

UNESP

Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2001



1110000544



***"Investigação da Estabilidade
Aeroelástica de Superfícies de
Sustentação Utilizando Técnicas
de Dinâmica dos Fluidos
Computacional"***

MAURÍCIO GUIMARÃES DA SILVA

152



CARO LEITOR NÃO
RISQUE O LIVRO



Governo do Estado de São Paulo
Universidade Estadual Paulista

FACULDADE DE ENGENHARIA DE GUARATINGUETÁ

*Investigação da Estabilidade Aeroelástica de Superfícies de Sustentação
Utilizando Técnicas de
Dinâmica dos Fluidos Computacional*

MAURÍCIO GUIMARÃES DA SILVA

PUBLICAÇÃO

GUARATINGUETÁ – SP

BRASIL

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ
BIBLIOTECA

544



S586i Silva, Maurício Guimarães da
Investigação da estabilidade aeroelástica de superfícies de sustentação utilizando técnicas de dinâmica dos fluidos computacional / Maurício Guimarães da Silva – Guaratinguetá : [s.n.], 2001
129f.: il.

Bibliografia: f. 118-124
Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2001
Orientador: Prof. Dr. João Luiz Filgueiras de Azevedo

1. Aerodinâmica computacional I. Título

CDU 533.9:681.3

**“INVESTIGAÇÃO DA ESTABILIDADE AEROELÁSTICA DE SUPERFÍCIES
DE SUSTENTAÇÃO UTILIZANDO TÉCNICAS DE DINÂMICA
DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL”**

MAURÍCIO GUIMARÃES DA SILVA

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

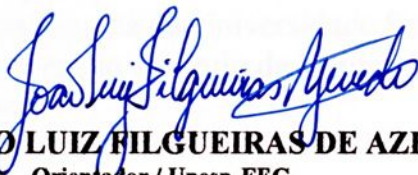
**ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: TRANSMISSÃO E CONVERSÃO DE ENERGIA**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. José Luz Silveira
Coordenador

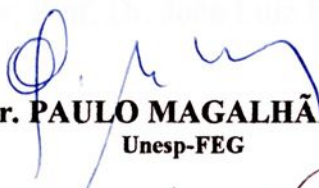
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. JOÃO LUIZ FILGUEIRAS DE AZEVEDO
Orientador / Unesp-FEG



Prof. Dr. MAURÍCIO ARAUJO ZANARDI
Unesp-FEG



Prof. Dr. PAULO MAGALHÃES FILHO
Unesp-FEG



Prof. Dr. OLYMPIO ACHILLES DE FARIA MELLO
CTA / IAE



Prof. Dr. VIKTOR KOLDAEV
CTA / IAE

Agosto de 2001

**INVESTIGAÇÃO DA ESTABILIDADE AEROELÁSTICA DE SUPERFÍCIES
DE SUSTENTAÇÃO UTILIZANDO TÉCNICAS DE
DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

MAURÍCIO GUIMARÃES DA SILVA

**Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia
de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista
para a obtenção do título de Doutor em Engenharia
Mecânica.**

Orientador: Prof. Dr. João Luiz Filgueiras de AZEVEDO

**Guaratinguetá
2001**



AGRADECIMENTOS

À Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá e todos os seus colaboradores pela formação profissional que me proporcionou.

Ao Instituto de Aeronáutica e Espaço (CTA-IAE), em particular ao Dr. Paulo Moraes Jr. e Dr. Olympio Achilles de Faria Mello, pela oportunidade e disponibilização de recursos.

Ao meu orientador, Dr. João Luiz Filgueiras de Azevedo (IAE-ASE/N), pelas críticas agudas e contribuições fundamentais, tanto no que diz respeito ao conteúdo quanto à excepcional seriedade com que foi conduzida a orientação deste trabalho.

Ao grande amigo Dr. Victor Koldaev (IAE-ASE/N), minha gratidão pela orientação clara e singela no tratamento de problemas extremamente complexos e, sobretudo, pela amizade com que prestigiou.

Aos grandes amigos Paulo Afonso P. de Oliveira e Dr. Vitor Gamarra (FEG-UNESP) pela amizade e solidariedade em momentos decisivos desta pesquisa.

À minha família, representada por meus pais Airton e Teresinha, meu irmão Fernando, minha irmã Sueli e meu cunhado Marcelo Gondim, pelo carinho, dedicação, suporte financeiro e apoio incondicional. Sem eles meu objetivo final não seria atingido.

À minha esposa Elaine, pelo amor, dedicação e presença construtiva em minha vida.



Agradecemos o apoio da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento
de Pessoal de Nível Superior – CAPES .



À Ana Luiza, minha filha, um presente de Deus.

Aos meus pais Airton e Teresinha, referências constantes em minha vida.



SILVA, M.G. *Investigação da estabilidade aeroelástica de superfícies de sustentação utilizando técnicas de dinâmica dos fluidos computacional*. 2001. 129f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

RESUMO

Um procedimento de resolução simultânea das equações de escoamento, tanto em nível de uma formulação Euler quanto de Navier-Stokes, e as equações do movimento estrutural segundo uma aproximação modal é apresentado para o cálculo da resposta aeroelástica de superfícies aerodinâmicas. Técnicas recentes de Dinâmica dos Fluidos Computacional são usadas para simular o campo de escoamento aerodinâmico, em oposição aos dados experimentais disponibilizados para coeficientes de pressão em regime estacionário e não estacionário. A formulação aerodinâmica, em sua forma mais complexa, é baseada na aproximação das equações de Navier-Stokes com média de Favre, nas quais o efeito de mistura adicional devido à turbulência é simulado a partir do modelo algébrico de turbulência de duas camadas devido à Baldwin & Lomax. A solução do campo de escoamento em configurações geometricamente complexas é buscada no contexto de malhas estruturadas multibloco. É permitido o uso de malhas sobrepostas e a informação do campo de escoamento é transmitido a partir de uma malha para outra através de interpolações na região de sobreposição. Todas as malhas utilizadas no presente trabalho foram geradas pela técnica algébrica de superfícies múltiplas para geração de malhas, devido à Fletcher, implementada em um contexto mais geral. Através do rastreamento do crescimento ou decaimento das oscilações, a estabilidade aeroelástica de uma dada configuração é averiguada. O método é descrito em detalhes, e são apresentados resultados que indicam sua validação e aplicação. Os resultados numéricos demonstram que o

presente algoritmo é estável, preciso e tem potencial para ser uma ferramenta eficiente no cálculo aeroelástico de configurações complexas.

PALAVRAS-CHAVE: Algoritmo multibloco, aerodinâmica computacional, métodos numéricos aplicados, configurações complexas, aeroelasticidade.

SILVA, M.G. *Investigation of the aeroelastic stability of the lift surfaces using computational fluid dynamics techniques*. 2001. 129f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

ABSTRACT

A procedure to solve simultaneously the Euler/Navier-Stokes flow equations and modal structural equations of motion is presented for computing aeroelastic responses of aerodynamics surfaces. Recent computational fluid dynamics techniques are used to simulate the aerodynamic flowfields, as opposed to experimental data for the steady and unsteady aerodynamic pressures. The aerodynamic formulation, in its most complex form, is based on the Favre-averaged Navier-Stokes equations, where the account for turbulent mixing is done by the two-layer Baldwin and Lomax algebraic eddy viscosity model. The solution of flowfields in geometrically complex configurations is addressed in the context of structured multiblock grids. The component grids are allowed to overlap and flowfield information is transmitted from one grid to another through of interpolation in the overlapped region. The meshes used in the present work were all generated by the multisurface algebraic grid generation technique in a fairly general code. By tracing the growth or decay of a perturbed oscillation, the aeroelastic stability of a given configuration can be ascertained. The method is described in detail, and results that indicate its validation and application are presented. Numerical results show that the present algorithm is stable, accurate and has potential to be effective in computing the aeroelastic response of complex configurations.

KEYWORDS: Multiblock algorithms, computational aerodynamics, applied numerical methods, complex configurations, aeroelasticity.

SUMÁRIO

Resumo

Abstract

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1	Definição do Problema	1
1.2	Estado da Arte	6
1.3	Objetivos do Trabalho	9
1.4	Metodologia	10
1.5	Escopo do Trabalho	11

CAPÍTULO 2 – FORMULAÇÃO AERODINÂMICA

2.1	Introdução	12
2.2	Formulação Teórica	13
	2.2.1 Leis de Conservação	13
	2.2.2. Leis de Conservação com Médias de Favre	18
2.3	Formulação Numérica	20
	2.3.1 Discretização Espacial	20
	2.3.2 Discretização Temporal	21
	2.3.3 Dissipação Artificial	23
	2.3.4 Modelo de Turbulência	26
	2.3.5 Algoritmo Multibloco	27
	2.3.6 Algoritmo de Malha Dinâmica	30

CAPÍTULO 3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO

3.1	Generalidades	32
3.2	Parede: Formulação Não Viscosa	33
3.3	Parede: Formulação Viscosa	33
3.4	Corte em Esteiras	34
3.5	Singularidade	36
3.6	Entrada e Saída	39
3.7	Interface Justaposta entre Malhas	41
3.8	Interface Sobreposta entre Malhas	44

CAPÍTULO 4 – FORMULAÇÃO ESTRUTURAL

4.1	Introdução	51
4.2	Formulação Teórica	52
4.3	Método Numérico	53
4.4	Acoplamento Fluido-Estrutura	55
4.5	Considerações sobre Estabilidade	57

CAPÍTULO 5 – RESULTADOS

5.1	Introdução	59
5.2	Simulações Utilizadas para Validação	60
5.3	Resultados Aerodinâmicos	62
5.3.1	Placa com Extremidade Cilíndrica	62
5.3.2	Asa com Perfil NACA0012	68
5.3.3	Configuração Hemisfério-Cilindro	77
5.3.4	Escoamento Viscoso Turbulento sobre a Asa do Avião de Caça F5	84
5.4	Validação do Operador Estrutural	87
5.4.1	Objetivos	87
5.4.2	<i>Galloping</i>	88
5.4.3	Resultados Numéricos	89

5.5	Resultados Aeroelásticos	93
5.5.1	Escoamento Não Estacionário sobre uma Rampa	93
5.5.2	<i>Flutter</i> de Painéis	104
5.5.2.1	Solução Analítica	105
5.5.2.2	Solução Numérica	105

CAPÍTULO 6 – COMENTÁRIOS FINAIS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANEXO A – GALLOPING

A.1	Generalidades	125
A.2	Formulação Matemática	126

ANEXO B – ALGORITMO DE MALHA DINÂMICA

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1	– Interação entre forças e correspondentes problemas associados.	2
FIGURA 1.2	– Aproximações utilizadas em CFD para o cálculo do escoamento de meios contínuos.	4
FIGURA 1.3	– O fenômeno de transonic dip para asa AGARD 445.6 testada em ar (Bennett & Edwards, 1998).	6
FIGURA 3.1	– Plano longitudinal de uma malha gerada em torno de uma asa com perfil NACA0012.	35
FIGURA 3.2	– Corte localizado no bordo de fuga da asa.	35
FIGURA 3.3	– Plano de giro para uma configuração hemisfério-cilindro.	36
FIGURA 3.4	– Localização do corte adotado para uma configuração hemisfério-cilindro. (a) Vista parcial da localização do polo singular do hemisfério. (b) Linha polar do hemisfério a ser mapeado. (c) Detalhe do corte.	38
FIGURA 3.5	– Direções características associadas a diferentes regimes de escoamento.	40
FIGURA 3.6	– Comunicação entre os blocos utilizando a condição de interface justaposta I (O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, ⊗ – Nós Sobrepostos).	42

FIGURA 3.7	– Comunicação entre os blocos utilizando a condição de interface justaposta II	43
	(O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, $\otimes$ – Nós Sobrepostos).	
FIGURA 3.8	– Detalhe da região de sobreposição entre os blocos	43
	(O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, $\otimes$ – Nós Sobrepostos).	
FIGURA 3.9	– Malha multibloco sobre uma placa com extremidade cilíndrica.	45
FIGURA 3.10	– Bloco “parede” representativo da placa, (Bloco 1).	45
FIGURA 3.11	– Bloco “fluido” representativo da região de escoamento livre, (Bloco 2).	46
FIGURA 3.12	– Sistema de coordenadas gerado com referência ao ponto $P_{i,k}^{b2}$	48
	($\otimes$ – Ponto do contorno em análise: P_c^{b1} ; I, II, III, IV: quadrantes).	
FIGURA 3.13	– Malha de cálculo para a configuração prisma triangular.	50
	(a) Vista longitudinal.	
	(b) Coordenada comum aos blocos.	
FIGURA 4.1	– Resposta de uma asa elástica submetida a um carregamento aerodinâmico	56
	(F: força de inércia ; M: momento; β : ângulo de deflexão da superfície).	
FIGURA 5.1	– Identificação do sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas e das faces do bloco computacional (domínio computacional).	59

- FIGURA 5.2 – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração placa com extremidade cilíndrica). 63
- FIGURA 5.3 – Solução do escoamento sobre a configuração placa com extremidade cilíndrica a número de Mach de escoamento livre de 0,67 e ângulo de ataque 0° . 65
- (a) Contorno de número de Mach.
- (b) Campo de vetores velocidade.
- (c) Linhas de corrente.
- FIGURA 5.4 – Campo vetorial de velocidades para o caso placa com extremidade cilíndrica a número de Mach de escoamento livre 0,67 e ângulo de ataque 0° . 67
- (a) Região de estagnação sobre a placa.
- (b) Região de expansão sobre a região superior da placa.
- FIGURA 5.5 – Comparação dos resultados 2-D e 3-D para pressão na parede da placa. 67
- FIGURA 5.6 – Identificação das faces do bloco 2 representativo do domínio físico (configuração: asa com perfil NACA0012). 71
- FIGURA 5.7 – Forma em planta da asa utilizada por Shuster et al. (1989) e a localização das tomadas de pressões. 71
- FIGURA 5.8 – Plano da raiz da malha de cálculo utilizada na simulação do escoamento sobre uma asa com perfil NACA0012. 73
- (a) Visão geral do plano da raiz da asa.
- (b) Detalhe da interface justaposta I estabelecida entre os blocos 1 e 2.
- (c) Detalhe da interface justaposta II estabelecida entre os blocos 2 e 3.

- FIGURA 5.9** – Solução do escoamento sobre uma asa com perfil constante NACA0012 (número de Mach 0,77, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,48 \times 10^5$). 75
- (a) Contorno de Pressão.
- (b) Isolinhas de número de Mach.
- FIGURA 5.10** – Campo vetorial de velocidades sobre uma asa com perfil constante NACA0012 (número de Mach 0,77, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,48 \times 10^5$). 76
- (a) Camada limite laminar sobre a superfície de sustentação.
- (b) Campo de vetores velocidade na interface entre os blocos 1 e 2.
- FIGURA 5.11** – Comparação entre os coeficientes de pressão obtidos numericamente e experimentalmente, Shuster et al. (1989) (número de Mach 0,77; ângulo de ataque 0° ; número de Reynolds $0,48 \times 10^5$). 77
- FIGURA 5.12** – Plano longitudinal da malha de cálculo utilizada na simulação do escoamento sobre um hemisfério – cilindro. 79
- FIGURA 5.13** – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração: hemisfério-cilindro). 81
- (a) Plano longitudinal.
- (b) Localização da face singular.
- FIGURA 5.14** – Solução do escoamento sobre a configuração hemisfério-cilindro (número de Mach 0,60, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,49 \times 10^5$). 82
- (a) Componente cartesiana de velocidades na direção normal à parede.
- (b) Campo de número de Mach.

- FIGURA 5.15 – Comparação entre os coeficientes de pressão obtidos numericamente e experimentalmente (Hsieh, 1977). 83
- FIGURA 5.16 – Geometria adotada para o caso da asa do avião de caça F5. 85
- (a) Topologia da asa.
- (b) Detalhe do corte localizado a partir da extremidade livre da asa.
- FIGURA 5.17 – Plano da raiz da asa do F5 ilustrando a disposição dos blocos em relação à superfície de sustentação. 86
- FIGURA 5.18 – Coeficientes de sustentação (C_l) e arrasto (C_d) para o caso do escoamento transônico sobre a asa do F5. 87
- FIGURA 5.19 – Configuração utilizada na simulação de galloping: cabo de ferro, parede fina com espessura de 0,25 cm, seção transversal quadrada de 400 cm² e suportes distanciados de 1200 cm. 88
- FIGURA 5.20 – Fator de ganho de energia associado ao 1º modo para diferentes velocidades de escoamento. 91
- FIGURA 5.21 – Cabo de ferro, parede fina com espessura de 0,25 cm, seção transversal quadrada de 400 cm² e suportes distanciados de 1200 cm na condição de escoamento $u = 28,95$ m/s em galloping. 92
- (a) Contribuições modais.
- (b) Amplitude da resposta.
- FIGURA 5.22 – Geometria da rampa adotada na simulação. 94
- FIGURA 5.23 – Resultados publicados por Park et al. (1994). 95
- (a) Variação de pressão nos pontos A e B para a simulação do escoamento sobre uma rampa móvel.

$$\text{Mach} = 2, \theta = \begin{cases} 0,1^\circ, & t \leq T \\ \theta_{\text{final}}, & t > T \end{cases}$$

(b) Curva de histerese verificada na simulação do escoamento sobre uma rampa não estacionária.

Mach = 2 ; ciclo: compressão ($0^\circ : 20^\circ$), expansão ($20^\circ : -20^\circ$) e compressão ($-20^\circ : 0^\circ$).

FIGURA 5.24 – Deformação da malha de cálculo segundo o algoritmo de Robinson et al. (1991). 98

(a) Configuração inicial da malha de cálculo ($\theta(t=0) = 0^\circ$).

(b) Configuração de malha deformada, ($\theta = 5^\circ$).

FIGURA 5.25 – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração: rampa). 98

FIGURA 5.26 – Variação de pressão nos pontos A e B para a simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel 99

$$(\text{número de Mach} = 2, \theta = \begin{cases} 0,1 t & , t \leq T \\ \theta_{\text{final}} & , t > T \end{cases}).$$

(a) Variação de pressão.

(b) Localização das tomadas de pressão.

FIGURA 5.27 – Curva de histerese verificada na simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel 102

(Mach = 2; ciclo: compressão-expansão-compressão) .

(a) Histerese.

(b) Localização das tomadas de pressão.

FIGURA 5.28 – Comparação entre as variações de pressão verificadas nas simulações multibloco e bloco único do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel 103

(Mach = 2, ciclo: compressão-expansão-compressão).

(a) Histerese.

(b) Localização das tomadas de pressão.

FIGURA 5.29	– Representação esquemática do domínio de cálculo (configuração: painel).	106
FIGURA 5.30	– Plano da raiz da malha de cálculo utilizada no teste de simulação de flutter em painéis.	107
FIGURA 5.31	– Fator de ganho de energia associado ao 2º modo para diferentes condições de excitação.	110
FIGURA 5.32	– Amplitude associada ao 2º modo de vibração de um painel submetido ao escoamento Euler com número de Mach 2,25.	111
FIGURA A.1	– Esquema ilustrativo de um sistema estrutural de massa “m”, constante de rigidez “k” e coeficiente de amortecimento “c” submetido ao carregamento aerodinâmico caracterizado pela velocidade relativa U_{rel} .	

LISTA DE TABELAS

TABELA 5.1	– Condições de contorno: placa com extremidade cilíndrica.	63
TABELA 5.2	– Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre asa com perfil NACA0012 (ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).	70
TABELA 5.3	– Condições de contorno: asa com perfil NACA0012.	70
TABELA 5.4	– Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre uma configuração hemisfério-cilindro (ξ : direção longitudinal, η : direção circunferencial, ζ : direção normal).	79
TABELA 5.5	– Condições de contorno: configuração hemisfério-cilindro.	80
TABELA 5.6	– Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre asa do avião de caça F5 (ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).	85
TABELA 5.7	– Condições de contorno: asa do avião de caça F5.	86
TABELA 5.8	– Condições de contorno: configuração rampa móvel.	96
TABELA 5.9	– Parâmetros utilizados no cálculo de <i>flutter</i> de painéis.	107
TABELA 5.10	– Características dos subdomínios utilizados na simulação de <i>flutter</i> de painéis (ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).	108
TABELA 5.11	– Condições de contorno: simulação de <i>flutter</i> em painéis.	108

TABELA 5.12 – Parâmetros modais utilizados na simulação de *flutter* de painéis.

109

(a) Frequências naturais.

(b) Modos Normais.

LISTA DE SÍMBOLOS

a	– Velocidade do som
A^+	– Constante de Van Driest
c	– Velocidade característica de propagação de informação
C	– Matriz de amortecimento do sistema mecânico
$C_\varphi, C_{wk}, C_{Kleb}$	– Constantes do modelo de turbulência
d	– Termo de dissipação artificial
D_s	– Rigidez à flexão
e_i	– Energia específica interna do fluido
e	– Energia total por unidade de volume
E	– Vetor de fluxo convectivo na direção ξ
E_s	– Módulo de elasticidade transversal da estrutura
E_v	– Vetor de fluxo viscoso na direção ξ
F	– Vetor de fluxo convectivo na direção η
F_v	– Vetor de fluxo viscoso na direção η
$\vec{F}_s$	– Vetor força de excitação
G	– Vetor de fluxo convectivo na direção ζ
G_v	– Vetor de fluxo viscoso na direção ζ
J	– Jacobiano
k	– Coeficiente de condutividade térmica
K	– Matriz de rigidez do sistema mecânico
$k^{(2)}$ e $k^{(4)}$	– Constantes do modelo de dissipação artificial
L	– Escala de comprimento para o modelo de turbulência
L_s	– Comprimento característico da estrutura
M	– Matriz de massa do sistema mecânico

n	– Direção normal
p	– Pressão
Pr	– Número de Prandtl
p_c^b	– Ponto do contorno de sobreposição “c”, localizado no bloco “b”
$p_{i,k}^b$	– Ponto de coordenadas indiciais “i” e “k”, localizado no bloco “b”
q	– Fluxo de calor
q_d	– Pressão dinâmica do escoamento livre
$\bar{q}_{si}$	– Coordenada generalizada relativa ao modo “i” de vibração
Q	– Vetor de variáveis conservadas
$\bar{Q}_s$	– Vetor força generalizada (formulação estrutural)
R_s	– Fator de dissipação de Rayleigh
Re	– Número de Reynolds ($\frac{\rho u_\infty L_s}{\mu}$)
t	– Tempo
T	– Temperatura
T_s	– Energia cinética do sistema mecânico
V_s	– Energia potencial do sistema mecânico
u,v,w	– Componentes cartesianas de velocidade
U,V,W	– Componentes contravariantes de velocidade
x,y,z	– Sistema cartesiano de coordenadas

Letras Gregas e Símbolos Especiais

α	–	Ângulo de ataque
$\beta_x, \beta_y, \beta_z$	–	Expressões que contém os termos viscosos na equação da energia
γ	–	Relação entre os calores específicos.
δ	–	Operador de diferenças centrais
$\bar{\delta}$	–	Operador de diferenças de ponto meio
$\varepsilon^{(2)}$ e $\varepsilon^{(4)}$	–	Parâmetros do modelo de dissipação artificial
θ	–	Ângulo de Mach
μ	–	Viscosidade
v_i	–	Sensor de pressão utilizado no modelo de dissipação
v_s	–	Coefficiente de Poisson
λ	–	Variável de Stokes ($-\frac{2}{3}\mu$)
ξ, η, ζ	–	Sistema generalizado de coordenadas
ζ_s	–	Coefficiente de amortecimento estrutural
τ_{ij}	–	Componente do tensor de tensões viscosas
ρ	–	Massa específica
ω	–	Vorticidade local
ω_s	–	Frequência natural associada ao modelo estrutural
Ψ	–	Matriz de autovetores do sistema mecânico
CFD	–	Dinâmica dos Fluidos Computacional
CFL	–	Número de Courant
IAE	–	Instituto de Atividades Espaciais
2-D	–	Bidimensional
3-D	–	Tridimensional

Sobrescritos e Subscritos

∞	–	Condição de escoamento livre
l	–	Laminar
t	–	Turbulento

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Definição do Problema

A Aeroelasticidade é definida como sendo a ciência que estuda a interação mútua entre as forças aerodinâmicas, elásticas e de inércia (DOWELL *et al.*, 1980). A Figura 1.1 ilustra estes três tipos de forças. Verifica-se que a interação entre duas destas forças originam problemas distintos tais como aqueles associados às vibrações mecânicas, envolvendo as forças elásticas e de inércia, ou aqueles ligados à estabilidade dinâmica de veículos rígidos, onde encontram-se presentes as forças aerodinâmicas e de inércia.

No que diz respeito à Aeroelasticidade, pode-se classificar os problemas por ela estudados em duas categorias distintas: Aeroelasticidade Estática e Aeroelasticidade Dinâmica. Em ambas as categorias verifica-se a interação entre forças aerodinâmicas e elásticas. A Aeroelasticidade dinâmica incorpora em sua formulação, além destas forças, as forças de inércia.

Buffeting, divergência e *flutter* são exemplos de fenômenos aeroelásticos. Suas ocorrências são dependentes da geometria da superfície de sustentação em estudo e do regime de voo, sendo bastante característicos na faixa de velocidades transônicas. Durante o regime de voo transônico, o veículo é exposto à variações bruscas de pressão e densidade. Segundo Lyon (1967), as cargas aerodinâmicas induzidas podem ser divididas essencialmente em duas classes terminalizadas por “inerciais” e “compressíveis”. Como exemplo de cargas inerciais pode-se citar aquelas decorrentes de escoamentos separados, flutuações de camada limite turbulenta e flutuações de pressão de base. A segunda classe relaciona cargas aerodinâmicas induzidas devido a presença de ondas de choque oscilantes assim como escoamentos em cavidades. Verifica-se experimentalmente que tanto o carregamento aerodinâmico inercial como o compressível são funções da pressão dinâmica verificada em voo.

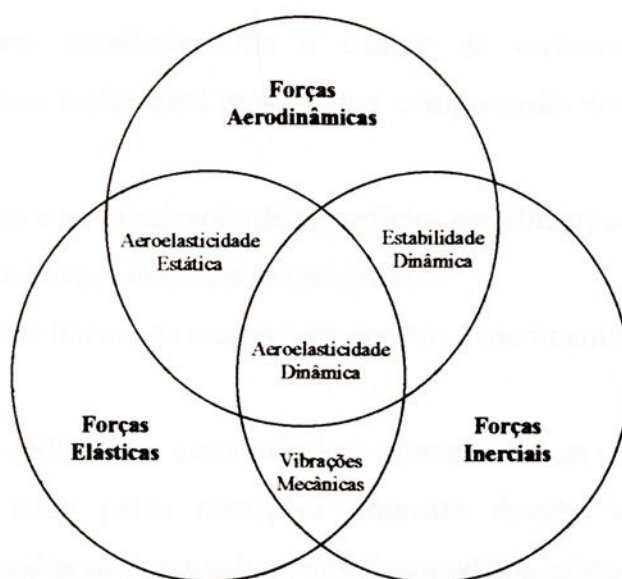


Figura 1.1 – Interação entre forças e correspondentes problemas associados.

Dentre os problemas dinâmicos estudados, o fenômeno *flutter* tem exigido maior atenção dos estudiosos no assunto devido às suas conseqüências quase sempre desastrosas. *Flutter* é caracterizado por uma oscilação auto-excitável, na qual a energia que a mantém é retirada do escoamento, estando intimamente ligado ao atraso existente entre o movimento da estrutura, devido à sua deformação, e as forças aerodinâmicas resultantes deste movimento.

A análise das características dinâmicas de estruturas encontra-se em um estágio avançado de desenvolvimento tanto no que diz respeito às técnicas numéricas quanto aos métodos experimentais. Pode-se afirmar que, atualmente, a confiabilidade das previsões em *flutter* são fortemente dependentes da determinação correta do operador aerodinâmico. Desde a década de 1970, os programas de cálculo aerodinâmico baseados nas formulações que regem o movimento de meios contínuos vem sendo sistematicamente empregados na análise de configurações aeronáuticas. Tais métodos encontraram grande campo de aplicação no setor aeronáutico devido a vários fatores sendo que, entre estes, pode-se destacar:

- ▶ Permitem descrever detalhadamente o campo de escoamento e, em consequência, fornecem meios para uma melhor compreensão dos fenômenos aerodinâmicos;
- ▶ Auxiliam no projeto e na otimização de superfícies aerodinâmicas;
- ▶ Facilitam o teste de novos conceitos em projetos;
- ▶ Reduzem consideravelmente os custos com ensaios experimentais.

É sabido que os códigos em aerodinâmica apresentam um certo nível de limitação, causado tanto pelas restrições impostas devido às hipóteses simplificadoras assumidas no desenvolvimento dos modelos teóricos nos quais se baseiam, quanto à complexidade da configuração geométrica envolvida na análise. Todavia, por mais severas que sejam estas limitações, quase sempre a representatividade física dos resultados obtidos com a aplicação dos programas de CFD permite extrair informações úteis que auxiliam o projeto aerodinâmico. A Figura 1.2 estabelece uma representação da hierarquia em termos de complexidade do modelamento teórico dos códigos de CFD aplicados a problemas de engenharia (HIRSCH, 1990).

As metodologias de análise adotadas no tratamento dos escoamentos subsônico e supersônico podem ser baseadas em formulações linearizadas. Tendo em vista o comportamento não linear verificado na faixa das velocidades transônicas, estas técnicas não apresentam resultados satisfatórios. Segundo Tijdman (1977), a não linearidade dos escoamentos transônicos é caracterizada pela modificação significativa das propriedades do escoamento devido a presença de ondas de choque sobre a superfície de sustentação, cujas variações na posição e intensidade nem sempre estão em fase com o movimento. O estudo qualitativo realizado por Ashley (1980) realça a importância deste fenômeno sobre as características de estabilidade aeroelástica de aerofólios bidimensionais.

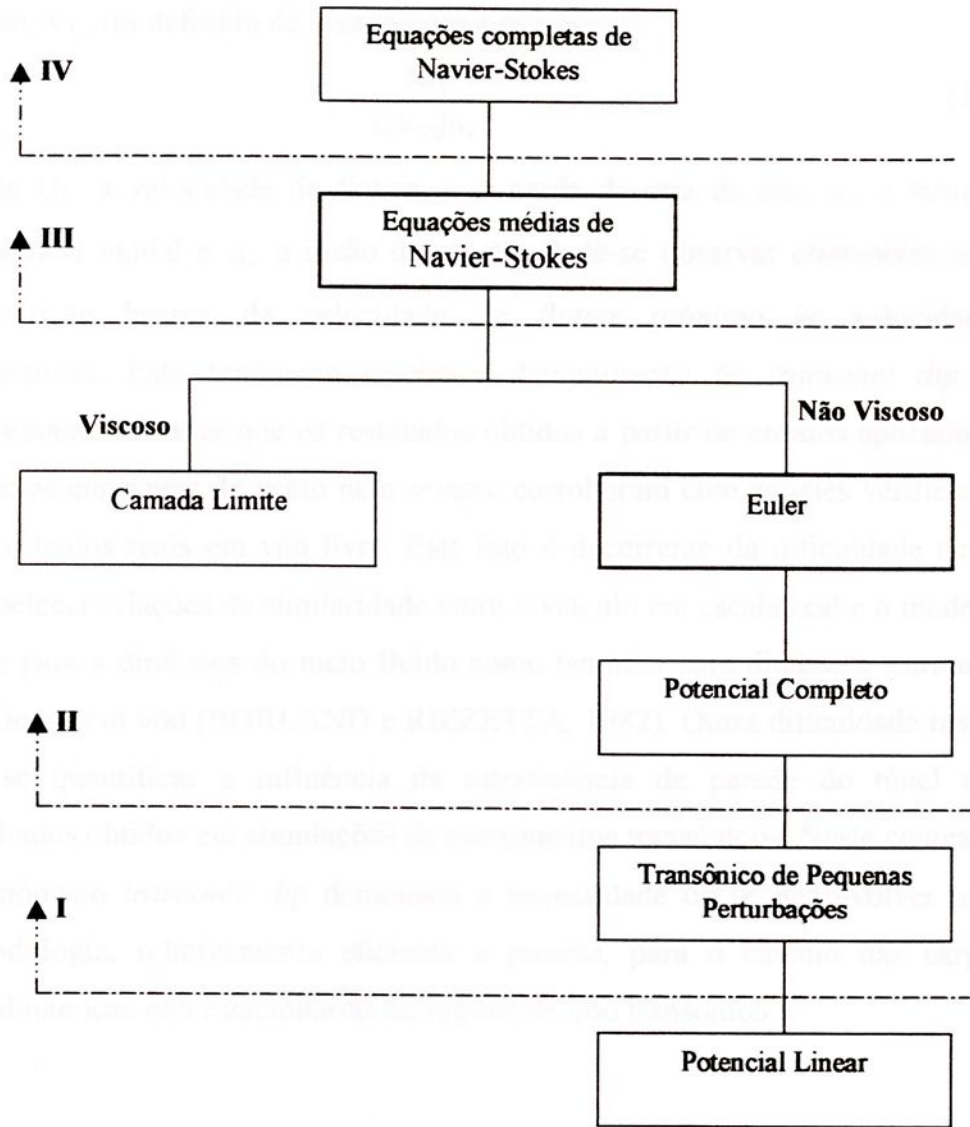


Figura 1.2 – Aproximações utilizadas em CFD para o cálculo do escoamento de meios contínuos.

A Figura 1.3 ilustra o comportamento do índice de velocidade de *flutter* em função do número de Mach determinado para o caso asa AGARD 445.6 testada em ar (BENNETT e EDWARDS, 1998). O índice de velocidade de *flutter*, V_f , foi definido de acordo com a expressão:

$$V_f = \frac{2U_f}{c_r \omega_3 \sqrt{\mu_s}}, \quad (1.1)$$

sendo U_f a velocidade de *flutter*, c_r a corda da raiz da asa, ω_3 a terceira frequência modal e μ_s a razão de massa. Pode-se observar claramente uma diminuição brusca da velocidade de *flutter* próximo às velocidades transônicas. Este fenômeno recebe a denominação de *transonic dip*. É interessante ressaltar que os resultados obtidos a partir de ensaios aplicados à modelos em túneis de vento nem sempre corroboram com aqueles verificados nos veículos reais em vôo livre. Este fato é decorrente da dificuldade de se estabelecer relações de similaridade entre o veículo em escala real e o modelo, tanto para a dinâmica do meio fluido como também para dinâmica estrutural verificada em vôo (BORLAND e RIZZETTA, 1982). Outra dificuldade reside em se quantificar a influência da interferência de parede do túnel nos resultados obtidos em simulações de escoamentos transônicos. Neste contexto, o fenômeno *transonic dip* demonstra a necessidade de se desenvolver uma metodologia, relativamente eficiente e precisa, para o cálculo das cargas aerodinâmicas não estacionárias no regime de vôo transônico.

