre as características das tarefas específicas a realizar.
Operacionalização	Pode ser operacionalizado até ao nível dos domínios de realização.	Pode ser operacionalizada até ao nível das atividades e tarefas.
Direção da avaliação	- É retrospectivo. - É orientado para o passado. - Dá origem a percepções.	- É prospectiva. - É orientada para o futuro. - Dá origem a expectativas.
Especificidades da avaliação	Refere-se a domínios de realização mais ou menos específicos.	- Pode referir-se a domínios de realização ou a tarefas e objetivos específicos.
Natureza da avaliação	Regra geral, é normativo.	Regra geral, não é normativa.
Estabilidade temporal	É relativamente estável.	É relativamente volátil.
Algumas características dos itens para a pesquisa	- Colocam questões relacionadas com o ser, ter ou sentir. - Não fazem uma referência explícita aos objetivos de realização. - São redigidos de forma a evocar o passado	- Colocam questões relacionadas com o poder, o conseguir ou o ser capaz de. - Referem explicitamente as tarefas a realizar e/ou os objetivos a se concretizar. - São redigidos de forma a perspetivar o futuro.

Fonte: Adaptado de Neves e Faria (2009, p. 212)

Quanto às crenças de autoeficácia e autoestima, Barros e Batista-dos-Santos (2010) esclarecem que, apesar de estarem relacionadas, não significam a mesma coisa. Enquanto a autoeficácia está relacionada às capacidades pessoais, a autoestima tem maior relação com sentimentos de aceitação (BARROS; BATISTA-DOS-SANTOS, 2010).

Nesse capítulo, nosso objetivo foi apresentar a Teoria da Autoeficácia como constructo teórico de grande relevância para a compreensão de fatores que influenciam as motivações e os comportamentos na realização de tarefas específicas, visando determinados resultados. Se as crenças de autoeficácia podem explicar comportamentos, é do nosso interesse conhecer as crenças dos professores de Matemática na realização de atividades pedagógicas para um resultado específico. Em nosso trabalho, o resultado esperado é o *desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental*. No próximo capítulo, nosso objetivo será apresentar a metodologia para investigar a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico.

3. Metodologia

3.1. Problema de pesquisa

O presente trabalho, no âmbito da Psicologia da Educação Matemática, visou a responder a seguinte questão central: *Como se apresentam e quais fatores podem influenciar as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo?*

Buscamos, a partir da questão central, responder às seguintes questões secundárias, fundamentais para o aprofundamento da nossa pesquisa:

- As crenças de autoeficácia de professores dos anos iniciais diferenciam-se das crenças dos professores dos anos finais no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de seus respectivos ciclos?

- As concepções sobre álgebra e educação algébrica podem influenciar nas crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental?

- Fatores como tempo de magistério, os materiais propostos, o autoconceito e percepção sobre o interesse/motivação dos alunos têm influência nas crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental?

A partir do problema o nosso objetivo geral foi *analisar as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental, em especial os alunos da rede pública do Estado de São Paulo*. Mais especificamente, pretendíamos:

- Avaliar autoeficácia dos professores em tarefas que envolvam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental;

- Levantar as concepções sobre álgebra e educação algébrica e, ainda, se essas concepções influenciam em seus julgamentos de eficácia;

- Analisar fatores que possam influenciar as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental, como idade, tempo de magistérios, gênero, formação inicial, entre outros;

- Validar escalas de autoeficácia docente que possam ser utilizadas em outros contextos que envolva professores dos anos iniciais e anos finais do ensino fundamental;
- Comparar as crenças de autoeficácia de professores dos anos iniciais e finais do ensino fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de seus respectivos ciclos.

Em uma avaliação das crenças de autoeficácia, em uma determinada tarefa, é preciso considerar que essas variam em “nível, força e generalidade” (PAJARES; OLAZ, 2008, p. 108). O nível se refere à complexidade das atividades para obtenção do resultado esperado na tarefa, a força traduz o grau de segurança da pessoa para realizar a tarefa e generalidade se refere ao âmbito da atividade.

Quanto ao nível, em uma avaliação de autoeficácia adequada (PAJARES; OLAZ, 2008), é preciso considerar as diferentes atividades ou ações para a produção do resultado esperado e as dificuldades em cada uma dessas dificuldades. As crenças de autoeficácia são comumente avaliadas por meio de escalas para mensurar essas crenças. Os itens de uma escala devem contemplar as diversas atividades com graus variados de complexidade. O seguinte exemplo poderá nos dar um melhor entendimento dessa dimensão da eficácia:

Imagine que um pesquisador está interessado em avaliar a confiança dos estudantes para escrever um ensaio positivo. Em primeiro lugar, existem diferentes níveis de exigência dentro de um dado domínio que o pesquisador pode investigar. Nesse caso, eles podem variar do nível inferior de escrever uma sentença simples, com pontuação e estrutura gramatical adequadas, ao nível superior de escrever sentenças compostas e complexas, também com pontuação e estrutura gramatical adequadas, ou organizar sentenças em um parágrafo, de maneira a expressar claramente um tema ou idéia. (PAJARES; OLAZ, 2008, p. 108)

Em relação à força, as crenças de autoeficácia podem ser avaliadas como fraca ou forte e, geralmente, costuma-se atribuir um sentido como positivo ou negativo. Nas pesquisas de autoeficácia, considera-se uma escala de mensuração e os participantes que obtiverem valores maiores que o ponto médio da escala possuem crença de autoeficácia positiva. Porém, apesar de serem positivas, as crenças ainda podem ser consideradas fracas ou fortes. Quanto mais próximos do ponto máximo da escala, maior a força na crença de autoeficácia.

A generalidade se refere ao âmbito da tarefa que pode ser mais geral ou mais específica, por exemplo, de forma mais geral, podemos analisar as crenças de autoeficácia docente ou, mais especificamente, as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Conforme afirma Bandura (2006), metodologia adotada para mensurar a autoeficácia são as escalas compostas por itens que retratam diferentes aspectos e níveis da tarefa. Esses itens são afirmações que devem conter um termo do tipo “eu posso”, “estou seguro” (PAJARES; OLAZ, 2008) ou outro termo que possibilite um julgamento das capacidades.

3.2. Contexto da pesquisa

O número de escolas jurisdicionadas à SEE-SP é de 5.640⁴⁶, distribuídas em 91 diretorias de ensino e esta pesquisa foi desenvolvida a partir de uma amostra de conveniência composta de quatro diretorias de ensino: Andradina, Araçatuba, Birigui e Ourinhos. Uma Diretoria de Ensino é um órgão regional da SEE-SP, que é responsável por acompanhar administrativamente e pedagogicamente as unidades escolares jurisdicionadas a ela. Na amostra de conveniência observamos, particularmente, o interesse dos dirigentes regionais de ensino em participar da pesquisa e se as Diretorias de Ensino atendiam unidades escolares com professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

3.3. Participantes da pesquisa

A pesquisa contou com a participação de professores dos anos iniciais e professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental. Essa escolha se justifica pela necessidade de entendimento sobre questões relacionadas ao ensino de álgebra. Como outrora discutido, há uma corrente de pesquisadores que defende o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais e, portanto, conhecer as concepções dos professores dos anos iniciais e suas crenças em suas capacidades para desenvolver o pensamento algébrico nos alunos torna-se fundamental para o entendimento de fatores influenciam no ensino de álgebra nesse ciclo de ensino.

Também, no capítulo sobre Álgebra e o pensamento algébrico, discutimos que há uma prática recorrente de se iniciar o ensino de álgebra tardiamente, ou seja, como ocorre no Estado de São Paulo, somente a partir do 7º ano do ensino fundamental. Nesse contexto, também se fazem necessárias, para entender fatores que influenciam no ensino de álgebra, as concepções e crenças dos professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos desse ciclo, considerando,

⁴⁶ Conforme divulgado pela SEE-SP em <http://www.educacao.sp.gov.br/central-de-atendimento/ArquivosAtualizacao/ESTADUAL_SEE.xlsx>, acessado em 15 de março de 2018.

especialmente, as possíveis dificuldades que esses alunos possam demonstrar e que são decorrentes de uma educação algébrica tardia.

Segundo o censo escolar de 2014⁴⁷, o número de professores que lecionaram no ensino fundamental em escolas da rede pública estadual foi de 241.343, dos quais 83.625 atuaram nos anos iniciais e 157.718 nos anos finais. O censo não apresenta o número de professores por disciplina, fato que dificulta outro tipo de caracterização dos professores. Desse universo, participaram da pesquisa 09 professores dos anos iniciais e 39 professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, da rede pública do Estado de São Paulo.

3.4. Instrumentos

Foram elaborados dois tipos de formulário sendo um voltado para professores dos anos iniciais (Apêndice A) e outro para professores de Matemática dos anos finais (Apêndice B) do ensino fundamental. Esses formulários são compostos de itens para a caracterização dos participantes, questões abertas, uma escala de autoeficácia, itens para autopercepção do reconhecimento de terceiros sobre o próprio trabalho (persuasão social), um item de autoconceito, um item para avaliar a formação continuada, um item para avaliar as potencialidades dos materiais propostos pela secretaria de estado da educação e itens para avaliar a percepção do professor quanto as atitudes e motivações dos alunos em relação à Matemática e estudo da Álgebra.

As escalas de autoeficácia, construídas para este trabalho de pesquisa, são compostas por itens que descrevem situações de ensino envolvendo elementos do pensamento algébrico como a generalização de sequências, o uso da linguagem algébrica, entre outros, discutidos no capítulo sobre pensamento algébrico. Nas escalas, temos itens que não fazem menção direta a elementos do pensamento algébrico, mas que descrevem situações de ensino envolvendo recursos e materiais (TIC, jogos, livros didáticos) que podem ser utilizados para o ensino de álgebra e que são conhecidos no contexto educacional de Matemática. Foram elaboradas duas escalas, sendo uma para professores dos anos iniciais e outra para os professores dos anos finais. Fundamentalmente, as diferenças nas escalas estão em capacidades relacionadas ao pensamento algébrico. Por exemplo, não faria sentido conhecer o sentimento de segurança de professores dos anos iniciais na atividade “desenvolver nos alunos a capacidade de resolver

⁴⁷ Foi o último censo promovido pela SEE-SP que apresenta informações sobre o número de professores na rede pública paulista. Essas informações estão disponíveis em <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/967.pdf>>, acessado em 16/03/2018.

equações do 2º grau” já que o conteúdo “equações do 2º grau” não está previsto para os anos iniciais do ensino fundamental. Cada item das escalas de autoeficácia são afirmações estruturadas em uma escala do tipo *likert* em que os respondentes assinalaram uma das opções: concordo totalmente, concordo, discordo e discordo totalmente.

Formulário para professores dos anos iniciais

No formulário solicitamos algumas informações para a caracterização dos participantes: sexo, idade, tempo de magistério, formação inicial, pós-graduação e ano de ensino em que leciona. Além da caracterização, investigamos se, por exemplo, o tempo de magistério é um fator que influencia nas crenças de autoeficácia.

Para entender as concepções dos professores dos anos iniciais, propomos as seguintes questões: (1) Para você, o que é Álgebra? (2) Qual importância você atribui ao ensino e aprendizagem da Álgebra? Por quê? (3) De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o estudo de alguns conceitos algébricos deve ocorrer desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Você concorda com isso? Por quê? (4) Em caso afirmativo à questão anterior, quais conteúdo ou conceitos deveriam ser trabalhados? (5) Em sua opinião, a partir de qual ano escolar devem-se trabalhar os conteúdos ou conceitos algébricos? Por quê? (6) Na sua opinião, os alunos considerados "bons" em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?

As duas primeiras questões foram elaboradas para levantar as concepções dos professores acerca da Álgebra. Na primeira, previmos a possibilidade do professor apresentar seu entendimento por meio de uma definição de Álgebra que poderá coincidir ou não com as concepções discutidas anteriormente no capítulo 1. A segunda questão foi pensada em uma forma de complementar a concepção definida na primeira questão. O participante poderia dar exemplos que possam confirmar ou dar maior clareza do que ele entende por álgebra.

A partir das questões (3), (4) e (5), realizamos uma análise do entendimento do participante quanto ao ensino de álgebra que poderia corroborar ou não com a sua concepção de Álgebra. A sexta questão foi elaborada para avaliar se há alguma compreensão dos professores sobre o pensamento algébrico ou se eles consideram algum elemento desse tipo de pensamento.

Além das questões acima, o formulário foi composto por 25 afirmações. A escala de autoeficácia de docentes dos anos iniciais foi composta por 19 afirmações que descrevem situações didáticas ou tarefas que envolvam capacidades docentes e/ou dos alunos acerca do

pensamento algébrico. No quadro 6, abaixo, apresentamos algumas considerações sobre cada item da escala.

Quadro 6 - Considerações sobre os itens da escala de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos – Professores dos Anos Iniciais

Item da escala de autoeficácia		Considerações
1	Estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	O planejamento das tarefas pedagógicas é uma importante capacidade docente a ser considerada. Nesse item o professor apresentará seu julgamento acerca da sua capacidade de planejar atividades pedagógicas relacionadas à Álgebra.
2	Estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Além do planejamento, a condução das atividades também se caracteriza como uma importante capacidade docente. O item permitirá um julgamento dessa capacidade.
3	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.	Como considerado por Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11) resolver problemas é uma vertente do pensamento algébrico. Enquanto capacidade, então, o desenvolvimento do pensamento algébrico permite a compreensão, representação e resolução de problemas. O item se refere a uma capacidade do aluno, entretanto, permitirá um julgamento do professor sobre suas competências para desenvolver essa capacidade.
4	Estou seguro(a) em adequar para os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Cadernos do Projeto EMAI) para a aprendizagem de conceitos algébricos.	Como discutido anteriormente, há uma certa “obrigatoriedade” no uso dos materiais oferecidos pela SEE-SP. Além disso, os materiais didático-pedagógicos utilizados são elementos importantes a serem considerados na prática docente que envolve o planejamento e execução das atividades e a avaliação das aprendizagens.
5	Estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Assim como os materiais curriculares oferecidos, o uso de recursos manipuláveis é um recurso que pode ser utilizado para otimização da aprendizagem.
6	Estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos	As Tecnologias de Informação e Comunicação são possibilidades atuais para o ensino de Matemática e, em especial, para o ensino de álgebra. Em uma busca pelo acervo da internet, é possível encontrar inúmeros softwares/aplicativos que podem ser utilizados para se trabalhar aspectos do pensamento algébrico.
7	Estou seguro(a) em trabalhar com conceito de equivalência expresso pelo sinal de =	O sinal de igual representa um conceito importante: o de equivalência. Entender a equivalência de expressões numéricas ou algébricas é uma característica fundamental do pensamento algébrico.
8	Estou seguro(a) em trabalhar com o reconhecimento de padrões e regularidades presentes em sequências numéricas e/ou pictóricas.	O reconhecimento de padrões e regularidades é uma etapa importante para o desenvolvimento da capacidade de generalizar.
9	Estou seguro(a) em trabalhar com o conceito de variável.	As variáveis podem ser compreendidas como meio de expressar a generalidade.
10	Estou seguro(a) em trabalhar com conceito de incógnita.	A ideia de incógnita, como um valor genérico ou que possa representar um único valor, é importante para a compreensão de equação.

11	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências numéricas.	O reconhecimento de padrões e regularidades é uma etapa importante para o desenvolvimento da capacidade de generalizar.
12	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer o padrão de sequências pictóricas repetitivas do tipo  .	O reconhecimento de padrões e regularidades é uma etapa importante para o desenvolvimento da capacidade de generalizar.
13	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade informar os próximos elementos em sequências pictóricas repetitivas do tipo  .	Essa capacidade e pode ser considerada uma etapa para a capacidade de generalização.
14	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  ... e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).	O reconhecimento de padrões e regularidades é uma etapa importante para o desenvolvimento da capacidade de generalizar.
15	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de informar os próximos elementos em sequências pictóricas crescentes do tipo  .	Essa capacidade e pode ser considerada uma etapa para a capacidade de generalização.
16	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável, como por exemplo, em situações do tipo $\triangle + \square = 12$.	A situação expressa na afirmação é uma forma de compreender a ideia de variável. O item permite que o participante avalie sua capacidade de desenvolver nos alunos o conceito de variável.
17	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita, como por exemplo, em situações numéricas do tipo $8 + 3 = \square + 5$.	A situação expressa nessa afirmação, apesar de não estar escrita na linguagem simbólica formal, é uma equação do primeiro grau. Com esse item esperamos que o participante avalie sua capacidade em desenvolver nos alunos a ideia de incógnita.
18	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões numéricas, como por exemplo em situações do tipo $6 - 4 = 7 - 5$.	Como discutido no capítulo sobre pensamento algébrico, os alunos demonstram dificuldades na compreensão de equivalência. O item permite que o professor faça um julgamento
19	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de dizer se expressões numéricas do tipo $21 - 12 = 14 + 10$ são verdadeiras ou falsas.	O item também visa ao julgamento pelo participante da sua capacidade de desenvolver o conceito de equivalência nos alunos.

Fonte: Autor.

Além das afirmações que pertencem à escala de autoeficácia, constam três afirmações (20, 21 e 22) que visavam avaliar a percepção dos professores acerca do reconhecimento de terceiros ao seu trabalho. Essa percepção pode ser entendida como uma persuasão social que, conforme discutido no capítulo 2, é uma fonte de autoeficácia.

O item 23 do formulário é a afirmação “*definitivamente, reconheço que faço um bom trabalho quando ensino Matemática*” é um item que permitiu avaliar o autoconceito do participante enquanto professor de Matemática.

Com a afirmação do item 24, avaliamos as formações oferecidas pela SEE-SP e com a afirmação 25 “*de maneira geral, os alunos demonstram interesse e atitudes favoráveis à Matemática*” visamos levantar a percepção dos professores acerca das motivações e atitudes dos alunos frente ao estudo de Matemática.

Formulário para professores dos anos finais

Como no formulário anterior, solicitamos informações que para caracterização dos participantes da pesquisa. Entretanto, como nos anos finais do ensino fundamental os professores são especialistas, diferentemente dos professores dos anos iniciais, solicitamos informações sobre a formação inicial e continuada. Em relação à formação inicial, verificamos se há relação entre a modalidade de formação e as crenças de autoeficácia dos professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

Seguindo o mesmo processo criativo do formulário para professores dos anos iniciais, colocamos algumas questões para levantar e analisar as concepções dos professores acerca da Álgebra e de seu ensino. São elas: (1) O que é Álgebra para você? (2) Qual importância você dá para o ensino de Álgebra nos anos finais do ensino fundamental? Por quê? (3) Na sua opinião, o que deve ser ensinado em Álgebra nos anos finais do ensino fundamental? (4) Para você, quais as principais dificuldades que os alunos demonstram na aprendizagem de conceitos ou na realização de tarefas algébricas nos anos finais do ensino fundamental? (5) Na sua opinião, os alunos considerados “bons” em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?

