

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da Universidade
Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho-UNESP

**ESTABILIDADE DE ÓRBITAS CONGELADAS
EM TORNO DE SATÉLITES PLANETÁRIOS
UTILIZANDO O SISTEMA HAMILTONIANO
NA FORMA NORMAL**

Josué Cardoso dos Santos

Josué Cardoso dos Santos

Estabilidade de órbitas congeladas em torno de satélites planetários utilizando o sistema hamiltoniano na forma normal

Dissertação de Mestrado apresentada à
Faculdade de Engenharia do Campus
de Guaratinguetá, Universidade Estadual
Paulista, para a obtenção do título de
Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes

Co-Orientador: Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho

GUARATINGUETÁ

2014

S237e	Santos, Josué Cardoso dos Estabilidade de órbitas congeladas em torno de satélites planetários utilizando o sistema hamiltoniano na forma normal / Josué Cardoso dos Santos – Guaratinguetá : [s.n], 2014. 77 f : il. Bibliografia: f. 55-61 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014. Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes Coorientador: Prof. Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho 1. Satélites artificiais 2. Órbitas I. Título CDU 629.783(043)
-------	---

JOSUÉ CARDOSO DOS SANTOS

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. RODOLPHO VILHENA DE MORAES
Orientador / ICT/UNIFESP


Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
UNESP/FEG


Prof. Dr. SANDRO DA SILVA FERNANDES
ITA

Fevereiro de 2014

DADOS CURRICULARES

JOSUÉ CARDOSO DOS SANTOS

NASCIMENTO	22.03.1990 – São Paulo / Brasil
FILIAÇÃO	João Gomes dos Santos Maria Inês Cardoso dos Santos
2008/2011	Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá Universidade Estadual Paulista-UNESP
2012/2013	Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Mestrado Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá Universidade Estadual Paulista-UNESP

*Dedico este trabalho aos meus pais João e Maria, pela
confiança, carinho, amor e vida. Aqui cheguei por meio
deles, e para eles pretendo sempre prosseguir.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus pela graça de conceder incontáveis grandezas e maravilhas, desde o início de todas as coisas à mim: vida, saúde, talentos, dons, pessoas especiais. A maior de todas porém: Jesus, Seu único Filho.

Aos meus pais João e Maria por seu amor, apoio e sacrifícios demonstrados em meu favor de forma a que hoje eu estivesse aqui e obtivesse essa grande conquista.

Aos meu orientadores Prof^o Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes e Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho por todo o carinho, atenção, ensino, amizade e incentivo dedicados durante todo esse período juntos.

Ao meu amigo, irmão e companheiro de fé e trabalho Jorge Luís Carneiro Júnior, parte fundamental nessa conquista.

A Igreja Adventista do Sétimo Dia por cumprir seu papel bíblico de propiciar a mim um desenvolvimento integral de todas as faculdades do ser.

Aos professores da pós-graduação pela disposição em contribuírem tanto no meu crescimento intelectual como pessoal.

Aos amigos da sala 1 da Pós graduação em Física: Ricardo, Carlos, Elias, Mariela, Mariana e Gabriel (membro honorário da sala).

A todos os meus amigos de graduação e pós-graduação pelas horas de estudo, pela disposição em ajudar-me e por toda a contribuição, discussões, sugestões e amizade durante o progresso deste trabalho.

A todos os funcionários e servidores do campus de Guaratinguetá que por meio de seu trabalho dedicado mantiveram o campus nas condições necessárias para se realizar este projeto.

Este trabalho contou com o suporte financeiro da
Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São
Paulo - **FAPESP** (processo nº **2012/12539-9**)

“A maior necessidade do mundo é a de homens - homens que se não comprem nem se vendam; homens que no íntimo da alma sejam verdadeiros e honestos; homens que não temam chamar o pecado pelo seu nome exato; homens, cuja consciência seja tão fiel ao dever como a bússola o é ao polo; homens que permaneçam firmes pelo que é reto, ainda que caiam os céus.”

Ellen G. White

SANTOS, J.C. Estabilidade de órbitas congeladas ao redor de satélites planetários utilizando o sistema hamiltoniano na forma normal. 2014. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

Resumo

Neste trabalho buscam-se formulações de modelos analíticos e a elaboração de programas computacionais para realizar uma busca por órbitas estáveis em torno de satélites planetários que poderão contribuir no planejamento de missões espaciais a serem conduzidas para o estudo destes corpos celestes. O estudo leva em consideração órbitas de satélites artificiais em torno de satélites planetários sob a influência da perturbação de terceiro corpo (a atração gravitacional de Júpiter) e das perturbações devidas à distribuição não uniforme de massa (J_2 e J_3) do corpo principal (central). Um modelo dinâmico simplificado para essas perturbações é utilizado. As equações planetárias de Lagrange são utilizadas para descrever o movimento orbital do satélite artificial em torno do satélite planetário. O desenvolvimento das equações é feito em forma fechada. É dada ênfase para o caso de órbitas congeladas, definidas como órbitas cujos valores de excentricidade, inclinação e argumento do pericentro são quase constantes. A modelagem para a função força perturbadora do terceiro corpo é apresentada em três modelos. Aplicações destes três modelos também considerando os efeitos de J_2 e J_3 são realizadas para os satélites planetários Europa e Ganímedes. É proposto um estudo sobre a obtenção da forma normal de hamiltonianas até a quarta ordem para o caso de dois e três graus de liberdade para que na continuidade desse estudo seja possível analisar a estabilidade das órbitas congeladas e polares obtidas neste trabalho. Os resultados apresentam órbitas que não colidem: órbitas congeladas e órbitas polares de baixa altitude.

PALAVRAS-CHAVE: PALAVRAS-CHAVE: Satélites Artificiais. Satélites Planetários. Órbitas Congeladas. Europa. Ganímedes.

SANTOS, J.C. Stability of frozen orbits around planetary satellites using the Hamiltonian system in its normalized form. 2013. Dissertation (Master's degree in Physics) - Engineering College of Guaratinguetá, UNESP, São Paulo State University, Guaratinguetá, 2014.

Abstract

This work seeks to formulations of analytical models and the development of computer programs to perform a search for stable orbits around planetary satellites that maybe helpful in planning space missions to be conducted to study these celestial bodies. The study takes into account artificial satellite orbits around planetary satellites under the influence of the third body perturbation (gravitational attraction of Jupiter) and the perturbations due to non-uniform distribution of mass (J_2 and J_3) of the main (central) body. A simplified dynamic model for these perturbations is used. The Lagrange planetary equations are used to describe the orbital motion of the artificial satellite around the planetary satellite. The development of the equations is performed in closed form. Emphasis is given to the case of frozen orbits, defined as orbits whose values of eccentricity, inclination, and argument of pericenter are nearly constant. The modeling for the disturbing potential of the third body is presented in three models. Applications of these three models also considering the effects of J_2 and J_3 are performed for the planetary satellites Ganymede and Europa. It is proposed a study to obtain the normal form for hamiltonians up to the fourth order for the case of two and three degrees of freedom so that the continuity of this study is possible to analyze the stability of frozen and polar orbits obtained in this work. The results present stable orbits: frozen and low-altitude polar orbits.

KEYWORDS: Artificial Satellites. Planetary Satellites. Frozen Orbits. Europa. Ganymede.

Conteúdo

Dados curriculares	iii
Agradecimentos	v
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	5
3 Sistema de referência e equações do movimento orbital perturbado	10
3.1 Sistema de coordenadas equatorial	10
3.2 Equações do movimento orbital	11
4 Perturbações Gravitacionais	13
4.1 Perturbações devidas a distribuição não uniforme de massa de um corpo celeste	13
4.2 Perturbação devida ao terceiro corpo	14
4.3 Perturbador em órbita circular	18
4.4 Perturbador em órbita elíptica	21
4.5 Perturbador em órbita elíptica e inclinada	24
5 Resultados para Europa e Ganímedes	29
5.1 Europa, Ganímedes e a exploração espacial	29
5.2 Simulações Numéricas	34
5.2.1 Resultados para Europa	35
5.2.2 Resultados para Ganímedes	44
6 Conclusão	48
7 Projetos Futuros	51
Referências bibliográficas	54

Capítulo 1

Introdução

Os satélites artificiais são empregados em diversas atividades e entre elas podemos citar: exploração espacial, posicionamento, realização de experiências em ambiente de micro gravidade, estudos geodinâmicos, monitoramento do clima, estudo de atmosferas e de campos magnéticos planetários, como elo em telecomunicações, aplicações militares, etc. Os satélites artificiais permitiram deslocar o horizonte das observações para distâncias antes inatingíveis. Como é o caso, por exemplo, do telescópio Hubble (que será substituído pelo James Webb Space Telescope em 2018) e do projeto COROT.

Para que as medidas feitas através de veículos espaciais possam ser convenientemente utilizadas é essencial que suas órbitas sejam conhecidas em cada instante com precisões adequadas às finalidades da missão para a qual o satélite foi planejado. Nasce daí a necessidade de construção de teorias ou métodos matemáticos especiais, geralmente adaptados a específicas missões. Vale salientar que para missões a outros corpos naturais do Sistema Solar é fundamental o conhecimento da evolução do comportamento dinâmico de tais corpos.

Com múltiplos interesses, missões têm sido planejadas e desenhadas a satélites planetários, e frequentemente tais missões necessitam de órbitas com características específicas, como por exemplo, órbitas polares, órbitas congeladas, etc. Para atender às finalidades para as quais as missões foram planejadas as órbitas dos veículos devem ser conhecidas com precisão e para tanto, as influências de diversas perturbações devem ser consideradas simultaneamente.

Engenheiros, técnicos e pesquisadores envolvidos na área aeroespacial em seu largo espectro (Dinâmica de Voo, Análise de Missão, Controle, Aerodinâmica, Propulsão, Estrutura, Materiais, Projeto, Sistemas, etc.) necessitam, para o bom desempenho de suas atividades, de

conhecimentos básicos comuns. Dentre tais conhecimentos temos o comportamento do movimento translacional de veículos espaciais.

O presente trabalho refere-se à análise do movimento translacional de corpos celestes naturais e artificiais, levando-se em conta a perturbação devida à atração gravitacional do terceiro corpo e também perturbações por forças poligênicas, que são perturbações devidas à não esfericidade do corpo central. Desenvolvimentos matemáticos para o estudo de sistemas dinâmicos associados a problemas de engenharia espacial são realizados.

O resultado clássico para o problema de dois corpos é bem conhecido, produzindo órbitas com elementos orbitais¹ constantes (exceção é feita para a anomalia verdadeira, que é o elemento orbital relacionado ao movimento orbital do corpo celeste natural ou artificial). No entanto, o problema de dois corpos é um caso idealizado, onde podemos isolar os dois corpos do restante do Universo de modo que eles não sejam perturbados pelos outros corpos celestes existentes. No caso realístico existem diferentes e variados tipos de perturbações sobre as órbitas idealizadas no problema de dois corpos, o que faz com que esses elementos orbitais que antes eram constantes, agora variem com o tempo, fato que não pode ser negligenciado, pois como um exemplo pode-se citar que para um satélite artificial existe a necessidade de se conhecer com precisão a sua posição exata na órbita, pois está é necessária para a realização de atividades como a coleta de dados da atmosfera e o apontamento de instrumentos. As perturbações consideradas neste trabalho são aquelas devida ao terceiro corpo e devida à forças poligênicas como a distribuição não uniforme de massa do corpo principal (central).

Para que possamos conhecer a posição e movimento de um corpo em uma determinada órbita é necessário conhecer os elementos orbitais associados a ela. Como dito anteriormente, esses elementos estão variando com o tempo devido a perturbações na órbita, e assim, faz-se necessário conhecer como isso ocorre. Para a descrição dessas variações temporais nos elementos orbitais utilizamos as equações planetárias de Lagrange, as quais são compostas por um sistema de equações diferenciais não lineares. Estas são utilizadas neste trabalho para a descrição das variações dos elementos orbitais do corpo secundário (satélite artificial) em órbita ao redor do corpo central (Europa e Ganímedes) sobre a influências das perturbações devidas à perturbação de terceiro corpo (Júpiter) e de não uniformidade na distribuição de massa do corpo central (Europa e Ganímedes).

¹**Elementos orbitais** são as variáveis responsáveis por descrever as características da órbita, como dimensões e orientação em relação a um dado sistema de coordenadas pré-fixado. Existe vasto material sobre o assunto e de fácil acesso. Para um tratamento mais sofisticado para nível de graduação ver Murray & Dermott (1999).

Neste trabalho utiliza-se teoria de perturbações para eliminar os termos de curto período durante o desenvolvimento das equações de movimento. Para esta abordagem são apresentados modelos para a perturbação de terceiro corpo considerando-o com diferentes características:

- Perturbador em órbita circular;
- Perturbador em órbita elíptica;
- Perturbador em órbita elíptica e inclinada.

Nestes três casos é aplicado o método da média simples, no qual ocorre a eliminação da anomalia média do satélite. Essa é uma abordagem diferente de trabalhos anteriores da literatura (Scheeres, 2001; Prado, 2003; Liu et al., 2012; Russell & Brinckerhoff, 2009; Domingos et al., 2008) que realizaram este tipo de estudo aplicando o método da dupla média, no qual ocorre a eliminação da anomalia média do satélite, mas também a eliminação da anomalia média do corpo perturbador (neste trabalho Júpiter).

Considerando na função força perturbadora a distribuição não uniforme de massa do satélite planetário e a perturbação do terceiro corpo, as equações de movimento são desenvolvidas em forma fechada para evitar expansões em excentricidade e inclinação, como é mostrado em Elife & Lara (2003), De Saedeleer (2006), Palacián (2007) e Abad et al. (2009). Assim, produzem-se expressões compactas com maiores aplicações, como por exemplo, para órbitas altamente excêntricas. Será utilizado o formalismo hamiltoniano dado nas variáveis canônicas de Delaunay.

Também aqui neste trabalho é proposta uma abordagem na qual é feito um desenvolvimento teórico para o estudo da estabilidade de um sistema dinâmico utilizando a hamiltoniana expandida até a 4ª ordem em sua forma normalizada para os casos em que o sistema possui dois e três graus de liberdade, sendo que implementações computacionais deste modelo futuramente serão realizadas. Essa abordagem utiliza o formalismo hamiltoniano para escrever a hamiltoniana na forma normal.

Este trabalho se encontra estruturado da seguinte maneira: No capítulo 2 é realizada uma extensa revisão bibliográfica de forma a contextualizar o presente trabalho em relação ao que já foi realizado por anteriormente e assim ressaltar a sua importância. No capítulo 3 são apresentados os sistemas de referência equatorial e orbital que são utilizados neste trabalho e

também as equações do movimento orbital perturbado, sendo essas as bem conhecidas equações planetárias de Lagrange. Seguindo em frente tem-se o capítulo 4, onde são apresentadas as perturbações gravitacionais consideradas neste trabalho. Primeiramente são apresentadas as perturbações devidas à distribuição não uniforme do corpo central, que neste trabalho são os satélites naturais. Para este tipo de perturbação são consideradas as perturbações médias devidos aos termos J_2 e J_3 . Após a apresentação desses modelos são apresentados três diferentes modelos para a perturbação de terceiro corpo nos quais a anomalia média do corpo perturbador não foi eliminada: o primeiro deles considera este terceiro corpo em órbita circular; o segundo considera este corpo perturbador em uma órbita elíptica; já o terceiro modelo foi desenvolvido para o caso em que o terceiro corpo possui uma órbita além de elíptica, também inclinada. Por fim, no capítulo 5 são apresentados os resultados de simulações numéricas realizadas utilizando o software Maple, onde os modelos para as perturbações apresentadas são aplicados para o estudo de órbitas que não colidem ao redor dos satélites planetários Europa e Ganímedes, sendo que Júpiter é considerado como sendo o terceiro corpo que está perturbando a órbita dos satélites artificiais. Já o capítulo 6 é constituído pelas conclusões acerca do presente trabalho, sendo basicamente apresentados um breve resumo e uma apresentação da contribuição do mesmo à literatura. Por fim, o capítulo 7 fala acerca de futuros projetos e possibilidades de estudos em continuidade ao presente trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos têm analisado a estabilidade para órbitas de satélites planetários. Entre eles, podemos citar: Kozai (1963) realiza um estudo sobre o movimento de uma órbita em torno de um satélite planetário (Lua) em que são encontradas órbitas estáveis e instáveis sem integração das equações de movimento. Winter & Vieira Neto (2002) estudam a estabilidade de órbitas em torno da Lua. O estudo é feito levando em conta o problema planar circular restrito de três corpos para o caso Terra-Lua-partícula. Regiões do espaço e as condições iniciais cujas trajetórias são aparentemente estáveis são determinadas. Winter et al. (2009) apresenta um estudo utilizado para o controle do aumento da excentricidade de um satélite lunar em órbita polar para diferentes altitudes levando em conta a perturbação da Terra. A abordagem apresentada é o uso de propulsão de baixo empuxo, a fim de manter a excentricidade do satélite com valores baixos. Tzirti et al. (2010) apresenta um estudo considerando no potencial gravitacional lunar os harmônicos até a terceira ordem, onde o comportamento orbital de longo período e a estabilidade são afetados considerando um corpo central sem rotação, sendo que o espaço de fase é dominado por órbitas caóticas e que colidem. Em Gupta & Sharma (2011) o tempo de vida da órbita de um satélite artificial lunar é analisado considerando a natureza não esférica do campo gravitacional da Lua. O tempo de vida das órbitas lunares depende significativamente das condições iniciais da órbita. A longitude do nodo ascendente (Ω) é um parâmetro orbital importante que afeta o tempo de vida útil do satélite. Os autores analisaram o efeito de Ω sobre a variação do tempo de vida com a altitude para órbitas circulares lunares. Domingos et al. (2013) apresentam um estudo considerando os efeitos de excentricidades não nulas das órbitas de um corpo perturbador sobre a órbita do corpo perturbado. Para isso é realizada uma investigação numérica da evolução da excentricidade e da inclinação para um

satélite artificial no contexto do problema restrito elíptico de três corpos para o caso Terra-Lua-espçonave. São utilizando modelos de média simples e média dupla consideradondo termos até a segunda ordem. A espaçonave é considerada em uma órbita elíptica tridimensional ao redor da terra e seu movimento é perturbado pela Lua.

