# MARINA TEIXEIRA COSTA

# SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA E CONTROLES DISCRETOS UTILIZANDO O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA

BAURU/SP

Novembro/2016

#### MARINA TEIXEIRA COSTA

# SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA E CONTROLES DISCRETOS UTILIZANDO O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA

Dissertação apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Engenharia de Bauru – FEB Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Orientadora: Profa. Dra. Edméa Cássia Baptista

Co-Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

BAURU/SP

Novembro/2016

Costa, Marina Teixeira.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA E CONTROLES DISCRETOS UTILIZANDO O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA / Marina Teixeira Costa, 2016 129 f.

Orientador: Edméa Cássia Baptista Co-Orientador: Leonardo Nepomuceno

Dissertação (Mestrado) -Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2016

# unesp®

#### UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Beuru



ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MARINA TEIXEIRA COSTA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA.

Profe Dra EDMEA CASSIA BAPTISTA

Fililaine M. Solm Prota Dra EDILANE MARTINS ACLER

Prof. Dr. CLAUDION OF FRANCISCO DO NASCIMENTO

Aos meus orientadores Edméa e Léo, e ao meu colega de pesquisa Adilson, este trabalho é dedicado a vocês.

# **AGRADECIMENTOS**

À minha amada e admirada mãe, pelo apoio e incentivo incessantes aos meus estudos e por todo esforço dedicado a amparar minha caminhada até o presente momento.

Aos meus queridos e incríveis avós Therezinha e Carlos pelo amor, carinho e dedicação imensuráveis e imprescindíveis à minha trajetória.

À minha irmã Bruna pela infância deliciosa e inesquecível que dividimos e pela amizade e parceria de sempre mesmo na atual distância. E ao meu irmão Rick por ter presenteado nossa família com sua existência toda especial.

A minha família bauruense, mais do que amigos, irmãos do destino, por dividirem comigo gloriosos dias festivos, e também os mais trágicos e fracassados: Maria Laura Parra, Amanda Caversan, Helen Gomes, Patrícia Fasseira, Matheus Sampaio e Ana Flávia Sousa. Amigos como esses fazem a distância de casa ser menos dolorosa.

Agradeço especialmente ao Professor Balbo, meu orientador de iniciação científica, pela oportunidade de aprendizado, por encorajar e guiar meus primeiros passos no universo da pesquisa e incentivar o meu ingresso na Pós-Graduação. Por me tranquilizar em momentos de desespero e me ensinar que no final tudo fica bem! Admirarei por toda vida este exemplo de ser humano.

A todos os amigos do LOESP - Laboratório de Otimização e Estudos Econômicos em Sistemas de Potência, pelo pronto e constante compartilhamento de experiências e conhecimentos, essenciais ao andamento dessa pesquisa, em especial: Gabriela, Elis, Diego, Rafael, Mariana, Jéssica, Daisy e Augusto.

À minha orientadora Edméa e meu co-orientador Leonardo, pelo brilhante profissionalismo e dedicação na orientação deste trabalho, por sempre acreditarem em minha capacidade, pela amizade, compreensão e preocupação. Ao Adilson, pela participação em cada passo desse desafio.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, todos os professores e funcionários envolvidos, pela oportunidade da realização deste curso de mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pela credibilidade e apoio financeiro.



Costa, M.T. (2016). Solução do problema de fluxo de potência ótimo com restrição de segurança e controles discretos utilizando o método primal-dual barreira logarítmica. Dissertação(Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, FEB, Unesp, Bauru.

#### **RESUMO**

O problema de Fluxo de Potência Ótimo determina a melhor condição de operação de um sistema elétrico de potência. Há diferentes classes de problemas de Fluxo de Potência Ótimo de acordo com os tipos de funções a serem otimizadas, e os conjuntos de controles e de restrições utilizados. Dentre elas, dá-se destaque ao problema de Fluxo de Potência Ótimo com Restrição de Segurança, o qual é uma importante ferramenta para os Operadores dos Sistemas de Transmissão, tanto para o planejamento operacional, quanto para a precificação da energia. Seu objetivo é minimizar os custos operacionais de geração de energia levando em consideração as restrições decorrentes da operação do sistema sob um conjunto de contingências. Ele é formulado como um problema de otimização não linear, não-convexo de grande porte, com variáveis contínuas e discretas. Neste trabalho investiga-se este problema em relação à sua formulação, dificuldades computacionais e método de solução. Para um tratamento do problema mais próximo à realidade adotam-se alguns controles como variáveis discretas, ou seja, os taps dos transformadores. Estes são tratados através de um método que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos. Desta forma, o problema não linear discreto é transformado em um problema contínuo e o método Primal-Dual Barreira Logarítmica é utilizado em sua resolução. Testes computacionais são apresentados com o problema de Fluxo de Potência Ótimo com Restrição de Segurança associado ao sistema teste IEEE 14 barras em três etapas de teste. Os resultados obtidos e as comparações realizadas comprovam a eficiência do método de resolução escolhido.

PALAVARAS CHAVE: Fluxo de Potência Ótimo, Fluxo de Potência Ótimo com Restrição de Segurança, Método Primal-Dual Barreira Logarítmica, Função Penalidade, Otimização Não Linear.

Costa, M.T. (2016). Solution of the optimal power flow problem with security constraint and discrete controls using the primal-dual logarithmic barrier method. Dissertation (Master degree), Post-Graduate Program in Electrical Engineering, FEB, Unesp, Bauru.

#### **ABSTRACT**

The Optimum Power Flow problem determines the best operating condition of an electric power system. There are different classes of Optimal Power Flow problems according to the types of functions to be optimized, and the sets of controls and constraints used. Among them, the problem of Optimal Power Flow with Security Constraint is highlighted, which is an important tool for the Transmission System operators, both for operational planning and for energy pricing. Its objective is to minimize the operational costs of power generation taking into account the constraints arising from the operation of the system under a set of contingencies. It is formulated as a nonlinear, nonconvex large optimization problem, of continuous and discrete variables. In this work, the problem in relation to its formulation, computational difficulties and solution method is investigated. For a treatment of the problem closest to the reality, some controls such as discrete variables, i.e. the taps of the transformers, are used. These are treated by a method that penalizes the objective function when the discrete variables assume non-discrete values. Thus, the discrete nonlinear problem is transformed into a continuous problem and the Primal-Dual Logarithmic Barrier method is used in its resolution. Computational tests are performed with the optimal power flow problem with security constraint associated with the test system of IEEE 14 bars in three test stages. The obtained results and the realized comparisons prove the efficiency of the chosen resolution method.

**KEY-WORD:** Optimal Power Flow, Optimal Power Flow with Security Constraint, Primal-Dual Logarithmic Barrier Method, Penalty Function, Nonlinear Optimization.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema de 2 barras.	42
Figura 2 - Despacho econômico "puro".	42
Figura 3 - Despacho econômico com Restrição de Segurança	43
Figura 4 - Despacho econômico com Restrição de Segurança com Redespacho Corretivo	44
Figura 5 - Efeito dos parâmetros na função penalidade	55
Figura 6 - $\gamma$ =5 e $\beta$ =1	56
Figura 7 - $\gamma$ =0,5 e $\beta$ =1	56
Figura 8 - $\gamma$ =0,2 e $\beta$ =1	56
Figura 9 - Diagrama unifilar do Sistema Elétrico de 14 barras	59
Figura 10 - Magnitudes de tensão para o problema de FPO caso básico	63
Figura 11 - Diagrama unifilar do Sistema Elétrico de 14 barras com contingência na linha 2-4	64
Figura 12 – Magnitudes de tensões $V_i^0$ para o problema de FPORS preventivo	67
Figura 13 - Magnitudes de tensão $V_{is}^{\ 1}$ para o problema de FPORS preventivo	67
Figura 14 - Magnitudes de tensão $V_i^0$ para o problema de FPORS corretivo.	70
Figura 15 - Magnitudes de tensão $V^1_{is}$ para o problema de FPORS corretivo	70
Figura 16 - Magnitudes de tensão $V_i^1$ para o problema de FPORS corretivo	71
Figura 17 - Magnitudes de tensão $V_i^0$ para o problema de FPO básico	74
Figura 18 - Magnitudes de tensão $V_i^0$ para o problema de FPORS preventivo	76
Figura 19 - Magnitudes de tensão $V^1_{is}$ para o problema de FPORS preventivo	76
Figura $20$ - Magnitudes de tensão $V_i^0$ para o problema de FPORS corretivo	78
Figura 21 - Magnitudes de tensão $V^1_{is}$ para o problema de FPORS corretivo	78
Figura 22 - Magnitudes de tensão $V^1$ para o problema de FPORS corretivo	79

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados do sistema de duas barras da Figura 1	
Tabela 2 - Coeficientes da função objetivo.	60
Tabela 3 - Limites de fluxo de potência nas linhas.	. 61
Tabela 4 - Canalização das Potência gerada	61
Tabela 5 - Canalização de Potência Reativa gerada	62
Tabela 6 - Valores de inicialização dos taps.	62
Tabela 7 - Dimensões do problema FPO.	62
Tabela 8 – Valores obtidos para o problema de FPO	63
Tabela 9 - Valores obtidos para os taps dos transformadores	64
Tabela 10 - Dimensões do problema de FPORS preventivo	65
Tabela 11 - Valores obtidos para o problema de FPORS preventivo	. 66
Tabela 12 - Valores obtidos para os taps dos transformadores $t_{im}^0$	67
Tabela 13 - Dimensões do problema de FPORS corretivo.	. 68
Tabela 14 - Valores obtidos para o problema de FPORS corretivo.	. 69
Tabela 15 - Valores obtidos para os taps dos transformadores	. 71
Tabela 16 - Valores obtidos para o problema de FPO.	. 73
Tabela 17 - Valores obtidos para os taps dos transformadores	. 74
Tabela 18 - Valores obtidos para o problema de FPORS preventivo	. 75
Tabela 19 - Valores obtidos para os taps dos transformadores	. 76
Tabela 20 - Valores obtidos para o problema de FPORS corretivo.	. 77
Tabela 21 – Valores obtidos para os taps dos transformadores	. 79
Tabela 22 - Comparação dos Métodos	. 81

# LISTA DE SÍMBOLOS

```
x: vetor das variáveis de estado;
f(x): função objetivo, traduz o critério a ser otimizado;
g(x): vetor das funções que representam o balanço de potência ativa e reativa;
h(x): vetor das funções que representam as restrições funcionais e os limites operacionais do
sistema;
C(Pg): função objetivo de custo total de geração;
Pg_i: potência ativa gerada pela unidade geradora i;
Qg_i: potência reativa gerada pela unidade geradora i;
C_i(Pg_i): função custo individual da unidade geradora i;
a_i,b_i,c_i: coeficientes de custo da unidade geradora i;
V_i: magnitude da tensão da barra i;
V: vetor das magnitudes de tensão em todas as barras do sistema;
t: vetor dos taps dos transformadores do sistema;
\theta: vetor dos ângulos das tensões em todas as barras do sistema;
\Omega_{p}: conjunto das barras de geração do sistema, exceto a barra slack;
\Omega_c: conjunto das barras de carga do sistema;
\Omega_r^k: conjunto de todos os ramos do sistema;
B : conjunto de todas as barras do sistema;
G : conjunto de unidades geradoras do sistema;
P_{im}: expressão para o fluxos de potência ativa no ramo im;
Q_{im}: expressão para o fluxo de potência reativa reativa no ramo im;
```

 $\Omega_i$ : conjunto das barras vizinhas à barra i;

k: representa a configuração de contingência sistema;

 $x_k$ : vetor de variáveis dependentes para o estado k;

 $x_k^s$ : vetor de variáveis dependentes para o estado pós-contingência k preventivo;

 $u_k$ : vetor de variáveis controláveis para o estado k;

 $\overline{\Delta u_k}$ : vetor de máximo ajuste permitido para as variáveis de controle entre o caso base e o *k*-*ésimo* estado de pós-contingência;

 $T_k$ : intervalo de tempo disponível para as ações corretivas;

 $du_k/dt$ : representa a taxa de alteração das variáveis de controle, em resposta a uma contingência;

 $L_s, L_m, L_l$ : denotam, respectivamente, os limites de operação de curto (emergência), médio e longo prazos (normal).

# **SUMÁRIO**

1.	INTRO	ODUÇÃO	16
	1.1 M	IOTIVAÇÃO	18
	1.2 C	BJETIVO	18
	1.3 C	RGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
2.	REVIS	SÃO BIBLIOGRÁFICA DO PROBLEMA DE FPORS	20
3. C		COBLEMAS DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO FRIÇÃO DE SEGURANÇA	
	3.1 O	PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	24
	3.1.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FPO	25
	3.1.1.1	DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS E EQUAÇÕES	25
	3.2 C	PROBLEMA DE FPORS	30
	3.2.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FPORS	31
	3.2.1.1	DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES	33
	3.2.2	EXEMPLO	42
4	MÉTO	DOS DE OTIMIZAÇÃO	45
	4.1	O MÉTODO DE NEWTON	45
	4.2	MÉTODO DUAL-LAGRANGIANO	47
	4.3	O MÉTODO DE BARREIRA	48
	4.4	O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA	50
	4.5 DISCI	UMA FUNÇÃO PENALIDADE PARA O TRATAMENTO DE VARIÁVEIS RETAS	53
	4.5.1	A FUNÇÃO PENALIDADE	53
	$\beta$ .	SENSIBILIDADE DA FUNÇÃO PENALIDADE SENOIDAL EM RELAÇÃO A 55	γЕ
5	TESTI	ES NUMÉRICOS	58
	5.1	PRIMEIRA ETAPA DE TESTES	59
	5.1.1	FPO	59
	5.1.2	FPORS preventivo	64
	5.1.3	FPORS corretivo	68
	5.2	SEGUNDA ETAPA DE TESTES	71
	5.2.1 E DE 1	A FUNÇÃO PENALIDADE SENOIDAL APLICADA AOS PROBLEMAS DE FF FPORS	
	5.2.2	FPO	72
	5.2.3	FPORS preventivo	75

	5.2.4	FPORS corretivo	77	
	5.3	TERCEIRA ETAPA DE TESTES	79	
	5.3.1	IPOPT	80	
	5.3.2	KNITRO	80	
	5.3.3	COUENNE	80	
	5.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	82	
6	CONC	LUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	83	
7	TRABALHOS PUBLICADOS84			
8	8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS			
9	APÊN.	DICE A	90	

# 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, na Engenharia Elétrica, um problema que envolva a determinação do estado ótimo de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) é denominado um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). O estado ótimo de um SEP é atendido ajustando-se os controles disponíveis para minimizar ou maximizar uma função objetivo, sujeito a restrições operacionais e de segurança. O FPO é formulado como um problema de otimização restrita, não linear, não convexo, de grande porte e com variáveis contínuas e discretas.

Diferentes classes de problemas de FPO podem ser determinadas dependendo dos objetivos escolhidos para serem otimizados, e os conjuntos de controles e de restrições utilizados. Essas classes de problemas de FPO podem ser tratadas como subconjuntos de um problema geral.

Pode-se citar algumas das principais classes de problemas FPO, como: o problema de despacho econômico, cujas formulações clássicas envolvem um problema quadrático, que minimiza uma função associada ao custo dos combustíveis empregados na geração termoelétrica de energia e as restrições podem envolver os limites das variáveis de controle, as equações de fluxo de potência, o balanço de geração, entre outras (OLIVEIRA *et al*, 2013); o problema de máximo carregamento, o qual pode ser modelado como um problema de otimização restrita, não-linear, com variáveis contínuas e discretas, cujo objetivo é determinar o máximo aumento de carga em um SEP, satisfazendo suas restrições operacionais (SOLER *et al*, 2013); e o FPO com Restrição de Segurança (FPORS), o qual leva em consideração as restrições decorrentes da operação de um SEP sob um conjunto de contingências (interrupção de linhas de transmissão e/ou geradores) o qual é formulado como um problema não-linear, não-convexo e de grande porte, e com variáveis contínuas e discretas (CAPITANESCU *et al*, 2011).

Segundo Capitanescu *et al.* (2011), o FPORS vem sendo abordado na literatura por diversos autores, e é uma importante ferramenta para os operadores dos sistemas de transmissão, tanto para o planejamento operacional do sistema, quanto para a precificação da energia. Vários modelos são encontrados na literatura para a representação desse problema.

El-Hawary (2007), destaca também que diversas técnicas de solução têm sido desenvolvidas para resolver os problemas de FPO. Em particular, de acordo com Bhaskar *et al.* (2011), para o FPORS já foram utilizadas as seguintes abordagens de resolução: técnica de

decomposição de *Benders*, Método de Relaxação Dual, Método Dual-Simplex, Método Primal-Dual de Pontos Interiores, algumas heurísticas, entre outras.

O desenvolvimento de novas abordagens para a resolução do problema FPORS pode ser baseado na associação de métodos clássicos da Otimização Não-Linear (ONL) que exploram características especificas de cada método.

Entre os métodos utilizados para resolução do FPORS destaca-se neste trabalho, o método Primal-Dual de Barreira Logarítmica e propõe-se a investigação do problema de FPORS, através do modelo apresentado por Capitanescu *et al.* (2011) e sua resolução utilizando o Método Primal-Dual de Barreira Logarítmica, considerando a natureza discreta dos *taps* dos transformadores.

Destaca-se que, de modo geral, nas abordagens da literatura para a resolução dos problemas de FPO, as variáveis de controle discretas, como por exemplo os *taps* dos transformadores, são modeladas como contínuas, o que distancia os resultados obtidos pela resolução do problema da realidade do sistema elétrico, pois alguns controles podem ser ajustados apenas por passos discretos.

Foi utilizado neste trabalho um método para tratar as variáveis discretas do problema (os *taps* dos transformadores), através de uma função que penaliza a função objetivo quando as variáveis em questão assumem valores não discretos. Desta forma, o problema com variáveis discretas é transformado em um problema de variáveis contínuas e pode ser resolvido pelo Método Primal-Dual de Barreira Logarítmica. Observa-se que uma sequência de problemas penalizados é resolvida através do Método Primal-Dual de Barreira Logarítmica e suas penalizações são atualizadas a cada iteração, até que essa solução discreta seja encontrada.

A formulação clássica do FPORS, a qual é descrita no capítulo 3 baseia-se em Capitanescu *et al.* (2011) é apresentada como um problema de dois estágios de decisão. As primeiras decisões são denominadas de controles preventivos, em um estado de funcionamento do sistema totalmente conhecido, e têm um efeito direto sobre a função de custo. Os controles preventivos garantem a segurança do sistema no caso de ocorrência de uma contingência específica, sem ter a necessidade do Operador do Sistema de Transmissão (OST) tomar ações de correção após esta contingência. As decisões do segundo estágio correspondem a controles corretivos hipotéticos, que só serão aplicados após a ocorrência de certa contingência para garantir a estabilidade de operação do sistema. Neste trabalho, a

contingência considerada é a interrupção de uma das linhas do Sistema Elétrico. Essas ações são normalmente modeladas como decisões "a custo zero", pois elas devem ser implementadas apenas após a ocorrência de uma contingência. O conjunto de "segunda fase" é finito e se presume que seja conhecido a *priori*. Seu tamanho é proporcional ao tamanho do sistema, pois o critério de segurança clássica "N-1" produz um cenário possível para cada elemento de interrupção.

# 1.1 MOTIVAÇÃO

O FPORS destina-se a auxiliar as etapas de tomada de decisão no planejamento, de planejamento da operação e de operação, para determinar estratégias ótimas de correção garantindo que, se eventos de contingência, com uma probabilidade significativa ocorrerem, o sistema continuará a operar em condições normais (CAPITANESCU *et al*, 2011).

Capitanescu *et al.* (2011) destaca que uma das características mais desafiadoras do problema de FPORS é em relação à dimensão do problema. Em comparação a um problema de FPO, o FPORS envolve um número muito maior de variáveis e restrições, o que o torna um problema complexo de ser resolvido.

# 1.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é investigar a formulação do problema de FPORS apresentada em Capitanescu *et al.* (2011), levando em consideração a natureza discreta dos *tap*s dos transformadores, bem como suas dificuldades computacionais, e resolvê-lo com uma abordagem que transforma o problema discreto em contínuo ao adotar uma função que penaliza a função objetivo quando estas variáveis não assumem valores discretos.

# 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho encontra-se dividido da seguinte forma: no capítulo 2, é realizada uma revisão bibliográfica dos trabalhos relacionados ao problema de FPORS; no capítulo 3 são apresentadas as formulações dos problemas de FPO e FPORS e um exemplo numérico para caracterizar o problema de FPORS. Uma revisão dos métodos de otimização é apresentada no capítulo 4, o qual inclui o Método Primal-Dual Barreira Logarítmica e a função penalidade para o tratamento das variáveis discretas; testes computacionais são apresentados no capítulo 5, com o problema de FPORS associado a um sistema de 14 barras e seus resultados são comparados ao de um FPO associado ao mesmo sistema, e finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as considerações finais e a proposta de continuidade do trabalho.

# 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DO PROBLEMA DE FPORS

Neste capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica de trabalhos da literatura que abordam o problema de FPORS, em relação à sua formulação e técnicas de solução.

Um dos primeiros trabalhos a introduzir o problema de FPORS foi o de Monticelli *et al.* (1987) no qual é apresentada uma nova formulação para o problema de Despacho Econômico, denominada de Reprogramação do Despacho Econômico com Restrição de Segurança. Neste, após a perda de uma linha de transmissão, um novo despacho de geração deve ocorrer para eliminar as violações causadas por determinada contingência. Técnicas de decomposição são utilizadas na resolução do modelo.

Em 1993, Osvaldo Méndez, utiliza uma versão linearizada do problema de FPORS e apresenta um algoritmo para a solução em computadores paralelos, por meio de um método assíncrono baseado em construções e estruturas típicas da programação concorrente. O método foi implementado em uma máquina paralela, tipo memória compartilhada e barramento comum e em um computador de memória distribuída com arquitetura hipercúbica, e os resultados foram comparados.

Harsan *et al.* (1997) apresenta uma estratégia chamada de Análise de Segurança Cíclica para selecionar as possíveis contingências do problema. Tal análise é dividida em duas partes: a primeira analisa as pequenas alterações das variáveis de controle causadas pelas contingências, as que não causam impacto significativo no sistema são eliminadas; já a segunda analisa as contingências que sobraram e então, são calculadas as variações de tensões de pós-contingência através de um fluxo de carga desacoplado.

Duas técnicas para inclusão de contingências no modelo de mercado são propostas em Milano *et al.* (2005). A primeira leva em consideração as linhas mais críticas do sistema no caso de ocorrência de uma contingência. Já a segunda, considera o resultado do problema sem contingências, e mediante essa solução é calculada uma estratégia para mensurar a sensibilidade das linhas, e as contingências são selecionadas de acordo com esta sensibilidade. Foi utilizado um método de Pontos Interiores Primal-Dual Previsor-Corretor na resolução do modelo apresentado.

No ano de 2009, Azevedo *et al.* propõem uma nova formulação para o problema de FPORS, que leva em consideração as contingências como: perda de linhas de transmissão,

perda de geração ou múltiplas perdas. A função objetivo é bi-objetivo e representa as perdas de potência na transmissão e o custo de geração, sujeito às restrições de balanço de potência, de fluxo de potência ativa nas linhas, de limites de geração e restrições de perda de linha ou de gerador, estes já previamente selecionados. Para a resolução, é utilizado o método de pontos interiores previsor-corretor.

Em Capitanescu *et al.* 2011 é apresentado o estado da arte para o problema FPORS, assim como uma formulação geral do mesmo e uma discussão a respeito das principais dificuldades de resolução e desafios computacionais que envolvem o modelo. Discute-se também a necessidade de considerar os critérios de segurança que vão além da segurança clássica "N-1" e de se desenvolver técnicas capazes de identificar rapidamente "N-K" (K>1) eventos danosos com probabilidades não negligenciáveis, para que não prejudiquem a segurança de outros sistemas, reduzindo assim o risco de eventos em cascata. Investiga-se o fato de que as decisões relativas à operação do sistema de energia e planejamento operacional devem levar em conta redes de transmissão mais complexas, para que as ações de controle tomadas por um OST não prejudiquem a segurança de sistemas vizinhos como é investigado em Phan e Sun (2015).

Autores como Jiang e Xu (2014), consideram o fato de que listas de contingência estáticas e igualmente ponderadas, não são muito realistas quando modeladas diante de sistemas de dimensões maiores. A tomada de decisão a respeito da proteção do sistema contra determinadas contingências deve ser dinâmica e explorar todas as informações disponíveis no momento. Em outras palavras, o conjunto de cenários relevantes e o peso dado a cada um desses cenários na tomada de decisões de primeira fase devem ser otimizados.

Rony Seto Wibowo e Ontoseno Penangsang, em 2014, através dos sistemas de 9 e 25 barras testaram os controles preventivos e corretivos resolvendo o problema de FPORS pelo método da decomposição de *Benders*. No estado normal, o controle preventivo é utilizado para proteger o sistema, enquanto que em estado de emergência (pós-contingência), o controle corretivo é empregado para satisfazer as limitações do sistema. O objetivo principal do problema é minimizar o custo de operação enquanto um subproblema é destinado a minimizar o desvio de geração de energia entre os estados normais e de emergência, a fim de evitar a violação da taxa de rampa das unidades geradoras.

Já em 2015, Dzung Phan e Jayant Kalagnanam exploraram alguns métodos eficientes para a resolução do problema de FPORS, baseando-se nos métodos da decomposição de

Benders, Branch-and-Bound, e Dual Lagrangiano. Foram investigadas estratégias para modificação dos algoritmos e da formulação do problema para melhor adaptação do método ao problema. Um exemplo disso é uma abordagem alternativa para resolver o problema de FPORS de grande porte decompondo-o em um número pré-estabelecido de subproblemas menores relacionados a cada possível contingência. Foram testados, através destes métodos propostos, problemas relacionados aos sistemas de 14, 30, 57, 118 e 300 barras.

Ainda em 2015, Capitanescu propôs uma nova formulação para o problema de FPORS, adicionando três novas restrições ao modelo, apresentado por ele mesmo em Capitanescu *et al.* (2011), que leva em consideração o risco de alguma contingência ocorrer. O autor utilizou o pacote CONOPT, que utiliza o algoritmo do Gradiente Generalizado Reduzido, para a resolução do problema associado a um sistema de 118 barras, considerando a ocorrência de 4 diferentes contingências.

Em Wang e Fu (2015), foi desenvolvido um método que utiliza uma relaxação Lagrangiana, a qual incorpora na função objetivo as restrições do problema por meio de multiplicadores de Lagrange. Por se tratar de um problema com um grande número de variáveis, o autor utiliza a decomposição de *Benders* para resolver o problema relaxado, de modo a decompô-lo em um problema principal e um conjunto de subproblemas dependentes que interagem entre si. Este método foi aplicado ao problema de FPORS, que visa minimizar o custo de geração, sujeito a restrições de atendimento de demanda, potência gerada dentro dos limites físicos e diferença entre a potência gerada do caso base para uma contingência menor que um limite.

Ahmad Attarha e Nima Amjady (2016) apresentam um estudo que tem como objetivo modificar a característica altamente não-convexa do problema de FPORS para um problema convexo. Desta forma, o FPORS pode ser resolvido com menor esforço computacional, podendo ser obtidas melhores soluções, através de pacotes de otimização comerciais. Os termos não-convexos do modelo FPORS (por exemplo, os termos associados aos efeitos de carregamento de válvula de unidades geradoras e modelagem de redes) são reformulados utilizando funções Sigmoidal com base na série de Taylor. A formulação torna-se então convexa, podendo ser mais facilmente resolvida. A abordagem proposta é testada utilizando-se os sistemas de 30, 118, 300, e o sistema de 2746 barras polonês. Os resultados obtidos são comparados com os resultados de vários outros métodos de solução do FPORS já anteriormente utilizados.

Em termos de formulação do problema FPORS, as considerações de Capitanescu *et al.* (2011) levam a duas direções complementares e interligadas de pesquisa. A primeira foca no desenvolvimento de métodos adequados para o cenário de seleção de contingência *on-line* adaptado à formulação clássica do problema, levando em conta as contingências que mais afetariam a estabilidade do sistema de energia, como investigado em Jiang e Xu (2014). A segunda visa rever o horizonte de controle temporal e sua decomposição em sucessivas fases de tomada de decisões, como pode-se verificar em Xu *et al* (2016).

Neste trabalho opta-se em tratar o FPORS de acordo com a primeira direção de pesquisa, ou seja, a que trabalha com a formulação clássica do problema e desenvolve métodos adequados para a sua resolução. E, considera-se contingência a perda de uma linha de transmissão, ou seja a linha de transmissão em questão torna-se inoperante.

No próximo capítulo, serão apresentadas as formulações matemáticas dos problemas de FPO e de FPORS.

# 3. OS PROBLEMAS DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA

Neste capítulo apresentam-se os modelos para os problemas de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) e de Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS) e as suas respectivas formulações matemáticas. Consideram-se os *tap*s dos transformadores como variáveis discretas.