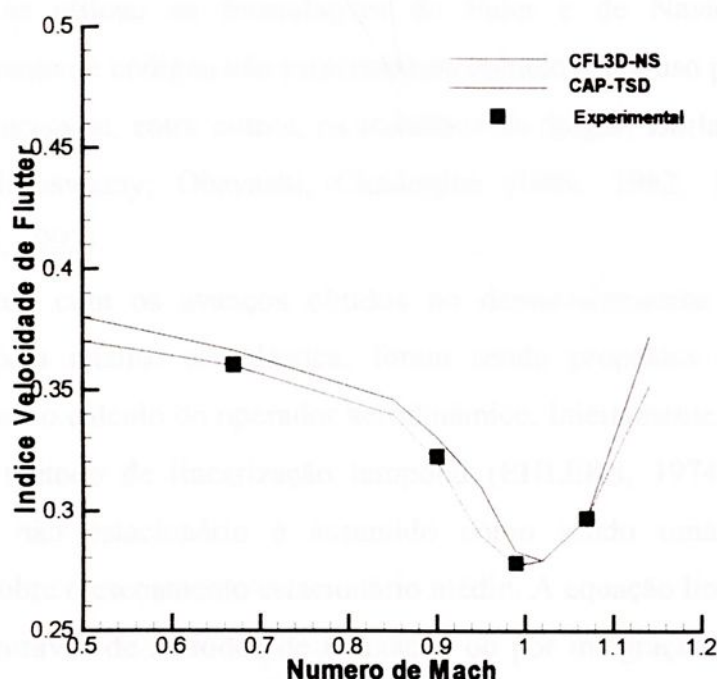


Figura 1.3 – O fenômeno de *transonic dip* para asa AGARD 445.6 testada em ar (BENNETT e EDWARDS, 1998).

1.2 Estado da Arte

Um número significativo de autores tem se dedicado ao desenvolvimento de métodos eficientes para o cálculo das cargas aerodinâmicas não estacionárias que ocorrem no regime de voo transônico. Alguns exemplos dos trabalhos desenvolvidos neste sentido podem ser encontrados em Bennet e Edwards (1998). É interessante notar que a grande maioria dos trabalhos propostos durante as décadas de 1970 e 1980 utilizam as formulações aerodinâmicas baseadas nas equações de pequenas perturbações ou do potencial completo. Este fato se deve, principalmente, ao grande custo computacional exigido pelos modelos aerodinâmicos mais complexos como as equações de Euler ou de Navier-Stokes. A partir dos anos 80 máquinas do tipo estações de trabalho atingiram o nível de desempenho dos supercomputadores

das décadas anteriores o que possibilitou empreender esforços maiores no sentido de se utilizar as formulações de Euler e de Navier-Stokes no desenvolvimento de códigos não estacionários voltados para uso prático. Neste período destacam-se, entre outros, os trabalhos de Steger; Borland; Rizzetta; Azevedo; Guruswamy; Obayashi; Chaderjian (1980, 1982, 1988, 1990a, 1990b, 1991, 1992).

De acordo com os avanços obtidos no desenvolvimento dos códigos numéricos para análise aeroelástica, foram sendo propostas metodologias diferentes para o cálculo do operador aerodinâmico. Inicialmente, foi utilizado o chamado método de linearização temporal (EHLERS, 1974), no qual o escoamento não estacionário é assumido como sendo uma perturbação harmônica sobre o escoamento estacionário médio. A equação linear resultante é resolvida através de métodos de relaxação ou por integração temporal das equações que regem o movimento, à uma dada frequência. A principal desvantagem deste método está na incapacidade de capturar o movimento das ondas de choque, já que a sua posição é completamente definida pela solução de estado estacionário. Este problema foi contornado por Ballhaus e Goorjian (1977), os quais apresentaram uma metodologia, na qual, a equação não linear é resolvida por um esquema de marcha no tempo que captura a dinâmica do escoamento. No ano seguinte Ballhaus e Goorjian (1978) apresentam uma solução aeroelástica obtida através do acoplamento das equações estruturais e aerodinâmicas por um processo de integração simultânea. Seguindo esta mesma técnica, Borland e Rizzetta (1982) realizaram a análise aeroelástica de uma asa isolada utilizando a formulação modal para as equações aeroelásticas. Os trabalhos supracitados utilizaram a formulação transônica de pequenas perturbações no cálculo do operador aerodinâmico.

Os estudos objetivando o desenvolvimento de controle ativo para a supressão do *flutter* motivaram o interesse da utilização da formulação por variáveis de estado para a modelagem aeroelástica. Batina e Yang (1984, 1985), propuseram um procedimento no qual as forças aerodinâmicas

generalizadas são aproximadas por um polinômio interpolador no domínio da frequência. O modelo aeroelástico, terminalizado por modelo de Padé, resulta em um conjunto de equações diferenciais ordinárias, lineares, de primeira ordem e com coeficientes constantes. Estas equações são resolvidas no domínio de Laplace e os autovalores resultantes são plotados em um diagrama do tipo *root-locus*. A desvantagem verificada no uso de tal metodologia reside no fato de que esta exige a realização de um cálculo aerodinâmico para cada frequência de interesse. Cunningham; Robinson (1988,1991) desenvolveram uma metodologia de análise que contornou este tipo de problema. As forças aerodinâmicas generalizadas são calculadas indiretamente, para todo o espectro de frequências a partir da resposta aerodinâmica a um pulso exponencial no modo estrutural de interesse. Dessa maneira, o número de cálculos computacionais é reduzido ao número de modos para a análise. Esta técnica é conhecida na literatura como função de transferência de um pulso. Dentro deste contexto, em nível nacional, pode-se destacar o trabalho de Oliveira (1993). Neste, o problema da estabilidade aeroelástica é resolvido utilizando-se uma formulação por variáveis de estado, aplicada ao modelo clássico de uma seção típica (DOWELL *et al.*, 1980). Os termos do operador aerodinâmico são determinados através da análise, no domínio da frequência, da resposta do sistema a um deslocamento impulsivo no domínio do tempo. O escoamento é modelado pelas equações de Euler em duas dimensões e resolvido utilizando-se o método de volumes finitos aplicado em um contexto de malhas não estruturadas.

Todos estes esforços resultaram na produção de vários códigos computacionais não estacionários de uso prático, tais como LTRAN2 (BALLHAUS e GOORJIAN, 1977), CAPTSD (BATINA e YANG, 1984, 1985), XTRAN3S (GURUSWAMY e GOORJIAN, 1985), CFL3D (ANDERSON *et al.*, 1986, 1987) e ENSAERO (GURUSWAMY,1990). Digno de nota, o código CAPTSD foi desenvolvido para resolver o escoamento não estacionário com a aproximação da equação transônica de

pequenas perturbações. Subseqüentemente uma versão do código CFL3D, o qual resolve as equações de Euler e Navier-Stokes, foi modificado para permitir cálculos aeroelásticos dinâmicos. Ambos, CAPTSD e CFL3D, foram desenvolvidos pela NASA Langley Research Center e constituem hoje algumas das ferramentas mais utilizadas no estudo de fenômenos aeroelásticos em superfícies de sustentação em regime transônico. O trabalho publicado por Gibbons (1996) descreve uma adaptação dos códigos CAPTSD e CFL3D para a determinação do envelope de *flutter* de uma configuração típica de jato comercial.

1.3 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é propor uma metodologia eficiente para a análise aeroelástica de superfícies sustentadoras tridimensionais utilizando técnicas modernas de Dinâmica dos Fluidos Computacional. Partindo-se de um código em que se utilizava uma formulação Euler voltada para o cálculo de escoamentos internos, foi necessário o cumprimento de algumas etapas para a definição deste trabalho. Basicamente estas etapas consistiram nas seguintes implementações:

- ▶ Capacidade de cálculo de escoamentos externos;
- ▶ Formulação viscosa;
- ▶ Modelo de turbulência;
- ▶ Capacidade multibloco;
- ▶ Formulação estrutural;
- ▶ Acoplamento fluido-estrutura;
- ▶ Análise aeroelástica.

Para estes propósitos, fez-se uso das idéias desenvolvidas por Azevedo; Mello; Azevedo (1988, 1994, 1997).



1.4 Metodologia

De maneira análoga a Mello (1994), o modelo utilizado na definição do operador aerodinâmico baseia-se em uma “formulação zonal”. Nesta aproximação, o campo de escoamento é particionado em duas regiões. Para a região mais próxima da superfície de sustentação utiliza-se a formulação de Navier-Stokes no cálculo das propriedades do escoamento. Nas regiões mais distantes, o escoamento é simulado através de uma aproximação não viscosa. Neste trabalho utilizou-se a formulação Euler. As duas regiões computacionais superpõem-se em uma superfície localizada à uma distância conhecida da superfície de sustentação. O código desenvolvido utiliza o modelo algébrico de turbulência de Baldwin e Lomax (1978).

Utilizando a metodologia adotada por Azevedo *et al.* (1997), o tratamento de superfícies de sustentação geometricamente complexas é resolvido através da implementação da técnica de malhas de blocos múltiplos, desta vez em um contexto tridimensional. O domínio de cálculo é subdividido em regiões geometricamente mais simples facilitando a geração de malhas e, desta forma, consegue-se generalizar sua aplicação.

As equações representativas do escoamento não estacionário são integradas simultaneamente, no domínio do tempo, com as equações que regem o movimento da estrutura. O problema estrutural é resolvido através de análise modal (AZEVEDO, 1988). Por fim, deve-se mencionar que este trabalho não visa resolver um problema específico. Tem-se na verdade a atenção voltada para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que dê suporte ao tratamento de problemas aeroelásticos de interesse prático. Dentro deste enfoque, a metodologia supracitada foi validada através de comparações com soluções experimentais e ou numéricas de escoamentos em geometrias conhecidas na literatura.

1.5 Escopo do Trabalho

O capítulo 2 apresenta a metodologia de cálculo do operador aerodinâmico. São definidas as formulações teórica e numérica. Os principais aspectos do gerador de malhas utilizado também são apresentados neste tópico.

No capítulo 3 demonstram-se os principais tipos de condições de contorno.

O capítulo 4 descreve a metodologia de cálculo do operador estrutural. Procede-se também à descrição da metodologia utilizada no tratamento de problemas fluido-estrutura.

No capítulo 5 é mostrada uma seleção representativa de resultados aerodinâmicos, estruturais e aeroelásticos.

Finalmente, são apresentados no capítulo 6 comentários referentes à aplicabilidade do presente desenvolvimento, às suas limitações e são discutidas algumas recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO AERODINÂMICA

2.1 Introdução

Na última década, progressos significativos foram obtidos no que se refere ao cálculo numérico de escoamentos aerodinâmicos de interesse prático. Soluções das equações de Euler para configurações aeronáuticas completas são, agora, facilmente encontradas na literatura aberta como, por exemplo, em Qin *et al.* (1997). Recentemente, ganhos semelhantes em eficiência no cálculo de escoamentos viscosos, com alto números de Reynolds, direcionou pesquisadores da área para o desenvolvimento de técnicas de solução de escoamentos 3-D em contornos móveis. Melhoramentos significativos em eficiência computacional estão sendo possíveis com a discretização temporal das equações de Navier-Stokes utilizando esquemas como, por exemplo, do tipo Runge-Kutta. Considerando também o grande desenvolvimento de técnicas de discretização do domínio físico utilizadas no tratamento de escoamentos em geometrias complexas, a comunidade científica encontrou o suporte necessário para a simulação de escoamentos 3-D, não estacionários, turbulentos em configurações geometricamente realísticas. Entre estas aproximações, pode-se destacar os trabalhos de Pulliam; Jameson; Farhat (1980, 1991, 1995).

Embora muitas configurações aerodinâmicas possam ser mapeadas para um domínio generalizado sob a forma de um bloco simples, tal transformação é extremamente difícil de ser realizada quando no tratamento de geometrias combinadas, como por exemplo, asa-fuselagem, motor-nacele-pilone, entre muitas outras. A aproximação utilizando-se malhas não estruturadas possibilita o tratamento destas geometrias, ou até mesmo mais complexas, com muito menor intervenção do usuário na construção da malha. Contudo, como foi observado por Mavriplis (1990), a eficiência computacional dos

códigos que utilizam tal aproximação é considerada ainda pobre em comparação aos códigos que utilizam malhas estruturadas, particularmente na simulação de escoamentos viscosos com números de Reynolds elevados.

Este capítulo descreve a metodologia adotada para o tratamento do operador aerodinâmico. O escoamento é modelado pelas equações de Navier-Stokes em 3 dimensões. A marcha no tempo do sistema de equações semi-discretizadas é feita através de um método explícito, do tipo Runge-Kutta híbrido de cinco passos (JAMESON e BAKER, 1983). Utilizou-se o modelo de Turkel e Vatsa (1994), na construção do operador de dissipação artificial. Na presente implementação é utilizado o modelo algébrico de turbulência de Baldwin e Lomax (1978). Este procedimento não acrescenta equações diferenciais no modelamento do fenômeno de turbulência. O código, em sua versão original, possibilita tanto o cálculo de escoamentos externos sobre superfícies sustentadoras como também o cálculo de escoamentos internos.

2.2 Formulação Teórica

2.2.1 Leis de Conservação

Utilizando-se uma formulação conservativa diferencial, pode-se escrever as equações de Navier-Stokes em coordenadas curvilíneas generalizadas segundo a expressão:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(F - F_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(G - G_v) = 0, \quad (2.1)$$

sendo Q o vetor de variáveis conservadas, definido por:

$$Q = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{Bmatrix}. \quad (2.2)$$

E, F, G são os vetores de fluxo convectivo definidos como:

$$E = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ \rho w U + p \xi_z \\ (e + p)U - p \xi_t \end{Bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$F = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ \rho w V + p \eta_z \\ (e + p)V - p \eta_t \end{Bmatrix}, \quad (2.4)$$

$$G = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho W \\ \rho u W + p \zeta_x \\ \rho v W + p \zeta_y \\ \rho w W + p \zeta_z \\ (e + p)W - p \zeta_t \end{Bmatrix}. \quad (2.5)$$

Os vetores de fluxo viscosos E_V , F_V e G_V são dados por:

$$E_V = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xz} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y + \xi_z \beta_z \end{Bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$F_V = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xz} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y + \eta_z \beta_z \end{Bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$G_V = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xz} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x \beta_x + \zeta_y \beta_y + \zeta_z \beta_z \end{Bmatrix}. \quad (2.8)$$

A nomenclatura utilizada nas equações supracitadas obedece o padrão empregado na literatura aberta, ou seja, ρ é a massa específica do fluido, u , v e w são as componentes cartesianas da velocidade. A variável e é a energia total por unidade de volume. A pressão, p , pode ser obtida a partir da equação de estado para gases perfeitos:

$$p = (\gamma - 1)\rho e_i = (\gamma - 1)\left[e - \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2)\right], \quad (2.9)$$

sendo e_i a energia específica interna do fluido e γ a relação entre os calores específicos.

O princípio de uso de coordenadas generalizadas é a transformação de um domínio simplesmente conexo, a geometria física, em uma geometria cúbica com espaçamento de malha constante, a geometria transformada. Todo o problema físico é resolvido neste plano transformado, evitando assim os processos de interpolação que seriam utilizados quando no estabelecimento das condições de contorno para um dado problema em estudo. As equações de conservação governantes do problema quando escritas em um contexto de coordenadas curvilíneas generalizadas utilizam o conceito de componentes contravariantes de velocidade definidas como segue:

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \\ W &= \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w. \end{aligned} \quad (2.10)$$

O sistema de coordenadas cartesianas foi definido de acordo com o caso estudo abordado. Portanto, as direções x , y e z serão definidas no momento em que o problema for discutido. Vale ressaltar que o sistema de coordenadas curvilíneas definido pelas coordenadas ξ , η e ζ é obtido através da transformação de variáveis:

$$\begin{aligned} \tau &= t, \\ \xi &= \xi(x, y, z, t), \\ \eta &= \eta(x, y, z, t), \\ \zeta &= \zeta(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (2.11)$$

O jacobiano da transformação é expresso pela equação abaixo:

$$J = \{x_{\xi}(y_{\eta}z_{\zeta} - y_{\zeta}z_{\eta}) - x_{\eta}(y_{\xi}z_{\zeta} - y_{\zeta}z_{\xi}) + x_{\zeta}(y_{\xi}z_{\eta} - y_{\eta}z_{\xi})\}^{-1}. \quad (2.12)$$

As variáveis $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z, \xi_t, \eta_t, \zeta_t$ são os termos de métrica enquanto que $x_{\xi}, y_{\xi}, z_{\xi}, x_{\eta}, y_{\eta}, z_{\eta}, x_{\zeta}, y_{\zeta}, z_{\zeta}$ são os termos de métrica inversa. Uma definição detalhada de todos os termos de métrica pode ser encontrada no trabalho publicado por Pulliam e Steger (1980). Os componentes do tensor de tensões viscosas que figura nas equações que definem os vetores de fluxo viscoso está representado abaixo por suas respectivas componentes:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) & \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \tau_{yy} &= \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \tau_{zz} &= \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2.13)$$

e

$$\begin{aligned} \beta_x &= \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w - q_x, \\ \beta_y &= \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w - q_y, \\ \beta_z &= \tau_{xz}u + \tau_{yz}v + \tau_{zz}w - q_z. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Nestas equações μ é a viscosidade laminar e o valor $-2\mu/3$ corresponde à variável λ , definida conforme a hipótese de Stokes. Todas as derivadas foram expandidas para coordenadas curvilíneas gerais utilizando-se a regra da cadeia para diferenciação parcial:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Desenvolvendo-se as equações representativas dos termos de fluxo viscoso, desprezando-se os termos de derivada cruzada, obtêm-se:

$$E_V = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)u_\xi + (\mu/3)(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi)\xi_x \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)v_\xi + (\mu/3)(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi)\xi_y \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)w_\xi + (\mu/3)(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi)\xi_z \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \left[\frac{\mu}{2}(u^2 + v^2 + w^2)_\xi + kT_\xi \right] + \frac{\mu}{3}(\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w)(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi) \end{bmatrix}$$

$$F_V = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)u_\eta + (\mu/3)(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta)\eta_x \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)v_\eta + (\mu/3)(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta)\eta_y \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)w_\eta + (\mu/3)(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta)\eta_z \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \left[\frac{\mu}{2}(u^2 + v^2 + w^2)_\eta + kT_\eta \right] + \frac{\mu}{3}(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w)(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta) \end{bmatrix}$$

$$G_V = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)u_\zeta + (\mu/3)(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_x \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)v_\zeta + (\mu/3)(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_y \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)w_\zeta + (\mu/3)(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_z \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2) \left[\frac{\mu}{2}(u^2 + v^2 + w^2)_\zeta + kT_\zeta \right] + \frac{\mu}{3}(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w)(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta) \end{bmatrix}$$

As equações supracitadas podem ser escritas na forma adimensional usando como quantidades de referência ρ_∞ para a massa específica, corda de referência L para comprimento, μ_∞ para viscosidade. A velocidade do som, a_∞ , foi definida para a adimensionalização da velocidade e $\rho_\infty a_\infty^2$ para pressão. O índice ∞ se refere a quantidades obtidas a partir das condições de escoamento livre. O sistema de equações resultante pode ser escrito como as equações (2.1)-(2.8) com a única diferença:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial E_V}{\partial \xi} + \frac{\partial F_V}{\partial \eta} + \frac{\partial G_V}{\partial \zeta} \right), \quad (2.1b)$$

sendo Re o número de Reynolds, definido como sendo $\rho_\infty u_\infty L / \mu_\infty$.

2.2.2 Leis de Conservação com Médias de Favre

Landau e Lifshitz, em 1964, definiram que o movimento de um meio contínuo se diz turbulento quando o campo de velocidades adquire o caráter aleatório em relação ao tempo. O grande desenvolvimento verificado no tratamento de escoamento de fluidos em configurações realísticas utilizando técnicas modernas de CFD provou que, no atual estágio de conhecimento, a turbulência é um fenômeno determinístico. Neste contexto, utilizando-se malhas suficientemente refinadas, as equações de Navier-Stokes são capazes de capturar completamente as várias escalas de energia associadas aos vórtices turbulentos. Do ponto de vista prático, não se está interessado no cômputo de todas as quantidades instantâneas visto que este estudo requer quantidades proibitivas de pontos na discretização espacial do domínio de cálculo. No entanto, quando as condições de contorno são permanentes, a experiência revela que há permanência das grandezas médias em relação ao tempo em um dado ponto, desde que esta medida seja avaliada em um certo intervalo de tempo Δt suficientemente grande para permitir alguma forma de média sobre as escalas de turbulência de alta frequência (WILCOX, 1994). Considerando-se que o escoamento seja turbulento estacionário, a média temporal $\bar{\bar{V}}$ do vetor velocidade $\bar{V}$ em uma dada posição $\bar{x}$, pode ser assim representada:

$$\bar{\bar{V}}(\bar{x}) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \bar{V}(\bar{x}, \tau) d\tau. \quad (2.16a)$$

Note que $\bar{\bar{V}}$ é constante na coordenada $\bar{x}$ qualquer que seja o instante inicial t_1 considerado para o início da medição do vetor velocidade. Comparando-se em todo instante $\bar{V}(\bar{x}, t)$ e $\bar{\bar{V}}(\bar{x})$, pode-se escrever:

$$\bar{V}(\bar{x}, t) = \bar{\bar{V}}(\bar{x}) + \bar{V}'(\bar{x}, t), \quad (2.17a)$$

sendo $\bar{V}'(\bar{x}, t)$ o vetor de flutuação da velocidade instantânea $\bar{V}(\bar{x}, t)$ em um dado ponto do campo de escoamento no instante t . Existem determinadas categorias de escoamentos para as quais a velocidade média varia muito lentamente com o tempo e estas variações não são de “natureza” turbulenta.

Neste contexto, as Eqs. (2.16a) e (2.17a) devem ser modificadas para acomodar tais aplicações:

$$\bar{\bar{V}}(\bar{x}, t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \bar{V}(\bar{x}, \tau) d\tau \quad e \quad (2.16b)$$

$$\bar{V}(\bar{x}, t) = \bar{\bar{V}}(\bar{x}, t) + \bar{V}'(\bar{x}, t). \quad (2.17b)$$

Para o caso supracitado, Δt é suficientemente pequeno quando comparado à escala de tempo para permitir apenas variações nas quantidades do escoamento médio (WILCOX, 1994). Convém ressaltar que todas as grandezas físicas relacionadas à velocidade em uma dada coordenada e em cada instante admitem os valores médios definidos por relações como (2.16b) e (2.17b).

Com base nestes conceitos, é possível reescrever as equações de Navier-Stokes em termos de grandezas médias. Observa-se também que utilizando-se uma média ponderada pela massa, conhecidas como médias de Favre, o formato final das equações obtidas será praticamente o mesmo que o das equações originais, equações (2.1)–(2.8), a menos de alguns termos “novos”. Estes seriam os termos de tensão, termos de fluxo de calor e termos de dissipação de Reynolds. *A priori* estes termos são desconhecidos. Aí reside a questão do “fechamento da turbulência”, largamente discutido na literatura (WILCOX, 1994). A metodologia adotada por este trabalho é uma abordagem simples e bastante utilizada em aplicações práticas. Trata-se do conceito de viscosidade efetiva de Boussinesq. Por este conceito, os efeitos dos termos de tensão de Reynolds podem ser modelados como o produto entre um coeficiente de viscosidade turbulenta e a razão de deformação do campo médio de velocidade. Em outras palavras, o efeito destes termos pode ser embutido nas equações médias assumindo que o coeficiente de viscosidade μ que aparece na definição dos termos do tensor de tensões viscosas τ_{ij} , possa ser escrito como:

$$\mu = \mu_l + \mu_t, \quad (2.18)$$



sendo μ_l o coeficiente de viscosidade molecular, geralmente referenciado como coeficiente de viscosidade laminar, e μ_t o chamado coeficiente de viscosidade de vórtice ou coeficiente de viscosidade turbulenta. Analogamente, para o coeficiente de condutividade térmica tem-se:

$$k = k_l + k_t = \frac{C_p \cdot \mu_l}{Pr} + \frac{C_p \cdot \mu_t}{Pr_t}, \quad (2.19)$$

sendo Pr o número de Prandtl e Pr_t o número de Prandtl turbulento. Logo, as perturbações sofridas pelas variáveis conservadas no campo de escoamento devido ao fenômeno de turbulência são modeladas simplesmente através do cálculo de μ_t . Deve-se ressaltar que o formato final das equações de conservação obtidas a partir do processo de média é exatamente o mesmo que o formato das equações (2.1b)-(2.8).

2.3 Formulação Numérica

2.3.1 Discretização Espacial

Todas as derivadas espaciais são aproximadas por esquemas de diferenças centradas de 2ª ordem e, neste desenvolvimento, serão representadas pelo operador de diferenças δ . Por exemplo, para o caso da derivada do vetor de fluxo convectivo E em relação à direção ξ , tem-se:

$$(E_\xi)_{i,j,k} = (\delta_\xi E)_{i,j,k} + O(\Delta \xi^2) = \frac{E_{i+1,j,k} - E_{i-1,j,k}}{2\Delta \xi} + O(\Delta \xi^2). \quad (2.20)$$

Os vetores de fluxo viscoso são avaliados utilizando-se esquemas de diferenças centrais de ponto meio, denotados aqui pelo operador de diferenças $\bar{\delta}$. É interessante observar que o uso de operadores de ponto meio possibilita, na avaliação das derivadas, o uso de apenas três pontos em cada uma das três direções coordenadas. Por exemplo, no cálculo de $(E_v)_\xi$, o termo $(\xi_x^2 \mu_\xi)_\xi$ é discretizado conforme segue:

$$(\xi_x^2 \mu u_\xi)_\xi = \bar{\delta}(\xi_x^2 \mu u_\xi) + O(\Delta \xi^2) = \frac{(\xi_x^2 \mu u_\xi)_{i+1/2,j,k} - (\xi_x^2 \mu u_\xi)_{i-1/2,j,k}}{\Delta \xi} + O(\Delta \xi^2),$$

o qual pode ser aproximado:

$$\begin{aligned} (\xi_x^2 \mu u_\xi)_\xi &\approx \frac{(\xi_x^2 \mu)_{i+1/2,j,k} \frac{u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k}}{\Delta \xi} - (\xi_x^2 \mu)_{i-1/2,j,k} \frac{u_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}}{\Delta \xi}}{\Delta \xi} \\ &= \frac{\frac{(\xi_x^2 \mu)_{i,j,k} + (\xi_x^2 \mu)_{i+1,j,k}}{2} \left(\frac{u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k}}{\Delta \xi} \right) - \frac{(\xi_x^2 \mu)_{i,j,k} + (\xi_x^2 \mu)_{i-1,j,k}}{2} \left(\frac{u_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}}{\Delta \xi} \right)}{\Delta \xi} \\ &= \frac{\left\{ \left[(\xi_x^2 \mu)_{i,j,k} + (\xi_x^2 \mu)_{i+1,j,k} \right] (u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k}) - \left[(\xi_x^2 \mu)_{i,j,k} + (\xi_x^2 \mu)_{i-1,j,k} \right] (u_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}) \right\}}{2\Delta \xi^2} \end{aligned}$$

Dentro deste enfoque, pode-se escrever o lado direito das equações de Navier-Stokes, Eq. (2.1b), de acordo com a expressão:

$$\frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial \tau} = -RHS_{i,j,k} = -(\bar{\delta}_\xi E + \bar{\delta}_\eta F + \bar{\delta}_\zeta G) + \frac{1}{Re} (\bar{\delta}_\xi E_V + \bar{\delta}_\eta F_V + \bar{\delta}_\zeta G_V). \quad (2.22)$$

2.3.2 Discretização Temporal

Uma importante família de técnicas de integração temporal são os chamados métodos de Runge-Kutta. Apresentam alta ordem de precisão, podem ser explícitos ou implícitos, e são não lineares. A idéia básica dos métodos de Runge-Kutta é avaliar o lado direito do sistema de equações diferenciais, utilizando para tanto valores do vetor Q no intervalo entre $n\Delta t$ e $(n+1)\Delta t$, e combiná-los a fim de se obter uma aproximação de ordem mais elevada para Q^{n+1} . Os índices n e $(n+1)$ estão associados às propriedades no

começo e no final do n-ésimo passo no tempo. A possibilidade da inclusão de estágios intermediários permite o controle das características de estabilidade, precisão e custo computacional do método (HIRSCH, 1990).

No presente trabalho utilizou-se para a marcha temporal o método explícito de Runge-Kutta de cinco estágios e segunda ordem de precisão (JAMESON e BAKER, 1983). A integração temporal do sistema de equações de Navier-Stokes é escrita como:

$$\begin{aligned} Q_{i,j,k}^{(0)} &= Q_{i,j,k}^n \\ Q_{i,j,k}^{(l)} &= Q_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_l \cdot \Delta t_{i,j,k} \cdot \text{RHS}_{i,j,k}^{(l-1)}, \quad l = 1, 2, \dots, 5 \\ Q_{i,j,k}^{n+1} &= Q_{i,j,k}^{(5)} \end{aligned} \quad (2.23)$$

De acordo com Mavriplis (1990), os coeficientes α_l assumem os seguintes valores:

$$\alpha_1 = \frac{1}{4}, \alpha_2 = \frac{1}{6}, \alpha_3 = \frac{3}{8}, \alpha_4 = \frac{1}{2} \text{ e } \alpha_5 = 1. \quad (2.24)$$

$\Delta t_{i,j,k}$ representa o passo no tempo na coordenada i,j,k . Para o cálculo de soluções de estado estacionário, utilizou-se a técnica de passo no tempo variável. Esta técnica permite acelerar o processo de convergência visto que o número de Courant, CFL, é mantido constante em todo o campo, enquanto que $\Delta t_{i,j,k}$ é permitido variar em todo domínio. A relação entre estas duas quantidades está descrita abaixo:

$$\text{CFL} = \frac{c_{i,j,k} \Delta t_{i,j,k}}{\Delta s_{i,j,k}}. \quad (2.25)$$

A variável $c_{i,j,k}$ representa a velocidade característica de propagação de informação. Ela é definida em função do maior autovalor possível das matrizes jacobianas associadas às equações de Euler, ou seja:

$$c_{i,j,k} = \text{MAX} \left(|U| + a \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}, |V| + a \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}, |W| + a \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2} \right)_{i,j,k}, \quad (2.26)$$

Conforme citado anteriormente, as simulações estão sendo realizadas em um contexto de coordenadas curvilíneas gerais e, assim sendo, deve-se ressaltar

que $\Delta s = \Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta =$ valor arbitrário, por exemplo, um (1). Logo, de acordo com a Eq.(2.25), o passo no tempo local pode ser calculado como segue:

$$\Delta t_{i,j,k} = \frac{CFL}{c_{i,j,k}}. \quad (2.27)$$

Demonstra-se através de uma análise de estabilidade linear que o valor máximo do número de Courant para o método supracitado é $2\sqrt{2}$ (JAMESON e BAKER, 1983).

2.3.3 Dissipação Artificial

No processo de discretização espacial, as derivadas foram aproximadas por um esquema de diferenças centradas. Dois aspectos devem ser ressaltados quanto ao uso de diferenças centradas. É fato bem conhecido que esquemas centrados, diferentemente de esquemas *upwind*, não possuem mecanismos intrínsecos de dissipação. Assim sendo, mesmo inicializando o campo de escoamento com funções que apresentam gradientes suaves, a metodologia adotada na discretização das derivadas primeiras tem como consequência direta o desacoplamento par-ímpar nos pontos de malha, o que torna instável a solução (PULLIAN, 1986). Outro aspecto de interesse são os efeitos não lineares decorrentes da presença de descontinuidades, tais como ondas de choque. De um ponto de vista da análise de Fourier, seria necessária a resolução de um número infinito de modos para representar uma onda de choque. A disparidade entre o modelo físico e sua representação discreta exige que um modelo de dissipação artificial “dissipe” os modos não computados. Neste contexto, é necessária a implementação de termos “artificiais” de dissipação no método de integração a fim de garantir a estabilidade numérica e facilitar o processo de convergência (SILVA, 1991).

Neste trabalho foi implementado o modelo de Turkel e Vatsa (1994), reinterpretado em um contexto de diferenças finitas, na construção do operador de dissipação artificial. O operador dissipativo é construído

modificando-se os fluxos convectivos. Por exemplo, a derivada do vetor de fluxo convectivo E na direção ξ é calculada de acordo com a expressão:

$$E_{i\pm 1/2,j,k} = \frac{E_{i,j,k} + E_{i\pm 1,j,k}}{2} - J_{i\pm 1/2,j,k}^{-1} d_{i\pm 1/2,j,k}, \quad (2.28)$$

sendo $J_{i\pm 1/2,j,k} = \frac{J_{i,j,k} + J_{i\pm 1,j,k}}{2}$. O termo $d_{i\pm 1/2,j,k}$ representa o termo dissipativo artificial na direção ξ . De forma análoga, pode-se calcular $d_{i,j\pm 1/2,k}$ e $d_{i,j,k\pm 1/2}$, quais sejam, termos de dissipação artificial nas direções η e ζ , respectivamente. O modelo de dissipação artificial é escalar e não linear. Os termos dissipativos artificiais são funções dos raios espectrais das matrizes jacobianas de fluxo. Na direção ξ estes termos são escritos conforme segue:

$$d_{i\pm 1/2,j,k} = \lambda_{i\pm 1/2,j,k} [\varepsilon_{i\pm 1/2,j,k}^{(2)} (W_{i+1,j,k} - W_{i,j,k}) - \varepsilon_{i\pm 1/2,j,k}^{(4)} (W_{i+2,j,k} - 3W_{i+1,j,k} + 3W_{i,j,k} - W_{i-1,j,k})]. \quad (2.29)$$

Na expressão acima, os coeficientes $\varepsilon^{(2)}$ e $\varepsilon^{(4)}$ são escritos como função de v_i :

$$v_i = \frac{|p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}|}{p_{i+1,j,k} + 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}}, \quad (2.30)$$

com $\varepsilon_{i\pm 1/2,j,k}^{(2)} = k^{(2)} \text{MAX}(v_{i+1}, v_i)$ e $\varepsilon_{i\pm 1/2,j,k}^{(4)} = \text{MAX}\{0, [k^{(4)} - \varepsilon_{i\pm 1/2,j,k}^{(2)}]\}$.