Em Scheeres et al. (2001), os autores fazem uma abordagem analítica e numérica para estudar a estabilidade de uma órbita em torno de satélites planetários com aplicações para Europa levando-se em conta a perturbação de Júpiter e o achatamento (J_2) de Europa. Em Yokoyama et al. (2003) é apresentada uma abordagem para estudar a estabilidade de satélites de Júpiter. Lara et al. (2005) apresenta um estudo sobre o movimento secular de uma nave espacial em torno do satélite natural de um planeta. O modelo leva em conta o potencial gravitacional do satélite até a segunda ordem e a perturbação do terceiro corpo na aproximação de Hill. A teoria de perturbação de Lie-Deprit (Deprit, 1969) até a terceira ordem é aplicada para mostrar a influência da elipticidade do satélite na dinâmica do pericentro. As missões científicas requeridas para as luas Europa e Ganímedes exigem que as órbitas possuam alta inclinação e baixa altitude. No entanto, as perturbações de Júpiter nas órbitas resultam em instabilidade, que se caracteriza no fato de o satélite artificial colidir com a lua em curto período de tempo. Tentativas anteriores (Paskowitz & Scheeres, 2005a, 2005b, 2006, 2009) para maximizar a vida útil da sonda utilizam o problema de dupla média. Em Lara & Russell (2006) é feito um estudo com as equações sem aplicar o método da média para encontrar órbitas periódicas instáveis com longo período. Considerando o sistema Júpiter-Europa, Lara & San-Juan (2005) analisaram órbitas periódicas para verificar a estabilidade do movimento. Descobriram que a mudança em estabilidade é produzida por uma bifurcação no espaço de fase. Em certa inclinação crítica, órbitas periódicas quase circulares mudam o seu caráter de estabilidade para instabilidade e novas famílias de órbitas elípticas estáveis aparecem. Em San-Juan et al. (2006) a dinâmica de órbitas em torno de satélites planetários é modelada usando as equações de Hill e a perturbação devida à não esfericidade do satélite. Classicamente, o comportamento de longo período deste problema é estudado por técnicas de média. Transformações de Lie são usadas para reduzir o problema a uma situação integrável, com as transformações realizadas até a terceira ordem. Uma descrição completa de famílias de órbitas congeladas e suas bifurcações são fornecidas. Bifurcações saddle-center (sela-centro) e pitchfork (supercrítica de forquilha) relacionadas à estabilidade das órbitas congeladas são identificadas.

Em Lara et al. (2010) o problema de Hill até a sexta ordem é aplicado para obter informações sobre a dinâmica próxima a Encéladus (satélite natural de Saturno). O cálculo é realizado através das transformações de Lie e duas diferentes transformações são aplicadas. Em primeiro lugar, o movimento médio é normalizado enquanto que o objetivo da segunda transformação é remover o argumento do nodo ascendente. O hamiltoniano resultante define um sistema de um grau de liberdade cuja dinâmica é analisada. Em Delsate et al. (2010) é apresentado um estudo da estabilidade de uma sonda orbitando em torno de um corpo central achatado (planeta ou satélite planetário) perturbado por um terceiro corpo considerado em um mesmo plano equatorial (Sol ou Júpiter, por exemplo). O formalismo hamiltoniano é usado nesse estudo, para determinar, no espaço dos parâmetros, a localização das órbitas congeladas, ou seja, órbitas cujos elementos orbitais, em média, permanecem quase constantes, para caracterizar a sua estabilidade/instabilidade e computar os períodos de equilíbrio. A teoria proposta é geral, podendo ser aplicada em uma ampla gama de sondas ao redor de planetas ou satélites planetários. Finalmente, vale a pena ressaltar que os coeficientes J_2 e C_{22} , são capazes de proteger contra o aumento da excentricidade (ver também Carvalho et al. 2009a, 2009b, 2010b) devido ao efeito Kozai-Lidov e o coeficiente J_3 determina um deslocamento dos pontos de equilíbrio. Neste trabalho os autores fazem uma aplicação para uma órbita em torno do planeta Mercúrio.

Em Formiga (2009) o estudo da estabilidade do ponto lagrangiano L_4 para o problema fotogravitacional circular restrito dos três corpos é realizado. As equações do movimento são descritas na forma canônica generalizada, a qual é colocada na forma normal usando o método de Lie-Hori (Hori, 1966). A análise da estabilidade do sistema é feita pelo teorema de Kovalev e Savchenko. Esta técnica é apresentada neste trabalho para o estudo de estabilidade. Deverá ser feita futuramente a implementação computacional da teoria apresentada para que seja utilizada no estudo da estabilidade de órbitas congeladas para satélites planetários.

Em Liu et al. (2011) é apresentado um desenvolvimento analítico sobre órbitas quase circulares e congeladas, utilizando dois métodos diferentes. Primeiro, um método analítico baseado em formulações lagrangianas é aplicado para obter condições de restrição para órbitas congeladas de Marte. Em segundo lugar, as transformações de Lie são utilizadas para localizar essas órbitas com precisão, e desenhar o espaço de fase usando o formalismo hamiltoniano para mostrar evoluções do equilíbrio. Uma análise do modelo de média dupla, incluindo a inclinação do corpo perturbador, é desenvolvida (Liu et al., 2012) para estudar as perturbações

causadas pelo terceiro corpo. A função perturbadora é expandida sob a forma dos polinômios de Legendre. Um truncamento no termo de segunda ordem é realizado, e em seguida a média ao longo dos períodos da espaçonave e do corpo perturbador é calculada.

Em Voyatzis et al. (2012) é apresentado um estudo sobre estabilidade considerando um modelo dinâmico elíptico no qual os autores encontraram uma família de órbitas periódicas e as classificaram de acordo com sua condição de ressonância. Os autores encontraram um número considerável de órbitas estáveis. Para isso, calcularam mapas apropriados de estabilidade dinâmica, e os utilizaram para estudar o efeito da excentricidade planetária sobre a estabilidade das órbitas do satélite.

Em Carvalho et al. (2013) é feito um estudo da função força perturbadora com termos até a segunda ordem. Os efeitos sobre os elementos orbitais da órbita de um satélite artificial ao redor de Europa são apresentados. No trabalho é desenvolvido um modelo de perturbação para o terceiro corpo considerando este em uma órbita circular e sem que seja feita a eliminação da anomalia verdadeira do corpo perturbador. Órbitas estáveis ao redor de Europa são obtidas. Neste trabalho os autores também encontraram uma nova fórmula para calcular a inclinação crítica de uma órbita em torno de Europa. No presente trabalho o mesmo modelo é apresentado sendo que são feitas aplicações nas quais são encontradas órbitas com a altitude mais baixa em relação às apresentadas por Carvalho et al. (2013).

Já o presente trabalho vem contribuir com a literatura apresentando três modelos para a perturbação de terceiro como segue: o primeiro deles considera o terceiro corpo em órbita circular, onde a anomalia média do corpo perturbador não foi eliminada por meio da aplicação do método da média. Este modelo já havia sido obtido anteriormente por Carvalho et al. (2013). No entanto, neste trabalho os autores apresentam condições iniciais que produzem maiores variações nos elementos orbitais e maiores altitudes orbitais (439.2 km) nas aplicações para satélites artificiais orbitando Europa. No presente trabalho foram obtidas órbitas com altitude inicial de cerca de 100 km nas aplicações também para Europa. Já para as aplicações para Ganimedes foram produzidas órbitas de cerca de 50 km de altitude inicial; o segundo modelo considera o corpo perturbador em uma órbita elíptica e com a não eliminação da anomalia média, também ocorre o ganho de outra variável dinâmica do problema no modelo matemático: o argumento do pericentro do corpo perturbador. Este modelo aparece como um refinamento do modelo de Carvalho et al. (2013) que considerava órbitas circulares para o corpo perturbador. A motivação para sua elaboração foi obter uma descrição mais realística

das órbitas que são perturbadas por corpos em órbita excêntrica e observar como isso afetaria a evolução orbital dos satélites artificiais; já o terceiro modelo foi desenvolvido para o caso em que o terceiro corpo possui uma órbita elíptica e inclinada, e neste caso além da anomalia média e argumento do pericentro do corpo perturbador, aparece também a longitude do nodo ascendente deste. Novamente, essa é uma descrição mais refinada, e é utilizada para os casos em que existe um corpo perturbador não somente em órbita excêntrica, como é o caso do segundo modelo desenvolvido neste trabalho, mas também para observar o efeito da inclinação do corpo perturbador sobre a evolução orbital do satélite artificial. Nos três modelos também foi observada a existência de uma oscilação do centro de libração nas variáveis que devem ser "congeladas", ou seja, excentricidade, argumento do pericentro e inclinação. Os resultados obtidos com os três modelos demonstram serem modelos que produzem órbitas que não colidem e poderão ser utilizados em aplicações para futuras missões.

Capítulo 3

Sistema de referência e equações do movimento orbital perturbado

Neste capítulo são apresentadas brevemente o sistema de referência e as equações do movimento orbital perturbado definidas em relação à este plano que são utilizadas neste trabalho. O sistema de referência de equatorial centrado no satélite planetário. Já as equações de movimento utilizadas são as bem conhecidas equações planetárias de Lagrange e que são integradas numericamente utilizando o software Maple.

3.1 Sistema de coordenadas equatorial

Neste trabalho é preciso escolher um plano de referência. O sistema de coordenadas aqui escolhido tem como origem o centro de massa do satélite planetário. O plano fundamental é o plano equatorial do satélite planetário. O eixo z é perpendicular ao plano de referência. Define-se uma direção norte e uma direção sul. O eixo x , sobre o plano de referência aponta para uma direção inercial e o eixo y , no plano de referência, completa um sistema ortogonal destrógiro.

Pode-se relacionar o plano equatorial a um plano de referência qualquer. Portanto, relaciona-se neste momento este plano ao plano da órbita de um corpo celeste se movendo ao redor do satélite planetário. Em geral o plano sobre o qual a órbita do corpo celeste se move, o chamado plano orbital, está inclinado em relação ao plano de referência de um ângulo i chamado inclinação da órbita. A linha de intersecção entre o plano orbital e o sistema de referência é chamada de linha dos nodos (pontos onde a órbita intersecta o plano de referência).

O nodo ascendente é o ponto em que a órbita cruza o plano de referência no sentido sul-norte. O ângulo Ω entre a linha de referência e o nodo ascendente é chamado longitude do nodo ascendente. O ângulo ω entre a linha dos nodos e o pericentro da órbita é o chamado argumento do pericentro, e este ângulo oferece a orientação da órbita no plano de referência.

Do problema dos dois corpos, onde é considerada apenas a força de atração gravitacional, sabe-se que o movimento de um corpo em relação ao outro está em um plano fixo, e é descrito por uma cônica fixa nesse plano, cuja forma depende do valor da energia total do sistema. No que se refere às aplicações deste trabalho, as órbitas ao redor de satélites planetários são aquelas que são circulares e elípticas, ou seja, aquelas que possuem a excentricidade variando da conforme a seguinte relação: $0 \leq e < 1$. A órbita do satélite artificial é considerada tridimensional com elementos keplerianos dados por: a (semieixo maior), e (excentricidade), i (inclinação), ω (argumento do pericentro), Ω (longitude do nodo ascendente) e n (movimento médio). Utiliza-se também M (anomalia média) e μ (parâmetro gravitacional do corpo central).

3.2 Equações do movimento orbital

Para a descrição do movimento translacional (orbital) perturbado de um corpo celeste natural ou artificial, são utilizadas as equações planetárias de Lagrange, as quais fornecem as taxas de variação temporais desses elementos. O desenvolvimento da função perturbadora pode ser feito em termos dos elementos orbitais.

As clássicas equações planetárias de Lagrange são dadas por (Kovalewsky, 1967):

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \quad (3.1)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} + \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} \quad (3.2)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \left(\frac{\partial R}{\partial \omega} \cos(i) - \frac{\partial R}{\partial \Omega} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \frac{\partial R}{\partial i} \quad (3.4)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cos(i)}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \frac{\partial R}{\partial i} \quad (3.5)$$

sendo que R é a função força perturbadora. Resolvendo-se esse sistema, as variações seculares e de longo período dos elementos orbitais são então obtidas, substituindo as funções perturbadoras, nas equações (3.76) a (3.81). Para um estudo detalhado sobre tais equações pode-se consultar Brouwer & Clemence (1961) e Roy (1988).

Como utilizado em alguns trabalhos da literatura, neste trabalho será utilizada a seguinte notação baseada nas variáveis de Delaunay (Carvalho et al. 2013): $M \longrightarrow \ell$, $\omega \longrightarrow g$ e $\Omega \longrightarrow h$.

Capítulo 4

Perturbações Gravitacionais

Neste capítulo são apresentados modelos para a perturbação devida a distribuição não uniforme de massa do corpo central (satélite planetário), onde são levados em conta os harmônicos zonais (J_2 e J_3). Um breve estudo sobre a perturbação devida a um terceiro corpo é apresentado, sendo que para isso, os polinômios de Legendre são expandidos até a segunda ordem. Por meio desse breve estudo são apresentados três modelos analíticos obtidos para a perturbação de terceiro corpo.

4.1 Perturbações devidas a distribuição não uniforme de massa de um corpo celeste

Em geral, as órbitas requeridas para missões científicas em torno de um satélite planetário são órbitas de baixa altitude, pequena excentricidade e inclinação quase polar. No entanto, uma vez que essas órbitas são próximas do satélite planetário, faz-se necessário um estudo considerando, nas equações de movimento, a perturbação devida à sua distribuição não uniforme de massa. Essa necessidade se deve ao fato de que em sua trajetória em torno do satélite planetário, o satélite artificial passa próximo a diferentes partes da superfície do corpo. Como a massa se altera em diferentes partes do corpo, a atração gravitacional também é alterada. Essa constante alteração na força de atração sobre o satélite artificial enquanto este segue seu movimento, provoca perturbações em sua órbita. Assim, ao se considerar essas perturbações nas equações do movimento orbital, pode-se realizar uma análise da órbita que considera esses efeitos físicos sobre os parâmetros orbitais da mesma.

Para essas perturbações causadas pela distribuição não uniforme de massa do satélite planetário está sendo levada em conta a não esfericidade deste, da mesma forma como anteriormente foi realizado em estudos como Scheeres et al. (2001), Paskowitz & Scheeres (2006), Lara & Russell (2006) e Carvalho et al. (2011b, 2012). De acordo com Carvalho et al. (2013), a média da função perturbadora devida à oblicuidade do corpo principal do sistema é dada por:

$$\langle R_{J_2} \rangle = -\frac{1}{4} \frac{\epsilon_1 n^2 (-2 + 3 \sin^2(i))}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (4.1)$$

Também conforme o trabalho de Carvalho et al. (2013), a média da função perturbadora média devida à forma de pera do corpo principal é dada por:

$$\langle R_{J_3} \rangle = -\frac{3}{8} \frac{\epsilon_2 n^2 \sin(i) (-4 + 5 \sin^2(i)) \sin(g)}{(1 - e^2)^{5/2} a} \quad (4.2)$$

com n sendo o movimento médio do satélite artificial. Os parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 são dados por:

$$\epsilon_1 = J_2 R_M^2 \quad (4.3)$$

$$\epsilon_2 = J_3 R_M^3 \quad (4.4)$$

onde R_M é o raio médio do corpo central¹.

4.2 Perturbação devida ao terceiro corpo

O satélite artificial é considerado numa órbita ao redor de um satélite planetário (corpo central), o qual por sua vez está em órbita ao redor de um planeta (corpo perturbador). Essa configuração pode ser considerada como sendo um problema restrito de três corpos. Assumimos que o corpo principal (satélite planetário) possui massa m_0 . O corpo perturbador com massa m_p está em uma órbita elíptica ou circular com semieixo maior a_p , excentricidade e_p e movimento médio n_p (dado pela terceira lei de Kepler $n_p^2 a_p^3 = G(m_0 + m_p)$), sendo G a constante gravitacional.

A função força perturbadora devido ao terceiro corpo é dada por (Murray & Dermott, 1999):

¹Neste trabalho R_M para Europa vale 1560,8 km e para Ganimedes vale 2631,2 km. Fonte: <http://ssd.jpl.nasa.gov/>

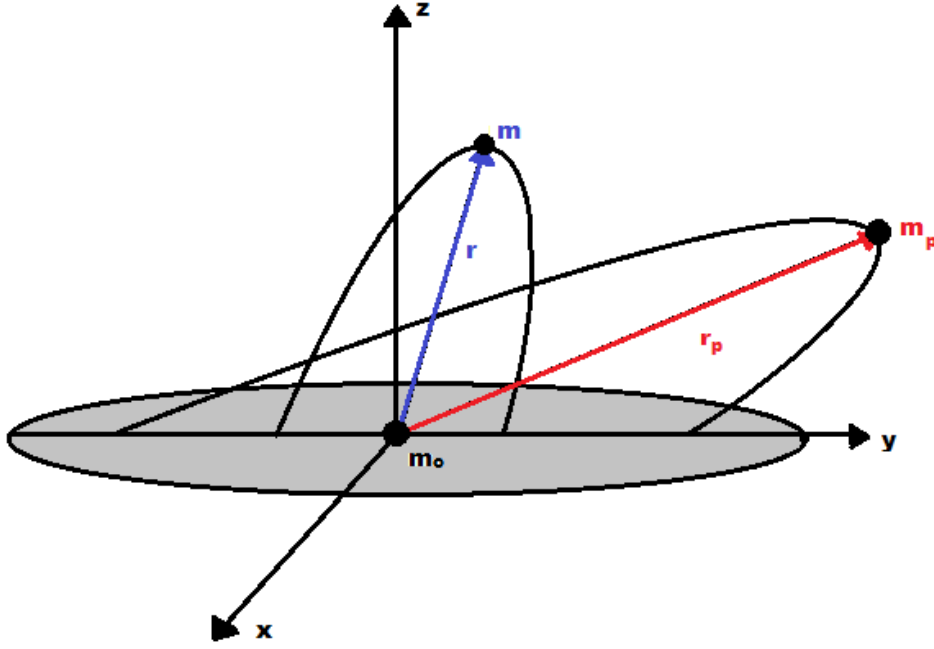


Figura 4.1: Geometria do problema restrito de três corpos considerando um satélite artificial de massa m orbitando um satélite planetário de massa m_0 sob a influência da perturbação do terceiro corpo de massa m_p . O plano de referência é o plano equatorial do satélite planetário

$$R = \frac{\mu_p}{|\vec{r}_p - \vec{r}|} = \frac{\mu_p}{r_p} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r}{r_p}\right)^l P_l(\cos(S)) \quad (4.5)$$

sendo que $\mu_p = G(m_0 + m_p)$ é o parâmetro gravitacional do corpo perturbador (G é a constante universal de gravitação e m_p é a massa do corpo perturbador), r e r_p são respectivamente os módulos dos raios vetores do satélite artificial e do corpo perturbador em órbitas ao redor do corpo central.

Se atenção for dada para a dependência radial da função força perturbadora, é possível escrevê-la na forma:

$$R = \frac{\mu_p}{a_p} \sum_{l=2}^{\infty} \xi^l \left(\frac{a_p}{r_p}\right)^{l+1} \left(\frac{r}{a}\right)^l P_l(\cos(S)) \quad (4.6)$$

sendo que o parâmetro $\xi = \frac{a}{a_p}$ é a razão entre os semieixos maiores da órbita do satélite artificial (a) e da órbita do corpo perturbador (a_p). Para os casos considerados no trabalho $\xi \ll 1$, sendo este um pequeno parâmetro, dada a diferença de ordem de grandeza entre os semieixos.

Neste trabalho a função força perturbadora é expandida até o grau 2 dos polinômios de Legendre, e assim, é necessário realizar o cálculo do termo R_2 devido ao polinômio P_2 , sendo que para isso a função força perturbadora é expandida até $l=2$. Assim, o termo R_2 pode ser escrito na forma:

$$R_2 = \frac{\xi^2 \mu_p}{a_p} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3 P_2(\cos(S)) \quad (4.7)$$

Temos que P_2 é o polinômio de Legendre dado pela expressão:

$$P_2(\cos(S)) = \frac{3 \cos^2(S) - 1}{2} \quad (4.8)$$

sendo que S é o ângulo entre os raios vetores $\vec{r}$ e $\vec{r}_p$, e que no qual se considera a existência ou não de inclinação para o corpo perturbador.

