UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MAICON DOS SANTOS COELHO

Uma experiência com o PIC-OBMEP (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)

Guaratinguetá - SP
2017

MAICON DOS SANTOS COELHO

Uma experiência com o PIC-OBMEP (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadoras:
Profª. Drª. Ana Paula Marins Chiaradia
Profª. Drª. Elisangela Pavanelo R. dos Santos

Guaratinguetá - SP
2017

Coelho, Maicon dos Santos

C672e Uma experiência com o PIC-OBMEP (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) / Maicon dos Santos Coelho – Guaratinguetá, 2017.

67 f. : il.

Bibliografia: f. 65 -67

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Marins Chiaradia

Orientadora: Profa. Dra. Elisangela Pavanelo Rodrigues dos Santos

1. Matemática - Competições 2. Matemática - Problemas, questões, exercícios. 3. Escolas públicas. I. Título

CDU 51

Pâmella Benevides Gonçalves

Bibliotecária CRB/8:9203

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MAICON DOS SANTOS COELHO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE **"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"**

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Profª. Drª. Silvia Maria Guiliatti Winter
Vice-Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Profª. Drª. ANA PAULA MARINS CHIARADIA
Orientadora/UNESP-FEG

Profª. Drª. ELISANGELA PAVANELO RODRIGUES DOS SANTOS
Orientadora/UNESP-FEG

Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
UNESP-FEG

Profª. Drª. ROSA MONTEIRO PAULO
UNESP-FEG

Dedico este trabalho à minha mãe, que jamais mediu esforços para me ajudar, seja no que fosse.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, pois sem Ele eu nada seria capaz de fazer.

Agradeço as minhas orientadoras, Profª. Drª. Ana Paula Marins Chiaradia e Profª. Drª. Elisangela Pavanelo Rodrigues dos Santos, que não desistiram de mim e possibilitaram que eu concluísse este trabalho.

Aos meus pais, que sempre cuidaram de mim superando todas as dificuldades, nunca deixando nada faltar.

Aos meus amigos verdadeiros, que sempre me apoiaram e nunca me deixaram desanimar; vocês fazem a minha vida ser mais feliz.

Aos meus professores e colegas de classe, da faculdade e de antes dela, que me inspiraram de alguma forma e proporcionaram momentos que sempre lembrarei.

COELHO, M. S. **Uma experiência com o PIC-OBMEP (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)**. 2017. 67 f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

RESUMO

O Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (PIC-OBMEP) tem por objetivo dar continuidade à formação matemática dos estudantes medalhistas da OBMEP, buscando fortalecer o ensino de matemática nas Escolas Públicas e despertar o gosto pela matemática, e pela ciência em geral, nos alunos premiados. Com a participação em encontros onde o estudo dos conteúdos é feito exclusivamente através da resolução de problemas, este trabalho se motiva a realizar uma análise qualitativa das práticas do PIC-OBMEP, visando o impacto desses encontros para a aprendizagem em Matemática. Dada a importância do assunto, pode-se justificar a relevância deste trabalho quando se observa em sua conclusão, a afirmação dos resultados positivos colhidos ao decorrer do programa, que demonstram evolução dos alunos após a participação especificamente nesses encontros.

PALAVRAS-CHAVE: OBMEP. Resolução de problemas. Matemática. Educação.

COELHO, M. S. **An experience with the PIC-OBMEP (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)**. 2017. 67 f. Graduate Work. (Graduate Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

ABSTRACT

The Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (PIC-OBMEP) has the objective of keep going the mathematical formation of the OBMEP's medalist students, as it seeks to strengthen the mathematical teaching on Public Schools and awake the taste for mathematics, and general science, in the prized students. With the participation at meetings where the study of the contents is made exclusively through the troubleshooting, this work motivates itself to make a qualitative analysis of the PIC-OBMEP's practices, aiming the impact of these meetings for the mathematical learning. Given the importance of the matter, one can justificate the relevance of this work by looking at the conclusion, the affirmation of the positive results gathered by the elapse of the program, that demonstrates evolution of the students after their participation in these meetings specifically.

KEYWORDS: OBMEP. Troubleshooting. Mathematics. Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Buscar meios para que o ensino da Matemática seja cada vez mais atrativo e eficiente é uma preocupação constante e necessária; é importante que se leve em conta o cotidiano dos alunos para que a Matemática faça sentido na vida deles. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), "as necessidades diárias fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática" (BRASIL, 1998, p. 37). Portanto a aprendizagem será melhor se a capacidade deles de reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, e tomar decisões for potencializada pela escola.

> Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos indicam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a crença de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (BRASIL, 1998, p. 39)

Desse modo, ainda de acordo com os PCN, ao resolver um problema o aluno deve elaborar procedimentos de resolução realizando simulações, fazendo tentativas, formulando hipóteses, e comparar os resultados com os de outros alunos, para assim validar seus procedimentos (BRASIL, 1998).

Como forma de incentivar os estudos e despertar a paixão pela Matemática nos alunos de escolas públicas e particulares, a partir do ano de 2017, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) se mostra como uma poderosa ferramenta, não somente para avaliar os conhecimentos dos alunos, mas para que os mesmos possam ser beneficiados com os recursos dispostos ao alcance dos premiados e não premiados pela olimpíada, como, por exemplo, os materiais de estudo e de vídeo contidos no Portal da Matemática, no site da OBMEP, e no Fórum *online* do PIC-OBMEP.

Segundo Fideles (2014), a OBMEP se caracteriza como:

> (…) uma iniciativa que visa a melhoria da qualidade do ensino de Matemática, principalmente o desenvolvimento da habilidade de aplicar os conhecimentos matemáticos para resolver problemas e o uso de problemas para construir o conhecimento matemático. (FIDELES, 2014, p. 7)

Assim sendo, torna-se importante analisar como essa metodologia pode ser aplicada ao escolher resolver e explorar os diversos problemas disponibilizados no material acadêmico da OBMEP.

O objetivo do presente trabalho é descrever a experiência vivida como Professor Orientador nas aulas do Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (PIC-OBMEP) durante o ano de 2017. Dada a relevância do assunto, tal análise se torna importante para ponderar o uso da resolução de problemas e o envolvimento dos alunos no PIC-OBMEP.

Ao decorrer do trabalho será visto como funciona todo o processo de trabalho do PIC-OBMEP. No Capítulo 2 tem-se a descrição de como é o funcionamento da OBMEP, desde suas regras, participantes e premiações, até os objetivos desta olimpíada. Seguindo ainda no capítulo, todos os aspectos do PIC-OBMEP são vistos, com a descrição de sua estrutura, suas motivações, os agentes envolvidos e os papéis por eles desempenhados, bem como todos os recursos a disposição dos alunos deste programa.

No Capítulo 3 é discutida a metodologia de resolução de problemas, destacando o seu uso na OBMEP e consequentemente, no PIC-OBMEP. Na abordagem desta prática "o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

O Capítulo 4 relata com detalhes a participação como Professor Orientador no PIC-OBMEP deste ano, destacando todas as fases desde os encontros presenciais com os alunos, até as atividades a distância feitas pelos alunos e as avaliações realizadas durante todo o período em que o programa se estendeu. São descritos os sete ciclos em que se dividiram as aulas e, em cada um dos encontros, é exemplificado um dos problemas que mais se destacou dentre os que eram estudados, seja por nível de dificuldade, por empenho e interesse dos alunos, ou pelas formas criativas como os alunos encontraram a solução para os mesmos.

No Capítulo 5 são feitas análises acerca dos resultados obtidos ao longo deste ano nos trabalhos relacionadas ao PIC-OBMEP, como as avaliações e notas que os alunos receberam por elas, as atividades desempenhadas nos ambientes *online* que os alunos têm acesso, as impressões que os alunos tiveram sobre o programa como um todo, suas sugestões e críticas, e, por fim, algumas considerações acerca do que tudo isso representa para o ensino de matemática, bem como a análise dessa experiência com resolução de problemas e o envolvimento dos alunos no PIC-OBMEP. E por fim, é apresentada a conclusão deste trabalho.

2 FUNCIONAMENTO DA OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) tendo apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). De 2005 a 2016, a OBMEP era dirigida aos alunos brasileiros de escolas públicas municipais, estaduais e federais de 6º a 9º anos do Ensino Fundamental (EF) e de 1º a 3º anos do Ensino Médio (EM). Em 2017, as escolas particulares foram convidadas a participar mediante a uma taxa de inscrição de acordo com o número de alunos inscritos. Também é dirigida aos respectivos professores, escolas e secretarias da educação. O seu objetivo principal é estimular o estudo da Matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes (OBMEP, 2017).

Entre outros objetivos da OBMEP, podem ser citados (Biondi et. al., 2012):

- estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil;
- contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- promover a difusão da cultura matemática;
- identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas;
- incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

A olimpíada consiste em duas fases. Vinte questões de caráter eliminatório compõem a primeira fase, onde a prova é objetiva e de múltipla escolha. Esta fase é realizada na própria escola em que o aluno está matriculado e tem duração de duas horas e trinta minutos. Os aprovados para a segunda fase são aqueles que somam as maiores notas, selecionados em ordem decrescente até que o número de vagas disponível para cada escola seja preenchido. Alunos com nota zero não podem ser classificados para segunda fase. A prova da segunda fase é composta por seis questões discursivas de caráter classificatório, tendo a duração de três horas e sendo aplicada em locais denominados Centro de Aplicação (divulgados no *site* da OBMEP previamente). Cada questão vale 20 pontos, totalizando 120 pontos.

Fica a cargo das escolas inscrever seus alunos na OBMEP. A prova é dividida em duas fases, cada uma contendo três níveis, que são: Nível I (6º e 7º anos do Ensino Fundamental), Nível II (8º e 9º anos do Ensino Fundamental) e Nível III (1º a 3º anos do Ensino Médio). Os níveis de dificuldade das questões são variados e não focam em conteúdos específicos, mas sim na resolução de problemas e em fundamentos da Matemática.

A grande diferença da OBMEP para as demais olimpíadas é o fato de não haver apenas um único vencedor. Em 2017, foram distribuídas cerca de: 500 medalhas de ouro para alunos de escolas públicas e 75 para alunos de escolas privadas; 1500 medalhas de prata para alunos de escolas públicas e 225 para alunos de escolas particulares; 4500 medalhas de bronze para alunos da escola pública e 675 para alunos das escolas particulares; além de até 46200 certificados de menções honrosas para os alunos de escola pública que se saíram bem nas duas fases da olimpíada, e 5700 para alunos de escolas particulares (OBMEP, 2017).

Não somente os participantes são premiados, mas os professores também são premiados de acordo com as notas dos seus alunos e os prêmios são a participação em um Encontro de Professores Premiados, realizado na sede do IMPA, na cidade do Rio de Janeiro, com duração de até uma semana, bem como um diploma de homenagem e um livro de apoio à formação matemática. Este encontro inclui palestras, oficinas e grupos de estudo.

Além dos alunos e professores, 540 escolas participantes foram premiadas. O prêmio foi um *kit* com material esportivo ou *kit* de material didático, de acordo com o tipo da escola, e troféu. Também foram premiadas 52 secretarias de educação de acordo com o desempenho dos alunos das suas respectivas Escolas Públicas municipais inscritas na Segunda Fase. O prêmio é um troféu (OBMEP, 2017).

De acordo com Claudio Landin, diretor adjunto do IMPA, em entrevista dada ao programa Conversa Séria, da Empresa Brasileira de Comunicação (EBC):

> “A olimpíada não está preocupada com o topo da pirâmide dos alunos. Muitas pessoas têm a impressão de que, sendo uma olimpíada, é dirigida aos melhores alunos, mas esquecem que ela tem diversas outras iniciativas que estão dirigidas a todos os alunos, sejam os que tenham lacunas ou que queiram aprofundar seus conhecimentos em matemática”. (IMPA, 2017)

2.1 O QUE É O PIC-OBMEP

Todos os alunos premiados na OBMEP, além de receber as medalhas de acordo com sua classificação, recebem também um incentivo financeiro concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) para participarem do

Programa de Iniciação Científica Jr se continuarem estudando em escola pública no ano seguinte, ou uma bolsa de Mestrado (PICME) se escolherem cursar o nível superior nas áreas de Matemática e tecnologia. A partir do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC-OBMEP) os alunos têm acesso a um portal com tutores *online*, além de aulas presenciais, todas focadas em questões da própria OBMEP.

> A Iniciação Científica em Matemática tem como objetivo transmitir a você, aluno, a cultura do estudo qualificado da Matemática básica, possibilitando que se familiarize com suas técnicas e métodos. Pretende-se auxiliar o desenvolvimento de habilidades de leitura e redação de textos matemáticos, fomentando, de modo independente e autônomo, um raciocínio analítico e a capacidade de aprender coisas novas com metodologias adequadas. Muitos problemas interessantes e desafiadores serão utilizados durante o programa para que você exercite a sua criatividade. (12º PIC, 2017, p. 2)

Espera-se despertar nos alunos participantes do Programa a vocação científica e estimular sua criatividade por meio do confronto de problemas; no PIC-OBMEP eles são treinados no rigor da leitura e da escrita de resultados, nas técnicas e métodos e na independência do raciocínio analítico.

Assim como a responsabilidade é da Coordenação Geral da OBMEP para todas as atividades da olimpíada, o PIC também está sob sua administração, bem como é gerenciado pelos seguintes grupos: Divisão de Programas de Extensão Acadêmica (DPEA); Comitê Acadêmico (CA); Comitê Gestor (CG); Coordenadores Regionais (COs); Coordenadores do Fórum (CFs); Moderadores do Fórum (MFs); Professores da Educação Básica (PEBs) e Alunos de Licenciatura em Matemática (ALs).

O suporte administrativo às atividades do PIC é dado pela DPEA, sediada no IMPA, enquanto os Comitês Gestor e Acadêmico são responsáveis por acompanhar e definir o funcionamento formal e acadêmico do programa. Os Coordenadores Regionais (Cos), são os responsáveis regionais pelo programa, sendo a maioria deles professores universitários; seu papel é o de orientar os Professores da Educação Básica (PEBs) e os Alunos de Licenciatura em Matemática (ALs) no trabalho com os alunos do PIC, seja nos encontros presenciais ou nos encontros *online*. Além disso, eles também orientam e dão suporte aos alunos inscritos no PIC da sua região. Os Coordenadores do Fórum (CFs) dão suporte gestor aos trabalhos virtuais num Fórum, trabalhos esses desenvolvidos pelos Moderadores do Fórum (MFs), que implementam e acompanham as atividades dos alunos nas suas salas virtuais de Fórum. Os MFs também corrigem as tarefas realizadas pelos alunos no Portal do PIC.

2.2 ESTRUTURA DO PIC-OBMEP

As atividades desenvolvidas durante o PIC-OBMEP consistem em encontros presenciais quinzenalmente (podendo ser apenas virtuais dependendo das circunstâncias do aluno), discussões virtuais no fórum da OBMEP (denominado Hotel de Hilbert), tarefas para serem executadas em casa e no fórum, e outras atividades para serem executadas no Portal da Matemática. O Fórum do PIC-OBMEP recebeu o nome Hotel de Hilbert em 2011, quando este venceu o concurso "Batize o Fórum do PIC", realizado em 2010 pela Coordenação Acadêmica da OBMEP.

Nos encontros presenciais os alunos recebem material de estudos, orientação e cronograma dos temas a serem abordados, tudo sobre a direção dos Professores Orientadores. Além desses professores, que auxiliam os alunos no desenvolvimento e participação dos encontros presenciais, integram a equipe do PIC-OBMEP também: os moderadores de fórum, com a função de estimular e acompanhar discussões nas salas virtuais; os coordenadores de fórum, responsáveis por articular os moderadores bem como supervisionar a frequência e cumprimento das regras estabelecidas para o fórum; e os Coordenadores Orientadores, que gerenciam todas as atividades realizadas pelos professores orientadores e os medalhistas da OBMEP.

Os encontros presenciais são organizados em ciclos, cada ciclo com dois encontros, e no final dos ciclos são feitas provas. A correção dessas avaliações é feita pelo Aluno de Licenciatura em Matemática ou Professor de Educação Básica responsável pela turma do aluno. O aluno recebe uma nota variando de zero a dez para cada avaliação, seguindo os critérios de correção previamente estabelecidos; se o aluno não faz uma avaliação presencial, ele recebe a nota zero.

