

RITA DE CÁSSIA ARAGÃO DA SILVA ANDRADE

Gráfico de Controle por atributo *Fuzzy* para monitoramento de processo

Rita de Cássia Aragão da Silva Andrade

Gráfico de Controle por atributo *Fuzzy* para monitoramento de processo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Engenharia da Produção na área de Gestão de Operações.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Paloma Maria Silva Rocha Rizol

Coorientadora: Prof^ª. Dr^ª. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas

Guaratinguetá - SP

2019

A553g Andrade, Rita de Cássia Aragão da Silva
Gráfico de controle por atributo Fuzzy para monitoramento de processo / Rita de Cássia Aragão da Silva Andrade – Guaratinguetá, 2019.
58 f : il.
Bibliografia: f. 51-52

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019.
Orientadora: Prof^a. Dr^a. Paloma Maria Silva Rocha Rizol
Co-Orientadora: Prof^a Dr^a Marcela A. Guerreiro Machado de Freitas

1. Gráficos em engenharia. 2. Lógica difusa. 3. Controle de processo – Métodos estatísticos. I. Título

CDU 658.511.3(043)

RITA DE CÁSSIA ARAGÃO DA SILVA ANDRADE

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO”**

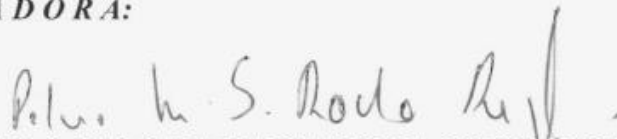
**PROGRAMA: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO: MESTRADO ACADÊMICO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. Otávio José de Oliveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. PALOMA MARIA SILVA ROCHA RIZOL
Orientadora/UNESP/FEG



Prof. Dr. LUIZ FERNANDO COSTA NASCIMENTO
UNESP/FEG



Prof. Dr. FABRICIO MACIEL GOMES
EEL/USP

DADOS CURRICULARES

RITA DE CÁSSIA ARAGÃO DA SILVA ANDRADE

NASCIMENTO	08.07.1969 – Belo Horizonte / MG
FILIAÇÃO	José Maria Gonçalves Teodoro da Silva Maria das Graças Aragão da Silva
1989/1993	Curso de Graduação- Bacharel em Engenharia Química EEL/USP
1994-1995	Curso Pós-Graduação <i>Lato Sensu</i> em Engenharia da Qualidade EEL/USP
2018-2019	Curso Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i> Mestrado em Engenharia de Produção FEG/UNESP

AGRADECIMENTOS

À Prof^ª. Dr^ª. Paloma Maria Silva Rocha Rizol, pela orientação, paciência, interesse, dedicação e amizade demonstrados no decorrer destes anos de trabalho, o que tornou tudo mais agradável.

À Prof^ª. Dr^ª. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas, pela coorientação e por jamais deixar de me incentivar e estar sempre pronta a me ajudar no que fosse preciso.

Aos meus pais, mais uma vez, que provavelmente deixaram muitos de seus sonhos de lado para que eu conseguisse realizar-me pessoalmente.

Ao meu esposo Jairo e ao meu filho Gabriel, que tiveram muita paciência com a minha falta de tempo para eles e pelo incentivo de sempre.

Às minhas irmãs, Regina, Ruth e Rossana, pela constante força.

Aos amigos que fiz nesta etapa da minha vida, Amanda e Tulio, que tenho certeza que vou levar para sempre, dos quais tive todo apoio e muito mais.

Aos amigos que me ajudaram com apoio técnico e incentivo, como Karine, Diana e Filipe, que, de uma maneira ou de outra, sempre estiveram presentes na conquista deste título.

Aos funcionários da FEG pelo pronto atendimento de sempre.

Gratidão eterna a todos vocês...

RESUMO

O controle estatístico de processos (CEP) é um conjunto de ferramentas usadas para monitorar a estabilidade de um processo, no sentido de identificar a ocorrência de causas especiais. Em 1924, Walter Shewhart projetou o primeiro gráfico de controle. Os gráficos de controle podem ser por variáveis ou atributos, sendo o gráfico por variáveis o mais comumente utilizado. Porém, nem sempre é por meio de mensurações que se avalia a qualidade de um produto ou serviço; muitas vezes o fazemos por meio de seus atributos, “defeituoso” ou “não defeituoso”. Nesse contexto, o mais indicado é a utilização do gráfico de controle por atributo. Para muitos dos problemas identificados num produto ou serviço, os dados podem não ser tão precisos. Essa incerteza vem do sistema de medição, dos operadores, das condições ambientais, entre outros. Para lidar com essa incerteza, pode-se usar a lógica *fuzzy*, pois os gráficos de controle *fuzzy* fornecem uma avaliação mais flexível. Este trabalho propõe o uso de gráficos de controle *fuzzy* p e np para monitoramento de processos univariados, considerando os casos TFN e TrFN, número *fuzzy* triangular e número *fuzzy* trapezoidal, respectivamente. Os gráficos propostos foram comparados com o gráfico de Shewhart. Os gráficos de controle *fuzzy* foram construídos usando regras de lógica *fuzzy*, de forma a ajudar na tomada de decisão. Foi analisado o desempenho do gráfico de controle utilizando NMA – número médio de amostras até alarme falso. Diante dos resultados obtidos, observou-se que gráficos de controle por atributos *fuzzy* apresentaram maior eficiência que os gráficos de controle de atributos tradicionais.

PALAVRAS-CHAVE: Gráfico de Controle por Atributo. Gráfico de Controle. Conjunto *Fuzzy*. Regras *Fuzzy*.

ABSTRACT

Statistical Process Control (SPC) is a set of tools used to monitor the stability of a process to identify the occurrence of special causes. In 1924, Walter Shewhart designed the first control chart. Control charts can be by variables or attributes, being variable chart the most commonly used. However, it is not always by means of measurements that the quality of a product or service is assessed; we often do so by its attributes, "defective" or "not defective." this context, the use of attribute control chart is the most appropriate. For many of the problems identified in a product or service, data may not be as accurate. This uncertainty comes from the measurement system, the operators, the environmental conditions, among others. To deal with this uncertainty, fuzzy logic can be used because fuzzy control charts provide a more flexible assessment. This paper proposes the use of fuzzy p and np control charts for univariate process monitoring, considering the TFN and TrFN cases, triangular and trapezoidal fuzzy number, respectively. The proposed charts were compared with the Shewhart chart. Fuzzy control charts were built using fuzzy logic rules to aid in decision making. Control chart performance was analyzed using NMA - mean number of samples until false alarm. Given the results obtained, it was observed that fuzzy attribute control charts presented higher efficiency than traditional attribute control charts.

KEYWORDS: Attribute Control Chart. Control Chart. Fuzzy Set. Fuzzy Rules.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Gráfico de controle tipo p	14
Figura 2 – Gráfico de controle tipo np	14
Figura 3 – Gráfico de Controle fuzzy	15
Figura 4 – Número de publicações por ano	18
Figura 5 – Representação do método empregado na pesquisa	30
Figura 6 – \tilde{p} fuzzy chart TFN	37
Figura 7 – $n\tilde{p}$ fuzzy chart TFN	38
Figura 8 – \tilde{p} fuzzy chart TrFN	41
Figura 9 – $n\tilde{p}$ fuzzy chart TrFN	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de não-conformidades de amostras de Substratos Cerâmicos	32
Tabela 2 – Número de defeitos para TFN.....	33
Tabela 3 – Número de defeitos para TrFN	34
Tabela 4 – Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy TFN.....	35
Tabela 5 – Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy TFN.....	36
Tabela 6 – Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy TrFN	39
Tabela 7 – Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy TrFN	40
Tabela 8 – Cenários acerca dos limites de incerteza do número <i>fuzzy</i>	43
Tabela 9 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005 função de pertinência triangular (α cut 0.95)	43
Tabela 10 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005 função de pertinência triangular (α cut 0.75)	44
Tabela 11 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005 função de pertinência triangular (α cut 0.55)	44
Tabela 12 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.010, função de pertinência triangular (α cut 0.95)	45
Tabela 13 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.010, função de pertinência triangular (α cut 0.75)	45
Tabela 14 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.95)	46
Tabela 15 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.75)	46
Tabela 16 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.55)	46
Tabela 17 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.95)	47
Tabela 18 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.75)	47

Tabela 19 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.55)	47
Tabela 20 - Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.95)	48
Tabela 21 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.75)	48
Tabela 22 - Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.55)	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEP	Controle Estatístico de Processos
CUSUM	Cummulate Sum
EWMA	Exponentially weigth moving average
LC	Limite Central
LIC	Limite Inferior de Controle
LSC	Limite Superior de Controle
NMA	Número Médio de Amostras até o sinal
NMA_0	Número Médio de Amostras até o sinal quando o processo está em controle
NMA_T	NMA Teórico
NMA_F	NMA <i>Fuzzy</i>
TFN	Triangular <i>Fuzzy</i> Number
TrFN	Trapezoidal <i>Fuzzy</i> Number
Gráfico np	Gráfico de controle do número de defeituosos
Gráfico p	Gráfico de controle da fração defeituosa
Gráfico c	Gráfico de controle de itens não conformes na amostra
Gráfico u	Gráfico de controle de itens não conformes por unidade de inspeção

LISTA DE SÍMBOLOS

n	Tamanho de amostra
x_{max}	Observação de maior valor em uma amostra
x_{min}	Observação de menor valor em uma amostra
L	Número máximo de amostras entre amostras não-conformes
β	Porcentagem aceitável predeterminado pelo especialista
αcut	Grau de incerteza que é inserida no processo
D_i	Proporção i-ésima amostra
n_i	Quantidade de não conformidades na i-ésima amostra

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA.....	13
1.2	OBJETIVOS	16
1.3	DELIMITAÇÃO	16
1.4	JUSTIFICATIVA	16
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1	GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTO \tilde{p}	19
2.2	GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTO $n\tilde{p}$	21
2.3	GRÁFICOS DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy TFN e TrFN.....	21
2.4	REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy PARA AMOSTRAS CONSTANTES TFN	22
2.5	GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy TrFN	23
2.6	REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy PARA AMOSTRAS CONTANTES TrFN.....	24
2.7	GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy c e TrFN	25
2.8	REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy TFN	25
2.9	GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy TrFN	26
2.10	REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy TrFN	27
2.11	DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE NMA.....	27
3	MÉTODO DE PESQUISA	29
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	32
4.1	RESULTADOS NMA PARA O GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY TRIANGULAR E TRAPEZOIDAL	42
5	CONCLUSÃO	49
5.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	50
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A - CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN	53
	APÊNDICE B - CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN	55

1 INTRODUÇÃO

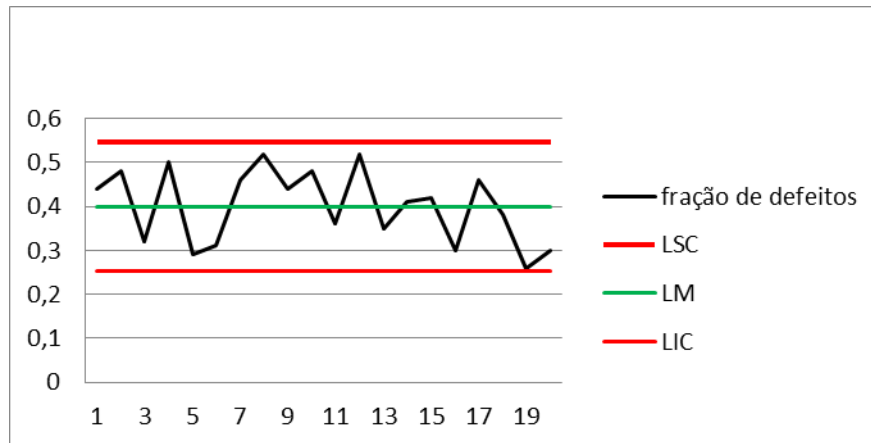
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA

De acordo com o Dr. Juran (HOU;WANG; FENG, 2016), do ponto de vista dos usuários, a qualidade é a facilidade de uso e não a conformidade com a especificação. Os usuários raramente sabem quais são as especificações e, via de regra, avaliam o produto principalmente com base na aplicabilidade e na durabilidade. Outro ponto importante a ser considerado é que os usuários sofrem constante influência de fatores sentimentais e psicológicos, havendo muitos atributos de qualidade. Como uma das principais ferramentas do CEP (controle estatístico de processo), tem-se o gráfico de controle, que é amplamente utilizado para monitorar o estado de um processo. Os gráficos de controle são categorizados em dois tipos: os gráficos de controle por variável são usados para monitorar as características contínuas do produto, enquanto os gráficos de controle por atributo são aplicados para monitorar as características de qualidade do produto, ou seja, quando a qualidade é classificada em boa ou ruim, conforme ou não conforme, entre outros. O uso da lógica *fuzzy* facilitará a interação com o usuário, pois trabalha com variáveis linguísticas (atributos), sendo capaz de lidar com as incertezas. Uma maneira de explicar essa incerteza no mundo real é aplicar a teoria dos conjuntos *fuzzy* proposta por Zadeh (1965) para modelar a incerteza e fornecer maior flexibilidade para os limites de controle.