Com essa informação e utilizando a geometria do problema que pode ser observada na Figura 4.1, é possível obter-se a relação que é o produto escalar utilizado para se conhecer o valor de S :

$$\cos(S) = \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_p}{r \cdot r_p} \quad (4.9)$$

Uma vez que o ângulo S é dado pela diferença das longitudes verdadeiras ϖ_p e ϖ , do satélite artificial e do corpo perturbador respectivamente, tem-se as seguintes relações:

$$S = (f_p - \varpi_p) - (f - \varpi) \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \cos(S) = & \{\cos(f_p) \cos(\varpi_p) - \sin(f_p) \sin(\varpi_p)\} \{\cos(f) \cos(\varpi) - \sin(f) \sin(\varpi)\} + \\ & \{\sin(f) \cos(\varpi) + \cos(f) \sin(\varpi)\} \{\sin(f) \cos(\varpi) + \cos(f) \sin(\varpi)\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

com $\varpi = h + g$ e $\varpi_p = h_p + g_p$.

Por meio de ambas as relações e após rearranjo algébrico das expressões para $\cos(S)$ é possível obter a relação entre o ângulo S e a anomalia verdadeira f do satélite artificial, que é o ângulo que tem como origem um dos focos da órbita e é medido entre a direção do pericentro de sua órbita e o raio vetor de sua posição sobre essa órbita:

$$\cos(S) = \alpha \cos(f) + \beta \sin(f) \quad (4.12)$$

sendo que α e β são variáveis intermediárias que se alteram conforme as diferentes considerações que podem ser realizadas para as órbitas do satélite artificial e do corpo perturbador, como por exemplo, a existência ou não de excentricidade e/ou inclinação para estas.

Para o termo $(\frac{a_p}{r_p})^3$, é utilizada a expansão em excentricidade até a segunda ordem que pode ser encontrada em Murray & Dermott (1999), e é dada por:

$$(\frac{a_p}{r_p})^3 \approx 1 + 3e_p \cos(\ell_p) + \frac{3}{2}e_p^2(1 + 3\cos(2\ell_p)) + O(e_p^3) \quad (4.13)$$

onde ℓ_p é a anomalia média do corpo perturbador. Note-se que não há problema algum em considerar a expansão dada pela expressão (4.13), pois a excentricidade do corpo perturbador² ($|e_p|$) é bem pequena e não está variando com o tempo já que a órbita é fixa no espaço. Sendo assim a expressão (4.13) é sempre válida. Serão apresentados desenvolvimentos de três modelos diferentes para a perturbação devida ao terceiro corpo considerando três diferentes condições. Nesses modelos esse expansão até a segunda ordem em excentricidade para o termo $(\frac{a_p}{r_p})^3$ é utilizada.

Esse desenvolvimento difere de trabalhos da literatura como Prado (2003), Domingos et al. (2008), Liu et al. (2012) e Carvalho et al. (2013), onde as equações do movimento foram desenvolvidas em forma fechada e utilizaram a seguinte relação para o termo $(\frac{a_p}{r_p})^3$:

²Para as aplicações realizadas neste trabalho considerando satélites artificiais ao redor de Europa e Ganímedes, e_p (excentricidade de Júpiter ao redor destas luas) vale respectivamente para cada caso 0,0094 e 0,0013. Fonte: <http://ssd.jpl.nasa.gov/>

$$\left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3 = \left[\frac{1 + e_p \cos(f_p)}{(1 - e_p^2)}\right]^3 \quad (4.14)$$

onde f_p é a anomalia verdadeira do corpo perturbador.

Por conseguinte, tem-se que

$$\left(\frac{r}{a}\right)^2 = \left[\frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos(f)}\right]^2 \quad (4.15)$$

onde f_p é a anomalia verdadeira do satélite artificial.

Se for utilizada a relação dada na expressão (4.14), existirá a necessidade de aplicação de uma segunda média para a eliminação da anomalia verdadeira³ do corpo perturbador. Como um dos objetivos desse trabalho é observar o comportamento das órbitas quando não se realiza a eliminação da anomalia média, foi escolhida a expressão (4.13) ao invés da expressão (4.14).

4.3 Perturbador em órbita circular

O modelo mais simples considerado neste trabalho para a perturbação de terceiro corpo, é para um corpo perturbador em uma órbita circular. Aqui, a inclinação do corpo perturbador é desprezada, assim como fizeram Prado (2003) e Carvalho et al. (2013). Com esta consideração para a inclinação, temos os seguintes valores para α e β (Broucke, 2003; Prado, 2003):

$$\alpha = \cos(g) \cos(\ell_p - h) + \cos(i) \sin(g) \sin(\ell_p - h) \quad (4.16)$$

$$\beta = -\sin(g) \cos(\ell_p - h) + \cos(i) \cos(g) \sin(\ell_p - h) \quad (4.17)$$

³A eliminação da anomalia média pode ser realizada à partir da anomalia verdadeira utilizando relações de ambas com a anomalia excêntrica, como serão dadas nas expressões (4.21) à (4.24).

Como o corpo perturbador esta sendo considerado em uma órbita circular, a excentricidade e_p é nula, fazendo com que a expressão (4.13) se reduza à:

$$\left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3 = 1 \quad (4.18)$$

Para a eliminação dos termos de curto período da função força perturbadora dada na expressão (4.7), e que são devidos ao movimento do satélite artificial, o conceito de média que é dado por:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F d\ell \quad (4.19)$$

Assim, para o modelo considerando um corpo perturbador em órbita circular:

$$\langle R^c_2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R^c_2 d\ell \quad (4.20)$$

O modelo de média é calculada em termos da anomalia média devido ao conceito de média estar associado ao período orbital.

Para cálculo dessa integral, pode-se realizar uma conversão de todos os termos do integrando para (ℓ_p) ou pode-se utilizar simples substituições de variáveis, como por exemplo, substituições em termos da anomalia excêntrica (E) . Neste trabalho utilizou-se a segunda opção, onde as relações entre os termos da integral com a anomalia excêntrica são dadas por conhecidas expressões da mecânica celeste:

$$\text{sen}(f) = \frac{\sqrt{1-e^2} \text{sen}(E)}{1-e \cos(E)} \quad (4.21)$$

$$\cos(f) = \frac{\cos(E) - e}{1 - e \cos(E)} \quad (4.22)$$

$$\frac{r}{a} = 1 - e \cos(E) \quad (4.23)$$

$$d\ell_p = (1 - e \cos(E))dE \quad (4.24)$$

Utilizando as equações dadas em (4.7), (4.8), (4.13) e (4.15) obtemos a seguinte expressão para a função força perturbadora:

$$R^c_2 = \frac{\xi^2 \mu_p}{a_p} [1 + 3e_p \cos(\ell_p) + \frac{3}{2}e_p^2(1 + 3\cos(2\ell_p))] [\frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos(f)}]^2 [\frac{3\cos^2(S) - 1}{2}] \quad (4.25)$$

em que $\cos(S)$ é apresentado na expressão (4.12).

Pode-se perceber que nesta equação aparecem tanto elementos orbitais relativos tanto ao corpo perturbador quanto ao satélite artificial. Ao se utilizar a substituição de variáveis e se efetivar o cálculo da integral, obtém-se a seguinte expressão para a função força perturbadora⁴ considerando os termos de longo período:

$$\langle R^c_2 \rangle = \frac{15}{32} n_p^2 a^2 (A_c + B_c + C_c D_c + E_c + F_c) \quad (4.26)$$

com

$$A_c = e^2 (\cos(i) + 1)^2 \cos(2g + 2h - 2\ell_p) \quad (4.27)$$

$$B_c = e^2 (\cos(i) - 1)^2 \cos(2g - 2h + 2\ell_p) \quad (4.28)$$

⁴Para melhor distinção, em cada um dos modelos de R_2 apresentados neste trabalho será utilizada uma notação diferente (R^c_2 , R^{ep}_2 e R^{ie}_2), sendo que o índice (c) denota o caso circular, (e) o caso elíptico e o índice (ie) denota o caso inclinado e elíptico.

$$C_c = -\frac{6}{5}(\cos(i) - 1)(e^2 + \frac{2}{3}) \quad (4.29)$$

$$D_c = (\cos(i) + 1) \cos(2h - 2\ell_p) \quad (4.30)$$

$$E_c = 2e^2(1 - \cos^2(i)) \cos(2g) \quad (4.31)$$

$$F_c = \frac{6}{5}(e^2 + \frac{2}{3})(-\frac{1}{3} + \cos^2(i)) \quad (4.32)$$

onde o subscrito (c) identifica que cada termo está relacionado ao modelo com um perturbador em órbita circular e n_p é o movimento médio do corpo perturbador. Este resultado está de acordo com Carvalho et al. (2013).

O corpo perturbador é considerado em uma órbita circular e fixa no espaço. O valor numérico médio para ℓ_p é o apresentado pelo JPL⁵ ([http : //ssd.jpl.nasa.gov](http://ssd.jpl.nasa.gov)). Esta função força perturbadora é desenvolvida considerando o corpo central e o corpo perturbador como estando no mesmo plano. Este modelo foi aplicado no estudo de órbitas ao redor dos satélites planetários Europa e Ganímedes. Os resultados são apresentados no capítulo 5, seção 5.2.

4.4 Perturbador em órbita elíptica

O seguinte modelo para a perturbação de terceiro corpo considera o corpo perturbador em uma órbita excêntrica. Aqui, a inclinação do corpo perturbador é novamente desprezada, assim como feito para o modelo anterior (perturbador em órbita circular) e outros trabalhos prévios, entre eles Prado(2003) e Carvalho et al. (2011b, 2012, 2013). Com esta consideração para a inclinação são utilizados os valores para α e β apresentados em Domingos et al. (2008) e Carvalho et al. (2011a, 2011b), onde é considerado um corpo em uma órbita elíptica, mas não inclinada:

$$\alpha = \cos(g) \cos(f_p + g_p - h) - \cos(i) \sin(g) \sin(f_p + g_p - h)$$

⁵Para Europa temos que $\ell_p = 171,016^\circ$ e para Ganímedes, temos que $\ell_p = 317,540^\circ$.

$$\beta = -\text{sen}(g) \cos(f_p + g_p - h) - \cos(i) \cos(g) \text{sen}(f_p + g_p - h)$$

sendo f_p a anomalia verdadeira do corpo perturbador, à qual pode ser relacionada com a anomalia média (ℓ_p) por meio de relações bem conhecidas da mecânica celeste, sendo que esta última não é eliminada pela aplicação de uma segunda média sobre o período orbital do corpo perturbador. Para maiores detalhes sobre essas relações pode-se consultar as seções 2.4 e 2.5 em Murray & Dermott (1999).

Utiliza-se uma expressão similar à (4.25), que no entanto, difere desta devido aos valores de α e β implícitos no termo $\cos(S)$:

$$R^e_2 = \frac{\xi^2 \mu_p}{a_p} [1 + 3e_p \cos(\ell_p) + \frac{3}{2}e_p^2(1 + 3\cos(2\ell_p))] [\frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos(f)}]^2 [\frac{3\cos^2(S) - 1}{2}] \quad (4.33)$$

Ao se utilizar novamente as expressões (4.12) e (4.21)-(4.24), e ao se aplicar o método da média dado na expressão (4.14), obtemos o seguinte potencial perturbador de segunda ordem, devido ao polinômio P_2 , para órbita planar e excêntrica:

$$\begin{aligned} \langle R^e_2 \rangle = \frac{n_p^2 a^2}{32(e_p^2 - 1)^3} [30(A_{ep} + B_{ep} + C_{ep}) - 54e_p(D_{ep} + E_{ep} + F_{ep} + G_{ep}) \\ - 81e_p^2(H_{ep} + I_{ep} + J_{ep} + K_{ep} + L_{ep})] \end{aligned} \quad (4.34)$$

com

$$\begin{aligned} A_{ep} = -\frac{1}{2}e^2 [(\cos(i) - 1)^2 \cos(2g - 2h + 2g_p + 2\ell_p) \\ + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2g + 2h - 2g_p - 2\ell_p)] \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$B_{ep} = (\frac{2 + 3e^2}{5}) [(\cos^2(i) - 1) \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p) + \frac{1}{3} - \cos^2(i)] \quad (4.36)$$

$$C_{ep} = e^2[\cos^2(i) - 1] \cos(2g) \quad (4.37)$$

$$D_{ep} = -\frac{5}{36}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - \ell_p - 2g_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - \ell_p - 2g_p + 2g)] \quad (4.38)$$

$$E_{ep} = \frac{35}{36}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(3\ell_p + 2g_p - 2h + 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(3\ell_p + 2g_p - 2h - 2g)] \quad (4.39)$$

$$F_{ep} = \left(\frac{2 + 3e^2}{18}\right)(\cos^2(i) - 1)[\cos(-2g_p + 2h - \ell_p) - 7 \cos(-3\ell_p - 2g_p + 2h)] \quad (4.40)$$

$$G_{ep} = \frac{5}{6}e^2(1 - \cos^2(i))[\cos(2g - \ell_p) + \cos(2g + \ell_p)] + \left(\frac{2 + 3e^2}{9}\right)(3 \cos^2(i) - 1) \cos(\ell_p) \quad (4.41)$$

$$H_{ep} = \frac{85}{54}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p + 2g)] \quad (4.42)$$

$$I_{ep} = -\frac{55}{54}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p + 2g)] \quad (4.43)$$

$$J_{ep} = \left(\frac{2 + 3e^2}{27}\right)(\cos^2(i) - 1)[11 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p) - 17 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p)] \quad (4.44)$$

$$K_{ep} = \frac{5}{6}e^2(1 - \cos^2(i))[\cos(2g - 2\ell_p) + \cos(2g + 2\ell_p)] \quad (4.45)$$

$$L_{ep} = \left(\frac{2 + 3e^2}{9}\right)(3 \cos^2(i) - 1)[\cos(2\ell_p) - 1] + \frac{5}{9}e^2(\cos^2(i) - 1) \cos(2g) \quad (4.46)$$

onde subscrito (ep) identifica que cada termo está relacionado ao modelo com um perturbador em órbita elíptica planar.

Detalhe interessante a ser notado é fato de que por não ter sido feita a eliminação da anomalia média do corpo perturbador (ℓ_p), há neste modelo a presença do argumento do pericentro do corpo perturbador (g_p). Como no caso para um corpo perturbador em órbita circular não existe a definição de pericentro, naturalmente o ângulo (g_p) associado a este não aparece na função perturbadora para o caso circular $\langle R^e_2 \rangle$.

Prévios trabalhos realizaram estudos considerando o corpo perturbador em uma órbita elíptica (Scheeres et al., 2001; Domingos et al., 2008), assim como realizado neste estudo.

4.5 Perturbador em órbita elíptica e inclinada

Neste último modelo para a perturbação de terceiro corpo, o corpo perturbador é considerado como estando em uma órbita excêntrica e inclinada. Aqui, a inclinação do corpo perturbador é considerada como no trabalho realizado por Liu et al. (2012).

Observa-se que para alguns satélites planetários existem inclinações orbitais significativas em relação ao planeta (corpo perturbador) que estão orbitando. A Tabela 4.1 apresenta alguns exemplos comparativos, sendo que os dados foram obtidos do JPL/Nasa (<http://ssd.jpl.nasa.gov/>):

Para este modelo em que se considera o corpo perturbador como estando em uma órbita elíptica e inclinada os coeficientes α e β assumem os seguintes valores (Liu et al., 2012):

$$\begin{aligned} \alpha = & \{ \cos(g) \cos(h - h_p) - \sin(g) \cos(i) \sin(h - h_p) \} \cos(g_p + f_p) \\ & + \{ \sin(g) \sin(i) \sin(i_p) + \cos(g) \cos(i_p) \sin(h - h_p) \\ & + \sin(g) \cos(i) \cos(i_p) \cos(h - h_p) \} \sin(g_p + f_p) \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \beta = & \{ \cos(g) \sin(i) \sin(i_p) - \sin(g) \cos(i_p) \sin(h - h_p) \\ & + \cos(g) \cos(i) \cos(i_p) \cos(h - h_p) \} \sin(g_p + f_p) \\ & - \{ \sin(g) \cos(h - h_p) + \cos(g) \cos(i) \sin(h - h_p) \} \cos(g_p + f_p) \end{aligned} \quad (4.48)$$

Tabela 4.1: Inclinações orbitais de alguns satélites planetários do Sistema Solar.

Planeta	Satélite Planetário	Inclinação (graus)
Júpiter	Europa	0,466
Júpiter	Ganímedes	0,177
Saturno	Iapetus	8,298
Urano	Miranda	4,338
Netuno	Tritão	156,865

em que novamente os termos de curto período do corpo perturbador não são eliminados pela aplicação do método da média e assim, implicitamente não ocorre a eliminação da anomalia média do corpo perturbador.

Novamente, ocorre uma expressão similar as expressões (4.25) e (4.33), que no entanto, difere destas devido aos valores de α e β implícitos no termo $\cos(S)$:

$$R^{ie}_2 = \frac{\xi^2 \mu_p}{a_p} [1 + 3e_p \cos(\ell_p) + \frac{3}{2} e_p^2 (1 + 3 \cos(2\ell_p))] [\frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos(f)}]^2 [\frac{3 \cos^2(S) - 1}{2}] \quad (4.49)$$

sendo que a consideração de que a inclinação do corpo perturbador está sendo levada em conta, está implicitamente nos coeficientes α e β dados nas expressões (4.47) e (4.48).

Para a eliminação dos termos de curto período referentes ao movimento médio do satélite artificial ao redor do satélite planetário, utiliza-se a expressão (4.19). Novamente, ao se utilizar as equações (4.12) e (4.21)-(4.24), e se aplicar o conceito de média dada na equação (4.19), obtém-se o potencial perturbador de segunda ordem devido ao polinômio P_2 , só que desta vez, em órbita inclinada e excêntrica:

$$\begin{aligned} \langle R^{ie}_2 \rangle = \frac{\xi^2 \mu_p}{2a_p} \left(\frac{a_p}{r_p} \right)^3 & (3\alpha^2 \langle (1 - e \cos(E))^2 \cos^2(f) \rangle + 3\beta^2 \langle (1 - e \cos(E))^2 \sin^2(f) \rangle + \\ & 3\alpha\beta \langle (1 - e \cos(E))^2 \sin(2f) \rangle - \langle (1 - e \cos(E))^2 \rangle) \end{aligned} \quad (4.50)$$

onde todas as médias são calculadas por meio de uma substituição de variáveis de forma que todos os termos das integrais fiquem em função da anomalia excêntrica (E). Os termos sobre os quais a média é realizada são:

$$\langle (1 - e \cos(E))^2 \cos^2(f) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [(1 - e \cos(E))^2 \cos^2(f)] d\ell = \frac{1 + 4e^2}{2} \quad (4.51)$$

$$\langle (1 - e \cos(E))^2 \sin^2(f) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [(1 - e \cos(E))^2 \sin^2(f)] d\ell = \frac{1 - e^2}{2} \quad (4.52)$$

$$\langle (1 - e \cos(E))^2 \sin(2f) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [(1 - e \cos(E))^2 \sin(2f)] d\ell = 0 \quad (4.53)$$

$$\langle (1 - e \cos(E))^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [(1 - e \cos(E))^2] d\ell = \frac{2 + 3e^2}{2} \quad (4.54)$$

Assim, a expressão para o potencial perturbador se reduz a:

$$\langle R^{ie}_2 \rangle = \frac{3\xi^2 \mu_p}{4a_p} \left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3 [\alpha^2(1 + 4e^2) + \beta^2(1 - e^2) - e^2 - \frac{2}{3}] \quad (4.55)$$

em que o termo $(\frac{a_p}{r_p})^3$ é dado pela expressão (4.13)..

