

HUGO COSTA FERNANDES

Utilização de Software EES para equacionamentos didáticos:
Vaso de Pressão

Guaratinguetá - SP

2022

Hugo Costa Fernandes

Utilização de Software EES para equacionamentos didáticos: Vaso de Pressão

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof^a Me. Sofia Glyniadakis
Co-orientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins

Guaratinguetá - SP

2022

F363u Fernandes, Hugo Costa
Utilização de software EES para equacionamentos didáticos: vaso de pressão / Hugo Costa Fernandes – Guaratinguetá, 2022.
42 f. : il.
Bibliografia: f. 42

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica– Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2022.
Orientadora: Profª Me. Sofia Glyniadakis
Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins

1. Vasos de pressão. 2. Métodos de simulação. 3. Resistência de materiais.
4. Deformações e tensões. I. Título.

CDU 621.643.2

Luciana Máximo
Bibliotecária CRB-8/3595

HUGO COSTA FERNANDES

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA



Prof. Dr. CELSO EDUARDO TUNA
Coordenador

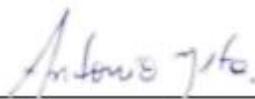
BANCA EXAMINADORA:



Prof. M. SOFIA GLYNIADAKIS
Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. EVERTON COELHO DE MEDEIROS
UNESP-FEG



Prof. Me. ANTONIO DOS REIS FARIA NETO
UNESP-FEG

DADOS CURRICULARES

HUGO COSTA FERNANDES

NASCIMENTO 27.07.1988 – São José dos Campos / SP

FILIAÇÃO Filomena Aparecida Costa Fernandes
Elias Mendonça Fernandes

Curso de Graduação

Logística com Ênfase em Transportes – Faculdade de Tecnologia
do Campus de São José dos Campos da

FATEC – Centro Paula Souza

Curso de Graduação

Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá da

Universidade Estadual Paulista.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por nos permitir questionar tudo e nos fazer acreditar que somos a obra prima do universo, agradeço pela saúde e energia que me permitiram chegar até aqui,

a todos os meus familiares, amigos e às pessoas que passaram pela minha vida e que, através do amor ou da dor, me fizeram, de alguma forma, evoluir emocional, espiritual ou racionalmente.

à minha orientadora, Sofia Glyniadakis por ter me auxiliado desde o início até às últimas madrugadas e finais de semana que antecederam a conclusão deste trabalho,
ao meu filho, meu grande herói, Isaac Costa Brandão.

“A verdadeira sabedoria consiste em saber
como aumentar o bem-estar do Mundo”
Benjamim Franklin

RESUMO

O presente trabalho fez uma revisão sobre as equações utilizadas como critério de decisão no dimensionamento de vasos de pressão de paredes fina, grossa e composta, e une essas análises à modelagem das equações no software EES. A teoria de vasos de pressão de parede fina é abordada no curso de graduação em Engenharia Mecânica, já as teorias de vasos de pressão de parede grossa, parede composta e o software EES são trazidos para complementar um conteúdo que não é abordado durante a graduação. Essas equações são modeladas para serem utilizadas, de forma didática, no software EES que soluciona equações de engenharia e permite a inclusão de diversos valores de entrada, fornecendo os resultados, sendo que o tempo despendido nos cálculos só é exigido na primeira simulação, a partir daí o usuário pode determinar valores de entrada e observar como cada mudança influencia no projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Vaso de Pressão de Parede Fina. Parede Grossa. Vaso de Pressão de Parede Composta. Software EES para equacionamentos didáticos.

ABSTRACT

The present work reviewed the equations used as decision criteria in the design of thin-, thick- and composite-walled pressure vessels, and combines these analyzes with the equation modeling in the EES software. The theory of thin-walled pressure vessels is covered in the Mechanical Engineering undergraduate course, whereas the theories of thick-walled, composite-walled pressure vessels and the EES software are brought to complement a content that is not covered during the undergraduate course. These equations are modeled to be used, in a didactic way, in the EES software which solves engineering equations and allows the inclusion of several input values, providing the results, and the time spent in the calculations is only required in the first simulation, from there the user can determine input values and observe how each change influences the project.

KEYWORDS: Thin Wall Pressure Vessel. Thick Wall Pressure Vessel. Composite Wall Pressure Vessel. EES Software for didactic equations.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Corte em Vaso cilíndrico de Parede Fina.....	12
Figura 2 – Deslocamento radial u	14
Figura 3 – Deslocamento AB	14
Figura 4 – Variação u no diâmetro	16
Figura 5 – Elemento destacado do cilindro	16
Figura 6 – Cilindro sob pressão interna e externa	18
Figura 7 – Distribuição da tensão σ_z	18
Figura 8 – Distribuição da tensão radial σ_r e circunferencial σ_t	20
Figura 9 – σ_r X σ_t quando espessura da parede do cilindro é infinitamente grande.....	21
Figura 10 – Aproximação cilindro de parede infinitamente grossa.....	22
Figura 11 – Distribuição de σ_r e σ_t quando submetido somente à pressão externa.....	22
Figura 12 – Distribuição de σ_r e σ_t em cilindros acoplados.....	23
Figura 13 – Tensões somadas algebricamente às tensões preliminares de aperto.....	24
Figura 14 – Tensões residuais no conjunto de tubos.....	26
Figura 15 – Simulação do Exemplo 1 (Parede Fina).....	29
Figura 16 – Comportamento das Tensões em função do Diâmetro.....	30
Figura 17 – Comportamento das Tensões em função da altura da coluna d’água.....	31
Figura 18 – Simulação Exemplo 2 (Parede Grossa).....	33
Figura 19 – Diâmetro $2b$ em Função da Pressão	34
Figura 20 – Espessura de Parede tendendo a infinito	35
Figura 21 – Simulação Exemplo 3 (Parede Composta).....	37
Figura 22 – Relação diâmetros “b” e “c” em função de “a”.....	38
Figura 23 – Exemplo 3 rerepresentado com interface para usuário.....	39
Figura 24 – Janela de Diagrama com cálculos para Parede Fina.....	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	OBJETIVO.....	10
1.2	JUSTIFICATIVA	10
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
2.1	VASOS DE PRESSÃO.....	11
2.1.1	Vasos de Pressão de Parede Fina.....	11
2.1.2	Vasos de Pressão de Parede Grossa.....	13
2.1.3	Vaso de Pressão de Parede Composta.....	23
2.2	ENGINEERING EQUATION SOLVER (EES).....	27
3	SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....	28
3.1	SIMULAÇÃO PAREDE FINA	28
3.2	SIMULAÇÃO PAREDE GROSSA.....	31
3.3	SIMULAÇÃO PAREDE COMPOSTA	35
3.4	APRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MODELAGEM.....	38
3.5	ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	40
4	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

O nome vasos de pressão (pressure vessel) designa genericamente todos os recipientes estanques, de qualquer tipo, dimensões, formato ou finalidade, capazes de conter um fluido pressurizado. Dentro desta definição tão abrangente inclui-se uma enorme variedade de equipamentos, desde os mais simples como uma panela de pressão de cozinha, até os mais sofisticados reatores nucleares. Telles(2012)

Vasos de pressão não são só importantes como também constituem os elementos de maior peso, tamanho e custo unitário. Representa, em média, cerca de 60% do custo total dos materiais e equipamentos de uma unidade de processo, segundo Telles (2012)

Neste trabalho, foram estudados vaso de pressão de parede fina, de parede grossa e de paredes compostas.

1.1 OBJETIVO

Modelar e simular tensões em vasos de pressão de parede fina, de parede grossa e de parede mista com o software EES. Utilização do modelo criado no software para que alunos da graduação possam se familiarizar mais com o software e com as equações, permitindo uma melhor compreensão da disciplina de Resistência dos Materiais com o desenvolvimento de tal ferramenta didática. Ao final do trabalho, o modelo proposto ficou à disposição da faculdade e poderá auxiliar a aprendizagem dos alunos nos próximos anos.

1.2 JUSTIFICATIVA

Com a elaboração de toda a modelagem, além de se verificar conteúdo teórico da área de Resistência de Materiais obrigatórios na grade curricular da graduação em Engenharia Mecânica, foi possível introduzir aos alunos as equações não abordadas na graduação, Vasos de parede grossa e de parede mista, além da aprendizagem no software EES.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Além das equações que permitem definir as espessuras de parede de vaso de pressão cilíndrico (o mais comum), também há de se observar as condições exigidas para as regiões de

soldas, junções, bocais. Fora esses elementos existentes em vasos de pressão, é válido lembrar que, embora pouco comuns, existem vasos de pressão que, segundo Glyniadakis (2018), podem ter formas cônicas, ou parte cônica.

Este trabalho considerou e analisou somente vasos de pressão de parede grossa ou composta de costado (corpo) cilíndrico. Na seção de paredes finas, a análise de vasos esféricos também foi feita.

2.1 VASOS DE PRESSÃO

Segundo Singer, 1977, a distribuição de tensão em uma parede de vaso de pressão varia, de forma não linear, ao longo da espessura da parede. Porém nos vasos de parede fina, pode-se assumir essa tensão como constante ao longo da espessura da parede, ou seja, o valor médio da tensão é praticamente igual ao valor máximo de tensão encontrado na parede.

Segundo Hibbeler (2004), um vaso de pressão pode ser analisado de maneira simples, desde que tenha paredes finas. Em geral, vaso de paredes finas são aqueles que atendem a relação $r/t \geq 10$, onde r é o raio interno e t é a espessura da parede. Quando r/t é exatamente igual a 10, os resultados prevêm uma tensão cerca de 4% menor que a tensão máxima do vaso. Este é reduzido à medida que a relação r/t é aumentada.

2.1.1 Vasos de Pressão de Parede Fina

Ainda segundo Hibbeler (2004), devido à uniformidade do carregamento, um elemento removido das extremidades e orientado conforme ilustrado, estará sujeito a tensões normais σ_1 no sentido circunferencial (tangencial) e no sentido σ_2 longitudinal ou axial. Ambos exercem tração sobre o material.

Para determinar σ_1 , seccionamos o vaso pelos planos a,b,c conforme figura 1(a). O diagrama de corpo livre do segmento posterior com o fluido contido é ilustrado em 1(b). Aqui aparecem apenas as cargas na direção x . Essas cargas são desenvolvidas pela tensão circunferencial uniforme σ_1 , que atua sobre toda a parede do vaso, e pela pressão que atua na face vertical seccionada do gás ou fluido. Para o equilíbrio na direção de x , Hibbeler diz que é preciso que a seguinte equação seja satisfeita:

$$\sum F_x = 0; \quad 2[\sigma_1(t \, dy)] - p(2r \, dy) = 0$$

$$\sigma_1 = p * r / t$$

Onde:

σ_1 , σ_2 = tensão normal nas direções circunferencial e longitudinal, admite-se que sejam constantes em toda a parede do cilindro e que cada uma tracione o material

p = pressão manométrica interna desenvolvida pelo gás ou fluido

r = raio interno do cilindro

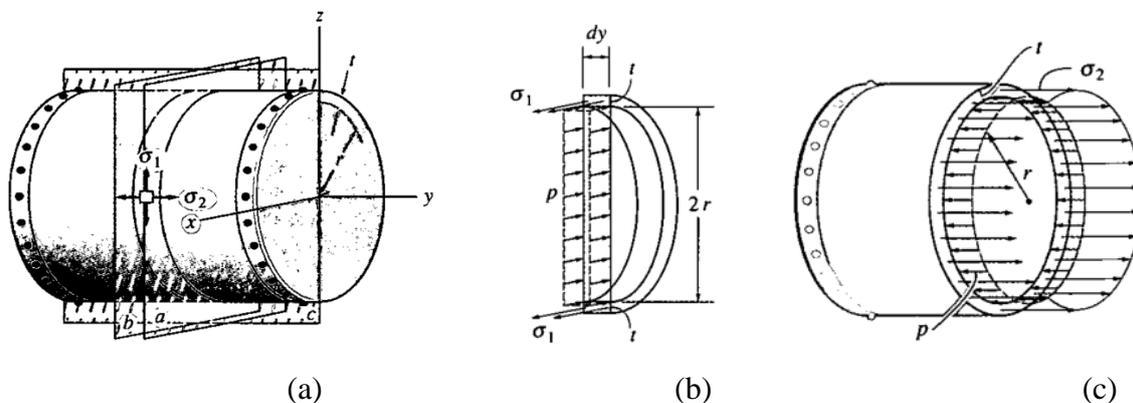
t = espessura da parede ($r/t \geq 10$)

Para obter a tensão longitudinal σ_2 , consideraremos a parte esquerda da seção b do cilindro (Figura 1a). Como mostrado na Figura 1c, σ_2 atua uniformemente sobre toda a parede e p atua na seção do gás ou fluido. Como o raio médio é aproximadamente igual ao raio interno do vaso, o equilíbrio na direção y requer:

$$\sum F_y = 0; \quad \sigma_2 (2 \pi r t) - p (\pi r^2) = 0;$$

$$\sigma_2 = p * r / (2t)$$

FIGURA 1 - Corte em Vaso cilíndrico de Parede Fina



Fonte: Adaptado de Hibbeler (2004).