Após o encerramento de cada um dos ciclos, os alunos deverão fazer uma tarefa postada no Portal do PIC. Cada tarefa será constituída de duas partes: a primeira possui quatro questões de múltipla escolha, e a segunda possui três questões dissertativas. Cada tarefa também é avaliada, sendo que a primeira parte vale 2 pontos, a segunda parte vale 6 pontos, e a participação do aluno na sala virtual do Fórum HH também vale 2 pontos, atingindo assim os 10 pontos necessários. Caso o aluno não faça a primeira ou a segunda parte da tarefa, ele recebe a nota zero.

O aluno tem acesso ao Fórum do Portal do 12º PIC (2017) mediante o usuário e a senha individuais. A frequência dos alunos no Fórum deve ser constante para que ele conheça todos os assuntos discutidos nos encontros presenciais e possa participar das discussões com perguntas, sugestões, dúvidas e respostas. Espera-se que os estudantes do PIC participem do Fórum HH semanalmente, pois este é um complemento aos esforços da equipe do PIC para garantir um espaço de estudo assistido.

Para que seja possível participar no Fórum HH escrevendo as resoluções das tarefas, utilizando símbolos matemáticos e figuras geométricas que não podem ser produzidas apenas com o *mouse*, o Portal conta com recursos como o *Latex*® e o *GeoGebra*®. O *Latex*® é uma linguagem especialmente desenvolvida para produção de textos de Matemática; o *GeoGebra*® é um *software* gratuito de Matemática Dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos. Os alunos encontram tutoriais e instruções para o uso destas ferramentas no próprio Fórum.

Dentre os sites aos quais os alunos têm acesso, vale destacar o Portal da Matemática, cujo endereço é https://matematica.obmep.org.br/, e o *site* da OBMEP, estabelecido no endereço http://www.obmep.org.br/.

O Portal da Matemática foi feito para que os alunos pudessem ter acesso a uma grande variedade de materiais relacionados à grade curricular desde o 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio. O objetivo é que eles consigam complementar o aprendizado da Matemática através de videoaulas, exercícios resolvidos, cadernos de exercícios, material teórico e também aplicativos iterativos. Tudo é organizado em módulos que tratam assuntos específicos, contando com testes e avaliações que garantem certificados *online*.

No site da OBMEP, os alunos têm acesso a um vasto material, que se encontra disponível não somente para os bolsistas, mas para qualquer pessoa que o deseje consultar. Além de informações sobre a Olimpíada em si (medalhistas, calendários, regulamentos, por exemplo), existem também:

- o Banco de Questões, com problemas que servem para o treinamento daqueles que participam da OBMEP;
- as Provas e Soluções, que são todas as provas feitas desde o início da OBMEP até o presente, com as respectivas resoluções comentadas;
- as Apostilas do PIC-OBMEP, que são compostas por toda a parte teórica dos conteúdos pertencentes ao programa;
- os Simulados, nos quais os alunos podem praticar para a Olimpíada;
- a Matemática Pelo Mundo Afora, que é uma coletânea de outros diversos sites que tratam de Matemática, em nosso idioma e em línguas estrangeiras;

- e os Links e Outras Olimpíadas, onde se tem acesso aos sites relacionados a OBMEP, além de outras olimpíadas de Matemática existentes em nosso país e fora dele.

Percebe-se que há abundância de subsídios para o estudo e fomentação teórica e prática dos alunos, sejam eles bolsistas ou não. Os alunos estão bem amparados e podem desenvolver os conhecimentos na Matemática de forma muito satisfatória, se houver dedicação e vontade.

O aluno medalhista na OBMEP 2016, ou em outras edições, que participa do 12º PIC (2017) recebe uma bolsa mensal do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), no valor de R$ 100,00. Somente pode receber esta bolsa o aluno que: esteja regularmente matriculado em escola pública; não tenha ausência em quatro encontros presenciais, se for aluno do PIC presencial, ou ausência em quatro encontros virtuais, se for aluno do PIC a distância; não tenha nota menor ou igual a 2 em três avaliações presenciais; e não tenha nota menor ou igual a 2 em três tarefas do Portal do PIC. Caso não atenda estas condições, o aluno é desligado do PIC.

Caso o aluno seja residente em localidades que torne difícil a participação nos encontros presenciais, ele pode participar do 12º PIC (2017) na modalidade a distância. As atividades dessa forma de participação incluem: encontros de estudo quinzenais com quatro horas de duração, sob a supervisão de Tutores a distância, por meio de alguma mídia de comunicação virtual; realização das mesmas tarefas no Portal do PIC, seguindo as mesmas regras dos alunos de turmas presenciais; estudos individuais que poderão ser complementados com a participação do aluno nas suas salas virtuais do Fórum HH e no Portal da Matemática. Estes alunos são avaliados por meio de provas *online* e tarefas no Portal do PIC. Os mesmos critérios de desligamento adotados para os alunos bolsistas são válidos para os alunos do PIC a distância.

Com estes pontos acerca da estrutura do PIC-OBMEP esclarecidos, faz-se necessário abordar a metodologia de ensino empregada no programa, e para tanto, o capítulo a seguir tratará acerca dos aspectos da resolução de problemas e, naturalmente, a sua forma de aplicação nos encontros presenciais.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A prática da metodologia da resolução de problemas estimula os alunos a realizar uma reflexão acerca dos conteúdos matemáticos, sem que haja, simplesmente, o uso de fórmulas descontextualizadas. George Polya, matemático húngaro que se dedicou bastante à resolução de problemas, afirma:

> "Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas', tem que resolver problemas". (POLYA, 1965, p. IX)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam, em seu volume dedicado a Matemática, que o trabalho com problemas nas disciplinas de Matemática podem não explorar todo o potencial da metodologia. Afirmam que "os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos" (BRASIL, 1998, p. 40).

Quando se ensina um conceito, procedimento ou técnica e logo em seguida é dado um problema em que os alunos aplicam o que acabaram de ver, corre-se o risco de não ocorrer um aprendizado significativo. Resolver um problema não pode significar apenas fazer cálculos com os dados do exercício ou simplesmente aplicar o conteúdo visto em sala. Por essa prática ter sido frequente, os PCN alertam que:

> Consequentemente, o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. (BRASIL, 1998, p. 40)

Ao focar a aprendizagem na resolução de problemas, podem-se resumir os seguintes princípios (BRASIL, 1998, p. 40-41):

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for

levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Pode-se afirmar que resolver um problema não se limita a entender o que foi pedido no enunciado e em responder utilizando apenas fórmulas e procedimentos repetitivos; é necessário que o aluno seja capaz de questionar os resultados validando seus procedimentos, comparando diferentes caminhos possíveis para se encontrar a solução desejada. Isso significa que entender o processo tem mais valor do que a resposta em si.

3.1 A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS

Resolver um problema pode parecer algo muito complicado e se não for adotada uma linha lógica de raciocínio, pode se tornar muito confusa a sua interpretação. Tendo isso em mente, George Polya (matemático, professor e autor húngaro) propôs um roteiro a ser seguido para se resolver um problema, que é constituído por quatro passos: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano, e fazer um retrospecto (POLYA, 1995).

Em primeiro lugar se faz necessário entender qual é a natureza do problema. Polya orienta que sejam feitos os seguintes questionamentos: Qual é a incógnita? Qual são os dados? Qual é a condicionante? Precisamos saber se as condições do problema podem ser atendidas, e então se elas são suficientes para se identificar as incógnitas. Ajuda bastante se for possível fazer um desenho ou ilustração do que é pedido no problema, pois a visualização revela mais detalhes que poderiam passar desapercebidos (POLYA, 1995).

A próxima coisa a se fazer, segundo Polya, é elaborar uma estratégia para se executar. Deve-se observar quais conexões existem entre os dados fornecidos e as incógnitas, e talvez seja útil se pensar em um problema auxiliar para o caso dessas conexões não estarem tão evidentes. Muitas vezes o mesmo problema já foi resolvido, mas sua apresentação foi feita de uma forma ligeiramente diferente; os métodos utilizados para sua resolução podem ser aplicados novamente no problema atual, ou podem ser adaptados de modo a ser análogo para o mesmo (POLYA, 1995).

> Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como ela pode variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? (POLYA, 1995, p. XIII)

Após considerar tudo isso, Polya garante que se pode ter um plano de execução em mente, e com o plano feito, seguir para a sua execução. Durante a execução, deve-se verificar cada passo a todo instante, tendo em vista que ele está claramente correto, podendo-se inclusive demonstrar que ele está correto (POLYA, 1995).

Finalmente, após todos os passos, deve-se fazer um retrospecto examinando a solução obtida, de modo a verificar o resultado como coerente e seu argumento como verdadeiro. Para Polya, é de extrema valia ter a percepção de que se é possível chegar a este resultado por caminhos diferentes. Resta a reflexão da possibilidade de se utilizar o resultado ou o método praticado em outros problemas (POLYA, 1995).

3.2 O ENSINO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

É indispensável que os professores busquem a cada dia tornar o ensino da Matemática algo mais contextualizado e instigante para os alunos. Não cabe mais utilizar-se das velhas práticas maçantes de anos e anos atrás, afinal como tudo na sociedade, a educação também sofre mudanças.

Cabe ao educador pôr em prática diferentes métodos de ensino, a fim de manter um ambiente de constantes novidades, além de formar alunos com mais capacidade de raciocínio e adaptação a qualquer circunstância de problemas; principalmente na Matemática.

> As orientações metodológicas e os objetivos do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, na educação básica, vêm passando por profundas mudanças. Apesar da enorme diferença entre o que se prescreve e o que de fato se realiza, existe um razoável consenso entre os professores de que o ensino de Matemática não pode limitar-se a um processo que tenha como finalidade a simples memorização de regras e técnicas. (SAEB, 2002, p. 15)

Dentre as diferentes abordagens que se pode trabalhar um conteúdo, a resolução de problemas é uma das quais a participação do aluno se torna importante e ativa. Quando o aluno se torna protagonista de sua aprendizagem, o professor se torna além de organizador, também um facilitador nesse processo (BRASIL, 1998).

A maioria dos alunos acostuma-se a aprender um conceito decorando uma fórmula, ou simplesmente aplicando essa fórmula em exercícios repetitivos; ao aprender através da resolução de problemas, o aluno passa a procurar respostas para suas próprias perguntas quando ele se habitua a questionar em vez de apenas aceitar respostas elaboradas por terceiros (SILVA, 2012).

A afirmação feita por Pozo (1998, p.14) fortalece esse ponto de vista: "ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta".

Como mediador, o professor deve ver o aluno e compreender suas possibilidades, tornando-se sensível as competências que o aluno tem para que possa propor situações e estratégias que o faça avançar. É necessário buscar entender como o aluno pensa diante de cada problema dado, se questionando da forma como o aluno faria; é preciso passar confiança para ele, se dedicar com paciência e permitir que ele tenha o tempo necessário para ter experiência em resolver problemas. Deve-se acima de tudo valorizar a criatividade do indivíduo e tomar o cuidado de que o problema possa fazer sentido no contexto em que o aluno vive (SILVA, 2012).

3.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PIC-OBMEP

A abordagem trabalhada no PIC-OBMEP é justamente a resolução de problemas, pois acredita-se que mostrar e explicar uma solução de um problema não basta para ensinar os alunos a descobrirem as possibilidades de aprender; deve-se aprender através da investigação, do questionamento, das descobertas e da validação de conhecimentos prévios e novos.

Dentre os materiais disponíveis no Portal da Matemática encontra-se o livro “Resolução de problemas na sala de aula: uma proposta da OBMEP para capacitação de professores em estratégias de ensino da matemática”, das autoras Yuriko Yamamoto Baldin e Aparecida Francisco da Silva.

O livro tem por objetivo apresentar problemas resolvidos, cuja origem é dos Bancos de Questões e das provas da OBMEP, em especial da primeira fase. Além das soluções detalhadas tais problemas proporcionam aos professores etapas de resolução sistemáticas, que permitem aos alunos oportunidades de ação, estimulando a iniciativa e autonomia dos mesmos. Grande importância é dada às justificativas em cada etapa da resolução, bem como a validação das ações e resultados (PORTAL DA MATEMÁTICA, 2017).

Os conteúdos matemáticos presentes no livro são referentes a:

- geometria, enfatizando construções, manipulação de material concreto e conceituação de propriedades independentes do uso de fórmulas;
- problemas de contagem e combinatória, aritmética, raciocínio lógico para tomada de decisões e aplicação do Método de Barras (Matemática de Cingapura).

Outro recurso disponibilizado no Portal da Matemática são os vídeos mostrando o passo a passo das estratégias de desenvolvimento de alguns problemas presentes no livro. São diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema, bem como sugestões de questionamentos para auxiliar na aprendizagem dos alunos.

A metodologia da resolução de problemas possui mais de uma vertente, sendo a linha de pensamento que autores como Polya seguem por exemplo. Mas também existe a vertente da resolução de problemas denominada Aprendizagem Baseada em Problemas (*Problem Based Learning* – PBL), que é mais conhecida simplesmente por PBL.

A metodologia PBL surgiu na Universidade de McMaster, no Canadá, no final dos anos 1960, graças a iniciativa de um grupo de professores de medicina. Este modelo logo se espalhou para as escolas de medicina em todo o mundo, e teve influência de “diversos pensadores que, na busca por transformar o ensino, realizaram experiências pedagógicas inovadoras” (SOUZA; DOURADO, 2015, p. 186).

Ainda segundo Souza e Dourado, a PBL se tornou um método sistematizado, que permite aos professores estimular em seus alunos a criatividade, além de desenvolver neles a capacidade da investigação e do raciocínio para resolver problemas; este é considerado um método de aprendizagem eficaz nas instituições de ensino e pesquisa espalhados pelo mundo inteiro (SOUZA; DOURADO, 2015).

O papel do professor na PBL passa a ser o de tutor, e o que ele faz é:

> (...) colaborar com o processo de aprendizagem; ajudar na aprendizagem dos conhecimentos conceituais da disciplina; acompanhar o processo de investigação e resolução dos problemas; potencializar o desenvolvimento das competências de análise e síntese da informação; ser corresponsável na organização do espaço de encontro e relações no grupo; favorecer a criatividade que proporciona a independência dos alunos ao abordar os processos cognitivos. (SOUZA; DOURADO, 2015, p. 190)

Os problemas na PBL são trabalhados em grupos, e como afirmam Souza e Dourado, “por iniciar-se com a apresentação de um problema, envolver discussão em grupo, acompanhamento do professor e a investigação cooperativa, contribui significativamente para conferir mais relevância e aplicabilidade aos conceitos aprendidos” (SOUZA; DOURADO, 2015, p. 187).

Segundo Berbel, existe uma sequência de problemas a serem estudados na PBL e, “ao término de um, inicia-se o estudo do outro. O conhecimento adquirido em cada tema é avaliado ao final de cada módulo, com base nos objetivos e nos conhecimentos científicos” (BERBEL, 1998, p. 149).

Tais características da Aprendizagem Baseada em Problemas descrevem perfeitamente a prática de ensino adotada no PIC-OBMEP, como poderá ser visto no capítulo seguinte, onde será feito o relato das experiências vividas como Professor Orientador das aulas presenciais do PIC-OBMEP 2017.

4 EXPERIÊNCIA COM O PIC-OBMEP

Durante o ano 2017, foram realizados 14 encontros presenciais. Em cada encontro presencial, os alunos receberam material e orientação de estudos relativos aos temas aritmética, função afim, geometria, contagem e probabilidade. Os 14 encontros foram divididos em sete ciclos com duração de quatro semanas cada. Os encontros aconteciam sempre aos sábados de manhã, quinzenalmente, com a duração de quatro horas cada um.

Cada ciclo foi divido em: um encontro inicial de formação entre os coordenadores e os seus orientandos (alunos de licenciatura que atuam como professores do PIC presencial ou virtual ou atuam como moderadores de fórum); dois encontros presenciais com alunos bolsistas; e uma semana de estudos, sendo sempre na terceira semana do ciclo. Durante esta semana, os alunos e professores se dedicam ao estudo dos materiais teóricos indicados, assistem as videoaulas e resolvem os exercícios propostos; os conteúdos continuam a ser discutidos a distância nas salas do Fórum Hotel de Hilbert, onde os alunos realizam as tarefas e avaliações *online*.