Nos coeficientes α e β existem os termos $\cos(g_p + f_p)$ e $\sin(g_p + f_p)$, os quais foram expandidos utilizando equações bem conhecidas da mecânica celeste (ver seção 2.5 em Murray & Dermott (1999)). Nestas equações, foram considerados somente os termos até a segunda ordem das expansões em excentricidade que podem ser conferidas em Murray & Dermott (1999).

O resultado final para estas expansões para $\cos(g_p + f_p)$ e $\sin(g_p + f_p)$ considerando somente os termos até a segunda ordem é dado por:

$$\begin{aligned} \sin(g_p + f_p) &= \sin(g_p + \ell_p) + e_p [\sin(g_p + 2\ell_p) - \sin(g_p)] + \\ &+ \frac{e_p^2}{8} [9(\sin(g_p + 3\ell_p) - \sin(g_p + \ell_p)) + 2\cos(g_p)\sin(\ell_p)] + O(e_p^3) \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \cos(g_p + f_p) &= \cos(g_p + \ell_p) + e_p[\cos(g_p + 2\ell_p) - \cos(g_p)] + \\ &+ \frac{e_p^2}{8}[9(\cos(g_p + 3\ell_p) - \cos(g_p + \ell_p)) - 2\sin(g_p)\sin(\ell_p)] + O(e_p^3) \end{aligned} \quad (4.57)$$

O objetivo dessas expansões é obter uma função força perturbadora dependente da anomalia média do corpo perturbador, de forma que se possa observar se essa pode contribuir para a obtenção de órbitas polares de baixa altitude que não colidem.

Assim, obtemos para a função força perturbadora média $\langle R^{ie}_2 \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle R^{ie}_2 \rangle &= \frac{3\xi^2\mu_p}{4a_p}\left\{(\alpha^2 + \beta^2 - \frac{2}{3}) + (4\alpha^2 - \beta^2 - 1)e^2\right. \\ &\quad \left.- 2e_p \cos(\ell_p) + 3(\alpha^2 + \beta^2)\left[\frac{1}{2} + \cos(\ell_p) + \frac{3}{2}\cos(2\ell_p)\right]e_p^2\right\} \end{aligned} \quad (4.58)$$

O modelo considerando um perturbador em órbita inclinada apresentado por Liu et al. (2012) é dado por:

$$\langle R^{ie}_2 \rangle = \frac{3\xi^2\mu_p}{4a_p}\left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3\left\{(\alpha^2 + \beta^2 - \frac{2}{3}) + (4\alpha^2 - \beta^2 - 1)e^2\right\} \quad (4.59)$$

A principal diferença entre este modelo e o obtido no presente trabalho é o fato de que para o termo $(\frac{a_p}{r_p})^3$, Liu et al. (2012) utilizou a expressão (4.14) e aplicou o método da média para eliminar os termos de curto período do corpo perturbador, obtendo:

$$\left\langle\left(\frac{a_p}{r_p}\right)^3\right\rangle = (1 - e_p^2)^{-\frac{3}{2}} \quad (4.60)$$

Este fato, no entanto, não ocorre no modelo desenvolvido neste trabalho, que utiliza a expressão (4.13) ao invés da expressão (4.14), fato que propiciou a obtenção de uma expressão para a função força perturbadora sem a necessidade de eliminação da anomalia média do corpo perturbador de uma forma não laboriosa. Assim, nesta condição, pode-se realizar um estudo

para avaliar os efeitos dinâmicos produzidos na órbita de um satélite artificial ao redor de um satélite planetário.

Neste momento, novamente é importante chamar a atenção para o fato de não ocorrer eliminação da anomalia média do corpo perturbador (ℓ_p): neste modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada existe a presença, além de ℓ_p e g_p , da longitude do nodo ascendente do corpo perturbador (h_p). Esta também aparece para contribuir com a função perturbadora $\langle R^{ie}_2 \rangle$.

Capítulo 5

Resultados para Europa e Ganímedes

Neste capítulo são apresentados os resultados referentes as aplicações dos modelos para as perturbações devidas ao J_2 , J_3 e devidas ao terceiro corpo. Os resultados das simulações numéricas utilizando o software Maple são apresentados para órbitas polares de baixa altitude. Nestas simulações são analisados individualmente os efeitos de cada um dos três modelos para a perturbação de terceiro corpo. Em todas as simulações também estão sendo considerados os efeitos das perturbações devidas aos harmônicos J_2 e J_3 . Aplicações são realizadas para órbitas de satélites artificiais ao redor das luas galileanas Europa e Ganímedes.

5.1 Europa, Ganímedes e a exploração espacial

Neste trabalho, as aplicações são realizadas para dois satélites planetários do sistema joviano, Europa e Ganímedes, que atualmente despertam grande interesse da comunidade científica e são alvos pretendidos por futuras missões de exploração como as missões EJSM¹ (Europa Jupiter System Mission) e JUICE² (Jupiter Icy Moon Explorer). Esta última se encontra no momento cancelada. A Figura 4.1 apresenta uma concepção artística das sondas JEO (Jupiter Europa Orbiter) e JGO (Jupiter Ganymede Orbiter) que fazem parte da missão EJSM.

Europa e Ganímedes são duas das quatro grandes luas pertencentes ao planeta Júpiter, denominadas galileanas, pois foram descobertas por Galileu Galilei à partir de observações realizadas à 7 de Janeiro de 1610 na cidade de Pádua, Itália. A descoberta dessas e outras luas, provocou um grande impacto na Teoria Geocêntrica, que desde os gregos reinava soberana como

¹Site oficial da missão EJSM: <http://opfm.jpl.nasa.gov/europajupitersystemmissionejsm/>

²Site oficial da missão JUICE: <http://sci.esa.int/juice/>

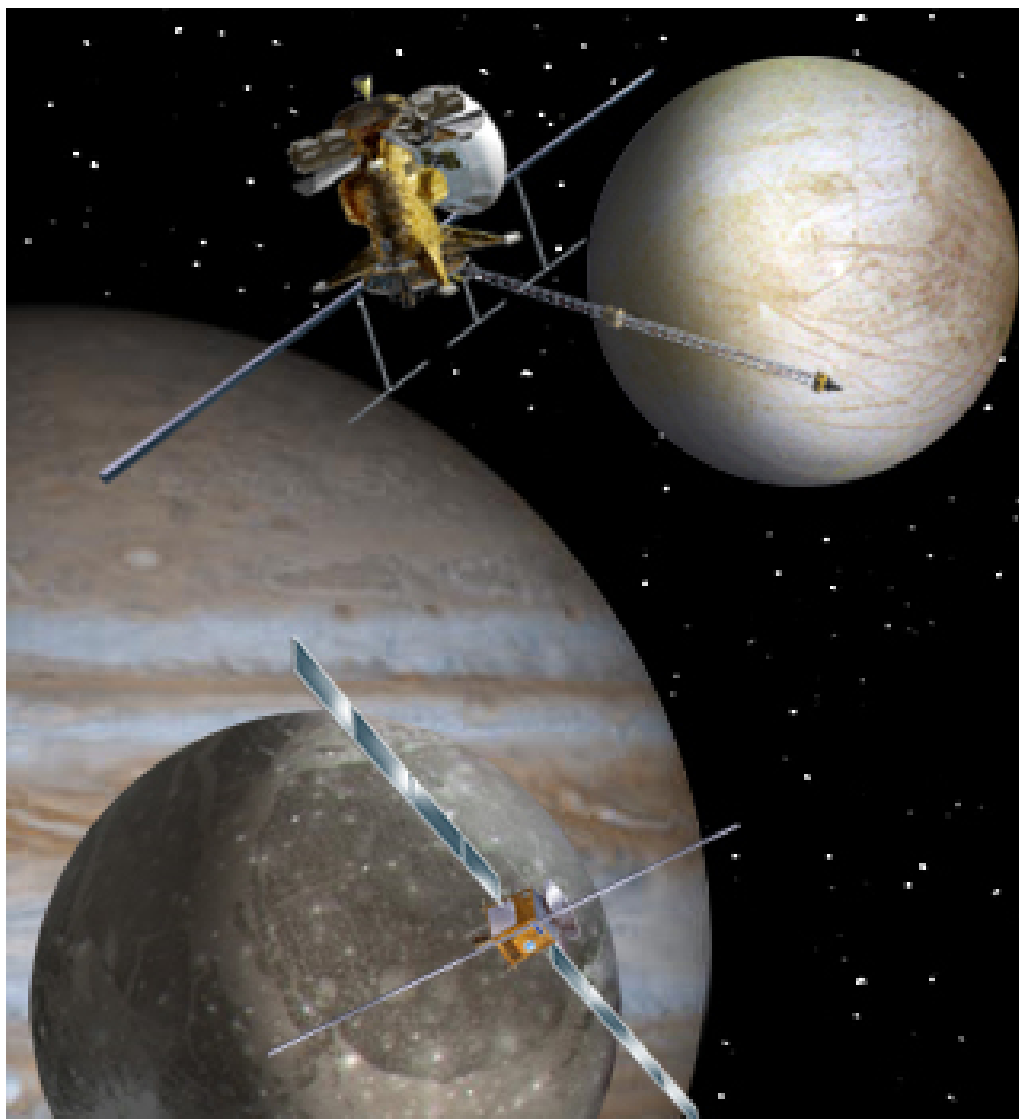


Figura 5.1: Concepção artística da Europa Jupiter System Mission (EJSM): Sondas JEO-Jupiter Europa Orbiter (topo com Europa ao fundo) e JGO-Jupiter Ganymede Orbiter (abaixo com Ganímedes ao fundo). Ao fundo da imagem o planeta Júpiter. Fonte: <http://en.wikipedia.org>

explicação para a disposição e o movimento dos corpos celestes. O impacto nessa teoria se deve ao fato de que agora a Terra não seria considerada mais o centro de tudo, já que foram as primeiras luas que visivelmente não orbitavam a Terra. Neste tempo, julgava-se que os corpos celestes (planetas, o Sol e a Lua) orbitavam somente a Terra. Existem até hoje pequenas controvérsias com alguns historiadores, os quais afirmam que na realidade Simon Marius de Ausbach (Alemanha) foi quem primeiramente observou os satélites do sistema joviano³, à data 29 de Dezembro de 1609.

³Sistema de corpos celestes formado por Júpiter e os corpos que ao seu redor orbitam, formando aquilo que alguns chamam de mini-Sistema Solar, no qual por analogia Júpiter corresponderia ao Sol e suas luas aos planetas. Ver Figura 5.2

Quando se fala do sistema joviano, pode-se citar fatos importantes para a história da ciência como a primeira medição da velocidade da luz, realizada por Ole Roemer ao estudar e explicar os atrasos em eclipses dos satélites.



Figura 5.2: Concepção artística de Júpiter e suas luas. Foco especial é dado para as três grandes luas (Io, Europa e Ganimedes) que estão em ressonância 4:2:1 (ressonância laplaciana), ou seja, para cada órbita que Io completa, Europa completa duas órbitas e Ganimedes completa quatro. Fonte: <http://veja.abril.com.br/020800/p070.html>

Europa e Ganimedes são, junto à suas outras duas companheiras (Io e Calisto), denominadas luas galileanas, corpos celestes de dimensão considerável: Io e Europa possuem ordem de grandeza semelhantes à da nossa Lua; já Ganimedes e Calisto são maiores que o planeta Mercúrio. Possuem características físicas peculiares, como por exemplo a possibilidade da existência de um oceano em estado líquido abaixo de sua crosta, como é caso de Europa, e a existência de uma magnetosfera, que é o caso de Ganimedes. Um fato curioso é a comensurabilidade dos movimentos médios de Io, Europa e Ganimedes. Essa comensurabilidade de movimentos forma a famosa ressonância laplaciana (4:2:1), ou seja, para cada órbita completa realizada por Io ao redor de Júpiter, Europa completa duas e Ganimedes completa quatro (ver Figura 5.2). Uma fonte recente e interessante de informações e possibilidades de estudo abertos em relação ao tema é um estudo acerca de librações nessa ressonância que foi apresentado no recente livro publicado pela editora UNESP (Silva et al., 2012).

Até meados do século XX os astrônomos tinham apenas pequenas noções a respeito das luas de Júpiter e de outros corpos tão distantes quanto, mesmo com os melhores telescópios da época, como o famoso telescópio do Monte Palomar nos Estados Unidos. Para uma melhor compreensão destes corpos celestes mais distantes, como por exemplo sua composição superficial, dimensões precisas, existência de campo magnético, mapeamento do campo gravitacional,

etc, fazia-se necessário o envio de missões espaciais para uma exploração mais detalhada desses sistemas planetários distantes que tanto despertavam e ainda despertam o interesse da comunidade científica. Assim, com o advento da Era Espacial imersa em seu início por um clima de competição acirrada entre Estados Unidos e União Soviética, foram desenvolvidas as tecnologias que propiciaram aos homens o poder de alcançar novos horizontes. Com essas novas tecnologias, foi possível alcançar outros mundos que pareciam inalcançáveis. Entre esses mundos sonhados estavam Júpiter e suas luas, em especial as famosas galileanas. Assim, as luas de Júpiter em especial puderam ser melhor conhecidas por ocasião da chegada das sondas Pioneer 10 e 11 à Júpiter em 1973 e em 1974, respectivamente. As primeiras imagens e a obtenção de valores mais precisos para as massas são conquistas que se destacam nessas missões. As imagens de Europa revelaram pouca variação de cor e mostraram uma região escura como poucos detalhes, dado que as Pioneer encontravam-se longe demais para conseguir obter bons detalhes da superfície. Devido a ser um dos satélites mais brilhantes, já se acreditava que a sua crosta fosse principalmente constituída por gelo de água. Já para Ganímedes, duas boas imagens foram obtidas, as quais mostravam pouca variação de cor, mas revelaram uma variação substancial de albedo⁴.

No ano de 1979, com a chegada das duas sondas Voyager a Júpiter, foram obtidas melhores imagens da superfície desses e de outros satélites jovianos. Nas imagens de baixa-resolução da Voyager 1, Europa mostrava um número bastante grande de linhas que se interceptavam. Estas linhas faziam lembrar os canais que os astrônomos outrora julgavam ver em Marte. Os cientistas pensaram tratar-se de terreno quebrado devido a processos tectônicos. Contudo, as imagens de alta-resolução da Voyager 2 deixaram os cientistas surpresos, já que as linhas pareciam pintadas na superfície, sem nenhum relevo topográfico visível. Modelos do interior de Europa mostraram atividade e aquecimento do interior com a formação de oceanos com 50 km ou mais de profundidade a 5 km da superfície. As imagens da Voyager mostraram que Ganímedes tinha dois tipos de terrenos distintos: uma parte do globo é coberta por crateras, a outra por sulcos, o que revelou que a superfície gelada poderia sofrer processos tectônicos globais.

A lua Europa tornou-se assim num ícone dos escritores de ficção científica, existindo livros, filmes e jogos; de destacar o livro e o filme de Arthur C. Clarke, 2010: Odisseia Dois (ou O Ano em Que Fizemos Contacto) de 1982, onde se faz a descoberta de vida primitiva vivendo

⁴**Albedo** é uma medida relativa da quantidade de luz refletida, o que ocorre sobre superfícies de maneira direta ou difusa. É portanto uma medida da reflectividade da superfície de um corpo. A palavra deriva do latim *albedus* ("esbranquiçado"), que provém da palavra *albus* ("branco").

por debaixo da capa de gelo de Europa. Já no terceiro livro da trilogia, 2061: Odisseia Três (1987), Europa é transformada num mundo oceânico tropical. No livro *The Forge of God* (1987) de Greg Bear, Europa é destruída por extraterrestres que usam pedaços do seu gelo para terraformar⁵ planetas.

As Voyager foram as que descobriram que Ganímedes era, na verdade, o maior satélite do Sistema Solar, e não Titã em Saturno como se pensava até então. Isto só foi possível determinar quando as Voyager chegaram a Titã e descobriram que esta tinha uma atmosfera bastante densa que dava aspecto de ser maior.

Devido ao seu tamanho e características, Ganímedes também entra para os contos de ficção científica através da imaginação de vários autores; de destacar o livro (*Farmer in the Sky*) de Robert Heinlein, em que Ganímedes é terraformado e colonizado por seres humanos. Em (2061: Odisseia Três) de Arthur C. Clarke, Ganímedes é aquecido pelo novo sol Lúcyfer e contém um grande lago equatorial e é o centro da colonização humana no sistema joviano.

No entanto, a idéia de uma colonização humana ganharia mais força quando, a 7 de Dezembro de 1995, a sonda Galileo chega a Júpiter em uma contínua viagem ao redor do planeta e de seu sistema de luas durante oito anos. A 2 de Março de 1998, a NASA anuncia que a Galileo descobriu fortes evidências de um oceano salgado por debaixo da superfície, motivando a criação de uma nova missão a Europa. Com relação à Ganímedes, logo na sua primeira aproximação a Galileo descobriu que Ganímedes tinha o seu próprio campo magnético imerso no campo magnético gigantesco de Júpiter.

Essas e outras informações históricas podem ser consultadas em sítios eletrônicos de divulgação científica, como por exemplo alguns sites da NASA.

No contexto dessas últimas descobertas científicas, e estimulados pelo desejo de melhor compreensão do Universo, em particular nosso Sistema Solar, missões científicas têm sido planejadas para visitar Europa e Ganímedes. Entre essas, pode-se destacar a EJSM, uma cooperação entre NASA (que desenvolve o JEO-Jupiter Europa Orbiter) e ESA (que desenvolve o JGO-Jupiter Ganymede Orbiter) para que haja uma profunda exploração e investigação dos mesmos.

Assim, são realizadas aplicações dos modelos apresentados para as perturbações devidas ao terceiro corpo e também devidas a distribuição não uniforme de massa do satélite planetário.

⁵**Terraformação** é a denominação dada ao processo, até agora hipotético, de modificar a atmosfera e temperatura de um corpo celeste sólido (como um planeta ou um satélite natural) até deixá-lo em condições adequadas para suportar um ecossistema com seres vivos da Terra. Fonte: [http : //pt.wikipedia.org/](http://pt.wikipedia.org/)

Tabela 5.1: Valores numéricos para J_2 e J_3 de Europa e Ganímedes

	Europa (Lara & Russell, 2006)	Ganímedes (Russell & Brinckerhoff, 2009)
J_2	4.355×10^{-4}	5.9110×10^{-4}
J_3	1.3784×10^{-4}	-3.9217×10^{-7}

O intuito dessas aplicações é estudar e obter órbitas propícias para utilização nessas e outras missões que pretendam visitar outros satélites planetários do Sistema Solar.