Dentre os tipos de gráficos de controle por atributo, os mais utilizados para monitoramento são o gráfico np e gráfico p (EMURA; LIN, 2015); (ASLAM; NAZIR; JUN, 2015). O gráfico de monitoramento por atributos np controla o número de itens defeituosos, enquanto os gráficos de controle p monitoram as proporções de itens defeituosos na amostra. Quando itens apresentam defeitos mais complexos, por exemplo, um carro que saiu da linha de produção com pequenos detalhes defeituosos, porém não inutiliza a unidade toda, é utilizado gráfico c (quantidade de itens não conformes na amostra) e o gráfico u (itens não conformes por unidade de inspeção, sendo o número de amostra variável) (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

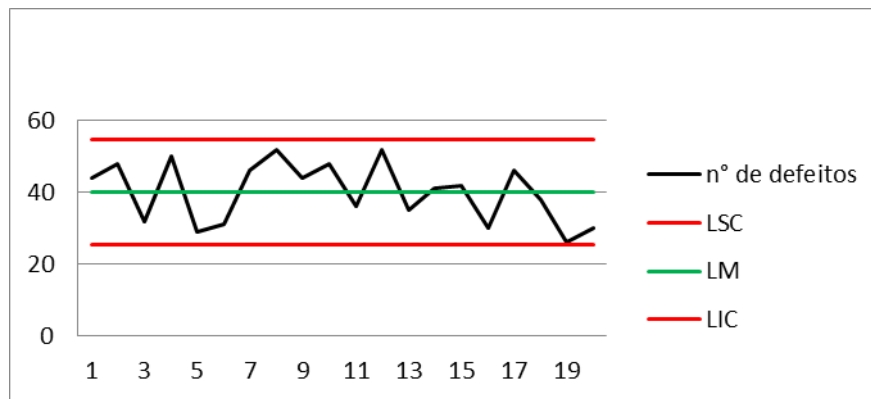
As Figuras 1 e 2 ilustram um modelo de gráfico de controle p e e um modelo de gráfico de controle np , respectivamente:

Figura 1 - Gráfico de controle tipo p



Fonte: Produção da própria autora

Figura 2 - Gráfico de controle tipo np



Fonte: Produção da própria autora

Para superar as limitações da classificação da qualidade do produto ou serviço em gráfico de controle por atributos, por exemplo, gráfico *p* e gráfico *c*, Wang e Raz (1990) propuseram a construção de gráficos de controle adotando termos linguísticos como perfeito, bom, médio e ruim para expressar os níveis intermediários de uma característica de qualidade ao invés de conforme ou não conforme.

Sabe-se que, muitas vezes, não há dados precisos para monitorar o processo, então faz-se necessário buscar estratégias que tornem possível a interpretação e análise dos mesmos. Uma das estratégias comumente utilizadas é a teoria dos conjuntos *fuzzy*. A lógica *Fuzzy*, proposta por Zadeh (1965), é capaz de trabalhar com a incerteza e, no caso deste trabalho, foi aplicada nos gráficos de controle a fim de controlar a qualidade dos produtos e serviços com maior precisão.

Bradshaw (1983) apresentou uma das primeiras pesquisas sobre gráficos de controle *fuzzy*, na qual demonstrou a vantagem de aplicar limites *fuzzy* em gráfico de controle

econômico em relação aos gráficos tradicionais. Wang e Raz (1990) sugeriram uma abordagem com base na teoria dos conjuntos *fuzzy* para construir gráficos de atributos utilizando dados. Eles apresentaram quatro métodos para converter os conjuntos *fuzzy* em valores escalares, ou seja, quatro formas de transformação para calcular valores representativos. Os valores representativos são traçados no gráfico, mantendo o formato tradicional das cartas de controle.

Em 2004 Gulbay, Kahraman e Ruan propuseram um gráfico de controle por atributos aplicando α cut e números fuzzy triangular, sendo que, α cut representa o nível de acurácia da inspeção, onde quanto maior o valor de α cut, mais rigorosa será a inspeção.

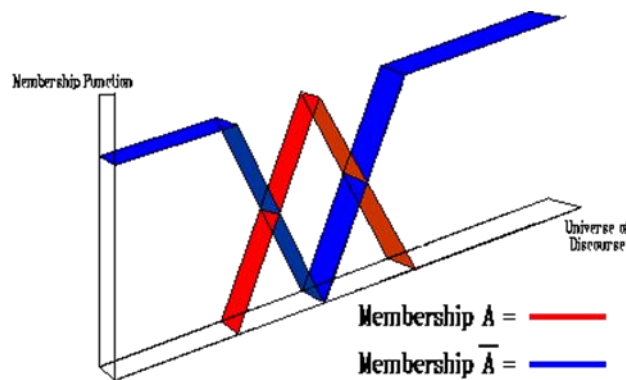
Desde então, pesquisadores vêm contribuindo para a evolução dos conjuntos *fuzzy*.

Além disso, especialistas podem ser incluído no processo decisão, criando regras de pertinência e alterando β^* a porcentagem admissível predefinida por um especialista.

Nihal Erginel (2014) utilizou gráficos de controle fuzzy usando regras de decisão “em controle” e “fora de controle” no monitoramento do processo.

A figura 3 apresenta um modelo de gráfico de controle *fuzzy*.

Figura 3 –Gráfico de Controle *fuzzy*



Fonte: Produção da própria autora

Assim, o foco desse trabalho será o estudo do gráfico de controle por atributo p e np para monitorar a variabilidade de um processo utilizando a lógica *fuzzy*.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é obter as propriedades dos gráficos de controle fuzzy por atributos para monitoramento de processos univariado em termos de números médio de amostra até o sinal, NMA.

Como objetivos específicos, têm-se:

- Validar o gráfico controle por atributo p e np *fuzzy* para TFN (*triangular fuzzy number*) e TrFN (*trapezoidal fuzzy number*) utilizando regras de decisão.
- Verificar o desempenho do gráfico controle por atributo *fuzzy* e fazer um comparativo com o gráfico por atributo tradicional.

1.3 DELIMITAÇÃO

Esta pesquisa está delimitada ao estudo dos gráficos de controle univariado por atributos, dentro do processo univariado, fazendo uso de uma abordagem *fuzzy*. Será restrita a gráfico de controle por atributo tipo p e np.

Quanto à lógica *fuzzy*, serão utilizados os números *fuzzy* triangulares (TFN) que estão associados à função de pertinência linear triangular e comparados com os números *fuzzy* trapezoidais (TrFN) que estão associados à função de pertinência linear trapezoidal. A análise de desempenho será por meio de algoritmos computacionais em linguagem *Fortran*, assim como os resultados se darão por simulação computacional, ou seja, não serão aplicados em um processo real.

1.4 JUSTIFICATIVA

Desde 1990, vários artigos existem sobre controle de qualidade usando a teoria de conjuntos *fuzzy*. Raz & Wang et al. (1990) propuseram uma abordagem probabilística e uma abordagem de adesão para monitorar processos de atributo. Kanagawa et al. (1993) desenvolveram um novo gráfico de controle para monitoramento de média e desvio de processos univariados.

No monitoramento dos processos por atributo, os seres humanos estão sempre envolvidos no desenvolvimento de análise de decisão. Uma abordagem racional para a tomada de

decisão deve considerar a subjetividade humana. Essa atitude em relação à incerteza do comportamento humano levou ao estudo de um campo de análise de decisão relativamente novo: a tomada de decisão *fuzzy* (GULBAY; KAHRAMAN; RUAN, 2004).

Para Gulbay e Kahraman (2007), quando a subjetividade humana desempenha um papel importante na definição das características de qualidade, os gráficos de controle tradicionais não podem ser aplicados, já que requerem dados precisos.

O julgamento no controle de processo tradicional resulta na classificação binária das observações amostrais em “controle” ou “fora de controle”, enquanto os gráficos de controle *fuzzy* podem lidar com várias decisões intermediárias, como “pouco fora de controle” ou “pouco em controle”, o que dá mais opções na tomada de decisão e aumenta a flexibilidade ao lidar com processos de produção.

Sabe-se que a lógica *fuzzy* é muito utilizada para modelar sistemas incertos na indústria, na natureza e na humanidade (ERTUGRUL; ESRA, 2009).

Bradshaw (1983) trouxe uma das primeiras pesquisas acerca de gráficos \bar{X} -R, na qual propõe que seria vantajoso a aplicação dos limites *fuzzy* em um gráfico de controle econômico em relação aos gráficos tradicionais. Gulbay e Kahraman (2006) mostram uma aplicação, ainda que inicial, dos gráficos de atributos p, c e u em um ambiente *fuzzy* e, mais tarde, eles aprimoram o estudo para o gráfico c.

Senturk e Erginel (2009) aprimoram a pesquisa confirmando que a teoria dos conjuntos *fuzzy* é aplicável aos gráficos de controle para variáveis tradicionais, estendendo o trabalho para os gráficos \bar{X} -R e \bar{X} -S e aplicando técnica de transformação α -level *fuzzy midrange*.

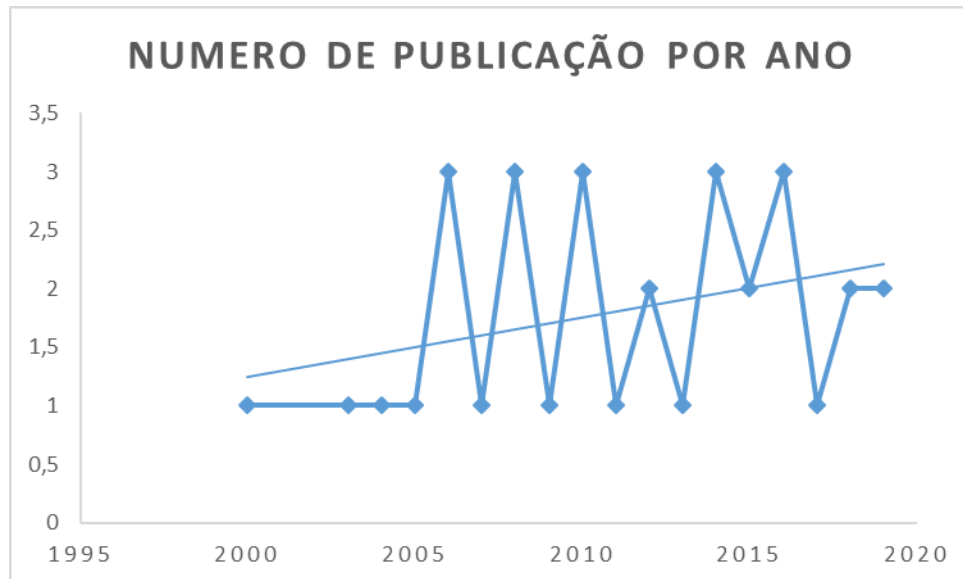
Alizadeh e Ghomi (2011) desenvolvem gráficos de controle em um ambiente *fuzzy* para média e amplitude aplicando quatro métodos de transformação, utilizando de propriedades estatísticas dos valores representativos *fuzzy* e estrutura básica de Shewart, dando mais um passo em relação aos trabalhos anteriores e calculando a performance do gráfico.

Ghobadi et al. (2012) demonstram uma abordagem multivariada aplicada aos gráficos EWMA (*Exponentially Weight Moving Average*) e CUSUM (*Cumulated Sum*) para monitorar a qualidade de um processo/produto usando a lógica *fuzzy*.

Diante disso, tomando-se como lacuna de pesquisa, pretende-se estudar gráficos controle de atributos p, np em *fuzzy* para TFN (*triangular fuzzy number*) e TrFN (*trapezoidal fuzzy number*) utilizando regras de decisão para monitorar a variabilidade dos processos e analisar o desempenho do gráfico em questão, para que se possa fazer um comparativo gráfico controle de atributos em *fuzzy* e o gráfico controle de atributos tradicional, utilizando a função de pertinência triangular e trapezoidal e, por fim, compará-las.

A Figura 4, retirada da base de dados Scopus em outubro de 2019, demonstra a tendência de crescimento nos próximos anos em relação a pesquisas com tema gráfico de controle atributo e *fuzzy*.

Figura 4 – Número de publicações por ano



Fonte: Scopus (2019)

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por cinco seções, dentre as quais a primeira apresenta a introdução, a questão de pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a delimitação da pesquisa e a justificativa.

Na segunda seção, evidencia-se o referencial teórico utilizado no embasamento do trabalho por meio da explicação de elementos essenciais a esta pesquisa, como: gráficos de controle por atributo, desempenho do gráfico de controle por atributo e regras de decisões baseadas em conjunto *fuzzy*.

A terceira seção apresenta o método utilizado no trabalho, assim como a classificação científica desta pesquisa e suas fases de execução.

A quarta seção traz os resultados dos gráficos de controle *fuzzy* e a análise de desempenho.

Na quinta seção, desenvolvem-se as conclusões deste trabalho. Logo após, as referências bibliográficas utilizadas em todo trabalho são apresentadas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, serão apresentados os principais tópicos estudados que são de fundamental importância para o desenvolvimento e embasamento teórico do trabalho.

Os gráficos de monitoramento por atributos np controlam o número de itens defeituosos, enquanto os gráficos de controle p monitoram as proporções de itens defeituosos na amostra (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005). A definição dos parâmetros de monitoramento dos processos pode ser realizada por especialistas que possuem experiência com a natureza do processo ou, de outra forma, os parâmetros podem ser definidos com base em amostras. Levando os conceitos à prática, há muitos erros nos dados e imprecisão nas informações em diversas ocasiões. A maior contribuição dos conjuntos *fuzzy* é sua habilidade em representar dados imprecisos e fornecer estrutura para o campo matemático e programação (ZADEH, 1965).

Assim, pesquisadores vêm contribuindo para a evolução dos conjuntos *fuzzy*, inclusive com pesquisas para gráfico de controle *fuzzy* (ZARANDI; TURKSEN; KASHAN, 2006).

