RESSALVA

Atendendo solicitação do
autor, o texto completo desta dissertação
será disponibilizado somente a partir
de 04/05/2020.

Ilha Solteira

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

HADAMEZ KUZMINSKAS

CONTROLE ROBUSTO CHAVEADO DE SISTEMAS LINEARES E NÃO LINEARES DE ORDEM FRACIONÁRIA

Ilha Solteira
2018

HADAMEZ KUZMINSKAS

CONTROLE ROBUSTO CHAVEADO DE SISTEMAS LINEARES E NÃO LINEARES DE ORDEM FRACIONÁRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Ilha Solteira, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Concentração: Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira
2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

K978c

Kuzminskas, Hadamez.
Controle robusto chaveado de sistemas lineares e não lineares de ordem fracionária. / Hadamez Kuzminskas. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
109 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Controle e Instrumentação Eletrônica, 2018

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Sistemas de ordem fracionária. 2. Método direto de Lyapunov fracionário. 3. Desigualdades matriciais lineares. 4. Controle robusto. 5. Controle chaveado. 6. Modelos fuzzy Takagi-Sugeno.

Raiane da Silva Santos
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Controle Robusto Chaveado de Sistemas Lineares e Não Lineares de Ordem Fracionária

AUTOR: HADAMEZ KUZMINSKAS

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. EDVALDO ASSUNCAO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Roberto K. Harrop Galvão

Prof. Dr. ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO
Divisão de Engenharia Eletrônica, Departamento de Sistemas e Controle / Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Ilha Solteira, 04 de maio de 2018

AGRADECIMENTOS

Gratidão:

- A Deus, a minha família e aos meus amigos, pelo cuidado, atenção e compreensão;
- Aos colaboradores do Laboratório de Pesquisa em Controle da UNESP de Ilha Solteira, por me acolher com respeito, cooperação e união;
- A todos os colaboradores da pós graduação da UNESP de Ilha Solteira, que são solícitos em ajudar;
- Ao Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, pela orientação, confiança e incentivo;
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela oportunidade de crescimento e apoio financeiro.

"O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano. "

Isaac Newton

"A palavra é prata, o silêncio é ouro. "

Provérbio Árabe

RESUMO

Neste trabalho apresentam-se condições descritas por desigualdades matriciais lineares, LMIs (do inglês: Linear Matrix Inequalities), para o projeto de controladores robustos para sistemas dinâmicos de ordem $\alpha \in (0,1]$. Os controladores propostos utilizam a realimentação da derivada de ordem $\alpha \in (0,1]$ do vetor de estado, a chamada realimentação α-derivativa, e também a realimentação do vetor de estado. A literatura clássica apresenta resultados que utilizam o método direto de Lyapunov e a estabilização quadrática no projeto de controladores para sistemas de ordem inteira. Os teoremas propostos neste trabalho para sistemas fracionários são condições suficientes análogas a estes resultados. Esta analogia é possível através da extensão fracionária, recentemente disponível na literatura, do método direto de Lyapunov e de um limitante superior para a derivada de ordem $\alpha \in (0,1]$ da função de Lyapunov do tipo quadrática, ${}^{c}D_t^{\alpha}V(x(t))$. Nesse sentido, as LMIs propostas para estabilização quadrática são análogas aos casos clássicos, pois não dependem da ordem $\alpha \in (0,1]$ do sistema. Em particular, o foco deste trabalho recai no controle do tipo chaveado, que trata da minimização do limitante superior de ${}^{c}D_t^{\alpha}V(x(t))$. O controle chaveado dispensa o conhecimento das funções de pertinência quando da utilização de modelos fuzzy Takagi-Sugeno, permitindo trabalhar com plantas lineares e não lineares, ambas incluindo parâmetros incertos. Dessa forma, a estabilização quadrática possibilitou a obtenção de novos resultados para o problema de controle robusto de sistemas de ordem $\alpha \in (0,1]$, contemplando os principais resultados análogos, com o projeto da realimentação α-derivativa em sistemas lineares e com o projeto de controladores chaveados, utilizando a realimentação do vetor de estado, em sistemas lineares e não lineares.

Palavras-chave: Sistemas de ordem fracionária. Método direto de Lyapunov fracionário. Desigualdades matriciais lineares. Controle robusto. Controle chaveado. Modelos fuzzy Takagi-Sugeno.