# 3.1 O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O Problema de FPO tem por objetivo determinar o melhor ponto de operação de um sistema elétrico de potência, satisfazendo às restrições operacionais e físicas da rede elétrica, visando a melhoria do desempenho deste. Este problema é formulado como um problema de otimização restrita, não linear, não convexo, de grande porte e com variáveis contínuas e discretas. Vários trabalhos os quais investigam o problema de FPO surgiram na literatura visando resolvê-lo através de diferentes metodologias. O problema de FPO foi proposto em 1962, quando Carpentier apresentou um modelo geral para o problema, incorporando as equações de fluxo de potência ao problema de Despacho Econômico (DE). Carpentier associou a este problema uma função Lagrangiana transformando-o em um problema de programação não linear irrestrito. Aplicou as condições necessárias de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) obtendo um sistema não linear, o qual foi resolvido pelo método de Gauss-Seidel, e assim, chegou-se a uma solução para o problema.

Diferentes classes do problema de FPO podem ser determinadas de acordo com a função objetivo adotada, os conjuntos de variáveis de controle e de restrições utilizados. Essas diversas classes de problemas de FPO podem ser vistas como subconjuntos de um problema geral. Destaca-se que diversas técnicas de solução têm sido desenvolvidas para resolver os problemas de FPO desde que o mesmo foi proposto (EL-HAWARY, 2007).

# 3.1.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FPO

Nesta seção, apresenta-se matematicamente o problema de FPO por (3.1)-(3.3). Os índices "0" utilizados nas variáveis e restrições denotam uma situação básica de operação, em que o sistema opera sem contingência. Essa notação facilita a definição do modelo com restrição de segurança pós-contingência, que será descrito na seção 3.2 a seguir.

Minimizar 
$$f(x_0, u_0)$$
 (3.1)

sujeito a:

$$g_0(x_0, u_0) = 0 (3.2)$$

$$h_0(x_0, u_0) \le L_t \tag{3.3}$$

em que:

- x<sub>0</sub> é o vetor das variáveis não controláveis;
- $u_0$  é o vetor das variáveis de controle;
- $L_l$  é o vetor que representa os limites operacionais de longo período associados ao sistema.

# 3.1.1.1 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS E EQUAÇÕES

# • Variáveis não controláveis:

No problema de FPO descrito em (3.1)-(3.3), consideram-se as seguintes variáveis não controláveis: magnitudes de tensão  $V_i^0$  para as barras i pertencentes ao conjunto de barras de carga,  $\Omega_c^0$ ; e ângulos de tensão  $\theta_j^0$  em barras j, pertencentes ao conjunto de todas as barras do sistema  $B^0$ . Assim sendo, tem-se:  $x_0 = (V_i^0, \theta_j^0)^T, \forall i \in \Omega_c^0, \forall j \in B^0$ .

#### • Variáveis controláveis:

No problema de FPO, (3.1)-(3.3), consideram-se as seguintes variáveis controláveis: geração de potência ativa  $Pg_i^0$  nas barras i, pertencentes ao conjunto das barras de geração e referência (barras com controle de tensão)  $\Omega_g^0$ ; magnitudes de tensão  $V_i^0$  também nas barras

i de geração e referência; e taps dos transformadores  $t_{lm}^0 \in D_{t_{lm}}^0$  para os ramos im do sistema que possuem transformadores. Tem-se então:  $u_0 = \left(Pg_i^0, V_i^0, t^0\right)^T$ ,  $\forall i \in \Omega_g^0$ ,  $t_{im}^0 \in D_{t_{im}}^0$ , em que  $D_{t_{im}}^0$  é o conjunto de valores discretos para os taps  $t_{im}^0$ , para o caso básico.

# • Limites operacionais

Supõe-se que estes limites devem ser suportados durante a operação normal do sistema, sem a ocorrência de nenhuma contingência. Neste trabalho, consideraram-se os seguintes limites: fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão, geração de potência reativa em barras de geração e referência pertencentes ao conjunto  $\Omega_g^0$ ; mínima e máxima geração de potência ativa em barras de geração e referência (conjunto  $\Omega_g^0$ ) e mínima e máxima magnitude de tensão em todas as barras do sistema (conjunto  $B^0$ ).

# • Função Objetivo:

Matematicamente, o problema de FPO (3.1)-(3.3), tem como objetivo a minimização do custo de geração,  $C(Pg^0)$ , dado em (3.1) e definido matematicamente em (3.4):

$$C(Pg^{0}) = \sum_{i \in G} C_{i}(Pg_{i}^{0}) = \sum_{i \in G} (a_{i}(Pg_{i}^{0})^{2} + b_{i}Pg_{i}^{0} + c_{i})$$
(3.4)

em que:

- $C(Pg^0)$  é a função objetivo de custo total de geração;
- $Pg_i^0$  é a potência gerada pela unidade geradora i;
- $C_i(Pg_i^0)$  é a função custo individual da unidade geradora i;
- $a_i, b_i, c_i$  são os coeficientes de custo da unidade geradora i;
- G é o conjunto de unidades geradoras (termelétricas) do sistema.

# • Restrições de igualdade:

As restrições de igualdade em (3.2) representam as restrições de balanço de potência ativa e reativa nas barras do sistema, dadas em (3.5) e (3.6), respectivamente.

$$\Delta P_i^0(y_0) = 0, \quad \forall i \in B^0 \tag{3.5}$$

$$\Delta Q_i^0(y_0) = 0, \ \forall i \in \Omega_c^0 \tag{3.6}$$

em que,

• 
$$\Delta P_i^0(y_0) = Pg_i^0 - Pc_i^0 - \sum_{m \in \Omega_i} P_{im}^0(y_0), \quad \forall i \in B^0$$
 (3.7)

$$\Delta Q_i^0(y_0) = Qg_i^0 - Qc_i^0 - \sum_{m \in \Omega_i} Q_{im}^0(y_0), \quad \forall i \in \Omega_c^0$$
 (3.8)

em (3.7) e (3.8) tem-se que:

- $Pg_i^0$  e  $Pc_i^0$  são as potências ativas geradas e consumidas, no caso básico na barra i, respectivamente;
- $Qg_i^0$  e  $Qc_i^0$  são as potências reativas geradas e consumidas, no caso básico, na barra i, respectivamente.
- $P_{im}^{0}(y_{0})$ ,  $Q_{im}^{0}(y_{0})$  são os fluxos de potência ativa e reativa, no caso básico, no ramo im, respectivamente;
- $B^0$  é o conjunto de todas as barras do sistema no caso básico;
- $\Omega_c^0$  é o conjunto das barras de carga do sistema no caso básico;
- $\Omega_i$  é o conjunto das barras vizinhas à barra i, no caso básico;

Definindo-se o estado do sistema pré-contingência  $y_0 = (x_0, u_0)^T$ , o qual é representado no modelo aqui investigado pelas variáveis de otimização  $y_0 = (Pg^0, V^0, \theta^0, t^0)^T$ , as funções matemáticas para o balanço de potência ativa e reativa do problema são descritas a seguir:

# • Expressões para os Fluxos de Potência Ativa e Reativa:

As expressões para os fluxos de potência ativa e reativa  $P_{im}^{0}(y_{0})$ ,  $Q_{im}^{0}(y_{0})$ , respectivamente em (3.7) e (3.8) dependem do lado do transformador (baixa ou alta) a que se referem. Se a barra i estiver localizada no lado de alteração do tap do transformador, os fluxos  $P_{im}^{0}(y_{0})$  e  $Q_{im}^{0}(y_{0})$  são dados conforme (3.9) e (3.10), respectivamente:

$$P_{im}^{0} = g_{im} \left(\frac{V_{i}^{0}}{t_{im}^{0}}\right)^{2} - \frac{V_{i}^{0} V_{m}^{0}}{t_{im}^{0}} g_{im} \cos(\theta_{im}^{0}) - \frac{V_{i}^{0} V_{m}^{0}}{t_{im}^{0}} b_{im} \sin(\theta_{im}^{0}),$$
(3.9)

$$Q_{im}^{0} = -\left(\frac{b_{im}}{t_{im}^{0}} + b_{im}^{sh}\right) \left(V_{i}^{0}\right)^{2} + \frac{V_{i}^{0}V_{m}^{0}}{t_{im}^{0}} b_{im} \cos(\theta_{im}^{0}) - \frac{V_{i}^{0}V_{m}^{0}}{t_{im}^{0}} g_{im} \sin(\theta_{im}^{0}),$$
(3.10)

Caso contrário, se a barra i não estiver localizada no lado de alteração do tap do transformador, as expressões de  $P_{im}^0(y_0)$  e  $Q_{im}^0(y_0)$  são dadas conforme (3.10) e (3.11):

$$P_{im} = g_{im} \left( V_i^0 \right)^2 - \frac{V_i^0 V_m^0}{t_{im}^0} g_{im} \cos(\theta_{im}^0) - \frac{V_i^0 V_m^0}{t_{im}^0} b_{im} \sin(\theta_{im}^0),$$
(3.11)

$$Q_{im} = -(b_{im} + b_{im}^{sh}) (V_i^0)^2 + \frac{V_i^0 V_m^0}{t_{im}^0} b_{im} \cos(\theta_{im}^0) - \frac{V_i^0 V_m^0}{t_{im}^0} g_{im} \sin(\theta_{im}^0).$$
(3.12)

# • Restrições de desigualdade:

# Canalização de Potência Reativa:

As restrições de desigualdade apresentadas em (3.3) representam a canalização da geração de potência reativa nas barras de tensão controlada, dadas em (3.13):

$$Qg_i^{\min} \le Qg_i(y_0) \le Qg_i^{\max}, \quad \forall i \in \Omega_c^0$$
(3.13)

em que:

$$Qg_i(y_0) = \sum_{m \in \Omega} Q_{im}(y_0) + Qc_i ,$$

- $Qg_i^{\min}$  é o limite inferior para a potência reativa na barra i, no caso básico;
- $Qg_i^{max}$  é o limite superior para a potência reativa na barra i, no caso básico;
- $Q_{im}(y_0)$  é o fluxo de potência reativa descrito em (3.10) e (3.12).

# Canalização das magnitudes de tensão:

A canalização das magnitudes de tensão é dada por (3.14):

$$V_{i}^{\text{min}} \leq V_{i}^{0} \leq V_{i}^{\text{max}}, \quad \forall i \in B^{0}$$
 (3.14)

em que,  $V_i^{\min}$  e  $V_i^{\max}$  são os limites inferior e superior da magnitude da tensão na barra i, para o caso básico.

# Canalização das potências ativas geradas:

A canalização da potência ativa gerada em todas as barras, é dada em (3.15):

$$Pg_i^{\min} \le Pg_i^0 \le Pg_i^0 \le Pg_i^{\max}, \forall i \in G$$
(3.15)

em que,  $Pg_i^{\text{min}}$  e  $Pg_i^{\text{max}}$  são o limite inferior e superior de geração na barra i, respectivamente, para o caso básico.

# Taps dos transformadores:

Os *taps* dos transformadores, para o caso básico,  $t_{im}^0$ , podem variar dentro de um conjunto de valores discretos:

$$t_{im}^0 \in D_{t_{im}}^0, \forall im \in \Omega_r^k$$

em que  $D_{t_{im}}^0$  é o conjunto de valores discretos para os taps, para o caso básico  $t_{im}^0$  .

#### Limites dos Fluxos de Potência Ativa nos Ramos:

Os fluxos de potência ativa nos ramos do sistema são limitados como dado por (3.16):

$$-L_{t}^{0} < P_{im}^{0}(y_{0}) < L_{t}^{0}, \quad \forall im \in \Omega_{r}^{k}$$
(3.16)

em que  $\Omega_r^k$  é o conjunto de todos os ramos do sistema, e  $L_l^0$  é o limite operacional de fluxo de potência no ramo im, para o caso básico.

No problema de FPO aqui investigado, a susceptância shunt  $b_i^{sh}$  associada aos bancos de capacitores e reatores é considerada constante, de modo que as injeções de potência reativa não variam com esta susceptância. Em modelos mais representativos, os valores dessas

susceptâncias de barra podem variar dentro de um conjunto de valores discretos, os quais não serão considerados nos modelos matemáticos aqui abordados.

# 3.2 O PROBLEMA DE FPORS

Segundo Capitanescu *et al.* (2011), o problema de FPORS tem sido abordado na literatura por diversos autores, e é uma importante ferramenta para os operadores dos sistemas de transmissão, tanto para o planejamento operacional do sistema, quanto para a precificação da energia.

Diversos autores, após os anos 90, abordam em seus trabalhos os principais desafios do FPORS, entre eles destacam-se Capitanescu *et al.* (2011), Bhaskar *et al.* (2011) e Soliman e Mantawy (2012). De acordo com Capitanescu *et al.* (2011), desde os anos 90, mudanças significativas ocorreram, não somente em se tratando de controle e operação de sistemas elétricos de potência, mas também na área de programação matemática, as quais são discutidas a seguir.

Alguns sistemas de potência operam atualmente em condições sobrecarregadas, que não foram previstas na fase de planejamento. Assim, certos pontos de operação diários não permitem aumentos de carga significativos, os quais, eventualmente, podem não ser suportados pelo sistema de geração e transmissão de energia. Além disso, a criação dos mercados de energia levou à negociação de energia elétrica entre longas distâncias entre unidades de geração e centro consumidor, tornando mais complexa a tarefa de transmissão de energia.

Várias incertezas têm sido introduzidas na operação do sistema de energia, em função do desenvolvimento da geração distribuída e de fontes de geração de energia renováveis, tais como energia eólica, solar, etc., as quais não são diretamente despacháveis, em função de incertezas sobre o vento, níveis de luminosidade, entre outras. Além disso, a introdução dos mercados de energia trouxe incertezas adicionais associadas aos despachos de geração, os quais passam a estar associados aos lances (incertezas) fornecidos pelos agentes no mercado.

Em função de todas essas questões, o nível de segurança dos sistemas de energia tem sido enfraquecido a ponto de, em alguns sistemas, o critério de segurança N-1 não poder ser satisfeito sem recorrer às ações corretivas. Outra questão que enfraquece o nível de segurança

está relacionada às pressões dos agentes de mercado, os quais desencorajam a interferência nos despachos calculados pelo operador de mercado, favorecendo assim o uso do controle corretivo (mais barato) sobre o controle preventivo (mais caro). Além disso, há uma tendência recente de operação das redes inteligentes que requer que o princípio de controle em tempo real seja satisfeito, o que inviabiliza a utilização do controle preventivo (calculado no dia anterior), enquanto que o corte de cargas interruptíveis torna-se a opção mais utilizada do controle corretivo.

Assim, sendo, o planejamento operacional do dia seguinte tornou-se uma tarefa de gerenciamento de incertezas em que o FPORS desempenha um importante papel.

Por outro lado, a teoria de otimização vem progredindo significativamente desde os anos 90 e o desempenho dos métodos de resolução evoluiu consideravelmente. Em particular, os Métodos de Pontos Interiores (MPI) agora utilizados para resolver problemas de Otimização Não-Linear (ONL), e vários métodos de Otimização Linear Inteira Mista (OLIM) foram desenvolvidos.

Segundo Capitanescu *et al.* (2011), uma série de questões tornam o FPORS mais desafiador do que o problema de FPO, como: a dimensão do problema, consequentemente a dificuldade computacional envolvida, e a necessidade de lidar com a variedade de estratégias de controle corretivo nos estados de pós-contingência.

As principais dificuldades de resolução dos FPORS são: formulação/modelagem do problema, o tratamento da dimensão do problema, a não convexidade das funções envolvidas, dificuldades computacionais, e técnicas/métodos de resolução eficientes, principalmente quando controles discretos são utilizados em sua formulação.

# 3.2.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FPORS

A formulação convencional do problema de FPORS, apresentada em Capitanescu et al. (2011,) consiste na extensão do problema de FPO dado em (3.1)-(3.3) de modo a incorporar restrições das redes de transmissão associadas às configurações k,  $k=1,\cdots,c$ , dadas em função de contingências no sistema. O FPORS é matematicamente descrito em (3.17)-(3.24):

$$Minimizar \quad f\left(x_0, u_0\right) \tag{3.17}$$

sujeito a:

$$g_0(x_0, u_0) = 0 (3.18)$$

$$h_0(x_0, u_0) \le L_t$$
 (3.19)

$$g_k^s(x_k^s, u_0) = 0, \quad k = 1, \dots, c$$
 (3.20)

$$h_k^s \left( x_k^s, u_0 \right) \le L_s, \quad k = 1, \dots, c$$
 (3.21)

$$g_k(x_k, u_k) = 0, \quad k = 1, \dots, c$$
 (3.22)

$$h_k(x_k, u_k) \le L_m, \quad k = 1, \dots, c$$
 (3.23)

$$|u_k - u_0| \le \overline{\Delta u_k}, \quad k = 1, \dots, c$$
 (3.24)

em que adotam-se k=0 para a configuração de pré-contingência e k=1,...,c para as c configurações de pós-contingência.

# Tem-se que:

- $x_k^s$  é o vetor de variáveis dependentes para o estado preventivo pós-contingência k, que é observado em um curto período de tempo (antes da ação corretiva do operador);
- $x_k$  é o vetor de variáveis dependentes para o estado corretivo pós-contingência k;
- $u_k$  é o vetor de variáveis controláveis do estado corretivo pós-contingência k;
- $\Delta u_k = T_k du_k/dt$  é o vetor de máximos ajustes permitidos para as variáveis de controle entre o caso básico e o *k-ésimo* estado de pós-contingência;
- $T_k$  é o intervalo de tempo disponível para as ações corretivas para garantir a factibilidade do estado pós-contingência k;
- $du_k/dt$  é a taxa de alteração das variáveis de controle, em resposta à contingência k;
- L<sub>s</sub>, L<sub>m</sub>, L<sub>l</sub> denotam, respectivamente, os limites de operação de curto (emergência), médio e longo prazos (normal). Respectivamente, estes limites devem satisfazer as relações L<sub>l</sub> ≤ L<sub>m</sub> ≤ L<sub>s</sub>, pois os limites que são suportados por um equipamento em longo prazo são menores do que os limites que ele pode suportar em curto período.

# 3.2.1.1 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES

# • Variáveis não controláveis:

No problema FPORS (3.17)-(3.24), tem-se como variáveis não controláveis:

$$x_s^k = (V_{is}^k, \theta_{is}^k)^T, \forall i \in \Omega_c^k, \forall j \in B^k;$$

$$x_k = (V_i^k, \theta_i^k)^T, \forall i \in \Omega_c^k, \forall j \in B^k.$$

em que:

- $V_{is}^k$  é a magnitude de tensão na barra i para a configuração k, k = 1, ..., c, durante o intervalo de curto prazo (em que o subíndice s vem do inglês, short-time);
- $\theta_{js}^k$  é o ângulo da tensão na barra j para a configuração k, k = 1, ..., c, durante o intervalo de curto prazo;
- $V_i^k$  é a magnitude de tensão na barra i para a configuração k, k = 1, ..., c;
- $\Omega_c^k$  é o conjunto das barras de carga para a configuração k, k=1,...,c;
- $\theta_j^k$  é o ângulo da tensão na barra j para a configuração k, k = 1, ..., c;
- $B^k$  é o conjunto de todas as barras do sistema, exceto a barra slack, para a configuração k, k=1,...,c;

Assim como no problema de FPO (3.1)-(3.3), para o problema FPORS (3.17)-(3.24), no caso básico (situação pré-contingência), adota-se o índice "0", ou seja,  $x_0 = \left(V_i^0, \theta_j^0\right)^T$ , em que  $V_i^0$  para as barras i pertencentes ao conjunto de barras de carga  $\Omega_c^0$ , para o caso básico, e ângulos de tensão  $\theta_j^0$  em barras j pertencentes ao conjunto de todas as barras sistema  $B^0$  para o estado básico (pré-contingência).

#### • Variáveis controláveis:

No problema FPORS (3.17)-(3.24) tem-se como variáveis controláveis:

$$u_k = (Pg_i^k, V_i^k, t_{im}^k)^T, \forall i \in \Omega_g^k, \forall t_{lm}^k \in D^k$$

#### em que:

- $Pg_i^k$  é a potência ativa gerada na barra i, para a configuração k, k = 1,...,c;
- $V_i^k$  é a magnitude de tensão na barra i para a configuração k, k = 1,...,c;
- $t_{im}^{k}$  é o vetor dos *taps* dos transformadores dos ramos *im* do sistema que possuem transformadores;
- $\Omega_g^k$  é o conjunto das barras de geração para a configuração k, k = 1,...,c.

Assim como no problema de FPO (3.1)-(3.3), no problema FPORS (3.17)-(3.24), para o caso básico (situação pré-contingência), adota-se o índice "0", ou seja,  $u_0 = \left(Pg_i^0, V_i^0, t_{im}^0\right)^T$ , em que  $Pg^0$  é o vetor das potências ativas geradas nas barras de tensão controladas para o caso básico e  $V^0$  é o vetor das magnitudes de tensão nas barras controladas para o estado básico (pré-contingência).

# • Restrições adicionais:

As restrições adicionais: equação (3.20) e inequação (3.21), representam restrições análogas àquelas dadas para o caso básico em (3.18) e (3.19), porém consideradas para cada configuração de contingência k, k=1,...,c. Assim, a cada nova configuração de contingência k considerada, dobra-se o número de restrições análogas a (3.18) e (3.19) no modelo (ou seja, é como se uma nova rede de transmissão contingenciada fosse introduzida no modelo).

Nota-se também que as variáveis de controle  $u_0$  utilizadas em (3.20) e (3.21) são as mesmas utilizadas no caso básico (3.18) e (3.19), porém permitindo limites operacionais ampliados dados por  $L_s \ge L_t$  por um curto período de tempo. Assim, supõe-se que, ao serem implementados no sistema, os controles calculados para o caso básico sejam capazes de satisfazer as restrições operativas para o caso básico, além de satisfazer as restrições para cada configuração de contingência k, k=1,...,c, porém por um curto período de tempo (tempo suficiente para que ações corretivas possam ser efetivamente implementadas no sistema). Portanto, os controles  $u_0$  são denominados de preventivos, pois previnem (sustentam a

operação factível mesmo que por um curto período de tempo), contra a ocorrência de qualquer uma das c contingências no sistema. Em função dos novos limites  $L_s$  de curto prazo, e das alterações na rede do sistema elétrico pela ocorrência de uma contingência k, k=1,...,c, as variáveis dependentes assumem, nesse curto período de tempo, valores diferentes daqueles calculados no caso básico  $(x_k^0)$ . Assim, é necessário adotar um novo vetor  $x_k^s$  para estas variáveis dependentes, o qual é diferente do vetor  $x_k^0$  dado para o caso básico. O índice superior s representa o período de curto prazo (do inglês, small).

As restrições adicionais: equações (3.22) e inequação (3.23), também representam restrições análogas àquelas dadas para o caso básico em (3.18) e (3.19) e também consideram cada configuração de rede dada pelas contingências k,  $k=1,\ldots,c$ . Entretanto, neste conjunto de equações, novos controles  $u_k$  são calculados para cada situação de contingência k, juntamente com novos valores de variáveis dependentes  $x_k$ . Assim, supõe-se que quando da ocorrência de uma situação de contingência k, a implementação dos controles  $u_k$  neste sistema seja capaz de satisfazer as restrições operativas para essa configuração de contingência k com limites  $L_m \ge L_l$  ampliados em relação ao caso base, porém menores que os limites estabelecidos para o curto prazo, no caso preventivo,  $L_m \le L_s$ . Portanto, os controles  $u_k$  são denominados de corretivos, pois corrigem a operação (sustentam a operação factível por um período de tempo mediano – maior que o curto prazo), quando da ocorrência de qualquer uma das contingências k no sistema,  $k=1,\ldots,c$ .

# • Função Objetivo:

Neste trabalho, a função objetivo descrita em (3.17) é dada pela função quadrática que representa o custo de produção de energia de unidades termelétricas (3.4), conforme descrita para o problema FPO (3.1)-(3.3).

$$C(Pg^{0}) = \sum_{i \in C} C_{i}(Pg_{i}^{0}) = \sum_{i \in C} (a_{i}(Pg_{i}^{0})^{2} + b_{i}Pg_{i}^{0} + c_{i})$$

Note que a função de custo é calculada somente para o estado básico  $y_0 = (x_0, u_0)^T$ , e não considera os custos de estados pós-contingência.

# • Restrições de igualdade:

No FPORS, as restrições de igualdade (3.18), (3.20) e (3.22) representam as equações de balanço de potência ativa e reativa da transmissão para as situações pré e pós-contingência. Se o estado operativo pós-contingência k for definido por  $y_k = (x_k, u_k) = (V^k, \theta^k, Pg^k, t^k)$ , as expressões de balanço ativo e reativo são representadas por (3.25) e (3.26), respectivamente:

$$\Delta P_i^k(y_k) = 0 \tag{3.25}$$

$$\Delta Q_i^k(y_k) = 0 \tag{3.26}$$

em que,

$$\Delta P_i^k(y_k) = Pg_i^k - Pc_i^k - \sum_{m \in \Omega_i^k} P_{im}^k(y_k), \forall i \in B^k, \forall k = 1, \dots, c;$$
(3.27)

$$\Delta Q_{i}^{k}(y_{k}) = Qg_{i}^{k} - Qc_{i}^{k} - \sum_{m \in \Omega_{i}^{k}} Q_{im}^{k}(y_{k}), \forall i \in \Omega_{c}^{k}, \forall k = 1, \dots, c.$$
 (3.28)

em que

- $Pg_i^k$ ,  $Pc_i^k$  são as potências ativas geradas e consumidas, respectivamente, na barra i, para a situação de contingência k;
- $P_{im}^k(y_k)$ ,  $Q_{im}^k(y_k)$  são os fluxos de potência ativa e reativa no ramo im, respectivamente, para a situação de contingência k;
- $Qg_i^k$ ,  $Qc_i^k$  são as potências reativas geradas e consumidas para a situação de contingência k, na barra i, respectivamente.
- $\Omega_i^k$  conjunto das barras vizinhas à barra i, para a situação de contingência k;

Note que as equações (3.25) e (3.26) generalizam as equações (3.5) e (3.6) para situações de pré e de pós-contingência.

As expressões (3.25) e (3.26) podem ser utilizadas para representar (3.18), (3.20) e (3.22), porém com a seguinte observação de notação: é importante destacar que para o período de curto prazo, expresso na equação (3.20), em que a contingência k já ocorreu, porém os controles corretivos ainda não foram implementados, a notação das equações (2.9) e (2.10) deve ser corrigida de modo que as variáveis não controláveis  $x_k$ , no estado póscontingência  $y_k = (x_k, u_k)^T$ , sejam substituídas pelas variáveis  $x_k^s$ .

## Expressões para os Fluxos de Potência Ativa e Reativa:

As expressões para os fluxos de potência ativa e reativa em (3.25) e (3.26) dependem do lado do transformador (baixa ou alta). Se a barra i estiver localizada no lado de alteração do tap do transformador, os fluxos  $P_{im}^k(y_k)$  e  $Q_{im}^k(y_k)$  são dados análogos a (3.9) e (3.10):

$$P_{im}^{k}(y_{k}) = g_{im} \left(\frac{V_{i}^{k}}{t_{im}^{k}}\right)^{2} - \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}} g_{im} \cos(\theta_{im}^{k}) - \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}} b_{im} \sin(\theta_{im}^{k}), \qquad (3.29)$$

$$Q_{im}^{k}(y_{k}) = -\left(\frac{b_{im}}{t_{im}^{k}} + b_{im}^{sh}\right) (V_{i}^{k})^{2} + \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}} b_{im} \cos(\theta_{im}^{k}) - \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}} g_{im} \sin(\theta_{im}^{k}), \qquad (3.30)$$

caso contrário, as expressões de  $P_{im}^{k}(y_{k})$  e  $Q_{im}^{k}(y_{k})$  são dadas análogas a (3.11) e (3.12):

$$P_{im}^{k}(y_{k}) = g_{im} \left(V_{i}^{k}\right)^{2} - \frac{V_{i}^{k} V_{m}^{k}}{t_{m}^{k}} g_{im} \cos(\theta_{im}^{k}) - \frac{V_{i}^{k} V_{m}^{k}}{t_{m}^{k}} b_{im} \sin(\theta_{im}^{k}), \qquad (3.31)$$

$$Q_{im}^{k}(y_{k}) = -(b_{im} + b_{im}^{sh})(V_{i}^{k})^{2} + \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}}b_{im}\cos(\theta_{im}^{k}) - \frac{V_{i}^{k}V_{m}^{k}}{t_{im}^{k}}g_{im}\sin(\theta_{im}^{k})$$
(3.32)

## • Restrições de desigualdade:

As restrições de desigualdades (3.19), (3.21) e (3.23) representam os limites físicos e operacionais do sistema, os quais são descritos por meio das restrições (3.33), (3.34), (3.35) e (3.36) detalhadas a seguir. Estas restrições são escritas para os estados de pré e póscontingência.

#### Limites dos Fluxos de Potência Ativa nos Ramos:

Os limites nos fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão e transformadores, para os casos pós-contingência k são dados por (3.33) e (3.34) nos os casos preventivo e corretivo, respectivamente:

$$-L_{s} \leq P_{im}^{k}(y_{k}) \leq L_{s}, \forall im \in \Omega_{r}^{k}, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.33)

$$-L_m \le P_{im}^k (y_k) \le L_m, \forall im \in \Omega_r^k, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.34)

em que  $\Omega_r^k$  é o conjunto de todos os ramos do sistema (linhas de transmissão e transformadores), na situação de contingência k, e a expressão para o fluxo de potência ativa no ramo im, que é dada por  $P_{im}^k(y_k)$ , segue como descrito em (3.29) e (3.31).

