

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

NICOLLE CAMILO DE SOUZA LOPES

ANÁLISE DINÂMICA IDEALIZADA DE IMPACTO DE PNEU DE TREM DE POUSO

São João da Boa Vista

2024

NICOLLE CAMILO DE SOUZA LOPES

ANÁLISE DINÂMICA IDEALIZADA DE IMPACTO DE PNEU DE TREM DE POUSO

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Murilo Sartorato

São João da Boa Vista

2024

L864a	Lopes, Nicolle Camilo de Souza Análise dinâmica idealizada de impacto de pneu de trem de pouso / Nicolle Camilo de Souza Lopes. -- São João da Boa Vista, 2024 45 p. : il., tabs., fotos Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista Orientador: Murilo Sartorato 1. Deformação. 2. Elastômeros. 3. Análise do Tempo de Falha. 4. Cisalhamento. 5. Método dos Elementos Finitos. I. Título.
-------	--

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ANÁLISE DINÂMICA IDEALIZADA DE IMPACTO DE PNEU DE TREM DE
POUSO**

Aluno: Nicolle Camilo de Souza Lopes
Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Carlos do Carmo Pagani Junior (Examinador)
- Éder Luiz Oliveira (Examinador)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 27 de novembro de 2024

“Se amar é um crime, eu sou um traficante.”

"Todas as vossas obras sejam feitas em amor." 1 Coríntios 16:14

AGRADECIMENTOS

- Diante da vastidão do tempo e da imensidão do universo, é um imenso prazer para mim dividir um planeta e uma época com você - Essa frase foi proferida por Carl Sagan à sua esposa Ann Druyan, no livro *Cosmos*, mas poderia muito bem ter sido dita por mim a todos que fazem parte da minha vida, pois ainda não consegui acostumar-me com a realidade de que de todas as pessoas viventes, eu encontrei-me com as melhores.

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus Pai, por ter concedido-me o sopro da vida e pelas dádiva imensuráveis concedidas a mim. Aos meus pais Isaias e Roseli, por terem cumprido seus deveres paternais com maestria, excedendo quaisquer expectativas que eu jamais poderia ter tido, sendo para mim os maiores exemplos de amor e honestidade.

De forma inestimável, agradeço ao professor orientador Murilo Sartorato, por todo conhecimento fornecido, por sua humanidade exercida, por sua paciência e exímia prática didática.

Ao amor da minha vida Gean, do qual eu preferiria morrer amanhã a viver 100 anos sem conhecê-lo (Pocahontas, 1994).

À minha família.

Também agradeço por todos os amigos e colegas da graduação, sendo alguns deles: Larissa Yida, Gustavo Marrafon, João Gabriel, Milena Poletto, Camilinha, Cainho, Wolney (vulgo, Ápice do macho humano), Lívia Felix, Sávio Túlio, Grazielle Cossa, Lucas Guaçu, Giovanna Somma, Maroy, Dani Babe, Renato Babe, Arnaldinho Babe, Fê Piloto, Daniel Estranho, Salada, Lygia Franco, Carlos, Thaís, Isadora, Gabriel, Milani, Marina, Rola, Ricky, Boni, Gudoraizi, Kauane Prisco, Nanda, Chenu, Ana Cecília, João Niero, Léo, Mogli, Henrique Cherulli, Vico, Matheusinho, Vitor, Prestes, Glendinha, Rafa Lésbica, Rafa Mendigo, Fábio, Nathan, Choque, Bellato e tantos outros.

A todos os docentes da graduação, dos quais eu muitas vezes excedi seus trabalhos.

A todos os meus amigos, em especial à Emilly e à Monique.

Ao grande homem, amigo e bibliotecário João, à doce e companheira bibliotecária Michelle e ao não bibliotecário, mas exterminador de baratas e corredor, Fábio.

Ao melhor psicólogo, não somente de Óz, mas do mundo, Francisco.

À formidável tia Sil da limpeza, à grandíssima Miriam, à Marlene da portaria e a todos os funcionários da instituição.

À banca examinadora, constituída pelo orientador já mencionado e pelos docentes Carlos do Carmo Pagani Junior e Éder Luiz Oliveira.

Por fim, agradeço à UNESP, por ter me dado tanto e tantos para agradecer.

Salve Maria e Viva Cristo Rei!

RESUMO

Os desafios da indústria aeronáutica abrangem questões de integridade estrutural e segurança operacional das aeronaves, que se estendem desde a fabricação até o uso cotidiano. Um aspecto essencial é o estado do trem de pouso, especialmente durante pousos e decolagens, devido aos impactos significativos nessa fase. Este trabalho analisa os efeitos do trem de pouso e o comportamento de materiais elastoméricos, focando nos desafios de não linearidade através de duas simulações. A primeira simulação investiga o impacto de uma esfera de borracha elastomérica em uma chapa metálica, enquanto a segunda avalia o impacto e a rolagem de cilindro de borracha com eixo metálico em uma esteira de concreto. Utilizou-se o método dos elementos finitos para simplificação da resolução de problemas transientes complexos. Na primeira simulação, os valores máximos de deformação, tensão de Von Mises e velocidade no ponto de contato foram de $3,41\text{ mm}$, $6,14\text{ MPa}$ e $12,703\text{ mm/s}$, respectivamente. Na segunda simulação, a deformação aumentou progressivamente até $70,10\text{ mm}$ com a parada do rolo, resultando em uma tensão de Von Mises máxima de $7,73E - 02\text{ MPa}$. Os resultados foram consistentes com a literatura, confirmando a adequação das leis de contato e o comportamento esperado das curvas de deformação e tensão, evidenciando a aplicabilidade dos métodos utilizados para análise do comportamento do trem de pouso.

PALAVRAS-CHAVE:

Deformação; Elastômeros; Análise do Tempo de Falha; Cisalhamento; Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

The challenges facing the aeronautical industry encompass structural integrity, operational safety, and aircraft performance. These issues span from manufacturing processes to daily operations, requiring constant monitoring to ensure safety and efficiency. A critical factor in this context is the condition of the landing gear, especially during takeoffs and landings due to significant impact forces. This study analyzes the effects on landing gear and the behavior of elastomeric materials, focusing on the challenges posed by nonlinearity through two simulations. The first simulation examines the impact of an elastomeric rubber sphere on a metal plate, while the second evaluates the impact and rolling of a rubber roller with a metal shaft on a concrete floor. The finite element method was used to simplify the solution of complex transient problems. In the first simulation, the maximum values of deformation, Von Mises stress and contact point velocity were 3.41 mm , 6.14 MPa , and 12.703 mm/s , respectively. In the second simulation, the deformation progressively increased until it reached 70.10 mm , upon stopping, resulting in a maximum Von Mises stress of $7.73E - 02\text{ MPa}$. The results were consistent with the literature, confirming the validity of the contact laws and the expected behavior of deformation and stress curves, highlighting the applicability of the methods used to analyze landing gear behavior.

KEYWORDS: Deformation; Elastomers; Fatigue Failure Analysis; Shear; Finite Element Method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Urubu preso ao nariz de Airbus após colisão.	14
Figura 2	Problema de impacto de baixa energia envolvendo um Airbus.	14
Figura 3	Impacto de alta energia envolvendo um Boeing 737 e um Legacy.	15
Figura 4	Corpo anteriormente à deformação de cisalhamento.	19
Figura 5	Corpo posteriormente à deformação de cisalhamento.	20
Figura 6	Contato de uma esfera e um meio plano.	21
Figura 7	Contato entre duas esferas.	22
Figura 8	Relação linear tensão x deformação.	24
Figura 9	Relação não linear tensão x deformação.	24
Figura 10	Superfície de escoamento de Von Mises no espaço tridimensional das tensões principais.	25
Figura 11	Geometria esfera e placa.	27
Figura 12	Sizing aplicado nas bordas da placa.	28
Figura 13	Malha da esfera e placa.	29
Figura 14	Malha da esfera e região de contato.	29
Figura 15	Split entre eixo e cilindro.	30
Figura 16	Split sólido de concreto - área de rolagem.	31
Figura 17	Vista superior da malha do cilindro.	32
Figura 18	Vista lateral da malha do cilindro.	32
Figura 19	Vista frontal da malha do cilindro.	32
Figura 20	Deformação total caso não linear de impacto.	34
Figura 21	Gráfico deformação total caso não linear de impacto	35
Figura 22	Tensão de Von Mises caso não linear de impacto.	36
Figura 23	Gráfico Tensão de Von Mises caso não linear de impacto	37
Figura 24	Velocidades da esfera no ponto de contato	38
Figura 25	Deformação total caso não linear de impacto e atrito.	39
Figura 26	Gráfico deformação total caso não linear de impacto e atrito	40
Figura 27	Tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.	41
Figura 28	Gráfico tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do aço estrutural.	27
Tabela 2 – Valores deformação total caso não linear de impacto	35
Tabela 3 – Continuação - Valores deformação total caso não linear de impacto	36
Tabela 4 – Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto.	37
Tabela 5 – Continuação - Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto.	38
Tabela 6 – Valores de velocidade no ponto de contato.	38
Tabela 7 – Continuação - Valores de velocidade no ponto de contato.	39
Tabela 8 – Valores deformação total caso não linear de impacto e atrito.	40
Tabela 9 – Continuação - Valores deformação total caso não linear de impacto e atrito.	41
Tabela 10 – Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.	42
Tabela 11 – Continuação - Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.	43

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
EDP	Equação Diferencial parcial
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
km	Quilômetro
mm	Milímetro
kg	Quilograma
Pa	Pascal
s	Segundos
CAE	Computer Aided Engineering
CAD	Computer Aided Design
FEA	Análises de elementos finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

$K^{(e)}$	Matriz de rigidez [$\frac{N}{mm}$]
$f^{(e)}$	Vetor de forças [N]
Δ_t	Passos de tempo [s]
σ	Tensão [Pa]
E^*	Relação entre os módulos de elasticidades dos materiais e seus coeficientes de Poisson. [Pa]
ϵ	Deformação do material [$\frac{mm}{mm}$]
R	Raio [mm]
F	Força [N]
μ	Coefficiente de fricção [N]
N	Força Normal [N]
a	Deslocamento [mm]
Δ_s	Comprimento [mm]
γ_{nt}	Deformação por cisalhamento [mm]
σ_y	Tensão de escoamento do material [Pa]
σ_v	Tensão equivalente [Pa]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Problemas de impacto na aeronáutica	13
1.1.1	Pouso/Trem de Pouso	13
1.1.2	Problema de impacto com pássaros	13
1.1.3	Impactos de baixa energia	14
1.1.4	Impactos de alta energia	15
1.2	Desafios relacionados	15
2	OBJETIVOS DO TRABALHO	16
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
3.1	Equações diferenciais parciais	17
3.2	Método dos Elementos Finitos	17
3.2.1	Problemas dinâmicos e algoritmos de integração no tempo	18
3.2.1.1	Método Lineares de Múltiplos Passos	18
3.3	Deformação Total	19
3.4	Fenômenos não lineares em problemas de corpos deformáveis	20
3.5	Impacto	21
3.5.1	Contato de uma esfera e um meio plano	21
3.5.2	Técnicas de solução analítica	22
3.5.3	Velocidade no ponto de impacto	22
3.6	Força de Atrito	22
3.7	Elastômeros	23
3.7.1	Deformação plástica e elástica	23
3.7.2	Deformação de elastômeros	23
3.8	Tensão de Von Mises	25
4	MATERIAIS E MÉTODOS	26
4.1	<i>Ansys Mechanical</i>	26
4.2	Projeto de caso não linear de impacto	26
4.3	Projeto de caso não linear de impacto e atrito	30
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
5.1	Análise de caso não linear de impacto	34
5.1.1	Deformação Total	34
5.1.2	Von Mises	36
5.1.3	Velocidade no ponto de contato.	38
5.2	Análise de caso não linear de impacto e atrito	39

5.2.1	Deformação Total	39
5.2.2	Von Mises	41
5.3	Análise comparativa dos resultados obtidos.	43
6	CONCLUSÕES	44
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	44
	REFERÊNCIAS	45

1 INTRODUÇÃO

1.1 PROBLEMAS DE IMPACTO NA AERONÁUTICA

Os problemas de impacto na indústria aeronáutica incluem uma variedade de desafios relacionados à integridade estrutural, operacional e à segurança das aeronaves. Abrangem uma variedade de fatores que podem influenciar desde a fabricação até a operação diária das aeronaves, o que requer atenção constante para garantir a segurança e eficiência do setor.

Dentre os casos mais relevantes, destacam-se os impactos de aterrissagem, momento crítico em que a aeronave está sujeita à forças consideráveis e são necessárias técnicas adequadas de pilotagem e condições de pista seguras, problemas de colisão entre aeronaves e aves, que podem causar danos significativos às aeronaves, especialmente aos motores, impactos de baixa energia, ocasionados principalmente pelo fator humano, como por exemplo, incidentes de manutenção e, por fim, impactos de alta energia, que ocorrem em detrimento de acidentes, quedas, combates militares e apresentam grandes riscos estruturais.