O formulário para os professores dos anos finais do ensino fundamental foi composto por trinta e quatro afirmações das quais vinte e seis compunham a escala de autoeficácia. Em relação à escala elaborada para professores dos anos iniciais há algumas diferenças devido à especialidade dos professores, o nível escolar dos alunos e o que se espera em termos de pensamento algébrico.

No quadro 7 abaixo, apresentamos breves considerações sobre alguns itens que se diferem ou que não constam na escala para professores dos anos iniciais.

Quadro 7 - Itens da escala de autoeficácia docente – Professores anos finais

Item da escala de autoeficácia		Considerações
5	Estou seguro(a) em adequar para todos os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para a aprendizagem de conceitos algébricos.	Esse item não consta no formulário para anos iniciais. A adaptação de materiais é uma capacidade docente para reconhecer a necessidade e promover ajustes nas atividades propostas de forma que as atividades otimizem a aprendizagem dos alunos. Os professores dos anos finais são especialistas e, portanto, consideramos esse item pertinente em um processo de análise das crenças de autoeficácia.
8	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer e expressar por meio da linguagem materna (língua portuguesa) regularidades em sequências numéricas.	O reconhecimento de padrões e regularidades é uma etapa importante para o desenvolvimento da capacidade de generalizar. Nesse item, também, consideramos a capacidade de descrever a regularidade por meio da linguagem materna.
9	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade de sequências numéricas.	Além de reconhecer padrões e regularidades e saber expressá-las pela linguagem materna, consideramos a capacidade de representação pela linguagem simbólica que está prevista para esse nível de ensino.
10	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer uma relação entre os termos de uma sequência pictórica repetitiva do tipo  e expressar essa relação em linguagem materna e algébrica.	Este item se difere em relação aos itens 12 e 13 da escala dos anos iniciais. Aqui consideramos, além da capacidade de reconhecer o padrão e regularidade da sequência pictórica, a capacidade de relacionar a figura geométrica à sua posição e expressar essa relação.
11	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).	Idem ao comentário do item 8, porém, para sequências pictóricas.
12	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade em sequências pictóricas crescentes do tipo  .	Idem ao comentário do item 9, porém, para sequências pictóricas.
13	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema diversos.	Apesar do pensamento algébrico manifestar-se independentemente do domínio da linguagem simbólica formal, como destacamos no capítulo sobre pensamento algébrico, há uma relação dialética entre pensamento algébrico e linguagem algébrica e, portanto, itens em uma escala de autoeficácia desse tipo devem considerar aspectos ou situações que envolva o uso da linguagem algébrica.
14	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de perímetro.	De maneira mais específica, o pensamento algébrico e o uso da linguagem algébrica são usuais para resolver problemas envolvendo conceitos geométricos.
15	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de área.	Idem ao item anterior.

19	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos.	A fatoração envolve a capacidade de compreensão da igualdade como equivalência, o uso de propriedades e operatórias generalizadas. Além do domínio da linguagem simbólica formal.
20	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de situações-problema que envolvam a proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.	A proporcionalidade envolve aspectos do pensamento algébrico a equivalência e pode ser representada por meio de equações ou inequações.
21	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de expressar algebricamente e resolver problemas que envolvam sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.	Problemas que podem ser representados por um sistema de equações e que envolvam um pensamento algébrico mais desenvolvido são esperados para os alunos desse nível de ensino e estão previstos no currículo oficial da SEE-SP.
22	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do primeiro grau.	É esperado que alunos nesse nível de ensino compreendam e resolvam equações do primeiro grau que podem representar inúmeros problemas.
23	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do segundo grau.	É esperado que alunos nesse nível de ensino compreendam e resolvam equações do segundo grau que podem representar inúmeros problemas.
24	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de realizar operações simples com monômios e polinômios.	Essa capacidade envolve a generalização de operações numéricas e o domínio da linguagem simbólica formal.
25	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.	A noção de função tem grande importância no estudo da Álgebra, na compreensão da relação entre grandezas e na resolução de problemas.
26	Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de representar a proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio da noção de funções do primeiro grau.	Uma primeira noção de função pode ser apresentada pela relação de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Fonte: Autor.

As afirmações subsequentes (a partir do item 27) são equivalentes às afirmações finais (a partir do item 20) do formulário para professores dos anos iniciais e, portanto, constam na pesquisa com os mesmos objetivos.

3.5. Metodologia mista (quali-quant/quant-quali)

O método de pesquisa adotado no presente trabalho é misto, sendo, simultaneamente, qualitativo e quantitativo. Para Shaffer e Serlin (2004 apud MORAIS; PESTANA NEVES, 2007), nas pesquisas no contexto educacional, os métodos quantitativos e qualitativos são vistos como distintos e incompatíveis. Entretanto, inúmeros trabalhos têm adotado um método misto de pesquisa e, com isso, fomentado discussões e controvérsias. Para Gamboa (1995), há três reações possíveis para os pesquisadores quando abordamos a metodologia mista: A primeira e mais radical é a de uma negativa e crítica de toda espécie ao método misto; a

segunda é a de tolerância a uma possível coexistência entre as metodologias quantitativas e qualitativas; e a terceira é assumida por “autores que propõem uma síntese que supere os falsos dualismos e as dicotomias epistemológicas” (GAMBOA, 1995, p.100). Para Santos Filho (1995), não é sustentável a distinção entre fato e valor, ou seja, nas pesquisas sociais, não é possível fazer uma distinção clara entre quantidade e qualidade. Segundo esse mesmo autor, “os dados quantitativos “pressupõem” os qualitativos” (SANTOS FILHO, 1995, p. 51).

Mas o que se entende por metodologia mista? Para Creswell (2007), uma pesquisa que utiliza a metodologia mista é:

[...] aquela em que o pesquisador tende a basear as alegações de conhecimento em elementos pragmáticos (por exemplo, orientado para consequência, centrado no problema e pluralista). Essa técnica emprega estratégias de investigação que envolvem coleta de dados simultânea ou sequencial para melhor entender os problemas de pesquisa. A coleta de dados também envolve a obtenção tanto de informações numéricas (por exemplo, em instrumentos) como de informações de texto (por exemplo, em entrevistas), de forma que o banco de dados final represente tanto informações quantitativas como qualitativas. (CRESWELL, 2007, p.35).

Pesquisadores como Santos Filho e Gamboa (1995), Tashakkori e Teddlie (1998); Shaffer e Serlin (2004); Coutinho (2006); Moraes e Pestana Neves (2007) apontam potencialidades para uma pesquisa com as metodologias mista qualitativa e quantitativa. Segundo Gamboa (1995), apesar das pesquisas nas áreas das ciências sociais apresentarem resultados numéricos, quando analisados sob uma perspectiva social mais ampla, tornam-se qualitativas. Isso porque, quando os dados numéricos são inseridos no contexto amplo da dinâmica social, “é preciso articular as dimensões qualitativas e quantitativas em uma inter-relação dinâmica, como categorias utilizadas pelo sujeito na explicação e compreensão do objeto” (GAMBOA, 1995, p.106).

Conforme esclarece Coutinho (2006), a perspectiva qualitativa visa à compreensão e à significação de fenômenos educativos enquanto que, quantitativamente, permite uma explicação de determinada realidade com a possibilidade de previsões e desenvolver teorias explicativas. Em um método misto, é possível ter à disposição as potencialidades das duas modalidades de pesquisa, pois:

Enquanto participante do processo de construção de conhecimento, idealmente, o pesquisador não deveria escolher entre um método ou outro, mas utilizar as várias abordagens, qualitativas e quantitativas que se adequam à sua questão de pesquisa. Do ponto de vista prático existem razões de ordens diversas que podem induzir um pesquisador a escolher uma abordagem, ou outra (GÜNTHER, 2006, p. 207).

Em termos de organização da pesquisa, Creswell (2007) esclarece que um pesquisador pode escolher entre três tipos de estratégia de pesquisa para o modelo misto: concomitante (sem sequência) ou sequencial.

Quadro 8 – Tipos de estratégias da metodologia mista

Implementação	Prioridade	Integração
Concomitante	Igual	Na coleta de dados
Sequencial - qualitativa primeiro	Qualitativa	Na análise de dados
Sequencial - quantitativa primeiro	Quantitativa	Na interpretação de dados
		Com alguma combinação

Fonte: Creswell, 2007, p. 214 - Adaptado

Para Creswell (2007), a escolha de uma dessas estratégias depende dos fatores implementação, prioridade e integração dos dados. Quanto à implementação, é importante estabelecer se a coleta de dados qualitativos e quantitativos ocorrerá concomitantemente ou sequencialmente. Se for sequencialmente, quais dados serão coletados primeiramente? Qualitativos ou quantitativos? Essa escolha dependerá, segundo o autor, dos objetivos da pesquisa. Em relação à prioridade, Creswell (2007) destaca que o pesquisador, conforme o seu interesse, pode estabelecer igual prioridade às técnicas (qualitativa e quantitativa) ou estabelecer uma prioridade para qualitativa ou quantitativa. Da mesma maneira, a escolha dependerá do objetivo da pesquisa. A integração dos dados qualitativos e quantitativos na metodologia mista pode ocorrer em qualquer estágio da pesquisa: na coleta, na análise, na interpretação como também em dois ou mais estágios. Se for na coleta, por exemplo, como ocorre no presente trabalho, o formulário de pesquisa pode conter itens abertos e fechados, simultaneamente.

Decorrentes das estratégias descritas anteriormente, Creswell (2007) apresenta seis estratégias possíveis para uma pesquisa de metodologia mista: (i) explanatória sequencial, (ii) exploratória sequencial, (iii) transformadora sequencial, (iv) triangulação concomitante, (v) aninhada concomitante e (vi) transformadora concomitante.

Na estratégia explanatória sequencial os dados quantitativos são coletados e analisados primeiramente, seguido pela coleta e análise de dados qualitativos e, portanto, a integração dos dados ocorre na fase de interpretação do estudo. Diferentemente da estratégia explanatória, na estratégia exploratória sequencial, a prioridade é para os dados qualitativos que são coletados e analisados primeiramente e depois ocorre a coleta e análise dos dados quantitativos que servirão para auxiliar a interpretação dos dados qualitativos. Na estratégia

transformadora sequencial, pode-se dar prioridade tanto aos dados quantitativos quanto aos qualitativos que se integrarão na fase de interpretação do estudo que, nesse modelo de pesquisa, é guiado por uma perspectiva teórica.

A estratégia de triangulação concomitante é caracterizada pela coleta simultânea dos dados qualitativos e quantitativos com igual prioridade entre os conjuntos de dados e a integração ocorre na fase de interpretação com convergência ou divergência dos dados. Na estratégia aninhada concomitante, os dados também são coletados simultaneamente, porém, um deles tem menor prioridade e está inserido no outro de maior prioridade. A técnica transformadora concomitante é marcada pelo uso de uma perspectiva teórica que guia a pesquisa e as escolhas do pesquisador. Os dados coletados simultaneamente podem ter igual ou desigual prioridade e a integração ocorre, frequentemente, a partir da fase de análise. Essa última estratégia é a que melhor explica nossa metodologia de trabalho.

A recolha dos dados ocorreu nas escolas das Diretorias de Ensino parceiras da pesquisa, em momentos de reuniões pedagógicas, com autorização dos diretores de escola. Para auxiliar na coleta, disponibilizamos os formulários de pesquisa em site elaborado para essa finalidade⁴⁸.

Qualitativamente, analisamos o sentido e força das crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico. Para tanto, atribuímos o valor 04 para a opção concordo totalmente, valor 03 para o concordo, valor 02 para o discordo e valor 01 para o discordo totalmente. Como a escala de autoeficácia docente de professores dos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico é composta por dezenove itens, essa escala tem valor mínimo 19 pontos (discordo totalmente em todas as afirmações) e valor máximo 76 (concordo totalmente em todas as afirmações) e o ponto médio está em 48 pontos. A escala de autoeficácia docente de professores dos anos finais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, com vinte e seis itens, tem valor mínimo de 26 pontos e máximo de 104 pontos, com pontuação média de 65. Consideraremos, portanto, que os professores que obtiveram valores acima do ponto médio, em suas respectivas escalas, têm uma autoeficácia positiva e os que apresentarem valores abaixo, terão uma crença negativa. Um professor com sentido negativo de eficácia possivelmente demonstra pouca confiança em suas capacidades como docente para desenvolver o pensamento algébrico nos alunos.

Quanto à força (forte ou fraca), quanto mais próximo ao ponto máximo da escala, maior a crença em suas capacidades como docente para desenvolver o pensamento algébrico

⁴⁸ www.andersoncangane.wix.com/pesquisamestrado

nos alunos. Mesmo que a crença de um professor seja positiva, ela pode ser fraca (com valor próximo ao ponto médio), demonstrando que ele acredita em suas capacidades, entretanto, devido à força de sua crença, pode haver uma desmotivação frente a dificuldades. A média de notas da amostra possibilitará uma avaliação da autoeficácia docente do grupo de professores.

Também realizamos uma análise quantitativa e qualitativa de fatores que possam ter relação com a autoeficácia. Entre esses fatores, citamos tempo de magistério, formação inicial e continuada, concepções acerca da álgebra e seu ensino, autoconceito, percepção da motivação dos alunos, gênero, entre outros.

Quantitativamente, por meio de ferramentas estatísticas, realizamos uma análise para a validação e verificar a confiabilidade das escalas utilizadas. Para a verificação da consistência interna ou da confiabilidade das escalas de autoeficácia, recorreremos ao cálculo do coeficiente *alpha de Cronbach* que “é um índice utilizado para medir a confiabilidade do tipo consistência interna de uma escala, ou seja, para avaliar a magnitude em que os itens de um instrumento estão correlacionados” (ALMEIDA; DOS SANTOS; COSTA, 2010, p.5 apud CORTINA, 1993). Segundo Da Hora, Monteiro e Alica (2010, p.5) “o alfa mede a correlação entre respostas em um questionário através da análise do perfil das respostas dadas pelos respondentes”. O valor mínimo aceitável para essa medida é de 0,70 e, quanto maior o índice, maior a confiabilidade do instrumento de pesquisa utilizado. A validação das escalas ocorreu pela *análise fatorial*, que permite um estudo das correlações entre um grande número de variáveis que visa ao agrupamento dessas variáveis em número menor de fatores⁴⁹. Quando um número de variáveis puder ser agrupada em um número menor de fatores, essa escala pode ser validada.

⁴⁹ Uma variável pode ser entendida como uma variável que, em uma determinada escala, pode ser a representante de uma ou mais variáveis.

4. Resultados e discussão

Desta pesquisa, participaram 09 professores dos anos iniciais e 39 professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, pertencentes às diretorias de ensino das regiões Andradina, Araçatuba, Birigui e Ourinhos, respondendo ao formulário de pesquisa.

Caracterização dos participantes

Tabela 1: Medidas de resumo da idade em anos dos professores por grupo

Grupo	Idade				
	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio padrão
Anos iniciais	33	37	41,22	56	7,87
Anos finais	26	39	41,38	64	8,81

Fonte: Autor.

Conforme apresentado na tabela 1, as idades dos participantes estão entre 26 e 64 anos, sendo que a média de idade é de, aproximadamente, 41 anos.

Tabela 2: Frequência e porcentagem da idade em anos dos professores por grupo

Grupo	Idade								Total
	21 a 30		31 a 40		41 a 50		51 ou mais		
	Freq	Porc	Freq	Porc	Freq	Porc	Freq	Porc	
Anos finais	2	5,13	22	56,41	7	17,95	8	20,51	39
Anos iniciais	0	0	5	55,56	3	33,33	1	11,11	9
Total	2	4,17	27	56,25	10	20,83	9	18,75	

Fonte: Autor.

A tabela 2 apresenta a frequência e o percentual de professores em quatro faixas de idade. O intervalo de idade com maior frequência de professores é a de 31 a 40 anos na qual mais da metade dos participantes está alocada.

Tabela 3: Frequência e porcentagem dos professores por grupo

Grupo	Sexo			
	Feminino		Masculino	
	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem
Anos finais	23	58,97	16	41,03
Anos iniciais	9	100	0	0
Total	32	66,67	16	33,33

Fonte: Autor.

Em relação ao gênero (tabela 3), 32 dos 48 participantes são do sexo feminino sendo que, nos anos iniciais, não há participantes do sexo masculino.

Quanto ao tempo de magistério, há um variação de seis meses a 30 anos, distribuídos conforme abaixo (tabela 4):

Tabela 4: Medidas de resumo do tempo de magistério dos professores por grupo

Grupo	Tempo de magistério				
	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio padrão
Anos iniciais	7	13	15	30	8,09
Anos finais	0,5	14	13,88	28	6,99

Fonte: Autor

A maioria dos professores participantes possui um tempo de magistério (tabela 5) na faixa de cinco a quinze anos de magistério e, portanto, com possibilidade de trabalho, ao longo dos anos, em turmas de anos diferentes e/ou turmas diferentes do mesmo ano do ensino fundamental.

Tabela 5: Frequência e porcentagem do tempo de magistério dos professores por grupo

Grupo	Tempo de magistério									
	[0,5]		[5,10]		[10,15]		[15,20]		[20,28]	
	Freq	Porc	Freq	Porc	Freq	Porc	Freq	Porc	Freq	Porc
Anos finais	4	10,26	13	33,33	7	17,95	8	20,51	7	17,95
Anos iniciais	0	0	3	33,33	3	33,33	1	11,11	2	22,22
Total	4	8,33	16	33,33	10	20,83	9	18,75	9	18,75

Fonte: Autor.

De acordo com a tabela 6, do total de participantes, cinco professores dos anos iniciais declararam ter especialização. Do ensino fundamental anos finais, 19 declararam ter especialização, somente um professor declarou ter mestrado e nove professores declararam (tabela 7) ter realizado curso relacionado à Álgebra e seu ensino.

Tabela 6: Frequência e porcentagem do tipo de pós-graduação dos professores por grupo

Grupo	Pós-graduação					
	Especialização		Mestrado		Nenhuma	
	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem
Anos finais	19	48,72	1	2,56	19	48,72
Anos iniciais	5	55,56	0	0	4	44,44
Total	24	50	1	2,08	23	47,92

Tabela 7: Frequência e porcentagem dos professores dos anos finais que realizam ou não algum curso relacionado a álgebra

Realizou curso relacionado a álgebra	Não		Sim	
	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem
	30	76,92	9	23,08

Fonte: Autor.

Quando questionados sobre “o que é Álgebra”, os professores fizeram descrições pelas quais podemos inferir as concepções ou aspectos da Álgebra que são valorizados pelos participantes. São diversas as possibilidades de caracterização de concepções de álgebra. Para este trabalho, adotamos as concepções discutidas por Kaput (1995): (i) Álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) Álgebra como manipulação sintética de formalismos; (iii) Álgebra como estudo de estruturas abstratas; (iv) Álgebra como um estudo de funções, relações e variações contínuas; (v) Álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos. Essas concepções abrangem aspectos que não se restringem, por exemplo, ao uso da linguagem ou ao uso das variáveis. A partir das concepções adotadas e da análise do discurso dos professores manifestado nas cinco questões abertas do formulário de pesquisa, apresentamos as concepções/entendimentos de álgebra predominantes nas respostas dos professores (tabela 8):

Tabela 8: Frequência e porcentagem da concepção/entendimento da álgebra dos professores por grupo

Grupo	Concepção/Entendimento da Álgebra					
	i		ii		v	
	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem	Frequência	Porcentagem
Anos finais	13	35,14	22	59,46	2	5,41
Anos iniciais	6	66,67	3	33,33	0	0
Total	19	41,3	25	54,35	2	4,35

Fonte: Autor.