ABSTRACT

This work proposes linear matrix inequalities (LMIs) conditions for the design of robust controllers for dynamic systems of order $\alpha \in (0,1]$. The proposed controllers use the feedback of the state vector derivative of order $\alpha \in (0,1]$, the so-called α -derivative feedback, and also the feedback of the state vector. The classical literature presents results that use the Lyapunov direct method and the quadratic stabilization in the design of the controllers for integer order systems. The theorems proposed in this work for fractional systems are sufficient conditions analogous to these results. This analogy is possible through the fractional extension, recently available in the literature, of the direct Lyapunov method and an upper bound for the $\alpha \in (0,1]$ order derivative of the quadratic Lyapunov function, ${}^{c}D_{t}^{\alpha}V(x(t))$. In this sense, the proposed LMIs for quadratic stabilization are analogous to the classical ones, since they do not depend on the order $\alpha \in (0,1]$ of the system. In particular, the focus of this work lies in the switched control, which deals with the minimization of the upper bound of ${}^{c}D_{t}^{\alpha}V(x(t))$. The switched control dispenses the knowledge of the membership functions when using the Takagi-Sugeno fuzzy models, allowing to work with linear and nonlinear plants, both of them with uncertain parameters. Therefore, the quadratic stabilization allowed to obtain new results for the robust control problem of $\alpha \in (0,1]$ order systems, considering the main analogous results, with the α-derivative feedback design in linear systems and with the design of switching controllers, using state vector feedback, for linear and nonlinear systems.

Keywords: Fractional order systems. Fractional Lyapunov direct method. Linear matrix inequalities. Robust control. Control switch. Takagi-Sugeno fuzzy models.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$\mathbb{R}_+$	Conjunto dos números reais positivos.
$\mathbb{R}^n$	Conjunto dos vetores $n \times 1$ com elementos reais.
$\mathbb{R}^{n\times m}$	Conjunto das matrizes $n \times m$ com elementos reais.
$\mathbb{N}$	Conjunto dos elementos naturais.
$\mathbb{N}^*$	Conjunto dos elementos naturais, com exceção do elemento nulo.
M^T	Transposta da matriz real M.
$M > (\geq) 0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) positiva.
$M < (\leq) 0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) negativa.
I	Matriz identidade.
$\lvert z \rvert$	Valor absoluto de um número real z.
$\lvert\lvert x \rvert\rvert$	Norma euclidiana do vetor $x \in \mathbb{R}^n$; $\lvert\lvert x \rvert\rvert = \sqrt{x^T x}$.
$\lceil \alpha \rceil$	Menor inteiro maior do que $\alpha > 0$.
$\lfloor \alpha \rfloor$	Maior inteiro menor do que $\alpha > 0$.
$spec(A)$	Conjunto de autovalores da matriz A.
${}^{RL}D_t^{\alpha}$	Operador linear derivada temporal de Riemann-Liouville de ordem $\alpha \in (0,1]$.
${}^{c}D_t^{\alpha}$	Operador linear derivada temporal de Caputo de ordem $\alpha \in (0,1]$.
$\vec{0}$	Vetor nulo pertencente ao R^n.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A origem do questionamento acerca do cálculo de ordem arbitrária remonta ao final do século $XVII$. Por mais de três séculos a teoria permaneceu vinculada ao campo da matemática pura. Apenas nas últimas décadas surgiram aplicações nos campos da física, engenharia de controle, processamento de sinais, probabilidade e estatística, viscoelasticidade, redes neurais, entre outras (CAMARGO, 2009). Apresentamos a seguir alguns dos desenvolvimentos e aplicações do cálculo fracionário.

Em Charef (2006) é apresentado um método de aproximação dos operadores de ordem fracionária por funções racionais, para uma determinada faixa de frequências, incluindo uma realização através de circuitos analógicos. Em Rana (2016) encontra-se um procedimento sistemático para a implementação em *hardware* com circuitos integrados em FPGA (do inglês: *Field Programmable Gate Array*) dos operadores básicos do cálculo fracionário, utilizando a definição de derivada fracionária segundo Grünwald-Letnikov. Simulações e resultados da implementação para a integral e derivada fracionárias de sinais senoidais e de onda quadrada são apresentados para determinadas ordens dos operadores. Os modelos de ordem fracionária fornecem precisão e são capazes de representar perfeitamente qualquer ordem real do sistema. Um modelo de alta ordem contendo integradores e diferenciadores de ordem inteira pode ser aproximado por módulos de ordem fracionária, os quais são mais simplificados. Assim, o crescente interesse da indústria em sistemas de ordem fracionária reside no fato de que os módulos funcionais podem ter sua estrutura simplificada significativamente (EFE, 2011).

