

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto

GABRIEL SIMÃO MUCCI

**Problema de corte de estoque unidimensional com controle de pilhas abertas aplicado à
produção de perfis de aço**

São José do Rio Preto

2026

Gabriel Simão Mucci

**Problema de corte de estoque unidimensional com controle de pilhas abertas aplicado à
produção de perfis de aço**

Dissertação, apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo

São José do Rio Preto

2026

M942p Mucci, Gabriel Simão
Problema de corte de estoque unidimensional com controle de pilhas abertas aplicado à produção de perfis de aço / Gabriel Simão Mucci. -- São José do Rio Preto, 2026
60 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto
Orientador: Silvio Alexandre de Araujo

1. Matemática. 2. Otimização Matemática. 3. Aço Indústria. 4. Programação Inteira. I. Título.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Neste trabalho é proposto um modelo integrado de otimização aplicado à indústria siderúrgica que reduz desperdícios de matéria-prima, melhora o uso do espaço e aumenta a eficiência produtiva. A abordagem proposta contribui para processos industriais mais sustentáveis, competitivos e alinhados ao uso responsável de recursos naturais.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This study proposes an integrated optimization model applied to the steel industry, aiming to reduce raw material waste, improve space utilization, and enhance production efficiency. The proposed approach contributes to more sustainable and competitive industrial processes, aligned with the responsible use of natural resources.

GABRIEL SIMÃO MUCCI

**PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL COM CONTROLE DE
PILHAS ABERTAS APLICADO À PRODUÇÃO DE PERFIS DE AÇO**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática Aplicada

Data de defesa: 09/03/2026

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo

UNESP - Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto

Prof. Dr. Diego Jacinto Fiorotto

UNESP - Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto

Prof. Dr. Mateus Pereira Martin

UFSCar - Universidade Federal de São Carlos – Campus de Sorocaba

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder forças, saúde e discernimento para chegar até aqui. Nada disso seria possível sem sua presença em minha vida.

À Universidade Estadual Paulista e ao Programa de Pós-Graduação em Matemática pela oportunidade de estudar e desenvolver esta pesquisa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo, pela orientação assídua, pelos incentivos e pela paciência constante. À Prof(a). Dr(a). Bruna Gonçalves de Lima por sempre estar disponível e pelo apoio contínuo.

Aos professores, membros da banca examinadora, pela leitura e pelas sugestões que melhoraram este trabalho. Aos colegas que fiz durante a pesquisa, pelo companheirismo, pelas discussões produtivas e pela amizade construída.

Aos meus familiares, pelo apoio e carinho incondicionais. Em especial, agradeço a meus pais, por sempre acreditarem em mim.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste estudo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Essa dissertação trata de uma extensão do Problema de Corte de Estoque (CSP, do inglês *Cutting Stock Problem*) que surge em ambientes industriais nos quais a definição dos padrões de corte e a sequência de seu processamento impactam diretamente o fluxo produtivo, o manuseio de materiais e a ocupação de espaço. Apesar de sua relevância prática, a literatura ainda é limitada, especialmente no que se refere a aplicações industriais reais e a modelos que integrem decisões de corte, sequenciamento e restrições operacionais. Neste trabalho, é estudado um problema integrado de corte de estoque unidimensional com controle de pilhas abertas, aplicado a uma indústria do setor siderúrgico que produz perfis estruturais dobrados a partir de chapas metálicas. O objetivo é atender à demanda de produção minimizando o número de chapas utilizadas, respeitando restrições relacionadas ao número máximo de pilhas abertas e à capacidade máxima do processo de dobra. Para isso, é proposto um modelo de programação linear inteira que integra decisões de corte, sequenciamento dos padrões e controle dinâmico das pilhas abertas, considerando características operacionais específicas do processo produtivo analisado. A abordagem difere de modelos clássicos ao incorporar explicitamente a etapa de dobra, o que implica na redefinição da duração das pilhas abertas. Resultados computacionais obtidos a partir de dados reais, fornecidos por uma empresa parceira, indicam que o modelo é capaz de gerar soluções factíveis e eficientes, reduzindo desperdícios de matéria-prima e melhorando a produção da indústria. Os experimentos também evidenciam a sensibilidade das soluções em relação aos parâmetros operacionais, destacando a importância de uma modelagem integrada para apoio à tomada de decisão em ambientes industriais reais.

Palavras-Chave: programação inteira; problemas de corte e empacotamento; controle no número de pilhas abertas; aplicação industrial.

ABSTRACT

This dissertation addresses an extension of the Cutting Stock Problem (CSP) that arises in industrial environments where the choice of cutting patterns and the order in which they are processed directly affect the production flow, material handling, and space usage. Despite their practical importance, the existing literature is still limited, especially regarding real industrial applications and models that integrate cutting, sequencing, and operational constraints. This work studies an integrated one-dimensional cutting stock problem with control over the number of open stacks, applied to a steel industry that produces bent structural profiles from metal sheets. The objective is to meet production demand while minimizing the number of sheets used, subject to constraints on the maximum number of open stacks and the maximum bending capacity. To achieve this, an integer linear programming model is proposed that integrates cutting decisions, pattern sequencing, and dynamic control of open stacks, taking into account specific operational characteristics of the analyzed production process. The proposed approach differs from classical models by explicitly incorporating the bending stage, which leads to a redefinition of how open stacks are defined and how long they remain open. Computational results obtained using real data provided by the partner company show that the model is able to generate feasible and efficient solutions, reducing material waste and improving production efficiency. The experiments also highlight the sensitivity of the solutions to operational parameters, reinforcing the importance of integrated modeling to support decision-making in real industrial environments.

Keywords: integer programming; cutting and packing problems; control over the number of open stacks; industrial application.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Exemplo ilustrativo de padrões de corte em um problema de corte de estoque	15
Figura 2	Fluxo do processo produtivo	17
Figura 3	Exemplo de sequências de padrões e pilhas abertas durante o corte	23
Figura 4	Perfil U	32
Figura 5	Perfil L	32
Figura 6	Perfil UE	33
Figura 7	Bobinas e chapas metálicas	34
Figura 8	Blank	35
Figura 9	Cálculo do corte de um perfil a partir de medidas externas	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Dados dos itens a serem cortados.	41
Tabela 2	– Solução do problema utilizando $s = 2$ e $Cap = 2$	42
Tabela 3	– Solução do problema utilizando $s = 4$ e $Cap = 2$	43
Tabela 4	– Solução do problema utilizando $s = 2$ e $Cap = 4$	44
Tabela 5	– Dados dos itens a serem cortados.	45
Tabela 6	– Resumo dos resultados médios obtidos para os diferentes cenários	46
Tabela 7	– Resumo dos resultados médios obtidos para $ B = 4$	49
Tabela 8	– Resumo dos resultados médios obtidos para $ B = 10$	51
Tabela 9	– Resumo dos resultados médios obtidos para $ B =20$	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CSP	Problema de Corte de Estoque
PSP	Problema de Sequenciamento de Padrões
MOSP	Problema de Minimização de Pilhas Abertas
LOSP	Problema de Limitação de Pilhas Abertas
1-CSP-LOSP	Problema de Corte de Estoque Unidimensional com Limitação no Número de Pilhas Abertas
GAP	Lacuna de Otimização
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	14
1.2	JUSTIFICATIVA	17
1.3	OBJETIVOS	18
1.4	METODOLOGIA	18
1.5	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	18
2	CONCEITOS BÁSICOS	19
2.1	PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE	19
2.2	PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE PADRÕES	21
2.3	PROBLEMA DA MINIMIZAÇÃO DE PILHAS ABERTAS	22
3	REVISÃO DA LITERATURA	25
3.1	MÉTODOS E FORMULAÇÕES PARA O MOSP	25
3.2	ABORDAGENS PARA O CSP INTEGRADO AO MOSP	26
3.3	ABORDAGENS PARA O CSP INTEGRADO AO LOSP	27
3.4	SÍNTESE E CONEXÃO COM O PRESENTE TRABALHO	29
4	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA . . .	31
4.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	31
4.2	PROCESSO DE PRODUÇÃO DOS PERFIS ESTRUTURADOS DOBRADOS	33
4.3	DETERMINAÇÃO DE BLANKS	35
4.4	MODELAGEM MATEMÁTICA	37
4.4.1	Modelo	38
4.4.1.1	Conjuntos e Parâmetros:	38
4.4.1.2	Variáveis de Decisão:	39
5	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	41
5.1	EXEMPLO ILUSTRATIVO	41
5.1.1	Restrições rígidas ($s = 2$ e $Cap = 2$)	41
5.1.2	Restrição com flexibilização do parâmetro s ($s = 4$ e $Cap = 2$)	43
5.1.3	Restrição com flexibilização do parâmetro Cap ($s = 2$ e $Cap = 4$)	44
5.1.4	Conclusões	45
5.2	EXEMPLO INDUSTRIAL REAL	45
5.2.1	Análise dos resultados	46
5.3	INSTÂNCIAS GERADAS ALEATORIAMENTE	47

5.3.1	Resultados para $ B = 4$	49
5.3.1.1	Análise dos resultados para $ B = 4$	49
5.3.2	Resultados para $B = 10$	51
5.3.2.1	Análise dos Resultados para $ B = 10$	51
5.3.3	Resultados para $ B = 20$	53
5.3.3.1	Análise dos resultados para $ B = 20$	53
6	CONCLUSÃO	55
	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O crescimento acelerado das demandas produtivas tem pressionado as empresas a adaptarem seus processos, reduzindo a dependência de operações manuais e de decisões baseadas exclusivamente na experiência humana. Em ambientes industriais de grande escala, essa adaptação envolve a sistematização dos processos por meio de ferramentas tecnológicas capazes de apoiar a tomada de decisão, reduzir perdas e aumentar a eficiência operacional.

Setores industriais que lidam com chapas metálicas, como o siderúrgico e o da construção civil, podem se beneficiar significativamente dessas práticas, especialmente diante de desafios relacionados ao uso eficiente de matéria-prima, ao planejamento da produção e ao manuseio dos itens cortados.

Em escala global o valor de mercado da indústria do aço atingiu USD 1,47 trilhão em 2024, com previsão de crescimento para USD 1,92 trilhão até 2030, impulsionado principalmente por investimentos em infraestrutura e construção (Research, 2024). Nesse cenário, destaca-se a crescente utilização de perfis estruturais de aço, amplamente empregados em edificações e estruturas metálicas, cuja produção envolve operações de corte, sequenciamento e manuseio de materiais. Esse contexto reforça o potencial impacto de modelos que buscam otimizar operações de corte, reduzir manuseio excessivo e controlar o número de pilhas abertas em estoque.

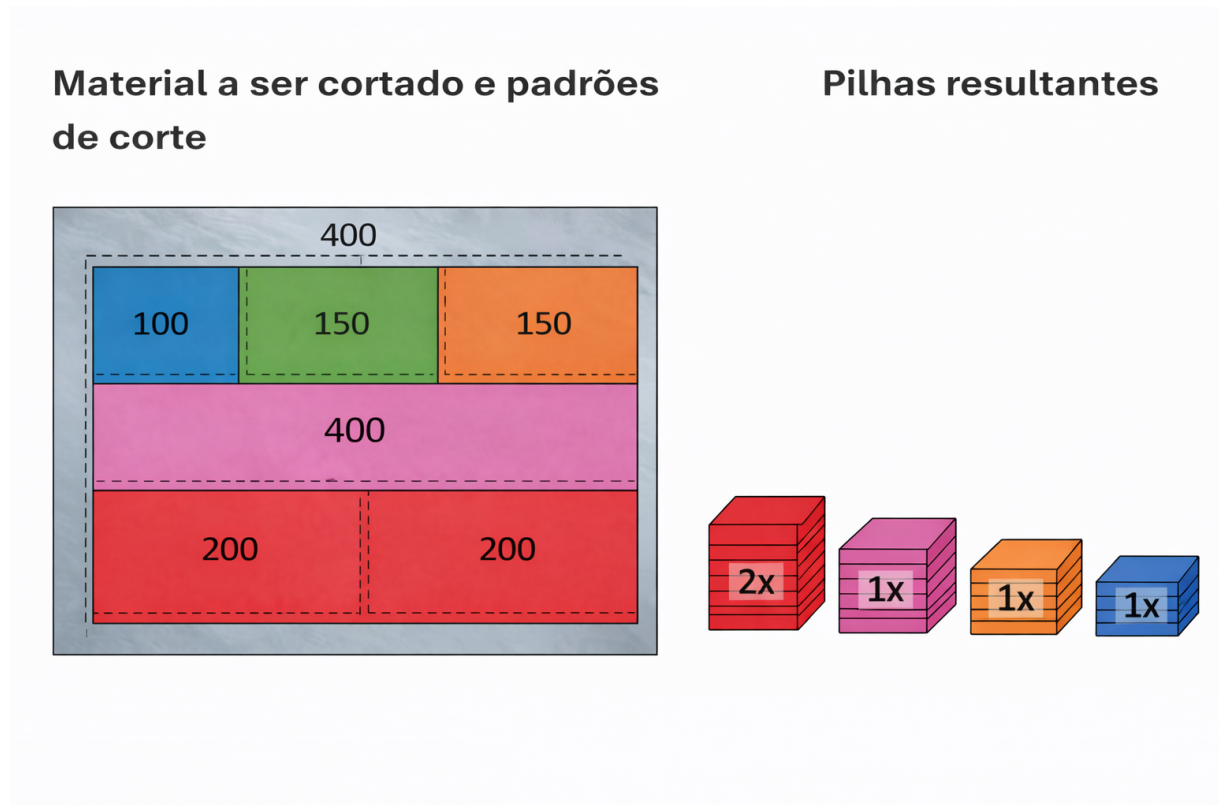
No contexto brasileiro, esses desafios também podem ser observados na construção civil, setor que demanda grandes volumes de aço e depende diretamente de processos de corte e conformação para a produção de estruturas metálicas, treliças, perfis e painéis, entre outros. Em 2022, o setor empregou cerca de 2,3 milhões de trabalhadores distribuídos em 174,7 mil empresas, movimentando aproximadamente R\$ 415,6 bilhões em obras e serviços (IBGE, 2023). Em 2023, o segmento respondeu por cerca de 39% do consumo total de aço no país, reforçando sua importância para a cadeia produtiva nacional (Instituto de Economia - UFRJ, 2025). A elevada participação de produtos semimanufaturados, especialmente placas e chapas de aço, que representaram cerca de 30,6% da produção nacional, evidencia a importância das etapas de corte e transformação na cadeia produtiva, nas quais decisões inadequadas podem gerar perdas significativas de material, reforçando a necessidade de modelos de otimização para apoiar o planejamento do corte e do sequenciamento.