De acordo com o cronograma proposto pela organização do PIC-OBMEP, o primeiro ciclo iniciou-se em abril e o último terminou em outubro, de acordo com o Quadro 1. Em cada ciclo era elaborado um plano de atividade pelo Comitê Acadêmico, e cada plano continha o assunto abordado, o material a ser utilizado, os materiais complementares presentes no Portal da Matemática, as videoaulas do Portal da Matemática referentes ao conteúdo e oito problemas (com soluções e comentários dirigidos aos Professores Orientadores) para que os alunos trabalharem nos encontros. Além dos encontros presenciais, os alunos eram submetidos a uma avaliação presencial por ciclo, sempre referente aos assuntos tratados no ciclo anterior, e realizadas nos últimos encontros de cada ciclo.

Para realizar este trabalho, foi necessária a participação no PIC-OBMEP 2017 como Professor Orientador das aulas presenciais para alunos do Nível 2, ou seja, estudantes de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Nestas aulas, os alunos podiam, primeiramente, ler e interpretar o que era proposto por conta própria, tentando traçar caminhos para a resolução dos problemas, e caso houvessem dúvidas, eram então auxiliados com questionamentos e sugestões feitas pelo Professor, até que encontrassem as soluções.

No primeiro encontro do programa foi feita uma apresentação para os alunos e os seus pais sobre o funcionamento do programa, os seus objetivos, as regras e as datas, abrindo também um espaço de diálogo para sanar quaisquer dúvidas. Foi também apresentado o cronograma presente no Quadro 1.

Quadro 1 – (Cronograma proposto do PIC-OBMEP 2017)

08/abril	Ciclo 1 – encontro de formação	
15/abril	1ª aula do ciclo 1	
22/abril	Semana de estudo	
29/abril	2ª aula do ciclo 1	
06/maio	Ciclo 2 – encontro de formação	
13/maio	1ª aula do ciclo 2	
20/maio	Semana de estudo	1ª tarefa do fórum
27/maio	2ª aula do ciclo 2	1ª avaliação presencial
03/junho	Ciclo 3 – encontro de formação	
10/junho	1ª aula do ciclo 3	
17/junho	Semana de estudo	2ª tarefa do fórum
24/junho	2ª aula do ciclo 3	2ª avaliação presencial
01/julho	Ciclo 4 – encontro de formação	
08/julho	1ª aula do ciclo 4	
15/julho	Semana de estudo	
22/julho	Férias escolares	
29/julho	Férias escolares	3ª tarefa do fórum
05/agosto	2ª aula do ciclo 4	3ª avaliação presencial
12/agosto	Ciclo 5 – encontro de formação	
19/agosto	1ª aula do ciclo 5	
26/agosto	Semana de estudo	4ª tarefa do fórum
02/setembro	2ª aula do ciclo 5	4ª avaliação presencial
09/setembro	Ciclo 6 – encontro de formação	
16/setembro	1ª aula do ciclo 6	
23/setembro	Semana de estudo	5ª tarefa do fórum
30/setembro	2ª aula do ciclo 6	5ª avaliação presencial
07/outubro	Ciclo 7 – encontro de formação	
14/outubro	1ª aula do ciclo 7	
21/outubro	Semana de estudo	6ª tarefa do fórum
28/outubro	2ª aula do ciclo 7	6ª avaliação presencial

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,g)

Na mesma sala em que as aulas aconteciam, havia também uma outra turma de alunos do Nível 3 (alunos de 1º a 3º anos do Ensino Médio), turma essa regida por outra Professora Orientadora. Apesar de o espaço ter sido dividido por dois níveis diferentes, este trabalho trata somente sobre os alunos e atividades referentes ao Nível 2.

Cada uma das aulas ministradas nos encontros presenciais tinham a duração de quatro horas e por haver o mínimo de oito problemas determinados para cada encontro, além do tempo dispensado para um pequeno intervalo das atividades, os alunos tinham então um tempo médio de vinte minutos para trabalhar com cada um dos problemas. Vale a pena observar que alguns conteúdos ainda não haviam sido estudados pelos alunos, como os de contagem e geometria que, embora estivessem no currículo do 9º ano, em muitas escolas é programado para ser estudado no final do ano.

A seguir será feito um relato mais detalhado de cada encontro, sendo eles organizados por ciclos a fim de tratar dos mesmos assuntos, destacando-se os fatos e acontecimentos mais relevantes em relação ao que os alunos apresentaram ao longo do programa.

4.1 CICLO 1

Os temas abordados no Ciclo 1 (C1) trataram sobre aritmética, abordando o conjunto dos números naturais, as operações numéricas básicas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, o sistema posicional de numeração, o algoritmo da divisão, os padrões numéricos e fenômenos periódicos e, por fim, os números primos e a fatoração de um número natural como produto de primos. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C1-N2-roteiro.pdf.

4.1.1 Primeiro encontro

Neste encontro estavam presentes sete alunos. Foram propostas oito questões de acordo com o planejamento acadêmico: as questões 1 e 2 exploram o conjunto dos números naturais com a partição em conjuntos de números pares e ímpares; as questões 3, 4 e 5 tratam das representações e operações numéricas básicas com números naturais, inteiros, racionais e reais; e as questões 6, 7 e 8 trabalham com o sistema posicional de numeração.

Os problemas propostos para este encontro foram apresentados aos alunos, que se mostraram familiarizados com os temas, porém alguns ficaram aguardando orientações iniciais, como fórmulas ou um passo a passo para seguir. Como a proposta do PIC-OBMEP é justamente deixar com que os alunos deem os primeiros passos sozinhos, foram encorajados a associar os problemas com assuntos que eles já conheciam anteriormente e, assim, tentar começar por este caminho. Um dos problemas está abaixo expresso na Figura 1:

Figura 1: Problema do primeiro encontro do Ciclo 1

EXERCÍCIO 1. Você pode encontrar cinco números ímpares cuja soma seja 100? Justifique a sua resposta.

(Esse exercício encontra-se na apostila "Encontros de Aritmética", página 4)

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,h)

A solução proposta como guia pelo planejamento seguia pelo princípio da soma de dois números ímpares que resulta em um número par, e da soma de um número ímpar com um número par que resulta em um número ímpar; feitas as associações, conclui-se que cinco números ímpares resultam em um número ímpar, portanto não pode ter 100 como resposta.

A maioria dos alunos resolveu este problema por repetição de exemplos, ou seja, escrevendo vários números. Somente dois alunos pensaram na propriedade proposta na resolução apresentada anteriormente. Então foi discutido com todos se era possível generalizar a resposta para que o uso de exemplos consecutivos não fosse necessário; todos concordaram que sim quando as propriedades foram lembradas pelos alunos que as haviam utilizado.

Nos demais problemas, este padrão se seguiu, com poucos alunos resolvendo por propriedades matemáticas e a maioria resolvendo por repetição de exemplos literais. Sempre após somente todos terem terminado cada problema, era mostrada uma das possíveis soluções no quadro; a todo momento eram ressaltadas as propriedades e conceitos envolvidos, e se buscava fazer o uso de uma notação matemática mais formal, pois este também é um dos objetivos do PIC-OBMEP.

4.1.2 Segundo encontro

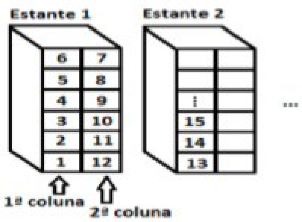
Estavam presentes neste encontro seis alunos. As atividades seguiram, agora com os alunos mais seguros sobre a dinâmica da aula. Assim que os problemas foram apresentados, todos já iniciaram as tentativas para resolução por conta própria.

Dos oito problemas propostos pelo planejamento, as questões 1, 2 e 3 são associadas ao algoritmo da divisão, com as operações algébricas possíveis para este algoritmo; as questões 4 e 5 integram o algoritmo da divisão aos padrões numéricos e fenômenos periódicos; e as questões 6, 7 e 8 fundamentam o conceito de números primos e da fatoração de um número natural como produto de primos, sendo esta a primeira relação com o Teorema Fundamental da Aritmética.

O problema deste encontro que os alunos mais reagiram de forma positiva está destacado na Figura 2:

Figura 2: Problema do segundo encontro do Ciclo 1

EXERCÍCIO 4. Com o intuito de organizar os documentos arquivados, o gerente de uma empresa está numerando as caixas de documentos e colocando em várias estantes com duas colunas de 6 prateleiras, conforme o esquema seguinte. As estantes estão dispostas em fileiras e também são numeradas da esquerda para a direita.



Terminada esta organização, um funcionário precisava encontrar documentos que estavam na caixa de número 115. Em qual estante e em qual coluna ele encontrará esta caixa? Esta caixa estará na parte inferior ou na parte superior da estante?

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,h)

A resolução proposta no planejamento é baseada no algoritmo da divisão.

$115 = 9\times12 + 7$ representa que a pasta estaria na décima estante (pois nove delas já estão cheias) e na coluna da direita (pois cada coluna tem seis pastas, então a da esquerda já está cheia). Os alunos encontraram os mais variados caminhos de obter esta resposta:

- houve quem utilizasse da tabuada do 6, estendendo para além do 10, e concluindo que se o 115 estivesse após um múltiplo ímpar a coluna seria da esquerda, mas se estivesse após um múltiplo par a coluna seria da direita, e dividindo-se este múltiplo por 2 encontrar-se-ia o número da estante;
- um dos alunos simplesmente multiplicou 12 por 10 e percebeu que 115 estava antes deste resultado, portanto só poderia estar na estante 10, e como 120 – 115 = 5 então a

coluna seria da direita pois 12 – 5 = 7 que é maior que 6 portanto a coluna da esquerda já estaria cheia;

- também houve casos em que o aluno foi desenhando as estantes e contando até chegar na posição 115.

Em suma, este foi o problema no qual os alunos demonstraram mais a sua criatividade. Tanto neste, como nos demais, a resolução mediante uma notação mais formal foi apresentada após o término de todos os alunos.

4.2 CICLO 2

No Ciclo 2 (C2) foram abordados temas de contagem e probabilidade, como análise combinatória, permutação, e os problemas clássicos envolvendo o lançamento de dados e moedas, o estudo dos anagramas, bem como os casos condicionais. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C2-N2-roteiro.pdf.

4.2.1 Primeiro encontro

Neste encontro, seis alunos estavam presentes. Do planejamento, os problemas tinham por objetivo estimular a análise interpretativa dos enunciados, de forma a elaborar uma sucessão de decisões, presentes no uso do princípio multiplicativo, ou da disjunção de casos, associada ao uso do princípio aditivo. Era aconselhado ainda que não fosse feito o uso de uma estratégia de ensino que priorize o uso de fórmulas.

Os problemas deste ciclo foram os que mais geraram dúvidas nos alunos, pois a probabilidade está muito associada ao uso de fórmulas e, ao se depararem na situação de não terem a fórmula disponível, eles tiveram que pensar bastante em cada situação. Dentre os mais questionados, está o problema que consta na Figura 3.

Primeiramente, embora no enunciado esteja afirmado que a palavra não precisa ter sentido, 99% dos alunos questionavam como poderiam encontrar todas as palavras que existem (fazendo sentido). Neste momento se fez necessária uma intervenção, onde foi feita uma analogia com a formação de números; comparando um número como conjunto de algarismos e uma palavra (da forma que o problema pede) como conjunto de letras, os alunos perceberam que teriam de usar todos os algarismos existentes para formar todos os números, então deveriam formar todas as sequências de palavras aleatórias.

Figura 3: Problema do primeiro encontro do Ciclo 2

EXERCÍCIO 7. No que segue, chamamos de *palavra* qualquer sequência finita de letras, formadas usando nosso alfabeto de 26 letras. Assim, para ser considerada uma palavra, a sequência finita de letras não precisa fazer sentido, ou seja, não precisa ser encontrada num dicionário de Português. Por exemplo, "CASA" e "TITANTNN" são palavras, embora a segunda não faça sentido.

Calcule o número de *palavras* com cinco letras, que possuem (pelo menos) duas letras consecutivas iguais.

Sugestão: Avalie inicialmente quantas palavras existem no total sem quaisquer restrições. Posteriormente, analise se é possível contar o número de palavras com cinco letras que não possuem a propriedade desejada.

(Esse exercício encontra-se no material teórico de "Princípio Fundamental de Contagem" no Portal da Matemática)

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,i)

A resolução deste problema através da proposta do PIC-OBMEP contempla algumas etapas, e inicialmente sugere avaliar quantas palavras existem no total sem quaisquer restrições, para posteriormente analisar se é possível contar o número de palavras com cinco letras que não possuem a restrição desejada. Vejamos na Figura 4 a resolução sugerida:

Figura 4: Resolução do Problema 7 do primeiro encontro do C2

EXERCÍCIO 7. Se tentarmos contar diretamente quantas palavras desse tipo existem, não é difícil perceber que o problema precisará ser dividido em muitos casos. Por exemplo, podemos considerar primeiro as palavras em que todas as letras são iguais, em seguida aquelas em que exatamente quatro letras consecutivas são iguais mas a quinta letra é diferente, e assim por diante. Essa análise seria extensa e tediosa. Como podemos, então, realizar a contagem? Ora, é bem mais simples contar o número de palavras com cinco letras que não possuem a propriedade desejada, ou seja, o número de palavras de cinco letras nas quais quaisquer duas letras consecutivas são distintas. De fato, escolhendo as letras uma a uma, temos que: há 26 possibilidades para a primeira letra e 25 possibilidades para cada uma das demais quatro letras (uma vez que cada uma precisa ser diferente apenas da letra anterior a ela). Sendo assim, há um total de $26 \cdot 25^4$ palavras de cinco letras que são ruins (por não satisfazerem a propriedade originalmente pedida). Por outro lado, o total de palavras com cinco letras (onde não impomos qualquer tipo de restrição) é, pelo princípio multiplicativo, igual a 26^5 (pois há 26 possíveis escolhas para cada uma das cinco letras). Para terminar, basta ver que, se retirarmos do total de palavras com cinco letras as palavras que são ruins, o que sobrará serão as palavras que queremos contar. Assim, o número de palavras que possuem a propriedade pedida no enunciado é igual a $26^5 - 26 \times 25^4 = 1\ 725\ 126$.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,i)

Para os alunos, foi difícil pensar em excluir o caso que não satisfazia o problema. Todos tentaram contar cada um dos casos possíveis. De certa forma, se chega na resposta esperada, porém o caminho é muito mais trabalhoso. Durante a resolução, um dos alunos perguntou se não existia uma possibilidade de diminuir o trabalho nos cálculos; então foi sugerido que eles procurassem pelos casos que não serviam de resposta. Após um tempo pensando, alguns deles encontraram o caso e então foi questionado se eles não podiam excluir este caso do total. Eles, então, perceberam o que poderia ser feito, e conseguiram terminar a resolução.

4.2.2 Segundo encontro

Com cinco alunos presentes no encontro, continuando com probabilidade, foi interessante notar um progresso por parte dos alunos na abordagem dos problemas, pois eles demonstraram ter mais facilidade de interpretar, em comparação com o encontro anterior; isso se deve ao fato de terem praticado com os diversos problemas propostos. De acordo com o planejamento, as técnicas de contagem podem ser aplicadas na resolução de problemas simples que envolvem probabilidade; nos problemas preparados, a probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos favoráveis à ocorrência do evento e o número total de casos, assim as questões estimulam a análise interpretativa para a obtenção das contagens dos casos favoráveis e possíveis associados.

Figura 5: Problema do segundo encontro do Ciclo 2

EXERCÍCIO 7. Em um jogo idealizado na escola, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma casa; quando sai coroa, ele avança duas casas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

(Esse exercício encontra-se na prova da OBMEP 2008, **EXERCÍCIO** 20, nível 3, 1ª fase).

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,i)

Os alunos demonstraram maior facilidade na resolução de um problema neste encontro, com o caso que pode ser visto na Figura 5. Assim como na resolução proposta no planejamento, os alunos inspirados em exemplos estudados anteriormente começaram por destacar as cinco possibilidades de jogo final, sendo elas:

- Pedro tira *cara, cara, cara* – probabilidade $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
- Pedro tira *cara, cara, coroa* – probabilidade $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
- Pedro tira *cara, coroa* – probabilidade $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
- Pedro tira *coroa, cara* – probabilidade $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
- Pedro tira *coroa, coroa* – probabilidade $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Os alunos perceberam então que os casos desejados eram os da segunda, terceira e quinta probabilidades destacadas. Somando estas probabilidades simplesmente, pois os casos são mutuamente exclusivos, eles encontraram $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$ como sendo a resposta para o problema.