1.1.1 Pousos/Trem de Pousos

A Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC, 2012) descreve o trem de pousos como a infraestrutura responsável por sustentar o peso de uma aeronave durante o contato com o solo ou a água, frequentemente equipada com mecanismos para amortecer o impacto do pouso e a pista de pouso como um espaço retangular delimitado em um aeródromo em solo, projetado para pousos e decolagens de aeronaves.

As condições operacionais do trem de pousos influenciam em sua performance. Alguns desses fatores são descritos pela ANAC como a velocidade de aproximação, o ângulo do pouso e o estado de pista. A pista interfere com grande incidência na qualidade do pouso. Pode ser feita de concreto, asfalto, terra, grama e seu material de construção, juntamente a seu comprimento, irão definir o tipo de aeronave que percorrerá sua extensão.

1.1.2 Problema de impacto com pássaros

É considerado um dos principais problemas de impacto na indústria aeronáutica por ser um problema recorrente, pode causar falha nos motores e danos estruturais. O embate entre um A320 e um grupo de gansos deu origem a um dos acidentes mais famosos de impacto com pássaros. Felizmente, o pouso de emergência no rio Hudson não resultou em fatalidade.

Além disso, frequentemente o impacto resulta na morte de pássaros, o que afeta as populações de aves, especialmente em áreas próximas a aeroportos. Comumente, a ave é lançada pelo impacto, mas a Figura 1 mostra uma colisão da qual o animal fica preso ao nariz de um A350.

Figura 1 – Urubu preso ao nariz de Airbus após colisão.



Fonte: (MARTINS, 2021).

1.1.3 Impactos de baixa energia

Como o nome sugere, são impactos com baixa energia de deformação, predominantemente causados por fatores humanos, por exemplo a colisão entre uma aeronave estacionada e um carrinho de bagagem em baixa velocidade. Há também incidentes ocasionados por fatores naturais, como a incidência de granizo em aeroportos sem cobertura. A IS N°119-005 (ANAC, 2018) tem como objetivo estabelecer meio de cumprimento aceitável dos requisitos relativos ao programa de degelo e antigelo no solo. A Figura 2 mostra um A319 que foi atingido por uma escada e carrinho de bagagem.

Figura 2 – Problema de impacto de baixa energia envolvendo um Airbus.



Fonte: (MARTINS, 2019).

1.1.4 Impactos de alta energia

Os impactos de alta energia possuem elevada energia de deformação . Têm caráter penetrativo e acontecem em situações de acidentes, queda, combates militares e seu elemento predominante é a falha parcial ou total da aeronave. Segundo a CNN Brasil, em 2006, um Boeing 737 da Gol caiu em Mato Grosso após ser atingido por um jato Legacy, a Figura 3 mostra escombros do acidente após a queda.

Figura 3 – Impacto de alta energia envolvendo um Boeing 737 e um Legacy.



Fonte: (VITTORAZI, 2024).

1.2 DESAFIOS RELACIONADOS

Este trabalho consiste na realização de estudos acerca de impactos de trem de pouso, seus efeitos e os fenômenos físicos resultantes. Também analisa o comportamento de materiais elastômeros e problemas de não linearidade. A complexidade enfrentada nas simulações dá-se pela não linearidade da resposta de deformação dos materiais empregados nesse tipo de caso.

Por se tratar de um problema transiente e da análise de elementos finitos em um número indefinido de nós, o trabalho tende a sobrecarregar a máquina e depende de boas condições computacionais. Os casos de estudo abrangem os três tipos de problema não linear em corpos deformáveis, dificultando a obtenção de uma resposta convergente.

2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos deste trabalho são:

1. Objetivo Geral - Realizar uma simulação simples através de um esquemático de trem de pouso por meio de duas simulações de movimentos inerentes ao pouso.
2. Objetivos específicos:
 - i. Entender o comportamento de um elastômero;
 - ii. Simular um elastômero;
 - iii. Simular contato.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS

Equações diferenciais são a base matemática para diversas áreas de engenharia e ciência. Segundo (ZILL; CULLEN, 2008), são lineares quando y (variável dependente) e suas variáveis são de primeira ordem e os coeficientes dependem apenas de x (variável independente), sendo descritas da forma 1:

$$a_n(x) \frac{\partial^n y}{\partial x^n} + a_{n-1}(x) \frac{\partial^{n-1} y}{\partial x^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{\partial y}{\partial x} + a_0(x)y = g(x) \quad (1)$$

Problemas lineares são aqueles cujas relações entre as variáveis podem ser descritas por uma função linear. De maneira análoga, problemas não lineares são aqueles cujas relações entre as variáveis envolvidas são descritas por funções não lineares.

Geralmente, uma Equação Diferencial Parcial (EDP) possui infinitas soluções. As soluções das equações diferenciais parciais são separadas por explícitas e implícitas. Para que seja explícita, deve possuir a forma 2:

$$y = f(x) \quad (2)$$

Para que seja implícita, é necessário que em um intervalo I , a solução de forma 3, defina uma ou mais soluções explícitas nesse intervalo.

$$G(x, y) = 0 \quad (3)$$

3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método numérico para resolução de equações diferenciais, utilizado na análise estrutural, é o método dos elementos finitos. Associado a análises estruturais, o método de elementos finitos é altamente adequado para EDP's de segunda ordem hiperbólicas, que são equações "localizadas" (FERREIRA, 2009).

São chamadas equações localizadas, equações cuja a resposta de um ponto é quase independente de pontos distantes. Os dois fenômenos físicos regidos por esse tipo de equação são condução de calor e o equilíbrio de corpos deformáveis linear, que são as equações básicas dos problemas estruturais existentes. Portanto, o motivo de haver associação entre análises estruturais e o método de elementos finitos é por ser o melhor método atual para resolução desse tipo de equação, equações de corpo deformável.

O método dos elementos finitos transforma o sistema de EDP's em um sistema linear, através de aproximações numéricas. Utiliza-se das respostas exatas em alguns pontos chamados de 'nós', enquanto os espaços entre eles são chamados de 'elementos'. A resposta nos elementos é uma "estimativa, enquanto nos nós, é exata. O sistema linear criado depende apenas das respostas nos nós.

Para a resolução de problemas de elementos finitos, há uma via típica a ser seguida (FERREIRA, 2009):

- Definição dos elementos conectados pelos nós;
- Cálculo da matriz de rigidez $K^{(e)}$ e do vetor de forças $f^{(e)}$ para cada elemento;
- Montagem do sistema global $Ka = f$ somando a contribuição de todos os elementos;
- Aplicação das condições de contorno essenciais (deslocamentos) e modificação do sistema global;
- Resolução do sistema global para obtenção dos deslocamentos a ;
- Cálculo das tensões e deformações para cada elemento na fase de pós-processamento.

3.2.1 Problemas dinâmicos e algoritmos de integração no tempo

Um problema é considerado dinâmico quando varia no tempo. Para sua solução, são apropriados algoritmos de integração no tempo. O ANSYS trabalha com subalgoritmo em um subsoftware chamado *LS Dyna*, que utiliza dois algoritmos de integração no tempo, sendo eles: *Adams* e *Backward Euler*.

Os algoritmos se dividem em implícitos e explícitos. O explícito, resolve os problemas passo a passo, possui um passo no tempo (Δ_t) pequeno e maior precisão. Já o implícito, quanto maior a não-linearidade do problema, mais rapidamente a solução perde a convergência, por isso, o explícito é adequado para respostas transientes, como são os problemas de impacto (BASHFORTH; ADAMS, 1883).

3.2.1.1 Método Lineares de Múltiplos Passos

Os métodos lineares de múltiplos passos são empregados em soluções numéricas de equações diferenciais ordinárias. De maneira geral, um método numérico parte de um ponto inicial e avança com pequenos Δ_t para calcular o próximo ponto da solução. Esse processo é repetido continuamente, com passos sucessivos, para traçar a solução.

Métodos de um passo único, como o método de *Euler*, utilizam apenas um ponto anterior e sua derivada para determinar o valor atual. O método *Backward Euler* é um dos métodos numéricos mais básicos para a solução de equações diferenciais ordinárias. É semelhante ao método de *Euler* (padrão), mas difere por ser um método implícito.

Já os métodos de *Adams–Bashforth* são métodos explícitos. Os métodos de múltiplos passos buscam maior eficiência ao reter e utilizar os dados dos passos anteriores, em vez de descartá-los. Assim, esses métodos utilizam vários pontos anteriores e suas respectivas derivadas (BASHFORTH; ADAMS, 1883).

3.3 DEFORMAÇÃO TOTAL

Após a aplicação de uma força em um corpo, esse sofre mudanças visíveis ou não, chamadas de deformação. A deformação não ocorre uniformemente no corpo, de modo que a deformação analisada em um ponto se difere em outro. O conceito de deformação em engenharia é especificado em deformação normal e de cisalhamento. É denominada deformação normal a contração ou alongamento de um segmento de reta por unidade de comprimento, e a deformação normal média ao longo de uma reta é dada pela equação 4 (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004):

$$\epsilon_{med} = \frac{\Delta_{s'} - \Delta_s}{\Delta_s} \quad (4)$$

Sendo Δ_s o comprimento original da reta e $\Delta_{s'}$ a curva de comprimento depois que a deformação acontece.

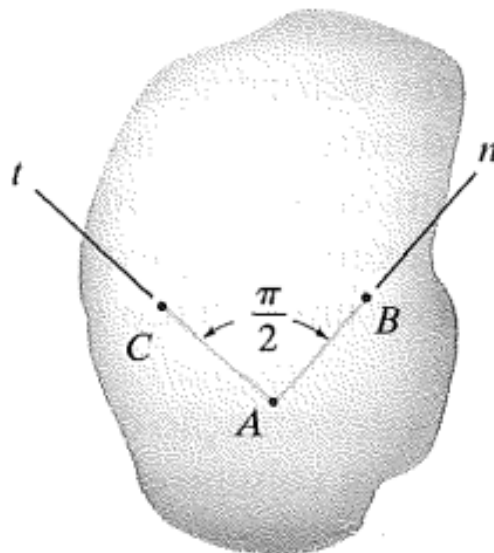
A deformação de cisalhamento dá-se pela mudança sofrida no ângulo γ entre dois segmentos de reta previamente perpendiculares entre si. A definição da deformação por cisalhamento em um ponto A de um corpo, que origina dois segmentos de reta AB e AC, que direcionam-se ao longo dos eixos perpendiculares n e t é expressa por 5:

$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim \theta' \quad (5)$$

Sendo o limite da função θ' seja de $B \rightarrow A$ ao longo de n , e $C \rightarrow A$ ao longo de t .

Onde θ' é o ângulo entre as retas que tornam-se curvas, seguinte à deformação. A Figura 4 e a Figura 5 apresentam o corpo antes e após a deformação por cisalhamento.

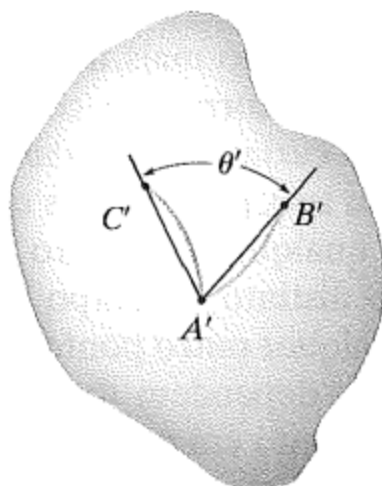
Figura 4 – Corpo anteriormente à deformação de cisalhamento.



Fonte: (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004).

A deformação total é a medida da alteração completa na forma ou no tamanho do corpo quando submetido a uma carga ou força externa. Inclui todas as deformações ocorridas, sejam elas do tipo

Figura 5 – Corpo posteriormente à deformação de cisalhamento.



Fonte: (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004).

elásticas (temporárias) ou plásticas (permanentes), dependendo das propriedades do material e da intensidade da carga aplicada (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004).

3.4 FENÔMENOS NÃO LINEARES EM PROBLEMAS DE CORPOS DEFORMÁVEIS

A análise estrutural é o ramo da mecânica estrutural que relaciona o comportamento de uma estrutura ou de seus elementos com a ação de causas externas. Normalmente, duas questões importantes são levantadas ao analisar uma estrutura. Se as causas externas forem conhecidas (cargas e variações de temperatura), é possível determinar os padrões de deformação e a distribuição de cargas internas. As respostas podem possuir caráter de equilíbrio estável ou, em causas dinâmicas, de movimento limitado (SIMITSES; HODGES, 2006).

