

Uma Contribuição ao Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão para Otimização da Operação de um Sistema de Energia Elétrica

Moises Ariste Flores Tinoco

Ilha Solteira
2018

Uma Contribuição ao Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão para Otimização da Operação de um Sistema de Energia Elétrica

Moises Ariste Flores Tinoco

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Especialidade: Sistemas de Energia Elétrica

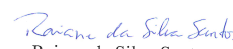
Professor Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira
2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- F634c Flores Tinoco, Moises Ariste.
Uma contribuição ao problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para otimização da operação de um sistema de energia elétrica / Moises Ariste Flores Tinoco. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
102 f. : il.
- Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Sistemas de Energia Elétrica, 2018
- Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia
1. Desligamento ótimo de linhas de transmissão. 2. Operação econômica do sistema de transmissão. 3. Modelo linear disjuntivo. 4. Otimização de sistemas elétricos. 5. Programação linear.


Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Uma contribuição ao problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para otimização da operação de um sistema de energia elétrica

AUTOR: MOISES ARISTE FLORES TINOCO

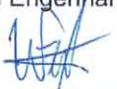
ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. WALMIR DE FREITAS FILHO
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas


Prof. Dr. LUIS GUSTAVO WESZ DA SILVA
Departamento de Industrias / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Ilha Solteira, 31 de agosto de 2018

A Aida, por ser minha companheira incondicional, pelo seu amor, pelo apoio e pelo trabalho a meu lado para atingir todos nossos sonhos, tomando conta e dando tranquilidade à nossa família, sabendo que nossa casa tem seu grande e nobre coração como núcleo central.

A Crisaida, Francisco e Arturo, sementes que darão bons frutos, para que percorram o caminho adequado e possam atingir suas metas.

À UNI que me formou e me consolidou como engenheiro dedicado a servir minha comunidade e meu país.

Agradecimentos

A Deus, por cada sonho que se tornou realidade, por estar sempre no meu caminho e me dar força nos meus passos ao lado de minha família: minha esposa Aida, meus filhos Crisaida, Francisco e Arturo. Eles me deram todo seu amor e suporte decisivo, em todos os momentos, dedicando suas horas de sonho na leitura e compreensão dos diferentes artigos científicos.

Agradeço aos meus amigos e colegas de aula, meus alunos de graduação e aos amigos brasileiros que tornaram mais agradáveis os anos de estudo e de esforço de trabalho. Agradeço os momentos de alegria nas reuniões semanais e nas comemorações de final de semana.

Minha gratidão ao time do LaPSEE, professores, alunos e funcionários que sempre me apoiaram na elaboração desta tese. Agradeço à Lucila Romero que junto com seu esposo Rubén Romero me ajudaram a superar os inconvenientes que apareceram na minha fase de estudante na UNESP. Agradeço também aos amigos Mauro Viegas da Silva e Tatiana Rondon Viegas da Silva, pela ajuda durante minha permanência em Ilha Solteira.

Meu agradecimento ao Professor Rubén Romero, meu orientador e colega de aula na graduação na *Universidad Nacional de Ingeniería, UNI*, no Peru, incentivador para cursar o doutorado e pelo seu apoio no desenvolvimento desta tese.

Minha gratidão à UNESP e a todos os funcionários pela generosa acolhida na parte acadêmica e, especialmente, na parte de pesquisa. Finalmente, agradeço à CAPES pelo apoio ao PPGE e à FAPESP pelo apoio à pesquisa através do Projeto Temático No. 2015/21972-6.

“Inicie fazendo o necessário, depois o possível, e de pronto estarás fazendo o impossível”.
São Francisco de Assis.

Resumo

Neste projeto de pesquisa, é abordado o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão, chamado de Problema OTS, para otimizar os custos de operação de um sistema de energia elétrica, isto é, para minimizar os custos de operação da geração para atender um perfil de demanda especificado. Foram priorizados tópicos de pesquisas considerados problemáticos na otimização do problema OTS, tópicos identificados através de uma revisão bibliográfica das publicações mais relevantes relacionadas com o problema OTS. Assim, um tópico abordado na pesquisa é o desenvolvimento de estratégias para reduzir o número relativamente elevado de linhas de transmissão que são desligadas, já que o desligamento de muitas linhas de transmissão produzem uma redução de custo insignificante. Outro tópico abordado é o problema de geração de soluções ótimas que produzem ilhamento do sistema elétrico ou até a formação de vários setores do sistema de energia elétrica operando de forma independente. O terceiro tópico é o desenvolvimento de um modelo matemático que representa as linhas iguais conectadas em paralelo entre duas barras por uma linha simples equivalente. Finalmente, é iniciada a análise teórica para encontrar os argumentos consistentes que permitam explicar os motivos pelos quais o desligamento de uma linha de transmissão melhora a operação de um sistema de energia elétrica contradizendo a lógica fundamental existente entre os engenheiros de operação. Esse tópico, chamado de paradoxo de Braess, não é abordado em nenhuma das referências bibliográficas revisadas durante o desenvolvimento deste projeto de pesquisa. Em todas essas propostas, a ideia fundamental é encontrar topologias válidas com o desligamento de poucas linhas de transmissão, encontradas com tempos de processamento pequenos e de grande utilidade prática. Em todos esses casos, foi abordado o problema OTS sem considerar os efeitos de confiabilidade e usando o modelo linear disjuntivo. Portanto, ainda permanecem em aberto na pesquisa desenvolvida a abordagem do problema OTS usando o modelo AC e considerando os efeitos de confiabilidade.

Palavras Chave: Desligamento ótimo de linhas de transmissão, Operação econômica do sistema de transmissão, Modelo linear disjuntivo, Otimização de sistemas elétricos, Programação linear.

Abstract

In this research project, the optimal transmission switching (OTS) problem is addressed to optimize the operating costs of an electric power system, i.e., to minimize the generation costs to meet a specified demand profile. Priority was given to topics of research considered problematic in the optimization of the OTS problem, that were identified through a review of the most relevant publications related to the OTS problem. Thus, a topic addressed in the work is the development of strategies to reduce the relatively high number of disconnected transmission lines, since disconnecting many transmission lines produces insignificant cost reduction. Another topic addressed is the problem of generating optimal solutions that produce islanding of the electrical system or even the formation of several sectors of the electric power system operating independently. The third topic is the development of a mathematical model that represents the equal lines connected in parallel between two buses by an equivalent simple line. Finally, the theoretical analysis to find consistent arguments that allow explaining the reasons why the disconnection of a transmission line may improve the operation of an electric power system contradicting the fundamental logic existing among the operation engineers, is introduced. This topic, called the Braess paradox, is not addressed in any of the references reviewed during the development of this research project. In all of these proposals, the fundamental idea is to find valid topologies with the switching of few transmission lines, found with small processing times and of great practical utility. In all these cases, the OTS problem was addressed using the disjunctive linear model and without considering the effects of reliability. Therefore, the OTS problem using the AC model and considering the effects of reliability still remains open in the research developed.

Keywords: Optimum switching of transmission lines, Economical operation of the transmission system, Linear disjunctive model, Optimization of electrical systems, Linear programming.

Sumário

1	Introdução Geral	12
2	Revisão do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão	17
2.1	Introdução	17
2.2	Revisão Bibliográfica sobre Desligamento de Linhas de Transmissão Anterior à Otimização da Operação	18
2.3	Revisão Bibliográfica sobre Desligamento de Linhas de Transmissão para a Otimização da Operação	21
2.4	Revisão Bibliográfica de Pesquisas Recentes sobre Desligamento de Linhas de Transmissão	26
3	Modelagem Matemática Tradicional do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão	39
3.1	Introdução	39
3.2	Modelagem Matemática Tradicional do Problema OTS	40
3.3	Modelagem Matemática de Operação Tradicional	44
4	Modelagem Matemática Modificada do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão	45
4.1	Introdução	45
4.2	Modelo Matemático Modificado	46

4.3	Testes e Resultados Iniciais	47
4.4	Uma Interpretação Preliminar do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão	48
5	Modelos Adicionais do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão	52
5.1	Introdução	52
5.2	Modelo Matemático que Evita Ilhamento de Barras	53
5.3	Modelo Matemático que Desliga Todas as Linhas do Mesmo Tipo entre Duas Barras	54
5.4	Modelo Matemático que Evita Ilhamento de Barras Usando Conceitos de Grafos	56
5.5	Estratégia para Explicar o Paradoxo de Braess	58
6	Testes e Resultados	62
6.1	Testes Exaustivos Usando os Dois Primeiros Modelos Apresentados	63
6.1.1	Sistema IEEE de 24 Barras	63
6.1.2	Sistema Sul Brasileiro	68
6.1.3	Sistema Colombiano	73
6.2	Testes Usando o Modelo que Evita Ilhamento Usando a Teoria de Grafos	79
6.3	Testes Usando o Modelo que Incorpora Defasadores Artificiais	80
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	83
A	Dados dos Sistemas Usados em Testes	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Sistema de 4 barras	31
Figura 2: Sistema de 4 barras com uma linha desligada	31
Figura 3: Topologia inicial do sistema de 3 barras	49
Figura 4: Operação com a linha 1-3 desligada	50
Figura 5: Operação para o modelo de transportes	50
Figura 6: Sistema sul brasileiro - Topologia base	92
Figura 7: Sistema IEEE de 24 barras - Topologiaa base	95
Figura 8: Sistema colombiano modificado - Tpolologia base	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Sequência de desligamentos de linhas de transmissão	43
Tabela 2: Testes com o sistema IEEE de 118 barras	47
Tabela 3: Sistema Sul Brasileiro: Dados das Barras	90
Tabela 4: Sistema Sul Brasileiro: Dados das Linhas	91
Tabela 5: Sistema IEEE de 24 Barras: Dados das Barras	93
Tabela 6: Sistema IEEE de 24 Barras: Dados das Linhas	94
Tabela 7: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Barras	96
Tabela 8: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Linhas	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	<i>Alternating Current.</i>
AMPL	<i>A Mathematical Programming Language.</i>
CC-OTS	Problema OTS com restrições de conectividade.
CPLEX	Software de otimização. O nome deriva de C (linguagem de programação C) e PLEX (do método simPLEX de programação linear).
DC	<i>Direct Current.</i>
DCOPF	<i>Direct Current Optimal Power Flow.</i>
EC	Encargos de congestionamento.
FMP	<i>Flowgate Marginal Price</i>
LaPSEE	Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica.
LMP	<i>Locational Marginal Price.</i>
LCK	<i>Lei de Correntes de Kirchhoff.</i>
LODF	<i>Line Outage Distribution Factor.</i>
LP	<i>Linear Programming.</i>
LPSC	<i>Line Profit Switching Criterion.</i>
LTK	<i>Lei de Tensões de Kirchhoff.</i>
MIP	<i>Mathematical Integer Programming.</i>
MISOCP	Problema de Programação Cônica de Segunda Ordem Inteira Mista.
NLP	<i>Non Linear Programming.</i>
OTS	<i>Optimal Transmission Switching.</i>
PDSC	<i>Price Difference Switching Criterion.</i>
PL	Programação Linear.
PLIM	Programação Linear Inteira Mista.
PTDF	<i>Power Transfer Distribution Factor.</i>
PTDF-WCDC	<i>PTDF Weighted Cost Derivative Criterion.</i>
SFTC	<i>Shift Factor Topology Control Formulation.</i>
TCDSC	<i>Total Cost Derivative Switching Criterion.</i>

Capítulo 1

Introdução Geral

Nesta tese de doutorado, é abordado o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão, chamado de Problema OTS (*Optimal Transmission Switching, OTS*), para otimizar os custos de operação de um sistema de energia elétrica. Assim, pretende-se minimizar os custos de operação da geração para atender a um perfil de demanda especificado. No problema OTS, a proposta consiste em identificar as linhas de transmissão que devem ser desligadas para minimizar os custos de geração de um sistema de energia elétrica. Dessa forma, desligando algumas linhas de transmissão, é possível mudar o perfil da distribuição de fluxos de potência através das linhas de transmissão que permitem aumentar a geração em barras geradoras com custos de operação menores.

Deve-se observar que o problema de desligamento de linhas de transmissão para diminuir os custos de operação é um tipo de problema de uma família de problemas mais geral de problemas relacionados com o desligamento de uma linha de transmissão. Deve-se observar que ainda na década dos anos 60 foi observado um fenômeno que aparentemente está em conflito com a lógica elementar de um engenheiro eletricista. Um engenheiro pode pensar, de forma intuitivamente lógica, que a adição de uma linha de transmissão deveria melhorar o desempenho de um sistema de energia elétrica já que uma linha de transmissão adicional deve melhorar a distribuição de fluxos de potência e, portanto, o sistema de energia elétrica deveria operar de forma mais folgada e muitas grandezas deveriam apresentar melhores desempenhos. Assim, por exemplo, as perdas elétricas deveriam diminuir pelo princípio do mínimo esforço, entre outras grandezas. Portanto, desligar uma linha de transmissão deveria piorar o desempenho de um sistema de energia elétrica. Entretanto, desde a década de 60 foi observado experimentalmente que quando alguma linha de transmissão é desligada, alguns indicadores de desempenho podem melhorar. Em alguns casos, um sistema de transmissão que opera violando limites de capacidade de transmissão pode operar sem violar nenhum dos limites após o desligamento de uma ou várias linhas de transmissão. Esse fenômeno atípico de comportamento de um sistema de energia elétrica é conhecido como paradoxo de Braess como mencionado em Blumsack et al. (2007) e Ruiz et al. (2012). Portanto, existem várias pesquisas de tipo variado que desligam linhas de transmissão com o objetivo de melhorar o desempenho de algum aspecto da operação de um sistema de energia elétrica, tais como melhorar o perfil de tensão, diminuir as perdas do sistema de energia elétrica, redirecionar fluxos de potência, eliminar congestionamento em determinadas linhas de

transmissão, melhorar a operação econômica de um sistema de energia elétrica diminuindo os custos de geração ao despachar geradores com custos de geração mais baratos, programação da operação, entre outros. Um aspecto importante de todas as pesquisas revisadas é o fato de que praticamente todas elas se preocupam em resolver o problema abordado, isto é, em encontrar uma proposta de otimização que identifique as linhas de transmissão que podem ser desligadas e, portanto, permita otimizar um objetivo específico. Em outras palavras, não existe preocupação em entender, do ponto de vista conceitual, o paradoxo de Braess. Assim, uma compreensão completa do chamado paradoxo de Braess ainda não foi concluída e apenas pode-se afirmar que não existe interesse em entender o paradoxo e se, de fato, esse fenômeno realmente pode ser considerado um paradoxo.

Neste trabalho, a preocupação da pesquisa está centrada em resolver alguns problemas ainda não adequadamente resolvidos com o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para encontrar uma proposta de operação que minimize os custos de operação considerando apenas o modelo de rede chamado DC e representado pelo modelo equivalente chamado de linear disjuntivo e para um perfil de demanda fixo. Adicionalmente, pretende-se explicar, pelo menos parcialmente, o paradoxo de Braess. Portanto, neste trabalho de pesquisa ainda não são abordados outros problemas importantes relacionados com o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para operação econômica do sistema de energia elétrica. Entre esses tópicos importantes, os seguintes são muito interessantes: (1) considerar a confiabilidade no problema de otimização da operação no problema de desligamento de linhas de transmissão, (2) usar o modelo AC que é mais exato e representa o modelo ideal usado em análise da operação de um sistema de energia elétrica e, (3) considerar o aspecto dinâmico do problema OTS, isto é, resolver o problema OTS considerando vários perfis horários de operação a fim de evitar desligamentos e ligamentos de linhas de transmissão várias vezes durante um dia de operação ou em intervalos de operação ainda maiores.

No problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para melhorar a operação econômica para um perfil de demanda especificado, os dados estão representados pela demanda conhecida em cada barra de demanda, pelos limites mínimo e máximo de geração em cada barra geradora, pelo custo de operação dos geradores de cada barra geradora dados em US/MWh e pelas linhas existentes na topologia base e que se encontram em operação com seus respectivos parâmetros elétricos (reatância e capacidade de transmissão). Nesse contexto, a otimização do problema OTS identifica as linhas de transmissão que devem ser desligadas, preservando a operação adequada do restante do sistema, assim como fornece o valor da diminuição dos custos de operação horária. O trabalho que pode ser considerado pioneiro no problema OTS para operação econômica do sistema de energia elétrica foi apresentado em 2008 por Fisher et al. (2008). A partir desse trabalho fundamental foram desenvolvidos muitos trabalhos de pesquisa relacionados com o tipo de pesquisa proposto neste trabalho.

Para o problema OTS considerando apenas o modelo de rede DC (linear disjuntivo) e para um perfil de demanda fixo, que é o tópico de pesquisa abordado neste trabalho, os seguintes tópicos de pesquisa ainda são relevantes:

1. O modelo de rede:

O modelo de rede usado desde a proposta de Fisher et al. (2008) é o modelo chamado DC,

mas usando o modelo linear disjuntivo porque ambos modelos apresentam a mesma solução ótima. O motivo de usar o modelo linear disjuntivo pode ser explicado porque nesse tempo os *solvers* de otimização para resolver problemas de programação linear inteira mista já se encontravam relativamente eficientes. O uso desse modelo foi se consolidando com as novas melhorias das novas versões dos *solvers*. Atualmente os *solvers* desse tipo são extremamente eficientes para determinados problemas quando são comparados com os da década passada. Assim, apareceram poucas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema OTS. O modelo de rede linear disjuntivo ainda é muito usado, mas estão aparecendo publicações usando modelos mais exatos como o modelo de rede AC. No modelo linear disjuntivo, é considerado apenas a potência ativa no sistema elétrico e todos os módulos de tensão nas barras do sistema são constantes e iguais a 1 p.u. O modelo matemático apresentado em Fisher et al. (2008) é chamado neste trabalho de modelo linear disjuntivo básico ou simplesmente modelo básico (MB).

2. O número elevado de desligamento de linhas de transmissão sugerido pelo modelo básico:

Um dos problemas do modelo básico apresentado em Fisher et al. (2008) é que o otimizador sugere o desligamento de um número muito elevado de linhas de transmissão. Por exemplo, em Fisher et al. (2008), é resolvido o problema OTS para o sistema IEEE de 118 barras (um sistema com pouco nível de estresse, o que significa a ocorrência de uma grande parcela de linhas de transmissão com carregamento distante dos limites) e o otimizador sugere retirar em torno de 40 linhas de transmissão (mais de 20%). Obviamente, essa proposta não pode ser implementada na prática. Desde então apareceram algumas propostas para reduzir o número de linhas de transmissão que devem ser desligadas. Outro fato importante, observado desde as pesquisas iniciais, é que existem poucas linhas cujo desligamento produz uma redução significativa dos custos de operação e existe um grande número de linhas de transmissão cujo desligamento produz uma redução insignificante dos custos de operação. Neste trabalho apresentamos uma proposta de otimização para atenuar esse tipo de problema.

3. O tempo de processamento muito elevado para resolver o modelo básico:

Como todo problema de programação linear inteira mista de grande porte, resolver o problema OTS pode exigir tempos de processamento muito elevados. Adicionalmente, como o problema OTS pode ser considerado um problema de planejamento de curto prazo, então os tempos de processamento não podem ser muito elevados. De maneira ilustrativa, pode ser mencionado que Fisher et al. (2008) não conseguiram resolver o modelo básico para o sistema IEEE de 118 barras em 2008 para um gap igual a zero. Assim, após 24 horas de processamento o gap ainda era inaceitável. O mesmo grupo de pesquisa não conseguiu resolver o mesmo sistema quando foi considerado confiabilidade (N-1) após 143 horas de processamento e com um gap inaceitável. Esses tempos de processamento foram diminuindo muito através do tempo com a aparecimento de computadores mais rápidos e *solvers* muito mais eficientes. Assim, em 2018, usando a última versão do solver CPLEX, o sistema IEEE de 118 barras para o modelo básico pode ser resolvido em tempos de processamento entre 10 e 20 segundos. Entretanto, para sistemas de grande porte e estressados, os tempos de processamento podem ainda ser muito elevados. Por esse motivo, apareceram muitos trabalhos de pesquisa com propostas para mudar o modelo básico de forma a acelerar o processo de solução do problema OTS. Neste trabalho, apresenta-se uma proposta de otimização para atenuar esse tipo de problema.

4. O problema de aparecimento de sistemas ilhados no modelo básico:

Existem várias pesquisas que mencionam que o modelo básico pode fornecer uma solução ótima formada por vários sistemas ilhados, isto é, o otimizador do problema OTS pode sugerir o desligamento de linhas de transmissão que transforma um sistema conexo em um sistema não conexo e formado por vários sistemas ilhados funcionando independentemente. Esse tipo de solução é inaceitável na prática pela dificuldade de reconectar os sistemas ilhados, já que aparecem vários problemas na reconexão, como o problema de sincronismo. Adicionalmente, existe um problema que provavelmente seja o que mais acontece no processo de otimização quando é usado o algoritmo *branch and bound*, técnica presente em todos os *solvers* comerciais eficientes. Esse problema aparece quando são geradas soluções parciais desconexas e, portanto, aparecem problemas numéricos porque os ângulos de fase das tensões das barras de cada sistema ilhado perderam a referência porque a referência angular ficou em uma das parcelas ilhadas. Nesse caso, podem aparecer problemas de convergência com os *solvers*. Assim, na literatura aparecem várias propostas com a finalidade de evitar que a solução final seja não conexa ou ainda evitar que as soluções parciais sejam também não conexas. Nossa experiência mostra que não existem motivos para que uma rede inicialmente conexa seja transformada em várias parcelas independentes e cada parcela funcionando de forma adequada. Nos testes realizados, aparecem propostas de otimização em que barras de passagem (barras que não têm geração nem demanda) de um sistema de energia elétrica podem ser desligadas do sistema de energia elétrica. Nesse contexto, a solução ótima fornecida pelo otimizador apresenta uma rede conexa operando e algumas barras de passagem desligadas do sistema energizado. Entretanto, esse tipo de fenômeno também pode dificultar a otimização do problema OTS quando são usados *solvers* de otimização. Os módulos dos ângulos dessas barras de passagem desligadas perdem a referência. Neste trabalho, apresenta-se uma proposta de modelo de otimização que elimina a possibilidade de aparecimento de propostas de solução desconexas fornecidas pelo otimizador do problema OTS usando uma estratégia de mudança na função objetivo. Adicionalmente, foi desenvolvido um modelo matemático mais formal usando a teoria de grafos que elimina a possibilidade de aparecimento de sistemas desconexos, seja como solução parcial válida ou como solução ótima final.

5. Proposta para a redução de linhas que podem ser desligadas:

Existem várias pesquisas que desenvolvem técnicas de otimização para identificar as linhas de transmissão que realmente não estão ajudando na operação eficiente do sistema de energia elétrica. Portanto, se esse processo de identificação for exato, então essa proposta pode ser incorporada como passo inicial (fase de pré processamento para reduzir o número de linhas de transmissão candidatas a desligamento). Essa estratégia pode ser incorporada através de uma heurística, uma meta-heurística ou em modelos exatos de otimização, como o modelo básico. Particularmente, para o modelo básico, a incorporação dessa informação pode reduzir de forma significativa o número de variáveis binárias. Neste projeto de pesquisa, está sendo sugerida uma proposta eficiente para reduzir o número de linhas de transmissão candidatas a desligamento. Essa proposta usa como ponto de partida um problema de programação linear que aloca defasadores artificiais no sistema elétrico para encontrar a operação econômica ótima do sistema de energia elétrica. Os caminhos em que são alocados os defasadores podem identificar os laços e as linhas de transmissão que podem representar o conjunto de linhas de transmissão que podem ser desligadas. Esse tópico de pesquisa deve ser abordado no futuro.

6. Uma explicação científica para o paradoxo de Braess:

Não existem pesquisas que tentam explicar através de argumentos científicos o paradoxo de Braess. Encontrar uma explicação coerente para o paradoxo de Braess pode permitir encontrar formas mais eficientes para o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão. Neste projeto de pesquisa, foram desenvolvidos alguns argumentos teóricos e experimentais que permitem explicar de forma consistente o paradoxo de Braess. A partir desses argumentos, pretende-se desenvolver uma proposta de otimização para o item anterior.

Esta tese de doutorado está estruturada em sete capítulos. No Capítulo 1, faz-se uma introdução geral onde se define o problema OTS e são abordados os assuntos mais relevantes e os tópicos de pesquisa mais ativos para o problema OTS. No Capítulo 2, é realizada uma revisão bibliográfica das principais publicações relacionadas com o problema OTS com a finalidade de diagnosticar os aspectos mais importantes e os tópicos mais pesquisados. No Capítulo 3, é analisado o modelo básico de Fisher et al. (2008) que deu início às pesquisas com o problema OTS de maneira mais formal como sendo um problema de otimização matemática. No Capítulo 4, apresenta-se a primeira proposta de modelagem matemática do problema OTS, testes preliminares usando os dados do sistema IEEE de 118 barras e uma primeira tentativa de explicar o paradoxo de Braess. Posteriormente não é usado o sistema IEEE de 118 barras porque é um sistema com pouco nível de estressamento e que não permite verificar as grandes diferenças entre os diferentes modelos matemáticos do problema OTS. No Capítulo 5, são apresentadas as várias versões modificadas de modelagem matemática do problema OTS desenvolvidas nesta tese de doutorado. No Capítulo 6, são apresentados os testes com 3 sistemas usados em planejamento da expansão no LaPSSE (Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica). No Capítulo 7, são apresentadas as conclusões parciais e os trabalhos futuros e, no Apêndice, são mostrados os dados dos sistemas usados nos testes.

Capítulo 2

Revisão do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão

2.1 Introdução

Neste capítulo, é realizada uma revisão bibliográfica detalhada do problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão. O objetivo central da pesquisa bibliográfica é analisar as pesquisas realizadas e que levaram ao atual estado da arte as pesquisas relacionadas com o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão, com o objetivo de encontrar a topologia de operação econômica ótima de um sistema de energia elétrica, isto é, minimizar os custos de operação de um sistema de energia elétrica despachando, preferencialmente, os geradores com menores custos de geração.

A pesquisa que mudou a lógica fundamental da estratégia de desligamento ótimo de linhas de transmissão com a finalidade de operar o sistema de forma econômica foi apresentada em Fisher et al. (2008). Portanto, levando em conta esse diagnóstico, a revisão bibliográfica foi separada em três parcelas diferentes. Inicialmente, é realizada uma revisão bibliográfica de publicações anteriores ao aparecimento da publicação Fisher et al. (2008), onde as principais pesquisas usavam a estratégia de desligamento de linhas de transmissão como uma estratégia de controle do sistema elétrico competindo com outras estratégias de controle, tais como a estratégia de ligar ou desligar bancos de capacitores ou de mudar o tap de um transformador de potência. Na sequência, é realizada uma revisão bibliográfica sobre a produção do grupo de pesquisa que publicou a referência Fisher et al. (2008) para acompanhar a evolução desse grupo. Finalmente, é realizada uma revisão sobre as produções bibliográficas realizadas por outros grupos, revisando publicações após 2008, ano de publicação da referência Fisher et al. (2008). A ideia fundamental é identificar as principais contribuições realizadas por outros grupos de pesquisa após a publicação de Fisher et al. (2008).

Na revisão bibliográfica, é dedicada especial atenção à contribuição principal realizada pelo grupo de pesquisa. Nesse contexto, o objetivo de realizar desligamento de linhas de transmissão é muito importante. A modelagem matemática escolhida também representa um tópico de

pesquisa muito importante para verificar os níveis de complexidade dos modelos matemáticos idealizados e as diferentes hipóteses escolhidas para formular o modelo matemático. Finalmente, analisou-se de forma crítica a técnica de otimização escolhida para resolver o problema de otimização.