Esse tipo de problema tem sido amplamente investigado na literatura de Pesquisa Operacional, particularmente no contexto dos problemas de corte e empacotamento (Yanasse; Lamosa, 2007). Nesse cenário, busca-se otimizar o processo de corte de materiais, minimizando perdas ou custos associados à transformação de objetos (peças maiores) em itens (peças menores). Entretanto, em aplicações industriais reais, decisões relacionadas apenas ao corte frequentemente não são suficientes, uma vez que aspectos operacionais ligados ao sequenciamento da produção, ao

manuseio dos itens e ao controle de estoques intermediários também influenciam diretamente a eficiência do processo. Dessa forma, problemas dessa natureza são frequentemente tratados por meio de abordagens integradas envolvendo o Problema de Corte de Estoque (CSP, do inglês *Cutting Stock Problem*) e o Problema de Sequenciamento de Padrões (PSP, do inglês *Pattern Sequencing Problem*).

No contexto da construção civil, e mais especificamente na produção de perfis metálicos dobrados, os objetos correspondem a chapas de aço disponíveis em estoque, enquanto os itens são obtidos a partir do corte dessas chapas em peças menores, que posteriormente são dobradas para a obtenção dos perfis finais. O objetivo consiste em definir padrões de corte que determinem como cada chapa metálica deve ser utilizada, bem como a quantidade de vezes que cada padrão deve ser utilizado, de modo a atender à demanda e reduzir perdas ou custos operacionais. A Figura 1 ilustra um exemplo de padrões de corte para um conjunto de itens.

Figura 1 – Exemplo ilustrativo de padrões de corte em um problema de corte de estoque



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Material a ser cortado, Padrões de corte e Pilhas resultantes. Abaixo de cada título, apresentam-se, respectivamente: uma chapa contendo cortes de diferentes tamanhos, sendo cada tamanho representado por uma cor distinta; e as pilhas abertas, indicando a quantidade de itens cortados.

Entretanto, diversos trabalhos da literatura têm destacado que resolver apenas o CSP pode não ser suficiente, conforme discutido por Yanasse & Lamosa (2007), Ashikaga (2001), Foerster & Wäscher (1998), Rinaldi & Franz (2007) e Garraffa et al. (2016). Em particular, após a definição dos padrões de corte, surge a necessidade de determinar a ordem em que esses padrões serão

processados, dando origem aos chamados Problemas de Sequenciamento de Padrões (PSP, do inglês *Pattern Sequencing Problems*). A sequência de execução dos padrões de corte influencia diretamente o fluxo de materiais, o manuseio dos itens produzidos e o comportamento das pilhas formadas durante o processo. Assim, diferentes sequências para um mesmo conjunto de padrões podem resultar em níveis distintos de estoque intermediário, ocupação de espaço e complexidade operacional, o que evidencia que decisões de corte e de sequenciamento estão interligadas.

Após o corte, os itens de um mesmo tipo são agrupados em pilhas (do inglês, *stacks*). Em geral, uma pilha é considerada aberta quando o primeiro item daquele tipo é produzido e permanece aberta enquanto existirem padrões de corte não processados que ainda contenham esse item. Ela é considerada fechada apenas quando o último item do mesmo tipo demandado é produzido (Yanasse, 1997). A forma como as pilhas são abertas e fechadas ao longo do processo produtivo depende diretamente da sequência em que os padrões de corte são processados. Essa dependência dá origem a uma classe de problemas da Pesquisa Operacional que busca otimizar diferentes aspectos associados à dinâmica das pilhas abertas (Lopes; Carvalho, 2012). Entre os objetivos mais estudados na literatura, destacam-se:

- minimizar o *order spread* máximo, isto é, o intervalo entre o primeiro e o último padrão de corte em que itens de um mesmo pedido são produzidos;
- reduzir descontinuidades no corte de itens;
- minimizar o número máximo de pilhas abertas simultaneamente.

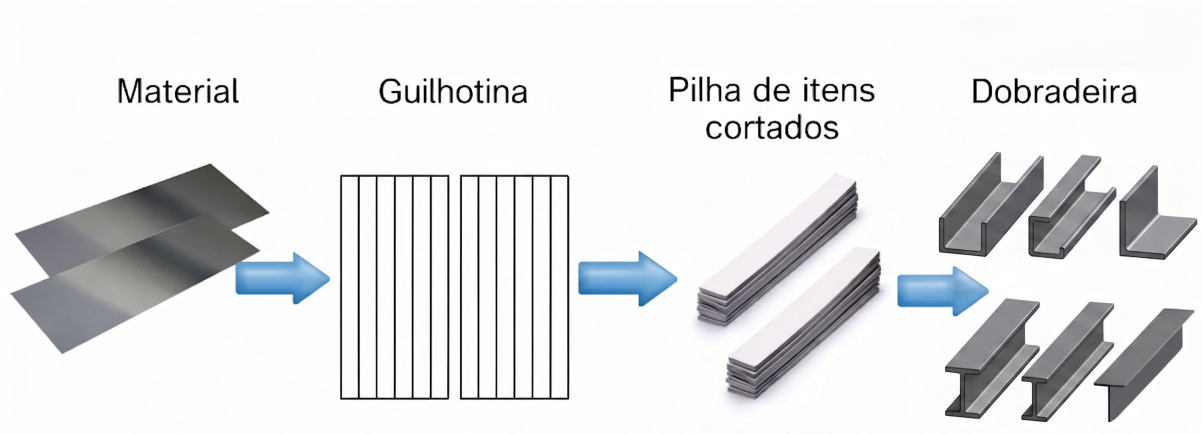
Dentre esses objetivos, destaca-se o problema de minimizar o número máximo de pilhas abertas simultaneamente (MOSP, do inglês *Minimization of Open Stacks Problem*). Esse problema apresenta uma estrutura combinatória complexa e possui aplicações em diferentes contextos industriais (Yanasse, 1997; Lopes; Carvalho, 2012).

Apesar da literatura dedicada ao CSP, ao PSP e ao MOSP, esses problemas são frequentemente tratados de forma isolada. Conforme discutido por Arbib, Marinelli & Ventura (2016), considerar o CSP e o PSP como etapas independentes do processo produtivo evidencia limitações relevantes. Diferentes conjuntos de padrões podem apresentar o mesmo nível de desperdício de material, mas originar sequências com comportamentos de pilhas completamente distintos.

A extensão do CSP estudada neste trabalho considera o controle de pilhas abertas geradas ao longo da execução dos padrões de corte. Nesse contexto, uma sequência de padrões associada a uma solução ótima do CSP pode exigir um número de pilhas abertas superior à capacidade disponível de armazenamento no espaço entre a guilhotina e a máquina de dobra. Isso ocorre porque, após o corte, os itens produzidos são agrupados de acordo com seu tipo ou demanda associada, permanecendo disponíveis até a conclusão das etapas subsequentes do processo produtivo. Assim, um número excessivo de pilhas abertas simultaneamente pode comprometer o fluxo operacional, aumentar a necessidade de espaço físico e dificultar o gerenciamento da produção.

A Figura 2 ilustra um exemplo do fluxo produtivo envolvendo as etapas de corte do material, formação dos itens, organização em pilhas abertas e posterior realização da dobra.

Figura 2 – Fluxo do processo produtivo



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Material, Guilhotina, Pilha de itens cortados e Dobradeira. Abaixo de cada título, apresentam-se, respectivamente: duas chapas de aço; duas chapas após o processo de corte; duas pilhas abertas de itens; e os itens já submetidos ao processo de dobra.

Nesse cenário, a integração entre o problema de corte, o sequenciamento de padrões e o controle do número de pilhas abertas permite incorporar aspectos operacionais que não são contemplados quando esses problemas são tratados de forma isolada.

1.2 JUSTIFICATIVA

Com base nesse contexto, esta dissertação propõe a aplicação de um modelo matemático em uma empresa do setor metalúrgico para otimizar o processo de corte e sequenciamento de material, buscando melhorar o aproveitamento da matéria-prima e incorporar restrições operacionais associadas à dinâmica de pilhas abertas. Diferentemente de parte da literatura, que trata o CSP, PSP e o MOSP como etapas independentes, adota-se aqui uma formulação conjunta, buscando avaliar os benefícios da integração dos problemas em um ambiente produtivo do setor metalúrgico. A abordagem difere de modelos clássicos ao incorporar explicitamente a etapa de dobra, o que implica na redefinição da duração das pilhas abertas. Em particular, enquanto modelos tradicionais consideram que uma pilha permanece aberta desde a produção do primeiro item até a produção do último item correspondente, a inclusão da etapa de dobra introduz uma nova dependência temporal, uma vez que o fechamento efetivo da pilha passa a depender também do processamento desses itens na etapa subsequente. Dessa forma, a duração das pilhas abertas deixa de ser determinada apenas pela sequência de corte, passando a refletir a interação entre as etapas de corte e dobra.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e aplicar um modelo matemático para o problema de corte de estoque unidimensional com restrições associadas à dinâmica de pilhas abertas em uma empresa do setor metalúrgico, considerando adaptações de modelos presentes na literatura para representar características específicas do processo produtivo analisado.

Como objetivos específicos, destacam-se:

- estudar modelos da literatura relacionados ao problema de corte de estoque e ao controle de pilhas abertas;
- propor uma adaptação desses modelos para incorporar restrições operacionais observadas no processo produtivo analisado;
- modelar o processo de corte e sequenciamento considerando restrições operacionais do sistema produtivo;
- implementar o modelo utilizando técnicas de otimização;
- avaliar o desempenho do modelo por meio de experimentos computacionais;
- analisar os resultados obtidos no contexto da aplicação industrial estudada.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho consiste na modelagem matemática do problema estudado, seguida da implementação computacional do modelo e da realização de experimentos para avaliação de desempenho. Inicialmente, é realizada uma revisão da literatura sobre problemas de corte de estoque e problemas envolvendo pilhas abertas. Em seguida, propõe-se um modelo matemático para representar o problema considerado. O modelo é implementado com o auxílio de ferramentas de otimização e testado por meio de experimentos computacionais baseados em dados do processo produtivo analisado.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Com esse objetivo, no Capítulo 2, são apresentados os conceitos fundamentais relacionados aos problemas abordados neste trabalho. No Capítulo 3, é apresentada a revisão bibliográfica desses problemas, destacando-se os principais trabalhos da literatura. No Capítulo 4, descreve-se o problema em estudo, bem como a modelagem matemática proposta. No Capítulo 5, são apresentados os resultados computacionais obtidos. Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões do trabalho, assim como possíveis direções para pesquisas futuras.

2 CONCEITOS BÁSICOS

Os conceitos apresentados neste capítulo, que abrangem o CSP, o PSP e o MOSP, fornecem os fundamentos necessários para a formulação e análise do problema estudado nesta dissertação.

2.1 PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE

O CSP consiste na otimização do processo de corte de objetos maiores, disponíveis em estoque, para a produção de peças menores em quantidades previamente demandadas. Tais problemas podem ser modelados utilizando otimização linear inteira, nos quais os padrões de corte são definidos como formas de particionar um objeto em estoque para produzir os itens demandados. As variáveis de decisão representam o número de vezes que cada padrão é utilizado. Dentre suas diversas aplicações práticas, destacam-se o corte de bobinas de aço, bobinas de papel, chapas de madeira, chapas metálicas e chapas de vidro (Poldi; Arenales, 2006).

O CSP pode ser classificado de acordo com o número de dimensões relevantes do objeto a ser cortado, podendo ser unidimensional, bidimensional ou tridimensional. Em relação ao caso unidimensional, as peças de estoque e os itens cortados têm apenas uma dimensão (comprimento) (Guimarães; Poldi; Martin, 2025).

A literatura apresenta diversas estratégias para a resolução do problema de corte de estoque. Dentre elas, destacam-se formulações pseudo-polinomiais baseadas em programação dinâmica, que exploram a estrutura do problema da mochila para a geração eficiente de padrões de corte viáveis (Martello; Toth, 1990). Além disso, diferentes heurísticas e metaheurísticas têm sido propostas com o objetivo de obter soluções de boa qualidade em tempos computacionais reduzidos, especialmente em instâncias de grande porte. Uma visão abrangente dessas abordagens pode ser encontrada em trabalhos como os apresentados por Wäscher, Haußner & Schumann (2007) e Delorme, Iori & Martello (2016), que classificam os problemas de corte e empacotamento e discutem os principais métodos de solução propostos ao longo das últimas décadas.