Um corpo contínuo é considerado deformável quando a distância relativa entre quaisquer dois de seus pontos materiais se altera devido a mudanças nas causas externas aplicadas. Como descrito no item 3.7, o corpo deformável é denominado linearmente elástico se o caminho de carregamento, definido pelas relações constitutivas, coincidir com o caminho de descarregamento, então é não linearmente elástico quando a relação tensão/deformação é não linear (CALLISTER, 2016).

Os tipos de fenômenos não lineares em problemas corpos deformáveis são categorizados em geométricos, físicos e de contato. Para os problemas pertencentes à primeira categoria, o cálculo de equilíbrio é feito a partir da posição final do corpo após sofrer deformação. Nos problemas considerados geométricos, os cálculos de equilíbrio são dependentes do material que sofre a deformação. E nos problemas de contato, a não linearidade é causada pela interação entre dois ou mais corpos (SIMITSES; HODGES, 2006).

3.5 IMPACTO

Como o nome sugere, os problemas de contato são aqueles em que há contato entre os corpos. A mecânica desses problemas estuda a deformação de sólidos que se tocam em um ou mais pontos.

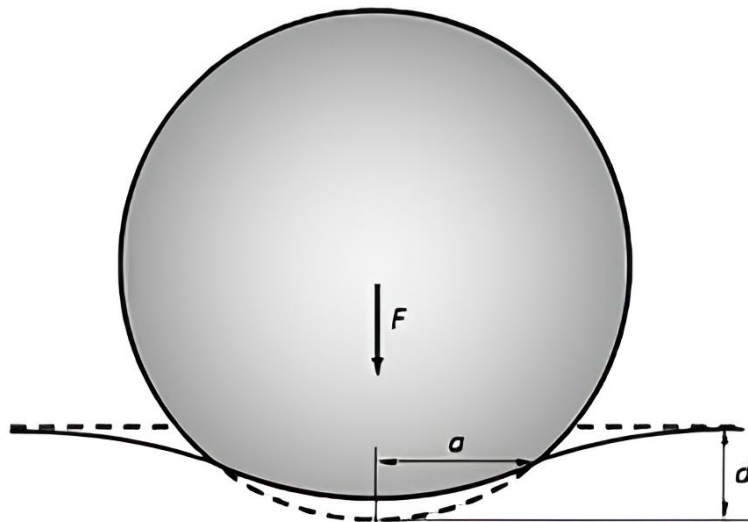
As tensões que atuam perpendicularmente às superfícies dos corpos em contato são conhecidas como tensão normal, que configura a mecânica de contato normal ou mecânica de contato sem atrito, demonstrada no primeiro caso de estudo, onde há contato entre a esfera e a placa, mas não ocorre atrito. A mecânica de contato friccional enfatiza o efeito das forças de atrito, onde ocorrem as tensões de atrito ou tensão de cisalhamento, que atuam tangencialmente entre as superfícies. O segundo caso de estudo aborda ambas as mecânicas (POPOV, 2010).

A mecânica de contato é uma área da engenharia mecânica que se baseia na mecânica dos materiais e na mecânica da continuidade. Ela foca na formulação física e matemática de cálculos para corpos elásticos, viscoelásticos e plásticos em contato, seja em situações estáticas ou dinâmicas (HERTZ, 1881).

3.5.1 Contato de uma esfera e um meio plano

O contato de uma esfera elástica com um meio plano pode ser visto na Figura 6.

Figura 6 – Contato de uma esfera e um meio plano.



Fonte: (HERTZ, 1881).

Uma área de raio a é causada quando uma esfera elástica de raio R recorta um meio plano, onde a deformação total é dada por d , expressa pela equação 6, que por sua vez é relacionada à pressão máxima de contato.

$$d = \frac{a^2}{R} = \sqrt[3]{\frac{9F^2}{16E^{*2}R}} \quad (6)$$

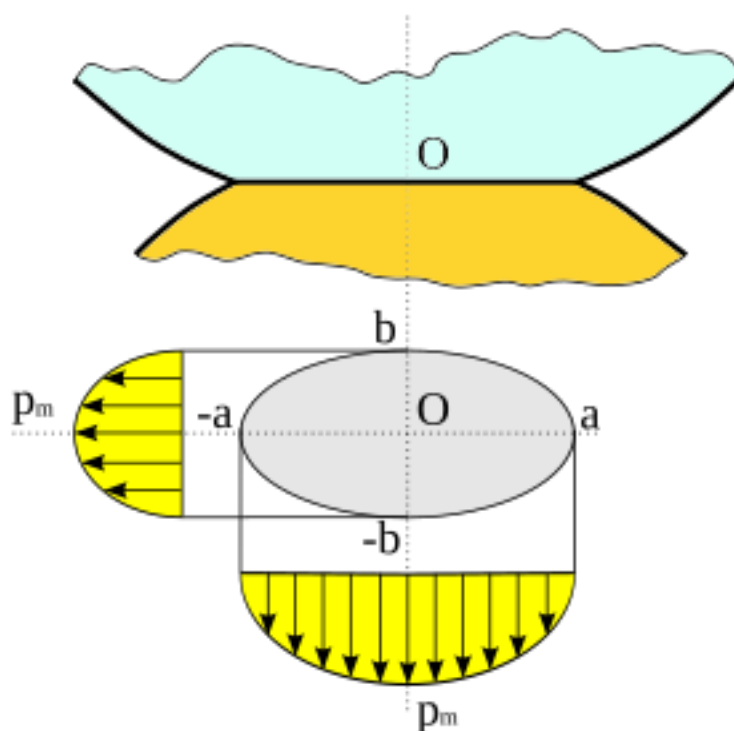
Dos quais F é a força aplicada e E^* é uma relação entre os módulos de elasticidades dos corpos e seus coeficientes de Poisson.

3.5.2 Técnicas de solução analítica

Os métodos analíticos para resolução de problemas de contato não adesivo podem ser classificados em dois tipos, dependendo da geometria da área de contato. No contato conforme, os dois corpos se tocam em múltiplos pontos antes de qualquer deformação ocorrer, ou seja, eles se "encaixam" naturalmente. Já no contato não conforme, as formas dos corpos são tão diferentes que, sem carga, eles se tocam apenas em um ponto ou, possivelmente, ao longo de uma linha. Nesse caso, a área de contato é pequena em relação ao tamanho dos objetos, e as tensões se concentram intensamente nessa região. Esse tipo de contato é chamado de concentrado; caso contrário, ele é chamado de diversificado (SHIGLEY JOSEPH EDWARD; MISCHKE, 1989).

O comportamento das forças ocasionadas pelo contato entre duas esferas é elipsoidal, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Contato entre duas esferas.



Fonte: (HERTZ, 1881).

3.5.3 Velocidade no ponto de impacto

Neste trabalho, para o primeiro caso de estudo, um dos parâmetros medidos foram as velocidades da esfera no ponto de contato durante a simulação, discorrida no item 5.1.

3.6 FORÇA DE ATRITO

A força de atrito é uma força não conservativa que age contra o movimento gerado, é proporcional à força normal que atua em determinado corpo, em (HALLIDAY; RESNICK; MERRILL, 1991) é definida por 7:

$$F = \mu.N \quad (7)$$

Em um problema explícito dinâmico, essa definição descrita pela equação 8 passa a ser:

$$F = -\mu.N.\frac{\dot{\mu}}{|\dot{\mu}|} = -\mu.N.sign(\dot{\mu}) \quad (8)$$

De forma que a força normal N passa a ser a componente normal da força de contato e há uma multiplicação entre o sinal negativo e a direção da força. Essa direção é calculada pelo vetor, dividido pelo seu módulo, descrita pela função “Sinal” (POPOV, 2010).

3.7 ELASTÔMEROS

3.7.1 Deformação plástica e elástica

O grau de deformação de uma estrutura está diretamente relacionado à magnitude da tensão aplicada. Para a maioria dos metais submetidos a tensões de tração relativamente baixas, a tensão e a deformação apresentam uma relação proporcional descrita pela Lei de Hooke, que depende do módulo de elasticidade E do material, como mostra a equação 9 (CALLISTER, 2016).

$$\sigma = E.\epsilon \quad (9)$$

O processo de deformação em que a tensão é proporcional à deformação é conhecido como deformação elástica. Nesse caso, o gráfico da tensão (eixo vertical) em função da deformação (eixo horizontal) apresenta uma relação linear. A inclinação dessa reta linear representa o módulo de elasticidade (E), que pode ser interpretado como uma medida de rigidez ou resistência do material à deformação elástica. Quanto maior o valor do módulo de elasticidade, mais rígido será o material e menor será a deformação elástica sob uma mesma tensão. A Figura 8 mostra essa relação linear.

Para alguns materiais, como os polímeros, essa porção elástica da curva tensão-deformação não é linear, como demonstrada na Figura 9.

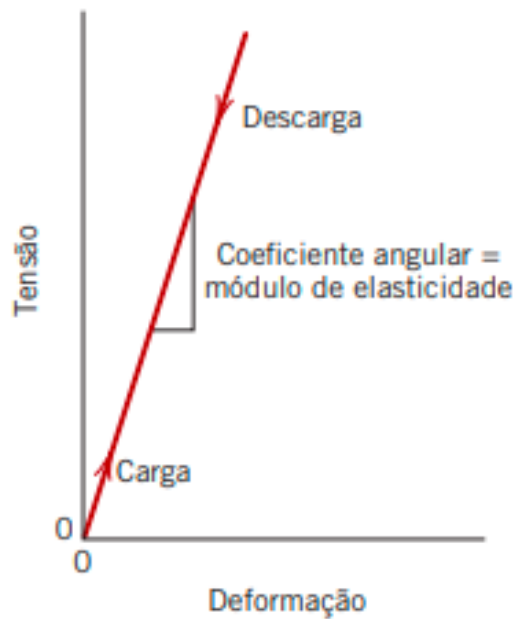
Diferentemente da deformação plástica, a deformação elástica é reversível, o que significa que, ao remover a carga aplicada, o material retorna à sua forma original. Quando a deformação passa de elástica, a lei de Hooke passa a ser desvalida e o material sofre deformação plástica.

3.7.2 Deformação de elastômeros

Dentre os vários tipos de polímeros, os elastômeros são alguns deles. Uma das características mais notáveis dos materiais elastoméricos é a sua elasticidade, semelhante à de uma borracha. Esses materiais podem ser deformados até níveis elevados e, como uma mola, retornam elasticamente à sua forma original. Possuem módulos de elasticidade muito baixos, que também variam com a deformação devido à natureza não linear da curva tensão-deformação (CALLISTER, 2016).

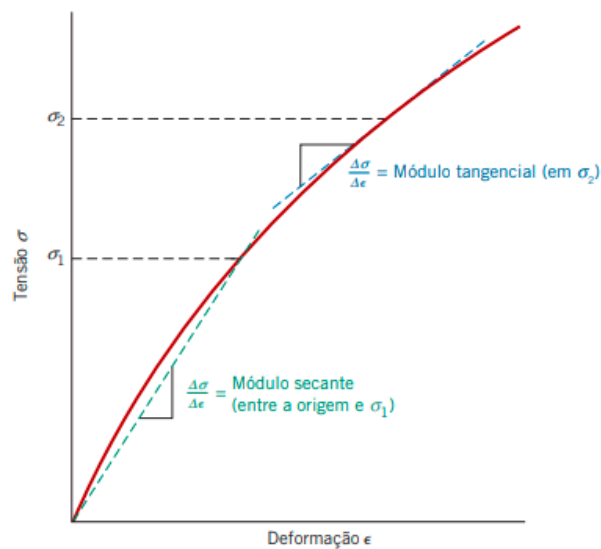
Quando não há aplicação de tensões, um elastômero apresenta uma estrutura amorfa formada por cadeias moleculares com ligações cruzadas, que estão altamente torcidas, dobradas e espiraladas. Sob a aplicação de uma carga de tração, ocorre uma deformação elástica caracterizada pelo desenrolamento e

Figura 8 – Relação linear tensão x deformação.



Fonte:(CALLISTER, 2016).

Figura 9 – Relação não linear tensão x deformação.



Fonte:(CALLISTER, 2016).

alinhamento parcial dessas cadeias na direção da tensão, resultando em seu alongamento. Ao remover a tensão, as cadeias retomam seu estado original enrolado, restaurando a forma inicial do material em nível macroscópico (CALLISTER, 2016).