Na busca por órbitas onde os satélites artificiais não colidem com a superfície dos satélites planetários mesmo sujeitos aos efeitos da perturbação de terceiro corpo junto aos das perturbações devidas ao J_2 e J_3 , foram realizadas tentativas para diversas condições iniciais para os elementos orbitais. A princípio, todas as configurações produziram órbitas instáveis que colidiram em um curto período de tempo (cerca de 10 à 60 dias) com as superfícies de Europa e Ganímedes. Ao se realizar no entanto uma análise gráfica da evolução dos elementos orbitais, foram escolhidos como condições iniciais, aqueles valores para ângulos e excentricidade que durante esta evolução permaneciam por certo tempo aproximadamente constantes (alguns valores cerca de 100 dias). Essas condições iniciais foram adotadas de forma a se verificar se elas poderiam pertencer à uma configuração com certa estabilidade orbital para os satélites artificiais, e se poderiam contribuir para a obtenção de órbitas com um tempo de vida mais prolongado. Quando isso foi efetuado foram obtidas órbitas que não colidem em todos os casos, sendo que algumas dessas órbitas estão apresentadas neste trabalho na seção 5.2.

5.2 Simulações Numéricas

Os modelos para a perturbação foram aplicados para o estudo de órbitas ao redor das luas galileanas Europa e Ganímedes. Os resultados para Europa e Ganímedes aparecem nas seções 5.2.1 e 5.2.2 respectivamente. Neste trabalho são consideradas as perturbações devidas aos coeficientes harmônicos J_2 e J_3 . Os valores numéricos utilizados para estes coeficientes no caso de Europa e Ganímedes⁶ são apresentados na tabela 5.1.

⁶Coeficientes para o satélite Ganímedes são normalizados

5.2.1 Resultados para Europa

A busca por órbitas polares ao redor de Europa é devido ao fato de que este tipo de órbita permite uma melhor cobertura da superfície do corpo principal (Europa neste caso) do que outros tipos de órbita. As órbitas ao redor de Europa tem, em geral, em torno de 160 dias de duração (Paskowitz & Scheeres, 2005a, 2005b), o que significa que estas são de curta duração. Em Carvalho et al. (2013) foram encontrados órbitas com tempo de vida maior que 300 dias. Assim, um estudo para órbitas com a duração superior a 1500 dias cobre um tempo longo o suficiente para vários tipos de missões.

As perturbações levando em conta a perturbação do terceiro corpo (R_2) e a distribuição não uniforme de massa (J_2 e J_3) podem ser escritas como⁷:

$$\begin{aligned} \text{i) circular+J2+J3:} & \quad \langle R^c_2 \rangle + \langle R_{J2} \rangle + \langle R_{J3} \rangle \\ \text{ii) elíptico+J2+J3:} & \quad \langle R^e_2 \rangle + \langle R_{J2} \rangle + \langle R_{J3} \rangle \\ \text{iii) inclinado+J2+J3:} & \quad \langle R^{ie}_2 \rangle + \langle R_{J2} \rangle + \langle R_{J3} \rangle \end{aligned}$$

Essas perturbações foram substituídas no sistema de equações planetárias de Lagrange (expressões (3.5)-(3.9)) e estas foram integradas numericamente utilizando-se o software Maple. Foram encontradas órbitas congeladas que são aquelas definidas como órbitas que possuem valor quase constantes de excentricidade, inclinação e argumento do pericentro. Assim, uma órbita é congelada se as relações seguintes são mantidas: $\frac{de}{dt} = 0$, $\frac{di}{dt} = 0$ e $\frac{dg}{dt} = 0$ (ver Carvalho et al. 2010b, 2011b).

Os resultados mostram que todos os modelos produziram órbitas que não colidem. Essas órbitas possuem elementos orbitais librando e não colidem por longos períodos de tempo (tempo maior que 1500 dias). Essas órbitas encontradas são também polares (inclinações próximas à 90°), congeladas e alcançam baixas altitudes (regiões abaixo de 100 km de altitude).

Os resultados mostram que todos os modelos produziram órbitas que não colidem. Órbitas congeladas e de baixa altitude. No entanto, percebe-se por meio das Figuras 5.3-5.7 que foram obtidas órbitas que não colidem com as mesmas condições iniciais para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita circular e considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. Já para o modelo em que o corpo perturbador está sendo considerado em órbita elíptica, ocorreu uma estabilização da órbita para uma condição inicial diferente de longitude

⁷Consultar Apêndice A para as expressões das funções perturbadoras consideradas

do nodo ascendente (h), em que neste modelo iniciou com 0° e nos outros dois iniciou com 60° . A Figura 5.3 mostra o gráfico de (e) vs (g) para uma órbita com altitude inicial de 100 km. Podemos observar que os resultados para o modelo com perturbador em órbita não inclinada produziu resultados com maior variação (i) e (h) do satélite artificial.

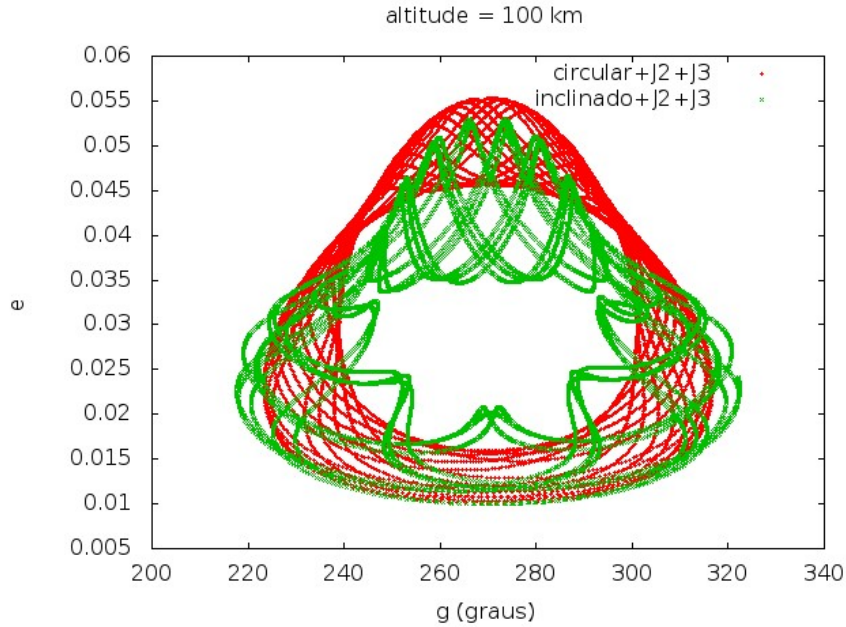


Figura 5.3: Resultados para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita circular e em elíptica e inclinada. Diagrama e vs g (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

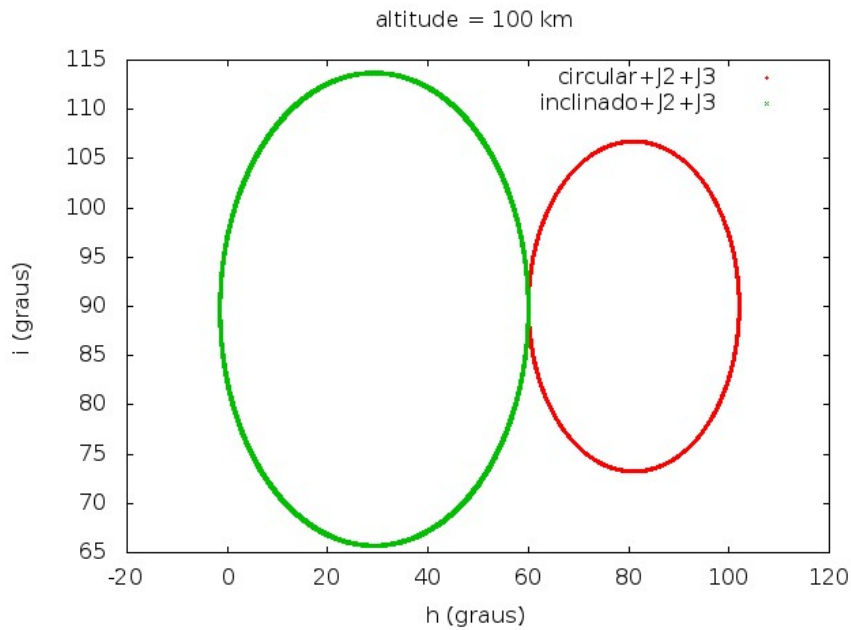


Figura 5.4: Resultados para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita circular e elíptica e inclinada. Diagrama i (graus) vs h (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

Por meio das Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 pode-se observar os resultados para as variações de inclinação (i) e longitude do nodo ascendente (h) nos modelos circular e elíptico/inclinado. As Figuras 5.5 e 5.6 são plots individuais dos dois resultados da Figura 5.4. Os resultados para estes dois modelos mostram que houveram oscilações de menor amplitude nos valores de (i) e (h) para o caso elíptico/inclinado. Para este modelo ocorreu uma leve maior variação dos valores para o argumento do pericentro (g) e uma leve menor variação para os valores de excentricidade (e). Nota-se por isso, que ao se considerar a inclinação do corpo perturbador no modelo de perturbação, os elementos orbitais do satélite artificial que estão relacionados à inclinação, a saber a longitude do nodo ascendente h e a própria inclinação i foram afetados mais significativamente, "balançando" o plano orbital.

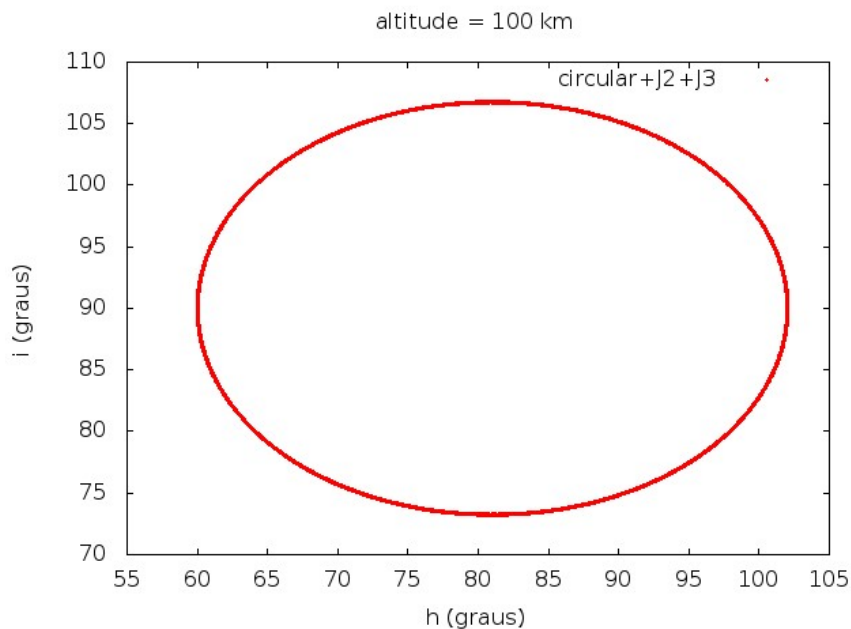


Figura 5.5: Resultados para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita circular. Diagrama i (graus) vs h (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

A Figura 5.7 mostra um interessante resultado para as órbitas considerando o terceiro modelo (corpo perturbador em órbitas circular e elíptica/inclinada), com uma altitude inicial para a órbita da ordem de 100 km de altitude. Os dois modelos produziram órbitas bem oscilantes no que se refere à aproximação da superfície de Europa, existindo aproximações de cerca de 50 km de altitude da superfície. Uma vez que este trabalho pretende desenvolver modelos para aplicação em missões espaciais, temos que observar se os resultados são coerentes com aquilo que está sendo já planejado. Como exemplo disso, para a sonda JEO (Jupiter Europa Orbiter-Nasa/ESA) está planejada uma altitude média entre 100 e 200 km, sendo

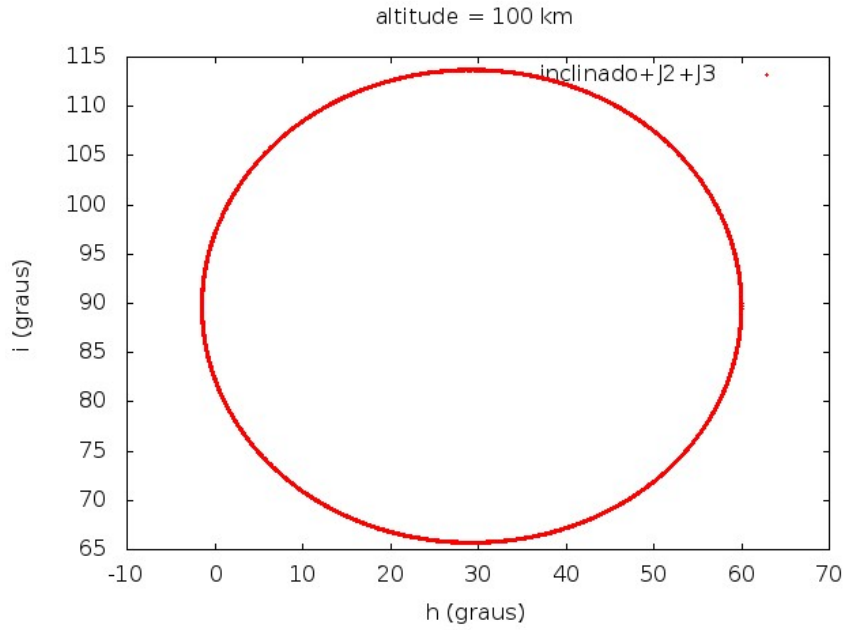


Figura 5.6: Resultados para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. Diagrama i (graus) vs h (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

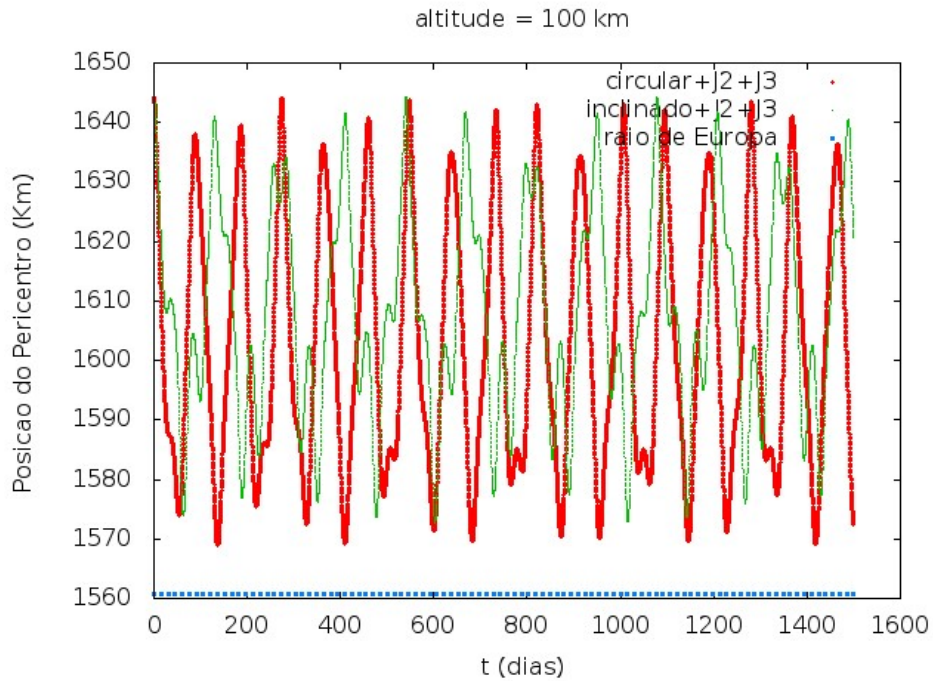


Figura 5.7: Resultados para os modelos considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. Diagrama da Distância do pericentro R_p (km) vs tempo (dias). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

assim que os dois modelos em questão (perturbador em órbita circular e perturbador em órbita elíptica/inclinada) cobrem essa faixa de altitude proposta para a missão.