Para exemplificar uma modelagem do CSP para o caso unidimensional, considere uma empresa que mantém em estoque uma matéria-prima disponível com comprimento w . Esse comprimento corresponde à dimensão ao longo da qual o material é adquirido ou armazenado. Sem perda de generalidade, assume-se a disponibilidade de uma quantidade ilimitada dessa matéria-prima em estoque. Um pedido de um cliente consiste na solicitação de d_i unidades de peças de comprimento w_i , para $i = 1, \dots, m$. Um item de comprimento w_i só pode ser obtido a partir de um objeto em estoque de comprimento w , se

$$w \geq w_i$$

O CSP unidimensional consiste, portanto, em determinar uma combinação de padrões de corte, ou seja, formas de alocar as peças de comprimentos w_i em objetos de comprimento w , que

satisfaça toda a demanda solicitada, ao mesmo tempo em que minimiza a quantidade de material utilizada (Gilmore; Gomory, 1961). Ressalta-se que um objeto em estoque, quando utilizado, deve ser completamente cortado, isto é, não é permitido cortar apenas parte do objeto e retornar o restante ao estoque.

Além disso, um padrão de corte pode ser representado pelo vetor

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T,$$

em que α_i representa a quantidade de itens do tipo i produzidos por esse padrão. O vetor α deve satisfazer:

- **Restrição de comprimento:**

$$w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + \dots + w_m\alpha_m \leq w;$$

- **Restrição de demanda:**

$$0 \leq \alpha_i \leq d_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

onde d_i denota a demanda total do item i , que não deve ser excedida.

O problema de corte de estoque pode ser descrito, de forma conceitual, em duas etapas. Na primeira, considera-se o conjunto de padrões de corte viáveis para cada objeto de comprimento w . Na segunda, determina-se o número de vezes que cada padrão deve ser utilizado, de modo a atender integralmente a demanda dos itens solicitados, minimizando, ao mesmo tempo, o consumo de material (Pileggi; Morabito; Arenales, 2005).

Assim, sejam

$$a_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \vdots \\ \alpha_{m1} \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{22} \\ \vdots \\ \alpha_{m2} \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad a_n = \begin{pmatrix} \alpha_{1n} \\ \alpha_{2n} \\ \vdots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix},$$

os padrões de corte possíveis, onde α_{ij} representa a quantidade de itens do tipo i ($i = 1, \dots, m$) produzidos pelo padrão de corte j ($j = 1, \dots, n$). Seja x_j o número de objetos cortados segundo o padrão j . Então, o CSP unidimensional pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar} \quad f(x) = \sum_{j=1}^n x_j \quad (1)$$

$$\text{sujeito a} \quad a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = d, \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad x_j \in \mathbf{Z}^+, \quad j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

onde $d = (d_1, d_2, \dots, d_m)^T$ é o vetor de demandas dos itens.

A função objetivo (1) minimiza o número de objetos utilizados. A restrição de demanda (2) assegura que todas as necessidades sejam integralmente atendidas, enquanto as restrições de integralidade (3) garantem que o número de repetições de cada padrão j seja um valor inteiro e não negativo.

2.2 PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE PADRÕES

A importância do sequenciamento dos padrões de corte em ambientes produtivos começou a ser discutida na literatura na década de 1970, com trabalhos pioneiros como o de Dyson & Gregory (1974). Os Problemas de Sequenciamento de Padrões (PSP, do inglês *Pattern Sequencing Problems*), também denominados Problemas de Alocação de Padrões (PAP, do inglês *Pattern Allocation Problems*), consistem em determinar uma permutação para padrões de corte previamente definidos, buscando otimizar critérios operacionais como redução de trocas de ferramentas, diminuição da dispersão de pedidos, minimização de descontinuidades no processo e controle do número de pilhas abertas (Dyson; Gregory, 1974; Yuen, 1994; Pileggi; Morabito; Arenales, 2007).

Em diversos processos industriais de corte, os padrões não podem ser executados em qualquer ordem. Isso ocorre, por exemplo, em fábricas com restrições de espaço físico ao redor do equipamento de corte ou quando o maquinário possui estações automáticas de descarregamento. Nesses casos, é necessário definir uma sequência adequada para o processamento dos padrões, de modo a otimizar algum critério operacional — caracterizando um problema de sequenciamento de padrões de corte (Pileggi; Morabito; Arenales, 2005).

A ordem de processamento influencia diretamente os níveis de estoque intermediário, isto é, a quantidade de itens já produzidos que ainda aguardam processamento na etapa de dobra, bem como o manuseio de materiais e os prazos de entrega. Além disso, o PSP e o CSP estão ligados: a geração dos padrões deve levar em conta sua viabilidade de sequenciamento segundo o critério escolhido, enquanto o sequenciamento depende do conjunto de padrões previamente gerados. Vale ressaltar que, nesses problemas, diferentes objetivos podem ser considerados. Nesta dissertação, destaca-se o estudo de objetivos relacionados ao controle do número de pilhas abertas.

2.3 PROBLEMA DA MINIMIZAÇÃO DE PILHAS ABERTAS

Se o objetivo é minimizar o número de pilhas abertas, o PSP é chamado de Problema de Minimização de Pilhas Abertas (MOSP, do inglês *Minimization of Open Stacks Problem*). Após a máquina processar um padrão de corte, os itens do mesmo tipo são empilhados em uma pilha próxima à máquina. Ao final do processamento de cada padrão, e antes de qualquer pilha ser removida, contabiliza-se o número de pilhas abertas. O número máximo de pilhas abertas em um sequenciamento de padrões é denominado número MOSP, que foi definido pela primeira vez em 1991, por Yuen (1991) e Yuen & Richardson (1995). Resolver o MOSP equivale a minimizar o número MOSP, por meio de função objetivo ou restrições incluídas no modelo que penalizem a não minimização.

Formalmente, defini-se o MOSP da seguinte maneira: Seja um conjunto de itens $\Pi = \{1, 2, \dots, m\}$ e um conjunto de padrões de corte $\Lambda = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$, em que cada padrão P_j , $j = 1, \dots, n$, é composto por um subconjunto de itens de Π . Cada item $i \in \Pi$ é processado por uma máquina M e, após o corte, permanece em uma pilha aberta até que todos os padrões que o contém sejam cortados, quando a pilha é considerada fechada. Assim, é necessário definir uma ordem de processamento dos padrões de corte de modo a minimizar o número máximo de pilhas abertas simultaneamente.

Uma sequência de padrões é representada por uma permutação $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$, em que $s_k \in \{1, \dots, n\}$ indica o índice do padrão processado na posição k da sequência. Na Figura 3 são apresentadas duas sequências distintas de padrões e o comportamento das pilhas abertas associadas a cada uma delas. Para a primeira sequência (parte esquerda da imagem) $S = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$, são abertas, simultaneamente, sete pilhas ao longo do processo. Já para a segunda sequência (parte direita da imagem) $S = (2, 4, 3, 5, 1, 6)$, apenas três pilhas são abertas simultaneamente. A área sombreada indica o intervalo de tempo em que uma pilha permanece aberta, isto é, desde a produção do primeiro item de um determinado tipo até o atendimento completo de sua demanda. As regiões hachuradas representam os períodos em que a pilha permanece aberta sem que haja produção de itens daquele tipo, evidenciando que a pilha continua ocupando espaço mesmo na ausência de processamento ativo. Por exemplo, a pilha associada ao item do tipo 4 é aberta no padrão P_2 , no qual esse item é produzido pela primeira vez. Em seguida, como não há produção do item 4 no padrão P_3 , a pilha permanece aberta, conforme indicado pela região hachurada. Finalmente, no padrão P_4 , ocorre a produção dos últimos itens desse tipo, permitindo o fechamento da pilha. Assim, a pilha do item 4 permanece aberta ao longo do processamento dos padrões P_2 , P_3 e P_4 , evidenciando a influência direta do sequenciamento de padrões sobre o número máximo de pilhas abertas simultaneamente (Ashikaga; Soma, 2009).

Figura 3 – Exemplo de sequências de padrões e pilhas abertas durante o corte

		Peças						Pilhas abertas					
Padrões	P_1	1			5	6		3	P_2				
	P_2			4			7	6	P_4		2		4
	P_3		2	3			6	7	P_3			3	
	P_4				4			7	P_5				
	P_5	1		3				4	P_1	1			
	P_6				5	6		2	P_6			5	6

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Representação dos padrões de corte e da formação de pilhas abertas ao longo do processo. À esquerda, apresentam-se os padrões $P_1, \dots, P_6$, com as respectivas peças obtidas em cada padrão. À direita, ilustra-se a reorganização dessas peças e a formação das pilhas abertas, indicando a quantidade de itens acumulados em cada etapa do processo.

Observa-se que o MOSP, no contexto de problemas de corte de estoque, aparece como um caso particular dos problemas de sequenciamento de padrões, no qual se busca controlar o número de pilhas abertas ao longo do processo produtivo. Nesse cenário específico, o comportamento das pilhas abertas é influenciado tanto pelo conjunto de padrões de corte adotado quanto pela sequência em que esses padrões são processados. O conjunto de padrões determina em quais momentos os itens são produzidos, enquanto o sequenciamento afeta a ordem desses eventos, impactando a duração das pilhas abertas e o número de pilhas simultaneamente abertas ao longo do processo.

De acordo com Arbib, Marinelli & Ventura (2016), o MOSP é tratado, tradicionalmente, por meio de uma abordagem de decomposição, na qual inicialmente são determinados padrões de corte que minimizam a perda de material e, em seguida, esses padrões são sequenciados com o objetivo de minimizar o número máximo de pilhas abertas. No entanto, essa separação ignora o fato de que diferentes conjuntos de padrões, ainda que equivalentes em relação ao desperdício de matéria-prima, podem gerar comportamentos distintos em termos de pilhas abertas quando submetidos a diferentes sequências de processamento. Além disso, essa abordagem apresenta limitações importantes do ponto de vista operacional: mesmo uma solução ótima do MOSP clássico pode exigir um número de pilhas abertas superior à capacidade permitida, tornando o plano de produção inviável na prática.

Essas limitações evidenciam que a minimização do número de pilhas abertas, quando tratada de forma isolada, pode não ser suficiente para garantir a viabilidade operacional do plano de produção. Nesse contexto, torna-se necessário considerar um limite máximo admissível para o número de pilhas abertas, o que dá origem ao chamado Problema de Pilhas Abertas Limitadas (LOSP, do Inglês *Limited Open Stacks Problem*). Quando essa restrição é incorporada ao

processo de geração dos padrões de corte, juntamente com o objetivo de minimizar a perda de material, obtém-se o Problema de Corte de Estoque com Número Limitado de Pilhas Abertas (CSP-LOSP). Nesse problema, busca-se determinar um conjunto de padrões de corte que, além de atender à demanda dos itens, possa ser sequenciado sem violar o limite máximo de pilhas abertas permitido pelo sistema produtivo. Embora ainda existam poucas contribuições na literatura sobre esse problema integrado, alguns trabalhos propõem heurísticas sequenciais ou estratégias baseadas na exploração do espaço de sequências de produção (Arbib; Marinelli; Ventura, 2016).

As limitações associadas à abordagem de decomposição indicam que decisões de corte e de sequenciamento estão fortemente relacionadas e que a consideração de restrições operacionais é fundamental em ambientes industriais reais. Essas observações motivam o estudo de abordagens integradas, nas quais os problemas de corte de estoque e de sequenciamento são tratados de forma conjunta.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura relacionada ao MOSP, ao CSP, ao PSP e às abordagens que integram decisões de corte, sequenciamento e controle do número de pilhas abertas. São discutidos trabalhos clássicos e contribuições mais recentes que fundamentam o desenvolvimento do modelo proposto nesta dissertação.

3.1 MÉTODOS E FORMULAÇÕES PARA O MOSP

Em problemas unidimensionais de corte, muitos problemas da literatura adotam uma abordagem em duas etapas, na qual inicialmente são definidos padrões de corte e, em seguida, determina-se uma sequência de processamento desses padrões com o objetivo de controlar o número de pilhas abertas. Essa estratégia está diretamente associada ao MOSP clássico, em que os padrões são previamente definidos.

Diversos métodos foram propostos na literatura para resolver o MOSP. Nos trabalhos de Yanasse, Becceneri & Soma (2002), Yanasse, Becceneri & Soma (2007) e de Becceneri, Yanasse & Soma (2004), são utilizadas estratégias de ordenamento parcial baseadas em diferentes critérios de equivalência para geração de sequências com poucas pilhas abertas. Em Yanasse & Limeira (2004) e Yanasse & Lamosa (2007), o MOSP passa a ser tratado por meio de formulações de programação linear inteira, permitindo uma abordagem exata para o problema.

No contexto de formulações exatas, destacam-se também os trabalhos de Lopes & Carvalho (2011) e Lopes & Carvalho (2012), que propõem modelos baseados em programação inteira e em representações por grafos de intervalos. Em particular, propõem formulações que exploram a relação entre o MOSP e problemas de coloração de grafos de intervalos, onde cada cor é um instante, itens de mesma cor não se sobrepõem e o objetivo principal é minimizar o número de cores.