2.2 Revisão Bibliográfica sobre Desligamento de Linhas de Transmissão Anterior à Otimização da Operação

Nesta Seção, realiza-se a revisão das principais publicações relacionadas com o desligamento de linhas de transmissão em problemas de operação de sistemas de transmissão que são anteriores à publicação realizada em Fisher et al. (2008), que pode ser considerada como um marco divisório entre as pesquisas relacionadas com desligamento ótimo de linhas de transmissão para operação ótima de um sistema de potência.

As primeiras publicações relacionadas com desligamento de linhas de transmissão para melhorar a operação de um sistema de potência foram realizadas na década de 80 e em torno de Hans Glavitsch do *Swiss Federal Institute of Technology* na cidade de Zurich, na Suíça. Assim, aparece a primeira publicação em Glavitsch (1985). A proposta apresentada em Glavitsch (1985) pode ser considerada como uma das primeiras relacionadas com desligamento de linhas de transmissão para melhorar a operação de um sistema de potência. Entretanto, em Glavitsch (1985) ainda não se apresenta de forma clara a ideia de realizar desligamento de linhas de transmissão para otimizar os custos de geração na operação de um sistema de potência como aparece de forma explícita em Fisher et al. (2008). Dessa forma, em Glavitsch (1985) a proposta de desligar linhas de transmissão é idealizada como um mecanismo de controle da operação da mesma forma como acontece com o desligamento ou ligamento de um banco de capacitores ou com a mudança do *tap* de um transformador. Entretanto, o autor observa a dificuldade de otimizar o desligamento de uma linha de transmissão porque esse desligamento representa uma variação discreta muito grande, além de mudar a topologia do sistema de transmissão.

A nível de diagnóstico, Glavitsch (1985) faz o diagnóstico de que o desligamento de uma linha de transmissão pode produzir os seguintes efeitos: (i) mudança dos fluxos de potência nas linhas de transmissão restantes, onde algumas linhas de transmissão podem ter os fluxos aumentados e outras podem ter os fluxos de potência diminuídos, incluindo a possibilidade de reversão do sentido do fluxo de potência, (ii) as perdas podem aumentar ou diminuir, (iii) os módulos de tensão nas barras podem aumentar ou diminuir e (iv) as correntes de curto-circuito em alguns pontos do sistema elétrico podem aumentar ou diminuir. Entretanto, algumas dessas observações não parecem muito verídicas. Assim, não parece muito evidente que o desligamento de uma linha de transmissão aumente o nível de curto-circuito em um ponto do sistema elétrico e que as perdas aumentem sem mudar a geração em cada barra geradora que não seja a barra de referência. Na otimização, o autor em Glavitsch (1985) usa otimização linear com o uso de uma matriz de fatores de distribuição e nos testes aparecem as possibilidades de desligar linhas de transmissão e também de adicionar linhas de transmissão. A nível de análise crítica, deve-se observar que o autor em Glavitsch (1985) faz uma análise em cima da Lei de Correntes de Kirchhoff (LCK) e não usa no raciocínio os efeitos da Lei de Tensões de Kirchhoff (LTK).

Uma premissa defendida nesta tese é que a obrigação sobre uma linha de transmissão de operar cumprindo a LTK em todos os laços da qual a linha de transmissão faz parte é o causador principal do comportamento atípico do sistema de energia elétrica, comportamento que pode aparecer com o desligamento de uma linha de transmissão.

Em Bacher e Glavitsch (1986), o grupo de pesquisadores liderado por Hans Glavitsch apresenta uma publicação relacionada com desligamento de linhas de transmissão. Nesse trabalho, também se limita o desligamento de uma linha de transmissão como sendo um elemento de controle e de melhorar a operação de um sistema elétrico. A proposta apresentada é também uma heurística baseada em programação linear e no uso de fatores de distribuição. Novamente, as mudanças topológicas (ligamento e desligamento de linhas de transmissão) são substituídas pela aplicação de fontes de corrente nos terminais da linha desligada. Os autores de Bacher e Glavitsch (1986) apresentam um teste de um sistema de 80 barras e 125 linhas de transmissão onde o objetivo é diminuir a sobrecarga de uma linha de transmissão.

Em Bacher e Glavitsch (1988) o grupo de pesquisadores liderado por Hans Glavitsch apresenta uma publicação relacionada com o desligamento de linhas de transmissão para reduzir as perdas. Na proposta apresentada, é possível ligar ou desligar linhas de transmissão e juntar ou separar uma barra. Deve-se observar que, fisicamente, uma barra está formada por vários barramentos que, quando conectados, formam apenas uma barra, mas quando separados podem representar barras distintas do ponto de vista elétrico. A proposta apresentada é também uma heurística baseada em programação linear e no uso de fatores de distribuição. Novamente, também as mudanças topológicas (ligamento e desligamento de linhas de transmissão) são substituídas pela aplicação de fontes de corrente nos terminais da linha desligada. Os autores de Bacher e Glavitsch (1988) apresentam um teste usando os dados do mesmo sistema de 80 barras e 125 linhas de transmissão usado em Bacher e Glavitsch (1986) com ligeiras modificações. Os autores fazem um primeiro teste reduzindo perdas através de fluxo de potência ótimo, que reduz as perdas de 78,85 MW para 41,67 MW, representando uma variação significativa. Mantendo o sistema com a operação otimizada por fluxo de potência ótimo, os autores reduzem as perdas usando a estratégia desenvolvida no artigo, isto é, ligando ou desligando linhas e juntando ou separando a conexão de uma barra. O teste mostra uma redução adicional das perdas de 9,8 MW usando a proposta apresentada, mas as estratégias de controle para atingir essa redução realizam a separação de quatro barras, juntam a conexão de uma barra e ligam uma linha de transmissão. Em outras palavras, a estratégia de otimização não desliga nenhuma linha de transmissão, o assunto principal da pesquisa. Os próprios autores reconhecem esse aparente paradoxo e insistem em afirmar que, desligando linhas de transmissão, é possível reduzir as perdas e afirmam que realizaram outro teste em que desligando cinco linhas de transmissão conseguiram reduzir as perdas em 0,6 MW. Finalmente, deve-se observar que pesquisas realizadas por vários grupos de pesquisa, entre eles o LaPSEE, mostram que uma linha adicionada a um sistema elétrico reduz as perdas e que, muito raramente, o ligamento de uma linha de transmissão aumenta as perdas e com valores insignificantes. Esse diagnóstico é decorrente do princípio do mínimo esforço.

Em Rolim e Machado (1999) é realizada uma revisão bibliográfica das diferentes propostas de mudança na topologia de uma rede de transmissão com a finalidade de realizar ações de controle no sistema de transmissão. A parcela que interessa nessa revisão é a mudança da topologia do sistema de transmissão manobrando linhas de transmissão ou manobrando chaves de acoplamento das barras de uma barra (*bus coupler switching*) do sistema de transmissão

(geralmente, uma barra do sistema de transmissão está fisicamente formada por duas ou mais barras metálicas que são conectadas por uma chave para que representem apenas uma barra do ponto de vista elétrico, mas essas barras físicas podem ser separadas eletricamente abrindo a chave de conexão para realizar trabalhos de manutenção. Entretanto, essas barras podem ser separadas para abrir um laço no sistema elétrico e essa manobra é considerada uma estratégia de controle). Nesse trabalho, a revisão mais interessante está relacionada com a manobra de chaves de acoplamento das barras físicas de uma barra elétrica. Nos aspectos gerais, são revisadas as propostas de escolha de linhas de transmissão que podem ser desligadas, estratégias heurísticas para a redução do espaço de busca, entre outros assuntos. Todas essas propostas são de tipo heurístico.

Em Mazi et al. (1986) é apresentada uma proposta de controle corretivo da operação de um sistema de transmissão através de manobra em linhas de transmissão e manobra em chaves de acoplamento de uma barra. Assim, é usado o modelo DC para calcular os fatores de sensibilidade lineares que são incorporados na estratégia de solução. Nesse trabalho, já se reconhece que os operadores do sistema de energia elétrica já conseguem encontrar soluções para resolver problemas de sobrecarga de linhas de transmissão desligando linhas de transmissão e sem mudar o perfil de geração e essa estratégia é realizada pelo operador usando um simulador de treinamento de despacho. O artigo analisa apenas as ações corretivas para eliminar sobrecargas em linhas de transmissão. O fato relevante é que os autores sugerem dois mecanismos para resolver esse tipo de problema, isto é, o desligamento de linhas de transmissão e a manobra de chaves para separar as componentes de uma barra, transformando uma barra em duas barras independentes e, portanto, abrindo laços no sistema elétrico. Nesse caso, uma chave que permite separar uma barra em duas barras é representada por um conjunto formado por dois ramos fictícios e uma barra fictícia entre os ramos. Um ramo tem reatância positiva e o outro ramo tem reatância do mesmo valor mas negativa, de forma que entre os extremos das barras candidatas à separação exista um ramo de reatância nula. A estratégia de solução está baseada no uso de fatores de distribuição, isto é, em uma estratégia heurística. São apresentados testes consistentes usando dados de um sistema de 39 barras.

Em Bakirtzis e Meliopoulos (1987), é apresentada uma formulação formal do problema de controle da operação de um sistema de energia elétrica usando terminologia de otimização matemática. Nessa proposta, resolve-se o problema de controle corretivo da operação de um sistema de energia elétrica através da manobra de bancos de capacitores, de bancos de reatores e dos desligamentos de linhas de transmissão. O fato relevante desse trabalho é que as decisões incorporadas devem ser discretas. Assim, na modelagem matemática, os controles são discretos e o único tipo de problema abordado é a eliminação de sobrecargas em linhas de transmissão. O corte de carga é incorporado como último recurso para eliminar as sobrecargas em linhas de transmissão. Entretanto, a metodologia apresentada usa programação linear que realiza aproximações lineares do problema originalmente não linear e discreto. Dessa forma, a estratégia geral de otimização usa uma redução do modelo matemático, um processo de linearização e uma solução do problema linearizado reduzido. Os próprios autores reconhecem que essa estratégia encontra apenas soluções factíveis de boa qualidade. Os autores apresentam testes consistentes para um sistema de grande porte formado por 981 barras e 1175 linhas de transmissão.

Em Schnyder e Glavitsch (1988), aparece uma proposta geral de controle corretivo de um sistema de energia elétrica que leva em conta a confiabilidade do sistema. Assim, são definidos

vários conceitos relacionados à operação pós-contingência e às possibilidades de reprogramação pós-contingência. Na análise teórica, é considerada a possibilidade de usar desligamento de linhas de transmissão dentro da estratégia de controle corretivo da operação do sistema elétrico, mas nos testes não é considerada essa possibilidade de desligamento de linhas de transmissão. Assim, em Schnyder e Glavitsch (1990), os mesmos autores apresentam uma proposta mais sofisticada do mesmo problema. Nesse caso, o desligamento de linhas de transmissão e a separação de uma barra em duas barras são considerados como formas de controle corretivo nos testes realizados.

2.3 Revisão Bibliográfica sobre Desligamento de Linhas de Transmissão para a Otimização da Operação

Na referência Fisher et al. (2008), aparece a primeira publicação relacionada com desligamento ótimo de linhas de transmissão com a finalidade de melhorar a operação de um sistema de energia elétrica, isto é, com o objetivo de minimizar os custos de operação devido à geração. Obviamente, os custos de geração podem ser diminuídos despachando os geradores com custos de geração menores. Em alguns casos, um sistema de energia elétrica não pode incrementar a geração dos geradores de custos menores porque aparece algum tipo de problema para implementar essa estratégia como, por exemplo, o congestionamento em algumas linhas de transmissão. Nesse contexto, por exemplo, o desligamento de uma linha de transmissão pode eliminar congestionamentos em determinadas linhas de transmissão e, dessa forma, aumentar o nível de geração dos geradores com menores custos de geração.

O problema da operação econômica de um sistema de energia elétrica através de desligamento de linhas de transmissão apresentado em Fisher et al. (2008) representou a base conceitual do problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão e, por muitos anos, as publicações novas seguiram a lógica fundamental apresentada em Fisher et al. (2008). As principais características da abordagem apresentada em Fisher et al. (2008) são as seguintes:

- Foi escolhido o modelo DC para representar as características de rede elétrica. Em outras palavras, é considerado apenas o balanço de potência ativa no sistema de energia elétrica através de uma generalização do modelo de fluxo de carga DC. Mesmo com essa simplificação, a modelagem resultante é um problema de programação não linear inteira mista. Esse modelo é transformado em um problema de programação linear inteira mista de grande porte de elevada complexidade através do uso do modelo linear disjuntivo. Os modelos DC e linear disjuntivo apresentam a mesma solução ótima.
- Os custos de geração são considerados lineares. Deve-se observar que no problema de fluxo de potência ótimo tradicional os custos de geração são representados através de um polinômio de segunda ordem. O modelo matemático é resolvido usando o *solver* CPLEX.
- Foi usado o sistema IEEE de 118 barras com 186 linhas de transmissão, 19 geradores com capacidade de geração de 5859 MW e 99 barras de demanda com uma demanda total de 4519 MW. Para o caso base, sem desligamentos de linhas de transmissão, o sistema opera com custos de 2054 US por hora. Esse custo foi obtido considerando custos de geração variando entre 0,19 a 10 US por MWh que atualmente representam custos muito defasados.

- O CPLEX não conseguiu encontrar a solução ótima do problema modelado usando o modelo linear disjuntivo com gap igual a zero. Assim, os autores fizeram testes fixando um limite máximo de linhas de transmissão que podem ser desligadas. Por exemplo, um teste que permite desligar até 12 linhas de transmissão precisou de 41 horas e 37 minutos de tempo de processamento. Deve-se observar que a proposta de fixar um número máximo de linhas de transmissão foi decorrente do elevado tempo de processamento para encontrar a solução ótima do problema.
- A melhor solução encontrada desliga 38 linhas de transmissão com uma redução dos custos de operação de 511 US. Adicionalmente, deve-se observar que, desligando apenas um número reduzido de linhas de transmissão, encontra-se uma redução significativa dos custos de operação. Assim, por exemplo, desligando cinco linhas de transmissão, aparece uma redução dos custos de operação de 447 US, isto é, 87% da redução total. Dessa forma, deve-se observar que o desligamento de 33 linhas adicionais produz uma redução muito pequena dos custos de operação, isto é, de 64 US (13% do total). Assim, parece evidente que deve ser procurada uma estratégia adequada que desligue apenas um número reduzido de linhas de transmissão.
- Os testes mostraram que o desligamento de uma linha de transmissão não necessariamente piora a confiabilidade do sistema de energia elétrica considerando o critério (N-1) de confiabilidade. A análise de contingência (N-1) consiste em remover cada linha especificada para análise de contingência e processar um problema de fluxo de carga com o restante do sistema mantendo os níveis de geração dos geradores nos níveis prévios ao acontecimento da contingência. Assim, se alguma geração adicional for necessária, então essa geração adicional deve ser fornecida pelo gerador da barra de folga. Portanto, após resolver o problema de fluxo de carga, devem ser calculadas todas as violações de operação no sistema elétrico, tais como violação de limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão, violação dos limites de tensão nas barras do sistema elétrico e ilhamento de cargas nas barras. Esse cálculo deve ser repetido para cada uma das contingências previamente especificadas. Na análise realizada, foram consideradas na lista de contingências todas as linhas de transmissão do sistema elétrico e, nesse contexto, uma linha de transmissão que opera em contingência viola sua capacidade de transmissão se o fluxo de potência que passa pela linha for maior que 110% de sua capacidade em operação normal, um valor conservativo e aceitável para operação em contingência.

Inicialmente, foi realizada análise de contingência para a topologia base, isto é, para o sistema com todas as linhas de transmissão ligadas. Assim, após análise de contingências, foi verificada que 29 linhas de transmissão se encontram sobrecarregadas no caso base com sobrecargas variando de 110 a 237%. Nesses testes não foram incluídas contingências que geram ilhamento de cargas, o que acontece com as cargas radiais.

Posteriormente, foram realizados os mesmos testes considerando como topologia base o sistema base inicial, mas com as linhas desligadas pela otimização OTS. Assim, merece comentário especial o teste com a topologia após o desligamento de uma linha de transmissão. Nesse caso, apareceram 28 linhas de transmissão sobrecarregadas, sendo que 23 delas apareceram para a mesma contingência e para as mesmas linhas do caso base e outras 5 violações não aconteceram no caso base. Portanto, 6 violações que aconteceram no caso base não apareceram na análise da nova topologia. Das 23 linhas de transmissão mencionadas anteriormente e que aparecem com suas capacidades de transmissão violadas em ambas as topologias, em 13 dessas linhas, os sobrecarregamentos ficaram aliviados

(com menor sobrecarregamento) na nova topologia, 8 ficaram mais sobrecarregados e 2 permaneceram no mesmo valor para ambas as topologias. Em outras palavras, o sistema ficou mais robusto com o desligamento de uma linha de transmissão. Entretanto, quando são desligadas duas ou mais linhas de transmissão, o desempenho do sistema piora a nível de confiabilidade usando o critério (N-1). Assim, o trabalho apresentado em Fisher et al. (2008) não é conclusivo em relação com a confiabilidade do sistema de energia elétrica após desligar linhas de transmissão.

Em resumo, a proposta apresentada em Fisher et al. (2008) foi um marco na pesquisa relacionada com o desligamento ótimo de linhas de transmissão visando operação econômica do sistema de energia elétrica. Os mesmos autores publicaram novos trabalhos de pesquisa melhorando alguns aspectos fundamentais do problema de desligamento de linhas de transmissão. Também pode ser oportuno mencionar que a nova versão do CPLEX resolve atualmente o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para o sistema IEEE de 118 barras em menos de um minuto usando qualquer computador pessoal de última geração. Assim, o problema de tempo de processamento passou a um novo patamar em função da evolução do *solver* CPLEX.

O trabalho publicado em Hedman et al. (2008) pelo mesmo grupo da publicação Fisher et al. (2008) e no mesmo ano trata de tópicos correlatos sobre o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão não abordados de forma completa em Fisher et al. (2008). Assim, nesse trabalho, são abordados tópicos correlatos decorrentes do desligamento de linhas de transmissão, tais como os efeitos de desligamentos de linhas de transmissão nos preços nodais e nos pagamentos ou encargos da demanda, os lucros das geradoras, os custos dos direitos de uso das linhas de transmissão, os custos relacionados com o congestionamento, entre outros.

O preço nodal ou preço marginal locacional (*Locational Marginal Price, LMP*) é definido como o custo marginal da energia em um ponto (barra) da rede elétrica e corresponde ao valor da variável dual da restrição de balanço de potência (equação (8) no modelo apresentado no Capítulo 3). Assim, o custo total do sistema é a soma de todos os custos das barras com demanda do sistema elétrico, isto é, o custo de geração. A receita de geração é o valor que os geradores recebem com base nos preços nodais, isto é, LMP vezes a quantidade gerada como acontece em vários mercados nos Estados Unidos da América. A receita total de geração é igual à soma de todas as receitas de geração. O lucro de uma geradora é a diferença entre o custo de geração e o preço de venda (receita) e, portanto, o lucro total de geração é a soma dos lucros de todas as geradoras. O pagamento de todas as cargas (consumidores) é igual a LMP vezes a demanda consumida. Assim, os encargos por congestionamento (EC) pode ser definido como a diferença de valores de LMP entre os extremos de uma linha de transmissão multiplicado pelo fluxo de potência da seguinte forma:

$$EC_{ji} = (LMP_i - LMP_j)P_{ij} \quad (1)$$

onde EC_{ji} representa o encargo de congestionamento da barra j para a barra i . A relação anterior quantifica o valor marginal da capacidade de transmissão de uma linha de transmissão, isto é, o preço marginal para o fluxo ou valor marginal da propriedade elétrica, chamado na literatura

de preço da admitância. O preço marginal de fluxo (*Flowgate Marginal Price, FMP*) é o preço sombra sobre a capacidade de transmissão de uma linha ou o valor marginal do incremento da capacidade térmica. Assim, o preço de admitância é igual a FMP menos a diferença de LMP. Quando a capacidade de transmissão de uma linha não foi atingida, então o FMP é zero e, portanto, o preço da admitância é igual ao negativo da diferença dos LMPs. Uma linha de transmissão pode ter encargo por congestionamento diferente de zero quando se encontra termicamente restrita ou com a admitância restrita. Uma linha de transmissão se encontra com a admitância restrita se for possível enviar maior potência através da linha mudando a admitância da linha.

Em Hedman et al. (2008) foram feitos testes usando o sistema IEEE de 118 barras para uma capacidade de geração de 5859 MW e demanda de 4519 MW e custo médio de geração de 0,455 US/MWh. Os mesmos autores reconhecem que esses custos de geração são muito pequenos que os encontrados em sistemas reais cujos custos médios de geração são tipicamente 50 vezes maiores. Para a topologia base, sem desligamentos de linhas, os custos de geração (a função objetivo do problema) é de 2054 US/hora, os lucros das geradoras (*generation rent*) são iguais a 1795 US/hora, os encargos de congestionamento (*congestion rent*) são iguais a 3907 US/hora e o pagamento dos consumidores ou das cargas (*load payment*) é igual a 7757 US/hora. Os resultados apresentados em Hedman et al. (2008) mostram que na maioria dos casos existem benefícios econômicos para as geradoras e para os consumidores quando comparados com o caso base sem desligamento de linhas de transmissão. Na verdade, o benefício econômico das geradoras sempre é melhor e o benefício dos consumidores é quase sempre melhor. Nesse contexto, obviamente, os encargos de congestionamento são menores quando são desligadas linhas de transmissão. Entretanto, um fato importante é que esses valores variam de forma significativa quando varia o número de linhas desligadas. Também foi observado que os melhores benefícios são encontrados com poucas linhas de transmissão desligadas.

Por outro lado, as variações dos valores de LMP em cada barra variam de forma significativa com o desligamento de linhas de transmissão. Da mesma forma, existem mudanças significativas nos encargos de congestionamento para cada linha de transmissão. Assim, o desligamento de uma linha de transmissão pode mudar os encargos de congestionamento de outra linha de transmissão de forma que passe da condição de sem encargos sem desligamento de linha de transmissão para a condição de ter encargos de transmissão quando é desligada outra linha de transmissão ou pode acontecer o efeito contrário. Adicionalmente, o desligamento de linhas de transmissão, além de provocar mudanças significativas nos encargos de congestionamento de outras linhas de transmissão, podem provocar mudanças drásticas que podem até mudar o sinal dos encargos de transmissão mudando de positivo para negativo (encargos de congestionamento negativos aparecem quando existe fluxo de potência de uma barra de custo locacional menor para uma barra de custo locacional maior). Em relação à análise de sensibilidade, a análise apresentada em Hedman et al. (2008) não difere de forma significativa da apresentada em Fisher et al. (2008).

No trabalho publicado em Hedman et al. (2009) pelo mesmo grupo de autores de Fisher et al. (2008) e Hedman et al. (2008), é analisado em detalhe o problema do efeito de desligamento de linhas de transmissão na confiabilidade do sistema de energia elétrica quando acontece desligamento de linhas de transmissão. A ideia central da proposta é mostrar que a estratégia de desligamento ótimo de linhas de transmissão para otimizar a operação econômica de um sistema de energia elétrica pode ser realizada levando em conta a confiabilidade para contingência (N-1).

Testes experimentais mostram que, em alguns casos, a rede resultante do desligamento ótimo de linhas de transmissão pode se comportar de forma mais eficiente que a rede original sem desligamento de linhas de transmissão.

Em Hedman et al. (2009) é apresentada uma modelagem matemática que permite encontrar um plano ótimo de desligamento de linhas de transmissão para melhorar a operação econômica de um sistema de energia elétrica e que leva em conta as contingências (N-1), isto é, deve-se realizar o desligamento de linhas de transmissão desde que a nova topologia encontrada opere de forma adequada quando o sistema perde, devido a contingências, uma linha de transmissão ou uma unidade geradora. Assim, na lista de componentes para contingência são consideradas todas as linhas de transmissão exceto aquelas que ligam barras de demanda terminais (nesse caso, a saída da linha de transmissão gera um corte de carga) e também são consideradas todas as barras geradoras desde que a contingência não deixe uma barra geradora ilhada. Entretanto, nos testes, na lista de elementos em contingência aparecem apenas linhas de transmissão. Adicionalmente, para operação em contingência, é permitido um carregamento adicional para as linhas de transmissão e os níveis máximo e mínimo de geração dos geradores para operação em contingência são os mesmos valores usados em operação normal. De acordo com os autores, quando um gerador entra em contingência, então pode ser mudada a geração dos geradores do sistema elétrico para atender à demanda em estado de contingência. Entretanto, quando existe contingência em uma linha de transmissão, então os geradores devem manter seus níveis de geração existentes em operação normal. Portanto, não existem variáveis novas de geração para contingência em uma linha de transmissão. Os testes com o sistema IEEE de 118 barras encontraram uma solução com uma economia de 3,3% com um *gap* de otimalidade de 60% quando o CPLEX parou após 143 horas de processamento, mostrando a complexidade do problema devido ao incremento de variáveis e à ineficiência do CPLEX daquela época.

Em Hedman et al. (2009), para encontrar soluções mais próximas da solução ótima, foi usada uma estratégia heurística para reduzir o número de linhas de transmissão candidatas a desligamento. Essa lista reduzida foi elaborada levando em conta a experiência dos operadores. Nos testes do sistema IEEE de 118 barras, foram permitidos que em estado de contingência uma linha opere com uma sobrecarga até atingir 125% do carregamento. O teste para o caso base sem desligamento de linhas de transmissão mostra um valor da função objetivo de 3323 US/hora. Nesse caso, a arrecadação em geração representa 23186 US e os gastos de geração representam 19863 US/hora, os encargos de congestionamento representam 4467 US/hora e, portanto, o pagamento realizado pela demanda é de 27653 US/hora. Em resumo, foi encontrado o melhor resultado escolhendo apenas 20 linhas de transmissão como candidatas para desligamento e essas linhas candidatas foram selecionadas levando em conta a experiência dos operadores. Nesse caso foi encontrada uma solução de boa qualidade com redução da função objetivo em 15% e com um tempo de processamento de 134 minutos. Assim, a informação fornecida pelos autores mostra a grande dificuldade de resolver o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para operação econômica do sistema de energia elétrica considerando contingências (N-1) usando os dados do sistema IEEE de 118 barras e otimizando o problema com o *solver* CPLEX. Essa experiência corresponde a testes feitos na década passada.