No contexto da teoria de circuitos, encontra-se definida a impedância elétrica generalizada no domínio da frequência, proporcional a s^{α}, $(s = j\omega)$, conhecida como fractância (NAKAGAWA; SORIMACHI, 1992). A impedância elétrica dos elementos clássicos de circuito são casos particulares de fractância. Por exemplo, quando a ordem α é igual a -1, 0 e 1, obtém-se a impedância do capacitor, resistor e indutor, respectivamente. Um capacitor de ordem fracionária, também conhecido como elemento de fase constante, é caracterizado pela impedância $Z = (1/C^{\alpha})s^{\alpha}$, com C^{α} a capacitância de ordem α. Um método para a construção de um elemento de fase constante, adequado para aplicações em circuitos, foi proposto em Biswas, Sen e Dutta (2006). A incorporação de um capacitor de ordem fracionária em um circuito resulta em um sistema de ordem fracionária que encontra aplicações, por exemplo, em processamento de sinais e sistemas de controle (CHEN; VINAGRE, 2003; SILVA; MACHADO; LOPES, 2004). Em Freeborn, Maundy e Elwakil (2015) são examinados modelos de circuitos elétricos fracionários vigentes na literatura, os quais tem o objetivo de proporcionar um melhor ajuste aos dados de impedância coletados experimentalmente a partir de elementos de armazenamento e geração de energia, como supercondensadores, baterias e células combustível. Em todos os modelos pesquisados, o emprego de capacitores de ordem fracionária é imperativo não apenas para a precisão do modelo, mas para refletir as propriedades eletroquímicas e físicas do dispositivo.

As equações de Maxwell constituem o formalismo para a descrição de fenômenos eletromagnéticos. Segundo Machado et al. (2006), um olhar mais atento para o fenômeno de efeito pelicular, presente em linhas de transmissão, motores elétricos e transformadores, motivou uma nova perspectiva para a substituição de modelos clássicos por modelos de ordem fracionária, introduzindo o conceito de potencial elétrico fracionário estático. Em Zheng (2016) é proposta uma modelagem de ordem fracionária para um servo sistema de velocidade de um motor síncrono de íman permanente, PMSM (do inglês: *Permanent Magnet Synchronous Motor*), combinando a modelagem de peças eletromagnéticas e de peças mecânicas. Com base no modelo de ordem fracionária proposto e no esquema de identificação utilizado, as experiências de identificação são realizadas na parte eletromagnética e na parte mecânica. Verificou-se que a resposta em frequência do modelo de ordem fracionária é mais próxima da resposta em frequência real do PMSM, em comparação com o modelo de ordem inteira.

Em geral, sistemas físicos podem ser caracterizados pela derivada e integral fracionárias, como, por exemplo, sistemas viscoelásticos (LORENZO et al., 2017), osciladores (SAID et al., 2017) e baterias de lítio (MU et al., 2017). Inúmeras pesquisas consideram operadores fracionários na descrição de circuitos RLC, (RADWAN; SALAMA, 2012; GÓMEZ-AGUILAR et al., 2016, 2017).

Em Jacyntho (2015) são apresentados métodos de identificação de sistemas lineares invariantes no tempo, descritos através de funções de transferência, estáveis ou instáveis, de ordem fracionária, utilizando como entrada um degrau.

Novos resultados surgem em controle fracionário por modos deslizantes (BAYRAMOGLU; KOMURCUGIL, 2014; YIN; CHEN; ZHONG, 2014), controle fracionário com a técnica backstepping (SHUKLA; SHARMA, 2017; SHENG et al., 2017) e controle fracionário adaptativo (ODIBAT, 2010; LUO; LI; TAJADDODIANFAR, 2017).

Mediante o exposto, certos fenômenos físicos, que não eram bem explicados por modelos baseados no cálculo tradicional, têm sido melhor modelados por derivadas e integrais de ordem não inteira. Uma definição unificada para o cálculo de ordem não inteira ainda é discutida na literatura. A escolha da definição depende do tipo de aplicação. Para modelos que utilizam equações diferenciais ordinárias, as definições de Riemann-Liouville e de Caputo são as mais utilizadas. Para os modelos com equações diferenciais parciais, a definição de Riez é a mais adequada. Na maioria dos casos não é possível obter soluções analíticas dos modelos que utilizam sistemas de ordem fracionária, assim como não o é na maioria dos casos para modelos que utilizam sistemas de ordem inteira. Em vista disto, métodos numéricos são utilizados para a obtenção de soluções aproximadas. Entretanto, ainda são poucos os métodos de solução encontrados na literatura para sistemas de ordem fracionária, pois estes sistemas dependem da definição utilizada para o operador fracionário e, além disso, a sua implementação requer uma computação intensiva dada sua característica intrínseca de memória hereditária (SALGADO, 2015).

A necessidade de consolidar uma teoria de estabilidade para sistemas dinâmicos fracionários culmina em produções relevantes. Em Petrás (2011), por exemplo, estão reunidos alguns dos principais teoremas de estabilidade relacionados aos autovalores e polos de sistemas fracionários lineares, envolvendo equações no espaço de estados e função de transferência. A análise da estabilidade de sistemas fracionários tem o seu maior êxito com a extensão fracionária do método direto de Lyapunov, que se encontra estabelecida em Li, Chen e Podlubny (2009, 2010). A princípio, a utilização deste método é onerosa para determinados sistemas, dadas as dificuldades associadas à derivada de ordem fracionária do produto e composição de funções. Entretanto, novos lemas relacionados à derivada de Caputo trouxeram fluidez ao método direto de Lyapunov fracionário (AGUILA-CAMACHO; DUARTE-MERMOUD; GALLEGOS, 2014; DUARTE-MERMOUD et al., 2015; ANAYA et al., 2017).