## Restrições de Canalização na Potência Ativa Gerada:

O limite na geração de potência ativa em barras de tensão controlada é dado em (3.34):

$$Pg_i^{\min} \le Pg_i^k \le Pg_i^{\max}, \forall i \in G^k, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.34)

## Restrições de Canalização na Potência Reativa Gerada:

O limite na geração de potência reativa em barras de tensão controlada é dado em (3.35):

$$Qg_i^{\min} \le Qg_i^k \left( y_k \right) \le Qg_i^{\max}, \forall i \in G^k, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.35)

em que  $G^k$  é o conjunto de geradores em operação na situação de contingência k. A expressão para a geração de potência reativa na barra i, análoga a descrita em (1.13) para o caso básico, é formulada para o caso pós-contingência conforme (3.36):

$$Qg_{i}^{k}(y_{k}) = \sum_{m \in \Omega_{i}^{k}} Q_{im}(y_{k}) + Qc_{i}^{k}, \forall i \in G^{k}, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.36)

em que o fluxo  $Q_{im}(y_k)$  é descrito em (3.30) e (3.32).

## Restrições de Canalização nas Magnitudes de Tensão:

Os limites nas magnitudes de tensão para os casos pós-contingência são formulados por meio de restrições canalizadas, conforme (3.37):

$$V_i^{\min} \le V_i^k \le V_i^{\max}, \forall i \in B^k, \forall k = 1, \dots, c$$
(3.37)

Note, mais uma vez, que para o período de curto prazo do estado pós-contingência, dados pelos limites operacionais descritos pelas equações (3.21), a observação de notação feita anteriormente também é válida, ou seja: a notação das equações (3.31), (3.32) e (3.33) deve ser corrigida de modo que as variáveis não controláveis  $x_k$  no estado  $y_k = (x_k, u_k)$  sejam substituídas pelas variáveis  $x_k^s$ .

### Restrições nos taps dos transformadores:

Os taps dos transformadores podem variar dentro de um conjunto de valores discretos  $D_{t_{im}}^k$ :

$$t_{im}^k \in D_{t_{im}}^k \tag{3.38}$$

em que  $D_{t_{im}}^k$  é o conjunto de valores discretos para os taps, no o caso de pós-contingência  $t_{im}^k$ .

A inequação (3.24) é uma restrição destinada a prevenir ajustes irrealistas das variáveis de controle entre os estados de pré e de pós-contingência, de modo a não haver grandes variações entre os dois estados. Então, para o modelo do problema de FPORS (3.17)-(3.24), consideraram-se as restrições dadas em (3.39), (3.40) e (3.41), as quais representam uma taxa de variação de no máximo 0,1 *pu* para as gerações e *taps* pré e pós contingência, de 0,02 *pu* para as tensões pré e pós-contingência:

$$|Pg_{i}^{k} - Pg_{i}^{0}| < 0,1 , \forall i \in G^{k}, \forall k = 1,\dots,c$$
 (3.39)

$$|V_i^k - V_i^0| < 0.02$$
 ,  $\forall i \in B^k$ ,  $\forall k = 1, \dots, c$  (3.40)

$$|t_{im}^{k} - t_{im}^{0}| < 0,1$$
,  $\forall k = 1, \dots, c$  (3.41)

É importante novamente enfatizar que o problema de FPO é um caso particular do problema de FPORS, em que as restrições (3.20) a (3.24), associadas às configurações de póscontingências, não são consideradas.

Enfatiza-se ainda que as variáveis de controle  $u_0$  das restrições (3.20) e (3.21), para as redes de pós contingência, são as mesmas utilizadas para a rede de pré-contingência nas equações (3.18) e (3.19). Isso significa que os controles  $u_0$  (calculados quando as restrições de (3.18) a (3.21) são conjuntamente considerados) são controles calculados para suportar intrinsecamente todas as contingências k, k=1,...,c, do sistema por um determinado período de tempo. Dessa forma, caso algumas dessas contingências efetivamente ocorram na operação em tempo real do sistema, o operador ainda terá um intervalo de tempo disponível para exercer ações de controle corretivo (curto prazo). Supõe-se que neste curto prazo, não haverá tempo suficiente para que sejam tomadas ações de controle corretivo (para a correção de alguma infactibilidade na rede pós-contingência), de modo que os controles corretivos devem estar previamente preparados para suportar tais contingências, garantindo a factibilidade do sistema.

A partir dessa análise, define-se que o problema de FPO é aquele em que somente as restrições (3.18) e (3.19) são levadas em consideração. Já o problema de FPORS preventivo é definido como sendo aquele em que somente as restrições de (3.18) a (3.21) são levadas em consideração e, finalmente, o FPORS corretivo é definido como sendo aquele em que são levadas em consideração todas as restrições, isto é, (3.18) a (3.24).

Por outro lado, os controles  $u_k$ , k=1,...,c utilizados nas equações de rede (3.22) e (3.23) e na equação (3.24), não são os mesmos calculados para o caso base. Esses controles são calculados imaginando-se que em um determinado intervalo de tempo (médio prazo) será possível adotar ações que corrijam problemas decorrentes da contingência (ações corretivas). As ações de controle  $u_k$ , k=1,...,c são, conforme já comentado, denominadas de ações de controle corretivo.

Para uma melhor compreensão da formulação do problema de FPORS, apresentado em (3.17)-(3.24), apresenta-se na seção 3.2.2 um exemplo didático extraído de Monticelli *et al.* (1987).

#### **3.2.2 EXEMPLO**

O exemplo a seguir, apresentado em Monticelli *et al.* (1987), será utilizado para caracterizar o problema de FPORS. Seja o sistema de duas barras representado na Figura 1. Os Geradores 1 e 2 nesse sistema são utilizados para fornecer uma carga de 200 MW para a barra 2. Os dados do sistema são adotados como apresentado na Tabela 1.

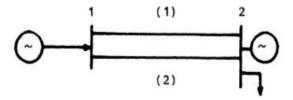


Figura 1 - Sistema de 2 barras.

Fonte: Monticelli et al. (1987)

Tabela 1: Dados do sistema de duas barras da Figura 1

Gerador	1	2
Geração mínima	50	0
Geração máxima	200	120
Custo \$/MW	1	2
Linha	1	2
Fluxo de Potência Máximo	100	120

Fonte: Monticelli et al. (1987).

Visto que o Gerador 1 tem o menor custo de operação, a solução do despacho econômico "puro" (dado pela solução do problema de FPO) seria tal como na Figura 2, e o custo operacional total seria igual a 200.

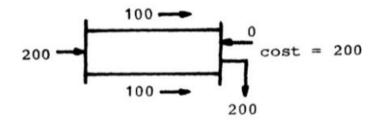


Figura 2 - Despacho econômico "puro".

Fonte: Monticelli et al. (1987)

Suponhamos agora que o problema seja resolvido por um despacho com restrições de segurança (dado pela solução do problema de FPORS). Nesse caso, é necessário que se qualquer linha 1 ou 2 for retirada (situações de contingência), o sistema não deverá ter sobrecargas (limites operacionais violados no estado pós-contingência). Neste caso, é fácil verificar que a saída do gerador 1 será limitada pela capacidade da linha restante. Visto que a linha 1 tem a menor capacidade (100 MW), a contingência mais severa corresponderá à interrupção da linha 2. E o despacho com restrições de segurança resultante será como mostrado na Figura 3.

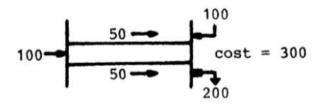


Figura 3 - Despacho econômico com Restrição de Segurança Fonte:Monticelli *et al.* (1987)

Também pode ser observado na Figura 3 que o despacho com restrição de segurança tem um custo de operação mais elevado do que o despacho econômico "puro" da Figura 2, pois a geração preventiva na barra 2 é agora necessária.

No entanto, o despacho acima não leva em conta a capacidades de correção do sistema após a ocorrência da interrupção. Suponhamos, por exemplo, que os geradores 1 e 2 podem ser redespachados (de modo a aumentar ou diminuir a geração) de 40MW e 35 MW, respectivamente, antes da proteção do sistema ser efetivada (restrições de rampa). Neste caso, é possível aumentar a saída do gerador 1 e obter o despacho da Figura 4.

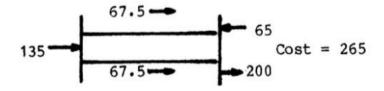


Figura 4 - Despacho econômico com Restrição de Segurança com Redespacho Corretivo.

Fonte: Monticelli et al. (1987)

Nota-se que, no caso da perda de qualquer uma das linhas do sistema, este despacho não levará a sobrecargas, pois a saída do Gerador 1 pode ser reduzida com segurança para 100 MW, no caso mais grave (uma redução de 35 MW, menor do que a restrição de rampa de 40 MW) e compensada por um aumento da geração da barra 2, dentro do seu limite de rampa de 35 MW. É possível então obter o mesmo nível de segurança do despacho anterior, porém com um custo operacional menor, de 265 neste caso. Este tipo de economia pode ser particularmente significativa durante as horas de pico.

No próximo capítulo apresentam-se os métodos de otimização que serão utilizados neste trabalho.

## 4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se uma revisão dos principais métodos de otimização utilizados para a resolução dos problemas FPO e FPORS neste trabalho.

## 4.1 O MÉTODO DE NEWTON

O Método de Newton, também conhecido como método de Newton Multidimensional, baseia-se em aproximar localmente a função f a ser minimizada por uma função quadrática e então determinar o ponto de mínimo dessa função. Observa-se que o método de Newton possui convergência quadrática, porém sua convergência está diretamente ligada à escolha do ponto inicial.

Seja o problema irrestrito como segue:

$$Minimizar f(x)$$

$$x \in S$$

$$(4.1)$$

em que  $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ , e f é continuamente diferenciável.

Seja q(x) a função quadrática que aproxima f em torno de  $x^k$  dada por:

$$q(x) = f(x^{k}) + \nabla f(x^{k})(x - x^{k}) + \frac{1}{2}(x - x^{k})^{T} \nabla^{2} f(x^{k})(x - x^{k})$$
(4.2)

em que  $\nabla f(x^k)$  é o vetor gradiente de f no ponto  $x^k$  e  $\nabla^2 f(x^k)$  é a matriz Hessiana de f no ponto  $x^k$ .

A condição necessária para a existência do ponto de mínimo de (4.1) é:

$$\nabla q(x) = 0 \tag{4.3}$$

ou seja,

$$\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k)(x - x^k) = 0$$
 (4.4)

Assumindo-se que a matriz Hessiana da equação está definida e admite inversa, fazendo-se  $x=x^{k+1}$ , tem-se a expressão que caracteriza o método:

$$x^{k+1} = x^k - [\nabla^2 f(x^k)]^{-1} \nabla f(x^k)$$
(4.4)

O critério de parada para este método pode ser adotado como:

$$|\nabla f(x^k)|| \leq \varepsilon$$

em que  $\ell$  é uma precisão pré-estabelecida.

Para garantir a convergência do método é necessário verificar se a matriz Hessiana é não-singular e definida positiva durante todo o processo iterativo. Se f(x) possui derivadas de segunda ordem contínuas e a matriz Hessiana é definida positiva próximo a  $x^*$ .

#### **ALGORITMO**:

- 1- Dado  $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  continuamente diferenciável,  $\varepsilon$  a precisão desejada e  $x^0$ .
- 2- *k*←0
- 3- Enquanto  $||\nabla f(x^k)|| \ge \varepsilon$  faça:

Início

$$d^{k} = -[\nabla^{2} f(x^{k})]^{-1} \nabla f(x^{k})$$
Calcule:  $x^{k+1} = x^{k} + d^{k}$ 
 $k \leftarrow k+1$ 

Fim

4- O ponto de mínimo é  $x^k$ .

## 4.2 MÉTODO DUAL-LAGRANGIANO

Seja o problema de otimização não-linear restrito da forma:

Minimizar 
$$f(x)$$
  
sujeito a:  $g_i(x)=0$ ,  $i=1,...,p$   
 $h_j(x)\leq 0$ ,  $j=1,...,m$  (4.6)

em que:  $x \in \mathbb{R}^n, g_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, h_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ , e as funções são de classe  $C^2$ .

O método Dual-Lagrangiano foi desenvolvido para resolver problemas convexos. Sua estratégia é a de associar ao problema (4.6) uma função auxiliar, que incorpora uma combinação das restrições à função objetivo. A função auxiliar é denominada função Lagrangiana e é apresentada em (4.7):

$$L(x,\lambda,\mu) = f(x) + \lambda^{T} h(x) + \mu^{T} g(x)$$
(4.7)

em que  $\lambda$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade, e  $\mu$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade.

Se o problema (4.6) é convexo, existem multiplicadores  $\lambda^*$  e  $\mu^*$  que, aplicados ao problema irrestrito:

$$\underset{x}{Minimizar} L(x, \lambda^*, \mu^*) \tag{4.8}$$

fazem a solução do problema (4.8) convergir para uma solução do problema (4.6). A solução ótima é encontrada quando as condições de KKT forem satisfeitas. O problema (4.8) é denominado problema Dual-Lagrangiano.

### **ALGORITMO**:

1- Estabelecer o erro de convergência  $\varepsilon > 0$ , o ponto inicial  $x^0$ , um vetor multiplicador de Lagrange  $\lambda^k$  associado às restrições de igualdade e um vetor multiplicador de Lagrange  $\mu^k$  associado às restrições de desigualdade.

2- Resolva o seguinte problema Lagrangiano utilizando um método de otimização restrita para  $\lambda^k$  e  $\mu^k$  fixos.

$$Min_x L(x,\lambda,\mu) = Min_x [f(x) + \lambda^T h(x) + \mu^T g(x)]$$

Obtendo então  $x^{k+1}$  como solução e seguindo para o próximo passo.

- 3- Se  $x^{k+1}$  satisfaz KKT, pare. A solução ótima foi encontrada. Se não, vá para o passo 5.
- 4- Atualize os valores dos multiplicadores de Lagrange usando uma heurística, determinando  $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \Delta \lambda^k$ ,  $\mu^{k+1} = \mu^k + \Delta \mu^k$  e volte ao passo 2.

## 4.3 O MÉTODO DE BARREIRA

Os métodos de barreira transformam o problema restrito em um problema irrestrito e introduzem as restrições na função objetivo através de uma função barreira que impede a aproximação de um ponto factível à fronteira da região factível. Trabalhando no interior dessa região, tais parâmetros geram barreiras que impedem que as variáveis violem seus respectivos limites. Logo, parte-se de um ponto factível inicial e geram-se novos pontos factíveis. Uma das vantagens desse método é a obtenção de, pelo menos, uma solução factível, caso ocorra uma parada prematura do método, pois este trabalha somente com problemas de desigualdade cujo interior é não-vazio. Assim, considere o problema (4.8) somente com restrições de desigualdade, da seguinte forma:

Minimizar 
$$f(x)$$
  
sujeito  $a$ :  $h(x) \le 0$   $j=1,2,...,p$  (4.9)

sendo  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ,  $h: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ .

Com o objetivo de garantir a permanência no interior da região factível, pode-se gerar o seguinte problema de barreira:

$$\underset{x}{Minimizar} \{ f(x) + \mu B(x) : h(x) < 0 \}$$
(4.10)

sendo que  $\mu>0$  é denominado parâmetro de barreira, e B(x) é uma função barreira nãonegativa e contínua no interior da região factível  $\{x:h(x)<0\}$  e tende ao infinito à medida que a solução se aproxima da fronteira, a partir do interior. Define-se, então:

$$B(x) = \sum_{i=1}^{p} \phi[h_j(x)]$$
 (4.11)

sendo  $\phi$  uma função de uma variável y, contínua sobre  $\{y:y<0\}$ , e satisfaz:

$$\phi(y) \ge 0 \text{ se } y < 0 \text{ e } \lim_{y \to 0^-} \phi(y) = \infty$$
 (4.12)

A função  $f(x)+\mu B(x)$  é denominada função auxiliar; a função barreira pode assumir várias formas, como:

$$B(x) = -\sum_{j=1}^{p} \frac{1}{h_j(x)} ; (4.13)$$

$$B(x) = -\sum_{j=1}^{p} \ln[-h_j(x)]$$
 (4.14)

A função (4.13) é denominada barreira clássica ou inversa e foi apresentada por Carrol (1961) e (4.14) é denominada função barreira logarítmica e foi introduzida por Frisch (1955).

Quando  $\mu \to 0$  e  $B(x) \to \infty$ , tem-se que  $\mu B(x)$  se aproxima da função barreira ideal, descrita anteriormente em (4.11), e a solução do problema de barreira converge para a solução do problema (4.10).

Observa-se que (4.9) é um problema restrito e pode ser tão complexo quanto (4.10), pois é exigida uma solução inicial interior à região factível. O método trabalha com pontos interiores a essa região, ao ponderar os pontos que se aproximam da fronteira impede que estes saiam da região factível e a restrição pode ser ignorada. Tem-se, realmente, um

problema irrestrito, para o qual poderá ser utilizada uma técnica de otimização irrestrita.

#### **ALGORITMO**:

- 1- Estabelecer o erro de convergência  $\varepsilon > 0$ , o ponto inicial  $x^0$ , com  $h_i(x) < 0$ , o parâmetro de penalidade  $\mu^k > 0$  e o fator de incremento de barreira  $B \in (0,1)$
- 2- Usando o método de Newton, resolver o problema transformado para a forma irrestrita:

$$Minimizar\{f(x) + \mu B(x): h(x) < 0\} \\
 x$$

obtendo  $x^{k+1}$ .

- 3- Se  $\mu_k B(x^{k+1}) < \varepsilon$ , pare. A solução ótima foi encontrada. Se não, vá para o passo 4.
- 4- Fazer  $\mu^{k+1} = B\mu^k$ .
- 5- k=k+1, voltar ao passo 2.

## 4.4 O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA

A seguir apresenta-se o método Primal-Dual Barreira-Logarítmica (PDBL). A fundamentação teórica para esse método consiste na construção de três blocos cruciais: o método de Newton para a otimização irrestrita, o método dos multiplicadores de Lagrange para tratar as restrições de igualdade e o método de barreira de Fiacco e McCormick (1968) para tratar as restrições de desigualdade. O método PDBL, é um método variante dos métodos de pontos interiores, é o mais utilizado devido a sua eficiência e facilidade de implementação.

Seja o problema de otimização não-linear restrito da forma:

Minimizar 
$$f(x)$$
  
sujeito a:  $g_i(x)=0$ ,  $i=1,...,p$   
 $h_j(x) \le 0$ ,  $j=1,...,m$  (4.15)

em que:  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $g(x) \in \mathbb{R}^p$ ,  $h(x) \in \mathbb{R}^m$ , e as funções são de classe  $C^2$ .

A resolução do problema (4.15) pelo método PDBL exige que as restrições de desigualdades sejam transformadas em igualdades por meio da introdução de variáveis de

folga ou excesso positivas. Portanto, o problema (4.15) modificado pode ser apresentado como:

Minimizar 
$$f(x)$$
  
sujeito  $a$   $g_i(x)=0, i=1,...,m$   
 $h_j(x)+s_j=0, j=1,...,p$   
 $s_j \ge 0$  (4.16)

sendo  $s \in \mathbb{R}^p$ .

Adiciona-se uma função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade das variáveis de folga:

Minimizar 
$$f(x) - \mu \sum_{j=1}^{p} \ln(s_{j})$$
  
sujeito  $a$   $g_{i}(x) = 0$ ,  $i = 1,...,m$   
 $h_{i}(x) + s_{i} = 0$   $j = 1,...,p$  (4.17)

As variáveis de folga,  $s_j$ , j=1,...,p, são estritamente positivas e o parâmetro de barreira  $\mu$  é um número positivo que tende a zero. Quando isso acontece, a solução do subproblema apresentado em (4.17),  $x(\mu)$  aproxima-se de  $x^*$ , a solução do problema (4.17). A função Lagrangiana associada ao subproblema (4.17) é:

$$L(x,s,\lambda,\pi) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^{p} \ln(s_j) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) - \sum_{i=1}^{p} \pi_j [h_j(x) - s_j]$$
(4.18)

sendo  $\lambda_i$ , i=1,...,m e  $\pi_j$ , j=1,...,p os vetores dos multiplicadores de Lagrange, denominados de variáveis duais.

As condições necessárias de primeira-ordem são aplicadas em (4.18), gerando o sistema (4.19):

$$\nabla_d L = 0 \tag{4.19}$$

sendo  $d = (x, s, \lambda, \pi)^T$ .

A equação (4.19) representa um sistema de equações não-lineares, o qual é resolvido pelo método de Newton para solução de sistemas não lineares, que gera um sistema linear do tipo  $W\Delta d = -\nabla_d L$ ; em que W é a matriz Hessiana da função Lagrangiana;  $\nabla_d L$  é o vetor gradiente e as direções de busca  $\Delta d = (\Delta x, \Delta s, \Delta \lambda, \Delta \pi)^T$  são utilizados para atualizar as variáveis  $x, s, \lambda$  e  $\pi$  como segue:

$$x^{k+1} = x^{k} + \alpha \Delta x$$

$$s^{k+1} = s^{k} + \alpha \Delta s$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^{k} + \alpha \Delta \lambda$$

$$\pi^{k+1} = \pi^{k} + \alpha \Delta \pi$$

$$(4.20)$$

em que o tamanho de passo  $\alpha \in (0,1]$  é determinado de modo a preservar a positividade do vetor s e o sinal do vetor  $\pi$  . Isto se traduz por:

$$\begin{split} &\alpha_{p}^{\text{max}} = \tau \min \left\{ \frac{s}{\left| \Delta s \right|} : \Delta s < 0 \right\} \\ &\alpha_{_{d}}^{\text{max}} = \tau \min \left\{ \frac{\pi}{\left| \Delta \pi \right|} : \Delta \pi < 0 \right\} \end{split}$$

sendo o escalar  $\tau \in (0,1)$  um valor determinado empiricamente, dado por  $\tau = 0,9995$ , ou de acordo com Wright (1995), pode ser calculado pela fórmula  $1-1/(9\sqrt{z})$ , onde z é o número de restrições de desigualdade do problema.

## **ALGORITMO:**

- 1- Obter uma estimativa  $d^0 = (x^0, s^0, \lambda^0, \pi^0)^T$  e  $\mu^0$ .
- 2- Enquanto KKT> $\varepsilon$  resolva pelo Método de Newton

$$Min_x L(x,s,\lambda,\pi) = \{f(x) - \mu \sum_{i=1}^{p} \ln(s_i) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) - \sum_{i=1}^{p} \pi_j [h_j(x) - s_j] \}$$

3- Resolva o Sistema (4.19)

- 4- Calcule  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ .
- 5- Atualize as variáveis de acordo com (4.20).
- 6- Se KKT $<\varepsilon$ , pare. A solução ótima foi encontrada.
- 7- Se não, atualize o parâmetro de barreira e faça k=k+1.

## 4.5 UMA FUNÇÃO PENALIDADE PARA O TRATAMENTO DE VARIÁVEIS DISCRETAS

O Método para tratamento das variáveis discretas adotado neste trabalho é baseado na estratégia apresentada em Soler (2011) que consiste em resolver uma sequência de Problemas de Otimização Não Linear cujas soluções convergem para uma solução do Problema de Otimização Não Linear com Variáveis Contínuas e Discretas (PONLCD). Os Problemas de Otimização Não Linear são obtidos incorporando à sua função objetivo uma função que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos. As variáveis discretas são tratadas então como contínuas e uma sequência de Problema de Otimização Não Linear é resolvida, cujas soluções convergem para a solução do PONLCD.

## 4.5.1 A FUNÇÃO PENALIDADE

Considere o seguinte PONLCD:

$$Minimizar \quad f\left(x_0, u_0\right) \tag{4.21}$$

sujeito a:

$$g_0(x_0, u_0) = 0 (4.22)$$

$$h_0(x_0, u_0) \le 0 \tag{4.23}$$

$$x \le x \le \overline{x} \tag{4.24}$$

$$y_i \in D_{y_i} \tag{4.25}$$

em que  $D_{y_i}$  é um conjunto de valores discretos.

Na função objetivo (4.21) é inserida a função penalidade descrita por:

$$\Phi(y) = \sum_{i=1}^{n_y} \left[ sen\left(\frac{y_i}{s_i^{\text{sup}} - s_i^{\text{inf}}} \pi + \alpha\right) \right]^{2\beta}$$
(4.26)

em que:

- β é um número inteiro positivo;
- $S_i^{inf}$  é o valor discreto mais próximo inferiormente de  $y_i$ ;
- $s_i^{\text{sup}}$  é o valor discreto mais próximo superiormente de  $y_i$ ;
- $\alpha$  é uma constante tal que  $0 < \alpha < \pi$  determinada de modo que a função  $\Phi(y)$  se anule somente nos valores discretos de y;

A função (4.26) é denominada de função penalidade senoidal.

Temos que:

$$\Phi(y) = \begin{cases} 0, se \ y_i \in D_{y_i}, i=1,...,n_y \\ \delta > 0, caso \ contrário \end{cases}$$

ou seja,  $\Phi(y)$  assume valores positivos somente se, e somente se, y não assumir valores discretos.

Assim, encontrar uma solução ótima para o problema (4.21)-(4.25), é equivalente a resolver uma sequência de problemas modificados (4.27)-(4.31), com  $\gamma$ >0 atualizado no decorrer das iterações, os quais contêm apenas variáveis contínuas:

$$Min \ f(x,y) + \gamma \Phi(y) \tag{4.27}$$

s.a: 
$$h(x,y)=0$$
 (4.28)

$$g(x,y) \ge 0 \tag{4.29}$$

$$x \le x \le \overline{x}$$
 (4.30)

$$y \le y \le \overline{y} \tag{4.31}$$

em que  $\gamma>0$  é o fator de ajuste que determina a amplitude da função  $\Phi$  ,  $\underline{y}=(\underline{y}_1,\underline{y}_2,...,\underline{y}_{n_y})\,,\, \text{onde}\,\,\,\underline{y}_i=\min D_{y_i}\,,\, \text{para}\,i=1,2,...,n_y\,,\, \text{e}\,\,\,\overline{y}=(\overline{y}_1,\overline{y}_2,...,\overline{y}_{n_y})\,\, \text{com}\,\,\overline{y}_i=\max D_{y_i}\,,\, \text{para}\,i=1,2,...,n_y\,,$   $i=1,2,...,n_y\,.$ 

A função objetivo do problema modificado (4.27)-(4.31) dada por  $f(x,y)+\gamma\Phi(y)$  é referida como função objetivo aumentada, pois é constituída da função objetivo do problema original acrescida da função  $\Phi(y)$ .

A função penalidade (4.26) é contínua e diferenciável, assim o problema modificado (4.27)-(4.31) pode ser resolvido por métodos de otimização que envolvem o cálculo de derivadas.

# 4.5.2 SENSIBILIDADE DA FUNÇÃO PENALIDADE SENOIDAL EM RELAÇÃO A $\gamma$ E $\beta$ .

Os valores de  $\gamma$  e  $\beta$  estão relacionados à forma e amplitude da função  $\Phi(y)$ , respectivamente. A Figura 5 ilustra a função penalidade  $\Phi(y)$  para o caso unidimensional para diferentes valores de  $\gamma$  e  $\beta$ . Nas Figuras 5, 6, 7 e 8, as notações  $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$  e  $d_6$  representam os valores discretos que a variável pode assumir.

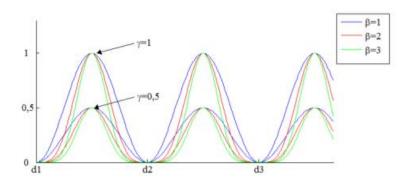


Figura 5 - Efeito dos parâmetros na função penalidade.

Fonte: SOLER, (2011)

As Figuras 6, 7 e 8 ilustram a função objetivo aumentada para o caso unidimensional para diferentes valores de  $\gamma$ . Estas figuras ilustram como a função objetivo aumentada é fortemente influenciada pelo valor de  $\gamma$ .

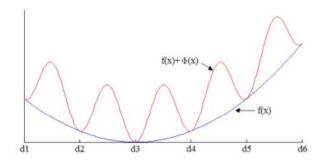


Figura 6 -  $\gamma$ =5 e  $\beta$ =1.

Fonte: SOLER, (2011)

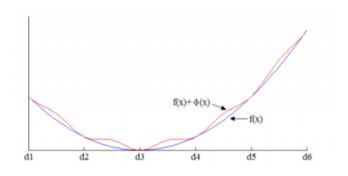


Figura 7 -  $\gamma$ =0,5 e  $\beta$ =1.

Fonte: SOLER, (2011)

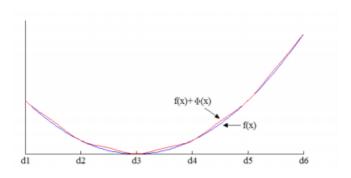


Figura 8 -  $\gamma$ =0,2 e  $\beta$ =1.