Destacam-se as abordagens metaheurísticas propostas por Oliveira & Lorena (2005), que introduziram o método *Population Training Heuristic*. Nessa abordagem, cada sequência de cortes é estruturada para minimizar as pilhas abertas. Assim, quando o algoritmo combina essas soluções, ele já parte de excelentes pontos de partida, o que evita desperdício de processamento e entrega planos de produção muito mais organizados.

Avançando nessa linha, as heurísticas *Greedy Randomized Adaptive Clustering Search* e *Evolutionary Clustering Search* de Oliveira & Lorena (2006) e Oliveira & Lorena (2007) exploram de forma explícita a ideia de agrupamento no espaço de busca. A primeira adota uma estratégia baseada em ciclos iterativos. Inicialmente, são geradas sequências de produção promissoras, introduzindo variações controladas com o objetivo de ampliar a exploração do espaço de soluções. A partir desse conjunto inicial, o algoritmo realiza um processo de filtragem, no qual são avaliadas trocas locais na sequência de produção, buscando reduzir o número

de pilhas abertas e melhorar o fluxo operacional. Já a segunda baseia-se no agrupamento de sequências semelhantes. Assim, quando uma ordem de produção muito próxima a outra já avaliada — especialmente aquelas que se mostraram ineficientes — é identificada durante o processo, sua exploração é interrompida, direcionando o algoritmo para regiões ainda não exploradas. Essa estratégia evita avaliações redundantes e resulta em uma economia significativa de tempo computacional.

Complementarmente, considerando que o problema envolve objetivos conflitantes, como minimizar o número de pilhas simultâneas e reduzir o tempo médio de permanência das pilhas, Respício & Captivo (2005) aplicam o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*. Essa abordagem permite obter a Fronteira de Pareto do problema, oferecendo um conjunto de soluções que equilibram a ocupação do espaço físico na fábrica e a agilidade no atendimento dos pedidos.

Outra contribuição importante é a heurística de Extensão–Rotação, proposta por Ashikaga & Soma (2009). Nessa abordagem, o MOSP é estruturado como um problema de percurso em grafos, em que vértices representam peças e arestas indicam que duas peças pertencem a um mesmo padrão. Cada padrão gera um clique, e a união desses cliques forma um grafo cuja estrutura revela regiões de maior concentração de peças, informação fundamental para a construção de boas sequências.

Mais recentemente, Martin, Yanasse & Pinto (2022) abordaram o (MOSP) com o objetivo de determinar a sequência ótima de um conjunto pré-definido de padrões, minimizando o número máximo de pilhas abertas. As três principais contribuições dos autores são: (i) uma nova formulação de Programação Linear Inteira que realiza o sequenciamento das pilhas fechadas, inspirada na representação do MOSP por meio de grafos; (ii) uma formulação de Programação Linear Inteira para o sequenciamento de padrões, derivada da abordagem proposta por Faggioli & Bentivoglio (1998); e (iii) um modelo de Programação por Restrições baseado em variáveis de intervalo. Os modelos propostos apresentam melhor desempenho em cenários com número pequeno ou moderado de padrões.

3.2 ABORDAGENS PARA O CSP INTEGRADO AO MOSP

Os primeiros trabalhos que consideraram simultaneamente decisões de corte e de sequenciamento, como o de Dyson & Gregory (1974), tinham como foco a minimização do número de descontinuidades (MDP, do Inglês *Minimization of Discontinuities*). Nesse contexto, uma descontinuidade ocorre quando a produção de um determinado tipo de item é interrompida ao longo da sequência de padrões e retomada posteriormente, implicando o fechamento e a reabertura de sua respectiva pilha.

Com o avanço da literatura, surgiram abordagens como a proposta por Pileggi, Morabito & Arenales (2005), na qual são desenvolvidas três heurísticas. Enquanto a heurística 1 busca otimizar a perda e posteriormente adequar o sequenciamento através de eliminação ou proibição de padrões, a heurística 2 constrói a solução passo a passo e garante que cada novo padrão

respeite a capacidade de pilhas abertas em tempo real. Já a heurística 3 integra a restrição de sequenciamento diretamente no método Simplex, assegurando que qualquer melhoria na eficiência do corte preserve a viabilidade organizacional do estoque. Tratam-se, portanto, de problemas biobjetivos, nos quais existe uma fronteira ótima (trade-off) entre os dois critérios a serem otimizados. Os pontos dessa curva de trade-off correspondem às soluções de mínima perda de material para diferentes valores do número máximo de pilhas abertas ou, inversamente, às soluções que minimizam o número máximo de pilhas abertas para distintos níveis de perda de material.

Mais recentemente, trabalhos como os de Teixeira & Poldi (2020) e Pinto (2004) ampliam essa discussão ao considerar explicitamente a interação entre o CSP e o MOSP. Nessas abordagens, as decisões de corte e a dinâmica das pilhas abertas, também são modeladas de maneira conjunta, ainda sem impor um limite explícito ao número de pilhas abertas simultaneamente.

Em 2025, Guimarães, Poldi & Martin (2025) passaram a investigar extensões do Problema de Corte Unidimensional que incorporam restrições operacionais adicionais, tais como o número máximo de pilhas abertas simultaneamente e os custos de preparação (setups). Nesse contexto, os autores propõem duas formulações de Programação Linear Inteira: a primeira foca em determinar o instante em que cada padrão de corte deve ser executado, de modo a atender à demanda sem violar a limitação de espaço; a segunda foca em decidir quantas vezes cada padrão deve ser repetido. Além disso, é apresentado um modelo de Programação por Restrições, no qual cada pilha de itens é representada como uma variável de intervalo, caracterizada por tempos de início, término e duração ao longo da sequência de corte. Esses modelos são desenvolvidos para o Problema de Corte Unidimensional com Setup e Pilhas Abertas. Os resultados indicam que, para minimizar o desperdício de material com um número reduzido de setups, é necessário aceitar um maior número de pilhas abertas simultaneamente.

3.3 ABORDAGENS PARA O CSP INTEGRADO AO LOSP

Uma vertente da literatura considera o número de pilhas abertas não como uma função objetivo a ser minimizada, mas como uma restrição operacional do sistema produtivo. Um exemplo dessa abordagem é apresentado por Arbib, Marinelli & Ventura (2016), no qual os autores propõem uma formulação de Programação Linear Inteira para o Problema de Corte Unidimensional com Limitação do Número de Pilhas Abertas. Partindo do modelo clássico da literatura, os autores desenvolvem uma formulação mais eficiente baseada em uma matriz binária 0–1, denominada *Track* (T). Enquanto modelos anteriores exigiam um número de restrições que crescia de forma excessivamente rápida, essa nova formulação apresenta crescimento quadrático, o que permitiu a obtenção de soluções ótimas para instâncias com até 20 tipos de peças, cujos valores ótimos eram até então desconhecidos. Heurísticas de natureza semelhante são desenvolvidas por Tang & Denardo (1998) e por Laporte, González & Semet (2004).

Belluzzo & Morabito (2005) e Morabito & Belluzzo (2007) propuseram um algoritmo

baseado em programação dinâmica para otimizar o corte de chapas de fibra de madeira. A ideia central é combinar um mesmo cálculo com diferentes estratégias de solução, acoplando-o tanto a heurísticas gulosas, como o método de Redução por Exaustão Repetida, quanto ao algoritmo primal simplex com geração de colunas, seguindo a abordagem clássica de Gilmore e Gomory. As heurísticas gulosas se destacam pela simplicidade e rapidez, atendendo sucessivamente às demandas até que os recursos sejam exauridos. Já a geração de colunas busca uma solução mais global, usando informações para reduzir o desperdício de material. Os autores observaram que o aproveitamento do material depende fortemente das capacidades da máquina de corte utilizada, em particular da serra Holzma. Operações como cortes de cabeça, que consistem na remoção inicial de porções das extremidades da chapa com o objetivo de garantir sua regularidade geométrica, e a rotação de pacotes, entendida como a reorientação de conjuntos de peças ao longo do processo produtivo para viabilizar cortes em diferentes direções, mostraram-se essenciais para a eficiência do processo. Por fim, o modelo também levou em conta restrições operacionais importantes, como o número limitado de estações de descarga, mostrando que a flexibilidade entre estações automáticas e manuais é fundamental para encontrar padrões de corte mais eficientes. Heurísticas de natureza semelhante podem ser vistas em Yanasse & Lamosa (2007).

De forma complementar, Pileggi, Morabito & Arenales (2007) propõem abordagens integradas baseadas em relaxação lagrangeana, método simplex, geração de colunas e heurísticas, inicialmente para o caso unidimensional e posteriormente aos problemas bidimensionais, guilhotinados em dois estágios.

Belov & Scheithauer (2007) estudam o problema integrado de corte unidimensional sob a perspectiva da eficiência computacional, especialmente em instâncias de grande porte nas quais métodos baseados em Programação Linear Inteira se tornam inviáveis. Os autores propõem uma extensão do método *Sequential Value Correction*, uma heurística que constrói a solução de forma iterativa, selecionando um padrão de corte por vez até que toda a demanda seja satisfeita. O objetivo central é contornar uma limitação comum às heurísticas sequenciais tradicionais, que tendem a gerar padrões finais com elevado desperdício devido à presença de itens remanescentes de difícil combinação. A heurística conseguiu reduzir significativamente o esforço logístico associado ao sequenciamento da produção sem comprometer de forma relevante o aproveitamento da matéria-prima.

Armbruster (2002) propõe uma abordagem para o problema integrado de corte e sequenciamento em uma produção de barras de aço destinadas à construção civil. O problema é modelado com base em conceitos de teoria dos grafos. Cada item é representado por um nó em um grafo, e uma aresta é inserida entre dois nós sempre que os respectivos itens são produzidos conjuntamente em pelo menos um padrão de corte. Essa representação é análoga à utilizada na modelagem do MOSP, na qual grafos de coocorrência capturam as relações entre itens e permitem analisar o comportamento das pilhas abertas ao longo do sequenciamento (Lopes; Carvalho, 2012; Ashikaga; Soma, 2009). Além disso, o autor desenvolveu soluções em três etapas: Na primeira etapa, o PSP é resolvido de forma independente, com o objetivo

de minimizar o desperdício de material ou o número de objetos processados, desconsiderando as restrições de sequenciamento. Na segunda fase, os padrões obtidos são submetidos a uma verificação de sequenciabilidade, na qual se busca uma ordem de processamento que respeite a capacidade máxima de compartimentos da máquina de corte. Caso uma sequência viável não seja encontrada, o algoritmo desfaz a escolha e busca uma alternativa viável. A terceira fase é a principal contribuição do trabalho. Quando não existe nenhuma sequência viável para os padrões de corte obtidos, o algoritmo identifica os padrões que mais contribuem para a violação da capacidade dos compartimentos de armazenamento e os modifica, redistribuindo seus itens em outros padrões.

Em 2023, Martin et al. (2023) propuseram as primeiras formulações matemáticas para três variantes bidimensionais do problema de corte guilhotinado com limitação do número de pilhas abertas. Os autores desenvolveram três modelos baseados em Programação Linear Inteira (2stg-IP, 2stg-IP-HS e 3stg-IP), nos quais as decisões de corte e de sequenciamento são tratadas de forma integrada. Um aspecto relevante da proposta está no controle explícito do *Work-in-Process* (WIP), entendido como o conjunto de itens que já iniciaram o processo produtivo, mas ainda não foram finalizados, permanecendo temporariamente no sistema e ocupando espaço físico na fábrica. No contexto deste trabalho, o WIP está diretamente associado ao número de pilhas abertas ao longo do processo produtivo. Por meio do uso de variáveis binárias, os modelos acompanham a abertura e o fechamento de cada pilha de itens ao longo do processo produtivo, assegurando que o limite físico de espaço disponível na fábrica não seja ultrapassado em nenhum momento.

Em síntese, a literatura evidencia uma evolução gradual no sentido da integração entre decisões de corte e de sequenciamento, com trabalhos voltados à minimização de descontinuidades, e posteriormente ampliada por modelos que incorporam restrições ligando diretamente padrões de corte e ordem de processamento. Apesar desses avanços, observa-se que muitas das contribuições tem seu foco voltado para integrações parciais, sem considerar explicitamente restrições operacionais críticas, como o limite máximo de pilhas abertas simultaneamente. Assim, abordagens que tratam de forma integrada o Problema de Corte de Estoque e o controle explícito do número de pilhas abertas — caracterizando problemas do tipo CSP-LOSP — ainda são escassas na literatura, configurando uma lacuna relevante e motivando o desenvolvimento do presente trabalho.

3.4 SÍNTESE E CONEXÃO COM O PRESENTE TRABALHO

Diante da literatura existente, o presente trabalho distingue-se por estruturar de maneira explícita a integração entre padrões de corte, ordem de processamento e limitação do número de pilhas abertas. Enquanto abordagens clássicas do MOSP concentram-se na minimização do número máximo de pilhas abertas, o problema aqui tratado considera a capacidade de pilhas abertas como uma restrição operacional do sistema produtivo. Essa característica modifica a dinâmica de abertura e fechamento das pilhas ao longo do processo de produção.

A formulação proposta reúne elementos encontrados em abordagens clássicas do CSP e do MOSP, incorporando também restrições operacionais que refletem condições observadas em ambientes industriais reais, nos quais decisões relativas ao corte, ao sequenciamento, à capacidade de pilhas abertas e ao atendimento da demanda devem ser tratadas de forma integrada. Dessa maneira, o modelo desenvolvido busca representar de forma mais aderente as condições operacionais do sistema produtivo e ampliar o potencial de obtenção de soluções eficientes.