A perspectiva desse trabalho consiste na busca por condições de estabilização da planta fracionária utilizando o vetor de estado ou a derivada de ordem $\alpha \in (0,1]$ do vetor de estado. Inicialmente é apresentado o estado atual da análise de estabilidade de sistemas lineares e não lineares de ordem fracionária. Em Matignon (1994) foi estabelecido o primeiro teorema relacionado à estabilidade de sistemas lineares fracionários. Desde então, como mencionado em Liu et al. (2016), a estabilidade a tempo finito, a estabilidade assintótica, a estabilidade Mittag-Leffler e a BIBO estabilidade de sistemas fracionários lineares e não lineares têm sido investigadas pela comunidade científica. Em seguida são apresentados alguns lemas recentes relacionados à derivada de Caputo, utilizados na extensão fracionária do método direto de Lyapunov, como, por exemplo, o lema proposto em Duarte-Mermoud et al. (2015), o qual estende a regra da cadeia para a derivada de Caputo de $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$, com $P^T = P$. Esta teoria é então aplicada na proposta do controle de sistemas lineares incertos via realimentação α-derivativa e na extensão da teoria de controle robusto chaveado, com realimentação do vetor de estado, para sistemas fracionários lineares e sistemas fracionários não lineares descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno.

Segue a organização deste trabalho:

- O Capítulo 2 traz uma breve abordagem dos fatos históricos mais conhecidos e considerados acerca do desenvolvimento do cálculo de ordem fracionária e apresenta, ao final, uma referência contendo informações técnicas para introduzir o leitor na história mais recente do cálculo fracionário;

- O Capítulo 3 traz uma base teórica do cálculo fracionário para utilização ao longo deste trabalho, com as definições e desenvolvimentos pertinentes;

- O Capítulo 4 descreve a extensão do método direto de Lyapunov para sistemas de ordem fracionária, bem como alguns lemas recentes relacionados à derivada de Caputo, os quais serão úteis no desenvolvimento desse trabalho;
- O Capítulo 5 propõe a extensão de alguns resultados teóricos sobre o controle chaveado de sistemas lineares de ordem inteira, para uma classe de sistemas lineares de ordem fracionária com incertezas politópicas. Exemplos numéricos validam a teoria;
- O Capítulo 6 propõe a extensão de alguns resultados teóricos sobre o controle chaveado de sistemas não lineares de ordem inteira, para uma classe de sistemas não lineares de ordem fracionária com incertezas politópicas, descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno, contendo exemplos que validam a teoria;
- O Capítulo 7 propõe a extensão de alguns resultados teóricos sobre o controle robusto de sistemas lineares de ordem inteira com realimentação da derivada do vetor de estado, para uma classe de sistemas lineares de ordem fracionária, via realimentação α-derivativa. Exemplos numéricos validam a teoria;
- Por fim, o Capítulo 8 traz as conclusões desse trabalho, perspectivas futuras e a referência bibliográfica do artigo publicado em congresso nacional, intitulado 'Condições em LMIs para estabilidade Mittag-Leffler e taxa de decaimento de sistemas de ordem fracionária com realimentação de estados α - derivativa'.

8 CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho considera a dinâmica fracionária de sistemas lineares ou não lineares, autonômos ou não autônomos e fornece uma metodologia para o projeto de controladores robustos em sistemas fracionários Caputo de ordem $\alpha \in (0,1]$.

Conforme apresentado no Capítulo 4, é possível extender o método direto de Lyapunov para sistemas fracionários de ordem $\alpha \in (0,1]$. Basicamente, se existe uma candidata a função de Lyapunov $V(x(t)) > 0$, tal que ${}^{c}D_t^{\alpha}V(x(t)) < 0$, para todo $x \neq 0$, então a estabilidade do sistema é exibida. Este método é válido para uma definição arbitrária de derivada fracionária, em particular para a derivada de Caputo, Riemann-Liouville e Grünwald-Letnikov. Em sequência, são apresentados lemas inseridos no contexto do método direto de Lyapunov fracionário, quando utilizada a derivada segundo Caputo. Por exemplo, mediante o Lema 4, tem-se que ${}^{c}\overline{D}_t^{\alpha}V(x(t)) = 2x^T(t)\,{}^{c}D_t^{\alpha}x(t)$, em que ${}^{c}\overline{D}_t^{\alpha}V(x(t))$ denota o limitante superior de ${}^{c}D_t^{\alpha}V(x(t))$, resultado este utilizado em toda a sequência deste trabalho na dedução de condições em desigualdades matriciais lineares que garantem a estabilidade assintótica do sistema.