Observe que $k^{(2)}$ e $k^{(4)}$ são constantes. De acordo com Turkel e Vatsa (1994), $k^{(2)}$ e $k^{(4)}$ devem assumir os valores $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{64}$, respectivamente. O modelo descrito pela Eq.(2.30) garante segunda ordem de precisão em regiões suaves do escoamento e primeira ordem de precisão em regiões com elevado gradiente de pressão como, por exemplo, nas proximidades de ondas de choque. O chaveamento, ou seja, a transição de um operador para outro é feita através do “sensor de pressão”, representado pelo termo v_i . A variável W é calculada em função do vetor de variáveis conservadas Q :

$$W = Q + [0, 0, 0, 0, p]^T. \quad (2.31)$$

O termo $\lambda_{i+1/2,j,k}$ é o fator de escalonamento associado com a direção ξ . Este fator foi definido de acordo com a expressão:

$$\lambda_{i+1/2,j,k} = \frac{[(\bar{\lambda}_\xi)_{i,j,k} + (\bar{\lambda}_\xi)_{i+1,j,k}]}{2}. \quad (2.32)$$

A variável $\bar{\lambda}_\xi$ é calculada como função dos raios espectrais das matrizes jacobianas de fluxo nas três direções, ou seja:

$$(\bar{\lambda}_\xi) = (\lambda_\xi) \left[1 + \left(\frac{\lambda_\eta}{\lambda_\xi} \right)^{0.5} + \left(\frac{\lambda_\zeta}{\lambda_\xi} \right)^{0.5} \right]. \quad (2.33)$$

É interessante observar que a expressão acima considera a influência dos raios espectrais das matrizes jacobianas de fluxo nas três direções e, no cômputo final, $\bar{\lambda}_\xi$ é ponderado por λ_ξ o que confere ao modelo a característica de ser não isotrópico. Os raios espectrais para as direções ξ, η e ζ são, respectivamente:

$$\begin{aligned} \lambda_\xi &= |U| + a\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \\ \lambda_\eta &= |V| + a\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \lambda_\zeta &= |W| + a\sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Expressões similares podem ser obtidas para o cálculo dos termos de dissipação artificial nas direções η e ζ .

Com base nestes conceitos, o lado direito das equações de conservação é construído de acordo com a expressão:

$$\begin{aligned} \text{RHS}_{i,j,k} &= \frac{1}{\Delta\xi} (E_{i+1/2,j,k} - E_{i-1/2,j,k}) + \frac{1}{\Delta\eta} (F_{i,j+1/2,k} - F_{i,j-1/2,k}) + \frac{1}{\Delta\zeta} (G_{i,j,k+1/2} - G_{i,j,k-1/2}) \\ &\quad - \frac{1}{\text{Re}} (\bar{\delta}_\xi E_V + \bar{\delta}_\eta F_V + \bar{\delta}_\zeta G_V). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Note que, desta feita, os vetores de fluxo convectivo são representados por equações semelhantes à equação (2.28).

2.3.4 Modelo de Turbulência

Como discutido anteriormente, o fenômeno de turbulência não é calculado mas seus efeitos são representados através da utilização de um modelo de turbulência. Este trabalho faz uso do modelo Baldwin e Lomax (1978). Este modelo utiliza a hipótese de Boussinesq, na qual o coeficiente de viscosidade turbulenta, μ_t , juntamente com o coeficiente de viscosidade molecular, μ , formam o chamado coeficiente de viscosidade efetiva, $\mu = \mu_t + \mu$. O modelo é implementado na sua forma convencional (BALDWIN e LOMAX, 1978). Para o caso de camadas de cisalhamento nas paredes tem-se:

$$\mu_t = \begin{cases} (\mu_t)_{inner}, \eta \leq \eta_{crossover} \\ (\mu_t)_{outer}, \eta > \eta_{crossover} \end{cases}, \quad (2.36)$$

sendo que η é a distância normal à parede, definida ao longo de uma linha ξ constante, e $\eta_{crossover}$ é o menor valor de η no qual os valores de $(\mu_t)_{inner}$ e $(\mu_t)_{outer}$ são iguais.

A formulação de Prandtl-Van Driest é utilizada para calcular $(\mu_t)_{inner}$:

$$(\mu_t)_{inner} = \rho L^2 |\omega|. \quad (2.37)$$

A escala de comprimento L é definida por:

$$L = k\eta \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta^+}{A^+}\right) \right], \quad (2.38)$$

de forma que $\eta^+ = \eta \sqrt{\rho_w \tau_w} / \mu_w$, $k = 0.4$ e $A^+ = 26$. A escala de velocidades é dada por $L |\omega|$, sendo $|\omega|$ a magnitude do vetor vorticidade local e

$$\begin{aligned} \omega^2 = & \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) \right]^2 \\ & + \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \right]^2 \\ & + \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Para calcular $(\mu_t)_{outer}$, utiliza-se uma formulação semelhante à de Clauser, a qual é descrita pela relação:

$$(\mu_t)_{outer} = KC_{\varphi} F_{wake} F_{Kleb}(\eta). \quad (2.40)$$

As variáveis e parâmetros utilizados nesta definição estão relacionadas abaixo:

► $F_{wake} = \text{MIN}(\eta_{\max} F_{\max}, C_{wk} \eta_{\max} U_{dif}^2 / F_{\max})$. Neste cálculo $F_{\max}$ é o valor máximo da função $F(\eta) = \eta \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta^+}{A^+}\right) \right]$, e $\eta_{\max}$ é o valor de η onde ocorre esse máximo.

► U_{dif} é a diferença entre a velocidade total máxima e mínima ao longo da coordenada η , ou seja: $U_{dif}^2 = (u^2 + v^2 + w^2)_{\max} - (u^2 + v^2 + w^2)_{\min}$. Digno de nota, na presença de uma camada limite a velocidade mínima é, obviamente, zero.

► Fator de intermitência de Klebanoff:

$$F_{Kleb}(\eta) = \left[1 + 5,5 \left(\frac{C_{Kleb} \eta}{\eta_{\max}} \right)^6 \right]^{-1}. \quad (2.41)$$

Os parâmetros que aparecem na formulação possuem os seguintes valores:

$$C_{\varphi} = 1,6,$$

$$K = 0,0168, C_{wk} = 0,25 \text{ e } C_{Kleb} = 0,3.$$

2.3.5 Algoritmo Multibloco

A representação de uma geometria complexa usando um único sistema de coordenadas foi o principal fator para a difusão e o desenvolvimento de coordenadas curvilíneas generalizadas. Mas, apesar da grande variedade de configurações que se pode discretizar usando o conceito de coordenadas generalizadas, existem aquelas em que não se consegue um mapeamento adequado para o tratamento de contornos como, por exemplo, bifurcações

(VASCONCELLOS, 1993). Existem também configurações que embora possam ser mapeadas em um contexto de bloco único não fornecem o detalhamento necessário para a obtenção de soluções realísticas. Como exemplo, pode-se citar: configurações asa-fuselagem, motor-nacele-pilone, paraquedas-carga útil, etc. A alternativa para este tipo de problema é a subdivisão do domínio de cálculo em tantos subdomínios quantos forem necessários. Cada subdomínio também utiliza o conceito de coordenadas generalizadas. Com a aplicação conjunta destas duas ferramentas, coordenadas generalizadas e capacidade multibloco, a geometria passa a não ser mais um limitante na solução de problemas onde métodos de diferenças finitas baseados em malhas estruturadas são aplicados.

Existem formas distintas de se aplicar a metodologia multiblocos. A primeira delas consiste em subdividir o domínio de cálculo em blocos computacionais justapostos, ou seja, a interface entre dois ou mais blocos é construída de forma que o contorno de cada bloco esteja justaposto aos demais. Esta disposição é conhecida na literatura como malhas multibloco justapostas ou *patched* (BADCOCK *et al.*, 2000). Outra metodologia de se discretizar o domínio de cálculo é através da sobreposição de subdomínios. Este procedimento é conhecido como técnica *Chimera*, como pode ser visto em Benek *et al.* (1985), por exemplo.

Neste trabalho foram utilizadas duas metodologias para se promover a interface entre os blocos computacionais, são elas: justaposta e sobreposta. A metodologia de malhas justapostas foi implementada em seu contexto original. A implementação de malhas sobrepostas constitui uma simplificação do procedimento *Chimera*. Maiores detalhes serão apresentados no capítulo 3 deste trabalho. O código foi desenvolvido de tal forma que todos os blocos computacionais, definidos de acordo com a geometria do domínio de cálculo, sejam tratados independentemente. Todos os blocos são capazes de reconhecer internamente os tipos de condições de contorno em cada uma de suas 6 faces.

Essencialmente o algoritmo consiste nos seguintes passos (AZEVEDO *et al.*, 1997):

- 1- Atribuir valores iniciais para todas as variáveis conservadas em cada um dos subdomínios.
- 2- Atualizar as condições de contorno em todos os blocos.
- 3- Aplicar o método de marcha no tempo citado anteriormente apenas para os pontos interiores destes blocos.
- 4- Imediatamente após o cálculo das propriedades conservadas nos pontos interiores de um dado bloco procede-se a atualização das condições de contorno deste bloco.
- 5- Retornar ao passo 3.

Foram adotados dois critérios para a definição da convergência do algoritmo. O primeiro baseia-se no quociente entre o resíduo obtido da equação de conservação de massa e a massa específica em todos os pontos interiores dos respectivos blocos. Quando o maior resultado desta operação, obtido entre todos os pontos dos vários subdomínios, cair quatro ordens de grandeza com relação ao valor encontrado na primeira iteração, o primeiro critério terá sido satisfeito. O segundo critério é o que garante que as variáveis conservadas não variem nas fronteiras que ligam um subdomínio ao outro. Se em duas iterações sucessivas estas grandezas variarem menos que 0,01%, será considerado que este critério de convergência foi satisfeito. O processo iterativo só é considerado convergido quando ambos os critérios de convergência forem satisfeitos.

Deve ser enfatizado que o acoplamento geométrico do problema é feito através das malhas. Já, o acoplamento físico, é realizado de forma iterativa, usando a solução de um subdomínio para o cálculo das condições de contorno do(s) outro(s) subdomínio(s).

Algumas aplicações da metodologia de malhas de blocos múltiplos desenvolvidas pelo grupo de trabalho do IAE podem ser encontradas nas referências Azevedo; Leal da Silva (1997, 2000), entre outras. Uma notável revisão dos esforços voltados para a compreensão e validação desta técnica é encontrada em Badcock *et al.* (2000).

2.3.6 Algoritmo de Malha Dinâmica

As malhas utilizadas no presente trabalho foram geradas através de métodos algébricos. A técnica de geração de malhas de superfícies múltiplas, descrita em Fletcher (1988), foi adaptada em um contexto multibloco. O gerador desenvolvido permite o uso de funções de estiramento 1-D do tipo tangente hiperbólica para cada uma das três direções espaciais. Considere, por exemplo, a aplicação de uma destas funções de distribuição sobre um segmento de reta $\overrightarrow{AB}$. Definindo-se como variável independente η , tem-se (FLETCHER, 1988):

$$S = \bar{P}\eta^* + (1 - \bar{P}) \left\{ 1 - \frac{\tanh[\bar{Q}(1 - \eta^*)]}{\tanh \bar{Q}} \right\}, \quad (2.42)$$

sendo S a função de distribuição, η^* a variável normalizada, $\eta^* = \frac{\eta - \eta_B}{\eta_B - \eta_A}$, e

os termos $\bar{P}$ e $\bar{Q}$ são os parâmetros que proporcionam ao usuário o controle na distribuição de pontos sobre o segmento. Uma vez determinado S , obtém-se as coordenadas cartesianas conforme segue:

$$\frac{x - x_B}{x_B - x_A} = f(S), \quad \frac{y - y_B}{y_B - y_A} = g(S) \quad \text{e} \quad \frac{z - z_B}{z_B - z_A} = h(S), \quad (2.43)$$

sendo $f(S)$, $g(S)$ e $h(S)$ funções de $\bar{P}$ e $\bar{Q}$, os quais, quando convenientemente escolhidos, favorecem o controle na distribuição de pontos sobre o domínio de cálculo em estudo.

É importante ressaltar que o objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma ferramenta para análise aeroelástica e, dentro deste enfoque, é de se esperar que a superfície de sustentação sofra deformações no decorrer da solução. Obviamente será necessário movimentar as malhas de cálculo a fim de levar em consideração estas deformações. Existem várias formas de se abordar este problema. Alguns autores efetuam o movimento da malha como se a mesma fosse rígida, (ROBINSON *et al.*, 1991); outros, como por exemplo Azevedo (1988), efetuam a geração de uma nova malha a cada passo da integração temporal. Um método alternativo bastante interessante foi o proposto por Batina (1989). Originalmente foi desenvolvido para ser aplicado em um contexto de malhas não estruturadas. Cada célula é modelada por uma mola cuja rigidez é inversamente proporcional ao seu comprimento. Considerando-se a situação em que a fronteira externa é mantida fixa e a superfície de sustentação é deixada livre para se movimentar, a nova posição dos pontos interiores é obtida através de métodos iterativos.

Na presente aproximação foi utilizada a metodologia desenvolvida por Batina (1989), em um contexto de diferenças finitas, na simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa e o procedimento adotado por Azevedo (1988) na simulação de *flutter* de painéis. Neste último, a malha em cada bloco é regerada a cada passo no tempo. A fim de tornar o algoritmo mais eficiente, em termos de tempo de execução, foi escolhido um gerador algébrico devido à sua simplicidade e rapidez.

CAPÍTULO 3

CONDIÇÕES DE CONTORNO

3.1 Generalidades

Uma vez estabelecidas as equações que governam o fenômeno em estudo se faz necessário o estabelecimento das condições de contorno. A situação mais natural desenvolvida no estudo de equações diferenciais parciais de ordem “r” com “n” variáveis independentes, s_i , e “m” variáveis dependentes, q_i , é a construção da solução do problema quando se conhece:

► o valor de cada variável dependente sobre uma variedade “n-1” dimensional determinada, por exemplo, por uma equação, tal qual:

$$f(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) = 0. \quad (3.1)$$

Esta condição é conhecida como condição de contorno de Dirichlet.

► o valor das “r-1” derivadas normais de cada variável q_i sobre a mesma variedade. Trata-se da condição de contorno de Newmann.

O sistema de equações de Navier Stokes, escrito em um sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas, apresenta $r = 2$, $n = 4$ (τ, ξ, η e ς) e $m = 5$ (ρ, p_u, p_v, p_w, e). Neste contexto, as funções $f(s)$ serão especificadas, de forma discreta, como sendo os contornos definidos pelas malhas representativas do domínio de cálculo (WHITHAM, 1974). No caso de se estabelecerem condições de contorno que envolvam derivadas, serão utilizadas apenas as derivadas de primeira ordem das variáveis dependentes supracitadas. Dentro deste enfoque, os itens a seguir descrevem todas as condições de contorno implementadas no presente trabalho.

3.2 Parede: Formulação Não Viscosa

A condição de contorno de parede Euler estabelece que a componente contravariante de velocidade normal à parede seja zero. Esta imposição garante a condição de tangência. As componentes cartesianas de velocidade são calculadas como função das componentes contravariantes de velocidade por intermédio da equação (3.2), (PULLIAM e STEGER, 1980).

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} (\eta_y \zeta_z - \eta_z \zeta_y) & -(\xi_y \zeta_z - \xi_z \zeta_y) & (\xi_y \eta_z - \xi_z \eta_y) \\ -(\eta_x \zeta_z - \eta_z \zeta_x) & (\xi_x \zeta_z - \xi_z \zeta_x) & -(\xi_x \eta_z - \xi_z \eta_x) \\ (\eta_x \zeta_y - \eta_y \zeta_x) & -(\xi_x \zeta_y - \xi_y \zeta_x) & (\xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U - \xi_t \\ V - \eta_t \\ W - \zeta_t \end{Bmatrix}. \quad (3.2)$$

Para escoamentos não viscosos adota-se $W = 0$, sendo W a componente contravariante de velocidade normal à parede. As componentes contravariantes U e V são obtidas a partir da extrapolação linear das propriedades verificadas nos pontos interiores adjacentes. Este procedimento também é adotado no cálculo da pressão e temperatura na parede (HIRSCH, 1990), ou seja:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (3.3)$$

sendo n a variável representativa da direção normal à parede. Demonstra-se a partir das equações de quantidade de movimento que as relações (3.3) são perfeitamente adequadas quando aplicadas no tratamento de paredes planas. Não obstante, o uso das relações (3.3) no cálculo de escoamentos sobre paredes curvas é uma aproximação bastante utilizada na literatura (HIRSCH, 1990).

3.3 Parede: Formulação Viscosa

Para escoamentos viscosos também foi utilizada a equação (3.2), apenas com a diferença de que, agora, adota-se $U=V=W=0$. Pressão é calculada a partir da hipótese de que a derivada da propriedade na direção normal à superfície sólida é zero. Deve-se ressaltar que a representação matemática

desta condição é exatamente a mesma adotada no caso de parede não viscosa, no entanto, com justificativa física completamente diferente. A rigor, no que diz respeito à formulação viscosa, não existe uma razão teórica que justifique tal procedimento. Porém, tendo em vista os estudos teóricos assim como as medidas experimentais realizadas em camadas limite (SCHLICHTING, 1955), pode-se verificar que a pressão é aproximadamente constante por toda a espessura da camada limite. Deve-se ressaltar também que esta condição é imposta apenas para os pontos imediatamente adjacentes à parede o que reforça a validade da implementação da condição supracitada. Adotando-se a hipótese de “camada limite” e parede adiabática, obtém-se a densidade na parede:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0. \quad (3.4)$$

Por fim, a correta aplicação da condição de contorno de parede exige um certo cuidado na geração da malha computacional. A coordenada representativa da direção normal à parede deve conformar-se perpendicularmente à superfície do corpo de forma a ser possível a implementação mais consistente de um operador para $\frac{\partial ()}{\partial n}$.

3.4 Corte em Esteiras

Durante o procedimento de validação do código foi analisado uma variedade de casos. Em todos estes, o domínio físico foi mapeado para um domínio computacional cúbico com o corpo projetado sobre uma das faces. Este mapeamento só foi possível com a introdução de um corte nas malhas geradas, estas, simplesmente conexas.

Na figura 3.1 está representado o plano raiz de uma malha de cálculo gerada em torno de uma asa construída com o perfil NACA-0012. A figura 3.2 ilustra um exemplo de corte efetuado na região do bordo de fuga da asa. O vetor de variáveis conservadas no plano computacional representativo deste

corte foi obtido através de média aritmética simples entre as propriedades obtidas para os pontos interiores imediatamente adjacentes ao corte. Considerando-se que a superfície correspondente à parede do corpo se localiza em $k = 1$, tem-se para a região da esteira:

$$J_{i,j,1} Q_{i,j,1} = J_{i_{\max}-i+1,j,1} Q_{i_{\max}-i+1,j,1} = 0.5(Q_{i,j,2} J_{i,j,2} + Q_{i_{\max}-i+1,j,2} J_{i_{\max}-i+1,j,2}) \quad i = 1 \dots i_L \quad (3.5)$$

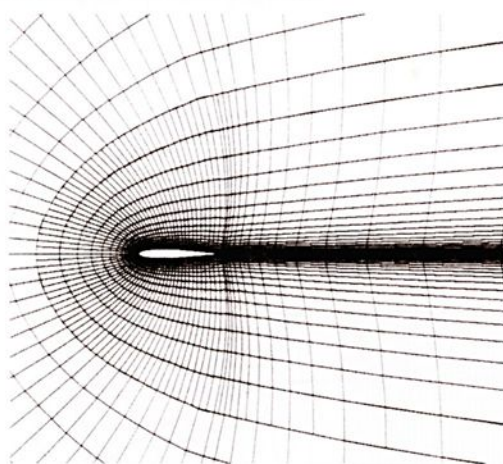


Figura 3.1 – Plano longitudinal de uma malha gerada em torno de uma asa com perfil NACA0012.

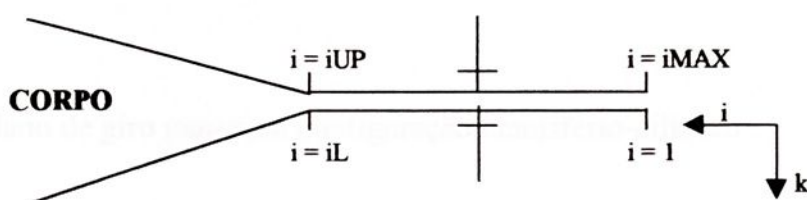


Figura 3.2 – Corte localizado no bordo de fuga da asa.

3.5 Singularidade

O estudo de escoamentos em torno de configurações tipo foguete envolve a necessidade de se estabelecer um plano de corte a fim de se mapear o domínio físico, normalmente cilíndrico ou esférico, em um domínio computacional cúbico. Em cada um destes sistemas ter-se-á uma coordenada singular. Considere, por exemplo, a malha gerada em torno de uma configuração hemisfério-cilindro obtida através da rotação do plano longitudinal ilustrado na Figura 3.3. A linha singular é equivalente à singularidade polar da esfera. Com o mapeamento, esta linha será correspondente a uma das faces do prisma computacional. A Figura 3.4 e ilustra em detalhe a localização da linha polar.

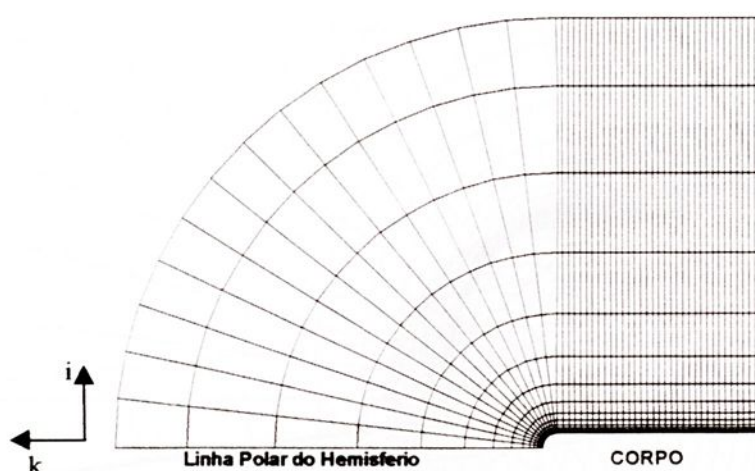
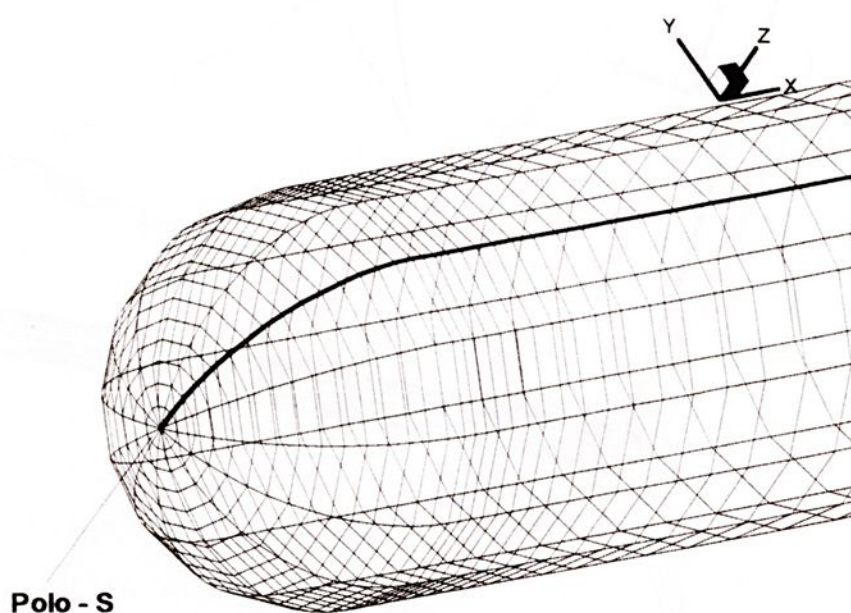
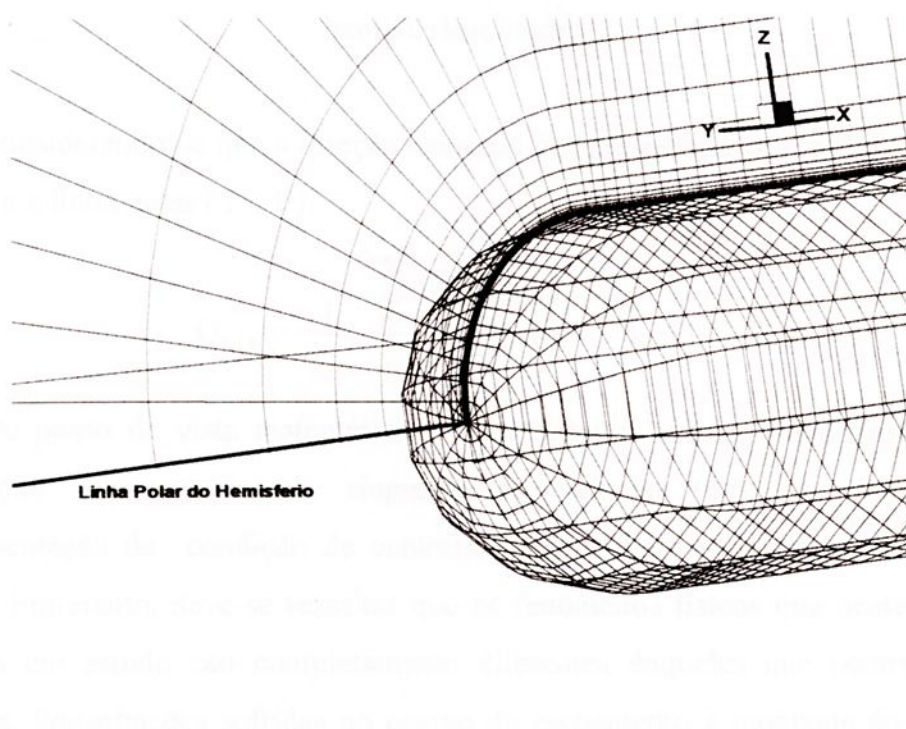


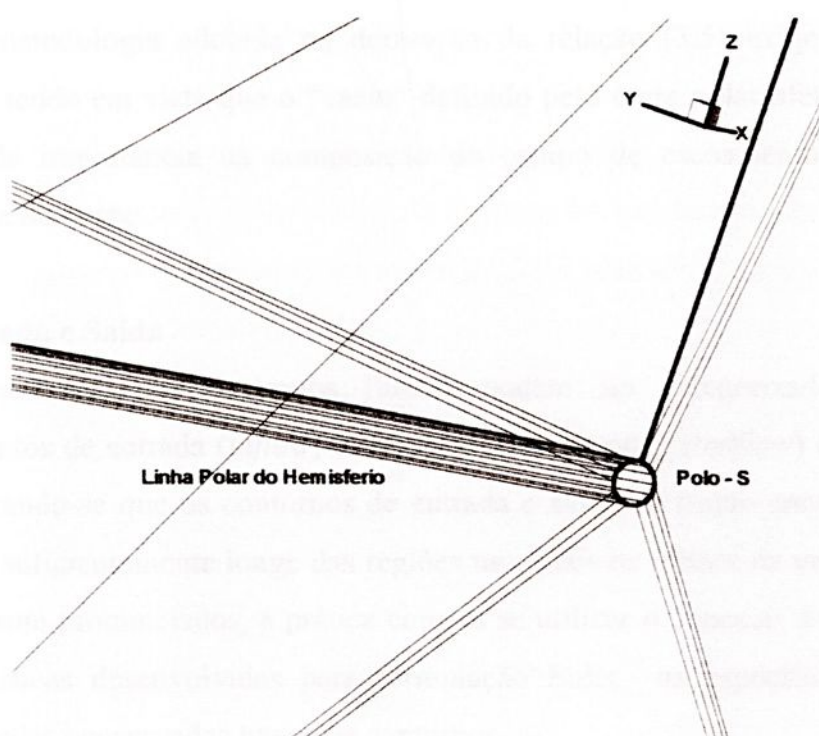
Figura 3.3 – Plano de giro para uma configuração hemisfério-cilindro .



(a) Vista parcial da localização do polo singular do hemisfério.



(b) Linha polar do hemisfério a ser mapeado.



(c) Detalhe do corte.

Figura 3.4 – Localização do corte adotado para uma configuração hemisfério-cilindro.

Considerando-se que a direção azimutal é representada pelo índice j , tem-se para a linha polar ($i = 1$):

$$Q_{1,j,k} = \frac{1}{J_{1,j,k}} \frac{\sum_{j=1}^{j_{\max}} Q_{1,j,k} J_{1,j,k}}{j_{\max}}, \quad k = 1. \dots k_{\max}. \quad (3.6)$$

Do ponto de vista matemático, a metodologia adotada na definição da condição de contorno de singularidade, relação (3.6), é idêntica à representação da condição de contorno desenvolvida para esteira, equação (3.5). Entretanto, deve-se ressaltar que os fenômenos físicos que ocorrem na região em estudo são completamente diferentes daqueles que ocorrem na esteira. Perturbações sofridas no campo de escoamento à montante do corpo certamente influenciarão as condições verificadas à jusante. Neste contexto, o

uso da metodologia adotada na derivação da relação (3.5) exige extremo cuidado, tendo em vista que o “vazio” definido pelo corte polar afeta regiões de grande importância na composição do campo de escoamento sobre a superfície do corpo.

3.6 Entrada e Saída

Escoamentos em contornos fluidos podem ser categorizados como escoamentos de entrada (*inflow*) ou escoamentos de saída (*outflow*) de fluido. Considerando-se que os contornos de entrada e saída de fluido encontram-se situados suficientemente longe das regiões nas quais os efeitos da viscosidade são bastante pronunciados, é prática comum se utilizar o conceito de relações características desenvolvidas para formulação Euler na especificação das propriedades conservadas naqueles contornos.

Os autovalores associados às matrizes jacobianas das equações de Euler 3D são calculados através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \text{Direção } \xi: & \left\{ \begin{array}{c} U \\ U \\ U \\ U + a(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} \\ U - a(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} \end{array} \right\}, \\ \text{Direção } \eta: & \left\{ \begin{array}{c} V \\ V \\ V \\ V + a(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)^{1/2} \\ V - a(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)^{1/2} \end{array} \right\}, \\ \text{Direção } \zeta: & \left\{ \begin{array}{c} W \\ W \\ W \\ W + a(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)^{1/2} \\ W - a(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)^{1/2} \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Comprova-se matematicamente que as informações relativas às perturbações que um meio fluido sofre são transmitidas para as demais regiões do domínio de cálculo ao longo das características. A direção com a qual estas informações são propagadas podem ser capturadas conhecendo-se os sinais dos autovalores das equações que modelam o movimento do meio fluido. Neste contexto, para a direção ξ , o estabelecimento das condições de contorno de entrada e saída resulta nas possibilidades ilustradas na Figura 3.5.

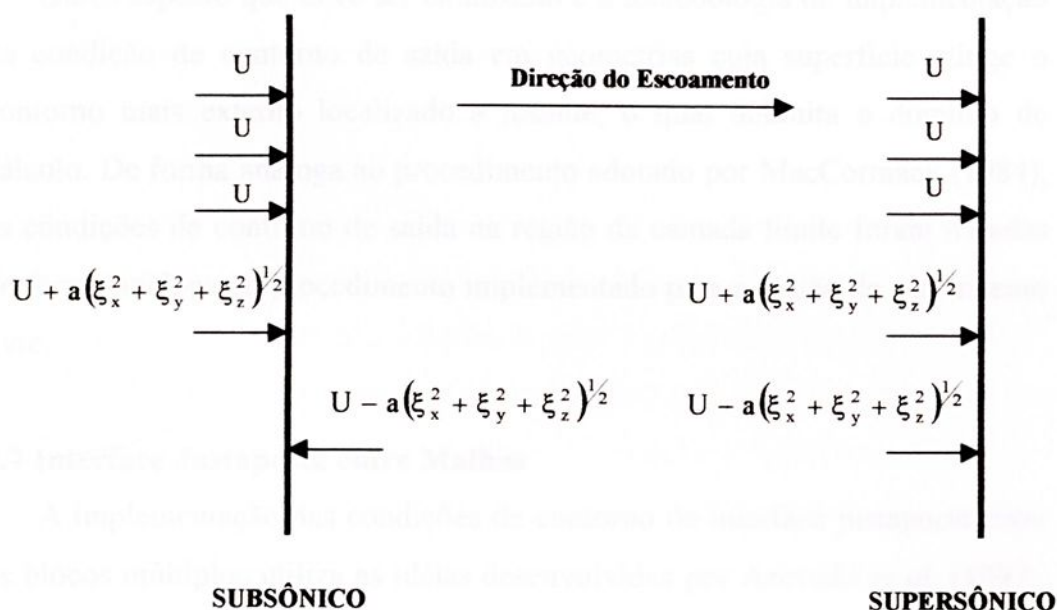


Figura 3.5 – Direções características associadas a diferentes regimes de escoamento.

Considerando, como exemplo, o caso de um escoamento subsônico de entrada, pode-se verificar a partir da Figura 3.5 que quatro características têm direções e sentidos para dentro do contorno. Essas quatro informações indicam que são necessárias especificações de quatro condições na entrada. Apenas a última característica, correspondente ao autovalor $U - a(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2}$, não

pode ser especificada e, em consequência, deverá ser obtida a partir da extrapolação das propriedades de pontos interiores. Analogamente, para o caso de escoamento supersônico de entrada, cinco características têm direções e sentidos para dentro do contorno. Logo será necessário a especificação de cinco condições na entrada. As variáveis especificadas e extrapoladas serão indicadas no momento de estudo de casos. Convém salientar que o procedimento adotado na especificação da condição de contorno de saída é implementado utilizando-se os mesmos conceitos anteriormente definidos.

Outro aspecto que deve ser enfatizado é a metodologia de implementação da condição de contorno de saída em geometrias cuja superfície atinge o contorno mais externo localizado à jusante, o qual delimita o domínio de cálculo. De forma análoga ao procedimento adotado por MacCormack (1984), as condições de contorno de saída na região da camada limite foram tratadas de forma análoga ao procedimento implementado para a região de escoamento livre.