Terminada a parte de resolução dos problemas, os alunos fizeram a primeira avaliação do programa, referente ao ciclo um. Inicialmente eles pareciam estar desconfortáveis com a avaliação e alguns pediram ajuda; mas como o objetivo é avaliar a sua escrita matemática sem interferências, tiveram que fazer sozinhos.

4.3 CICLO 3

Para o Ciclo 3 (C3) o conteúdo a ser trabalhado era geometria. Os seguintes temas foram abordados: medidas de perímetros, cálculo de áreas, semelhança entre triângulos, relações de ângulos e lados e também a construção de ângulos com uso de compasso. O material completo elaborado como planejamento para este ciclo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C3-N2-roteiro.pdf.

A primeira fase da OBMEP foi realizada no dia 06 de junho de 2017, o que significa que, a partir deste ciclo os alunos já haviam feito as provas da primeira fase. Em geral, espera-se uma queda na frequência dos alunos nos encontros presenciais.

4.3.1 Primeiro encontro

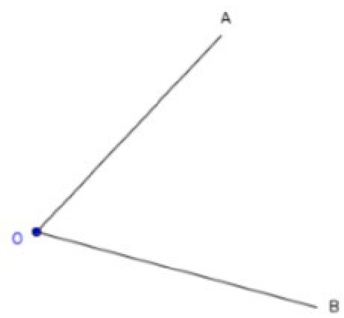
Com quatro alunos presentes no encontro, os conteúdos trabalhados foram da geometria de posição, sem envolver a princípio relações métricas. Os problemas procuram estimular o uso de construções geométricas através de manipulações com esquadros ou régua sem escalas e compasso, sempre aliando casos de congruências de triângulos e paralelismo de retas à exploração de relações de ângulos e caracterizações de quadriláteros notáveis. Para alguns dos alunos, esta foi a primeira vez em que eles tiveram contato com este tipo de material; e como dito anteriormente, eles ainda não haviam estudado o conteúdo de geometria pertinente ao ano, devido ao calendário escolar não ter a mesma ordem que cronograma do PIC-OBMEP.

Em se tratando de geometria, a visão espacial pode ser uma grande dificuldade para alguns alunos. A experiência mais enriquecedora é aquela em que o aluno pode se sentir inserido no problema, ou fazer parte da sua construção. E neste encontro, foi muito bom poder ver que os alunos ficaram felizes por terem construído algo.

Um dos problemas em que isso ocorre, era sobre a construção da bissetriz de um ângulo fazendo uso de régua e compasso. O seu enunciado pode ser encontrado na Figura 6:

Figura 6: Problema do primeiro encontro do Ciclo 3

QUESTÃO 3. a) Construa com régua (sem escalas) e compasso a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$ representado na figura que segue:



b) Utilizando congruência de triângulos justifique a sua construção (ou seja, prove que ela é consistente).

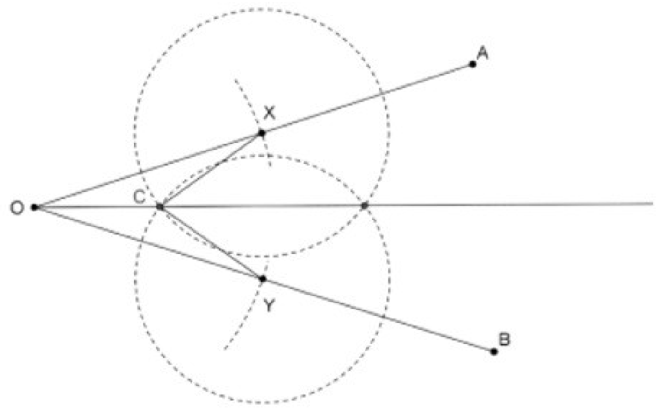
Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,j)

Neste caso, os alunos tiveram orientação na primeira parte do exercício, devido a pedidos de todos eles; todos construíram a bissetriz juntamente. Após isso, eles ficaram por conta própria para provar matematicamente que a construção estava correta.

Fazendo uso da régua sem medidas, os alunos puderam observar na construção feita por eles, que havia congruência de triângulos pelo caso Lado Lado Lado, quando adotados os pontos O, X e Y (letras que variavam dependendo da nomenclatura dada por cada um deles), assim como é visto na Figura 7, onde é apresentada a solução do item b dada pelo planejamento acadêmico.

Figura 7: Resolução de parte do Problema 3 do primeiro encontro do C3

b) Vamos justificar, utilizando critérios de congruência, que a semirreta $\overrightarrow{OC}$ é realmente a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$. Em relação aos triângulos XOC e YOC construídos



temos que $\overline{OX} = \overline{OY}$ e $\overline{XC} = \overline{OY}$. Como o lado $\overline{OC}$ é comum aos mesmos, segue do caso de congruência LLL, que os triângulos XOC e YOC são congruentes. Logo, temos as igualdades das medidas dos ângulos $X\hat{O}C = Y\hat{O}C$ ou, ainda, $A\hat{O}C = B\hat{O}C$.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,j)

Isso não ocorreu desde a primeira tentativa, pois os alunos queriam saber a medida exata dos lados dos triângulos; por não terem réguas convencionais, eles achavam que não seriam capazes de dar continuidade no problema, mas quando encorajados a fazerem marcas na régua improvisada, eles começaram a medir todas as partes possíveis da construção. Logo perceberam que haviam as semelhanças já citadas e justificaram que se os triângulos eram congruentes, os seus ângulos correspondentes também deveriam ser.

4.3.2 Segundo encontro

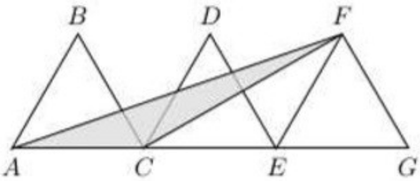
Neste encontro quatro alunos estavam presentes e, além da segunda avaliação mensal, referente ao Ciclo 2, eles realizaram atividades de resolução de problemas em geometria.

Foram problemas que trabalharam puramente com imagens, dependendo muito da interpretação visual dos alunos, nos quais esperava-se criar a habilidade do cálculo de áreas e perímetros de figuras planas simples, além de trabalhar com mosaicos geométricos ou ladrilhamento do plano por quadriláteros notáveis.

Um dos problemas sequer exigia cálculos, como se pode ver na Figura 8:

Figura 8: Problema do segundo encontro do Ciclo 3

QUESTÃO 3. Na figura a seguir, ABC, CDE e EFG são triângulos equiláteros de área igual a 60 cm^2 cada. Se os pontos A, C, E e G são colineares, determine a área do triângulo sombreado AFC.



(Esse exercício encontra-se na apostila do PIC – OBMEP - "Encontros de Geometria", pág. 116, ex. 2)

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,j)

Os triângulos ABC, CDEDE e EFG estavam alinhados lado a lado, e o triângulo sombreado AFC tinha base comum com ABC e vértice comum com EFG, e como era descrito pelo enunciado, a área era igual em todos.

Curiosamente este problema gerou muita discussão, e frustração de alguns alunos por não encontrarem números para trabalhar. Eles eram sempre lembrados de associar propriedades previamente conhecidas para prosseguir com o pensamento neste problema. Ao perceberem que se tratava apenas do conceito de área do triângulo qualquer, os alunos o resolveram rapidamente.

Passada a primeira parte do encontro, os alunos fizeram a segunda avaliação, referente ao Ciclo 2. Todos estavam mais concentrados em fazer a avaliação, e dessa vez ninguém pediu ajuda para fazer.

4.4 CICLO 4

A álgebra foi o tema do Ciclo 4 (C4), sendo os cálculos de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum trabalhados, assim como as expressões algébricas por meio de equações e inequações e também a regra de três simples e as proporções. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C4-N2-roteiro.pdf.

4.4.1 Primeiro encontro

Estando quatro alunos presentes, este foi talvez o encontro em que eles mais demonstraram entusiasmo. Por estarem familiarizados com o uso do mínimo múltiplo comum nas operações com frações, estavam bastante confortáveis com os problemas que envolviam este assunto.

Figura 9: Problema do primeiro encontro do Ciclo 4

QUESTÃO 2. Uma bibliotecária recebe 130 livros de Matemática e 195 livros de Português. Ela quer arrumá-los em estantes, colocando igual quantidade de livros em cada estante, sem misturar livros de Matemática e de Português na mesma estante. Quantos livros ela deve colocar em cada estante para que o número de estantes utilizadas seja o menor possível?

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,l)

Já para os problemas envolvendo máximo divisor comum, os alunos demonstraram entender o conceito antes de saberem que se tratava do assunto em si. Foi o caso do problema visto na Figura 9.

Todos os alunos perceberam que quanto mais livros fossem colocados em cada estante, menor seria o número de estantes usadas. Como estavam com dificuldade de encontrar a saída para prosseguir na resolução deste problema, foi sugerido, então, que pensassem em números menores, 70 e 20, por exemplo. Foi quando um dos alunos apontou que se quisermos organizar o mesmo número de livros em todas as estantes, então isso seria equivalente a dividir os livros; todos concordaram que deviam dividir os números menores do exemplo, e chegaram nas fatorações $70 = 2{\times}5{\times}7$ e $20 = 2{\times}2{\times}5$.

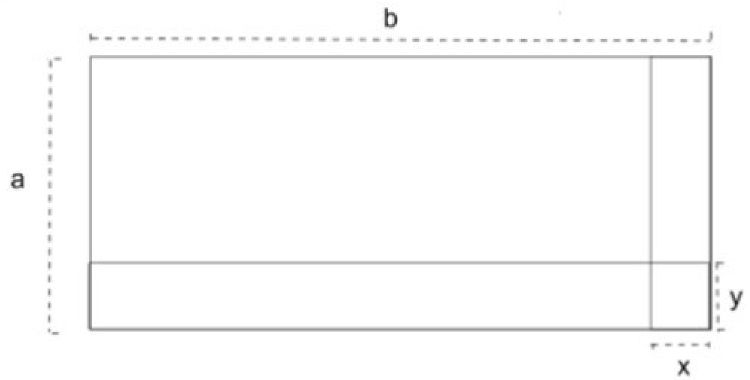
O próximo passo foi pensar no que fazer com essa informação. Então foram questionados sobre o que havia em comum nas duas fatorações. Eles apontaram a multiplicação de 2 por 5, e logo um deles disse que o que havia em comum entre os dois era o valor 10. Foi explicado aos alunos então que isso se tratava de máximo divisor comum, e eles voltaram para o problema, encontrando que o número de livros deveria ser 65, e que o número de estantes utilizadas para livros de Português seria 3 e o número de estantes para livros de Matemática seria 2.

4.4.2 Segundo encontro

Neste encontro estavam presentes quatro alunos. Todos foram capazes de resolver todos os problemas sem grandes dificuldades, pois se tratavam de equações, assunto que todos dominavam bem. Muitos dos problemas envolviam razões e foi interessante perceber que os alunos souberam identificar as grandezas e a ordem correta para se calcular o que era pedido no enunciado.

Figura 10: Problema do segundo encontro do Ciclo 4

QUESTÃO 8. Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro, a e b, e o tamanho do encolhimento x no comprimento e y na largura.



Qual é a expressão algébrica que representa a área perdida do forro após a primeira lavagem?

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,l)

O nível de dificuldade do problema presente na Figura 10 é fácil, e este foi o caso em que os alunos apresentaram o raciocínio mais rápido para resolver. Todos apontaram que deveriam calcular a área total do tecido e a área do tecido encolhido; quando um dos alunos questionou qual seria a medida do tecido encolhido, outro respondeu que bastava tirar o quanto o tecido encolheu da medida original.

Chegando então na expressão $a{\cdot}b - (a - y){\cdot}(b - x)$, os alunos rapidamente aplicaram a propriedade distributiva na multiplicação e encontraram o resultado desejado pelo problema, que é $a{\cdot}x + b{\cdot}y - y{\cdot}x$.

Por se tratar do último encontro do ciclo, após resolverem os oito problemas preestabelecidos, os alunos fizeram a terceira avaliação, que envolvia problemas sobre geometria plana, assunto do ciclo anterior, como de costume.

4.5 CICLO 5

No Ciclo 5 (C5) foi feito um estudo sobre a função afim, em seus aspectos algébricos e geométricos, tratando sobre as coordenadas no plano, a interpretação dos coeficientes angular e linear, o gráfico da função afim, bem como a resolução de sistemas lineares de equações do tipo 2×2, a existência de soluções e a montagem de sistemas lineares. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C5-N2-roteiro.pdf.

4.5.1 Primeiro encontro

Neste primeiro encontro estiveram presentes quatro alunos. Foi trabalhado o uso de gráficos de função do primeiro grau e um dos problemas pedia o que se vê na Figura 11:

Figura 11: Problema do primeiro encontro do Ciclo 5

QUESTÃO 4.

Os preços dos ingressos de um teatro nos setores 1, 2 e 3 seguem uma função polinomial do primeiro grau crescente com a numeração dos setores (função afim com taxa de variação positiva). Se o preço do ingresso no setor 1 é de R $ 120, 00 e no setor 3 é de R$ 400, 00, então qual o preço do ingresso no setor 2?

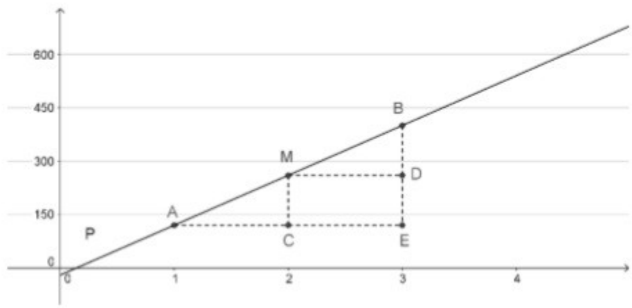
Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,m)

Todos os alunos resolveram este problema fazendo simplesmente a subtração de 400 e 120, encontrando 280; e então dividiram por 2, encontrando 140. Segundo eles, se encontrassem o número que estava na metade do caminho entre 120 e 400, encontrariam o valor do ingresso no setor 2; portanto somaram 120 e 140, encontrando o valor do ingresso sendo R$ 260,00.

É um raciocínio muito interessante, e fez com que chegassem na solução. Porém, como a intenção deste encontro era trabalhar com função, foi proposto aos alunos que pensassem numa alternativa para este problema, utilizando conceitos de função.

Figura 12: Solução do Problema 4 do primeiro encontro do C5

QUESTÃO 4.



Se $P(x) = ax + b$ é a relação do preço P em função do setor x, então $P(1) = 120$, $P(3) = 400$ e busca-se o valor de $P(2)$. Fazendo uma análise geométrica do gráfico e usando a congruência dos triângulos ACM e MDB teremos

$$\frac{P(2) - P(1)}{2-1} = a = \frac{P(3) - P(2)}{3-2}$$

Logo, ficamos com $P(2) = \frac{P(3)+P(1)}{2} = \frac{120+400}{2} = 260$ reais.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,m)

Ao serem estimulados na construção de um gráfico para este problema, foram capazes de indicar os pontos onde constavam os valores dos ingressos e chegaram à conclusão de que a linha deste gráfico se tratava de uma reta, como pode ser visto na Figura 12.

4.5.2 Segundo encontro

Neste segundo encontro os quatro alunos presentes continuaram com problemas envolvendo sistemas de equações do primeiro grau. O problema mais interessante, segundo os próprios alunos, é o que consta na Figura 13.

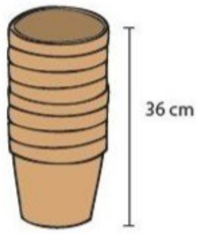
Os alunos ficaram divididos em relação a como designar uma incógnita para representar a medida dos vasos; parte deles achava que simplesmente considerar todos como x era o caminho e a outra parte achava que isso não estava correto. Foi quando alguns copos descartáveis foram disponibilizados para que eles reproduzissem a situação.

Eles foram orientados a usar somente dois copos primeiramente e percebessem o que estava ocorrendo; após isso, que fizessem com três copos, e assim por diante, até notarem um padrão. Todos concordaram que apenas o primeiro copo tinha seu tamanho total aparente, e que o restante tinha apenas as bordas.

Figura 13: Problema do segundo encontro do Ciclo 5

QUESTÃO 7.

Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36cm de altura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60 cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?



Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,m)

Um dos alunos sugeriu que fossem usadas duas incógnitas para representar as medidas, uma para a parte do copo que cabe dentro de um outro e a outra para a borda que fica aparente. Então, todos retornaram ao problema, e passaram a pensar nos vasos; alguns fizeram a representação por meio de desenhos. Chegaram à conclusão de que as bordas deveriam ser contadas em todos os vasos, porém a medida que cabe dentro dos outros, só deveria ser contada uma vez, afinal só no primeiro vaso ela fica aparente.

Com isso chegaram nas equações:

$x + 8 \cdot y = 36$

$x + 16 \cdot y = 60$

Alguns resolveram por substituição, isolando o x, e alguns por subtração. Todos encontraram $x = 12$ e $y = 3$. Portanto, concluíram que a altura de cada vaso era de 15 cm. Após a resolução de todos os problemas, os alunos fizeram a quarta avaliação mensal.

4.6 CICLO 6

Durante o Ciclo 6 (C6), foram retomados os temas de geometria plana, mais especificamente a semelhança de triângulos, o Teorema de Tales e as relações métricas no triângulo retângulo, bem como funções do primeiro grau. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C6-N2-roteiro.pdf.

A segunda fase da OBMEP aconteceu no dia 16 de setembro de 2017. Portanto, era esperado que houvesse uma queda na frequência dos alunos e no seu interesse durante os encontros presenciais. Felizmente, tão fato não aconteceu.

4.6.1 Primeiro encontro

Com a presença de quatro alunos, a semelhança de triângulos foi bastante abordada neste encontro. De forma geral, todos os problemas foram muito bem interpretados pelos alunos, sem grandes dificuldades. Particularmente, o problema da Figura 14 se mostrou estimulante para os alunos.

Figura 14: Problema do primeiro encontro do Ciclo 6

QUESTÃO 2.

Considere um triângulo ABC em que os lados medem, respectivamente, 5, 6 e 7 cm. Encontre as medidas dos lados de um triângulo DEF, cujo perímetro mede 36 cm, sabendo que ABC e DEF são semelhantes.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,n)

Imediatamente após uma primeira leitura, alguns dos alunos apontaram que se os triângulos eram semelhantes, as suas medidas teriam que representar alguma relação. Então calcularam o perímetro do triângulo ABC, obtendo 18 cm. Logo foi fácil para eles perceber que esta representava a metade da medida do perímetro do triângulo DEF.

Os alunos se questionaram então se as medidas dos lados dos triângulos deveriam obedecer esta relação de metade também e fazendo a operação oposta, encontraram o dobro de cada medida. Sugerindo que os lados de DEF medissem 10, 12 e 14 cm, puderam constatar que o perímetro do mesmo de fato resultaria em 36 cm.

Para que os alunos pudessem confirmar esta propriedade, foi falado sobre as razões entre medidas correspondentes de triângulos semelhantes, e assim se deu continuidade aos demais problemas, sempre estimulando-os a, primeiramente, identificar as medidas correspondentes nos triângulos, e dessa forma montar apropriadamente as razões.

4.6.2 Segundo encontro

Neste segundo encontro, quatro alunos estavam presentes. Para uma aula tratando de funções do primeiro grau em associação com geometria plana, a maior parte dos problemas uniu os dois conceitos, o que foi muito interessante. Um dos problemas relacionados a função está na Figura 15:

Figura 15: Problema do segundo encontro do Ciclo 6

Questão 1.

Numa certa cidade operam duas empresas de táxis. A empresa X cobra pela bandeirada inicial b reais e a cada quilômetro rodado um valor adicional de a reais. Enquanto que a empresa Y cobra apenas por quilômetro rodado o valor de R$ 4,00. Sabendo que um passageiro irá gastar o mesmo valor, independentemente da empresa que utilize, se efetuar uma corrida de taxi de 6 km e que, efetuando uma corrida de 8 km, o custo ao utilizar a empresa Y será R$ 2,00 superior aquele que pagaria se tivesse utilizado a empresa X, determine os valores de a e b.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,n)

Algo que se mostra um pouco confuso para os alunos é quando a equação é escrita totalmente com letras, assim como na primeira função que representa a empresa *X*. Os alunos parecem esperar que existam efetivamente números nas sentenças matemáticas, então quando é representado $f(x) = a \cdot x + b$ eles questionam o que estaria errado (mesmo estando as letras *a* e *b* no enunciado).

Os alunos foram orientados a apenas continuar resolvendo o problema, pois achando a função que representa a empresa *Y*, eles conseguiriam dados adicionais. Com $g(x) = 4 \cdot x$ poderiam substituir os 6 km e encontrar o custo de R$ 24,00 que é igual para a empresa *X*, e portanto obter a equação $a \cdot 6 + b = 24$.

Ao substituir os 8 km encontraram na empresa *Y* o custo de R$ 32,00 e fazendo os ajustes necessários na equação da empresa *X*, encontraram que $a \cdot 8 + b + 2 = 32$. Agora com duas equações de duas incógnitas os alunos lembraram do encontro em que foram estudados os sistemas de equações, e subtraindo uma da outra encontram que $2 \cdot a = 6$. Assim, chegaram aos valores de $a = R\$\ 3,00$ e $b = R\$\ 6,00$.

Ao terminar todos os problemas sugeridos, os alunos passam a fazer a quinta avaliação mensal, que abordou os temas referentes ao ciclo anterior. Alguns dos alunos sentiram um pouco de insegurança na interpretação dos problemas, e por isso foi orientado para que eles procurassem prestar muita atenção em todos os dados fornecidos pelo enunciado, anotando-os sem exceção, e para que buscassem todas as relações existentes possíveis entre esses dados, lembrando-se dos temas estudados até então.

4.7 CICLO 7

Finalmente chegando ao último ciclo do programa, os alunos puderam estudar durante o Ciclo 7 (C7), os temas que tratam sobre a função afim, além de que os conteúdos de contagem e probabilidade foram trabalhados mais uma vez, encerrando assim as atividades presenciais do programa para os alunos. O material completo pode ser encontrado em http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C7-N2-roteiro.pdf.

4.7.1 Primeiro encontro

Quatro alunos compareceram para este primeiro encontro do Ciclo 7. O conteúdo trabalhado aqui foi o de contagem, um tema que traz sempre muitas dúvidas para os alunos. Esse fato contribuiu para que este encontro se tornasse um dos que mais foram necessárias intervenções a fim de discutir os problemas, devido aos alunos não estarem conseguido dar prosseguimento na resolução por algum motivo.

Figura 16: Problema do primeiro encontro do Ciclo 7

QUESTÃO 3.

Foram selecionados 40 pacientes, sendo 20 homens e 20 mulheres, que aguardavam por um transplante de córnea em um hospital. Para o planejamento das cirurgias, esses pacientes foram organizados em uma fila ordenada, intercalando-se as posições sucessivas entre homens e mulheres, de maneira que pessoas do mesmo sexo não ocupam posições contíguas. Nessas condições estabelecidas, determine o número total de possibilidades de se formar tal fila.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,o)

Dentre todos os problemas, houve um que mais teve interpretações equivocadas e tentativas frustradas de resolução da parte dos alunos. Este problema é o que se pode observar contido na Figura 16.

Todos os alunos pensaram no fatorial de 20 para resolver este problema, porém não levaram em conta que existia mais de uma possibilidade de formação de fila. Então, foi proposta uma dinâmica com a participação de todos, a fim de reproduzir o problema. Como o número de alunos é pequeno foi possível fazer de forma rápida. Após deixar que eles organizassem a fila por conta própria, foi questionado se a mesma não poderia começar com uma pessoa do sexo diferente; com uma resposta afirmativa, foi questionado se o simples uso do fatorial seria suficiente e como os alunos não chegaram a um consenso, decidiu-se contar efetivamente todas as formações de fila.

Com a contagem terminada, foi pedido para que calculassem o fatorial da maneira como haviam sugerido e então constataram que não foi o suficiente. Foi explicado então, que quando se trocava a primeira pessoa da fila por alguém de outro sexo, a contagem teria que ser duplicada, assim seria necessário outro fatorial. Calculando agora com os fatoriais suficientes, os alunos encontraram o número correspondente a contagem feita efetivamente. Retornando para o problema inicial, eles foram capazes de encontrar a resolução correta.

4.7.2 Segundo encontro

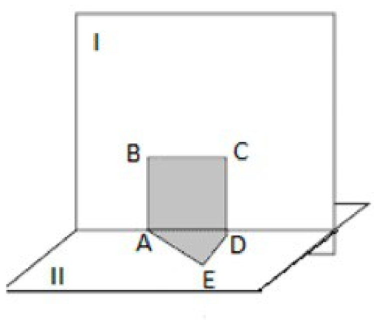
Chegando ao último encontro do programa, os quatro alunos que se mantiveram frequentando os encontros estavam presentes. Neste encontro em particular, existiam atividades atípicas a serem realizadas, e para tanto, o encontro foi divido em três momentos; no primeiro, como de costume, os alunos tiveram os problemas para resolver; no segundo momento, eles fizeram a última avaliação mensal, referente ao Ciclo 6, e finalmente os alunos tiveram um tempo para responder um questionário elaborado acerca do programa como um todo e de suas participações, seguido da abertura de um espaço para comentários e exposição de opiniões sobre tudo que foi vivenciado nestes meses de PIC-OBMEP.

Na resolução dos problemas não houve eventos que levantassem preocupação, pois os alunos estavam se saindo bem na interpretação dos enunciados. Num problema em particular foi bastante interessante notar uma evolução na visão espacial dos alunos. O enunciado deste problema pode ser visto na Figura 17.

Figura 17: Problema do segundo encontro do Ciclo 7

QUESTÃO 8.

Na figura que segue, os planos I e II são perpendiculares, o quadrado ABCD está contido em I e possui 36 cm^2 de área, enquanto o triângulo ADE está contido no plano II e o segmento $\overline{DE}$ mede 4 cm.



Nessas condições apresentadas, determine a medida, em cm, do segmento $\overline{CE}$.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,o)

Como pode ser visto na imagem presente no enunciado, o problema exige uma habilidade visual para se enxergar em três dimensões, e um dos alunos foi capaz de identificar que o segmento *CE* mencionado no enunciado forma um triângulo quando unido aos segmentos *CD* e *DE*. Ao perceber tal situação, ele compartilhou esta informação com os demais alunos e os ajudou a identificar o triângulo à medida que eles tinham alguma dúvida. Assim que todos estavam de acordo, eles puderam retirar das informações existentes no enunciado as medidas de dois lados deste triângulo. Um deles media 6 cm, pois era um dos lados do quadrado com 36 cm^2 de área; e o outro media 4 cm pois o próprio problema dizia.

Outro aluno identificou que o segmento *CE* era a hipotenusa do triângulo devido aos planos formarem um ângulo de 90 graus. Com esta informação os alunos concluíram que deveriam aplicar o teorema de Pitágoras, chegando na equação $CE^2 = 6^2 + 4^2$. Realizando as operações devidas, os alunos encontraram o valor do segmento como sendo $CE = 2\sqrt{13}$ cm. Este problema foi uma ótima forma de introduzir a geometria espacial sem necessariamente trabalhar com ela; quanto mais cedo os alunos tiverem contato com este tipo de visão espacial, melhor será a habilidade de se enxergar no espaço.

Partindo para a realização da avaliação mensal, os assuntos tratados foram função do primeiro grau e geometria plana. Todos os alunos demonstraram uma dificuldade no entendimento da primeira questão; na verdade o nível de dificuldade desta questão estava mesmo um pouco mais exigente. O tempo de resolução da avaliação se estendeu por um tempo maior do que o de costume.

Mesmo com o tempo reduzido, ainda foi possível aplicar o questionário aos alunos, que concordaram em responder de forma sincera e sem moderações. Para conferir mais confiança, os questionários permaneceram anônimos. Após terem respondido as perguntas, os alunos tiveram espaço para relatar experiências e fazer comentários, tempo que foi utilizado para lembrar dos encontros em que mais se sentiram à vontade e proveitosos.

Todos estes questionários renderam informações que possibilitaram escrever o capítulo seguinte, que além de mostrar a visão dos alunos sobre o programa, ainda trará considerações acerca das avaliações e atividades feitas durante este ano.

5 RESULTADOS DO PIC-OBMEP

Para uma melhor análise dos resultados desta experiência com o PIC-OBMEP, as considerações serão divididas em quatro tópicos, sendo um dedicado às avaliações que os alunos fizeram ao decorrer do programa, outro sobre as atividades realizadas no Fórum *online*, outro acerca da opinião dos alunos quanto ao programa feito por meio de um questionário respondido por eles, e um quarto tratando de impressões gerais sobre o processo como um todo.

5.1 AVALIAÇÕES

Como cada ciclo teve a duração de um mês, aconteceram seis avaliações durante o programa. A tabela abaixo mostra o desempenho dos alunos ao decorrer no curso. Dois destes alunos pararam de frequentar, portanto não fizeram todas as avaliações ou não fizeram nenhuma delas.

Tabela 1 – Notas das avaliações mensais

Aluno	Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3	Ciclo 4	Ciclo 5	Ciclo 6	Média do aluno
B. S. M.	7,0	6,0	5,0	10,0	8,0	3,0	6,5
G. E. A. S.	-	-	-	-	-	-	-
G. M. L.	8,0	9,0	5,0	10,0	7,0	5,0	7,3
I. V. J. G.	5,0	5,0	10,0	10,0	7,0	5,0	7,0
M. C. G. C.	5,0	-	-	-	-	-	0,8
T. Y. K.	5,0	4,0	7,0	10,0	6,0	5,0	6,2
Média geral	6,0	6,0	6,8	10,0	7,0	4,5	-

Fonte: Produção do próprio autor

As provas eram compostas por duas questões cada uma, que somavam pontos valendo notas variando de 0 a 10. Da Tabela 1 pode-se tirar médias por ciclo e por aluno. Se observados os ciclos, têm-se médias 6 e 7, com exceção do ciclo seis com média 4,5. Se observados os alunos, as notas 6 e 7 também são dominantes nas médias.

Nota-se que o desempenho dos alunos foi satisfatório durante o programa, sendo as médias constantes; a única preocupação, no entanto, é com o Ciclo 6, que teve a média mais baixa. Será tratado mais adiante sobre os possíveis motivos para tal acontecimento.

Se observadas as notas individualmente, pode-se identificar um padrão: do Ciclo 1 ao Ciclo 4 houve uma melhora no desempenho, pois as notas aumentaram; porém no Ciclo 5 e Ciclo 6 houve um retrocesso. Curioso este dado quando se tem em mente que o Ciclo 6 foi uma repetição de assuntos abordados em ciclos anteriores. Uma possível justifica é o fato de que a avaliação foi feita depois da segunda fase da OBMEP, e alguns dos alunos por não terem se saído bem nesta fase se sentiram então desmotivados.

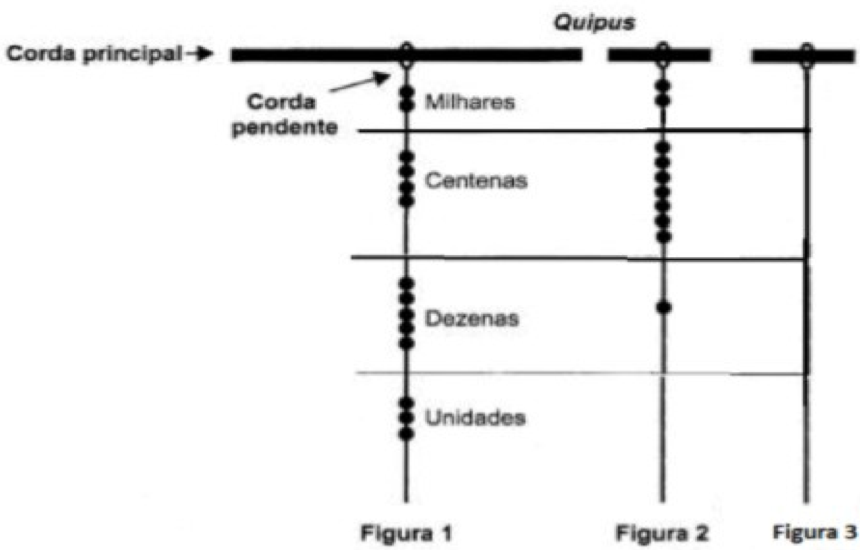
A seguir serão detalhados os aspectos de cada avaliação, levando em conta a adequação das questões aos temas abordados, os níveis de dificuldade, e a reação dos alunos mediante as provas.