O Capítulo 5 propõe o projeto de controladores robustos chaveados para sistemas fracionários Caputo lineares de ordem $\alpha \in (0,1]$, via realimentação do vetor de estado e compensação distribuída paralela. Os ganhos do controlador foram calculados através de condições suficientes em desigualdades matriciais lineares, fundamentadas na estabilização quadrática e podendo incluir taxa de decaimento maior ou igual a γ. A taxa de decaimento Mittag-Leffler, incorporada no projeto dos ganhos de realimentação, diminui o tempo de estabelecimento das respostas do sistema fracionário. Exemplos numéricos validam a teoria. O Capítulo 6 propõe o projeto de controladores robustos chaveados para sistemas fracionários Caputo não lineares de ordem $\alpha \in (0,1]$ descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno, via realimentação do vetor de estado e compensação distribuída paralela. Novamente, os ganhos do controlador foram calculados através de condições suficientes em desigualdades matriciais lineares, fundamentadas na estabilização quadrática, incluindo ou não a taxa de decaimento. O projeto para o sistema de Lorenz valida a teoria. O controle chaveado dispensa o conhecimento das funções de pertinência da descrição exata em sistemas Caputo fuzzy Takagi-Sugeno. O Capítulo 7 novamente trata do controle robusto de sistemas lineares, agora utilizando a realimentação da derivada de Caputo do vetor de estado. São calculados ganhos robustos do controlador através de desigualdades matriciais lineares, os quais também incorporam taxa de decaimento.

8.1 TRABALHOS FUTUROS

- Em Galvão et al. (2013), a planta de ordem fracionária representa com maior precisão o comportamento real do sistema físico em análise. Dessa forma, pretende-se aplicar a teoria deste trabalho em sistemas físicos de natureza fracionária ou em modelos de ordem fracionária que melhor descrevem sistemas físicos.
- Neste trabalho a taxa de decaimento considera apenas o semi-plano complexo esquerdo. Entretanto, conforme o Teorema 15, a região de estabilização do plano complexo considerando taxa de decaimento pode ser ampliada e redefinida.
- Na metodologia em Sabatier, Moze e Farges (2010), por exemplo, condições em LMIs necessárias e suficientes são propostas para verificar a estabilidade de sistemas de ordem $\alpha \in (0,1)$. Pretende-se propor condições necessárias e suficientes de estabilização baseadas em LMIs.
- Para a utilização prática pretende-se considerar índices de desempenho, como a restrição da norma dos ganhos do controlador e/ou a saturação do sinal de controle, considerando uma região de operação do sistema, baseando-se na metodologia proposta nos trabalhos de Assunção et al. (2007), Alves et al. (2016) e Oliveira et al. (2018), aplicada a sistemas de ordem inteira.

8.2 PUBLICAÇÃO

Trabalho completo publicado em anais de congresso nacional:

KUZMINSKAS, H.; TEIXEIRA, M. C. M.; LIMA, A. A. de; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; JACYNTHO, L. A. Condições em LMIs para estabilidade Mittag - Leffler e taxa de decaimento de sistemas de ordem fracionária com realimentação de estados α - derivativa. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES - DINCON, 2017, São José do Rio Preto. *Anais...* São José do Rio Preto: [s.n.], 2017. p. 1-7.

REFERÊNCIAS

ADELIPOUR, S.; ABOOEE, A.; HAERI, M. LMI-based sufficient conditions for robust stability and stabilization of lti-fractional-order systems subjected to interval and polytopic uncertainties. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, London, v. 37, n. 10, p. 1207–1216, 2015.

AGUILA-CAMACHO, N.; DUARTE-MERMOUD, M. A.; GALLEGOS, J. A. Lyapunov functions for fractional-order systems. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Marseille, v. 19, n. 9, p. 2951–2957, 2014.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, Chichester, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016.

ANAYA, G. F.; NAVA-ANTONIO, G.; JAMOUS-GALANTE, J.; MUÑOZ-VEGA, R.; HERNÁNDEZ-MARTÍNEZ, E. Lyapunov functions for a class of nonlinear systems using Caputo derivative. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Marseille, v. 43, p. 91–99, 2017.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; FARIA, F. A.; SILVA, N. D.; CARDIM, R. Robust state-derivative feedback LMI-based designs for multivariable linear systems. **International Journal of Control**, London, v. 80, n. 8, p. 1260–1270, 2007.

BARMISH, B. Stabilization of uncertain systems via linear control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 28, n. 8, p. 848–850, 1983.