Timoshenko (1980) ratifica as análises de Hibbeler e ainda acrescenta o cálculo de tensões para situações em que o vaso de pressão tem formato esférico, concluindo que quando a relação entre a espessura (t) e o raio interno (r) é menor que 10% o dispositivo é caracterizado como um vaso de pressão de paredes finas. Assim, tensões normais no tampo esférico são dadas pela equação (1) e tensões normais na parte cilíndrica pelas equações (2) e (3), sendo, respectivamente, o circunferencial e o longitudinal.

$$\Sigma = \frac{pr}{2t} \quad (1)$$

$$\Sigma_t = \frac{pr}{t} \quad (2)$$

$$\Sigma_l = \frac{pr}{2t} \quad (3)$$

A ASME (2015) incorpora um fator de correção baseado em dados experimentais para as equações clássicas na literatura em função da pressão, que são apresentadas nas equações (4), (5) e (6). Em tal equacionamento correlaciona-se as tensões com a pressão aplicada e a espessura do vaso, e o fator de correção proposto leva em consideração uma parte da pressão aplicada. O primeiro permite obter tensões no tampo, enquanto o segundo representa as tensões no costado, tangencial e longitudinal, respectivamente. *Glyniadakis (2018)*.

$$\Sigma = \frac{pr}{2t} + 0.2 p \quad (4)$$

$$\Sigma_t = \frac{pr}{t} + 0.6 p \quad (5)$$

$$\Sigma_l = \frac{pr}{2t} + 0.6 p \quad (6)$$

Vasos de pressão são recipientes estanques utilizados no armazenamento de fluidos pressurizados. Em geral, são considerados cilindros de paredes grossas, aqueles cilindros que possuem a espessura do casco maior que 1/10 de seu raio interno. Porém, o código ASME, Seção VIII, Divisão 1, define que os cascos de “grande espessura” são aqueles nos quais a espessura mínima para pressão interna seja maior que metade do raio interno do cilindro ou que a pressão interna de projeto seja maior que 38,5% do produto entre a tensão admissível básica do material e o coeficiente de eficiência de solda (Silva, 2017).

2.1.2 Vasos de Pressão de Parede Grossa

Para início dos cálculos, Feodosiev (1977) considera um corpo cilíndrico, simétrico a um eixo, assim as cargas e tensões são invariáveis ao longo do eixo conforme segue:

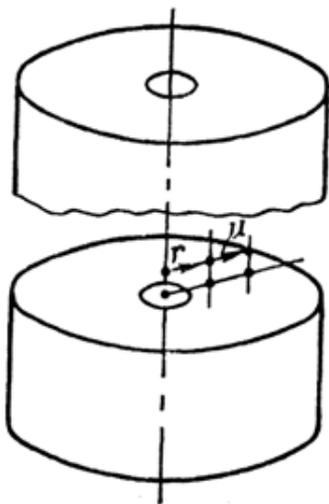
Tomemos a Figura 2 como corpo cilíndrico homogêneo, independentemente da forma de carregamento, a carga exterior atua de forma simétrica e constante ao longo do eixo.

Consideremos ainda que as dimensões do cilindro são arbitrárias, tanto quanto à relação entre os raios, quanto ao seu comprimento. A primeira restrição imposta para o desenvolvimento das equações é que todo ponto do cilindro sofre deslocamento, no caso de sua deformação. Devido à simetria do modelo proposto, infere-se que estes deslocamentos ocorrerão nos planos radiais, ou seja, desloca-se na direção do raio e ao longo da respectiva geratriz.

Féodosiev (1977) chama de u o deslocamento radial sofrido por um ponto do cilindro. Este valor varia em função do raio r , mas não varia em função do comprimento do cilindro. Os deslocamentos ao longo do eixo serão considerados de forma que acompanham simetricamente o aumento ou diminuição do comprimento do cilindro, ou seja, ocorrem de forma que permitem às seções transversais permanecerem planas. Consideremos o eixo do cilindro como ponto zero e, a partir daí a coordenada radial avança somente em valores positivos.

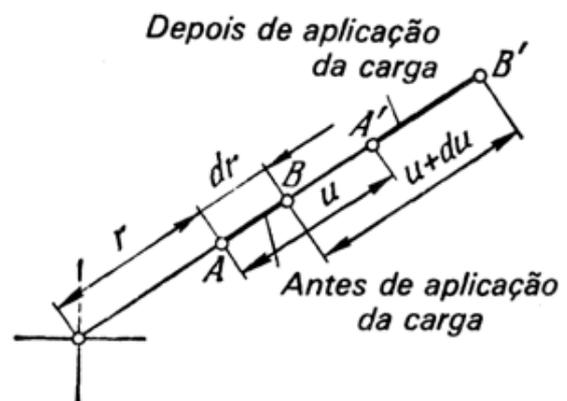
Segundo Feodosiev (1977), ϵ_r será o alongamento relativo radial e ϵ_t o alongamento relativo circunferencial e serão expressados pelo deslocamento u . Consideremos agora o segmento elementar $AB = dr$ atuando no sentido radial (Figura 3) com e sem aplicação da carga.”

Figura 2 – Deslocamento radial u



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Figura 3 – Deslocamento AB



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Segundo Feodosiev o ponto A sofre um deslocamento u e o ponto B , o deslocamento $u + du$. Pode-se revelar facilmente que o novo comprimento do elemento será igual a $dr + du$ e o seu alongamento relativo será dado pela equação (7).

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (7)$$

Observando o comprimento de uma circunferência traçada dentro do cilindro antes e depois do carregamento, observa-se que o que era $2\pi r$ passa a ser $2\pi(r+u)$, pois o valor de r sofreu um incremento de u , conforme exemplificado na Figura 4. Feodosiev diz que o alongamento relativo da circunferência será dado então pela equação (8)

$$\varepsilon_t = \frac{2\pi(r+u)-2\pi}{2\pi r} \quad \text{ou excluindo fator comum } 2\pi \quad \varepsilon_t = \frac{u}{r} \quad (8)$$

Eliminando nestas expressões o valor de u , obtemos a equação (9)

$$\frac{d(\varepsilon_t r)}{dr} - \varepsilon_t = 0 \quad (9)$$

Vejamos agora as equações de equilíbrio.

Destaquemos do cilindro um elemento em forma de hexaedro curvilíneo (Figura 5). As dimensões deste elemento são dr , dz e $r d\varphi$.

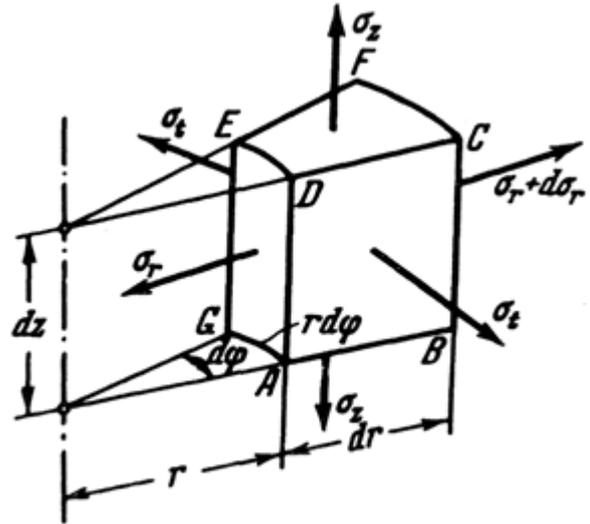
Nas seções axiais do cilindro, plano ABCD do elemento, seguindo as condições de simetria axial e definições de Feodosiev (1977), mantêm-se apenas as tensões normais σ_t e as tensões tangenciais não existem. Essas tensões normais serão chamadas de tensões circunferenciais. Acompanhando o raciocínio de Feodosiev, assumiremos que as tensões tangenciais nas seções transversais do cilindro, superfície CDEF do elemento, também serão nulas. Isto advém da condição da independência dos deslocamentos u quando relacionado à coordenada z . Na seção transversal podem ter lugar tensões normais, em relação ao eixo, σ_z que são geradas pelo carregamento longitudinal do cilindro. Assume-se que estas tensões são constantes ao longo do eixo e ao longo do raio do cilindro.

Figura 4 – Variação u no diâmetro



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Figura 5 – Elemento destacado do cilindro



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Como os esquemas ABCD e CDEF são primários, o esquema ADEG também será primário. Feodosiev (1977) denota por σ_r a tensão neste plano, essa tensão é chamada de tensão radial. Indo do raio r para o raio $r+dr$, a tensão σ_r recebe um incremento $d\sigma_r$. Olhando a questão desta forma, vemos que o problema de determinar tensões e deslocamentos no corpo simétrico é resolvido por um único argumento, o do raio r . Feodosiev diz que ao se projetar as forças que atuam sobre o elemento na direção do raio, obtém-se a seguinte condição de equilíbrio:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\varphi dz - \sigma_r r d\varphi dz - \sigma_t dr dz d\varphi = 0,$$

Daí pode-se chegar na equação (10).

$$\Sigma r + \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_t = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d(\sigma_r r)}{dr} - \sigma_t = 0 \quad (10)$$

As demais equações de equilíbrio para o elemento são satisfeitas como identidades. De acordo com a lei de Hooke generalizada, as tensões σ_r , σ_t , σ_z estão relacionadas aos alongamentos ϵ_r e ϵ_t conforme equação (11):

$$\epsilon_r = \frac{\sigma_r - \mu(\sigma_t + \sigma_z)}{E}, \quad \epsilon_t = \frac{\sigma_t - \mu(\sigma_r + \sigma_z)}{E} \quad (11)$$

Feodosiev (1977) considera que já conhecemos a tensão σ_z das condições de aplicação das forças axiais nas extremidades do cilindro.