A partir da tabela 8, observamos uma disparidade de entendimento da Álgebra pelos dois grupos de professores. Nos anos iniciais há a predominância de um entendimento de álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições. A partir das falas dos professores (Apêndice C) é possível constatar que a generalização, apresentada implicitamente pelos professores, está centrada na aritmética e suas operações, ou seja, os professores dos anos iniciais, na amostra analisada, apresentaram, em sua maioria, um

entendimento de álgebra como “aritmética generalizada”. O professor P1⁵⁰, dos anos iniciais, por exemplo, entende que a Álgebra:

“É definida como ramo responsável por estudar os números e suas propriedades correspondentes. Muito importante desde que se iniciou no pré escolar com conceitos básicos”.

Esse entendimento é corroborado pelos professores P2 e P3. Quando os professores citam o termo “propriedade”, eles podem estar se referindo a situações gerais ou genéricas das operações aritméticas. Como a formação inicial dos professores dos anos iniciais participantes da amostra é de magistério ou pedagogia e, ainda, considerando a especificidade de termos utilizados na Álgebra, é possível que a palavra “generalização” não apareça em duas declarações pela falta de vivências que possibilitassem, por exemplo, perceber a generalidade de operações aritméticas do tipo $a + 0 = a$.

Nos anos finais do ensino fundamental, o entendimento de álgebra predominante entre os professores foi o de álgebra como manipulação sintética de formalismos, ou seja, para mais da metade dos professores, a Álgebra é uma linguagem com um simbolismo próprio e um conjunto de operações simbólico-formais que permite, entre outros, a resolução de equações. Essa ideia é apresentada a partir das respostas dos professores (Apêndice D) quando questionados sobre o que é Álgebra, para que serve, o que se deve ensinar e quais as dificuldades dos alunos. Por exemplo, para o professor de Matemática P2, a Álgebra é *“cálculo com números e letras”* e o que deve ser ensinado são os *“produtos notáveis”*. O professor P8 afirma que álgebra *“é um cálculo na qual recorremos à utilização de letras que podem representar números desconhecidos”* e o professor P22 afirma que álgebra *“é a Matemática que envolve cálculos com letras”*. Há um fato interessante em relação às concepções e à idade dos professores. Em específico, no caso dos professores P2, P8 e P22, a idade média é, aproximadamente, de 53 anos e o tempo de magistério é de 17 anos. Como não é objetivo deste trabalho uma análise de relações entre idade e concepções de álgebra, deixamos em aberto as possíveis inferências sobre tal fato.

De maneira geral, os professores dos dois ciclos entendem a Álgebra como uma aritmética generalizada ou como uma linguagem. Esses entendimentos de álgebra também apareceram nos estudos de Panossian e Moura (2016). Especificamente, as concepções

⁵⁰ P1, P2, P3... se referem aos participantes da pesquisa.

apresentadas pelos professores dos anos finais são semelhantes às que aparecem na pesquisa de Ferreira (2009), que constata a predominância de uma perspectiva letrista da Álgebra, com foco principalmente nas notações.

Quando solicitado que os professores respondessem à questão “*na sua opinião, os alunos considerados "bons" em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?*”, 35 dos 48 participantes da pesquisa não apresentaram qualquer elemento do pensamento algébrico. Para alguns desses professores os alunos devem demonstrar, por exemplo, a capacidade de “*observação e lógica*” (P18 – anos finais) ou, então, “*concentração para desenvolver o raciocínio lógico-matemático*” (P12 – anos finais). Para os professores que apresentam algum elemento do pensamento algébrico nas capacidades de pensamento dos bons alunos, destacam-se as capacidades de generalização e uso da linguagem algébrica para representações e/ou operações. Apesar de a generalização ser considerada um aspecto central do pensamento algébrico (KAPUT; BLANTON, 2005; TREVISANI, 2012; MESTRE, 2014), esse não é o único elemento de grande importância. A noção de equivalência, a título de exemplo, é um dos conceitos no desenvolvimento do pensamento algébrico destacado em diversos estudos como um elemento em que os alunos apresentam grande dificuldade. Contudo, tal noção em nenhuma fala dos professores foi citada (KIERAN, 1981; BOOTH, 1995; BANDARRA, 2011; CRUZ, 2016).

O domínio da linguagem simbólico-formal contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, quando há um foco letrista, pelo qual se espera que esse tipo de pensamento só se manifeste a partir do domínio de cálculos literais (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005) e não se considere outros elementos como a generalização e a equivalência, há a manutenção de práticas docentes em que não são oferecidas experiências que permitam o desenvolvimento do que entendemos por pensamento algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005).

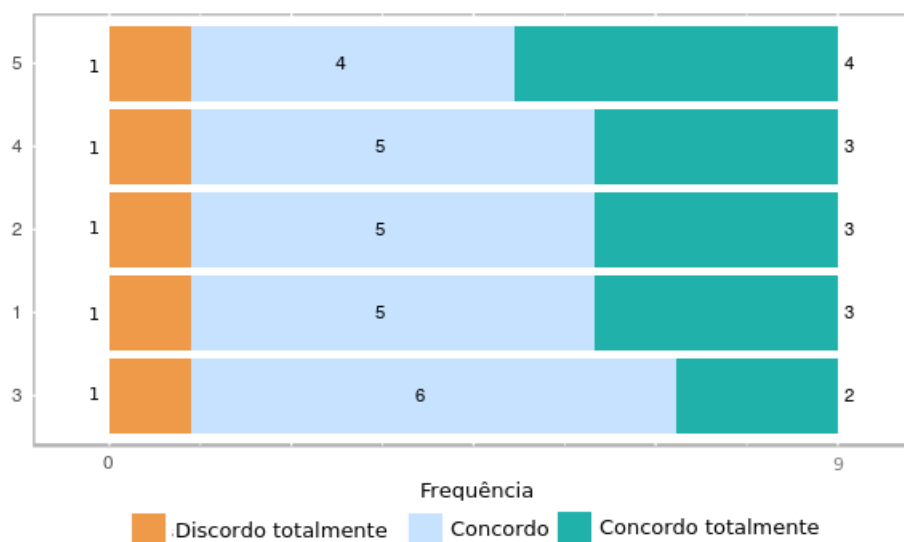
4.1. As crenças de Autoeficácia dos Professores no desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos alunos

Em relação às crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentamos os resultados a seguir. Realizaremos, separadamente, uma análise das crenças de autoeficácia dos professores dos anos iniciais e finais.

Crenças de autoeficácia docente dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental

As respostas dos professores para cada item da escala de autoeficácia docente estão expressas nos gráficos a seguir. O gráfico 1 apresenta o agrupamento dos seguintes itens: 1, 2, 3, 4 e 5. Esses itens referem-se, respectivamente, às afirmações (1) “estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (2) “estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (3) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos”, (4) “estou seguro(a) em adequar para os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Cadernos do Projeto EMAI) para a aprendizagem de conceitos algébricos” e (5) “estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”. Para esses itens da escala, apenas um professor discordou totalmente e a maioria concordou ou concordou totalmente, demonstrando, portanto, um sentimento de segurança em relação às atividades descritas nas afirmações.

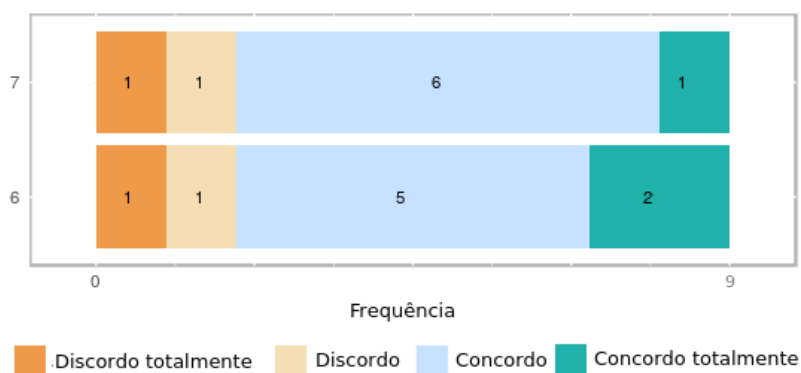
Gráfico 1– Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 1, 2, 3, 4 e 5 da escala de autoeficácia



No gráfico 2, temos o agrupamento dos itens 6 e 7 referentes às seguintes afirmações: “Estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a

aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos” (afirmação 6) e “estou seguro(a) em trabalhar com conceito de equivalência expresso pelo sinal de $=$ ” (afirmação 7).

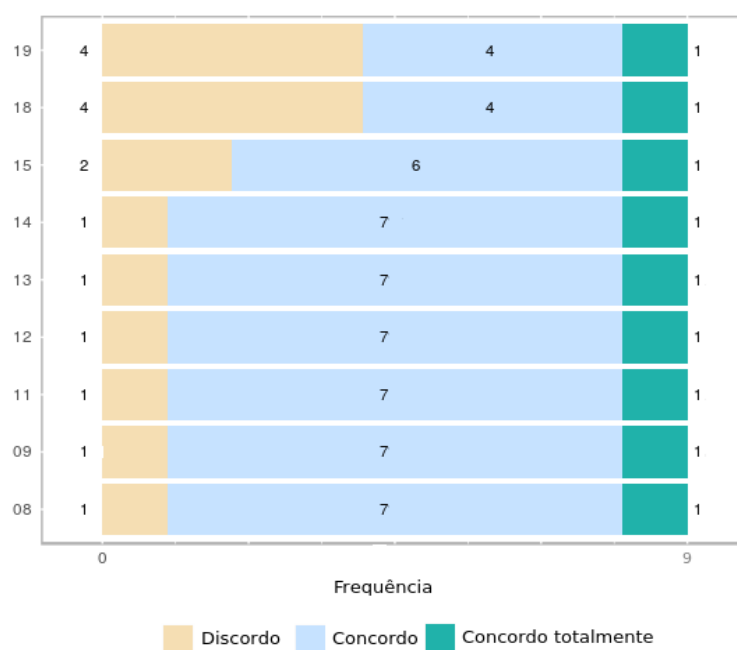
Gráfico 2 - Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 6 e 7 da escala de autoeficácia



Fonte: Autor.

Para essas duas afirmações, 02 professores assinalaram que “discordam totalmente” ou “discordam”. Isso indica que menos professores da amostra obtida sentem-se seguros em trabalhar com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) como recurso que favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico e, além disso, em trabalhar o conceito de equivalência.

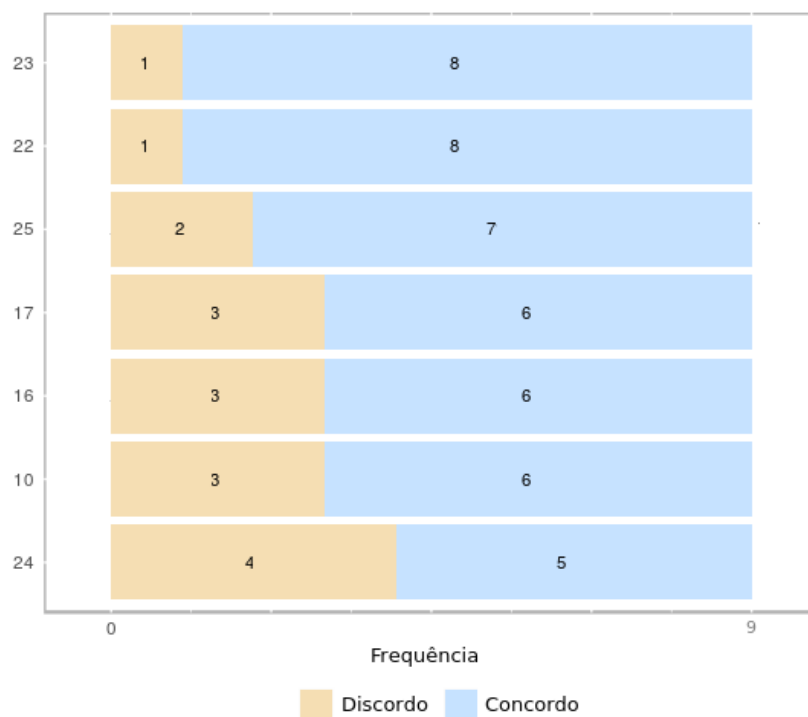
Gráfico 3 - Manifestação dos professores em relação às afirmações dos itens 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 18 e 19 da escala de autoeficácia



Fonte: Autor

O gráfico 3 representa o agrupamento dos itens 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 18 e 19 correspondentes às afirmações: (8) “Estou seguro(a) em trabalhar com o reconhecimento de padrões e regularidades presentes em sequências numéricas e/ou pictóricas”, (9) “estou seguro(a) em trabalhar com o conceito de variável”, (11) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências numéricas”, (12) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer o padrão de sequências pictóricas repetitivas do tipo $\square \mid \square \square \square \square \square \square \square$ ”, (13) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade informar os próximos elementos em sequências pictóricas repetitivas do tipo $\square \mid \square \square \square \square \square \square \square$ ”, (14) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo $\vdots \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \dots$ e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.)”, (15) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de informar os próximos elementos em sequências pictóricas crescentes do tipo $\vdots \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \dots$ ”, (18) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões numéricas, como por exemplo em situações do tipo $6 - 4 = 7 - 5$ ” e (19) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de dizer se expressões numéricas do tipo $21 - 12 = 14 + 10$ são verdadeiras ou falsas”. Para esses itens, que envolvem a percepção de padrões e regularidades em sequências e o conceito de equivalência, pelo menos 04 professores concordaram ou concordaram totalmente. Destaca-se que o menor número de professores que assinalou “concordo” ou “concordo totalmente” está nos itens 18 e 19, que tratam do conceito de equivalência. Esse posicionamento em relação ao conceito de equivalência não está em consonância com sentimento de segurança em relação ao conceito de equivalência descrito no item 7 (gráfico 2). Isso pode se dar ao fato de os professores terem um entendimento geral de equivalência (item 7) que não inclui as situações específicas descritas nos itens 18 e 19.

Gráfico 4 - Manifestação dos professores dos anos iniciais em relação às afirmações dos itens 10, 16 e 17 da escala de autoeficácia



No gráfico 4, temos o agrupamento dos itens 10, 16 e 17 que correspondem às afirmações: (10) “Estou seguro(a) em trabalhar com conceito de incógnita”, (16) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável, como por exemplo, em situações do tipo $\Delta + \square = 12$ ” e (17) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita, como por exemplo, em situações numéricas do tipo $8 + 3 = \square + 5$ ”. Em relação aos conceitos de incógnita e variável, os professores demonstraram a menor confiança em suas capacidades para desenvolver tais conceitos nos alunos.

Os quadros 9 e 10 apresentam uma análise do sentimento de segurança manifestada pelos professores dos anos iniciais em cada uma das ações pedagógicas relacionadas ao ensino de álgebra descritas nos itens da escala de autoeficácia. Essa análise se faz importante para o conhecimento de quais ações os professores se sentem mais seguros e quais há um menor sentimento de segurança. Destacamos que as ações descritas foram pensadas para uma análise das crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico e que devemos considerar a totalidade das ações da escala. Entretanto, saber em particular em quais ações há um menor sentimento de segurança nos permite entender aspectos que

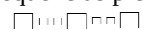
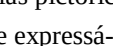
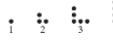
influenciam nas crenças e, também, subsidiar a formação inicial e continuada de professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

Quadro 9 - Sentimento de segurança dos professores dos anos iniciais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 01 a 10)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
01	Planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Os professores apresentaram um sentimento positivo de segurança nas ações descritas sendo que, cinco professores assinalaram a opção “concordo” e três assinalaram a opção “concordo totalmente”.
02	Executar atividades pedagógicas que visam à aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	
03	Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.	Nesta ação, apesar de manifestarem um sentimento positivo de segurança, apenas dois professores demonstraram total segurança, havendo assim uma menor percepção de segurança no resultado da ação pedagógica do que no planejamento e execução de atividades.
04	Estou seguro(a) em adequar para os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Cadernos do Projeto EMAI) para a aprendizagem de conceitos algébricos.	Assim como nos itens 01 e 02, que envolvem ações de planejamento e execução de atividades, os professores demonstraram igualmente um sentimento positivo de segurança.
05	Utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Em relação aos itens anteriores, este foi o que os professores demonstraram maior segurança. Quatro professores assinalaram “concordo” e quatro assinalaram “concordo totalmente”.
06	Utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Os professores demonstraram menor segurança no uso das TIC como subsidiárias no desenvolvimento do pensamento algébrico.
07	Trabalhar com conceito de equivalência expresso pelo sinal de =	Diferentemente dos itens anteriores, este trata de um importante conceito para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os professores manifestaram uma menor segurança. Um professor assinalou “discordo totalmente”, um assinalou “discordo” e apenas um assinalou “concordo totalmente”.
08	Trabalhar com o reconhecimento de padrões e regularidades presentes em sequências numéricas e/ou pictóricas.	Nas ações descritas os professores demonstraram segurança, porém, apenas um professor assinalou “concordo totalmente”.
09	Trabalhar com o conceito de variável.	
10	Trabalhar com conceito de incógnita.	Os professores demonstraram menor segurança no trabalho com incógnita. Três professores assinalaram “discordo” e seis assinalaram “concordo”. Nenhum assinalou “concordo totalmente”.

Fonte: Autor.

Quadro 10 - Sentimento de segurança dos professores dos anos iniciais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 11 a 19)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
11	Desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências numéricas.	Os professores manifestaram segurança em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer padrões e regularidades e representá-las por meio de linguagem simbólica formal ou não. Sete professores assinalaram “concordo”, porém apenas um professor assinalou “concordo totalmente” e um “discordo”.
12	Desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer o padrão de sequências pictóricas repetitivas do tipo  .	
13	Desenvolver nos alunos a capacidade informar os próximos elementos em sequências pictóricas repetitivas do tipo  .	
14	Desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  ... e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).	
15	Desenvolver nos alunos a capacidade de informar os próximos elementos em sequências pictóricas crescentes do tipo  .	Curiosamente, em relação aos itens 11, 12, 13 e 14, houve uma menor percepção de segurança em desenvolver nos alunos capacidade de informar os próximos elementos de uma sequência pictórica. Dois professores assinalaram “discordo”, seis “concordo” e um “concordo totalmente”.
16	Desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável, como por exemplo, em situações do tipo $\triangle + \square = 12$.	Nesses itens que envolvem o objetivo do trabalho com variável e incógnita, nenhum professor demonstrou-se totalmente seguro. Em cada item três professores assinalaram “discordo” e seis “concordo”.
17	Desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita, como por exemplo, em situações numéricas do tipo $8 + 3 = \square + 5$.	
18	Desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões numéricas, como em situações do tipo $6 - 4 = 7 - 5$.	A menor percepção de segurança foi manifestada está nos itens que se referem ao objetivo do trabalho com variável e incógnita. Nesses itens quatro professores assinalaram “discordo”, quatro “concordo” e apenas um assinalou “concordo totalmente”.
19	Desenvolver nos alunos a capacidade de dizer se expressões numéricas do tipo $21 - 12 = 14 + 10$ são verdadeiras ou falsas.	