BAYRAMOGLU, H.; KOMURCUGIL, H. Time-varying sliding-coefficient-based decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order systems. **ISA Transactions**, Pittsburg, v. 53, n. 4, p. 1044–1053, 2014.

BERNUSSOU, J.; PERES, P. L. D.; GEROMEL, J. C. A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems. **Systems** & **Control Letters**, Amsterdam, v. 13, n. 1, p. 65–72, 1989.

BISWAS, K.; SEN, S.; DUTTA, P. K. Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs**, Piscataway, v. 53, n. 9, p. 802–806, 2006.

BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Book:* **Linear matrix inequalities in system and control theory**. [S.l.]: SIAM, 1994. 205 p.

BUZETTI, A. S. **Projeto de controle robusto chaveado com falhas nos sensores**. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de

Mesquita Filho" - UNESP, Ilha Solteira, 2017.

CAMARGO, R. F. **Cálculo fracionário e aplicações**. 2009.135 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2009.

CHAREF, A. Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, London, v. 153, n. 6, p. 714–720, 2006.

CHEN, Y.; VINAGRE, B. M. A new IIR-type digital fractional-order differentiator. **Signal processing**, Amsterdam, v. 83, n. 11, p. 2359–2365, 2003.

DEMIRCI, E.; OZALP, N. A method for solving differential equations of fractional- order. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Antwerpen, v. 236, n. 11, p. 2754–2762, 2012.

DIETHELM, K.; FORD, N. J.; FREED, A. D. A predictor-corrector approach for the numerical solution of fractional differential equations. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 29, n. 1-4, p. 3–22, 2002.

DIETHELM, K.; FORD, N. J.; FREED, A. D. Detailed error analysis for a fractional adams method. **Numerical algorithms**, Basel, v. 36, n. 1, p. 31–52, 2004.

DUARTE-MERMOUD, M. A.; AGUILA-CAMACHO, N.; GALLEGOS, J. A.; CASTRO-LINARES, R. Using general quadratic Lyapunov functions to prove Lyapunov uniform stability for fractional-order systems. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Marseille, v. 22, n. 1, p. 650–659, 2015.

EFE, M. Ö. Fractional-order systems in industrial automation-a survey. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Piscataway, v. 7, n. 4, p. 582–591, 2011.

FARGES, C.; SABATIER, J.; MOZE, M. Fractional-order polytopic systems: robust stability and stabilisation. **Advances in Difference Equations**, Kingsville, v. 2011, n. 1, p. 1–10, 2011.

FREEBORN, T. J.; MAUNDY, B.; ELWAKIL, A. S. Fractional-order models of supercapacitors, batteries and fuel cells: a survey. **Materials for Renewable and Sustainable Energy**, Rome, v. 4, n. 3, p. 1–7, 2015.

GALVÃO, R. K. H.; HADJILOUCAS, S.; KIENITZ, K. H.; PAIVA, H. M.; AFONSO, R. J. M. Fractional-order modeling of large three-dimensional RC networks. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers**, Piscataway, v. 60, n. 3, p. 624–637, 2013.

GÓMEZ-AGUILAR, J.; CÓRDOVA-FRAGA, T.; ESCALANTE-MARTÍNEZ, J.; CALDERÓN-RAMÓN, C.; ESCOBAR-JIMÉNEZ, R. Electrical circuits described by a fractional derivative with regular Kernel. **Revista Mexicana de Física**, Cidade do México, v. 62, n. 2, p. 144–154, 2016.

GÓMEZ-AGUILAR, J. F.; ESCOBAR-JIMÉNEZ, R. F.; OLIVARES-PEREGRINO, V. H.; TANECO-HERNÁNDEZ, M. A.; GUERRERO-RAMÍREZ, G. V. Electrical circuits RC and RL involving fractional operators with bi-order. **Advances in Mechanical Engineering**, London, v. 9, n. 6, p. 1–10, 2017.

GUO, Y.; MA, B. Extension of Lyapunov direct method about the fractional nonautonomous systems with order lying in $(1,2)$. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 84, n. 3, p. 1353–1361, 2016.

JACYNTHO, L. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; GALVÃO, R. K. H.; HADJILOUCAS, S. Identification of fractional-order transfer functions using a step excitation. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs**, Piscataway, v. 62, n. 9, p. 896–900, 2015.

KUZMINSKAS, H.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; LIMA, A. A. de. Condições em LMIs para estabilidade Mittag-Leffler e taxa de decaimento de sistemas de ordem fracionária com realimentação de estados α-derivativa. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES - DINCON, 41., 2017, São José do Rio Preto. **Anais...** São José do Rio Preto: SBMAC, 2017. p. 1–7.

LENKA, B. K.; BANERJEE, S. Asymptotic stability and stabilization of a class of nonautonomous fractional-order systems. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 85, n. 1, p. 167–177, 2016.