2.4 Revisão Bibliográfica de Pesquisas Recentes sobre Desligamento de Linhas de Transmissão

Em Fuller et al. (2012), é proposta uma estratégia heurística para resolver o problema OTS desenvolvida por um grupo de pesquisa da universidade de Waterloo liderado pelo professor J. David Fuller. A proposta é decorrente do fato de que encontrar a solução ótima do problema OTS precisa de um tempo de processamento muito elevado. Dessa forma, a proposta pretende encontrar soluções de qualidade do problema OTS com tempos de processamento aceitáveis. A ideia central da proposta consiste em identificar um parâmetro de sensibilidade que permite desligar a linha de transmissão mais adequada para reduzir os custos de operação. Esse processo pode ser repetido um número de iterações previamente especificado chamado de L . Dessa forma, a estratégia heurística pode retirar até L linhas de transmissão. O parâmetro fundamental de sensibilidade usado na estratégia heurística é a grandeza α_{ij} para a linha de transmissão conectada entre as barras i e j que assume a seguinte forma:

$$\alpha_{ij} = [\pi_i - \pi_j] f_{ij} \quad (2)$$

Para encontrar as grandezas da relação anterior, deve-se resolver o problema de planejamento da geração sem retirar linhas de transmissão. Esse modelo é um problema de programação linear (PL) que pode ser obtido diretamente do modelo representado pelo conjunto de relações (7)-(13) mostrado no Capítulo 3 após fixar todas as variáveis $w_{ij,y} = 1$. Após resolver esse PL, pode ser encontrado α_{ij} sabendo que π_i é a variável dual da restrição i do conjunto de restrições (8) mostrado no Capítulo 3 e f_{ij} é a potência ativa na linha ij . Baseado nos valores de α_{ij} , as linhas de transmissão podem ser ordenadas em ordem decrescente após resolver o PL do sistema (7)-(13) mostrado no Capítulo 3. Usando essa ideia fundamental, os autores fazem testes com quatro heurísticas:

1. Heurística Seq-MIP, que é a heurística decorrente da modelagem matemática apresentada em Fisher et al. (2008). Nesse caso, em cada passo se resolve um problema de programação linear inteira (ver modelo da Seção 3.2 - modelo (7)-(13)). Nesse caso, adiciona-se a restrição de desligar apenas uma linha de transmissão. Assim, em cada passo se resolve um problema de programação linear inteira que pode desligar apenas uma linha de transmissão e que, portanto, identifica a linha que deve ser desligada. Esse processo pode ser repetido por L iterações e, portanto, desligando até L linhas de transmissão. Essa proposta é decorrente da proposta exata apresentada em Fisher et al. (2008) e sugerida pelos próprios autores de Fisher et al. (2008).
2. Heurística Seq-A-MIP. Nesse caso, deve-se escolher ainda um parâmetro extra chamado de $\bar{\alpha}$. Assim, em cada passo se resolve um problema que tem a mesma estrutura que a heurística anterior chamada de Seq-MIP. A diferença é que na heurística Seq-A-MIP um conjunto de variáveis $w_{ij,y}$ são fixadas em $w_{ij,y} = 1$. Dessa forma, todas as linhas de transmissão cujos valores de $\alpha_{ij} \geq \bar{\alpha}$ devem ter seus valores $w_{ij,y}$ fixados em $w_{ij,y} = 1$. Obviamente, esta estratégia é mais rápida que a estratégia anterior porque tem um número

menor de variáveis binárias (uma parcela dessas variáveis foram fixadas em $w_{ij,y} = 1$), mas pode gerar uma solução de pior qualidade.

3. Heurística Seq-LP-1. Essa estratégia resolve apenas problemas de PL. Assim, em cada passo se resolve um problema de PL para a topologia corrente. Como já foi mencionado anteriormente, esse PL é obtido do modelo matemático (7)-(13) apresentado no Capítulo 3 após fixar as variáveis $w_{ij,y} = 1$, isto é, o problema de operação sem desligar linhas de transmissão. Após resolver esse tipo de PL para a topologia corrente, encontram-se os valores de α_{ij} . Os valores de α_{ij} são usados para ordenar as linhas de transmissão começando pela linha de transmissão com o menor valor de α_{ij} . Dessa forma, em cada passo, a estratégia heurística desliga a linha de transmissão que se encontra no topo da lista (a linha de transmissão com o menor valor de α_{ij}). Após desligar essa linha, encontra-se a topologia corrente. O processo pode ser repetido até L iterações, desde que o desligamento de uma linha de transmissão produza uma diminuição da função objetivo e, em cada passo, resolvendo um problema de programação linear. Obviamente, essa estratégia é muito mais rápida que as duas estratégias anteriores, embora as soluções sejam de menor qualidade.
4. Heurística Seq-LP-2. Essa estratégia é muito parecida com a estratégia anterior. A diferença fundamental é que, neste caso, devem ser resolvidos dois problemas de PL adicionais em cada passo. Para a topologia corrente, assim como na estratégia anterior, deve-se resolver um problema de PL para encontrar os valores de α_{ij} para ordenar as linhas de transmissão. Na estratégia anterior, escolhe-se a linha de transmissão melhor classificada. Nessa nova estratégia, faz-se uma análise adicional para escolher a linha de transmissão que deve ser desligada dentre as duas linhas de transmissão melhor classificadas. Assim, nessa nova estratégia são resolvidos dois problemas de PL em cada caso, simulando o desligamento de uma das duas linhas melhor classificadas. Depois, desliga-se a linha que apresenta melhor desempenho. Neste caso, o tempo de processamento aumenta em relação com a estratégia anterior, mas devem aparecer soluções de melhor qualidade.

Os autores apresentam testes usando dados dos sistemas IEEE de 118 barras e um sistema de 662 barras. A primeira heurística é decorrente da proposta dos autores de Fisher et al., (2008) e as outras 3 heurísticas foram desenvolvidas pelos autores de Fuller et al. (2012). Para o sistema de 118 barras, os tempos de processamento usando as estratégias Seq-A-MIP, Seq-LP-1 e Seq-LP-2 são mais rápidos que aqueles usando Seq-MIP. Particularmente, as heurísticas que resolvem apenas problemas de PL apresentam tempos de processamento iguais a 50% e 30 % quando comparados com o tempo de processamento da estratégia Seq-MIP. Como esperado, quando é comparada a qualidade das soluções, as estratégias Seq-MIP e Seq-A-MIP apresentam soluções parecidas e melhores que as estratégias Seq-LP-1 e Seq-LP-2. Nos testes com o sistema de 662 barras, a qualidade das soluções são muito parecidas para as quatro estratégias quando o sistema opera com demanda elevada (o caso mais crítico). Entretanto, os tempos de processamento dos métodos apresentados em Fuller et al. (2012) são muito menores que os encontrados pelo método Seq-MIP, cujos tempos de processamento que variam entre 6 % e 19% do tempo de processamento apresentado pela estratégia Seq-MIP.

Em Soroush e Fuller (2014), é proposto uma estratégia heurística para resolver o problema OTS desenvolvida pelo mesmo grupo de pesquisa da universidade de Waterloo liderado pelo professor J. David Fuller, em que a heurística apresentada em Fuller et al. (2012) é melhorada e generalizada para ser usada com o modelo AC. Esses pesquisadores verificaram que a

heurística chamada de DCOPF formulada usando o modelo DC para modelar matematicamente a operação do sistema elétrico pode trazer algumas aproximações que, em determinadas circunstâncias, podem se tornar inaceitáveis. Assim, a primeira proposta consiste em usar o modelo AC no problema OTS, isto é, o mesmo modelo usado em análise da operação do sistema elétrico. Os autores argumentam que a única razão para usar o modelo DCOPF no problema OTS é a dificuldade computacional que aparece quando é usado o modelo AC para resolver o problema OTS. Entretanto, os avanços computacionais dos últimos anos permitem trabalhar com o modelo AC para resolver o problema OTS. Dessa forma, a grandeza de sensibilidade usada para desligar uma linha de transmissão quando é usado o modelo DCOPF é reformulada usando o modelo AC e, portanto, as decisões são realizadas sobre o modelo AC. O parâmetro fundamental de sensibilidade usada na estratégia heurística é a grandeza α_{ij}^{AC} para a linha de transmissão conectada entre as barras i e j , que assume a seguinte forma:

$$\alpha_{ij}^{AC} = [\pi_i^P - \pi_j^P] P_{ij} + [\pi_i^Q - \pi_j^Q] Q_{ij} - P_{ij}^{loss} \pi_i^P - Q_{ij}^{loss} \pi_i^Q \quad (3)$$

As grandezas anteriores são encontradas após resolver o problema da operação ótima do sistema elétrico sem desligar linhas e usando o modelo AC. Em outras palavras, resolvendo o modelo AC equivalente ao modelo DC apresentado no sistema de equações (7)-(13) do Capítulo 3 e quando $w_{ij,y} = 1$. Assim, π_i^P é a variável dual da equação de balanço de potência ativa na barra i (o equivalente de (8) para o modelo AC), P_{ij} é a potência ativa através do ramo ij , Q_{ij} é a potência reativa através do ramo ij , π_i^Q é a variável dual da equação de balanço de potência reativa na barra i (o equivalente de (8) para o modelo AC para o balanço de potência reativa), Q_{ij} é a potência reativa através do ramo ij , P_{ij}^{loss} é a perda de potência ativa na linha ij e Q_{ij}^{loss} é a perda de potência reativa na linha ij . Deve-se observar que o correspondente valor de α_{ij} para o modelo DC, chamado de α_{ij}^{DC} , apresenta a mesma forma matemática do primeiro termo de α_{ij}^{AC} para o modelo AC, mas os valores numéricos não são os mesmos.

Usando a mesma proposta heurística usada para o modelo DC apresentada em Fuller et al. (2012), o mesmo grupo de pesquisa apresenta a estratégia heurística para o modelo AC. Dessa forma, foi implementada a estratégia correspondente à heurística Seq-LP que, neste caso, seria a heurística que pode ser chamada de Seq-NLP, já que em cada passo deve ser resolvido um problema de programação não linear (*Non Linear Programming, NLP*). A estratégia heurística Seq-NLP exige a especificação de 3 parâmetros: I , que agrupa o número máximo de linhas candidatas a desligamento a serem analisadas em cada passo do algoritmo; m , que é o número máximo de linhas candidatas que geram soluções com redução de custos de geração; e L , que é o número máximo de iterações da estratégia heurística e, portanto, representa o número máximo de linhas que podem ser desligadas. Em cada passo, existe disponível a chamada topologia corrente e, nesse contexto, a heurística Seq-NLP processa os seguintes passos: (1) resolve-se um problema de NLP para a topologia corrente com todas as linhas da topologia corrente operando e o resultado é usado para ordenar as linhas de transmissão segundo os valores de α_{ij}^{AC} para a topologia corrente e, nesse ordenamento, a linha com maior valor de α_{ij}^{AC} é classificada em primeiro lugar; (2) nesse ordenamento, são consideradas para análise apenas as I linhas de transmissão melhores classificadas; (3) para cada elemento em I , deve-se simular o desligamento da linha correspondente e se resolve um problema de NLP para o sistema restante e se calcula a função objetivo. Esse processo é repetido até encontrar m linhas candidatas a desligamento que produzem uma redução da função objetivo e, portanto, neste passo, resolve-se um mínimo de

m problemas de programação não linear (NLP) e um máximo de I problemas de NLP; (4) das candidatas a desligamento, desliga-se aquela linha de transmissão que produz a maior redução da função objetivo, atualiza-se a topologia corrente com o desligamento da linha de transmissão identificada e se repete o processo iterativo. O processo iterativo termina quando em uma determinada iteração não existe uma proposta de desligamento de uma linha de transmissão ou quando for atingido o limite de L iterações. Assim, a estratégia heurística é repetida um máximo de L iterações e retirando o mesmo número de linhas de transmissão. Adicionalmente, deve-se observar que a estratégia heurística Seq-NLP resolve apenas problemas de programação não linear (NLP).

Testes preliminares mostram que a classificação das linhas de transmissão usando α_{ij}^{AC} são mais confiáveis que α_{ij}^{DC} quando ambos são comparados com um método exato usando enumeração explícita. Para os testes no sistema IEEE de 118 barras, foram usados valores de $L = 4$, $I = 10$ e $m = 2$. Os testes mostram desempenhos parecidos quando o sistema apresenta carga leve ou normal. Entretanto, para carga elevada, a qualidade da heurística Seq-NLP é melhor, mas com incremento de tempo de processamento que não chega a ser proibitivo (em torno de 2 minutos para os processos mais demorados). Nos testes com o sistema de 300 barras, o desempenho geral é muito parecido. Entretanto, nesse sistema, foi observado um comportamento atípico para a estratégia Seq-LP. Assim, usando a estratégia Seq-NLP, foram encontradas soluções com redução de custos de 1,27%, 3,9% e 2,51%. Por outro lado, usando a estratégia Seq-LP foram encontradas soluções com redução de custos de 3,5%, 5,69% e 5,21% (valores aparentemente melhores). Entretanto, quando a solução encontrada com a estratégia Seq-LP para carga leve (3,5%) é analisada usando o modelo AC (calculando os custos de operação sem desligamento de linhas de transmissão para o modelo AC e calculando os custos de operação desligando as linhas de transmissão sugeridas pela estratégia Seq-LP) aparece um incremento de custo de operação de 1,94%. Em outras palavras, embora a estratégia Seq-LP indique uma proposta de solução de menor custo, essa proposta aumenta os custos de operação quando verificada pelo modelo AC que é o que realmente acontece na operação. Embora esse comportamento seja atípico, o teste identificado mostra as limitações do uso de modelos aproximados na análise da operação ótima de sistemas de energia elétrica.

Em Ostrowski et al. (2012) pesquisadores do *Argonne National laboratory*, USA, liderados pelo Dr. Cong Liu, iniciaram em 2012 um ciclo de publicações relacionadas com o problema OTS. A publicação apresentada em Ostrowski et al. (2012) trata um assunto muito concreto, isto é, do problema de simetria existente em linhas de transmissão que, para o caso do problema OTS, produz tempos de processamento muito elevados no caso de sistemas elétricos em que existem muitos casos de simetria. Para os autores, o problema de simetria aparece quando existe mais de uma linha do mesmo tipo entre duas barras. Realmente, em muitos sistemas elétricos existem várias linhas de transmissão do mesmo tipo (linhas de transmissão em paralelo) ligadas entre duas barras. Os autores reconhecem a grande dificuldade, a nível de tempo de processamento, para resolver o problema OTS de sistemas reais. Reconhecem dois problemas já identificados, isto é, a necessidade de modelar a operação usando variáveis binárias e a necessidade de usar o parâmetro M grande para modelar o problema usando o modelo linear disjuntivo. Eles adicionam um aspecto complicante adicional do problema que é o problema de simetria. Na Figura 1, mostra-se um sistema que tem duas linhas com as mesmas características em paralelo entre as barras 1-2 e que produzem uma operação infactível com a linha 3-4 sobrecarregada (todas as

linhas tem capacidade de 100 MW e susceptância de 1 p.u.)

Na Figura 2, mostra-se a operação factível do sistema de 4 barras quando é desligada uma linha entre as barras 1-2. Como mencionado anteriormente, a existência de simetria gera um tempo de processamento maior. Assim, os autores de Ostrowski et al. (2012) sugerem duas propostas para atenuar o efeito de simetria no problema OTS. Uma forma é a estratégia que consiste em gerar uma restrição que produz a quebra da simetria (*Symmetry-Breaking Constraints*). Assim, para as duas linhas em paralelo na Figura 1, estão associadas as variáveis binárias $w_{ij,1}$ e $w_{ij,2}$ e, nesse contexto, pode ser gerada a restrição $w_{ij,1} \geq w_{ij,2}$. Dessa forma, a linha 2 no caminho 1-2 é ligada apenas depois que a linha 1 for ligada. Assim, se Ω_S é o conjunto de caminhos em que existem linhas idênticas em paralelo e o número de linhas em paralelo estão determinados pela variável $y \in Y$, então, deve-se adicionar a seguinte restrição ao problema OTS:

$$w_{ij,y-1} \geq w_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_S \quad \forall y \in Y \text{ e } y > 1 \quad (4)$$

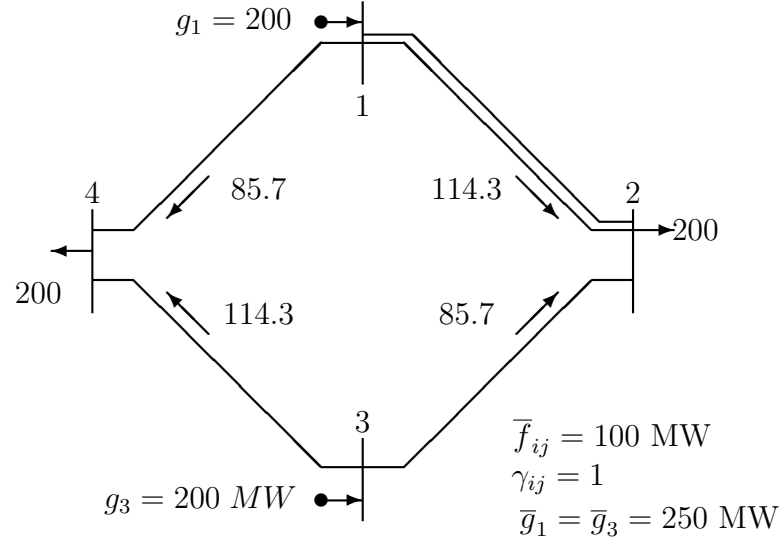
A proposta anterior, em alguns casos, pode exigir maior tempo de processamento pelo incremento do número de variáveis. Outra proposta consiste em aproveitar a simetria na separação de um subproblema em dois novos subproblemas no algoritmo de *branch and bound* (*Exploiting Symmetry via Branching*). Assim, em lugar de gerar dois novos subproblemas gerando um subproblema fixando $w_{ij,y} = 1$ e o outro subproblema fixando $w_{ij,y} = 0$, pode ser usada a seguinte estratégia na geração dos dois novos subproblemas:

$$\sum_{y=1}^{K_{ij}} w_{ij,y} \geq b + 1 \quad \text{ou} \quad \sum_{y=1}^{K_{ij}} w_{ij,y} \leq b \quad (5)$$

onde K_{ij} é o número de linhas idênticas em paralelo entre as barras ij e b é o maior inteiro contido na somatória das variáveis $w_{ij,y}$ na solução do problema de PL que está sendo separado em dois subproblemas. Os autores fizeram testes com o sistema RTS-96 de 57 barras, que possui 12 caminhos nos quais existem linhas idênticas em paralelo entre duas barras, e no sistema IEEE de 118 barras que possui 9 caminhos nos quais existem linhas idênticas em paralelo entre duas barras. Os resultados encontrados foram surpreendentes em termos de tempo de processamento. No sistema de 57 barras, o tempo de processamento aumentou quase 4 vezes quando é usada a restrição (4) e diminuiu em torno de 50% quando é usada a restrição (5) na comparação com o tempo de processamento sem o uso de restrições especiais. No sistema de 118 barras, o tempo de processamento diminuiu ligeiramente quando é usada a restrição (4) e diminuiu para um quarto do tempo total quando é usada a restrição (5) na comparação com o tempo de processamento sem o uso de restrições especiais. Em resumo, a proposta de adicionar restrições de quebra de simetria se tornou quase irrelevante, enquanto que a proposta de aproveitar a simetria para realizar a separação do subproblema se tornou muito eficiente.

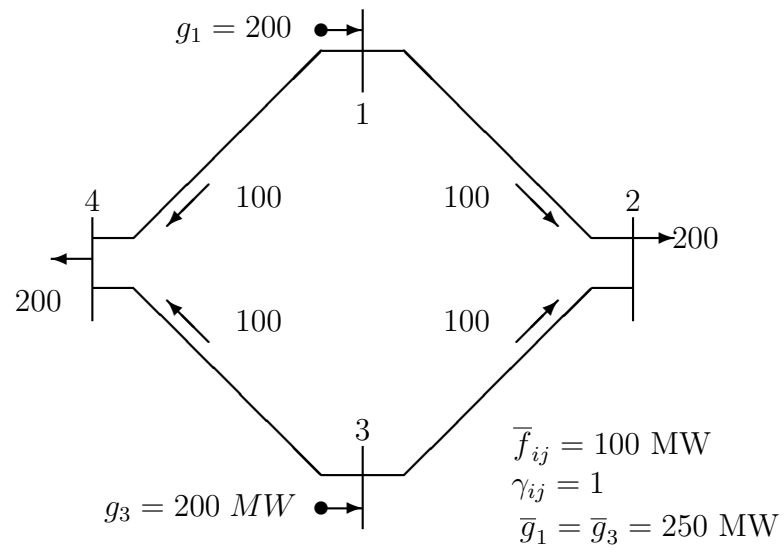
Em Liu et al. (2012), os mesmos pesquisadores do *Argonne National Laboratory* apresentam uma estratégia heurística para reduzir o número de linhas candidatas que podem ser desligadas

Figura 1: Sistema de 4 barras.



Fonte: Adaptado de Ostrowski et al. (2012).

Figura 2: Sistema de 4 barras com uma linha desligada.



Fonte: Adaptado de Ostrowski et al. (2012).

no problema OTS. A ideia fundamental da proposta consiste em identificar um número reduzido de linhas de transmissão que podem ser desligadas e, portanto, apenas essas linhas devem ter variáveis binárias associadas ao problema OTS e, portanto, reduzindo de forma significativa o número de variáveis binárias desse problema OTS. A estratégia heurística apresentada em Liu et al. (2012) é composta pelos seguintes passos:

1. Resolver o problema de programação não linear (NLP) para o modelo DC sem considerar desligamento de linhas de transmissão e encontrar a operação ótima do sistema elétrico para a topologia base. Encontrar as variáveis duais da equação de balanço de potência em cada barra e os indicadores de sensibilidade das linhas de transmissão, tais como os fatores de distribuição de saída de linhas de transmissão *LODF* (*Line Outage Distribution Factor*) e os fatores de distribuição de transferência de potência *PTDF* (*Power Transfer Distribution Factor*). Esses fatores são apresentados em Wood e Wollenberg (1996).
2. Avaliar os dados da rede elétrica e encontrar o conjunto Ω_S formado pelas linhas de transmissão que podem ser desligadas. Assim, por exemplo, todas as linhas cujo desligamento produz ilhamento não podem fazer parte do conjunto Ω_S . Assim, todas as linhas de transmissão que não fazem parte do conjunto Ω_S devem ter suas variáveis binárias fixadas em $\omega_{ij,y} = 1$.
3. Usar os valores dos indicadores de sensibilidade e os valores das variáveis duais da equação de balanço de potência encontrados do passo 1 para ordenar as linhas de transmissão do conjunto Ω_S e, usando esse ordenamento, montar o conjunto Ω_{SC} formado por um subconjunto dos elementos de Ω_S melhores classificados. Assim, apenas os elementos de Ω_{SC} devem ser candidatos a desligamento e devem estar associados a variáveis binárias $\omega_{ij,y}$. As outras linhas de transmissão do conjunto Ω_S devem ter suas variáveis binárias fixadas em $\omega_{ij,y} = 1$. Portanto, o problema OTS teve suas variáveis binárias reduzidas para um número igual a $|\Omega_{SC}|$.
4. Resolver o problema OTS considerando como variáveis de decisão apenas as variáveis binárias do conjunto Ω_{SC} .

No Passo 3, a escolha do conjunto reduzido Ω_{SC} de linhas de transmissão pode ser realizada usando duas estratégias. A primeira estratégia, chamada de estratégia de mudança de congestionamento (*Change of Congestions*) usa a ideia fundamental de que se o desligamento de uma linha de transmissão reduz o congestionamento do sistema elétrico, então essa linha é interessante para ser considerada a desligamento. A segunda estratégia, chamada de aproximação de mudança de custos de operação (*Approximation of Change in Dispatch Cost*), usa a ideia fundamental de identificar as linhas de transmissão que quando são desligadas produzem mudanças positivas no custo de operação do sistema elétrico. Essa variação do custo de operação pode ser determinada de forma aproximada da seguinte forma:

$$\Delta C_{ij} \approx \frac{(\lambda_j - \lambda_i) f_{ij}^o}{1 - PTDF_{ij}} \quad (6)$$

onde ΔC_{ij} representa a variação aproximada do custo de operação quando a linha ij é desligada, λ_i é a variável dual da restrição de balanço de potência na barra i e $PTDF_{ij}$ é o fator de

transferência de potência para a linha ij . Usando essa relação, podem ser ordenadas as linhas de transmissão do conjunto Ω_S iniciando pelos menores valores (negativos) de ΔC_{ij} . Um conjunto reduzido das linhas de transmissão melhores classificadas formam o conjunto Ω_{SC} . Os testes realizados usando o sistema RTS-96 com 117 linhas de transmissão e com o sistema IEEE de 300 barras mostraram que a segunda estratégia é muito superior. Assim, por exemplo, para o caso do sistema de 300 barras, a modelagem tradicional sem redução de linhas candidatas a desligamento encontrou uma solução com um tempo de processamento de 74,2 segundos. Quando é usada a segunda estratégia, para o caso em que o número de linhas candidatas a desligamento é igual a $|\Omega_{SC}| = 40$, o tempo de processamento foi de 1,25 segundos e encontrou uma solução 0,17% mais cara que a solução usando o modelo tradicional.

Em Ostrowski et al. (2014), os mesmos pesquisadores do *Argonne National Laboratory* apresentam uma estratégia para evitar que o problema OTS gere soluções ótimas com ilhamento. O problema OTS otimiza a operação econômica de um sistema elétrico originalmente conexo, isto é, a topologia base deve ser conexa. Nesse contexto, uma solução ótima ilhada encontrada pelo problema OTS desligando o sistema elétrico em ilhas não pode ser considerada aceitável. Os autores de Ostrowski et al. (2014) analisam este problema muito importante. O problema OTS pode encontrar soluções ótimas em que algumas barras estão ilhadas do sistema principal e também existe a possibilidade de encontrar uma solução ótima formada por várias ilhas operando de forma independente. O primeiro caso pode acontecer quando existem barras de passagem e as linhas que conectam essas barras de passagem são irrelevantes (podem ser desligadas) para a operação econômica ótima do problema OTS. Entretanto, a ênfase mais importante do trabalho apresentado em Ostrowski et al. (2014) é usar os problemas de ilhamento que podem ser gerados pelo algoritmo de *branch and bound* existente em *solvers* comerciais como o CPLEX. Assim, são gerados cortes ou propriedades de grafos para fixar algumas variáveis binárias no valor de $w_{ij,y} = 1$. O problema OTS que controla a conectividade do problema OTS é chamado pelos autores de problema OTS com restrições de conectividade e, neste trabalho, é chamado de CC-OTS (*Connectivity Constrained Optimal Transmission Switching*). Em Ostrowski et al. (2014) aparecem várias propostas para assegurar que a solução ótima do problema OTS seja conexa. Entre essas propostas, podem ser destacadas as seguintes:

- Adicionar no modelo restrições que evitam ilhamento. Assim, pode-se identificar um conjunto de linhas que se forem desligadas, então aparece ilhamento. Nesse contexto, pode-se adicionar uma restrição que obrigue que, pelo menos, uma linha desse conjunto não seja desligada. Essa proposta é descartada porque existe um número exponencial desse tipo de conjuntos em um sistema elétrico real e não existe forma simples de identificar quais desses conjuntos podem ter suas restrições ativas na solução final e nos subproblemas gerados pelo algoritmo *branch and bound* do CPLEX. Existe ainda a possibilidade de identificar um grupo de conjuntos chamados de conjuntos minimais para serem gerados, mas esse número de conjuntos minimais também é muito elevado.
- Os autores observaram que um grafo é conexo (sistema elétrico conexo) se existe um caminho ligando um nó (barra) com outro nó do sistema elétrico. Também um arco do grafo é chamado de grafo de corte (*cut edge*) se a remoção desse arco gera dois subgrafos (ilhamento). Portanto, uma linha de transmissão que funciona como arco de corte no problema CC-OTS deve estar sempre ligado ($w_{ij,y} = 1$). Assim, é possível fixar algumas variáveis de decisão binárias no valor de $w_{ij,y} = 1$.