Fonte: Autor.

O quadro 9 é composto de itens que representam, na sua maioria, “práticas de ensino”, enquanto que, no quadro 10 os itens se referem à “objetivos de aprendizagem” definidos como capacidades que se espera desenvolver nos alunos. Considerando os valores adotados para as alternativas em cada item – sendo 01 ponto para o “discordo totalmente”, 02 pontos para o “discordo”, 03 pontos para o “concordo” e 04 para o “concordo totalmente” – é possível agrupar os itens da escala pelas pontuações obtidas, conforme apresentado no quadro 11. Em cada item da escala, a pontuação varia entre 09 e 36 pontos, sendo 09 pontos no caso de todos os professores da amostra assinalarem a opção “discordo totalmente” e 36 pontos no caso de todos assinalarem a opção “concordo totalmente”. Na escala, a pontuação mínima obtida foi de 20 pontos e a máxima foi de 29 pontos. As menores pontuações foram obtidas

em itens que expressam objetivos de aprendizagem e as maiores nos itens que descrevem práticas de ensino.

A partir dos quadros 9, 10 e 11 podemos concluir que os professores demonstraram menor segurança em suas competências para desenvolver determinadas capacidades relacionadas ao pensamento algébrico. Em especial, os professores demonstraram menor segurança nos itens que descrevem objetivos de ensino relacionados ao desenvolvimento dos conceitos de variável, incógnita e equivalência, além da capacidade de generalização.

Quadro 11 - Agrupamento dos itens da escala por pontuação

Pontuação	Itens	
20	18 e 19	Aprendizagem
24	10, 15, 16 e 17	Ensino e aprendizagem
25	07	Ensino
26	06, 08, 09, 11, 12, 13 e 14	Ensino e aprendizagem
27	03	Ensino
28	01, 02 e 04	Ensino
29	05	Ensino

Fonte: Autor.

O item com maior pontuação descreve uma ação de ensino, especificamente, “usar materiais manipuláveis” como, por exemplo, jogos, material dourado, algeplan, entre outros. Por outro lado, os itens 18 e 19 obtiveram menor pontuação e descrevem objetivos de aprendizagem, ou seja, descrevem capacidades ou habilidades que se espera desenvolver nos alunos. Os dois itens, 18 e 19, envolvem o conceito de equivalência. De maneira geral, os professores demonstraram maior segurança em suas práticas docentes do que em alcançar objetivos de ensino.

A escala de autoeficácia docente dos professores dos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do mesmo ciclo é uma medida que vai de 19 a 76 pontos, sendo que o valor mínimo é obtido se for assinalada a opção “*discordo totalmente*” em todos os itens da escala e o máximo é obtido se for assinalada a opção “*concordo totalmente*” em todos os itens da referida escala. Na amostra obtida, conforme apresentado na tabela 9, o valor mínimo foi de 32 pontos e o máximo de 73 pontos. Conforme a tabela 9, o valor máximo ficou muito próximo da pontuação máxima da escala, demonstrando, assim, que há professores com fortes crenças de autoeficácia em atividades relacionadas ao desenvolvimento pensamento algébrico nos alunos.

Tabela 9: Medidas de resumo do escore total dos professores dos anos iniciais e classificação sobre as crenças de autoeficácia docente

Anos Iniciais	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	Crença	
						Negativa	Positiva
	32	55,44	56	73	10,63	1	8

Fonte: Autor

O ponto médio da escala é de 47,5 pontos e com essa referência é possível constatar que um professor apresentou crença de autoeficácia negativa, ou seja, esse professor possui crenças não favoráveis de sua capacidade acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Apesar de termos valores próximos ao ponto máximo da escala, tanto a média quanto a mediana ficaram próximas ao ponto médio da escala. Dessa forma, apesar de a maioria dos professores demonstrarem uma crença positiva, essa crença não é forte, ou seja, os julgamentos positivos sobre suas capacidades para desenvolver o pensamento algébrico podem não se sustentar frente às adversidades que surjam na realização de atividades algébricas.

Quanto aos fatores que influenciam as crenças de autoeficácia dos professores dos anos iniciais no desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, realizamos uma análise estatística com as seguintes variáveis: idade, tempo de magistério, formação inicial, pós-graduação, concepções de álgebra, autoconceito, formação continuada e materiais fornecidos pela SEE-SP. Utilizamos dois testes de associação, sendo o teste não-paramétrico de Wilcoxon que compara a amostra de até dois grupos e o teste de Kruskal-Wallis para comparar amostras de mais de dois grupos. Entenda-se grupo como as classes de organização dos dados de uma determinada variável. Por exemplo, para verificar se havia uma correlação entre as crenças de autoeficácia e o tempo de magistério, utilizamos o teste de Kruskal-Wallis, pois as idades da amostra foram organizadas em quatro grupos (intervalos), conforme a tabela 10. A correlação entre uma das variáveis e as crenças de autoeficácia seria positiva para $P\text{-valor} < 0,05$. Entretanto, o $P\text{-valor}$ do teste para a variável tempo de magistério foi 0,4697 constatando que não houve, na amostra obtida, influência dessa variável nas crenças de autoeficácia. Os testes para as demais variáveis também não retornaram valores inferiores a 0,05 não havendo, portanto, relação significativa entre essas e as crenças de autoeficácia. Como a amostra foi muito pequena, não significa que não há uma relação entre as variáveis descritas e as crenças de autoeficácia. Para uma amostra de maior representatividade pode ser possível haver uma correlação.

Tabela 10: Medidas de resumo do escore total da crença dos professores dos anos iniciais por tempo de magistério e p-valor do teste de Kruskal-Wallis

Tempo de magistério	Frequência	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	P-valor
[5,10[	3	52	54,0	54	56	2,00	0,4697
[10,15[	3	32	54,3	58	73	20,74	
[15,20[	1	59	59,0	59	59		
[20,25[	2	56	57,5	57,5	59	2,12	

Fonte: Autor.

Qualitativamente, é possível perceber uma associação entre algumas variáveis e as crenças de autoeficácia. Em relação às concepções de álgebra, os professores que apresentaram a concepção de álgebra como generalização obtiveram um valor médio maior na escala de autoeficácia se comparado com a média de professores que apresentaram a concepção de álgebra como linguagem (ver tabela 11).

Tabela 11: Medidas de resumo do escore total da crença dos professores dos anos iniciais por concepção/entendimento da álgebra e p-valor do teste de Wilcoxon

Entendimento da álgebra	Frequência	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	P-valor
i	6	52	59	57	73	7,27	0,4347
ii	3	32	48,33	54	59	14,36	

Fonte: Autor.

Os professores com um autoconceito positivo em relação à prática docente obtiveram um valor médio maior na escala do que os professores com um autoconceito negativo (ver tabela 12).

Tabela 12: Medidas de resumo do escore total da crença dos professores dos anos iniciais por autoconceito da álgebra e p-valor do teste de Wilcoxon

Autoconceito	Frequência	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	P-valor
Negativo	1	52	52	52	52		0,32
Positivo	8	32	55,875	57	73	11,28	

Fonte: Autor.

Quanto à variável idade, os professores com maior idade obtiveram médias de valor na escala maiores do que os professores com menor idade. Não constatamos, para a amostra dos anos iniciais, relações das crenças de autoeficácia com as variáveis formação inicial, tempo de magistério, pós-graduação, materiais fornecidos pela SEE-SP, interesse dos alunos e gênero.

É importante considerar que as crenças de autoeficácia são julgamentos sobre as próprias capacidades para a realização de uma determinada tarefa (BANDURA, 1986). Os itens em que os professores apresentaram menor sentimento de segurança foram os que envolviam os conceitos de equivalência, incógnita e variável. Esses conceitos não são comumente explorados nos anos iniciais e não estão previstos nos currículos, especialmente no currículo do Estado de São Paulo. Já que as experiências diretas são a principal fonte de informação das crenças de autoeficácia (BANDURA, 1986) e, considerando que a educação algébrica é tradicionalmente iniciada nos anos finais do ensino fundamental, é possível inferir que alguns professores da amostra (mesmo quando estudantes) não tiveram experiências ou essas não foram bem-sucedidas no que tange os conceitos de equivalência, incógnita e variável.

Em relação às concepções, uma justificativa para os professores que entendem a Álgebra como generalização terem obtido uma média de valores maior na escala é que a generalização é uma capacidade explorada mais frequentemente nos anos iniciais e, assim, mais próxima às experiências diretas desses professores.

Um fato que corrobora a influência das experiências na construção de crenças de autoeficácia é que os professores com autoconceito positivo obtiveram uma média de valores maior na escala de autoeficácia do que o professor que apresentou um autoconceito negativo. O autoconceito é um constructo mental baseado nas experiências. Portanto, as experiências diretas apresentaram-se como um fator determinante para a formação de crenças de autoeficácia positivas e fortes, o que está de acordo com os estudos de Tschannen-Moran, Woolfolk Hoy e Hoy (1998); Mulholland e Wallace (2001); Tschannen-Moran e Woolfolk Hoy (2007).

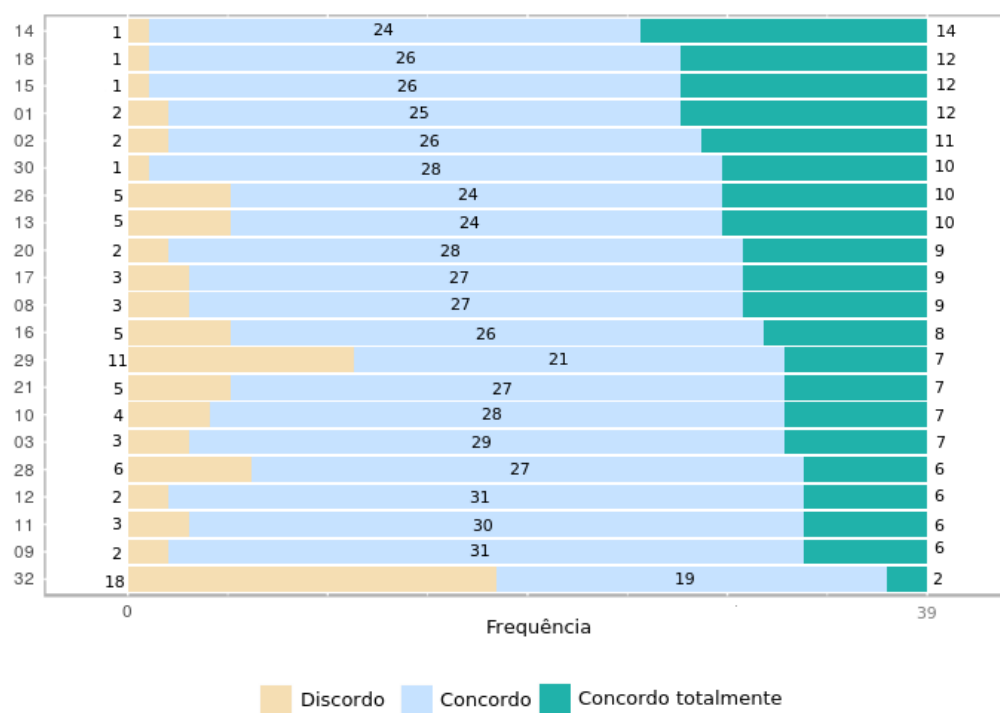
Crença de autoeficácia docente dos professores dos anos finais do ensino fundamental

O gráfico 5 apresenta o agrupamento das respostas dos professores para os itens 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21 e 26. Esses correspondem, respectivamente, às seguintes afirmações: (1) “Estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (2) “estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (3) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos”, (8) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer e expressar por meio da linguagem materna (língua portuguesa) regularidades em

sequências numéricas”, (9) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade de sequências numéricas”, (10) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer uma relação entre os termos de uma sequência pictórica repetitiva do tipo $\square \mid \square \mid \square \mid \square \mid \square$ e expressar essa relação em linguagem materna e algébrica”, (11) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \dots$ e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.)”, (12) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade em sequências pictóricas crescentes do tipo $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \dots$ ”, (13) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema diversos”, (14) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de perímetro”, (15) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de área”, (16) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos”, (17) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos”, (18) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões de expressões algébricas”, (20) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de situações-problema que envolvam a proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações”, (21) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de expressar algebricamente e resolver problemas que envolvam sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas” e (26) “Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de representar a proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio da noção de funções do primeiro grau”.

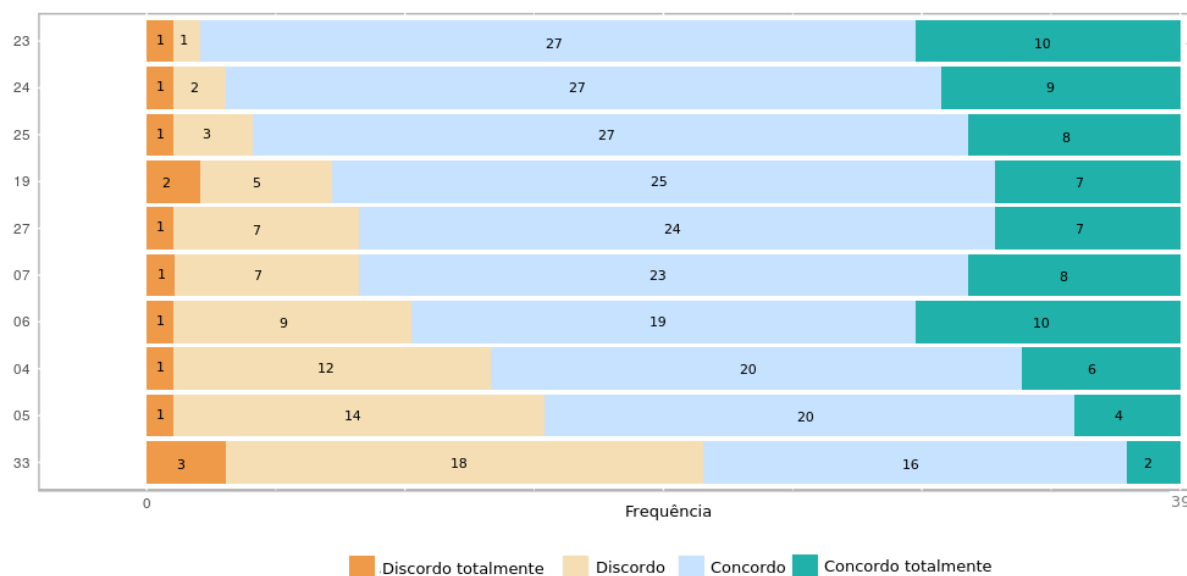
A maioria dos professores demonstrou alta percepção de suas capacidades na realização das tarefas descritas nos itens agrupados no gráfico 5. Em todos os itens, mais da metade dos professores assinalou “concordo” e pelo menos 05 professores “concordam totalmente” com as afirmações. O maior número de respondentes que assinalou “discordo” ocorreu nos itens 10, 13, 16, 21, e 26. Os professores demonstraram menor segurança nos itens que envolvem a capacidade utilizar a linguagem algébrica simbólico-formal.

Gráfico 5 - Manifestação dos professores dos anos finais em relação às afirmações dos itens 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21 e 26 da escala de autoeficácia



No gráfico 6, apresentamos o agrupamento dos itens 4, 5, 6, 7, 19, 23, 24 e 25, descritos a seguir: (4) “Estou seguro(a) em desenvolver todas as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Caderno do Professor e Aluno) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (5) “estou seguro(a) em adequar para todos os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para a aprendizagem de conceitos algébricos”, (6) “estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (7) “estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos”, (19) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos”, (23) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do segundo grau”, (24) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de realizar operações simples com monômios e polinômios” e (25) “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a noção de função como relação de interdependência entre grandezas”.

Gráfico 6 - Manifestação dos professores dos anos finais em relação às afirmações dos itens 4, 5, 6, 7, 19, 23, 24 e 25 da escala de autoeficácia



Em todos os itens agrupados no gráfico 6, pelo menos um professor assinalou “discordo totalmente”, “discordo”, “concordo” e “concordo totalmente”. Para os itens 4 e 5, a percepção de segurança é menor, ou seja, o número de docentes que discordou totalmente ou discordou foi maior. Isso indica que pouco mais de um terço da amostra demonstra pouca confiança em utilizar os materiais de apoio disponibilizados pela SEE-SP e/ou adequar esses materiais para o desenvolvimento de conceitos algébricos. Os professores também demonstraram insegurança em utilizar materiais manipuláveis e as TIC para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No item 22, “estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do primeiro grau”, nenhum professor assinalou “discordo totalmente” ou “discordo”.

Analogamente à análise realizada com a amostra de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, apresentaremos a seguir, nos quadros 12, 13, 14 e 15, uma análise sucinta do sentimento de segurança dos professores em cada ação pedagógica descrita nos itens da escala de autoeficácia. Reiteramos que a análise pode auxiliar na compreensão de fatores que influenciam nas crenças de autoeficácia dos professores. Mesmo que em nosso trabalho o foco esteja em estudar as crenças de autoeficácia dos professores a partir da totalidade de itens que compõem a escala, conhecer o sentimento de segurança manifestado em cada ação nos

auxiliou no objetivo principal deste trabalho, além de fornecer subsídios para trabalhos voltados à formação de professores, entre outros.

O quadro 12 apresenta o sentimento de segurança manifestado pelos professores dos anos finais quanto aos itens 01, 02, 04, 05, 06 e 07 da escala de autoeficácia docente correspondente ao nível de ensino.

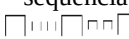
Quadro 12 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 01, 02, 04, 05, 06 e 07)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
01	Planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	No item 01 que envolve a ação de planejar aulas ou atividades pedagógicas, dois professores assinalaram “discordo”, 25 professores assinalaram a opção “concordo” e 12 assinalaram a opção “concordo totalmente”.
02	Executar atividades pedagógicas que visam à aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Os professores demonstraram um grau de segurança próximo ao do item anterior, dois professores assinalaram “discordo”, 26 professores assinalaram a opção “concordo” e 11 assinalaram a opção “concordo totalmente”.
04	Desenvolver todas as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Caderno do Professor e Aluno) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Na ação de desenvolver todas as atividades propostas nos materiais da SEE-SP os professores da amostra demonstraram uma menor segurança. Um professor assinalou “discordo totalmente” e 12 assinalaram “discordo”, ou seja, um terço dos professores sentiram-se menos seguros na ação descrita no item.
05	Adequar para todos os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para a aprendizagem de conceitos algébricos.	Coerentemente com o item anterior, na ação descrita no item 05, mais de um terço dos professores demonstraram pouca segurança. Um professor assinalou “discordo totalmente” e 14 assinalaram “discordo”.
06	Utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.	Um professor assinalou “discordo totalmente”, nove assinalaram “discordo”, 19 assinalaram “concordo” e 10 assinalaram “concordo totalmente”.
07	Utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos.	Os professores manifestaram mais segurança em utilizar as TIC do que materiais manipuláveis, entretanto, na ação descrita no item 07, um menor número de professores assinalou “concordo totalmente”. Um professor assinalou “discordo totalmente”, sete assinalaram “discordo”, 23 assinalaram “concordo” e oito assinalaram “concordo totalmente”.