Fonte: SOLER, (2011)

A semelhança entre a função objetivo aumentada (4.27) e a função objetivo do problema original (4.21) depende diretamente da escolha de  $\gamma$ . Para valores muito grandes de  $\gamma$  a função objetivo aumentada perde as características da função objetivo original, como pode ser observado na Figura 6. Neste caso, a solução do problema (4.27)-(4.31) não é equivalente à solução do problema (4.21)-(4.25). Para valores muito pequenos de  $\gamma$  a solução do Problema (4.27)-(4.31) pode assumir valores não discretos para as variáveis  $y_i$ , logo, a solução do Problema (4.27)-(4.31) não será equivalente a solução do problema (4.21)-(4.25).

Como pode ser observado na Figura 5 os valores de  $\beta$  influenciam na forma da função objetivo aumentada.

Para determinar o valor de  $\gamma$  em que a solução ótima do problema (4.27)-(4.31) é equivalente a solução do problema (4.21)-(4.25), é proposta a resolução de sucessivos problemas (4.27)-(4.31) para diferentes valores de  $\gamma$ , com  $\gamma$  sendo atualizado por  $\gamma^{(k+1)} = c\gamma^k$ , em que c é uma constante definida por 1 < c < 2, até que  $|y_i^* - y_i^*| < \varepsilon$ , para  $i = 1, 2, ..., n_y$ , onde  $y_i^*$  é o valor discreto mais próximo de  $y_i^*$  e  $\varepsilon$  é a tolerância de convergência (SOLER, 2011).

## 5 TESTES NUMÉRICOS

Para a análise dos problemas FPO e de FPORS, utilizou-se um sistema teste de 14 barras, cujo diagrama unifilar é apresentado na Figura 5. Associado a esse sistema, formula-se o problema de FPO. Posteriormente, foi simulada nesse sistema uma contingência na linha 2-4, conforme mostrado na Figura 6, e, a partir deste sistema contingenciado, formulam-se os problemas de FPORS preventivo e de FPORS corretivo.

O sistema IEEE 14 barras foi inicialmente escolhido para os testes neste trabalho devido a sua dimensão e disponibilidade dos dados, que foram extraídos do pacote gratuito MathPower 5.0 para MATLAB 7.12.

Para escolha do ramo a ser retirado do sistema investigou-se a importância do mesmo no sistema, através da observação dos valores mais altos para os fluxos de potência ativa nas linhas.

Os resultados numéricos apresentados neste capítulo são obtidos em três etapas de testes.

Na primeira etapa de testes são apresentados resultados obtidos para os problemas de FPO, de FPORS preventivo e de FPORS corretivo, os quais foram resolvidos através do Método Primal-Dual Barreira Logarítmica utilizado por meio do pacote de otimização *KNITRO* (WALTZ e PLATENGA, 2010), em interface com a plataforma *GAMS* considerando todas as variáveis dos problemas como contínuas.

Na segunda etapa de testes serão apresentados os resultados obtidos para os problemas de FPO, FPORS preventivo e FPORS corretivo, resolvidos através do Método Primal-Dual Barreira Logarítmica utilizado por meio do pacote de otimização *KNITRO* em interface com a plataforma *GAMS* (WALTZ e PLATENGA, 2010). Nesta etapa, consideram-se os *taps* dos transformadores como variáveis discretas. Utilizou-se a estratégia apresentada na seção 4.5 para o tratamento de variáveis discretas através de uma função penalidade senoidal.

Na terceira etapa de testes são apresentados os resultados obtidos para os problemas de FPO, de FPORS preventivo e de FPORS corretivo, resolvidos através do pacote de otimização *IPOPT*, *KNITRO* e *COUENNE* em interface com a plataforma *GAMS*, considerando os valores dos *taps* dos transformadores discretos.

Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i5, 2.50GHz e 8.0 GB de memória RAM. Para a leitura do banco de dados do sistema, foram desenvolvidas em Scilab versão 5.4.1 (64-bit) implementações que geram as equações dos problemas de FPO, de FPORS preventivo e de FPO corretivo para posterior leitura pela plataforma *GAMS*.

## 5.1 PRIMEIRA ETAPA DE TESTES

## 5.1.1 FPO

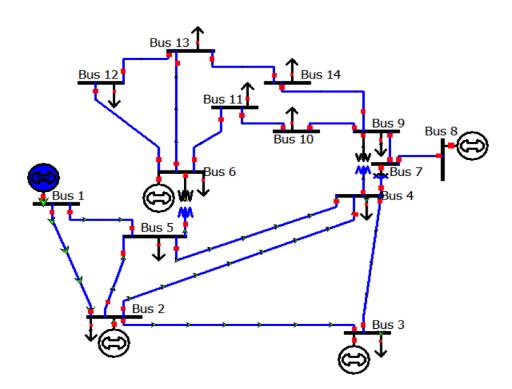


Figura 9 - Diagrama unifilar do Sistema Elétrico de 14 barras.

Fonte: Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG) http://icseg.iti.illinois.edu/ieee-14-bus-system/

Utiliza-se para os testes o sistema elétrico de 14 barras, o qual é representado na Figura 9. Este sistema possui cinco barras de geração (barras 1, 2, 3, 6 e 8) e onze barras de

carga (barras 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13 e 14), e portanto, define-se:  $\Omega_g = \{1, 2, 3, 6, 8\}$  e  $\Omega_g = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ .

Para a formulação do problema de FPO associado a este sistema, o ângulo de tensão na barra de referência é adotado como  $\theta_1^0=0$ . Os limites das magnitudes de tensão são canalizados como  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ .

Os taps dos transformadores são considerados contínuos, nesta primeira etapa de testes, e tem-se:  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$ , em que:  $\Omega_r^k = \{4-7;4-9;5-6\}$  (o sobrescrito k=0 representa o sistema original completo, caso básico, sem contingência).

O limite de fluxo de potência nas linhas para um longo período de tempo,  $L_l$ , é adotado como apresentado na Tabela 3. Estes valores foram obtidos através de simulações considerando o problema de FPO sem limites de fluxo de potência nas linhas. Desta forma, é formulado o problema de FPO associado ao sistema elétrico de 14 barras dado pelas equações (3.17) - (3.19) apresentadas na seção 3.2.1.

Os coeficientes da função objetivo (3.4), que representam os custos de geração de cada unidade termelétrica do sistema, são apresentados a seguir na Tabela 2.

Unidade Geradora	$a_{i}$	$b_{i}$	$C_{i}$
1	0,043	20,000	0
2	0,250	20,000	0
3	0,010	40,000	0
6	0,010	40,000	0
8	0,010	40,000	0

Tabela 2 - Coeficientes da função objetivo.

Na Tabela 3 são apresentados os limites de fluxo de potência nas linhas de longo, médio e curto período de tempo. Os valores de fluxo de potência nas linhas de longo período foram obtidos através de simulações considerando o problema de FPO sem limites de fluxo de potência nas linhas. Os valores para os limites de curto e médio período foram adotados, respectivamente, 20% e 10% acima do valor de longo período para cada ramo do sistema.

Tabela 3 - Limites de fluxo de potência nas linhas.

LINHAS	$L_l$	$L_{m}$	$L_{s}$
1-2	0,279	0,307	0,335
1-5	0,329	0,362	0,395
2-3	0,717	0,788	0,860
2-4	0,475	0,523	0,570
2-5	0,326	0,359	0,391
3-4	0,292	0,322	0,351
4-5	0,623	0,686	0,748
4-7	0,183	0,202	0,220
4-9	0,103	0,114	0,124
5-6	0,061	0,068	0,074
6-11	0,224	0,247	0,269
6-12	0,106	0,116	0,127
6-13	0,286	0,315	0,343
7-8	1,000	1,000	1,000
7-9	0,183	0,202	0,220
9-10	0,081	0,094	0,103
9-14	0,063	0,069	0,075
10-11	0,180	0,198	0,216
12-13	0,409	0,450	0,491
13-14	0,180	0,198	0,216

Na Tabela 4 são apresentados os limites inferiores e superiores, respectivamente,  $Pg_i^{\min}$  e  $Pg_i^{\max}$ , das potências geradas para cada barra de geração do sistema, para as situação de pré e de pós contingência. E, na Tabela 5, os limites inferiores e superiores, respectivamente,  $Qg_i^{\min}$  e  $Qg_i^{\min}$  das potências reativas geradas para as situação de pré e de pós contingência.

Tabela 4 - Canalização das Potência gerada

Barra <i>i</i>	$Pg_i^{\frac{\min}{0}}$	$Pg_i^{\max \atop 0}$	$Pg_i^{\frac{\min}{1}}$	$Pg_i^{\frac{\min}{1}}$
1	0	3,324	0	4,000
2	0	1,400	0	1,700
3	0	1	0	1,200
6	0	1	0	1,200
8	0	1	0	1,200

Tabela 5 - Canalização de Potência Reativa gerada.

Barra i	$Qg_i^{rac{ ext{min}}{0}}$	$Qg_i^{\max \atop 0}$	$Qg_{is}^{rac{ ext{min}}{1}}$	$Qg_{is}^{^{ ext{min}}}$	$Qg_i^{rac{\min}{1}}$	$Qg_i^{\min}$
1	0	0,100	-0,200	0,120	-0,100	0,110
2	-0,400	0,500	-0,480	0,600	-0,440	0,550
3	0	0,400	-0,20	0,480	-0,100	0,440
6	-0,600	0,240	-0,072	0,288	-0,066	0,264
8	-0,600	0,240	-0,072	0,288	-0,066	0,264

É importante ressaltar que os limites operacionais do sistema quando operado no caso Preventivo devem ser mais amplos.

Para todas as etapas de testes, foi adotada a seguintes solução inicial:  $V^k$ =1,000;  $\theta^k$ =0 e os taps como apresentado na Tabela 6:

Tabela 6 - Valores de inicialização dos taps.

Ramo im	$t_{im}$
4-7	0,970
4-9	1,010
5-6	1,030

Para solução inicial dos taps, foram adotados valores iniciais quaisquer não-discretos.

Na Tabela 7 são apresentadas as dimensões do problema FPO caso básico, associado ao sistema de 14 barras.

Tabela 7 - Dimensões do problema FPO.

NÚMERO DE VARIÁVEIS	36
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	23
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE	50
Número de Restrições de Variáveis Canalizadas	25

Os resultados obtidos através da resolução do problema FPO caso básico, (3.17)-(3.19), pelo pacote de otimização *KNITRO*, são apresentados na Tabela 8. Observou-se que o

algoritmo convergiu em um tempo de 0,068s e em 9 iterações. O valor da função objetivo obtido é: C(Pg) = \$66,429.

Barra i	$V_{i}^{0}$	$\theta^{0}_{i}$	$Pg_{i}^{0}$
1	1,060	0,000	0,618
2	1,056	-0,016	1,400
3	1,029	-0,141	0,000
4	1,021	-0,086	-
5	1,027	-0,063	-
6	1,028	-0,064	0,604
7	1,033	-0,116	-
8	1,022	-0,110	0,035
9	1,023	-0,135	-
10	1,016	-0,128	-
11	1,017	-0,099	-
12	1,014	-0,084	-
13	1,008	-0,090	-
14	0,998	-0,134	-

Tabela 8 – Valores obtidos para o problema de FPO.

Na Figura 10 observa-se que todas as tensões estão dentro de seus limites preestabelecidos:  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ .

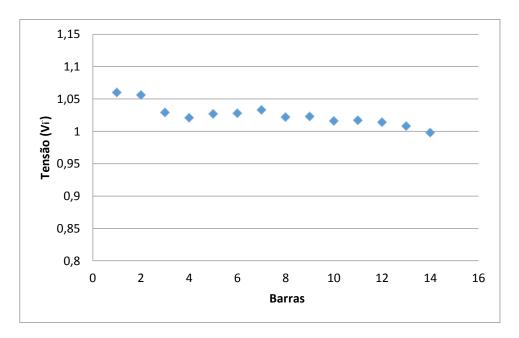


Figura 10 - Magnitudes de tensão para o problema de FPO caso básico.

Observa-se também que as potências geradas  $Pg_i^0$  obedecem seus limites.

Na Tabela 9 são apresentados os valores para os taps dos transformadores  $t_{im}^0 \in \Omega_r^0$ .

Tabela 9 - Valores obtidos para os taps dos transformadores

RAMO im	$t_{im}^0$
4-7	0,960
4-9	0,960
5-6	0,960

Observa-se, da Tabela 9, que os valores dos taps estão dentro dos limites estabelecidos  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$ .

## 5.1.2 FPORS preventivo

No sistema de 14 barras apresentado na Figura 9, é simulada uma contingência na linha 2-4, conforme mostra a Figura 11:

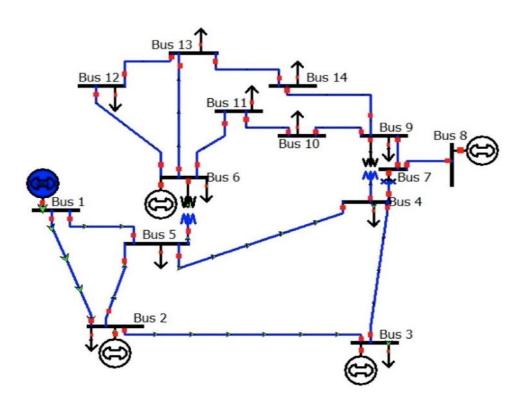


Figura 11 - Diagrama unifilar do Sistema Elétrico de 14 barras com contingência na linha 2-4.

Para a formulação do problema de FPORS preventivo para o sistema representado na Figura 11, adota-se o limite emergencial de fluxo de potência nas linhas para um curto

período de tempo,  $L_s$ , o qual é apresentado na Tabela 3 (o valor de  $L_s$  foi adotado como 20% maior do que  $L_t$ ).

Os valores para o ângulo de tensão na barra de referência, os limites das magnitudes de tensão e taps dos transformadores do problema são fixados, respectivamente, da seguinte maneira:  $\theta_1^1=0$ ;  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$  e  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r$  em que  $\Omega_r=\{4-7;4-9;5-6\}$ . O problema de FPORS preventivo é formulado, dado pelas equações (3.17) a (3.21), apresentado na seção 3.2.1.

Na Tabela 10 são apresentadas as dimensões do problema FPORS preventivo.

Número de Variáveis	58
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	46
Número de Restrições de Desigualdade	98
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE VARIÁVEIS	34

Tabela 10 - Dimensões do problema de FPORS preventivo.

Nesta formulação, a função objetivo é mantida a mesma da formulação do FPO caso básico, conforme (3.4) e além das restrições do problema FPO original, são acrescentadas as equações de balanço de potência ativa e reativa, de fluxo de potência nas linhas e os limites operacionais de curto período de tempo para o sistema contingenciado. O mesmo conjunto de variáveis de controle utilizado para o FPO é também utilizado para o FPORS preventivo. Neste caso, as variáveis ótimas calculadas são denominadas de controles preventivos, visto que elas já prevêem uma potencial futura situação de contingência. Quando esta contingência ocorrer, o operador do sistema não precisará efetuar nenhuma ação de controle específica, já que os controles ótimos calculados já previam esta contingência.

Os resultados obtidos através da resolução do problema de FPORS preventivo pelo pacote de otimização KNITRO são apresentados na Tabela 11. Observou-se que o algoritmo convergiu em um tempo de 0,582s e 56 iterações. O valor da função objetivo é: C(Pg)=\$97,178.

Barra $\it i$	$V_{\ i}^{\ 0}$	$V_{is}^{-1}$	$ heta_i^0$	$ heta_{is}^{-1}$	$Pg_i^0$
1	1,040	-	0,000	0,000	0,375
2	1,036	1	-0,017	-0,016	0,006
3	1,010	-	-0,012	-0,015	1,000
4	1,009	1,000	-0,023	-0,028	-
5	1,018	1,012	-0,011	-0,015	-
6	0,980	-	0,072	0,068	1,000
7	1,015	1,010	-0,016	-0,020	ı
8	1,016	1	0,025	0,021	0,239
9	0,995	0,991	-0,038	-0,042	ı
10	0,983	0,979	-0,025	-0,029	ı
11	0,976	0,974	0,020	0,016	-
12	0,967	0,966	0,048	0,044	-
13	0,962	0,961	0,039	0,035	-

Tabela 11 - Valores obtidos para o problema de FPORS preventivo.

Isto é, os controles dados pela solução do problema FPORS preventivo garantem que o sistema permaneça operando com segurança, após uma contingência, antes que o operador tenha tempo de modificar os controles disponíveis em resposta a esta contingência.

-0,025

-0,029

0,957

14

0,960

Observa-se nas Figuras 12 e 13 que as magnitudes de tensão  $V_i^0$  e  $V_{is}^1$  estão dentro de seus limites:  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$  e  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ 

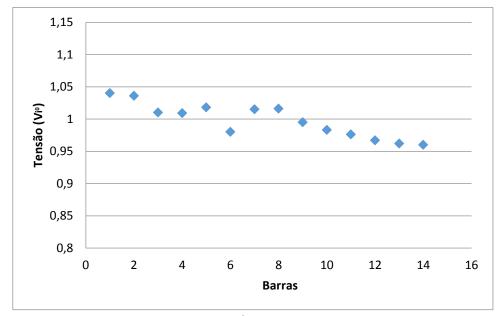


Figura 12 – Magnitudes de tensões  $V_i^0$  para o problema de FPORS preventivo.

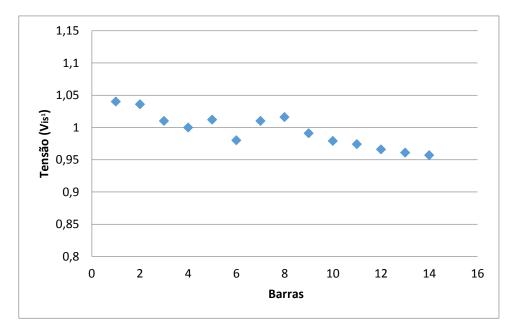


Figura 13 - Magnitudes de tensão  $V_{is}^{-1}$  para o problema de FPORS preventivo.

Na Tabela 12 são apresentados os valores para os taps dos transformadores  $t_{im}^0 \in \Omega_r$ .

Tabela 12 - Valores obtidos para os taps dos transformadores  $t^{\scriptscriptstyle 0}_{\scriptscriptstyle im}$ 

RAMO im	$t_{im}^0$
4-7	0,960
4-9	0,960
5-6	1,013

Observa-se que os valores para os taps dos transformadores encontram-se dentro de seus limites  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r$ .

#### **5.1.3 FPORS corretivo**

Para a formulação do problema de FPORS corretivo adota-se o limite de fluxo de potência de médio período nas linhas  $L_m$ , representado na Tabela 3 (o valor de  $L_m$  foi adotado como 10% maior do que  $L_l$ ). Os valores para os limites de magnitudes de tensão e taps dos transformadores do problema são fixados, respectivamente, da seguinte maneira:  $0.92 \le V_l^1 \le 1.08, \forall i=1,\cdots,14$ ,  $0.90 \le t_{im}^1 \le 1.10$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$  e é adotado  $\theta_l^1 = 0$ . É, então, formulado o problema de FPORS corretivo, dado pelas equações (3.17)-(3.24), apresentadas na seção 3.2.1.

Na Tabela 13 são apresentadas as dimensões do problema de FPORS corretivo.

Tabela 13 - Dimensões do problema de FPORS corretivo.

Número de Variáveis	93
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	70
NÚMERO DE RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE	170
Número de Restrições de Variáveis Canalizadas	53

Nesta formulação, a função objetivo é mantida a mesma dos problemas de FPO e de FPORS preventivo, conforme (3.4), e além das restrições do problema preventivo, são acrescentadas as equações de balanço de potência ativa e reativa, de fluxo de potência e os limites operacionais para o sistema contingenciado, e também a equação (3.24) do modelo, a qual previne um ajuste irrealista das variáveis de controle corretivo com relação ao caso base.

Para as variáveis controláveis do problema de FPORS corretivo, considerou-se os ajustes das variáveis entre os estados básico e de pós contingência  $\Delta Pg_i$ ,  $\Delta V_i$  e  $\Delta t_{im}$ , respectivamente, como segue:

$$|Pg_{i}^{1}-Pg_{i}^{0}|<0,100$$
;

$$|V_i^1 - V_i^0| < 0.020$$
 e

$$|t_{im}^1-t_{im}^0|<0,100$$
.

O conjunto de variáveis de controle utilizado para o problema de FPORS corretivo não são os mesmos calculados para o caso base. Esses controles são calculados imaginando-se que em um determinado intervalo de tempo (médio prazo) será possível adotar ações que corrijam problemas decorrentes da contingência (ações corretivas).

Neste caso, os valores ótimos calculados  $u^1$  são denominados de controles corretivos, visto que corrigem o estado instável do sistema em situação de contingência, visando o reestabelecimento de sua factibilidade. Quando esta contingência em questão ocorrer, o operador do sistema de transmissão terá, dentro de um intervalo de tempo, que implementar estas ações de controle específicas. Os resultados obtidos através da resolução do problema de FPORS corretivo são apresentados na Tabela 14. Observou-se que o algoritmo convergiu em um tempo de 0,214s e 62 iterações. O valor da função objetivo é: C(Pg)= \$96,660.

Barra  $V_{i}^{0}$  $V_{is}^{0}$  $V_{i}^{1}$  $\theta_i^0$  $\theta_{is}^{0}$  $\theta_i^1$  $Pg_{i}^{0}$  $Pg^{1}_{i}$ 0,378 1,060 1,044 0.000 0.000 0.000 0,001 2 1,057 1,039 -0,015 0,000 0,032 0,045 -0,0163 1,028 1,029 -0,013 -0,017 0,023 0,980 1,176 0,003 4 1,026 1,015 1,018 -0,023 -0,028 5 -0,015 0,009 1,036 1,030 1,033 -0,011 1,000 0,977 0,990 0,074 0,070 0,112 1,047 6 7 1,020 1,015 1,034 -0,017 -0.0210,025 1,025 0,018 0,230 0,348 8 1,012 0,023 0,083 1,000 0,995 1,020 -0,038 -0,042 0,000 10 0,986 0,982 1,006 -0,025-0,029 0,014 \_ 11 0,976 0,974 0,993 0,020 0,016 0,058 12 0,964 0,964 0,978 0,050 0,046 0,088 13 0,960 0,959 0,974 0,040 0,036 0,078 14 0,962 0,959 0,980 -0,025-0,0290,014

Tabela 14 - Valores obtidos para o problema de FPORS corretivo.

Observa-se nas Figuras 14, 15 e 16 que as magnitudes de tensão para o problema de FPORS corretivo estão dentro de seus limites:  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ;  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$  e  $0.92 \le V_i^1 \le 1.08$ ,  $\forall i = 1, \dots, 14$ .

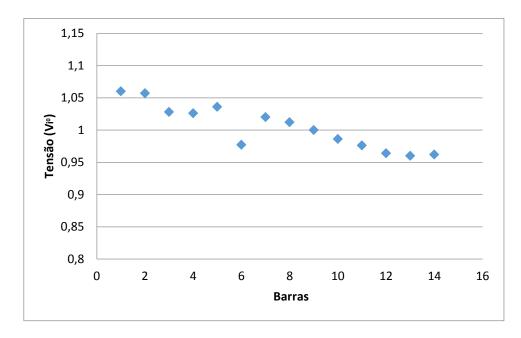


Figura 14 - Magnitudes de tensão  $V_i^0$  para o problema de FPORS corretivo.

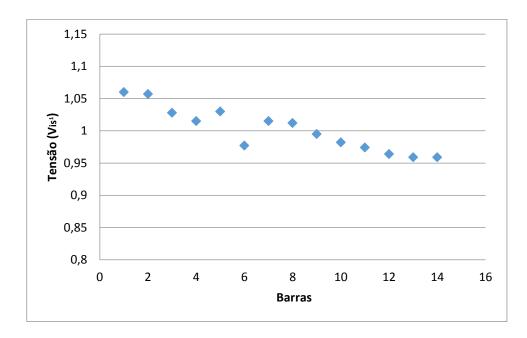


Figura 15 - Magnitudes de tensão  $V_{is}^1$  para o problema de FPORS corretivo.

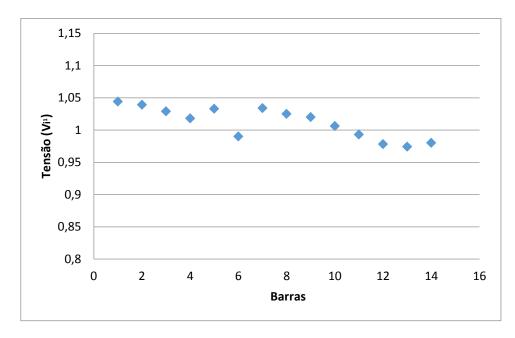


Figura 16 - Magnitudes de tensão  $V_i^1$  para o problema de FPORS corretivo.

Na Tabela 15 são apresentados os valores obtidos para os taps dos transformadores  $t_{im}^0$  e  $t_{im}^1$  .

Tabela 15 - Valores obtidos para os taps dos transformadores

RAMO im	$t_{im}^0$	$t_{im}^1$
4-7	0,96	0,979
4-9	0,96	0,954
5-6	1,04	1,074

Observa-se que os valores para os taps dos transformadores encontram-se dentro de seus limites  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$  e  $0.90 \le t_{im}^1 \le 1.10$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$ 

## 5.2 SEGUNDA ETAPA DE TESTES

Os problemas de FPO, FPORS preventivo e FPORS corretivo foram resolvidos através do Método Primal-Dual Barreira Logarítmica utilizado no pacote de otimização *KNITRO* em interface com a plataforma *GAMS*. Nesta etapa, consideram-se os *tap*s dos transformadores

como variáveis discretas. E utilizou-se a estratégia apresentada na seção 4.5 para o tratamento de variáveis discretas através de uma função penalidade senoidal.

## 5.2.1 A FUNÇÃO PENALIDADE SENOIDAL APLICADA AOS PROBLEMAS DE FPO E DE FPORS

A função penalidade senoidal utilizadas para este caso é dada por (5.1):

$$\Phi(y) = \gamma \sum_{i=1}^{n_y} \left[ sen \left( \frac{y_i}{s_i^{\text{sup}} - s_i^{\text{inf}}} \pi + \alpha \right) \right]^{2\beta}$$
 (5.1)

em que, adotou-se  $\alpha$ =0 e  $\beta$ =1.

O parâmetro de penalidade inicial adotado foi  $\gamma=10^{-3}$ , com  $\gamma$  sendo atualizado por  $\gamma^{(k+1)}=c\gamma^k$ , onde c=1,3.

A função objetivo dos problemas de FPO, FPORS preventivo e FPORS corretivo é descrita então em (5.2):

$$C(Pg^{0}) = \sum_{i \in G} C_{i}(Pg_{i}^{0}) = \sum_{i \in G} (a_{i}(Pg_{i}^{0})^{2} + b_{i}Pg_{i}^{0} + c_{i}) + \gamma \sum_{i=1}^{n_{tap}} \left[ sen\left(\frac{t_{im}^{k}}{0.02}\pi\right) \right]^{2}$$
(5.2)

Observa-se que para cada valor de  $\gamma$  é resolvido um problema Não-Linear Contínuo através do Método Primal-Dual barreira Logarítmica implementado no pacote de otimização *KNITRO*, conforme apresentado na seção 4.5.

#### 5.2.2 FPO

Para a formulação do problema de FPO para o sistema, o limite o de fluxo de potência de longo período nas linhas,  $L_i$ , é adotado como apresentado na Tabela 2, da mesma forma que foi adotado para o teste apresentando em 5.1.1. Os valores para os limites de magnitudes de tensão são fixadas, também da mesma maneira:  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ ,  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$  e, é adotado  $\theta_1^0 = 0$ . Neste caso, os taps dos transformadores são

adotados pertencentes a um conjunto discreto dado por:  $D_{t_{im}}^0 = \{0,96;0,98;1,00;1,02;1,04\}$ . Desta forma, é formulado o problema de FPO associado ao sistema elétrico de 14 barras dado pelas equações (3.17) a (3.19) apresentadas na seção 3.2.1 e tendo como função objetivo a função dada por (5.2).

As dimensões do problema FPO, associado ao sistema elétrico de 14 barras, são as mesmas da primeira etapa de testes, apresentadas na Tabela 7.

Os resultados obtidos através da resolução do problema FPO são apresentados na Tabela 16. Observou-se que o algoritmo convergiu em um tempo de 0,082s na 1ª iteração. O valor da função objetivo obtido é: C(Pg) = \$66,431.

Tabela 16 - Valores obtidos para o problema de FPO.

Barra i	$V_i^0$	$ heta_i^0$	$Pg_i^0$
1	1,060	0,000	0,618
2	1,056	-0,016	1,400
3	1,029	-0,141	0,000
4	1,021	-0,086	-
5	1,027	-0,063	-
6	0,028	-0,064	0,604
7	0,033	-0,116	-
8	0,022	-0,110	0,035
9	0,023	-0,135	-
10	0,016	-0,128	-
11	0,017	-0,099	-
12	0,014	-0,084	-
13	0,008	-0,090	-
14	0,998	-0,134	-

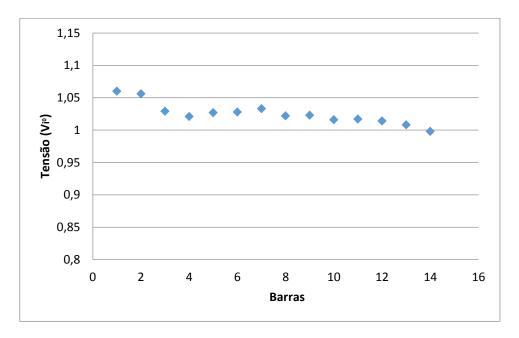


Figura 17 - Magnitudes de tensão  $V_i^0$  para o problema de FPO básico.