Introduzindo os valores ϵ_r e ϵ_t na equação (9), obtemos como um complemento da equação de equilíbrio a expressão (12)

$$\frac{d(\sigma_t r)}{dr} - \sigma_r = 0 \quad (12)$$

Somando e subtraindo termo a termo das equações (10) e (12), obtém-se duas equações novas:

$$\frac{d}{dr}[(\sigma_t + \sigma_r)r] - (\sigma_t + \sigma_r) = 0 \quad ; \quad \frac{d}{dr}[(\sigma_t - \sigma_r)r] + (\sigma_t - \sigma_r) = 0$$

E ao solucionar, obtemos que

$$\sigma_t + \sigma_r = 2A \quad ; \quad \sigma_t - \sigma_r = \frac{2B}{r^2}$$

Dadas A e B como constantes arbitrárias, determinamos a seguir a equação (13)

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} \quad \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \quad (13)$$

Pra equação acima, σ_t usa o sinal de + e σ_r usa o sinal de - .Podemos calcular o deslocamento u a partir da expressão (8), se ϵ_t já estiver determinado, segundo a lei de Hooke, da equação (11), pode se chegar na expressão (14)

$$U = \frac{1}{E} \left[A (1 - \mu)r + B \frac{1+\mu}{r} - \mu \sigma_z r \right] \quad (14)$$

Determinação dos deslocamentos e das tensões no cilindro de paredes grossas

Consideremos a letra a para raio interno e b para raio externo (Figura 6), e que ao cilindro estão aplicadas a pressão interna p_a e a pressão externa p_b , simultaneamente. Quando $p_b = 0$ ou $p_a = 0$, segundo Feodosiev, podemos individualizar somente a pressão interna ou somente a externa. necessário considerar na ocasião, que se o cilindro tem fundo (Figura 7 a), neste último surge uma força axial de tração, igual a $p_a \pi a^2 - p_b \pi b^2$. A tensão axial σ_z será dada na equação (15)

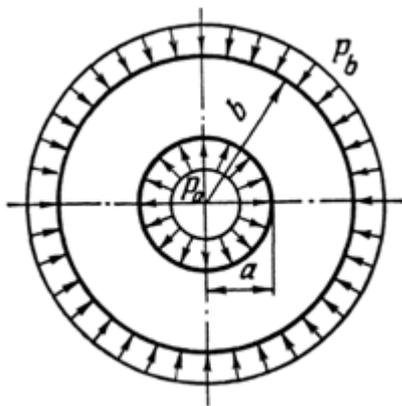
$$\sigma_z = \frac{(p_a a^2 - p_b b^2)}{b^2 - a^2} \quad (15)$$

Para Feodosiev, o comprimento do cilindro deve ser suficientemente grande para que a distribuição da tensão σ_z seja constante na seção transversal e a influência dos fundos sobre

os deslocamentos radiais do cilindro possa ser desprezada. Além disto, analisemos o caso quando $\sigma_z = 0$, como ocorre, por exemplo, com o cilindro que vemos na Figura 7 b.

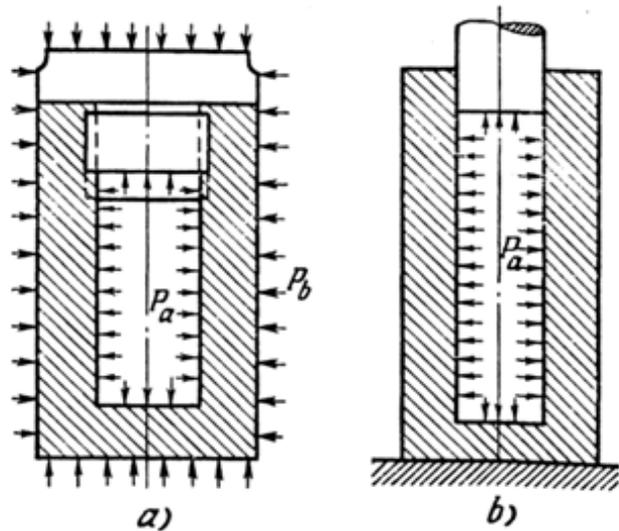
O problema de determinação das tensões e dos deslocamentos no cilindro de paredes grossas denomina-se *problema de Lamè*, em homenagem ao cientista do século passado que propôs a solução deste problema na base das equações acima escritas.

Figura 6 – Cilindro sob pressão interna e externa



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Figura 7 – Distribuição da tensão σ_z



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Voltando à expressão (13), determinamos as constantes A e B na base das seguintes condições de contorno: quando $r = a$ $\sigma_r = -p_a$; quando $r = b$ $\sigma_r = -p_b$ isto é,

$$A - \frac{B}{a^2} = -p_a \quad ; \quad A - \frac{B}{b^2} = -p_b$$

Dáí vem que

$$A = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \quad ; \quad B = \frac{a^2 b^2 (p_a - p_b)}{b^2 - a^2}$$

Como resultado, em vez das equações (13) e (14), obtemos as equações (16) e (17)

$$\sigma_t = \frac{(p_a a^2 - p_b b^2)}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2 (p_a - p_b)}{r^2 (b^2 - a^2)} \quad \sigma_r = \frac{(p_a a^2 - p_b b^2)}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2 (p_a - p_b)}{r^2 (b^2 - a^2)} \quad (16)$$

$$U = \left[\frac{1-\mu}{E} \right] \cdot \left[\frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \right] \cdot r + \left[\frac{1+\mu}{E} \right] \cdot \frac{a^2 b^2}{r} \cdot \frac{(p_a - p_b)}{b^2 - a^2} - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_z \cdot r \quad (17)$$

A existência da tensão axial σ_z exerce influência somente sobre o valor do deslocamento axial u . Feodosiev (1977). Quando o cilindro sofre uma pressão no sentido axial, de acordo com as expressões (15) e (16), obtemos a equação (18)

$$U = \left[\frac{1-2\mu}{E} \right] \cdot \left[\frac{(pa a^2 - pb b^2)}{b^2 - a^2} \right] \cdot r + \left[\frac{1+\mu}{E} \right] \cdot \frac{[a^2 b^2 (pa - pb)]}{r (b^2 - a^2)} \quad (18)$$

Se a força axial não existe, então é possível chegar à equação (19)

$$U = \left[\frac{1-\mu}{E} \right] \cdot \left[\frac{(pa a^2 - pb b^2)}{b^2 - a^2} \right] \cdot r + \left[\frac{1+\mu}{E} \right] \cdot \frac{[a^2 b^2 (pa - pb)]}{[r (b^2 - a^2)]} \quad (19)$$

Examinemos, agora, alguns casos particulares. Um cilindro submetido somente à pressão interna. Neste caso $pa = p$ e $pb = 0$. A expressão (16) adquire a forma da equação (20)

$$\sigma_t = \left[p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \right] \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \quad \sigma_r = \left[p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \right] \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (20)$$

Vemos na Figura 8 os diagramas de variação de σ_r e σ_t ao longo da espessura do cilindro submetido a uma pressão interna. Feodosiev (1977) evidencia que a tensão circunferencial é de tração e a tensão radial é de compressão. O valor de σ_t atinge o máximo junto da superfície interior:

$$\sigma_t (r = a) = p \frac{(b^2 + a^2)}{b^2 - a^2}$$

Neste caso a tensão radial é igual a $-p$. Segundo a teoria de tensões tangenciais máximas (isto é, no caso da ausência da força axial, ou seja, quando $\sigma_z = 0$), σ_{eqv} é trazida na seguinte equação e pode ser simplificada posteriormente para a equação (21)

$$\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_3 = p \frac{(b^2 + a^2)}{b^2 - a^2} - (-p)$$

Ou

$$\sigma_{eqv} = p \cdot \frac{2b^2}{b^2 - a^2} \quad (21)$$

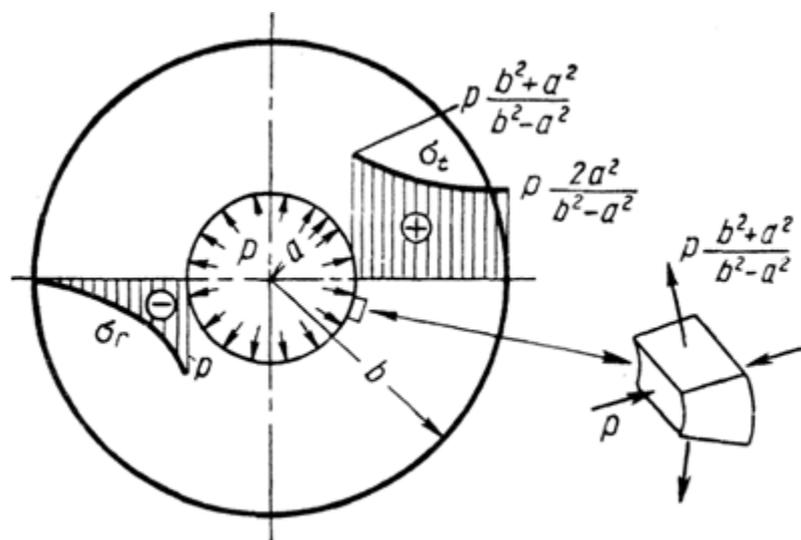
É muito importante seguir como variam as tensões σ_r e σ_t à medida que diminui a espessura do cilindro. Admitamos $b = a + \delta$, sendo δ a espessura do cilindro. Então

$$\sigma_t (r = a) = p \frac{(a + \delta)^2 + a^2}{\delta (2a + \delta)} \quad ; \quad \sigma_t (r = b) = p \frac{2a^2}{\delta (2a + \delta)}$$

Quando o valor de δ é pequeno: $\sigma_t (r=a) \approx \sigma_t (r=b) \approx p \cdot a/\delta$. Feodosiev (1977)

Feodosiev diz ainda que a tensão radial σ_r junto à superfície interior é dada por $a - p$, e junto à superfície exterior, nula, independentemente da espessura do cilindro. Para o caso de cilindro com parede de espessura pequena, as tensões circunferenciais tendem a se distribuir de forma uniforme pela espessura e as tensões radiais são pequenas em comparação com as circunferenciais na mesma medida em que a espessura δ é pequena em comparação com o raio.

Figura 8 – Distribuição da tensão radial σ_r e circunferencial σ_t



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

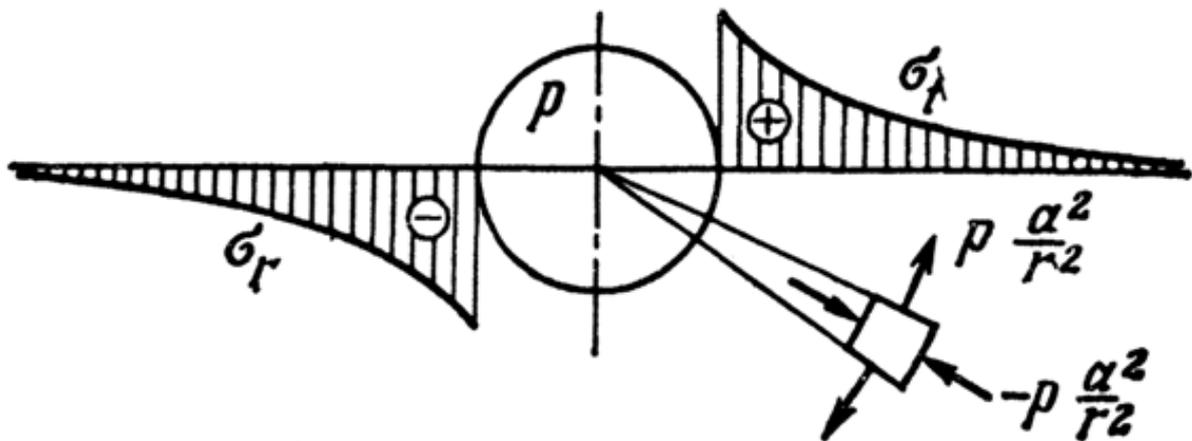
Se a espessura do cilindro for aumentada, segundo Feodosiev (1977), a tensão máxima a que está sujeito diminuirá a pressão constante, mas essa redução não é ilimitada. Vamos analisar o caso $b \rightarrow \infty$, ou seja, quando a espessura do cilindro é infinita. Então a expressão (20) tem a forma

$$\sigma_t = +p \cdot \frac{a^2}{r^2} \quad ; \quad \sigma_r = -p \cdot \frac{a^2}{r^2}$$

Isso significa, para Feodosiev (1977), que quando a espessura da parede do cilindro é infinitamente grande, a tensão radial em qualquer ponto é igual à tensão circunferencial (Figura 9) e quando a tensão axial não existe, todos os pontos são submetidos a tensão de cisalhamento pura. Vemos que a tensão é inversamente proporcional ao quadrado do raio r . Por exemplo, supondo que $r = 4a$, em pontos localizados a essa distância do eixo, a tensão será responsável

por apenas 1/16 da tensão máxima. Portanto, quando é necessária uma precisão de cálculo da ordem de 5 - 6% (maior precisão não é possível devido à imperfeição elástica do material. Feodosiev (1977)), o cilindro, onde a razão $(b/a) > 4$, pode ser pensado como um cilindro de paredes infinitamente espessas. O importante é que neste caso, segundo Feodosiev, somos completamente independentes da forma do contorno externo. Se todos os pontos do contorno externo estiverem a mais de $4a$ do eixo do furo interno, a forma do contorno externo pode ser arbitrária. O cálculo de corpos elásticos como visto, por exemplo, na Figura 10 é obviamente reduzido ao diagrama de um cilindro de paredes infinitamente espessas.