- Outra observação importante é que para que o sistema elétrico seja conexo, uma condição mínima é que o número de linhas de transmissão deve ser maior ou igual a $(n_b - 1)$ sendo n_b o número de barras do sistema elétrico. Essa restrição é uma restrição necessária para que uma topologia seja radial e muito usada na otimização de sistemas de distribuição. Portanto, essa restrição também é uma restrição válida que pode ser incorporada na modelagem matemática do problema CC-OTS.
- O tipo de restrição mencionado anteriormente pode ser aplicado em subgrafos do grafo completo. Um subgrafo é chamado de componente biconectado (*biconnected component*) se não possui um arco que seja arco de corte. Nesse contexto, para cada subgrafo que seja componente biconectado, também pode ser gerada a restrição mencionada no item anterior. Adicionalmente, no contexto mencionado, se for identificado que um subgrafo está formado apenas por um arco de corte, então a variável binária correspondente pode ser fixada em $w_{ij,y} = 1$. Entretanto, os autores também descartam o uso eficiente dessa estratégia para sistemas de grande porte.
- A proposta dos autores de Ostrowski et al. (2014) consiste em gerar algumas das restrições mencionadas anteriormente para gerar restrições válidas quando um subproblema é separado em dois novos subproblemas dentro da estrutura do algoritmo *branch and bound*. Assim, se a decisão é forçar que uma linha seja desligada no processo de separação do algoritmo *branch and bound*, então os componentes biconectados (novos subgrafos gerados) do novo subproblema são identificados. Assim, para cada componente biconectado, é identificado um provável arco de corte e para o qual a variável correspondente pode ser fixada em $w_{ij,y} = 1$ e, adicionalmente, para cada componente biconectado é gerada a restrição mencionada no item anterior.

Os autores de Ostrowski et al. (2014), realizaram testes usando dados de dois sistemas elétricos, isto é, o sistema RTS-96 formado por 3 redes idênticas de 24 barras muito simples de resolver e um sistema de 300 barras que apresenta um nível muito maior de dificuldade. Os testes mostram um tempo de processamento de 560 segundos para o sistema de 300 barras quando o sistema é resolvido usando o modelo tradicional, isto é, o problema OTS, e demora 392 segundos quando o sistema é resolvido usando o modelo CC-OTS com as restrições de ilhamento desenvolvido pelos autores. Entretanto, o valor da função objetivo dos dois testes são os mesmos, isto é, em ambos os testes a solução é a mesma e conexa. Portanto, as restrições de ilhamento apenas aceleraram o processo de solução da mesma forma que qualquer outra restrição válida (restrição substituta). Finalmente, os autores desenvolveram uma variante da proposta em que a solução ótima gerada deve continuar conexa se uma linha de transmissão é desligada como consequência de uma falta posterior. Essa proposta pode ser interessante em propostas que consideram confiabilidade. Nesse teste, o tempo de processamento é de 27 segundos e a função objetivo é ligeiramente superior, como era esperado, já que se trata de um problema mais restrito.

Em Kocuk et al. (2017) é apresentada uma nova proposta do problema OTS, mas usando o modelo AC, que é o modelo usado na análise da operação de um sistema elétrico. Assim, essa proposta implica uma mudança do modelo linear disjuntivo, que é a proposta de modelagem matemática mais usada no problema OTS. Os autores desse trabalho mencionam explicitamente que existem vários motivos para migrar para a modelagem AC na análise da otimização do problema OTS e entre esses motivos se menciona que a topologia ótima encontrada usando o

modelo DC (linear disjuntivo) nem sempre é factível para o modelo AC e também que a redução de custos de operação do sistema de energia elétrica podem estar superestimados quando é usado o modelo DC. Obviamente, a justificativa mais convincente é o fato de que o problema OTS seria modelado pelo modelo AC que é a mesma modelagem usada em análise de operação de um sistema de energia elétrica e, portanto, as propostas de solução encontradas estariam livres de erros de modelagem. Portanto, essa proposta de modelagem matemática é a mais moderna em termos de modelagem e deve ser usada de forma predominante no futuro. A modelagem AC está inspirada na modelagem AC usada nos últimos anos para o problema de fluxo de potência ótimo que, em termos de modelagem, é menos complicada que a modelagem do problema OTS para o modelo AC, já que aparecem as variáveis binárias que identificam o estado aberto ou fechado de uma linha de transmissão. Dessa forma, a modelagem AC para o problema OTS tenta incorporar as experiências em modelagem matemática para o problema de fluxo de potência ótimo. Em Kocuk et al. (2017), é formulado o problema OTS como um problema de programação não linear inteira mista e transformado em um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista relaxado. Na modelagem matemática, as equações relacionadas com as leis de Kirchhoff são representadas em coordenadas retangulares. Na formulação relaxada do problema original, que é um problema de otimização quadrática não convexa, a proposta consiste em relaxar (eliminar) da formulação matemática um conjunto de restrições relacionadas com a abertura angular entre as barras que ligam uma linha de transmissão. Obviamente, relaxações desse tipo geram propostas de solução ineficazes para a formulação matemática original. Portanto, para contornar a relaxação de um conjunto de restrições que transformam um modelo não convexo em um modelo convexo, os autores em Kocuk et al. (2017) incorporam na modelagem matemática desigualdades válidas que permitem representar de forma aproximada as restrições que foram relaxadas (eliminadas). Assim, são propostos 3 tipos de desigualdades válidas. Um primeiro tipo de desigualdade válida consiste em gerar aproximações externas na forma de envelope das desigualdades relaxadas, um segundo tipo de restrições válidas consiste em gerar planos de cortes usando conceitos de programação semi definida (SDP) chamada de disjunção semi definida e o último tipo de desigualdade válida consiste em usar as propostas de disjunção de McCormick anteriormente já usadas pelos autores em problemas de fluxo de potência ótimo.

Após sugerir a geração de desigualdades válidas para substituir de alguma forma as restrições relaxadas, os autores em Kocuk et al. (2017) sugerem a aplicação de um algoritmo de duas fases. Na primeira fase, resolve-se uma sequência de problemas de programação cônica de segunda ordem (PSOC) relaxados que são problemas obtidos após relaxar a integralidade das variáveis binárias que identificam o estado aberto ou fechado de uma linha de transmissão na modelagem original que é um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista (MISOCP). Esse modelo tem uma parcela de restrições relaxadas (as restrições de diferença angular mencionadas anteriormente), mas que incorporam o segundo e terceiro tipo de restrições válidas mencionadas anteriormente (disjunção semi definida e disjunção de McCormick). A ideia fundamental desta fase consiste em aumentar (melhorar) a limitante inferior do problema MISOCP relaxado, isto é, do problema OTS com as restrições relaxadas mencionadas anteriormente (relações de ângulo entre as barras de uma linha de transmissão). Na segunda fase, resolve-se uma sequência de problemas do tipo MISOCP relaxado pelas restrições angulares mencionadas anteriormente, mas que incorporam o segundo e terceiro tipo de restrições válidas mencionadas anteriormente (disjunção semi definida e disjunção de McCormick). A ideia fundamental desta fase é encontrar soluções factíveis de alta qualidade para o problema OTS. Especificamente, a identificação de soluções válidas do problema OTS é realizada resolvendo um problema de fluxo

de potência ótimo toda vez que o algoritmo *branch and bound* identifica uma topologia válida (uma topologia com as variáveis binárias fixadas em zero ou um). Assim a diferença entre a primeira e a segunda fase é que na primeira fase se resolve problemas relaxando a integralidade das variáveis binárias relacionadas com o estado de operação das linhas de transmissão, enquanto que na segunda fase não existe esse tipo de relaxação. Pode-se observar que a proposta de otimização apresentada em Kocuk et al. (2017), mesmo com toda a sofisticação, é apenas uma proposta heurística sofisticada que encontra soluções de elevada qualidade e não apresenta a garantia de encontrar a solução ótima. No algoritmo de Kocuk et al. (2017), existe a informação interessante de que se conhece uma limitante inferior do problema OTS e como também são geradas propostas de solução factíveis de excelente qualidade, então é possível conhecer o *gap* da proposta de solução encontrada. O algoritmo de Kocuk et al. (2017) apresenta três variantes, dependendo da forma em que se implementa cada fase e o tipo de restrições válidas usadas. Assim, são mostrados resultados de testes com as chamadas versões SOCP, SOCPA e SOCPA-D. Para testes com o sistema de 118 barras, esses algoritmos encontram soluções com *gaps* iguais a 0,19, 0,15 e 0,17, respectivamente, mas o número de linhas desligadas varia muito para cada algoritmo (4, 10 e 16 linhas de transmissão respectivamente) e com tempos de processamento em torno de 50 minutos. Para testes com o sistema de 300 barras, esses algoritmos encontram soluções com *gaps* iguais a 0,16, 0,15 e 0,10 respectivamente, mas o número de linhas desligadas também varia para cada algoritmo (9, 12 e 15 linhas de transmissão respectivamente) e com tempos de processamento em torno de 50 a 60 minutos. Assim, particularmente, para o sistema IEEE de 118 barras, é surpreendente que 3 algoritmos muito próximos gerem propostas de desligamento de 4, 10 ou 16 linhas de transmissão.

Em Ruiz et al. (2012), é apresentada uma proposta alternativa na formulação matemática do problema OTS, isto é, uma formulação matemática alternativa ao modelo matemático tradicionalmente usado como, por exemplo, em Fisher et al. (2008) e neste trabalho. Adicionalmente, nesse trabalho são apresentadas quatro propostas heurísticas que permitem reduzir o número de linhas candidatas que podem ser desligadas. Assim, os autores mencionam que linhas que limitam a capacidade de transferência (porque se encontram operando no limite) e linhas que alimentam ou são alimentadas por essas linhas são candidatas a serem desligadas (abertas). A ideia central da proposta consiste em identificar um número reduzido de linhas de transmissão que podem ser desligadas, mas que permitam encontrar soluções muito próximas das soluções ótimas encontradas na forma tradicional. A estratégia heurística usa quatro critérios baseados em indicadores de sensibilidade. Esses indicadores de sensibilidade são chamados de critério de desligamento de linha por lucro (*Line Profits Switching Criterion, LPSC*), critério de desligamento por diferença de preços (*Price Difference Switching Criterion, PDSC*), critério obtido do custo total de desligamento de linha (*Total Cost Derivative Switching Criterion, TCDSC*) e critério que usa os custos ponderados do *PTDF* (*Power Transfer Distribution Factor*), chamado de *PTDF-WCDC* (*Weighted Cost Derivative Criterion*). Os testes experimentais realizados usando os dados do sistema IEEE de 118 barras mostram que a heurística que usa um dos quatro critérios de identificação de linhas candidatas a desligamento trabalha de maneira satisfatória. Assim, esse tipo de proposta consegue obter uma economia que representa, pelo menos, 96% da economia encontrada pela solução ótima. Das quatro propostas sugeridas, a proposta que usa o critério PDSC apresentou melhor desempenho. Adicionalmente, pode ser conveniente mencionar que os autores se mostram surpresos pelo fato de que a maioria das linhas de transmissão desligadas por cada uma das quatro propostas heurísticas usadas não são desligadas na topologia ótima encontrada usando a formulação convencional exata. Esse fato mostra que no problema OTS existem muitas soluções ótimas alternativas e também soluções quase ótimas de

qualidade com configurações muito diferentes.

Em Ruiz et al. (2017), são desenvolvidos alguns conceitos introduzidos inicialmente em Ruiz et al. (2012). Entretanto, nesse trabalho o tópico central é a análise do problema considerando contingências (N-1). Nesse contexto, o tema central abordado é a mudança de formulação matemática já iniciada em Ruiz et al. (2012). Assim, os autores apresentam uma formulação matemática alternativa ao modelo tradicional usado por Fisher et al. (2008) e nesse trabalho. Segundo os autores o novo modelo trabalha particularmente muito bem quando se consideram contingências no problema OTS. Assim, a formulação tradicional é chamada de modelo padrão $B\theta$. Para justificar o novo modelo, os autores mencionam que, por exemplo, para resolver o sistema IEEE de 118 barras e usando o modelo tradicional, então o problema sem considerar contingências tem 500 variáveis de decisão e 1000 restrições, mas o modelo que considera contingências tem 63.000 variáveis de decisão e 200.000 restrições. O novo modelo matemático é chamado de formulação para controle de topologia usando fator de remoção (*shift factor topology control formulation*) que, neste trabalho, é chamado de modelo SFTC. Nessa formulação é usada sensibilidade para modelar o fluxo de potência através das linhas de transmissão. Dessa forma, quando uma linha de transmissão é desligada, em lugar de mudar o valor da admitância pelo desligamento da linha na matriz de admitâncias, usa-se a estratégia de eliminação do fluxo nessa linha, isto é, pode ser incorporada injeção de potência nas barras que conectam a linha para eliminar o efeito do fluxo na linha desligada. O novo modelo SFTC é mais compacto e mais denso que o modelo padrão $B\theta$. O desempenho dos dois modelos são comparados usando um sistema de grande porte formado por 857 geradores despacháveis, 13.436 barras e 18.415 linhas de transmissão da empresa elétrica americana PJM. Os testes mostram um desempenho claramente superior do modelo SFTC, especialmente quando são consideradas as restrições de contingências. Portanto, esse modelo deve ser avaliado no futuro (fora do contexto deste trabalho) para verificar suas qualidades e limitações.

Em Liu et al. (2012), é apresentada uma proposta de análise do problema OTS considerando um período de operação como, por exemplo, de 24 horas. Deve-se observar que a proposta tradicional apresentada por Fisher et al. (2008) considera apenas um perfil de demanda constante, isto é, representa uma proposta de programação horária. Nesse contexto, se o perfil de demanda muda no seguinte horário, então deve ser realizado um novo processo de otimização e uma nova decisão de ligamento e desligamento de linhas de transmissão. Adicionalmente, os autores analisam um aspecto do problema OTS que outros autores ainda não abordaram. Esse aspecto importante é que a operação de ligamento e desligamento de uma linha de transmissão representa uma operação brusca na topologia de uma rede de transmissão e do mesmo tipo que uma contingência, mesmo que a manobra no problema OTS represente uma manobra programada, determinística e discreta, enquanto que uma contingência é um evento estocástico, não controlável e discreto. Assim, em comum, ambos eventos introduzem uma mudança de topologia. Nesse contexto, podem aparecer problemas de limites de estabilidade angular nas linhas de transmissão e problemas de interação entre a energia armazenada nos capacitores (fenômeno elétrico) e a energia armazenada nos indutores (fenômeno magnético) e que podem provocar problemas, tal como sobretensão no processo de manobra. Obviamente, os autores sugerem incorporar o problema de estabilidade no processo de otimização, mas esse assunto não é explorado e, portanto, priorizam um outro aspecto correlato. O problema analisado está relacionado com o fato de que o desligamento de uma linha de transmissão muda quase de forma instantânea a distribuição de fluxos nas linhas de transmissão ligadas, mas essa mudança instantânea não

é acompanhada pelos geradores. Portanto, o sistema opera com duas distribuições de fluxos diferentes (antes e depois de desligar uma linha de transmissão) para a mesma programação da geração. No processo de otimização os autores definem quatro estados de operação: estado 0 (em que a linha de transmissão está desligada e permanece desligada na hora seguinte), estado 1 (em que a linha de transmissão está ligada e permanece ligada na hora seguinte), estado 2 (em que a linha de transmissão passa de desligada para ligada, mas a reprogramação da geração vai acontecer apenas na hora seguinte) e estado 3 (em que a linha de transmissão passa de ligada para desligada, mas a reprogramação da geração vai acontecer apenas na hora seguinte). Também são consideradas as restrições de contingências. São realizados testes usando um sistema de 6 barras e RTS de 96 barras. Os custos de operação são ligeiramente maiores quando comparados com o caso da formulação tradicional porque o problema é mais restrito. A crítica que pode ser feita a essa proposta é a demora de uma hora para remanejar a geração de uma unidade geradora que parece muito elevado para determinados tipos de geradores.

Em Jabarnejad et al. (2015), é analisado o problema OTS considerando variação sazonal da demanda. Assim, o sistema pode ter variações da demanda em um período sazonal que pode ser semanal, mensal ou qualquer período considerado pelos responsáveis da operação do sistema elétrico. Nesse período sazonal, a demanda pode variar, mas a topologia encontrada deve ser única. Assim, esse tipo de formulação do problema OTS é semelhante ao problema da reconfiguração de alimentadores na operação de um sistema de distribuição em que são considerados vários perfis de demanda (por exemplo, 24 perfis de demanda horária e se pretende encontrar uma única topologia radial que opere de forma otimizada para todos os perfis de demanda). Os autores também incorporam as contingências (N-1) na modelagem matemática. O problema cresce de tamanho de forma proibitiva quando o período sazonal é uma estação completa como, por exemplo, todo o verão completo. Assim, os autores apresentam testes com um sistema de 14 barras e considerando o verão completo e com segmentação horária de demanda. Assim, nesses testes, existem 2208 perfis de demanda que devem ser considerados. Para diminuir o tempo de processamento os autores implementam uma proposta de decomposição que, na verdade, se transforma em uma heurística. Assim, para o teste com o sistema de 118 barras, a técnica de decomposição resolve o problema em 5 horas e 52 minutos, mas para a proposta de otimização sem decomposição, chamado de modelo STS completo, o *solver* CPLEX aborta o processo de solução por problemas de falta de memória.

Finalmente, algumas pesquisas importantes e recentes relacionados com o problema OTS podem ser encontradas em Aazami et al. (2015), Zhang e Wang (2014) e Qiu e Wang (2015).

Capítulo 3

Modelagem Matemática Tradicional do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão

3.1 Introdução

Os grandes sistemas elétricos de potência geralmente operam com a topologia do sistema de transmissão de forma estática, isto é, todas as linhas de transmissão geralmente se encontram fechadas e operando, independentemente dos níveis de demanda e de operação existentes no sistema elétrico. Nesse contexto, nos sistemas verticalizados, os operadores do sistema usam o sistema de transmissão estático para minimizar os custos de operação. Por outro lado, nos mercados elétricos desregulados, as empresas geradoras usam o sistema de transmissão como uma estrutura na qual acontece a competição entre as empresas geradoras.

As leis de Kirchhoff, especialmente a segunda lei de Kirchhoff, que relaciona a tensão em um laço do sistema elétrico, permite que o desligamento de uma linha de transmissão melhore a estratégia de diminuir os custos de geração. Esse comportamento já é conhecido, de forma empírica, pelos operadores do sistema. Geralmente, os operadores abrem chaves para desativar uma linha de transmissão em operação normal para diminuir os custos de geração de um sistema elétrico e reconectam rapidamente a linha de transmissão quando aparece uma emergência, já que nessas condições a linha de transmissão ajuda na confiabilidade do sistema elétrico.

Deve-se observar que este tipo de problema difere do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Nesse problema, deve-se expandir o sistema elétrico adicionando novas linhas de transmissão para atender à demanda futura e, nesse contexto, o horizonte de planejamento pode ser de 5 a 20 anos. O problema de manobra ótima de chaves para abrir ou fechar linhas de transmissão de um sistema elétrico de potência é um problema de planejamento da operação de curto prazo. Nesse problema, deve-se trabalhar com a rede existente e apenas abrir ou fechar chaves para ativar ou desativar linhas de transmissão para melhorar os custos

de geração de um sistema elétrico de potência. Portanto, assume-se a demanda conhecida com muita precisão e, muda-se a topologia do sistema elétrico através de manobra de chaves para melhorar a operação do sistema elétrico.

Neste trabalho, considera-se como sendo modelagem matemática tradicional a proposta apresentada em Fisher et al. (2008), onde aparece claramente a ideia de desligar uma linha de transmissão para melhorar os custos de operação de um sistema elétrico de potência. Portanto, neste capítulo, pretende-se apresentar a modelagem matemática desenvolvida em Fisher et al. (2008) e mostrar as qualidades e fraquezas dessa proposta. Esse modelo é chamado neste trabalho de modelo matemático do problema OTS ou modelo básico OTS (do inglês, *Optimal Transmission Switching*), onde é possível ligar e desligar uma linha de transmissão para melhorar a operação econômica do sistema elétrico de potência. Essa proposta é modificada nos próximos capítulos para encontrar modelos matemáticos que contornem as limitações da modelagem matemática tradicional.

3.2 Modelagem Matemática Tradicional do Problema OTS

A modelagem matemática tradicional foi apresentada em Fisher et al. (2008) e corresponde a um problema de programação linear inteira mista (PLIM). Na proposta é considerado apenas o modelo DC, isto é, leva-se em conta apenas a transmissão e o balanço de potência ativa. Entretanto, neste trabalho, esse modelo é apresentado de uma forma diferente que de acordo com nosso ponto de vista é mais fácil de entender e de programar. Entretanto, os dois modelos são totalmente equivalentes, apenas foi mudada a forma de representar as relações matemáticas e as simbologias que representam parâmetros e variáveis de decisão. Assim, o modelo matemático tradicional apresentado em Fisher et al. (2008) assume a seguinte forma após as mudanças efetuadas neste trabalho:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i \quad (7)$$

s.a.

$$\sum_{j \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (8)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (9)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (10)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (11)$$

$$\omega_{ij,y} \leq \omega_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij}; \quad y > 1 \quad (12)$$

$$\omega_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (13)$$

No modelo PLIM apresentado, v é a função objetivo de custos de operação. Pretende-se minimizar o custo horário de operação do sistema elétrico. Os parâmetros do problema são os seguintes: c_i é o custo de geração dado em US/MWh da geradora na barra i , d_i é a demanda na barra i , $\underline{g}_i$ e $\bar{g}_i$ são os limites inferior e superior da geração na barra i , x_{ij} é a reatância de uma linha de transmissão no caminho ij e $\bar{f}_{ij}$ é o fluxo máximo de potência em uma linha no caminho ij em MW. Adicionalmente, M é um parâmetro grande que deve ser escolhido e decorrente da transformação do modelo DC no modelo linear disjuntivo. As variáveis de decisão relacionadas com a operação que são não inteiras são as seguintes: g_i é a geração na barra i dada em MW, $f_{ij,y}$ é o fluxo de potência em MW na linha y e pelo caminho ij e θ_i é o ângulo de fase da tensão na barra i . A variável de decisão mais importante do modelo é $\omega_{ij,y}$, que é binária. Assim, se $\omega_{ij,y} = 1$, então a linha de transmissão y no caminho ij se encontra ligada e, se $\omega_{ij,y} = 0$, então a linha de transmissão y no caminho ij se encontra desligada. Os conjuntos são os seguintes: Ω_g é o conjunto de barras de geração, Ω_b é o conjunto de barras do sistema elétrico, Ω_l é o conjunto de caminhos em que existem linhas de transmissão e Y_{ij} é o conjunto de linhas de transmissão que existem em cada caminho ij .

A restrição (8) representa o balanço de potência ativa em cada barra do sistema elétrico (a primeira lei de Kirchhoff), a restrição (9) representa a aplicação da lei de tensões de Kirchhoff em cada laço fundamental do sistema elétrico. Nessa restrição, se $\omega_{ij,y} = 1$ (linha ligada), então deve-se cumprir a lei de tensões de Kirchhoff no laço fundamental e se $\omega_{ij,y} = 0$ (linha desligada), então essa restrição não está ativa e fica limitada pelo parâmetro M (não existe necessidade de cumprir a lei de tensões de Kirchhoff no laço que não existe). A restrição (10) limita o fluxo de potência de uma linha de transmissão ao máximo permitido. A restrição (11) limita a capacidade de geração de uma barra geradora aos limites mínimo e máximo permitidos. A restrição (12) é considerada uma restrição substituta (*surrogate constraint*) e apenas exige que as linhas de transmissão existentes em um certo caminho ij sejam ligadas de forma sequencial. Deve-se observar que essa restrição não se encontra presente na formulação original apresentada em Fisher et al. (2008) e foi incorporada levando em conta a semelhança existente entre o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão com o problema OTS. A restrição (13) exige que a variável de decisão $\omega_{ij,y}$ seja binária. Finalmente, deve-se observar que a transformação do modelo DC no modelo linear disjuntivo exige que cada linha de transmissão de um caminho seja tratada de forma separada. Assim, por exemplo, se entre as barras 5 e 8 existem 3 linhas de transmissão, então existem três variáveis de decisão nesse caminho, isto é, $\omega_{5-8,1}$, $\omega_{5-8,2}$ e $\omega_{5-8,3}$.

Um dos problemas da modelagem matemática tradicional é que a solução ótima apresenta a proposta de desligar um número elevado de linhas de transmissão, da ordem das dezenas no sistema IEEE de 118 barras. Esse tipo de proposta de solução não é prático, já que não é possível desligar muitas linhas de transmissão sem comprometer outros aspectos de operação do sistema elétrico, além de precisar de um tempo de processamento elevado. Por esse motivo, os autores de Fisher et al. (2008) sugerem algumas propostas alternativas como, por exemplo, fixar o número de linhas de transmissão que devem ser desligadas. Além disso, em 2008, esses autores também tiveram problemas de tempo de processamento para encontrar a solução ótima do sistema IEEE de 118 barras usando o solver CPLEX. O CPLEX atual encontra essa solução ótima com tempos de processamento aceitáveis, mas sistemas maiores podem exigir tempos de processamento proibitivos para um problema de otimização da operação.

Em Fisher et al. (2008) aparecem vários tipos de testes, especialmente os testes que fixam o número de linhas de transmissão que devem ser desligadas. Como ilustração, na Tabela 1, apresentam-se os resultados de testes para o sistema IEEE de 118 barras. Nesses testes, foram considerados custos lineares para os geradores, as linhas de transmissão foram consideradas com resistência e capacitância *shunt* nulas (foi levada em conta apenas a reatância da linha de transmissão), foram ignoradas as perdas e a potência reativa. O sistema tem 118 barras, 186 linhas de transmissão, 19 geradores com capacidade de geração de 5.859 MW e 99 barras de demanda com demanda total de 4.519 MW. O caso base está representado pelo sistema completo, isto é, todas as linhas de transmissão se encontram ligadas e, portanto, operando. Nesse caso, o custo de operação é de 2.054 US por hora. Esses custos podem ser obtidos resolvendo um problema de programação linear. Nos testes realizados, os custos variam de 0,19 US por MWh a 10 US por MWh. Nesse contexto, duas linhas de transmissão se encontram no limite ou congestionadas.

O primeiro teste realizado foi testar o sistema de 118 barras sem considerar as restrições de limite máximo de linhas que podem ser desligadas para ter uma ideia da solução ótima irrestrita em relação ao número de linhas de transmissão que podem ser desligadas. Apareceram algumas dificuldades para resolver completamente este problema, mas a melhor solução encontrada apresentou uma redução de custos de 25%, isto é, uma redução de 511 US por hora em relação ao caso base (custo de operação de 1543 US). Nessa solução encontrada foram abertas 38 linhas de transmissão. Não existe nenhuma tendência em relação às características físicas para o desligamento de linhas, portanto, a condição de estado aberto ou fechado de uma linha de transmissão depende das condições específicas de operação, das cargas e dos custos de geração.

Para entender melhor a forma como essas linhas estão afetando o despacho do sistema, foi limitado o número de linhas de transmissão que podem ser desligadas, isto é, foi incluída a seguinte restrição:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (1 - w_{ij,y}) \leq N_{ac} \quad (14)$$

onde N_{ac} é o número máximo de linhas de transmissão que podem ser desligadas e que deve ser previamente escolhido. Dessa forma, os testes realizados em Fisher et al. (2008) usando os dados do sistema IEEE de 118 barras apresentaram os seguintes resultados:

- É permitido desligar apenas uma linha:

Neste caso, o teste realizado retira a linha 153 conectada entre as barras 89 e 91. Esse desligamento produz a mudança de geração de quatro geradores (os geradores das barras 25, 61 e 87 diminuem o valor da geração e o gerador da barra 111 aumenta o valor da geração). A solução ótima produz uma redução de custo de 129 US por hora (o custo de operação passa para 1925 US por hora). Obviamente, os fluxos de potência nas linhas de transmissão também mudam e isso acontece em 168 linhas de transmissão (90% das linhas). As duas linhas que se encontravam congestionadas no caso base continuam congestionadas e não aparecem novas linhas congestionadas.

- Os testes foram repetidos aumentando o número máximo de linhas que podem ser desligadas até chegar a um limite de 7 linhas de transmissão, considerado aceitável pelos autores. Os resultados são apresentados na Tabela 1. Obviamente, as linhas desligadas podem mudar de estado de um teste para outro. Por exemplo, com um máximo de 6 linhas desligadas, a linha 69 é desligada, mas para o teste com um máximo de 7 linhas desligadas, a linha 69 permanece ligada (a linha 86 é desligada).