3.7 Interface Justaposta entre Malhas

A implementação das condições de contorno de interface justaposta entre os blocos múltiplos utiliza as idéias desenvolvidas por Azevedo *et al.* (1997), desta vez implementadas em um contexto tridimensional. Neste trabalho foram consideradas duas metodologias. Na primeira, os pontos de contorno de um bloco são definidos de forma a corresponder exatamente aos pontos internos do bloco adjacente. Este arranjo permite que as condições de contorno sejam atualizadas de forma direta. A Figura 3.6 ilustra esta opção. Maiores detalhes, incluindo uma justificativa das vantagens desta abordagem, estão descritos em Azevedo *et al.* (1997).

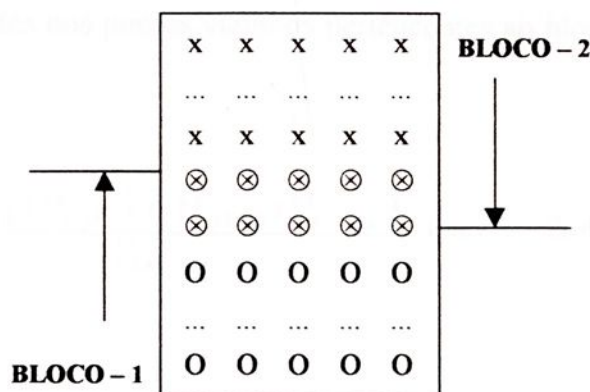


Figura 3.6 – Comunicação entre os blocos utilizando a condição de interface justaposta I

(O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, $\otimes$ – Nós Sobrepostos).

Na segunda metodologia, analogamente ao procedimento anterior, é definida uma região de sobreposição entre os blocos. No entanto, as linhas coordenadas de um bloco não coincidem com a respectiva família do bloco adjacente. Esta disposição está ilustrada na Figura 3.7. Este tipo de interface foi utilizado com a finalidade de se reduzir o número de pontos na malha de cálculo. Desta forma foi possível configurar a região localizada distante da superfície de sustentação como sendo um bloco único. Neste bloco modela-se o escoamento segundo uma formulação Euler e utiliza-se um número de pontos correspondente à metade da malha original.

O estabelecimento das condições de contorno do bloco 2 é realizado de forma direta visto que os nós localizados na superfície de contorno correspondem aos nós internos ímpares pertencentes ao bloco 1. No que diz respeito ao estabelecimento das condições de contorno do bloco 1 se faz necessário definir algum tipo de interpolação para a determinação das condições de contorno nos pontos pares. Conforme ilustra a Figura 3.8, as propriedades nos pontos pares de contorno do bloco 1, representados pelo símbolo O_{par} , podem ser obtidas através de uma média aritmética simples

entre as propriedades nos pontos vizinhos pertencentes ao bloco adjacente, x_i e x_{i+1} , ou seja:

$$Q_{i,j,k}^{b1} = \frac{0.5(Q_{i/2,j,k}^{b2} J_{i/2,j,k}^{b2} + Q_{i/2+1,j,k}^{b2} J_{i/2+1,j,k}^{b2})}{J_{i,j,k}^{b1}}, \text{ com } i = 2, 4, 6, \dots, \text{imax}-1.$$

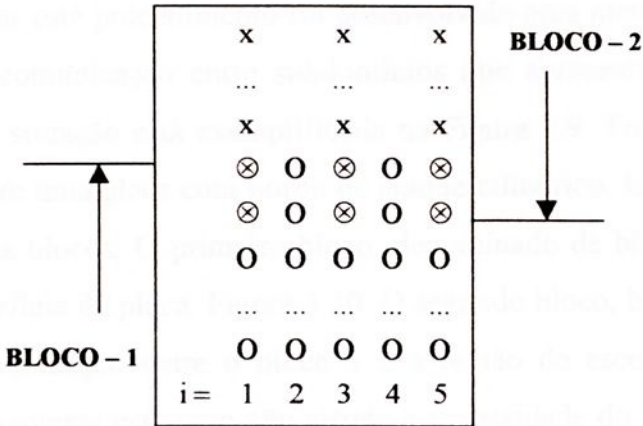


Figura 3.7 – Comunicação entre os blocos utilizando a condição de interface justaposta II

(O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, ⊗ – Nós Sobrepostos).

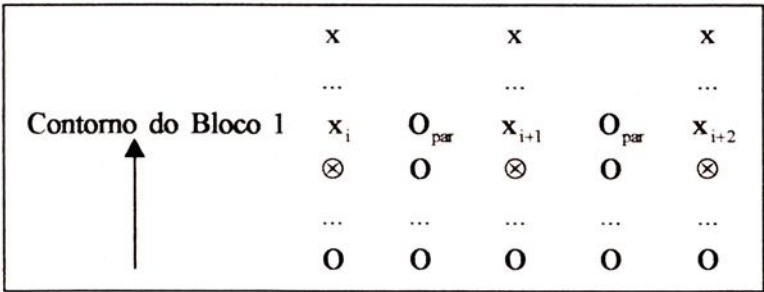


Figura 3.8 – Detalhe da região de sobreposição entre os blocos

(O – Nós do Bloco 1, x – Nós do Bloco 2, ⊗ – Nós Sobrepostos).

3.8 Interface Sobreposta entre Malhas

As condições de contorno de interface entre malhas têm como objetivo principal estabelecer a comunicação entre os vários subdomínios nos quais o domínio de cálculo foi decomposto. De acordo com a complexidade da geometria em estudo a definição do acoplamento entre os contornos geométricos, definidos para cada subdomínio, é uma tarefa trabalhosa quando se utiliza a metodologia adotada pela técnica de malhas justapostas. Com o objetivo de facilitar este procedimento foi desenvolvido uma metodologia para se estabelecer a comunicação entre subdomínios que apresentam contornos sobrepostos. Esta situação está exemplificada na Figura 3.9. Trata-se de uma malha gerada sobre uma placa com bordo de ataque cilíndrico. Este domínio é subdividido em dois blocos. O primeiro bloco, denominado de bloco “parede”, representa a superfície da placa, Figura 3.10. O segundo bloco, bloco “fluido”, estabelece a comunicação entre o bloco 1 e a região de escoamento livre, Figura 3.11. Obviamente este caso não retrata a necessidade do uso deste tipo de condição de contorno, no entanto, é um exemplo bastante interessante para se apresentar a metodologia adotada tendo em vista sua simplicidade geométrica. Pode-se observar que são blocos completamente independentes. Este tipo de abordagem oferece a vantagem de possibilitar a alteração da distribuição de pontos sobre o bloco 1 sem a correspondente alteração nos pontos do bloco 2, e vice-versa.

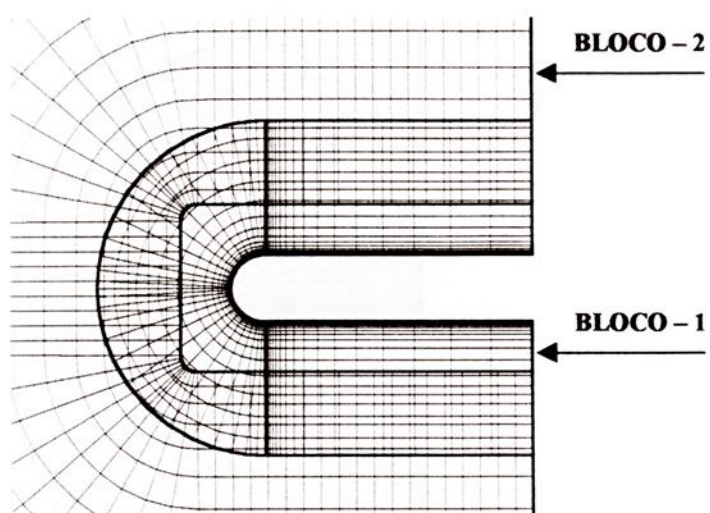


Figura 3.9 – Malha multibloco sobre uma placa com extremidade cilíndrica.

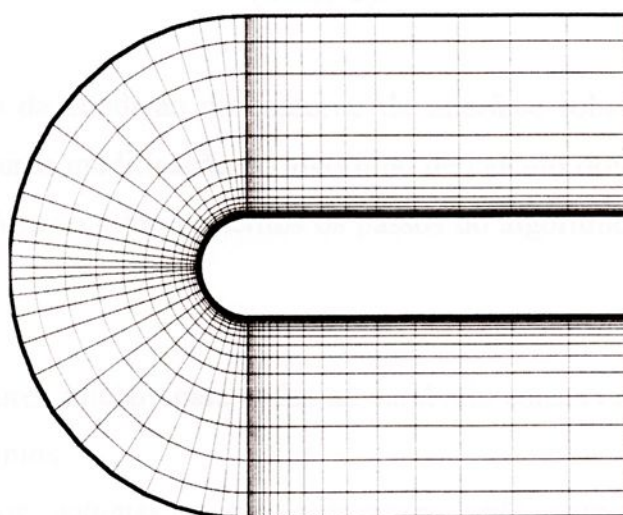


Figura 3.10 – Bloco “parede” representativo da placa,
(Bloco 1).

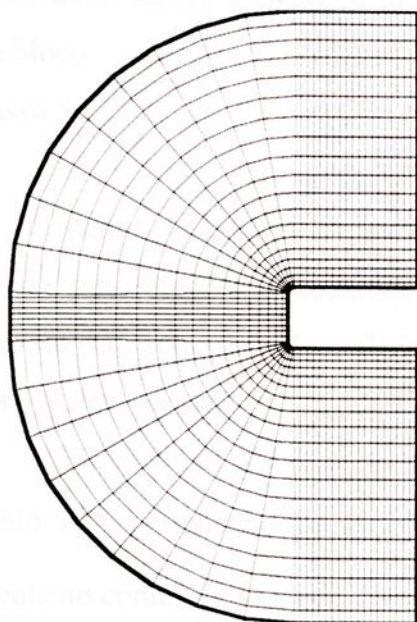


Figura 3.11 – Bloco “fluido” representativo da região de escoamento livre,
(Bloco 2).

A aplicação da condição de contorno de interface sobreposta envolve a necessidade de uma modificação no algoritmo de cálculo original apresentado no item 2.3.5. Abaixo estão reescritos os passos do algoritmo com as devidas adaptações:

- 1- Atribuir valores iniciais para todas as variáveis conservadas em cada um dos subdomínios.
- 2- *Identificar os volumes a que pertencem cada ponto dos contornos sobrepostos.*
- 3- Atualizar as condições de contorno em todos os blocos.
- 4- Aplicar o método de marcha no tempo para todos os pontos interiores destes blocos.

- 5- Imediatamente após o cálculo das propriedades conservadas nos pontos interiores de um dado bloco, procede-se à atualização das condições de contorno deste bloco.
- 6- Retornar ao passo 3.

No processo de identificação dos contornos, passo 2, foi adotada uma metodologia baseada em relações funcionais simples. Tomando-se como referência o contorno de sobreposição relativo ao bloco 1 do exemplo ilustrado na Figura 3.9, tem-se que:

► Encontrar o ponto $P_{i,k}^{b2}$, pertencente ao bloco adjacente, mais próximo do ponto P_c^{b1} pertencente ao contorno do bloco em análise.

► Definir os sinais dos quadrantes que compõem o sistema de coordenadas, construído com base no ponto $P_{i,k}^{b2}$, através dos sinais dos semiplanos definidos pelos eixos coordenados. Para esta determinação foram utilizados como “pontos teste” os nós $P_{i+1,k+1}^{b2}$, $P_{i-1,k+1}^{b2}$, $P_{i-1,k-1}^{b2}$ e $P_{i+1,k-1}^{b2}$. Esta situação está ilustrada na Figura 3.12.

► Verificar a que quadrante pertence o ponto em análise P_c^{b1} levando em consideração os sinais de suas coordenadas cartesianas no plano em estudo.

Uma vez localizado em que célula se encontra o ponto de contorno P_c^{b1} , determina-se as propriedades conservadas através de interpolação bilinear ponderada por pesos inversamente proporcionais às distâncias do ponto de contorno aos pontos vizinhos no quadrante à que pertence, ou seja:

$$Q_c^{b1} = \sum_{n=1}^4 w_n Q_n^{b2}$$

e

$$w_n = \frac{1}{\sum_{n=1}^4 \left\{ \frac{1}{\text{dis}(P_c^{b1}, P_n^{b2})} \right\}}, \quad (3.8)$$

Sendo Q_c^{b1} a propriedade conservada no ponto de contorno P_c^{b1} , Q_n^{b2} a propriedade conservada nos pontos vizinhos do ponto P_c^{b1} e $\text{dis}(P_c^{b1}, P_n^{b2})$ corresponde à distância entre P_c^{b1} e o ponto P_n^{b2} .

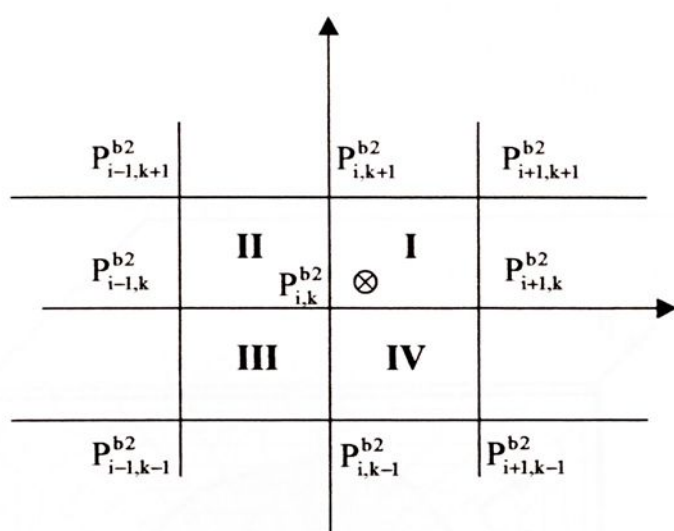
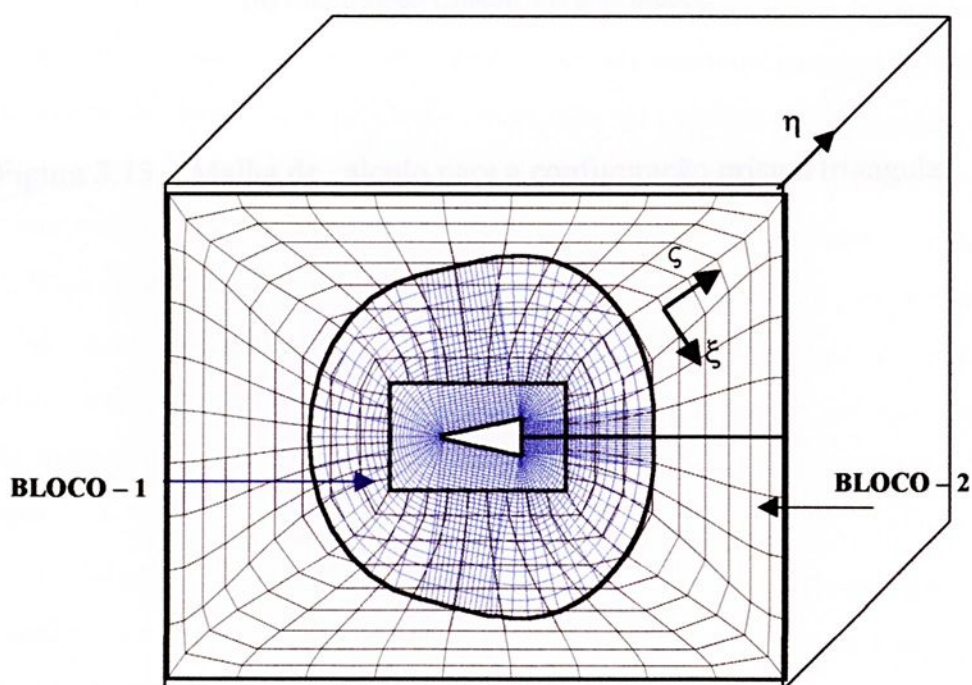


Figura 3.12 – Sistema de coordenadas gerado com referência ao ponto $P_{i,k}^{b2}$

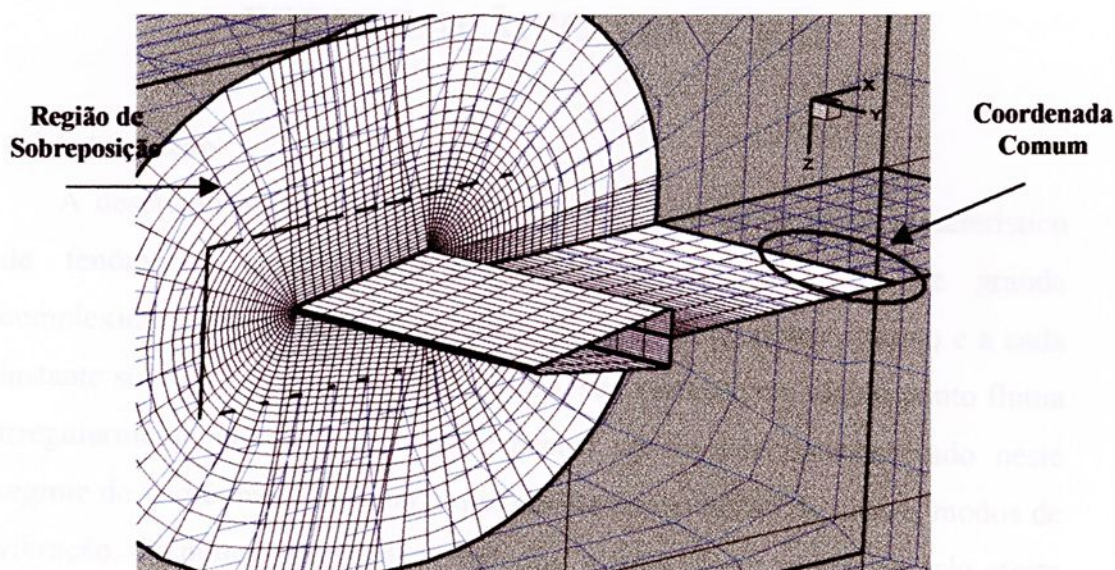
($\otimes$ – Ponto do contorno em análise: P_c^{b1} ; I, II, III, IV: quadrantes).

A descrição acima tomou como referência o contorno relativo ao bloco 1. No entanto, o mesmo procedimento é adotado para todos os contornos que envolvam sobreposição. É fundamental salientar que o processo de interpolação descrito anteriormente é bidimensional. Isto ocorre porque, em todas as condições em que malhas sobrepostas foram utilizadas neste trabalho, admitiu-se que havia uma coincidência exata dos pontos computacionais em uma das direções coordenadas. Considere, por exemplo, o estudo do

escoamento sobre um prisma triangular. A Figura 3.13 ilustra a malha de cálculo representativa do domínio físico. A região de sobreposição se localiza nos planos definidos pelas coordenadas ξ - ζ . No caso específico deste caso-teste, existe uma coincidência dos pontos computacionais na direção η , a qual representa fisicamente a direção de profundidade do domínio computacional, conforme ilustrado na Figura 3.13(a). Note que não são realizadas interpolações nos planos η - ζ tendo em vista que não existem regiões sobrepostas. Esta disposição favorece a implementação de uma metodologia de interpolação que utiliza apenas duas variáveis.



(a) Vista longitudinal.



(b) Coordenada comum aos dois blocos.

Figura 3.13 – Malha de cálculo para a configuração prisma triangular.

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO ESTRUTURAL

4.1 Introdução

A descrição precisa da vibração induzida pelo escoamento característico de fenômenos aeroelásticos transônicos é um problema de grande complexidade. Enquanto o campo de pressão varia de ponto a ponto e a cada instante sobre a superfície de sustentação, sua variação em algum ponto flutua irregularmente com o tempo. O espectro de frequências observado neste regime de voo é muito extenso o que resulta na excitação de muitos modos de vibração. Os numerosos modos excitados, alguns talvez agravados pelo efeito de ressonância, podem resultar em tensões flutuantes suficientemente grandes, as quais, podem provocar falha por fadiga. Algumas metodologias partem para a resolução direta das equações governantes do movimento estrutural através da especificação das cargas aplicadas em termos de pressão, como função do tempo, em todas as posições sobre a superfície ou por estatística das pressões, tais como covariância espaço-tempo. Desde que somente um número limitado de medidas podem ser obtidas experimentalmente em laboratório, ou mesmo em voo, torna-se necessário desenvolver modelos conceituais do meio dinâmico verificado em uma dada trajetória especificada para o veículo. Este tipo de tratamento pode ser encontrado em Powell; Mustain (1958, 1964), por exemplo.

Os fenômenos aeroelásticos que este trabalho pretende oferecer suporte para análise técnica são aqueles em que estão envolvidos alguns poucos modos da estrutura, tipicamente aqueles de frequências naturais mais baixas. Dentro desta categoria, pode-se citar os fenômenos de *flutter* e divergência. Esta aproximação favorece o uso de um número relativamente pequeno de modos para descrever o movimento da estrutura (BISPLINGHOFF e ASHLEY, 1962).

Seguindo metodologias semelhantes às aquelas desenvolvidas por Azevedo; Guruswamy (1988, 1990b), por exemplo, as cargas aerodinâmicas podem ser obtidas através da resolução numérica das equações médias de Navier-Stokes ou as equações de Euler. A resposta da estrutura é calculada através da metodologia de análise modal. Os parágrafos subsequentes descrevem em detalhe a formulação estrutural utilizada.

4.2 Formulação Teórica

Nesta seção será considerado o movimento de uma estrutura que apresenta múltiplos graus de liberdade. A resolução deste sistema é obtida através das equações de Lagrange, as quais podem ser escritas como segue (BISPLINGHOFF e ASHLEY, 1962).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_s}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T_s}{\partial x_i} + \frac{\partial R_s}{\partial \dot{x}_i} + \frac{\partial V_s}{\partial x_i} = F_{si}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

sendo T_s a energia cinética do sistema, $T_s = \frac{1}{2} \dot{\bar{x}}^T [M] \dot{\bar{x}}$, V_s a energia potencial, $V_s = \frac{1}{2} \bar{x}^T [K] \bar{x}$, e $R_s = \frac{1}{2} \dot{\bar{x}}^T [C] \dot{\bar{x}}$ a função de dissipação de Rayleigh. F_{si} é a força de excitação aplicada à massa m_i . Com a substituição destas expressões no sistema de Lagrange, pode-se descrever o movimento da estrutura segundo o modelo matricial:

$$[M] \ddot{\bar{x}} + [C] \dot{\bar{x}} + [K] \bar{x} = \bar{F}_s, \quad (4.2)$$

sendo $[M]$, $[C]$ e $[K]$ as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, $\bar{x}$ o vetor deslocamento da estrutura e $\bar{F}_s$ o vetor força de excitação.

Considerando que a matriz de amortecimento possa ser definida como uma combinação linear das matrizes da massa e rigidez do sistema e expressando o vetor solução como uma combinação linear dos modos naturais da estrutura em análise é possível reescrever o operador estrutural de acordo com a seguinte equação, (BISPLINGHOFF e ASHLEY, 1962):

$$[I]\ddot{\mathbf{q}}_s + [2\zeta_s\omega_s]\dot{\mathbf{q}}_s + [\omega_s^2]\mathbf{q}_s = \bar{\mathbf{Q}}_s, \quad (4.3)$$

sendo que, desta vez, as variáveis envolvidas na resolução do modelo são as coordenadas generalizadas q_{si} representativas da contribuição do modo “i” de vibração do sistema para o movimento da estrutura. Os parâmetros ζ_s e ω_s estão associados ao coeficiente de amortecimento e frequência natural da estrutura. O vetor $\bar{\mathbf{Q}}_s$ é denominado vetor de força generalizado e é calculado em função dos autovetores $[\Psi]$, deduzidos a partir das equações que modelam o movimento estrutural, ou seja, $\bar{\mathbf{Q}}_s = [\Psi]^T \bar{\mathbf{F}}_s$.

As matrizes $[\omega_s^2]$ e $[I]$ são matrizes diagonais. Em consequência, no estudo de problemas estruturais que envolvem esforços constantes, a equação (4.3) pode ser reescrita como um sistema de equações diferenciais desacopladas conforme segue:

$$\ddot{q}_{si} + (2\zeta_i\omega_{si})\dot{q}_{si} + \omega_{si}^2 q_{si} = Q_{si}, \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ modos.} \quad (4.4)$$

Uma vez resolvido o sistema representado pela equação (4.4), com as devidas condições iniciais e de contorno, obtém-se a resposta da estrutura visto que, pela hipótese modal,

$$\bar{\mathbf{x}} = [\Psi]\bar{\mathbf{q}}_s. \quad (4.5)$$

4.3 Método Numérico

O método utilizado neste trabalho consiste em discretizar as derivadas temporais através de um esquema de diferenças centradas, ou seja:

$$\dot{q}_{si}^n = \frac{1}{2\Delta t} (q_{si}^{n+1} - q_{si}^{n-1}) \quad \text{e} \quad (4.6)$$

$$\ddot{q}_{si}^n = \frac{1}{(\Delta t)^2} (q_{si}^{n+1} - 2q_{si}^n + q_{si}^{n-1}), \quad (4.7)$$

sendo que o índice n está associado ao tempo e o índice i aos modos normais. Com base nessas definições, as equações que regem o movimento da estrutura têm como representação discreta a equação de diferenças abaixo:

$$\frac{1}{(\Delta t)^2} (q_{si}^{n+1} - 2q_{si}^n + q_{si}^{n-1}) + (2\zeta_{si}\omega_{si}) \frac{1}{2\Delta t} (q_{si}^{n+1} - q_{si}^{n-1}) + \omega_{si}^2 q_{si}^n = Q_{si}^n, \quad (4.8)$$

e, em consequência:

$$\left(\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{1}{2\Delta t} (2\zeta_{si}\omega_{si}) \right) q_{si}^{n+1} = Q_{si}^n - \left(\omega_{si}^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right) q_{si}^n - \left(\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{1}{2\Delta t} (2\zeta_{si}\omega_{si}) \right) q_{si}^{n-1}. \quad (4.9)$$

Através da equação (4.9) é possível calcular o valor da coordenada generalizada q_{si}^{n+1} bastando, para tanto, conhecer as variáveis q_{si}^n e q_{si}^{n-1} . Note porém que a avaliação de q_{si}^1 requer o conhecimento de q_{si}^0 e q_{si}^{-1} . Neste contexto, faz-se necessário o estabelecimento de um tratamento particular para o cálculo do termo $q_{si}^{-1} = q_{si}(t = -\Delta t)$. Escrevendo-se as equações (4.4), (4.6) e (4.7) para $n = 0$ têm-se:

$$\ddot{q}_{si}^0 + (2\zeta_{si}\omega_{si}) \dot{q}_{si}^0 + \omega_{si}^2 q_{si}^0 = Q_{si}^0 = Q_{si}(t = 0), \quad (4.10)$$

$$\dot{q}_{si}^0 = \frac{1}{2\Delta t} (q_{si}^1 - q_{si}^{-1}) \quad \text{e} \quad (4.11)$$

$$\ddot{q}_{si}^0 = \frac{1}{(\Delta t)^2} (q_{si}^1 - 2q_{si}^0 + q_{si}^{-1}). \quad (4.12)$$

Através da equação (4.10) pode-se obter o vetor de aceleração inicial como função dos vetores deslocamento e velocidade, ou seja:

$$\ddot{q}_{si}^0 = Q_{si}^0 - (2\zeta_{si}\omega_{si}) \dot{q}_{si}^0 - \omega_{si}^2 q_{si}^0. \quad (4.13)$$

Observa-se também que, a partir da equação (4.11), pode-se relacionar o vetor deslocamento q_{si}^1 com os vetores velocidade inicial, $\dot{q}_{si}^0$, e o vetor deslocamento q_{si}^{-1} conforme segue:

$$q_{si}^1 = q_{si}^{-1} + 2\Delta t \dot{q}_{si}^0. \quad (4.14)$$

Assim, com a substituição da equação (4.14) em equação (4.12) encontra-se a relação procurada:

$$q_{si}^{-1} = q_{si}^0 - \Delta t \dot{q}_{si}^0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{q}_{si}^0, \quad (4.15)$$

sendo $\ddot{q}_{si}^0$ calculado por intermédio da equação (4.13).

4.4 Acoplamento Fluido-Estrutura

A deformação resultante em estruturas flexíveis submetidas a escoamentos transônicos altera consideravelmente a natureza do escoamento no decorrer do tempo. Neste contexto, se faz necessário resolver o problema aerodinâmico e estrutural simultaneamente. O procedimento de solução adotado para a análise aeroelástica de uma estrutura elástica linear com deslocamentos infinitesimais consiste em resolver o problema aerodinâmico no sentido de se obter as componentes do vetor força atuante sobre a estrutura. Essas componentes, juntamente com as características estruturais, servem como dados de entrada para a resolução do problema estrutural. Uma vez resolvido o problema estrutural, obtém-se os deslocamentos e rotações de cada nó, os quais estabelecerão a configuração deformada. Com a nova configuração da estrutura, rege-se a malha de cálculo, calcula-se o novo campo de forças aerodinâmicas para, em seqüência, resolver o problema estrutural.

Um exemplo do procedimento citado anteriormente está esquematicamente ilustrado na Figura 4.1. Trata-se da análise aeroelástica dinâmica de uma asa, conforme descrito por Fung (1993).

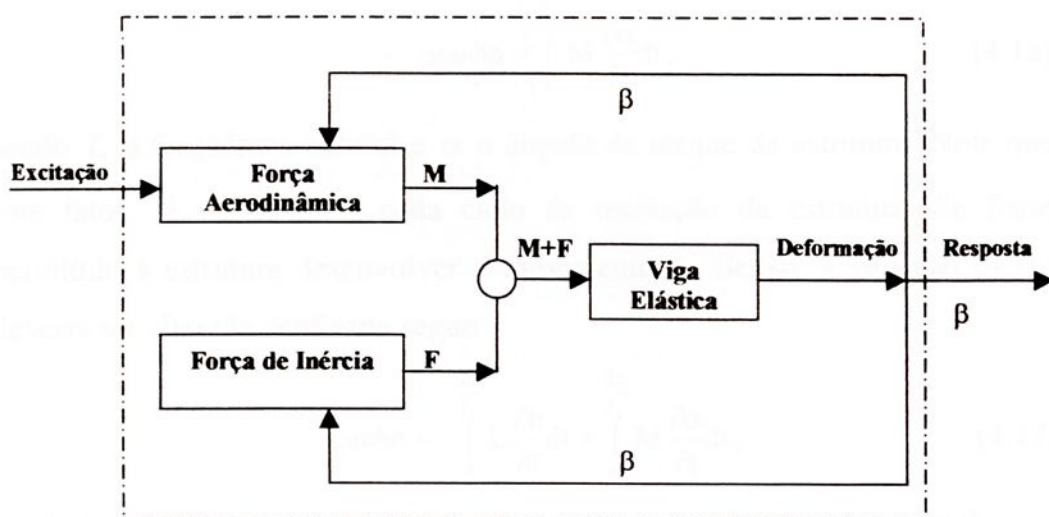


Figura 4.1 – Resposta de uma asa elástica submetida a um carregamento aerodinâmico

(F: força de inércia ; M: momento; β : ângulo de deflexão da superfície).

Em problemas dinâmicos a asa desempenha três funções distintas. Ela produz força aerodinâmica, força de inércia e sofre deformações elásticas. A Figura 4.1 ilustra, de forma funcional, esses três operadores. Neste exemplo a asa é limitada a apresentar apenas oscilações rotacionais em torno de seu eixo elástico, ou seja, oscilações de arfagem. O movimento estrutural da asa é modelado de acordo com as equações que regem o operador estrutural de uma viga elástica. A deformação β sofrida pela asa realimenta os operadores aerodinâmico, inercial e estrutural, de forma a resultar uma nova configuração. O sistema asa rígida – estrutura elástica forma o que é denominado de ciclo com realimentação. Uma forma de se analisar a estabilidade deste sistema é determinar o sinal do parâmetro ganho de energia. O sistema torna-se instável quando a asa apresentar um “ganho” positivo de energia, esta retirada do escoamento. Este ganho é modelado de acordo com a função (FUNG, 1993):

$$\text{ganho} = \int_0^{\frac{2\pi}{f_s}} M \frac{\partial \alpha}{\partial t} dt, \quad (4.16)$$

sendo f_s a frequência natural e α o ângulo de ataque da estrutura. Note que este fator é calculado a cada ciclo de oscilação da estrutura. Se fosse permitido à estrutura desenvolver o movimento de flexão, a equação (4.16) deveria ser alterada conforme segue:

$$\text{ganho} = - \int_0^{\frac{2\pi}{f_s}} L \frac{\partial h}{\partial t} dt + \int_0^{\frac{2\pi}{f_s}} M \frac{\partial \alpha}{\partial t} dt, \quad (4.17)$$

sendo L a força de sustentação atuante na asa e h o deslocamento vertical.

4.5 Considerações sobre Estabilidade

A análise de estabilidade linear do esquema proposto para a resolução das equações que governam o movimento da estrutura demonstra que ele é condicionalmente estável. Na utilização de um número muito grande de modos, o passo no tempo é definido em função da ordem de grandeza das frequências modais utilizadas na simulação. Segundo Bathe (1982), a restrição de estabilidade em relação ao passo no tempo é dada por:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}}, \quad (4.18)$$

sendo $\omega_{\max}$ o valor da maior frequência natural da estrutura utilizada na formulação modal. Nos problemas aeroelásticos em que se pretende aplicar a metodologia proposta, o passo no tempo adotado no problema aerodinâmico é muito menor do que aquele definido pela equação (4.18), (AZEVEDO; GURUSWAMY, 1988, 1990b). Assim sendo, procede-se ao uso do passo no tempo do problema aerodinâmico na resolução do problema aeroelástico.

A análise de estabilidade aplicada ao esquema proposto também demonstra que quando $\zeta_{si} \rightarrow 0$ o esquema é, numericamente, não dissipativo. Este resultado era esperado tendo em vista que foram utilizadas diferenças centradas na discretização temporal do operador estrutural. Esta característica

é interessante pois soluções fisicamente instáveis não serão “mascaradas” com a dissipação numérica adicionada pelo esquema utilizado.

Finalmente, vale ressaltar que na derivação da equação (4.4) foi adotada a hipótese de que o carregamento aerodinâmico permanece constante durante o passo no tempo Δt . Este procedimento permite o uso das equação (4.4) de uma forma desacoplada. Em contrapartida, essa facilidade impõe uma certa “defasagem” no tempo na avaliação do carregamento aerodinâmico. Ou seja, muito embora se esteja utilizando um passo no tempo consistente com os limites de estabilidade pré-definidos para o problema aeroelástico, o especialista deve estar ciente de que se trata de uma aproximação que pode levar a resultados não realísticos, dependendo da escolha do passo temporal. Maiores detalhes referentes à análise de estabilidade em problemas aeroelásticos podem ser encontradas em Azevedo (1988).