Figura 9 – σ_r X σ_t quando espessura da parede do cilindro é infinitamente grande



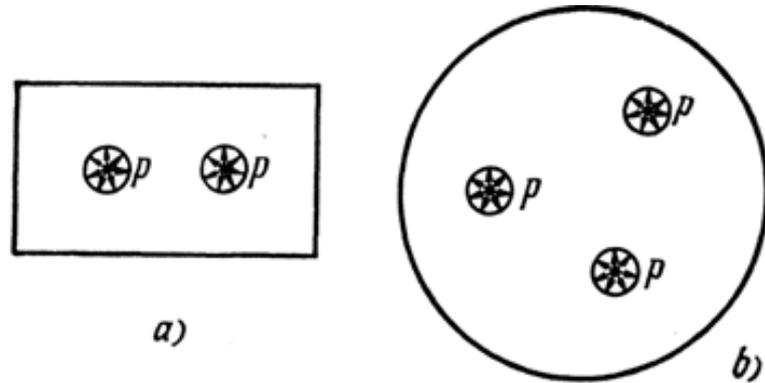
Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

De acordo com a expressão (21), a tensão equivalente, quando $b \rightarrow \infty$, será

$$\sigma_{eqv} = 2p$$

Logo, se, por exemplo, o limite de elasticidade do material é 6000 kgf/cm^2 , então quando a espessura do cilindro é infinitamente grande, as deformações serão elásticas desde que a pressão não ultrapasse 3000 kgf/cm^2 .

Figura 10 – Aproximação cilindro de parede infinitamente grossa



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

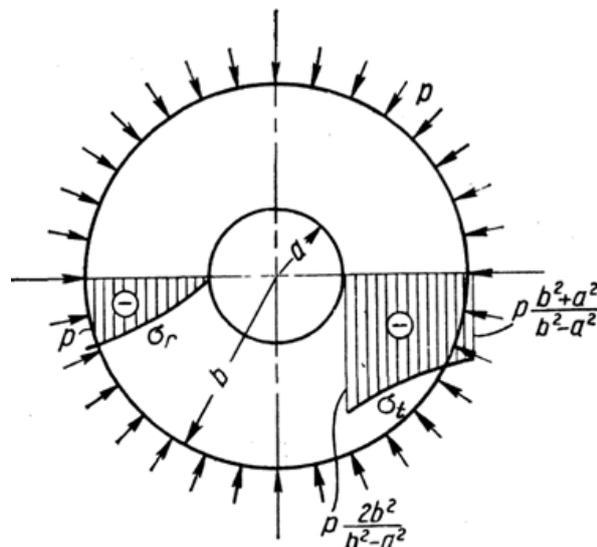
Mais adiante analisaremos as possibilidades que existem para garantir a resistência no caso de pressões mais altas. Cilindro submetido a uma pressão externa. Neste caso $p_a = 0$, $p_b = p$. A expressão (16) adquire a seguinte forma:

$$\sigma_t = -\frac{p \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \quad \text{e} \quad \sigma_r = -\frac{p \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

Vemos na Figura 11 os diagramas das tensões ao longo da espessura do cilindro para este caso de aplicação da carga. A tensão equivalente máxima tem lugar junto da superfície interior do cilindro. No caso de ausência da força axial, Feodosiev (1977), esta expressão a seguir coincide com a que foi obtida para o caso de pressão interna.

$$\Sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_3 = 0 - \left(-p \frac{2b^2}{b^2 - a^2}\right) \quad \text{ou} \quad \sigma_{eqv} = p \frac{2b^2}{b^2 - a^2}$$

Figura 11 – Distribuição de σ_r e σ_t quando submetido somente à pressão externa.



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

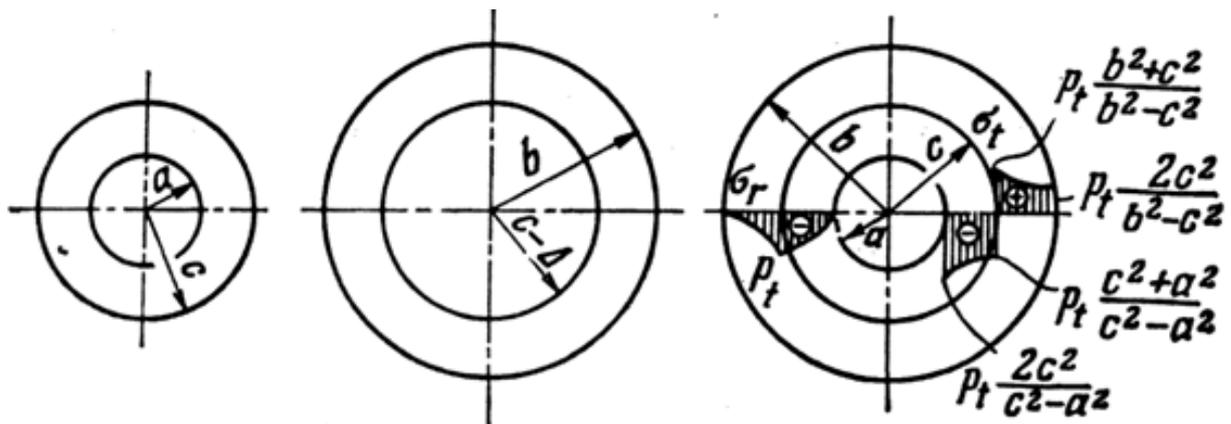
Se o orifício interior não existe, isto é, se $a = 0$, então as tensões no cilindro estão distribuídas de maneira uniforme, conforme a expressão seguinte expõe. Feodosiev (1977).

$$\sigma_r = \sigma_t = -p$$

2.1.3 Vaso de Pressão de Parede Composta

Seguindo a linha de raciocínio de Feodosiev (1977), foi visto que o aumento da espessura em muitos casos não pode garantir a resistência requerida do tubo, caso em que $b > 4a$. Quando a espessura tende ao infinito, $\sigma_{eqv} = 2p$. Se é preciso manter uma pressão alta, por exemplo, 1.500 MPa, num recipiente de paredes grossas, é preciso que o limite de escoamento do material seja pelo menos duas vezes superior, isto é, 3.000 MPa.

Figura 12 – Distribuição de σ_r e σ_t em cilindros acoplados



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Atualmente não existem materiais de resistência tão alta, mesmo em 2022, quando este trabalho foi produzido, nenhum aço com limite de escoamento tão alto foi encontrado na literatura disponível. Novas soluções construtivas devem ser buscadas para situações em que a pressão de trabalho supera o que um vaso de parede grossa simples pode suportar. Uma destas soluções é a criação de cilindros compostos, acoplados sob pressão.

Consideremos dois cilindros (Figura 12). Chamaremos o raio interno do primeiro cilindro de a , e o raio externo de c . Atribuiremos b para o raio externo do cilindro maior e $c - \Delta$, para o raio interno do cilindro externo, onde Δ é o aperto do acoplamento, ou seja, Δ é o quão menor será o raio interno do cilindro maior em relação ao raio externo do cilindro menor. Se aquecer o cilindro maior, o seu diâmetro interno dilatará e o cilindro menor poderá ser

introduzido livremente nele. Quando o cilindro maior esfriar, entre eles aparece a pressão de contato p_k .

Feodosiev determina a pressão p_k considerando que durante o acoplamento o raio externo do cilindro menor diminui e os pontos do cilindro situados na superfície de contato sofrem um deslocamento negativo u_1 . O raio interno do cilindro maior aumenta. Logo, neste caso surge o deslocamento positivo $+u_2$. O valor $u_2 + (-u_1)$ deve ser igual ao aperto Δ , conforme equação (22):

$$u_2 - u_1 = \Delta \quad (22)$$

O deslocamento u_1 determina-se pela fórmula (19) na base da suposição de que $p_a = 0$, $p_b = p_k$ da substituição de b e r por c . Obtemos então

$$U_1 = - \left[\frac{1 - \mu}{E} \right] \cdot \left[\frac{c^3 p_k}{c^2 - a^2} \right] - \left[\frac{1 + \mu}{E} \right] \cdot \frac{a^2 \cdot c \cdot p_k}{c^2 - a^2}$$

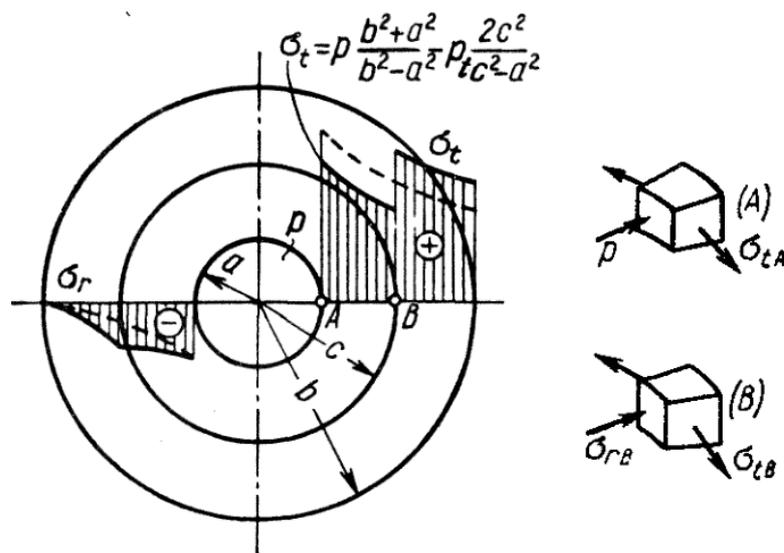
Pela fórmula (19) determinamos também o valor de u_2 . Consideramos para isto que $p_a = 0$; $p_b = p_k$; $a = r = c$:

$$U_2 = \left[\frac{1 - \mu}{E} \right] \cdot \left[\frac{c^3 \cdot p_k}{b^2 - c^2} \right] + \left[\frac{1 + \mu}{E} \right] \cdot \frac{b^2 \cdot c \cdot p_k}{b^2 - c^2}$$

Consideramos que o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson μ são iguais para ambos os cilindros. Em conformidade com a expressão (22), determinamos a equação (23)

$$p_k = \left(\frac{E\Delta}{2c^3} \right) \frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2} \quad (23)$$

Figura 13 – Tensões somadas algebricamente às tensões preliminares de aperto



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Então, devido ao acoplamento, o cilindro interno sofre a ação da pressão exterior p_k e o cilindro externo sofre a recíproca pressão interior. Vemos na Figura 12 a distribuição das tensões nos cilindros em acoplamento. Ao aplicarmos uma pressão interior ao cilindro composto, suas duas partes irão trabalhar como uma única peça e surgirá neste cilindro composto, segundo Feodosiev, tensões determinadas pela fórmula (20). Estas tensões devem ser somadas algebricamente às tensões preliminares de aperto (Figura 13). Nos pontos internos que sofrem a maior tensão, tanto tensões de trabalho quanto de aperto têm diversos sinais. Por isso, a tensão total no interior diminui e o cilindro composto é capaz de resistir uma pressão superior à de um cilindro comum. Entretanto, é preciso levar em consideração que, devido ao aperto, aumentam as tensões na zona de contato do cilindro exterior. O aperto Δ deve ser dimensionado para que, quando submetido à pressão de trabalho, garanta a resistência não somente do cilindro interno, mas também do externo. Compõe-se então a equação de resistência igualando os dois cilindros (Figura 13):

$$\sigma_{eqvA} = \sigma_{eqvB}$$

Em conformidade com a expressão (16), obtemos no ponto A a equação (24)

$$\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_3 = \left[p \cdot \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right] - \left[pk \frac{2c^2}{c^2 - a^2} \right] - (-p) \quad (24)$$

no ponto B

$$\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_3 = \left[\frac{p \cdot a^2}{b^2 - a^2} \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right] + \left[pk \frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} \right] - \left[\frac{pa^2}{b^2 - a^2} \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right] - (-pk)$$