Os conjuntos *fuzzy* aplicados aos gráficos de controle por atributos são ferramentas muito importantes para analisar dados dos tipos defeituosos ou não defeituosos, pois um colaborador poderá dizer que um item está defeituoso enquanto outro poderá dizer que não está defeituoso. Nos gráficos tradicionais de Shewhart, são utilizados os termos “em controle” e “fora do controle” para classificar o estado de um processo. No entanto, para os conjuntos *fuzzy*, os gráficos de controle apresentam outros dois fatores: “bastante em controle” e “muito fora de controle”, aumentando o nível de possibilidades de decisões para os processos. A flexibilidade para os limites do gráfico pode ser encarada como uma vantagem para os tipos de gráficos por atributos *fuzzy* (ERGINEL, 2014).

2.1 GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTO \tilde{p}

Sendo D uma distribuição Binomial com parâmetros p e n , tem-se a equação (2.1) (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005) (RAUBENHEIMER; VAN DER MERWE, 2016).

$$\Pr [D = d] = \binom{n}{d} p^d (1 - p)^{n-d} \quad (2.1)$$

Sendo:

$$d = 0, 1, 2, 3, \dots, n.$$

$$\Pr [X = 0] = 1 - p \text{ e } \Pr [X = 1] = p$$

Caso o valor que represente p for desconhecido, p deverá ser considerado com base nos dados da amostra observada.

No gráfico de controle p , os valores de D são divididos por n , ou seja, são calculadas as frações das não conformidades de cada amostra de dimensão n . O limite de controle superior (2.2), o limite médio (2.3) e o limite inferior de controle (2.4), são explicados pelas equações.

$$LSC_p = p_0 + 3 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \quad (2.2)$$

$$LM_p = p_0 \quad (2.3)$$

$$LIC_p = p_0 - 3 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \quad (2.4)$$

Se o valor de p_0 não for conhecido, é necessário realizar uma estimação de valor a partir das amostras iniciais de proporção M , gerando o estimador \bar{p} , sendo calculado pela equação (2.5).

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (2.5)$$

Sendo:

D_i proporção i -ésima amostra e n_i a quantidade de não conformidades na i -ésima amostra. Não considerar a média aritmética $(\sum_1^M p_i)/M$.

2.2 GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTO np

O gráfico de controle por atributo np apresenta característica de distribuição binomial e sua abordagem é identificar a quantidade de itens com defeitos. Os limites de controle para o gráfico np são dadas pelas equações (3.1) (3.2) e (3.3) (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

$$LSC_{np} = np_0 + 3\sqrt{np_0(1-p_0)} \quad (3.1)$$

$$LM_{np} = np_0 \quad (3.2)$$

$$LIC_{np} = np_0 - 3\sqrt{np_0(1-p_0)} \quad (3.3)$$

2.3 GRÁFICOS DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy TFN e TrFN

Algumas vezes, o monitoramento por gráficos por atributo do tipo p ou np realizado pelos métodos tradicionais é insuficiente. O método *fuzzy* é uma excelente ferramenta para lidar com as incertezas dos processos industriais. Usando regras de decisão para os modelos *fuzzy* \tilde{p} e $n\tilde{p}$, utilizando amostras com características variáveis e constantes, as regras de decisão “bastante em controle” e “muito fora do controle” poderão ser aplicadas nos processos (ERGINEL, 2014) (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

Os números *fuzzy* triangulares $[d_{aj}, d_{bj}, d_{cj}]$ e $[p_{aj}, p_{bj}, p_{cj}]$ são utilizados para representar o número de defeitos em uma fração ou proporção de defeitos. A proporção de defeitos é calculada pela equação (4.1) e a média dos números *fuzzy* das frações de defeitos x $[p_a, p_b, p_c]$ é dada pela equação (4.2) (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

$$p_{aj} = \frac{d_{aj}}{n}, p_{bj} = \frac{d_{bj}}{n}, p_{cj} = \frac{d_{cj}}{n} \quad (4.1)$$

$$\bar{p}_a = \frac{\sum p_{aj}}{m}, \bar{p}_b = \frac{\sum p_{bj}}{m}, \bar{p}_c = \frac{\sum p_{cj}}{m} \quad (4.2)$$

Sendo:

$$j = 1, 2, 3, \dots, m.$$

O limite superior de controle ($L\check{S}C_p$) (4.3), o limite médio ($L\check{M}_p$) (4.4) e o limite inferior de controle ($L\check{I}C_p$) (4.5) para o modelo gráfico de controle \tilde{p} fuzzy são dados pelas expressões a seguir (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

$$(L\check{S}C_{\bar{p}_a}, L\check{S}C_{\bar{p}_b}, L\check{S}C_{\bar{p}_c}) = \left(\bar{p}_a + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}{n}}, \bar{p}_b + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}{n}}, \bar{p}_c + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}{n}} \right) \quad (4.3)$$

$$(L\check{M}_{\bar{p}_a}, L\check{M}_{\bar{p}_b}, L\check{M}_{\bar{p}_c}) = (\bar{p}_a, \bar{p}_b, \bar{p}_c) \quad (4.4)$$

$$(L\check{I}C_{\bar{p}_a}, L\check{I}C_{\bar{p}_b}, L\check{I}C_{\bar{p}_c}) = \left(\bar{p}_a - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}{n}}, \bar{p}_b - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}{n}}, \bar{p}_c - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}{n}} \right) \quad (4.5)$$

2.4 REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy PARA AMOSTRAS CONSTANTES TFN

Para controlar os processos, regras de decisão são desenvolvidas para observações de valores fuzzy. As regras de decisão que serão apresentadas nessa seção, não necessitam de estudos antecedentes ou quaisquer ferramentas de modificação (*fuzzy mode*, *fuzzy median*, *fuzzy average* e *fuzzy midrange*). Para o caso Triangular Fuzzy Number (TFN), três regras foram propostas (ERGINEL, 2014).

Regra 1: É analisado se os defeitos fracionários fuzzy estão “inteiramente dentro dos limites de controle” ou “totalmente fora dos limites de controle”, sendo:

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Em Controle: Se } p_c < L\check{S}C_{p_a} \wedge p_a > L\check{I}C_{p_c} \\ \text{Fora do Controle: Se } p_a > L\check{S}C_{p_c} \vee p_c < L\check{I}C_{p_a} \end{cases} \quad (4.1.1)$$

Regra 2: Seja β a área que a fração de defeitos permanece dentro dos limites de controle e $\beta^* = 0.6$ a porcentagem admissível predefinida, então:

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (4.1.2)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{p_c - L\check{S}C_{p_a}}{p_c - p_a} : \text{Se } p_c > L\check{S}C_{p_a} \wedge p_a < L\check{S}C_{p_a} \\ 1 - \frac{L\check{I}C_{p_c} - p_a}{p_c - p_a} : \text{Se } p_a < L\check{I}C_{p_c} \wedge p_c > L\check{I}C_{p_c} \end{cases} \quad (4.1.3)$$

Regra 3: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (4.1.4)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{p_c - L\check{S}C_{p_c}}{p_c - p_a} : \text{Se } p_c > L\check{S}C_{p_c} \wedge p_a < L\check{S}C_{p_c} \\ 1 - \frac{p_c - L\check{I}C_{p_a}}{p_c - p_a} : \text{Se } p_a < L\check{I}C_{p_a} \wedge p_c > L\check{I}C_{p_a} \end{cases} \quad (4.1.5)$$

Usando o tamanho da amostra constante, o limite de controle superior, o limite médio e o limite inferior de controle são calculados com base na média das frações de defeitos da amostra e seu cálculo é realizado uma única vez.

2.5 GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy TrFN

Outra maneira de avaliar as observações de uma amostra em ambiente *fuzzy* é usando a função trapezoidal. As frações dos defeitos \tilde{p} podem ser representadas em TrFN como $[p_{aj}, p_{bj}, p_{cj}, p_{dj}]$ e a média fracionária de defeitos *fuzzy* $[\bar{p}_a, \bar{p}_b, \bar{p}_c, \bar{p}_d]$, sendo, $j = 1, 2, 3, \dots, m$ (ERGINEL, 2014)

$$\bar{p}_a = \frac{\sum p_{aj}}{m}, \bar{p}_b = \frac{\sum p_{bj}}{m}, \bar{p}_c = \frac{\sum p_{cj}}{m}, \bar{p}_d = \frac{\sum p_{dj}}{m} \quad (4.2.1)$$

O limite superior de controle, limite médio e limite inferior de controle, para as funções TrFN, são representadas sequencialmente pelas equações (4.2.2), (4.2.3) e (4.2.4).

$$(L\check{S}C_{\bar{p}_a}, L\check{S}C_{\bar{p}_b}, L\check{S}C_{\bar{p}_c}, L\check{S}C_{\bar{p}_d}) = \left(\bar{p}_a + 3\sqrt{\frac{\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}{n}}, \bar{p}_b + 3\sqrt{\frac{\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}{n}}, \bar{p}_c + 3\sqrt{\frac{\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}{n}}, \bar{p}_d + 3\sqrt{\frac{\bar{p}_d(1-\bar{p}_d)}{n}} \right) \quad (4.3)$$

$$(LM_{\bar{p}_a}, LM_{\bar{p}_b}, LM_{\bar{p}_c}, LM_{\bar{p}_d}) = (\bar{p}_a, \bar{p}_b, \bar{p}_c, \bar{p}_d) \quad (4.4)$$

$$(LIC_{\bar{p}_a}, LIC_{\bar{p}_b}, LIC_{\bar{p}_c}, LIC_{\bar{p}_d}) = \left(\bar{p}_a - 3\sqrt{\frac{\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}{n}}, \bar{p}_b - 3\sqrt{\frac{\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}{n}}, \bar{p}_c - 3\sqrt{\frac{\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}{n}}, \bar{p}_d - 3\sqrt{\frac{\bar{p}_d(1-\bar{p}_d)}{n}} \right) \quad (4.5)$$

2.6 REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE \tilde{p} fuzzy PARA AMOSTRAS CONTANTES TrFN

Regra 1:

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Em Controle: Se } p_d < L\tilde{S}C_{p_d} \wedge p_a > L\tilde{I}C_{p_d} \\ \text{Fora do Controle: Se } p_d < L\tilde{I}C_{p_d} \vee p_a > L\tilde{S}C_{p_d} \end{cases} \quad (4.3.1)$$

Regra 2: $\beta^* = 0.6$

Quando os valores \tilde{p} fuzzy de não conformidade aproximam dos limites de controle para o modelo TrFN, a regra 2 é útil para determinar se o processo está “bastante no controle” ou “bastante fora do controle” (ERGINEL, 2014).

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (4.3.2)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{p_d - L\tilde{S}C_{p_d}}{p_d - p_a} : \text{Se } p_d > L\tilde{S}C_{p_d} \wedge p_a < L\tilde{S}C_{p_d} \\ 1 - \frac{L\tilde{I}C_{p_d} - p_a}{p_d - p_a} : \text{Se } p_a < L\tilde{I}C_{p_d} \wedge p_d > L\tilde{I}C_{p_d} \end{cases} \quad (4.3.4)$$

Regra 3: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (4.3.5)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{p_d - L\tilde{S}C_{p_d}}{p_d - p_a} : \text{Se } p_d > L\tilde{S}C_{p_d} \wedge p_a < L\tilde{S}C_{p_d} \\ 1 - \frac{p_d - L\tilde{I}C_{p_d}}{p_d - p_a} : \text{Se } p_a < L\tilde{I}C_{p_d} \wedge p_d > L\tilde{I}C_{p_d} \end{cases} \quad (4.3.6)$$

2.7 GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy c e TrFN

Quando o gráfico de controle tradicional np estiver associado ao modelo fuzzy, os números de unidades de defeitos são dados como triangulares, sendo $[d_{aj}, d_{bj}, d_{cj}]$, com base nos parâmetros $[a, b, c]$ e as não conformidades na amostra são definidas como d_j . A média $n\tilde{p}$ é definida por um conjunto triangular fuzzy $[n\bar{p}_a, n\bar{p}_b, n\bar{p}_c]$ (5.1) (ERGINEL, 2014) (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

$$n\bar{p}_a = \frac{\sum_{j=1}^m d_{aj}}{m}, n\bar{p}_b = \frac{\sum_{j=1}^m d_{bj}}{m}, n\bar{p}_c = \frac{\sum_{j=1}^m d_{cj}}{m} \quad (5.1)$$

O limite superior de controle (5.2), o limite médio (5.3) e o limite inferior de controle (5.4) são calculados pelas expressões a seguir.

$$(L\check{S}C_{n\bar{p}_a}, L\check{S}C_{n\bar{p}_b}, L\check{S}C_{n\bar{p}_c}) = (n\bar{p}_a + 3\sqrt{n\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}, n\bar{p}_b + 3\sqrt{n\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}, n\bar{p}_c + 3\sqrt{n\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}) \quad (5.2)$$

$$(LM_{n\bar{p}_a}, LM_{n\bar{p}_b}, LM_{n\bar{p}_c}) = (n\bar{p}_a, n\bar{p}_b, n\bar{p}_c) \quad (5.3)$$

$$(L\check{I}C_{n\bar{p}_a}, L\check{I}C_{n\bar{p}_b}, L\check{I}C_{n\bar{p}_c}) = (n\bar{p}_a - 3\sqrt{n\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}, n\bar{p}_b - 3\sqrt{n\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}, n\bar{p}_c - 3\sqrt{n\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}) \quad (5.4)$$

2.8 REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy TFN

Regra 1: A regra 1 é referente se os números fuzzy de defeitos estão entre os limites de controle (ERGINEL, 2014).