LENKA, B. K.; BANERJEE, S. Sufficient conditions for asymptotic stability and stabilization of autonomous fractional-order systems. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Marseille, v. 56, n. 1, p. 365–379, 2018.

LI, C.; TAO, C. On the fractional adams method. **Computers** & **Mathematics with Applications**, New York, v. 58, n. 8, p. 1573–1588, 2009.

LI, C.; YAN, J. The synchronization of three fractional differential systems. **Chaos, Solitons & Fractals**, Oxford, v. 32, n. 2, p. 751–757, 2007.

LI, C. P.; ZHANG, F. R. A survey on the stability of fractional differential equations. **The European Physical Journal Special Topics**, Les Ulis, v. 193, n. 1, p. 27–47, 2011.

LI, Y.; CHEN, Y.; PODLUBNY, I. Mittag-Leffler stability of fractional-order nonlinear dynamic systems. **Automatica**, Elmsford, v. 45, n. 8, p. 1965–1969, 2009.

LI, Y.; CHEN, Y.; PODLUBNY, I. Stability of fractional-order nonlinear dynamic systems: Lyapunov direct method and generalized Mittag-Leffler stability. **Computers** & **Mathematics with Applications**, New York, v. 59, n. 5, p. 1810–1821, 2010.

LI, Y.; LI, J. Stability analysis of fractional-order systems based on T-S fuzzy model with the fractional-order α: $0 < \alpha < 1$. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 78, n. 4, p. 2909–2919, 2014.

LIU, S.; JIANG, W.; LI, X.; ZHOU, X.-F. Lyapunov stability analysis of fractional nonlinear systems. **Applied Mathematics Letters**, Elmsford, v. 51, n. 1, p. 13–19, 2016.

LORENZO, S. D.; PAOLA, M. D.; MANTIA, F. P. L.; PIRROTTA, A. Non-linear viscoelastic behavior of polymer melts interpreted by fractional viscoelastic model. **Meccanica**, Torino, v. 52, n. 8, p. 1843–1850, 2017.

LU, J.-G.; CHEN, G. Robust stability and stabilization of fractional-order interval systems: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 54, n. 6, p. 1294–1299, 2009.

LU, J.-G.; CHEN, Y.-Q. Robust stability and stabilization of fractional-order interval systems with the fractional order α: The $0 < \alpha < 1$ case. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 55, n. 1, p. 152–158, 2010.

LUO, S.; LI, S.; TAJADDODIANFAR, F. Chaos and adaptive control of the fractional-order magnetic-field electromechanical transducer. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, Hong Kong, v. 27, n. 13, p. 1–9, 2017.

MA, Y.; LU, J.; CHEN, W. Robust stability and stabilization of fractional-order linear systems with positive real uncertainty. **ISA transactions**, Pittsburgh, v. 53, n. 2, p. 199–209, 2014.

MACHADO, J. A. T.; JESUS, I. S.; GALHANO, A.; CUNHA, J. B. Fractional-order electromagnetics. **Signal Processing**, Amsterdam, v. 86, n. 10, p. 2637–2644, 2006.

MACHADO, J. T.; KIRYAKOVA, V.; MAINARDI, F. Recent history of fractional calculus. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Marseille, v. 16, n. 3, p. 1140–1153, 2011.

MATIGNON, D. **Représentations en variables d'état de modèles de guides d'ondes avec dérivation fractionnaire**. 1994. 247 f. Tese (Doutorado) - Univ. Paris xi, 1994.

MATIGNON, D. Stability results for fractional differential equations with applications to control processing. In: IMACS - IEEE-SMC. COMPUTACIONAL ENGINEERING IN SYSTEMS APPLICATIONS, 1996, Lille. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 1996. v. 2, p. 963–968.

MOZE, M.; SABATIER, J.; OUSTALOUP, A. LMI tools for stability analysis of fractional systems. In: INTERNATIONAL DESIGN ENGINEERING TECHNICAL CONFERENCES AND COMPUTERS AND INFORMATION IN ENGINEERING CONFERENCE. AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS - ASME, 5, 2005, Long Beach. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 2005. p. 1611–1619.

MU, H.; XIONG, R.; ZHENG, H.; CHANG, Y.; CHEN, Z. A novel fractional-order model based state-of-charge estimation method for lithium-ion battery. **Applied Energy**, London, v. 207, n. 1, p. 384–393, 2017.

NAKAGAWA, M.; SORIMACHI, K. Basic characteristics of a fractance device. **IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences**, Tokyo, v. 75, n. 12, p. 1814–1819, 1992.

NDOYE, I.; DAROUACH, M.; ZASADZINSKI, M.; RADHY, N. E. Robust stabilization of uncertain descriptor fractional-order systems. **Automatica**, Elmsford, v. 49, n. 6, p. 1907–1913, 2013.