Fonte: Autor.

O quadro 13 apresenta uma análise do sentimento de segurança dos professores dos anos finais do ensino fundamental quanto as ações descritas nos itens de 03 e de 08 a 13.

Quadro 13 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens 03 e de 08 a 13)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
03	Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.	Nesta ação, em relação aos itens anteriores, houve aumento no número de professores que assinalaram “discordo” e menos professores assinalaram “concordo totalmente”. Três assinalaram “discordo”, 29 assinalaram “concordo” e sete assinalaram “concordo totalmente”.
08	Desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer e expressar por meio da linguagem materna (língua portuguesa) regularidades em sequências numéricas.	Nenhum professor da amostra assinalou “discordo totalmente”. Apenas três professores assinalaram “discordo”, 27 assinalaram “concordo” e nove assinalaram “concordo totalmente”, ou seja, há um sentimento forte e positivo de segurança.
09	Desenvolver nos alunos a linguagem algébrica para expressar a regularidade de sequências numéricas.	Em relação ao item anterior, o presente item representa uma capacidade superior do pensamento algébrico pois envolve o domínio da linguagem algébrica. Nesse menos professores assinalaram “discordo” (apenas dois), entretanto, mais professores assinalaram “concordo” (31 professores) e menos professores assinalaram “concordo totalmente” (apenas seis professores).
10	Desenvolver a capacidade de reconhecer uma relação entre os termos de uma sequência pictórica repetitiva do tipo  e expressar essa relação em linguagem materna e algébrica.	O sentimento de segurança dos professores nessa ação, que envolve sequências pictóricas repetitivas, foi menor do que o expresso nos itens 08 e 09. Quatro professores assinalaram “discordo”, 28 assinalaram “concordo” e sete assinalaram “concordo totalmente”.
11	Desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc).	Os professores da amostra demonstraram segurança para a ação de desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer e expressar regularidades. No item 11 três professores assinalaram “discordo”, 30 assinalaram “concordo” e seis assinalaram “concordo totalmente”.
12	Desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade em sequências pictóricas crescentes do tipo 	Os professores também demonstraram um sentimento de segurança para desenvolver nos alunos a capacidade de utilizar a linguagem algébrica para representar sequências pictóricas. Somente dois professores assinalaram “discordo”, 31 assinalaram “concordo” e seis professores assinalaram “concordo totalmente”.
13	Desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema diversos.	Os professores demonstraram um sentimento de segurança equivalente aos itens de 08 a 12. Cinco professores assinalaram “discordo”, 24 assinalaram “concordo” e 10 assinalaram “concordo totalmente”.

Fonte: Autor.

O quadro 14 apresenta uma breve análise do sentimento de segurança dos professores da amostra nos itens de 14 a 19 da escala de autoeficácia.

Quadro 14 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 14 a 19)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
14	Desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de perímetro.	Este foi item em que os professores manifestaram mais fortemente o sentimento de segurança. Um professor assinalou “discordo”, 24 assinalaram “concordo” e 14 assinalaram “concordo totalmente”.
15	Desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de área.	Este item também tem relação com o uso da linguagem algébrica e os professores demonstraram um sentimento de segurança semelhante ao do item anterior. Um professor assinalou “discordo”, 26 professores assinalaram “concordo” e 12 professores assinalaram “concordo totalmente”.
16	Desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos.	Quanto ao conceito de variável, os professores manifestaram segurança em desenvolvê-lo nos alunos. Cinco professores assinalaram “discordo”, 26 assinalaram “concordo” e oito assinalaram “concordo totalmente”.
17	Desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos.	Em relação ao item anterior, os professores manifestaram maior segurança em trabalhar com o conceito de incógnita. Três professores assinalaram “discordo”, 27 assinalaram “concordo” e nove assinalaram “concordo totalmente”.
18	Desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões de expressões algébricas.	Se compararmos com os itens anteriores, os professores demonstraram uma maior segurança em trabalhar com o conceito de equivalência do que com os conceitos de variável e incógnita. Somente um professor assinalou “discordo”, 26 professores assinalaram “concordo” e 12 professores assinalaram “concordo totalmente”.
19	Desenvolver nos alunos a compreensão de fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos.	Este item, que contempla o uso da fatoração algébrica para resolver equações ou problemas em diferentes contextos, foi um dos que os professores manifestaram menor segurança. Dois professores assinalaram “discordo totalmente”, cinco assinalaram “discordo”, 25 assinalaram “concordo” e sete assinalaram “concordo totalmente”.

Fonte: Autor.

O quadro 15 apresenta uma breve análise do sentimento de segurança dos professores da amostra nos itens de 20 a 26 da escala de autoeficácia.

Quadro 15 - Sentimento de segurança dos professores dos anos finais para a realização das atividades descritas na escala de autoeficácia (itens de 20 a 26)

Item da Escala	Ação	Sentimento de segurança manifestado
20	Desenvolver nos alunos a compreensão de situações-problema que envolvam a proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.	No item 20 que trata do trabalho com proporcionalidade, dois professores assinalaram “discordo” com a afirmação “Estou seguro(a)...”, 28 professores assinalaram “concordo” e nove professores assinalaram “concordam totalmente”.
21	Desenvolver nos alunos a capacidade de expressar algebricamente e resolver problemas que envolvam sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.	Em relação ao item anterior, o sentimento de segurança no trabalho com problemas envolvendo sistemas lineares foi menor. Cinco professores assinalaram “discordo”, 27 assinalaram “concordo” e sete assinalaram “concordo totalmente”.
22	Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do primeiro grau.	No trabalho com equações do primeiro grau os professores demonstraram um sentimento de segurança totalmente positivo, ou seja, nenhum professor assinalou “discordo” ou “discordo totalmente”. Vinte e sete professores assinalaram “concordo” e 12 assinalaram “concordo totalmente”.
23	Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do segundo grau.	Em relação ao item anterior, o grau de segurança dos professores foi menor no trabalho com equações do segundo grau. Um professor assinalou “discordo totalmente”, um professor assinalou “discordo”, 27 professores assinalaram “concordo” e 10 assinalaram “concordo totalmente”.
24	Desenvolver nos alunos a capacidade de realizar operações simples com monômios e polinômios.	No trabalho com monômios e polinômios, menos professores sentiram-se seguros. Um professor assinalou “discordo totalmente”, dois professores assinalaram “discordo”, 27 assinalaram “concordo” e nove assinalaram “concordo totalmente”.
25	Desenvolver nos alunos a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.	No trabalho com função um número maior de professores manifestou sentimento negativo de segurança. Um professor assinalou “discordo totalmente”, três professores assinalaram “discordo”, 27 professores assinalaram “concordo” e oito professores assinalaram “concordo totalmente”.
26	Desenvolver nos alunos a capacidade de representar a proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio da noção de funções do primeiro grau.	Em comparação com o item anterior que envolve o trabalho com funções, de maneira geral, os professores manifestaram maior segurança no trabalho com funções do primeiro grau. Cinco professores assinalaram “discordo”, 24 professores assinalaram “concordo” e 10 professores assinalaram “concordo totalmente”.

Fonte: Autor.

O quadro 12 é composto por itens que representam de “práticas de ensino”, ou seja, descrevem ações ligadas ao ensino. Os quadros 13, 14 e 15 são compostos por itens que

representam “objetivos de aprendizagem” que, como esclarecemos anteriormente, são definidos por capacidades que se pretende desenvolver nos alunos. Também adotaremos para as alternativas em cada item da escala, como realizado anteriormente na análise dos resultados da amostra dos anos iniciais, os valores de 01 ponto para o “discordo totalmente”, 02 pontos para o “discordo”, 03 para o “concordo” e 04 para o “concordo totalmente”. Dessa maneira, cada item da escala pode alcançar uma pontuação mínima de 39 (todos os professores da amostra assinalando “discordo totalmente”) e uma pontuação máxima de 156 pontos (todos os professores da amostra assinalando “concordo totalmente”). A pontuação mínima obtida foi 115 e a máxima 130 (Quadro 16).

Quadro 16 - Agrupamento dos itens da escala dos anos finais por pontuação

Pontuação	Itens	
105	05	Ensino
109	04	Ensino
115	19	Aprendizagem
116	06, 07	Ensino
119	21	Aprendizagem
120	10, 11, 16, 25	Aprendizagem
121	03, 09, 12	Ensino e Aprendizagem
122	13, 24, 26	Aprendizagem
123	08, 17	Aprendizagem
124	20, 23	Aprendizagem
126	02	Ensino
127	01	Ensino
128	15, 18	Aprendizagem
129	22	Aprendizagem
130	14	Aprendizagem

Fonte: Autor.

Diferentemente da amostra dos anos iniciais, os professores dos anos finais demonstraram menor sentimento de segurança em itens relacionados à prática docente e maior segurança em itens relacionados a objetivos de aprendizagem. Os dois itens com menor pontuação foram o 05 e 04. O item 05 (105 pontos) trata da adequação de atividades e materiais disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e o item 04 (109 pontos) que trata do desenvolvimento das atividades propostas nos materiais de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (caderno do aluno e caderno do professor). Já, os dois itens com maior pontuação foram o 22 e 14. O item 22 trata da capacidade dos alunos em resolver equações do primeiro grau e o item 14 trata da capacidade dos alunos de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de perímetro.

A escala de autoeficácia docente de professores dos anos finais do ensino fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, elaborada para a realização da

pesquisa que norteia o presente trabalho, é uma medida que vai de 26 pontos – obtidos quando em todos os itens é assinalada a opção *discordo totalmente* – até 104 pontos, que são alcançados quando em todos os itens da escala é assinalada a opção *concordo totalmente*. O ponto médio da escala está em 65 pontos. Um professor que obtenha valor acima de 65 pontos terá sua crença de autoeficácia avaliada como positiva. Caso o valor seja menor ou igual a 65 pontos a sua crença será avaliada como negativa.

A tabela 13 apresenta o escore total dos professores dos anos finais em relação à escala de autoeficácia.

Tabela 13: Medidas de resumo do escore total dos professores dos anos finais e classificação sobre as crenças de autoeficácia docente

Anos Finais	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	Crença	
						Negativa	Positiva
	61	80,79	78	103	10,89	2	37

Fonte: Autor

Na amostra, o valor mínimo obtido na escala foi 61 pontos e valor máximo foi de 103 pontos. Do total de professores, dois apresentaram uma crença de autoeficácia negativa com valores de 61 e 65 pontos na escala.

A média de pontos obtidos pela amostra foi de aproximadamente 81 pontos. Apesar de os professores apresentarem, de maneira geral, uma crença positiva, o valor médio obtido está mais próximo ao ponto médio da escala do que ao ponto máximo, ou seja, apesar de positivas, as crenças não são fortes. Se dividirmos o sentido positivo da escala em três intervalos ([65, 78]; [78, 91]; [91, 104]) para uma classificação sentido positivo fraco, sentido positivo médio e sentido positivo forte, 22 professores apresentaram valores do primeiro intervalo, 11 professores no segundo intervalo e 06 professores no terceiro intervalo. Portanto, apesar de positivas, mais da metade dos professores demonstram fracas crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes do ensino fundamental anos finais.

Assim como na análise de crenças dos professores dos anos iniciais, utilizamos os testes de Wilcoxon e Kruskal-Wallis para verificar quais variáveis influenciaram nas crenças de autoeficácia docente dos professores dos anos finais do ensino fundamental. Consideramos as variáveis: idade, tempo de magistério, formação inicial, pós-graduação, gênero, concepções de álgebra, persuasão social, autoconceito, formação continuada, materiais fornecidos pela SEE-SP e interesse dos alunos.

Na amostra analisada, obtivemos uma relação significativa entre as *crenças de autoeficácia dos professores de Matemática para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos* e o *autoconceito*. Conforme apresentado na tabela 14, o P-valor foi de $0,001034 < 0,05$.

Tabela 14: Medidas de resumo do escore total da crença dos professores dos anos finais e do autoconceito e p-valor do teste de Kruskal-Wallis

Autoconceito	Frequência	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	P-valor
Discordo	1	65	65	65	65		0,001034
Concordo	28	61	77,64	77	102	8,78	
Concordo totalmente	10	76	91,2	91	103	9,51	

Fonte: Autor.

Conforme discutido no capítulo 2, o autoconceito é um constructo mental fundamentado em um julgamento das competências gerais do indivíduo a partir de suas experiências em determinados domínios de realização. As crenças de autoeficácia diferem do autoconceito por ser um julgamento sobre a confiança para se realizar tarefas específicas e está orientada para o futuro, dando origem a expectativas. A relação significativa entre autoconceito e as crenças de autoeficácia nos permite inferir que as experiências como docente, decorrentes das práticas e escolhas pedagógicas, influenciam na confiança/segurança na realização de tarefas voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Na relação estabelecida, um autoconceito negativo contribui para que crenças de autoeficácia sejam fracas e até negativas. Um autoconceito positivo contribui para que as crenças de autoeficácia sejam positivas e fortes.

Para as demais variáveis não encontramos uma relação significativa⁵¹ por meio dos testes de associação, ou seja, o P-valores obtidos ficaram superiores a 0,05. Isso não significa que não possa haver uma relação entre essas variáveis e as crenças de autoeficácia. Estatisticamente, a amostra pode ter sido insuficiente para a verificação. Entretanto, qualitativamente, podemos fazer algumas inferências que nos permitam relacionar as variáveis às crenças de autoeficácia.

A variável formação inicial, por meio do teste de Wilcoxon, obteve um P-valor de 0,056 (tabela 15), muito próximo a uma relação significativa com as crenças de autoeficácia.

⁵¹ Relação significativa é uma relação obtida por testes de associação como os utilizados no presente trabalho. Quando se obtém um p-valor adequado, permite-se afirmar que há uma relação significativa entre duas variáveis.

Tabela 15: Medidas de resumo do escore total da crença dos professores dos anos finais, formação inicial e p-valor do teste de Wilcoxon

Formação inicial	Frequência	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio padrão	P-valor
Licenciatura em Matemática	37	61	81,51	78,00	103	10,72	0,056
Outros	2	67	67,50	67,50	68	0,71	

Fonte: Autor

Os professores com formação inicial no curso Licenciatura em Matemática obtiveram um valor médio na escala de autoeficácia muito superior aos professores com uma formação em outros cursos, demonstrando uma relação entre “formação inicial” e “crenças de autoeficácia”. Em relação à pós-graduação, o grupo de professores que tem alguma modalidade obteve a média de 83 pontos na escala e o grupo de professores sem pós-graduação obteve a média de 78,47 pontos. Quanto à persuasão social, o grupo de professores que afirma receber algum tipo de reconhecimento, seja dos gestores de escola, alunos ou pais, obteve uma média de pontos maior do que o grupo que afirma não ser reconhecido por terceiros. Para o primeiro grupo, a média foi de 81,28 e a do segundo grupo foi de 78,57. Em relação aos materiais fornecidos pela SEE-SP, o grupo de professores que concorda totalmente que esses materiais são adequados para o desenvolvimento do pensamento algébrico obteve uma pontuação média de 97 pontos, enquanto que, o grupo de professores que apenas concorda obteve uma média de 80,26 pontos e o grupo que discorda obteve 79,56.

O grupo de professores que tem uma percepção positiva do interesse dos alunos na realização das algébricas e nos estudos de Matemática de maneira geral obteve uma média de 85,07 pontos na escala contra 78,125 pontos que é média do grupo de professores que tem uma percepção negativa sobre o interesse dos alunos. Mesmo que não comprovada estatisticamente a relação significativa entre essas variáveis e as crenças de autoeficácia, podemos inferir que há uma relação e que, em uma amostra com um número maior de participantes, essas relações podem ser comprovadas por meio dos testes de associação. Para as demais variáveis (idade, tempo de magistério, gênero e formação continuada) não constatamos a relação com as crenças de autoeficácia.

As variáveis que apresentaram relação com as crenças de autoeficácia dos professores dos anos iniciais foram: idade, concepções de álgebra e autoconceito. Para as crenças de autoeficácia dos professores dos anos finais encontramos uma relação com as seguintes variáveis: formação inicial, pós-graduação, persuasão social, autoconceito, materiais fornecidos pela SEE-SP e interesse dos alunos. O autoconceito foi um fator comum nos dois níveis de ensino, mas, em uma amostra com maior representatividade, pode não ser o único.

Mesmo com escalas diferentes para a mensuração e análise das crenças de autoeficácia docente de professores dos anos iniciais e dos anos finais do ensino fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, é possível afirmar, a partir da observação das pontuações médias obtidas, que, proporcionalmente, os professores dos anos finais apresentaram uma crença mais forte do que a dos professores dos anos iniciais. A análise das variáveis aqui realizadas não nos permite justificar as diferenças entre as crenças nos dois níveis de ensino, porém, como o autoconceito foi um fator comum e como este constructo está relacionado a uma percepção de si a partir de experiências, é possível inferir que há uma relação direta das crenças de autoeficácia docente e as experiências diretas de ensino no campo da Álgebra. Os professores dos anos finais, considerando o próprio contexto curricular, possuem mais vivências no ensino da Álgebra.

De maneira geral, as crenças nas duas amostras foram positivas, porém não são tão robustas ou fortes. É importante considerar que as crenças de autoeficácia estão continuamente em formação e revisão por meio das quatro fontes de informação: experiências diretas, experiências vicárias, persuasão social e estados físicos e emocionais (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006). Mesmos que essas crenças se apresentem diferentes nos dois níveis de ensino, fortes ou fracas, elas podem ser modificadas a partir de revisões com base nas quatro fontes de informação citadas. Conhecer os resultados apresentados nesta pesquisa ou de outras relacionadas às crenças de autoeficácia docente são,

[...] particularmente, importantes, pois podem guiar o planejamento, orientação e acompanhamento dos formadores e gestores na direção da construção e da manutenção de uma elevada auto-eficácia do professor que, por sua vez, será medidor de um ambiente de aprendizagem, promotor de altas crenças de auto-eficácia dos estudantes em seus processos de aprendizagem. (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006, p.153).

A partir desse entendimento, conhecer os fatores que influenciam as crenças de autoeficácia é necessário para um fortalecimento delas. Particularmente, em relação às crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, os fatores mais relevantes para ações de formação continuada de professores são as concepções sobre álgebra, o uso de materiais didáticos-pedagógicos e a percepção do interesse dos alunos. Conforme discutido, as crenças podem ser fortalecidas por meio de experiências e feedbacks positivos e, dessa maneira, as ações de formação continuada devem considerar esses elementos. No contexto de formação e nas práticas cotidianas “o professor deve se perceber, de fato, como tendo papel central nas tomadas de decisões e escolhas a

respeito das metas educacionais” (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006, p. 157 apud ENDERLIN-LAMPE, 2002).