4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA

A empresa analisada neste estudo atua na fabricação de uma diversificada linha de produtos destinados a atender às demandas do agronegócio, da indústria metalúrgica, da serralheria e, sobretudo, da construção civil. Localizada na região sudeste do país, a empresa é especializada na produção de soluções em aço, operando em mercados regionais, nacionais e internacionais.

Com o crescimento acelerado nos últimos anos, principalmente no que se refere à exportação, os gestores identificaram que as soluções exclusivamente manuais, dependentes do fator humano, já não acompanham o ritmo de desenvolvimento e inovação tecnológica requerido pelo mercado e pelas operações internas da empresa. Para enfrentar esses desafios, iniciativas como a adoção de ferramentas modernas que possibilitem o aprimoramento e o aproveitamento de recursos, a redução de perdas no processo produtivo e a otimização da programação da produção, têm sido priorizadas.

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Os produtos são fabricados a partir de bobinas de aço laminados a quente, a frio e galvanizados, produzidas pelas principais siderúrgicas do país, e que são cortadas em objetos padronizados, denominados chapas, que possuem comprimento e largura fixos e iguais, respectivamente, a $C = 6000$ mm e $L = 1200$ mm.

Dentre os produtos fabricados estão: os perfis estruturais, telhas em trapézio e onduladas, perfis laminados em barras, cantoneiras laminadas, perfis de viga, barras trefiladas, tubos, chapas, painéis, vergalhões, colunas e malhas soldadas e arames e treliças.

Os produtos destinados à construção civil representam o principal segmento, em termos de rentabilidade, para a empresa, com destaque para os perfis estruturais dobrados. Esses perfis são classificados em três categorias: perfil U, perfil L e perfil UE. Embora a empresa também produza outros tipos de perfis e possua a flexibilidade para adaptar produtos conforme as especificações de cada cliente, a maioria dos itens fabricados concentra-se nestes três grupos principais. As figuras abaixo ilustram cada perfil dobrado, evidenciando suas características geométricas e estruturais.

Figura 4 – Perfil U



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Fundo branco com a representação de um perfil metálico em formato de U simples. A peça apresenta uma base plana e duas abas verticais paralelas, sem dobras adicionais nas extremidades.

A Figura 4 apresenta o perfil U em sua forma final. Para esse tipo de perfil, a empresa produz 15 combinações distintas (entre as dimensões externas), sendo que, para cada uma delas, existem entre 4 e 8 opções de espessura, totalizando 72 tipos distintos de itens.

Figura 5 – Perfil L



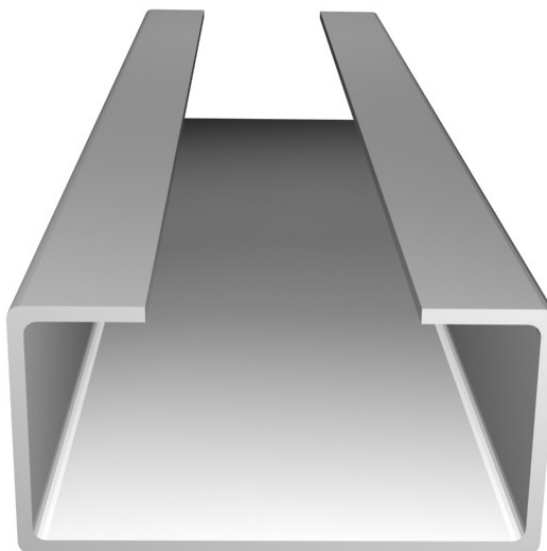
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Fundo branco com a representação de um perfil metálico em formato de L. A peça possui uma base horizontal e uma única aba vertical, formando um ângulo reto.

A Figura 5 apresenta o perfil L em sua forma final. Esse perfil possui menor variedade,

totalizando 22 tipos distintos de itens, obtidos a partir das combinações de dimensões e espessuras disponíveis.

Figura 6 – Perfil UE



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Fundo branco com a representação de um perfil metálico em formato de U enrijecido. A peça possui base horizontal e duas abas verticais, com pequenas dobras internas nas extremidades superiores, formando reforços ao longo das bordas.

A Figura 6 apresenta o perfil UE em sua forma final. A empresa produz 16 combinações distintas (entre as dimensões externas) para esse perfil, com 2 a 5 opções de espessura para cada combinação, totalizando 56 tipos distintos de itens.

Quando somados os 22 tipos de perfil L aos 56 tipos de perfis UE e aos 72 tipos de perfis U, obtém-se um total de 150 produtos finais. A alta demanda por esses produtos decorre de sua ampla aplicação na construção civil, fato que os consolidou como os itens de maior representatividade na produção, dada sua importância para o setor.

4.2 PROCESSO DE PRODUÇÃO DOS PERFIS ESTRUTURADOS DOBRADOS

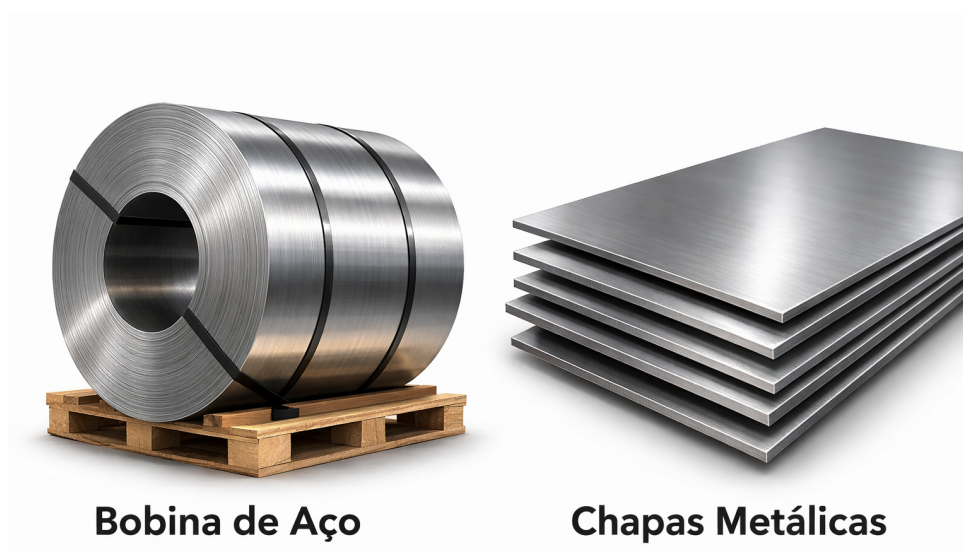
A empresa possui uma demanda de produção voltada à fabricação de perfis estruturais dobrados. Além da versatilidade geométrica, esses perfis apresentam vantagens relevantes, como menor peso, facilidade de transporte, redução da necessidade de equipamentos em obra e diminuição de custos associados à pintura e à corrosão, uma vez que possuem menor área exposta. Por esse motivo, são amplamente utilizados em galpões, coberturas, mezaninos, habitações populares e edificações de pequeno porte (Silva; Silva, 2008).

O processo decisório de manufatura desses itens é atualizado, em sua maioria, a cada três ou quatro dias, quando são incorporadas novas demandas ao planejamento da produção. Além

disso, os limites máximos de produção são definidos de acordo com a capacidade das máquinas e da força de trabalho disponível, permitindo o processamento de até 50 toneladas de matéria-prima por dia. Neste trabalho, considera-se um horizonte de planejamento estático, no qual as demandas dos itens são previamente conhecidas, agregadas e tratadas como valores fixos, não sendo considerada sua variação ao longo do tempo.

O aço chega à empresa sob a forma de bobinas (Figura 7), adquiridas junto a metalúrgicas, podendo atingir até 14 toneladas por unidade. A largura das bobinas é fixa, de modo que o processo de corte ocorre essencialmente ao longo do comprimento do material. Dessa forma, a obtenção de chapas e, posteriormente, dos perfis estruturais dobrados pode ser modelada como um problema de corte unidimensional.

Figura 7 – Bobinas e chapas metálicas



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Fundo branco com uma bobina de aço enrolada, à esquerda, posicionada horizontalmente sobre um pallet de madeira e presa por cintas metálicas, com formato cilíndrico e superfície brilhante. À direita, um conjunto de chapas metálicas planas empilhadas, de formato retangular e acabamento uniforme.

A empresa mantém estoques de tiras de aço cortadas, denominadas *blanks* (Figura 8), que correspondem a itens intermediários do processo produtivo, bem como estoques de perfis dobrados, correspondentes aos produtos finais. Os blanks são obtidos a partir do corte das chapas, sendo caracterizados principalmente por seu comprimento e espessura, e ainda não passaram pelo processo de dobra. Após essa etapa, os blanks são transformados em perfis estruturais.

Figura 8 – Blank



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: *Blank* metálico em formato retangular, correspondente a uma chapa plana cortada, com superfície lisa e acabamento uniforme, apresentado isoladamente sobre fundo claro.

Antes da definição de novos cortes, a empresa verifica os estoques disponíveis, tanto de blanks quanto de perfis dobrados, visando otimizar a utilização das chapas. Ressalta-se que a gestão dos estoques de perfis dobrados também desempenha papel relevante no processo produtivo, uma vez que pode influenciar decisões relacionadas à produção, como a necessidade de novos cortes ou o atendimento da demanda. Entretanto, neste trabalho, não são consideradas decisões associadas ao controle dinâmico desses estoques, sendo a demanda tratada de forma agregada.

4.3 DETERMINAÇÃO DE BLANKS

Cada perfil estruturado possui um comprimento específico de corte nas chapas, denominado *blank*, uma espessura definida, correspondente à espessura da chapa obtida a partir do desenrolamento e corte das bobinas, e uma demanda associada. Esses parâmetros constituem informações essenciais para o funcionamento do modelo proposto, uma vez que determinam tanto o consumo de matéria-prima quanto a compatibilidade dos itens a serem obtidos nos padrões de corte.

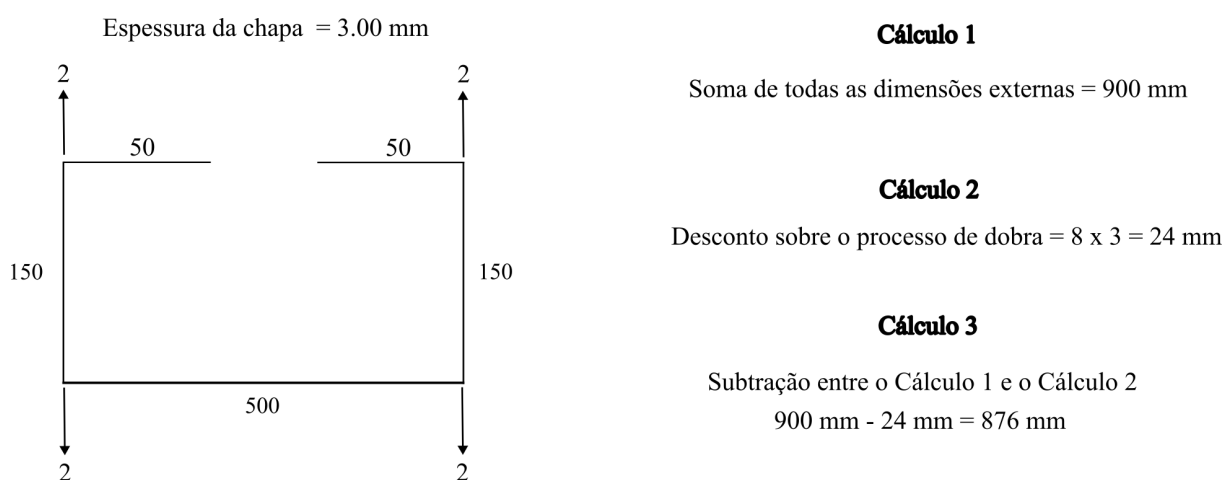
A determinação dos comprimentos dos *blanks* para a fabricação dos produtos finais, na indústria parceira, pode ser realizada com base em medidas/dimensões externas. Nesse procedimento, inicialmente são somadas todas as dimensões externas do perfil estruturado que se deseja dobrar. Em seguida, é calculado um desconto associado ao processo de dobra, obtido pelo produto entre a espessura da chapa e o número de dobras necessárias. Conforme critério operacional adotado

pela empresa, o número de dobras é sempre multiplicado por 2, ou seja, se forem necessárias 4 dobras para a fabricação do perfil, a espessura será multiplicada por 8.

A subtração desse desconto justifica-se pelo fato de que a soma das dimensões externas superestima o comprimento real necessário do material. Durante o processo de dobra, ocorre uma redistribuição do material na região das dobras. Assim, o desconto aplicado atua como uma correção que aproxima o comprimento do *blank* ao comprimento necessário após a estruturação.

O comprimento final do *blank* é então determinado pela subtração desse desconto da soma das dimensões externas. A Figura 9 ilustra esse procedimento.

Figura 9 – Cálculo do corte de um perfil a partir de medidas externas



Corte do perfil = 876 mm

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Legenda: Fazer

A definição dos *Blanks* está ligada diretamente às etapas seguintes deste trabalho. A partir desses comprimentos, o modelo de otimização determina os padrões de corte que serão processados nas máquinas da indústria, transformando chapas em itens menores destinados à etapa de dobra. Assim, o cálculo adequado dos *Blanks* influencia tanto no consumo de matéria-prima quanto na dinâmica operacional entre cortes e dobras, se justificando como etapa fundamental na modelagem apresentada nos próximos capítulos. Neste trabalho as palavras blanks e itens são usadas para expressar o mesmo conceito.