ODIBAT, Z. M. Adaptive feedback control and synchronization of non-identical chaotic fractional-order systems. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 60, n. 4, p. 479–487, 2010.

OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. de;

ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local H_∞ switched controller design for uncertain TS fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, no prelo.

OLIVEIRA, D. S. de. **Derivada fracionária e as funções de Mittag-Leffler**. 2014. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2014.

OLIVEIRA, H. S. **Introdução ao cálculo de ordem arbitrária**. 2010. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2010.

PETRÁŠ, I. **Book:** Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. 218 p.

PODLUBNY, I. **Book:** Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications. [S.l.]: Academic, 1998. 341 p.

RADWAN, A. G.; SALAMA, K. N. Fractional-order RC and RL circuits. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, Cambridge, v. 31, n. 6, p. 1901–1915, 2012.

RANA, K. P. S.; KUMAR, V.; MITTRA, N.; PRAMANIK, N. Implementation of fractional-order integrator/differentiator on field programmable gate array. **Alexandria Engineering Journal**, Alexandria, v. 55, n. 2, p. 1765–1773, 2016.

SABATIER, J.; MOZE, M.; FARGES, C. LMI stability conditions for fractional-order systems. **Computers & Mathematics with Applications**, New York, v. 59, n. 5, p. 1594–1609, 2010.

SAID, L. A.; RADWAN, A. G.; MADIAN, A. H.; SOLIMAN, A. M. Three fractional-order-capacitors-based oscillators with controllable phase and frequency. **Journal of Circuits, Systems and Computers**, Singapore, v. 26, n. 10, p. 1–22, 2017.

SALGADO, G. H. O. Métodos numéricos para solução de equações diferenciais segundo a derivada de Caputo. 2015. 175 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, Belo Horizonte, 2015.

SHENG, D.; WEI, Y.; CHENG, S.; SHUAI, J. Adaptive backstepping control for fractional-order systems with input saturation. **Journal of the Franklin Institute**, Elmsford, v. 354, n. 5, p. 2245–2268, 2017.

SHUKLA, M. K.; SHARMA, B. B. Stabilization of a class of fractional-order chaotic systems via backstepping approach. **Chaos, Solitons & Fractals**, Oxford, v. 98, n. 1, p. 56–62, 2017.

SILVA, M. F.; MACHADO, J. A. T.; LOPES, A. M. Fractional-order control of a hexapod robot. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 38, n. 1-4, p. 417–433, 2004.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. **Book:** Applied nonlinear control. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. 259 p.

SOUZA, W. A. de. **Projeto de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares**

descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno. 2013.93 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2013.

SOUZA, W. A. de; TEIXEIRA, M. C.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using takagi–sugeno fuzzy models. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, 2014.

STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization methods and software**, New York, v. 11, n. 1-4, p. 625–653, 1999.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, New York, v. 15, n. 1, p. 116–132, 1985.

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998.

TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 525–538, 2001.

WEN, X.-J.; WU, Z.-M.; LU, J.-G. Stability analysis of a class of nonlinear fractional-order systems. **IEEE Transactions on circuits and systems II: Express Briefs**, Piscataway, v. 55, n. 11, p. 1178–1182, 2008.

XIE, L. Output feedback $H\infty$ control of systems with parameter uncertainty. **International Journal of control**, London, v. 63, n. 4, p. 741–750, 1996.

YIN, C.; CHEN, Y.; ZHONG, S. Fractional-order sliding mode based extremum seeking control of a class of nonlinear systems. **Automatica**, Elmsford, v. 50, n. 12, p. 3173–3181, 2014.

ZHANG, S.; YU, Y.; YU, J. LMI conditions for global stability of fractional-order neural networks. **IEEE transactions on neural networks and learning systems**, Piscataway, v. 28, n. 10, p. 2423–2433, 2017.

ZHANG, X.; LI, B. Robust stabilization of uncertain descriptor fractional-order systems with the fractional-order α $(0 < \alpha < 1)$. In: CONTROL AND DECISION CONFERENCE - CCDC. IEEE, 2016, Yinchuan. **Anais...** Chinese: IEEE, 2016. p. 560–563.

ZHENG, W.; LUO, Y.; CHEN, Y.; PI, Y. Fractional-order modeling of permanent magnet synchronous motor speed servo system. **Journal of Vibration and Control**, Thousand Oaks, v. 22, n. 9, p. 2255–2280, 2016.

ZHENG, Y.; NIAN, Y.; WANG, D. Controlling fractional order chaotic systems based on Takagi-Sugeno fuzzy model and adaptive adjustment mechanism. **Physics Letters A**, Amsterdam, v. 375, n. 2, p. 125–129, 2010.