Não há trabalhos na literatura acadêmica que possam corroborar ou contrapor os resultados obtidos na presente pesquisa que tratou especificamente das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental, porém, a metodologia e as análises realizadas estão de acordo com as pesquisas no mesmo âmbito de estudo da autoeficácia, como as já citadas: Zambon, De Souza e De Rose (2012); Serpa (2012); Machado (2013); Souza (2013); Casanova (2013); Alvarenga (2014); Guerreiro-Casanova (2014); Azzi, Guerreiro-Casanova e Dantas (2014); Machado (2014); Masotti (2014); Vignoli (2014); Brito e Souza (2015); Oliveira (2015); Rodrigues (2015); Schmid (2015); Souza e Porciúncula (2015); Mansão (2016); Souza e Porciúncula (2016); Vilela e Rossi (2016); Pinheiro e Pirola (2017).

Validade e confiabilidade das escalas

As escalas utilizadas no presente trabalho de pesquisa são inéditas e, por conseguinte, uma análise da confiabilidade e validade dessas se fez necessária para se garantir, primeiro, resultados consistentes e, segundo, que as escalas estivessem medindo o que se esperava. Todos os resultados deste trabalho foram obtidos com auxílio *software R* versão 3.4.3.

Para medir a confiabilidade interna das duas escalas utilizadas na pesquisa, utilizamos o coeficiente de *Alpha de Cronbach*⁵². Uma escala é confiável para um valor acima de 0,7. O alpha de Cronbach obtido para a escala de autoeficácia dos anos iniciais foi de 0,9674 e para a escala de autoeficácia dos anos finais foi de 0,9629, ou seja, as duas escalas apresentam uma boa consistência, logo, são confiáveis para se medir as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico, significando que, em contextos similares, se aplicadas, fornecerão resultados consistentes.

A validade tem relação com a adequação do instrumento para se medir o que se espera. Para verificar a validade das duas escalas recorreremos à *Análise Fatorial*⁵³ que é uma técnica que visa a correlacionar as variáveis de uma escala por meio de fatores. Em outras palavras, pela análise fatorial busca-se a redução do número de variáveis em um número

⁵² Ver em <<http://seer.ufrgs.br/index.php/ProdutoProducao/article/viewFile/9321/8252>>, acessado em 05 de março de 2018.

⁵³ Ver em <<http://www.scielo.br/pdf/op/v16n1/a07v16n1.pdf>>, acessado em 07 de março de 2018.

menor de variáveis subjacentes, não observáveis, chamadas de fatores que correlacionam as variáveis iniciais e reduzem a complexidade da estrutura da escala a uma mais simples.

Para a escala dos anos iniciais, não foi possível realizar a análise fatorial, pois o número de respondentes foi menor do que o número de itens da escala, o que não é recomendado para um processo de validação.

Para a escala dos anos finais, primeiro, calculamos o teste de Bartlett para verificar se o conjunto das correlações na matriz eram diferentes de zero, procedimento necessário para se realizar a análise de componentes principais. No citado teste, obtivemos um P-valor de 0,0063 inferior ao nível de significância de 0,05, evidenciando, dessa forma, que existem correlações entre as variáveis. Adicionalmente, obtivemos um valor de 0,63 para a medida de adequabilidade KMO (Kaiser-Meyer-Olkin). Esse procedimento compara as correlações simples com correlações parciais que, segundo Pereira (1999), para valores acima de 0,6, é possível a realização da análise fatorial.

Para a análise fatorial, adotamos o critério de decisão de Guttman-Kaiser, em que os fatores são definidos pelos autovalores maiores do que 1 (tabela 17). Na análise, constatamos 05 fatores. Para obter uma estrutura simples de interpretação utilizamos a rotação varimax, que maximiza as saturações mais elevadas e minimiza as mais baixas. As cargas fatoriais mais distantes de zero representam a maior contribuição de cada variável para a formação do fator.

Na tabela 16, apresentamos as cargas fatoriais dos 05 fatores e a comunalidade, que é a proporção da variação de cada variável explicada pelos fatores.

Tabela 16: Cargas fatoriais para composição dos fatores

Item da Escala	Fator 1	Fator 2	Fator 3	Fator 4	Fator 5	Comunalidade
1	0,2547	0,2038	-0,7818	0,1477	-0,2171	0,7865
2	0,1144	0,3091	-0,8132	0,3307	-0,1408	0,8991
3	0,1962	0,1472	-0,8123	0,0516	-0,1259	0,7386
4	0,1514	0,1606	-0,0634	0,8772	-0,0349	0,8234
5	-0,0748	0,2090	-0,3722	0,6815	-0,1623	0,6786
6	0,1667	0,1947	-0,4459	0,1739	-0,7039	0,7902
7	0,3068	0,2859	-0,0938	0,1284	-0,8278	0,8864
8	0,5583	0,3478	-0,2339	-0,0752	-0,4019	0,6545
9	0,8721	0,2129	-0,2114	0,0710	-0,1495	0,8781
10	0,5989	0,2020	-0,6828	0,0230	-0,0014	0,8662
11	0,8561	-0,0236	-0,2842	0,0512	-0,1828	0,8502
12	0,8916	0,0185	-0,2799	-0,0110	-0,1632	0,9004
13	0,0617	0,7779	-0,4265	0,1948	-0,1994	0,8685
14	0,5607	0,2882	-0,3156	0,4432	-0,2839	0,7741

15	0,5825	0,4078	-0,1634	0,4434	-0,1926	0,7660
16	0,3312	0,7622	-0,3948	0,1448	-0,1141	0,8805
17	0,5255	0,6048	-0,1400	0,1533	-0,3046	0,7778
18	0,5205	0,3282	-0,1828	0,3572	-0,2960	0,6273
19	0,1197	0,7546	-0,5008	0,1158	0,0109	0,8481
20	0,3018	0,8143	-0,1164	0,1979	-0,2899	0,8910
21	0,3829	0,6449	-0,0784	0,2475	-0,4000	0,7899
22	0,4866	0,4840	-0,2293	0,2822	-0,2432	0,6623
23	0,8441	0,3382	-0,0811	0,1096	-0,0638	0,8495
24	0,8243	0,3713	-0,0473	0,1049	-0,0926	0,8391
25	0,6893	0,5423	0,0170	0,2383	-0,0907	0,8345
26	0,5425	0,5879	-0,0269	0,5082	-0,1252	0,9146

Fonte: Autor.

Conforme expresso na tabela 16, o *fator 1*, por exemplo, é explicado pelos itens 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 18, 22, 23, 24 e 25. Esses itens envolvem as capacidades de uso da linguagem algébrica para representar sequências ou problemas e de suas operações em expressões algébricas, equações e funções. O *fator 4* correlaciona as variáveis “implementação dos materiais oferecidos pela SEE-SP” e “adequação dos materiais oferecidos pela SEE-SP” para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Tabela 17: Apresentação dos fatores, autovalores e variância.

Fatores	Autovalor	% da variância	% acumulada da variância
Fator 1	14,3217	55,080	55,080
Fator 2	2,6047	10,020	65,100
Fator 3	1,8941	7,285	72,385
Fator 4	1,2041	4,631	77,016
Fator 5	1,0514	4,044	81,060
Fator 6	0,9232	3,551	84,611
Fator 7	0,6564	2,524	87,135
Fator 8	0,6045	2,325	89,460
Fator 9	0,5247	2,018	91,478
Fator 10	0,4559	1,754	93,232
Fator 11	0,3849	1,480	94,710
Fator 12	0,2509	0,965	95,677
Fator 13	0,2372	0,912	96,590
Fator 14	0,2188	0,842	97,431
Fator 15	0,1507	0,580	98,010
Fator 16	0,1405	0,540	98,550
Fator 17	0,1039	0,400	98,950
Fator 18	0,0927	0,357	99,307
Fator 19	0,0499	0,192	99,500

Fator 20	0,0450	0,173	99,672
Fator 21	0,0294	0,113	99,786
Fator 22	0,0238	0,092	99,877
Fator 23	0,0171	0,066	99,943
Fator 24	0,0082	0,031	99,975
Fator 25	0,0058	0,022	99,997
Fator 26	0,0008	0,003	100,000

Fonte: Autor.

A tabela 17 apresenta os fatores, os autovalores e percentuais de variância. Por meio dos dados apresentados, é possível afirmar que os itens da escala de autoeficácia dos professores dos anos finais do ensino fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos podem ser agrupados em cinco fatores e que esses fatores explicam, aproximadamente, 81% da escala.

Em suma, a partir das análises de confiabilidade e validade, concluímos que tanto a escala dos anos iniciais quanto a dos anos finais tem bom grau de confiança, o que garante resultados consistentes em contextos semelhantes. Ademais, a escala dos anos finais está validada no sentido de ter a garantia de se medir o que se espera, ou seja, a crença de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

5. Considerações

O presente trabalho teve o objetivo de responder à principal questão: *Como se apresentam e quais fatores podem influenciar as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental?* Para respondê-la, realizamos uma pesquisa fundamentada na Teoria da Autoeficácia (BANDURA, 1986) e nos entendimentos do pensamento algébrico presentes na literatura acadêmica. As crenças de autoeficácia, assim como em outros trabalhos acadêmicos, são medidas por meio de escalas (BANDURA, 2006) compostas por itens que descrevem ações referentes ao foco do estudo. O foco deste trabalho foi o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental. Para tanto, elaboramos duas escalas, uma para os anos iniciais e outra para os anos finais do ensino fundamental, ambas para medir as crenças dos professores na tarefa de desenvolver o pensamento algébrico.

Na literatura acadêmica, não encontramos nenhum outro trabalho que trata, concomitantemente, das temáticas autoeficácia e desenvolvimento do pensamento algébrico e, com isso, atribuímos a este trabalho um caráter de ineditismo. Devido a isso, encontramos dois grandes desafios na realização da pesquisa. O primeiro foi a elaboração das escalas necessárias para se medir as crenças de autoeficácia. Foi preciso considerar, além dos elementos centrais do pensamento algébrico (generalização, equivalência e linguagem), algumas possibilidades de ensino e de materiais didático-pedagógicos para o ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Apesar disso, foi possível a elaboração das escalas que apresentaram boa confiabilidade e, ainda, no caso da escala para os anos finais do ensino fundamental, foi possível também a validação. O segundo desafio foi a coleta de dados da pesquisa. O formulário de pesquisa contava com um número considerável de itens e, mesmo com a possibilidade de participar por meio eletrônico, não conseguimos alcançar o número de participantes que consideramos ideal: pelo menos 250 professores dos anos finais e 100 professores dos anos iniciais. A maior dificuldade foi ter a participação dos professores dos anos iniciais já que, na rede pública do Estado de São Paulo, são poucas as diretorias de ensino do interior paulista que contam com escolas estaduais com turmas dos anos iniciais devido aos processos de municipalização. Na amostra de conveniência, somente a Diretoria de Ensino de Ourinhos contava com professores dos anos iniciais da rede pública paulista.

Considerando as questões norteadoras e os objetivos propostos, verificamos que as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental são positivas, entretanto, essas crenças não são fortes. Com isso, os

professores demonstraram estar mais facilmente suscetíveis a obstáculos educacionais na tarefa de desenvolver o pensamento algébrico nos alunos e, também, suscetíveis a dificuldades decorrentes dos processos de ensino e de aprendizagem de álgebra (PAJARES; OLAZ, 2008). Potencialmente, este estudo pode dar uma nova perspectiva para formação docente, inicial e continuada, em especial para o ensino de álgebra, em que se considerem aspectos além dos cognitivos. Outros “estudos têm confirmado a associação entre a crença de auto-eficácia do professor e importantes resultados educacionais” (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006, p.154). No estado de São Paulo, os resultados apresentados pelo SARESP indicam dificuldades de professores e alunos, ao longo dos últimos anos, no desenvolvimento de habilidades relacionadas à Álgebra. Apesar de não realizarmos uma análise direta entre resultados do SARESP e crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico, é fato que os resultados estão ligados às dificuldades de ensino que, por sua vez, não estão somente em aspectos cognitivos, mas também em fatores afetivos, emocionais e motivacionais, dentre eles, as crenças de autoeficácia. Conforme Azzi, Polydoro e Bzuneck (2006, p.155 apud TSCHANNEN-MORAN; WOOLFOLK HOY, 2001, p.803) “se os efeitos da auto-eficácia sobre suas capacidades forem tomados mais seriamente, é possível provocar mudanças significativas em como os professores são formados e acompanhados em sua profissão”. Para tanto, é imprescindível conhecer as crenças dos professores, não só de maneira geral, mas também, especificamente, nas tarefas de ensino de Álgebra, Aritmética, Geometria, Tratamento da Informação e, ainda, em diferentes contextos, por exemplo, anos finais do ensino fundamental, ensino médio e ensino superior.

O conhecimento e as concepções de álgebra, bem como as capacidades inerentes à profissão docentes são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, entretanto, como exposto sobre a Teoria da Autoeficácia, não se trata de ter ou não tais capacidades, mas sim, do julgamento que se faz sobre essas capacidades. Se, por exemplo, a persuasão social é uma fonte que influencia esse julgamento, ela deve estar presente tanto nas formações quanto no cotidiano escolar. Em particular, a persuasão social, uma das fontes de informação para a formação das crenças, neste trabalho foi considerada apenas pela percepção dos professores sobre o reconhecimento dos gestores, alunos, pais e seus próprios pares o que reconhecemos como uma limitação do presente estudo. Outras formas de feedback poderiam ter sido consideradas, dentre elas, os resultados de avaliações internas e externas.

Em termos de limitações, também podemos destacar o fato de não considerarmos neste trabalho os aspectos emocionais e fisiológicos decorrentes das condições do ambiente em que atuam esses professores. No formulário de pesquisa não há itens que tratam dos

sentimentos, estados emocionais e fisiológicos considerando-se a organização dos espaços físicos e as condições de trabalho.

Apesar de os professores terem demonstrado uma crença positiva para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do ensino fundamental, no contexto das escolas públicas paulistas, isso não significa que esses professores tenham o conhecimento e a capacidade para que seja desenvolvido aquele tipo de pensamento. Isso posto, este trabalho pode contribuir fornecendo um panorama das perspectivas algébricas relativas ao desenvolvimento do pensamento algébrico e das necessidades de formação voltadas à superação de uma educação algébrica baseada somente nos formalismos e operações simbólicas.

Conforme apresentamos, na amostra analisada, as crenças de autoeficácia docente dos professores dos anos iniciais foram mais baixas do que a dos professores dos anos finais do ensino fundamental para a tarefa de desenvolver o pensamento algébrico nos alunos. Mesmo que apenas o autoconceito tenha surgido como fator comum que influencia as crenças dos professores nos dois níveis de ensino, é possível que os fatores que influenciaram as crenças de professores de um nível também influenciem os professores do outro nível, o que pode ser comprovado em uma pesquisa com amostras maiores nos dois níveis de ensino. As concepções de álgebra podem influenciar as crenças na medida em que os professores julgam suas capacidades para realizar atividades diversas relacionadas à Álgebra. Na pesquisa conseguimos constatar apenas para os anos iniciais que há uma relação de concepções de álgebra e autoeficácia. Curiosamente, em nossa pesquisa, o tempo de magistério foi uma variável que não apresentou uma relação com as crenças de autoeficácia, diferentemente de outros trabalhos em que se constata uma relação entre essas variáveis (tempo de magistério e autoeficácia) (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006).

O sentimento de segurança expresso pelos professores nas duas amostras foi dicotômico. Os professores dos anos iniciais manifestaram maior segurança em ações relacionadas às suas “práticas de ensino” do que em “objetivos de aprendizagem”, ou seja, os professores acreditam que são mais capazes de “utilizar materiais manipuláveis”, por exemplo, do que desenvolver efetivamente nos alunos o “conceito de equivalência”. Por sua vez, os professores dos anos finais manifestaram maior segurança em atingir “objetivos de aprendizagem” do que em suas “práticas de ensino”, especialmente as que estão relacionadas

ao uso de materiais obrigatórios⁵⁴ como os cadernos do aluno e cadernos do professor que são oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação.

Os resultados e análises deste trabalho serão divulgados à rede pública do Estado de São Paulo, especialmente às diretorias de ensino parceiras. Para a rede pública pretendemos elaborar um resumo com os princípios teóricos/metodológicos e resultados a ser encaminhado aos órgãos centrais. Às diretorias de ensino parceiras, serão oferecidas reuniões de formação e/ou cursos que possam contribuir para a prática docente em atividades de educação algébrica.

Esperamos que o presente trabalho contribua para avanço nos estudos da Psicologia da Educação Matemática e amplie o rol de pesquisas que contribua para melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática escolar.

Por fim, concordamos com Azzi, Polydoro e Bzuneck (2006, p. 158) que é cada vez mais “relevante inserir na agenda de discussões e ações sobre a formação docente, inicial ou continuada, a promoção do desenvolvimento da auto-eficácia docente”.

⁵⁴ Obrigatórios não por força de lei, decreto ou resolução mas por força de cobranças realizadas por agentes da SEE/SP ou pelos seus órgãos regionais e superiores.

Referências bibliográficas

ARCAVI, Abraham. Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. **For the learning of Mathematics**, v. 14, n. 3, p. 24-35, 1994.

ALMEIDA, Diogo; SANTOS, MAR dos; COSTA, Antônio Fernando Branco. Aplicação do coeficiente alfa de Cronbach nos resultados de um questionário para avaliação de desempenho da saúde pública. **XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, v. 15, p. 1-12, 2010.

ALMEIDA, Jadilson Ramos; SANTOS, Marcelo Câmara. PENSAMENTO ALGÉBRICO: EM BUSCA DE UMA DEFINIÇÃO. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017.

AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely Aparecida Jorge. Auto-eficácia Proposta por Albert Bandura: Algumas discussões. In: AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely Aparecida Jorge (Orgs). **Auto-Eficácia em diferentes contextos**. Campinas: Editora Alínea, 2006, p. 9-23.

AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely Aparecida Jorge; BZUNECK, José Aloyseo. Considerações Sobre a Auto-Eficácia Docente. In: AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely Aparecida Jorge (Orgs). **Auto-Eficácia em diferentes contextos**. Campinas: Editora Alínea, 2006, p. 149-159.

BANDARRA, L. O sinal de igual—um estudo vertical. EIEM 2011-Ensino e Aprendizagem da álgebra. **Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática, MH Martinho, RAT Ferreira, I. Vale, JP Ponte,(eds)**, p. 305-322, 2011.

BANDURA, Albert. Guide for constructing self-efficacy scales. **Self-efficacy beliefs of adolescents**, v. 5, n. 307-337, 2006.

BANDURA, Albert. A evolução da teoria social cognitiva. In: BANDURA, Abert; AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely (Orgs). **Teoria Social Cognitiva: Conceitos Básicos**. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 15-41.

BANDURA, Albert. A teoria social cognitiva na perspectiva da agência. In: BANDURA, Abert; AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely (Orgs). **Teoria Social Cognitiva: Conceitos Básicos**. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 69-96.