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Em Controle: Se } np_c < L\check{S}C_{np_a} \wedge np_a > L\check{I}C_{np_c} \\ \text{Fora do Controle: Se } np_c < L\check{I}C_{np_a} \vee np_a > L\check{S}C_{np_c} \end{cases} \quad (5.1.1)$$

Regra 2: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (5.1.2)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{np_c - L\check{S}C_{np_a}}{np_c - np_a} : \text{Se } np_c > L\check{S}C_{np_a} \wedge np_a < L\check{S}C_{np_a} \\ 1 - \frac{L\check{I}C_{np_c} - np_a}{np_c - np_a} : \text{Se } np_a < L\check{I}C_{np_c} \wedge np_c > L\check{I}C_{np_c} \end{cases} \quad (5.1.3)$$

Regra 3: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (5.1.4)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{np_c - L\check{S}C_{np_c}}{np_c - np_a} : \text{Se } np_c > L\check{S}C_{np_c} \wedge np_a < L\check{S}C_{np_c} \\ 1 - \frac{np_c - L\grave{I}C_{np_c}}{np_c - np_a} : \text{Se } np_a < L\grave{I}C_{np_c} \wedge np_c > L\grave{I}C_{np_c} \end{cases} \quad (5.1.5)$$

2.9 GRÁFICO DE CONTROLE $n\tilde{p}$ fuzzy TrFN

Quando um gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy está usando uma função relacionada a trapézio, o gráfico de controle é calculado através dos números fuzzy $[d_{aj}, d_{bj}, d_{cj}, d_{dj}]$ (ERGINEL, 2014). A média dos valores TrFN para o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy é dada pela seguinte formula $[n\bar{p}_a, n\bar{p}_b, n\bar{p}_c, n\bar{p}_d]$ (5.1), sendo, $j = 1, 2, 3, \dots, m$ (ERGINEL, 2014)

$$n\bar{p}_a = \frac{\sum_{j=1}^m d_{aj}}{m}, n\bar{p}_b = \frac{\sum_{j=1}^m d_{bj}}{m}, n\bar{p}_c = \frac{\sum_{j=1}^m d_{cj}}{m}, n\bar{p}_d = \frac{\sum_{j=1}^m d_{dj}}{m} \quad (5.1)$$

O limite superior de controle (5.2.2), limite médio (5.2.3) e limite inferior de controle (5.2.4), sequencialmente, são representados pelas equações a seguir.

$$(L\check{S}C_{n\bar{p}_a}, L\check{S}C_{n\bar{p}_b}, L\check{S}C_{n\bar{p}_c}, L\check{S}C_{n\bar{p}_d}) = (n\bar{p}_a + 3\sqrt{n\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}, n\bar{p}_b + 3\sqrt{n\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}, n\bar{p}_c + 3\sqrt{n\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}, n\bar{p}_d + 3\sqrt{n\bar{p}_d(1-\bar{p}_d)}) \quad (5.2)$$

$$(LM_{n\bar{p}_a}, LM_{n\bar{p}_b}, LM_{n\bar{p}_c}, LM_{n\bar{p}_d}) = (n\bar{p}_a, n\bar{p}_b, n\bar{p}_c, n\bar{p}_d) \quad (5.3)$$

$$(L\grave{I}C_{n\bar{p}_a}, L\grave{I}C_{n\bar{p}_b}, L\grave{I}C_{n\bar{p}_c}, L\grave{I}C_{n\bar{p}_d}) = (n\bar{p}_a - 3\sqrt{n\bar{p}_a(1-\bar{p}_a)}, n\bar{p}_b - 3\sqrt{n\bar{p}_b(1-\bar{p}_b)}, n\bar{p}_c - 3\sqrt{n\bar{p}_c(1-\bar{p}_c)}, n\bar{p}_d - 3\sqrt{n\bar{p}_d(1-\bar{p}_d)}) \quad (5.4)$$

2.10 REGRAS PARA O GRÁFICO DE CONTROLE np fuzzy TrFN

As bases de regras (Regra 1, Regra 2 e Regra 3) são definidas para o gráfico de controle np fuzzy TrFN, a seguir (ERGINEL, 2014).

Regra 1:

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Em Controle: Se } np_d < L\tilde{S}C_{np_d} \wedge np_a > L\tilde{I}C_{np_d} \\ \text{Fora do Controle: Se } np_d < L\tilde{I}C_{np_d} \vee np_a > L\tilde{S}C_{np_d} \end{cases} \quad (5.3.1)$$

Regra 2: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (5.3.2)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{np_d - L\tilde{S}C_{np_d}}{np_d - np_a} : \text{Se } np_d > L\tilde{S}C_{np_d} \wedge np_a < L\tilde{S}C_{np_d} \\ 1 - \frac{L\tilde{I}C_{np_d} - np_a}{np_d - np_a} : \text{Se } np_a < L\tilde{I}C_{np_d} \wedge np_d > L\tilde{I}C_{np_d} \end{cases} \quad (5.3.3)$$

Regra 3: $\beta^* = 0.6$

$$\text{Estado do Processo} \begin{cases} \text{Pouco em controle : Se } \beta \geq \beta^* \\ \text{Pouco Fora do Controle: Se } \beta < \beta^* \end{cases} \quad (5.3.4)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{np_d - L\tilde{S}C_{np_d}}{np_d - np_a} : \text{Se } np_d > L\tilde{S}C_{np_d} \wedge np_a < L\tilde{S}C_{np_d} \\ 1 - \frac{np_d - L\tilde{I}C_{np_d}}{np_d - np_a} : \text{Se } np_a < L\tilde{I}C_{np_d} \wedge np_d > L\tilde{I}C_{np_d} \end{cases} \quad (5.3.5)$$

2.11 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE NMA

A regra de decisão proposta por Shewhart, quando da criação dos gráficos de controle, é bastante simples: um ponto amostral dentro dos limites de controle de 3-sigma significa que o não deve intervir no processo; um ponto fora desses limites significa que deve intervir no processo em busca de causas especiais. No entanto, após a criação do gráfico de controle, surgiu um número infindável de novas regras de decisão, com o propósito de acelerar a detecção de alteração no processo.

Como análise de desempenho, serve para detectar a ocorrência de uma causa especial no processo. A capacidade de detecção de alarme falso no processo é relevante, pois é determinante para denominar se o processo está em controle ou fora de controle. O desempenho dos gráficos de controle é medido pelo número médio de amostras até o sinal (NMA). Quando o processo está em controle o $NMA=1/\alpha$ é denominado NMA_0 e quando estiver fora de controle $NMA=1/P_d$ sendo $P_d=1-\beta$. Desta forma, é desejável que o número de amostras até o sinal (NMA_0) seja maior, garantindo, assim, poucos alarmes falsos. No segundo caso, espera-se que o NMA seja menor, garantindo, assim, uma detecção rápida das causas especiais (COSTA; EPPRECHT; CARPINETT,2005).

3 MÉTODO DE PESQUISA

Quanto à finalidade, esta pesquisa pode ser classificada como básica. Segundo Kothari (2013), esse tipo de pesquisa, relacionada principalmente com as generalizações e com a formulação de teoria, tem como objetivo gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência sem aplicação prática prevista.

Em relação à natureza, é correto afirmar que se trata de um trabalho científico original, pois será desenvolvido por meio da identificação de uma lacuna de pesquisa. Para Miguel et al. (2012), é de grande importância que, em primeiro lugar, a pesquisa agregue valor para a comunidade acadêmica, ou seja, deve ser nova no sentido de original, interessante e importante.

Quanto ao objeto, o trabalho pode ser classificado como pesquisa bibliográfica, pois foi elaborada a partir de material já publicado, como: livros, artigos científicos e materiais disponibilizado na Internet. Sua vantagem está no fato de possibilitar ao pesquisador uma cobertura mais ampla do que se estivesse pesquisando diretamente (GIL, 2008).

A pesquisa em questão pode ser denominada quantitativa, pois baseia-se na medição e é aplicável a fenômenos que podem ser expressos em quantidades (KOTHARI, 2013).

De acordo com Miguel et al. (2012), as pesquisas quantitativas podem ser classificadas em axiomáticas, que são mais racionalistas, e em empíricas, que são baseadas em observações e experiências da realidade. Este trabalho se enquadra na categoria axiomática, ramificando-se, ainda, em axiomática normativa, já que esse tipo de pesquisa desenvolve normas de modo a melhorar resultados propostos na literatura ou busca solução para um problema novo.

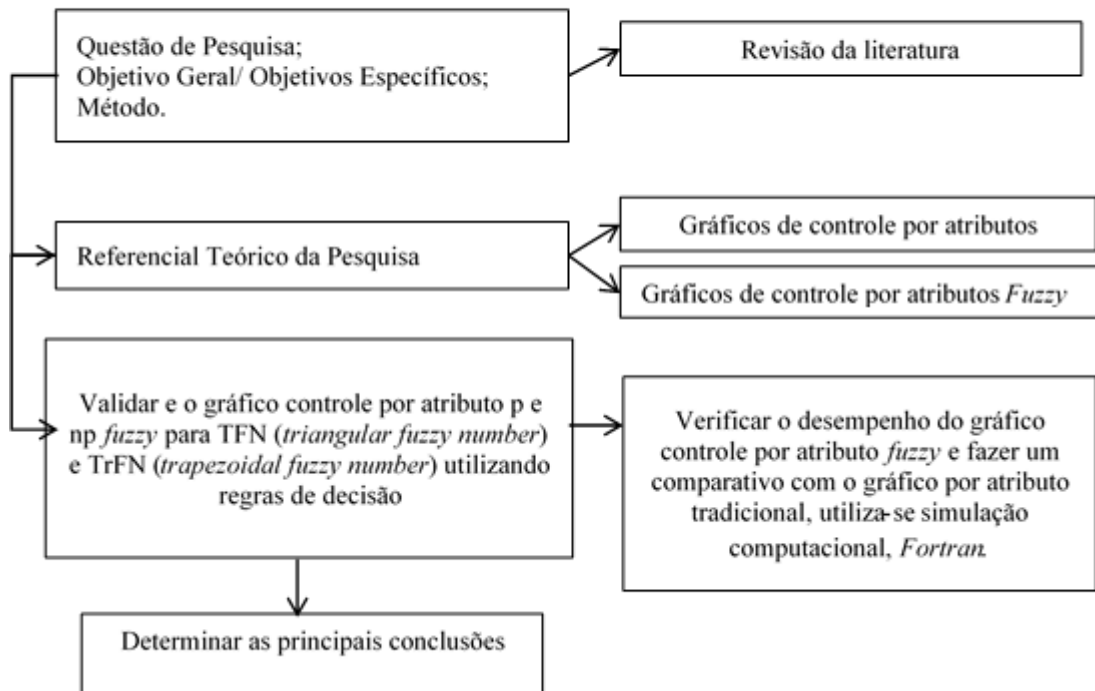
Pesquisas quantitativas buscam traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las, requerendo, desta forma, o uso de recursos e de técnicas estatísticas.

Na pesquisa axiomática normativa, modelos novos podem ser propostos para problemas idealizados, assim como desenvolver estratégias diferentes para solucionar problemas já existentes na literatura.

Em relação aos procedimentos técnicos da pesquisa, esta pesquisa se enquadra em duas categorias: Modelagem e Conceitual/Teórico. A modelagem é a utilização de técnicas matemáticas para relatar o funcionamento de um determinado sistema e o procedimento conceitual/teórico é a utilização de discussões, a partir da literatura, de revisões bibliográficas e de modelagem conceitual. (MIGUEL et al., 2012).

A Figura 5 ilustra o método empregado na pesquisa desde sua caracterização até os resultados gerados.

Figura 5 – Representação do método empregado na pesquisa



Fonte: Produção da própria autora

A Figura 5 apresenta o fluxograma do método de pesquisa, constituído dos seguintes passos: Mapeamento da literatura sobre gráfico de controle por atributo, conjunto *fuzzy* e regras *fuzzy*, e análise da evolução do tema na comunidade acadêmica. A partir de então, definiu-se a questão de pesquisa, o objetivo, a delimitação e a justificativa.

Após o referencial teórico, foi possível a elaboração dos gráficos de controle por atributo tradicional e *fuzzy* p , np , calculando limites. Em seguida, formaliza-se a aplicação das funções de pertinência triangular e trapezoidal variando β , de forma a analisar o comportamento dos gráficos, atingindo, assim, o primeiro objetivo específico da pesquisa.

Com objetivo de medir o desempenho dos gráficos de controle por atributo em estudo, adaptaram-se os modelos matemáticos já existentes para a criação dos algoritmos computacionais, através da ferramenta *Fortran*, utilizada para a obtenção dos valores de NMA para os gráficos de controle *fuzzy*.

Em sequência, foi realizada a comparação com os valores de NMA teórico para o gráfico tradicional e o NMA *Fuzzy*, com intuito de observar se há maior eficiência nos gráficos de controle *fuzzy* frente aos gráficos de controle por atributo tradicional. Após tais etapas, foi possível atingir o segundo e último objetivo específico da pesquisa.

Neste capítulo, apresentaram-se a classificação da pesquisa de acordo com a literatura e o método utilizado para a obtenção da medida de desempenho NMA.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados e discussões principais obtidos, em relação ao desempenho dos gráficos de controle fuzzy por atributo, do tipo triangular e trapezoidal, por meio da utilização de regras fuzzy.

Foi utilizado um exemplo de uma linha de produção de substrato cerâmico. Este processo tem 20 amostras, cada uma de tamanho 100. O número de defeitos em cada amostra é apresentado na Tabela 1 (MONTGOMERY; RUNGER, 2009).

Tabela 1 - Número de não-conformidades de amostras de Substratos Cerâmicos

Amostra	N° de Defeitos	Amostra	N° de Defeitos
1	44	11	36
2	48	12	52
3	32	13	35
4	50	14	41
5	29	15	42
6	31	16	30
7	46	17	46
8	52	18	38
9	44	19	26
10	48	20	30

Fonte: (MONTGOMERY; RUNGER, 2009)

O número de defeitos que representam o intervalo TFN é apresentado na Tabela 2. Os dados abaixo foram obtidos através da transformação de pontuações de especialistas em números *fuzzy*.