3.8 TENSÃO DE VON MISES

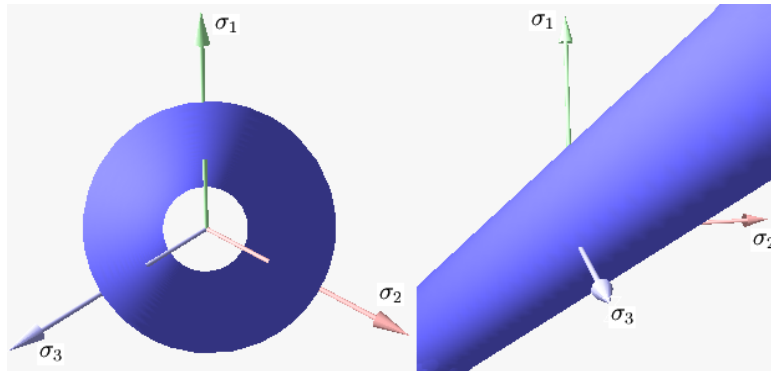
O critério de falhas de Von Mises baseia-se na teoria da resistência dos materiais e no comportamento dos materiais sob tensão. Esse critério é amplamente utilizado na análise de falhas de materiais dúcteis. Segundo (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004), a falha ocorre quando a energia de deformação (ou energia de cisalhamento) atinge um valor crítico, isso é, quando a tensão equivalente de Von Mises σ_v atinge o valor da tensão de escoamento do material σ_y . A tensão equivalente é definida pela equação 10.

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (10)$$

Onde σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões principais do estado de tensão tridimensional. No espaço tridimensional dessas tensões, o critério de Von Mises define uma elipsoide centrada na origem e quando o material está dentro dela, encontra-se em condição de segurança (sem falha). A superfície da elipsoide representa o limite de escoamento.

A Figura 10 mostra a superfície de escoamento de Von Mises nesse espaço. É um cilindro circular de comprimento infinito com seu eixo inclinado em ângulos iguais às três tensões principais (HIBBELER; SILVA; JÚNIOR, 2004).

Figura 10 – Superfície de escoamento de Von Mises no espaço tridimensional das tensões principais.



Fonte: Janek Kozicki.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 ANSYS MECHANICAL

O *ANSYS Mechanical* é um *software* de simulação de engenharia utilizado para análise de estruturas e mecânica dos sólidos. *Softwares* de simulação de engenharia servem para projetos e simulações. O *ANSYS* é um exemplo de *software* de CAE (*Computer Aided Engineering*), mas que se assemelha com características CAD (*Computer Aided Design*), embora as simulações sejam mais simples e haja menos controle nas simulações, exige menos treinamento, por causa de sua usabilidade. Não há precisão acerca do malhamento, formulações e tipos de elementos, possui menos opções de condições de contorno e carregamento. Ainda assim, oferece uma plataforma robusta para modelar e simular o comportamento de materiais e componentes em diversas condições de carga e ambiente.

Através de sua interface intuitiva, é possível realizar Análises de Elementos Finitos (FEA) para avaliar tensões, deformações e outros parâmetros críticos em projetos.

Neste projeto foi utilizado o *ANSYS Student*, versão reduzida da plataforma completa e está disponível gratuitamente para fins educacionais. Ele inclui muitas das ferramentas e funcionalidades do *ANSYS Mechanical*, permitindo que os alunos realizem simulações e análises de engenharia em projetos acadêmicos.

O *software* suporta uma ampla gama de tipos de análises, incluindo estática, dinâmica, térmica e de fadiga. Além disso, ele é integrado com outras ferramentas da suíte *ANSYS*, proporcionando uma abordagem abrangente para a engenharia de produtos e a otimização de desempenho. É amplamente utilizado em setores como automotivo, aeroespacial e de energia, oferecendo precisão e eficiência na avaliação de projetos complexos.

4.2 PROJETO DE CASO NÃO LINEAR DE IMPACTO

As simulações abrangem os três casos de não linearidade mencionados no item 3.4. O primeiro caso inclui uma esfera de borracha elastomérica não linear (muita deformação), que terá contato com a placa de aço.

A versão do *software* utilizada para as simulações foi a 2024 e as unidades de medida foram milímetro (*mm*), quilograma (*Kg*), Newton (*N*), segundo (*s*), milivolt (*mV*) e miliampare (*mA*).

Com o *Workbench* aberto, o módulo usado para inserção das simulações foi o *Explicit Dynamics* pois, como já mencionado, para problemas não lineares, é necessário que o algoritmo seja explícito.

Os materiais selecionados foram o aço estrutural (*Structural Steel*) para a placa, com as propriedades dispostas na Tabela 1 e para a bolinha, borracha Neoprene, contida na lista de materiais elastômeros do *ANSYS* (*Neoprene rubber*).

A geometria foi gerada no *SpaceClaim*. Foi criado um retângulo de dimensões 100x100 *mm* com espessura de 0,5 *mm* e uma esfera com diâmetro de 20 *mm*. Para gerar contato entre a placa e a bolinha, a placa foi dividida através de dois planos ortogonais centrados. Apesar da divisão, a

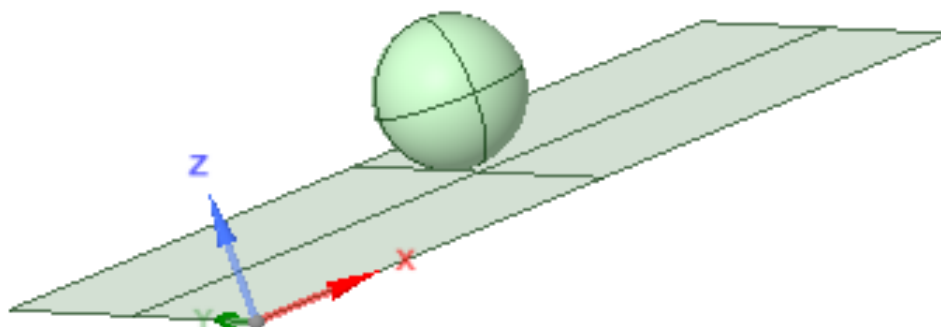
Tabela 1 – Propriedades do aço estrutural.

PROPRIEDADES	VALOR	UNIDADE
Densidade	7850	kg m^{-3}
Módulo de Young	2.10^{11}	Pa
Razão de Poisson	0,3	
Módulo Volumétrico	$1,6667.10^{11}$	Pa
Módulo de Cisalhamento	$7,6923.10^{10}$	Pa
Coeficiente de calor à pressão constante	434	$\text{kg}^{-1}\text{C}^{-1}$

Fonte: ANSYS.

superfície continua sendo única, mas agora possui referências geométricas, o que facilita o malhamento e estabelece seu centro como ponto de contato. Está disposta na Figura 11.

Figura 11 – Geometria esfera e placa.



Fonte: Autoria Própria.

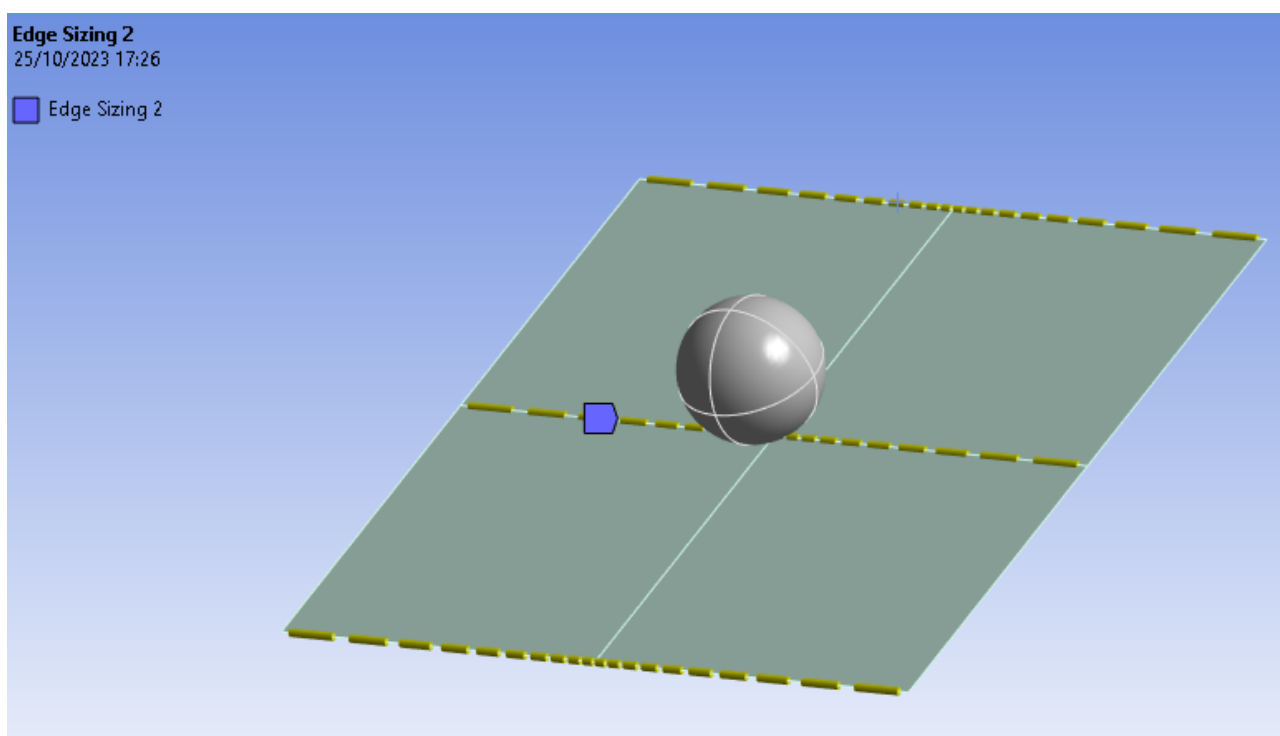
A esfera foi posicionada em 50 mm em x e 50 mm em y. Para que o contato seja estabelecido, a distância entre seu ponto central para a superfície, na coordenada z, é de 11 mm. É ideal que a distância entre os corpos seja pequena, pois, a partir da velocidade estabelecida no movimento, há uma estimativa do tempo para que a colisão ocorra. Nesse caso, considerando a espessura da placa, o raio da esfera, e o *Offset Type* da geometria sendo *Middle*, sabe-se que essa distância é de 0,75 mm. Para uma maior facilidade na construção da malha, a esfera também foi partida, em 8 octantes.

Em *Model*, serão definidas características como a malha, os materiais, diferentes tipos de modelo e condições de contorno. Ao selecionar ‘Flexível’ no campo *Stiffness Behavior*, garante-se que o *software* executará deformações sobre o sólido. Nas bordas da superfície, foi adicionado um *Named Selection* agrupado como “Bordas” onde posteriormente, definiu-se como *Fixed Support* sua condição de contorno, isso é, as direções de translação mantêm-se fixas.

No campo *Connections* são colocados os fenômenos de contato. Devido o algoritmo estar em modo explícito, o *ANSYS* já compreende o contato entre os corpos desenhados, o que não permite que se fundam entre si. O tipo de interação selecionado foi o *Frictionless*, que não considera atrito, é simplesmente livre e todo contato é gerado por forças normais.

Para geração da malha, foi aplicado *Sizing* nas bordas da placa de 10 divisões, com *Bias* de fator 10, cujos elementos se diminuem na aproximação ao centro, como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Sizing aplicado nas bordas da placa.



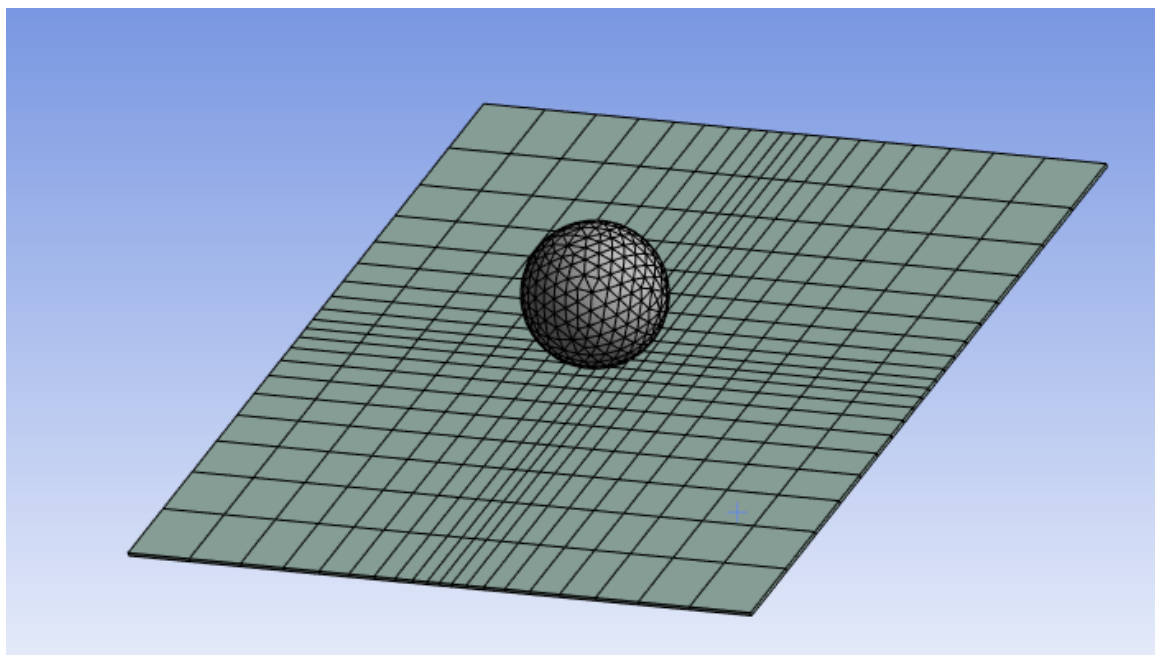
Fonte: Autoria Própria.