5.1.1 Primeira avaliação

O conteúdo trabalhado nesta primeira avaliação envolveu a soma num sistema semelhante ao decimal e uma sequência. O que foi pedido estava de acordo com o que foi trabalhado durante o Ciclo 1, e o nível de dificuldade estava equilibrado entre fácil e médio.

Figura 18: Questão 1 da avaliação do Ciclo 1

QUESTÃO 1. Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado Quipus. O Quipus era feito de uma corda principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares Na Figura 1, o Quipus representa o número decimal 2453. Para representar o "zero" em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Desenhe, na Figura 3, o Quipus que corresponde à soma dos dois números representados nas Figuras 1 e 2.

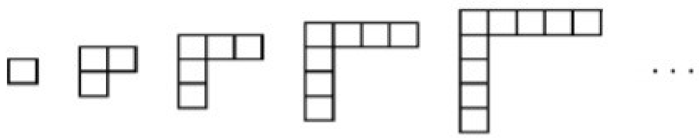
Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,a)

A primeira questão era de nível fácil, e consistia numa representação de números no sistema “Quipus”, semelhante ao decimal, onde numa corda eram feitos nós e a posição destes nós indicava a unidade, dezena ou centena. Os alunos deveriam somar dois números e representar neste mesmo sistema o resultado; isso poderia ser feito somando os nós de cada posição decimal ou através da soma tradicional com algarismos. O enunciado pode ser visto na Figura 18.

A segunda questão era de nível médio, e consistia em quadradinhos dispostos em forma de L, numa sequência que continha sempre uma quantidade ímpar dos mesmos; os alunos deveriam calcular quantos quadradinhos teriam no total se somados desde a primeira até a centésima posição desta sequência. O enunciado encontra-se na Figura 19.

Figura 19: Questão 2 da avaliação do Ciclo 1

QUESTÃO 2. Considere a seguinte sequência de figuras:

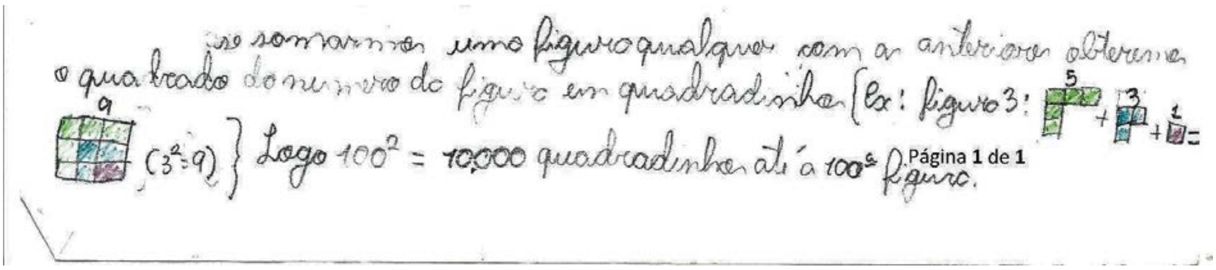


A primeira consiste de um quadrado, as demais são compostas por cópias do quadrado inicial, sucessivamente incorporando novos quadrados conforme padrão indicado. Quantos quadrados há ao todo nas 100 primeiras figuras?

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,a)

Se o aluno percebesse que juntando os quadradinhos de duas posições seguidas era formado um quadrado maior contendo a soma desses quadradinhos, ele veria que ao juntar as cem primeiras posições seria formado um quadrado contendo 100×100 quadradinhos.

Figura 20: Resolução de um aluno da Questão 2 na avaliação do C1



Fonte: Produção do próprio autor

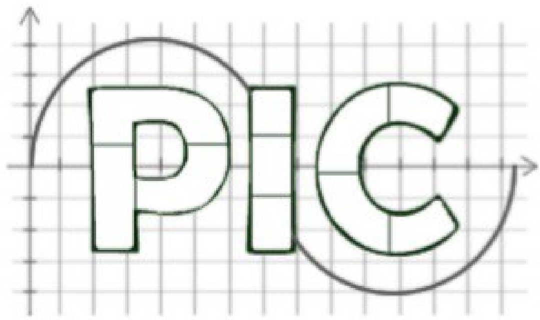
O desempenho dos alunos nesta avaliação foi bom, se levado em conta que foi a primeira vez que foram submetidos a uma avaliação nestes moldes. Grande parte deles acertou completamente a primeira questão e cometeu alguns erros na segunda. Um dos alunos fez exatamente o que se esperava na segunda questão e percebeu que poderia juntar os quadradinhos de duas posições, o aluno inclusive desenhou este raciocínio na prova; sua resolução pode ser vista na Figura 20.

5.1.2 Segunda avaliação

Para a segunda avaliação, o tema estava adequado ao que foi estudado no Ciclo 2, sendo as questões referentes a análise combinatória e probabilidade. O nível de dificuldade foi fácil, e muitos dos problemas trabalhados durante o ciclo eram bem semelhantes aos que caíram na avaliação.

Figura 21: Questão 1 da avaliação do Ciclo 2

QUESTÃO 1. Os alunos do programa PIC OBMEP participarão de uma atividade na qual deverão colorir o logotipo do programa. Cada aluno deverá colorir as regiões em cada uma das letras "P", "I" e "C" da Figura a seguir, utilizando as cores azul, preto ou vermelho de modo que regiões adjacentes (que estão separadas apenas por uma linha) tenham cores diferentes. A letra "P" está dividida em três regiões, a letra "I" em três regiões e a letra "C" em quatro regiões.



(a) De quantas maneiras diferentes o aluno pode colorir as três regiões da letra "P"?

(b) De quantas maneiras diferentes o aluno pode colorir as três regiões da letra "I"?

(c) De quantas maneiras diferentes o aluno pode colorir todas as regiões da sigla "PIC"?

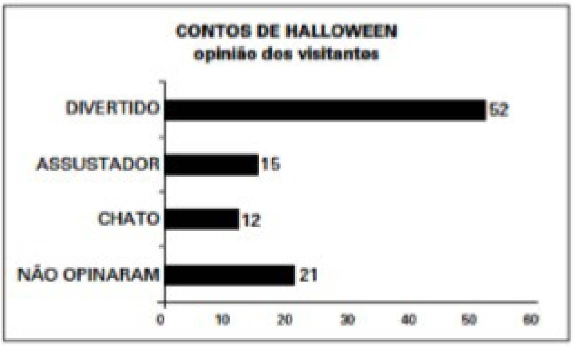
Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,b)

A primeira questão, como visto na Figura 21, pedia o cálculo das maneiras diferentes que as letras da palavra PIC poderiam ser pintadas com três cores diferentes, sendo que cada letra estava dividida em três ou quatro regiões, e as cores próximas não poderiam ser iguais.

Durante o Ciclo 2, os alunos resolveram um grande número de problemas desta natureza, com restrições semelhantes as pedidas nesta questão.

Figura 22: Questão 2 da avaliação do Ciclo 2

QUESTÃO 2. Em um blog de variedades, músicas e informações diversas, foi postado o texto "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam registrar sua opinião, assinalando em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o blog registrou que 100 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete descrevendo o total de visitantes que votaram em "Divertido", "Assustador", "Chato" ou que "Não opinaram". Cada visitante pode votar no máximo uma vez.



O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que registraram sua opinião na postagem "Contos de Halloween".

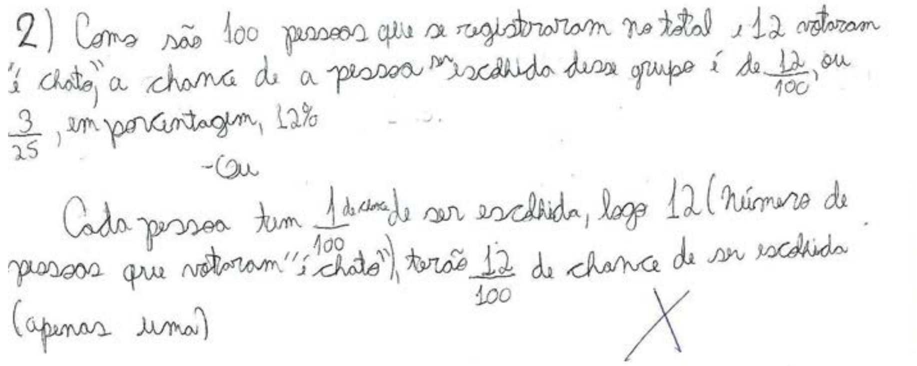
Qual é a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso **entre as que registraram sua opinião** ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato"?

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,b)

Já na segunda questão, vista na Figura 22, os alunos dispunham de um gráfico de barras representando uma pesquisa de satisfação de um *site*, e eles teriam que encontrar a probabilidade de alguém pertencente a um determinado grupo dos participantes da pesquisa ganhar um sorteio. Também haviam sido resolvidos problemas semelhantes a este durante o Ciclo 2, porém o uso de gráficos foi uma novidade.

Em geral o desempenho dos alunos nesta avaliação foi melhor do que na anterior. Houve também uma variação maior nas notas entre os alunos. Todos resolveram corretamente ou chegaram muito próximos da resposta correta na primeira questão. O erro mais recorrente foi na segunda questão, onde os alunos identificaram o total de participantes equivocadamente; no enunciado havia um número de pessoas que acessaram o *site*, porém destes não foram todos que participaram da pesquisa, então era necessário contar o total no gráfico. Isso indica que os alunos tiveram dificuldade de a associar as informações escritas com as informações gráficas. Um exemplo deste erro pode ser visto na Figura 23:

Figura 23: Resolução de um aluno da Questão 2 na avaliação do C2


2) Como são 100 pessoas que se registraram no total e 12 votaram "é chato", a chance de a pessoa ser escolhida desse grupo é de $\frac{12}{100}$, ou $\frac{3}{25}$, em porcentagem, 12%

-Ou

Cada pessoa tem $\frac{1}{100}$ de chance de ser escolhida, logo 12 (número de pessoas que votaram "é chato"), terão $\frac{12}{100}$ de chance de ser escolhida (apenas uma)

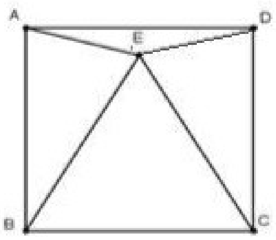
Fonte: Produção do próprio autor

5.1.3 Terceira avaliação

Com o tema de geometria plana, a terceira avaliação esteve coerente com o que foi abordado no Ciclo 3. Com o nível de dificuldade médio desta avaliação, os alunos tiveram desempenho dentro da média, com um dos alunos tirando a primeira nota 10 até o momento. Se comparado com o desempenho na avaliação anterior, houve um declínio individual nas notas da maioria dos alunos.

Figura 24: Questão 1 da avaliação do Ciclo 3

QUESTÃO 1. Na figura que segue, determine a medida do ângulo $A\hat{E}D$ sabendo que ABCD é um quadrado e o triângulo BCE é equilátero.

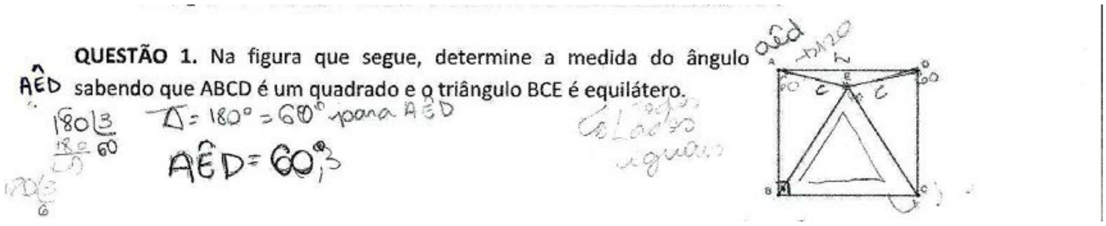


Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,c)

A primeira questão, como visto na Figura 24, poderia ser resolvida apenas utilizando associações de somas de ângulos internos de um triângulo. Foi uma questão com várias etapas, mas, ainda assim, simples.

A maioria dos alunos foi capaz de resolver corretamente esta questão e o único aluno a errar, interpretou de forma equivocada o conceito de ângulos opostos pelo vértice, e assim não fez todas as associações necessárias para se chegar no resultado preciso. Isso pode ser observado na Figura 25.

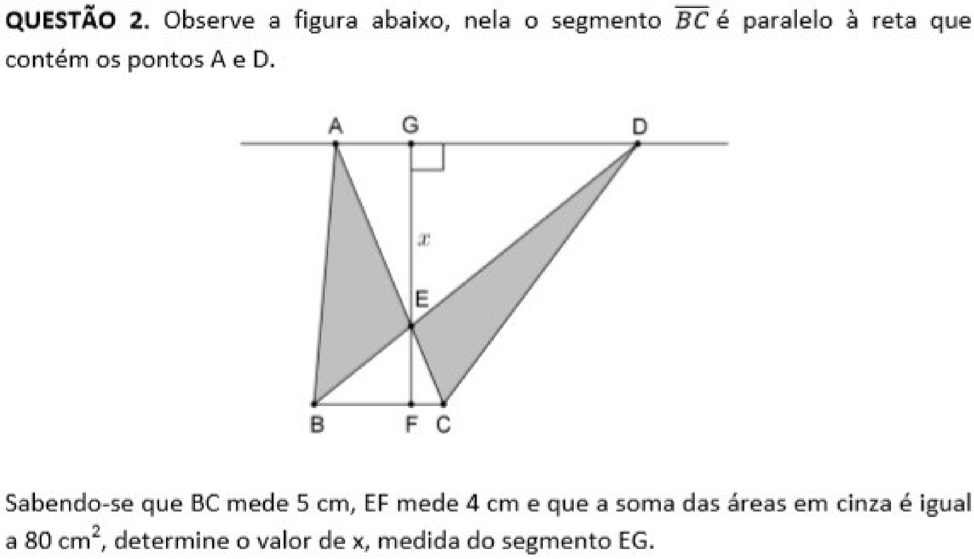
Figura 25: Resolução de um aluno da Questão 1 na avaliação do C3



Fonte: Produção do próprio autor

O nível de dificuldade da segunda questão, como apresentada na Figura 26, foi um pouco mais elevado, pois exigia seguidas constatações e relações a partir da imagem apresentada no enunciado. Apenas dois alunos acertaram a questão, e houve um aluno que não a resolveu; os demais cometeram erros durante a montagem dos cálculos, seja no emprego de fórmulas ou nas operações feitas.

Figura 26: Questão 2 da avaliação do Ciclo 3



Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,c)

5.1.4 Quarta avaliação

Para a quarta avaliação o conteúdo abordado esteve de acordo com o que foi estudado durante o Ciclo 4, a álgebra e no caso da prova, a resolução de expressões algébricas. Com nível de dificuldade médio, as questões eram semelhantes a alguns dos problemas vistos durante o ciclo.

Figura 27: Questão 1 da avaliação do Ciclo 4

QUESTÃO 1.

Ao longo de 2016 duas fábricas de calçados mantiveram fixas as suas produções mensais. A Fábrica 1 produzia 2800 pares de calçados mensalmente, enquanto a Fábrica 2 produzia 1200 pares mensalmente. A partir de janeiro de 2017 ocorreram mudanças nas produções dessas fábricas. A Fábrica 1 aumentou, sucessivamente, a produção em 60 pares por mês e a Fábrica 2 aumentou, sucessivamente, a produção em 270 pares mensalmente. Determine em qual mês de 2017 a produção da Fábrica 2 irá superar a produção da Fábrica 1.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,d)

Na questão de número um, as produções de duas fábricas poderiam ser expressas através de equações, e era pedido que se encontrasse o tempo necessário para que a produção de uma delas superasse a produção da outra. O nível de dificuldade da questão era baixo, e seu enunciado se encontra na Figura 27.

Figura 28: Questão 2 da avaliação do Ciclo 4

QUESTÃO 2.