CAPÍTULO 5

RESULTADOS

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta uma seleção representativa de resultados aerodinâmicos, estruturais e aeroelásticos que foi utilizada na validação de todas etapas pré-estabelecidas para o desenvolvimento do trabalho. A apresentação dos parâmetros utilizados na especificação dos ensaios são disponibilizados de forma padronizada. A Figura 5.1 ilustra a disposição com a qual foram numeradas as faces dos blocos computacionais envolvidos na análise e também exibe o sistema de coordenadas curvilíneas utilizado. Nas simulações que serão apresentadas, a coordenada ζ representa a direção normal à parede.

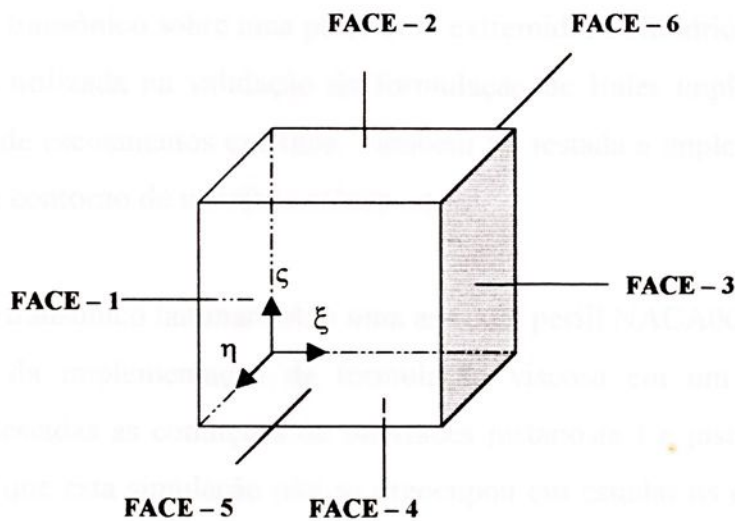


Figura 5.1 – Identificação do sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas e das faces do bloco computacional (domínio computacional).

As condições de contorno recebem a denominação estabelecida no capítulo 3. É instrutivo ressaltar que as condições de contorno de interface são citadas segundo as designações:

- “Interface I” : interface justaposta que não exige interpolação;
- “Interface II”: interface justaposta em que é necessário um procedimento de interpolação na transferência de dados entre malhas;
- “Sobreposta” : interface de sobreposição.

5.2 Simulações Utilizadas para Validação

As simulações escolhidas para o processo de validação do código estão descritas conforme segue:

I- Resultados AERODINÂMICOS:

- ▶ Escoamento transônico sobre uma placa com extremidade cilíndrica.

Simulação utilizada na validação da formulação de Euler implementada para o cálculo de escoamentos externos. Também foi testada a implementação da condição de contorno de interface sobreposta.

- ▶ Escoamento transônico laminar sobre uma asa com perfil NACA0012.

Validação da implementação da formulação viscosa em um contexto zonal. Foram testadas as condições de interfaces justaposta I e justaposta II. Cabe salientar que esta simulação não se preocupou em estudar os efeitos de extremidade da asa na avaliação do coeficiente de pressão aerodinâmica. Neste contexto, as condições de contorno definidas para as extremidades localizadas na direção da envergadura foram implementadas segundo uma aproximação de parede não viscosa.

► Escoamento laminar sobre uma configuração hemisfério-cilindro.

Este teste procura avaliar a implementação dos termos viscosos nas três direções coordenadas. Também foi investigado a metodologia adotada no tratamento da condição de contorno de singularidade.

► Escoamento transônico turbulento sobre a asa do avião de caça F5.

A preocupação principal deste teste foi assegurar a confiabilidade do operador aerodinâmico com o modelo de turbulência ativado.

II- Resultados ESTRUTURAIS:

► *Galloping* de Cabo.

Procurou-se através deste ensaio validar a implementação da formulação modal com o operador aerodinâmico desligado. Para este fim, foi simulado o fenômeno aeroelástico de *galloping* tendo em vista que as forças aerodinâmicas podem ser obtidas a partir de correlações empíricas.

III- Resultados AEROELÁSTICOS:

► Escoamento supersônico, não estacionário e não viscoso sobre uma rampa.

Este teste procura validar a implementação da metodologia multibloco quando aplicada em um contexto não estacionário. Na interface localizada entre os dois blocos computacionais, determinantes do domínio de cálculo, foi especificada a condição de contorno de interface sobreposta. Esta escolha é justificada com base na necessidade de se avaliar a transferência de informações entre os blocos representativos de domínios fixos e móveis. O tratamento do contorno exige procedimentos de interpolação a cada passo no tempo. A malha de cálculo foi deformada segundo a metodologia adotada por Robinson *et al.* (1991).

► Análise aeroelástica dinâmica de *flutter* de painéis.

Validação do tratamento acoplado e não linear dos operadores aerodinâmico e estrutural. Utilizou-se uma formulação não viscosa para o cálculo do carregamento aerodinâmico. As malhas representativas do domínio físico foram regeradas a cada passo de integração no tempo.

Os tópicos que seguem descrevem em detalhe todos os aspectos envolvidos nas simulações supracitadas.

5.3 Resultados Aerodinâmicos

5.3.1 Placa com Extremidade Cilíndrica

Uma placa de comprimento infinito, perpendicular ao plano do papel e com extremidade cilíndrica, é a simulação escolhida para testar a condição de contorno de interface sobreposta. O domínio de cálculo foi decomposto em dois subdomínios. A Figura 3.9 demonstra a disposição dos blocos no domínio de cálculo. O bloco 1, Figura 3.10, é o bloco “parede”. Este bloco utiliza 67 pontos na direção longitudinal (ξ), 7 pontos na direção da envergadura (η) e 25 pontos na direção normal (ζ) à parede. A distribuição de pontos na direção normal à parede foi definida com $\bar{P} = 0,001$ e $\bar{Q} = 2,5$. O bloco 2, Figura 3.11, denominado de bloco “fluido”, foi definido com 66 pontos na direção longitudinal, 7 pontos na direção de envergadura e 20 pontos na direção normal. Foram adotados os valores de $\bar{P} = 0,1$ e $\bar{Q} = 1,5$ no cálculo do estiramento normal ao contorno “fluido”. As condições de contorno utilizadas estão ilustradas na Tabela 5.1. A Figura 5.2 ilustra, esquematicamente, as faces representativas do bloco parede as quais foram citadas na Tabela 5.1. Este ensaio utilizou a formulação de Euler tendo em vista que os dados utilizados para fins de validação foram obtidos à partir do código desenvolvido por Bortoli (1995) segundo uma aproximação não viscosa.

Tabela 5.1 – Condições de contorno: placa com extremidade cilíndrica.

FACE	BLOCO – 1	BLOCO – 2
1	Saída	Saída
2	Interface (sobreposta)	Entrada
3	Saída	Saída
4	Parede: Formulação Não Viscosa	Interface (sobreposta)
5	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa
6	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa

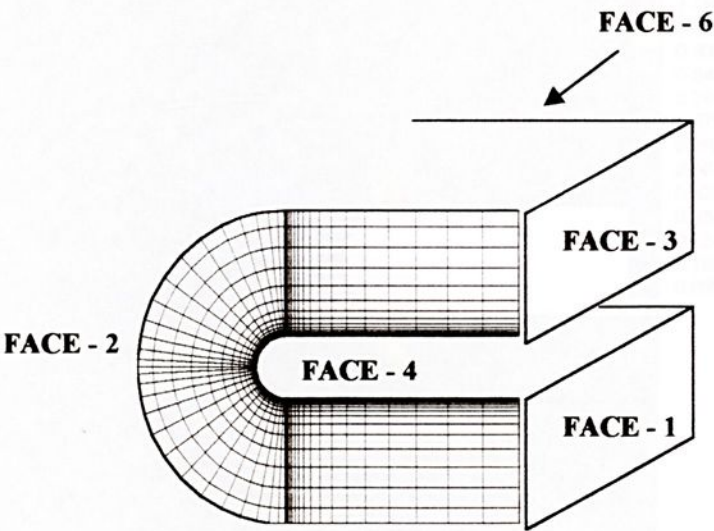
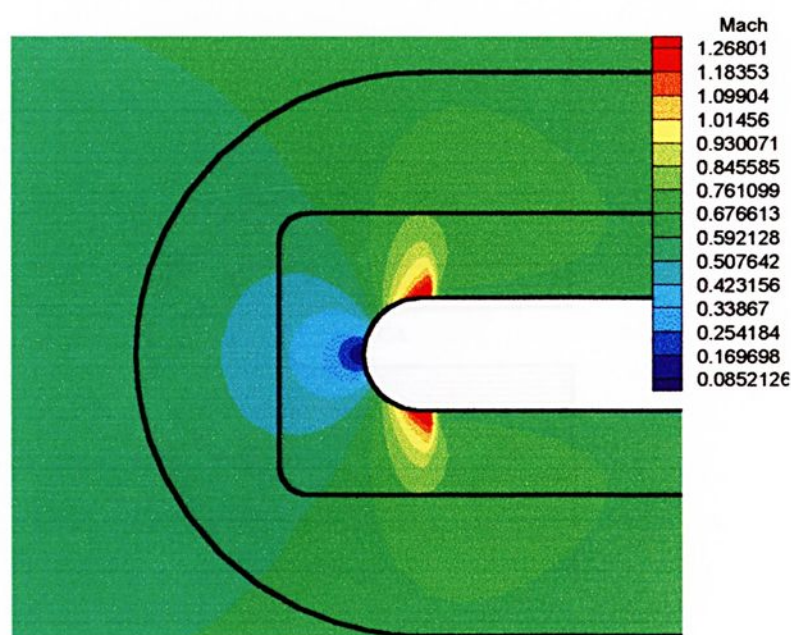
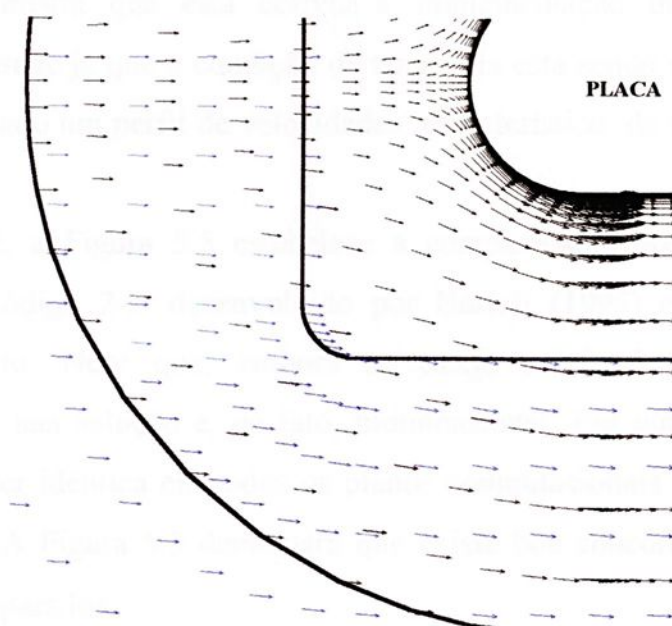


Figura 5.2 – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração placa com extremidade cilíndrica).

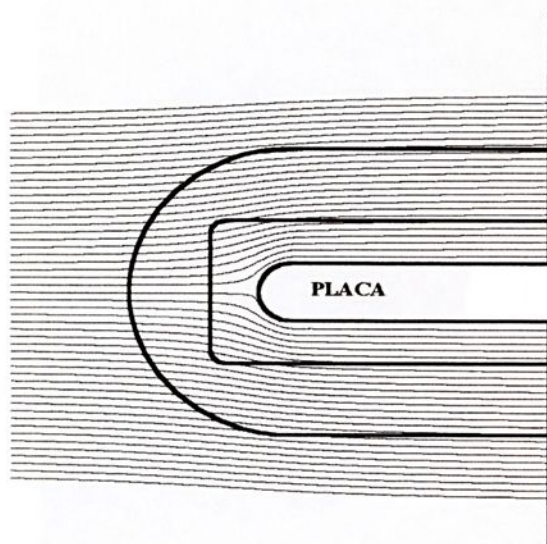
A Figura 5.3 apresenta o campo de escoamento obtido. Pode-se observar na Figura 5.3(a) a formação de uma onda de choque simétrica em relação ao corpo, verificada também em Bortoli (1995). Outro resultado interessante a ser analisado é aquele ilustrado na Figura 5.3(b). Verifica-se nesta figura que a direção dos vetores velocidade na fronteira externa da malha representativa do bloco 1 segue o escoamento determinado pelos pontos vizinhos pertencentes às células da malha do bloco 2, a partir da qual foram interpolados seus valores. Isto é uma indicação de que a comunicação entre os blocos está sendo realizada de forma correta. A Figura 5.3(c) ilustra, em detalhe, as linhas de corrente. Está bem definida a continuidade das isolinhas na região de sobreposição.



(a) Contorno de número de Mach.



(b) Campo de vetores velocidade.



(c) Linhas de corrente.

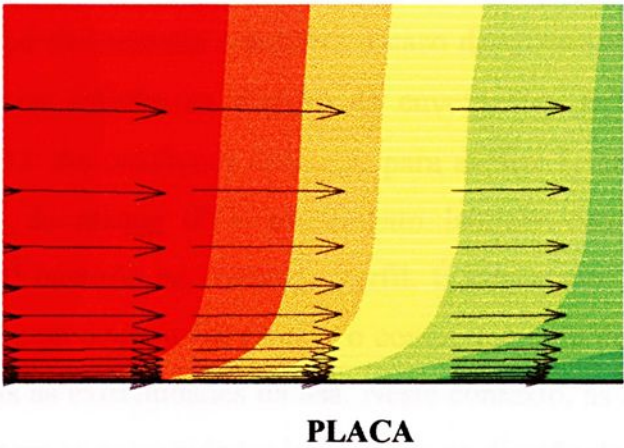
Figura 5.3 – Solução do escoamento sobre a configuração placa com extremidade cilíndrica a número de Mach de escoamento livre de 0,67 e ângulo de ataque 0° .

A Figura 5.4 exibe os vetores velocidade na superfície do corpo. Este resultado demonstra que está correta a implementação da condição de contorno na parede já que a condição de tangência está sendo respeitada além de ser identificado um perfil de velocidades característico de um escoamento não viscoso.

Finalmente, a Figura 5.5 estabelece a comparação entre os resultados obtidos pelo código 2-D desenvolvido por Bortoli (1995) e pelo presente desenvolvimento. Note que, embora se esteja estudando um problema tridimensional, sua solução é, de fato, bidimensional. Em outras palavras, a solução deve ser idêntica em todos os planos computacionais definidos pelas direções ξ - ζ . A Figura 5.5 demonstra que existe boa concordância entre os resultados comparados.



(a) Região de estagnação sobre a placa.



(b) Região de expansão sobre a região superior da placa.

Figura 5.4 – Campo vetorial de velocidades para o caso da placa com extremidade cilíndrica a número de Mach de escoamento livre 0,67 e ângulo de ataque 0°.

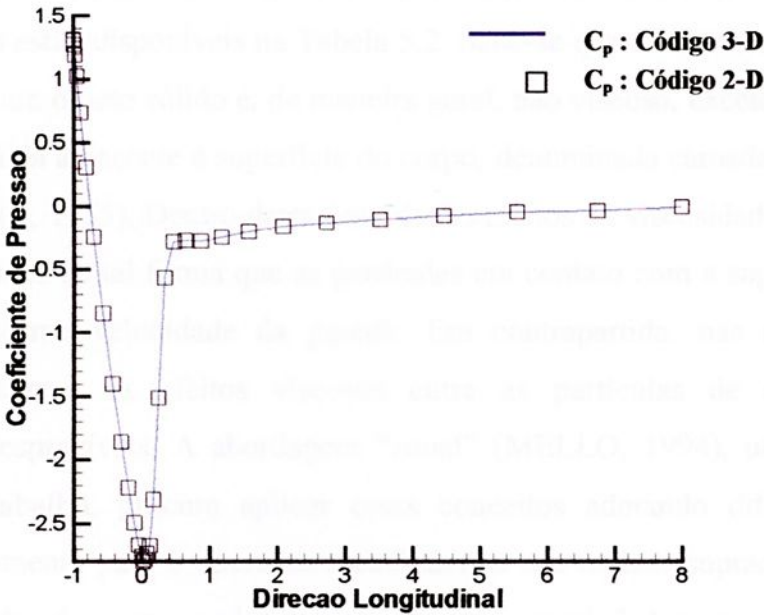


Figura 5.5 – Comparação dos resultados 2-D e 3-D para pressão na parede da placa.

5.3.2 Asa com Perfil NACA0012

O problema físico de interesse considera o caso do escoamento em torno de uma asa retangular infinita na direção da envergadura (η), com perfil constante NACA0012. As condições definidas para análise foram número de Mach 0,77, ângulo de ataque 0° e escoamento laminar com número de Reynolds $0,48 \times 10^5$ baseado na corda do perfil. É importante destacar que esta simulação não se preocupou em estudar o comportamento do escoamento nas regiões próximas às extremidades da asa. Neste contexto, as condições de contorno definidas para as extremidades localizadas na direção da envergadura foram implementadas segundo uma aproximação de parede não viscosa. Essencialmente, o objetivo desta simulação foi avaliar criticamente alguns dos aspectos envolvidos na implementação das condições de contorno de interface. Embora o problema seja relativamente simples do ponto de vista geométrico, a idéia fundamental foi estabelecer procedimentos a serem seguidos na definição dos contornos interface e formulação em cada um dos blocos de cálculo.

O número de pontos bem como a formulação utilizada nos blocos computacionais estão disponíveis na Tabela 5.2. Sabe-se que o escoamento do ar em torno de um objeto sólido é, de maneira geral, não viscoso, exceto numa fina camada fluida adjacente à superfície do corpo, denominada camada limite (SCHLICHTING, 1955). Dentro desta camada, os efeitos da viscosidade do ar se fazem presentes de tal forma que as partículas em contato com a superfície adquiram a mesma velocidade da parede. Em contrapartida, nas regiões distantes do corpo, os efeitos viscosos entre as partículas de ar são praticamente desprezíveis. A abordagem “zonal” (MELLO, 1994), utilizada no presente trabalho, procura aplicar esses conceitos adotando diferentes formas de tratamento para o operador aerodinâmico nas regiões supracitadas. Nas proximidades do corpo, onde os gradientes das propriedades conservadas são elevados, utiliza-se uma formulação viscosa. Nas regiões distantes da

superfície do corpo, o escoamento é calculado utilizando-se uma formulação não viscosa e, por conseguinte, um menor número de pontos computacionais.

Foi definida a subdivisão do domínio de cálculo na direção normal à superfície de sustentação. As condições de contorno estão representadas na Tabela 5.3 e a localização das faces do bloco 2 estão ilustradas na Figura 5.6.

Os dados obtidos para o coeficiente de pressão foram comparados com aqueles publicados por Shuster *et al.* (1989). Nos ensaios realizados por Shuster *et al.* (1989) a asa não se encontrava engastada nas duas extremidades do túnel e o modelo apresentava perfis com espessura e corda constantes ao longo da direção da envergadura. As dimensões da asa utilizada no experimento bem como as localizações das tomadas de pressão estão definidas na Figura 5.7. Vale salientar que o problema físico simulado neste trabalho é diferente daquele cujos ensaios experimentais foram realizados por Shuster *et al.* (1989). Como já explicado, preferiu-se fazer a simulação de um problema fisicamente mais simples, no qual não existem efeitos de ponta de asa, com a finalidade de se validar a implementação da formulação viscosa em um contexto zonal. Não obstante, como a envergadura da asa ensaiada por Shuster *et al.* (1989) é suficientemente grande, é possível se estabelecer uma comparação entre os resultados obtidos na presente abordagem e aqueles da referência citada desde que se tome uma estação ao longo da envergadura da superfície que esteja suficientemente longe da extremidade da asa. A malha de cálculo definida para esta simulação pode ser vista na Figura 5.8.



Tabela 5.2 – Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre asa com perfil NACA0012

(ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).

BLOCO	DIMENSÃO DA MALHA (ξ , η , ζ)	FORMULAÇÃO
1	101 x 7 x 20	Navier-Stokes $Re_{y_{corda}}=0,48 \times 10^5$ (Laminar)
2	101 x 7 x 15	Euler
3	53 x 7 x 10	Euler

Tabela 5.3 – Condições de contorno: asa com perfil NACA0012.

FACE	BLOCO – 1	BLOCO – 2	BLOCO – 3
1	Saída	Saída	Saída
2	Interface I (justaposta)	Interface II (justaposta)	Entrada
3	Saída	Saída	Saída
4	PARTICULAR (Parede Viscosa + Corte Esteira)	Interface I (justaposta)	Interface II (justaposta)
5	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa
6	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa

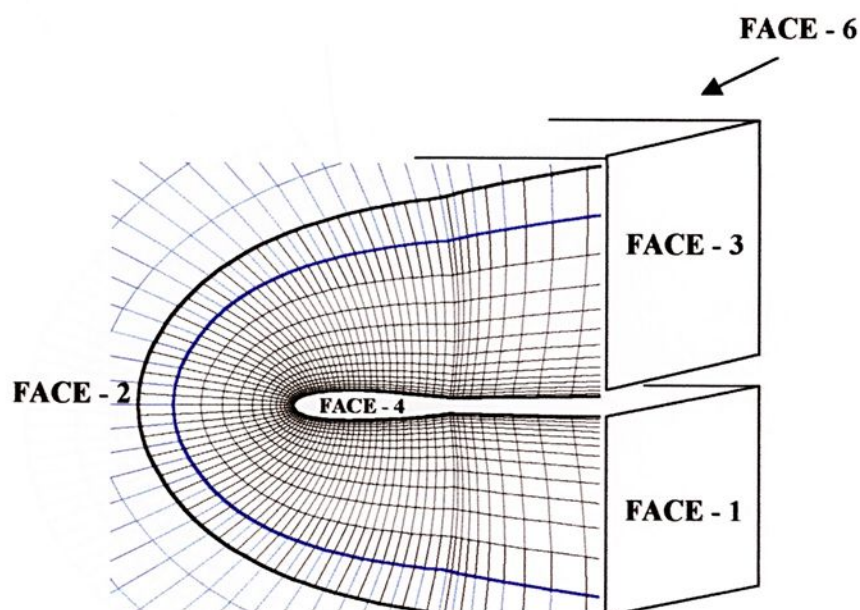


Figura 5.6 – Identificação das faces do bloco 2 representativo do domínio físico (configuração: asa com perfil NACA0012).

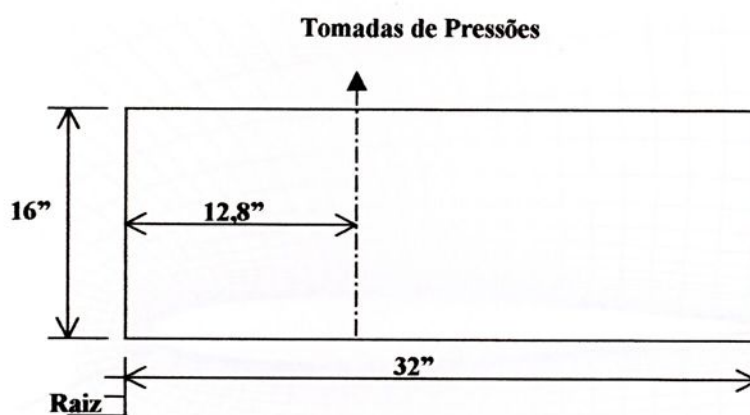
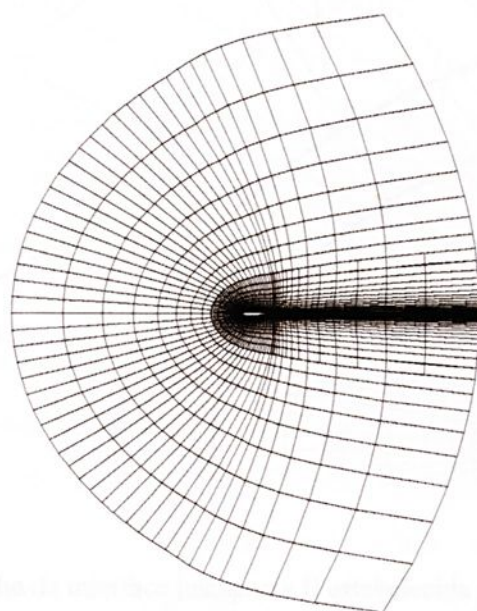
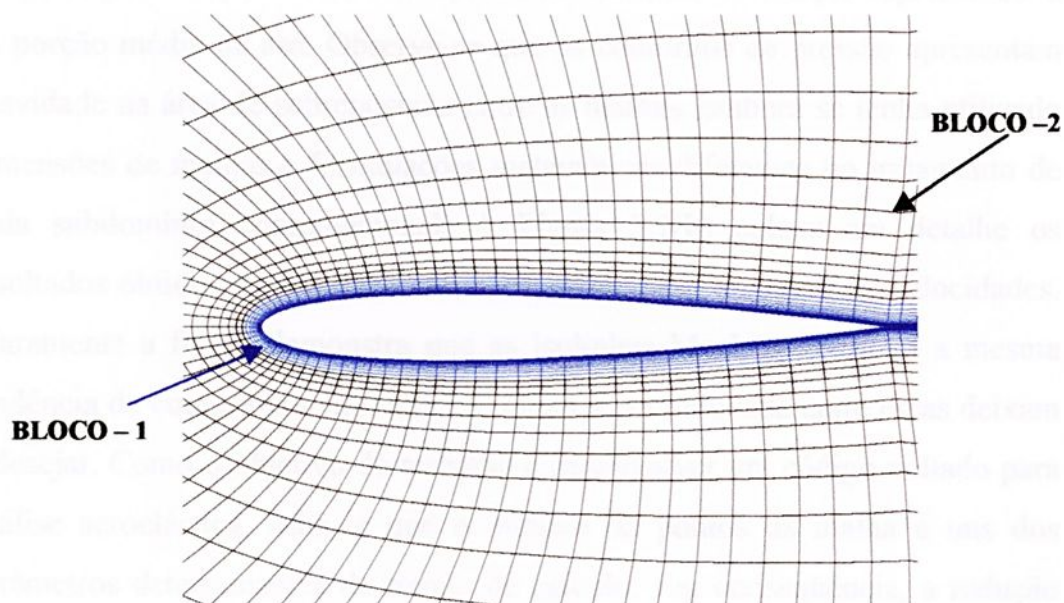


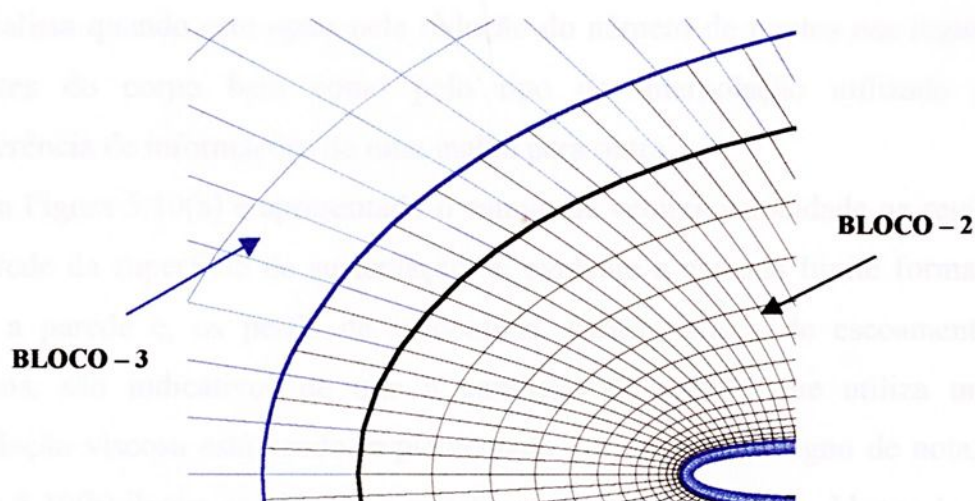
Figura 5.7 – Forma em planta da asa utilizada por Shuster *et al.* (1989) e a localização das tomadas de pressões.



(a) Visão geral do plano da raiz da asa.



(b) Detalhe da interface justaposta I estabelecida entre os blocos 1 e 2.



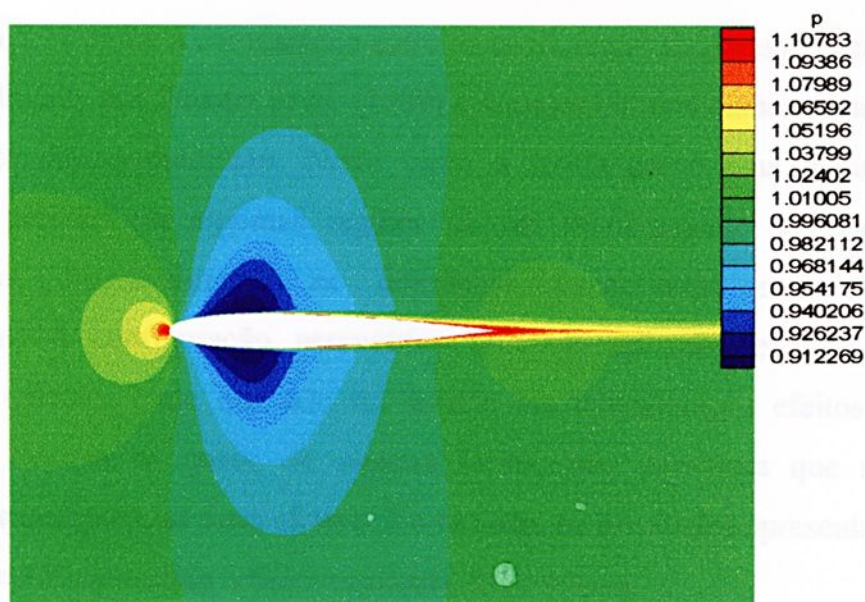
(c) Detalhe da interface justaposta II estabelecida entre os blocos 2 e 3.

Figura 5.8 – Plano da raiz da malha de cálculo utilizada na simulação do escoamento sobre uma asa com perfil NACA0012 .

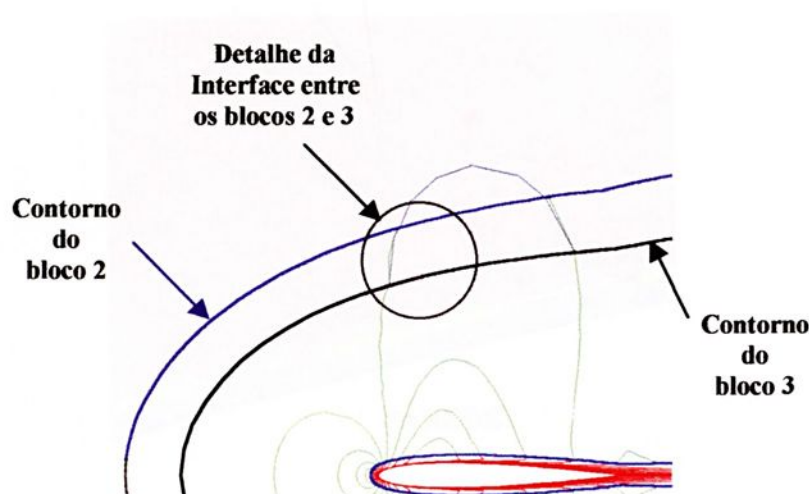
A Figura 5.9(a) ilustra o campo de escoamento na estação representativa da porção média da asa. Observa-se que os contornos de pressão apresentam suavidade na área de sobreposição entre as malhas, embora se tenha utilizado dimensões de malhas e formulações matemáticas diferentes no tratamento de cada subdomínio computacional. A Figura 5.9(b) coloca em detalhe os resultados obtidos na interface não coincidente para o campo de velocidades. Claramente a figura demonstra que as isolinhas Mach apresentam a mesma tendência de comportamento, muito embora a continuidade entre essas deixam a desejar. Como o objetivo do trabalho é desenvolver um código voltado para análise aeroelástica, sabe-se que o número de pontos da malha é uns dos parâmetros determinantes do tempo de cálculo. Em consequência, a redução do número de pontos é uma medida natural na especificação dos parâmetros de simulação. A preocupação principal é reduzir o número de pontos sem a correspondente perda da precisão dos resultados. Neste contexto, os resultados

apresentados na Figura 5.9(b) representam, de forma geral, o preço pago pelo especialista quando este optar pela redução do número de pontos nas regiões distantes do corpo bem como pelo tipo de interpolação utilizado na transferência de informações de uma malha para outra.

Na Figura 5.10(a) é apresentado o campo de vetores velocidade na região da parede da superfície de sustentação. É evidente a camada limite formada sobre a parede e, os perfis de velocidade, característicos de escoamentos viscosos, são indicativos de que a condição de parede que utiliza uma formulação viscosa está sendo implementada corretamente. Digno de nota, a Figura 5.10(b) ilustra em detalhe a interface justaposta I entre os blocos 1 e 2. Pode-se observar que os vetores velocidade seguem a mesma direção independentemente da origem da malha a qual pertencem, como se o domínio de cálculo fosse constituído de apenas um bloco computacional.



(a) Contorno de Pressão.

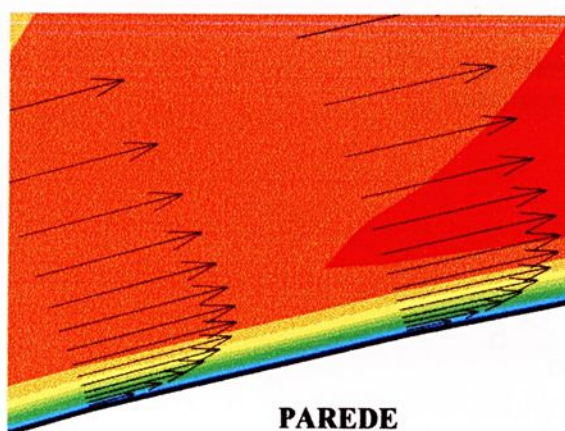


(b) Isolinhas de número de Mach.