Também foi colocado um *Face Meshing*, com estruturamento a partir das bordas e com *Method* quadrilaterais. Na esfera, o *Sizing* aplicado foi de 1,5 mm, nas 4 curvas inferiores, com *Bias* de fator 3, também com maior refinamento próximo ao ponto de contato e nas 4 curvas superiores, foi de 5 mm, sem *Bias*.

O malhamento obtido está disposto na Figura 13 e a malha da esfera, com ênfase no ponto de contato, aparece na Figura 14.

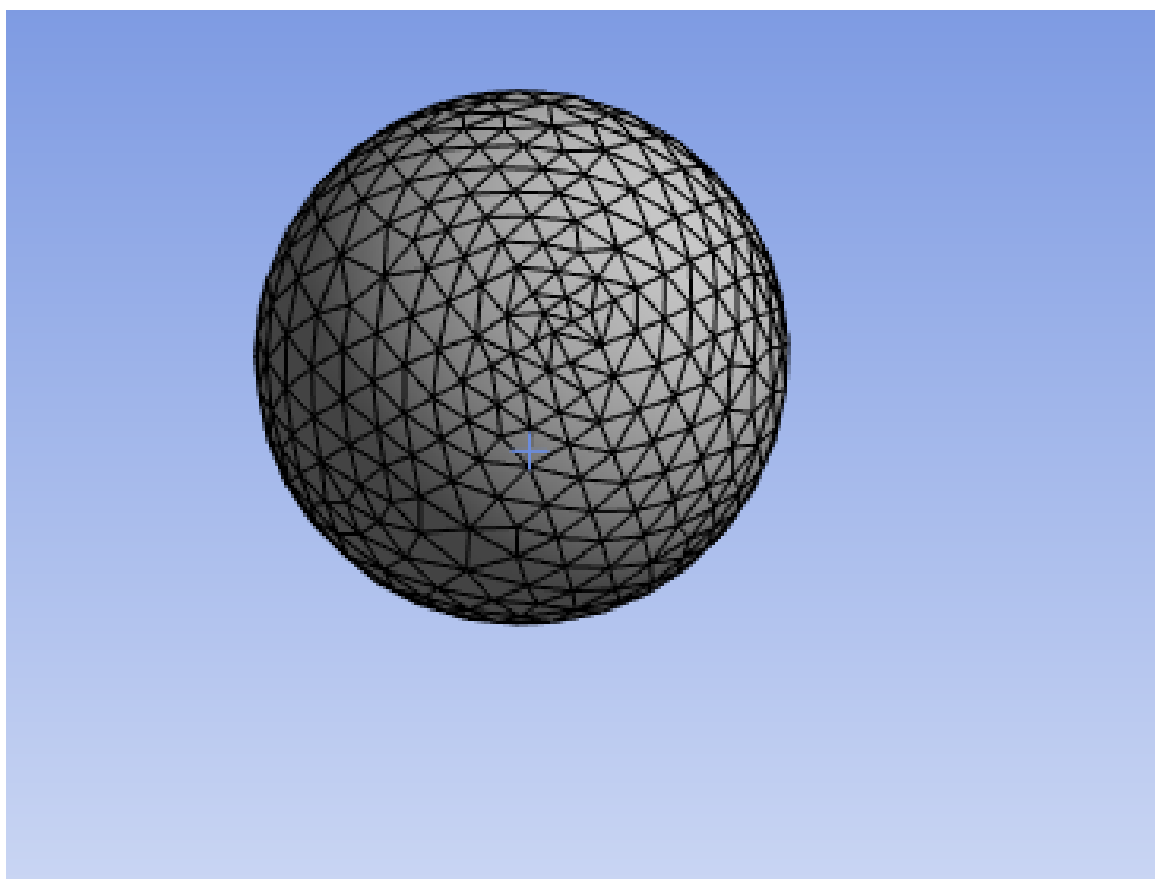
Os parâmetros temporais foram definidos em *Analysis Settings*. O tempo de simulação foi de 0,02 segundos. Além da placa ter suas bordas travadas, outra condição de contorno estabelecida foi a aceleração da gravidade, que segue a direção -z.

Figura 13 – Malha da esfera e placa.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 14 – Malha da esfera e região de contato.



Fonte: Autoria Própria.

Também foi adicionada uma velocidade inicial à bolinha de -500 mm/s , utilizada para calcular o

tempo inicial de contato entre os corpos como mostra a equação 1:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{0,75}{500} = 0,0015 \text{ s} \quad (1)$$

O *Maximum Time Step*, ou seja, o tempo máximo de cada passo até o próximo, foi calculado para 100 pontos, então o tempo final de simulação foi dividido pelo número de pontos:

$$\text{Maximum Time Step} = \frac{t}{\text{número de pontos}} = \frac{0,02}{100} = 0,0002 \text{ s} \quad (2)$$

E como o tempo inicial é maior que o *Maximum Time Step*, por definição padrão do ANSYS, o tempo inicial assume o valor máximo de cada passo.

$$\text{Initial Time Step} = 0,0002 \text{ s} \quad (3)$$

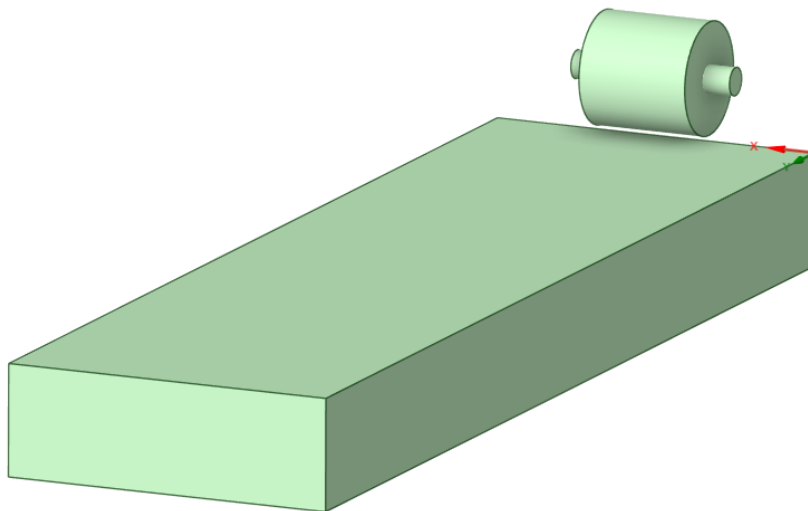
Os resultados obtidos em *Solution* foram as velocidades da esfera no ponto de impacto, a deformação total e a tensão de *Von Mises*.

4.3 PROJETO DE CASO NÃO LINEAR DE IMPACTO E ATRITO

Na segunda simulação, foi criada a geometria de um rolinho de borracha, podendo rotacionar livre ao redor de um eixo de aço e que se movimenta “rolando” ao longo de uma esteira.

Para a geometria, foi feito um retângulo de dimensões $60 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$. O cilindro foi posicionado no centro do lado x do retângulo, de lado de 20 mm , a partir de um plano que o biparte no plano y (10 mm para cada lado). O diâmetro é de 20 mm e sua distância até a origem é de 11 mm . O eixo no interior do cilindro, possui diâmetro de 5 mm e lado de 30 mm (15 mm para cada lado) e para que houvesse a separação entre ele e o rolinho, foi utilizada a ferramenta *Split*, como pode ser visto na Figura 15.

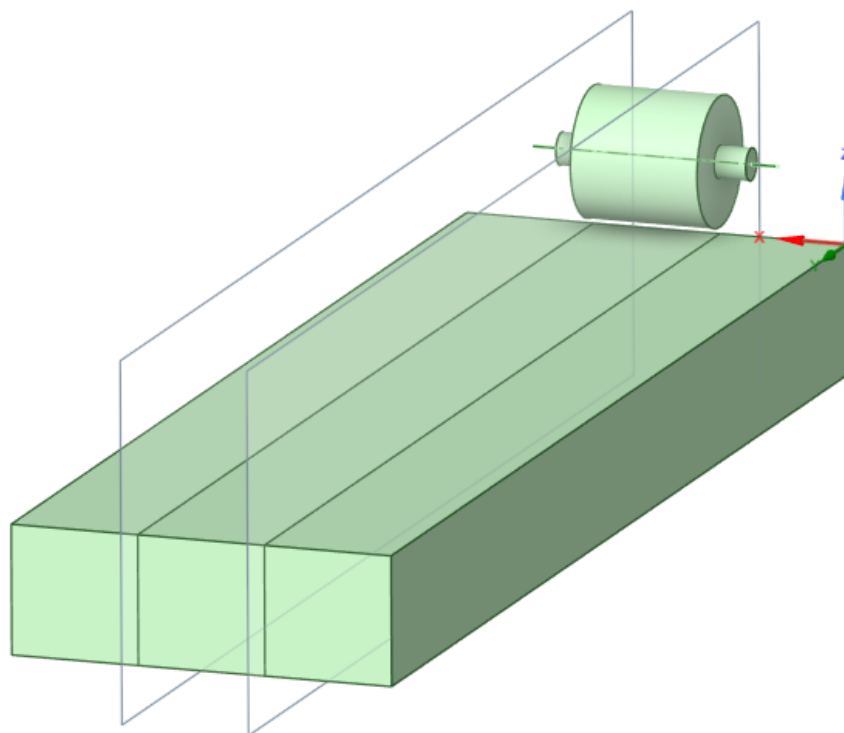
Figura 15 – Split entre eixo e cilindro.



Fonte: Autoria Própria.

O sólido de concreto foi partido por um outro Split, pela criação de mais dois planos na direção y, cada um em uma das bordas do cilindro, disposto na Figura 16.

Figura 16 – Split sólido de concreto - área de rolagem.



Fonte: Autoria Própria.

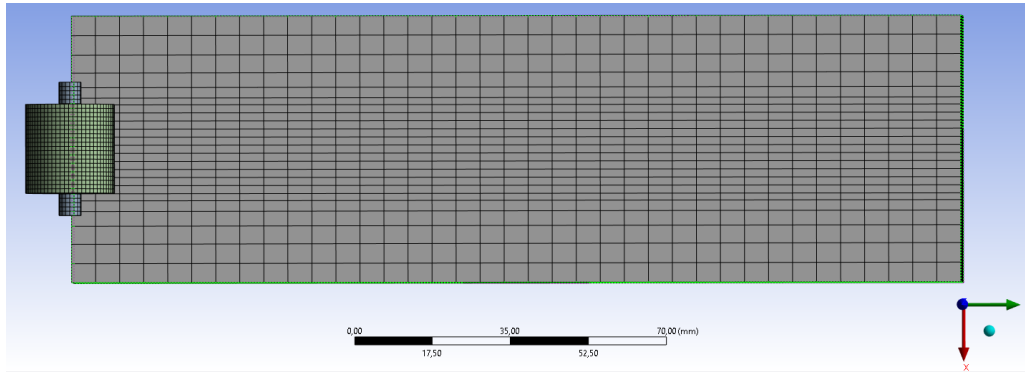
Os materiais selecionados foram o aço estrutural (*Structural Steel*) para o eixo, borracha Neoprene (*Neoprene rubber*) para o cilindro e concreto (*Concret*) para o solo. Nesse trabalho não há simulação de solos, O ANSYS não possui modelo de asfalto pré-pronto.

Em *Connections*, o *software* já presume o contato entre os corpos, dessa forma, ele assume que o eixo e o cilindro são corpos separados, o que faz com que o malhamento não se alinhe entre eles. Na subdivisão *Contacs*, em *Contact Region*, o contato entre os dois é *Frictionless*, pois essa lei de contato permite que ambos girem independentemente, que a posição normal deles varie e que um provoque deformação no outro, não gerando força tangencial.

Ainda em *Contacts*, em *Body Interaction*, o tipo de contato selecionado é o *Frictional*, pois é desejado que haja atrito entre a pista e o cilindro, para que o “pneu” pare de rodar como na situação de um pouso, o que causa o problema de não-linearidade dessa simulação. Os coeficientes de Atrito e Dinâmico selecionados foram de 1,2 e 1,2, respectivamente.