Tabela 2 – Número de defeitos para TFN

Amostra	n° de Amostras	n° de defeitos	a	b	c
1	100	44	42	44	45
2	100	48	46	48	50
3	100	32	30	32	34
4	100	50	49	50	52
5	100	29	27	29	31
6	100	31	29	31	33
7	100	46	44	46	48
8	100	52	50	52	54
9	100	44	42	44	45
10	100	48	46	48	49
11	100	36	34	36	38
12	100	52	50	52	54
13	100	35	33	35	37
14	100	41	39	41	43
15	100	42	40	42	44
16	100	30	29	30	32
17	100	46	45	46	48
18	100	38	36	38	40
19	100	26	24	26	28
20	100	30	28	30	32

Fonte: Produção da própria autora

O número de defeitos que representam o intervalo TrFN é apresentado na Tabela 3. Os dados abaixo foram obtidos através da transformação de pontuações de especialistas em números *fuzzy*.

Tabela 3 – Número de defeitos para TrFN

Amostra	n° de Amostras	n° de defeitos	a	b	c	d
1	100	44	39	44	44	49
2	100	48	33	38	48	53
3	100	32	24	25	32	35
4	100	50	47	50	50	52
5	100	29	23	29	29	36
6	100	31	23	27	31	35
7	100	46	41	42	46	50
8	100	52	35	44	52	58
9	100	44	38	40	44	49
10	100	48	42	45	48	50
11	100	36	32	36	36	40
12	100	52	47	52	52	57
13	100	35	33	35	35	37
14	100	41	28	39	41	44
15	100	42	29	39	42	46
16	100	30	23	30	30	34
17	100	46	34	38	46	56
18	100	38	32	38	38	42
19	100	26	17	20	26	43
20	100	30	25	30	30	38

Fonte: Produção da própria autora

Os limites de controle superior, médio e inferior para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy e o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy TFN, foram calculados com base nos termos apresentados na Tabela 2 e classificados de acordo com a base de regras TFN. Os resultados obtidos para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy e o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy, podem ser observados nas tabelas 4 e 5, respectivamente.

Tabela 4 – Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle \bar{x} fuzzy TFN

Amostra	LSC_{pa}	LIC_{pa}	LSC_{pc}	LIC_{pc}	Condições de processo
1	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
2	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
3	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
4	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
5	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Pouco em controle
6	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
7	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
8	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Pouco em controle
9	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
10	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
11	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
12	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Pouco em controle
13	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
14	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
15	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
16	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
17	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
18	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle
19	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Pouco fora de controle
20	0.527226	0.235774	0.566494	0.27050609	Em controle

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 5 - Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle \tilde{np} fuzzy TFN.

Amostra	LSC_{pa}	LIC_{pa}	LSC_{pc}	LIC_{pc}	Condições de processo
1	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
2	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
3	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
4	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
5	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Pouco em controle
6	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
7	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
8	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Pouco em controle
9	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
10	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
11	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
12	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Pouco em controle
13	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
14	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
15	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
16	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
17	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
18	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle
19	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Pouco fora de controle
20	52.72264	23.57736	56.64939	27.0561	Em controle

Fonte: Produção da própria autora

A defuzificação para dados triangulares é calculada pela formula (6.1) (KAHRAMAN; YANIK, 2016).

$$M_{crisp} = (4m + l + u)/6 \quad (6.1)$$

Sendo os números TFN fuzzy $\tilde{M} = (l, m, u)$.

Os limites de controle defuzificado para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy TFN são:

LSC_p -Crisp

0.546932983

 LM_p -Crisp

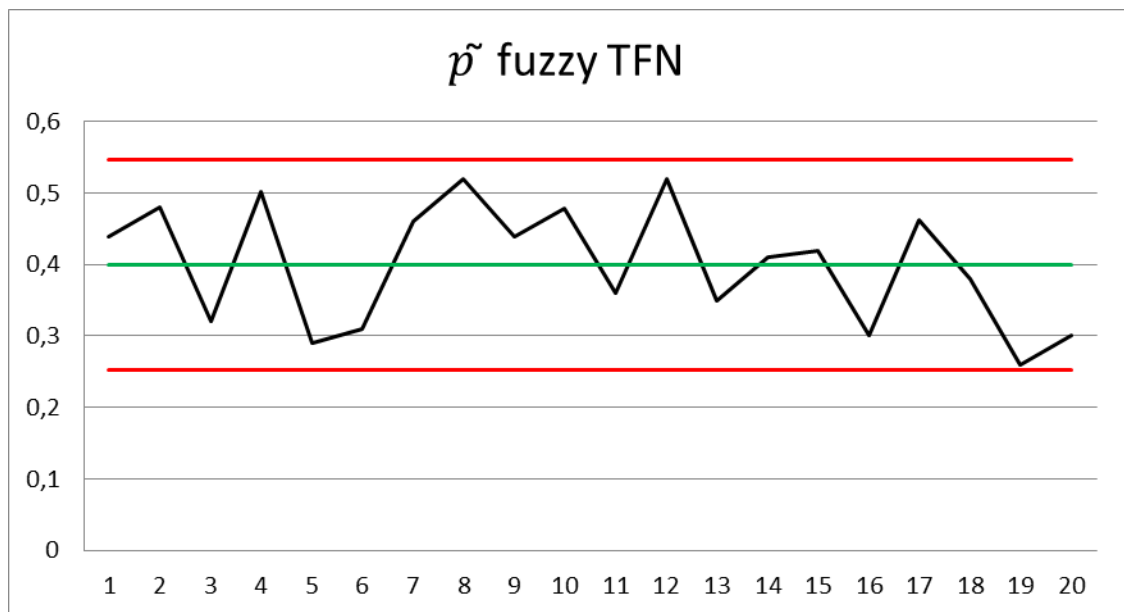
0.4

 LIC_p -Crisp

0.253067

O gráfico de controle *fuzzy* \tilde{p} baseado em um tamanho de amostra constante para um caso TFN é dado pela Figura 6.

Figura 6 - \tilde{p} *fuzzy chart* TFN



Os limites de controle defuzificados para o gráfico *fuzzy* \tilde{np} TFN são calculados pela fórmula (6.1) e são dados:

 LSC_{np} -crisp

54.6933

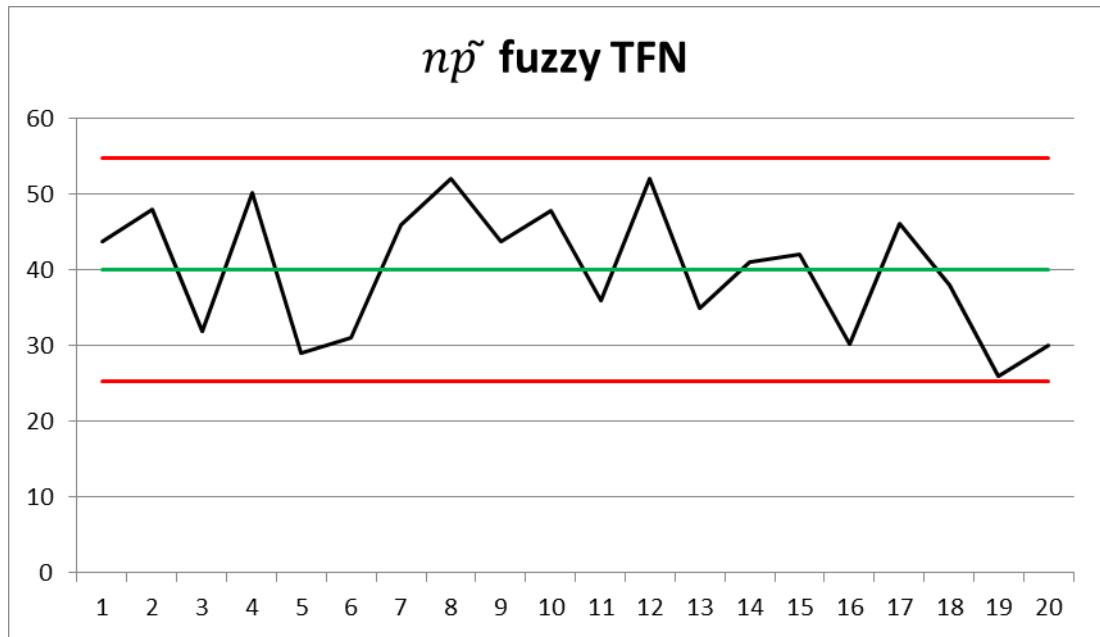
 LM_{np} -crisp

40

 LIC_{np} -crisp

25.3067

O gráfico de controle *fuzzy* \tilde{np} baseado em um tamanho de amostra constante para um caso TFN é dado pela Figura 7.

Figura 7 - $n\tilde{p}$ fuzzy chart TFN

Fonte: Produção da própria autora

Os limites de controle superior, médio e inferior para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy e o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy foram calculados com base nos termos apresentados na Tabela 3 para TrFN e classificados de acordo com a base de regras TrFN. Os resultados obtidos para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy e o gráfico de controle $n\tilde{p}$ fuzzy, podem ser observados nas Tabelas 6 e 7, respectivamente.

Tabela 6 - Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle \tilde{p} fuzzy TrFN

Amostra	LSC_{pa}	LIC_{pa}	LSC_{pc}	LIC_{pc}	LSC_{pd}	LIC_{pd}	Condições de processo
1	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
2	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
3	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Fora de controle
4	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
5	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
6	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
7	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
8	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
9	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
10	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
11	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Em controle
12	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
13	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Em controle
14	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
15	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco em controle
16	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
17	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
18	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Em controle
19	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle
20	0.46829	0.18671	0.546969	0.253031	0.601307	0.302693	Pouco fora de controle

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 7 - Limites de controle e condições de processos para o gráfico de controle np^{\sim} fuzzy TrFN

Amostra	LSC_{pa}	LIC_{pa}	LSC_{pc}	LIC_{pc}	LSC_{pd}	LIC_{pd}	Condições de processo
1	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco em controle
2	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco em controle
3	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
4	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
5	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
6	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
7	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
8	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
9	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco em controle
10	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
11	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Em controle
12	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
13	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Em controle
14	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco em controle
15	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco em controle
16	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
17	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
18	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Em controle
19	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle
20	46.2729	18.22701	54.69694	25.3031	60.13072	30.26928	Pouco fora de controle

Fonte: Produção da própria autora

Os limites de controle defuzificados para os gráficos TrFN são calculados pela fórmula (6.2) (RAHMANI et al., 2016).

$$\mu_{\tilde{a}} = \frac{2l + 7m_1 + 7m_2 + 2u}{18} \quad (6.2)$$

Sendo os números TrFN fuzzy $\tilde{a} = (l, m_1, m_2, u)$.

O resultado foi:

LSC_p _crisp

0.531981

 LM_p _crisp

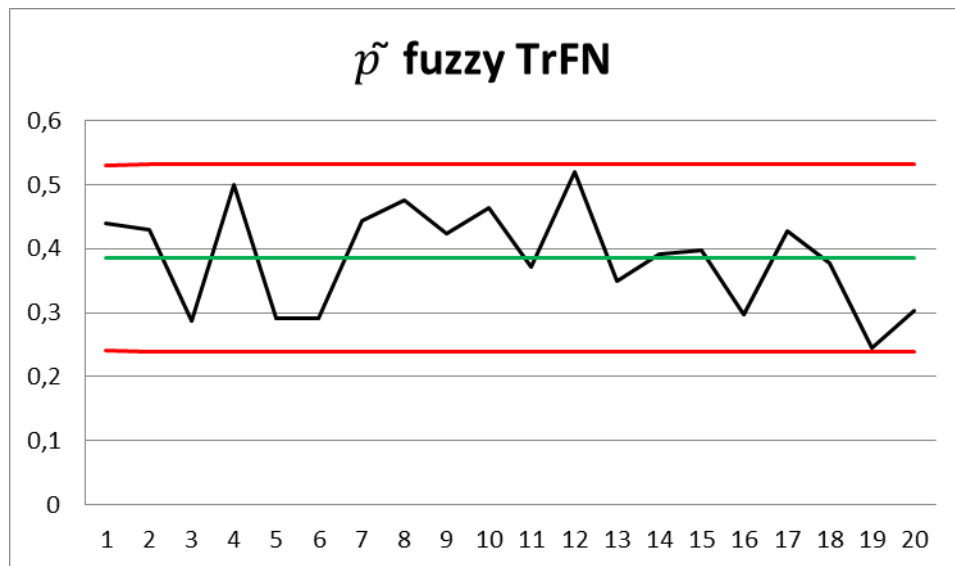
0.38625

 LIC_p _crisp

0.240519

O gráfico de controle *fuzzy* \tilde{p} baseado em um tamanho de amostra constante para um caso TrFN é dado pela Figura 8.