Igualando estas expressões obtemos a equação (25)

$$p \frac{b^2(c^2 - a^2)}{c^2(b^2 - a^2)} = pk \cdot \left[\frac{b^2}{b^2 - c^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2} \right] \quad (25)$$

Se introduzirmos aqui o valor de p_k da expressão (23), poderemos determinar, conforme equação (26), o valor do aperto Δ que garanta a resistência igual nas condições de pressão de trabalho p dada

$$\Delta = \left(\frac{2p}{E} \right) \cdot \frac{cb^2(c^2 - a^2)}{b^2(c^2 - a^2) + c^2(b^2 - c^2)} \quad (26)$$

E se, finalmente, excluir da expressão (24) a pressão de contacto p_k (25), obtemos que

$$\sigma_{eqv} = p \frac{2b^2}{b^2 - a^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\frac{b^2}{b^2 - c^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2}} \right]$$

Feodosiev determina que este valor atinge o mínimo quando $c = \sqrt{ab}$, conforme equação (27)

$$\sigma_{eqv\text{mín}} = p \frac{b}{b-a} \quad (27)$$

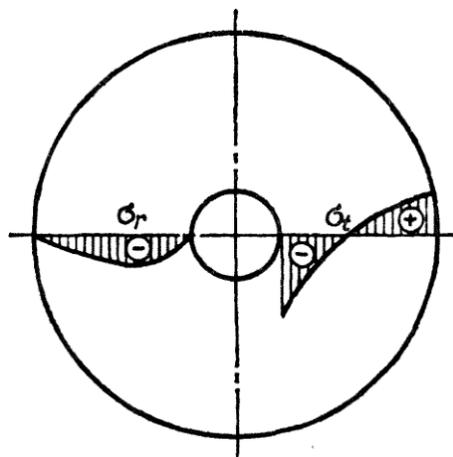
Estas relações são denominadas condições de Gadolin, em homenagem ao cientista russo que foi o primeiro a obtê-las. Comparando as expressões (27) e (21) nota-se que o acoplamento resulta numa importante diminuição da tensão equivalente. Comparativamente analisemos a relação das expressões de σ_{eqv} obtidas por estas fórmulas:

$$\frac{\sigma_{eqv\text{mín}}}{\sigma_{eqv}} = \frac{(b+a)}{2b}$$

Se o raio interior a do cilindro é pequeno, então o acoplamento dos tubos, segundo as relações de Gadolin, diminui quase pela metade a tensão equivalente. Para os tubos de paredes finas, ou seja, quando $a \approx b$, o acoplamento dos tubos não surte efeito.

Segundo as considerações de Feodosiev, 1977, na técnica de altas pressões, além do acoplamento, utiliza-se um outro método que consiste em submeter o cilindro previamente à pressão interna, superior à pressão de trabalho, de forma que nas camadas internas do cilindro ocorram deformações plásticas, mas estas não chegam a deformar plasticamente a região central e externa das paredes. Retirada a pressão, permanecem tensões elásticas de tração nas camadas externas do cilindro e nas camadas internas ocorrem tensões de compressão (Figura 14).

Figura 14 – Tensões residuais no conjunto de tubos



Fonte: adaptado de Féodosiev (1977).

Depois, quando o cilindro é submetido à pressão, as tensões residuais são somadas às tensões de trabalho de forma que nas camadas internas ocorre uma diminuição parcial da carga. O material do cilindro não sofre deformações plásticas contanto que a pressão de trabalho não exceda a pressão de compressão preliminar.

Expostas todas as fundamentações teóricas a respeito das tensões atuantes em vasos de pressão de paredes finas, paredes grossas e paredes compostas, inicia-se então a aplicação de toda a teoria no Software EES.

2.2 ENGINEERING EQUATION SOLVER (EES)

O software EES tem como objetivo resolver equações de engenharia que envolvam desde simples equações lineares até equações diferenciais.

O acesso ao software foi possível através da licença acadêmica disponibilizada para a UNESP no Campus de Guaratinguetá. O fato de não ser um software gratuito, não é um impeditivo para os alunos da graduação, uma vez que podem, além de usar o software nos laboratórios da Faculdade, baixar o VPN em seus próprios computadores e continuar o desenvolvimento acadêmico em suas casas.

Segundo seu desenvolvedor, F-Chart Software, ele pode resolver numericamente milhares de equações algébricas e diferenciais não lineares acopladas. O programa também pode ser usado para resolver equações diferenciais e integrais, fazer otimização, fornecer análises de incerteza, realizar regressão linear e não linear, converter unidades, verificar a consistência da unidade e gerar gráficos com qualidade de publicação.

Muito utilizado na área de energia, este software tem em sua biblioteca diversas tabelas termodinâmicas para diversos tipos de fluidos. Ele pode, por exemplo, incluir o valor de volume específico do fluido na equação, sem que seja necessária a sua prévia informação. Isso é feito através do cruzamento de dados de pressão x Temperatura, por exemplo. Neste caso, ele automatiza o processo da busca em tabelas termodinâmicas. Processo que demanda tempo, atenção, eventual necessidade de interpolação, ou seja, acréscimo de contas, o que aumenta a possibilidade de ocorrência de erros no processo.

O software, entre outros recursos, possui equações de momento de inércia prontas (muito útil nos desenhos mecânicos), simulador de combustor, compressor, bombas entre outros componentes necessários em cálculos de ciclos que incluem adição de combustível, obtenção de potência através de turbinas e etc.

A decisão pela utilização do software EES neste trabalho, ocorreu também pela facilidade de compreensão através da sua interface com usuário.

É possível deixar as equações utilizadas na resolução de projetos em evidência, tanto quanto é possível suprimi-las e deixar somente a representação gráfica dos componentes, os inputs (que devem ser dados pelo usuário) e os outputs, que são os resultados desejados no projeto.

Dentre os inúmeros recursos do software, as principais janelas utilizadas neste trabalho, foram a janela de equações, onde as principais equações unidades são atribuídas e a janela de diagrama, onde as representações gráficas são desenhadas, os campos de entrada e saída são criados e algumas equações condicionais podem ser estabelecidas (no caso, opção de selecionar equações de parede fina ou de parede composta, em função das condições apresentadas).

3 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

O software permite configurar unidades da forma desejada, porém, sem a correta correção, ele não reconsidera as alterações de unidade e continua fazendo as equações analisando os números de forma absoluta. Cabe ao desenvolvedor, considerar e fazer as análises dimensionais, para que todo o potencial do software não seja inutilizado devido ao erro de conversões de unidades.

Para mitigar a possibilidade de erros, quando não se é exigida nenhuma unidade específica, sugere-se o uso das unidades no sistema internacional (SI).

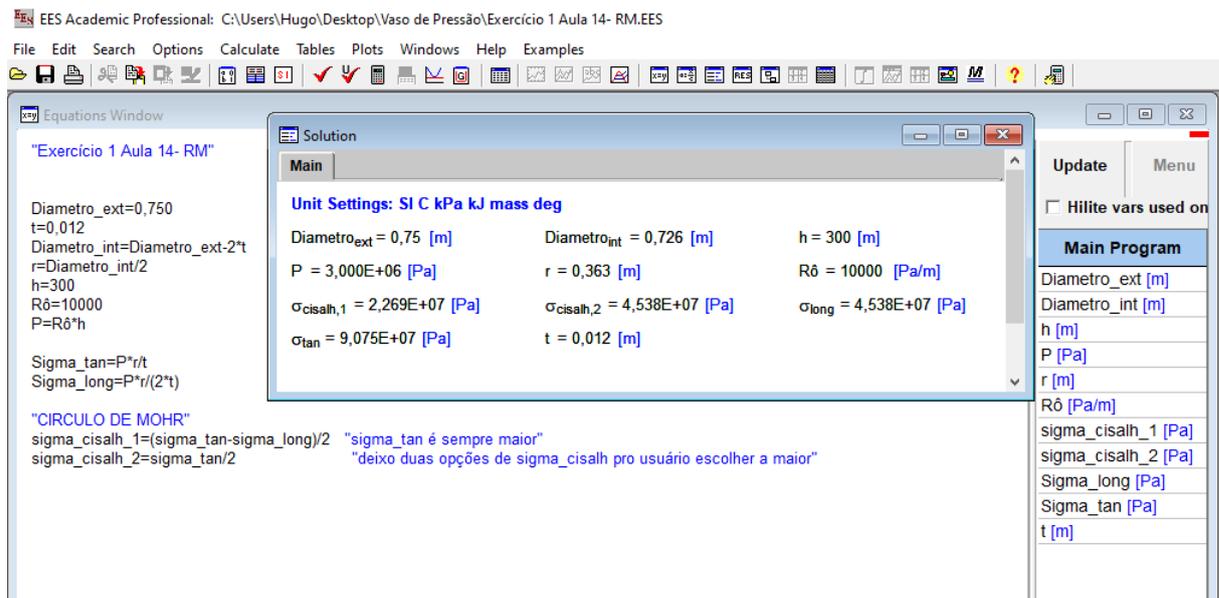
Neste trabalho, para reproduzir com fidelidade uma aplicação das equações de Feodosiev, usaremos as mesmas unidade do exemplo buscado na literatura.

3.1 SIMULAÇÃO PAREDE FINA

No Exemplo 1 Uma tubulação de água com $\varnothing_{\text{ext}} = 750 \text{ mm}$ e 12 mm de espessura de parede, liga um reservatório em A até uma subestação geradora em B. Sabendo-se que a altura do reservatório em relação a subestação é de 300 m, determine a máxima tensão de cisalhamento na tubulação. Peso específico da água = 10 kN/m^3 .

Segundo Beer et al (1995), é possível desenhar as tensões principais (tangencial e longitudinal) no círculo de Mohr e, a partir daí, conhecer o valor da tensão cisalhante máxima (no eixo das ordenadas).

Figura 15 – Simulação do Exemplo 1



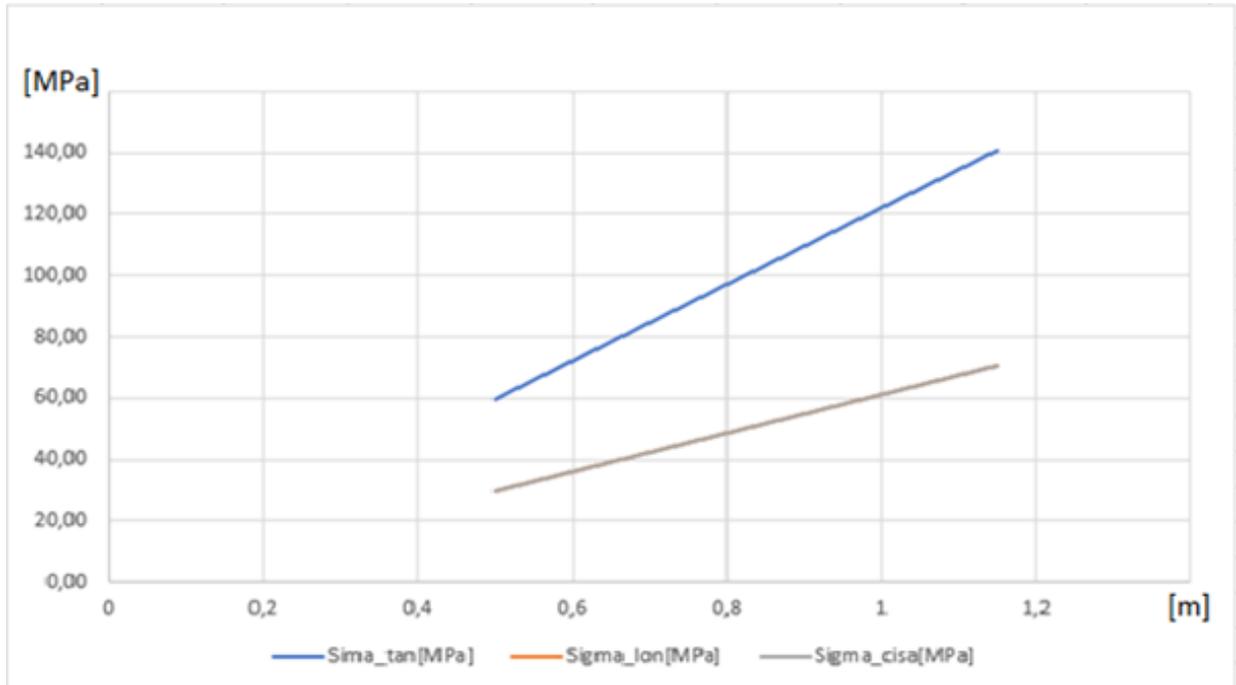
Fonte: Produção do próprio autor.