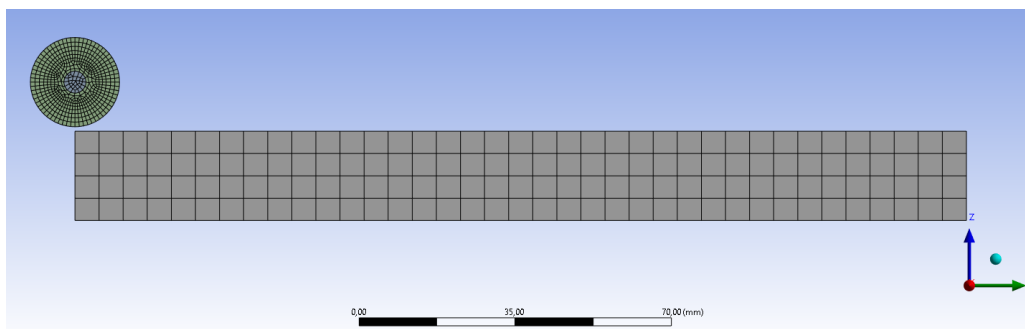
Foi adicionado um *Sizing* na divisão central do concreto, onde acontecerá o rolamento, com *Number of Divisions* de 12, para que haja um refinamento maior da seção de contato e não ocorra uma discrepância extrema com relação à malha do cilindro. Aplicou-se um *Body Sizing*, tanto no rolinho de borracha, quanto no eixo de aço, com tamanho de elementos de 2 mm. A Figura 17, Figura 18 e a Figura 19 demonstram as três vistas após a aplicação do malhamento.

Figura 17 – Vista superior da malha do cilindro.



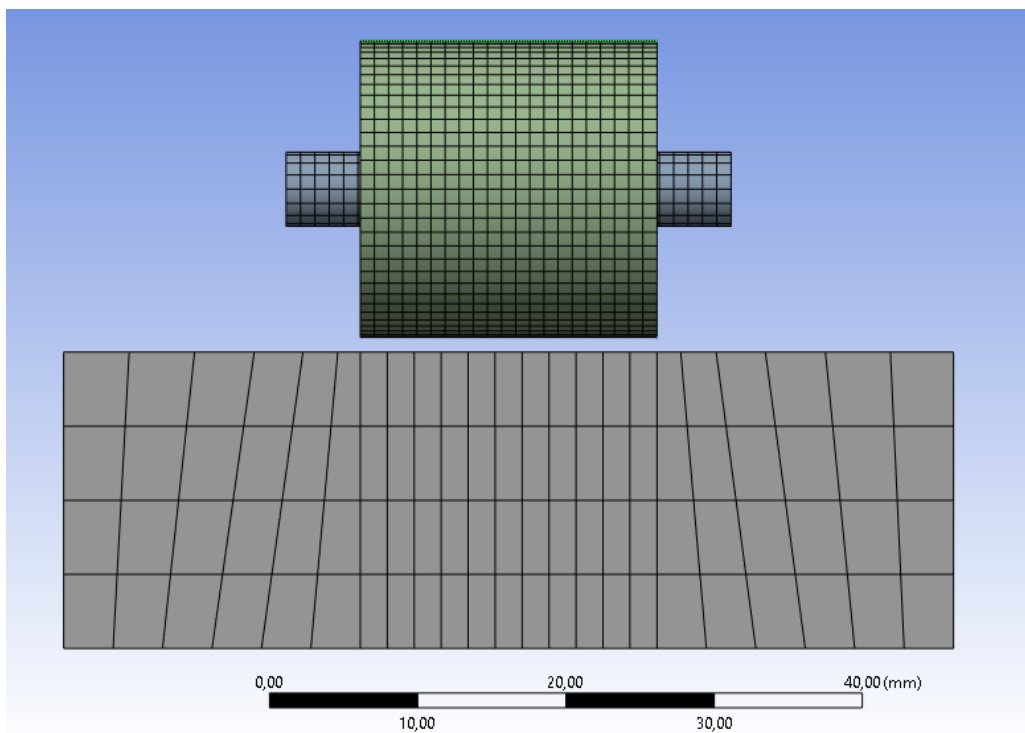
Fonte: Autoria Própria.

Figura 18 – Vista lateral da malha do cilindro.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 19 – Vista frontal da malha do cilindro.



Fonte: Autoria Própria.

O tempo de simulação foi de 0,2 segundos e o *Maximum Time Step* estabelecido foi de 0,0002 segundos. Para o *Initial Time Step*, assim como no primeiro caso, assumiu-se o mesmo valor do *Maximum Time Step*.

Como condição de contorno, admitiu-se a aceleração da gravidade na direção -z para todo domínio. A base do asfalto foi fixada como *Fixed Support* e as condições de velocidade, dispostas nas equações, foram aplicadas apenas sobre o eixo, porque o rolo é movido através da inércia.

$$v_{vertical} = 500 \text{ mm/s} \quad (4)$$

$$v_{horizontal} = 2000 \text{ mm/s} \quad (5)$$

Por fim, os resultados obtidos em *Solution* foram a deformação total e a tensão de *Von Mises*.

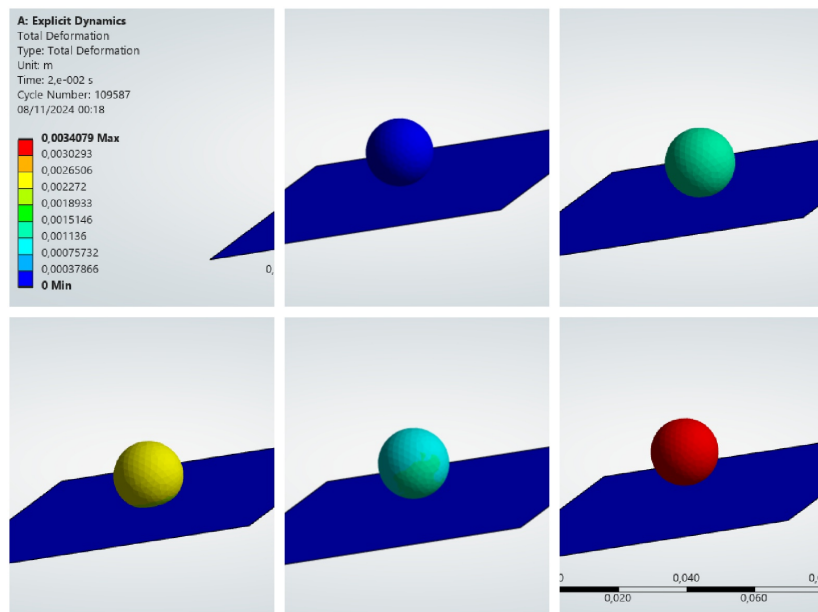
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 ANÁLISE DE CASO NÃO LINEAR DE IMPACTO

5.1.1 Deformação Total

A nível de análise, o número de frames seleccionados foi reduzido para 5, dispostos na Figura 20. A simulação da deformação total incorreu em um resultado satisfatório, onde a natureza de contato foi respeitada e não houve difusão entre os corpos.

Figura 20 – Deformação total caso não linear de impacto.



Fonte: Autoria Própria.

Como pode ser observado do primeiro para o segundo frame, a esfera ainda não sofre de nenhuma deformação. Ao passo que a movimentação acontece, a deformação aumenta ligeiramente. Já no terceiro quadrante da esfera, é visível o aumento significativo da deformação durante a tensão aplicada por contato.

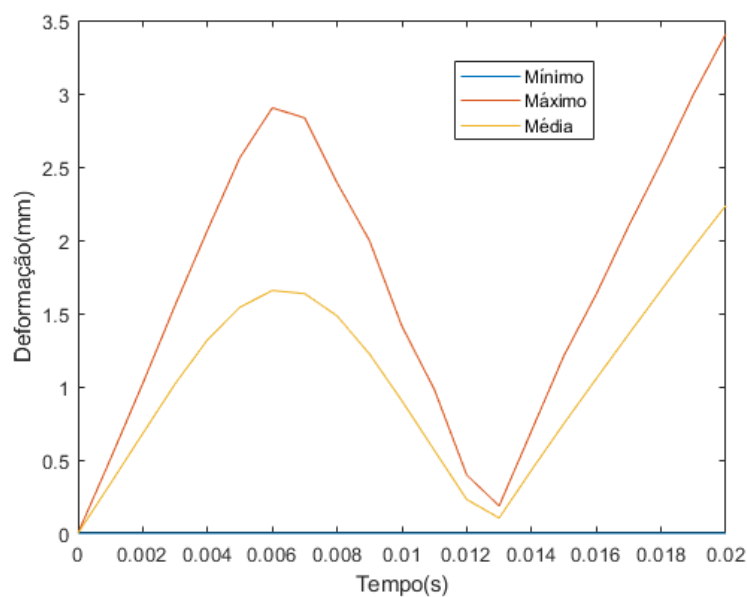
Como esperado, elastômeros têm comportamento “cúbico”, no começo de uma deformação, quanto maior a força aplicada, maior a deformação, depois ocorre uma transição molecular semicristalina, então esse comportamento se altera e a deformação diminui para maior força aplicada, o que pode ser visto no penúltimo momento da simulação, uma diminuição da deformação antes de atingir a deformação máxima, exibida no canto inferior direito, expressa pela coloração vermelha, quando assume o valor disposto na Tabela 3 de 3,41 *mm*.

Ao retornar à posição inicial, a esfera retoma seu formato inicial, tornando-se azul e sem deformação novamente, o que mostra que as deformações obtidas foram elásticas, como discorrido no item 3.7.2.

A placa não sofre deformações, o que atende a premissa da simulação de um trem de pouso, para que a pista se mantenha em ocasião de pouso.

O gráfico de deformação total obtido está disposto na Figura 21, que demonstra esse aumento da deformação e uma queda prévia à deformação máxima. E os valores estão dispostos nas Tabelas 2 e 3

Figura 21 – Gráfico deformação total caso não linear de impacto



Fonte: Autoria Própria.

Tabela 2 – Valores deformação total caso não linear de impacto

Tempo (s)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)	Média (mm)
1,18E-38	0	0	0
1,00E-03	0	0,5049	0,3374
2,00E-03	0	1,0215	0,6801
3,00E-03	0	1,5566	1,0199
4,00E-03	0	2,0689	1,3201
5,00E-03	0	2,5636	1,5426
6,00E-03	0	2,9031	1,6561
7,00E-03	0	2,8340	1,6350
8,00E-03	0	2,3914	1,4827
9,00E-03	0	1,9957	1,2227
1,00E-02	0	1,4127	0,9037
1,10E-02	0	0,9814	0,5659
1,20E-02	0	0,3979	0,2302
1,30E-02	0	0,1857	0,1033
1,40E-02	0	0,6981	0,4307
1,50E-02	0	1,2114	0,7482

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 3 – Continuação - Valores deformação total caso não linear de impacto

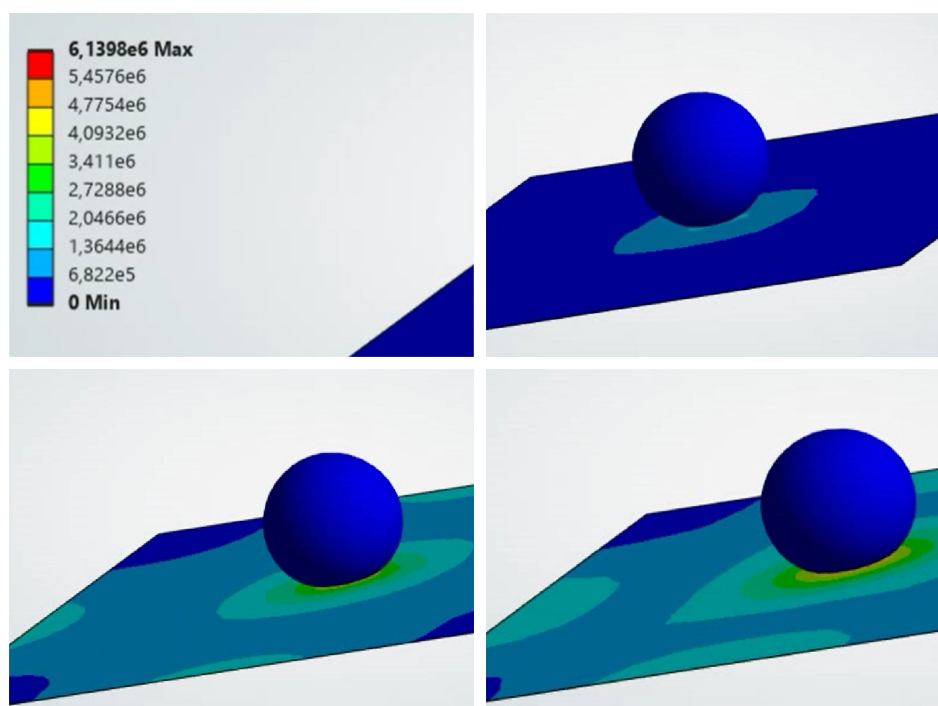
Tempo (s)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)	Média (mm)
1,60E-02	0	1,6313	1,0548
1,70E-02	0	2,0969	1,3582
1,80E-02	0	2,5316	1,6573
1,90E-02	0	2,9942	1,9531
2,00E-02	0	3,4079	2,2365

Fonte: Autoria Própria.