4.4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Após as definições apresentadas nas seções anteriores, envolvendo chapas, *blanks*, produtos finais, processos de dobra e a noção de pilhas abertas, esta seção introduz os conjuntos, parâmetros e variáveis utilizados no modelo matemático. O problema tratado integra decisões de corte (CSP), sequenciamento de padrões (PSP) e aspectos do problema de limitação do número de pilhas abertas (LOSP).

O processo do fluxo produtivo da empresa parceira, que é considerado nesta dissertação, ocorre em duas etapas: primeiro, as chapas são cortadas para gerar *blanks*; em seguida, os mesmos são dobrados para formar os perfis estruturais finais. A dobradeira possui capacidade de dobra limitada (Cap) e o espaço entre ela e a guilhotina restringe o número de pilhas abertas; isto é, o número de tipos de itens que já foram cortados, mas ainda aguardam dobra. Esse limite, no número de pilhas abertas, é representado por s . Embora o processo de dobra envolva trocas de ferramentas, os custos de setup não são explicitamente considerados na formulação proposta. Assume-se que tais custos são desprezíveis ou não impactam significativamente as decisões de corte e sequenciamento, sendo, portanto, desconsiderados no modelo.

Dentro dessa estrutura integrada, o objetivo é determinar padrões de corte viáveis e definir sua ordem de processamento de modo a atender a demanda de perfis dobrados, respeitar o limite máximo de pilhas abertas e minimizar o número total de chapas utilizadas. Essa integração é fundamental, pois o sequenciamento dos padrões afeta diretamente o número de pilhas abertas.

Para a formulação do modelo, algumas simplificações são adotadas com o objetivo de torná-lo tratável do ponto de vista computacional e compatível com o nível de decisão considerado. Inicialmente, assume-se que as bobinas de aço já foram previamente processadas e convertidas em chapas de dimensões padronizadas. Dessa forma, o modelo não representa explicitamente a etapa de desbobinamento, concentrando-se apenas nas decisões de corte e dobra. Além disso, não são considerados tempos de processamento associados às operações de corte e dobra. Em particular, assume-se que cada padrão de corte é executado como uma unidade discreta de produção, sem distinção entre os tempos das diferentes operações envolvidas.

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho toma como referência uma formulação apresentada por Arbib, Marinelli & Ventura (2016), destinada ao problema de corte unidimensional com limitação do número de pilhas abertas (1-CSP-LOSP). Nesse modelo base, uma pilha é considerada aberta enquanto houver unidades de um item específico que já foram cortadas, mas cuja demanda total, deste item, ainda não foi atingida; o fechamento ocorre apenas quando a soma dos cortes satisfaz completamente a demanda daquele item. Assim, o conceito de pilha aberta depende exclusivamente do atendimento da demanda.

No ambiente industrial estudado, entretanto, o processo inclui uma etapa adicional: a dobra dos *blanks* para a formação dos produtos finais. Na empresa estudada, um item só é concluído após sua dobra; portanto, mesmo quando toda a demanda de um item já foi cortada, a pilha permanece aberta enquanto houver unidades deste item aguardando serem processadas pela

dobreadeira. Essa característica operacional cria uma diferença estrutural em relação ao modelo de Arbib, Marinelli & Ventura (2016) e exige uma redefinição do conceito de pilhas abertas, isto é, a pilha de um item permanece aberta sempre que o número de unidades cortadas menos o número de unidades dobradas for positivo.

Outra diferença relevante diz respeito à representação do horizonte de tempo. No modelo de Arbib, Marinelli & Ventura (2016), cada período está associado apenas ao sequenciamento dos padrões de corte. Com base nas hipóteses adotadas, o horizonte de planejamento é modelado de forma discreta, em que cada posição da sequência corresponde à execução de um padrão de corte. No presente estudo, cada chapa assume simultaneamente dois papéis: é uma unidade física de matéria-prima e também um intervalo de decisão no qual ocorrem operações de corte ou dobra. Essa escolha busca refletir o funcionamento da produção na empresa estudada.

Assim, a representação temporal por chapas permite capturar a dinâmica de acúmulo de pilhas abertas e o impacto direto da limitação da dobreadeira sobre o ritmo de corte. Essa representação pode corresponder, na prática, à interrupção momentânea da operação de corte para que a dobreadeira processe o material acumulado. Nesse caso, o tempo associado à chapa é contabilizado, mesmo que não haja corte efetivo.

A seguir, são apresentados os conjuntos, parâmetros e variáveis que compõem o modelo desenvolvido, bem como as relações que descrevem o comportamento integrado entre geração de *blanks*, sequenciamento de padrões e limitações impostas pela capacidade da dobreadeira.

4.4.1 Modelo

4.4.1.1 Conjuntos e Parâmetros:

- u : Quantidade de chapas em estoque (e também o horizonte de tempo) ($1 \leq l \leq u$);
- B : Conjunto de tipos de itens demandados ($i \in B$);
- d_i : Demanda do item $i \in B$;
- w_i : Comprimento do item $i \in B$;
- w : Comprimento da chapa em estoque;
- $M = \sum_{i \in B} d_i + 1$: parâmetro utilizado na vinculação de restrições envolvendo pilhas abertas, definido como um valor suficientemente grande, superior ao número total de itens demandados.
- s : Limite máximo de pilhas abertas;
- Cap : Capacidade de dobras em cada unidade de tempo.

4.4.1.2 Variáveis de Decisão:

- y_l : Variável binária que indica se a chapa l é cortada;
- $x_{i,l}$: Variável inteira que representa o número de itens do tipo i cortados na chapa l ;
- $q_{i,l}$: Variável binária que indica se a pilha do item i está aberta no tempo l ;
- $z_{i,l}$: Variável inteira que representa a quantidade de itens i dobrados no tempo l ;
- $h_{i,l}$: Indica o estoque acumulado na pilha do item i após o processamento da chapa l . O valor para h_{i0} é um dado do problema.

Do ponto de vista de modelagem, considere um conjunto de itens $I = \{1, 2, \dots, m\}$, em que cada item $i \in I$ possui comprimento w_i e demanda d_i . Esses itens são produzidos a partir do corte de objetos padronizados (chapas) de comprimento fixo w . O problema consiste em determinar um conjunto de padrões de corte e o número de vezes que cada padrão deve ser utilizado, de modo a atender à demanda dos itens. Além disso, diferentemente da formulação clássica do problema de corte de estoque, considera-se explicitamente a sequência de processamento dos padrões gerados, incorporando restrições operacionais relacionadas ao número de pilhas abertas simultaneamente ao longo do processo produtivo. Tais restrições refletem limitações práticas do sistema, como espaço físico e organização do chão de fábrica.

Dessa forma, a partir das adaptações do modelo de (Arbib; Marinelli; Ventura, 2016) para o contexto produtivo estudado, a formulação matemática que representa o problema integrado de corte, sequenciamento e controle de pilhas abertas pode ser descrita da seguinte forma.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{l=1}^u y_l \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{l=1}^u x_{i,l} \geq d_i, \quad i \in B, \quad (2)$$

$$\sum_{l=1}^u z_{i,l} = d_i, \quad i \in B, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in B} w_i x_{i,l} \leq w y_l, \quad 1 \leq l \leq u, \quad (4)$$

$$h_{i,l} = h_{i,l-1} + x_{i,l} - z_{i,l} \quad i \in B, 1 \leq l \leq u \quad (5)$$

$$h_{i,l} \leq M q_{i,l} \quad i \in B, 1 \leq l \leq u \quad (6)$$

$$h_{i,l} \geq q_{i,l} \quad i \in B, 1 \leq l \leq u \quad (7)$$

$$\sum_{i \in B} q_{i,l} \leq s, \quad 1 \leq l \leq u, \quad (8)$$

$$\sum_{i \in B} z_{i,l} \leq Capy_l, \quad 1 \leq l \leq u, \quad (9)$$

$$y_{l+1} \leq y_l, \quad 1 \leq l \leq u, \quad (10)$$

$$x_{i,l}, z_{i,l} \in \mathbb{N}, \quad i \in B, 1 \leq l \leq u, \quad (11)$$

$$h_{i,l} \in \mathbb{R}^+, \quad i \in B, 1 \leq l \leq u, \quad (12)$$

$$y_l, q_{i,l} \in \{0, 1\} \quad i \in B, 1 \leq l \leq u. \quad (13)$$

No modelo (1)-(13), a função objetivo (1) minimiza o número de chapas y_l , que são cortadas e transformadas em itens, com $1 \leq l \leq u$. Visto que cada chapa representa uma unidade de tempo de corte, a minimização do número de chapas resulta na minimização do tempo total necessário para processar todos os padrões de corte. A restrição (2) garante que a quantidade total de cortes $x_{i,l}$, de cada item i , em todas as chapas, seja suficiente para atender à demanda total d_i . A restrição (3) garante que a quantidade total de itens dobrados, para cada item i , atenda à demanda total d_i . A restrição (4) limita o comprimento total cortado, de cada item na chapa l , à sua largura w . Além disso, vincula o corte ao uso: só é permitido cortar se a chapa for ativada ($y_l = 1$). A restrição (5) define que o estoque na pilha do item i , ao final do período l ($h_{i,l}$), é igual ao estoque do período anterior ($h_{i,l-1}$), mais o que foi cortado ($x_{i,l}$), menos o que foi dobrado ($z_{i,l}$). Esta restrição é fundamental para rastrear a quantidade real de material cortado em estoque nas pilhas, ou seja, o material que ainda não foi dobrado. A restrição (6) utiliza um número grande M para ligar a quantidade de estoque à variável binária da pilha. Se houver qualquer quantidade de estoque ($h_{i,l} > 0$), a desigualdade força a variável de pilha aberta como 1 ($q_{i,l} = 1$). A restrição (7) trabalha em conjunto com (6) para garantir a lógica binária. Ela garante que, se o modelo decidir que uma pilha deve estar aberta ($q_{i,l} = 1$), deve haver pelo menos uma unidade em estoque ($h_{i,l} \geq 1$). A restrição (8) impõe um limite máximo (s), no número de pilhas que podem estar abertas simultaneamente, em qualquer tempo de processamento l . A restrição (9) garante que o número total de peças dobradas, em um tempo de processamento l nunca exceda a capacidade máxima da dobradeira (Cap). Além disso, impede que qualquer dobra ($z_{i,l} > 0$) ocorra se o tempo l não for utilizado ($y_l = 0$). Com o objetivo de reduzir simetrias do modelo, a restrição (10) força a utilização sequencial das chapas em estoque. A chapa $l + 1$ só pode ser usada se a chapa l já tiver sido usada. Por fim, as restrições (11), (12) e (13) definem o que cada variável representa em termos de tipo numérico.

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, apresentamos os resultados computacionais obtidos para a avaliação do desempenho do modelo proposto. A experimentação foi estruturada em três etapas principais. Inicialmente, será explorado um exemplo ilustrativo, utilizando dados reduzidos para facilitar a compreensão didática do funcionamento e da aplicação conceitual do modelo. Em seguida, detalharemos a análise de um exemplo real, baseado nos dados da indústria que motivou o presente estudo, buscando obter uma solução que se alinhe às exigências e necessidades práticas da empresa. Por fim, um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente é proposto a fim de explorar o desempenho e os resultados do modelo frente a diferentes conjuntos de parâmetros de entrada. Vale ressaltar que foi imposto um limite máximo de 600 segundos de tempo computacional.

O modelo foi implementado em Python e resolvido usando o pacote de otimização Gurobi 12.0.1, pela máquina Galaxy Book, que consiste de um processador Intel(R) Processor U300 de 1200 Mhz de frequência e 8 GB de memória RAM, sob o sistema operacional Windows 11 Home Single Language.

5.1 EXEMPLO ILUSTRATIVO

O exemplo a seguir foi construído com o objetivo de facilitar a compreensão do problema e do modelo proposto, bem como de ilustrar de que forma a variação dos parâmetros de restrição (s e Cap) impacta diretamente o plano de corte, o número de chapas utilizadas e o desempenho computacional do método que resolve o modelo. Ressalta-se que, nesse exemplo, a quantidade de chapas disponíveis (assim como o número de períodos) em estoque é de 19 unidades, ou seja, $u = 19$.

Assim, seja uma carteira de pedidos para o corte de 4 itens unidimensionais, seguindo os comprimentos e as demandas explicitados na Tabela 1. Tais itens devem ser cortados em chapas de tamanho 12 ($w = 12$).

Tabela 1 – Dados dos itens a serem cortados.

Item	1	2	3	4
w_i (comprimento)	1	2	3	4
d_i (demanda)	8	6	4	3

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

5.1.1 Restrições rígidas ($s = 2$ e $Cap = 2$)

Nesse primeiro cenário, simula-se um ambiente com restrições operacionais mais rígidas: o limite máximo de pilhas abertas simultaneamente é $s = 2$, e a capacidade de dobra por unidade

de tempo é $Cap = 2$. A Tabela 2 apresenta a solução obtida para esse caso. Nela, a notação $a(b)$ possui dois significados, conforme a coluna em que aparece:

- Nas colunas “Pilhas abertas” e “Pilhas fechadas”, $a(b)$ indica que existem a pilhas abertas (ou fechadas) associadas ao item b .
- Na coluna “Itens dobrados”, a notação $a(b)$ representa que foram dobradas a unidades do item b naquela chapa.

Essa convenção permite representar de forma compacta as combinações de itens em pilhas e o estado de abertura ou fechamento das mesmas durante o processo de dobra.