Tabela 1: Sequência de desligamentos de linhas de transmissão

Número máximo de linhas desligadas permitidas	Linhas desligadas	Custo de despacho do sistema US	Variação de custo US
0		2.054	
1	153	1.925	129
2	132, 153	1.800	125
3	132, 136, 153	1.646	154
4	132, 136, 153, 162	1.633	13
5	64, 132, 136, 153, 162	1.607	26
6	64, 69, 132, 136, 153, 162	1.602	5
7	64, 86, 132, 136, 146, 153, 161	1.596	6
Irrestrito	38 linhas desligadas	1.543	53

Fonte: Adaptado de Fisher et al. (2008).

Também, na Tabela 1, pode-se observar que cada nova linha de transmissão desligada produz uma redução da função objetivo, mas a taxa de variação diminui. Particularmente, deve-se observar na Tabela 1 que, para o sistema IEEE de 118 barras, pode ser adequado retirar apenas 3 linhas de transmissão ou até um máximo de 5 linhas de transmissão. Finalmente, deve-se observar que a retirada das últimas 31 linhas de transmissão produz uma redução de apenas 53 dólares por hora, isto é, 10% de ganho do total de 511 dólares.

As observações realizadas anteriormente permitem identificar dois aspectos: (i) o desligamento de um número reduzido de linhas produz um grande impacto na variação da função objetivo e o desligamento de um grande número de linhas de transmissão produzem uma redução pequena na função objetivo, e (ii) a melhoria do desempenho do sistema em termos de redução de custos não é um processo linear. Portanto, para ter um ganho econômico adequado, não necessariamente deve ser desligado um número grande de linhas de transmissão e, além disso, o número de linhas de transmissão que deve ser desligado deve ser definido *a priori* no modelo de otimização para encontrar a proposta mais interessante. Portanto, processar o modelo de otimização sem levar em conta a restrição (14) para identificar todas as linhas de transmissão que devem ser desligadas e depois escolher apenas um número reduzido de linhas de transmissão que, de fato, devem ser desligadas não é a melhor forma de operar o sistema de forma ótima. Uma estratégia interessante pode ser definir no problema de otimização um subconjunto de linhas que podem ser desligados baseados em critérios de confiabilidade. Outra estratégia consiste em escolher um valor mínimo de rentabilidade para que uma linha seja desligada.

Adicionalmente, todas essas conclusões são obtidas analisando apenas o sistema de 118 barras. Portanto, pode ser interessante analisar outros sistemas elétricos para determinar se essas características aparecem em todos os sistemas elétricos. Caso essa premissa seja verdadeira, então, pode-se elaborar estratégias eficientes de caráter geral para ser usada na prática de obtenção de soluções válidas no processo de desligamento de linhas de transmissão para melhorar o desempenho do sistema elétrico.

3.3 Modelagem Matemática de Operação Tradicional

Nos testes, é importante conhecer os custos de geração da operação otimizada de um sistema de energia elétrica sem desligamento de linhas de transmissão. Esses custos são usados como referência para encontrar a redução de custos de geração provocada pelo desligamento de linhas de transmissão. Esse modelo pode ser deduzido de forma independente ou pode ser obtido como um caso particular da modelagem tradicional quando as variáveis $\omega_{ij,y} = 0$. Dessa forma, a modelagem de operação econômica tradicional assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i \quad (15)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (16)$$

$$f_{ij} = \frac{1}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (18)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (19)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (20)$$

O modelo matemático anterior é um problema de programação linear (PL) muito simples de resolver. Nessa modelagem, n_{ij}^o é igual ao número de linhas de transmissão existentes no caminho ij . Como mencionado anteriormente, esse tipo de PL é resolvido para encontrar o custo de operação otimizada quando não é permitido o desligamento de linhas de transmissão.

Capítulo 4

Modelagem Matemática Modificada do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão

4.1 Introdução

Neste Capítulo, é realizada uma primeira proposta de modificação da modelagem matemática tradicional. A proposta consiste em desligar uma linha de transmissão desde que gere uma compensação econômica adequada para ser desligada. Essa proposta é considerada mais interessante e mais eficiente que a proposta apresentada em Fisher et al. (2008), onde se fixa, de forma arbitrária ou seguindo o critério de um especialista, um número máximo de linhas que podem ser desligadas. A proposta de desligar apenas um número reduzido de linhas de transmissão tem três objetivos muito claros: (1) não é conveniente desligar um número elevado de linhas de transmissão, (2) foi verificado em todos os testes experimentais realizados por vários pesquisadores que apenas o desligamento de um número reduzido de linhas de transmissão geram grandes reduções nos custos de operação e que o desligamento de um número adicional elevado de linhas de transmissão produzem reduções de custos muito pequenos e, (3) os tempos de processamento computacionais se reduzem drasticamente quando se limita o número máximo de linhas de transmissão que podem ser desligadas. Neste Capítulo também são realizados alguns testes usando os dados do sistema IEEE de 118 barras para quantificar o desempenho do novo modelo matemático apresentado. Os dados do sistema IEEE de 118 barras não foram usados em testes dos próximos capítulos porque apresentam custos de geração muito pequenos (defasados) e porque se pretende realizar uma revisão completa dos dados desse sistema, assim como os dados do sistema IEEE de 300 barras. Finalmente, é realizada uma primeira tentativa de compreensão do chamado paradoxo de Braess. Dessa forma, o capítulo faz uma primeira análise crítica da proposta apresentada em Fisher et al. (2008) e uma análise inicial para explicar o paradoxo de Braess. Deve-se mencionar que não foram localizadas na literatura especializada tentativas de explicar de forma consistente o paradoxo de Braess.

4.2 Modelo Matemático Modificado

Neste trabalho, é realizada uma primeira proposta de modificação da modelagem tradicional de forma que seja desligada apenas um conjunto reduzido de linhas de transmissão, isto é, aquelas linhas de transmissão que produzem uma redução significativa dos custos de operação. Assim, o modelo modificado assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} (1 - \omega_{ij,y}) \quad (21)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (22)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - \omega_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (23)$$

$$|f_{ij,y}| \leq \omega_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (24)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (25)$$

$$\omega_{ij,y} \leq \omega_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij}; \quad y > 1 \quad (26)$$

$$\omega_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (27)$$

Na formulação anterior, c_s é um parâmetro escolhido e representa o lucro (custos de geração) que é aceitável economizar para desligar uma linha de transmissão. Portanto, a segunda parcela da função objetivo representa uma penalização pelo desligamento de uma linha de transmissão. Dessa forma, na otimização do problema OTS usando esse modelo, devem ser desligadas apenas aquelas linhas de transmissão que produzem uma redução de custos previamente especificada. Portanto, como é mostrado nos testes, para o sistema de 118 barras, sugere-se usar o valor de c_s variando entre 30 e 50 US/hora. Assim, todo desligamento de uma linha de transmissão que reduz os custos de geração em menos de c_s dólares por hora devem ser evitadas. Em outras palavras, uma linha de transmissão é desligada se esse desligamento produz uma diminuição dos custos de operação (primeira parcela da função objetivo) de pelo menos c_s dólares por hora. Por exemplo, supor que $c_s = 50$ dólares por hora. O desligamento de uma linha de transmissão implica em um aumento de 50 dólares por hora na função objetivo devido à segunda parcela da função objetivo. Dessa forma, uma linha de transmissão deve ser desligada se esse desligamento permite reprogramar a geração de forma que os novos custos de geração diminuam em, pelo menos, 50 dólares por hora. Caso contrário, uma linha de transmissão não é desligada. A proposta pretende evitar desligamentos de linhas que produzem uma diminuição da função objetivo (custos de operação) de valores muito baixos. Deve-se observar que a segunda parcela da função objetivo é igual a zero para uma linha de transmissão ligada. Todas as grandezas que aparecem no modelo matemático modificado já foram especificadas anteriormente.

4.3 Testes e Resultados Iniciais

Os testes iniciais foram realizados usando o sistema IEEE de 118 barras e considerando os critérios usados em uma das principais publicações relacionadas com o desligamento ótimo de linhas de transmissão Fisher et al. (2008). Assim, o sistema IEEE de 118 barras tem 186 linhas de transmissão, 19 barras geradoras com capacidade de geração de 5.859 MW e 99 barras de demanda com uma demanda total de 4.519 MW. Os custos de geração nos diferentes geradores variam de 0,19 a 10 US/MWh. Entretanto, por pequenas diferenças na manipulação dos dados, os resultados encontrados neste trabalho são ligeiramente diferentes dos encontrados em Fisher et al. (2008).

A metodologia proposta foi programada no ambiente AMPL e foi usado o solver CPLEX v12.8 com opções padrões para resolver o problema de otimização. Adicionalmente, foi usado um computador com processador Intel Core i7-8700 de 3,20 GHz e 16 GB de RAM.

Quando não for desligada nenhuma linha de transmissão o sistema opera com custos de operação de 2074,41 US/hora e representa a base de comparação para encontrar a economia por hora de operação quando acontece desligamentos de linhas de transmissão (valor ligeiramente diferente do encontrado por Fisher et al. (2008) porque as bases de dados não são exatamente iguais). Os resultados encontrados são mostrados na Tabela 2. Como já foi observado em Fisher et al. (2008), quando não existem restrições do número máximo de linhas de transmissão que podem ser desligadas, então o número ótimo de linhas desligadas é muito elevado. Adicionalmente, o tempo de processamento também é muito elevado. Assim, o teste No. 1 da Tabela 2 corresponde ao resultado obtido pelo modelo tradicional. Pode-se verificar que a proposta ótima indica o desligamento de 42 linhas de transmissão. Essa proposta gera uma economia de 517 US/hora, mas é de difícil implementação prática pelo número elevado de linhas de transmissão que devem ser desligadas. Por outro lado, a primeira proposta encontrada pelo modelo matemático sugere desligar 8 linhas de transmissão gerando uma economia de 493,88 US/hora, isto é, muito próximo dos 517 US/hora, mas com um número muito menor de linhas de transmissão desligadas.

Tabela 2: Testes com o sistema IEEE de 118 barras.

Teste	c_s escolhido	Número de linhas desligadas	Custo de operação US/hora	Tempo sec.
1	0	42	1.557,28	250
2	10	8	1.580,53	23
3	30	7	1.602,92	77
4	50	3	1.768,67	22
5	80	2	1.837,05	17

Fonte: Elaborado pelo autor.

Finalmente, propostas de maior interesse prático devem gerar desligamentos de um número muito reduzido de linhas de transmissão. Assim, o teste No. 4 pode ser uma das mais interessantes, desligando apenas 3 linhas de transmissão e gerando uma economia de 305,74 US/hora, mas sem comprometer a segurança de operação do sistema de transmissão. Uma proposta intermediária pode desligar 7 linhas de transmissão produzindo uma redução dos custos de operação de 471,49 dólares por hora (91% da redução encontrada desligando 42 linhas de transmissão).

4.4 Uma Interpretação Preliminar do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão

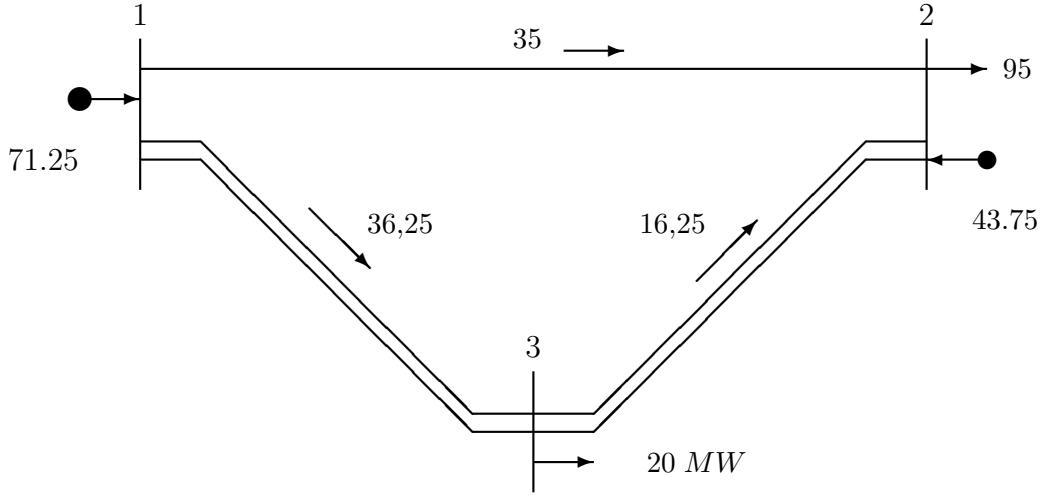
Existe uma bibliografia relativamente extensa relacionada com o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão. Entretanto, praticamente todos esses trabalhos tratam de encontrar propostas ótimas de desligamento de linhas de transmissão considerando diferentes aspectos de operação do sistema elétrico, tais como a operação do sistema levando em conta contingências ou usando modelos cada vez mais exatos. Entretanto, um assunto que não é abordado é analisar os motivos que levam um sistema elétrico a apresentar um comportamento atípico e inesperado, isto é, porque o desligamento de uma linha de transmissão pode melhorar o desempenho da operação de um sistema elétrico. Assim, neste trabalho, apresenta-se uma proposta inicial na tentativa de entender esse tipo de comportamento de um sistema elétrico. Este tema é abordado novamente de forma diferente no Capítulo 5.

Nossa hipótese é que as restrições relacionadas com a Lei de Tensões de Kirchhoff (LTK) são as responsáveis pelo desempenho atípico de um sistema de transmissão de energia elétrica. A LTK especifica que o somatório das quedas de tensão nos elementos existentes em cada um dos laços do sistema devem ser iguais a zero. A modelagem apresentada garante esse cumprimento ao colocar explicitamente a LTK para cada laço fundamental do sistema elétrico e, portanto, a LTK deve ser verdadeira para qualquer outro laço não fundamental. Quando uma linha de transmissão é desligada, então desaparecem vários laços no sistema elétrico e, portanto, o modelo desse novo problema é relaxado em relação ao modelo original e, conseqüentemente, podem aparecer soluções melhores, mesmo o sistema perdendo capacidade de transmissão pelo desligamento dessa linha de transmissão. Para ilustrar essa observação, usa-se um sistema de 3 barras. Os dados desse sistema são os seguintes: $c_1 = 2$ US/MWh e $c_2 = 4$ US/MWh, $x_{12} = 3$ pu, $x_{13} = x_{23} = 4$ pu para uma base de 100 MW, $\bar{f}_{12} = 35$ MW e $\bar{f}_{13} = \bar{f}_{23} = 40$ MW. As demandas são iguais a $d_2 = 95$ MW e $d_3 = 20$ MW. Na barra 1 existe um gerador com capacidade de gerar 100 MW e na barra 2 existe um gerador com capacidade de gerar 50 MW.

Na Figura 3, mostra-se a operação desse sistema. Pode-se verificar que a linha 1-2 se encontra congestionada, operando no limite. Esse fato limita a transmissão nas outras linhas. Portanto o cumprimento da LTK nos laços dos quais a linha 1-2 faz parte não permite a operação eficiente do sistema elétrico. Para a operação indicada na Figura 3, o sistema elétrico opera com um custo de $v = 317.5$ US/h.

Na Figura 4, mostra-se a operação do sistema elétrico após desligar a linha 1-2. Assim,

Figura 3: Topologia inicial do sistema de 3 barras.



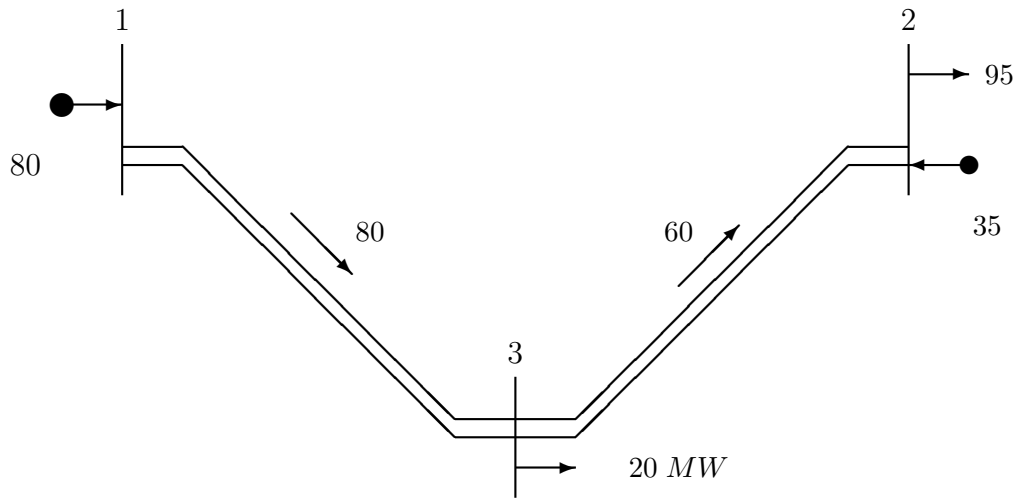
Fonte: Figura elaborada pelo autor.

desaparece o laço elétrico que a linha 1-2 gerava, mas também foi perdida capacidade de transmissão pelo desligamento da linha 1-2. Nesse contexto, o sistema elétrico opera com um custo de $v = 300$ US/h. Assim, pode-se concluir que a perda de capacidade de transmissão pelo desligamento da linha 1-2 foi mais do que compensada pelo desaparecimento do laço no qual existia a necessidade de cumprir a LTK. Em outras palavras, restrições relacionadas com a LTK que desapareceram geram soluções melhores de forma que compensam o desaparecimento da capacidade de transmissão da linha 1-2.

Finalmente, pode ser muito interessante conhecer a operação ótima do sistema elétrico quando se usa apenas o modelo de transportes, isto é, todas as restrições relacionadas com a LTK são relaxadas. Na Figura 5, mostra-se a operação ótima do sistema elétrico nessas condições. Nesse caso, o custo de operação do sistema é igual a $v = 260$ US/h. Deve-se observar que o sistema de transmissão não interfere mais nos custos de operação e que, neste caso, não foi perdida capacidade de transmissão já que nenhuma linha de transmissão foi desligada. Obviamente, essa solução é infactível para o modelo DC (ou linear disjuntivo) e representa apenas uma limitante inferior do problema original (modelo DC). Um teste final foi feito para o sistema IEEE de 118 barras. Nesse teste, foram eliminadas as restrições (9) do modelo tradicional e as restrições (23) do modelo modificado. Em outras palavras, foram eliminadas as restrições relacionadas com a LTK no sistema elétrico, transformando esses modelos em um modelo de transportes que cumpre apenas a Lei de Correntes de Kirchhoff. Em ambos os testes, o custo de operação do sistema elétrico foi de $v = 1.303,34$ US/hora. Portanto, essa proposta de solução é uma limitante inferior do problema de otimização (infactível) e representa uma informação importante.

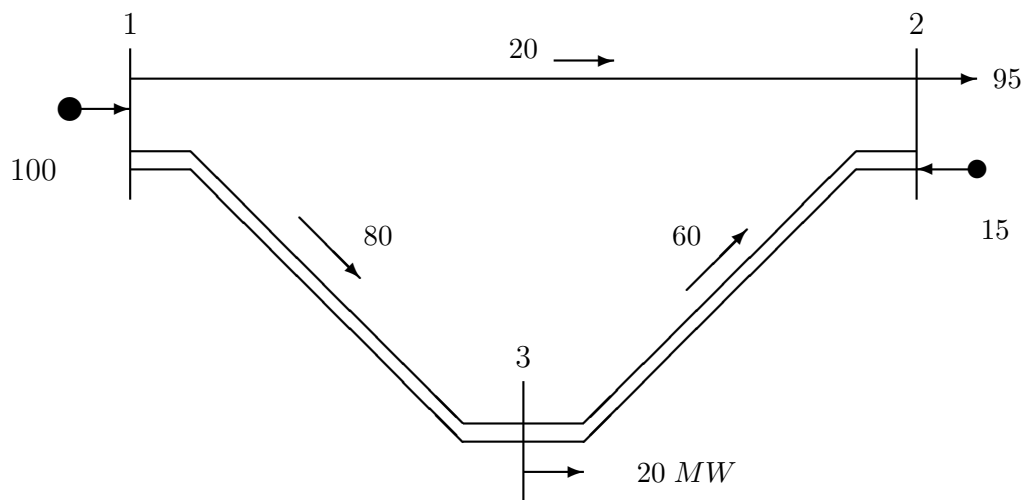
O diagnóstico de que a necessidade de satisfazer a LTK produz um comportamento inesperado na operação de um sistema elétrico pode ser muito importante. Assim, a obrigatoriedade de satisfazer a LTK em alguns laços aumenta os custos de operação de forma que o desaparecimento

Figura 4: Operação com a linha 1-3 desligada.



Fonte: Figura elaborada pelo autor.

Figura 5: Operação para o modelo de transportes.



Fonte: Figura elaborada pelo autor.

desses laços com o desligamento da linha de transmissão produz uma melhoria da operação de um sistema elétrico mesmo com a perda de capacidade de transmissão pelo desligamento de uma linha de transmissão. Essa verificação pode ajudar a entender melhor o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para melhorar a operação de um sistema elétrico. Esse diagnóstico pode também ajudar a encontrar novas alternativas para melhorar a operação de um sistema elétrico sem desligar linhas de transmissão. Essas propostas de otimização podem ser muito interessantes, já que podem ser orientadas a resolver problemas relacionadas com a LTK em alguns laços do sistema elétrico e sem perder a capacidade de transmissão, já que nenhuma linha de transmissão deve ser desligada. A partir desse diagnóstico, desenvolveu-se uma estratégia que permite identificar as linhas de transmissão que geram laços nos quais a necessidade de satisfazer a LTK produz um incremento dos custos de operação de um sistema de energia elétrica. Assim, apenas essas linhas de transmissão identificadas podem ser candidatas a desligamento e, portanto, pode-se reduzir o espaço de busca de forma significativa.

Capítulo 5

Modelos Adicionais do Problema de Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão

5.1 Introdução

Em testes experimentais exaustivos realizados usando dados de vários sistemas elétricos, foram observados dois problemas adicionais com a modelagem matemática tradicional. Um problema está relacionado com as chamadas barras de passagem existentes em sistemas de energia elétrica e outro problema está relacionado com linhas múltiplas do mesmo tipo existentes entre duas barras do sistema de energia elétrica, chamado de problema de simetria por alguns pesquisadores. Nos trabalhos analisados na revisão bibliográfica, também se mencionam esses dois problemas no problema OTS e aparecem várias propostas para contornar esse tipo de problema.

Uma barra de passagem é uma barra que não tem geração nem carga. Esse tipo de barra é muito comum em sistemas de energia elétrica. Por exemplo, uma combinação série de um transformador de potência, uma linha de transmissão e de outro transformador de potência geram duas barras de passagem na modelagem da rede. Caso esse caminho formado por transformador-linha-transformador não seja interessante para a operação econômica de um sistema de energia elétrica e, portanto, seja conveniente desligar os componentes desse caminho e eliminar os laços que essa combinação série forma com outros componentes do sistema de energia elétrica, então o otimizador pode desligar os três componentes. Nesse contexto, aparecem duas barras ilhadas e esse fato gera problemas para as restrições relacionadas às variáveis angulares das barras ilhadas no modelo linear disjuntivo e, portanto, onera o tempo de processamento. A ideia fundamental para eliminar esse tipo de problema no processo de resolução e fornecer estabilidade ao CPLEX consiste em formular uma estratégia que evite o aparecimento de barras ilhadas, mas que seja possível abrir a conexão desse caminho. Em outras palavras, se existe um caminho que precisa ser desligado para eliminar laços no sistema de energia elétrica, então essa manobra não deve produzir ilhamento de barras.

Outro problema acontece quando existe mais de uma linha de transmissão do mesmo tipo entre duas barras. Foi observado experimentalmente que a retirada de apenas uma linha de transmissão nesse tipo de caminho não traz ganhos significativos. Em outras palavras, a retirada de uma linha de transmissão não elimina nenhum laço que esse caminho forma com outros componentes do sistema de energia elétrica, isto é, apenas desaparece o laço que gera essa linha com a linha semelhante em paralelo. Portanto, se esse caminho está gerando laços que precisam ser eliminados, então todas as linhas devem ser desligadas. Portanto, pode ser conveniente modificar a modelagem matemática para que o otimizador retire todas as linhas de transmissão do mesmo tipo entre duas barras do sistema de energia elétrica ou então não retire nenhuma linha de transmissão. Essa proposta, além de gerar propostas de solução de qualidade, apresenta tempos de processamento muito mais rápidos. Esses dois modelos que obviamente podem ser integrados são mostrados, inicialmente, de forma separada.

5.2 Modelo Matemático que Evita Ilhamento de Barras

Neste trabalho, a modelagem tradicional é modificada de forma que sejam desligadas apenas aquelas linhas de transmissão que realmente são importantes para a otimização do problema e que o sistema permaneça sempre conexo. Assim, o modelo modificado proposto assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} (1 - \omega_{ij,y}) - c_p \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} \omega_{ij,y} \quad (28)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - \omega_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (30)$$

$$|f_{ij,y}| \leq \omega_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (31)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (32)$$

$$\omega_{ij,y} \leq \omega_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij}; \quad y > 1 \quad (33)$$

$$\omega_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (34)$$

Na formulação anterior, c_p é um parâmetro escolhido e representa o custo de incentivo para que uma linha de transmissão não seja desligada. Esse custo c_p deve ser pequeno de forma que uma linha de transmissão seja incentivada a permanecer ligada, por exemplo, $c_p = 1$. O valor pequeno de c_p , que pode ser apenas diferente de zero, deve incentivar a linha de transmissão a permanecer ligada caso a linha seja neutra para a operação do sistema elétrico, isto é, o estado de ligado ou desligado não interfere na operação do sistema elétrico. Obviamente, c_p não pode ser elevado para não interferir no desempenho do parâmetro c_s . Para o caso em que existe, por

exemplo, um caminho formado por transformador-linha-transformador e esse caminho gera um laço que precisa ser aberto, então o otimizador desliga apenas um componente e, dessa forma, o laço é aberto, mas nenhuma barra é desconectada do sistema elétrico e, portanto, fornece estabilidade numérica ao processo de otimização.

Deve-se observar que o termo adicionado na função objetivo incentiva a decisão de deixar uma linha em operação. Em outras palavras, se o estado de operação ligado ou desligado de uma linha de transmissão é indiferente para encontrar a solução ótima de operação de um sistema de energia elétrica, então a linha de transmissão deve permanecer ligada. Os testes experimentais mostram que esse tipo de modelagem evita o desligamento inadequado de linhas de transmissão do sistema elétrico e, portanto, o sistema elétrico permanece conexo e sem a possibilidade de aparecimento de barras ilhadas.

5.3 Modelo Matemático que Desliga Todas as Linhas do Mesmo Tipo entre Duas Barras

Esta proposta de modelagem matemática está inspirada na verificação de que quando existem várias linhas de transmissão do mesmo tipo entre duas barras, então o desligamento de apenas uma parcela dessas linhas de transmissão não produz benefícios significativos porque os laços formados pelas linhas de transmissão entre essas duas barras com outros componentes do sistema elétrico não variam. Assim, apenas desaparecem os laços formados pelas linhas do mesmo tipo instaladas nas mesmas barras. Obviamente, esse tipo de laço não produz congestionamento e a presença de uma linha de transmissão não interfere na operação das outras linhas do mesmo tipo conectadas entre duas barras. Adicionalmente, se entre duas barras existem linhas de transmissão com diferentes características, então essas linhas devem ser modeladas de forma separada. Deve-se observar que muitos sistemas elétricos reais possuem essas características, isto é, em muitos sistemas elétricos existem caminhos com linhas de transmissão idênticas em paralelo. Portanto, a proposta apresentada pode ser de grande interesse para aplicação do problema OTS na otimização da operação de sistemas de energia elétrica reais.