Observa-se na Figura 17 que as magnitudes de tensão  $V_i^0$  problema de FPO estão dentro dos limites  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ .

Na Tabela 17 são apresentados os valores obtidos para os taps dos transformadores  $t_{im}^0$ 

Tabela 17 - Valores obtidos para os taps dos transformadores.

Ramo im	$t_{im}^0$
4-7	0,960
4-9	0,960
5-6	0,960

Observa-se, da Tabela 17 que os taps dos transformadores atingiram valores discretos pertencentes ao conjunto  $D_{t_{im}}^0 = \{0.96; 0.98; 1.00; 1.02; 1.04\}$ .

.

## **5.2.3** FPORS preventivo

Para a formulação do problema de FPORS preventivo, adota-se o limite emergencial de fluxo de potência nas linhas, de curto período de tempo  $L_s$ , apresentado na Tabela 3, assim como para o teste apresentado em 5.1.2. Os valores para os limites das magnitudes de tensão e taps do problema são fixados, também da mesma maneira, isto é:  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$ ,  $\forall i=1,\cdots,14$ ,  $0.96 \le t_{im}^0 \le 1.04$ ,  $\forall im \in \Omega_r^k$  em que  $t_{im}^0 \in D_{t_{im}}^0 = \{0.96;0.98;1.00;1.02;1.04\}$  e é adotado  $\theta_1^1 = 0$ . O problema de FPORS preventivo é formulado, dado pelas equações (3.17)-(3.21), apresentado na seção 3.2.1. Utiliza-se a função objetivo representada em (5.2).

As dimensões do problema de FPORS preventivo são as mesmas apresentadas na primeira etapa de testes na Tabela 10.

Os resultados obtidos através da resolução do problema são apresentados na Tabela 18. Observou-se que o algoritmo convergiu em um tempo de 0,27s na  $10^a$  iteração. O valor da função objetivo é: C(Pg)=\$97,197 .

Barra i	$V_i^{0}$	$V_{is}^1$	$ heta_i^0$	$ heta_{is}^1$	$Pg_i^0$
1	0,988	-	0,000		0,377
2	0,977	-	-0,016	-0,015	0,000
3	1,011	-	-0,027	-0,030	1,000
4	0,994	0,998	-0,034	-0,042	-
5	0,992	0,994	-0,021	-0,026	-
6	1,025	1	0,041	0,036	0,951
7	0,974	0,975	-0,014	-0,022	-
8	1,001	1	0,038	0,030	0,288
9	0,967	0,969	-0,038	-0,045	-
10	0,968	0,969	-0,029	-0,036	-
11	0,991	0,992	0,004	0,002	-
12	1,006	1,007	0,020	0,014	-
13	0,997	0,997	0,015	0,009	-
14	0,960	0,961	-0,035	-0,041	-

Tabela 18 - Valores obtidos para o problema de FPORS preventivo.

Observa-se, nas Figuras 18 e 19 a seguir, que as magnitudes de tensão estão dentro dos limites fixados  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$  e  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$ ,  $\forall i = 1, \dots, 14$ .

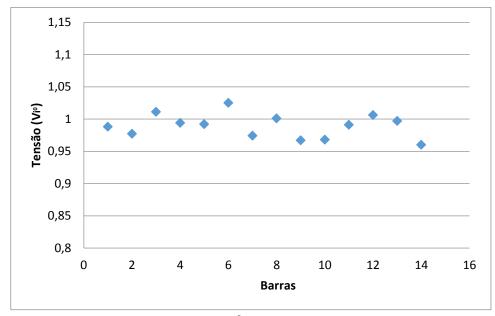


Figura 18 - Magnitudes de tensão  $V_i^0$  para o problema de FPORS preventivo.

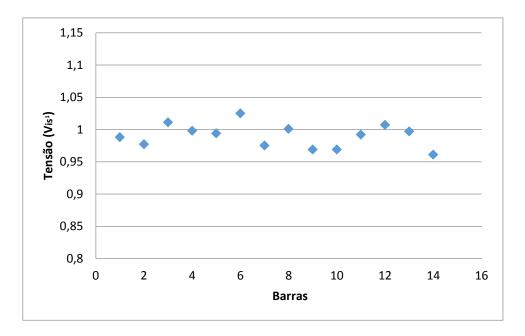


Figura 19 - Magnitudes de tensão  $V_{is}^1$  para o problema de FPORS preventivo.

Na Tabela 19 são apresentados os valores obtidos para os taps dos transformadores  $t_{im}^0$  para o problema de FPORS preventivo.

Tabela 19 - Valores obtidos para os taps dos transformadores

RAMO im	$t_{im}^0$
4-7	1,040
4-9	1,040

5-6 0,960

Observa-se da Tabela 19 que os taps dos transformadores atingiram valor discreto pertencente ao conjunto.  $t_{im}^0 \in D_{t_{im}}^0 = \{0,96;0,98;1,00;1,02;1,04\}$ 

#### **5.2.4 FPORS corretivo**

Para a formulação do problema de FPORS corretivo, adota-se o limite emergencial de fluxo de potência nas linhas, de médio período de tempo  $L_m$ , apresentado na Tabela 3, assim como para o teste apresentado em 5.1.3. Os valores para os limites das magnitudes de tensão e problema fixados, também da mesma maneira, isto  $0.90 \le t_{im}^1 \le 1.10 , \forall im \in \Omega_r^k$  $0.92 \le V_i^1 \le 1.08, \forall i = 1, \dots, 14$ que  $t_{im}^1 \in D_{t_{im}}^1 = \{0,90;0,92;0,94;0,96;0,98;1,00;1,02;1,04;1,06;1,08;1,10\}\;, \quad \text{e} \quad \text{\'e} \quad \text{adotado} \quad \theta_1^1 = 0\;. \quad \text{O} \quad \text{O}$ problema de FPORS corretivo é formulado, dado pelas equações (3.17)-(3.24), apresentado na seção 3.2.1. Utiliza-se a função objetivo representada em (5.2).

As dimensões do problema de FPORS corretivo são idênticas às apresentadas na Tabela 13.

Os resultados obtidos através da resolução do problema FPORS corretivo são apresentados na Tabela 20. Observou-se que o algoritmo convergiu em um tempo de 0,62s na  $1^a$  iteração. O valor da função objetivo é: C(Pg)=\$96,666.

				- F	P			
Barra $i$	$V_i^0$	$V_{is}^{-1}$	$V_i^1$	$ heta_i^0$	$ heta_{is}^{-1}$	$ heta_i^1$	$Pg_i^0$	$Pg_i^1$
1	1,060	-	1,053	0,000	0,000	0,000	0,378	0,001
2	1,057	1	1,049	-0,016	-0,015	0,000	0,032	0,128
3	1,028	1	1,030	-0,013	-0,017	0,013	0,980	1,068
4	1,026	1,015	1,023	-0,023	-0,028	0,000	ı	ı
5	1,036	1,030	1,034	-0,011	-0,015	0,009	ı	ı
6	0,977		0,988	0,074	-0,015	0,112	1,000	1,091
7	1,020	1,015	1,010	-0,017	-0,021	0,023	ı	-
8	1,012		1,013	0,023	0,018	0,080	0,230	0,327
9	1,000	0,995	0,992	-0,038	-0,04227	0,000	-	-
10	0,986	0,982	0,982	-0,025	-0,03072	0,014	-	-
11	0,976	0,974	0,979	0,020	0,00955	0,059	-	-
12	0,964	0,964	0,973	0,050	0,03379	0,088	1	1
13	0,960	0,959	0,968	0,040	0,02603	0,079	-	-
14	0,962	0,959	0,961	-0,025	-0,03243	0,014	-	-

Tabela 20 - Valores obtidos para o problema de FPORS corretivo.

Observa-se, nas Figuras 20, 21 e 22 a seguir, que as magnitudes de tensão estão dentro dos limites fixados:  $0.94 \le V_i^0 \le 1.06$ ;  $0.90 \le V_{is}^1 \le 1.10$  e  $0.92 \le V_i^1 \le 1.08$ ,  $\forall i = 1, \dots, 14$ .

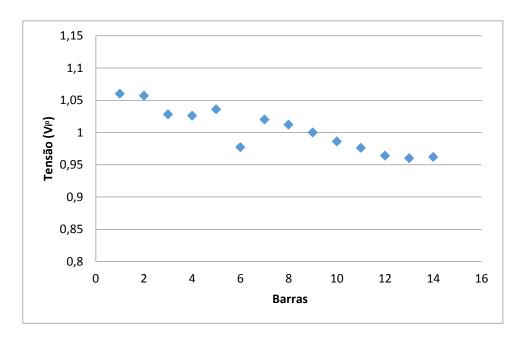


Figura 20 - Magnitudes de tensão  $V_i^{\,0}\,\,$  para o problema de FPORS corretivo.

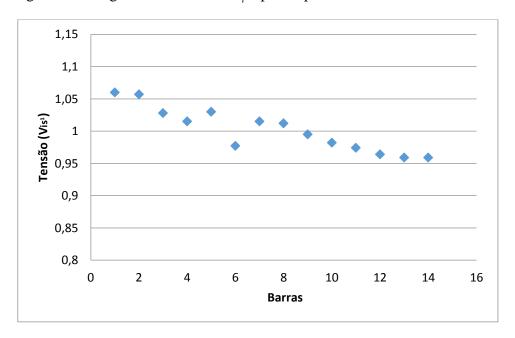


Figura 21 - Magnitudes de tensão  $V_{is}^1$  para o problema de FPORS corretivo.

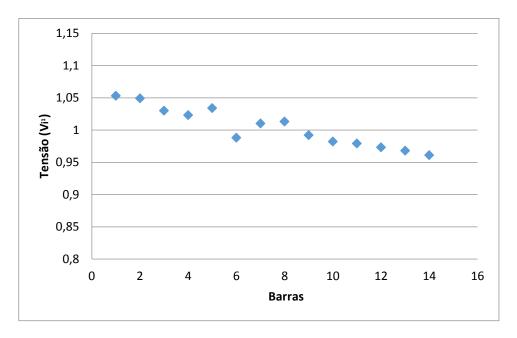


Figura 22 - Magnitudes de tensão  $V_i^1$  para o problema de FPORS corretivo.

Na Tabela 21 são apresentados os taps obtidos para a solução do problema de FPORS corretivo  $t_{im}^0$  e  $t_{im}^1$ .

Tabela 21 – Valores obtidos para os *taps* dos transformadores

RAMO im	$t_{im}^0$	$t_{im}^1$
4-7	0,960	0,980
4-9	0,960	0,980
5-6	1,040	1,040

Observa-se da Tabela 21, que os taps dos transformadores atingiram valor discreto pertencente ao conjunto  $t_{im}^0 \in D_{t_{im}}^0 = \{0,96;0,98;1,00;1,02;1,04\}$  e  $t_{im}^1 \in D_{t_{im}}^1 = \{0,90;0,92;0,94;0,96;0,98;1,00;1,02;1,04;1,06;1,08;1,10\}$ .

## 5.3 TERCEIRA ETAPA DE TESTES

Os problemas de FPO, de FPORS preventivo e de FPORS corretivo, foram resolvidos através do pacote de otimização *IPOPT*, *COUENNE e KNITRO* em interface com a plataforma *GAMS*, considerando como discretos os valores dos *taps* dos transformadores.

Nosso objetivo é comparar a solução obtida do problema discreto utilizando a função penalidade, abordagem proposta em SOLER, (2011) com outros métodos para determinar soluções discretas.

#### **5.3.1 IPOPT**

O IPOPT é um pacote de otimização gratuito desenvolvido para resolver problemas de Otimização Não-Linear de grande porte. Baseado no Método de Pontos Interiores proposto por Wächter (2002) e Wächter e Biegler (2006), o pacote faz parte do projeto COmputational INfrastructure for Operational Research (COIN-OR), disponível através do *Software GAMS* (SOLER, 2011). Este pacote foi eleito para resolver os problemas neste trabalho devido ao seu bom desempenho e rápida convergência, especificamente para problemas de grande porte. Foi utilizado, neste teste, o algoritmo RMINLP (Relaxed Mixed Integer Non-Linear Programming), o qual é baseado no método de *Branch and* Bound, projetado para resolver problemas não-lineares inteiros mistos relaxados, quando o MINLP não obtém sucesso na resolução.

#### **5.3.2 KNITRO**

O KNITRO é um pacote de algoritmos de otimização composto por três algoritmos diferentes para resolver problemas de otimização. Dois algoritmos são do tipo ponto interior e um é do tipo conjunto ativo. Estes algoritmos são conhecidos por terem características diferentes, por exemplo, os Métodos de Pontos Interiores seguem uma direção no interior da região factível enquanto os Métodos de Conjunto Ativo tendem a permanecer nas fronteiras. O pacote KNITRO disponibiliza os algoritmos para ter uma maior flexibilidade na resolução de vários tipos de problemas e permite um cruzamento (crossover) durante o processo de solução de um algoritmo para outro (Waltz e Platenga, 2010). O KNITRO pode aplicar um Método de Ponto Interior, o qual é utilizado neste trabalho, ou um Método do Conjunto Ativo, ou possivelmente ambos, dependendo das características do problema a ser resolvido. Foi utilizado o algoritmo MINLP que é um algoritmo para resolver problemas não-lineares inteiros mistos, baseados no método de Branch and Bound.

#### 5.3.3 COUENNE

COIN-OR Couenne (Convex Over and Under Envelopes for Nonlinear Estimation) é um pacote de otimização com código aberto para Problemas de Otimização Não-Linear Inteiro Misto Não-Convexos. O código foi desenvolvido originalmente por uma parceria entre

Carnegie Mellon University e IBM Research. O Couenne resolve os Problemas de Otimização Não-Linear Inteiro Misto convexos e não convexos por um algoritmo baseado em Programação Linear de fundamento em ramificação e armazenagem de valores. A implementação estende o BONMIN em rotinas para calcular aproximações externas lineares válidas para problemas não-convexos e métodos para ramificação vinculados a variáveis não-lineares. Couenne utiliza o IPOPT para resolver subproblemas de Programação Não-Linear. Para este teste, foi utilizado o algoritmo MINLP, que é um algoritmo para resolver problemas não-lineares inteiros mistos, baseados no método de *Branch and Bound*.

Para utilizar estes pacotes computacionais é necessário que as variáveis sejam inteiras, então, para garantir isso, inclui-se algumas restrições a respeito dos *tap*s dos transformadores para que os mesmos possam ser declarados como inteiros:

$$50 * t_{im}^{k} = aux_{im}, \forall im \in \Omega_{r}$$

em que:

- *aux<sub>im</sub>* é uma variável inteira;
- $t_{im}^k$  uma variável contínua que pertence ao conjunto  $D_{t_{im}}^k$ .

O passo do conjunto discreto  $D_{t_{im}}^k$  foi adotado como sendo de 0,02. Temos que  $aux_{im}$  será uma variável inteira fazendo  $50*aux_{im}$ .

**FUNÇÃO PROBLEMAS** *IPOPT* **COUENNE KNITRO PENALIDADE** + KNITRO **FPO** 66,430 66,430 66,429 66,431 **FPORS** 97,197 97,197 Não Convergiu 97,197 preventivo FPORS corretivo Não Convergiu 96,660 Não Convergiu 96,666

Tabela 22 - Comparação dos Métodos

Na Tabela 22 apresentou-se os resultados utilizando-se os três pacotes computacionais de otimização e também a função penalidade.

Observa-se que o método da função penalidade obteve solução para todos os três modelos.

# 5.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Das Tabelas 7,10 e 13, observa-se que a dimensão do problema aumenta à medida que ações preventivas e corretivas são adotadas, e que em relação ao problema de FPO básico, é exigido um maior esforço computacional na resolução dos problemas de FPORS.

Comparando as Tabelas 8, 11 e 14, e Tabelas 16, 18 e 20, é observado que o sistema, após a contingência da linha 2-4, foi despachado de maneira diferente a fim de manter a factibilidade do sistema.

Um aumento do custo da função objetivo é observado após a contingência, o qual é condizente com um sistema que opera de modo mais seguro. Ou seja, torna-se mais caro operar um sistema com restrições de segurança.

Ao comparar os três pacotes com suas opções para tratar os valores discretos, percebese que o método da função penalidade resolve todos os três modelos, seus resultados assemelham-se ao dos pacotes e ele tem sucesso na resolução desses três modelos, o que não ocorre com todos os pacotes, como pode-se observar na Tabela 22.

A importância de resolver os problemas considerando a natureza discretas dos *tap*s dos transformadores é a maior proximidade dos problemas da realidade.

# 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foram investigados os problemas de FPO e de FPORS, os quais foram resolvidos através do Método Primal-Dual Barreira Logarítmica, implementado no pacote de otimização *KNITRO*, disponível na plataforma *GAMS*. Foram realizados testes onde os *taps* dos transformadores foram considerados como variáveis contínuas.

Através de um sistema teste de 14 barras foi possível destacar as principais diferenças nas formulações de ambos os problemas e verificar a influência da segurança no perfil de tensão, na geração de potência ativa e nos custos de operação. Observou-se que os controles ótimos calculados pelo problema de FPORS trazem informações sobre a contingência da linha do sistema de transmissão, e desta forma, são capazes de prevenir o sistema contra tal contingência, de modo que o operador do sistema dispõe de um intervalo de tempo para a execução de ações corretivas previamente calculadas. No sistema teste investigado, verificouse que para a prevenção de contingências, os controles ótimos são recalculados de modo que o valor da função objetivo é aumentado.

Mostrou-se que as alterações estão coerentes com a física do sistema de potência, já que no caso de pós-contingência, as potências ativas precisam ser reajustadas a fim de suprir o desarranjo do sistema. Pode-se verificar também o aumento na dimensão do problema computacional a ser resolvido, já que foram necessárias diversas variáveis e restrições adicionais para a representação do sistema elétrico contingenciado (Tabelas 7, 10 e 13 e Tabelas 16, 19 e 22). Assim, os principais efeitos associados às contingências foram verificados neste trabalho.

Ao trabalhar com a representação do problema de FPORS de maneira mais próxima à realidade, isto é, adotando alguns dos controles discretos (*taps* dos transformadores), utilizouse um método alternativo em que as variáveis são penalizadas na função objetivo do problema quando não assumem valores discretos.

Observou-se que esse método pode ser mais eficiente que pacotes de otimização.

Para investigações futuras, pretende-se resolver os problemas de FPO e de FPORS utilizando: sistemas de maiores dimensões, agregar ao problema um maior número de contingências e pesquisar outros métodos para a sua resolução.

# 7 TRABALHOS PUBLICADOS

COSTA, M. T.; BAPTISTA, E. C; NEPOMUCENO, L. UMA ANÁLISE PREVENTIVA E COMPARATIVA DO PROBLEMA FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA. Revista SODEBRAS, v. 123, p. 169-173, 2016.

COSTA, M. T.; BAPTISTA, E. C; NEPOMUCENO, L. O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA: FORMULAÇÕES E MÉTODOS DE RESOLUÇÃO. Resumo. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2015, Porto de Galinhas - Pernambuco.

# 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ATTARHA, A.; AMJADY, N. Solution of security constrained optimal power flow for large-scale power systems by convex transformation techniques and Taylor series. *IET Generation, Transmission & Distribution*. v. 10, Issue 4, p. 889-896, 2016.

AZEVEDO, A. T. de. *et al.* Security constrained optimal active power flow via network model and interior point method. *SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática*. v.20 n.2 Natal Apr./June 2009.

BAZARAA, M.S.; SHERALI, H.D.; SHETTY, C.M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 2.ed. New York, John Wiley. 1993.

BHASKAR, M. M.; MUTHYALASRINIVAS; SYDULUMAHESWARAPU. Security Constraint Optimal Power Flow (SCOPF) – A Comprehensive Survey. *Transaction on Power system, protection, and distribution*, p. 11 - 20, 2011.

BOISVERT, R. F; HOWE, S. E.; KAHANER, D. K. GAMS: a framework for the management of scientific software. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, v. 11. Issue 4,313-355, 1985.

CAPITANESCU, F. *et al.* State-of-the-art, Challenges, and Future Trends in Security Constrained Optimal Power Flow. *Electric Power Systems Research.* p. 1731-174,. v. 81. 2011.

CAPITANESCU, F. Enhanced risk-based SCOPF formulation balancing operation cost and expected voluntary load shedding. *Electric Power Systems Research* p. 151–155, v. 128. 2015.

CARPENTIER, J. L. Contribution a Lètude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, p. 431-447, 1962.

CARROL, W. The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear, *Restrained Systems Operations Research*, v. 9, Issue 2, p. 169-184, 1961.

DANTZIG, G. B. Programming of Interdependent Activities. II. Mathematical Model. *Econometrica*, 17, 200-211, 1949

EL-HAWARY, M. *Electrical energy systems*. Hoboken, NJ: CRC Press, - 2nd ed, 394 p, 2007.

FIACCO, A. V.; McCORMICK, G. P. Nonlinear programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques. New York, John Wiley & Sons, 207 p, 1968.

FIACCO, A. V.; McCORMICK, G. P. *Nonlinear Programming – Sequential Unconstrained Minimization Techniques -* Classics in Applied Mathematics, Philadelphia, SIAM, v. 4, 1990.

FLETCHER, R. *Pratical Methods of Optimizations*. 2nd. ed. New York, John Wiley & Sons, v.2, 1985.

FRISCH, K. R. *The logarithmic Potential Method of Convex Programming*, Memorandum. University Institute of Economics, Oslo, Norway, 1955.

HAPP, H. H. Optimal power dispatch comprehensive survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. v. 96, Issue 3, p. 841-854, 1977.

HARSAN, H.; HADJSAID, N.; PRUVOT, P. Cyclic Security Analysis for Security Constrained Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 948-953, v. 12, n. 2, 1997.

JIANG, Q.; XU, K. A Novel Iterative Contingency Filtering Approach to Corrective Security-Constrained Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.29 n.3, p. 1099-1109, 2014.

KARMARKAR, N. A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. Combinatorics, v. 4, p. 373-395. 1984.

MILANO, F.; CAÑIZARES, C. A.; INVERNIZZI, M. Voltage stability constrained OPF market models considering N-1 contingency criteria. *Electric Power Systems Research*, p. 27-36, issue 1, v. 74, 2005.

MOMOH, J. A. *et al.* Challenges to optimal power flow, *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 12, p. 444–455, 1997.

MONTICELLI, M.; PEREIRA, V. F.; GRANVILLE, S. Security-Constrained Optimal Power Flow with Post-Contingency Corrective Rescheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. PWRS-2, n. 1, p. 175-180, 1987.

MURRAY, W. Analytical Expression for the Eigenvalues and Eigenvectors of the Hessian Matrices of Barrier and Penalty Functions. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v.7, n.3, p. 186-196, 1971.

OLIVEIRA, L. T.; STANZANI, A. L.; BALBO, A. R. Método primal-dual de pontos interiores aplicado ao problema de despacho econômico e ambiental. Revista CQD, v. 2, n. 2, p. 1-13, 2013. Disponível em: <a href="http://hdl.handle.net/11449/135149">http://hdl.handle.net/11449/135149</a>>.

PAPALEXOPOULOS A. Challenges to on-line OPF implementation, *IEEE/PES* Winter Meeting, New York, USA. 1995.

PEREIRA, A. A. *O Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada/Penalidade*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.

PHAN, D. T.; KALAGNANAM, J. Some Efficient Optimization Methods for Solving the Security-Constrained Optimal Power Flow Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 2, p. 863-872, 2014.

PHAN, D. T.; SUN, X. A. Minimal Impact Corrective Actions in Security-Constrained Optimal Power Flow Via Sparsity Regularization. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 30, n. 4, p. 1947-1956. 2015

ROSENTHAL, R. E. *GAMS - A User's Guide*, GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA. (http://www.gams.com/dd/docs/bigdocs/GAMSUsersGuide.pdf) 2012.

SAMED, M. M. A. *Um Algoritmo Genético Hibrido Co-Evolutivo para Resolver Problemas de Despacho*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) Universidade Estadual de Maringá, Maringa – PR, Agosto de 2004.

SHAHIDEHPOUR, S. M. et al. Nonlinear programming algorithms and decomposition strategies for optimal power flow. *IEEE Tutorial, Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements and Challenges.* 1996.

SILVA, D. P.; Funções Penalidade para o Tratamento das Variáveis Discretas do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2016.

SOLER, E. M.; SOUSA, V. A.; COSTA, G. R. M. Resolução do Problema de Máximo Carregamento com Variáveis de Controle Discretas. Anais XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional SBPO, p. 1205-1213, 2013

SOLER, E. M. Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo com variáveis de controle discretas. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

SOLIMAN, S. A. H; MANTAWY, A. H, M. Modern Techniques with applications in electric power systems, Energy Systems, Springer, New York, USA. 2012.

STOTT, B.; ALSAC. O, MONTICELLI. A. J. Security analysis and optimization (Invited Paper), *Proceedings of the IEEE*, v. 75, Issue. 12, p. 1623-1644. 1987.

TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. An interior point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, Issue. 4, p. 1211-1218. 1998.

WALTZ, R. A. *et al.* An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps. *Mathematical Programming, Series A*, v. 107, p. 391–408. 2004

WALTZ R. A.; PLATENGA T. D. *KNITRO user's manual*. Version 7.0, Technical Report, Ziena Optimization, Evanston, IL, USA. (http://www.gams.com/dd/docs/solvers/knitro.pdf), 2010.

WANG, C.; FU, Y. Fully Parallel Stochastic Security-Constrained Unit Commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, p.1-11, 2015.

WACHTER, A. An interior point Algorithm for large-scale nonlinear optimization with aplications in Process Engineering. PhD Thesis, Carnegie Mellon University, 2002.

WACHTER, A & BIEGLER, L.T. On the implementation of an interior-point filter line search algorithm for large-scale nonlinear programming. Mathematical Programming. 1, 25-57, 2006.

WIBOWO, R. S.; PENANGSANG, O. Security constrained optimal power flow incorporating preventive and corrective control. *Electrical Power Electronics*, *Communications, Controls, and Informatics Seminar* (EECCIS), p.29-34, 2014.

WRIGHT, S. J. Primal-Dual Interior Point Methods, SIAM Journal, p. 289-304, 1995

XU. et al. A contingency partitioning approach for preventive-corrective security-constrained optimal power flow computation. *Electric Power Systems Research*. v. 132, p. 132-140, 2016.