5.1.2 Von Mises

Para a análise da Tensão de Von Mises, a Figura 22 apresenta 3 frames da simulação.

Figura 22 – Tensão de Von Mises caso não linear de impacto.

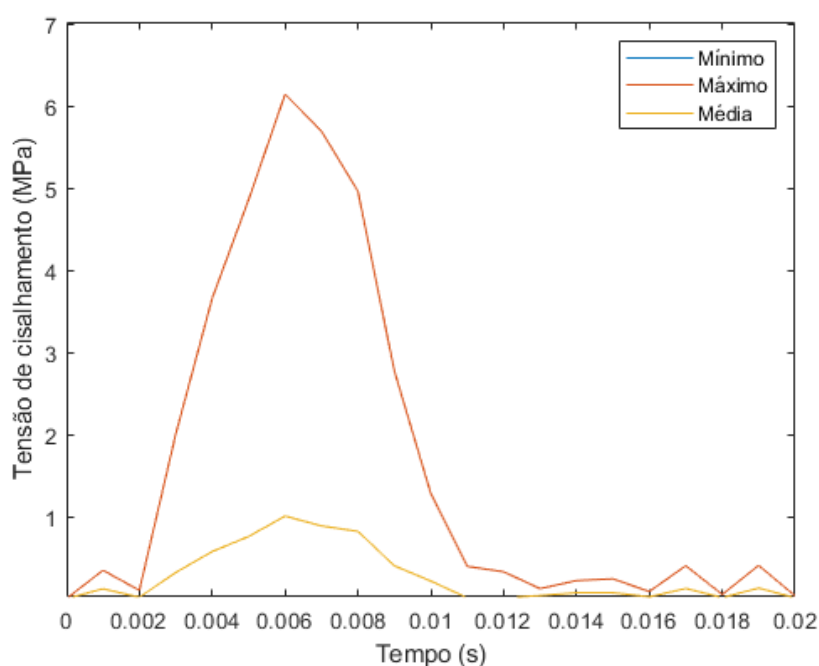


Fonte: Autoria Própria.

Novamente, a lei de contato foi respeitada e é possível dizer que a esfera não sofre de tensão cisalhante, diferentemente da placa, que por ser de aço estrutural, ou seja, um material dútil, sofre uma onda que se concentra no impacto, se alastra para as bordas e retorna ao centro diminuindo até que não haja mais contato, estabilizando. Isso pode ser visto no gráfico de tensão de Von Mises, disposto na Figura 23, onde ocorre um choque através de uma onda muito grande que decai rapidamente.

Os valores de tensão de Von Mises estão nas Tabelas 4 e 5. Seu valor máximo é de aproximadamente 6,14 MPa.

Figura 23 – Gráfico Tensão de Von Mises caso não linear de impacto



Fonte: Autoria Própria.

Tabela 4 – Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto.

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)	Média (MPa)
1,18E-38	0	0	0
1,00E-03	0	0,3439	0,1188
2,00E-03	0	0,1001	0,0165
3,00E-03	6,59E-06	2,0044	0,3176
4,00E-03	7,05E-05	3,6570	0,5731
5,00E-03	3,84E-05	4,8576	0,7559
6,00E-03	1,33E-04	6,1398	1,0045
7,00E-03	2,72E-04	5,6898	0,8842
8,00E-03	1,25E-04	4,9595	0,8179
9,00E-03	1,27E-04	2,7715	0,3990
1,00E-02	3,87E-05	1,2797	0,2131
1,10E-02	1,42E-05	0,3920	0,0093
1,20E-02	4,44E-05	0,3264	0,0100
1,30E-02	2,08E-05	0,1209	0,0364
1,40E-02	6,64E-05	0,2189	0,0703
1,50E-02	4,28E-05	0,2402	0,0714
1,60E-02	4,65E-05	0,0855	0,0212
1,70E-02	6,03E-05	0,3999	0,1229

Fonte: Autoria Prória.

Tabela 5 – Continuação - Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto.

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)	Média (MPa)
1,80E-02	4,79E-05	4,99E-02	1,16E-02
1,90E-02	8,48E-05	4,04E-01	1,28E-01
2,00E-02	4,86E-05	3,35E-02	1,05E-02

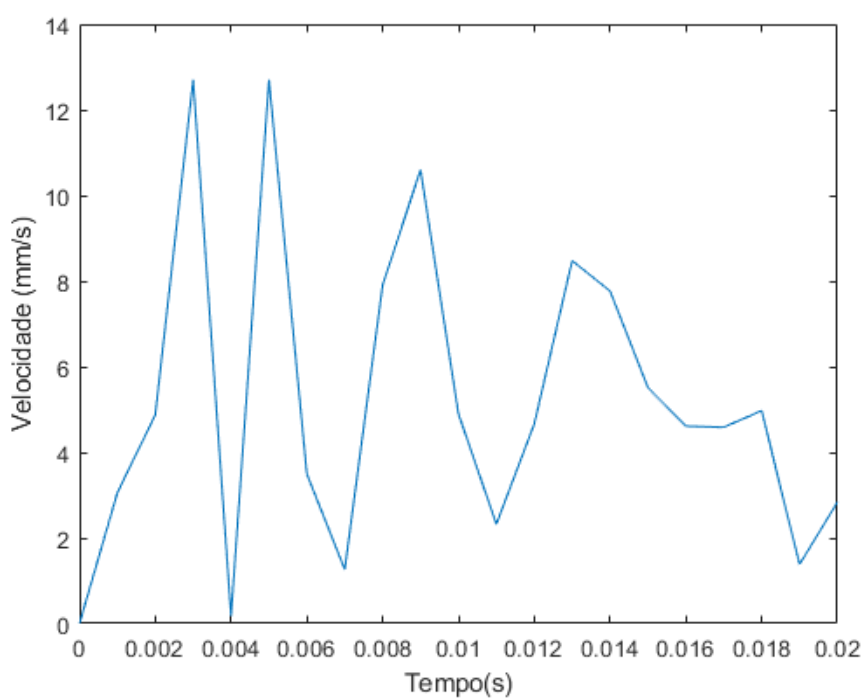
Fonte: Autoria Própria.

5.1.3 Velocidade no ponto de contato.

O gráfico das velocidades no ponto de contato está na Figura 24 e através dele, vê-se que um comportamento de ondas triangulares, que atinge picos maiores no início e decaem até o fim da simulação.

O valor máximo de velocidade no ponto de contato foi de aproximadamente $12,703 \text{ mm/s}$. Apresentado também pela Tabela 6 e 7.

Figura 24 – Velocidades da esfera no ponto de contato



Fonte: Autoria Própria.

Tabela 6 – Valores de velocidade no ponto de contato.

Tempo (s)	Velocidade (mm/s)
1,18E-38	0
1,00E-03	3,0558
2,00E-03	4,8760

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 7 – Continuação - Valores de velocidade no ponto de contato.

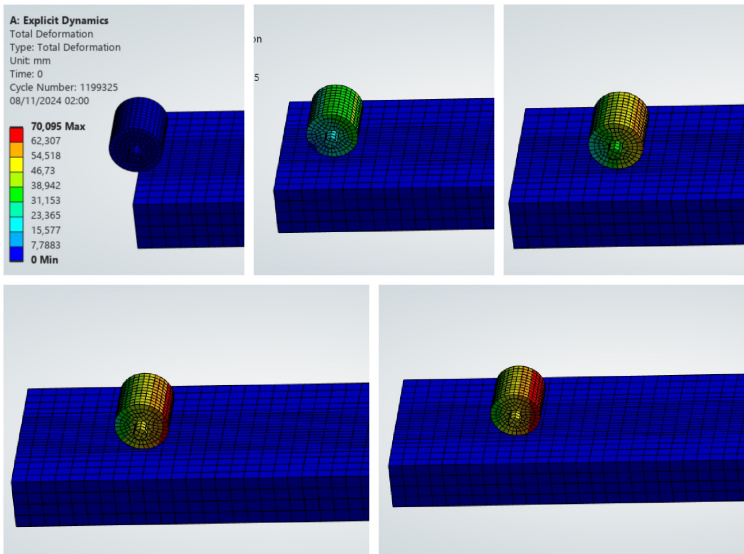
Tempo (s)	Velocidade (mm/s)
3,00E-03	12,7030
4,00E-03	0,1784
5,00E-03	12,7010
6,00E-03	3,4925
7,00E-03	1,2628
8,00E-03	7,9123
9,00E-03	10,5960
1,00E-02	4,8991
1,10E-02	2,3224
1,20E-02	4,6604
1,30E-02	8,4748
1,40E-02	7,7670
1,50E-02	5,5118
1,60E-02	4,6122
1,70E-02	4,5857
1,80E-02	4,9727
1,90E-02	1,3817
2,00E-02	2,8361

Fonte: Fonte: Autoria Própria.

5.2 ANÁLISE DE CASO NÃO LINEAR DE IMPACTO E ATRITO

5.2.1 Deformação Total

Figura 25 – Deformação total caso não linear de impacto e atrito.



Fonte: Autoria Própria.

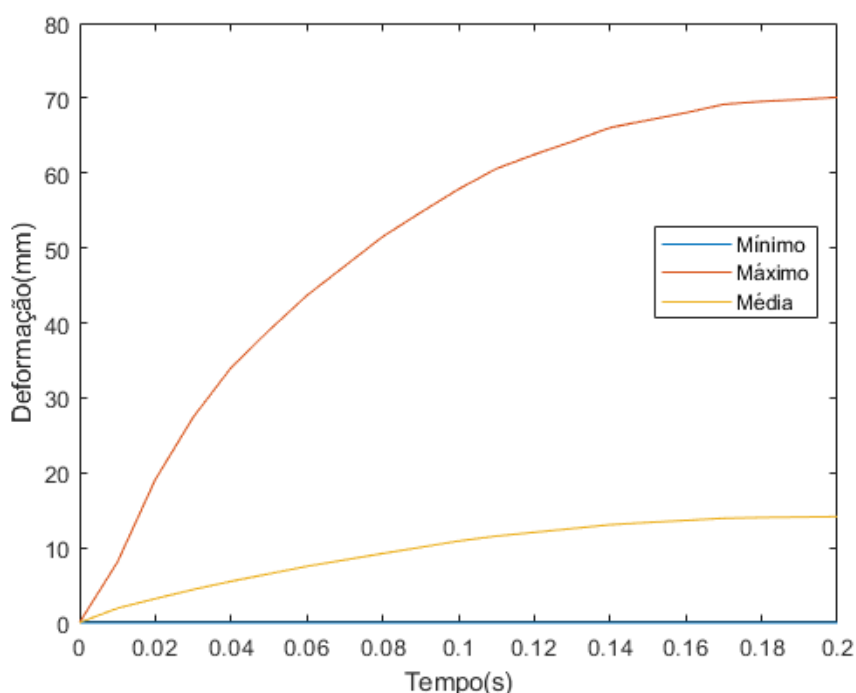
Assim como no primeiro caso de estudo, analisa-se na Figura 25 que a maior deformação ocorre no pneu, por ser um cilindro elastomérico. No entanto, o eixo de aço estrutural também apresenta deformação.

Mais uma vez, a borracha não apresenta deformação inicial e após contato, essa deformação aumenta. Entretanto, nesse caso, a deformação aumenta gradualmente até a parada, onde atinge seu valor máximo de 70,10 mm, com ênfase na parte frontal do cilindro. Isso ocorre pois o contato dessa vez é com duas superfícies simultaneamente e o atrito presente opera em direção contrária ao rolinho.

O eixo sofre deformação mediana e o solo não aparenta deformação.

O gráfico disposto na Figura 26 mostra o aumento gradual da deformação expressa por uma curva.

Figura 26 – Gráfico deformação total caso não linear de impacto e atrito



Fonte: Autoria Própria.

E os valores de deformação total podem ser vistos nas Tabelas 8 e 9

Tabela 8 – Valores deformação total caso não linear de impacto e atrito.

Tempo (s)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)	Média (mm)
1,18E-38	0	0	0
1,00E-02	0	8,0539	1,9150
2,00E-02	0	19,0800	3,1888
3,00E-02	0	27,4010	4,4096
4,00E-02	0	34,0230	5,5097
5,00E-02	0	38,9920	6,5117
6,00E-02	0	43,6590	7,5141

Fonte: Autoria Própria.