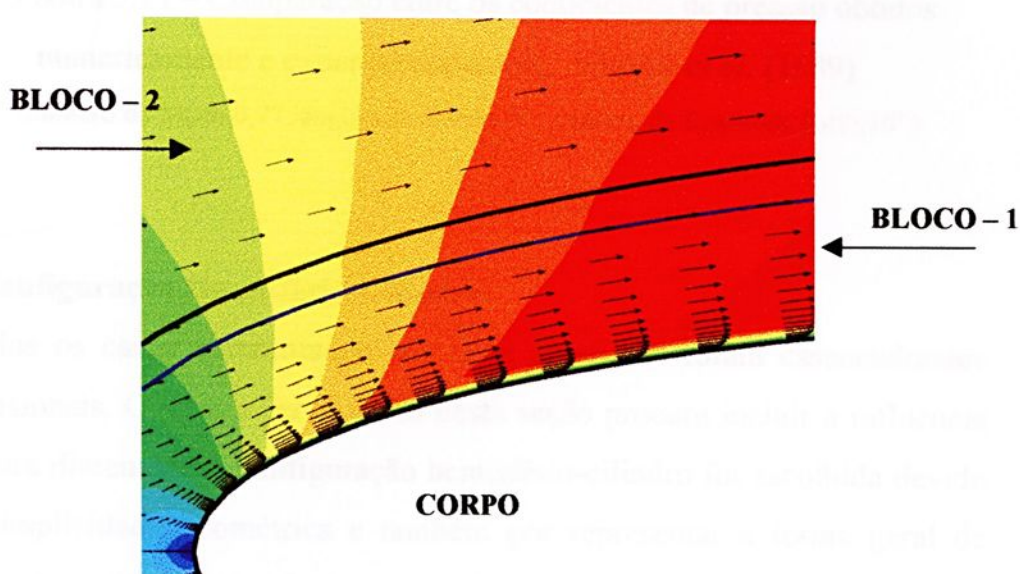
Figura 5.9 – Solução do escoamento sobre uma asa com perfil constante NACA0012

(número de Mach 0,77, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,48 \times 10^5$).

A Figura 5.11 exibe a comparação entre os coeficientes de pressão obtidos experimentalmente por Shuster *et al.* (1989) e aqueles obtidos numericamente pelo presente desenvolvimento. Neste caso, a teoria prevê uma pequena redução de pressão em algumas regiões da asa relativamente aos dados experimentais. Provavelmente as diferenças encontradas se devam principalmente à configuração geométrica utilizada na representação do domínio de cálculo. Note que não foi levado em consideração efeitos de extremidade de asa os quais, de alguma forma, não permitem que seja realizada uma comparação mais efetiva. No entanto, os resultados apresentam-se bastante consistentes com a física esperada do problema.



(a) Camada limite laminar sobre a superfície de sustentação.



(b) Campo de vetores velocidade na interface entre os blocos 1 e 2.

Figura 5.10 – Campo vetorial de velocidades sobre uma asa com perfil constante NACA0012

(número de Mach 0,77, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,48 \times 10^5$).

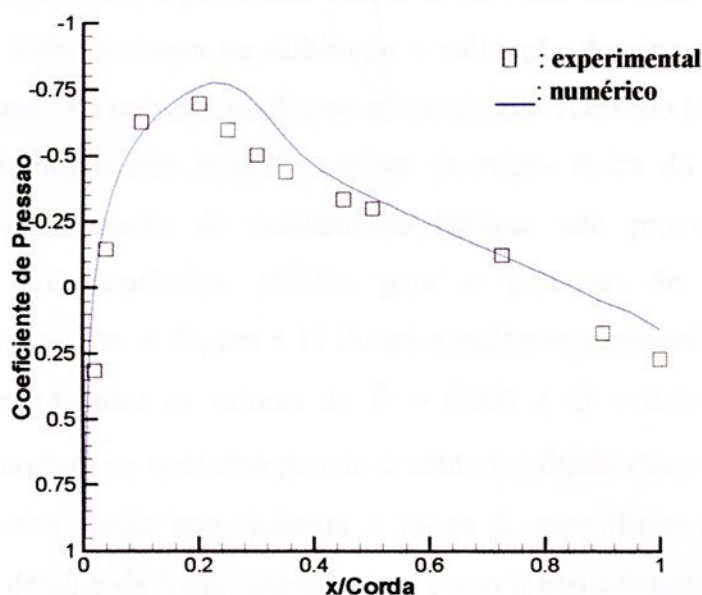


Figura 5.11 – Comparação entre os coeficientes de pressão obtidos numericamente e experimentalmente, Shuster *et al.* (1989) (número de Mach 0,77; ângulo de ataque 0° ; número de Reynolds $0,48 \times 10^5$).

5.3.3 Configuração Hemisfério-Cilindro

Todos os casos apresentados nos itens anteriores foram essencialmente bidimensionais. O teste a ser descrito nesta seção procura incluir a influência da terceira dimensão. A configuração hemisfério-cilindro foi escolhida devido a sua simplicidade geométrica e também por representar a forma geral de veículos lançadores. Resultados experimentais e numéricos podem ser encontrados em diversas referências, entre estas, destaca-se, Hsieh (1977), em um contexto experimental, e Azevedo (1988), o qual disponibiliza alguns resultados numéricos.

As condições de escoamento foram número de Mach 0,60, ângulo de ataque 0° e escoamento laminar com número de Reynolds baseado no diâmetro do hemisfério igual a $0,49 \times 10^6$. A rigor, esta simulação deveria incluir algum modelo de turbulência tendo em vista a ordem de grandeza do

número de Reynolds e a geometria utilizada. Isto não foi feito pois a grande ênfase deste esforço estava na utilização e validação do conceito de malhas 3-D justapostas. No entanto, conforme abordado por Azevedo (1988), embora resultados laminares não sejam a melhor descrição física do problema em questão, a aproximação de escoamento laminar não provoca alterações substanciais nos resultados obtidos para o processo de validação da metodologia proposta. A Figura 5.12 ilustra a malha representativa do domínio físico. Foram adotados os valores de $\bar{P} = 0,001$ e $\bar{Q} = 3,0$ no cálculo do estiramento normal ao contorno parede e contorno fluido relativo ao bloco 2. Para o contorno fluido que delimita o bloco 3, especificou-se $\bar{P} = 0,1$ e $\bar{Q} = 1,5$. O detalhe da linha singular bem como a identificação das faces do bloco representativo do domínio computacional pode ser visto na Figura 5.13. As Tabelas 5.4 e 5.5 identificam os blocos e as condições de contorno utilizadas na presente abordagem.

Valores computacionais referentes ao campo de escoamento estão demonstrados na Figura 5.14. A Figura 5.14(a) apresenta os resultados referentes à componente cartesiana de velocidades na direção y. A simetria do escoamento com relação à linha singular está de acordo com os resultados apresentados por Azevedo (1988), como se pode observar a partir da legenda dos contornos da componente w de velocidade na Figura 5.14(a). A figura também destaca a localização da “superfície” polar do hemisfério exibida na Figura 3.4(c). Note que a geometria definida para linha singular do hemisfério é representada por um cilindro de raio 1×10^{-6} unidades de comprimento. Essencialmente, a condição de contorno de singularidade se baseia na média aritmética simples obtida entre as propriedades calculadas nos pontos adjacentes localizados na direção azimutal. É oportuno mencionar que esta simulação também foi utilizada para validar a implementação da condição de contorno do tipo singularidade a qual é extremamente importante para o estudo de escoamentos em torno de configurações de foguetes.

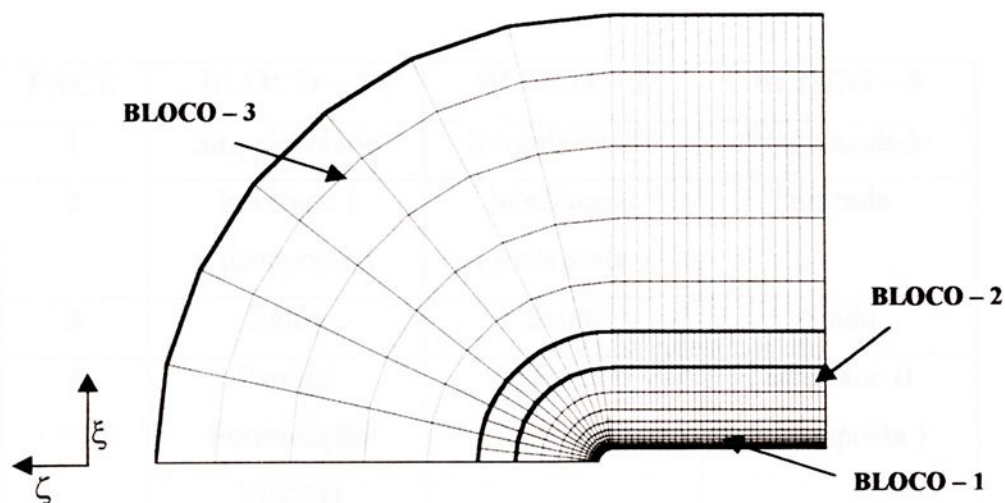


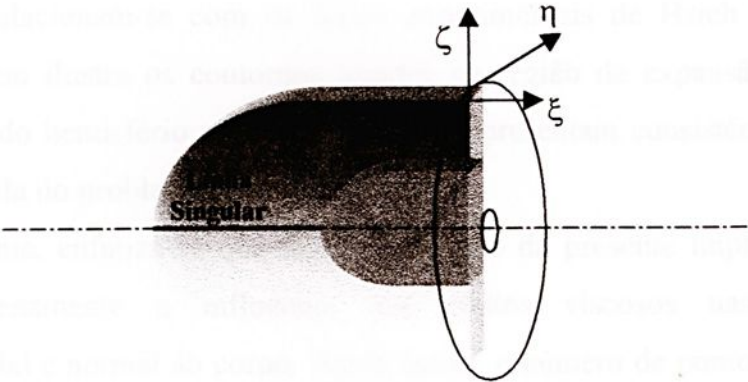
Figura 5.12 – Plano longitudinal da malha de cálculo utilizada na simulação do escoamento sobre um hemisfério – cilindro.

Tabela 5.4 – Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre uma configuração hemisfério-cilindro
(ξ : direção longitudinal, η : direção circunferencial, ζ : direção normal).

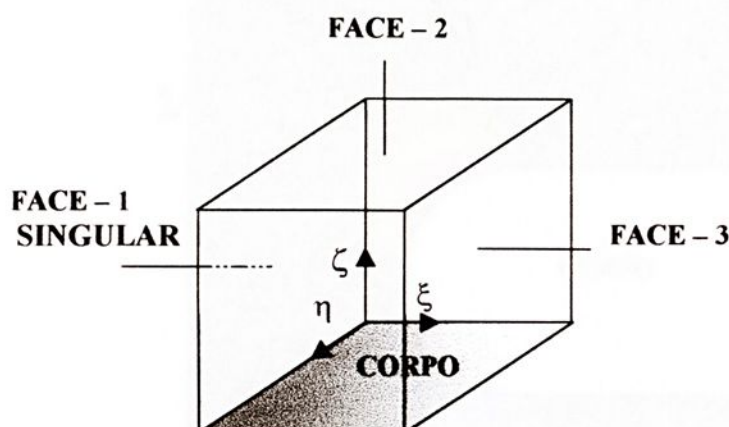
BLOCO	DIMENSÃO DA MALHA (ξ , η , ζ)	FORMULAÇÃO
1	49 x 15 x 15	Navier-Stokes $Re_{diâmetro}=0,49 \times 10^6$ (Laminar)
2	49 x 15 x 12	Euler
3	25 x 15 x 7	Euler

Tabela 5.5 – Condições de contorno: configuração hemisfério-cilindro.

FACE	BLOCO – 1	BLOCO – 2	BLOCO – 3
1	Singularidade	Singularidade	Singularidade
2	Interface I (justaposta)	Interface II (justaposta)	Entrada
3	Saída	Saída	Saída
4	Parede: Formulação Viscosa	Interface I (justaposta)	Interface II (justaposta)
5	Corte	Corte	Corte
6	Corte	Corte	Corte



(a) Plano longitudinal.

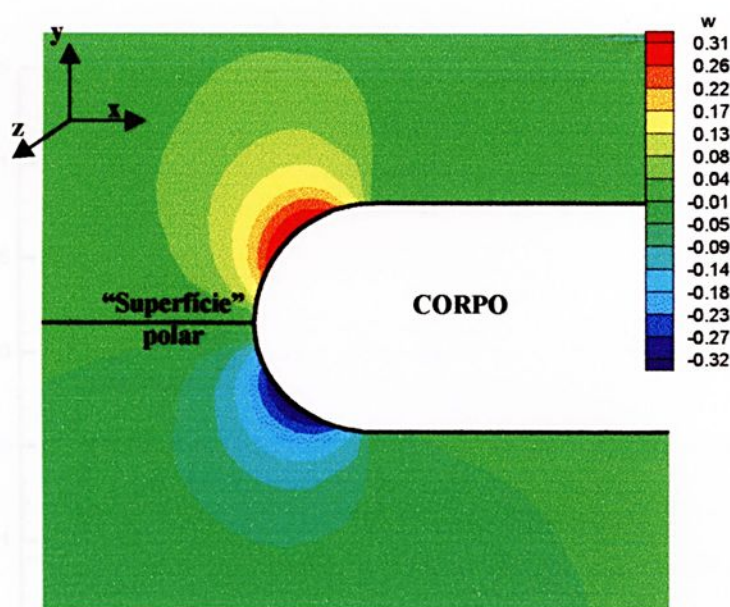


(b) Localização da face singular.

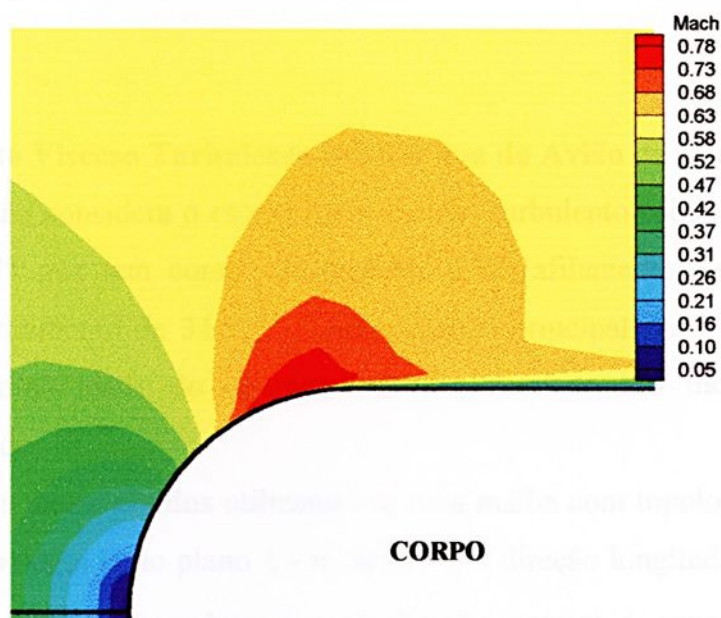
Figura 5.13 – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração: hemisfério-cilindro).

Valores computacionais referentes ao campo de número de Mach estão disponíveis na Figura 5.14(b). De acordo com os resultados experimentais publicados por Hsieh (1977) as condições de escoamento livre, definidas para o estudo da geometria em questão, não favorecem o aparecimento de regiões supersônicas. Dentro deste enfoque, os contornos apresentados na Figura 5.14(b) correlacionam-se com os dados experimentais de Hsieh (1977). A figura também ilustra os contornos obtidos na região de expansão definida pela junção do hemisfério e o cilindro. Estes apresentam consistência com a física esperada do problema.

Finalmente, enfatiza-se que não foi objetivo da presente implementação capturar plenamente a influência dos efeitos viscosos nas direções circunferencial e normal ao corpo. Ainda assim, o número de pontos adotados nessas direções foi o suficiente para se obter uma boa concordância entre os resultados experimentais e teóricos no tocante à distribuição de pressão sobre a superfície, Figura 5.15.



(a) Componente cartesiana de velocidades na direção y.



(b) Campo de número de Mach.

Figura 5.14 – Solução do escoamento sobre a configuração hemisfério-cilindro (número de Mach 0,60, ângulo de ataque 0° e número de Reynolds $0,49 \times 10^6$).

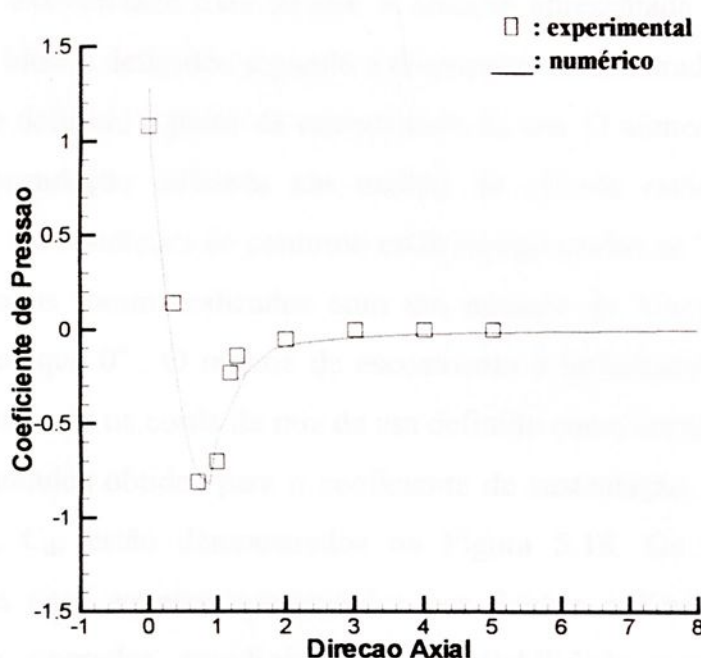


Figura 5.15 – Comparação entre os coeficientes de pressão obtidos numericamente e experimentalmente devido a Hsieh (1977) .

5.3.4 Escoamento Viscoso Turbulento sobre a Asa do Avião de Caça F5

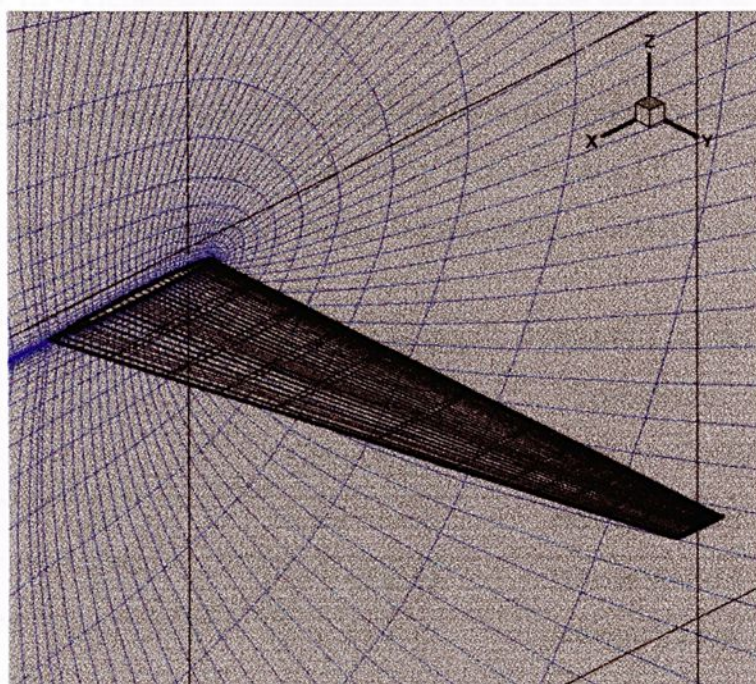
Esta simulação considera o escoamento viscoso turbulento sobre a asa do avião de caça F5 que tem como alongamento 2,98, afilamento de 0,31, e ângulo de enflechamento de $31,92^\circ$. A preocupação principal deste teste foi assegurar a confiabilidade do operador aerodinâmico com o modelo de turbulência ativado.

Os resultados foram obtidos utilizando-se uma malha com topologia C no plano $\xi-\zeta$ e topologia H no plano $\xi-\eta$, sendo ξ a direção longitudinal, η a direção ao longo da envergadura e ζ a direção normal à superfície de sustentação. Convém ressaltar que a discretização do domínio de cálculo foi realizada de forma análoga ao trabalho publicado por Mello (1994), com a diferença de que, agora, a malha originalmente gerada por Mello (1994) apresenta-se particionada em 4 blocos. A Figura 5.16 ilustra a topologia

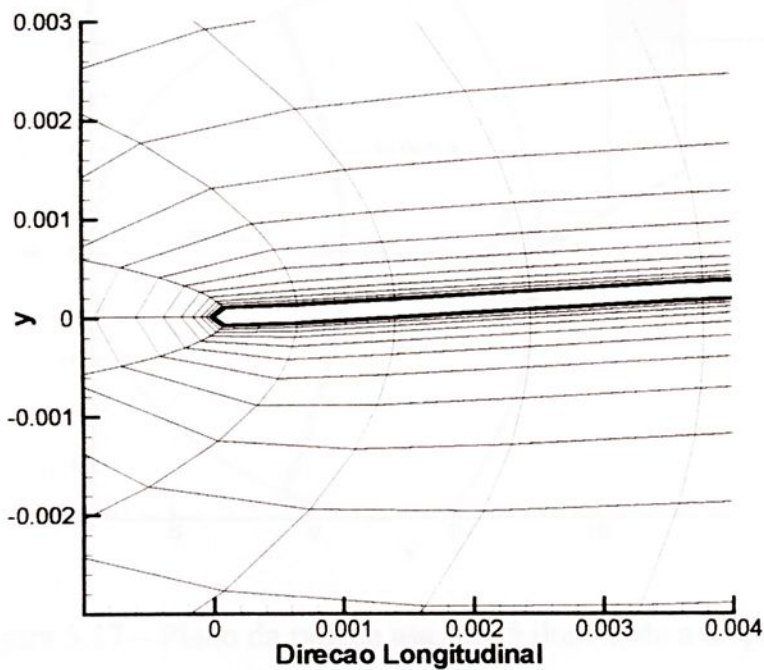
adotada e também coloca em detalhe a região do corte localizado na região posterior à extremidade livre da asa. A solução apresentada por este trabalho utiliza três blocos definidos segundo a disposição demonstrada na Figura 5.17, e um bloco definido a partir da extremidade da asa. O número de pontos bem como a formulação utilizada nas malhas de cálculo estão disponíveis na Tabela 5.6. As condições de contorno estão representadas na Tabela 5.7.

Os ensaios foram realizados com um número de Mach igual a 0,95 e ângulo de ataque 0° . O regime de escoamento é turbulento com número de Reynolds baseado na corda da raiz da asa definido como sendo 11×10^6 .

Os resultados obtidos para o coeficiente de sustentação, C_l , e coeficiente de arrasto, C_d , estão demonstrados na Figura 5.18. Os resultados estão consistentes com aqueles apresentados por Sankar e Kwon (1989) o que confere ao operador aerodinâmico a confiabilidade necessária para se prosseguir com o desenvolvimento do tratamento acoplado e não linear de problemas de iteração fluido-estrutura podendo-se utilizar como opção, no cálculo do operador aerodinâmico, uma formulação viscosa turbulenta.



(a) Topologia da asa.



(b) Detalhe do corte localizado a partir da extremidade livre da asa.

Figura 5.16 – Geometria adotada para o caso da asa do avião de caça F5.

Tabela 5.6 – Características dos subdomínios utilizados na simulação do escoamento sobre asa do avião de caça F5

(ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).

BLOCO	DIMENSÃO DA MALHA (ξ , η , ζ)	FORMULAÇÃO Turbulento $Re_{y_{corda}} = 11 \times 10^6$
1	11 x 15 x 41	Navier-Stokes
2	121 x 15 x 41	Navier-Stokes
3	11 x 15 x 41	Navier-Stokes
4	141 x 6 x 41	Navier-Stokes

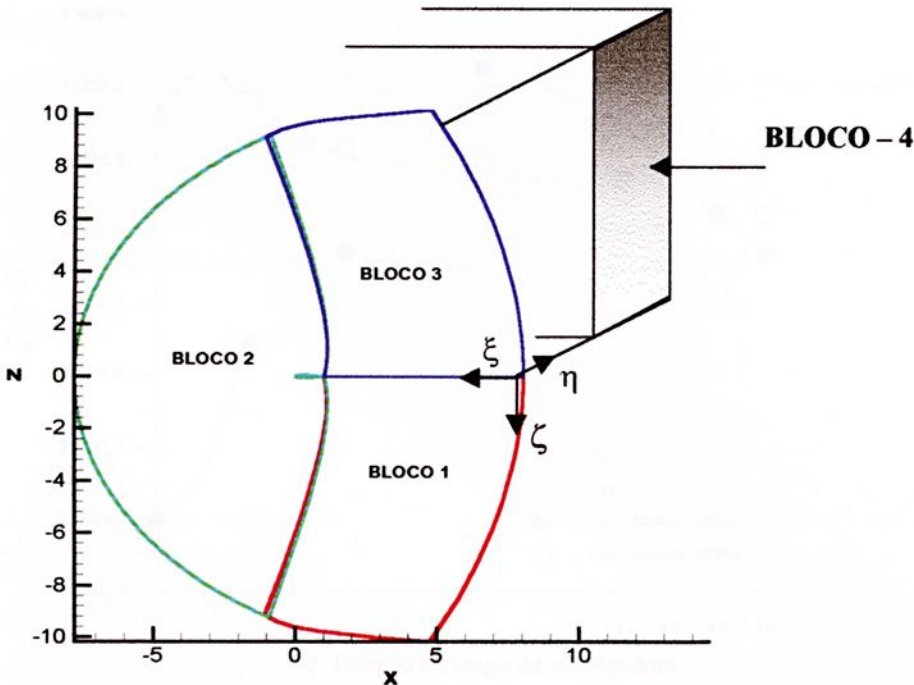


Figura 5.17 – Plano da raiz da asa do F5 ilustrando a disposição dos blocos em relação à superfície de sustentação.

Tabela 5.7 – Condições de contorno: asa do avião de caça F5.

FACE	BLOCO – 1	BLOCO – 2	BLOCO – 3	BLOCO – 4
1	Saída	Interface I (justaposta)	Interface I (justaposta)	Saída
2	Entrada	Entrada	Entrada	Entrada
3	Interface I (justaposta)	Interface I (justaposta)	Saída	Saída
4	Corte	Parede Viscosa	Corte	Corte
5	Parede Não Viscosa	Parede Não Viscosa	Parede Não Viscosa	Interface I* (justaposta)
6	Interface I (justaposta)	Interface I (justaposta)	Interface I (justaposta)	Parede Não Viscosa

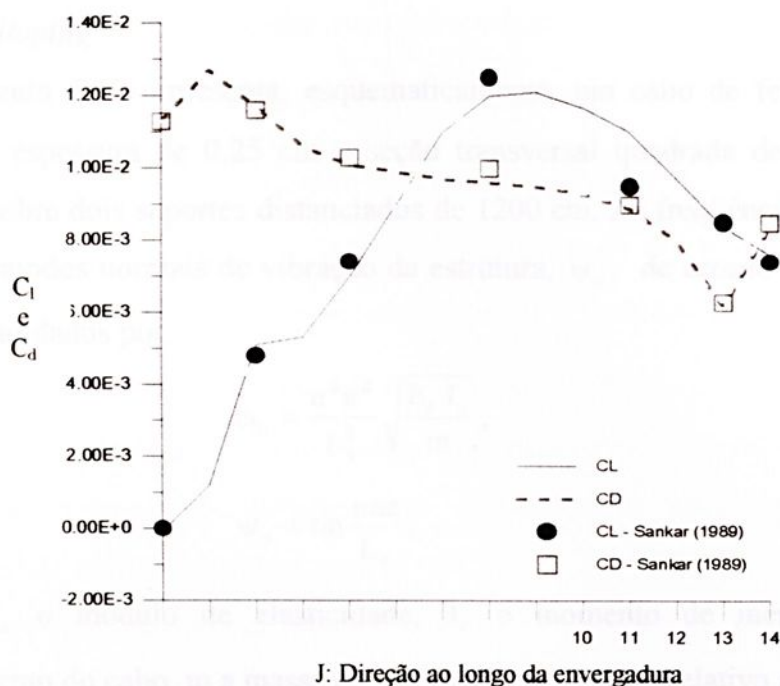


Figura 5.18 – Coeficientes de sustentação (C_l) e arrasto (C_d) para o caso do escoamento transônico sobre a asa do F5

Maiores detalhes referentes à geometria, estudo de efeitos de extremidade e também ao cálculo dos coeficientes utilizados na determinação do carregamento aerodinâmico sobre a asa, em regime estacionário e não estacionário, podem ser encontrados em Mello (1994).

5.4 Validação do Operador Estrutural

5.4.1 Objetivos

Esta seção pretende simular o fenômeno aeroelástico de *galloping* com a finalidade de validar a implementação da formulação modal isoladamente, ou seja, com o operador aerodinâmico desligado. O fato de as forças aerodinâmicas poderem ser obtidas a partir de correlações empíricas motivou o presente desenvolvimento. Alguns detalhes sobre a formulação matemática do fenômeno aeroelástico de *galloping* podem ser encontrados no Apêndice A.

5.4.2 Galloping

A Figura 5.19 representa, esquematicamente, um cabo de ferro, parede fina com espessura de 0,25 cm e seção transversal quadrada de 400 cm², apoiado sobre dois suportes distanciados de 1200 cm. As frequências naturais, ω_n , e os modos normais de vibração da estrutura, ψ_n , de acordo com Harris (1988), são dados por:

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L_s^2} \sqrt{\frac{E_s I_s}{m}}, \quad (5.1)$$

$$\psi_n = \sin \frac{n\pi z}{L_s}, \quad (5.2)$$

sendo E_s o módulo de elasticidade, I_s o momento de inércia, L_s o comprimento do cabo, m a massa da estrutura e n o índice relativo ao modo. A coordenada z é medida ao longo da direção definida pela reta suporte que une os dois apoios.

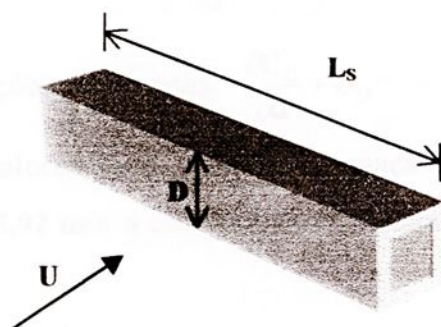


Figura 5.19 – Configuração utilizada na simulação de *galloping*: cabo de ferro, parede fina com espessura de 0,25 cm, seção transversal quadrada de 400 cm² e suportes distanciados de 1200 cm.

A fim de validar o operador estrutural, adotou-se os mesmos parâmetros estruturais que Blevins (1977), ou seja: $E_s = 2 \times 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, $I_s = 1420 \text{ cm}^4$ e $m = 17,28 \text{ kg}$. O fator de amortecimento atribuído a cada modo foi de $\zeta_s = 0.01$. A densidade do ar, ρ , assumiu o valor de $1,23 \text{ kg/m}^3$. A obtenção da curva representativa do carregamento aerodinâmico, C_y , está descrita no Apêndice A. Os parâmetros utilizados em sua determinação foram $a_1 = 2,7$ e $a_3 = -31$. Note que o coeficiente de força vertical foi aproximado utilizando-se apenas coeficientes polinomiais ímpares. Isto é justificável visto que a seção transversal do corpo é simétrica para $\alpha = 0$.

Através de uma análise linear, Blevins (1977) deduziu que a velocidade reduzida crítica para que o cabo entre em *galloping* é calculada de acordo com a equação (5.3):

$$\frac{u}{f \cdot D} = \frac{-\frac{4m(2\pi\zeta_1)}{\rho D^2}}{\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D\right)} \quad (5.3)$$

sendo que, para seções quadradas, $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D = -2,7$ (BLEVINS, 1977).

Substituindo-se os valores supracitados na equação (5.3), pode-se concluir que a partir de $u = 28,92 \text{ m/s}$ a estrutura acima estará em *galloping*.

5.4.3 Resultados Numéricos

O procedimento numérico consiste em atribuir um deslocamento inicial de $1 \times 10^{-2} \text{ m}$ na seção média do cabo, adotar uma velocidade de escoamento livre para, finalmente, verificar como se comporta o fator de ganho.

O gráfico ilustrado na Figura 5.20 representa as curvas de ganhos de energia obtidas para várias condições de escoamento. É instrutivo observar que este parâmetro é calculado através do produto da força de sustentação, L , e a componente vertical do vetor velocidade, $\frac{dh}{dt}$, para cada ciclo do movimento harmônico da estrutura, ou seja:

$$\text{Ganho} = -\int_0^T L \frac{\partial h}{\partial t} dt. \quad (5.1)$$

A metodologia adotada neste tópico do trabalho determina o deslocamento vertical associado a cada modo estrutural utilizando como carregamento aerodinâmico forças obtidas a partir de ensaios estacionários (Anexo A). Sendo L considerado “constante”, a equação (5.1) é uma forma de se representar a contribuição modal no decaimento ou amplificação da velocidade vertical da estrutura durante a marcha temporal. De forma geral, este fator indica se a estrutura está perdendo ou ganhando energia para o meio fluido. Claramente, pode-se observar que a primeira velocidade crítica está situada entre 20 e 30 m/s.

A Figura 5.21 ilustra o que a literatura se refere como ciclo limite caracterizando a resposta do cabo em *galloping*. Tendo como base o resultado pesquisado por Blevins (1977) foi encontrado o valor de $u = 28,95$ m/s para a velocidade crítica, o que demonstra com um erro de 0,10% o comportamento esperado.