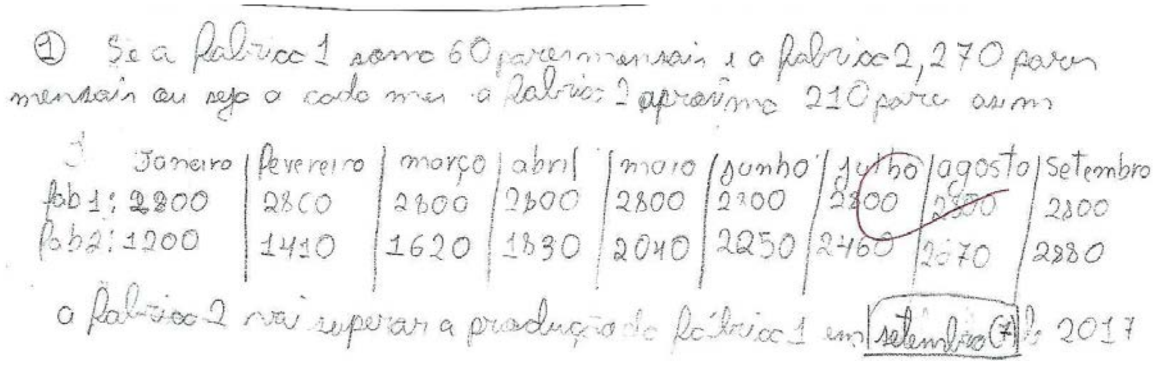
Suponha que a expressão $\frac{3a^2-12}{5(a-2)} - \frac{3a+1}{4}$, em que a é um número inteiro diferente de 2, seja igual a 2. Nessas condições, simplifique essa expressão e, em seguida, determine o valor de a.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,d)

A questão de número dois tratava somente da resolução de uma expressão algébrica, e tinha nível de dificuldade médio, pois eram necessárias algumas simplificações no meio dos cálculos que exigiam atenção e uma boa familiaridade dos alunos com este tipo de simplificação. Na Figura 28 pode ser visto o enunciado desta questão.

Todos os alunos tiveram nota máxima nesta avaliação, portanto o desempenho dos mesmos foi excelente. Algo que foi comum com todos na resolução da questão de número um, foi que os alunos não expressaram a equação que representava as produções das duas fábricas, mas todos escreveram em números através de uma tabela a produção de cada mês, até que chegassem no mês em que a fábrica tinha superado a outra em produção, como havia sido pedido. Um exemplo disso se encontra na Figura 29:

Figura 29: Resolução de um aluno da Questão 1 na avaliação do C4



① Se a fabrica 1 somo 60 pares mensais e a fabrica 2, 270 pares mensais ou seja a cada mes a fabrica 2 aproximo 210 pares assim

	Janeiro	Fevereiro	março	abril	maio	junho	julho	agosto	Setembro
fab 1:	2800	2800	2800	2800	2800	2800	2800	~~2800~~	2800
fab 2:	1200	1410	1620	1830	2040	2250	2460	2670	2880

a fabrica 2 vai superar a produção da fabrica 1 em setembro (7) de 2017

Fonte: Produção do próprio autor

5.1.5 Quinta avaliação

O conteúdo trabalhado durante o Ciclo 5 foi o mesmo abordado nesta quinta avaliação; a função afim tanto expressa em gráficos quanto simplesmente em equações. Sendo este tema a continuação natural do tema estudado no ciclo anterior, em certos momentos sendo mesmo a repetição de tópicos, esperava-se que o desempenho dos alunos se mantivesse ou evoluísse; porém o que aconteceu foi um declínio no desempenho geral.

Figura 30: Questão 1 da avaliação do Ciclo 5

QUESTÃO 1.

No que segue, as retas r e s são gráficos de funções afins y=f(x) e y=g(x), respectivamente. Sabe-se que f(x)=−2x e que s é paralela a r, de maneira que, no primeiro quadrante, s e os eixos coordenados formam um triângulo retângulo de área 25/4 cm^2.

Nas condições apresentadas, determine o coeficiente linear da função afim g(x).

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,e)

A primeira questão, como pode ser visto na Figura 30, exigia que os alunos fizessem a construção de um gráfico contendo duas retas, e encontrassem o coeficiente linear de uma delas. Este problema apesar de envolver gráficos de função, poderia ser resolvido através da geometria plana, pois as retas formariam um triângulo, e as medidas deste triângulo seriam fundamentais para encontrar o que o enunciado pedia. O nível de dificuldade era médio, devido aos múltiplos conteúdos presentes na questão. Porém, este conteúdo ainda não havia sido visto na escola em que os alunos estudam regularmente, o que justifica o desempenho ruim.

A segunda questão, presente na Figura 31, tinha nível de dificuldade médio também, porém exigia uma atenção maior na leitura e interpretação do enunciado. Os alunos deveriam reunir todas as informações acerca de um cheque descontado em um banco, cujo dinheiro foi entregue num determinado número de cédulas de R$ 10,00 e R$ 50,00. Após, com um erro cometido pelo operador de caixa do banco, deveriam encontrar o valor descontado daquele cheque.

Figura 31: Questão 2 da avaliação do Ciclo 5

QUESTÃO 2.

Recebi um cheque no valor de k reais e fui até um dos caixas do banco descontá-lo. Somente recebi notas de R$ 10,00 e R$ 50,00, totalizando 16 notas. Quando fui conferir o que havia recebido, percebi que o caixa havia se enganado, afinal recebi tantas notas de R$ 50,00 quanto às de R$ 10,00 que deveria receber e vice-versa. Ao observar o erro cometido, devolvi R$ 160,00 da importância recebida ao caixa, ficando assim com o valor correspondente a importância expressa em meu cheque.
Segundo as informações apresentadas, determine o valor de k.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,e)

No geral, todos os alunos cometeram erros nas duas questões, o que fez com que não se saísse, bem nesta avaliação. Na primeira questão todos utilizaram do raciocínio geométrico para a resolução, porém não atentaram para detalhes. Na segunda questão os erros mais recorrentes foram na interpretação inicial do enunciado.

5.1.6 Sexta avaliação

Nesta última avaliação o desempenho dos alunos caiu ainda mais, sendo esta a avaliação com as menores notas de todas no programa. Os temas abordados foram expressões algébricas e cálculos na geometria plana. A avaliação teve um nível de dificuldade médio para alto.

Na primeira questão, vista na Figura 32, era necessária transformar a situação-problema em uma expressão algébrica, e os alunos deveriam calcular o número de mesas produzidas por uma empresa mediante diversos fatores como lucro, receita e custo. A questão teve nível de dificuldade acima do médio, pois além da interpretação do enunciado e transcrição dos dados, os alunos tiveram que fazer uso correto de alguns dados que se repetiam com pequenas alterações.

Figura 32: Questão 1 da avaliação do Ciclo 6

QUESTÃO 1.

Um marceneiro produz mesas para escritório e estima em R$ 11.100,00 seu custo mensal fixo, acrescido de um custo de R$ 168,00 a cada mesa produzida. Considere que cada mesa é vendida por R$ 600,00 e que se forem produzidas e vendidas mensalmente k mesas, então o lucro mensal com a venda dessas mesas é igual a 22% da receita arrecadada com suas vendas (a receita é o valor total obtido com as vendas dos produtos, enquanto o lucro é a diferença entre a receita e o custo.) Segundo essas informações, determine o valor de k.

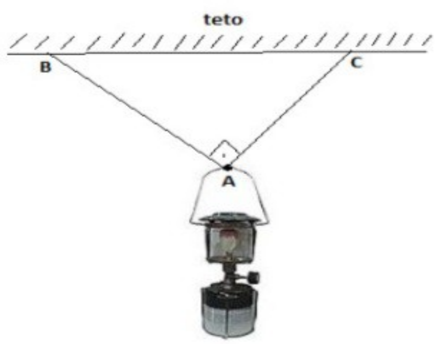
Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,f)

Apesar de a primeira questão ter o nível de dificuldade maior que o da segunda, todos os alunos fizeram a sua resolução corretamente, acertando tanto na escrita da expressão algébrica quanto no cálculo necessário; isso que fez com que todos eles chegassem no resultado esperado pelo problema.

Figura 33: Questão 2 da avaliação do Ciclo 6

QUESTÃO 2.

Um lampião foi fixado no teto por duas cordas linearmente esticadas, conforme ilustrado na figura que segue. Assuma que o triângulo ABC seja retângulo e que as medidas, em metros, de $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ sejam, respectivamente, $\frac{3}{5}$ e $\frac{13}{20}$.



Nas condições apresentadas, determine a distância, em metros, do ponto A até o teto.

Fonte: 12º Programa de Iniciação Científica (2017,f)

Já na segunda questão os alunos encontraram um nível médio de dificuldade, pois bastava extrair informações da figura apresentada, e com o uso de relações como a de Pitágoras eles encontrariam a medida pedida no enunciado. O problema também exigia conhecimentos de relações de semelhança de triângulos. Pode-se observar isto na Figura 33.

Na segunda questão, todos os alunos cometeram algum erro, sendo que todos fizeram o uso da relação de Pitágoras no início da resolução, porém também todos acabaram errando nos cálculos que tratavam de frações. Nenhum dos alunos prosseguiu o raciocínio para a semelhança de triângulos.

5.2 ATIVIDADES NO FÓRUM ONLINE

As atividades realizadas pelos alunos no *site* do 12º PIC durante este ano também receberam notas, e tudo o que eles fazem no *site* permanece registrado. Como pode ser visto na Figura 34, todos os detalhes dos alunos estão à disposição, como a cidade onde moram, qual tipo de medalha eles receberam na OBMEP, e se os alunos são bolsistas ou não.

Figura 34: Detalhes da turma no site do 12º PIC

Acompanhamento | Diário de Classe

Premiaçao	Nível	B	Cidade	
Menção Honrosa	Nível 3	Sim	GUARATINGUETA/SP	detalhes do aluno
Menção Honrosa	Nível 2	Sim	GUARATINGUETA/SP	detalhes do aluno
Ouro	Nível 3	Sim	LORENA/SP	detalhes do aluno
Prata	Nível 2	Sim	GUARATINGUETA/SP	detalhes do aluno
Prata	Nível 2	Sim	ROSEIRA/SP	detalhes do aluno
Prata	Nível 3	Sim	LORENA/SP	detalhes do aluno
Bronze	Nível 2	Sim	LORENA/SP	detalhes do aluno
Bronze	Nível 3	Sim	GUARATINGUETA/SP	detalhes do aluno
Bronze	Nível 3	Sim	GUARATINGUETA/SP	detalhes do aluno

Fonte: Produção do próprio autor

Com o acesso que o PO possui, como se pode notar na Figura 35, também é possível acompanhar além das notas, a frequência com que o aluno acessa o Fórum (QA), a duração do tempo que o aluno permaneceu no Fórum (DTA), a duração média do tempo de acesso (DMA), o último dia em que o aluno acessou o Fórum (UA), o número de mensagens postadas pelo aluno nos fóruns fora e dentro da turma (MNT e MFT), as tarefas *online* que estão disponíveis ou terminadas (QT), a quantidade de tarefas que o aluno realizou (QR), a última nota que o aluno recebeu na tarefa (UC) e o número de faltas nos encontros presenciais (F).

Figura 35: Acompanhamento da turma no site do 12º PIC

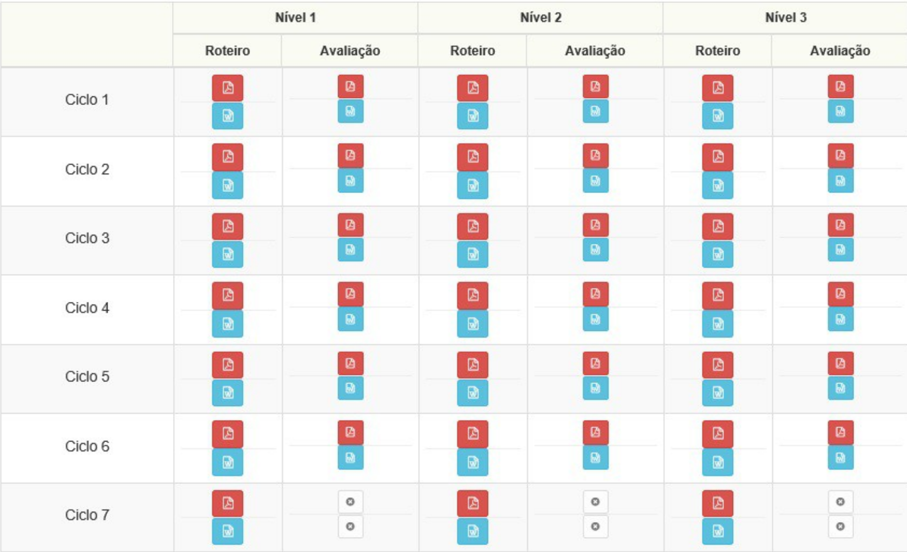
Acessos				Mensagens		Tarefas			Encontros
QA	DTA	DMA	UA	MNT	MFT	QT	QR	UC	F
1	10	10	195 dias	0	0	6	5	2.00	0
10	127	13	30 dias	0	0	6	5	0.00	0
11	169	15	131 dias	0	0	6	6	8.30	2
11	183	17	46 dias	0	0	6	6	1.70	0
72	3294	46	35 dias	0	0	6	5	0.00	0
22	783	36	35 dias	0	0	6	5	7.50	3
10	697	70	35 dias	0	0	6	5	5.00	3
6	11	2	57 dias	0	0	6	6	6.00	2
15	191	13	35 dias	0	0	6	5	7.70	1

Fonte: Produção do próprio autor

Ainda como é possível observar na Figura 35, os alunos acessaram poucas vezes o Fórum, inclusive com uma média de tempo pequena por acesso. Tal fato não se dá por falta de incentivo da parte dos professores, já que em cada encontro presencial os alunos são lembrados da importância de acessar o Fórum constantemente, dando continuidade aos estudos através do Fórum.

Os roteiros dos encontros presenciais com os problemas selecionados para cada encontro, as sugestões e comentários dirigidos aos Professores Orientadores, bem como as avaliações devidamente com as soluções e atribuição de pontos, se encontram todos no *site*, como se vê na Figura 36.

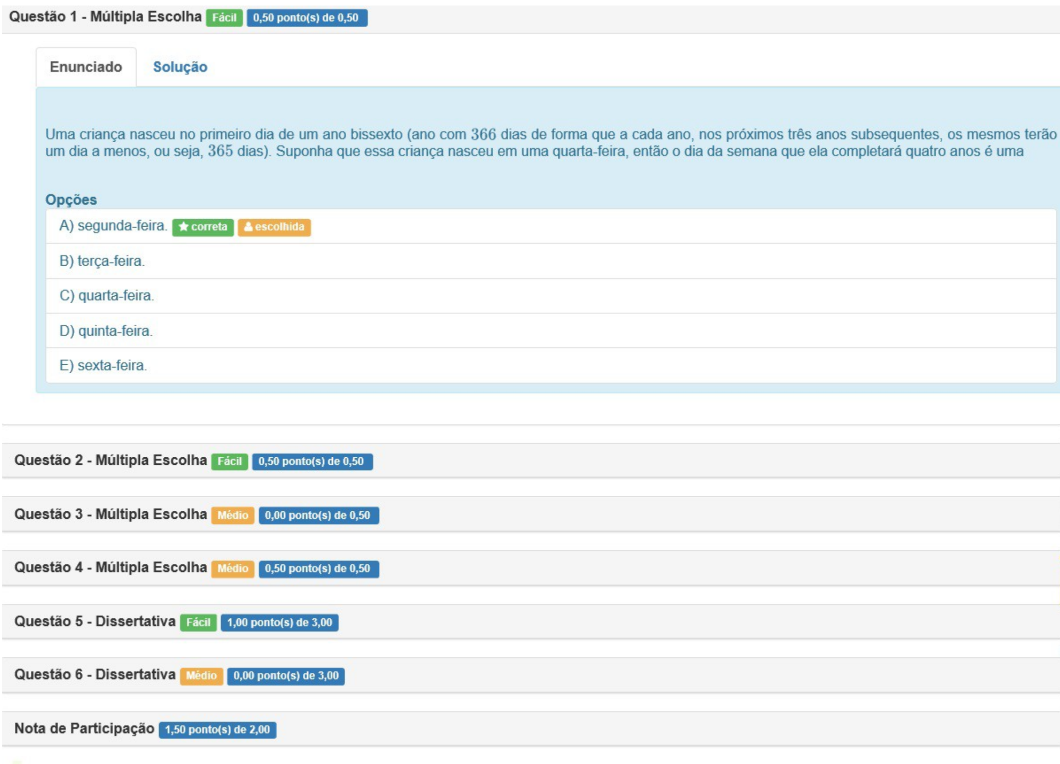
Figura 36: Planejamento acadêmico no site do 12º PIC



Fonte: Produção do próprio autor

Também é possível acompanhar além das notas de todas as tarefas feitas, os detalhes de cada uma delas, como as questões que fizeram parte, as alternativas de cada uma, a alternativa escolhida pelo aluno, o nível de dificuldade das questões, e quantos pontos elas valem. Tudo isso pode ser visto na Figura 37:

Figura 37: Detalhes das tarefas no site do 12º PIC



Fonte: Produção do próprio autor

A nota de participação diz respeito ao que o aluno desenvolveu nos demais ambientes do Fórum Hotel de Hilbert e ela é dada como uma forma de incentivo para a interação dos alunos. Todas as notas dos alunos do Nível 2 foram reunidas na Tabela 2.