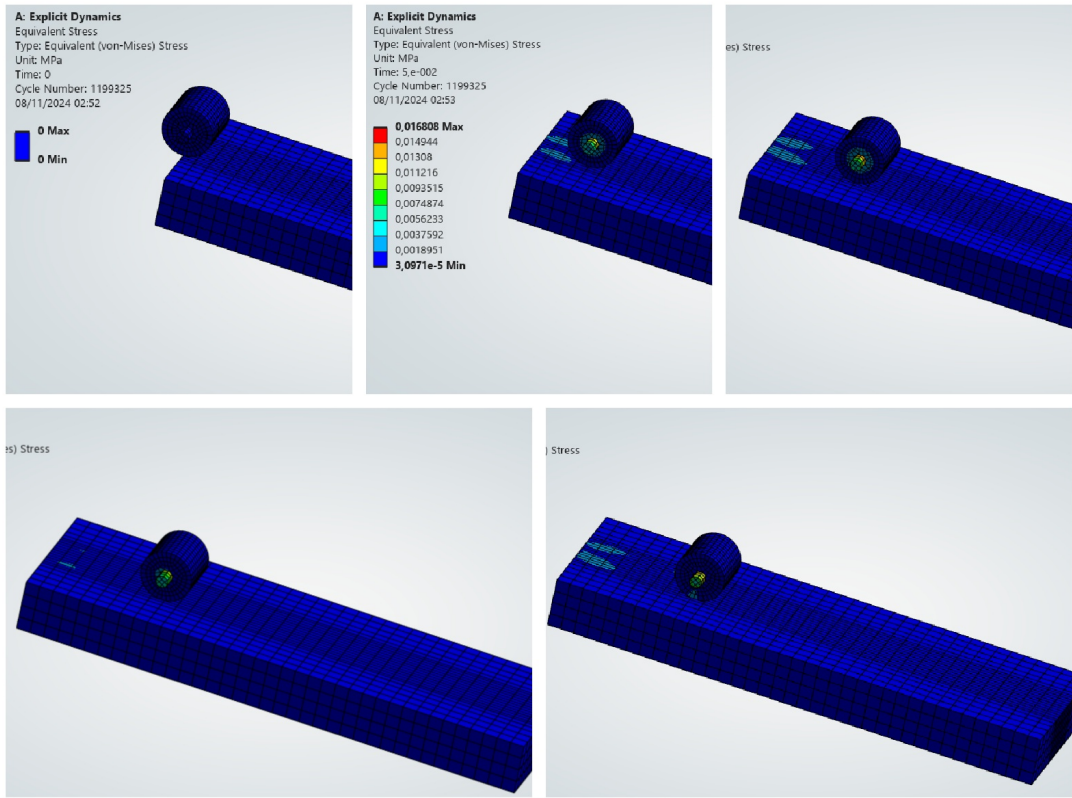
Tabela 9 – Continuação - Valores deformação total caso não linear de impacto e atrito.

Tempo (s)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)	Média (mm)
7,00E-02	0	47,9950	8,3920
8,00E-02	0	51,5050	9,2239
9,00E-02	0	54,7240	10,0500
1,00E-01	0	57,8410	10,8790
11,00E-02	0	60,5790	11,5500
12,00E-02	0	62,4640	12,0410
13,00E-02	0	64,2000	12,5470
14,00E-02	0	66,0590	13,0580
15,00E-02	0	67,0560	13,3650
16,00E-02	0	68,0380	13,6370
17,00E-02	0	69,1720	13,9200
18,00E-02	0	69,5510	14,0260
19,00E-02	0	69,8080	14,0800
20,00E-02	0	70,0950	14,1360

Fonte: Autoria Própria.

5.2.2 Von Mises

Figura 27 – Tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.

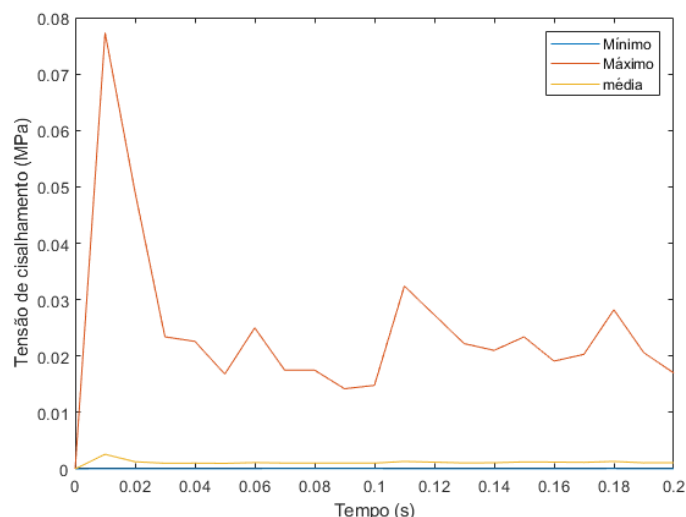


Fonte: Autoria Própria.

Como visto no primeiro caso, o material elastômero não demonstra tensão cisalhante, mesmo com fator de atrito, o que não ocorre com o solo, já que exibe singela tensão de Von Mises nos primeiros momentos na área de rolagem, vide Figura 27.

O eixo por sua vez, sofre uma grande tensão cisalhante assim que há contato, depois ela diminui e se estabiliza, mantendo um valor mediano. Fato observável no gráfico da Figura 28

Figura 28 – Gráfico tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.



Fonte: Autoria Própria.

As Tabelas 10 e 11 mostram os valores de tensão de Von Mises, nela, vê-se um valor de pico no início de $7,73E - 02$ MPa e depois valores menores que se estabilizam e não se distanciam.

Tabela 10 – Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)	Média (MPa)
1,17E-38	0	0	0
1,00E-02	3,23E-05	7,73E-02	2,58E-03
2,00E-02	3,10E-05	4,91E-02	1,26E-03
3,00E-02	3,10E-05	2,34E-02	9,90E-04
4,00E-02	3,10E-05	2,26E-02	1,02E-03
5,00E-02	3,10E-05	1,68E-02	9,75E-04
6,00E-02	3,90E-05	2,50E-02	1,11E-03
7,00E-02	4,59E-05	1,75E-02	1,03E-03
8,00E-02	4,59E-05	1,75E-02	1,03E-03
9,00E-02	4,59E-05	1,42E-02	1,02E-03
1,00E-01	4,61E-05	1,48E-02	1,02E-03
1,10E-01	2,78E-05	3,24E-02	1,31E-03

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 11 – Continuação - Valores tensão de Von Mises caso não linear de impacto e atrito.

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)	Média (MPa)
0,12	2,77E-05	2,00E-02	8,89E-04
0,13	2,77E-05	2,22E-02	1,05E-03
0,14	2,79E-05	2,10E-02	1,08E-03
0,15	3,85E-05	2,34E-02	1,23E-03
0,16	3,85E-05	1,91E-02	1,20E-03
0,17	3,85E-05	2,03E-02	1,15E-03
0,18	4,15E-05	2,82E-02	1,31E-03
0,19	3,18E-05	2,06E-02	1,07E-03
0,20	2,73E-05	1,70E-02	1,09E-03

Fonte: Autoria Própria.

5.3 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS OBTIDOS.

Os resultados de ambos os casos de estudo foram satisfatórios pois a lei de contato foi mantida e as curvas de deformação e Von Mises exibem comportamento esperado pela literatura. Como descrito em (CALLISTER, 2016), a deformação foi majoritária nos corpos elastoméricos, enquanto as tensões cisalhantes afetaram os corpos dúcteis.

A deformação do primeiro caso foi menor que o segundo caso, isso ocorreu pois na simulação de contato e atrito, tanto o eixo quanto cilindro sofreram deformação. Em contrapartida, a tensão de Von Mises foi maior na primeira simulação pois a área e o tempo de contato são menores, o que fez com que o número de nós da malha fosse também superior.

Para o caso da esfera, a movimentação e o contato ocorreram durante o tempo de simulação estipulado e por se tratar de um caso onde não há atrito, esse movimento continuaria a ocorrer caso o tempo fosse estendido, por não haver resistência do ar.

Já no caso do cilindro, a simulação encerra-se no momento em que o pneu para de se movimentar justamente pelo fator atrito acoplado. Isso não demorou a ocorrer, deixando mais da metade da área de rolagem sem que houvesse contato entre o cilindro e a pista, o que também era esperado, uma vez que o fator de atrito considerado foi de 1,2, um valor "alto" para que a pista seja considerada ideal. Em uma situação real, é imprescindível que o pouso seja finalizado dentro da área da pista e que demais movimentos não se prolonguem, evitando assim acidentes e incidentes (GUDMUNDSSON, 2013).

6 CONCLUSÕES

Os critérios de falha e o estudo de materiais são amplamente utilizados na engenharia e essenciais para manutenção da segurança e crescimento do ramo. Na indústria aeronáutica, o critério de Von Mises ajuda a prever o escoamento ou falha em materiais dúcteis e esses ensaios são cruciais uma vez que componentes aeronáuticos estão frequentemente sujeitos a estados multiaxiais de tensão (combinações de tração, compressão e cisalhamento). Evidentemente, pelas condições de pouso e sujeição de voo à cargas extremas, os ensaios de deformação operam uma grande importância nos altos níveis de exigência que a aviação requer.

Como constatado, as operações realizadas neste projeto supriram as demandas estipuladas e alcançaram respostas condizentes com a literatura: os materiais elastoméricos demonstraram sua natureza hiperelástica ao passarem por grandes deformações e retornarem ao seu estado inicial, enquanto os materiais dúcteis, mesmo sujeitos ao cisalhamento, não apresentaram falhas, comprovando que a tensão equivalente de Von Mises permaneceu menor que suas próprias tensões de escoamento (CALLISTER, 2016). Esses resultados são desejados em situação real de pouso para que não haja falha nas operações.

Ressalta-se que as condições de pista deste trabalho foram assumidamente muito boas. O fator de atrito agregado ao segundo caso de estudo apontou a eminência deste parâmetro para a eficácia do projeto.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como ressaltado no item 6, análises mais detalhadas e prolongadas para o estudo de pouso e parada poderiam ser realizadas se as condições de pista e fator de atrito fossem rebaixados.

É também de grande importância, o funcionamento e resistência dos materiais em diversos ambientes aéreos. Por manterem suas propriedades em uma ampla faixa de temperaturas, os elastômeros detêm mais uma vantagem para indústria aeronáutica, dessa forma, poderia ser efetuado um novo estudo que levasse em consideração condições climáticas e pneus de trem de pouso sendo suscetíveis a diferentes níveis de calor.

REFERÊNCIAS

- ANAC. **ANACPÉDIA**. 2012. Disponível em: <<https://www2.anac.gov.br/anacpedia/por-por/tr2389.htm>>.
- ANAC. **IS N°119-005**. 2018. Disponível em: <https://www.anac.gov.br/assuntos/legislacao/legislacao-1/iac-e-is/is/is-119-005/@@display-file/arquivo_norma/IS119-005A.pdf>.
- BASHFORTH, F.; ADAMS, J. C. **An attempt to test the theories of capillary action by comparing the theoretical and measured forms of drops of fluid**. [S.l.]: University Press, 1883.
- CALLISTER, W. D. **Ciência e engenharia de materiais**. 2016.
- FERREIRA, A. J. **MATLAB codes for finite element analysis**. [S.l.]: Springer, 2009.
- GUDMUNDSSON, S. **General aviation aircraft design: Applied Methods and Procedures**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2013.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; MERRILL, J. J. **Fundamentos de física**. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1991.
- HERTZ, H. Über die berührung fester elastischer körper. **J reine und angewandte Mathematik**, v. 92, p. 156, 1881.
- HIBBELER, R. C.; SILVA, J. P. N. d.; JÚNIOR, W. C. d. S. **Resistência dos materiais**. 2004.
- MARTINS, C. **Airbus da LATAM é atingido por escada e carrinho de bagagem no Rio**. 2019. Disponível em: <<https://aeroin.net/airbus-latam-atingido-escada-carrinho-bagagem-no-rio/>>.
- MARTINS, C. **Avião atinge urubu em voo e ave fica presa no nariz do jato**. 2021. Disponível em: <<https://aeroin.net/aviao-atinge-urubu-em-voo-e-passaro-fica-preso-no-nariz-do-jato/>>.
- POPOV, V. **Contact mechanics and friction**. [S.l.]: Springer Verlag, 2010.
- SHIGLEY JOSEPH EDWARD; MISCHKE, C. R. **Mechanical Engineering Design (5th ed.)**. [S.l.]: McGraw-Hill Science, Engineering Mathematics, 1989.
- SIMITSES, G.; HODGES, D. H. **Fundamentals of structural stability**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2006.
- VITTORAZI, D. **Pilotos de jato que bateu em avião da Gol causando a morte de 154 pessoas em MT têm pena prescrita**. 2024. Disponível em: <<https://primeirapagina.com.br/justica/pilotos-de-jato-que-bateu-em-aviao-da-gol-causando-a-morte-de-154-pessoas-em-mt-tem-pena-prescrita/>>.
- ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações diferenciais vol. 1**. [S.l.]: Pearson Makron Books, 2008.