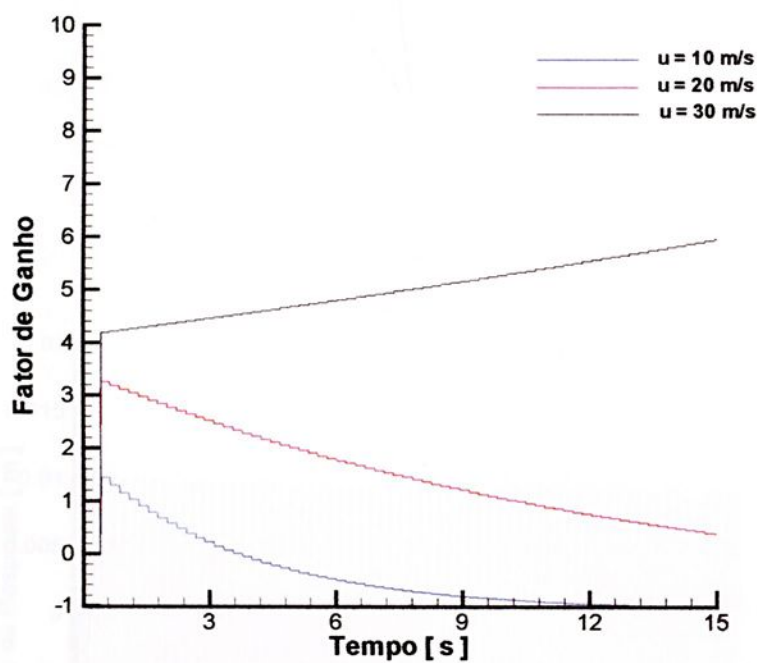
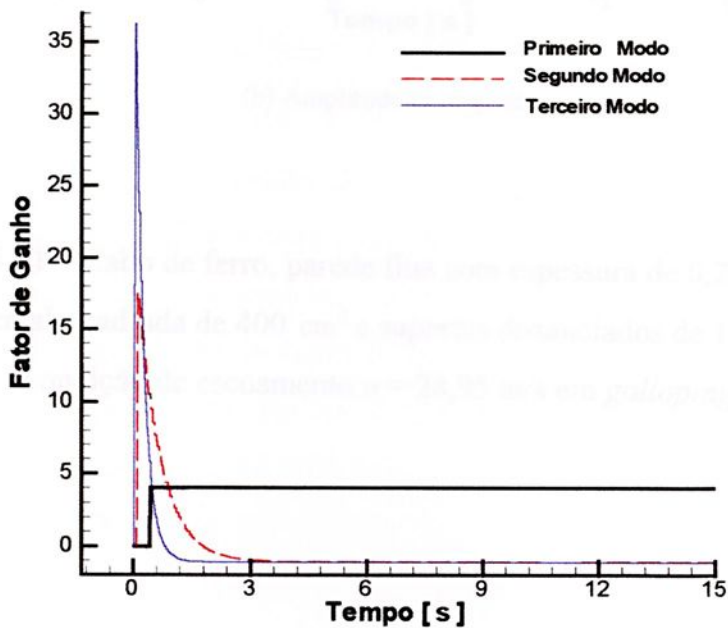
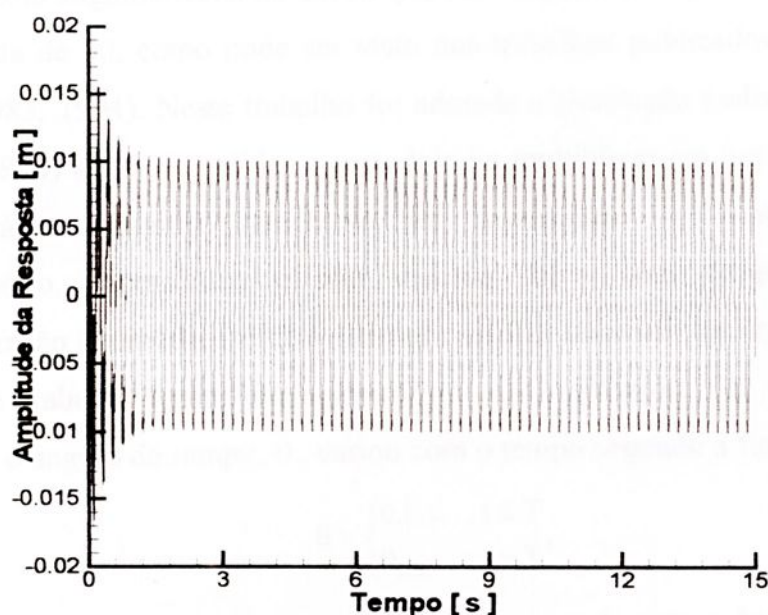


Figura 5.20 – Fator de ganho de energia associado ao 1º modo para diferentes velocidades de escoamento.



(a) Contribuições modais.



(b) Amplitude da resposta.

Figura 5.21 – Cabo de ferro, parede fina com espessura de 0,25 cm, seção transversal quadrada de 400 cm^2 e suportes distanciados de 1200 cm na condição de escoamento $u = 28,95 \text{ m/s}$ em *galloping*.

5.5 Resultados Aeroelásticos

5.5.1 Escoamento Supersônico Não Estacionário Sobre uma Rampa

Soluções de escoamentos supersônicos, não viscosos, em regime permanente são largamente conhecidos na literatura (SHAPIRO, 1953). O estudo de escoamentos supersônicos, não viscosos e não estacionários em rampas com ângulos variando em função do tempo, receberam atenção a partir da década de 80, como pode ser visto nos trabalhos publicados por Degani; Park (1983, 1994). Neste trabalho foi adotada a simulação realizada por Park *et al.* (1994) a fim de validar a metodologia multibloco em um contexto não estacionário. Naquela referência foi investigado o escoamento não estacionário, supersônico e não viscoso sobre uma rampa móvel. A configuração geométrica está esquematicamente ilustrada na Figura 5.22. No presente trabalho foram analisados dois casos distintos. Em uma primeira análise, o ângulo da rampa, θ , variou com o tempo segundo a função :

$$\theta = \begin{cases} 0,1 t & , t \leq T \\ \theta_{\text{final}} & , t > T \end{cases} \quad (5.1)$$

sendo T definido para que $\theta_{\text{final}} = 5^\circ$. No segundo caso o ângulo da rampa variou sobre a função linear $\theta = 0,1 t$ de forma a perfazer um ciclo de compressão ($0^\circ : 5^\circ$), expansão ($5^\circ : -5^\circ$) e compressão ($-5^\circ : 0^\circ$). A malha de cálculo foi deformada a cada passo de integração temporal. A localização dos pontos de tomadas de pressão, A e B, ilustrados na Figura 5.22, não foram bem definidos na referência supracitada. Neste trabalho, as localizações dos pontos A e B foram definidas em função do comprimento da rampa, L, ou seja, L_A vale 50% de L, e L_B 90% de L.

Na referência citada, foi adotado $\theta_{\text{final}} = 20^\circ$. Em consequência, não é possível uma comparação direta dos presentes resultados com aqueles da referência Park *et al.* (1994), mesmo porque a localização dos pontos A e B não está efetivamente definida na referência, como já citado. De qualquer

forma, para que se possa obter alguma confiança nos presentes resultados, a Figura 5.23 exhibe alguns dos resultados publicados por Park *et al.* (1994).

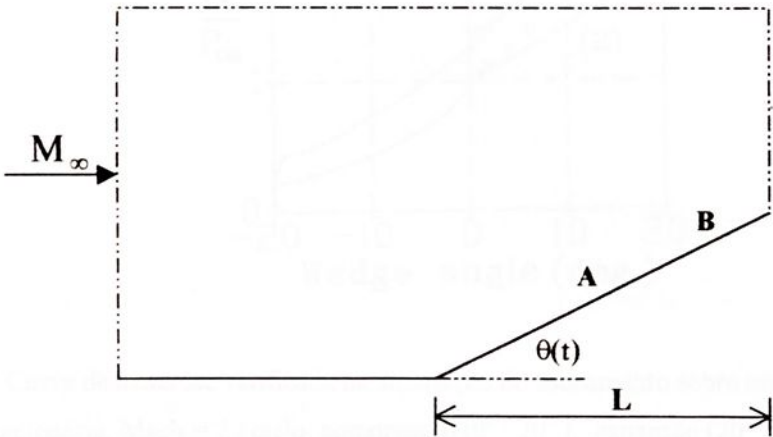
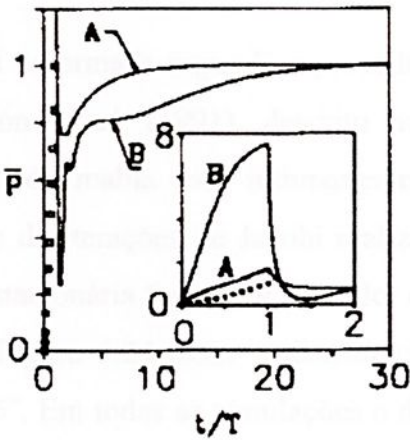
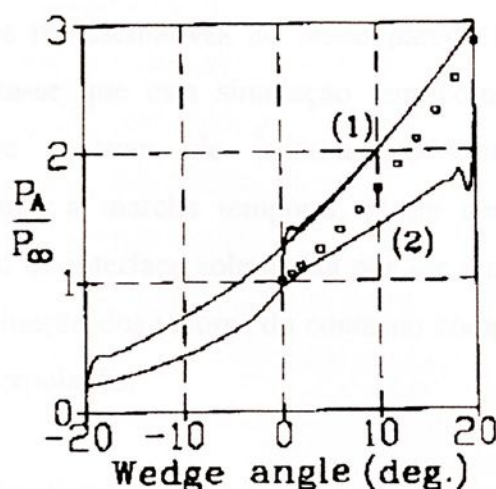


Figura 5.22 – Geometria da rampa adotada na simulação.



(a) Variação de pressão nos pontos A e B para a simulação do escoamento sobre uma

rampa móvel. $Mach = 2$, $\theta = \begin{cases} 0,1 \text{ t} & , t \leq T \\ \theta_{\text{final}} & , t > T \end{cases}$.



(b) Curva de histerese verificada na simulação do escoamento sobre uma rampa não estacionária. Mach = 2 ; ciclo: compressão (0° : 20°), expansão (20° : -20°) e compressão (-20° : 0°)

Figura 5.23 – Resultados publicados por Park *et al.* (1994).

A malha de cálculo foi deformada segundo o procedimento computacional desenvolvido por Robinson *et al.* (1991), descrito no Anexo B. Pôde-se observar que a qualidade da malha está intimamente ligada ao valor do parâmetro Γ e do número de iterações de Jacobi realizadas no processo. Na simulação da rampa não estacionária foi adotado o valor de $\Gamma = 2$ e um total de 4 iterações de Jacobi. A Figura 5.24 exhibe a distribuição de pontos para os ângulos de rampa de 0° e 5°. Em todas as simulações o domínio de cálculo foi decomposto em dois subdomínios. O bloco 1, representativo do bloco “parede” utiliza 29 pontos na direção longitudinal (ξ), 7 pontos na direção da envergadura (η) e 20 pontos na direção normal (ζ) à parede. O bloco 2, denominado de bloco “fluido”, foi definido com 20 pontos na direção longitudinal, 7 pontos na direção de envergadura e 20 pontos na direção normal.

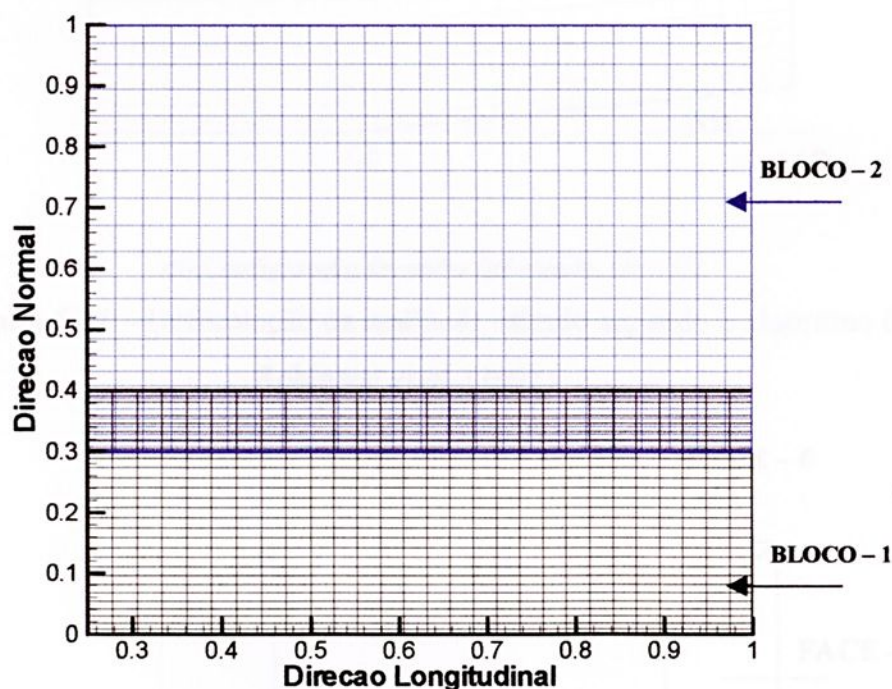
As condições de contorno utilizadas estão disponíveis na Tabela 5.8 e a localização das faces representativas do bloco parede está demonstrada na Figura 5.25. Enfatiza-se que esta simulação tem como objetivo principal analisar criticamente a troca de informações entre os subdomínios computacionais durante a marcha temporal. Neste contexto, utilizou-se a condição de contorno de interface sobreposta por ser a mais “crítica” no que diz respeito à determinação dos valores do contorno computacional através de procedimentos de interpolação.

Tabela 5.8 – Condições de contorno: configuração rampa móvel.

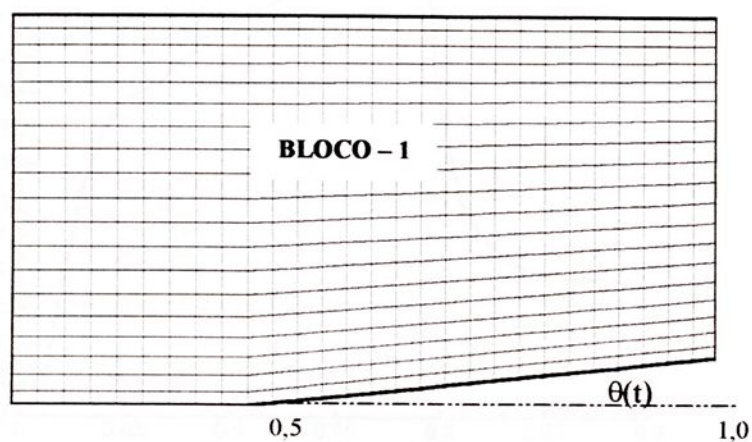
FACE	BLOCO – 1 (bloco móvel)	BLOCO – 2 (bloco fixo)
1	Entrada	Entrada
2	Interface (Sobreposta)	Saída
3	Saída	Saída
4	Parede: Formulação Não Viscosa	Interface (Sobreposta)
5	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa
6	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa

O primeiro caso estudo foi conduzido para número de Mach $2, \theta = \begin{cases} 0,1 & t \leq T \\ \theta_{\text{final}} & t > T \end{cases}$ e $L = 0,5$. A Figura 5.26 exhibe a variação de pressão nos pontos A e B destacados na Figura 5.22. Pode-se observar que no estágio inicial do desenvolvimento do escoamento a pressão no ponto B é mais elevada que no ponto A. Este resultado é consistente visto que a velocidade

linear em B é maior que em A. Imediatamente depois que cessa o movimento verifica-se uma queda de pressão na superfície da rampa. É notório também que a queda de pressão em B é superior à variação de pressão sofrida pelo escoamento em A. Isto pode ser explicado tendo em vista que, uma vez retirada a “força de excitação”, decorrente da variação do ângulo da rampa, a perturbação do escoamento sofrida em B é maior que em A em consequência de sua maior velocidade linear. Os resultados supracitados estão de acordo com aqueles publicados por Park *et al.* (1994). É importante ressaltar que a análise em questão refere-se apenas ao comportamento transiente do campo de escoamento.



(a) Configuração inicial da malha de cálculo ($\theta(t=0) = 0^\circ$).



(b) Configuração de malha deformada, ($\theta = 5^\circ$).

Figura 5.24 – Deformação da malha de cálculo segundo o algoritmo de Robinson *et al.* (1991).

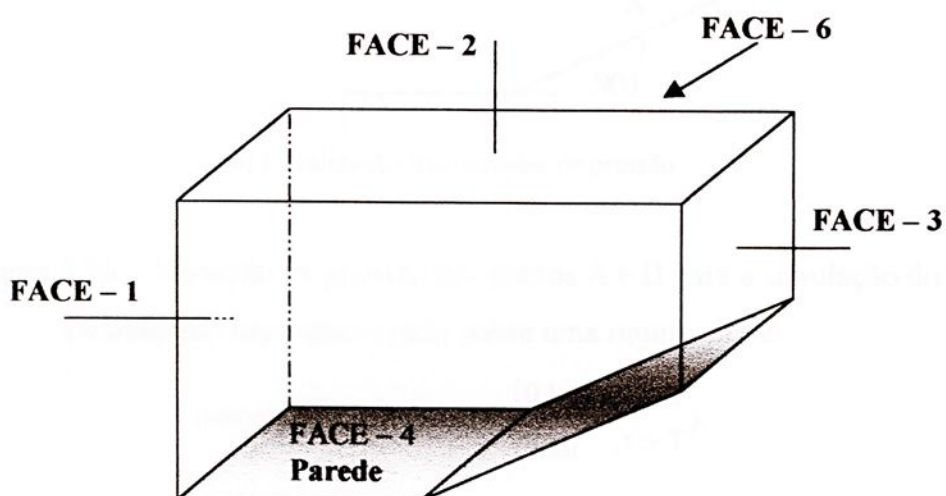
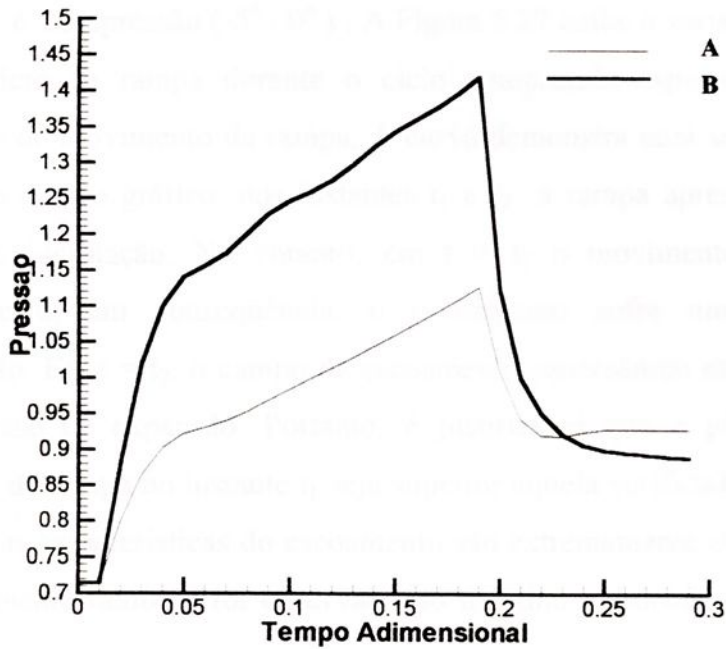
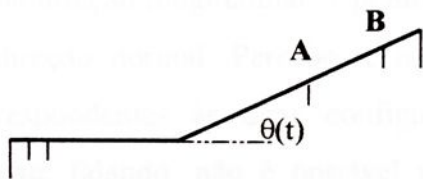


Figura 5.25 – Identificação das faces do bloco parede representativo do domínio físico (configuração: rampa).



(a) Variação de pressão.



(b) Localização das tomadas de pressão.

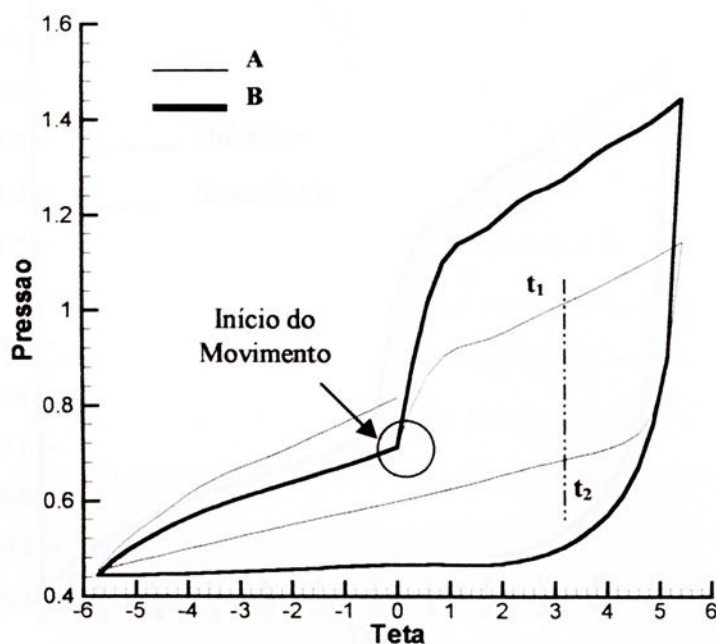
Figura 5.26 – Variação de pressão nos pontos A e B para a simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel

(número de Mach = 2, $\theta = \begin{cases} 0,1 & t \leq T \\ \theta_{\text{final}} & t > T \end{cases}$).

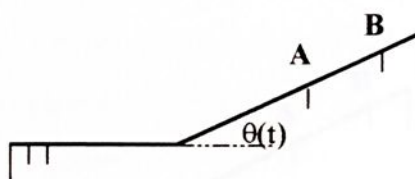
Em uma segunda simulação, foi definido número de Mach 2, $L = 0,5$ e o ângulo da rampa variou sobre a função linear $\theta = 0,1 t$ de forma a perfazer um ciclo definido pelos estágios de movimento: compressão ($0^\circ : 5^\circ$), expansão ($5^\circ : -5^\circ$) e compressão ($-5^\circ : 0^\circ$). A Figura 5.27 exibe a variação da pressão na superfície da rampa durante o ciclo compressão-expansão-compressão decorrente do movimento da rampa. A curva demonstra uma severa histerese. De acordo com o gráfico, nos instantes t_1 e t_2 a rampa apresenta o mesmo ângulo de inclinação. No entanto, em $t = t_1$ o movimento da rampa é ascendente e, em consequência, o escoamento sofre um processo de compressão. Em $t = t_2$, o campo de escoamento supersônico está submetido a um processo de expansão. Portanto, é justificável que a pressão sobre a superfície da rampa no instante t_1 seja superior àquela verificada no instante t_2 visto que as características do escoamento são extremamente diferentes. Este comportamento também foi observado no trabalho publicado por Park *et al.* (1994).

A Figura 5.28 exibe a comparação entre os resultados obtidos utilizando-se uma configuração de bloco único e uma configuração multibloco. A malha monobloco utilizou 25 pontos na direção longitudinal, 7 pontos na direção de envergadura e 40 pontos na direção normal. Percebe-se que a correlação existente entre os dados correspondentes às duas configurações deixam bastante a desejar. Rigorosamente falando, não é possível realizar alguma comparação entre as diferentes abordagens quando no uso da condição de contorno de interface sobreposta. As malhas utilizadas são completamente diferentes. No entanto, é interessante observar que, no tocante às tendências de comportamento entre as curvas, pode-se concluir que os procedimentos de interpolação utilizados na resolução multibloco são suficientemente robustos para capturar os fenômenos não lineares envolvidos no tratamento de escoamentos não estacionários.

Finalmente, convém salientar que os pontos de contorno da malha representativa dos blocos fixos e móveis têm os valores de propriedades atualizados a cada passo no tempo através de procedimentos de interpolação. Uma vez que alguns blocos podem estar em movimento, torna-se também necessário re-localizar os pontos de contorno a fim de viabilizar o procedimento de interpolação. Este processo de busca possui custo computacional elevado, principalmente se algoritmos mais simples e com uma lógica mais intuitiva forem empregados. É instrutivo ressaltar que não foram realizadas simulações que pudessem quantificar o custo computacional envolvido no uso de malhas sobrepostas. No que diz respeito às simulações não estacionárias, a determinação correta do custo computacional é extremamente importante, visto que a malha de cálculo é prioridade indiscutível quando no trato de configurações realísticas de uso prático. Diante desta preocupação, antes de se emitir um parecer definitivo sobre a aplicação da condição de contorno de interface sobreposta no tratamento de escoamentos não estacionários, seriam necessários estudos mais aprofundados que delimitem melhor os custos envolvidos em todo o envelope de aplicação da metodologia proposta.

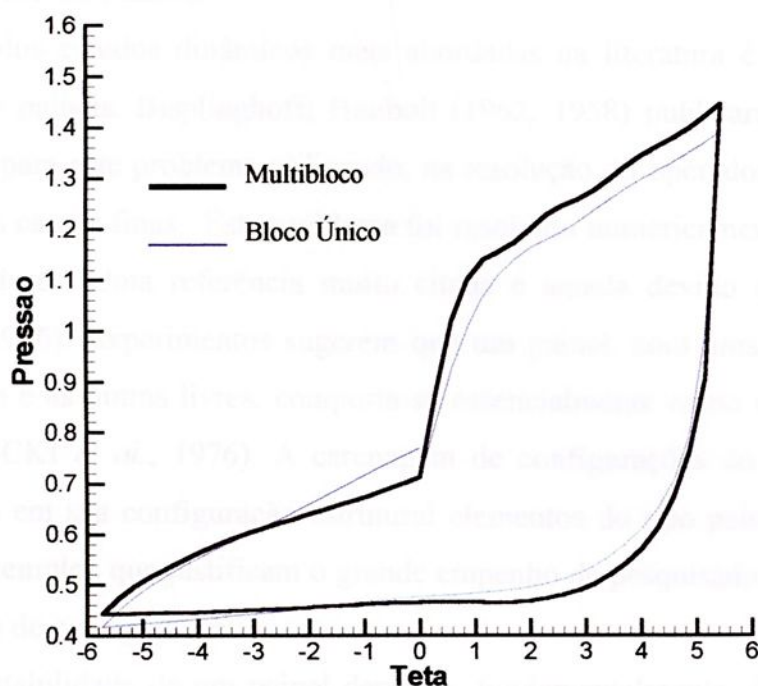


(a) Histerese.

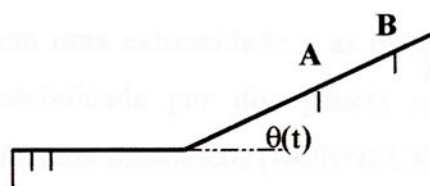


(b) Localização das tomadas de pressão.

Figura 5.27 – Curva de histerese verificada na simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel (número de Mach = 2 ; ciclo: compressão-expansão-compressão).



(b) Histerese.



(b) Localização das tomadas de pressão.

Figura 5.28 – Comparação entre as variações de pressão verificadas nas simulações multibloco e bloco único do escoamento não estacionário sobre uma rampa móvel

(número de Mach = 2, ciclo: compressão-expansão-compressão).

5.5.2 Flutter de Painéis

Um dos estudos dinâmicos mais abordados na literatura é a análise de *flutter* de painéis. Bisplinghoff; Houbolt (1962, 1958) publicaram a solução analítica para este problema utilizando, na resolução do operador estrutural, a teoria das cascas finas. Este problema foi resolvido numericamente por vários pesquisadores. Uma referência muito citada é aquela devido a Lesoinne e Farhat (1996). Experimentos sugerem que um painel, com uma extremidade engastada e as outras livres, comporta-se essencialmente como um aerofólio, (KORNECKI *et al.*, 1976). A carenagem de configurações do tipo foguete apresenta em sua configuração estrutural elementos do tipo painel. Estes são alguns exemplos que justificam o grande empenho de pesquisadores no estudo deste tipo de configuração.

A instabilidade de um painel depende, fundamentalmente, da velocidade do escoamento. Se o painel está simplesmente apoiado ou engastado em suas extremidades pode perder a estabilidade por divergência em escoamentos subsônicos e por *flutter* em escoamentos supersônicos. Por outro lado, se o painel apresenta-se engastado em uma extremidade e as outras são mantidas livres, este tende a perder estabilidade por divergência em escoamentos supersônicos e *flutter* em escoamentos subsônicos (KORNECKI, 1974).

Esta seção pretende simular o fenômeno aeroelástico *flutter* de painéis com a finalidade de validar a implementação do acoplamento entre os operadores aerodinâmico e estrutural. A simplicidade da geometria e a disponibilidade de resultados para fins de comparação motivou o presente desenvolvimento.

5.5.2.1 Simulação Numérica

O problema de painel de foguete foi resolvido numericamente utilizando-se a abordagem de Euler para a solução do escoamento aerodinâmico e a formulação de elementos finitos para a determinação da deformação da estrutura. O domínio de cálculo foi discretizado em duas dimensões, a figura 5.20 mostra a geometria do painel e a discretização em elementos finitos. O painel foi modelado com

5.5.2.1 Solução Analítica

A solução analítica do problema de *flutter* de painéis utiliza na definição do operador estrutural a equação (5.4), desenvolvida para placas com razão de aspecto infinita,

$$m \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial t^2} + D \frac{\partial^4 y(z, t)}{\partial z^4} = P(z, t), \quad (5.4)$$

sendo y a deflexão vertical da placa e P a pressão. Essencialmente, trata-se de uma formulação 2-D. Convém ressaltar que a pressão é definida considerando-se um comprimento unitário para a direção de envergadura no painel. Ambas variáveis são funções da coordenada longitudinal da placa z e do tempo t . Os parâmetros m e D_s são definidos conforme segue:

$$m = \rho_s h, \quad D_s = \frac{E_s h^3}{12(1 - \nu_s^2)}, \quad (5.5)$$

sendo ν_s a razão de Poisson, h a espessura da placa e ρ_s a massa específica do material. O termo D_s é denominado de rigidez à flexão e m é a massa da placa por unidade de área. Nesta simulação será considerado que a placa encontra-se engastada nas duas extremidades. Os parâmetros utilizados na determinação da velocidade de *flutter* estão ilustrados na Tabela 5.9. A solução analítica mostra que, para os parâmetros supracitados, o limite de estabilidade é alcançado quando número de Mach atingir 2,27 e a frequência na qual ocorre esse limite é de 462,2 rad/s. Digno de nota, a solução analítica utilizou a formulação do potencial linearizado no cálculo do operador aerodinâmico.

5.5.2.2 Solução Numérica

O problema de *flutter* de painéis foi resolvido numericamente utilizando-se a formulação de Euler para o cálculo do operador aerodinâmico e a formulação modal para a determinação da dinâmica da estrutura. O domínio de cálculo foi subdividido em dois blocos. A Figura 5.29 ilustra a geometria adotada e identifica as faces do bloco parede sobre o qual o painel está

presente. A Figura 5.30 exibe a malha de cálculo utilizada. As Tabelas 5.10 e 5.11 apresentam as características das malhas e as condições de contorno utilizadas na definição do operador aerodinâmico, respectivamente. Obviamente este problema não exige a decomposição multibloco. No entanto, este procedimento é interessante no sentido de se validar a metodologia quando acoplada ao operador estrutural. As frequências e os modos naturais da estrutura foram obtidos a partir de Weaver *et al.* (1990). Para a sua determinação foram utilizados os parâmetros apresentados na Tabela 5.9. Foram adotados dois modos normais na resolução do problema. A Tabela 5.12 reúne as frequências naturais bem como os modos normais de vibração adotados.

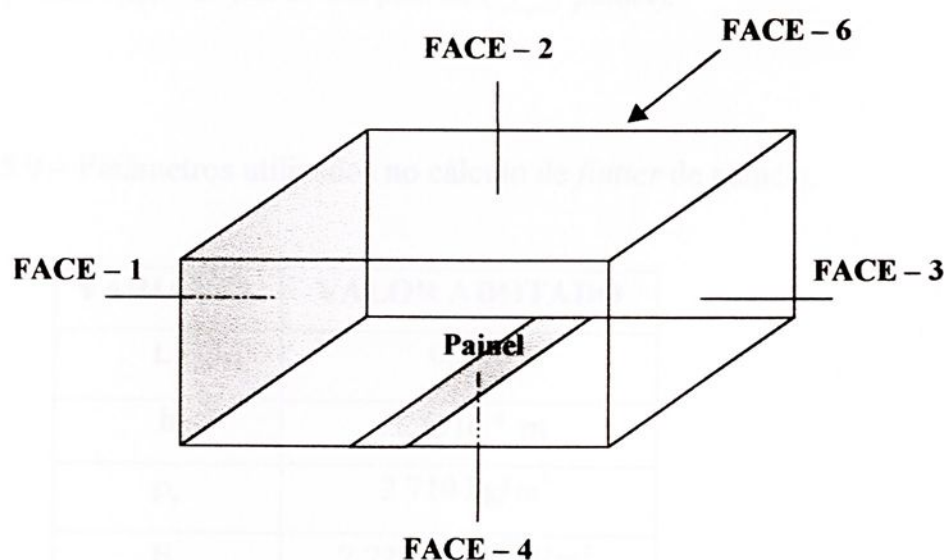


Figura 5.29 – Representação esquemática do domínio de cálculo
(configuração: painel).

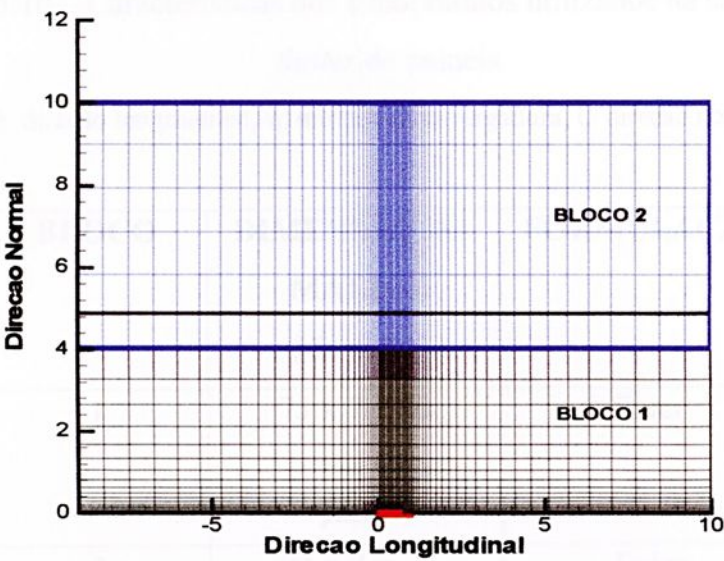


Figura 5.30 – Plano da raiz da malha de cálculo utilizada no teste de simulação de *flutter* em painéis (— : painel).

Tabela 5.9 – Parâmetros utilizados no cálculo de *flutter* de painéis.

VARIÁVEL	VALOR ADOTADO
L_s	0,5 m
h	$1,35 10^{-3}$ m
ρ_s	2.710 kg/m^3
E_s	$7,728 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
ν	0,3
γ	1,4
ρ_∞	$0,4 \text{ kg/m}^3$
P_∞	25.714 N/m^2

Tabela 5.10 – Características dos subdomínios utilizados na simulação de *flutter* de painéis

(ξ : direção longitudinal, η : direção da envergadura, ζ : direção normal).

BLOCO	DIMENSÃO DA MALHA (ξ , η , ζ)	FORMULAÇÃO
1	73 x 7 x 20 25 pontos sobre o painel	Euler
2	73 x 7 x 6	Euler

Tabela 5.11 – Condições de contorno: simulação de *flutter* em painéis.