A proposta de modelagem matemática consiste em representar todas as linhas de transmissão do mesmo tipo e conectadas entre duas barras do sistema elétrico por apenas uma linha de transmissão equivalente. Assim, o otimizador pode deixar em operação ou desligar a linha de transmissão equivalente. Em outras palavras, o otimizador tem apenas duas alternativas com linhas de transmissão desse tipo, isto é, todas as linhas de transmissão permanecem ligadas ou todas as linhas de transmissão devem ser desligadas. Portanto, não é permitido o desligamento de apenas uma parcela das linhas de transmissão em um caminho. Essa proposta gera soluções de excelente qualidade e, principalmente, com tempos de processamento muito menores porque existe uma redução significativa das variáveis binárias, das variáveis contínuas e do número de restrições.

A modelagem matemática modificada assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o (1 - \omega_{ij}) - c_p \sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o \omega_{ij} \quad (35)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (36)$$

$$|x_{ij} f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (37)$$

$$|f_{ij}| \leq w_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (38)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (39)$$

$$\omega_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (40)$$

Pode-se verificar facilmente a redução do tamanho do modelo matemático da modelagem anterior, especialmente quando comparado com os modelos matemáticos anteriores. Algumas grandezas presentes no novo modelo matemático foram modificadas. Assim, f_{ij} representa o fluxo de potência através de todas as linhas de transmissão representadas neste modelo por uma única linha equivalente, w_{ij} é uma variável binária que vale $w_{ij} = 1$ quando todas as linhas de transmissão do mesmo tipo instaladas entre as barras i e j se encontram ligadas e $w_{ij} = 0$ quando todas as linhas de transmissão do mesmo tipo instaladas entre as barras i e j se encontram desligadas. Todas as outras grandezas tem o mesmo significado mostrado nos modelos matemáticos anteriores, exceto as grandezas $\bar{f}_{ij}$ e x_{ij} . Na nova modelagem matemática, $\bar{f}_{ij}$ representa a capacidade de transmissão da linha de transmissão equivalente que representa todas as linhas de transmissão do mesmo tipo existentes entre as barras i e j e x_{ij} representa a reatância equivalente da linha de transmissão equivalente que representa todas as linhas de transmissão do mesmo tipo existentes entre as barras i e j . Portanto, se entre as barras i e j existem p linhas de transmissão, então os valores de $\bar{f}_{ij}$ e x_{ij} para a linha de transmissão equivalente que representa as p linhas de transmissão devem ser calculadas da seguinte forma:

- A capacidade de transmissão da única linha de transmissão equivalente deve ser p vezes a capacidade de transmissão de uma linha de transmissão.
- A reatância da única linha de transmissão equivalente deve ser $\frac{1}{p}$ vezes a reatância de uma linha de transmissão.

Dessa forma, a abertura angular máxima permitida entre as barras i e j permanece a mesma, isto é, o restante do sistema elétrico não consegue diferenciar se entre as barras i e j se encontram instaladas p linhas de transmissão do mesmo tipo ou uma única linha de transmissão equivalente com os novos valores de capacidade de transmissão e de reatância mostrados anteriormente. Adicionalmente, foi incorporado na função objetivo o parâmetro n_{ij}^o que representa o número de linhas de transmissão existentes no caminho ij .

5.4 Modelo Matemático que Evita Ilhamento de Barras Usando Conceitos de Grafos

Existe a possibilidade de usar uma modelagem matemática alternativa para evitar ilhamento do sistema elétrico usando conceitos de grafos. Deve-se observar que um sistema de energia elétrica constituído por barras e linhas de transmissão pode ser considerado um grafo conexo em que as barras são os nós de um grafo e as linhas de transmissão são os arcos de um grafo. No problema OTS, a topologia base é um sistema de energia elétrica conexo (um grafo conexo) e se pretende que a topologia final encontrada otimizando o problema OTS seja também um sistema de energia elétrica conexo (um grafo conexo). Entretanto, o problema OTS geralmente é resolvido usando um software tipo CPLEX que é um algoritmo *branch and bound* muito sofisticado. Entretanto, as chamadas soluções parciais (propostas de solução de cada nó da árvore de *branch and bound*) também devem representar propostas de solução que representem um sistema conexo. Propostas de solução não conexas podem gerar dois tipos de problemas: (1) o aparecimento de soluções parciais que podem gerar problemas de convergência e, (2) a topologia final pode ser não conexa. Este trabalho de pesquisa indica que, aparentemente, não existem justificativas conceituais para que a topologia final seja não conexa. Portanto, a principal justificativa de desenvolver uma modelagem matemática que evite gerar propostas de solução não conexas está relacionada com a necessidade de evitar gerar soluções parciais não conexas e, portanto, fornecer estabilidade e convergência adequada ao otimizador (CPLEX).

Uma solução parcial na estrutura *branch and bound* do problema OTS pode gerar problemas de convergência por vários motivos. O principal motivo é que uma solução parcial não conexa gera problemas com o valor do ângulo θ_i da barra i se o sistema inicialmente conexo é separado em várias ilhas. Nesse contexto, apenas os valores angulares da parcela do sistema onde se encontra a barra de referência não apresenta problemas em relação com os valores angulares. Nos outros sistemas ilhados em que o valor de θ_i estava definida como sendo a diferença angular em relação com a barra de referência foi perdida. Assim, os valores de θ_i das barras das parcelas ilhadas e separadas das barras da parcela do sistema elétrico em que se encontra a barra de referência geralmente apresentam problemas de estabilidade numérica.

Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo matemático alternativo do problema OTS que evita a geração de solução parcial ou final não conexa, isto é, toda proposta de solução válida deve ser sempre conexa. A proposta é baseada na teoria de grafos e representa uma proposta inspirada no trabalho apresentado em Romero et al. (2016). Assim, de acordo com a teoria de grafos, um grafo é conexo se existe um caminho entre uma barra e cada uma das outras barras do grafo. Em outras palavras, se em um grafo existe um caminho de um nó qualquer para qualquer outro nó do grafo, então o grafo é conexo. Existe um caminho entre dois nós se a partir de um nó é possível chegar ao outro nó percorrendo arcos consecutivos e sem passar por um nó mais de uma vez. No sistema de energia elétrica, o sistema é conexo se existe um caminho de uma barra qualquer para outra barra qualquer. Para montar um modelo matemático que permita que exista um caminho entre duas barras do sistema de energia elétrica, a modelagem matemática foi modificada adicionando de forma artificial uma grandeza artificial, chamada de fluxo de potência artificial, que deve circular através das linhas de transmissão. Dessa forma foram adicionados novos dados ao problema OTS. Foi escolhida uma barra do sistema como sendo a única barra geradora de potência artificial e, por facilidade de escolha, essa barra é a

mesma barra de referência do sistema elétrico. Todas as outras barras do sistema elétrico (as outras barras geradoras, as barras de demanda e as barras de passagem) possuem capacidade de demandar potência artificial e essa demanda é de uma unidade dessa potência. Nesse contexto, uma proposta de solução válida para os novos dados e para as novas restrições do problema OTS deve atender à demanda de uma unidade de potência artificial nas barras com necessidade de potência artificial e a única barra que pode fornecer essa potência é a barra de referência. Portanto, como existe apenas uma barra que gera potência artificial, então a única forma de atender à demanda de potência artificial em uma barra com demanda artificial é que exista um caminho entre a barra geradora de potência artificial e a barra com demanda artificial. Dessa forma deve existir um caminho entre a barra geradora de potência artificial e cada barra de demanda com demanda de potência artificial e, portanto, o sistema é conexo.

O novo modelo matemático assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} (1 - \omega_{ij,y}) \quad (41)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (42)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (43)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (44)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (45)$$

$$\omega_{ij,y} \leq \omega_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij}; \quad y > 1 \quad (46)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} h_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} h_{ij,y} + h_i = 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (47)$$

$$|h_{ij,y}| \leq w_{ij,y}(n_b - 1) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (48)$$

$$h_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad i \neq ref \quad (49)$$

$$h_{ref} = (n_b - 1) \quad (50)$$

$$\omega_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (51)$$

Na modelagem anterior, h_i é a potência artificial gerada em cada barra e apenas na barra de referência existe geração artificial, $h_{ij,y}$ é o fluxo artificial pela linha no caminho ij e pela linha de transmissão y e n_b é o número de barras do sistema. Assim, a restrição (47) permite que a demanda de uma unidade de potência artificial seja atendida na barra i , a restrição (48) garante que, se a linha ij, y está ligada, então por essa linha pode passar um fluxo artificial limitado a $(n_b - 1)$ em um dos sentidos. As restrições (49) e (50) garantem que apenas a barra de referência gera potência artificial e com capacidade de $(n_b - 1)$ unidades de geração, o suficiente para atender cada uma das $(n_b - 1)$ barras que podem demandar potência artificial.

A necessidade de atender cada barra de demanda com uma unidade de demanda artificial a partir de uma única barra geradora de potência artificial faz com que exista um caminho entre a barra geradora e cada uma dessas barras. Portanto, a barra geradora está conectada com cada barra do sistema elétrico. Dessa forma, qualquer solução parcial ou final deve ser conexa e, portanto, elimina-se qualquer problema de estabilidade numérica ao resolver o problema OTS e, logicamente, gerando sempre uma solução final conexa.

A modelagem anterior pode ser transformada para o caso em que todas as linhas em paralelo e semelhantes ligadas entre duas barras do sistema elétrico sejam todas desligadas ou todas permaneçam ligadas no problema OTS. Essa modelagem assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o (1 - \omega_{ij}) \quad (52)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (53)$$

$$|x_{ij} f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (54)$$

$$|f_{ij}| \leq w_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (55)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (56)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} h_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} h_{ij} + h_i = 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (57)$$

$$|h_{ij}| \leq w_{ij}(n_b - 1) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (58)$$

$$h_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad i \neq ref \quad (59)$$

$$h_{ref} = (n_b - 1) \quad (60)$$

$$\omega_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (61)$$

Na modelagem anterior, h_{ij} é o fluxo de potência artificial que passa pela linha ij . Deve-se observar que nesse modelo existe apenas uma linha por caminho (a própria linha ou a equivalente se nesse caminho existe mais de uma linha).

5.5 Estratégia para Explicar o Paradoxo de Braess

Nesta Seção, apresenta-se um modelo matemático de programação linear que ajuda a explicar o paradoxo de Braess e também pode ser usado como ponto de partida para elaborar uma estratégia de redução do espaço de busca do problema, isto é, identificar um número reduzido de linhas de transmissão que podem ser consideradas candidatas a desligamento.

Na literatura especializada, existem várias propostas para reduzir o número de linhas que podem ser consideradas para desligamento. Assim, usando diferentes critérios de sensibilidade, podem ser identificadas as linhas de transmissão que se forem desligadas produziriam melhoria na operação econômica de um sistema de energia elétrica. Essa estratégia tem como objetivo fundamental diminuir o número de linhas candidatas que podem ser desligadas. Dessa forma, é possível reduzir o número de linhas candidatas a desligamento e, portanto, o número de variáveis binárias na modelagem matemática. A ideia central é diminuir o espaço de busca do problema para encontrar a solução ótima do problema modificado com menor tempo de processamento. Essa proposta tem como objetivo principal diminuir o tempo de processamento. Assim, por exemplo, em Liu et al. (2012) foi usada uma estratégia de redução de linhas candidatas. Para o caso do sistema de 300 barras, esses autores identificaram 40 linhas candidatas a desligamento. Considerando apenas essas linhas como candidatas a desligamento e, portanto, todas as outras linhas de transmissão não podem ser desligadas, o tempo de processamento passou de 74,2 segundos (sem a estratégia de redução mencionada) para 1,25 segundos considerando apenas 40 linhas candidatas (obtidas usando a estratégia de redução). Entretanto, essa estratégia de redução encontrou uma solução 0,17% mais cara. Dessa forma, a estratégia de redução de linhas candidatas a desligamento produziu uma redução significativa no tempo de processamento, mas retirou a solução ótima do espaço de busca reduzido no problema OTS. Entretanto, a degradação da solução ótima foi muito pequena (0,17%). Obviamente, uma técnica de redução do espaço de busca ideal é aquela estratégia que não elimina a solução ótima do espaço de busca reduzido. Não é simples idealizar uma estratégia desse tipo.

Neste trabalho, apresenta-se uma nova proposta de modelagem matemática que pode ser usada para ajudar na redução do espaço de busca do problema OTS encontrando uma lista reduzida de linhas candidatas que podem ser desligadas. A estratégia fundamental está inspirada no fato de que as linhas candidatas a desligamento são aquelas linhas que interferem de forma inadequada na operação de outras linhas de transmissão pela necessidade de cumprir a LTK. Assim, uma linha que está operando de forma inadequada, uma vez desligada, libera a necessidade de cumprir a LTK com todas aquelas linhas de transmissão com as quais formavam laços. Neste trabalho, já foi provado que a LTK é a responsável pelo paradoxo de Braess e, portanto, se for levada em conta na operação apenas a LCK (modelo de transportes), não existe paradoxo de Braess. Portanto, uma proposta interessante pode ser identificar as linhas de transmissão problemáticas e essas linhas de transmissão podem ser as linhas candidatas a desligamento.

Para identificar as linhas problemáticas na operação de um sistema elétrico, apresenta-se neste trabalho a proposta de resolver um problema de PL. A ideia fundamental é resolver um problema de PL para alocação ótima de (transformadores) defasadores em série com cada linha de transmissão, de forma que o defasador realize a abertura angular necessária nos extremos de uma linha de transmissão. Assim, a abertura angular do defasador em série com a linha de transmissão elimina a interferência com a operação de outras linhas de transmissão e, portanto, permite cumprir a LTK de forma artificial. Assim, os defasadores alocados eliminam o paradoxo de Braess. Uma consequência decorrente da proposta apresentada é que o novo modelo matemático diminui os custos de operação apenas alocando geradores artificiais (produzindo custos de operação iguais aos encontrados com o modelo de transportes). Esse fato explica de forma consistente o paradoxo de Braess.

O problema de PL a ser resolvido assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_{def} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} |\varphi_{ij,y}| \quad (62)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (63)$$

$$f_{ij,y} = \frac{1}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (64)$$

$$|f_{ij,y}| \leq \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (65)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (66)$$

$$\underline{\varphi}_{ij} \leq \varphi_{ij,y} \leq \bar{\varphi}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (67)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (68)$$

O modelo matemático anterior é um problema de programação linear (PL) muito simples de resolver. Como mencionado anteriormente, esse tipo de PL é resolvido para encontrar o custo de operação otimizada quando não é permitido o desligamento de linhas de transmissão mas, neste caso, podem ser alocados defasadores a um custo insignificante de c_{def} . Assim, a solução do problema anterior deve indicar a alocação de defasadores em um conjunto de linhas de transmissão. Portanto, esse conjunto de linhas de transmissão e as linhas que fazem laço com esse conjunto de linhas de transmissão são as candidatas a desligamento. Adicionalmente, se o custo de operação for o mesmo que o custo de operação quando o sistema elétrico opera apenas cumprindo a LCK (modelo de transportes), então o paradoxo de Braess está explicado.

A estratégia anterior pode ser incorporado em qualquer um dos modelos anteriormente apresentados. Portanto, essa estratégia seria uma especie de pré-processamento que permite reduzir o espaço de busca do problema. Neste trabalho, usamos o modelo apresentado apenas para ajudar a explicar o paradoxo de Braess. A estratégia para reduzir o espaço de busca deve ser desenvolvida em trabalhos futuros.

Finalmente, apresenta-se um modelo matemático que explica de forma mais consistente o paradoxo de Braess. A proposta consiste em formular o problema OTS em que é permitido adicionar transformadores defasadores em série com as linhas de transmissão com custos de instalação insignificantes. Dessa forma, se a solução ótima desse modelo matemático não desliga linha de transmissão e, em contraposição, adiciona alguns defasadores, então o paradoxo de Braess está explicado. Esse tipo de resposta implica que a LTK é a responsável pelo paradoxo de Braess e, portanto, quando é permitido adicionar defasadores com custos insignificantes, esses defasadores eliminam os problemas provocados pela necessidade de cumprir a LTK nos laços problemáticos do sistema elétrico. Assim, não existe necessidade de desligar linhas de transmissão. Adicionalmente, o custo de geração desse tipo de problema deve ser o mesmo do modelo de transportes.

O modelo que explica o paradoxo de Braess assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i + c_s \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} (1 - \omega_{ij,y}) - c_p \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} \omega_{ij,y} + c_{def} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} |\varphi_{ij,y}| \quad (69)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ji,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y_{ij}} f_{ij,y} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (70)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij,y})| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (71)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (72)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_g \quad (73)$$

$$\omega_{ij,y} \leq \omega_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij}; \quad y > 1 \quad (74)$$

$$w_{ij,y} \underline{\varphi}_{ij,y} \leq \varphi_{ij,y} \leq w_{ij,y} \bar{\varphi}_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (75)$$

$$\omega_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l; \quad \forall y \in Y_{ij} \quad (76)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (77)$$

Todas as variáveis e todos os parâmetros do novo modelo já foram definidos anteriormente. Assim, o modelo minimiza os custos de operação, sendo que devem ser desligadas apenas linhas de transmissão que geram uma diminuição de custos de no mínimo c_s dólares por hora e existem incentivos para que as linhas neutras (que não alteram os custos de operação) permaneçam ligadas e existem custos insignificantes de valor c_{def} para instalar defasadores. Para explicar apenas o paradoxo de Braess, podem ser descartados o segundo e o terceiro componente na função objetivo.

Capítulo 6

Testes e Resultados

Neste Capítulo, são apresentados resultados de testes usando dados de 3 sistemas elétricos: o sistema IEEE de 24 barras, o sistema sul brasileiro de 41 barras e o sistema colombiano de 92 barras. Os modelos matemáticos foram programados em AMPL e foi usado o solver CPLEX v12.8 com opções padrões para resolver o problema de otimização. Adicionalmente, foi usado um computador com processador Intel Core i7-8700 de 3,20 GHz e 16 GB de RAM.

Inicialmente, são apresentados testes detalhados que exploram os três modelos iniciais que se encontram integrados no modelo apresentado em (28)-(34) e (35)-(40). Esses modelos são os seguintes:

- Modelo básico geral que corresponde ao modelo inicialmente apresentado por Fisher et al. (2008). Esse tipo de teste pode ser simulado usando (28)-(34) e fazendo $c_s = 0$ e $c_p = 0$.
- Modelo básico desenvolvido neste trabalho que corresponde ao modelo inicialmente apresentado por Fisher et al. (2008), mas com a exigência de desligar uma linha de transmissão desde que isso leve a uma compensação de, pelo menos, c_s unidades monetárias. Esse tipo de teste pode ser simulado usando (28)-(34) e fazendo $c_s \neq 0$ e $c_p = 0$.
- Modelo básico desenvolvido neste trabalho que corresponde ao modelo inicialmente apresentado por Fisher et al. (2008), mas com a exigência de desligar uma linha de transmissão desde que isso leve a uma compensação de, pelo menos, c_s unidades monetárias e uma compensação de $c_p \neq 0$ para que a linha de transmissão não seja desligada. Essa estratégia evita gerar uma solução parcial e final ilhada. Esse tipo de teste pode ser simulado usando (28)-(34) e fazendo $c_s = 0$ ou $c_s \neq 0$.
- Modelo modificado desenvolvido neste trabalho em que o modelo básico é modificado de forma que se uma linha de transmissão for desligada, então todas as linhas semelhantes e conectadas em paralelo também devem ser desligadas. Neste modelo também foram feitos testes considerando $c_s = 0$ e $c_s \neq 0$ e positivo, assim como $c_p = 0$ e $c_p \neq 0$ e positivo. Esses testes são realizados usando o modelo (35)-(40) para diferentes valores de c_s e c_p .

Após esses testes exaustivos, foram realizados testes em que se evita ilhamento no sistema elétrico, usando a teoria dos grafos para o modelo tradicional (uma variável binária representa uma linha de transmissão) e para o modelo em que todas as linhas de um caminho é representada por uma linha de transmissão equivalente. Assim, nesses testes, são usados os modelos (41)-(51) e (52)-(61). Foram repetidos todos os testes dos modelos anteriores, mas neste trabalho são apresentados apenas os testes que apresentam desempenho diferenciado.

Finalmente, foram realizados testes para tentar explicar o paradoxo de Braess e procurar novas alternativas para desenvolver técnicas de redução do espaço de busca identificando uma lista reduzida de linhas de transmissão que podem ser desligadas.

6.1 Testes Exaustivos Usando os Dois Primeiros Modelos Apresentados

Nesta Seção, são apresentados testes detalhados que exploram os três modelos iniciais que se encontram integrados aos modelos apresentado em (28)-(34) e (35)-(40). Cronologicamente, esses modelos foram desenvolvidos na fase inicial deste projeto e, por esse motivo, foram feitos testes exaustivos e a maioria desses testes são apresentados neste trabalho.

6.1.1 Sistema IEEE de 24 Barras

O sistema IEEE de 24 barras é um sistema adaptado do sistema usado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Assim, na topologia base do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, foram adicionadas as seguintes linhas de transmissão: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{20-23} = 1$. Assim, os dados e a figura correspondente do sistema IEEE de 24 barras modificado é apresentado no Apêndice.

O sistema IEEE de 24 barras modificado opera sem desligamento de linhas de transmissão com um custo de 299.583,16 dólares por hora para os dados de operação e custos de geração mostrados no Apêndice. Nesse contexto, as linhas 1-5, 7-8, 11-13, 12-13 e 21-22 se encontram operando no limite da capacidade de transmissão. Em seguida, são mostrados os testes com os diferentes modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior.

1. Teste No. 1: Modelo básico geral.

- Valor de $c_s = 0$.
- Valor de $c_p = 0$.
- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
- Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 1-2, 13-23 e 17-18.

- Linhas que operam no limite: 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
2. Teste No. 2: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 1-2, 8-9, 13-23, 15-16 e 17-18.
 - Linhas que operam no limite: 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,03 segundos.
3. Teste No. 3: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.738,16 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23 e 15-21.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 15-21.
4. Teste No. 4: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.738,99 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23 e 17-18.
 - Linhas que operam no limite: 1-5 e 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
5. Teste No. 5: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.

- Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
6. Teste No. 6: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
7. Teste No. 7: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
8. Teste No. 8: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
9. Teste No. 9: Modelo com incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.

- Linhas desligadas: 1-2, 13-23 e 17-18.
 - Linhas que operam no limite: 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
10. Teste No. 10: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 1-2, 13-23 e 17-18.
 - Linhas que operam no limite: 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
11. Teste No. 11: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.738,16 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23 e 15-21.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 15-21.
12. Teste No. 12: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.738,99 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23 e 17-18.
 - Linhas que operam no limite: 1-5 e 7-8.
 - Tempo de processamento: 0,03 segundos.
13. Teste No. 13: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 100$.

- Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
14. Teste No. 14: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,03 segundos.
15. Teste No. 15: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,05 segundos.
16. Teste No. 16: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 296.797,65 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-23.
 - Linhas que operam no limite: 7-8 e 21-22.
 - Tempo de processamento: 0,03 segundos.

Em relação aos testes no sistema IEEE de 24 barras, podem ser realizadas as seguintes observações:

- O número de linhas desligadas é pequeno em todos os testes e não apareceram propostas de solução inadequadas. Assim, não apareceu ilhamento em nenhum dos testes.
- Os tempos de processamento são muito pequenos (menores que 0,06 segundos em todos os casos).
- A melhor proposta de solução encontrada produz uma redução de custos de operação de 2.892,16 US/h desligando as linhas 1-2, 13-23 e 17-18 (Teste No. 1 e No. 9). Adicionalmente, aparece uma proposta de solução com redução de custos de operação de 2.845 US/h desligando as linhas 13-23 e 15-21 (Teste No. 3 e No. 11).

6.1.2 Sistema Sul Brasileiro

O sistema sul brasileiro de 41 barras é um sistema adaptado do sistema usado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão que originalmente estava constituído de 46 barras (algumas barra ilhadas). Assim, na topologia base do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, foram retiradas cinco barras ilhadas e foram adicionadas as seguintes linhas de transmissão: $n_{5-6} = 2$, $n_{46-6} = 1$, $n_{20-21} = 1$, $n_{19-25} = 1$, $n_{24-25} = 1$, $n_{31-32} = 1$, $n_{28-30} = 1$, $n_{29-30} = 2$, $n_{26-29} = 3$ e $n_{42-43} = 2$. Assim, os dados e a figura correspondente do sistema sul brasileiro modificado é apresentado no Apêndice.

O sistema sul brasileiro modificado opera sem desligamento de linhas de transmissão com um custo de 185.111,80 dólares por hora para os dados de operação e custos de geração mostrados no Apêndice. Nesse contexto, as linhas 17-19 e 27-38 se encontram operando no limite da capacidade de transmissão. Em seguida, são mostrados os testes com os diferentes modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior.

1. Teste No. 1: Modelo básico geral.

- Valor de $c_s = 0$.
- Valor de $c_p = 0$.
- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
- Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 1-7, 7-8, 20-23, 23-24, 33-34, 37-39, 40-42 e 38-42(3).
- Linhas que operam no limite: 39-42.
- Tempo de processamento: 0,28 segundos.
- Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 20-23 e 23-24. Adicionalmente, a proposta de solução apresenta ilhamento do sistema (a barra de passagem 7 é desligada do sistema).

2. Teste No. 2: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho.
 - Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42 (3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,25 segundos.

3. Teste No. 3: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
 - Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.084,47 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38, 37-39, 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38 e 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,25 segundos.
 - Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.

4. Teste No. 4: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
 - Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39, 38-42(3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,25 segundos.

5. Teste No. 5: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
 - Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.168,71 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38, 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,11 segundos.

- Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.
6. Teste No. 6: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,25 segundos.
7. Teste No. 7: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.168,71 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38 e 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,22 segundos.
 - Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.
8. Teste No. 8: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.590,89 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38.
 - Linhas que operam no limite: 17-19 e 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,06 segundos.
9. Teste No. 9: Modelo com incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3).

- Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,30 segundos.
10. Teste No. 10: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,23 segundos.
11. Teste No. 11: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.084,47 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38, 37-39 e 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38 e 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,09 segundos.
 - Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.
12. Teste No. 12: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,08 segundos.
13. Teste No. 13: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 1$.

- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.168,71 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38 e 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,11 segundos.
 - Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.
14. Teste No. 14: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3).
 - Linhas que operam no limite: 39-42.
 - Tempo de processamento: 0,08 segundos.
15. Teste No. 15: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 184.168,71 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38 e 38-42(2).
 - Linhas que operam no limite: 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,11 segundos.
 - Observação: Desliga apenas duas das três linhas de transmissão existentes em 38-42.
16. Teste No. 16: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo, representação de uma linha equivalente por caminho e incentivo para manter as linhas de transmissão operando.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 184.590,89 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 35-38.
 - Linhas que operam no limite: 17-19 e 27-38.
 - Tempo de processamento: 0,08 segundos.