Além das variáveis diretamente consideradas na formulação, como o número de chapas utilizadas e o controle de pilhas abertas, é apresentada também a métrica de aproveitamento das chapas. Essa medida indica a proporção do material efetivamente utilizado em relação à capacidade total de cada chapa, permitindo avaliar o nível de desperdício associado aos padrões de corte gerados.

Embora o aproveitamento não seja explicitamente otimizado no modelo, sua análise é relevante para verificar os impactos das restrições operacionais — como o limite de pilhas abertas e a capacidade de dobra — sobre a eficiência do uso da matéria-prima.

Tabela 2 – Solução do problema utilizando $s = 2$ e $Cap = 2$.

Chapas	Itens (w_i)				Aproveitamento das chapas	Itens dobrados	Pilhas fechadas	Pilhas abertas
	1	2	3	4				
1 (Com cortes)	0	2	0	0	33.3%	2(2)	1(2)	–
2 (Com cortes)	2	4	0	0	83.3%	2(1)	1(1)	1(2)
3 (Com cortes)	0	0	0	2	66.6%	2(4)	1(4)	1(2)
4 (Com cortes)	1	0	0	0	8.3%	2(2)	–	1(1) e 1(2)
5 (Com cortes)	0	0	0	1	33.3%	1(1) e 1(4)	1(1) e 1(4)	1(2)
6 (Sem cortes)	–	–	–	–	–	2(2)	1(2)	1(2)
7 (Com cortes)	1	0	1	0	33.3%	1(1) e 1(3)	1(1) e 1(3)	–
8 (Com cortes)	2	0	0	0	16.6%	2(1)	1(1)	–
9 (Com cortes)	0	0	1	0	25%	1(3)	1(3)	–
10 (Com cortes)	2	0	0	0	16.6%	2(1)	1(1)	–
11 (Com cortes)	0	0	2	0	50%	2(3)	1(3)	–
$\sum$	8	6	4	3	–	21	12	–
Média	–	–	–	–	36,63%	–	–	–

Chapas utilizadas: 10 unidades **Tempo computacional (s):** 0.09 **GAP:** 0.00%

Tempo total de dobra utilizado: 11 unidades de tempo

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

O modelo proposto utilizou 10 chapas para satisfazer as demandas de corte e dobra. Observa-se que algumas chapas apresentaram um elevado grau de aproveitamento — como a Chapa 2,

com 83,3% do material utilizado. No entanto, o desempenho geral do modelo demonstra que, sob restrições operacionais mais rigorosas (limite máximo de $s = 2$ pilhas abertas e capacidade de dobra $Cap = 2$), a minimização do desperdício não foi plenamente efetiva. A baixa média de aproveitamento das chapas, igual a 36,63%, reflete o impacto das restrições operacionais consideradas no modelo, e não uma limitação do método de otimização. Em particular, o limite no número de pilhas abertas e a capacidade de dobra reduzem a flexibilidade na combinação de itens em cada chapa, o que pode levar à geração de padrões de corte com menor eficiência no uso do material, mesmo quando a solução obtida é ótima.

O tempo total de dobra de 11 unidades reflete a limitação imposta pela baixa capacidade da máquina, exigindo uma sequência de dobras mais distribuída ao longo das chapas. O tempo computacional de apenas 0,09 segundos e o GAP nulo (0,00%) evidenciam a eficiência e robustez da formulação integrada para instâncias de pequeno porte.

Esse cenário serve, portanto, como base para os experimentos subsequentes, permitindo avaliar como a flexibilização das restrições operacionais (s e Cap) impacta o desempenho do modelo e o aproveitamento da matéria-prima.

5.1.2 Restrição com flexibilização do parâmetro s ($s = 4$ e $Cap = 2$)

Em um segundo cenário, ocorre a flexibilização da restrição de pilhas abertas, elevando-a para $s = 4$, enquanto a capacidade da dobradeira se manteve a mesma ($Cap = 2$). Os resultados podem ser observados na Tabela 3.

Tabela 3 – Solução do problema utilizando $s = 4$ e $Cap = 2$.

Chapas	Itens (w_i)				Aproveitamento das chapas	Itens dobrados	Pilhas fechadas	Pilhas abertas
	1	2	3	4				
1 (Com cortes)	2	0	1	1	75%	2(1)	1(1)	1(3) e 1(4)
2 (Com cortes)	1	2	0	1	75%	2(4)	1(4)	1(2) e 1(3)
3 (Com cortes)	0	4	0	0	66,6%	1(1) e 1(3)	1(1) e 1(3)	1(2)
4 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	2(2)	–	1(2)
5 (Com cortes)	5	0	1	1	100%	2(2)	–	1(1), 1(2), 1(3) e 1(4)
6 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	1(1) e 1(4)	1(4)	1(1), 1(2) e 1(3)
7 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	2(1)	–	1(1), 1(2) e 1(3)
8 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	2(2)	1(2)	1(1) e 1(3)
9 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	2(1)	1(1)	1(3)
10 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	1(3)	1(3)	–
11 (Com cortes)	0	0	2	0	50%	2(3)	1(3)	–
Σ	8	6	4	3	–	21	9	–
Média	–	–	–	–	72,32%	–	–	–

Chapas utilizadas: 5 unidades **Tempo computacional (s):** 0.23 **GAP:** 0.00%

Tempo total de dobra utilizado: 11 unidades de tempo

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Em comparação com o primeiro cenário, esta segunda configuração apresenta maior eficiência, evidenciada pela redução no número de chapas utilizadas. Esse comportamento decorre do aumento do limite de pilhas abertas, que amplia as possibilidades de combinação de itens nos padrões de corte. Como consequência, o modelo consegue gerar padrões mais eficientes, resultando em melhor aproveitamento das chapas.

Observa-se ainda que o tempo total de dobra permaneceu constante (11 unidades de tempo), indicando que o ganho de desempenho decorre exclusivamente da otimização dos padrões de corte, e não de uma redução no esforço de dobra. Enquanto o cenário mais restritivo demandou 10 chapas para atender à demanda, a flexibilização de s possibilitou alcançar a solução ótima com apenas 5 chapas.

Além disso, o modelo apresentou uma média de aproveitamento maior das chapas, que totalizou 72,32% do material utilizado, evidenciando a eficiência do arranjo obtido. O GAP de 0,00% e o tempo computacional de 0,23 segundos indicam que a formulação foi capaz de encontrar uma solução ótima para a instância considerada, com baixo esforço computacional.

5.1.3 Restrição com flexibilização do parâmetro Cap ($s = 2$ e $Cap = 4$)

Nesse último cenário, ocorre a flexibilização da restrição associada à capacidade da dobradeira, elevando-a para $Cap = 4$, enquanto o limite máximo de pilhas abertas é retornado ao valor inicial, $s = 2$. Os resultados correspondentes são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Solução do problema utilizando $s = 2$ e $Cap = 4$.

Chapas	Itens (w_i)				Aproveitamento das chapas	Itens dobrados	Pilhas fechadas	Pilhas abertas
	1	2	3	4				
1 (Com cortes)	8	0	1	0	91,6%	2(1) e 1(3)	1(3)	1(1)
2 (Com cortes)	0	2	0	0	33,3%	2(1) e 2(2)	1(2)	1(1)
3 (Com cortes)	0	4	0	0	66,6%	4(1)	1(1)	1(2)
4 (Com cortes)	0	0	0	3	100%	4(2)	1(2)	1(4)
5 (Sem cortes)	0	0	0	0	–	3(4)	1(4)	–
6 (Com cortes)	0	0	3	0	75%	3(3)	1(3)	–
Σ	8	6	4	3	–	21	6	–
Média	–	–	–	–	73,3%	–	–	–

Chapas utilizadas: 5 unidades **Tempo computacional (s):** 0.23 **GAP:** 0.00%

Tempo total de dobra utilizado: 6 unidades de tempo

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Com a alteração dos parâmetros, o modelo continuou a utilizar apenas 5 chapas para satisfazer toda a demanda, alcançando um gap de otimalidade de 0,00%. Observa-se que o aumento da capacidade de dobra permitiu que o modelo integrasse as operações de corte e dobra de maneira mais eficiente, otimizando o uso dos recursos produtivos. Essa maior flexibilidade operacional

resultou em uma redução significativa do tempo total necessário para o processamento das peças (6 unidades de tempo). Destacam-se os resultados do aproveitamento: a chapa 4 apresentou aproveitamento total da matéria-prima (100%) e a chapa 1 atingiu aproximadamente 91,6% de utilização.

Além disso, o tempo computacional de 0,23 segundos confirma que a formulação integrada mantém um excelente desempenho, mesmo sob parâmetros operacionais distintos, resolvendo o problema de forma rápida e ótima. Este cenário evidencia que o aumento da capacidade da dobradeira impacta diretamente na redução do número de chapas necessárias, do desperdício de material e do tempo total de produção.

5.1.4 Conclusões

A comparação entre os três cenários permite concluir que a flexibilização das restrições (s e Cap) ampliou o espaço de soluções viáveis, permitindo ao modelo encontrar combinações mais eficientes de corte e dobra. Esse comportamento reforça a importância de adequar os parâmetros operacionais para equilibrar a produtividade, o aproveitamento da matéria-prima utilizada e o tempo de processamento. Vale ressaltar que caso não houvessem tais restrições, a solução ideal, para a instância, utilizaria apenas 4 chapas.

5.2 EXEMPLO INDUSTRIAL REAL

A instância apresentada nesta subseção foi obtida a partir da indústria que motivou o desenvolvimento deste estudo. Os dados referentes às demandas e aos comprimentos dos itens a serem cortados foram extraídos de uma carteira de produção. A instância considerada é composta por 12 tipos de itens, associados a diferentes perfis estruturais produzidos pela empresa (perfis dos tipos U, L e UE), com variações em suas dimensões geométricas. Os itens considerados possuem espessura de 2,00 mm. Na Tabela 5 são apresentados, de forma detalhada, os comprimentos (w_i) e as respectivas demandas (d_i) dos 12 tipos de itens considerados na instância analisada.

Tabela 5 – Dados dos itens a serem cortados.

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
w_i (comprimento)	128	143	161	192	232	242	294	352	384	434	884	924
d_i (demanda)	1	37	214	42	9	10	43	5	16	12	10	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Além dos dados apresentados, o problema foi analisado sob diferentes configurações operacionais, variando-se parâmetros relevantes do processo produtivo com o objetivo de extrair *insights* ao contexto industrial estudado. Em particular, foram consideradas cinco combinações entre o limite máximo de pilhas abertas (s) e a capacidade da dobradeira (Cap), de modo a avaliar o impacto dessas restrições sobre o desempenho do sistema produtivo. As configurações

analisadas são dadas por

$$(s, Cap) \in \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}.$$

Os resultados obtidos a partir do modelo de otimização, para cada uma das configurações analisadas, são apresentados a seguir na Tabela 6.

Tabela 6 – Resumo dos resultados médios obtidos para os diferentes cenários

(s, Cap)	Chapas utilizadas	Aproveitamento das chapas	Tempo total de dobra utilizado	Tempo computacional (s)	GAP (%)
(2, 3)	98	74,7%	134	27,45	0.00
(3, 4)	93	78,8%	100	31.36	0.00
(4, 5)	80	91,6%	80	45.62	0.00
(5, 6)	76	96,45%	76	600,11	2.63
(6, 7)	76	96,45%	76	600,13	2.63

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

5.2.1 Análise dos resultados

A partir dos resultados apresentados na Tabela 6, observa-se claramente a influência dos parâmetros operacionais — número máximo de pilhas abertas (s) e capacidade da dobradeira (Cap) — sobre o desempenho do modelo. À medida que esses limites são ampliados, se torna efetiva a redução do número de chapas utilizadas e no aumento do aproveitamento da matéria-prima.

No contexto industrial analisado, considera-se que o cenário $(s, Cap) = (4, 5)$ representa o nível de operação atualmente praticado pela empresa. Nesse caso, o modelo utiliza, em média, 80 chapas, com um aproveitamento de 91,6% e um tempo total de dobra igual a 80 unidades. A partir desse cenário é possível avaliar tanto os ganhos associados ao aumento da capacidade operacional quanto as perdas de uma eventual redução desses limites. Ao se aumentar os parâmetros de $(4, 5)$ para $(5, 6)$ percebe-se uma redução no número de chapas utilizadas de 80 para 76 chapas e, consequentemente, um aumento no aproveitamento das chapas. No entanto, o se aumentar os parâmetros de $(5, 6)$ para $(6, 7)$, observa-se que o número de chapas utilizadas não se reduz em relação ao cenário anterior, permanecendo em 76 unidades, assim como o tempo total de dobra. Esses resultados indicam que, a partir de determinado nível de flexibilidade, o sistema atinge um limite, no qual ganhos de eficiência material deixam de ser significativos. Por outro lado, o aumento expressivo do tempo computacional, aliado à ocorrência de GAPs de 2,63%, sugere que tais cenários implicam maior complexidade de resolução. Em sentido oposto, a redução dos parâmetros para $(3, 4)$ e $(2, 3)$, resulta em perdas de desempenho. Nesses casos, o número de chapas utilizadas aumenta para 93 e 98 unidades, respectivamente, enquanto o aproveitamento das chapas cai para 78,8% e 74,7%. Além disso, observa-se um aumento no

tempo total de dobra, evidenciando que restrições mais rígidas comprometem tanto o consumo de material quanto a eficiência do processo produtivo.