FACE	BLOCO – 1	BLOCO – 2
1	Entrada	Entrada
2	Interface I (justaposta)	Saída
3	Saída	Saída
4	Parede: Formulação Não Viscosa	Interface I (justaposta)
5	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa
6	Parede: Formulação Não Viscosa	Parede: Formulação Não Viscosa

Tabela 5.12 – Parâmetros modais utilizados na simulação de *flutter* de painéis.

(a) Frequências naturais.

FREQÜÊNCIAS NATURAIS
$\omega_1 = 197 \text{ rad / s}$
$\omega_2 = 544 \text{ rad / s}$

(b) Modos Normais.

MODOS NORMAIS
$\psi_n = \sin \frac{n\pi z}{L_s}, \text{ n} = 1, 2 \text{ modos}$

O primeiro passo adotado na simulação de escoamentos não estacionários é a determinação de uma solução inicial. Fundamentalmente, esta, é a solução de estado estacionário. Levando-se em consideração que o escoamento é não viscoso, pode-se argüir que uma placa plana disposta conforme ilustra a Figura 5.30 não oferece nenhuma perturbação ao campo de escoamento. Logo, a solução inicial mais natural para esta simulação é a condição de escoamento não perturbado.

O parâmetro utilizado na pesquisa da velocidade de *flutter* foi o número de Mach. Manteve-se constante a velocidade de referência, a_∞ , com o valor obtido a partir das condições definidas para cada ensaio, ou seja, $a_\infty = \sqrt{\frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}}$.

O escoamento foi perturbado através de um deslocamento inicial de 10^{-5} m aplicado ao segundo modo normal de vibração.

O objetivo desta simulação é determinar as condições em que ocorre a instabilidade *flutter*. Neste contexto, o painel encontra-se engastado nas “duas” extremidades e o regime de escoamento é supersônico. O gráfico ilustrado na Figura 5.31 representa as curvas de ganhos de energia obtidas para várias condições de escoamento. A Figura 5.32 ilustra a resposta da estrutura, em termos de deslocamento modal para a condição de número de Mach 2,25. Todos os valores plotados foram obtidos na coordenada axial do painel em que ocorreram as maiores amplitudes de vibração.

O valor encontrado para esta coordenada foi de $x = 0,33$ m. Pode-se concluir que a frequência de *flutter* ocorre no intervalo de número de Mach $2,24 < Ma < 2,25$. Enfatiza-se que o objetivo desta simulação é demonstrar a potencialidade do método na análise de instabilidades aeroelásticas. Neste contexto, a correlação obtida entre os dados experimentais e numéricos são satisfatórios.

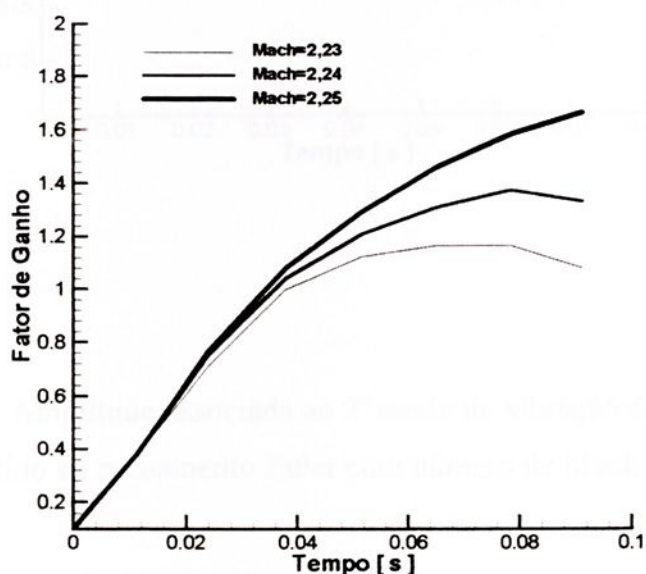


Figura 5.31 – Fator de ganho de energia associado ao 2º modo para diferentes condições de excitação.

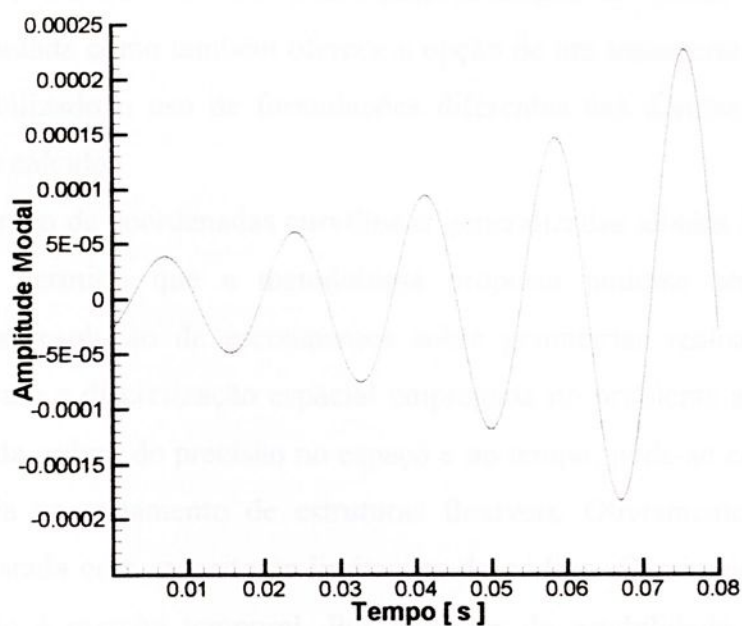


Figura 5.32 – Amplitude associada ao 2º modo de vibração de um painel submetido ao escoamento Euler com número de Mach 2,25.

CAPÍTULO 6

COMENTÁRIOS FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo desenvolver e implementar uma metodologia de cálculo para a resolução de problemas aerodinâmicos compressíveis e sua extensão para o tratamento de problemas aeroelásticos. Este desenvolvimento permite trabalhar com operadores aerodinâmicos que utilizam a formulação de Euler e as equações médias de Navier-Stokes tanto de forma isolada como também oferece a opção de um tratamento “zonal”, no qual é viabilizado o uso de formulações diferentes nas diversas regiões do domínio de cálculo.

O emprego de coordenadas curvilíneas generalizadas aliadas à capacidade multibloco permitiu que a metodologia proposta pudesse ser facilmente aplicada na resolução de escoamentos sobre geometrias realísticas de uso prático. Como a discretização espacial empregada no problema aerodinâmico é de segunda ordem de precisão no espaço e no tempo, pôde-se empregar esta metodologia no tratamento de estruturas flexíveis. Obviamente esta opção deve ser testada com respeito às limitações do código. O primeiro cuidado é com relação à marcha temporal. Por questões de estabilidade, o passo no tempo deve ser definido em função das características do esquema Runge-Kutta adotado no tratamento do operador aerodinâmico e das frequências modais utilizadas na representação do operador estrutural. Outro cuidado que deve ser tomado é com relação às malhas computacionais geradas. Estas devem ser ortogonais na região da parede da superfície de sustentação e, uma vez que o gerador utilizado no presente trabalho é um gerador algébrico, não existe um controle adequado na distribuição de pontos sobre configurações generalizadas, quando essas são postas em movimento.

O operador aerodinâmico foi testado para regimes de escoamento definidos segundo o intervalo de variação de números de Mach: 0,2 - 2,0. Não foram necessárias alterações nos coeficientes de dissipação artificial tanto para o caso viscoso como o não viscoso. O modelo de dissipação artificial empregado (TURKEL e VATSA, 1994), garante segunda ordem de precisão em regiões suaves do escoamento e primeira ordem de precisão em regiões com elevado gradiente de pressão, como, por exemplo, nas proximidades de ondas de choque. Sua formulação considera a influência “ponderada” dos raios espectrais das matrizes jacobianas de fluxo nas três direções, o que confere ao modelo a característica de ser não isotrópico.

Este trabalho fez uso do modelo algébrico de turbulência de Baldwin e Lomax (1978). Essencialmente, este modelo foi derivado para escoamentos “levemente” separados. Neste contexto, muito embora o código permita o tratamento de geometrias complexas, o modelo de turbulência não comporta este tipo de empreendimento. No entanto, devido à característica modular com que foi desenvolvido o programa computacional é possível a implementação de modelos mais sofisticados, tais como o modelo de Johnson; Baldwin (1985, 1990) sem grandes alterações na estrutura principal do código. Outro aspecto que deve ser ressaltado é que não foi estabelecido nenhum tratamento para a transição do escoamento laminar para o turbulento. Uma das formas de estabelecer este tratamento é definir o coeficiente de viscosidade turbulenta como sendo zero até um valor máximo a ser alcançado. Este valor deve ser especificado pelo usuário, o qual pode defini-lo com base em resultados experimentais e/ou resultados numéricos disponíveis na literatura. A partir do ponto em que ocorre este máximo, o coeficiente de viscosidade turbulenta passa a ser computado no cálculo das propriedades do escoamento, (PULLIAM e STEGER, 1980).

O código foi desenvolvido de tal forma que todos os blocos computacionais, definidos de acordo com a geometria do domínio de cálculo em análise, sejam tratados independentemente. Todos os blocos são capazes

de reconhecer internamente os tipos de condições de contorno em cada uma de suas 6 faces. O método de marcha no tempo é aplicado apenas para os pontos interiores destes blocos. Dentro deste enfoque, o presente desenvolvimento disponibilizou as seguintes condições de contorno:

- ▶ corte em esteiras;
- ▶ parede viscosa e não viscosa;
- ▶ singularidade;
- ▶ entrada e saída;
- ▶ interface justaposta e sobreposta;
- ▶ condição de escoamento livre.

Todas as condições de contorno foram validadas através de simulações em configurações conhecidas na literatura. Uma das qualidades relevantes do código desenvolvido diz respeito à sua flexibilidade. Essa flexibilidade é caracterizada pela capacidade de se resolver, com o mesmo algoritmo, problemas completamente diferentes, tanto sob o ponto de vista geométrico como também no que concerne à implementação de outras condições de contorno, sem nenhum acréscimo na complexidade de programação. Este trabalho demonstrou que tanto as condições de contorno de interface justaposta como a interface sobreposta são perfeitamente adequadas no tratamento de problemas aeroelásticos. Esta técnica permite que a metodologia “zonal” seja implementada e, em consequência, ganha-se em termos de tempo de cálculo.

Não foram realizados testes de refinamento de malha, tendo em vista que isto implicaria em um aumento do custo computacional acima da capacidade disponível no presente contexto. Indiscutivelmente, é de extrema importância o cumprimento desta etapa. A situação mais crítica a qual demanda procedimentos sistemáticos mais rigorosos de validação, seria aquela relacionada ao uso da condição de contorno de interface sobreposta. No entanto, cabe salientar que, quanto mais refinadas forem as malhas representativas do domínio de cálculo, menor será a área do quadrilátero no

qual os pontos de fronteira estão localizados. Em consequência, menor será o gradiente de propriedades entre os vértices que o compõem. Desta forma, a expectativa inicial deste esforço é de que se obtenham melhores resultados na interpolação de propriedades dos pontos de fronteira à medida em que as malhas sejam refinadas.

O procedimento adotado no acoplamento entre os operadores aerodinâmico e estrutural seguiu os moldes definidos em Azevedo (1988), apenas que, agora, em um contexto multibloco. Os resultados apresentados demonstraram ser de boa qualidade o que valida a metodologia proposta. O operador estrutural foi resolvido por intermédio da metodologia de análise modal. Muito embora a implementação estabelecida para a resolução do operador estrutural tenha sido direcionada para o tratamento de equações diferenciais ordinárias desacopladas, todo o desenvolvimento pode ser facilmente adaptado para o tratamento de sistemas acoplados. Em termos de custo computacional, isto significa que matrizes deverão ser invertidas. Tendo em vista que o número de modos necessários para descrever o movimento de uma estrutura é relativamente pequeno, dentro do contexto de análise aeroelástica à qual está sendo proposto este trabalho, o custo associado à solução do problema não seria brutalmente afetado.

O código não estacionário mostrou-se extremamente útil no estudo de fenômenos não lineares. Para tanto basta rever o grau de detalhamento dos resultados apresentados na simulação do escoamento não estacionário sobre uma rampa e a análise aeroelástica de *flutter* de painéis. Entretanto, a exploração completa das suas potencialidades merece estudos mais completos. Especialmente recomendável é o confronto mais amplo de suas soluções com outros resultados experimentais obtidos para configurações mais complexas que justificariam o uso da metodologia proposta. Digno de nota, faz-se necessário também, analisar em maior detalhe os aspectos relativos à eficiência computacional dos procedimentos de cálculo propostos. Isto não foi feito pois a ênfase principal do trabalho esteve concentrada no

desenvolvimento da capacidade de se realizar as simulações pretendidas. Não obstante, o processo completo de validação da ferramenta desenvolvida requer que estes estudos de eficiência sejam realizados. Em particular, mereceriam atenção especial, aspectos relativos ao custo computacional de regerar a malha em aplicações não estacionárias, em comparação ao custo de apenas deformar esta malha. Também é recomendável a determinação do custo relativo ao processo de definição da molécula de cálculo e do procedimento de interpolação quando da utilização de malhas sobrepostas no tratamento de escoamentos não estacionários. Vale salientar, ainda, que uma simulação não estacionária típica, como no caso da análise de flutter de painéis descrita anteriormente, utiliza da ordem de dois dias de CPU em uma estação de trabalho HP 9000 série 700 (capacidade de memória 2G, 16M RAM, 57Mips, 17 Mflops) . Isto enfatiza, mais uma vez, a necessidade da preocupação com eficiência e custo computacional.

Em função das dificuldades envolvidas no presente desenvolvimento e também das necessidades do Instituto de Atividades Espaciais (IAE), no que diz respeito à análise aeroelástica de configurações de uso prático, foram definidos alguns tópicos que merecem a atenção para o desenvolvimento de trabalhos futuros:

- ▶ Implementação no procedimento de cálculo aerodinâmico de técnicas para acelerar a convergência. É prática comum o uso da técnica *multigrid* em combinação com esquemas Runge-Kutta.
- ▶ O uso da condição de interface sobreposta provou ser bastante interessante no tratamento de geometrias complexas. A implementação da técnica *Chimera* seria a complementação natural do presente desenvolvimento.
- ▶ O uso da metodologia “zonal” mostrou ser bastante eficiente. Devido a eficiência proporcionada por seu uso é recomendável a implementação de blocos que utilizem, na resolução do operador aerodinâmico, uma formulação *full potential*, (MELLO, 1994). Este procedimento, acoplado à capacidade

multibloco, seria de grande valia no estudo de problemas aeroelásticos em geometrias complexas.

► É extremamente recomendável a implementação de outros modelos de turbulência com a finalidade de buscar um maior grau de generalidade na implementação multibloco para o tratamento de problemas não estacionários. A implementação do modelo de turbulência de Baldwin e Lomax (1978) acaba por particularizar a metodologia quando no cômputo da variável $\eta_{\max}$, a partir da qual é determinado o parâmetro $(\mu_t)_{\text{outer}}$. A referência de parede torna-se um agravante quando no uso do algoritmo multibloco.

Finalmente, acredita-se que os resultados e discussões apresentados neste trabalho sejam um passo importante em direção ao desenvolvimento de uma técnica generalizada para a análise aeroelástica de configurações realísticas de uso prático.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, W.K.; THOMAS, J.L.; VAN LEER, B. Comparison of finite volume flux vector splittings for the Euler equations. *AIAA Journal*, Easton, v.24, p. 1453-1460, 1986.

ANDERSON, W.K.; THOMAS, J.L.; RUMSEY, C.L. Extension and application of flux vector splittings to unsteady calculations on dynamics mesh. *AIAA Paper*, New York, n. 87-1153, 1987.

ASHLEY, H. Role of shocks in the 'sub-transonic' flutter phenomenon. *Journal of Aircraft*, New York, v.17, n.3, p.187-197, 1980.

AZEVEDO, J.L.F. *Transonic aeroelastic analysis of launch vehicle configurations*. 1988. 155f. (NASA CR-4186).

AZEVEDO, J.L.F.; STRAUSS, D.; FERRARI, M.A.S. Viscous multiblock simulations of axisymmetric launch vehicle flows. *AIAA Paper*, New York, n.97-2300, 1997.

BADCOCK, K.J.; RICHARDS, B.E.; WOODGATE, M.A. Elements of computational fluid dynamics on block structured grids using implicit solvers. *Progress in Aerospace Sciences*, New York, v.36, p.351-392, 2000.

BALDWIN, B.S.; BARTH, T.J. A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. 1990. 30p. (NASA TM-102847)

BALDWIN, B.S.; LOMAX, H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*, New York, n.78-257, 1978.

BALLHAUS, W.F.; GOORJIAN, P.M. Implicit finite difference computation of unsteady transonic flows about airfoils. *AIAA Journal*, Easton, v.15, p.1728-1735, 1977.

BALLHAUS, W.F.; GOORJIAN, P.M. Computation of unsteady transonic flows by the indicial method. *AIAA Journal*, Easton, v.16, n.2, p.117-124, 1978.

BATHE, K.J. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, New York: Prentice Hall, 1982. 250p.

BATINA, J.T.; YANG, T.Y. Application of transonic codes to aeroelastic modeling of airfoils including active controls. *Journal of Aircraft*, New York, v.21, n.8, p.623-630, 1984.

BATINA, J.T.; YANG, T.Y. Transonic time responses of the MBB A-3 supercritical airfoil including active controls. *Journal of Aircraft*, New York, v.22, n.5, p. 393-400, 1985.

BEAM, R.M.; WARMING, R.F. An implicit factored scheme for the compressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*, New York, v.16, n.4, p.393-402, 1978.

BENEK, J.A.; BUNING, P.G.; STEGER, J.L. A 3-D chimera grid embedding technique. In: AIAA COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS CONFERENCE, 7. 1985, Cincinnati. *Anais...* Ohio: AIAA Ed., 1985.

BENNETT, R.M.; EDWARDS, J.W. An overview of recent developments in computational aeroelasticity. *AIAA Paper*, New York, n.98-2421, 1998.

BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEY, H. *Principles of aeroelasticity*, New York: Dover, 1962. 570p.

BLEVINS, R.D. *Flow-induced vibration*, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1977, 350p.

BORLAND, C.J.; RIZZETTA, D.P. Nonlinear transonic flutter analysis. *AIAA Journal*, New York, v.20, n.11, p.1606-1615, 1982.

BORLAND, C.J.; RIZZETTA, D.P.; YOSHIHARA, H. Numerical solution of three-dimensional unsteady transonic flow over swept wings. *AIAA Journal*, New York, v.20, n.3, p.340-347, 1982.

BORTOLI, A. L. de. *Desenvolvimento e extensão de uma metodologia aerodinâmica para análises aeroelásticas*. 1995. 172f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

- CHADERJIAN, N.M.; GURUSWAMY, G.P. Transonic flows Navier-Stokes computations for an oscillating wing using zonal grids. *Journal of Aircraft*, New York, v.29, n.3, p.326-335, 1992.
- CUNNINGHAM, H.J.; BATINA, J.T.; BENNETT, R.M. Modern wing flutter analysis by computational fluid dynamics methods. *Journal of Aircraft*, New York, v.25, n.10, p.962-968, 1988.
- DEGANI, D.; STEGER, J.L. Comparison between Navier-Stokes and thin-layer computations for separated supersonic flow. *AIAA Journal*, Easton, v.21, n.11, p.1604-1606, 1983.
- DOWELL, E.H. *et al.* *A Modern Course in Aeroelasticity*, New York: Sijthoff & Noordhoff, 1980. 464p.
- EHLERS, F.E. A finite difference methods for the solution of the transonic flow around harmonically oscillating wings. 1974. (NASA CR-2257).
- FARHAT, C. *et al.* Parallel heterogeneous algorithms for the solution of three dimensional transient coupled aeroelastic problems. *AIAA Paper*, New York, n.95-1290, 1995.
- FLETCHER, C.A.J. *Computational techniques for fluid dynamics 2. Specific Techniques for Different Flow Categories*. New York: Springer-Verlag, 1988. 484p.
- FUNG, Y.C. *An introduction to the theory of aeroelasticity*. New York: Dover, 1993. 498p.
- GIBBONS, M.D. Aeroelastic calculations using CFD for a typical business jet model. 1996, 38p. (NASA CR-4753).
- GURUSWAMY, G.P.; GOORJIAN, P.M. Efficient algorithm for unsteady transonic aerodynamics of low-aspect-ratio wings. *Journal of Aircraft*, New York, v.22, n.3, p.193-199, 1985.
- GURUSWAMY, G.P. Unsteady aerodynamics and aeroelastic calculations for wings using Euler equations. *AIAA Journal*, Easton, v.28, n.3, p.461-469, 1990a.

GURUSWAMY, G.P. Vortical flow computations on swept flexible wings using Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*, Easton, v.28, n.12, p.2077-2084, 1990b.

HARRIS, C.M.(Ed.) *Shock and vibration handbook*, New York: McGraw-Hill, 1988.

HIRSCH, C. *Numerical computation of internal and external flows*. New York: John Wiley & Sons, 1990. v.2

HOUGHTON, E.L.H.; CARPENTER, P.W. *Aerodynamics for engineering students*. New York: John Wiley, 1993.

HSIEH, T. Low supersonic flow over hemispher-cylinder at incidence. *Journal of Spacecraft and Rockets*. Easton, v.14, n.11, p662-668, 1977.

JAMESON, A. Time dependent calculations using multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wings. *AIAA Paper*, New York, n.91-1596, 1991.

JAMESON, A.; BAKER, T. Solution of the Euler equations for complex configurations. *AIAA Paper*, New York, n.83-1929, 1983.

JOHNSON, D.A.; KING, L.S. A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated turbulent boundary layers. *AIAA Journal*, Easton, v.23, p.1684-1692, 1985.

KORNECKI, A. Static and dynamic instability of panels and cylindrical shells in subsonic potential flow. *Journal of Sound and Vibration*, London, v.32, n.2, p.251-263, 1974.

KORNECKI, A.; DOWELL, E.H.; O'BRIEN, J. On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, London, v.47, n.2, p.163-178, 1976.

LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. *Fluid mechanics*, New York: Pergamon Press, 1964. 370p.

LEAL DA SILVA, R. *Simulações multibloco para configurações complexas em qualquer regime de velocidade*. 2000. 160p. Dissertação (Mestrado em Aerodinâmica), Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

LESOINNE, M.; FARHAT, C. Geometric conservation laws for flow problems with moving boudaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. *Computational Methods Applied Engineering*, New York, n.134, p.71-90, 1996.

LYON, R.H. *Random noise and vibration in space vehicles*. The Shock and Vibration Information Center, United States Department of Defense, 1967 (Report Contract n.N00014-66-C0271).

MAVRIPPLIS, D. Turbulent flow calculations using unstructured and adaptive meshes. 1990. (ICASE – Report n. 90-61).

MELLO, A.O.F. *An improved hybrid Navier Stokes/full potential method for computation of unsteady compressible viscous flows*. 1994. 210p. Tese (Doutorado em Aerodinâmica). Georgia Tech, Atlanta, EUA.

MUSTAIN, R.W. Dynamic environments of the S-IV and S-IVB saturn vehicles. *Shock and Vibration Bull*, London, n.33, Pt. 2, p.72-88, 1964.

OBAYASHI, S.; GURUSWAMY, G.P.; GOORJIAN, P.M. Streamwise upwind algorithm for computing unsteady transonic flows about oscillating wings. *AIAA Journal*, New York, v.29, n.10, p.1668-1677, 1991.

OLIVEIRA, L.C. *Uma metodologia de análise aeroelástica com variáveis de estado utilizando técnicas de aerodinâmica computacional*. 1993. 91f. Dissertação (Mestrado em Aerodinâmica), Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

PARK, S.O., CHUNG, Y.M. e SUNG, H.J. Numerical study of unsteady supersonic compression ramp flows. *AIAA Journal*, Easton, v.32, n.1, p.216-218, 1994.

POWELL, A. On the fatigue failure of structures due to vibrations excited by random pressure fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, New York, v.30, n.12, p.1130-1135, 1958.

PULLIAM, T.H. Artificial dissipation models for the Euler equations. *AIAA Journal*, Easton, v.24, n.12, p.1931-1940, 1986.

PULLIAM, T.H.; STEGER, J.L. Implicit finite-difference simulations of three-dimensional compressible flow. *AIAA Journal*, Easton, v.18, n.2, p.159-167, 1980.

QIN, E.; YANG, G.; LI, F. Numerical solution for complete aircraft's subsonic-transonic-supersonic flow at high angles of attack. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Amsterdam, v.48, p.11-21, 1997.

ROBINSON, A.B.; BATINA, J.T.; YANG, T.Y. Aeroelastic of analysis of wings using the Euler equations with a deforming mesh. *Journal of Aircraft*, New York, v.28, n.11, p.781-788, 1991.

SANKAR, L.N.; KWON, O.J. *High alpha simulation of fighter aircraft*. 1989. p.689-702 (NASA CP-3149).

SHAPIRO, A.H. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*. New York: Ronald Press Company, 1953, v.1.

SCANLAN, R.H.; TOMKO, J.J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. *international engineering mechanical division. ASCE*, v.97, n.EM6, p.1717-1737, 1971.

SCHLICHTING, H. *Boundary layer theory*, New York: McGraw-Hill, 1955.

SHUSTER, D.M.J.; VADYAK; ATTA, E. Flight loads prediction methods for fighter aircraft. 1989 (WRDC-TR-89-3104).

SILVA, A.F.C. *Um procedimento em volumes finitos para a solução de escoamentos de qualquer velocidade*. 1995. 173f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

STEGER, J.L. Calculation of transonic aileron buzz. *AIAA Journal*, New York, v.18, n.3, p.249-255, 1980.

TIJDMAN, H. *Investigation of the transonic flow around oscillating airfoils*. National Aerospace Laboratory, The Netherlands, 1977 (NLR-TR-77090U).

TURKEL, E.; VATSA, V.N. Effect of artificial viscosity on three dimensional flow solutions. *AIAA Journal*, New York, v.32, n.1, p.39-45, 1994.

VASCONCELLOS, J.F.V. *Simulação numérica de escoamento turbulento em bifurcação usando multidomínios*. 1993. 173f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

WEAVER, W.; TIMOSHENKO, S.P.; YOUNG, D. H. *Vibration problems in engineering*. New York: Wiley, 1990.

WHITHAM, G.B. *Linear and non Linear waves*. New York: John Wiley, 1974.

WILCOX, D.C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, 1994.



ANEXO A

GALLOPING

A.1 Generalidades

Segundo Scanlan; Blevins (1971, 1977), os fenômenos de *flutter* e *galloping* são decorrentes de mecanismos aeroelásticos semelhantes. A diferença fundamental reside no fato de que as forças aerodinâmicas envolvidas na ocorrência de *flutter* são relativamente grandes quando comparadas com o peso e a inércia da seção transversal do corpo. Este fato produz grandes deslocamentos na frequência natural do sistema. Em instabilidades *galloping*, as forças aerodinâmicas são usualmente pequenas quando comparadas com a massa da estrutura. Outro aspecto importante que diferencia os fenômenos aeroelásticos supracitados é o fato de *flutter* ser produzido pela interação entre vários modos de vibração do corpo excitado, ou seja, modo de torção, flexão, corpo rígido, entre outros. Já as instabilidades do tipo *galloping* afetam apenas um único modo.

A grande facilidade verificada na análise de vibrações do tipo *galloping* é a possibilidade de se adotar a hipótese de que a força aerodinâmica é quase-estacionária. Isto implica que a informação sobre as forças aerodinâmicas atuantes na estrutura podem ser adquiridas a partir de testes em túneis de vento sobre modelos estacionários. Segundo Blevins (1977), a hipótese quase-estacionária é válida para velocidades reduzidas maiores que 10, ou seja:

$$\frac{u}{fD_s} > 10, \quad (\text{A.1})$$

sendo u a velocidade de escoamento livre, f a frequência natural de vibração da estrutura e D_s o maior comprimento da seção transversal normal à direção do escoamento.



A.2 Formulação Matemática

A força aerodinâmica vertical por unidade de comprimento que atua sobre um corpo de massa “m” submetido ao carregamento ilustrado na Figura A.1 pode ser expressada conforme a relação abaixo:

$$F_s = \frac{1}{2} \rho u^2 D_s C_y, \quad (\text{A.2})$$

sendo ρ a densidade do fluido e C_y o coeficiente de força vertical. De acordo com Blevins; Dowell (1977, 1980), o coeficiente de força vertical é calculado como segue:

$$C_y = \frac{u_{rel}^2}{u^2} (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha), \quad (\text{A.3})$$

sendo u_{rel} a velocidade relativa do fluido, C_L o coeficiente de sustentação, C_D o coeficiente de arrasto e α o ângulo de ataque. Através da Figura A.1 pode-se observar que o ângulo de ataque é definido segundo a expressão:

$$\alpha = -\tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}}{u} \right). \quad (\text{A.4})$$

Para pequenos ângulos de ataque a expressão (A.4) é simplificada para:

$$\alpha = -\frac{\dot{y}}{u}. \quad (\text{A.5})$$

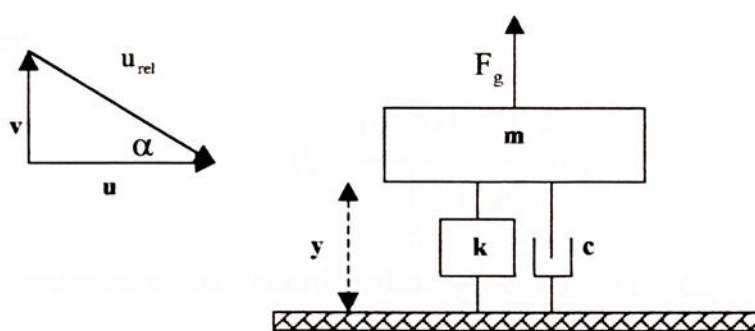


Figura A.1 – Esquema ilustrativo de um sistema estrutural de massa “m”, constante de rigidez “k” e coeficiente de amortecimento “c”.

Desde que α é função apenas de $\dot{y}/u$ é possível expressar o coeficiente de força vertical C_y como um polinômio em $\dot{y}/u$, ou seja:

$$C_y(\alpha) \cong a_1 \left(\frac{\dot{y}}{u} \right) + a_2 \left(\frac{\dot{y}}{u} \right)^2 + \dots \quad (\text{A.6})$$

A experiência revela que para pequenos valores de α é correto afirmar que $u_{\text{rel}} \cong u$. Assim, a equação (A.3) é reescrita conforme segue:

$$C_y = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha. \quad (\text{A.7})$$

Utilizando-se as equações (A.7), (A.6) e (A.2), ter-se-á a força de excitação sobre o corpo ilustrado na Figura A.1.

A equação da dinâmica do corpo será modelada de acordo com a equação (A.8),

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho u^2 D \left[a_1 \left(\frac{\dot{y}}{u} \right) + a_2 \left(\frac{\dot{y}}{u} \right)^2 + \dots \right], \quad (\text{A.8})$$

sendo que os coeficientes a_i ($i=1,2,3,\dots$) podem ser determinados a partir de curvas de ajuste obtidas para C_y ou C_L e C_D . Segundo uma aproximação modal, a equação (A.8) pode ser reescrita:

$$\ddot{y}_n + 2\zeta_{s_n}\omega_{s_n}\dot{y}_n + \omega_{s_n}^2 y_n = \frac{\rho D}{2m} \sum_i \beta_i a_i \dot{y}_n^i, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{modos} \quad (\text{A.9})$$

com:

$$\beta_i = \frac{\int_0^L u^{2-i}(z) \psi^{i+1}(z) dz}{\int_0^L \psi^2(z) dz}, \quad (\text{A.10})$$

y_n representa as coordenadas generalizadas, ζ_{s_n} o coeficiente de amortecimento associado à cada modo, e u a velocidade relativa do escoamento sobre a estrutura. O lado direito da equação (A.10) representa o conceito de força generalizada citado no capítulo 4.

ANEXO B

ALGORITMO DE MALHA DINÂMICA

O método desenvolvido por Robinson *et al.* (1991) modela a malha como se fosse uma rede cujos ramos representam molas com deformações lineares. A rigidez de cada mola é inversamente proporcional à potência do comprimento do ramal, ou seja:

$$k_{i+1/2,j,k} = 1 / \left[(x_{i+1,j,k} - x_{i,j,k})^2 + (y_{i+1,j,k} - y_{i,j,k})^2 + (z_{i+1,j,k} - z_{i,j,k})^2 \right]^\Gamma, \quad (\text{B.1})$$

sendo x , y e z as coordenadas nodais e Γ o parâmetro de controle fornecido pelo usuário. Os deslocamentos dos pontos internos, δx , δy e δz são determinados resolvendo-se as equações de equilíbrio estático resultante do somatório de forças em cada nó nas direções x , y e z . Esta solução é aproximada através de um procedimento *predictor-corrector*, no qual a primeira solução tentativa é obtida pela extrapolação linear dos dois passos anteriores, através das expressões:

$$\begin{aligned} \bar{\delta x}_{i,j,k} &= 2\bar{\delta x}_{i,j,k}^n - \bar{\delta x}_{i,j,k}^{n-1}, \\ \bar{\delta y}_{i,j,k} &= 2\bar{\delta y}_{i,j,k}^n - \bar{\delta y}_{i,j,k}^{n-1}, \\ \bar{\delta z}_{i,j,k} &= 2\bar{\delta z}_{i,j,k}^n - \bar{\delta z}_{i,j,k}^{n-1}, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

seguido de um determinado número de iterações de Jacobi das equações de equilíbrio estático, escritas na forma:

$$\begin{aligned} \delta x_{i,j,k}^{n+1} &= \frac{\sum k_m \bar{\delta x}_m}{\sum k_m}, \\ \delta y_{i,j,k}^{n+1} &= \frac{\sum k_m \bar{\delta y}_m}{\sum k_m}, \\ \delta z_{i,j,k}^{n+1} &= \frac{\sum k_m \bar{\delta z}_m}{\sum k_m}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

A atualização do pontos interiores é calculada em função dos deslocamentos resultantes do sistema (B.3), ou seja:

$$\begin{aligned}x_{i,j,k}^{n+1} &= x_{i,j,k}^n + \delta x_{i,j,k}^{n+1}, \\y_{i,j,k}^{n+1} &= y_{i,j,k}^n + \delta y_{i,j,k}^{n+1}, \\z_{i,j,k}^{n+1} &= z_{i,j,k}^n + \delta z_{i,j,k}^{n+1}.\end{aligned}\tag{B.4}$$