Com relação ao modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica pode-se observar os resultados conseguidos para este analisando as Figuras 5.8, 5.9 e 5.10. Pode-se

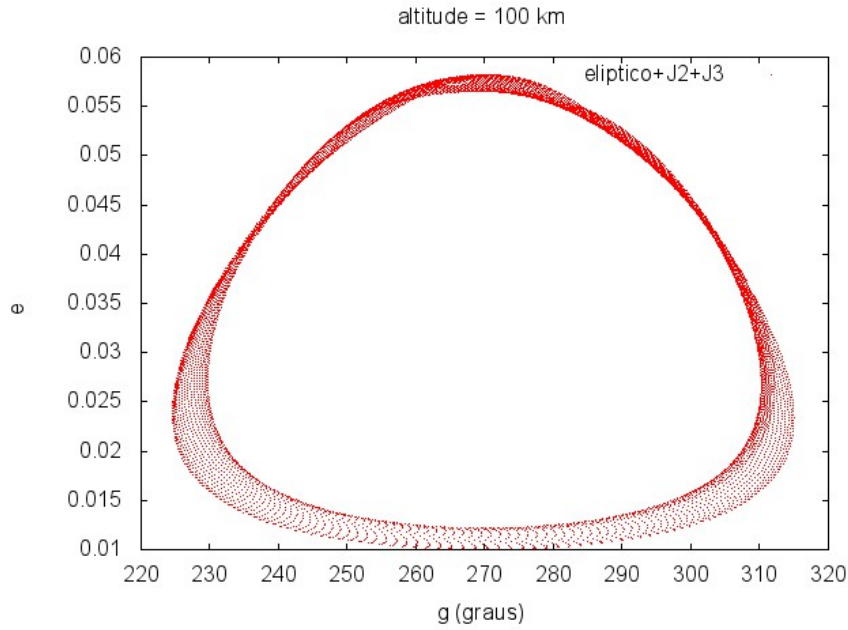


Figura 5.8: Resultado para o modelo com corpo perturbador em órbita elíptica. Diagrama e vs g (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 0^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

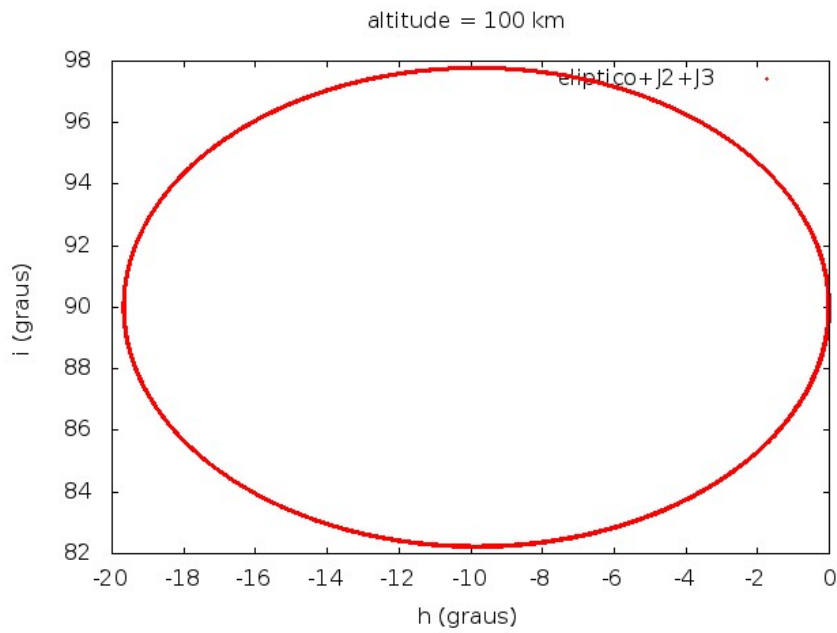


Figura 5.9: Resultado para o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica. Diagrama i (graus) vs h (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 0^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

observar por estes resultados que este modelo produziu uma órbita que não colide. No entanto, esta é um órbita que oscila significativamente e que possui aproximações muito perigosas da superfície de Europa de cerca de pouco menos de 5 km. A proximidade com o corpo central pode estar afetando significativamente esta órbita. Uma vez que a faixa de cobertura esperado para sondas como a JEO é de 100 km e 200 km, pode utilizar uma altitude inicial mais elevada

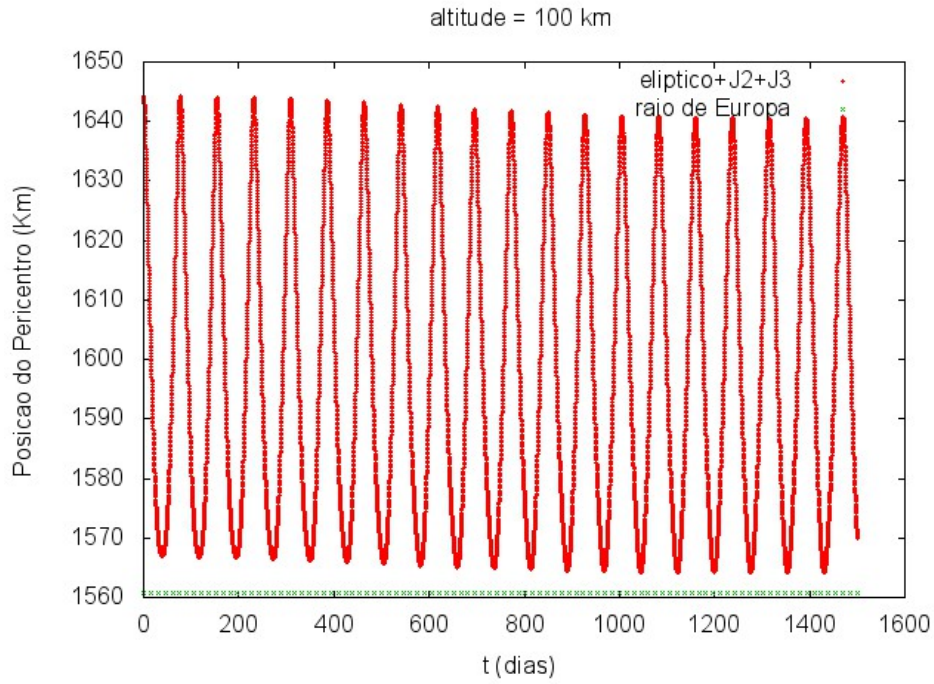


Figura 5.10: Resultado para o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica. Distância do pericentro R_p (km) vs Diagrama tempo (dias). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $e = 0.01$, $h = 0^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

de forma que essas oscilações possam cobrir a faixa esperada de altitude esperada (100-200 km) e ainda manter uma altitude segura, sem riscos e colisão com a superfície de Europa.

Todos os resultados obtidos estão considerando como condição inicial para excentricidade $e = 0.01$, ou seja, ao se considerarem diferentes excentricidades pode-se obter outras órbitas com maiores ou menores "*ranges*" nos elementos orbitais. Para ilustrar esse fato, basta observar as Figura 5.11 e 5.12, que apresentam resultados para diferentes valores de excentricidade para o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica/inclinada. As órbitas com menores "*ranges*" nos elementos orbitais proveem uma maior facilidade de manutenção e controle orbital, além de um menor custo operacional para a missão.

Os resultados apresentam para os três modelos a existência de órbitas congeladas. Um detalhe interessante que aqui ressalta-se é para o fato de ao não se eliminar a anomalia média do corpo perturbador ocorre um efeito interessante. A princípio observou-se que nos gráficos em que aparecem simultaneamente dois dos elementos orbitais que devem ser congelados (e , g e i) ocorre o que chamou-se de oscilação do centro de libração. Este nome é pelo fato de ao invés de uma curva fechada simples, ocorrerem várias intersecções e curvas com centro de curvatura alternando a cada instante dentro de uma região na qual esse centro de curvatura está contido. Isso pode ser melhor observado nas Figuras 5.4 e 5.8. Nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.9 é mais difícil

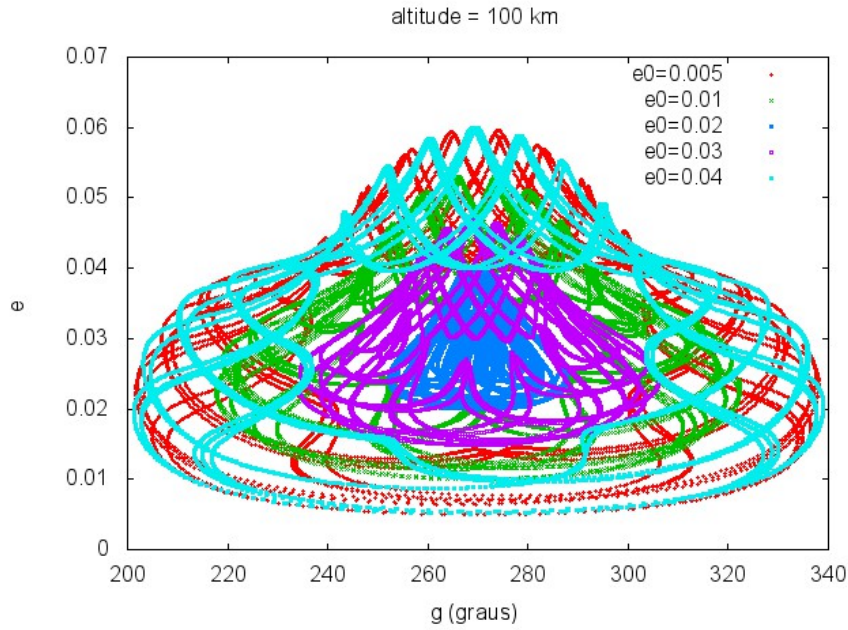


Figura 5.11: Resultados para o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. Diagrama e vs g (graus). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

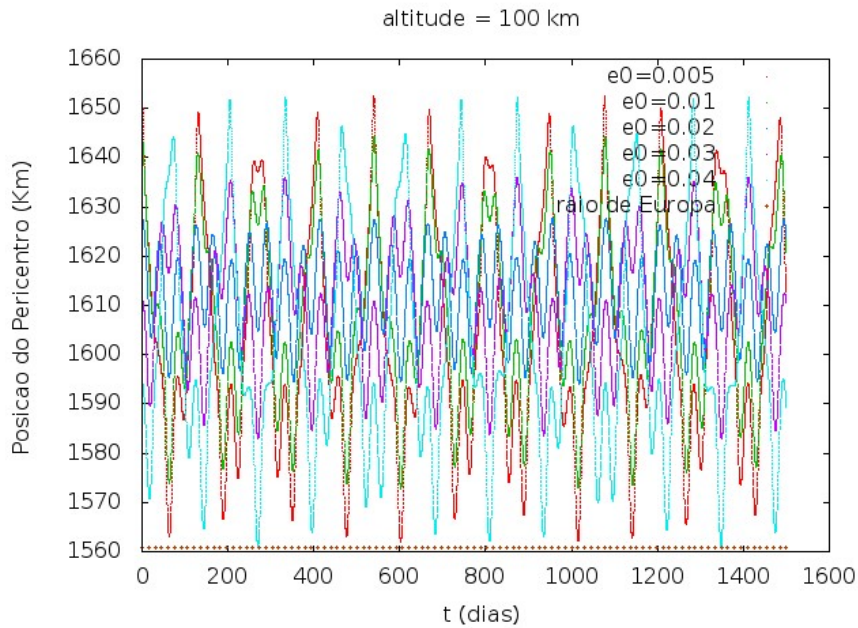


Figura 5.12: Resultados para o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. Distância do pericentro R_p (km) vs Diagrama tempo (dias). Condições iniciais: $a = 1660.8$ km, $h = 60^\circ$ e $g = 270^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

se observar esse efeito, pois a ordem de magnitude da variação dos elementos orbitais nestes casos é significativamente maior que a oscilação do centro de libração. No entanto, pode-se observar que há uma espessura aparente para a curva, que denota a existência desse efeito nos três modelos. Este efeito pode estar relacionado com a não eliminação da anomalia verdadeira do corpo perturbador. Por não ser realizada essa eliminação, a órbita do satélite artificial

não é considerada como sofrendo uma perturbação média devida ao terceiro corpo, mas uma perturbação que varia com a posição, e isso aparentemente afeta a posição do centro de libração de forma que este oscila como observado nestas figuras. É necessário fazer uma investigação mais profunda das causas deste efeito.

Como dito, todos os modelos produziram órbitas congeladas. A maior importância destas é o fato de que elas requererem pequenas quantidades de combustível para a manutenção orbital. Assim, existe um menor custo para se manter o satélite artificial em órbitas específicas. Estas órbitas específicas são aquelas que passam na mesma altitude para uma determinada latitude, beneficiando os usuários com essa regularidade. Isto significa que este tipo de órbita mantém um valor de altitude quase constante sobre qualquer ponto sobre a superfície do corpo principal. A literatura apresenta que um satélite que está em órbita polar de baixa altitude (cerca de 100 km) em torno de Europa colide em um curto período de tempo (Paskowitz & Scheeres, 2005a; 2005b). É então, importante olhar atentamente para algumas órbitas polares nas quais o satélite artificial possui um período de vida maior. Com efeito, os modelos desenvolvidos neste trabalho foram capazes de reproduzir na mesma faixa de altitude e ainda mais baixas, órbitas com condições iniciais tais que as órbitas polares sobreviveram mais tempo (mais de 1500 dias) do que as encontradas na literatura (Paskowitz & Scheeres, 2005a; 2005b).

Seguem algumas informações acerca dos resultados obtidos para Europa:

I) Características das órbitas encontradas:

- Órbitas são polares: Possibilitam uma cobertura maior para o mapeamento da superfície do corpo.
- Órbitas congeladas: Oferecem um consumo mínimo de combustível, reduzindo os custos da missão.
- Para os três modelos, foram obtidas órbitas de baixa altitude: Estas, viabilizam o estudo mais detalhado da superfície devido a sua grande proximidade do corpo e também o envio de "landers" à superfície do objeto para estudos tais como químicos, geológicos e de perfuração do solo. Para o caso circular foram obtidas órbitas de baixa altitude com 100 e 200 km de altitude e que aqui não foram expostas pois a intenção era uma comparação

entre os modelos, mas que podem ser consultadas no artigo apresentado no congresso DINCON 2013⁸.

II) Comparação entre as altitudes das órbitas encontradas:

- Carvalho et al. (2013): Levando em conta J_2 e J_3 obtiveram altitudes de 780,2 km ($a = 2341km$).
- NASA/ESA: Altitudes de 100 km e 200 km (propostas para missões e calculadas numericamente).
- Modelos do presente projeto: Levando em conta J_2 e J_3 reproduziram órbitas com altitudes entre 100 km e 289.2 km ($1660,8km \leq a \leq 1850km$). São órbitas mais baixas que as encontradas em Carvalho et al. (2011b; 2013).

III) Comparação com o tempo de vida das órbitas de trabalhos anteriores:

- Prado (2003): 250 dias (Levando em conta R_2 / modelo de dupla média).
- Carvalho et al. (2011b, 2012): Levando em conta J_2 , J_3 e C_{22} e obtiveram tempos de vida de até 200 dias.
- Carvalho et al. (2013): Levando em conta J_2 e J_3 e obtiveram tempos de vida maiores que 300 dias.
- Modelos do presente estudo: Levando em conta J_2 e J_3 todos os modelos conseguiram reproduzir órbitas com tempos de vida superiores a 1500 dias.

A não eliminação da anomalia média do corpo perturbador produziu resultados interessantes, mostrando que é um método que pode ser utilizado para a obtenção de boas órbitas para utilização em estudos. No presente trabalho existe condições iniciais para os elementos orbitais que produziram órbitas com uma altitude mais baixa e uma menor variação temporal nos elementos orbitais do satélite artificial em relação aos resultados obtidos por Carvalho et al. (2013). Com relação ao tempo de vida, tem-se em conta que trabalhos anteriores obtiveram órbitas com tempos de até 300 dias de duração (Scheeres, 2001; Paskowitz & Scheeres, 2005a,

⁸O link para o artigo é <http://www.sbai2013.ufc.br/pdfs/6462.pdf>

2005b, 2006, 2009; Carvalho et al., 2011b, 2012, 2013), enquanto neste trabalho há a reprodução de órbitas que numericamente não colidem, permanecendo por um longo período em órbita (mais de 1500 dias). Este é um excelente e estimulante resultado, uma vez que indica serem estes modelos que podem ser considerados na descrição dinâmica de órbitas que poderão ser utilizadas nas futuras missões espaciais para Europa.

5.2.2 Resultados para Ganímedes

Uma discussão similar àquela realizada na subseção anterior (5.2.1) pode ser realizada para os resultados apresentados considerando um estudo para o satélite planetário Ganímedes, que é o maior satélite planetário do Sistema Solar. O estudo considerou uma órbita de um satélite artificial sofrendo perturbações devidas ao terceiro corpo, ao J_2 e ao J_3 . Assim como no caso para Europa, o corpo perturbador considerado no estudo é o planeta Júpiter. Também para este satélite planetário foram encontradas órbitas que não colidem. O estudo foi realizado para um semieixo maior de 2681,2 km, o que corresponde a uma altitude de 50 km. Com esse semieixo maior foram encontradas órbitas que não colidem, polares e de baixa altitude. No entanto, não foram obtidas órbitas congeladas até o presente momento. Isso ocorreu devido ao fato de o argumento do pericentro (g) não librar, mas circular, crescendo assim indefinidamente com o tempo. O modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica/inclinado apresentou resultados (Figuras 5.13, 5.14 e 5.15) que podem ser aplicados para um satélite artificial que está em órbita ao redor de Ganímedes com um menor custo operacional para a missão. Isto ocorre devido ao fato de que apesar de as órbitas obtidas para os três modelos não serem congeladas, para este modelo ocorreu uma menor variação dos elementos orbitais (h), (e) e (i). Devido às essas variações menores nos elementos orbitais, facilita-se a manutenção e controle orbital do satélite artificial.

Seguem algumas informações acerca dos resultados obtidos para Ganímedes:

I) Características das órbitas encontradas:

- Órbitas são polares: Possibilitam uma cobertura maior para o mapeamento da superfície do corpo.
- Órbitas não-congeladas: O argumento do pericentro g está circulando (precessionando) e não librando.

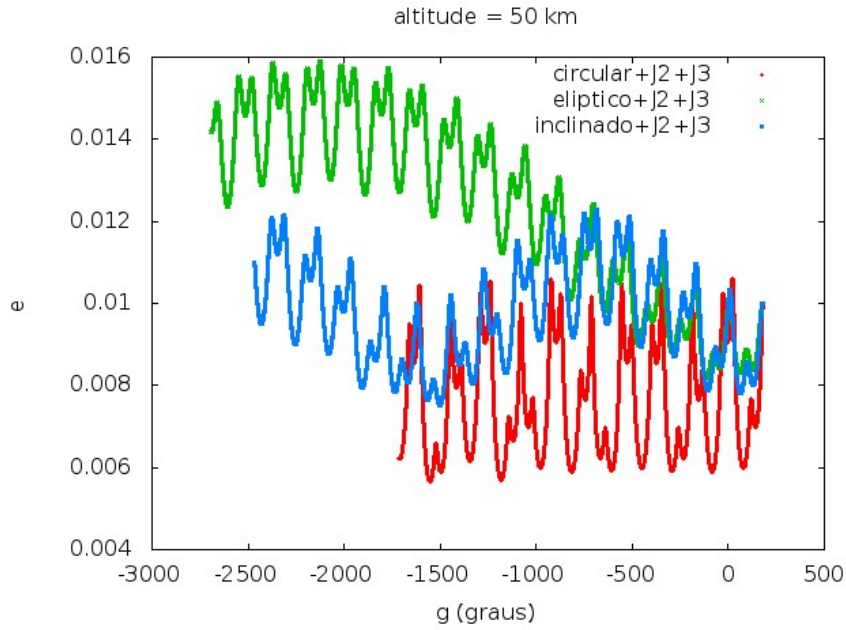


Figura 5.13: Comparação entre os modelos desenvolvidos. Diagrama e vs g (graus). Condições iniciais: $a = 2681.2$ km, $e = 0.01$, $h = 90^\circ$ e $g = 180^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

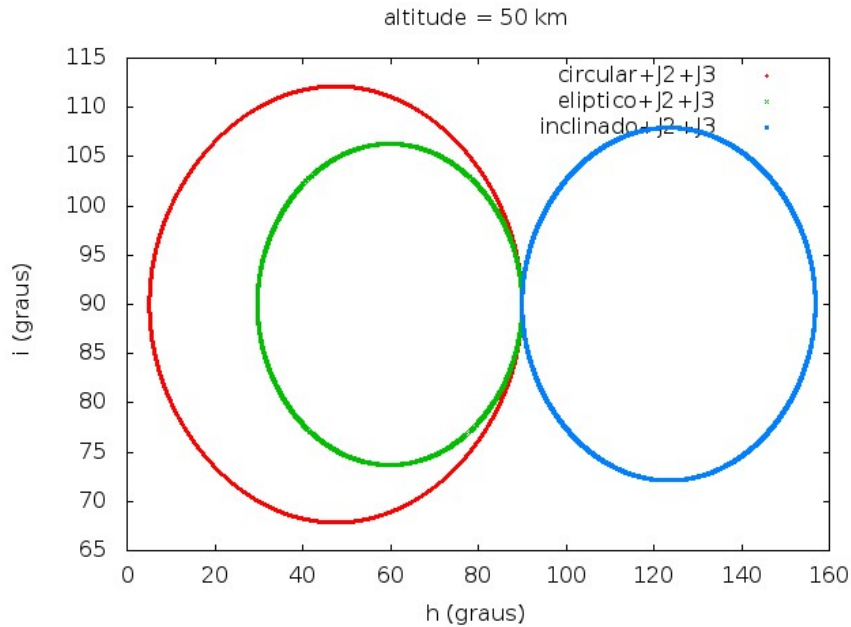


Figura 5.14: Comparação entre os modelos desenvolvidos. Diagrama i (graus) vs h (graus). Condições iniciais: $a = 2681.2$ km, $e = 0.01$, $h = 90^\circ$ e $g = 180^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

- Órbitas de baixas altitudes: Possibilitam um estudo mais detalhado da superfície e são utilizadas para envio de "landers" à superfície do corpo.