Figura 8 – \tilde{p} *fuzzy chart* TrFN



Fonte: Produção da própria autora

Os limites de controle defuzificados para o gráfico *fuzzy* \tilde{np} TrRF são calculados pela fórmula (6.2) e são dados:

 LSC_{np} _crisp

53.13628

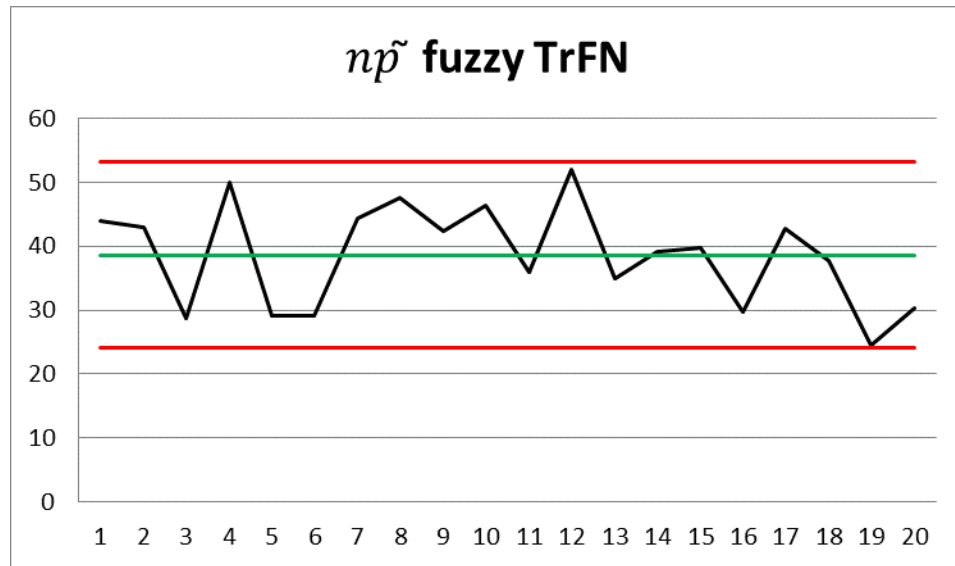
 LM_{np} _crisp

38.56944

 LIC_{np} _crisp

24.0026

O gráfico de controle *fuzzy* \tilde{np} baseado em um tamanho de amostra constante para um caso TrFN é dado pela Figura 9.

Figura 9 - $n\tilde{p}$ fuzzy chart TrFN

Fonte: Produção da própria autora

4.1 RESULTADOS NMA PARA O GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY TRIANGULAR E TRAPEZOIDAL

Nesta sessão, serão apresentados os principais resultados obtidos a respeito do desempenho dos gráficos de controle por atributo *Fuzzy*, por meio da medida de desempenho NMA.

Para o cálculo da porcentagem de redução entre os resultados obtidos para o gráfico de controle por atributo *fuzzy* e os resultados para o gráfico controle por atributo tradicional, foi utilizada a seguinte equação (7.1).

$$\text{Porcentagem de Redução (PR)} = 100\% \frac{(NMA_T - NMA_F)}{NMA_T} \quad (7.1)$$

Onde NMA_T é o número de amostras até o sinal para o gráfico de controle por atributo tradicional e NMA_F é o número de amostras até sinal para o gráfico de controle *fuzzy*.

Para as simulações do NMA do gráfico por atributo *fuzzy*, foi utilizado tamanho de amostra variável $n=100, 200, 300$ e 400 . Os valores p variam de 0.005 a 0.0300 , o limite Superior de controle (LSC) varia de 3.5 a 6.5 e α *cut* varia de 0.95 a 0.55 .

Segundo Domangue e Patch (1991), devem ser realizadas simulações com 10.000 interações com objetivo de obter um resultado mais preciso. O código computacional desenvolvido encontra-se no apêndice A para função de pertinência triangular e no apêndice B para função de pertinência trapezoidal.

Segundo Gulbay e Kahraman (2006), a faixa de variação da incerteza, ou seja, os limites que vão gerar o número *fuzzy*, é subjetivamente identificada pelo especialista do controle da qualidade baseado em sua experiência, que também define o valor α cut de acordo com seu processo.

Para simulação, foram utilizados 2 cenários acerca dos limites de incerteza do número *fuzzy*, conforme descrito na Tabela 8 abaixo:

Tabela 8 - Cenários acerca dos limites de incerteza do número *fuzzy*

Limites da incerteza do número <i>fuzzy</i>		
	<i>Lower</i>	<i>Upper</i>
Primeiro cenário	1	2
Segundo cenário	2	3

Fonte: Produção da própria autora

Nas Tabelas 9, 10 e 11, foi considerado cenário 1 e $p_0 = 0.005$ para $NMA_0 = 597.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 3.5$, $n = 100$; $NMA_0 = 282.1$ para o gráfico em controle, $LSC = 4.5$, $n = 200$; $NMA_0 = 230.8$ para o gráfico em controle, $LSC = 5.5$, $n = 300$; $NMA_0 = 226.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 6.5$, $n = 400$, variando p entre 0.0075 e 0.0300 e α cut 0.95, 0.75 e 0.55 (Tabelas 9, 10 e 11, respectivamente). Observa-se que há redução no valor do NMA para todos os p , função de pertinência triangular.

Tabela 9 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para $p_0 = 0.005$ função de pertinência triangular (α cut 0.95)

$p_0 = 0.005$		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
	n	100			200			300			400		
		NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
$\alpha = 0.95$	0,0075	597,6	597,55	-0,01%	282,1	282,22	0,04%	230,8	230,81	0,00%	226,6	226,2	-0,18%
	0,0100	142,6	142,3	-0,21%	55,14	55	-0,27%	37,25	37,17	-0,21%	30,36	30,07	-0,96%
	0,0150	54,42	53,94	-0,88%	19,33	19,26	-0,36%	12,06	11,92	-1,16%	9,12	9,02	-1,10%
	0,0175	15,57	15,52	-0,32%	5,45	5,43	-0,37%	3,37	3,36	-0,30%	2,54	2,52	-0,79%
	0,0200	10,09	10,05	-0,40%	3,65	3,63	-0,55%	2,34	2,31	-1,28%	1,81	1,80	-0,55%
	0,0225	7,09	6,99	-1,41%	2,69	2,67	-0,74%	1,8	1,78	-1,11%	1,45	1,44	-0,69%
	0,0250	5,3	5,25	-0,94%	2,13	2,12	-0,47%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
	0,0275	4,15	4,08	-1,69%	1,78	1,75	-1,69%	1,31	1,30	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%
	0,0300	3,38	3,36	-0,59%	1,55	1,54	-0,65%	1,20	1,19	-0,83%	1,08	1,07	-0,93%
		2,83	2,78	-1,77%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-8,21%			-5,81%			-7,22%			-7,62%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 10 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005 função de pertinência triangular (α cut 0.75)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
n		100			200			300			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
p0=0.005		597,6	597,52	-0,01%	282,1	282,23	0,05%	230,8	230,84	0,02%	226,6	226,6	0,00%
0,0075	0,7500	142,6	142,5	-0,07%	55,14	54	-1,56%	37,25	37,08	-0,46%	30,36	29,8	-1,84%
0,0100	1,0000	54,42	54,15	-0,50%	19,33	19,12	-1,09%	12,06	11,87	-1,58%	9,12	9,11	-0,11%
0,0150	1,5000	15,57	15,44	-0,83%	5,45	5,43	-0,37%	3,37	3,36	-0,30%	2,54	2,53	-0,39%
0,0175	1,7500	10,09	10,01	-0,79%	3,65	3,62	-0,82%	2,34	2,32	-0,85%	1,81	1,80	-0,55%
0,0200	2,0000	7,09	7,05	-0,56%	2,69	2,68	-0,37%	1,8	1,79	-0,56%	1,45	1,44	-0,69%
0,0225	2,2500	5,3	5,29	-0,19%	2,13	2,12	-0,47%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
0,0250	2,5000	4,15	4,07	-1,93%	1,78	1,77	-0,56%	1,31	1,30	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%
0,0275	2,7500	3,38	3,33	-1,48%	1,55	1,53	-1,29%	1,20	1,19	-0,83%	1,08	1,08	0,00%
0,0300	3,0000	2,83	2,82	-0,35%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-6,71%					-6,89%				

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 11 – NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005 função de pertinência triangular (α cut 0.55)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
n		100			200			300			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
p0=0.005		597,6	597,27	-0,06%	282,1	282,05	-0,02%	230,8	230,29	-0,22%	226,6	226,5	-0,04%
0,0075	0,7500	142,6	140,09	-1,76%	55,14	55,08	-0,11%	37,25	36,7	-1,48%	30,36	30,05	-1,02%
0,0100	1,0000	54,42	54,26	-0,29%	19,33	19,27	-0,31%	12,06	11,97	-0,75%	9,12	9,08	-0,44%
0,0150	1,5000	15,57	15,46	-0,71%	5,45	5,34	-2,02%	3,37	3,35	-0,59%	2,54	2,53	-0,39%
0,0175	1,7500	10,09	9,95	-1,39%	3,65	3,63	-0,55%	2,34	2,33	-0,43%	1,81	1,80	-0,55%
0,0200	2,0000	7,09	7,05	-0,56%	2,69	2,67	-0,74%	1,8	1,77	-1,67%	1,45	1,44	-0,69%
0,0225	2,2500	5,30	5,26	-0,75%	2,13	2,11	-0,94%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
0,0250	2,5000	4,15	4,14	-0,24%	1,78	1,77	-0,56%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%
0,0275	2,7500	3,38	3,34	-1,18%	1,55	1,54	-0,65%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1,08	0,00%
0,0300	3,0000	2,83	2,82	-0,35%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-7,24%					-6,59%				

Fonte: Produção da própria autora

Nas Tabelas 12 e 13, foi considerado cenário 1 e $p_0 = 0.010$ para $NMA_0 = 626.5$ para o gráfico em controle, $LSC = 3.5$, $n = 50$; $NMA_0 = 291.4$ para o gráfico em controle, $LSC = 4.5$, $n = 100$; $NMA_0 = 232.8$ para o gráfico em controle, $LSC = 6.5$, $n = 200$; $NMA_0 = 372.7$ para o gráfico em controle, $LSC = 10.5$, $n = 400$, variando p entre 0.0075 e 0.0300 e α cut 0.95 e 0.75 (Tabelas 12 e 13, respectivamente). Observa-se que há redução no valor do NMA para todos os p , função de pertinência triangular.

Tabela 12 - NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.010, função de pertinência triangular (α cut 0.95)

p0=0.010		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=6.5			UCL=10.5		
n	n	50			100			200			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
p0=0.010		626,5	626,8	0,05%	291,4	291,29	-0,04%	232,8	232,61	-0,08%	372,7	372,51	-0,05%
0,0150	0,7500	148,5	147	-0,69%	56,52	56,09	-0,76%	30,89	30,58	-1,00%	24,17	23,94	-0,95%
0,0200	1,0000	56,31	56,24	-0,12%	19,67	19,57	-0,51%	9,21	9,18	-0,33%	5,49	5,45	-0,73%
0,0250	1,2500	27,62	27,6	-0,07%	9,41	9,32	-0,96%	4,24	4,2	-0,94%	2,4	2,39	-0,42%
0,0300	1,5000	15,93	15,92	-0,06%	5,49	5,43	-1,09%	2,54	2,49	-1,97%	1,52	1,51	-0,66%
0,0350	1,7500	10,28	10,24	-0,39%	3,57	3,59	0,56%	1,81	1,8	-0,55%	1,21	1,2	-0,83%
0,0400	2,0000	7,19	7,16	-0,42%	2,69	2,66	-1,12%	1,45	1,43	-1,38%	1,08	1,07	-0,93%
0,0450	2,2500	5,35	5,33	-0,37%	2,13	2,11	-0,94%	1,25	1,24	-0,80%	1,03	1	-0,97%
0,0500	2,5000	4,17	4,1	-1,68%	1,77	1,76	-0,56%	1,14	1,13	-0,88%	1,01	1	-0,99%
0,0550	2,7500	3,39	3,36	-0,88%	1,54	1,53	-0,65%	1,08	1,07	-0,93%	1	1	0,00%
0,0600	3,0000	2,84	2,83	-0,35%	1,38	1,37	-0,72%	1,04	1,04	0,00%	1	1	0,00%
				-4,36%			-5,99%			-7,77%			-5,52%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 13 - NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.010, função de pertinência triangular (α cut 0.75)

p0=0.010		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=6.5			UCL=10.5		
n	n	50			100			200			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
p0=0.010		625,54	626,5	0,15%	291,4	291,46	0,02%	232,8	232,5	-0,13%	372,7	372,75	0,01%
0,0150	0,7500	148,5	147,25	-0,84%	56,52	55,45	-1,89%	30,89	30,49	-1,29%	24,17	23,76	-1,70%
0,0200	1,0000	56,31	56,11	-0,36%	19,67	19,45	-1,12%	9,21	9,13	-0,87%	5,49	5,46	-0,55%
0,0250	1,2500	27,62	27,1	-1,88%	9,41	9,31	-1,06%	4,24	4,21	-0,71%	2,4	2,37	-1,25%
0,0300	1,5000	15,93	15,7	-1,44%	5,49	5,48	-0,18%	2,54	2,52	-0,79%	1,52	1,51	-0,66%
0,0350	1,7500	10,28	10,26	-0,19%	3,57	3,58	0,28%	1,81	1,8	-0,55%	1,21	1,2	-0,83%
0,0400	2,0000	7,19	7,06	-1,81%	2,69	2,67	-0,74%	1,45	1,43	-1,38%	1,08	1,07	-0,93%
0,0450	2,2500	5,35	5,31	-0,75%	2,13	2,1	-1,41%	1,25	1,24	-0,80%	1,03	1,02	-0,97%
0,0500	2,5000	4,17	4,16	-0,24%	1,77	1,75	-1,13%	1,14	1,14	0,00%	1,01	1	-0,99%
0,0550	2,7500	3,39	3,36	-0,88%	1,54	1,53	-0,65%	1,08	1,07	-0,93%	1	1	0,00%
0,0600	3,0000	2,84	2,82	-0,70%	1,38	1,37	-0,72%	1,04	1,04	0,00%	1	1	0,00%
				-8,26%			-6,74%			-6,02%			-6,17%

Fonte: Produção da própria autora

Nas Tabelas 14, 15 e 16, foi considerado cenário 2 e $p_0 = 0.005$ para $NMA_0 = 597.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 3.5$, $n = 100$; $NMA_0 = 282.1$ para o gráfico em controle, $LSC = 34.5$, $n = 200$; $NMA_0 = 230.8$ para o gráfico em controle, $LSC = 5.5$, $n = 300$; $NMA_0 = 226.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 6.5$, $n = 400$, variando p entre 0.0075 e 0.0300 e α cut 0.95, 0.75 e 0.55 (Tabelas 14, 15 e 16, respectivamente). Observa-se que há redução no valor do NMA para todos os p , função de pertinência triangular.