# 9 APÊNDICE A

## Resultados do sistema 14 barras

# A.1 - Primeira Etapa de testes

## A.1.1 - FPO

## Define-se que:

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

## LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

EQU OBJ	•	•		1.000
EQU EQ1	•			20.053
EQU EQ2	0.217	0.217	0.217	28.765
EQU EQ3	0.942	0.942	0.942	35.882
EQU EQ4	0.478	0.478	0.478	39.182
EQU EQ5	0.076	0.076	0.076	41.597
EQU EQ6	0.112	0.112	0.112	40.012
EQU EQ7			39.996	5
EQU EQ8	. 1.02	226E-7	. 40	0.001
EQU EQ9	0.295	0.295	0.295	40.437
EQU EQ10	0.090	0.090	0.090	40.643

EQU EQ11	0.035	0.035	0.035	40.505
EQU EQ12	0.061	0.061	0.061	40.620
EQU EQ13	0.135	0.135	0.135	40.918
EQU EQ14	0.149	0.149	0.149	41.545
EQU EQ15	-0.039	-0.039	-0.039	-0.363
EQU EQ16	0.016	0.016	0.016	-0.619
EQU EQ17	. 2.309	98E-7	0	0.399
EQU EQ18	0.166	0.166	0.166	-0.436
EQU EQ19	0.058	0.058	0.058	-0.316
EQU EQ20	0.018	0.018	0.018	-0.365
EQU EQ21	0.016	0.016	0.016	-0.338
EQU EQ22	0.058	0.058	0.058	-0.204
EQU EQ23	0.050	0.050	0.050	-0.029
EQU EQ24		+IN	F 0.1	89
EQU EQ25	-INF 7.0	0744E-9	0.100	) -1.890E-8
EQU EQ25 EQU EQ26	-INF 7.0 -0.527			0 -1.890E-8 3.0415E-9
	-0.527	0.115	+INF	
EQU EQ26	-0.527 -INF	0.115 0.115	+INF 3	3.0415E-9
EQU EQ26 EQU EQ27	-0.527 -INF	0.115 0.115 0.185	+INF 3	3.0415E-9 1.211E-8
EQU EQ26 EQU EQ27 EQU EQ28	-0.527 -INF -0.190	0.115 0.115 0.185 0.185	+INF 3	3.0415E-9 1.211E-8 5.5398E-9
EQU EQ26 EQU EQ27 EQU EQ28 EQU EQ29	-0.527 -INF -0.190 -INF	0.115 0.115 0.185 0.185 -0.135	+INF : 0.373 - +INF : 0.210 - +INF	3.0415E-9 1.211E-8 5.5398E-9 7.399E-7
EQU EQ26 EQU EQ27 EQU EQ28 EQU EQ29 EQU EQ30	-0.527 -INF -0.190 -INF -0.135	0.115 0.115 0.185 0.185 -0.135	+INF 3 0.373 - +INF 3 0.210 - +INF 0.165 -	3.0415E-9 1.211E-8 5.5398E-9 7.399E-7 0.568
EQU EQ26 EQU EQ27 EQU EQ28 EQU EQ29 EQU EQ30 EQU EQ31	-0.527 -INF -0.190 -INF -0.135 -INF	0.115 0.115 0.185 0.185 -0.135 -0.135 -0.060	+INF (0.373 - +INF (0.210 - 4 + 1NF (0.165 - 4 + 1NF (0.1	3.0415E-9 1.211E-8 5.5398E-9 7.399E-7 0.568 6.666E-9

EQU EQ35	-INF	0.288	0.300 -2.024E-7
EQU EQ36	-INF	-0.330	0.330 -3.678E-9
EQU EQ37	-INF	0.330	0.330 -51.158
EQU EQ38	-INF	-0.691	0.717 -1.699E-9
EQU EQ39	-INF	0.691	0.717 -2.683E-7
EQU EQ40	-INF	-0.456	0.476 -2.567E-9
EQU EQ41	-INF	0.456	0.476 -4.195E-7
EQU EQ42	-INF	-0.323	0.327 -3.706E-9
EQU EQ43	-INF	0.323	0.327 -8.897E-7
EQU EQ44	-INF	0.271	0.293 -9.461E-8
EQU EQ45	-INF	-0.271	0.293 -4.302E-9
EQU EQ46	-INF	0.560	0.624 -6.905E-8
EQU EQ47	-INF	-0.560	0.624 -2.001E-9
EQU EQ48	-INF	-0.154	0.184 -6.600E-9
EQU EQ49	-INF	0.154	0.184 -4.317E-7
EQU EQ50	-INF	-0.096	0.104 -1.171E-8
EQU EQ51	-INF	0.096	0.104 -1.688E-6
EQU EQ52	-INF	-0.001	0.400 -6.374E-9
EQU EQ53	-INF	0.001	0.400 -5.573E-9
EQU EQ54	-INF	-0.175	0.225 -5.845E-9
EQU EQ55	-INF	0.175	0.225 -5.832E-8
EQU EQ56	-INF	-0.089	0.106 -1.228E-8
EQU EQ57	-INF	0.089	0.106 -1.534E-7
EQU EQ58	-INF	-0.229	0.287 -4.624E-9

EQU EQ59	-INF	0.229	0.287 -4.541E-8
EQU EQ60	-INF	0.035	1.000 -2.452E-9
EQU EQ61	-INF	-0.035	1.000 -2.458E-9
EQU EQ62	-INF	-0.189	0.200 -6.534E-9
EQU EQ63	-INF	0.189	0.200 -1.275E-7
EQU EQ64	-INF	0.045	0.090 -5.937E-8
EQU EQ65	-INF	-0.045	0.090 -1.671E-8
EQU EQ66	-INF	-0.035	0.070 -2.369E-8
EQU EQ67	-INF	0.035	0.070 -6.654E-8
EQU EQ68	-INF	0.135	0.181 -6.200E-8
EQU EQ69	-INF	-0.135	0.181 -7.376E-9
EQU EQ70	-INF	-0.027	0.400 -5.735E-9
EQU EQ71	-INF	0.027	0.400 -6.619E-9
EQU EQ72	-INF	-0.118	0.190 -7.710E-9
EQU EQ73	-INF	0.118	0.190 -3.652E-8

## LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

-INF 66.430 +INF . ---- VAR F ---- VAR V1 0.940 1.060 1.060 -4.340 ---- VAR teta1 -INF . +INF **EPS** ---- VAR V2 0.940 1.056 1.060 -1.892E-6 ---- VAR teta2 -INF -0.016 +INF **EPS** ---- VAR V3 0.940 1.029 1.060 **EPS** 

VAR teta3	-INF	-0.141	+INF	EPS
VAR V4	0.940	1.021	1.060 -	5.532E-8
VAR teta4	-INF	-0.086	+INF	EPS
VAR V5	0.940	1.027	1.060	EPS
VAR teta5	-INF	-0.063	+INF	EPS
VAR V6	0.940	1.028	1.060 -	8.601E-8
VAR teta6	-INF	-0.064	+INF	EPS
VAR V7	0.940	1.033	1.060 -	2.153E-7
VAR teta7	-INF	-0.116	+INF	EPS
VAR V8	0.940	1.022	1.060 -	8.634E-8
VAR teta8	-INF	-0.110	+INF	EPS
VAR V9	0.940	1.023	1.060	EPS
VAR teta9	-INF	-0.135	+INF	EPS
VAR V10	0.940	1.016	1.060	EPS
VAR teta10	-INF	-0.128	+INF	EPS
VAR V11	0.940	1.017	1.060	EPS
VAR teta11	-INF	-0.099	+INF	EPS
VAR V12	0.940	1.014	1.060	EPS
VAR teta12	-INF	-0.084	+INF	EPS
VAR V13	0.940	1.008	1.060	EPS
VAR teta13	-INF	-0.090	+INF	EPS
VAR V14	0.940	0.998	1.060 -	-2.884E-8
VAR teta14	-INF	-0.134	+INF	EPS
VAR pg1	. (	).618 3	.324 3.20	)27E-9

---- VAR pg2 1.400 1.400 -8.065 ---- VAR pg3 1.000 4.118 ---- VAR pg6 0.604 1.000 -9.31E-10 0.035 1.000 4.0970E-7 ---- VAR pg8 ---- VAR tap8 0.960 0.960 1.040 0.051 ---- VAR tap9 0.960 1.040 0.960 0.037

0.960

0.960

## A.1.2 - FPORS preventivo

## Define-se que:

---- VAR tap10

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

1.040

0.458

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

#### (contingência)

EQU 75 – EQU 88 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 89 – EQU 97 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 98 – EQU 107: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 108 – EQU 147: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

#### LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- EQU OBJ . . . 1.000 ---- EQU EQ1 . 9.3647E-7 . -5.165E+4 ---- EQU EQ2 0.217 0.217 0.217 -5.217E+4 ---- EQU EQ3 0.942 0.942 0.942 -5.209E+4 ---- EQU EQ4 0.478 0.478 0.478 -5.261E+4

EQU EQ5	0.076 0.076	0.076 -5.197E+4
EQU EQ6	0.112 0.112	0.112 -5.038E+4
EQU EQ7	. 9.6279E-7	5.353E+4
EQU EQ8	. 9.8677E-7	5.354E+4
EQU EQ9	0.295 0.295	0.295 -5.335E+4
EQU EQ10	0.090 0.090	0.090 -5.327E+4
EQU EQ11	0.035 0.035	0.035 -5.214E+4
EQU EQ12	0.061 0.061	0.061 -5.140E+4
EQU EQ13	0.135 0.135	0.135 -5.205E+4
EQU EQ14	0.149 0.149	0.149 -5.409E+4
EQU EQ15	-0.039 -0.039	-0.039 -289.596
EQU EQ16	0.016 0.016	0.016 -314.203
EQU EQ17		136.467
EQU EQ18	0.166 0.166	0.166 467.200
EQU EQ19	0.058 0.058	0.058 183.217
EQU EQ20	0.018 0.018	0.018 -51.494
EQU EQ21	0.016 0.016	0.016 -396.386
EQU EQ22	0.058 0.058	0.058 -478.770
EQU EQ23	0.050 0.050	0.050 -367.450
EQU EQ24	+INI	F 54.903
EQU EQ25	-INF 6.922E-10	0.100 -3.949E-9
EQU EQ26	-0.527 0.317	+INF EPS
EQU EQ27	-INF 0.317	0.373 -3.316E-6
EQU EQ28	-0.190 -0.190	+INF 191.917
EQU EQ29	-INF -0.190	0.210 -9.88E-10
EQU EQ30	-0.135 -0.135	+INF 44.280
EQU EQ31	-INF -0.135	0.165 -1.317E-9
EQU EQ32	-0.060 0.014	+INF 1.8035E-6
EQU EQ33	-INF 0.014	0.240 EPS
EQU EQ34	-INF -0.300	0.300 -6.58E-10
EQU EQ35	-INF 0.300	0.300 -49.722

EQU EQ36	-INF	-0.075	0.330 -4.077E-9
EQU EQ37	-INF	0.075	0.330 EPS
EQU EQ38	-INF	-0.005	0.717 -1.170E-9
EQU EQ39	-INF	0.005	0.717 EPS
EQU EQ40	-INF	-0.081	0.476 -2.688E-9
EQU EQ41	-INF	0.081	0.476 EPS
EQU EQ42	-INF	-0.001	0.327 -4.632E-9
EQU EQ43	-INF	0.001	0.327 EPS
EQU EQ44	-INF	-0.062	0.293 -3.838E-9
EQU EQ45	-INF	0.062	0.293 EPS
EQU EQ46	-INF	0.325	0.624 EPS
EQU EQ47	-INF	-0.325	0.624 -1.797E-9
EQU EQ48	-INF	0.039	0.184 -8.112E-8
EQU EQ49	-INF	-0.039	0.184 EPS
EQU EQ50	-INF	-0.027	0.104 -3.711E-8
EQU EQ51	-INF	0.027	0.104 EPS
EQU EQ52	-INF	0.328	0.400 EPS
EQU EQ53	-INF	-0.328	0.400 -1.156E-9
EQU EQ54	-INF	-0.217	0.225 -3.98E-10
EQU EQ55	-INF	0.217	0.225 -1.814E-6
EQU EQ56	-INF	-0.093	0.106 EPS
EQU EQ57	-INF	0.093	0.106 -7.042E-7
EQU EQ58	-INF	-0.250	0.287 -3.17E-10
EQU EQ59	-INF	0.250	0.287 -9.893E-8
EQU EQ60	-INF	0.239	1.000 -3.360E-9
EQU EQ61	-INF	-0.239	1.000 EPS
EQU EQ62	-INF	-0.200	0.200 -9.88E-10
EQU EQ63	-INF	0.200	0.200 -684.055
EQU EQ64	-INF	0.082	0.090 -4.049E-6
EQU EQ65	-INF	-0.082	0.090 EPS
EQU EQ66	-INF	-0.014	0.070 -5.263E-8

EQU EQ67	-INF	0.014	0.070 EPS
EQU EQ68	-INF	0.173	0.181 -4.049E-6
EQU EQ69	-INF	-0.173	0.181 EPS
EQU EQ70	-INF	-0.031	0.409 -3.51E-10
EQU EQ71	-INF	0.031	0.409 -1.785E-9
EQU EQ72	-INF	-0.141	0.190 EPS
EQU EQ73	-INF	0.141	0.190 -1.048E-7
EQU EQ74			2.8542E-6
EQU EQ75	9.3	390E-7	. 51669.154
EQU EQ76	0.217	0.217	0.217 52188.016
EQU EQ77	0.942	0.942	0.942 52207.788
EQU EQ78	0.478	0.478	0.478 52871.706
EQU EQ79	0.076	0.076	0.076 52168.658
EQU EQ80	0.112	0.112	0.112 50719.918
EQU EQ81	9.8	307E-7	. 53571.576
EQU EQ82	9.5	571E-7	. 53577.192
EQU EQ83	0.295	0.295	0.295 53946.601
EQU EQ84	0.090	0.090	0.090 53829.661
EQU EQ85	0.035	0.035	0.035 52595.419
EQU EQ86	0.061	0.061	0.061 51758.883
EQU EQ87	0.135	0.135	0.135 52432.038
EQU EQ88	0.149	0.149	0.149 54626.673
EQU EQ89	-0.039	-0.039	-0.039 268.687
EQU EQ90	0.016	0.016	0.016 263.992
EQU EQ91			-137.050
EQU EQ92	0.166	0.166	0.166 -454.055
EQU EQ93	0.058	0.058	0.058 -170.415
EQU EQ94	0.018	0.018	0.018 44.719
EQU EQ95	0.016	0.016	0.016 362.560
EQU EQ96	0.058	0.058	0.058 459.281
EQU EQ97	0.050	0.050	0.050 403.549

EQU EQ98	. 0.029 +INF EPS
EQU EQ99	-INF 0.029 0.100 -8.533E-8
EQU EQ100	-0.527
EQU EQ101	-INF 0.216 0.373 -3.161E-7
EQU EQ102	-0.190 -0.139 +INF EPS
EQU EQ103	-INF -0.139 0.210 -8.516E-9
EQU EQ104	-0.135 -0.100 +INF EPS
EQU EQ105	-INF -0.100 0.165 -1.099E-8
EQU EQ106	-0.060 0.039 +INF 9.7326E-7
EQU EQ107	-INF 0.039 0.240 EPS
EQU EQ108	-INF -0.279 0.372 -1.27E-10
EQU EQ109	-INF 0.279 0.372 -2.755E-8
EQU EQ110	-INF -0.096 0.396 -3.746E-9
EQU EQ111	-INF 0.096 0.396 EPS
EQU EQ112	-INF -0.029 0.861 -1.040E-9
EQU EQ113	-INF 0.029 0.861 EPS
EQU EQ116	-INF -0.037 0.392 -4.357E-9
EQU EQ117	-INF 0.037 0.392 EPS
EQU EQ118	-INF -0.086 0.352 -3.454E-9
EQU EQ119	-INF 0.086 0.352 EPS
EQU EQ120	-INF 0.376 0.748 EPS
EQU EQ121	-INF -0.376 0.748 -1.721E-9
EQU EQ122	-INF 0.042 0.220 -5.343E-8
EQU EQ123	-INF -0.042 0.220 EPS
EQU EQ124	-INF -0.025 0.125 -2.862E-8
EQU EQ125	-INF 0.025 0.125 EPS
EQU EQ126	-INF 0.323 0.480 EPS
EQU EQ127	-INF -0.323 0.480 -9.94E-10
EQU EQ128	-INF -0.220 0.270 -4.23E-10
EQU EQ129	-INF 0.220 0.270 -4.494E-8
EQU EQ130	-INF -0.094 0.127 EPS

EQU EQ131	-INF	0.094	0.127 -1.118E-7
EQU EQ132	-INF	-0.251	0.344 -3.21E-10
EQU EQ133	-INF	0.251	0.344 -1.833E-8
EQU EQ134	-INF	0.239	1.000 -3.365E-9
EQU EQ135	-INF	-0.239	1.000 EPS
EQU EQ136	-INF	-0.197	0.260 -8.23E-10
EQU EQ137	-INF	0.197	0.260 -8.459E-9
EQU EQ138	-INF	0.085	0.103 -7.051E-7
EQU EQ139	-INF	-0.085	0.103 EPS
EQU EQ140	-INF	-0.012	0.200 -9.396E-9
EQU EQ141	-INF	0.012	0.200 EPS
EQU EQ142	-INF	0.176	0.217 -1.291E-7
EQU EQ143	-INF	-0.176	0.217 EPS
EQU EQ144	-INF	-0.032	0.500 -3.57E-10
EQU EQ145	-INF	0.032	0.500 -1.342E-9
EQU EQ146	-INF	-0.143	0.300 EPS
EQU EQ147	-INF	0.143	0.300 -1.193E-8

#### LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

-INF 97.178 +INF . ---- VAR F ---- VAR V1 0.960 1.040 1.040 -188.358 . +INF EPS ---- VAR teta1 -INF ---- VAR V2 0.960 1.036 1.040 EPS **EPS** ---- VAR teta2 -INF -0.017 +INF ---- VAR V3 0.960 1.010 1.040 -2.843E-6 ---- VAR teta3 -INF -0.012 +INF **EPS** ---- VAR V4 0.960 1.009 1.040 5.4059E-7 ---- VAR teta4 -INF -0.023 +INF **EPS** ---- VAR V5 0.960 1.018 1.040 1.0896E-6 ---- VAR teta5 -INF -0.011 +INF **EPS** 

VAR V6	0.960	0.980	1.040 -1	L.124E-5
VAR teta6	-INF	0.072	+INF	EPS
VAR V7	0.960	1.015	1.040 1	.2143E-6
VAR teta7	-INF	-0.016	+INF	EPS
VAR V8	0.960	1.016	1.040 8	.1069E-6
VAR teta8	-INF	0.025	+INF	EPS
VAR V9	0.960	0.995	1.040 9	.6352E-7
VAR teta9	-INF	-0.038	+INF	EPS
VAR V10	0.960	0.983	1.040 7	7.1173E-7
VAR teta10	-INF	-0.025	+INF	EPS
VAR V11	0.960	0.976	1.040 -	1.292E-6
VAR teta11	-INF	0.020	+INF	EPS
VAR V12	0.960	0.967	1.040 -	1.916E-5
VAR teta12	-INF	0.048	+INF	EPS
VAR V13	0.960	0.962	1.040 -	2.940E-4
VAR teta13	-INF	0.039	+INF	EPS
VAR V14	0.960	0.960	1.040	151.089
VAR teta14	-INF	-0.025	+INF	EPS
VAR pg1	. 0	.375 3.	324 4.59	952E-9
VAR pg2	. 0	.006 1.	400 4.22	274E-5
VAR pg3	. 1	.000 1.	000 -78	3.697
VAR pg6	. 1	.000 1.	000 -29	6.373
VAR pg8	. 0	.239 1.	000 -1.8	56E-8
VAR tetaS1_2	-INF	-0.016	+INF	EPS
VAR tetaS1_3	-INF	-0.015	+INF	EPS
VAR VS1_4	0.900	1.000	1.100	1.6217E-6
VAR tetaS1_4	-INF	-0.028	+INF	EPS
VAR VS1_5	0.900	1.012	1.100	4.0040E-6
VAR tetaS1_5	-INF	-0.015	+INF	EPS
VAR tetaS1_6	-INF	0.068	+INF	EPS
VAR VS1_7	0.900	1.010	1.100	-9.594E-7

```
---- VAR tetaS1_7
                          -0.020
                                          EPS
                   -INF
                                  +INF
---- VAR tetaS1_8
                   -INF
                          0.021 +INF
                                          EPS
---- VAR VS1 9
                  0.900
                          0.991 1.100 1.5903E-7
---- VAR tetaS1_9
                   -INF
                          -0.042
                                  +INF
                                          EPS
                          0.979
---- VAR VS1_10
                   0.900
                                  1.100 6.7445E-8
---- VAR tetaS1 10
                    -INF
                          -0.029
                                   +INF
                                           EPS
                          0.974
---- VAR VS1_11
                   0.900
                                  1.100 2.0153E-6
---- VAR tetaS1 11
                           0.016
                    -INF
                                  +INF
                                          EPS
---- VAR VS1 12
                           0.966
                   0.900
                                   1.100 1.3741E-6
                           0.044
---- VAR tetaS1 12
                    -INF
                                  +INF
                                           EPS
---- VAR VS1 13
                          0.961
                   0.900
                                   1.100 2.8891E-6
---- VAR tetaS1_13
                           0.035
                                          EPS
                    -INF
                                   +INF
---- VAR VS1 14
                   0.900
                          0.957
                                   1.100 8.2452E-9
---- VAR tetaS1_14
                    -INF
                          -0.029
                                   +INF
                                           EPS
---- VAR tap8
                 0.960
                         0.960
                                1.040 167.394
---- VAR tap9
                 0.960
                         0.960
                                1.040 103.954
---- VAR tap10
                  0.960
                          1.013
                                1.040 2.3790E-6
```

#### A.1.3 – FPORS corretivo

#### Define-se que:

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

#### (contingência)

EQU 75 – EQU 88 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 89 – EQU 97 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 98 – EQU 107: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 108 - EQU 147: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

(contingência – corretivo)

- EQU 148 EQU 161 : Balanço de Potência Ativa.
- EQU 162 EQU 170 : Balanço de Potência Reativa.
- EQU 161 EQU 180: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.
- EQU 181 EQU 220: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.
- EQU 221 EQU 262: Equação Modular prevenção de ajuste irrealista.

## LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

EQU OBJ			1.000
EQU EQ1			-1.028E+4
EQU EQ2	0.217	0.217	0.217 -1.038E+4
EQU EQ3	0.942	0.942	0.942 -1.037E+4
EQU EQ4	0.478	0.478	0.478 -1.047E+4
EQU EQ5	0.076	0.076	0.076 -1.034E+4
EQU EQ6	0.112	0.112	0.112 -1.002E+4
EQU EQ7			-1.063E+4
EQU EQ8			-1.063E+4
EQU EQ9	0.295	0.295	0.295 -1.063E+4
EQU EQ10	0.090	0.090	0.090 -1.061E+4
EQU EQ11	0.035	0.035	0.035 -1.038E+4
EQU EQ12	0.061	0.061	0.061 -1.023E+4
EQU EQ13	0.135	0.135	0.135 -1.036E+4
EQU EQ14	0.149	0.149	0.149 -1.078E+4
EQU EQ15	-0.039	-0.039	-0.039 -72.300
EQU EQ16	0.016	0.016	0.016 -66.703
EQU EQ17			29.717
EQU EQ18	0.166	0.166	0.166 107.234
EQU EQ19	0.058	0.058	0.058 48.888
EQU EQ20	0.018	0.018	0.018 -6.103
EQU EQ21	0.016	0.016	0.016 -87.206

EQU EQ22	0.058	0.058	0.058 -99.631
EQU EQ23	0.050	0.050	0.050 -70.581
EQU EQ24		. +IN	IF 9.397
EQU EQ25	-INF 5	5.587E-10	0.100 -6.243E-8
EQU EQ26	-0.527	0.373	+INF 6.9169E-9
EQU EQ27	-INF	0.373	0.373 -0.983
EQU EQ28	-0.190	-0.190	+INF 41.896
EQU EQ29	-INF	-0.190	0.210 -1.573E-8
EQU EQ30	-0.135	-0.135	+INF 15.382
EQU EQ31	-INF	-0.135	0.165 -2.093E-8
EQU EQ32	-0.060	-0.042	+INF 4.8809E-7
EQU EQ33	-INF	-0.042	0.240 -2.158E-8
EQU EQ34	-INF	-0.300	0.300 -1.050E-8
EQU EQ35	-INF	0.300	0.300 -10.066
EQU EQ36	-INF	-0.078	0.330 -1.547E-8
EQU EQ37	-INF	0.078	0.330 -2.502E-8
EQU EQ38	-INF	-0.018	0.717 -8.579E-9
EQU EQ39	-INF	0.018	0.717 -8.981E-9
EQU EQ40	-INF	-0.089	0.476 -1.116E-8
EQU EQ41	-INF	0.089	0.476 -1.631E-8
EQU EQ42	-INF	-0.007	0.327 -1.893E-8
EQU EQ43	-INF	0.007	0.327 -1.970E-8
EQU EQ44	-INF	-0.055	0.293 -1.811E-8
EQU EQ45	-INF	0.055	0.293 -2.633E-8
EQU EQ46	-INF	0.335	0.624 -2.184E-8
EQU EQ47	-INF	-0.335	0.624 -6.574E-9
EQU EQ48	-INF	0.030	0.184 -4.105E-8
EQU EQ49	-INF	-0.030	0.184 -2.940E-8
EQU EQ50	-INF	-0.030	0.104 -4.690E-8
EQU EQ51	-INF	0.030	0.104 -8.551E-8

-INF	0.330	0.400 -9.024E-8
-INF	-0.330	0.400 -8.629E-9
-INF	-0.216	0.225 -1.429E-8
-INF	0.216	0.225 -7.492E-7
-INF	-0.093	0.106 -3.168E-8
-INF	0.093	0.106 -4.793E-7
-INF	-0.249	0.287 -1.177E-8
-INF	0.249	0.287 -1.670E-7
-INF	0.230	1.000 -8.191E-9
-INF	-0.230	1.000 -5.122E-9
-INF	-0.200	0.200 -1.575E-8
-INF	0.200	0.200 -92.851
-INF	0.081	0.090 -6.658E-7
-INF	-0.081	0.090 -3.697E-8
-INF	-0.016	0.070 -7.346E-8
-INF	0.016	0.070 -1.164E-7
-INF	0.172	0.181 -7.271E-7
-INF	-0.172	0.181 -1.788E-8
-INF	-0.031	0.409 -1.432E-8
-INF	0.031	0.409 -1.664E-8
-INF	-0.140	0.190 -1.910E-8
-INF	0.140	0.190 -1.263E-7
		-5.114E-5
		10295.746
0.217	0.217	0.217 10395.411
0.942	0.942	0.942 10413.188
0.478	0.478	0.478 10533.994
0.076	0.076	0.076 10394.948
0.112	0.112	0.112 10096.859
		10673.189
	-INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF	-INF -0.330 -INF -0.216 -INF 0.216 -INF -0.093 -INF 0.093 -INF -0.249 -INF 0.249 -INF 0.230 -INF -0.230 -INF -0.200 -INF 0.200 -INF 0.081 -INF -0.081 -INF -0.016 -INF 0.016 -INF 0.172 -INF -0.172 -INF -0.172 -INF -0.172 -INF -0.172 -INF -0.140 -INF 0.140

		10674.369
0.295	0.295	0.295 10748.256
0.090	0.090	0.090 10724.087
0.035	0.035	0.035 10476.001
0.061	0.061	0.061 10304.919
0.135	0.135	0.135 10440.657
0.149	0.149	0.149 10880.700
-0.039	-0.039	-0.039 69.442
0.016	0.016	0.016 57.132
		-29.861
0.166	0.166	0.166 -105.402
0.058	0.058	0.058 -48.028
0.018	0.018	0.018 0.711
0.016	0.016	0.016 73.292
0.058	0.058	0.058 88.752
0.050	0.050	0.050 69.500
. 0	.034 +	INF 1.9021E-7
-INF	0.034	0.100 -9.435E-8
-0.527	0.251	+INF 8.0233E-9
-INF	0.251	0.373 -5.458E-8
-0.190	-0.131	+INF 1.0489E-7
-INF	-0.131	0.210 -1.854E-8
-0.135	-0.096	+INF 1.6100E-7
-INF	-0.096	0.165 -2.412E-8
-0.060	-0.014	+INF 1.5984E-7
-INF	-0.014	0.240 -2.395E-8
-INF	-0.277	0.372 -9.700E-9
-INF	0.277	0.372 -6.659E-8
-INF	-0.101	0.396 -1.270E-8
-INF	0.101	0.396 -2.138E-8
	0.090 0.035 0.061 0.135 0.149 -0.039 0.016	0.295 0.295 0.090 0.090 0.035 0.035 0.061 0.061 0.135 0.135 0.149 0.149 -0.039 -0.039 0.016 0.016 0.166 0.166 0.058 0.058 0.018 0.018 0.016 0.016 0.058 0.058 0.050 0.050 . 0.034 + -INF 0.034 -0.527 0.251 -INF 0.251 -0.190 -0.131 -INF -0.131 -0.135 -0.096 -INF -0.096 -1NF -0.096 -1NF -0.014 -INF -0.014 -INF -0.277 -INF 0.277 -INF 0.277

EQU EQ112	-INF	-0.045	0.861 -6.965E-9
EQU EQ113	-INF	0.045	0.861 -7.703E-9
EQU EQ116	-INF	-0.046	0.392 -1.441E-8
EQU EQ117	-INF	0.046	0.392 -1.822E-8
EQU EQ118	-INF	-0.082	0.352 -1.448E-8
EQU EQ119	-INF	0.082	0.352 -2.329E-8
EQU EQ120	-INF	0.391	0.748 -1.761E-8
EQU EQ121	-INF	-0.391	0.748 -5.535E-9
EQU EQ122	-INF	0.034	0.220 -3.363E-8
EQU EQ123	-INF	-0.034	0.220 -2.478E-8
EQU EQ124	-INF	-0.028	0.125 -4.117E-8
EQU EQ125	-INF	0.028	0.125 -6.528E-8
EQU EQ126	-INF	0.325	0.480 -4.072E-8
EQU EQ127	-INF	-0.325	0.480 -7.825E-9
EQU EQ128	-INF	-0.219	0.270 -1.290E-8
EQU EQ129	-INF	0.219	0.270 -1.246E-7
EQU EQ130	-INF	-0.093	0.127 -2.855E-8
EQU EQ131	-INF	0.093	0.127 -1.869E-7
EQU EQ132	-INF	-0.250	0.344 -1.060E-8
EQU EQ133	-INF	0.250	0.344 -6.745E-8
EQU EQ134	-INF	0.230	1.000 -8.191E-9
EQU EQ135	-INF	-0.230	1.000 -5.122E-9
EQU EQ136	-INF	-0.197	0.260 -1.379E-8
EQU EQ137	-INF	0.197	0.260 -1.000E-7
EQU EQ138	-INF	0.083	0.103 -3.171E-7
EQU EQ139	-INF	-0.083	0.103 -3.376E-8
EQU EQ140	-INF	-0.013	0.200 -2.953E-8
EQU EQ141	-INF	0.013	0.200 -3.380E-8
EQU EQ142	-INF	0.175	0.217 -1.503E-7
EQU EQ143	-INF	-0.175	0.217 -1.610E-8