II) Comparação entre as altitudes das órbitas encontradas:

- Aiello (2005): Altitudes de 100 km (Modelos numéricos).

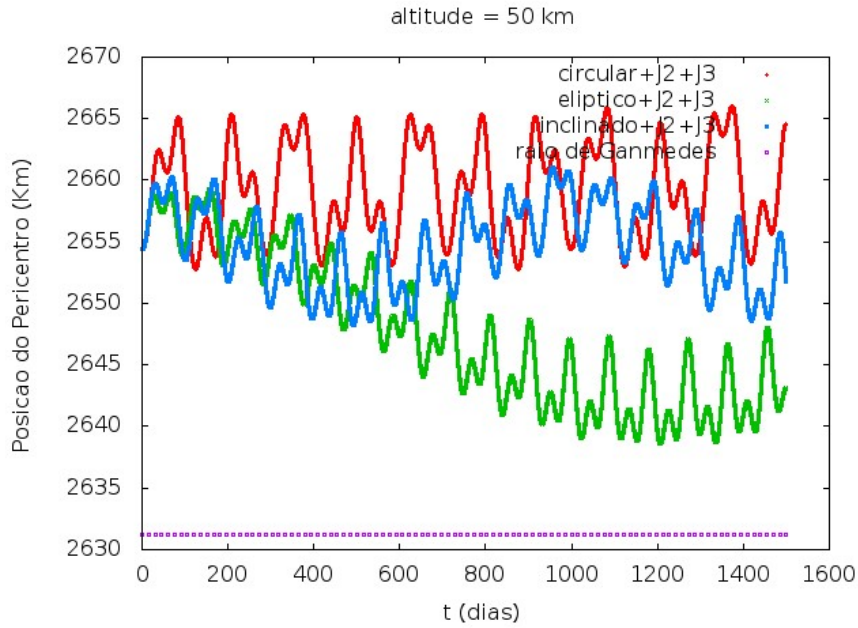


Figura 5.15: Diagrama Distância do pericentro R_p (km) vs tempo (dias). Condições iniciais: $a = 2681.2$ km, $e = 0.01$, $h = 90^\circ$ e $g = 180^\circ$. Tempo de evolução de 1500 dias.

- NASA/ESA: Altitudes de 100 km e 200 km (propostas para missões e calculadas numericamente).
- Modelos do presente projeto: Levando em conta J_2 e J_3 reproduziram órbitas com altitudes da ordem de 50 km e superiores.

III) Comparação com o tempo de vida das órbitas de trabalhos anteriores:

- Prado (2003): 27 dias (Levando em conta R_2 e aplicando um modelo de dupla média).
- Aiello (2005): máximo de 120 dias (Modelos numéricos).

Três destaques para os estudos relativos à órbitas ao redor de Ganímedes realizados neste trabalho são: 1) O fato de ser um dos primeiros estudos efetivos semi-analíticos para este satélite planetário. 2) As altitudes médias obtidas para as órbitas deste estudo são da ordem de 50 km, sendo que as desejadas e planejadas para a sonda JGO (Jupiter Ganymede Orbiter-Nasa/ESA) são da ordem de 100 a 200 km. São assim, órbitas que possibilitam estudos mais detalhados da superfície do satélite planetário e que viabilizam o envio de "landers" à sua superfície. 3) Com relação ao tempo de vida, observa-se a questão de que trabalhos anteriores obtiveram órbitas com tempos de até 120 dias de duração (Aiello, 2005), enquanto neste trabalho foram reproduzidas órbitas que numericamente não colidem, estando por longo período a orbitar

Ganímedes. Estes são resultados inéditos na literatura para este tipo de estudo. Existem dados sobre a dinâmica dessas órbitas que poderão ser utilizados nas futuras missões espaciais que tenham Ganímedes como uma meta.

Capítulo 6

Conclusão

O principal objetivo deste trabalho foi a formulação de teorias e a construção de programas computacionais que serão utilizados em projetos de missões aeroespaciais no que se refere a estabilidade de órbitas de satélites artificiais em torno de satélites planetários. Para o estudo do tema proposto, primeiro foi realizada uma pesquisa bibliográfica, a qual tem contribuído de forma bem significativa para a realização do trabalho. À partir desse levantamento bibliográfico, foram descritas as equações de movimento de forma adequada para nosso modelo. Um estudo de tópicos ligados à mecânica celeste e teoria de perturbação foi realizado. O conjunto de equações canônicas (equações planetárias de Lagrange), as quais são equações diferenciais não lineares, foi utilizado para estudar a estabilidade de órbitas em torno de satélites planetários. Para a realização de diversas aplicações foi realizado um estudo das perturbações à ser incluídas nestas equações de Lagrange. Entre elas estão a perturbação devida ao efeito da não esfericidade do satélite planetário e a perturbação devida ao terceiro corpo sobre o movimento orbital dos satélites artificiais. Utilizou-se um modelo dinâmico simplificado para essas perturbações que considera os efeitos causados pela forma não esférica do satélite planetário (J_2 e J_3). Foram obtidos três modelos analíticos para a perturbação de terceiro corpo (perturbador em órbita: 1) circular, 2) elíptica e 3) elíptica e inclinada), sendo que o primeiro modelo havia sido obtido anteriormente por Carvalho et al. (2013), mas que neste trabalho foi aplicado com sucesso na obtenção de órbitas com altitude mais baixas e com maior tempo de vida. Aplicações desses modelos foram realizadas para dois satélites naturais de Júpiter, a saber Europa e Ganímedes. Ênfase especial foi dada para o caso de órbitas congeladas, definidas como órbitas que têm valores quase constantes da excentricidade, inclinação e argumento do pericentro. Esse tipo de característica para uma órbita, a torna mais viável para a sua implementação em missões

espaciais, como por exemplo, minimizando o consumo de combustível em manobras de controle de órbita e minimizando as dificuldades de correção e propagação de posição na órbita de um corpo. A não eliminação da anomalia média do corpo perturbador produziu bons resultados que mostram ser este um método que pode ser utilizado para a obtenção de órbitas úteis para utilização em estudos referentes à missões para estes corpos. Nas aplicações referentes à Europa existem condições iniciais para os elementos orbitais que produziram órbitas com mais baixa altitude orbital para satélite artificial em relação aos resultados obtidos por Carvalho et al. (2013). Com relação ao tempo de vida, tem-se em conta que trabalhos anteriores obtiveram órbitas com tempos de até 300 dias de duração (Scheeres, 2001; Paskowitz & Scheeres, 2005a, 2005b, 2006, 2009; Carvalho et al., 2011b, 2012, 2013), enquanto neste trabalho há a reprodução de órbitas que numericamente não colidem, permanecendo por um longo período em órbita (mais de 1500 dias). Este é um estimulante resultado, uma vez que indica serem estes modelos a serem considerado na descrição dinâmica de órbitas que poderão ser utilizadas nas futuras missões espaciais. Aqui estão apresentadas boas condições iniciais a serem levadas em conta por ocasião do planejamento dessas missões. Pode-se citar também os efeitos da inclinação do corpo perturbador sobre os elementos orbitais do satélite artificial, produzindo um "balanço" do plano orbital mais intenso. Também a obtenção de órbitas congeladas (para Europa), polares (para Europa e Ganímedes) e com centro de libração se deslocando (oscilando) são importantes contribuições à literatura e merecem uma investigação mais aprofundada. Já em relação às aplicações para Ganímedes, como dito anteriormente, existem três destaques para os estudos relativos à órbitas ao redor de Ganímedes realizados neste trabalho são: 1) O fato de ser um dos primeiros estudos efetivos semi-analíticos para este satélite planetário. 2) Foram obtidas órbitas com altitudes médias da ordem de 50 km. As altitudes médias planejadas para a sonda JGO (Jupiter Ganymede Orbiter-Nasa/ESA) são da ordem de 100 a 200 km. Essas órbitas possibilitam estudos mais detalhados da superfície do satélite planetário e que viabilizam o envio de "landers" à sua superfície. 3) Com relação ao tempo de vida, observa-se a questão de que trabalhos anteriores obtiveram órbitas com tempos de até 120 dias de duração (Aiello, 2005), enquanto neste trabalho foram reproduzidas órbitas que numericamente não colidem, estando por um longo período a orbitar Ganímedes. Existe também o fato de o presente trabalho apresentar resultados interessantes, como a existência de órbitas polares em torno deste satélite planetário e os efeitos devidos à inclinação do corpo perturbador, similarmente aos efeitos que ocorreram nas aplicações para Europa, onde a inclinação (i) e a longitude do nodo

ascendente (h) foram significativamente afetadas, produzindo um "balanço" na órbita. Estes são resultados inéditos na literatura para este tipo de estudo. Existem dados sobre a dinâmica dessas órbitas que poderão ser utilizados nas futuras missões espaciais que tenham Ganímedes como uma alvo. No geral, resultados que poderão ser utilizados como boas aproximações foram produzidos pelo modelo mais realista que considera o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada. No entanto, os outros modelos que consideram o corpo perturbador como estando, um em órbita circular e outro como estando em órbita elíptica, produziram resultados que também poderão ser utilizados para futuros estudos como boas aproximações, como é o caso de estudos para corpos perturbadores considerados em órbitas com pequena excentricidade e/ou baixa inclinação orbital.

Parte desses desenvolvimentos e aplicações foram apresentados em duas reuniões científicas internacionais (44th Meeting of the Division on Dynamical Astronomy of the American Astronomical Society (DDA)¹, 5 - 9 de maio de 2013, Paraty/Brasil e Latin American IAU Meeting (LARIM)², 25-30 de novembro de 2013) e uma reunião científica nacional (Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications (DINCON), 13-17 de outubro, Fortaleza/Brasil). Nesta última, foi publicado um trabalho na forma de artigo que pode ser consultado em (<http://www.sbai2013.ufc.br/pdfs/6462.pdf>). Novos resultados estão sendo produzidos, e juntamente com os já obtidos, estão sendo preparadas submissões de três trabalhos para as reuniões científicas internacionais do Committee on Space Research (COSPAR 2014) e do Small Bodies Dynamics (SMD 2014) a serem realizados em agosto de 2014. Os resultados dos estudos estão sendo também preparados para submissão em revista científicas internacionais de forma a proporcionar uma discussão na comunidade acadêmica sobre os interessantes resultados.

¹Link para o resumo: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2013DDA....4420412C>

²Anais a ser publicados na Revista Mexicana de Astronomia y Astrofísica

Capítulo 7

Projetos Futuros

Com vista à continuidade do trabalho, uma teoria analítica com aplicações numéricas está sendo desenvolvida para estudar o movimento orbital de um satélite artificial ao redor de minor bodies do Sistema Solar como satélites planetários, asteroides e cometas. Serão feitas aplicações com o potencial perturbador considerando as seguintes análises: órbitas polares, órbitas de baixa altitude e órbitas congeladas (Frozen Orbits). Um estudo sobre a obtenção de hamiltonianas até a 4ª ordem para dois e três graus de liberdade de forma a ser implementado uma análise numérica comparativa com os outros modelos desenvolvidos neste trabalho já está sendo realizado. O desenvolvimento analítico do estudo está bem estruturado de forma a possibilitar a implementação computacional para estudos numéricos em futuros projetos.

Além da análise de estabilidade das órbitas obtidas neste trabalho, para trabalhos e projetos futuros pode-se refinar os estudos com as perturbações de terceiro corpo considerando mais termos no potencial perturbador, uma vez que para este projeto foi considerado o termo de ordem 2. Este estudo pode ser ampliado para o caso em tem-se mais termos sendo considerados no potencial perturbador. Aplicações para outras luas do Sistema Solar podem ser realizadas sendo que possibilidades interessantes para o estudo de luas com certa inclinação orbital surgem com o modelo considerando o corpo perturbador em órbita elíptica e inclinada, uma vez que era um pouco incerta a influência da inclinação (i), que por meio do modelo desenvolvido neste projeto trás consigo também a influência da longitude do nodo ascendente (h).

Será realizado um desenvolvimento analítica da abordagem desenvolvida nos trabalhos de Carvalho et al. (2009a, 2009b, 2010b, 2011a, 2011b, 2012), Carvalho (2011), Formiga (2009), Vilhena de Moraes et al. (2009), Cabette (2006), e na qual é utilizada uma versão do teorema

KAM (Moser, 1968) tal como apresentada por Kovalev & Savchenko (1975), que é baseado em um teorema de Arnold (1961).

Um desenvolvimento analítico para o estudo da estabilidade de pontos de equilíbrio de sistemas dinâmicos conservativos envolvendo a normalização de hamiltonianas até a 4ª ordem. Este processo utiliza-se o método de Hori (1966).

Considerando a distribuição não uniforme de massa do satélite planetário no potencial perturbador e a perturbação do terceiro corpo, as equações de movimento serão desenvolvidas em forma fechada (Lara & Russell, 2006; Paskowitz & Scheeres, 2005, 2006, Lara & San-Juan, 2005; De Saedeleer, 2006), evitando assim expansões em excentricidade e inclinação, como é mostrado em Elipe & Lara (2003), De Saedeleer (2006), Palacián (2007) e Abad et al. (2009). Isto produz expressões compactas com uma gama maior de aplicações, como por exemplo, para órbitas altamente excêntricas. Esta análise da estabilidade é de fundamental importância para pesquisas aeroespaciais para assegurar o sucesso de missões espaciais.

Esse conjunto de equações diferenciais não lineares podem ser analisados para estudar a estabilidade de órbitas em torno de satélites planetários (Europa, Ganímedes, etc) e asteroides.

Existem diversas importantes aplicações para esse tipo de pesquisa, tais como: análise da estabilidade de órbitas inicialmente circulares, análise da estabilidade de órbitas elípticas equatoriais, análise da estabilidade de órbitas congeladas, evolução do pericentro de uma órbita elíptica genérica, aproveitar pontos/órbitas estáveis para efetuar manobras assistidas pela gravidade com consumo mínimo de combustível, etc.

Os corpos aos quais será aplicado este estudo ainda serão definidos. Se, por exemplo for realizado um estudo para o caso da Lua, o modelo para a representação do campo de gravidade é dado por Konopliv et al. (2001). O modelo dinâmico simplificado, que considera os efeitos causados pela não esfericidade da Lua (J_2 - J_9 e C_{22}) e a perturbação do terceiro corpo, é usado para analisar as órbitas de satélites artificiais em torno da Lua. Vale salientar que o coeficiente J_9 é uma ordem de grandeza maior que o termo J_3 . Sendo assim, é importante considerar no potencial perturbador termos pelo menos até o J_9 (Carvalho et al., 2011a). É dada ênfase para o caso de órbitas congeladas, definidas como órbitas que têm valores quase constantes da excentricidade, inclinação e argumento do pericentro. Uma abordagem é usada para o caso de órbitas congeladas (Elipe & Lara, 2003; Abad et al., 2009; Carvalho et al., 2010b).

Para analisar o movimento de um satélite artificial ao redor de um satélite planetário será necessário levar em conta a não esfericidade do satélite planetário considerando os coeficientes

harmônicos J_2 e J_3 e a perturbação do terceiro corpo (Júpiter). Os valores numéricos para os coeficientes são dados por Lara & Russell (2006). Em geral, os parâmetros gravitacionais para estes corpos celestes ainda não são determinados com precisão tão grande como no caso da Lua, que possui modelos atuais do campo de gravidade (Konopliv et al., 2001) que incluem altas ordens e graus dos coeficientes harmônicos. Também pode-se, e em alguns casos deve-se, levar em conta o achatamento do corpo perturbador (neste projeto foi Júpiter) e/ou a perturbação de outros satélites planetários caso os estudos sejam feitos para corpos pertencentes a sistemas planetários como os de Júpiter, onde há a presença de luas de grande massa como Io e Calisto.

Essa teoria analítica com aplicações numéricas poderá ser refinada e adaptada para a incluir mais termos na hamiltoniana na forma normalizada para que se realize estudos do movimento orbital de satélites artificiais ao redor não somente de satélites planetários, mas também de outros "minor bodies" do Sistema Solar como é o caso de asteroides e cometas. Serão feitas aplicações com o potencial perturbador considerando as seguintes análises: órbitas polares, órbitas de baixa altitude e órbitas congeladas. Poderá ser realizada uma abordagem em que inserimos mais termos no potencial para obtermos resultados ainda mais realísticos, como por exemplo, os termos zonais e/ou setoriais. Entre estes, está o termo C_{22} que está relacionado à elipticidade equatorial do satélite natural (Ver Carvalho et al. (2011b)). A definição de quais termos utilizar dependerá de fatores como a forma dos corpos celestes escolhidos e o acesso à dados referentes ao campo gravitacional dos mesmos, ainda a ser definidos para a realização dessa nova abordagem.

A estrutura teórica/analítica para aplicação do algoritmo de obtenção da hamiltoniana na sua forma normal para dois e três graus de liberdade está exposta em trabalhos clássicos. Pretende-se em projeto futuro efetivar-se esse estudo junto com a implementação computacional, ou por cooperação com pesquisadores que hajam desenvolvidos rotinas computacionais sofisticadas para se aplicar a teoria exposta e também outras mais refinadas, ou por meio do desenvolvimento de um manipulador/programa especializado para esta tarefa.

Também aqui a ênfase será dada à análise de órbitas congeladas. Para sua efetuação, será utilizada a teoria desenvolvida por Formiga (2009) e Cabette (2006) para comparação com Carvalho (2011), fornecendo uma continuação ao trabalho desenvolvido por Carvalho et al. (2009b, 2010b, 2011a, 2011b, 2012).

Para o desenvolvimento dessa teoria, é necessário utilizar uma técnica para obtenção da hamiltoniana na forma normal usando o método de Lie-Hori (Hori, 1966), à partir do qual

seja feita uma implementação computacional para o estudo da estabilidade e um dado sistema de equações dinâmicas. Essa técnica foi utilizada com sucesso, por exemplo, para o estudo da estabilidade de órbitas geoestacionárias (Elipe & Moratalla, 2006), a estabilidade do movimento rotacional de satélites artificiais (Cabette, 2006; Silva et al., 2013) e o equilíbrio de pontos lagrangianos considerando perturbação pela pressão de radiação solar (Formiga, 2009; Alvarez-Ramirez et al., 2014). Neste trabalho é proposta esta técnica para o estudo de estabilidade de órbitas congeladas em torno de "minor bodies" do Sistema como planetas anões, satélites planetários, asteróides, cometas e transnetunianos.

Métodos matemáticos da teoria de sistemas dinâmicos como as formas normais de Birkhoff-Hori-Lie poderão ser aplicado neste futuro projeto com vistas à obter suficiente conhecimento a respeito dessas órbitas, fundamentais para o sucesso dessas missões.

Referências bibliográficas

Abad A., Elipe, A., Tresaco E., *Analytical Model to Find Frozen Orbits for a Lunar Orbiter*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 3, May-June 2009.