Da Figura 15, tem-se a resposta da máxima tensão de cisalhamento solicitada ($\sigma_{\text{cisalh},2} = 45,38\text{MPa}$), conforme indicado na janela Solution.

Aproveitando o equacionamento já disponível do Exemplo 1, outras configurações são analisadas, alterando-se somente o valor do diâmetro externo, mantendo-se a espessura de parede, as propriedades do fluido e a altura de coluna d'água

A Figura 16 ilustra como as tensões tangenciais (circunferencial), longitudinais e de cisalhamento máximo variaram em função das alterações feitas somente no diâmetro externo.

Figura 16 – Comportamento das Tensões em função do Diâmetro.

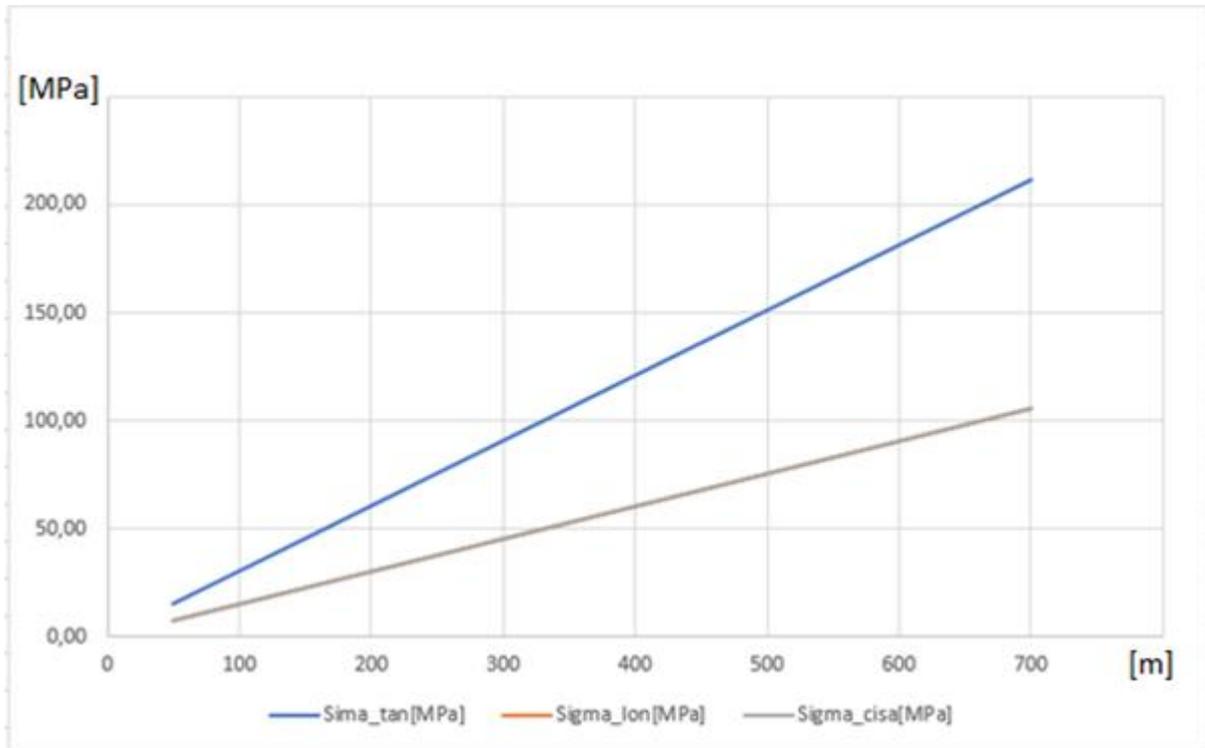


Fonte: Produção do próprio autor.

Conforme observado na Janela Solution (Figura 15), Sigma_lon é idêntico ao Sigma_cisa (máxima tensão de cisalhamento), por isso, um se sobrepõe ao outro no gráfico da Figura 16, aparentando inexistência de Sigma_lon. Este fato nos permitiu concluir que, mantendo-se os outros parâmetros, quando se altera o diâmetro externo do tubo, a tensão cisalhante máxima continua idêntica à tensão longitudinal, e ambas permaneceram com valor igual à metade da tensão circunferencial (tangencial). A partir daí, considerando a manutenção do cenário do Exemplo 1, quando se cogitar alteração de tubo com mesma espessura de parede, basta que se calcule a tensão tangencial no tubo para que se garanta que todas as outras tensões estarão abaixo da tensão máxima atuante na parede do tubo.

A Figura 17 ilustra a relação das tensões (tangencial, longitudinal e cisalhamento máximo) em função da altura da coluna d'água, sem se alterar as dimensões (diâmetros e espessura) do tubo, nem propriedades do fluido.

Figura 17 – Comportamento das Tensões em função da altura da coluna d'água.



Fonte: Produção do próprio autor.

Novamente (Figura 17) a tensão Sigma_lon foi sobreposta pela tensão Sigma_cisa , ou seja, permaneceram idênticas para todos os valores de colunas d'água. E, novamente, o valor de Sigma_tan foi o dobro das outras tensões atuantes, ratificando equações apresentadas por Beer et al (1995). O que nos permitiu concluir que, por exemplo, durante o enchimento de um reservatório cilíndrico, momento em que a coluna d'água está variando, a tensão crítica a ser observada, continua sendo a tensão tangencial (circunferencial), independentemente do valor do diâmetro, vide Figura 16. Ao se analisar as equações de parede fina, é esperável que as tensões realmente tenham comportamento linear toda vez que a pressão p ou o raio r é alterado. As Figuras 16 e 17 corroboram para a interpretação desse comportamento linear.

3.2 SIMULAÇÃO PAREDE GROSSA

Exemplo 2: pede-se para determinar a dimensão do diâmetro exterior $2b$ do cilindro submetido à pressão interna $p = 500 \text{ atm}$, sendo o coeficiente de segurança igual a dois. O limite de escoamento do material $\sigma_t = \sigma_c = 5000 \text{ kgf/cm}^2$. A dimensão do diâmetro interior é dada: $2a = 10 \text{ cm}$.

Os pontos mais perigosos são os que estão situados junto da superfície interior do cilindro. Pelas fórmulas (20) e (15) obtemos que

$$\sigma_r = -p \quad ; \quad \sigma_t = p \cdot \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \quad ; \quad \sigma_z = p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2}$$

Da fundamentação teórica, chega-se que $\sigma_1 = \sigma_t$ e $\sigma_3 = \sigma_r$, logo

$$\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_3 = p \cdot \frac{2b^2}{b^2 - a^2}$$

Depois de introduzir os valores numéricos, obtemos que

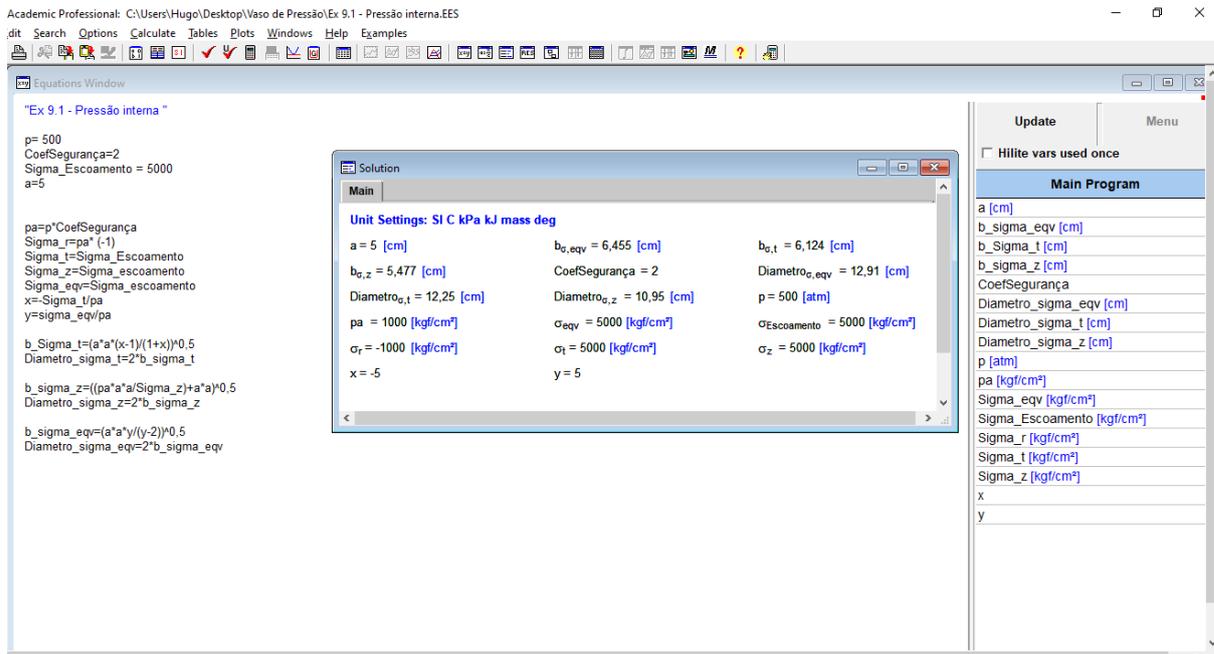
$$2b = 2 \sqrt{\frac{5}{3}} * a = 12,9cm$$

No exemplo 2 deste trabalho, todo o equacionamento mostrado por Feodosiev, nos capítulos anteriores, foi adaptado para sua utilização no EES.

Na Figura 18 tem-se um exemplo da utilização do EES para dimensionamento de um vaso de pressão de parede grossa simples.

Diametro σ_{eqv} , Diametro σ_t e Diametro σ_z são as 3 tensões mais importantes na parede (desconsiderando junções e tensões em outros elementos). No exemplo 2 exposto, buscou-se diretamente o diâmetro que satisfazia a maior tensão (σ_{eqv}), mas para efeito de ilustração de cada necessidade, no software, as 3 tensões foram calculadas, gerando, cada uma, seu respectivo diâmetro mínimo necessário.