Em relação aos testes no sistema sul brasileiro de 41 barras, podem ser realizadas as seguintes observações:

- O número de linhas desligadas no teste com o modelo tradicional produz o desligamento de 10 linhas de transmissão, um valor relativamente elevado para o tamanho do sistema. Adicionalmente, devem-se observar que existem propostas de solução ótimas alternativas. Por exemplo, os testes 1 e 2 são ótimos alternativos sendo que uma proposta desliga 10 linhas de transmissão e a outra proposta ótima alternativa desliga 5 linhas de transmissão. Adicionalmente, deve-se observar que a proposta de solução do modelo tradicional deixa o sistema ilhado, já que a barra de passagem 7 é desligada do sistema elétrico. Esses resultados validam os modelos matemáticos apresentados que incentivam as linhas de transmissão a permanecerem ligadas se não produzem problemas na operação econômica e evitam ilhamento.
- Os tempos de processamento são muito pequenos (menores que 0,31 segundos em todos os casos).
- A melhor proposta de solução encontrada produz uma redução de custos de operação de 1.048,80 US/h desligando 5 linhas de transmissão, isto é, as linhas 33-34, 37-39 e 38-42(3)(Teste No. 2, por exemplo). Entretanto, também aparece uma proposta com uma redução de custos de operação de 1.027,33 US/h desligando apenas 4 linhas de transmissão, isto é, as linhas 35-38, 37-39 e 39-42(2) (Teste No. 3 e No. 11).

6.1.3 Sistema Colombiano

O sistema colombiano de 92 barras e 146 caminhos em que existem linhas de transmissão é um sistema adaptado do sistema usado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão que originalmente estava constituído de 93 barras (uma barra ilhada que permanece ilhada após a expansão) e 155 caminhos existentes ou para expansão. Assim, na topologia base do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, foi retirada uma barra ilhada e foram adicionadas as seguintes linhas de transmissão: $n_{43-88} = 2$, $n_{15-18} = 1$, $n_{30-65} = 1$, $n_{30-72} = 1$, $n_{55-57} = 1$, $n_{55-84} = 1$, $n_{56-57} = 1$, $n_{55-62} = 1$, $n_{27-29} = 1$, $n_{29-64} = 1$, $n_{50-54} = 1$, $n_{62-73} = 1$, $n_{54-56} = 1$, $n_{72-73} = 1$, $n_{19-82} = 2$, $n_{82-85} = 1$, $n_{68-86} = 1$. A geração instalada é de 17.473 MW para uma demanda de 14.559 MW.

O sistema colombiano modificado opera sem desligamento de linhas de transmissão com um custo de 438.755,37 dólares por hora para os dados de operação e custos de geração mostrados no Apêndice. Nesse contexto, as linhas 45-50, 48-63, 67-68, 45-81, 19-82, 19-86 e 68-86 se encontram operando no limite da capacidade de transmissão. Os dados do sistema colombiano modificado são apresentados no Apêndice.

A seguir, são mostrados os testes com os diferentes modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior.

1. Teste No. 1: Modelo básico geral.

- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.116,62 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-14(1), 13-23, 14-60(2), 40-68, 10-78, 57-84, 59-67(1), 3-6, 55-62(1), 40-42, 46-53(1), 46-51, 69-70(2), 47-49(1), 1-71(2), 1-8, 1-11, 27-28, 48-63, 50-54(1), 54-56(4), 60-62(1), 62-82, 1-93 e 92-93 (31 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 45-50, 19-22, 67-68, 45-81, 19-86 e 68-86.
 - Tempo de processamento: 4,14 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes nos caminhos 13-14, 59-67, 55-62, 46-53, 47-49 e uma das três linhas existentes nos caminhos 50-54 e 60-62. Também, a proposta de solução apresenta ilhamento desligando a barra de passagem 93 do sistema elétrico. Adicionalmente, deve-se observar que neste teste o CPLEX não converge para *gap* igual a zero e, portanto, a solução encontrada não é ótima.
2. Teste No. 2: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.825,02 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 25-28, 14-60(2), 15-76, 12-75, 24-75, 27-35, 35-44(2), 10-78, 55-84(2), 1-59(2), 3-6, 47-52, 40-42, 31-33(2), 8-9, 26-28, 54-56(4), 1-93 e 92-93 (27 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 45-81, 48-63, 67-68, 57-84 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 0,48 segundos.
3. Teste No. 3: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.436,60 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 7-78, 1-59(2), 59-67(1), 8-71, 48-63, 8-9, 79-87, 50-54 e 62-82 (12 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 45-81 e 67-68.
 - Tempo de processamento: 17,50 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 59-67 e uma das três linhas de transmissão existentes em 50-54.
4. Teste No. 4: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.

- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.402,73 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-31(2), 14-60(2), 7-78, 9-77, 1-59(2), 5-6(2), 4-34(2), 8-71, 48-63, 8-9 e 91-92 (16 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 90-91, 19-82 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 0,39 segundos.
5. Teste No. 5: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.561,25 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 59-67(1), 8-59(2) e 50-54(1) (6 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 48-63, 67-68, 45-81, 19-82, 19-86 e 68-86.
 - Tempo de processamento: 1,88 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 59-67 e uma das três linhas de transmissão existentes em 50-54.
6. Teste No. 6: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.550,25 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 1-59(2), 8-71, 48-63, 8-9 e 8-87 (desliga 8 linhas de transmissão).
 - Linhas que operam no limite: 45-50, 67-68, 19-86 e 68-86.
 - Tempo de processamento: 0,45 segundos.
7. Teste No. 7: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.871,99 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(1), 59-67(1), 50-54(1) e 62-82 (desliga 4 linhas de transmissão).

- Linhas que operam no limite: 48-63, 67-68, 45-81, 19-82, 68-86 e 19-86.
 - Tempo de processamento: 3,33 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 14-60 e 59-67 e uma das três linhas de transmissão existentes em 50-54.
8. Teste No. 8: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 200$.
 - Valor de $c_p = 0$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.471,02 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 9-77, 1-59(2), 8-71, 48-63 e 8-9 (desliga 8 linhas de transmissão).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 19-82 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 16,95 segundos.
9. Teste No. 9: Modelo básico geral.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.803,47 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 13-20, 13-23, 1-59(2), 59-67(1), 48-63, 8-9 e 54-56(2) (9 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 19-82, 45-81, 67-68, 54-63 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 0,33 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes no caminho 59-67, e uma das três linhas existentes nos caminhos 54-56.
10. Teste No. 10: Modelo com representação de uma linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 0$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.675,44 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 2-9, 35-36, 1-59(2), 3-6, 32-34, 31-34, 31-72(2), 33-34, 48-63 e 54-56(4) (17 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 19-82, 45-81, 67-68 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 0,64 segundos.
11. Teste No. 11: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.

- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 434.840,24 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(1), 2-4(2), 7-78, 1-59(2), 59-67(1), 3-6, 8-71, 48-63, 8-9, 50-54 e 62-82 (13 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 45-81 e 67-68.
 - Tempo de processamento: 1,09 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 14-60 e 59-67.
12. Teste No. 12: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 50$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
 - Custo de geração: 435.417,96 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 9-77, 1-59(2), 8-71, 48-63, 8-9 e 91-92 (9 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 90-91, 19-86, 68-86, 19-82 e 45-50.
 - Tempo de processamento: 0,45 segundos.
13. Teste No. 13: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
 - Custo de geração: 435.735,35 dólares por hora de operação.
 - Linhas desligadas: 14-60(2), 59-67(1) e 50-54(1) (4 linhas desligadas).
 - Linhas que operam no limite: 48-63, 67-68, 45-81, 19-82, 19-86 e 68-86.
 - Tempo de processamento: 2,58 segundos.
 - Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 59-67 e uma das três linhas de transmissão existentes em 50-54.
14. Teste No. 14: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.
- Valor de $c_s = 100$.
 - Valor de $c_p = 1$.
 - Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.

- Custo de geração: 435.471,02 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 14-60(2), 9-77, 1-59(2), 8-71, 48-63 e 8-9 (desliga 8 linhas de transmissão).
- Linhas que operam no limite: 45-50, 19-82, 19-86 e 68-86.
- Tempo de processamento: 0,45 segundos.

15. Teste No. 15: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo.

- Valor de $c_s = 200$.
- Valor de $c_p = 1$.
- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação básica.
- Custo de geração: 435.735,35 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 14-60(2), 59-67(1) e 50-54(1) (desliga 4 linhas de transmissão).
- Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 19-82, 45-81, 48-63 e 67-68.
- Tempo de processamento: 1,44 segundos.
- Observação: Desliga apenas uma das duas linhas de transmissão existentes em 59-67 e uma das três linhas de transmissão existentes em 50-54.

16. Teste No. 16: Modelo com uma barreira mínima de redução de custo e linha equivalente por caminho.

- Valor de $c_s = 200$.
- Valor de $c_p = 1$.
- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação equivalente por caminho.
- Custo de geração: 436.471,83 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 14-60(2) e 1-59(2) (desliga 4 linhas de transmissão).
- Linhas que operam no limite: 19-86, 68-86, 19-82, 48-63, 67-68 e 45-50.
- Tempo de processamento: 3,22 segundos.

Em relação aos testes no sistema colombiano de 92 barras podem ser realizadas as seguintes observações:

- O número de linhas desligadas no teste com o modelo tradicional produz o desligamento de 31 linhas de transmissão, um valor muito elevado para o tamanho do sistema. Adicionalmente, deve-se observar que o CPLEX teve dificuldades em encontrar essa solução com *gap* igual a zero. Assim, nesse teste, foi considerado um *gap* diferente de zero e de pequeno valor para atingir a convergência do CPLEX. Posteriormente, foi verificado que a proposta de solução encontrada pelo CPLEX para o modelo tradicional não é a solução ótima (o teste No. 11 é uma solução de melhor qualidade). Adicionalmente, deve-se observar que a proposta de solução do modelo tradicional deixa o sistema ilhado, já que a barra de passagem 93 é desligada do sistema elétrico.

- Os tempos de processamento são pequenos na maioria dos casos (menores que 3 segundos na maioria dos casos), mas alguns testes apresentam tempos de processamento entre 10 e 20 segundos. Esses valores de tempos de processamento ainda podem ser considerados aceitáveis.
- A melhor proposta de solução encontrada produz uma redução de custos de operação de 3.915,13 US/h desligando 13 linhas de transmissão, isto é, as linhas 14-60, 2-4(2), 7-78, 1-59(2), 59-67, 3-6, 8-71, 48-63, 8-9, 50-54 e 62-82 (Teste No. 11). Entretanto, também aparece uma proposta com uma redução de custos de operação de 3.020,02 US/h desligando apenas 4 linhas de transmissão, as linhas 14-60(2), 59-67 e 50-54 (Teste No. 15).

6.2 Testes Usando o Modelo que Evita Ilhamento Usando a Teoria de Grafos

Nesta Seção, são apresentados apenas os testes mais significativos do modelo que usa a teoria de grafos para evitar gerar soluções parciais e globais desconexas. Neste trabalho de pesquisa, foram feitos testes exaustivos usando os modelos (41)-(51) e (52)-(61). Entretanto, apresentam-se apenas alguns testes usando o modelo (41)-(51) para mostrar a melhoria em desempenho quando comparados com os testes apresentados na Seção anterior.

1. Teste usando o modelo (41)-(51) para o sistema sul brasileiro.

- Valor de $c_s = 0$.
- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação tradicional em que cada variável binária representa uma linha de transmissão.
- Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 33-34, 37-39 e 38-42(3) (5 linhas de transmissão desligadas).
- Tempo de processamento: 0,38 segundos.

Esse teste deve ser comparado com o Teste No. 1 do sistema sul brasileiro que corresponde ao modelo tradicional formulado por Fisher et al. (2008). Nesse teste, o valor da função objetivo é a mesma (184.063 dólares), mas são desligadas 10 linhas de transmissão. Entretanto, o fator mais complicador é que esse teste deixa o sistema elétrico ilhado após os desligamentos sugeridos, isto é, a barra 7 é desligada do sistema elétrico na solução ótima. Portanto, a proposta de solução encontrada pelo modelo (41)-(51) é muito melhor porque apresenta uma função objetivo da mesma qualidade, desliga menos linhas de transmissão (apenas 5 linhas de transmissão) e o sistema modificado é conexo.

Quando o mesmo teste é feito usando o modelo (52)-(61), a solução ótima é exatamente a mesma encontrada pelo modelo (41)-(51) e apenas o tempo de processamento é menor.

2. Teste usando o modelo (41)-(51) para o sistema colombiano.

- Valor de $c_s = 0$.

- Tipo de representação de linhas de transmissão: Formulação tradicional em que cada variável binária representa uma linha de transmissão.
- Custo de geração: 434.753,84 dólares por hora de operação.
- Linhas desligadas: 25-28,13-14, 13-23, 14-60, 2-4, 2-9, 15-20, 15-24, 35-36, 55-84, 9-77, 1-59(2), 55-62, 31-33(2), 31-60(2), 31-72(2), 5-6, 17-23, 12-17, 64-65, 8-71, 48-63, 8-9, 26-28, 6-10, 50-54, 54-56(4), 60-62, 62-82, 3-90 e 11-92 (38 linhas desligadas).
- Tempo de processamento: 19,84 segundos.

Esse teste deve ser comparado com o Teste No. 1 para o sistema colombiano que corresponde ao modelo tradicional formulado por Fisher et al. (2008). Nesse teste, o valor da função objetivo é melhor (434.753,84 milhares de dólares), e são desligadas 38 linhas de transmissão. Entretanto, o fator mais complicador é que esse teste deixa o sistema elétrico ilhado após os desligamentos sugeridos, isto é, a barra 93 é desligada do sistema elétrico na solução encontrada usando o modelo tradicional. Portanto, a proposta de solução encontrada pelo modelo (41)-(51) é muito melhor porque apresenta uma função objetivo de melhor qualidade, isto é, a solução ótima. Acredita-se que as restrições que evitam ilhamento de soluções parciais e globais fornecem maior estabilidade ao processo de otimização realizado pelo CPLEX. Obviamente, no teste usando o modelo (41)-(51), a solução ótima é um sistema conexo, o que não acontece no Teste No. 1 usando o modelo tradicional proposto por Fisher et al. (2008).

6.3 Testes Usando o Modelo que Incorpora Defasadores Artificiais

Nesta Seção, são apresentados os testes usando o modelo (62)-(68) que incorpora defasadores artificiais. Como foi mencionado anteriormente, esse modelo é um problema de programação linear. A ideia fundamental é realizar uma tentativa de explicar o paradoxo de Braess e, no futuro, analisar a qualidade da informação para desenvolver técnicas de redução de linhas candidatas a desligamento a partir dos resultados encontrados. Finalmente, são apresentados os resultados do problema OTS quando é usado o modelo de transportes e que ajudam a explicar o paradoxo de Braess.

Os testes obtidos usando o modelo (62)-(68) para os três sistemas apresentaram os seguintes resultados:

1. Teste usando o modelo (62)-(68) para o sistema IEEE de 24 barras:

- Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.
- Defasadores alocados em série com as seguintes linhas de transmissão: 11-13, 13-23 e 17-22 (3 defasadores).
- Tempo de processamento: 0,01 segundos.

2. Teste usando o modelo (62)-(68) para o sistema sul brasileiro:

- Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
- Defasadores alocados em série com as seguintes linhas de transmissão: 27-36, 27-38 e 37-39 (3 defasadores).
- Tempo de processamento: 0,02 segundos.

3. Teste usando o modelo (62)-(68) para o sistema colombiano:

- Custo de geração: 433.194,03 dólares por hora de operação.
- Defasadores alocados em série com as seguintes linhas de transmissão: 37-61, 19-61, 61-68, 45-54, 59-67, 19-22, 19-58, 19-66, 48-63, 8-9, 45-81 e 62.-82 (12 defasadores).
- Tempo de processamento: 0,03 segundos.

Finalmente, foram feitos testes do problema OTS considerando apenas o modelo de transportes. Assim, o modelo clássico tradicional apresentado em (28)-(34) pode ser transformado no modelo de transportes tradicional fazendo $c_s = 0$, $c_p = 0$ e eliminando as restrições da segunda lei de Kirchhoff representadas por (30). Os testes obtidos usando esse tipo de modelo de transportes para os três sistemas apresentaram os seguintes resultados:

1. Teste usando o modelo de transportes para o sistema IEEE de 24 barras:

- Custo de geração: 296.691 dólares por hora de operação.
- Linhas de transmissão desligadas: Nenhuma.
- Tempo de processamento: 0,02 segundos.

2. Teste usando o modelo de transportes para o sistema sul brasileiro:

- Custo de geração: 184.063 dólares por hora de operação.
- Linhas de transmissão desligadas: Nenhuma.
- Tempo de processamento: 0,02 segundos.

3. Teste usando o modelo (62)-(68) para o sistema colombiano:

- Custo de geração: 433.194,03 dólares por hora de operação.
- Linhas de transmissão desligadas: Nenhuma.
- Tempo de processamento: 0,03 segundos.

Os testes mostrados explicam claramente, de forma experimental, que o paradoxo de Braess é uma consequência direta da necessidade de satisfazer à segunda lei de Kirchhoff, isto é, a segunda lei de Kirchhoff deve ser verdadeira para qualquer laço existente no sistema elétrico. Também é conhecida a propriedade de que se a segunda lei de Kirchhoff é satisfeita em cada laço fundamental do sistema elétrico (o laço simples formado pelas barras que ligam uma linha de transmissão e

as cargas de cada uma dessas barras conectadas com a terra), então a segunda lei de Kirchhoff é satisfeita em qualquer laço do sistema elétrico. Adicionalmente, existe a prova experimental de que a primeira lei de Kirchhoff não tem nenhuma relação com o paradoxo de Braess. Para provar essa afirmação, deve-se mencionar que quando se resolve o problema OTS usando apenas o modelo de transportes (eliminando a necessidade de cumprir a segunda lei de Kirchhoff), então a solução ótima não desliga linhas de transmissão, embora o modelo matemático admita essa possibilidade. Uma prova adicional é que a solução ótima do problema de alocação de defasadores tem a mesma solução do modelo de transportes. Foi mencionado anteriormente que os defasadores corrigem a diferença angular entre duas barras em que se encontra uma linha de transmissão de forma a não interferir nos fluxos nas outras linhas, isto é, permitem que a segunda lei de Kirchhoff seja satisfeita em todos os laços do sistema elétrico sem a necessidade de limitar a capacidade de transmissão das linhas de transmissão. Assim, dos testes realizados, podem ser obtidas as seguintes conclusões:

- O paradoxo de Braess é decorrente exclusivamente da necessidade de satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff em todos os laços do sistema elétrico.
- O desligamento de uma linha de transmissão implica uma perda em capacidade de transmissão (não pode ser transmitido fluxo de potência pela linha desligada), mas o desligamento de uma linha de transmissão produz o desaparecimento de alguns laços no sistema elétrico e, portanto, a necessidade de satisfazer a segunda lei de Kirchhoff nesses laços. Nesse contexto, se o ganho em incremento de capacidade de transmissão no sistema elétrico pelo desligamento de uma linha de transmissão (e a obrigação de cumprir a segunda lei de Kirchhoff nos laços que desapareceram) é maior que a perda em capacidade de transmissão que a linha desligada fornecia, então compensa desligar essa linha de transmissão. Esses fatos aparecem evidentes nos testes realizados.
- A informação dos caminhos em que foram alocados defasadores artificiais fornece informações valiosas para identificar as linhas problemáticas onde existem dificuldades para cumprir a segunda lei de Kirchhoff. Essa informação pode ser muito importante para desenvolver estratégias de redução do espaço de busca do problema, isto é, para identificar um número reduzido de linhas de transmissão que seriam candidatas a desligamento. Entretanto, essa informação não é direta. Em outras palavras, essa informação não significa que as linhas que se encontram nos caminhos em que foram alocados defasadores artificiais são as únicas candidatas a desligamento. Na verdade, as linhas candidatas a desligamento seriam as linhas em que foram alocados defasadores artificiais e todas as linhas de transmissão com as quais essas linhas geram laços. Esse tópico muito importante não foi completamente explorado neste trabalho e, portanto, espera-se abordá-lo em trabalhos futuros.

Finalmente, foram repetidos os testes para os três sistema elétricos usando o modelo matemático (69)-(71). Os resultados encontrados foram exatamente os mesmos encontrados com o modelo de PL de alocação de defasadores. Assim, mesmo que o modelo do problema OTS com alocação de defasadores artificiais permita desligar linhas de transmissão, o otimizador não desliga nenhuma linha de transmissão e aloca apenas defasadores. Portanto, a única diferença em relação com os testes obtidos no problema que permite alocação de defasadores é apenas no tempo de processamento. Portanto, o paradoxo de Braess está plenamente explicado.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, foi abordado o problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão para otimizar a operação econômica de um sistema de energia elétrica, isto é, para despachar preferencialmente os geradores com custos de operação mais baratos. Esse tipo de problema é de difícil solução porque se trata de um problema de programação linear inteira mista de grande porte quando é usado o modelo linear disjuntivo. Quando é usado o modelo AC, o problema de desligamento de linhas de transmissão é um problema de programação não linear inteira mista de grande porte.

Através da revisão bibliográfica, foram identificados os problemas mais relevantes com a otimização do problema OTS. Esses problemas ainda devem gerar muitos trabalhos de pesquisa. Um primeiro problema ainda não resolvido de forma eficiente é que a solução ótima do problema OTS para sistemas de grande porte sugere o desligamento de um número muito elevado de linhas de transmissão. O modelo básico tradicional também apresenta problemas de convergência e a possibilidade de gerar soluções parciais e finais que não sejam conexas. Na literatura especializada, menciona-se que é possível que a solução ótima possa estar constituída por vários sistemas ilhados que operam de forma independente. Entretanto, nos testes realizados, o que geralmente acontece é que aparecem soluções ótimas que desligam barras de passagem. Neste trabalho, acredita-se que não existem motivos para o aparecimento de soluções representadas por ilhas operando de forma independente. O aparecimento desse tipo de solução significa que é mais adequado desligar uma linha de transmissão do que aproveitar essa linha de transmissão para transportar energia elétrica da parcela do sistema com custos de geração menores para parcelas com custos de operação maiores. Adicionalmente, caso seja aceita a possibilidade de que antes de aparecer o ilhamento com o desligamento de uma linha que une dois setores do sistema elétrico, então essa linha não deveria ser desligada porque não forma laços dependentes e, portanto, não interfere de forma negativa com a distribuição de fluxos em outras linhas de transmissão. Assim, essa linha de transmissão pode ajudar a transportar energia elétrica da parcela com custos de geração mais baratos para parcelas com custos de geração mais elevados e, no pior caso, pode permanecer sem levar fluxo de potência. Esse tópico conceitual deve ser analisado com maior como trabalho futuro.

Os novos modelos matemáticos propostos se mostraram consistentes como mostram os testes

usando dados de três sistemas elétricos. Particularmente, a proposta de desligar apenas linhas de transmissão que permitem uma diminuição mínima na função objetivo se mostrou interessante. Assim, cada sistema de energia elétrica pode avaliar o valor mínimo de ganho aceitável para desligar uma linha de transmissão. Assim, se for escolhido um valor de $c_s = 50$, então devem ser desligadas apenas aquelas linhas de transmissão que geram uma redução dos custos de operação de, pelo menos, 50 US por hora de operação. Essa estratégia tem a vantagem adicional de gerar propostas de solução com um número reduzido de linhas de transmissão e geralmente com tempos de processamento menores.

A proposta de escolher um incentivo c_p de valor insignificante para incentivar que uma linha de transmissão não seja desligada também se mostrou eficiente. Nenhum teste realizado com o valor de $c_p = 1$ (um incentivo de um dólar para que uma linha de transmissão não seja desligada) gerou soluções finais com o aparecimento de barras de passagem ilhadas nem problemas com tempos de processamento com o *solver* CPLEX. Dessa forma, essa estratégia é interessante porque também não permite a geração de soluções parciais com ilhamento (soluções geradas em cada nó da árvore de *branch and bound* quando é usado o *solver* CPLEX para resolver o problema OTS). Esse fato pode explicar os motivos pelos quais as soluções de alguns testes com o sistema colombiano apresentam problemas de convergência e de tempos de processamento quando não é usada essa estratégia ($c_p = 0$). Assim, nos testes com ($c_p = 0$) (testes No. 1 a 8) apareceram problemas de convergência no teste do modelo tradicional (não foi possível encontrar uma solução com *gap* igual a zero) e em alguns testes apareceram tempos de processamento relativamente elevados (o teste No. 3 precisou de 17,5 segundos e o teste No. 8 precisou de 16,95 segundos). Por outro lado, os testes realizados com $c_p = 1$ apresentaram tempos de processamento pequenos (o maior tempo de processamento aconteceu com o teste No. 12 com 3,22 segundos). Nesses testes, a melhor solução foi encontrada com um tempo de processamento de 1,09 segundos.

O desenvolvimento de um modelo matemático mais formal para evitar ilhamentos nas soluções parciais e finais do problema de desligamento ótimo de linhas de transmissão se mostrou eficiente. Esse modelo usa os conceitos de grafos para gerar soluções conexas, isto é, qualquer solução parcial na árvore de *branch and bound* encontrada pelo *solver* CPLEX, assim como a solução ótima, devem ser sistemas elétricos com topologias conexas. Nessa modelagem, foram usadas variáveis de fluxos artificiais através das linhas de transmissão, uma demanda unitária de fluxo artificial em todas as barras do sistema, exceto em uma barra que deve ser considerada como a única geradora de fluxo artificial. Essa estratégia incorporada no modelo do problema OTS gera soluções válidas do problema OTS modificado porque em cada solução válida deve existir um caminho entre a barra geradora de fluxo artificial e as outras barras do sistema elétrico. Dessa forma qualquer solução válida deve ser conexa. Os testes experimentais mostraram a consistência e a importância desse modelo matemático.

Reconhecendo que a LTK é a responsável pelo paradoxo de Braess, então é possível desenvolver uma estratégia para identificar as linhas de transmissão que provocam o paradoxo de Braess. Essas linhas de transmissão apresentam uma diferença angular entre os extremos da linha (entre as barras conectadas com a linha). O valor dessa diferença angular está determinado pela necessidade de satisfazer a LTK em todas as barras do sistema elétrico. Portanto, foi possível desenvolver um modelo matemático com todas as linhas de transmissão ligadas e com a possibilidade de alocar defasadores artificiais em cada linha de transmissão e minimizando os custos de geração e penalizando a alocação de defasadores. Esse tipo de modelo matemático foi

idealizado como parte deste projeto e representa um problema de programação linear. A solução desse problema identifica as linhas de transmissão que precisam de defasadores artificiais para contornar a necessidade de satisfazer a LTK e, portanto, esse tipo de informação pode ajudar a elaborar uma estratégia de redução de linhas candidatas a desligamento no problema OTS. Dessa forma, essa estratégia pode reduzir de forma significativa o número de linhas candidatas a desligamento e o número de variáveis binárias do problema OTS. Considera-se essa proposta mais promissora que as propostas existentes na literatura especializada. Esse tópico deve ser desenvolvido em trabalhos futuros.

O modelo matemático de PL que usa defasadores ajuda a explicar o paradoxo de Braess. Essa prova está sustentada no fato de que a solução ótima desse PL é a mesma solução ótima encontrada para o problema OTS quando é usado o modelo de transportes. Dessa forma, considera-se que o paradoxo de Braess está plenamente explicado e realmente não pode ser considerado de paradoxo, isto é, o sistema elétrico se encontra operando de forma adequada e sem inconsistências obedecendo às duas leis de Kirchhoff. O que de fato acontece com o chamado paradoxo de Braess é a falta de entendimento do funcionamento de um sistema elétrico que deve obedecer estritamente às duas leis de Kirchhoff.

Para trabalhos futuros relacionados com este trabalho de pesquisa, ainda podem ser mencionados os seguintes tópicos muito importantes:

- Desenvolver modelos matemáticos que usem o modelo AC para representar o modelo de rede para o problema OTS.
- Desenvolver pesquisas considerando os problemas de confiabilidade no problema OTS.
- Desenvolver pesquisas para encontrar estratégias eficientes de redução de linhas candidatas a desligamento, isto é, para reduzir de forma eficiente o espaço de busca do problema.
- Desenvolver pesquisas considerando a mudança variável do perfil da demanda, isto é, resolver o problema OTS para um período de operação diferente da operação horária como, por exemplo, considerar um período de operação diária ou semanal.