Aiello, J., *Numerical Investigation of Mapping Orbits about Jupiters Icy Moons*. paper AAS 2005-377, presented at the 2005 Astrodynamics Specialists Conference, Lake Tahoe, California, August 2005.

Alvarez-Ramirez, M.; Formiga J. K.; Vilhena de Moraes, R.; Skea, J. E. F.; Stuchi, T., *The stability of the triangular libration points for the plane circular restricted three-body problem with light pressure*. Astrophys Space Sci, in press, DOI 10.1007/s10509-013-1755-0, 2014.

Arnold, V.I., *The Stability of equilibrium position of a Hamiltonian system of ordinary differential equations in the general elliptic case*. Soviet Mathematic, Vol.2, n. 247, pp. 255-257, 1961.

Broucke, R. A., *Long-Term Third-Body Effects via Double Averaging*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 26, No. 1, pp. 27, 2003.

Brouwer, D; Clemence, G. M. *Methods of Celestial Mechanics*. Academic Press, New York, 1961.

Cabette, R. E. S., *Estabilidade do Movimento de Satélites Artificiais*. Tese de Doutorado, INPE, 2006.

Carvalho, J. P. S.; Vilhena de Moraes, R.; Prado, A. F. B. A., *Moon artificial Satellites: Lunar Oblateness and Earth Perturbations*. in: ICNPAA, Seenith Sivasundaram, Ed., Cambridge Scientific Publishers Ltd, Cambridge, CHAP110, pp. 1095-1106, 2009a.

Carvalho, J. P. S.; Vilhena de Moraes, R.; Prado A. F. B. A., *Nonsphericity of the Moon and Near Sun-Synchronous Polar Lunar Orbits*. Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2009, pp. 1-25, 2009b.

Carvalho, J. P.; Elipe, A.; Moraes, R. V.; Prado, A., *Frozen Orbits around the Europa Satellite*. In: Dynamics Days South America 2010: International Conference on Chaos and Nonlinear Dynamics, 2010, São José dos Campos. Proceedings... São José dos Campos: INPE, 2010. On-line. Available from: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/08.02.20.51>. 2010a.

Carvalho, J. P. S.; Vilhena de Moraes, R.; Prado A. F. B. A., *Some Orbital Characteristics of Lunar Artificial Satellites*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 108, No. 4, pp. 371-388, 2010b.

Carvalho, J. P. S.; Vilhena de Moraes, R.; Prado A. F. B. A., *Planetary Satellite Orbiters: Applications for the Moon*. Mathematical Problems in Engineering, Volume 2011, Article ID 187478, 19 pages doi:10.1155/2011/187478, 2011.

Carvalho, J. P. S., *Perturbação orbital devida a um terceiro corpo com distribuição não uniforme de massa e em órbita elíptica*. 2011, 246f. Tese (Doutor em Física) - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, SP, Brasil, 2011a.

Carvalho, J. P. S.; Elipe, A.; Vilhena de Moraes, R.; Prado, A.F.B.A., *Low-altitude, near polar and near-circular orbits around Europa*. Advances in Space Research, v.49, p.994 - 1006, 2011b.

Carvalho, J. P. S. Mourão, D. C.; Elipe, A.; Vilhena de Moraes, R.; Prado, A. F. B. A., *Frozen Orbits Around Europa*. International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering, Vol. 22, No. 10, 1250240 (13 pages), 2012.

Carvalho, J. P. S.; Vilhena de Moraes, R.; Prado, A. F. B. A. , *Dynamics of Artificial Satellites around Europa*. Mathematical Problems in Engineering, v.2013, Article ID 182079, 2013.

De Saedeleer B., *Analytical Theory of a Lunar Satellite with Third Body Perturbations*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 95, pp. 407-423, 2006.

De Saedeleer, B., Henrard, J., *The combined effect of e on the critical inclination of a lunar orbiter*. Adv. Space Res. Vol. 37, pp. 80-87, 2006.

Deprit A., *Canonical Transformations Depending on a Small Parameter*. Celest. Mech., Vol. 1, 12-30, 1969.

Delsate, N.; Robutel, P.; Lemaître A.; Carletti, T., *Frozen orbits at high eccentricity and inclination: Application to Mercury orbiter*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 108, No. 3, pp. 275-300, 2010.

Domingos, R. C., Vilhena de Moraes, R., Prado, A. F. B. A., *Third-body Perturbation in the Case of Elliptic Orbits for the Disturbing Body*. Mathematical Problems in Engineering, v.2008, pp.1-15, 2008.

Domingos, R. C., Prado, A. F. B. A., Vilhena de Moraes, R. , *A Study of Single- and Double-Averaged Second-Order Models to Evaluate Third-Body Perturbation Considering Elliptic Orbits for the Perturbing Body*. Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2013, 11 pgs, Article ID 260830, 2013

Elipe A., Moratalla, L. T., *On the Lyapunov stability of stationary points around*

central body. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.29, n.6, p.1376-1383, 2006.

Elipse A., Lara M., *Frozen Orbits About Moon*. Journal OF Guidance, Control And Dynamics; Vol. 26, No. 2, pp. 238-243, 2003.

Formiga, J. K., *Ressonância e Caos em Dinâmica de Satélites Artificiais*. Tese de Doutorado, INPE, 2009.

Hori, G. I., *Theory of General Perturbations with Unspecified Canonical Variables*. Publ. Astr. Soc. Japan, Vol. 18, No. 4 pp. 287-296, 1966.

Konopliv, A. S.; Asmar, S.W.; Carranza, E.; Sjogren, W.L.; Yuan, D. N. *Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission*. Icarus, Vol. 150, No. 1, pp. 1-18, 2001.

Kovalev, A. M., Savchenko, A., *Ia. Stability of uniform rotations of a rigid body about a principal axis*. PMM, Vol. 39, No.4 pp.650-660, 1975.

Kovalevsky, J. *Introduction to Celestial Mechanics*. Bureau des Longitudes, Paris, France, 1967.

Kozai, Y., *Motion of a lunar obiter*. Publications of the Astronomical Society of Japan, Vol.15, No. 3, pp. 301-312, 1963.

Lara, M., San-Juan, J. F., *Dynamic Behavior of an Orbiter Around Europa*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 28, No. 2, pp. 291-297, 2005.

Lara, M., San-Juan, J. F., Ferrer, S., *Secular Motion Around Synchronously Orbiting Planetary Satellites*. Chaos Interdisciplin. J. Nonlinear Sci., Vol. 15, No. 4, pp. 1-13, 2005.

Lara, M., Russell, R., *On the design of a science orbit about Europa*. paper 2006

AAS/AIAA, presented at the 2006 Space Flight Mechanics Meeting, Tampa, Florida, January 22-26, 2006.

Lara, M.; Ferrer, S.; De Saedeleer, B., *Lunar Analytical Theory For Polar Orbits in a 50-Degree Zonal Model*. Advances in the Astronautical Sciences, Vol. 134, pp. 881-897, 2009.

Lara, M.; Palacián, J. F.; Russell, R. P., *Mission design through averaging of perturbed keplerian systems: The paradigm of an Enceladus orbiter*. Celest. Mech. Dyn. Astr., Vol.107, 2010.

Liu, X., Baoyin, H., Ma X., *Analytical investigations of quasi-circular frozen orbits in the Martian gravity field*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 109, No. 3, pp. 303-320, 2011.

Liu, X., Baoyin, H., Ma X. *Long-term perturbations due to a disturbing body in elliptic inclined orbit*. Astrophys Space Sci, 2012. DOI 10.1007/s10509-012-1015-8.

Moser, J. K., *Lectures on hamiltonian systems*. American Mathematical Society Providence, Vol. 9, 1968.

Murray C. D., Dermott S. F., *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

Palacián, J. F., *Dynamics of a Satellite Orbiting a Planet withan Inhomogeneous Field*. Celest. Mech. Dyn. Astr., Vol .98, pp. 219-249, 2007.

Paskowitz, M.E., Scheeres, D.J., *Transient Behavior of Planetary Satellites Including Higher Order Gravity Fields*. paper AAS 2005-358, presented at the 2005 Astrodynamics SpecialistsConference, Lake Tahoe, California, August 2005a.

Paskowitz, M.E., Scheeres, D.J., *Orbit Mechanics About Planetary Satellites Includ-*

ing Higher Order Gravity Fields. paper AAS 2005-190, presented at the 2005 Space Flight Mechanics Meeting, Copper Mountain, Colorado, January 2005b.

Paskowitz, M. E., Scheeres, D. J., *Design of Science Orbitd About Planetary Satellites: Application to Europa*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 29, No. 5, pp. 1147-1158, 2006.

Paskowitz, M. P., Scheeres, D. J., *Control of Science Orbits About Planetary Satellites*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 32, No. 1, pp. 223-231, 2009.

Prado A. F. B. A., *Third-Body Perturbation in Orbits Around Natural Satellites*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 26, No. 1, pp. 33-40, 2003.

Roy, A. E., *Orbital Motion*. Adam Hilger, Ltd, Bristol, 1988.

Russell R. P., Brinckerhoff, *Circulating Eccentric Orbits Around Planetary Moons*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 32, No. 2, pp. 423-435, 2009. DOI: 10.2514/1.38593

San-Juan, J. F.; Lara, M.; Ferrer, S., *Phase space structure around oblate planetary satellites*. Journal OF Guidance, Control And Dynamics, Vol. 29, No. 1, pp. 113-120, 2006.

Scheeres, D.J., Guman, M.D., Villac, B.F., *Stability Analysis of Planetary Satellite Orbiters: Application to the Europa Orbiter*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No. 4, pp. 778-787, 2001.

Silva, R. A. C., Vilhena de Moraes, R., Zanardi, M. C. F. S., *Um estudo da Libração Laplaciana*, Ed. UNESP, São Paulo, 2012.

Silva, W. R., Zanardi, M. C. ; Formiga, J. K. S. ; Cabette, R. E. S. ; Stuchi, T. J., *Attitude stability analyses for small artificial satellites*. Journal of Physics. Conference Series (Print), Vol. 465, p. 012022-6, 2013.

Simó, C., *Estabilitat de sistemes hamiltonians*. Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona, Vol. 48, No. 7, pp.1-38, 1989.

Tzirti, S., Tsiganis, K., Varvoglis, H., *Effect of 3rd-degree gravity harmonics and Earth perturbations on lunar artificial satellite orbits*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 108, No. 4, pp. 389-404, 2010.

Vilhena de Moraes, R., Cabette, R. E. S., Zanardi, M. C. F. S., Stuchi, T. J.; Formiga, J. K., *Attitude Stability of Artificial Satellites Subject to Gravity Gradient Torque*. Celest. Mech. Dyn. Astron., Vol. 104, pp.337-353, 2009.

Voyatzis, G., Gkolias, I., Varvoglis, H., *The dynamics of the elliptic Hill problem: periodic orbits and stability regions*. Celest. Mech. Dyn. Astr., Vol 112, 2012. DOI: 10.1007/s10569-011-9394-7.

Yokoyama, T., Santos, M. T., Gardin, G., and Winter, O.C., *On The Orbits of the Outer Satellites of Jupiter*. Astronomy Astrophysics, Vol. 401, pp. 763-772, 2003.

Winter, O. C.; Vieira Neto, E., *Distant stable direct orbits around the Moon*. Astronomy Astrophysics, Vol. 393, pp. 661-671, 2002.

Winter, O. C.; Mourão, D. C.; Melo, C. F.; Macau, E. N.; Ferreira, J. L.; Carvalho, J. P. S., *Controlling the eccentricity of polar lunar orbits with low-thrust propulsion*. Mathemat. Problems in Engin., V. 2009, Article ID 159287, 10 pgs doi:10.1155/2009/159287, 2009.

Apêndice A

Funções Perturbadoras

As perturbações que foram consideradas nas simulações numéricas foram:

Perturbação devido ao harmônico J_2 (achatamento dos polos do satélite natural):

$$\langle R_{J_2} \rangle = -\frac{1}{4} \frac{\epsilon_1 n^2 (-2 + 3 \operatorname{sen}^2(i))}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (\text{A.1})$$

Perturbação devido ao harmônico J_3 (deformação em forma de pêra do satélite natural):

$$\langle R_{J_3} \rangle = -\frac{3}{8} \frac{e \epsilon_2 n^2 \operatorname{sen}(i) (-4 + 5 \operatorname{sen}^2(i)) \operatorname{sen}(g)}{(1 - e^2)^{5/2} a} \quad (\text{A.2})$$

com n sendo o movimento médio do satélite artificial. Os parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 são dados por:

$$\epsilon_1 = J_2 R_M^2 \quad (\text{A.3})$$

$$\epsilon_2 = J_3 R_M^3 \quad (\text{A.4})$$

onde R_M é o raio médio do corpo central.

i) **Perturbação devida ao terceiro corpo em órbita circular:** $\langle R_c^c \rangle$

$$\langle R_c^c \rangle = \frac{15}{32} n_p^2 a^2 (A_c + B_c + C_c D_c + E_c + F_c) \quad (\text{A.5})$$

com

$$A_c = e^2(\cos(i) + 1)^2 \cos(2g + 2h - 2\ell_p) \quad (\text{A.6})$$

$$B_c = e^2(\cos(i) - 1)^2 \cos(2g - 2h + 2\ell_p) \quad (\text{A.7})$$

$$C_c = -\frac{6}{5}(\cos(i) - 1)(e^2 + \frac{2}{3}) \quad (\text{A.8})$$

$$D_c = (\cos(i) + 1) \cos(2h - 2\ell_p) \quad (\text{A.9})$$

$$E_c = 2e^2(1 - \cos^2(i)) \cos(2g) \quad (\text{A.10})$$

$$F_c = \frac{6}{5}(e^2 + \frac{2}{3})(-\frac{1}{3} + \cos^2(i)) \quad (\text{A.11})$$

o subscrito (c) identifica que cada termo está relacionado ao modelo com um perturbador em órbita circular.

ii) Perturbação devida ao terceiro corpo em órbita elíptica: $\langle R^e_2 \rangle$

$$\begin{aligned} \langle R^e_2 \rangle = \frac{n_p^2 a^2}{32(e_p^2 - 1)^3} [30(A_{ep} + B_{ep} + C_{ep}) - 54e_p(D_{ep} + E_{ep} + F_{ep} + G_{ep}) \\ - 81e_p^2(H_{ep} + I_{ep} + J_{ep} + K_{ep} + L_{ep})] \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

com

$$A_{ep} = -\frac{1}{2}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2g - 2h + 2g_p + 2\ell_p) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2g + 2h - 2g_p - 2\ell_p)] \quad (\text{A.13})$$

$$B_{ep} = (\frac{2 + 3e^2}{5})[(\cos^2(i) - 1) \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p) + \frac{1}{3} - \cos^2(i)] \quad (\text{A.14})$$

$$C_{ep} = e^2[\cos^2(i) - 1] \cos(2g) \quad (\text{A.15})$$

$$D_{ep} = -\frac{5}{36}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - \ell_p - 2g_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - \ell_p - 2g_p + 2g)] \quad (\text{A.16})$$

$$E_{ep} = \frac{35}{36}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(3\ell_p + 2g_p - 2h + 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(3\ell_p + 2g_p - 2h - 2g)] \quad (\text{A.17})$$

$$F_{ep} = (\frac{2 + 3e^2}{18})(\cos^2(i) - 1)[\cos(-2g_p + 2h - \ell_p) - 7 \cos(-3\ell_p - 2g_p + 2h)] \quad (\text{A.18})$$

$$G_{ep} = \frac{5}{6}e^2(1 - \cos^2(i))[\cos(2g - \ell_p) + \cos(2g + \ell_p)] + (\frac{2 + 3e^2}{9})(3 \cos^2(i) - 1) \cos(\ell_p) \quad (\text{A.19})$$

$$H_{ep} = \frac{85}{54}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p + 2g)] \quad (\text{A.20})$$

$$I_{ep} = -\frac{55}{54}e^2[(\cos(i) - 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p - 2g) + (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p + 2g)] \quad (\text{A.21})$$

$$J_{ep} = \left(\frac{2+3e^2}{27}\right)(\cos^2(i) - 1)[11 \cos(2h - 2g_p - 2\ell_p) - 17 \cos(2h - 2g_p - 4\ell_p)] \quad (\text{A.22})$$

$$K_{ep} = \frac{5}{6}e^2(1 - \cos^2(i))[\cos(2g - 2\ell_p) + \cos(2g + 2\ell_p)] \quad (\text{A.23})$$

$$L_{ep} = \left(\frac{2+3e^2}{9}\right)(3 \cos^2(i) - 1)[\cos(2\ell_p) - 1] + \frac{5}{9}e^2(\cos^2(i) - 1) \cos(2g) \quad (\text{A.24})$$

onde subscrito (ep) identifica que cada termo está relacionado ao modelo com um perturbador em órbita elíptica planar.

iii) **Perturbação devida ao terceiro corpo em órbita elíptica e inclinada:** $\langle R^{ie}_2 \rangle$

$$\begin{aligned} \langle R^{ie}_2 \rangle = & \frac{3\xi^2\mu_p}{4a_p} \left\{ (\alpha^2 + \beta^2 - \frac{2}{3}) + (4\alpha^2 - \beta^2 - 1)e^2 \right. \\ & \left. - 2e_p \cos(\ell_p) + 3(\alpha^2 + \beta^2) \left[\frac{1}{2} + \cos(\ell_p) + \frac{3}{2} \cos(2\ell_p) \right] e_p^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

com

$$\begin{aligned} \alpha = & \{ \cos(g) \cos(h - h_p) - \text{sen}(g) \cos(i) \text{sen}(h - h_p) \} \cos(g_p + f_p) \\ & + \{ \text{sen}(g) \text{sen}(i) \text{sen}(i_p) + \cos(g) \cos(i_p) \text{sen}(h - h_p) \\ & + \text{sen}(g) \cos(i) \cos(i_p) \cos(h - h_p) \} \text{sen}(g_p + f_p) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} \beta = & \{ \cos(g) \text{sen}(i) \text{sen}(i_p) - \text{sen}(g) \cos(i_p) \text{sen}(h - h_p) \\ & + \cos(g) \cos(i) \cos(i_p) \cos(h - h_p) \} \text{sen}(g_p + f_p) \\ & - \{ \text{sen}(g) \cos(h - h_p) + \cos(g) \cos(i) \text{sen}(h - h_p) \} \cos(g_p + f_p) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

e

$$\begin{aligned} \text{sen}(g_p + f_p) &= \text{sen}(g_p + \ell_p) + e_p[\text{sen}(g_p + 2\ell_p) - \text{sen}(g_p)] + \\ &+ \frac{e_p^2}{8}[9(\text{sen}(g_p + 3\ell_p) - \text{sen}(g_p + \ell_p)) + 2\cos(g_p)\text{sen}(\ell_p)] + O(e_p^3) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} \cos(g_p + f_p) &= \cos(g_p + \ell_p) + e_p[\cos(g_p + 2\ell_p) - \cos(g_p)] + \\ &+ \frac{e_p^2}{8}[9(\cos(g_p + 3\ell_p) - \cos(g_p + \ell_p)) - 2\text{sen}(g_p)\text{sen}(\ell_p)] + O(e_p^3) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$