EQU EQ144	-INF	-0.031	0.491 -1.206E-8
EQU EQ145	-INF	0.031	0.491 -1.370E-8
EQU EQ146	-INF	-0.142	0.300 -1.425E-8
EQU EQ147	-INF	0.142	0.300 -3.995E-8
EQU EQ148			-1.958E-6
EQU EQ149	0.217	0.217	0.217 3.1884E-7
EQU EQ150	0.942	0.942	0.942 2.3564E-7
EQU EQ151	0.478	0.478	0.478 1.5388E-7
EQU EQ152	0.076	0.076	0.076 -6.948E-8
EQU EQ153	0.112	0.112	0.112 3.5509E-8
EQU EQ154			2.5516E-7
EQU EQ155			2.6898E-7
EQU EQ156	0.295	0.295	0.295 7.2000E-7
EQU EQ157	0.090	0.090	0.090 3.7415E-7
EQU EQ158	0.035	0.035	0.035 1.9901E-7
EQU EQ159	0.061	0.061	0.061 2.8492E-7
EQU EQ160	0.135	0.135	0.135 2.6524E-7
EQU EQ161	0.149	0.149	0.149 6.6609E-7
EQU EQ162	-0.039	-0.039	-0.039 1.0613E-8
EQU EQ163	0.016	0.016	0.016 9.1157E-8
EQU EQ164	. 1.0	843E-7	2.746E-8
EQU EQ165	0.166	0.166	0.166 -1.458E-8
EQU EQ166	0.058	0.058	0.058 -1.417E-8
EQU EQ167	0.018	0.018	0.018 1.3489E-8
EQU EQ168	0.016	0.016	0.016 4.5252E-8
EQU EQ169	0.058	0.058	0.058 4.7970E-8
EQU EQ170	0.050	0.050	0.050 -3.443E-9
EQU EQ171	. (	).095 -	+INF 6.3873E-8
EQU EQ172	-INF	0.095	0.100 -7.874E-7
EQU EQ173	-0.527	-0.033	+INF 1.6017E-8

EQU EQ174	-INF	-0.033	0.373 -1.365E-8
EQU EQ175	-0.190	-0.099	+INF 5.7243E-8
EQU EQ176	-INF	-0.099	0.210 -2.178E-8
EQU EQ177	-0.135	0.076	+INF 2.5683E-8
EQU EQ178	-INF	0.076	0.165 -7.527E-8
EQU EQ179	-0.060	-0.039	+INF 1.0218E-7
EQU EQ180	-INF	-0.039	0.240 -2.886E-8
EQU EQ181	-INF	-0.029	0.335 -1.719E-8
EQU EQ182	-INF	0.029	0.335 -2.067E-8
EQU EQ183	-INF	0.028	0.363 -1.887E-8
EQU EQ184	-INF	-0.028	0.363 -1.621E-8
EQU EQ185	-INF	0.105	0.789 -9.234E-9
EQU EQ186	-INF	-0.105	0.789 -7.024E-9
EQU EQ189	-INF	0.038	0.359 -1.976E-8
EQU EQ190	-INF	-0.038	0.359 -1.581E-8
EQU EQ191	-INF	-0.129	0.322 -1.384E-8
EQU EQ192	-INF	0.129	0.322 -3.250E-8
EQU EQ193	-INF	0.238	0.686 -1.384E-8
EQU EQ194	-INF	-0.238	0.686 -6.894E-9
EQU EQ195	-INF	0.116	0.202 -7.771E-8
EQU EQ196	-INF	-0.116	0.202 -1.947E-8
EQU EQ197	-INF	-0.005	0.114 -5.505E-8
EQU EQ198	-INF	0.005	0.114 -5.521E-8
EQU EQ199	-INF	0.383	0.440 -9.616E-8
EQU EQ200	-INF	-0.383	0.440 -7.720E-9
EQU EQ201	-INF	-0.213	0.247 -1.362E-8
EQU EQ202	-INF	0.213	0.247 -1.987E-7
EQU EQ203	-INF	-0.092	0.117 -3.003E-8
EQU EQ204	-INF	0.092	0.117 -2.708E-7
EQU EQ205	-INF	-0.247	0.315 -1.117E-8

EQU EQ206	-INF	0.247	0.315 -9.520E-8
EQU EQ207	-INF	0.348	1.000 -9.701E-9
EQU EQ208	-INF	-0.348	1.000 -4.669E-9
EQU EQ209	-INF	-0.232	0.240 -1.345E-8
EQU EQ210	-INF	0.232	0.240 -4.390E-7
EQU EQ211	-INF	0.077	0.095 -4.375E-7
EQU EQ212	-INF	-0.077	0.095 -3.590E-8
EQU EQ213	-INF	-0.019	0.100 -5.503E-8
EQU EQ214	-INF	0.019	0.100 -7.378E-8
EQU EQ215	-INF	0.169	0.199 -2.358E-7
EQU EQ216	-INF	-0.169	0.199 -1.700E-8
EQU EQ217	-INF	-0.030	0.450 -1.309E-8
EQU EQ218	-INF	0.030	0.450 -1.504E-8
EQU EQ219	-INF	-0.138	0.199 -1.858E-8
EQU EQ220	-INF	0.138	0.200 -1.061E-7
EQU EQ221	-INF	-0.032	1.856E-7
EQU EQ222	-INF	-0.006	6.528E-7
EQU EQ223	-INF	-0.784	7.953E-9
EQU EQ224	-INF	-0.393	1.612E-8
EQU EQ225	-INF	-0.647	9.750E-9
EQU EQ226	-INF	-0.553	1.134E-8
EQU EQ227	-INF	-0.256	2.444E-8
EQU EQ228	-INF	-0.020	3.040E-7
EQU EQ229	-INF	-0.006	8.437E-7
EQU EQ230	-INF	-0.037	1.764E-7
EQU EQ231	-INF	-0.003	1.022E-6
EQU EQ232	-INF	-0.039	1.615E-7
EQU EQ233	-INF	-0.021	2.352E-7
EQU EQ234	-INF	-0.020	4.180E-7
EQU EQ239	-INF	-0.032	1.762E-7

---- EQU EQ240 -INF -0.007 -5.008E-7 ---- EQU EQ243 -INF -2.605E-7 -0.034---- EQU EQ244 -INF -0.007 -4.853E-7 ---- EQU EQ257 -INF -0.086 . -5.331E-8 ---- EQU EQ258 -INF -0.106. -1.085E-7 ---- EQU EQ259 -INF -0.036 . -1.682E-7 ---- EQU EQ260 -INF . -4.083E-8 -0.156---- EQU EQ261 -INF -0.151. -4.149E-8 ---- EQU EQ262 -INF -0.057 -9.981E-8

### LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- VAR F -INF 96.660 +INF ---- VAR V1 0.940 1.060 1.060 -4.686 ---- VAR teta1 -INF +INF**EPS** ---- VAR V2 0.940 1.057 1.060 -4.038E-6 ---- VAR teta2 +INF-INF -0.016 **EPS** ---- VAR V3 0.940 1.028 1.060 -1.553E-7 ---- VAR teta3 -INF -0.013 +INF**EPS** ---- VAR V4 1.026 0.940 1.060 -1.321E-7 ---- VAR teta4 -0.023 +INF**EPS** -INF ---- VAR V5 0.940 1.036 1.060 **EPS** ---- VAR teta5 -INF -0.011 +INF**EPS** ---- VAR V6 0.977 0.940 1.060 7.8475E-8 ---- VAR teta6 -INF 0.074 +INF**EPS** ---- VAR V7 0.940 1.020 **EPS** 1.060 ---- VAR teta7 -INF -0.017+INF**EPS** ---- VAR V8 0.940 1.012 1.060 -4.426E-8 ---- VAR teta8 -INF 0.023 +INF**EPS** ---- VAR V9 0.940 1.000 1.060 -9.526E-9

VAR teta9	-INF	-0.038	+INF	EPS
VAR V10	0.940	0.986	1.060 3.9	9336E-8
VAR teta10	-INF	-0.025	+INF	EPS
VAR V11	0.940	0.976	1.060 8.3	3451E-8
VAR teta11	-INF	0.020	+INF	EPS
VAR V12	0.940	0.964	1.060 1.0	6688E-7
VAR teta12	-INF	0.050	+INF	EPS
VAR V13	0.940	0.960	1.060 2.	1884E-7
VAR teta13	-INF	0.040	+INF	EPS
VAR V14	0.940	0.962	1.060 1.9	9103E-7
VAR teta14	-INF	-0.025	+INF	EPS
VAR pg1	. (	).378 3.	324 1.454	5E-8
VAR pg2	. (	0.032 1.	400 1.459	93E-7
VAR pg3	. (	).980 1.	000 -2.79	7E-7
VAR pg6	. 1	.000 1.	000 -34.	566
VAR pg8	. (	0.230 1.	000 1.914	1E-8
VAR tetaS1_2	-INF	-0.015	+INF	EPS
VAR tetaS1_3	-INF	-0.017	+INF	EPS
VAR VS1_4	0.900	1.015	1.100	EPS
VAR tetaS1_4	-INF	-0.028	+INF	EPS
VAR VS1_5	0.900	1.030	1.100 -	4.648E-8
VAR tetaS1_5	-INF	-0.015	+INF	EPS
VAR tetaS1_6	-INF	0.070	+INF	EPS
VAR VS1_7	0.900	1.015	1.100 -	2.217E-8
VAR tetaS1_7	-INF	-0.021	+INF	EPS
VAR tetaS1_8	-INF	0.018	+INF	EPS
VAR VS1_9	0.900	0.995	1.100 2	2.7738E-9
VAR tetaS1_9	-INF	-0.042	+INF	EPS
VAR VS1_10	0.90	0 0.982	1.100	EPS
VAR tetaS1_10	-INF	-0.029	+INF	EPS

```
---- VAR VS1_11
                     0.900
                             0.974
                                     1.100
                                              EPS
---- VAR tetaS1_11
                             0.016
                     -INF
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_12
                     0.900
                             0.964
                                     1.100
                                              EPS
---- VAR tetaS1_12
                     -INF
                             0.046
                                              EPS
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_13
                     0.900
                             0.959
                                     1.100
---- VAR tetaS1_13
                     -INF
                             0.036
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_14
                             0.959
                                              EPS
                     0.900
                                     1.100
---- VAR tetaS1_14
                     -INF
                             -0.029
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR pg1_1
                          0.001
                                  4.000 1.9577E-6
---- VAR pg1_2
                          0.045
                                  1.700 1.2830E-7
---- VAR pg1_3
                          1.176
                                  1.200 -2.275E-7
---- VAR pg1_6
                          1.047
                                  1.200 -3.392E-8
---- VAR pg1_8
                          0.348
                                  1.200 1.0602E-8
---- VAR tap8
                   0.960
                           0.960
                                   1.040
                                         29.617
---- VAR tap1_8
                    0.900
                            0.950
                                    1.100 -1.192E-8
---- VAR tap9
                   0.960
                           0.960
                                   1.040
                                          18.380
---- VAR tap1_9
                    0.900
                            0.900
                                    1.100
                                             EPS
---- VAR tap10
                    0.960
                            1.040
                                    1.040 -23.500
---- VAR tap1_10
                    0.900
                            1.087
                                     1.100 -1.284E-7
---- VAR V1_1
                    0.920
                            1.044
                                    1.080 -1.573E-7
---- VAR V1_2
                                    1.080 -1.200E-7
                    0.920
                            1.039
---- VAR teta1_2
                    . 1.5729E-5
                                    +INF 4.4236E-5
---- VAR V1_3
                    0.920
                            1.029
                                    1.080 -9.956E-8
---- VAR teta1_3
                          0.023
                                  +INF 2.8026E-7
---- VAR V1_4
                    0.920
                            1.018
                                    1.080
                                             EPS
---- VAR teta1_4
                          0.003
                                  +INF 2.8112E-6
---- VAR V1_5
                    0.920
                            1.033
                                    1.080 -1.059E-7
---- VAR teta1_5
                          0.009
                                  +INF 7.7307E-7
---- VAR V1_6
                    0.920
                            0.990
                                    1.080 1.2590E-8
---- VAR teta1_6
                          0.112
                                  +INF 3.5238E-8
```

```
---- VAR V1_7
                   0.920 1.034
                                  1.080 -9.740E-9
---- VAR teta1_7
                        0.025
                               +INF 2.4097E-7
                   0.920
---- VAR V1 8
                          1.025
                                  1.080 -2.707E-8
---- VAR teta1_8
                        0.083
                               +INF 7.2978E-8
---- VAR V1_9
                   0.920
                          1.020
                                  1.080
                                          EPS
---- VAR teta1_9
                   . 7.0203E-4 +INF 1.1244E-6
---- VAR V1_10
                   0.920
                          1.006
                                 1.080 1.1025E-8
---- VAR teta1_10
                         0.014
                                +INF 4.5341E-7
                   0.920 0.993
---- VAR V1_11
                                  1.080 1.7315E-8
---- VAR teta1_11
                         0.058
                                +INF 9.5363E-8
---- VAR V1_12
                   0.920 0.978
                                  1.080 3.8187E-8
---- VAR teta1_12
                         0.088
                                +INF 7.3574E-8
---- VAR V1_13
                   0.920 0.974
                                  1.080 3.5227E-8
---- VAR teta1 13
                         0.078
                                +INF 6.8016E-8
---- VAR V1_14
                   0.920 0.980
                                  1.080 4.3868E-8
---- VAR teta1 14
                         0.014
                                +INF 4.5900E-7
```

# A.2 - SEGUNDA ETAPA DE TESTES

#### **A.2.1 – FPO**

#### Define-se que:

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

EQU OBJ		•	1.000	
EQU EQ1			20.053	
EQU EQ2	0.217	0.217	0.217	28.765
EQU EQ3	0.942	0.942	0.942	35.882
EQU EQ4	0.478	0.478	0.478	39.182
EQU EQ5	0.076	0.076	0.076	41.597
EQU EQ6	0.112	0.112	0.112	40.012
EQU EQ7			39.996	i
EQU EQ8			40.001	
EQU EQ9	0.295	0.295	0.295	40.437
EQU EQ10	0.090	0.090	0.090	40.643
EQU EQ11	0.035	0.035	0.035	40.505
EQU EQ12	0.061	0.061	0.061	40.620
EQU EQ13	0.135	0.135	0.135	40.918
EQU EQ14	0.149	0.149	0.149	41.545
EQU EQ15	-0.039	-0.039	-0.039	-0.363
EQU EQ16	0.016	0.016	0.016	-0.619
EQU EQ17			-0.399	)
EQU EQ18	0.166	0.166	0.166	-0.436
EQU EQ19	0.058	0.058	0.058	-0.316
EQU EQ20	0.018	0.018	0.018	-0.365
EQU EQ21	0.016	0.016	0.016	-0.338
EQU EQ22	0.058	0.058	0.058	-0.204
EQU EQ23	0.050	0.050	0.050	-0.029
EQU EQ24		. +IN	IF 0.1	189
EQU EQ25	-INF 3	3.427E-10	0.10	0 -8.37E-10
EQU EQ26	-0.527	0.115	+INF	1.305E-10
EQU EQ27	-INF	0.115	0.373 -	3.24E-10

EQU EQ28	-0.190	0.185	+INF 2.234E-10
EQU EQ29	-INF	0.185	0.210 -3.321E-9
EQU EQ30	-0.135	-0.135	+INF 0.568
EQU EQ31	-INF	-0.135	0.165 -2.79E-10
EQU EQ32	-0.060	-0.060	+INF 0.408
EQU EQ33	-INF	-0.060	0.240 -2.79E-10
EQU EQ34	-INF	-0.288	0.300 -1.42E-10
EQU EQ35	-INF	0.288	0.300 -7.231E-9
EQU EQ36	-INF	-0.330	0.330 -1.27E-10
EQU EQ37	-INF	0.330	0.330 -51.158
EQU EQ38	-INF	-0.691	0.717 -5.94E-11
EQU EQ39	-INF	0.691	0.717 -3.217E-9
EQU EQ40	-INF	-0.456	0.476 -8.98E-11
EQU EQ41	-INF	0.456	0.476 -4.304E-9
EQU EQ42	-INF	-0.323	0.327 -1.29E-10
EQU EQ43	-INF	0.323	0.327 -2.142E-8
EQU EQ44	-INF	0.271	0.293 -3.814E-9
EQU EQ45	-INF	-0.271	0.293 -1.48E-10
EQU EQ46	-INF	0.560	0.624 -1.313E-9
EQU EQ47	-INF	-0.560	0.624 -7.07E-11
EQU EQ48	-INF	-0.154	0.184 -2.48E-10
EQU EQ49	-INF	0.154	0.184 -2.799E-9
EQU EQ50	-INF	-0.096	0.104 -4.19E-10
EQU EQ51	-INF	0.096	0.104 -1.025E-8
EQU EQ52	-INF	-0.001	0.400 -2.09E-10
EQU EQ53	-INF	0.001	0.400 -2.10E-10
EQU EQ54	-INF	-0.175	0.225 -2.10E-10
EQU EQ55	-INF	0.175	0.225 -1.678E-9
EQU EQ56	-INF	-0.089	0.106 -4.28E-10
EQU EQ57	-INF	0.089	0.106 -5.036E-9

EQU EQ58	-INF	-0.229	0.287 -1.62E-10
EQU EQ59	-INF	0.229	0.287 -1.447E-9
EQU EQ60	-INF	0.035	1.000 -8.68E-11
EQU EQ61	-INF	-0.035	1.000 -8.09E-11
EQU EQ62	-INF	-0.189	0.200 -2.15E-10
EQU EQ63	-INF	0.189	0.200 -7.574E-9
EQU EQ64	-INF	0.045	0.090 -1.857E-9
EQU EQ65	-INF	-0.045	0.090 -6.21E-10
EQU EQ66	-INF	-0.035	0.070 -8.00E-10
EQU EQ67	-INF	0.035	0.070 -2.368E-9
EQU EQ68	-INF	0.135	0.181 -1.850E-9
EQU EQ69	-INF	-0.135	0.181 -2.65E-10
EQU EQ70	-INF	-0.027	0.400 -1.96E-10
EQU EQ71	-INF	0.027	0.400 -2.25E-10
EQU EQ72	-INF	-0.118	0.190 -2.72E-10
EQU EQ73	-INF	0.118	0.190 -1.158E-9
EQU EQ74			5.969E-13

```
-INF
---- VAR F
                         66.430
                                  +INF
---- VAR V1
                  0.940
                           1.060
                                  1.060
                                          -4.340
---- VAR teta1
                  -INF
                                +INF
                                         EPS
---- VAR V2
                  0.940
                          1.056
                                   1.060 -2.250E-8
                                  +INF
---- VAR teta2
                  -INF
                          -0.016
                                           EPS
---- VAR V3
                  0.940
                          1.029
                                   1.060 -1.797E-9
                  -INF
                          -0.141
                                   +INF
                                           EPS
---- VAR teta3
---- VAR V4
                   0.940
                          1.021
                                   1.060 -1.102E-9
                          -0.086
                                   +INF
                                           EPS
---- VAR teta4
                  -INF
---- VAR V5
                   0.940
                           1.027
                                   1.060 -1.610E-9
```

VAR teta5	-INF	-0.063	+INF	EPS
VAR V6	0.940	1.028	1.060 -	1.687E-9
VAR teta6	-INF	-0.064	+INF	EPS
VAR V7	0.940	1.033	1.060 -2	2.163E-9
VAR teta7	-INF	-0.116	+INF	EPS
VAR V8	0.940	1.022	1.060 -	1.206E-9
VAR teta8	-INF	-0.110	+INF	EPS
VAR V9	0.940	1.023	1.060 -	1.275E-9
VAR teta9	-INF	-0.135	+INF	EPS
VAR V10	0.940	1.016	1.060 -	7.79E-10
VAR teta10	-INF	-0.128	+INF	EPS
VAR V11	0.940	1.017	1.060 -	8.78E-10
VAR tetal1	-INF	-0.099	+INF	EPS
VAR V12	0.940	1.014	1.060 -	-6.86E-10
VAR teta12	-INF	-0.084	+INF	EPS
VAR V13	0.940	1.008	1.060 -	-4.01E-10
VAR teta13	-INF	-0.090	+INF	EPS
VAR V14	0.940	0.998	1.060	1.064E-10
VAR teta14	-INF	-0.134	+INF	EPS
VAR pg1	. (	0.618 3	.324 1.04	45E-10
VAR pg2		1.400 1	.400 -8	3.065
VAR pg3		. 1.00	00 4.11	18
VAR pg6	. (	0.604 1	.000 -7.2	27E-11
VAR pg8	. (	0.035 1	.000 2.29	981E-9
VAR tap8	0.960	0.960	1.040	0.051
VAR tap9	0.960	0.960	1.040	0.037
VAR tap10	0.960	0.960	1.040	0.458

# A.2.2 – FPORS preventivo

# Define-se que:

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

# (contingência)

EQU 75 – EQU 88 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 89 – EQU 97 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 98 – EQU 107: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 108 – EQU 147: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

EQU OBJ		•	1.000
EQU EQ1	9.2	94E-8	9.482E+5
EQU EQ2	0.217	0.217	0.217 -9.583E+5
EQU EQ3	0.942	0.942	0.942 -9.633E+5
EQU EQ4	0.478	0.478	0.478 -9.691E+5
EQU EQ5	0.076	0.076	0.076 -9.588E+5
EQU EQ6	0.112	0.112	0.112 -9.423E+5
EQU EQ7	9.6	33E-8	9.859E+5
EQU EQ8	9.6	31E-8	9.857E+5
EQU EQ9	0.295	0.295	0.295 -9.657E+5
EQU EQ10	0.090	0.090	0.090 -1.010E+6
EQU EQ11	0.035	0.035	0.035 -9.803E+5
EQU EQ12	0.061	0.061	0.061 -9.581E+5
EQU EQ13	0.135	0.135	0.135 -9.667E+5
EQU EQ14	0.149	0.149	0.149 -9.902E+5
EQU EQ15	-0.039	-0.039	-0.039 2233.123
EQU EQ16	0.016	0.016	0.016 4.187

EQU EQ17			-3797.500
EQU EQ18	0.166	0.166	0.166 -9340.185
EQU EQ19	0.058	0.058	0.058 -1.278E+4
EQU EQ20	0.018	0.018	0.018 -9431.346
EQU EQ21	0.016	0.016	0.016 -4866.108
EQU EQ22	0.058	0.058	0.058 -1.040E+4
EQU EQ23	0.050	0.050	0.050 -1.849E+4
EQU EQ24		. +IN	F 938.433
EQU EQ25	-INF 2	2.517E-12	0.100 -8.528E-8
EQU EQ26	-0.527	-0.527	+INF 1488.531
EQU EQ27	-INF	-0.527	0.373 -9.476E-9
EQU EQ28	-0.190	0.210	+INF 2.1320E-8
EQU EQ29	-INF	0.210	0.210 -1477.260
EQU EQ30	-0.135	0.165	+INF 2.8427E-8
EQU EQ31	-INF	0.165	0.165 -437.918
EQU EQ32	-0.060	0.165	+INF 3.7911E-8
EQU EQ33	-INF	0.165	0.240 -1.136E-7
EQU EQ34	-INF	-0.294	0.300 -1.436E-8
EQU EQ35	-INF	0.294	0.300 -1.359E-6
EQU EQ36	-INF	-0.083	0.330 -2.064E-8
EQU EQ37	-INF	0.083	0.330 -3.463E-8
EQU EQ38	-INF	-0.014	0.717 -1.167E-8
EQU EQ39	-INF	0.014	0.717 -1.212E-8
EQU EQ40	-INF	-0.062	0.476 -1.587E-8
EQU EQ41	-INF	0.062	0.476 -2.060E-8
EQU EQ42	-INF 6	5.0043E-4	0.327 -2.616E-8
EQU EQ43	-INF -	6.004E-4	0.327 -2.607E-8
EQU EQ44	-INF	-0.070	0.293 -2.347E-8
EQU EQ45	-INF	0.070	0.293 -3.831E-8
EQU EQ46	-INF	0.266	0.624 -2.383E-8

EQU EQ47	-INF	-0.266	0.624 -9.587E-9
EQU EQ48	-INF	0.088	0.184 -8.890E-8
EQU EQ49	-INF	-0.088	0.184 -3.140E-8
EQU EQ50	-INF	-0.006	0.104 -7.754E-8
EQU EQ51	-INF	0.006	0.104 -8.709E-8
EQU EQ52	-INF	0.261	0.400 -6.140E-8
EQU EQ53	-INF	-0.261	0.400 -1.290E-8
EQU EQ54	-INF	-0.223	0.225 -1.904E-8
EQU EQ55	-INF	0.223	0.225 -5.738E-6
EQU EQ56	-INF	-0.099	0.106 -4.168E-8
EQU EQ57	-INF	0.099	0.106 -1.140E-6
EQU EQ58	-INF	-0.256	0.287 -1.572E-8
EQU EQ59	-INF	0.256	0.287 -2.770E-7
EQU EQ60	-INF	0.288	1.000 -1.197E-8
EQU EQ61	-INF	-0.288	1.000 -6.622E-9
EQU EQ62	-INF	-0.200	0.200 -2.132E-8
EQU EQ63	-INF	0.200	0.200 -2.923E+4
EQU EQ64	-INF	0.090	0.090 -4.908E+4
EQU EQ65	-INF	-0.090	0.090 -4.738E-8
EQU EQ66	-INF	-0.001	0.070 -1.201E-7
EQU EQ67	-INF	0.001	0.070 -1.237E-7
EQU EQ68	-INF	0.180	0.181 -2.783E-5
EQU EQ69	-INF	-0.180	0.181 -2.363E-8
EQU EQ70	-INF	-0.036	0.409 -1.913E-8
EQU EQ71	-INF	0.036	0.409 -2.285E-8
EQU EQ72	-INF	-0.152	0.190 -2.492E-8
EQU EQ73	-INF	0.152	0.190 -2.258E-7
EQU EQ74			1.7579E-8
EQU EQ75	. 9.2	944E-8	. 9.4826E+5
EQU EQ76	0.217	0.217	0.217 9.5723E+5

0.942	0.942	0.942 9.6494E+5
0.478	0.478	0.478 9.7430E+5
0.076	0.076	0.076 9.6186E+5
0.112	0.112	0.112 9.4229E+5
. 9.63	327E-8	. 9.8591E+5
. 9.63	307E-8	. 9.8572E+5
0.295	0.295	0.295 9.9229E+5
0.090	0.090	0.090 9.9103E+5
0.035	0.035	0.035 9.7108E+5
0.061	0.061	0.061 9.5990E+5
0.135	0.135	0.135 9.7051E+5
0.149	0.149	0.149 1.0071E+6
-0.039	-0.039	-0.039 -1917.719
0.016	0.016	0.016 318.086
		3790.854
0.166	0.166	0.166 9177.945
0.058	0.058	0.058 12568.764
0.018	0.018	0.018 9377.903
0.016	0.016	0.016 5789.339
0.058	0.058	0.058 10945.350
0.050	0.050	0.050 18985.667
-0.200	-0.010	+INF 4.4795E-8
-INF	-0.010	0.120 -6.579E-8
-0.607	-0.429	+INF 4.7912E-8
-INF	-0.429	0.473 -9.455E-9
-0.390	0.183	+INF 1.4878E-8
-INF	0.183	0.290 -7.984E-8
-0.147	0.148	+INF 2.8925E-8
-INF	0.148	0.213 -1.309E-7
-0.072	0.155	+INF 3.7534E-8
	0.478 0.076 0.112 . 9.63 . 9.63 0.295 0.090 0.035 0.061 0.135 0.149 -0.039 0.016 . 0.166 0.058 0.018 0.016 0.058 0.018 -0.200 -INF -0.607 -INF -0.390 -INF -0.147 -INF	0.478

-INF	0.155	0.288 -6.422E-8
-INF	-0.276	0.372 -1.316E-8
-INF	0.276	0.372 -8.823E-8
-INF	-0.102	0.396 -1.715E-8
-INF	0.102	0.396 -2.899E-8
-INF	-0.031	0.861 -9.567E-9
-INF	0.031	0.861 -1.028E-8
-INF	-0.026	0.392 -2.040E-8
-INF	0.026	0.392 -2.332E-8
-INF	-0.087	0.352 -1.943E-8
-INF	0.087	0.352 -3.227E-8
-INF	0.308	0.748 -1.934E-8
-INF	-0.308	0.748 -8.076E-9
-INF	0.089	0.220 -6.492E-8
-INF	-0.089	0.220 -2.754E-8
-INF	-0.005	0.125 -6.554E-8
-INF	0.005	0.125 -7.145E-8
-INF	0.259	0.480 -3.861E-8
-INF	-0.259	0.480 -1.154E-8
-INF	-0.225	0.270 -1.726E-8
-INF	0.225	0.270 -1.892E-7
-INF	-0.099	0.127 -3.775E-8
-INF	0.099	0.127 -2.979E-7
-INF	-0.256	0.344 -1.420E-8
-INF	0.256	0.344 -9.745E-8
-INF	0.288	1.000 -1.197E-8
-INF	-0.288	1.000 -6.622E-9
-INF	-0.199	0.260 -1.859E-8
-INF	0.199	0.260 -1.391E-7
-INF	0.091	0.103 -7.101E-7
	-INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF	-INF -0.276 -INF 0.276 -INF -0.102 -INF 0.102 -INF -0.031 -INF 0.031 -INF -0.026 -INF 0.087 -INF 0.087 -INF 0.308 -INF 0.308 -INF -0.308 -INF -0.308 -INF 0.089 -INF -0.005 -INF 0.005 -INF 0.259 -INF -0.259 -INF -0.256 -INF 0.299 -INF 0.256 -INF 0.288 -INF 0.288 -INF -0.288 -INF -0.288