REFERÊNCIAS

- AAZAMI, R.; HAGHITAM, M.R.; SOLTANIAN, F.; MORADKHANI, M. A comprehensive strategy for transmission switching action in simultaneous clearing of energy and spinning reserve markets. **International Journal of Electric Power and Energy Systems**, Guilford, v. 64, p. 408-418, 2015.
- BACHER, R.; GLAVITSCH, H. Network topology optimization with security constraints. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 1, n. 4, p. 103-111, 1986.
- BACHER, R.; GLAVITSCH, H. Loss reduction by network switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 3, n. 2, p. 447-454, 1988.
- BAKIRTZIS, A.G.; MELIOPOULOS, A.P.S. Incorporation of switching operation in power system corrective control computations. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 2, n. 3, p. 669-675, 1987.
- BLUMSACK, S.; LAVE, L.B.; ILIC, M. A quantitative analysis of the relationship between congestion and reliability in electric power networks. **Energy Journal**, Toronto, v. 28, n. 4, p. 73-100, 2007.
- ESCOBAR, A.; GALLEGOS, R.A.; ROMERO, R. Multistage and coordinated planning of the transmission systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 735-744, 2004.
- FISHER, E.B.; O'NEILL, R.P.; FERRIS, M.C. Optimal transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 23, n. 3, p. 1346-1355, 2008.
- FULLER, J.D.; RAMASRA, R.; CHA, A. Fast heuristic for transmission-line switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 3, p. 1377-1386, 2012.
- GLAVITSCH, H. Switching as means of control in the power system. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Guilford, v. 7, n. 2, p. 92-100, 1985.
- HEDMAN, K.W.; O'NEILL, R.P.; FISHER, E.B.; R.P.; OREN, S.S. Optimal transmission switching: Sensitivity analysis and extensions. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 23, n. 3, p. 1469-1479, 2008.
- HEDMAN, K.W.; O'NEILL, R.P.; FISHER, E.B.; R.P.; OREN, S.S. Optimal transmission switching with contingency analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1577-1586, 2009.
- JABARNEJAD, M.; WANG, J.; VALENZUELA, J. A decomposition approach for solving seasonal transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 30, n. 3, p. 1203-1211, 2015.

- KOCUK, B.; DEY, S.S.; SUN, X.A. New formulations and strong MISOCP relaxations for AC optimal transmission switching problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 32, n. 6, p. 4161-4170, 2014.
- LIU, C.; WANG, J.; OSTROWSKI, J. Heuristic prescreening switchable branches in optimal transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 4, p. 2289-2290, 2012.
- LIU, C.; WANG, J.; OSTROWSKI, J. Static switching security in multi-period transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 4, p. 1850-1858, 2012.
- MAZI, A.A.; WOLLENBERG, B.F.; HESSE, M.H. Corrective control of power system flows by line and bus-bar switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 1, n. 3, p. 258-264, 1986.
- OSTROWSKI, J.; WANG, J.; LIU, C. Exploiting symmetry in transmission lines for transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 3, p. 1708-1709, 2012.
- OSTROWSKI, J.; WANG, J.; LIU, C. Transmission switching with connectivity-ensuring constraints. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 29, n. 6, p. 2621-2627, 2014.
- QIU, F.; WANG, J. Chance-constrained transmission switching with guaranteed wind power utilization. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 30, n. 3, p. 1270-1278, 2015.
- ROLIM, J.G.; MACHADO, L.J.B. A study of the use of corrective switching in transmission systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 14, n. 1, p. 336-341, 1999.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; HAFFNER, S. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. **IEE Proceedings Generation, Transactions and Distribution**, Stevenage, v. 149, n. 1, p. 27-36, 2002.
- ROMERO, R.; ROCHA, C.; MANTOVANI, J.R.S.; SANCHEZ, I.G. Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. **IEE Proceedings Generation, Transactions and Distribution**, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 277-282, 2005.
- ROMERO, R.; FRANCO, J.F.; LEÃO, F.B.; RIDER, M.J.; SOUZA, E.S. A new mathematical model for the restoration problem in balanced radial distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 31, n. 2, p. 1259-1268, 2016.
- RUIZ, P.A.; FOSTER, J.M.; RUDKEVICH, A.; CARAMANIS, M.C. Tractable transmission topology control using sensitivity analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 27, n. 3, p. 1550-1559, 2012.

RUIZ, P.A.; GOLDIS, E.; RUDKEVICH, A.; CARAMANIS, M.C.; PHILBRICK, C.R.; FOSTER, J.M. Security-constrained transmission topology control MILP formulation using sensitivity factors. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 32, n. 2, p. 1597-1605, 2017.

SCHNYDER, G.; GLAVITSCH, H. Integrated security control using an optimal power flow in switching concepts. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 3, n. 2, p. 782-790, 1988.

SCHNYDER, G.; GLAVITSCH, H. Security enhancement using an optimal switching power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 5, n. 2, p. 674-681, 1990.

SOROUSH, M.; FULLER, J.D. Accuracies of optimal transmission switching heuristics based on DCOPF and ACOPF. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 29, n. 2, p. 924-932, 2014.

WOOD, A.; WOLLENBERG, B. Power generation, operation and control. 2nd ed. New York: Wiley, 1996.

ZHANG, C.; WANG, J. Optimal transmission switching considering probabilistic reliability. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 29, n. 2, p. 974-975, 2014.

Apêndice A

Dados dos Sistemas Usados em Testes

Neste apêndice, apresentam-se os dados dos 3 sistemas elétricos usados nos testes.

Tabela 3: Sistema Sul Brasileiro: Dados das Barras

Barra	Geração MW	Demanda MW	Custo de geração US/MWh
1	0.00	0.00	
2	0.00	443.10	
4	0.00	300.70	
5	0.00	238.00	
6	0.00	0.00	
7	0.00	0.00	
8	0.00	72.20	
9	0.00	0.00	
12	0.00	511.90	
13	0.00	185.80	
14	1257.00	0.00	33.0
16	2000.00	0.00	22.0
17	1050.00	0.00	34.0
18	0.00	0.00	
19	1670.00	0.00	38.0
20	0.00	1091.20	
21	0.00	0.00	
22	0.00	81.90	
23	0.00	458.10	
24	0.00	478.20	
25	0.00	0.00	
26	0.00	231.90	
27	220.00	0.00	29.0
28	800.00	0.00	24.0
29	0.00	0.00	
30	0.00	0.00	
31	700.00	0.00	25.0
32	500.00	0.00	27.0
33	0.00	229.10	
34	748.00	0.00	39.0
35	0.00	216.00	
36	0.00	90.10	
37	300.00	0.00	31.0
38	0.00	216.00	
39	600.00	0.00	26.0
40	0.00	262.10	
42	0.00	1607.90	
43	0.00	0.00	
44	0.00	79.10	
45	0.00	86.70	
46	700.00	0.00	35.0

Fonte: Adaptado de Romero et al. (2002).

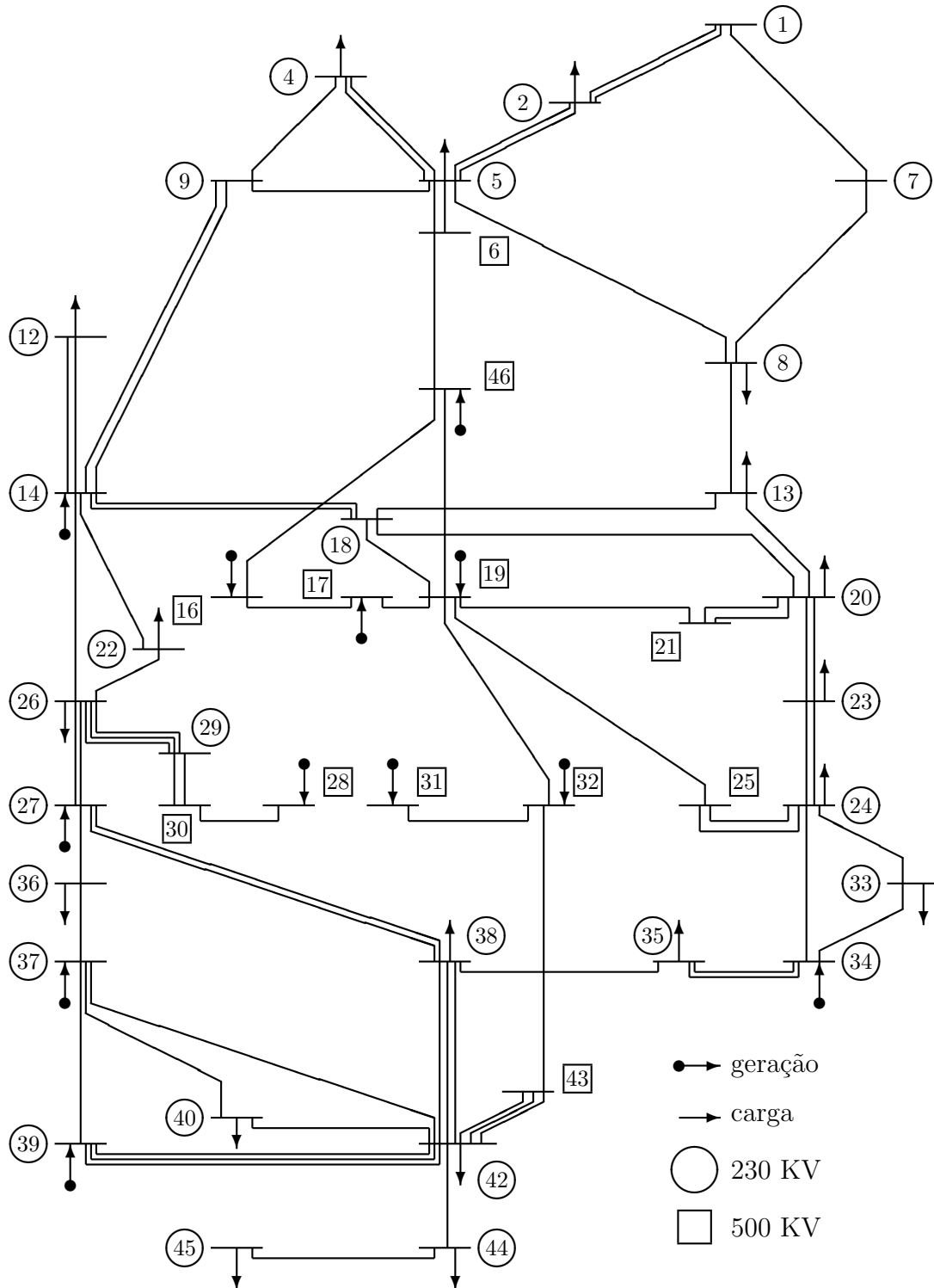
Observação: Sistema com 41 barras e 55 caminhos com linhas de transmissão.

Tabela 4: Sistema Sul Brasileiro: Dados das Linhas

Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
1	7	1	0.0616	270
1	2	2	0.1065	270
4	9	1	0.0924	270
5	9	1	0.1173	270
5	8	1	0.1132	270
7	8	1	0.1023	270
4	5	2	0.0566	270
2	5	2	0.0324	270
8	13	1	0.1348	240
9	14	2	0.1756	220
12	14	2	0.0740	270
14	18	2	0.1514	240
13	18	1	0.1805	220
13	20	1	0.1073	270
18	20	1	0.1997	200
19	21	1	0.0278	1500
16	17	1	0.0078	2000
17	19	1	0.0061	2000
14	26	1	0.1614	220
14	22	1	0.0840	270
22	26	1	0.0790	270
20	23	2	0.0932	270
23	24	2	0.0774	270
26	27	2	0.0832	270
24	34	1	0.1647	220
24	33	1	0.1448	240
33	34	1	0.1265	270
27	36	1	0.0915	270
27	38	2	0.2080	200
36	37	1	0.1057	270
34	35	2	0.0491	270
35	38	1	0.1980	200
37	39	1	0.0283	270
37	40	1	0.1281	270
37	42	1	0.2105	200
39	42	3	0.2030	200
40	42	1	0.0932	270
38	42	3	0.0907	270
32	43	1	0.0309	1400
42	44	1	0.1206	270
44	45	1	0.1864	200
19	32	1	0.0195	1800
46	19	1	0.0222	1800
46	16	1	0.0203	1800
18	19	1	0.0125	600
20	21	2	0.0125	600
42	43	3	0.0125	600
46	6	1	0.0128	2000
19	25	1	0.0325	1400
31	32	1	0.0046	2000
28	30	1	0.0058	2000
26	29	3	0.0541	270
24	25	2	0.0125	600
29	30	2	0.0125	600
5	6	2	0.0125	600

Fonte: Adaptado de Romero et al. (2002).

Figura 6: Sistema Sul Brasileiro - Topologia Base.



Fonte: Adaptado de Romero et al. (2002).

Tabela 5: Sistema IEEE de 24 Barras: Dados das Barras

Barra	Geração MW	Demanda MW	Custo de geração US/MWh
1	576.00	324.00	25.0
2	576.00	291.00	36.0
3	0.00	540.00	
4	0.00	222.00	
5	0.00	213.00	
6	0.00	408.00	
7	900.00	375.00	29.0
8	0.00	513.00	
9	0.00	525.00	
10	0.00	585.00	
11	0.00	0.00	
12	0.00	0.00	
13	1773.00	795.00	30.0
14	0.00	582.00	
15	645.00	951.00	28.0
16	465.00	300.00	33.0
17	0.00	0.00	
18	1200.00	999.00	37.0
19	0.00	543.00	
20	0.00	384.00	
21	1200.00	0.00	46.0
22	900.00	0.00	42.0
23	1980.00	0.00	44.0
24	0.00	0.00	

Fonte: Adaptado de Romero et al. (2005).

Observação: Sistema com 24 barras e 34 caminhos com linhas de transmissão.

Tabela 6: Sistema IEEE de 24 Barras: Dados das Linhas

Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
1	2	1	0.0139	175
1	3	1	0.2112	175
1	5	1	0.0845	175
2	4	1	0.1267	175
2	6	1	0.1920	175
3	9	1	0.1190	175
3	24	1	0.0839	400
4	9	1	0.1037	175
5	10	1	0.0883	175
6	10	2	0.0605	175
7	8	3	0.0614	175
8	9	1	0.1651	175
8	10	1	0.1651	175
9	11	1	0.0839	400
9	12	1	0.0839	400
10	11	1	0.0839	400
10	12	2	0.0839	400
11	13	1	0.0476	500
11	14	1	0.0418	500
12	13	1	0.0476	500
12	23	1	0.0966	500
13	23	1	0.0865	500
14	16	2	0.0389	500
15	16	1	0.0173	500
15	21	2	0.0490	500
15	24	1	0.0519	500
16	17	2	0.0259	500
16	19	1	0.0231	500
17	18	1	0.0144	500
17	22	1	0.1053	500
18	21	2	0.0259	500
19	20	2	0.0396	500
20	23	3	0.0216	500
21	22	1	0.0678	500

Fonte: Adaptado de Romero et al. (2005).

Tabela 7: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Barras

Barra	Geração MW	Demanda MW	Custo de geração US/MWh
1	288.0	0.00	24.0
2	198.0	486.66	29.0
3	0.0	587.08	
4	0.0	0.00	
5	48.0	351.42	32.0
6	41.0	0.00	33.0
7	163.0	448.03	26.0
8	276.0	505.87	28.0
9	0.0	519.69	
10	0.0	88.84	
11	130.0	220.15	20.0
12	56.0	0.00	40.0
13	0.0	260.08	
14	0.0	0.00	
15	0.0	562.84	
16	0.0	351.90	
17	42.0	203.00	44.0
18	648.0	54.10	32.5
19	1608.0	29.28	22.0
20	54.0	302.27	40.5
21	0.0	277.44	
22	240.0	79.17	24.5
23	0.0	302.27	
24	180.0	0.00	27.0
25	103.0	0.00	39.0
26	84.0	0.00	41.5
27	0.0	396.71	
28	17.0	486.39	30.0
29	742.0	505.96	26.5
30	0.0	199.55	
31	227.0	391.88	23.0
32	0.0	188.33	
33	0.0	247.24	
34	0.0	115.81	
35	240.0	256.86	22.5
36	53.0	167.29	30.5
37	166.0	176.30	29.5
38	18.0	129.72	47.0
39	18.0	268.19	34.0
40	366.0	0.00	28.5
41	120.0	81.85	31.0
42	0.0	152.39	
43	0.0	52.90	
44	28.0	384.64	45.0
45	1450.0	0.00	37.0
46	180.0	181.62	21.5

Tabela 7: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Barras (continuação)

Barra	Geração MW	Demanda MW	Custo de geração US/MWh
47	0.0	61.60	
48	1062.0	896.26	43.0
49	0.0	193.27	
50	288.0	632.75	25.0
51	0.0	190.45	
52	0.0	55.60	
53	384.0	0.00	37.5
54	0.0	114.19	
55	48.0	333.59	46.0
56	0.0	0.00	
57	156.0	336.94	27.5
58	228.0	0.00	35.0
59	192.0	0.00	21.0
60	1459.0	0.00	41.0
61	186.0	0.00	36.5
62	0.0	0.00	
63	1308.0	52.77	42.0
64	336.0	132.35	23.5
65	0.0	197.58	
66	360.0	0.00	25.5
67	569.0	397.98	49.0
68	0.0	0.00	
69	0.0	106.61	
70	216.0	0.00	50.0
71	509.0	471.21	36.0
72	0.0	0.00	
73	0.0	0.00	
74	0.0	0.00	
75	0.0	0.00	
76	48.0	0.00	48.0
77	0.0	82.85	
78	0.0	54.07	
79	360.0	146.87	38.0
80	0.0	88.34	
81	0.0	0.00	
82	0.0	0.00	
83	0.0	0.00	
84	600.0	0.00	39.5
85	0.0	0.00	
86	1020.0	0.00	6.0
87	0.0	0.00	
88	360.0	0.00	33.5
90	0.0	0.00	
91	0.0	0.00	
92	0.0	0.00	
93	0.0	0.00	

Fonte: Adaptado de Escobar et al. (2004).

Tabela 8: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Linhas

Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
43	88	2	0.1816	250.0
25	28	1	0.0565	320.0
25	29	1	0.0570	320.0
13	14	2	0.0009	350.0
13	20	1	0.0178	350.0
13	23	1	0.0277	350.0
14	31	2	0.1307	250.0
14	18	2	0.1494	250.0
14	60	2	0.1067	300.0
2	4	2	0.0271	350.0
2	9	1	0.0122	350.0
2	83	1	0.0200	570.0
9	83	1	0.0200	400.0
15	18	2	0.0365	450.0
15	17	1	0.0483	320.0
15	20	1	0.0513	320.0
15	76	1	0.0414	320.0
15	24	1	0.0145	350.0
37	61	1	0.0139	350.0
19	61	2	0.1105	250.0
61	68	1	0.0789	250.0
37	68	1	0.0544	320.0
40	68	1	0.1320	320.0
12	75	1	0.0641	320.0
24	75	1	0.0161	350.0
35	36	1	0.2074	250.0
27	35	1	0.1498	250.0
35	44	2	0.1358	250.0
38	68	1	0.0389	350.0
38	39	1	0.0300	350.0
27	80	1	0.0242	350.0
44	80	1	0.1014	250.0
56	81	1	0.0114	550.0
45	54	1	0.0946	320.0
45	50	2	0.0070	350.0
10	78	1	0.0102	350.0
7	78	1	0.0043	350.0
30	64	1	0.1533	250.0
30	65	2	0.0910	250.0
30	72	3	0.0173	350.0
55	57	2	0.0174	600.0
57	84	1	0.0087	600.0
55	84	2	0.0087	600.0
56	57	3	0.0240	600.0

Tabela 8: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Linhas (continuação)

Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
9	77	1	0.0190	350.0
77	79	1	0.0097	350.0
1	59	2	0.0232	350.0
59	67	2	0.1180	250.0
8	59	2	0.1056	250.0
1	3	1	0.1040	250.0
3	71	1	0.0136	450.0
3	6	1	0.0497	350.0
55	62	2	0.0281	550.0
47	52	1	0.0644	350.0
51	52	1	0.0859	250.0
29	31	2	0.1042	250.0
41	42	1	0.0094	350.0
40	42	1	0.0153	350.0
46	53	2	0.1041	250.0
46	51	1	0.1141	250.0
69	70	2	0.0228	350.0
66	69	2	0.1217	250.0
9	69	2	0.1098	350.0
60	69	2	0.0906	350.0
31	32	1	0.0259	350.0
32	34	1	0.0540	350.0
16	18	1	0.0625	350.0
16	23	1	0.0238	350.0
16	21	1	0.0282	350.0
31	34	1	0.0792	250.0
31	33	2	0.0248	350.0
31	60	2	0.1944	250.0
31	72	2	0.0244	350.0
47	54	2	0.1003	250.0
47	49	2	0.0942	250.0
18	58	2	0.0212	350.0
18	20	1	0.0504	350.0
18	66	2	0.0664	350.0
18	21	1	0.0348	350.0
18	22	1	0.0209	350.0
19	22	1	0.0691	350.0
4	5	3	0.0049	350.0
5	6	2	0.0074	350.0
17	23	1	0.0913	250.0
17	76	1	0.0020	350.0
12	17	1	0.0086	350.0
1	71	2	0.0841	250.0
1	8	1	0.0810	250.0

Tabela 8: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Linhas (continuação)

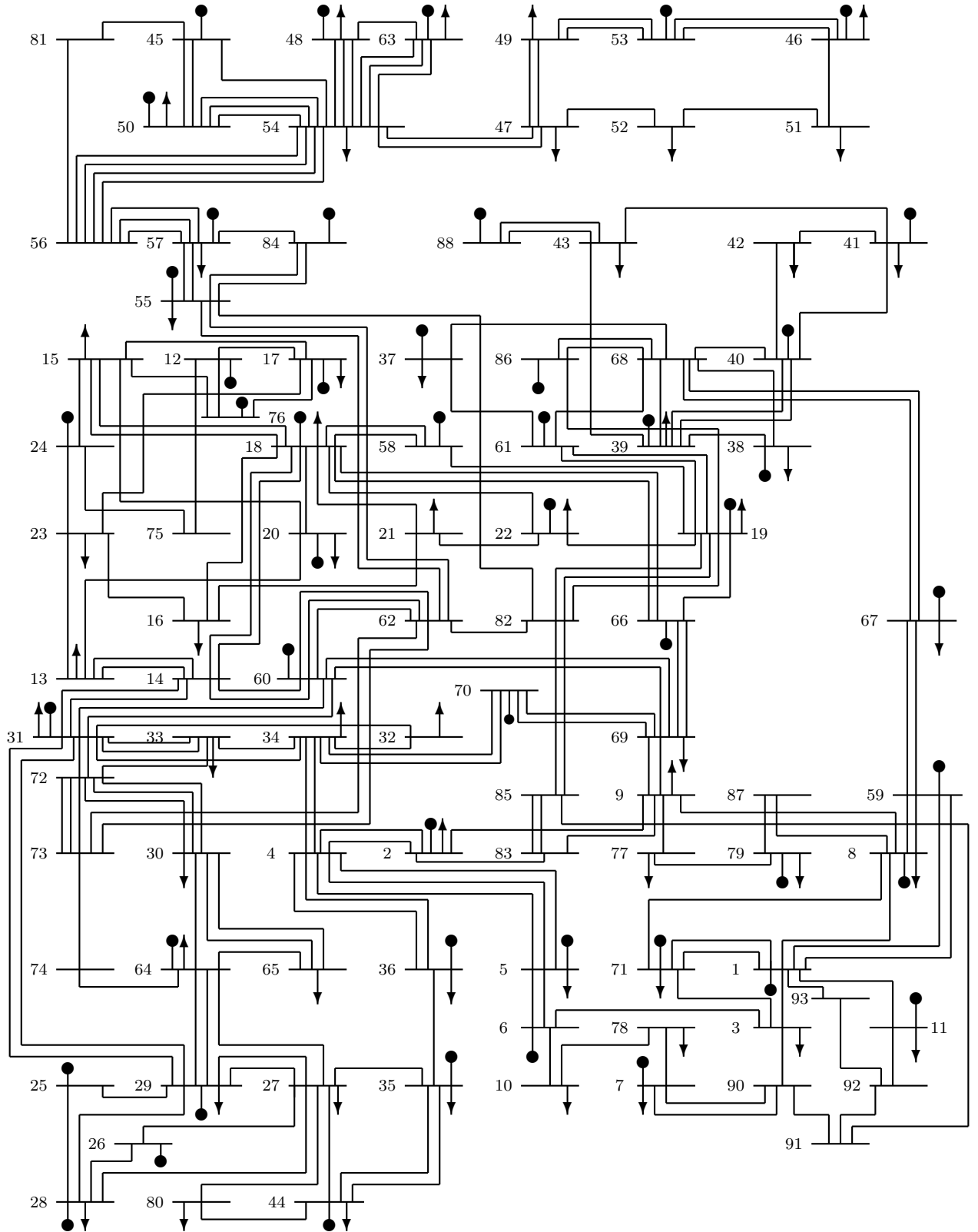
Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
1	11	1	0.0799	250.0
4	36	2	0.0850	250.0
19	58	1	0.0826	320.0
27	64	1	0.0280	350.0
27	28	1	0.0238	350.0
27	44	1	0.0893	250.0
26	27	1	0.0657	350.0
27	29	2	0.0166	350.0
19	66	1	0.0516	350.0
73	74	1	0.0214	600.0
64	65	1	0.0741	350.0
29	64	2	0.0063	350.0
4	34	2	0.1016	270.0
34	70	2	0.0415	350.0
33	34	1	0.1139	320.0
8	71	1	0.0075	400.0
54	63	3	0.0495	320.0
48	63	1	0.0238	350.0
67	68	2	0.1660	250.0
39	68	1	0.0145	350.0
8	9	1	0.0168	350.0
79	87	1	0.0071	350.0
8	87	1	0.0132	350.0
39	43	1	0.1163	250.0
41	43	1	0.1142	250.0
23	24	1	0.0255	350.0
21	22	1	0.0549	350.0
26	28	1	0.0512	350.0
28	29	1	0.0281	350.0
6	10	1	0.0337	350.0
33	72	1	0.0228	350.0
39	40	2	0.1020	250.0
12	76	1	0.0081	350.0
48	54	3	0.0396	350.0
50	54	3	0.0876	250.0
62	73	2	0.0272	750.0
49	53	2	0.1008	250.0
40	41	1	0.0186	350.0
45	81	1	0.0267	450.0
64	74	1	0.0267	500.0
54	56	4	0.0267	450.0
60	62	3	0.0257	450.0
72	73	3	0.0267	500.0
19	82	3	0.0267	450.0

Tabela 8: Sistema Colombiano de 92 Barras: Dados das Linhas (continuação)

Barra inicial	Barra final	número de linhas	Reatância p.u.	Capacidade de transmissão (MW)
55	82	1	0.0290	550.0
62	82	1	0.0101	600.0
83	85	2	0.0267	450.0
82	85	2	0.0341	700.0
19	86	1	0.1513	300.0
68	86	2	0.0404	350.0
7	90	2	0.0050	350.0
3	90	1	0.0074	350.0
90	91	1	0.0267	550.0
85	91	1	0.0139	600.0
11	92	1	0.0267	450.0
1	93	1	0.0267	450.0
92	93	1	0.0097	600.0
91	92	1	0.0088	600.0

Fonte: Adaptado de Escobar et al. (2004).

Figura 8: Sistema colombiano modificado.



Fonte: Elaborado pelo autor.