Figura 18 – Simulação Exemplo 2 (Parede Grossa)

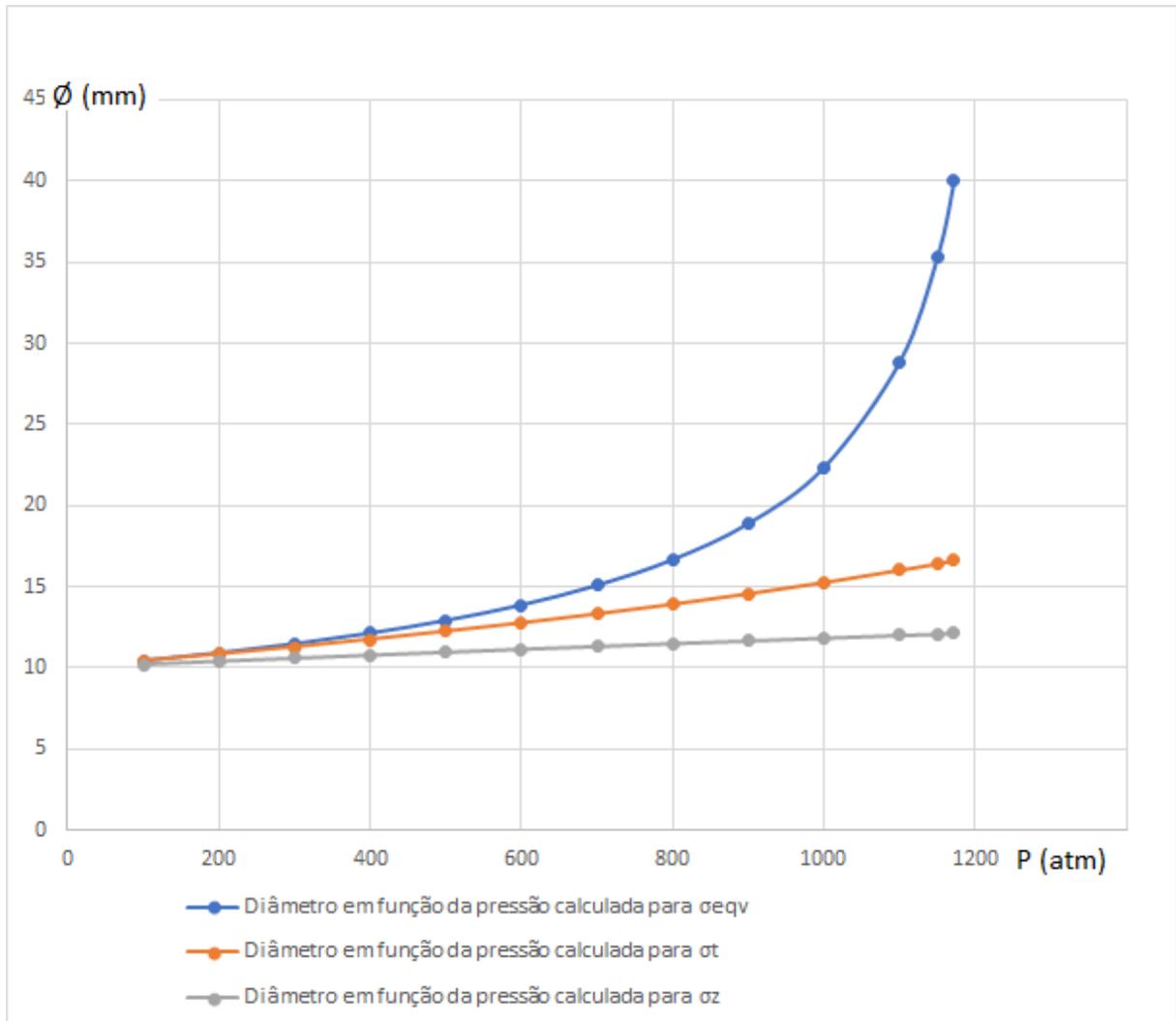


Fonte: Produção do próprio autor.

Feodosiev dimensionou o diâmetro externo $2b$ através do cálculo de 3 tensões atuantes na parede do vaso em questão. Cada uma das 3 tensões gerou um diâmetro $2b$ necessário e, para garantir a satisfação das 3 tensões existentes, escolhe-se o diâmetro $2b$ maior dentre os 3 calculados. Desta forma garante-se que a tensão crítica será atendida e as outras estarão com tensão abaixo da tensão máxima admissível.

Aproveitando-se do equacionamento modelado no Exemplo 2 do EES, outros valores de pressão foram testados e pôde-se observar que, assim como sugerido por Feodosiev, a espessura necessária da parede do vaso de pressão começa a subir vertiginosamente (para cada incremento de pressão) quando o diâmetro $2b$ se aproxima da relação $b=4*a$. O valor da espessura da parede vai ao infinito quando $b>4*a$.

Figura 19 – Diâmetro 2b em Função da Pressão



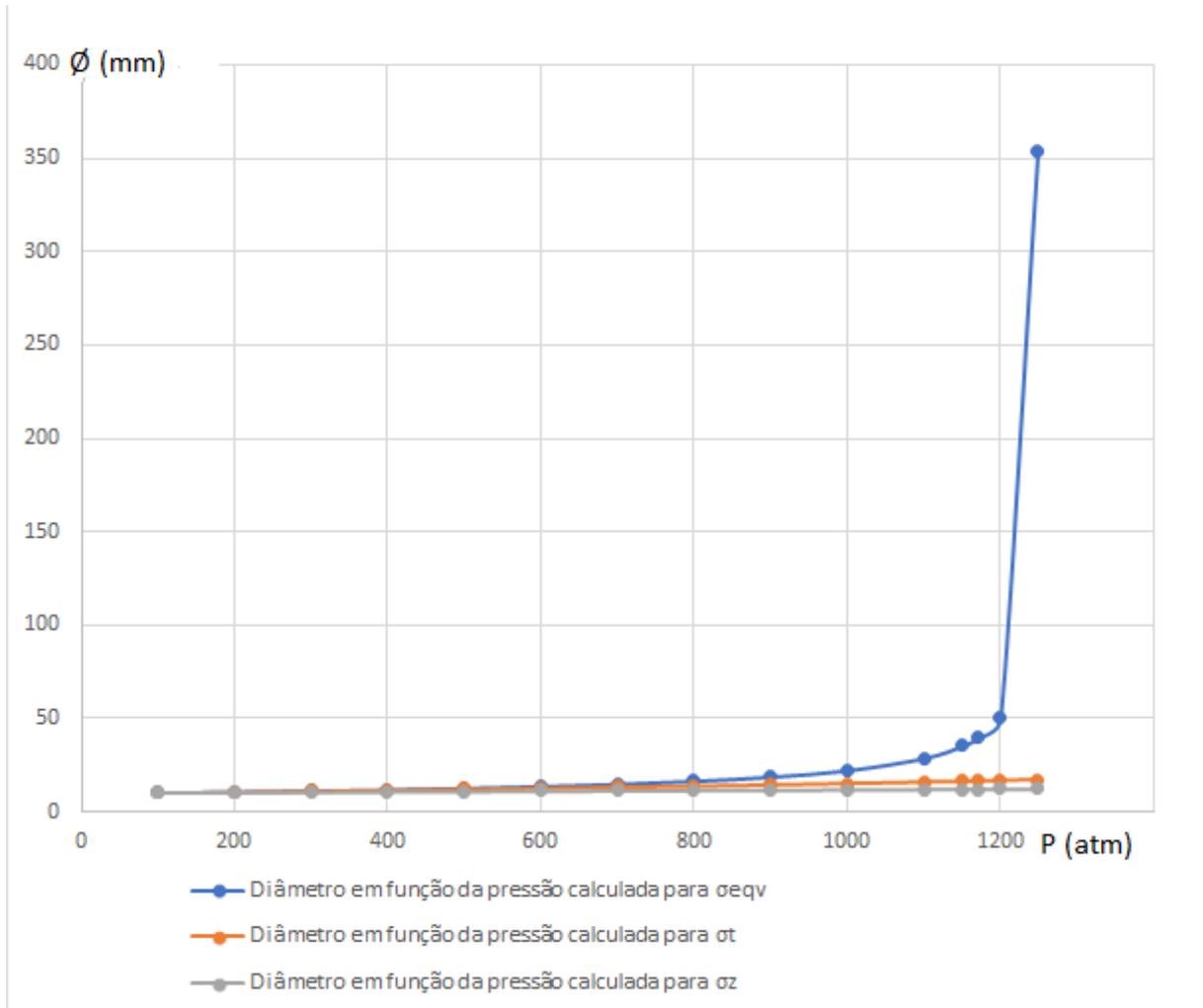
Fonte: Produção do próprio autor.

Observando a Figura 19, percebe-se que σ_t e σ_z não influenciam na decisão de espessura de parede. A tensão crítica é σ_{eqv} .

A espessura da parede aumenta gradativamente conforme a pressão aumenta. Analisando a Figura 19, a grosso modo, isso acontece até quando a relação está $b < 2a$. No trecho seguinte, o aumento da espessura da parede ocorre mais drasticamente, fazendo com que se perceba a necessidade de alguma outra tecnologia de vaso de pressão. Na Figura 19, quando $b=4*a$ já se nota que o incremento dado à espessura torna qualquer projeto inviável. Apenas para tornar isso mais nítido, na Figura 20 é possível analisar o comportamento da curva até quando a pressão é 1249atm.

Ao se substituir valores nas equações do Exemplo 2, a espessura tende a infinito quando $P=1250\text{atm}$.

Figura 20 – Espessura de parede tendendo a infinito



Fonte: Produção do próprio autor.

Visto os números obtidos na Figura 20, percebe-se que valores de pressão interna de até aproximadamente 1.000 atm, exigirão paredes de espessuras que são viáveis para um projeto. A partir de 1200 atm, os valores de parede já estarão totalmente fora do que se julga aceitável em um projeto, ou seja, outro tipo de tecnologia se faz necessário.

3.3 SIMULAÇÃO PAREDE COMPOSTA

Acompanhando outro exemplo da obra de Feodosiev, o software EES foi utilizado desta vez para o dimensionamento de um vaso de pressão de parede composta.

O projeto inicial determina o valor do raio interno, advindo de um volume necessário. A partir deste raio, da pressão interna e das propriedades do material de confecção do vaso,

pode-se calcular os valores de diâmetro intermediário(2c), diâmetro externo (2b) e valor de aperto (Δ), conforme ilustrado ao longo do desenvolvimento teórico dos capítulo 2.1.3.

A partir das equações de Feodosiev, modelou-se o seguinte projeto no software EES.

Exemplo 3:

Determinar as dimensões dos diâmetros 2c e 2b e o valor do aperto Δ para o cano de duas camadas de uma peça de artilharia sendo o diâmetro interior $2a = 100$ mm. A pressão máxima no momento do tiro $p_{\text{máx}} = 2\ 000$ kgf/cm². O material é aço, sendo $E = 2 \cdot (10^3)^2$ kgf/cm². $\sigma_t = \sigma_c = 6\ 000$ kgf/cm². O coeficiente de segurança não pode ser inferior a dois. Pela fórmula (27) determinamos a dimensão b:

$$\frac{6000}{2} = 2000 * \frac{b}{b - a} \rightarrow b = 3a$$

O raio intermediário c representa neste caso a média geométrica entre a e b:

$$c = \sqrt{ab} = a\sqrt{3}$$

Os valores numéricos dos diâmetros são: $2a = 100$ mm, $2b = 300$ mm, $2c = 173$ mm. A expressão (26), após a substituição de c por \sqrt{ab} , adquire a seguinte forma:

$$\Delta = p * \frac{\sqrt{ab}}{E}$$

Logo, o aperto é igual a

$$\Delta = \frac{2000}{2 * 10^6} * \sqrt{50 * 150} = 0,0865 \text{ mm}$$

Na figura 21 apresenta-se a janela de equações com a modelagem e as respostas esperadas do programa.

Figura 21 – Simulação Exemplo 3 (Parede Composta)

The screenshot displays the EES Academic Professional software interface. The main window is titled "Equations Window" and contains the following text:

```

"Ex 9.2 - Parede Dupla"

p= 2000
CoefSeguranca=2
Sigma_Escoamento = 6000
a=50
Diâmetro_a=2*a
E = 2000000

"Sigma_min_eqv= p*b/(b-a)"
Sigma_min_eqv= Sigma_Escoamento/CoefSeguranca
sigma_min_eqv/p = x "criei x só pra facilitar a escrita"
b= a*x/(x-1)
Diâmetro_b=2*b

c=(a*b)^0,5
Diâmetro_c=2*c

DELTA=p*c/E

```

The "Solution" window is open, showing the following results:

Unit Settings: SI C kPa kJ mass deg	
a = 50 [mm]	a _{SI} = 0,05 [m]
b = 150 [mm]	c = 86,6
CoefSeguranca = 2	Δ = 0,0866 [mm]
Diâmetro _a = 100 [mm]	Diâmetro _b = 300 [mm]
Diâmetro _c = 173,2 [mm]	E = 2,000E+06 [kgf/cm ²]
p = 2000 [kgf/cm ²]	p _{SI} = 50,66 [MPa]
σ _{Escoamento} = 6000 [kgf/cm ²]	σ _{Escoamento,SI} = 490,3 [MPa]
σ _{min,eqv} = 3000 [kgf/cm ²]	x = 1,5

At the bottom of the Solution window, a red message states: "5 potential unit problems were detected." A "Check Units" button is visible next to this message. Below the message, the compilation and calculation times are shown: "Compilation time = 125 ms" and "Calculation time = 15 ms".