BARROS, Marizeth; BATISTA-DOS-SANTOS, Ana Cristina. Por dentro da autoeficácia: um estudo sobre seus fundamentos teóricos, suas fontes e conceitos correlatos. **Revista Espaço Acadêmico**, v. 10, n. 112, p. 1-9, 2010.

BAUMGART, John K. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra**. Atual Editora, 1992.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for research in mathematics education**, p. 412-446, 2005.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. **As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual**, p. 23-37, 1995.

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL (País). Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação**. Brasília: MEC, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**, 2017. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf> acesso em: 23 de fevereiro de 2018.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de; SOUZA, Liliane Ferreira Neves Inglez de. Autoeficácia na solução de problemas matemáticos e variáveis relacionadas. **Temas em Psicologia**, v. 23, n. 1, p. 29-47, 2015.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. In: **Quadrante**, v. VXI, n. 2. Portugal, 2007.

CARRAHER, David W. et al. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics education**, p. 87-115, 2006.

CRESWELL, John W. Procedimentos de Métodos Mistos. _____. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e mistos**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, p. 211-229, 2007.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli. **Introdução Ao Estudo Da Aritmética E Da Álgebra No Ensino Fundamental**. 2015. 155 f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) - Universidade Regional De Blumenau, Blumenau, 2015.

CRUZ, Patrícia de Souza Ferreira da. **Pensamento Algébrico e os Significados do Sinal de Igualdade: O Uso da Oralidade e da Narrativa nas Aulas de Matemática**. 2006. 115 f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

COUTINHO, Clara Pereira. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO EM TECNOLOGIA EDUCATIVA EM PORTUGAL (1985-2000), 2006. Disponível em <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/6497/1/Clara%20Coutinho%20AFIRSE%202006.pdf>. Acesso em: 15 de novembro de 2017.

DA HORA, Henrique Rego Monteiro; MONTEIRO, Gina Torres Rego; ARICA, José. Confiabilidade em questionários para qualidade: um estudo com o Coeficiente Alfa de Cronbach. **Produto & Produção**, v. 11, n. 2, p. 85-103, 2010.

FERREIRA, Magno Luiz. **Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos**. 2009. 151f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) -

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, M. Conhecimento Matemático do Professor dos Anos Iniciais com Foco no Pensamento Algébrico: contribuições a partir de um curso de extensão. In: **Práticas de colaboração em contextos de formação com professores que ensinam matemática**. CIRÍACO, K. T.; RODRIGUES, Z. G. M. (orgs). Curitiba: CRV, 2016.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando LP; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. **Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor**, 2005.

GAMBOA, Sílvia Sanchez. Quantidade-qualidade: para além de um dualismo técnico e de uma dicotomia epistemológica. In: SANTOS FILHO, José Camilo; GAMBOA, Sílvia Sanchez (Org.). **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 1995.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. **Além da alfabetização fonológica, textual e material**. Tradução de Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1996.

GÜNTHER, Hartmut. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão. **Psicologia: teoria e pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 201-210, 2006.

IBRAHIM, Soraia Abud; DA SILVA, Máisa Gonçalves; RESENDE, Marilene Ribeiro. Análise das questões da Prova Brasil segundo as concepções algébricas de Usiskin. In: **Anais do Encontro de Pesquisa em Educação e Congresso Internacional de Trabalho Docente e Processos Educativos**. 2013. p. 146-159.

KAPUT, James Jim. A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?, 1995. Disponível em <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf>>. Acesso em: 30 de novembro de 2017.

KAPUT, James Jim. Teaching and Learning a New Algebra with Understanding, 2000. Disponível em <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf>>. Acesso em: 30 de novembro de 2017.

KIERAN, Carolyn. Concepts associated with the equality symbol. **Educational studies in Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 317-326, 1981.

KIERAN, Carolyn. The core of algebra: Reflections on its main activities. **The future of the teaching and learning of algebra the 12 th ICMI study**, p. 21-33, 2004a.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: What is it. **The Mathematics Educator**, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004b.

KIERAN, Carolyn. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, XVI, v. 1, p. 5-26, 2007.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Papirus Editora, 1997.

MESTRE, Célia Maria Martins Vitorino. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade: uma experiência de ensino**. 2014. 379 f. Trabalho de conclusão de curso (Tese) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MORAIS, Ana Maria; PESTANA NEVES, Isabel. Fazer investigação usando uma abordagem metodológica mista. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 20, n. 2, 2007.

NEVES, Sílvia Pina; FARIA, Luísa. AUTO-CONCEITO E AUTO-EFICÁCIA: SEMELHANÇAS, DIFERENÇAS, INTER-RELAÇÃO E INFLUÊNCIA NO RENDIMENTO ESCOLAR. **Revista da faculdade de ciências humanas e sociais**, v. 6, 2009.

PAJARES, Frank; OLAZ, Fabián. A teoria social cognitiva na perspectiva da agência. In: BANDURA, Abert; AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely (Orgs). **Teoria Social Cognitiva: Conceitos Básicos**. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 97-114.

PANOSSIAN, Maria Lucia; DE MOURA, Manoel Oriosvaldo. O OBJETO DE ENSINO DA ÁLGEBRA: PESQUISA, PROGRAMAS CURRICULARES E A FALA PROFESSORES. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA-RS**, v. 3, n. 17, 2016.

PEREIRA, J, C, R. **Análise de dados qualitativos: estratégias metodológicas para as ciências da saúde, humanas e sociais**. São Paulo: EDUSP. 1999.

PINHEIRO, A. C.; PIROLA, NELSON ANTONIO. **O uso das TIC no ensino de Matemática: uma investigação sobre as crenças de autoeficácia de professores do município de Birigui - SP**. Anais do XIII EPEM, 2017 v. 1.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. 2006. 1ª edição. São Paulo: Editora Brasiliense, 1983.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: **North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME**. Bergen University College. v. 1, 2006.

RADFORD, Luis. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, v. 12, n. 1, p. 1-19, 2010.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 19, n. 1, 2013.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. A Álgebra que se aprende e a Álgebra que se ensina: encontros e desencontros na visão dos professores. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, n. 15, p. 127-136, 2016.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. Álgebra e seu ensino: dando eco às múltiplas “vozes” da educação básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 7, n. 4, p. 1-14, 2016.

RODRIGUES, Carolina Soares. **Crenças de autoeficácia matemática na Educação de Jovens e Adultos: um estudo com alunos de Ensino Médio de Divinópolis (MG)**. 2015. 379 f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. Preface: Rethinking Early Mathematics Education. In: **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic**. SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M (orgs). New Jersey: Routedlege, 2006.

SANTOS FILHO, José Camilo. Pesquisa Quantitativa *Versus* Pesquisa Qualitativa: O desafio paradigmático. In: SANTOS FILHO, José Camilo; GAMBOA, Sílvia Sanchez (Org.). **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 1995.

SÃO PAULO (ESTADO), Secretaria da Educação. **Matrizes de referência para a avaliação: Matemática**, 2009. Disponível em <http://saresp.fde.sp.gov.br/2012/arquivos/saresp2012_matrizrefavaliacao_docbasico_completo.pdf>. Acessado em 11 de março de 2018.

SÃO PAULO (ESTADO), Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. Coordenação geral, Maria Inês Fini; Coordenação de área, Nilson José Machado. São Paulo: SEE, 2010.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. **ORIENTAÇÕES CURRICULARES do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental – MATEMÁTICA**. Versão Preliminar. 2014. Disponível em <http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/962.pdf>. Acesso em: 30 de setembro de 2017.

SOUSA, Adilson Sebastião de. **Metacognição e ensino da Álgebra: análise do que pensam e dizem professores de Matemática da educação básica**. 2007. 184 f. Trabalho de conclusão de curso (Tese) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SERPA, Alexandre Luiz de Oliveira. **Autoeficácia, autoconceito e ansiedade em uma avaliação em larga escala e sua relação com o desempenho escolar**. 2012. 81 f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

SOUZA, Debora; DA SILVA, Regina Lucia; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Investigando o que pensam os professores da educação básica sobre Álgebra. V **SHIAM-Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática**, 2015.

TREVISANI, Fernando de Mello. **Estratégias de generalização de padrões matemáticos**. 2012. 112 f. Trabalho de conclusão de curso (Dissertação) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2012.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. **Shulte, Alberto P.(Org.). As ideias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual**, p. 9-22, 1995.

APÊNDICE A

FORMULÁRIO DE PESQUISA PARA PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Informações Gerais do Entrevistado

(As informações pessoais bem como as respostas serão mantidas em sigilo absoluto)

Nome:.....

Email:..... Telefone:

Município de trabalho:

Sexo: Feminino (☐) Masculino (☐)

Idade: Tempo de magistério:

Formação inicial:

Possui Pós-Graduação? Não (☐) Especialização (☐) Mestrado (☐) Doutorado (☐)

Ano de Ensino em que atua

(☐) 1º Ano (☐) 2º Ano (☐) 3º Ano (☐) 4º Ano (☐) 5º Ano

Queremos saber sua opinião sobre o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Responda com sinceridade a cada uma das questões abaixo. Se houver a necessidade, utilize o espaço no verso dessa folha.

1. Para você, o que é Álgebra?
2. Qual importância você atribui ao ensino e aprendizagem da Álgebra? Por quê?
3. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o estudo de alguns conceitos algébricos deve ocorrer desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Você concorda com isso? Por quê?
4. Em caso afirmativo à questão anterior, quais conteúdo ou conceitos deveriam ser trabalhados?
5. Em sua opinião, a partir de qual ano escolar deve-se trabalhar conteúdo ou conceitos algébricos? Por quê?
6. Na sua opinião, os alunos considerados "bons" em matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?

A seguir são enumeradas diferentes afirmações relacionadas ao ensino de Álgebra.

Você deve comparar o seu sentimento de segurança com aquele expresso em afirmação, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento de segurança que experimenta com relação às atividades.

Responda com sinceridade, as suas respostas serão mantidas em sigilo absoluto e na análise dos resultados não haverá identificação dos respondentes.

1. Estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

2. Estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

3. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

4. Estou seguro(a) em adequar para os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Cadernos do Projeto EMAI) para a aprendizagem de conceitos algébricos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

5. Estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

6. Estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

7. Estou seguro(a) em trabalhar com conceito de equivalência expresso pelo sinal de $=$.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

8. Estou seguro(a) em trabalhar com o reconhecimento de padrões e regularidades presentes em sequências numéricas e/ou pictóricas.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

9. Estou seguro(a) em trabalhar com o conceito de variável.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

10. Estou seguro(a) em trabalhar com conceito de incógnita.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

11. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências numéricas.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

12. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer o padrão de sequências pictóricas repetitivas do tipo .

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

13. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade informar os próximos elementos em sequências pictóricas repetitivas do tipo .

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

14. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  ... e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

15. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de informar os próximos elementos em sequências pictóricas crescentes do tipo 

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

16. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável, como por exemplo, em situações do tipo $\triangle + \square = 12$.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

17. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita, como por exemplo, em situações numéricas do tipo $8 + 3 = \square + 5$.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

18. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões numéricas, como por exemplo em situações do tipo $6 - 4 = 7 - 5$.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

19. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de dizer se expressões numéricas do tipo $21 - 12 = 14 + 10$ são verdadeiras ou falsas.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

20. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente pela equipe gestora quando faço um bom trabalho.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

21. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente por outros professores quando faço um bom trabalho.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

22. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente por alunos e pais de alunos quando faço um bom trabalho.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

23. Definitivamente, reconheço que faço um bom trabalho quando ensino Matemática.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

24. Recebo, da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, formação continuada relacionada ao ensino de Álgebra por meio de cursos e/ou outras modalidades de formação.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

25. De maneira geral, os alunos demonstram interesse e atitudes favoráveis à Matemática.
() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

APÊNDICE B

FORMULÁRIO DE PESQUISA PARA PROFESSORES DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Informações gerais do entrevistado

(As informações obtidas serão analisadas em conjunto com outros sujeitos da pesquisa, não sendo divulgada em qualquer publicação a identificação de nenhum participante do estudo, unidade escolar ou Diretoria de Ensino correspondente)

Nome:

Email:..... Telefone:

Município de trabalho:

Sexo: Feminino () Masculino ()

Idade: Tempo de magistério:

Formação inicial:

Licenciatura em Matemática ()

Licenciatura de disciplinas afins – Ciências, Física, Química ()

Pedagogia () Outros cursos – Engenharia, Administração, Computação ()

Possui Pós-Graduação? Não () Especialização () Mestrado () Doutorado ()

Realizou algum curso relacionado à Álgebra ou ao Ensino de Álgebra? Sim () Não ()

Ano de ensino em que atua:

6º Ano () 7º Ano () 8º Ano () 9º Ano ()

Queremos saber a suas concepções e opiniões sobre o ensino de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Por favor, responda com suas palavras às questões abaixo:

1. O que é Álgebra para você?

2. Qual importância você dá para o ensino de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental? Por quê?

3. Na sua opinião, o que deve ser ensinado em Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental?
4. Para você, quais as principais dificuldades que os alunos demonstram na aprendizagem de conceitos ou na realização de tarefas algébricas nos Anos Finais do Ensino Fundamental?
5. Na sua opinião, os alunos considerados "bons" em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?

A seguir são enumeradas diferentes afirmações relacionadas ao ensino de Álgebra e a sua prática docente. Você deve comparar o seu sentimento de segurança com aquele expresso em cada afirmação, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento de segurança que experimenta com relação às atividades. Responda com sinceridade, as suas respostas serão mantidas em sigilo absoluto e na análise dos resultados não haverá identificação dos respondentes.

1. Estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente
2. Estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente
3. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.
() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente
4. Estou seguro(a) em desenvolver todas as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Caderno do Professor e Aluno) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

5. Estou seguro(a) em adequar para todos os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para a aprendizagem de conceitos algébricos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

6. Estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

7. Estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

8. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer e expressar por meio da linguagem materna (língua portuguesa) regularidades em sequências numéricas.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

9. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade de sequências numéricas.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

10. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer uma relação entre os termos de uma sequência pictórica repetitiva do tipo  e expressar essa relação em linguagem materna e algébrica.

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

11. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  ... e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).

() concordo totalmente () concordo () discordo () discordo totalmente

12. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade em sequências pictóricas crescentes do tipo $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots$.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

13. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema diversos.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

14. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de perímetro.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

15. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar situações-problema que envolvam o conceito de área.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

16. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de variável de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

17. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a aprendizagem do conceito de incógnita de maneira que consigam aplicar em situações-problemas diversos.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

18. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão do sinal de igual (=) como equivalência de expressões de expressões algébricas.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

19. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

20. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a compreensão de situações-problema que envolvam a proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

21. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de expressar algebricamente e resolver problemas que envolvam sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

22. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do primeiro grau.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

23. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver equações do segundo grau.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

24. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de realizar operações simples com monômios e polinômios.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

25. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

26. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de representar a proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio da noção de funções do primeiro grau.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

27. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente pela equipe gestora quando faço um bom trabalho.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

28. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente por outros professores quando faço um bom trabalho.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

29. Em minha escola eu sou reconhecido(a) explicitamente por alunos e pais de alunos quando faço um bom trabalho.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

30. Definitivamente, reconheço que faço um bom trabalho quando ensino Matemática.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

31. Recebo, da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, formação continuada relacionada ao ensino de Álgebra por meio de cursos e/ou outras modalidades de formação.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

32. Os materiais propostos pela Secretaria de Estado da Educação (Caderno do Professor, Currículo + e outros) são adequados para o desenvolvimento de capacidades relacionadas à Álgebra.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

33. Os alunos possuem interesse e envolvem nas atividades algébricas propostas em sala de aula.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

34. De maneira geral, os alunos demonstram interesse e atitudes favoráveis à Matemática.

☐ concordo totalmente ☐ concordo ☐ discordo ☐ discordo totalmente

APÊNDICE C

Algumas concepções de Álgebra dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental

Professor	1. O que é Álgebra para você?	2. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o estudo de alguns conceitos algébricos deve ocorrer desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Você concorda com isso? Por quê?	3. Em caso afirmativo à questão anterior, quais conteúdos ou conceitos deveriam ser trabalhados?	4. Em sua opinião, a partir de qual ano escolar deve-se trabalhar conteúdos ou conceitos algébricos? Por quê?	5. Na sua opinião, os alunos considerados "bons" em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?
1	É definida como ramos responsável por estudar os números e suas propriedades correspondentes. Muito importante desde que se iniciou no pré escolar com conceitos básicos.	Sim, por que os pequenos já teriam uma base.	Os símbolos dos ramos da matemática, que se recorre, números, letras e sinais.	Nos anos iniciais com conceitos básicos.	Sim, por que devemos incentivar para obter maior conhecimento em adicionar, dividir, em multiplicar e em subtrair.
2	É definida como ramos responsável por estudar os números e suas propriedades correspondentes. 2- Muito importante, pois está presente no cotidiano das pessoas	Sim, por que tem muitas estratégias e formas bacanas para fazer com que o aluno aprenda.	Vocabulários matemáticos, símbolos, geometria, cálculo mental, etc.	Desde a pré escola, por que ajuda a criança a ter bons resultado duradouros ao longo de sua vida escolar.	Somar, subtrair, dividir, interpretar problemas.
3	É definida como ramo responsável por estudar os números e suas propriedades correspondentes. 2- muito importante, pois ela está nas situações corriqueiras do nosso cotidiano.	Não, acho que deveria iniciar desde a pré escola já que as situações de matemática são constante na vida do ser humano.	Os conceitos de divisão, subtração, adição e multiplicação.	a partir da pré escola, por que a criança já é capaz de compreender os conceitos matemáticos e resolver problemas simples proposto no seu dia a dia.	Deve demonstrar conhecimento em adição, subtração, divisão, multiplicação, desenvolver estratégias pessoais para se obter os resultados finais com Algarismos correto.