Tabela 14 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.95)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
n	np	100			200			300			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
0,0075	0,7500	597,6	597,6	0,00%	282,1	282,2	0,04%	230,8	230,8	0,00%	226,6	226,52	-0,04%
0,0100	1,0000	142,6	142,18	-0,29%	55,14	55	-0,58%	37,25	37	-0,67%	30,36	30,03	-1,09%
0,0150	1,5000	54,42	54,14	-0,51%	19,33	19,25	-0,41%	12,06	11,97	-0,75%	9,12	9,03	-0,99%
0,0175	1,7500	15,57	15,53	-0,26%	5,45	5,38	-1,28%	3,37	3,35	-0,59%	2,54	2,51	-1,18%
0,0200	2,0000	10,09	10,04	-0,50%	3,65	3,62	-0,82%	2,34	2,32	-0,85%	1,81	1,8	-0,55%
0,0225	2,2500	7,09	7,04	-0,71%	2,69	2,68	-0,37%	1,8	1,79	-0,56%	1,45	1,44	-0,69%
0,0250	2,5000	5,3	5,29	-0,19%	2,13	2,12	-0,47%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
0,0275	2,7500	4,15	4,14	-0,24%	1,78	1,77	-0,56%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%
0,0300	3,0000	3,38	3,37	-0,30%	1,55	1,54	-0,65%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1,08	0,00%
		2,83	2,82	-0,35%	1,39	1,39	0,00%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-3,35%			-5,15%			-6,57%			-7,11%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 15 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.75)

		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
n	np	100			200			300			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
0,0075	0,7500	597,6	597,7	0,02%	282,1	282,17	0,02%	230,8	230,8	0,00%	226,6	226,6	0,00%
0,0100	1,0000	142,6	142,34	-0,18%	55,14	54,42	-1,31%	37,25	37,08	-0,46%	30,36	30,05	-1,02%
0,0150	1,5000	54,42	54,34	-0,15%	19,33	19,14	-0,98%	12,06	12	-0,50%	9,12	9,05	-0,77%
0,0175	1,7500	15,57	15,17	-2,57%	5,45	5,43	-0,37%	3,37	3,35	-0,59%	2,54	2,52	-0,79%
0,0200	2,0000	10,09	9,96	-1,29%	3,65	3,64	-0,27%	2,34	2,33	-0,43%	1,81	1,8	-0,55%
0,0225	2,2500	7,09	7,07	-0,28%	2,69	2,67	-0,74%	1,8	1,78	-1,11%	1,45	1,43	-1,38%
0,0250	2,5000	5,3	5,28	-0,38%	2,13	2,11	-0,94%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
0,0275	2,7500	4,15	4,05	-2,41%	1,78	1,77	-0,56%	1,31	1,31	0,00%	1,15	1,14	-0,87%
0,0300	3,0000	3,38	3,33	-1,48%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,2	0,00%	1,08	1,07	-0,93%
		2,83	2,81	-0,71%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-9,44%			-7,18%			-4,64%			-8,05%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 16 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência triangular (α cut 0.55)

		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5		
n	np	100			200			300			400		
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP
0,0075	0,7500	597,6	597,5	-0,02%	282,1	282,1	0,00%	230,8	230,8	0,00%	226,6	226,6	0,00%
0,0100	1,0000	142,6	142,4	-0,14%	55,14	54,3	-1,52%	37,25	36,8	-1,21%	30,36	30,2	-0,53%
0,0150	1,5000	54,42	54,21	-0,39%	19,33	19,16	-0,88%	12,06	12,03	-0,25%	9,12	9,07	-0,55%
0,0175	1,7500	15,57	15,2	-2,38%	5,45	5,43	-0,37%	3,37	3,32	-1,48%	2,54	2,53	-0,39%
0,0200	2,0000	10,09	10,01	-0,79%	3,65	3,63	-0,55%	2,34	2,33	-0,43%	1,81	1,8	-0,55%
0,0225	2,2500	7,09	7,02	-0,99%	2,69	2,66	-1,12%	1,8	1,78	-1,11%	1,45	1,44	-0,69%
0,0250	2,5000	5,3	5,28	-0,38%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,25	-0,79%
0,0275	2,7500	4,15	4,13	-0,48%	1,78	1,77	-0,56%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%
0,0300	3,0000	3,38	3,37	-0,30%	1,55	1,54	-0,65%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1,07	-0,93%
		2,83	2,82	-0,35%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%
				-6,19%			-7,77%			-7,63%			-6,25%

Fonte: Produção da própria autora

Nas Tabelas 17, 18 e 19, foi considerado cenário 1 e $p_0 = 0.005$ para $NMA_0 = 597.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 3.5$, $n = 100$; $NMA_0 = 282.1$ para o gráfico em controle, $LSC = 4.5$, $n = 200$; $NMA_0 = 230.8$ para o gráfico em controle, $LSC = 5.5$, $n = 300$; $NMA_0 = 226.6$ para o gráfico em controle, $LSC = 6.5$, $n = 400$, variando p entre 0.0075 e 0.0300 e α cut 0.95, 0.75 e 0.55 (Tabelas 17, 18 e 19, respectivamente). Observa-se que há redução no valor

do NMA para todos os p, função de pertinência trapezoidal. Além disso, foi observado que a redução na função trapezoidal é maior que na função triangular.

Tabela 17 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p₀ 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.95)

p ₀ =0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
0,0075	0,7500	142,6	140,15	-1,72%	55,14	54,27	-1,58%	37,25	36,61	-1,72%	30,36	29,85	-1,68%		
0,0100	1,0000	54,42	53,70	-1,32%	19,33	18,85	-2,48%	12,06	11,82	-1,99%	9,12	9,01	-1,21%		
0,0150	1,5000	15,57	15,3	-1,73%	5,45	5,34	-2,02%	3,37	3,33	-1,19%	2,54	2,51	-1,18%		
0,0175	1,7500	10,09	9,94	-1,49%	3,65	3,6	-1,37%	2,34	2,31	-1,28%	1,81	1,79	-1,10%		
0,0200	2,0000	7,09	7	-1,27%	2,69	2,65	-1,49%	1,8	1,77	-1,67%	1,45	1,43	-1,38%		
0,0225	2,2500	5,3	5,19	-2,08%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,07	-1,93%	1,78	1,74	-2,25%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%		
0,0275	2,7500	3,38	3,31	-2,07%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,79	-1,41%	1,39	1,37	-1,44%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%		
				-15,02%					-15,32%					-11,00%	-10,89%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 18 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p₀ 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.75)

		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
0,0075	0,7500	142,6	140,45	-1,51%	55,14	53,95	-2,16%	37,25	36,56	-1,85%	30,36	29,66	-2,31%		
0,0100	1,0000	54,42	53,79	-1,16%	19,33	18,92	-2,12%	12,06	11,85	-1,74%	9,12	9,06	-0,66%		
0,0150	1,5000	15,57	15,38	-1,22%	5,45	5,35	-1,83%	3,37	3,32	-1,48%	2,54	2,5	-1,57%		
0,0175	1,7500	10,09	9,91	-1,78%	3,65	3,6	-1,37%	2,34	2,29	-2,14%	1,81	1,78	-1,66%		
0,0200	2,0000	7,09	6,94	-2,12%	2,69	2,66	-1,12%	1,8	1,78	-1,11%	1,45	1,43	-1,38%		
0,0225	2,2500	5,3	5,24	-1,13%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,47	-1,34%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,08	-1,69%	1,78	1,76	-1,12%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%		
0,0275	2,7500	3,38	3,33	-1,48%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,18	-1,67%	1,08	1,07	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,77	-2,12%	1,39	1,37	-1,44%	1,13	1,11	-1,77%	1,05	1,04	-0,95%		
				-14,20%					-13,86%					-13,87%	-11,91%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 19 – Cenário 1 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p₀ 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.55)

		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
0,0075	0,7500	142,6	140,5	-1,47%	55,14	54,46	-1,23%	37,25	36,56	-1,85%	30,36	29,94	-1,38%		
0,0100	1,0000	54,42	52,99	-2,63%	19,33	19,1	-1,19%	12,06	11,75	-2,57%	9,12	9,02	-1,10%		
0,0150	1,5000	15,57	15,32	-1,61%	5,45	5,34	-2,02%	3,37	3,3	-2,08%	2,54	2,52	-0,79%		
0,0175	1,7500	10,09	9,95	-1,39%	3,65	3,61	-1,10%	2,34	2,31	-1,28%	1,81	1,78	-1,66%		
0,0200	2,0000	7,09	7	-1,27%	2,69	2,65	-1,49%	1,8	1,77	-1,67%	1,45	1,44	-0,69%		
0,0225	2,2500	5,3	5,21	-1,70%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,48	-0,67%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,08	-1,69%	1,78	1,74	-2,25%	1,31	1,3	-0,76%	1,15	1,14	-0,87%		
0,0275	2,7500	3,38	3,32	-1,78%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1,07	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,77	-2,12%	1,39	1,37	-1,44%	1,13	1,11	-1,77%	1,05	1,04	-0,95%		
				-15,64%					-13,41%					-13,49%	-9,95%

Fonte: Produção da própria autora

Nas Tabelas 20, 21 e 22, foi considerado cenário 2 e p₀ =0.005 para NMA₀ = 597.6 para o gráfico em controle, LSC =3.5, n =100; NMA₀ = 282.1 para o gráfico em controle, LSC

=34.5, n =200; NMA0 = 230.8 para o gráfico em controle, LSC =5.5, n =300; NMA0 = 226.6 para o gráfico em controle, LSC =6.5, n =400, variando p entre 0.0075 e 0.0300 e α cut 0.95, 0.75 e 0.55 (Tabelas 20, 21 e 22, respectivamente). Observa-se que há redução no valor do NMA para todos os p, função de pertinência trapezoidal.

Tabela 20 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.95)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
p0=0.005		597,6	597,58	0,00%	282,1	282,09	0,00%	230,8	230,79	0,00%	226,6	226,59	0,00%		
0,0075	0,7500	142,6	140,8	-1,26%	55,14	54	-1,58%	37,25	36,77	-1,29%	30,36	29,84	-1,71%		
0,0100	1,0000	54,42	53,87	-1,01%	19,33	19,06	-1,40%	12,06	11,88	-1,49%	9,12	9,01	-1,21%		
0,0150	1,5000	15,57	15,37	-1,28%	5,45	5,36	-1,65%	3,37	3,33	-1,19%	2,54	2,51	-1,18%		
0,0175	1,7500	10,09	9,97	-1,19%	3,65	3,59	-1,64%	2,34	2,31	-1,28%	1,81	1,79	-1,10%		
0,0200	2,0000	7,09	6,98	-1,55%	2,69	2,64	-1,86%	1,8	1,78	-1,11%	1,45	1,43	-1,38%		
0,0225	2,2500	5,3	5,23	-1,32%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,47	-1,34%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,07	-1,93%	1,78	1,76	-1,12%	1,31	1,29	-1,53%	1,15	1,14	-0,87%		
0,0275	2,7500	3,38	3,35	-0,89%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,18	-1,67%	1,08	1,07	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,8	-1,06%	1,39	1,38	-0,72%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%		
				-11,49%					-12,67%					-11,78%	-10,92%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 21 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.75)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
p0=0.005		597,6	597,6	0,00%	282,1	282,09	0,00%	230,8	230,8	0,00%	226,6	226,6	0,00%		
0,0075	0,7500	142,6	139,73	-2,01%	55,14	54,16	-1,78%	37,25	36,38	-2,34%	30,36	29,68	-2,24%		
0,0100	1,0000	54,42	53,82	-1,10%	19,33	19,07	-1,35%	12,06	11,92	-1,16%	9,12	8,94	-1,97%		
0,0150	1,5000	15,57	15,32	-1,61%	5,45	5,36	-1,65%	3,37	3,31	-1,78%	2,54	2,49	-1,97%		
0,0175	1,7500	10,09	9,96	-1,29%	3,65	3,6	-1,37%	2,34	2,31	-1,28%	1,81	1,79	-1,10%		
0,0200	2,0000	7,09	6,99	-1,41%	2,69	2,65	-1,49%	1,8	1,77	-1,67%	1,45	1,43	-1,38%		
0,0225	2,2500	5,3	5,24	-1,13%	2,13	2,09	-1,88%	1,49	1,47	-1,34%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,07	-1,93%	1,78	1,76	-1,12%	1,31	1,29	-1,53%	1,15	1,13	-1,74%		
0,0275	2,7500	3,38	3,32	-1,78%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,19	-0,83%	1,08	1,07	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,78	-1,77%	1,39	1,37	-1,44%	1,13	1,12	-0,88%	1,05	1,04	-0,95%		
				-14,02%					-13,36%					-12,81%	-13,87%