Tabela 2 – Notas das tarefas *online*

Aluno	Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3	Ciclo 4	Ciclo 5	Ciclo 6	Média do aluno
B. S. M.	4,0	3,0	3,0	0,5	4,2	-	2,5
G. M. L.	8,5	5,5	6,0	3,5	7,9	1,7	5,5
I. V. J. G.	8,0	7,5	7,5	4,0	6,7	-	5,6
T. Y. K.	8,0	4,5	4,5	5,0	-	5,0	4,4
Média geral	7,1	5,1	5,3	3,3	6,3	3,4	-

Fonte: Produção do próprio autor

Todas as tarefas eram compostas por seis questões cada uma, sendo que quatro delas eram de múltipla escolha e duas delas eram dissertativas. Juntas essas questões somavam pontos que valiam notas variando de 0 a 10, distribuídos da seguinte forma: as questões de múltipla escolha valiam 2 pontos no total; as questões dissertativas valiam 6 pontos no total; e os 2 pontos restantes eram dados de acordo com a participação do aluno do Fórum.

Da Tabela 2 pode-se perceber que o desempenho dos alunos decaiu de acordo com o tempo. As médias por ciclo tiveram o seu valor mais alto no Ciclo 1, e após mantiveram a nota 5, caindo para 3 no Ciclo 4; embora no Ciclo 5 houve uma melhora na média, ela voltou a cair no Ciclo 6. Se observadas as médias por aluno, vê-se que todos têm média regular, sendo 3 a pior nota.

O prazo para realizar essas tarefas é de sempre uma semana, e o que acontece é que a maioria dos alunos não usa todo esse tempo. Geralmente acessam somente uma vez para responder a atividade que vale nota, e não retornam mais até o próximo mês. Claro que isso não pode ser uma generalização, pois há alunos que demonstram serem dedicados. Percebeu-se que os alunos são mais focados nas atividades presenciais.

5.3 IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Esperando-se reunir a opinião dos alunos participantes do PIC-OBMEP, foi elaborado um questionário para ser respondido por estes de forma anônima, garantindo assim uma liberdade maior de opinião. O questionário era composto por dez perguntas que abrangiam o programa, os professores, as dinâmicas de aula, o desempenho dos alunos e espaços para críticas e sugestões.

No que diz respeito ao PIC-OBMEP como um todo, os alunos gostaram do programa em seu decorrer, pois para eles o PIC ajudou no aprimoramento dos conhecimentos, e também puderam aprender conteúdos que ainda desconheciam, sendo a dinâmica bem participativa. Alguns alunos acharam os problemas difíceis e o conteúdo trabalhado durante os ciclos era diferente do que eles estudavam na escola.

Se fossem possíveis serem feitas mudanças, os alunos desejariam que o horário das aulas fosse diferente, a ordem dos conteúdos abordados estivesse mais parecida com a das escolas, e também que o tempo dos encontros fosse como nos PICs anteriores onde se ficava o dia todo e eram oferecidos lanches. Os alunos sugeriram também que a duração do programa fosse maior, para que mais assuntos fossem abordados e mais aulas pudessem acontecer.

Quando questionados sobre qual nota os alunos dariam para si referente a participação no PIC-OBMEP 2017, a grande maioria dos alunos atribuiu as notas 8 e 9, havendo casos em que a nota 7 ocorreu. Já quando puderam avaliar os professores com uma nota pelo trabalho, os alunos foram unânimes em atribuir a nota 9.

Os conteúdos que os alunos mais gostaram de estudar durante este ano, segundo eles, foram a probabilidade, a aritmética, a geometria plana e as funções. Grande parte dos alunos citou a geometria como sendo a matéria preferida. Em relação aos conteúdos que tiveram mais dificuldade de entendimento, eles apontaram a probabilidade e as funções. Interessante perceber que muitos alunos responderam com o mesmo conteúdo para o que mais gostaram e mais sentiram dificuldade.

Os alunos foram encorajados a refletir sobre em que o PIC-OBMEP mais os ajudou durante o decorrer deste ano, e em resposta eles relataram que puderam aprender novos métodos de resolver problemas, novas fórmulas, puderam melhorar em matérias específicas como aritmética, e também puderam sentir mais facilidade na escola quando as matérias estudadas coincidiam. Ainda o programa os ajudou a entender uma matemática mais complexa, e a pensar em novas maneiras de se resolver exercícios. Muitas vezes os conteúdos que eram trabalhados ainda não haviam sido vistos na escola. Para os alunos isso foi interessante na medida que os preparou melhor para o entendimento das matérias.

Alguns dos depoimentos deixados em comentários gerais sobre os encontros deste ano, destacam que os alunos enxergam o PIC-OBMEP como um programa muito bom e informativo. Os alunos que tiveram a oportunidade de participar em mais de um ano de programa apontam que é sempre uma ótima oportunidade poder estudar problemas novos, pois sabem que vão adquirir conhecimentos adicionais, o que os deixa muito felizes. Ainda puderam perceber que os estudos garantiram diversas oportunidades, e por isso ficaram mais animados em prosseguir estudando sempre mais. Não houve nenhuma crítica negativa ao programa, somente elogios e críticas construtivas, o que demonstra que o programa tem acertado durante esses anos de funcionamento.

5.4 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Ao que se refere ao programa como um todo, a sua estrutura e o seu método de trabalho é excelente. As atividades não só durante os encontros presenciais, mas também nos fóruns *online* garantem que os alunos estejam bem ocupados com os estudos, e tenham acesso aos mais variados tipos de problemas. A possibilidade do trabalho em equipe é um diferencial aqui, pois quando o aluno confronta suas ideias e visões com outros, ele pode tirar suas dúvidas ao mesmo tempo em que ajuda um outro aluno. Este protagonismo do aluno se dá também graças ao método de resolução de problemas, já que o papel do professor passa a ser mais o de um orientador do que uma figura que detém o conhecimento.

Os problemas escolhidos para este ano tiveram uma abrangência muito interessante quando se trata do nível de dificuldade, pois além de motivar os alunos com novos desafios, eles servem para mostrar que os alunos são totalmente capazes de enfrentar suas próprias limitações.

Já no que diz respeito as avaliações, apesar de estarem todas de acordo com o que foi trabalhado durante o ciclo em que se propunham a julgar, percebeu-se que o número de questões de cada uma delas é muito baixo; com isso, as notas dos alunos podem ser prejudicadas por erros mínimos que cometem. Isso não é muito bom pois pode ser uma fonte de desmotivação para eles.

Algo que foi constatado entre os professores e até levantado por alguns dos alunos, foi o fato de se ter uma forte impressão de que os problemas escolhidos neste ano estavam mais voltados para as provas da segunda fase da OBMEP. Alguns alunos que fazem parte do PIC-OBMEP não foram bem na primeira fase da olimpíada ou até mesmo não foram classificados para participar da segunda fase. Neste ponto uma atitude deve ser tomada para que haja equilíbrio nas questões abordadas.

Um dos objetivos do PIC-OBMEP é suscitar nos alunos o uso de uma linguagem matemática mais formal. Se comparada a escrita matemática deles durante o começo do programa e no final, a evolução é bem pequena, quase não notável. Este fato se deve ao nível escolar dos alunos; ainda é cedo para se esperar um rigor matemático dos mesmos. Muito embora alguns poucos alunos já demonstrem uma facilidade com o modo de se expressar matematicamente, não se deve julgar que este objetivo do PIC-OBMEP está em prejuízo. Quanto mais estimulados ao estudo da matemática, mais interessados em aprender os alunos se tornarão.

6 CONCLUSÃO

Foi visto, ao longo deste trabalho, que a OBMEP é uma iniciativa muito válida para o estímulo da aprendizagem Matemática. Desde os alunos que participam de suas fases iniciais, até aqueles que se classificam para as fases seguintes. No trabalho da OBMEP existe a preocupação em divulgar uma matemática contextualizada, dinâmica, e que desperte a curiosidade dos alunos a partir dos problemas propostos. Com enfoque especial nos alunos selecionados para participar do PIC-OBMEP, foi possível ter uma visão dos processos de aprendizagem por meio da metodologia de resolução de problemas.

É sabido que a metodologia da resolução de problemas é uma ferramenta poderosa para o ensino da Matemática, pois muitos estudos se dedicaram na análise desta prática, sendo o trabalho de George Polya o mais influente. Com a resolução de problemas o aluno assume o papel relevante de ser protagonista do seu aprendizado; ele aprende pela investigação, questionamento, descobertas e validação dos seus resultados, envolvendo tanto conhecimentos prévios e novos. Esse processo ocorre quando o aluno se depara com um problema e precisa tomar decisões por conta própria, havendo somente intervenção do professor na mediação das ideias apresentadas pelos alunos, sem jamais entregar fórmulas prontas ou trabalhar atividades de mera repetição de conceitos sem questionamentos.

Com a participação no PIC-OBMEP deste ano, foi possível acompanhar de perto, através dos encontros presenciais com os alunos, a aprendizagem mediante resolução de problemas. Foram sete ciclos de constantes estudos e dedicação, nos quais era visível o modo como os alunos se sentiam mais seguros a cada encontro, e a cada problema resolvido. Houve dificuldades, e também muitas dúvidas; mas essa experiência foi enriquecedora tanto para os alunos quanto para os profissionais envolvidos nessa jornada. O que se pôde extrair dessa vivência é que os alunos demonstraram compreender melhor um conceito, ao testar procedimentos por conta própria e gradativamente validar as suas experiências; mesmo para os conceitos estudados previamente, ao encarar um problema sem indicação de qual conceito específico estaria envolvido, eles foram capazes de fazer as associações corretas mediante as tentativas de resolução.

Os resultados obtidos neste ano de programa podem indicar que houve evolução no desempenho dos alunos em relação às avaliações aplicadas no final de cada ciclo; quando se trata das atividades *online* que os alunos fizeram, porém, o desempenho não foi tão bom. Chegou-se, então, ao entendimento de que o número de questões por avaliação era muito pequeno, e isto representa um risco elevado devido as possibilidades de o aluno tirar notas baixas devido a erros pequenos que afetam a questão toda; isso ficou evidente nos ciclos finais, quando o desempenho caiu, e o nível e dificuldade das questões foi maior. Em relação ao desempenho das atividades *online*, a impressão que se gerou foi a de que os alunos estão mais inclinados a manter uma atenção maior, quando se tem um período de tempo estipulado menor para a realização de tarefas específicas.

Das sugestões e críticas feitas pelos alunos em relação ao programa como um todo, pode-se ressaltar que eles gostaram muito de ter participado; o PIC os ajudou no aprimoramento de conhecimentos, trouxe conteúdos novos e foi participativo. Se pudessem mudar algo, desejariam que a ordem dos conteúdos trabalhados fosse sincronizada com a ordem escolar, e que o tempo dos encontros, assim como a duração do programa, fossem maiores.

Expondo os pontos positivos do programa, pode-se dizer que a sua estrutura e o seu método de trabalho são excelentes; o fato de possibilitar o trabalho em equipe permite ao aluno confrontar suas ideias e visões com opiniões diferentes, além do que ele assume a responsabilidade de sua aprendizagem, se sentindo motivado pelos desafios e superado suas limitações.

Em se tratando dos pontos a serem melhorados, tem-se a impressão de que os problemas trabalhados estavam mais voltados para as provas da segunda fase da OBMEP neste ano; neste quesito, uma mudança que adote um equilíbrio entre a primeira e a segunda fase é muito bem-vinda. Outro ponto a ser considerado, é de que a quantidade de questões por avaliação seja maior, e para as atividades *online*, que se aumente o número de atividades por ciclo; desse modo espera-se que os alunos tenham mais chances de se sair bem com as notas, pois os pontos deixariam de estar dependentes de um número pequeno de questões/atividades.

Finalmente, um julgamento acerca do uso da metodologia da resolução de problemas pode ser feito. Ficou evidente ao decorrer do programa que essa prática gera resultados muito satisfatórios, e, portanto, a sua aplicação é muito válida. Com um dos objetivos do PIC-OBMEP de promover o uso da linguagem matemática formal, foi constatada uma evolução bem pequena da parte dos alunos, devido ao nível escolar; mas é perfeitamente justificável se esperar um rigor matemático em desenvolvimento e, o que realmente importa, é que a semente está sendo plantada e muito bem cuidada.

REFERÊNCIAS

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 1. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C1-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,a.

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 2. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C2-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,b.

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 3. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C3-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,c.

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 4. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C4-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,d.

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 5. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C5-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,e.

12º Programa de Iniciação Científica. **Avaliação presencial PIC:** Grupo N2 - Ciclo 6. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C6-N2-avaliacao.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,f.

12º Programa de Iniciação Científica. **Manual do aluno participante do 12º PIC – 2017**. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/download?id=16>. Acesso em: 20 nov. 2017,g.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 1. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C1-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,h.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 2. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C2-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,i.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 3. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C3-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,j.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 4. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C4-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,l.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 5. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C5-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,m.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 6. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C6-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,n.

12º Programa de Iniciação Científica. **Roteiro de estudos PIC:** Grupo N2 - Ciclo 7. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/uploads/planejamento/C7-N2-roteiro.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2017,o.

BIONDI, R. L; VASCONCELLOS, L; MENEZES FILHO, A. Avaliando o impacto da OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - na qualidade da educação. **Revista Economia do LACEA**, v. 12, n; 2, "Spring 2012", p. 143-170, com título, 2012.

BALDIN, Y. Y.; FRANCISCO, A. **Resolução de problemas na sala de aula:** uma proposta da OBMEP para capacitação de professores em estratégias de ensino da matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 2016.

BERBEL, N. A. N. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? **Interface** – Comunicação. Saúde. Educação. v.2, n.2, p. 139-154, Fevereiro de 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIDELES, E. C. **A OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas**. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília: Brasília, 2014.

IMPA. **A olimpíada desperta o prazer no estudo da matemática**. Disponível em: <https://impa.br/page-noticias/a-olimpiada-desperta-o-prazer-no-estudo-da-matematica/>. Acesso em: 16 nov. 2017

OBMEP. **12º PIC – Portal**. Disponível em: <http://12pic.obmep.org.br/>. Acesso em: 20 out. 2017.

OBMEP. **Hotel de Hilbert**. Disponível em: <http://10forum.obmep.org.br/>. Acesso em: 12 set. 2017.

OBMEP. **OBMEP 2017**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 20 out. 2017.

OBMEP. **Portal da Matemática**. Disponível em: <https://matematica.obmep.org.br/>. Acesso em: 20 out. 2017.

OBMEP. **Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC)**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/pic.htm>. Acesso em: 12 set. 2017.

OBMEP. **Regulamento**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>. Acesso em: 12 set. 2017.

ONUCHIC. L.R.; ALLEVATO, N.S.G. (2011). **Pesquisa em resolução de problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. In: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), UNESP – IGCE. – v.5, n.41, Dezembro de 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. **Mathematical Discovery:** on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving. 2 vols. John Wiley, 1962-65.

PORTAL DA MATEMÁTICA. **Aula 01 - Metodologia da resolução de problemas da OBMEP para formação de professores**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XwlknGkOj2k>. Acesso em: 30 out. 2017.

POZO, J. I. **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed). 1998.

SAEB – SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Relatório 2001 - Matemática**. Brasília, 2002.

SILVA, J. F. A. da. **Resolução de problemas como recurso para o ensino da matemática no 6° ano**. 2012. 49 f. Trabalho de Graduação (Licenciatura em Matemática à Distância) - CCEN, Universidade Federal da Paraíba, Itaporanga, 2012.

SOUZA, S. C.; DOURADO, L. Aprendizagem baseada em problemas (ABP): um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. **HOLOS**, Instituto Federal do Rio Grande do Norte, ano 31, v. 5, p. 182-200, ISSN 1807 -1600, 2015.