4	Contas enormes que nunca tem fim	Discordo. O correto é ir por partes. Primeiro ter noções de adição. Subtração, divisão e multiplicação. Sabendo resolvê-las. Depois as coisas complexas.	Não sei	6 anos. Porque a criança já sabe outros conceitos e dominará esse conteúdo com mais facilidade	Não. A não ser que esse conteúdo seja bem trabalhado.
5	Estudo dos números e operações	Sim, pois são conceitos fundamentais para a formação da criança...	Operações, situações problemas, formas geométricas entre outras	do primeiro... Para que a criança tenha uma aprendizagem ampla... E específica	sim
6	Álgebra é o ramo da Matemática, é a aritmética: adição, subtração, multiplicação.	Sim, pois desde cedo as crianças precisam estar em contato com números, operações que fazem parte do dia a dia,	As quatro operações, geometria e afins.	desde o primeiro ano.	resolução de problemas e equações, uso de fórmulas.
7	É uma ciência exata que lida com cálculos numéricos.	Sim, pois é importante as crianças perceberem que "Nosso Mundo é Algébrico".	Visualizações das formas que nos cercam, focando em proporções e precisões dos elementos naturais e culturais do ambiente.	Desde o ensino infantil deve-se estimular a observação do mundo que nos cerca e o ritmo que há em nós, na natureza, nas músicas (que devem ser escolhidas qualitativamente), etc	Devem possuir interiorização para inferências e gradativa concentração para resolução de cálculos que se complexificam...
8	É o uso de variáveis no ensino da matemática, auxilia no ensino da aritmética.	Sim, desde que o professor saiba como utilizá-lo.	Números e operações (sequências numéricas), descobrir dados desconhecidos. ..	terceiro/ quarto ano	raciocínio lógico
9	A álgebra é um método de trabalhar com a matemática de modo geral. Ela estabelece regras para o modo de apresentar as equações e resolvê-las.	Mesmo nas séries iniciais, as crianças já são capazes de resolver problemas algébricos usando tabelas e até equações para organizar seu raciocínio	tabelas, gráficos e equações	As crianças muito pequenas são capazes de usar tabelas para resolver problemas. Cada uma interage ativamente com o objeto de estudo em questão (as tabelas). Existe uma lógica por trás das decisões e	Aos poucos, os alunos vão aprendendo a elegê-las e usá-las. Nesse processo, é importante que as crianças construam entendimentos e façam interpretações.

				das respostas que devemos nos dedicar a compreender.	
--	--	--	--	---	--

APÊNDICE D

Algumas concepções de Álgebra dos professores dos anos finais do ensino fundamental

Professor	1. O que é Álgebra para você?	2. Qual importância você dá para o ensino de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental? Por quê?	3. Na sua opinião, o que deve ser ensinado em Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental?	4. Para você, quais as principais dificuldades que os alunos demonstram na aprendizagem de conceitos ou na realização de tarefas algébricas nos Anos Finais do Ensino Fundamental?	5. Na sua opinião, os alunos considerados "bons" em Matemática devem demonstrar quais capacidades de pensamento em relação à Álgebra?
1	a parte da matemática que estuda a generalização dos números em letras, atribuindo fórmulas para resolução e ampliando o pensamento lógico/matemático	Importância fundamental para que consigamos formar cidadãos com pensamento lógico/cognitivo. Fundamental para o mercado de trabalho.	Estou de acordo com o currículo do estado.	Maior dificuldade é a defasagem nos anos iniciais de conceitos primitivos como tabuada, soma e multiplicação de frações, etc.	capacidade de generalização.
2	Cálculo com números e letras	Importante pois amplia a campo de raciocínio.	Produtos notáveis	"Visualizar" álgebra como cálculo numérico	Raciocínio lógico
3	É um campo da matemática que dedica-se a exploração e compreensão de padrões, regularidades, sequências e generalizações.	O ensino da álgebra, bem como o desenvolvimento do pensamento algébrico são a base para a apropriação do currículo escolar, especialmente no que se refere às abstrações e generalizações da matemática associada a contextos do cotidiano.	o currículo deve entrelaçar o ensino da álgebra, da aritmética e da geometria desde os anos iniciais do ensino fundamental, portanto acredito que a capacidade de estabelecer regularidades e generalizações devam atravessar esses campos dos saberes matemáticos.	Está na capacidade de generalização e abstração.	Estabelecer conexões entre a língua materna e algébrica, fazer generalizações, identificar regularidades e padrões, definir sequências, relacionar grandezas que apresentem ou não interdependência entre si.
4	A álgebra é o ramo da matemática que nos permite resolver problemas que envolvem letras (incógnitas e/ou	Considero muito importante, na resolução de problemas mais elaborados entre outros.	Equação do 2º grau e sua utilização na resolução de problemas e Funções: tabelas, fórmulas e gráficos.	Interpretação dos problemas e a realização de cálculos, que infelizmente é pelo fato de não terem o hábito de estudos.	Estratégias de resoluções.

	variáveis). Ou melhor, é o uso de letras para representar um valor desconhecido.				
5	trabalhar incógnitas	muita importância, porque a álgebra no ensino fundamental é a preparação para os problemas do ensino médio	equações do primeiro grau (revisão)	não dominar as quatro operações fundamentais	dominar a resolução de equações do primeiro grau e as quatro operações fundamentais.
6	É a Matemática utilizando incógnitas no lugar de números a serem encontrados através da resolução	Considero ser de grande importância pois leva o aluno a desenvolver sua capacidade de abstração (enxergar ou encontrar um número que foi representado por uma letra inicialmente)	Equações de primeiro e segundo graus.	Primeiramente o medo e muitas vezes até aversão em relação à Matemática e principalmente a falta de conceitos básicos.	Conseguir entender, compreender que a letra está apenas representando um número, ela é só uma incógnita.
7	É a parte da matemática em que se estuda a inserção das letras.	É de grande valia, pois o uso das letras é um auxílio nos mais variados cálculos.	Deveria dar um enfoque maior nas equações de primeiro grau, já que os alunos apresentam uma grande defasagem na aprendizagem das mesmas.	Na transposição da variável para o valor numérico (substituição).	Interpretação de situações problema envolvendo o uso das equações.
8	É um cálculo na qual recorremos a utilização de letras que podem representar números desconhecidos.	Ajuda a construir o raciocínio	Sequência didática para introduzir o pensamento algébrico, isto fará com que os alunos adquiram conhecimento para generalizar e resolver problemas.	Os alunos possuem dificuldade de realizar a transposição entre a linguagem escrita e algébrica.	Serem capazes de interpretar, generalizar e resolver problemas mesmo com tamanha abstração que a Álgebra nos remete.
9	É a parte da matemática que estuda as letras e os números, e suas significações e aplicações.	É de muita importância já que os alunos precisam compreender o sentido e significado, bem como a transposição de linguagem materna para a matemática.	A transposição da linguagem materna para a matemática fazendo com que o aluno compreenda o sentido e significado dos conteúdos.	Ausência ou dificuldade da articulação entre a teoria e a prática, de forma contextualizada, atribuindo significado ao conteúdo matemática.	Articulação entre teoria e prática, compreendendo o verdadeiro sentido em conhecer os conteúdos ensinados aplicando no seu cotidiano, e vendo o sentido nos ensinamentos.

10	É o ramo da matemática que generaliza a aritmética, conceitos e operações provenientes da aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão etc) serão testados e sua eficácia será comprovada para todos os números pertencentes a determinados conjuntos numéricos.	A álgebra usa a representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema, a importância de desenvolver o estudo da álgebra na sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico.	Resolução de problemas envolvendo interpretação e a tradução da linguagem escrita para a linguagem matemática.	Não conseguem fazer a tradução da linguagem usual para a linguagem matemática. Não relacionam as propriedades vistas na aritmética e da álgebra. Sentem a necessidade de encontrar um valor numérico. Adicionam monônios de grau diferente.	Entender os conceitos anteriores, como operações básicas de multiplicação, adição, divisão e subtração. Além disso saber trabalhar com exponenciação, razão e frações. Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos.
11	Uma área de conhecimento da matemática	Álgebra é muito importante nos anos finais ensino fundamental, o aluno começa a identificar que pode representar número por letra.	Equações	eles não consegue reconhecer uma letra como número.	Saber realizar operações, usando letra e números com as quatro operações.
12	Parte da matemática que introduz variáveis (incógnitas) para representar números desconhecidos, resolver operações em situações problemas.	A álgebra ocupa lugar relevante no ensino de matemática em qualquer série, principalmente nos anos iniciais, para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, também é uma ferramenta importante para resolver problemas.	Introduzir a álgebra por meio de jogos ou atividades lúdicas. Cálculo de áreas e perímetros de figuras planas com o uso de letras.	Os alunos tem dificuldades em abstrair e dificuldades na memorização da simbologia.	Concentração para desenvolver o raciocínio lógico-matemático.
13	é o estudo aritmético das incógnitas (generalização)	Tem sua importância no desenvolvimento do pensamento abstrato aritmético, uma vez que será necessário para vida acadêmica ou posteriores estudos.	o significado das incógnitas e equações	a operacionalização das equações.	de interpretação algébrico e operacionalização.

14	Álgebra é uma área da matemática voltada ao ensino com as letras.	A álgebra é de suma importância para o ensino. Pois abordamos de modo geral conceitos que são ensinados através de números e assim abordamos de modo geral os conteúdos matemáticos.	Acredito que os conteúdos ensinados já são de grandes importância.	As dificuldades são diversas. Muitos não conseguem distinguir que a letra (variável, incógnita), representa um número de modo geral.	Raciocínio lógico, aritmético.
15	Eu entendo que envolve valores desconhecidos. A busca de respostas por meios de símbolos, de problemas com valores desconhecidos.	Muita importância por envolve o raciocínio lógico, interpretação, busca de alternativas, etc.	A busca para solucionar situações do cotidiano, buscando alternativas para encontrar respostas.	Dificuldades na interpretação e abstração de informações desmotivando o aluno na continuidade.	interpretativa e adaptativas
16	A álgebra é uma área da matemática que permite que passamos generalizar alguns conceitos seja na área da geometria, estatística, números e afins.	Na matemática tudo é muito importante, logo a álgebra também tem sua importância principalmente quando propomos uma situação problema e generalizamos para as demais explicações	Penso que devemos mostrar para os alunos como surgiram algumas fórmulas seja a área do triângulo . ou uma sequência numérica estimulando o pensamento dedutivo das DISCENTES(?)	A relação com os produtos notáveis continua sendo uma preocupação, pois, alguns alunos não conseguem visualizar suas aplicações no dia a dia e nem estudos futuros .	a capacidade de sintetizar informações transformando algo empírico para uma situação geral.
17	Forma de generalizar a resolução de problemas matemáticos.	Além de generalizar problemas reais, também acho importante pensar no abstrato.	Sim	A questão do abstrato, pra quem não tem muita aptidão em matemática é complexo.	Geralmente os alunos com mais facilidade, desenvolvem o pensamento algébrica com facilidade.
18	É um segmento da Matemática que generaliza a aritmética. Ou seja, que as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação, divisão) serão testados e sua eficácia será comprovada. Facilitador através de fórmulas.	Gancho para outras disciplinas afins, como Química e Física.	Expressões algébricas, equações e funções.	Realizar equações onde aparecem letras diferentes de X, e interpretação e associação do que de precisa.	Observação e lógica.

19	Ramo da matemática que introduz o conceito de variável na representação de um número.	Plena importância pois, levar aos alunos a buscar e a deduzir as generalizações de uma geral, aproximar o ensino de uma maneira mais favorável de compreensão.	O real detalhamento das equações de 1º e 2º grau, inclusive as biquadradas, visando a interpretação.	A interpretações das informações.	Interpretar a linguagem álgebra em diferentes contextos.
20	Ramo da matemática que estuda as operações e as equações.	Extremamente necessário juntamente com a geometria.	Acredito que o que temos hoje no currículo/matriz curricular abrange os temas fundamentais: equações, operações, polinômios.	A dificuldade maior é o desinteresse, descomprometimento, desrespeito dos que executam seus papeis, alunos e família. Eles ecaram a aprendizagem como um fardo desnecessário.	Compreensão dos conceitos elementares e ideias relacionadas nas operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e a divisão), compreensão da ideia do "equilíbrio na balança" nas equações; compreensão do que tudo o que acontece "num lado da balança" interfere no outro.
21	Um recurso indispensável para a resolução de problemas tanto na geometria quanto em outras situações do cotidiano.	Essencial para o desenvolvimento de estratégias na resolução de problemas e do pensamento matemático.	Acredito que as situações de explorar são desnecessários, necessitando apenas da ampliação do mesmo.	Memorização da "PAXEDIMENZO L E CONEGEROL" para o uso sem situações diversas.	Capacidade de demonstrar espontaneidade diante das situações de autonomia e construção de novas estratégias na resolução de problemas.
22	É a matemática que envolve cálculos com letras.	É fundamental para cálculo dia a dia.	Deve ser muito importante está em "lase"	É a aceita da letra como número causando bloqueios nos desenvolvimento.	Sim deveriam ser mais aproveitadas.
23	Não respondeu	Não respondeu	Não respondeu	Não respondeu	Não respondeu
24	Uma sequencia da aritmética que faz generalizações, usando símbolos para representar termos conhecidos ou desconhecidos.	É de suma importância, pois o alunos precisam realizar a transposição da linguagem escrita para linguagem matemática e assim organizar seu raciocínio. E importante seu inicio desde as series iniciais.	Compreender o uso de letras para representar valores desconhecidos, em particular, no uso de fórmulas, Saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem	Como já mencionei anteriormente a principal dificuldade esta na a transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática e, muitas vezes, as dificuldades apresentadas pelos alunos nesta tradução residem	Capacidade de fazer generalizações, resolvendo problemas de maneira exploratória e investigativa criando estrategias e soluções, ou seja desenvolvendo seu pensamento algébrico.

			algébrica, já que sem isso os alunos não conseguem progredir.	na compreensão. Não sendo capaz de interpretar, o aluno não conseguirá representar formalmente a situação.	
25	A letra simbolizando e representando o número.	Muito importante, compreender.	Tudo que for relacionado a matemática, pode usar álgebra, conceitos de como foi feito o pensamento de tal fórmula.	Quando não relaciona a letra com o número.	Saber formular um problema, para depois resolver e outros resolvem formulando o problema sem usar letras, cada um tem o seu "bom".
26	Álgebra é o ramo da Matemática que generaliza a aritmética	Ao ensinar álgebra no ensino fundamental, devemos abordar as diversas fórmulas matemáticas existentes, mostrando ao aluno a importância da disciplina.	A álgebra se destaca no ensino da Geometria, pois podemos usar de fórmulas para cálculos variados de área e volume, de acordo com as formas geométricas existentes	parte das dificuldades apresentadas pelos alunos na tradução das situações apresentadas nos problemas para a linguagem algébrica, reside na interpretação	interpretação
27	formula de representar letra	eu entendo que seja de suma importância, e sem álgebra o cidadão fica perdido no mundo .	equações	a de substituição	não
28	Parte da matemática que representam os números e suas operações	É uma das principais áreas da matemática	Números e suas operações	Principalmente na realização de operações e conceitos básicos matemáticos	Realizar operações matemáticas relacionadas ao seu ano/série
29	A LINGUAGEM DA MATEMÁTICA, A TRANSCRIÇÃO DA LÍNGUA PORTUGUESA PARA A MATEMÁTICA.	FUNDAMENTAL, É A BASE PARA O DESENVOLVIMENTO DE MUITOS CONTEÚDOS POSTERIORES.	A LÓGICA, OU SEJA, A LEITURA, A INTERPRETAÇÃO E A TRANSCRIÇÃO DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM.	A INTERPRETAÇÃO DE TEXTO E A LÓGICA.	NA RESOLUÇÃO PROBLEMA.
30	É relacionar alguma situação do dia-a-dia na expressão matemática.	Porque para os alunos é muito complicado expressar as situações	em branco	em branco	em branco

		matemáticas com números e letras.			
31	A maior dificuldade encontrada pelo professor de matemática é o aluno passar da linguagem escrita para a linguagem matemática e a Álgebra pede a transferência da linguagem escrita para a linguagem matemática	em branco	em branco	em branco	em branco
32	São os números, que representam introduzindo variáveis, representam os números e simplificando e resolvendo por meio de fórmulas os problemas.	Porque o aluno possa organizar suas informações e poder representar seu pensamento e como manipular melhor.	Uso de equações matemáticas que representam situações reais.	Acho que nos dois.	Sim, concordo, porque uma situação de equação algébrica ou expressões para compreender melhor estas situações em que faz sentido para ele.
33	É onde utilizo símbolos (letras e números) para resolver situações através de equações.	É importante, pois nesse momento o aluno começa organizar as informações podendo assim manipular seus pensamentos.	Sentenças e equações que representam situações reais.	Realização de tarefas.	Utilizar da manipulação de equações.
34	Um ramo da matemática onde posso utilizar de símbolos (letras e números) para operar situações através de equações.'	Acredito que é o momento que o aluno possa organizar suas informações de maneira sistemática e poder representar seus pensamentos e com isso manipulá-lo.	Uso de sentenças ou equações matemáticas que representam situações reais e suas resoluções. Sistemas de equações, equações e expressões.	Creio que nos dois, tanto nos conceitos, quanto nas realizações das tarefas.	Conseguir representar uma situações através de equações algébricas ou expressões e utilizar da manipulação e tratamento destas equações para compreender melhor estas situações (que fazem sentido para ele).
35	Representação de números e variável, envolvendo problemas representados por símbolos	Raciocínio lógico, alunos pensantes. Desenvolvimento de estratégias. Porque os alunos aprendem o raciocínio matemático através de	Desenvolvimento de estratégias	Dificuldades em raciocínio lógico	Autonomia e confiança no que faz

		fórmulas e resolução de problemas do dia a dia			
36	Uma forma de representar quantidades de forma genérica.	Desenvolver o raciocínio.	Equações, produtos notáveis.	Compreender o raciocínio abstrato	Sim, pois tem facilidade em abstrair.
37	É uma parte da aritmética que generaliza o uso das operações na resolução de situações problema	A álgebra auxilia o aluno a desenvolver o pensamento abstrato e facilita a resolução de situações problema do cotidiano	A transposição da linguagem coloquial para a linguagem matemática, resolução de equações do primeiro e segundo grau, generalizações de conceitos que auxiliem a resolução de problemas do dia a dia do aluno (áreas e perímetros de figuras planas, volumes, noções de proporcionalidade e, formulações que o aluno vislumbre concretamente sua utilização)	A interpretação de situações problema, principalmente quando envolvem as noções de proporcionalidade em funções e a generalização de conceitos não construídos concretamente.	*Transpor a linguagem coloquial para a matemática; *Resolver situações problema que envolvem a formalização de conceitos ou generalizações de sequências aritméticas ou geométricas, * resolução de situações problema envolvendo conceito de proporcionalidade em funções
38	Generalizações, uso de incógnitas para buscar soluções de situações ou verificar possível resultado.	Grande importância, porque através dela podem generalizar procedimentos, verificar soluções (confirmar), organizar pensamentos, etc.	Transpor a linguagem materna para a linguagem matemática (equação); Equações, sistemas, situações problemas, operações com monômios (polinômios).	Abstração; compreensão.	Relacionar a linguagem cotidiana com a linguagem matemática; compreender significados; compreender a proporcionalidade como função.
39	A Álgebra introduz variáveis que representam números, ajudando a resolver diferentes tipos de situações problemas na	Muito importante, principalmente porque nos anos finais nosso aluno está até mais amadurecido pra entender o significado de	Talvez mostrar de forma prática essas fórmulas e equações para que nosso aluno sofra menos e não veja esse conteúdo de forma tão abstrata.	Muitos dos nossos alunos ainda chegam ao 9º ano com a dificuldade de entender o significado das letras no lugar dos números.	Que a Álgebra surgiu pra facilitar a resolução de diferentes situações problemas, pois ela transforma uma determinada situação problema em fórmulas e

	Matemática.	um tema que talvez pra ele antes, seja bem abstrato.			equações, gerando um caminho de saída para o problema.
--	-------------	--	--	--	--