Fonte: Produção da própria autora

Tabela 22 – Cenário 2 NMA dos Gráficos de controle por atributo para p_0 0.005, função de pertinência trapezoidal (α cut 0.55)

p0=0.005		UCL=3.5			UCL=4.5			UCL=5.5			UCL=6.5				
n	np	100			200			300			400				
p1	np	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP	NMAT	NMA Fuzzy	RP		
p0=0.005		597,6	597,58	0,00%	282,1	282,1	0,00%	230,8	230,8	0,00%	226,6	226,6	0,00%		
0,0075	0,7500	142,6	140,4	-1,54%	55,14	54	-2,07%	37,25	36,33	-2,47%	30,36	29,79	-1,88%		
0,0100	1,0000	54,42	53,4	-1,87%	19,33	19,08	-1,29%	12,06	11,89	-1,41%	9,12	8,93	-2,08%		
0,0150	1,5000	15,57	15,27	-1,93%	5,45	5,36	-1,65%	3,37	3,3	-2,08%	2,54	2,5	-1,57%		
0,0175	1,7500	10,09	9,99	-0,99%	3,65	3,6	-1,37%	2,34	2,3	-1,71%	1,81	1,77	-2,21%		
0,0200	2,0000	7,09	6,97	-1,69%	2,69	2,66	-1,12%	1,8	1,77	-1,67%	1,45	1,42	-2,07%		
0,0225	2,2500	5,3	5,23	-1,32%	2,13	2,1	-1,41%	1,49	1,47	-1,34%	1,26	1,24	-1,59%		
0,0250	2,5000	4,15	4,08	-1,69%	1,78	1,76	-1,12%	1,31	1,29	-1,53%	1,15	1,13	-1,74%		
0,0275	2,7500	3,38	3,33	-1,48%	1,55	1,53	-1,29%	1,2	1,18	-1,67%	1,08	1,07	-0,93%		
0,0300	3,0000	2,83	2,79	-1,41%	1,39	1,37	-1,44%	1,13	1,11	-1,77%	1,05	1,04	-0,95%		
				-13,93%					-12,76%					-15,64%	-15,02%

Fonte: Produção da própria autora

5 CONCLUSÃO

Muitos estudos sobre gráficos de controle *fuzzy* baseiam-se em técnicas de transformação aplicadas na fase de decisão. Este estudo propõe uma abordagem de cartas de controle p e np *fuzzy* utilizando base de regra *fuzzy* e faz uma comparação entre a função de pertinência triangular e a função de pertinência trapezoidal.

Aplicando as regras *fuzzy* com a defuzificação, conclui-se que os gráficos de controle com função de pertinência trapezoidal são mais sensíveis que os gráficos de controle com função de pertinência triangular e estes, por sua vez, são mais sensíveis que o modelo tradicional, pois fornecem flexibilidade para limites de controle, além disso, reduz alarmes falsos.

De acordo com as Tabelas 4, 5, 6 e 7: ao comparar os gráficos p e np fuzzy, observou-se maior discrepância nos resultados do gráfico TrFN em relação ao TFN, tornando-os mais sensíveis. Além disso, ao analisar os 3 gráficos tradicionais, fuzzy TFN, *fuzzy* TrFN, observou-se que *fuzzy* TrFN é mais sensível que os outros dois ao detectar sinal no processo.

Outro item analisado foi β^* (porcentagem aceitável predeterminada por especialista), onde β^* pode variar entre 0,1 – 1,0. Foram utilizados $\beta^*0,4$; $\beta^*0,6$ e $\beta^*0,8$ e confirmou-se que quanto menor β^* , menos rigoroso é o controle de processo, por consequência, quanto maior β^* , mais rigoroso é o controle de processo. Esta variação de β^* também foi percebida na comparação entre as funções trapezoidal e triangular, sendo a trapezoidal mais sensível que a triangular.

Comparando-se o NMA, a conclusão é que com o acréscimo da incerteza, os gráficos têm desempenhos semelhantes, porém, para o *fuzzy*, como foram observados valores de NMA menores, houve uma melhor eficiência no que se refere à detecção de causas especiais.

Verificou-se a maior redução no valor do NMA quando aplicado $\alpha = 0.75$. Isto se deve ao fato do operador atuar no processo no segundo momento da detecção da falha.

Outro item observado ao comparar os resultados de NMA Triangular e Trapezoidal, foi que o trapezoidal apresentou NMA mais reduzido, o que significa que este tipo é mais sensível e tem mais flexibilidade, bem como benefício ao processo no que se refere à detecção de causas especiais, pois detecta pequenos desajustes no processo com mais rapidez.

Desta forma, o primeiro objetivo da pesquisa foi alcançado, pois, baseando-se no referencial teórico, foi possível a elaboração dos gráficos de controle por atributo tradicional e *fuzzy* p, np, calculando limites, e a aplicação das funções de pertinência triangular e trapezoidal variando β , de forma a analisar o comportamento dos gráficos.

Em sequência, foi realizada a comparação com os valores de NMA teórico para o gráfico tradicional e o NMA *fuzzy*. Após tais etapas, foi possível atingir o segundo e último objetivo específico da pesquisa. Conclui-se, desse modo, a aplicação da lógica *fuzzy* aos gráficos de controle tradicionais, baseada nos resultados acima, afirmando sua capacidade de representar melhor os dados de atributos, pois os especialistas do processo podem criar regras e variar o grau de incerteza do processo, melhorando acurácia.

5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Para futuras pesquisas, sugere-se:

- a) Aplicar regras *fuzzy* e analisar o desempenho dos gráficos tipo *c* e tipo *u*, uma vez que, nesta pesquisa, foram analisados os desempenhos dos gráficos tipo *p* e *np*. Os gráficos tipo *c* e *u* podem trazer resultados diferentes, pois o gráfico tipo *c* apresenta a quantidade de itens não conformes na amostra enquanto o gráfico tipo *u* apresenta o número de itens não conformes por unidade de inspeção.
- b) Aplicar os estudos deste trabalho em um processo industrial. O presente trabalho foi realizado através de simulação computacional. A aplicação em um processo real poderia englobar outras variáveis não aplicadas ao modelo.

REFERÊNCIAS

ALIZADEH, H. M.; KAMESH, A. R. A.; GHOMI, S. M. T. F. Fuzzy development of multivariate variable control charts using the fuzzy likelihood ratio test. **Scientia Iranica**, Theran, v.7, n.2, p. 150-163, 2010. Disponível em: http://scientiairanica.sharif.edu/article_3364.html. Acesso em: 12 nov. 2019.

ASLAM, M.; NAZIR, A.; JUN, C.-H. A new attribute control chart using multiple dependent state sampling. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, Londres, v. 37, n. 4, p. 569–576, 2015. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0142331214549094>. Acesso em: 12 nov. 2019.

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2005. 334p.

DOMANGUE, R.; PATCH, S. C. Some omnibus exponentially weighted moving average statistical process monitoring schemes. **Technometrics**, Georgia, v. 33, n.3, p.299-313, 1991. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/ref/10.1080/00401706.1991.10484836?scroll=top>. Acesso em: 13 nov. 2019.

EMURA, T.; LIN, Y. S. A comparison of normal approximation rules for attribute control charts. **Quality and Reliability Engineering International**, Taiwan, v. 31, n. 3, p. 411–418, 2015. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/qre.1601>. Acesso em: 12 nov. 2019.

EPPRECHT E.K.; COSTA, A.F.B. Adaptive sample size control charts for attributes. **Quality Engineering**, São Paulo, v.13, n. 3, p. 465-473, 2010. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/08982110108918675>. Acesso em: 13 nov. 2019.

ERGINEL, N. Fuzzy rule-based \bar{p} and $n\bar{p}$ control charts. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, Amsterdã, v. 27, p. 159–171, 2014. Disponível em: <https://content.iospress.com/articles/journal-of-intelligent-and-fuzzy-systems/ifs986>. Acesso em: 12 nov. 2019.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2008.

GÜLBAY, M; KAHRAMAN, C; RUAN, D. α -cut fuzzy control chart for linguistic data. **International Journal of Intelligent Systems**, Nova Iorque, v.19, p.1173-1196, 2004. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/int.20044>. Acesso em: 13 nov. 2019.

HOU, S; WANG, H; FENG, S. Attribute control chart construction based on fuzzy score number. **Symmetry**, Xangai, v. 8, n. 12, p. 139, 2016. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-8994/8/12/139>. Acesso em: 11 nov. 2019.

KAHRAMAN, C.; YANIK, S. **Intelligent decision making in quality management: theory and applications**. Suíça: Springer International Publishing, 2016.

KAHRAMAN, C.; GULBAY, M.; BOLTURK, E. Fuzzy shewhart control charts. **Fuzzy Statistical Decision-Making**, Berlim, v.343, n.1 , p.263-280, 2016.

KANAGAWA, A; TAMAKI, F; OHTA, H. Control charts for process average and variability based on linguistic data. **The International Journal OF Production Research**. Tóquio, v. 31, p. 913-922, 1993. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207549308956765>. Acesso em: 12 nov. 2019.

KOTHARI, C. **Research methodology: methods and techniques**. 2. ed. New Delhi: New Age International, 2013.

MACHADO, M. A. G. **Estudo das propriedades dos gráficos de controle bivariados com amostragem dupla**. 2006. 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, 2006.

MIGUEL, P. A. C. *et al.* **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical quality control**. 6. ed. New York: John Wiley, 2009.

RAHMANI, A. *et al.* A new method for defuzzification and ranking of fuzzy numbers based on the statistical beta distribution. **Advances in Fuzzy Systems**, Londres, v. 2016, 2016. Disponível em: <https://www.hindawi.com/journals/afs/2016/6945184/abs/>. Acesso em: 12 nov. 2019

RAUBENHEIMER, L.; VAN DER MERWE, A. J. Bayesian process control for the Phase II Shewart-type p -chart. **Quality Technology & Quantitative Management**, Taiwan, v. 13, n. 4, p. 453–472, 2016. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/16843703.2016.1191144>. Acesso em: 11 nov. 2019.

SARAVANAN, A; ALAMELUMANGA, V. Performance of attribute charts and fuzzy control chart for variable data. **International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering**, Londres, v. 3, n. 5, p. 9758–9766, 2014. Disponível em: https://www.ijareeie.com/upload/2014/may/51_PERFORMANCE.pdf. Acesso em: 12 nov. 2019.

SHEWHART, W. A. **Economic control of quality of manufactured product**. Londres: D.Van Nostrand Company, 1931. 501 p.

TEOH, W. L. *et al.* Run-sum control charts for monitoring the coefficient of variation. **European Journal of Operational Research**, Londres, v. 257, n. 1, p. 144–158, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221716307068>. Acesso em: 10 nov. 2019.

ZARANDI, M. H. F.; TURKSEN, I. B.; KASHAN, A. H. Fuzzy Control Charts for variable and attribute quality characteristics. **Iranian Journal of Fuzzy Systems**, Theran, v. 1, n. 1, p. 31–44, 2006. Disponível em: http://ijfs.usb.ac.ir/article_429_fd5a9eb84c5b612b5f6fb878ed767f8d.pdf. Acesso em: 13 nov. 2019.

APÊNDICE A – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTO *FUZZY TRIANGULAR*

Programa

USE MSIMSL

```

INTEGER J,I,NR
PARAMETER (NR=1)
INTEGER IR(NR),N,VALOR_NP,LOWER,UPPER

```

```

REAL NA(10000),NMA
REAL P,B,ALPHA,A_ALPHA,C_ALPHA,A,C

```

```

N=200
P=0.0600
LOWER=1
UPPER=2
ALPHA=0.75

```

```

DO 100 I = 1,10000
DO 200 J = 1,5000

```

```

CALL RNBIN (NR,N,P,IR)

```

```

B=IR(NR)
A=B-LOWER
C=B+UPPER

```

```

A_ALPHA=A+ALPHA*(B-A)
C_ALPHA=C-ALPHA*(C-B)

```

```

VALOR_NP=(A_ALPHA+C_ALPHA)/2

```

```

IF(VALOR_NP .GT. 6.5)THEN

```

```

NA(I) = J

```

```

GOTO 100
END IF

```

```

200 CONTINUE
100 CONTINUE

```

```
DO 300 I = 1,10000  
  
NMA = NMA + NA(I)  
300 CONTINUE  
  
NMA = NMA/10000  
  
WRITE (NOUT,99999) NMA  
99999 FORMAT (' NUMERO MEDIO DE AMOSTRA: ', 1 F14.4)  
READ (*,*)  
END
```

APÊNDICE B – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTO *FUZZY* TRAPEZOIDAL

```
USE MSIMSL
```

```
INTEGER J,I,NR
PARAMETER (NR=1)
INTEGER IR(NR),N,VALOR_NP,LOWER,UPPER
```

```
REAL NA(10000),NMA
REAL P,B,ALPHA,A_ALPHA,D_ALPHA,A,C,AUX,D
```

```
N=100
P=0.0150
LOWER=3
UPPER=4
ALPHA=0.75
```

```
CALL RNSET(0)
```

```
DO 100 I = 1,10000
DO 200 J = 1,5000
```

```
CALL RNBIN(NR,N,P,IR)
```

```
AUX=IR(NR)
B=AUX-LOWER
C=AUX+UPPER
D=C+UPPER
A=B-LOWER
```

```
A_ALPHA=A+ALPHA*(B-A)
D_ALPHA=D-ALPHA*(D-C)
```

```
VALOR_NP=(A_ALPHA+D_ALPHA)/2
```

```
IF(VALOR_NP.GT. 3.5)THEN
```

```
NA(I) = J
```

```
GOTO 100
END IF

200 CONTINUE
100 CONTINUE

DO 300 I = 1,10000

NMA = NMA + NA(I)
300 CONTINUE

NMA = NMA/10000

WRITE (NOUT,99999) NMA
99999 FORMAT (' NUMERO MEDIO DE AMOSTRA: ', 1 F14.4)
READ (*,*)
END
```