---- EQU EQ139 -INF -0.091 0.103 -4.382E-8 ---- EQU EQ140 -INF -3.759E-4 0.200 -4.256E-8 ---- EQU EQ141 -INF 3.7587E-4 0.200 -4.272E-8 ---- EQU EQ142 -INF 0.182 0.217 -2.430E-7 ---- EQU EQ143 -INF -0.1820.217 -2.141E-8 ---- EQU EQ144 -INF -0.0360.500 -1.590E-8 ---- EQU EQ145 -INF 0.036 0.500 -1.840E-8 ---- EQU EQ146 -INF -0.1530.300 -1.883E-8 ---- EQU EQ147 -INF 0.300 -5.798E-8 0.153

# LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- VAR F -INF 97.112 +INF ---- VAR V1 0.960 0.988 1.040 **EPS** ---- VAR teta1 -INF +INF **EPS** ---- VAR V2 0.960 0.977 1.040 3.6450E-7 ---- VAR teta2 -INF -0.016 +INF **EPS** ---- VAR V3 0.960 1.011 1.040 -1.270E-7 ---- VAR teta3 -INF -0.027+INF**EPS** ---- VAR V4 0.994 **EPS** 0.960 1.040 ---- VAR teta4 -0.034 +INF**EPS** -INF 0.992 ---- VAR V5 0.960 1.040 **EPS** ---- VAR teta5 -INF -0.021 +INF**EPS** ---- VAR V6 1.025 0.960 1.040 -4.273E-7 ---- VAR teta6 -INF 0.041 +INF**EPS** ---- VAR V7 0.974 **EPS** 0.960 1.040 ---- VAR teta7 -INF -0.014+INF**EPS** ---- VAR V8 0.960 1.001 1.040 -1.491E-8 ---- VAR teta8 -INF 0.038 +INF**EPS** ---- VAR V9 0.960 0.967 1.040 8.2825E-8

VAR teta9	-INF	-0.038	+INF	EPS
VAR V10	0.960	0.968	1.040 9	.4089E-7
VAR teta10	-INF	-0.029	+INF	EPS
VAR V11	0.960	0.991	1.040 1	.0163E-7
VAR teta11	-INF	0.004	+INF	EPS
VAR V12	0.960	1.006	1.040 -	7.014E-8
VAR teta12	-INF	0.020	+INF	EPS
VAR V13	0.960	0.997	1.040 3	.4666E-8
VAR teta13	-INF	0.015	+INF	EPS
VAR V14	0.960	0.960	1.040	105.050
VAR teta14	-INF	-0.035	+INF	EPS
VAR pg1	. 0	.377 3	324 1.97	′17E-8
VAR pg2		1.40	0 1132.	754
VAR pg3	. 1	.000 1.0	000 -156	53.442
VAR pg6	. 0	.951 1.0	000 -1.6	41E-7
VAR pg8	. 0	.288 1.0	000 1.76	555E-8
VAR tetaS1_2	-INF	-0.015	+INF	EPS
VAR tetaS1_3	-INF	-0.030	+INF	EPS
VAR VS1_4	0.900	0.998	1.100	3.1980E-9
VAR tetaS1_4	-INF	-0.042	+INF	EPS
VAR VS1_5	0.900	0.994	1.100	9.6629E-9
VAR tetaS1_5	-INF	-0.026	+INF	EPS
VAR tetaS1_6	-INF	0.036	+INF	EPS
VAR VS1_7	0.900	0.975	1.100	4.4639E-8
VAR tetaS1_7	-INF	-0.022	+INF	EPS
VAR tetaS1_8	-INF	0.030	+INF	EPS
VAR VS1_9	0.900	0.969	1.100	5.9347E-8
VAR tetaS1_9	-INF	-0.045	+INF	EPS
VAR VS1_10	0.900	0.969	1.100	) EPS
VAR tetaS1_10	-INF	-0.036	+INF	EPS

VAR VS1_11	0.900	0.992	1.100	EPS
VAR tetaS1_11	-INF	-0.002	+INF	EPS
VAR VS1_12	0.900	1.007	1.100	EPS
VAR tetaS1_12	-INF	0.014	+INF	EPS
VAR VS1_13	0.900	0.997	1.100	EPS
VAR tetaS1_13	-INF	0.009	+INF	EPS
VAR VS1_14	0.900	0.961	1.100	EPS
VAR tetaS1_14	-INF	-0.041	+INF	EPS
VAR tap8	0.960	1.040	1.040 -72	0.862
VAR tap9	0.960	1.040	1.040 -52	0.176
VAR tap10	0.960	0.960	1.040 12	58.090

#### A.2.3 - FPORS corretivo

#### Define-se que:

EQU 1 – EQU 14 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 15 – EQU 23 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 24 – EQU 33: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 34 – EQU 73: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

#### (contingência)

EQU 75 – EQU 88 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 89 – EQU 97 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 98 – EQU 107: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 108 - EQU 147: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

# (contingência – corretivo)

EQU 148 – EQU 161 : Balanço de Potência Ativa.

EQU 162 – EQU 170 : Balanço de Potência Reativa.

EQU 161 – EQU 180: Geração de Potência Reativa Injetada nas barras de controle.

EQU 181 – EQU 220: Fluxo de Potência Ativa nas linhas.

EQU 221 - EQU 262: Equação Modular prevenção de ajuste irrealista.

EQU OBJ			1.000
EQU EQ1			1.028E+4
EQU EQ2	0.217	0.217	0.217 -1.038E+4
EQU EQ3	0.942	0.942	0.942 -1.037E+4
EQU EQ4	0.478	0.478	0.478 -1.047E+4
EQU EQ5	0.076	0.076	0.076 -1.034E+4
EQU EQ6	0.112	0.112	0.112 -1.002E+4
EQU EQ7			1.063E+4
EQU EQ8			1.063E+4
EQU EQ9	0.295	0.295	0.295 -1.063E+4
EQU EQ10	0.090	0.090	0.090 -1.061E+4
EQU EQ11	0.035	0.035	0.035 -1.038E+4
EQU EQ12	0.061	0.061	0.061 -1.023E+4
EQU EQ13	0.135	0.135	0.135 -1.036E+4
EQU EQ14	0.149	0.149	0.149 -1.078E+4
EQU EQ15	-0.039	-0.039	-0.039 -72.300
EQU EQ16	0.016	0.016	0.016 -66.703
EQU EQ17	•		29.717
EQU EQ18	0.166	0.166	0.166 107.234
EQU EQ19	0.058	0.058	0.058 48.888
EQU EQ20	0.018	0.018	0.018 -6.103
EQU EQ21	0.016	0.016	0.016 -87.206
EQU EQ22	0.058	0.058	0.058 -99.631
EQU EQ23	0.050	0.050	0.050 -70.581
EQU EQ24		. +IN	F 9.397
EQU EQ25	-INF -	9.16E-11	0.100 -7.86E-10
EQU EQ26	-0.527	0.373	+INF 8.728E-11
EQU EQ27	-INF	0.373	0.373 -0.983

EQU EQ28	-0.190	-0.190	+INF 41.896
EQU EQ29	-INF	-0.190	0.210 -1.96E-10
EQU EQ30	-0.135	-0.135	+INF 15.382
EQU EQ31	-INF	-0.135	0.165 -2.62E-10
EQU EQ32	-0.060	-0.042	+INF 4.3511E-9
EQU EQ33	-INF	-0.042	0.240 -2.79E-10
EQU EQ34	-INF	-0.300	0.300 -1.31E-10
EQU EQ35	-INF	0.300	0.300 -10.066
EQU EQ36	-INF	-0.078	0.330 -1.93E-10
EQU EQ37	-INF	0.078	0.330 -3.12E-10
EQU EQ38	-INF	-0.018	0.717 -1.07E-10
EQU EQ39	-INF	0.018	0.717 -1.12E-10
EQU EQ40	-INF	-0.089	0.476 -1.39E-10
EQU EQ41	-INF	0.089	0.476 -2.03E-10
EQU EQ42	-INF	-0.007	0.327 -2.36E-10
EQU EQ43	-INF	0.007	0.327 -2.46E-10
EQU EQ44	-INF	-0.055	0.293 -2.26E-10
EQU EQ45	-INF	0.055	0.293 -3.30E-10
EQU EQ46	-INF	0.335	0.624 -2.72E-10
EQU EQ47	-INF	-0.335	0.624 -8.19E-11
EQU EQ48	-INF	0.030	0.184 -5.12E-10
EQU EQ49	-INF	-0.030	0.184 -3.67E-10
EQU EQ50	-INF	-0.030	0.104 -5.85E-10
EQU EQ51	-INF	0.030	0.104 -1.066E-9
EQU EQ52	-INF	0.330	0.400 -1.122E-9
EQU EQ53	-INF	-0.330	0.400 -1.08E-10
EQU EQ54	-INF	-0.216	0.225 -1.78E-10
EQU EQ55	-INF	0.216	0.225 -9.358E-9
EQU EQ56	-INF	-0.093	0.106 -3.95E-10
EQU EQ57	-INF	0.093	0.106 -5.959E-9

EQU EQ58	-INF	-0.249	0.287 -1.47E-10
EQU EQ59	-INF	0.249	0.287 -2.076E-9
EQU EQ60	-INF	0.230	1.000 -1.02E-10
EQU EQ61	-INF	-0.230	1.000 -6.38E-11
EQU EQ62	-INF	-0.200	0.200 -1.96E-10
EQU EQ63	-INF	0.200	0.200 -92.850
EQU EQ64	-INF	0.081	0.090 -8.301E-9
EQU EQ65	-INF	-0.081	0.090 -4.61E-10
EQU EQ66	-INF	-0.016	0.070 -9.16E-10
EQU EQ67	-INF	0.016	0.070 -1.449E-9
EQU EQ68	-INF	0.172	0.181 -9.040E-9
EQU EQ69	-INF	-0.172	0.181 -2.23E-10
EQU EQ70	-INF	-0.031	0.409 -1.78E-10
EQU EQ71	-INF	0.031	0.409 -2.07E-10
EQU EQ72	-INF	-0.140	0.190 -2.38E-10
EQU EQ73	-INF	0.140	0.190 -1.572E-9
EQU EQ73 EQU EQ74	-INF ·	0.140	0.190 -1.572E-9 -1.564E-6
	-INF ·	0.140	
EQU EQ74	-INF 0.217	0.140   0.217	-1.564E-6
EQU EQ74 EQU EQ75	0.217		-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76	0.217 0.942	0.217	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77	0.217 0.942 0.478	0.217	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78	0.217 0.942 0.478 0.076	0.217 0.942 0.478 0.076	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79	0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	0.217 0.942 0.478 0.076	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79 EQU EQ80	0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79 EQU EQ80 EQU EQ81	0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859 10673.188
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79 EQU EQ80 EQU EQ81 EQU EQ82		0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859 10673.188 10674.369 0.295 10748.255
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79 EQU EQ80 EQU EQ81 EQU EQ82 EQU EQ83		0.217 0.942 0.478 0.076 0.112	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859 10673.188 10674.369 0.295 10748.255 0.090 10724.086
EQU EQ74 EQU EQ75 EQU EQ76 EQU EQ77 EQU EQ78 EQU EQ79 EQU EQ80 EQU EQ81 EQU EQ82 EQU EQ83 EQU EQ84		0.217 0.942 0.478 0.076 0.112 	-1.564E-6 10295.745 0.217 10395.410 0.942 10413.187 0.478 10533.993 0.076 10394.947 0.112 10096.859 10673.188 10674.369 0.295 10748.255 0.090 10724.086 0.035 10476.000

EQU EQ88	0.149	0.149	0.149 10880.699
EQU EQ89	-0.039	-0.039	-0.039 69.442
EQU EQ90	0.016	0.016	0.016 57.132
EQU EQ91			-29.861
EQU EQ92	0.166	0.166	0.166 -105.402
EQU EQ93	0.058	0.058	0.058 -48.028
EQU EQ94	0.018	0.018	0.018 0.711
EQU EQ95	0.016	0.016	0.016 73.292
EQU EQ96	0.058	0.058	0.058 88.752
EQU EQ97	0.050	0.050	0.050 69.500
EQU EQ98	-0.200	0.034	+INF 3.363E-10
EQU EQ99	-INF	0.034	0.120 -9.09E-10
EQU EQ100	-0.607	0.251	+INF 9.159E-11
EQU EQ101	-INF	0.251	0.473 -3.53E-10
EQU EQ102	-0.390	-0.131	+INF 3.027E-10
EQU EQ103	-INF	-0.131	0.290 -1.87E-10
EQU EQ104	-0.147	-0.096	+INF 1.5375E-9
EQU EQ105	-INF	-0.096	0.213 -2.54E-10
EQU EQ106	-0.072	-0.014	+INF 1.3428E-9
EQU EQ107	-INF	-0.014	0.288 -2.61E-10
EQU EQ108	-INF	-0.277	0.372 -1.21E-10
EQU EQ109	-INF	0.277	0.372 -8.24E-10
EQU EQ110	-INF	-0.101	0.396 -1.58E-10
EQU EQ111	-INF	0.101	0.396 -2.67E-10
EQU EQ112	-INF	-0.045	0.861 -8.68E-11
EQU EQ113	-INF	0.045	0.861 -9.63E-11
EQU EQ116	-INF	-0.046	0.392 -1.79E-10
EQU EQ117	-INF	0.046	0.392 -2.27E-10
EQU EQ118	-INF	-0.082	0.352 -1.81E-10
EQU EQ119	-INF	0.082	0.352 -2.92E-10

EQU EQ120	-INF	0.391	0.748 -2.20E-10
EQU EQ121	-INF	-0.391	0.748 -6.89E-11
EQU EQ122	-INF	0.034	0.220 -4.20E-10
EQU EQ123	-INF	-0.034	0.220 -3.09E-10
EQU EQ124	-INF	-0.028	0.125 -5.14E-10
EQU EQ125	-INF	0.028	0.125 -8.14E-10
EQU EQ126	-INF	0.325	0.480 -5.07E-10
EQU EQ127	-INF	-0.325	0.480 -9.76E-11
EQU EQ128	-INF	-0.219	0.270 -1.61E-10
EQU EQ129	-INF	0.219	0.270 -1.551E-9
EQU EQ130	-INF	-0.093	0.127 -3.56E-10
EQU EQ131	-INF	0.093	0.127 -2.326E-9
EQU EQ132	-INF	-0.250	0.344 -1.32E-10
EQU EQ133	-INF	0.250	0.344 -8.40E-10
EQU EQ134	-INF	0.230	1.000 -1.02E-10
EQU EQ135	-INF	-0.230	1.000 -6.38E-11
EQU EQ136	-INF	-0.197	0.260 -1.72E-10
EQU EQ137	-INF	0.197	0.260 -1.244E-9
EQU EQ138	-INF	0.083	0.103 -3.949E-9
EQU EQ139	-INF	-0.083	0.103 -4.21E-10
EQU EQ140	-INF	-0.013	0.200 -3.68E-10
EQU EQ141	-INF	0.013	0.200 -4.21E-10
EQU EQ142	-INF	0.175	0.217 -1.870E-9
EQU EQ143	-INF	-0.175	0.217 -2.01E-10
EQU EQ144	-INF	-0.031	0.491 -1.50E-10
EQU EQ145	-INF	0.031	0.491 -1.71E-10
EQU EQ146	-INF	-0.142	0.300 -1.78E-10
EQU EQ147	-INF	0.142	0.300 -4.98E-10
EQU EQ148			-5.659E-8
EQU EQ149	0.217	0.217	0.217 1.0040E-8

EQU EQ150	0.942	0.942	0.942 1.6689E-8
EQU EQ151	0.478	0.478	0.478 2.2199E-8
EQU EQ152	0.076	0.076	0.076 9.2627E-9
EQU EQ153	0.112	0.112	0.112 5.7126E-9
EQU EQ154			3.3263E-8
EQU EQ155			3.3467E-8
EQU EQ156	0.295	0.295	0.295 4.1582E-8
EQU EQ157	0.090	0.090	0.090 -7.300E-9
EQU EQ158	0.035	0.035	0.035 -1.502E-9
EQU EQ159	0.061	0.061	0.061 1.1068E-8
EQU EQ160	0.135	0.135	0.135 1.2875E-8
EQU EQ161	0.149	0.149	0.149 3.1632E-8
EQU EQ162	-0.039	-0.039	-0.039 -1.450E-9
EQU EQ163	0.016	0.016	0.016 2.0237E-9
EQU EQ164			-8.98E-10
EQU EQ165	0.166	0.166	0.166 -6.38E-10
EQU EQ166	0.058	0.058	0.058 -8.54E-10
EQU EQ167	0.018	0.018	0.018 -8.50E-10
EQU EQ168	0.016	0.016	0.016 3.918E-10
EQU EQ169	0.058	0.058	0.058 2.321E-10
EQU EQ170	0.050	0.050	0.050 1.487E-10
EQU EQ171	-0.100	0.105	+INF 3.815E-10
EQU EQ172	-INF	0.105	0.110 -2.139E-8
EQU EQ173	-0.567	0.074	+INF 1.212E-10
EQU EQ174	-INF	0.074	0.423 -2.29E-10
EQU EQ175	-0.290	-0.146	+INF 6.021E-10
EQU EQ176	-INF	-0.146	0.250 -1.90E-10
EQU EQ177	-0.141	-0.031	+INF 6.021E-10
EQU EQ178	-INF	-0.031	0.189 -3.93E-10
EQU EQ179	-0.066	0.023	+INF 1.0503E-9

EQU EQ180	-INF	0.023	0.264 -3.06E-10
EQU EQ181	-INF	-0.022	0.335 -2.20E-10
EQU EQ182	-INF	0.022	0.335 -2.50E-10
EQU EQ183	-INF	0.020	0.363 -2.29E-10
EQU EQ184	-INF	-0.020	0.363 -2.05E-10
EQU EQ185	-INF	0.044	0.789 -1.06E-10
EQU EQ186	-INF	-0.044	0.789 -9.41E-11
EQU EQ189	-INF	0.023	0.359 -2.34E-10
EQU EQ190	-INF	-0.023	0.359 -2.06E-10
EQU EQ191	-INF	-0.082	0.322 -1.94E-10
EQU EQ192	-INF	0.082	0.322 -3.29E-10
EQU EQ193	-INF	0.278	0.686 -1.91E-10
EQU EQ194	-INF	-0.278	0.686 -8.17E-11
EQU EQ195	-INF	0.118	0.202 -9.42E-10
EQU EQ196	-INF	-0.118	0.202 -2.45E-10
EQU EQ197	-INF	7.6665E-4	0.114 -6.94E-10
EQU EQ197 EQU EQ198			0.114 -6.94E-10 0.114 -6.80E-10
EQU EQ198	-INF	-7.667E-4	0.114 -6.80E-10
EQU EQ198 EQU EQ199	-INF	-7.667E-4 0.400	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200	-INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201	-INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202	-INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203	-INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203 EQU EQ204	-INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095 -0.256	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10 0.117 -3.711E-9
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203 EQU EQ204 EQU EQ205	-INF -INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095 -0.256	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10 0.117 -3.711E-9 0.315 -1.38E-10
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203 EQU EQ204 EQU EQ205 EQU EQ206	-INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095 -0.256 0.256 0.327	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10 0.117 -3.711E-9 0.315 -1.38E-10 0.315 -1.317E-9
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203 EQU EQ204 EQU EQ205 EQU EQ206 EQU EQ207	-INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095 -0.256 0.256 0.327 -0.327	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10 0.117 -3.711E-9 0.315 -1.38E-10 0.315 -1.317E-9 1.000 -1.17E-10
EQU EQ198 EQU EQ199 EQU EQ200 EQU EQ201 EQU EQ202 EQU EQ203 EQU EQ204 EQU EQ205 EQU EQ206 EQU EQ207 EQU EQ208	-INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF -INF	-7.667E-4 0.400 -0.400 -0.228 0.228 -0.095 0.095 -0.256 0.256 0.327 -0.327 -0.209	0.114 -6.80E-10 0.440 -1.792E-9 0.440 -9.39E-11 0.247 -1.65E-10 0.247 -4.084E-9 0.117 -3.70E-10 0.117 -3.711E-9 0.315 -1.38E-10 0.315 -1.317E-9 1.000 -1.17E-10 1.000 -5.92E-11

EQU EQ212	-INF	-0.093	0.095 -4.18E-10
EQU EQ213	-INF	-0.006	0.100 -7.43E-10
EQU EQ214	-INF	0.006	0.100 -8.33E-10
EQU EQ215	-INF	0.184	0.199 -5.378E-9
EQU EQ216	-INF	-0.184	0.199 -2.05E-10
EQU EQ217	-INF	-0.033	0.450 -1.62E-10
EQU EQ218	-INF	0.033	0.450 -1.88E-10
EQU EQ219	-INF	-0.149	0.199 -2.26E-10
EQU EQ220	-INF	0.149	0.200 -1.548E-9
EQU EQ221	-INF	-0.096	0.100 -4.03E-10
EQU EQ222	-INF	0.096	0.100 -1.101E-8
EQU EQ223	-INF	-0.088	0.100 -4.10E-10
EQU EQ224	-INF	0.088	0.100 -1.656E-8
EQU EQ225	-INF	-0.091	0.100 -4.18E-10
EQU EQ226	-INF	0.091	0.100 -5.505E-9
EQU EQ227	-INF	-0.097	0.100 -3.98E-10
EQU EQ228	-INF	0.097	0.100 -3.402E-8
EQU EQ229	-INF	0.007	0.020 -5.930E-9
EQU EQ230	-INF	-0.007	0.020 -2.937E-9
EQU EQ231	-INF	0.008	0.020 -6.373E-9
EQU EQ232	-INF	-0.008	0.020 -2.842E-9
EQU EQ233	-INF	-0.001	0.020 -3.985E-9
EQU EQ234	-INF	0.001	0.020 -3.846E-9
EQU EQ239	-INF	-0.010	0.020 -2.392E-9
EQU EQ240	-INF	0.010	0.020 -1.107E-8
EQU EQ243	-INF	-9.776E-4	0.020 -4.515E-9
EQU EQ244	-INF	9.7763E-4	0.020 -3.344E-9
EQU EQ257	-INF	-0.020	0.100 -6.55E-10
EQU EQ258	-INF	0.020	0.100 -9.82E-10
EQU EQ259	-INF	-0.020	0.100 -6.55E-10

---- EQU EQ260 -INF 0.020 0.100 -9.82E-10 ---- EQU EQ261 -INF -1.75E-10 0.100 -7.86E-10 ---- EQU EQ262 -INF 1.754E-10 0.100 -7.86E-10

#### LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- VAR F -INF 96.660 +INF ---- VAR V1 0.940 1.060 1.060 -4.686 ---- VAR teta1 -INF +INF **EPS** ---- VAR V2 0.940 1.057 1.060 -2.314E-8 ---- VAR teta2 -INF -0.016 +INF **EPS** ---- VAR V3 0.940 1.028 1.060 -1.579E-9 ---- VAR teta3 -0.013 +INF-INF **EPS** ---- VAR V4 0.940 1.026 1.060 -1.373E-9 ---- VAR teta4 -INF -0.023 +INF**EPS** ---- VAR V5 0.940 1.036 1.060 -2.444E-9 -0.011 ---- VAR teta5 -INF +INF**EPS** ---- VAR V6 0.940 0.977 1.060 1.0958E-9 ---- VAR teta6 0.074 +INF **EPS** -INF ---- VAR V7 1.020 0.940 1.060 -9.69E-10 ---- VAR teta7 -0.017 +INF-INF **EPS** ---- VAR V8 0.940 1.012 1.060 -5.30E-10 ---- VAR teta8 0.023+INF **EPS** -INF ---- VAR V9 1.000 0.940 1.060 **EPS** ---- VAR teta9 -INF -0.038 +INF**EPS** 0.986 ---- VAR V10 0.940 1.060 6.238E-10 -INF -0.025+INF**EPS** ---- VAR teta10 ---- VAR V11 0.940 0.976 1.060 1.2155E-9 ---- VAR teta11 -INF 0.020 +INF**EPS** ---- VAR V12 0.940 0.964 1.060 2.3975E-9

```
---- VAR teta12
                    -INF
                           0.050
                                    +INF
                                            EPS
---- VAR V13
                           0.960
                    0.940
                                    1.060 3.1661E-9
---- VAR teta13
                    -INF
                           0.040
                                    +INF
                                            EPS
---- VAR V14
                    0.940
                           0.962
                                    1.060 2.7591E-9
---- VAR teta14
                    -INF
                           -0.025
                                    +INF
                                             EPS
---- VAR pg1
                         0.378
                                 3.324 1.812E-10
---- VAR pg2
                                 1.400 2.3972E-9
                         0.032
---- VAR pg3
                         0.980
                                 1.000 -3.945E-9
---- VAR pg6
                         1.000
                                 1.000 -34.566
---- VAR pg8
                                 1.000 2.389E-10
                         0.230
---- VAR tetaS1_2
                     -INF
                            -0.015
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR tetaS1_3
                     -INF
                            -0.017
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_4
                             1.015
                                     1.100 -2.43E-10
                     0.900
---- VAR tetaS1 4
                     -INF
                            -0.028
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_5
                     0.900
                             1.030
                                     1.100 -4.53E-10
---- VAR tetaS1_5
                     -INF
                            -0.015
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR tetaS1_6
                     -INF
                             0.070
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_7
                     0.900
                             1.015
                                     1.100 -2.38E-10
---- VAR tetaS1_7
                            -0.021
                                              EPS
                     -INF
                                     +INF
---- VAR tetaS1_8
                     -INF
                             0.018
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_9
                     0.900
                             0.995
                                     1.100 7.661E-11
---- VAR tetaS1_9
                     -INF
                            -0.042
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_10
                     0.900
                             0.982
                                      1.100 2.800E-10
---- VAR tetaS1_10
                     -INF
                             -0.029
                                      +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_11
                     0.900
                             0.974
                                      1.100 4.259E-10
---- VAR tetaS1_11
                     -INF
                             0.016
                                     +INF
                                              EPS
                             0.964
                                      1.100 6.355E-10
---- VAR VS1_12
                     0.900
---- VAR tetaS1_12
                     -INF
                             0.046
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR VS1_13
                     0.900
                             0.959
                                      1.100 7.701E-10
---- VAR tetaS1_13
                     -INF
                             0.036
                                              EPS
                                     +INF
```

```
---- VAR VS1_14
                     0.900
                             0.959
                                     1.100 7.724E-10
---- VAR tetaS1_14
                     -INF
                            -0.029
                                     +INF
                                              EPS
---- VAR pg1_1
                          0.001
                                  4.000 5.6587E-8
---- VAR pg1_2
                          0.128
                                  1.700 5.693E-10
---- VAR pg1_3
                          1.068
                                  1.200 -5.41E-10
---- VAR pg1_6
                          1.091
                                  1.200 -6.26E-10
---- VAR pg1_8
                          0.327
                                  1.200 1.498E-10
---- VAR tap8
                   0.960
                           0.960
                                   1.040 29.617
                                    1.100 3.273E-10
---- VAR tap1_8
                    0.900
                            0.980
---- VAR tap9
                   0.960
                           0.960
                                   1.040
                                         18.380
---- VAR tap1_9
                                    1.100 3.273E-10
                    0.900
                            0.980
---- VAR tap10
                   0.960
                           1.040
                                    1.040 -23.500
---- VAR tap1_10
                                    1.100 -7.48E-10
                    0.900
                            1.040
---- VAR V1 1
                    0.920
                            1.053
                                    1.080 -2.348E-9
---- VAR V1_2
                    0.920
                            1.049
                                    1.080 -1.931E-9
---- VAR teta1_2
                    . 1.0793E-5
                                    +INF 1.2104E-6
---- VAR V1_3
                    0.920
                            1.030
                                    1.080 -5.21E-10
---- VAR teta1_3
                          0.013
                                 +INF 5.4930E-9
---- VAR V1_4
                    0.920
                            1.023
                                    1.080 -6.10E-10
---- VAR teta1_4
                    . 1.2399E-4
                                    +INF 2.5070E-7
---- VAR V1_5
                    0.920
                            1.034
                                    1.080 -1.030E-9
---- VAR teta1_5
                          0.009
                                 +INF 8.7622E-9
---- VAR V1_6
                    0.920
                            0.988
                                    1.080 2.126E-10
---- VAR teta1_6
                          0.112
                                 +INF 7.108E-10
---- VAR V1 7
                    0.920
                           1.010
                                    1.080 -2.22E-10
---- VAR teta1_7
                          0.023
                                  +INF 3.2980E-9
---- VAR V1_8
                    0.920
                            1.013
                                    1.080 -2.16E-10
---- VAR teta1_8
                          0.080
                                  +INF 9.753E-10
---- VAR V1_9
                    0.920
                            0.992
                                    1.080 1.921E-10
---- VAR teta1_9
                    . 5.3548E-4
                                    +INF 6.8719E-8
```

---- VAR teta1\_10 . 0.014 +INF 5.6463E-9

---- VAR teta1\_11 . 0.059 +INF 1.3436E-9

---- VAR teta1\_12 . 0.088 +INF 9.070E-10

---- VAR teta1\_13 . 0.079 +INF 9.129E-10

---- VAR teta1\_14 . 0.014 +INF 5.5720E-9