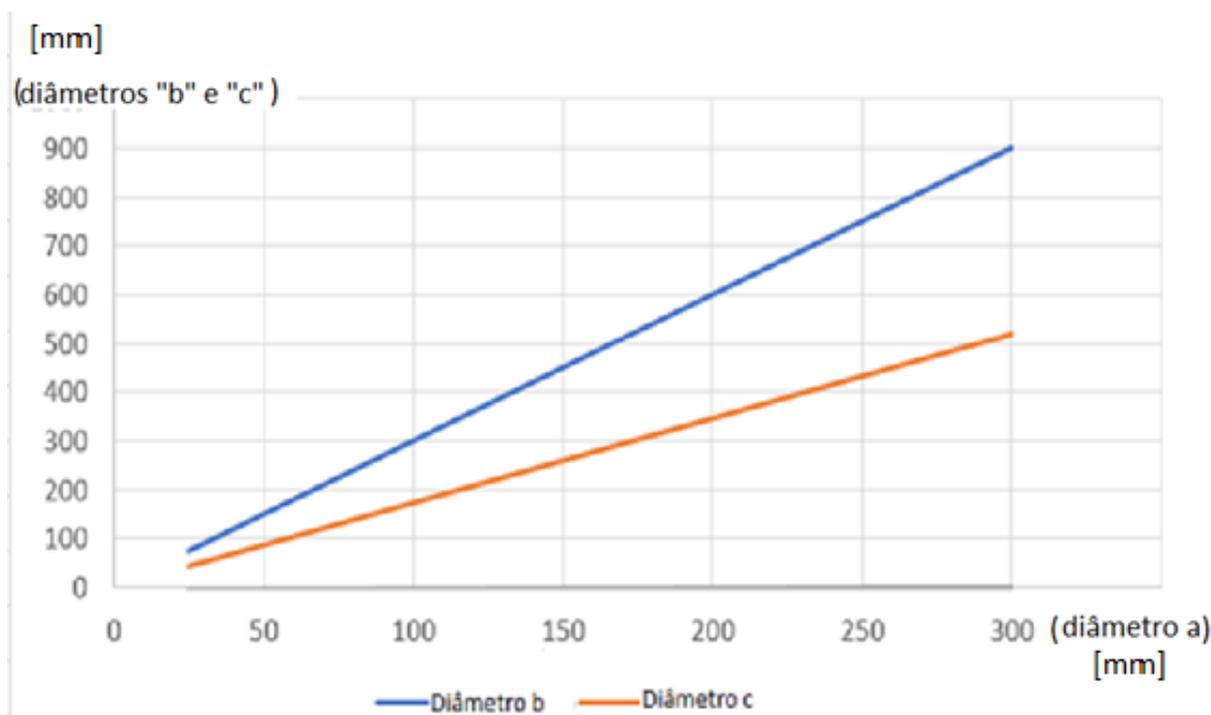
Fonte: Produção do próprio autor.

Note que todos estes equacionamentos podem ser feitos em softwares como planilhas de cálculo e etc.

O diferencial do uso do programa EES é a possibilidade de entrar com outras condições termodinâmicas e obter como resposta a pressão de trabalho que será imposta ao vaso de pressão, ou seja, a pressão de trabalho advinda de tabelas termodinâmicas, pode entrar diretamente como input do EES para cálculo das dimensões das paredes do vaso de pressão. Com utilização dessas vinculações, pode-se, por exemplo determinar a espessura da parede através de outras condições termodinâmicas de trabalho.

Aproveitando-se da modelagem ilustrada na figura 21, fez-se alterações de valores para se obter algumas relações de resposta, como, por exemplo, o comportamento de “b” e “c” em função do raio interno “a”. Isto é ilustrado na figura 22.

Figura 22 – Relação diâmetros “b” e “c” em função de “a”



Fonte: Produção do próprio autor.

3.4 APRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MODELAGEM

Finalmente, notado que a apresentação de toda modelagem somente na janela de equações pode tornar a visualização um pouco poluída, fez-se a utilização da janela de diagramas, onde as equações não precisam ficar necessariamente evidentes. Além disso, a janela de diagramas permite a ilustração das paredes do vaso de pressão, deixando claro o que representa cada incógnita dos inputs e outputs do software.

Na janela de diagrama, pode-se colocar funções que permitem selecionar qual tipo de equacionamento se deseja (para parede fina, composta, etc.).

Na seguinte figura, temos o programa preparado para dois cenários: Receber valores de pressão, raio interno, tensão de escoamento, coeficiente de segurança, módulo de elasticidade, e, a partir destes dados, calcular e informar as seguintes configurações de projeto para a confecção de um vaso de pressão de parede composta: Raio externo do tubo interno, raios interno e externo do tubo externo e o valor de aperto Δ (o quanto a dimensão do raio interno do tubo externo deve se sobrepor ao tubo interno).

Na figura 23, a opção de equacionamento selecionado foi o de paredes compostas, com isso, somente os outputs para parede composta devem ser considerados.

Figura 23 – Exemplo 3 reapresentado com interface para usuário

EES Academic Professional: C:\Users\Hugo\Desktop\Vaso de Pressão\Final\Parede Fina e Parede Composta.EES - [Diagram Window]

File Edit Search Options Calculate Tables Plots Windows Help Examples

Dados

a = [mm]

t = [mm] (Entre com t < 0,1a)

p = [MPa]

E = [MPa]

CoefSegurança =

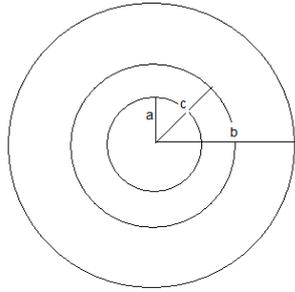
$\sigma_{\text{Escoamento}}$ = [MPa]

DEFINIÇÃO TIPO DE PAREDE

Parede Fina

Parede Composta

Calculate



Parede Fina

$\sigma_{\text{longit}} = 980,5$ [Mpa]

$\sigma_{\text{circunferencial}} = 1961$ [MPa]

Parede Composta

b = 149,9 [mm]

c = 86,59 [mm]

$\Delta = 0,08657$ [mm (Valor de aperto)]

Fonte: Produção do próprio autor.

Observe na figura 24, muda-se a definição do tipo cálculo para Parede Fina. Como resultado, obtém-se tensão circunferencial de quase 2GPa!

Considerando um coeficiente de segurança=2 e tensão de escoamento de 588MPa, a tensão circunferencial não poderia exceder aos 294MPa. Ou seja, a tensão atingiria mais do que 6 vezes a tensão admissível se fosse utilizada uma parede fina neste cano de artilharia. Logo, a própria análise do resultado, permite o usuário alterar a definição do tipo de parede para parede composta. Desta forma, há de haver alguma espessura que satisfaça as condições de pressão de trabalho. E, caso não haja, existe ainda a possibilidade de se alterar propriedades do material (dentro da disponibilidade tecnológica possível para o projeto).

Figura 24 – Janela de Diagrama com cálculos para Parede Fina

Dados

$a = 50$ [mm]
 $t = 5$ [mm] (Entre com $t < 0,1a$)
 $p = 196,1$ [MPa]
 $E = 196133$ [MPa]
 CoefSegurança = 2
 $\sigma_{\text{escoamento}} = 588,4$ [MPa]

DEFINIÇÃO TIPO DE PAREDE

Parede Fina
 Parede Grossa

Calculate

Parede Fina

$\sigma_{\text{longit}} = 980,5$ [Mpa]
 $\sigma_{\text{circunferencial}} = 1961$ [MPa]

Parede Composta

$b = 1$ [mm]
 $c = 1$ [mm]
 $\Delta = 0,08657$ [mm] (Valor de aperto)

Fonte: Produção do próprio autor.

Caso as dimensões já estejam estabelecidas (já exista um vaso de pressão disponível), existe ainda a possibilidade de se alterar o valor de pressão, até chegar numa tensão satisfatória, a fim de concluir qual a destinação ideal para o vaso de pressão de parede fina já existente.

3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme esperado, ao final da modelagem, o software EES apresentou os mesmos resultados que foram obtidos através das contas realizadas manualmente (Divergências nas casas decimais se deram devido ao arredondamento durante a conversão de unidade)

Diferente de softwares que utilizam métodos de elementos finitos para calcular distribuição de tensão sobre um volume, neste trabalho, o EES somente realizou o processamento das equações inseridas na sua rotina, ou seja, uma vez corretamente modelado, o EES fornece respostas idênticas às que seriam obtidas através de contas feitas a lápis e papel.

Como desejado, foi possível modelar as equações e criar interface que permite escolher se o cálculo vai ser feito embasado na teoria das paredes finas ou seguindo a teoria das paredes compostas. A partir da modelagem feita nesta monografia, é possível dizer que outras configurações também são possíveis, como, por exemplo, criar um terceiro botão para calcular casos em que se deseja dimensionar um vaso de pressão de parede grossa simples. Inúmeras

outras configurações de trabalhos podem ser feitas, como por exemplo, botões que insiram valores para propriedades de mais de um metal para permitir comparações de projeto de vaso de pressão.

4 CONCLUSÃO

O presente trabalho permite que os alunos de graduação acessem um software que ainda não faz parte da grade curricular obrigatória e que, conforme apresentado, não se limita às matérias de energia, como Máquinas Térmicas, por exemplo.

O EES pode ser muito bem explorado em diversas áreas da engenharia.

Na modelagem realizada neste trabalho, é possível que o aluno de graduação revise conceitos aprendidos em Resistência de Materiais (Vaso de pressão de Parede Fina) e, devido à praticidade do software, se familiarize com conceitos para cálculos de vaso de pressão de parede grossa e de parede composta.

Relembrando o que foi explicado na teoria de Féodosiev, assim como é importante observar se o raio tem dimensão superior a 10 vezes a espessura da parede (teoria das paredes finas) é importante observar na parede grossa se o raio externo é mais de 4 vezes maior que o raio interno. A partir desta situação, o ganho de resistência com o aumento da espessura da parede se dissipa na própria falta de precisão sobre propriedades material e do projeto, que ficam em torno de 5% a 6%.

Ou seja, de forma resumida, quando raio interno é maior que 10t as análises saem da teoria de parede fina e vão para a teoria de parede grossa. E quando o raio externo se iguala a 4 vezes a dimensão do raio interno, abandona-se o projeto de parede grossa e migra-se para parede composta, que apresentará capacidade superior quanto à pressão de trabalho.

REFERÊNCIAS

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Resistência dos materiais**. 3.ed. São Paulo: Makron Books, 1995.

F-CHART SOFTWARE. **EES: engineering equation solver**. Madison, 2022. Disponível em: <https://www.fchartsoftware.com/ees/>. Acesso em: 04 mar. 2022.

FÉODOSIEV, V. **Resistência dos materiais**. Porto: Lopes da Silva, 1977.

GLYNIADAKIS, S. **Análise de tensões em um vaso de pressão para fins didáticos**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2018.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.

SILVA, K. O. **Estudo teórico de vasos de pressão de paredes grossas e paredes compostas**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

SINGER, F. L. **Resistencia de materiales**. 6. ed. México: HARLA, 1977.

TELLES, P. C. S. **Vasos de pressão**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER J. N. **Theory of elasticity**. 3rd. ed. New York: McGraw-Hill, 1970.