De maneira geral, os resultados indicam que o cenário $(s, Cap) = (4, 5)$ constitui um equilíbrio adequado entre eficiência material, esforço de dobra e tempo computacional. No entanto, o aumento para $(s, Cap) = (5, 6)$ representa um ganho de produtividade de aproximadamente 5%, as custas de um tempo computacional mais elevado para a resolução do modelo. Embora a ampliação das capacidades não gere ganhos relevantes, a partir de $(s, Cap) = (5, 6)$, a sua redução acarreta em perdas significativas. Assim, o modelo fornece evidências quantitativas que podem auxiliar a empresa tanto na validação do nível operacional adotado quanto na avaliação dos impactos de eventuais mudanças em sua produtividade.

5.3 INSTÂNCIAS GERADAS ALEATORIAMENTE

Para testar a formulação apresentada nas equações (3.1)–(3.13), foram geradas **900 instâncias** distintas, contemplando diferentes combinações de tamanhos de itens, níveis de demanda, parâmetros operacionais e número de tipos de itens (3 números de tipos de itens $\times$ 2 tamanhos para os itens $\times$ 3 tipos de demandas $\times$ 5 diferentes combinações de $(s, Cap) \times$ 10 instâncias para cada combinação). O comprimento das chapas disponíveis em estoque foi fixado em $w = 1200$ e o número de tipos de itens por instância foi definido como $|B| \in \{4, 10, 20\}$.

Com o objetivo de facilitar a análise dos padrões de corte, os itens foram classificados em dois grupos, de acordo com seus comprimentos:

- **Itens pequenos:** $w_i \in [100, 200]$;
- **Itens grandes:** $w_i \in [201, 400]$.

Os níveis de demanda (d_i) foram definidos de forma distinta conforme o número de tipos de itens considerado em cada instância. Essa escolha foi realizada com o objetivo de manter um equilíbrio no porte das instâncias analisadas, evitando que o crescimento simultâneo do número de itens e das demandas resultasse em problemas para o modelo, com impacto significativo no esforço computacional necessário para sua resolução.

Para instâncias com $|B| = 4$, que representam cenários com poucos tipos de itens, foram considerados os seguintes níveis de demanda:

- **Baixa demanda:** $d_i \in [1, 200]$;
- **Média demanda:** $d_i \in [201, 400]$;
- **Alta demanda:** $d_i \in [401, 600]$.

Para instâncias com $|B| \in \{10, 20\}$, que representam cenários com maior diversidade de tipos de itens, os níveis de demanda foram ajustados, conforme segue:

- **Baixa demanda:** $d_i \in [1, 100]$;
- **Demanda variada:** $d_i \in [1, 200]$;
- **Alta demanda:** $d_i \in [100, 200]$.

De forma análoga ao exemplo real apresentado anteriormente, os parâmetros operacionais foram variados de acordo com três configurações do limite de pilhas abertas (s) e da capacidade da dobradeira (Cap), dadas por

$$(s, Cap) \in \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}.$$

Por fim, o parâmetro u , que representa o número de chapas disponíveis em estoque, foi determinado de acordo com a expressão:

$$u = 5 \times \left\lceil \frac{\sum_{i=1}^{|B|} w_i d_i}{w} \right\rceil.$$

O valor $\left\lceil \frac{\sum_{i=1}^{|B|} w_i d_i}{w} \right\rceil$ corresponde a um limite inferior para o número de chapas necessárias para atender toda a demanda. O fator multiplicativo foi introduzido como uma margem de folga, com o objetivo de evitar que o número de chapas disponíveis se torne uma restrição limitante do modelo. A escolha do fator 5 busca garantir que o conjunto de soluções factíveis não seja reduzido, ao mesmo tempo em que mantém o tamanho do modelo em níveis computacionalmente tratáveis.

Cada instância corresponde a um problema independente e foi resolvida considerando um limite máximo de 600 segundos de tempo computacional. Ao final das execuções, foram computadas as seguintes métricas: o número médio de chapas utilizadas, a porcentagem média do aproveitamento das chapas utilizadas, o tempo total de dobra utilizado, a quantidade de instâncias factíveis e ótimas, o tempo médio computacional e o *GAP* médio obtido. Ressalta-se que, quando menos de 10 instâncias apresentaram solução factível, a média do número de chapas utilizadas foi calculada considerando apenas aquelas para as quais foi encontrada uma solução factível, evitando a inclusão de instâncias sem solução.

5.3.1 Resultados para $|B| = 4$

Tabela 7 – Resumo dos resultados médios obtidos para $|B| = 4$

Itens (w_i)	Demanda (d_i)	(s, Cap)	Média de Chapas utilizadas	Aproveitamento das Chapas	Tempo total de dobra utilizado	Soluções Factíveis	Soluções Ótimas	Tempo Médio (s)	GAP Médio
[100, 200]	[1, 200]	(2, 3)	96,9	54,5%	138,9	10	10	2,18	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(3, 4)	71,8	71,2%	96,9	10	10	2,96	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(4, 5)	56,5	84,42%	77,5	10	10	2,04	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(5, 6)	54,1	88,4%	64,7	10	10	2,15	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(6, 7)	53	89,6%	55,9	10	10	23,46	0.00%
[100, 200]	[201, 400]	(2, 3)	349,2	44,18%	398,4	10	10	17,07	0.00%
[100, 200]	[201, 400]	(3, 4)	258,8	60,57%	298,9	10	10	17	0.00%
[100, 200]	[201, 400]	(4, 5)	178,3	85,96%	239,2	10	10	25,4	0.00%
[100, 200]	[201, 400]	(5, 6)	173,7	85,14%	197,3	10	10	17,66	0.00%
[100, 200]	[201, 400]	(6, 7)	163,2	92,13%	172,5	10	8	154,13	0,57%
[100, 200]	[401, 600]	(2, 3)	581,5	44,04%	670	10	10	32,03	0.00%
[100, 200]	[401, 600]	(3, 4)	440,8	63,37%	502,8	10	10	43,07	0.00%
[100, 200]	[401, 600]	(4, 5)	300,8	82,9%	402,1	10	10	45,8	0.00%
[100, 200]	[401, 600]	(5, 6)	288	86,70%	335,4	10	10	66,09	0.00%
[100, 200]	[401, 600]	(6, 7)	274,1	92,01%	291,6	10	8	176,56	0,87%
[201, 400]	[1, 200]	(2, 3)	140	78,97%	144,3	10	10	20,31	0.00%
[201, 400]	[1, 200]	(3, 4)	120	92,54%	120,1	10	9	82,05	0.139%
[201, 400]	[1, 200]	(4, 5)	118,8	93,29%	188,8	10	8	140,235	0.739%
[201, 400]	[1, 200]	(5, 6)	118,5	94,45%	118,5	10	9	97,35	0,4%
[201, 400]	[1, 200]	(6, 7)	118,5	94%	118,5	10	8	164,34	0,53%
[201, 400]	[201, 400]	(2, 3)	372,9	77,91%	396,8	10	10	94,056	0.00%
[201, 400]	[201, 400]	(3, 4)	315,7	92,39%	315,7	10	6	434,346	0.927%
[201, 400]	[201, 400]	(4, 5)	312,6	93,43%	312,6	10	3	496,304	1,573%
[201, 400]	[201, 400]	(5, 6)	312,5	93,47%	312,5	10	4	410,96	1,53%
[201, 400]	[201, 400]	(6, 7)	318,1	92,1%	405,3	10	3	531,42	9,04%
[201, 400]	[401, 600]	(2, 3)	653,1	79,03%	727,3	10	9	287,638	4,745 %
[201, 400]	[401, 600]	(3, 4)	574,8	89,4%	919	9	4	453,96	17,01%
[201, 400]	[401, 600]	(4, 5)	608,4	86,8%	1594,7	10	3	520,898	39,292%
[201, 400]	[401, 600]	(5, 6)	554,33	92,37%	860,3	9	6	408,14	16,65%
[201, 400]	[401, 600]	(6, 7)	573,3	91,93%	1009,5	10	6	483,21	22,69%

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

5.3.1.1 Análise dos resultados para $|B| = 4$

De maneira geral, temos que o aumento gradual de s e Cap (passando de configurações mais restritivas, como (2, 3), até cenários mais flexíveis, como (5, 6) e (6, 7)) implica em uma redução no número médio de chapas utilizadas, acompanhada por um aumento expressivo no aproveitamento das chapas.

Entretanto, essa melhora não ocorre sem custos. À medida que os parâmetros (s, Cap) aumentam, observa-se um crescimento significativo no tempo computacional, sobretudo nos cenários de maior demanda. Nos casos com demandas médias e altas, a configuração (6, 7) frequentemente apresenta tempos médios de resolução superiores aos observados para (5, 6) ou (4, 5), além de uma redução no número de soluções ótimas encontradas dentro do limite de tempo. Isso indica que, embora a flexibilidade adicional permita economizar chapas, ela também amplia consideravelmente o espaço de busca, tornando o problema mais difícil de resolver.

Para itens de menor comprimento $[100, 200]$, o modelo mostrou-se robusto mesmo diante do aumento da flexibilidade operacional. Em praticamente todos os níveis de demanda, inclusive com $(s, Cap) = (5, 6)$, foram encontradas soluções ótimas em todas as instâncias, com *GAP* médio igual a zero. A exceção ocorre nos cenários mais extremos, com altas demandas e $(s, Cap) = (6, 7)$, nos quais começam a surgir pequenos *GAPs* e uma queda no número de soluções ótimas. Entretanto, para itens maiores, na faixa $[201, 400]$, o impacto do aumento de (s, Cap) torna-se ainda mais evidente. Embora configurações como $(5, 6)$ consigam manter bons níveis de aproveitamento das chapas, elas já apresentam uma diminuição no número de soluções ótimas e tempos computacionais elevados. No caso de $(6, 7)$, esse efeito se intensifica: além do aumento do tempo médio de solução, surgem *GAPs* mais elevados, especialmente nos cenários com demandas médias e altas. Esses resultados sugerem que, para itens longos e grandes volumes de produção, a flexibilidade excessiva pode ser ruim para ponto de vista computacional.

De forma geral, os experimentos indicam que a dificuldade do problema está relacionada ao volume total de material processado, que depende da combinação entre comprimentos dos itens, níveis de demanda e flexibilidade operacional. Enquanto instâncias com menores volumes são resolvidas rapidamente e de forma ótima, instâncias mais carregadas exigem um equilíbrio entre a economia de chapas e viabilidade computacional. Nesse contexto, os parâmetros $(s, Cap) = (5, 6)$ aparecem como um ponto intermediário interessante, oferecendo bons níveis de aproveitamento com um custo computacional ainda controlável. No entanto, os resultados indicam que o aumento de (s, Cap) para além de $(6, 7)$ ainda podem trazer melhorias na produtividade. Isto sugere que um desenvolvimento futuro de uma heurística para resolver o problema é relevante e deve ser investigado.

Após essa análise dos resultados para instâncias com $|B| = 4$, passamos a apresentar os resultados obtidos para instâncias com $|B| = 10$. Nesse novo conjunto de experimentos, o aumento no número de tipos de itens introduz maior diversidade de comprimentos, enquanto as demandas individuais tendem a ser menores em média, o que altera de forma relevante o comportamento do modelo.

5.3.2 Resultados para $B = 10$

Tabela 8 – Resumo dos resultados médios obtidos para $|B| = 10$

Itens (w_i)	Demanda (d_i)	(s, Cap)	Média de Chapas utilizadas	Aproveitamento das Chapas	Tempo total de dobra utilizado	Soluções Factíveis	Soluções Ótimas	Tempo Médio (s)	GAP Médio
[100, 200]	[1, 100]	(2, 3)	131,3	51,14%	162,4	10	10	18,639	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(3, 4)	110,8	69,01%	122,1	10	10	15,848	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(4, 5)	90,9	77,13%	97,6	10	10	21,4	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(5, 6)	78,2	81%	81,4	10	10	17,80	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(6, 7)	69,9	91,03%	71,1	10	9	65,03	0.14%
[100, 200]	[1, 200]	(2, 3)	300,2	49%	340,1	10	10	39,99	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(3, 4)	213,5	66,3%	255,2	10	10	47,02	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(4, 5)	180	77,51%	206,2	10	10	53,92	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(5, 6)	158,7	80%	170,4	10	10	55,28	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(6, 7)	143,6	87,62%	146,2	10	10	76,04	0.00%
[100, 200]	[100, 200]	(2, 3)	447,8	40,33%	492	10	10	56,5	0.00%
[100, 200]	[100, 200]	(3, 4)	318,9	56,81%	369,1	10	10	97,94	0.00%
[100, 200]	[100, 200]	(4, 5)	278	71,81%	295,4	10	10	91,59	0.00%
[100, 200]	[100, 200]	(5, 6)	238,38	84,92%	247,75	10	10	140,21	0.00%
[100, 200]	[100, 200]	(6, 7)	217,3	90,67%	224,6	10	10	200,9	0.00%
[201, 400]	[1, 100]	(2, 3)	149,7	75,28%	152,9	10	10	97,12	0.00%
[201, 400]	[1, 100]	(3, 4)	121,6	77,88%	121,7	10	3	443,53	2,95%
[201, 400]	[1, 100]	(4, 5)	118,9	95,07%	118,9	10	–	600	4,21%
[201, 400]	[1, 100]	(5, 6)	119,4	94,7%	119,4	10	–	600	4,6%
[201, 400]	[1, 100]	(6, 7)	119,4	94,6%	119,4	10	–	600	4,68%
[201, 400]	[1, 200]	(2, 3)	301,7	78,76%	308,9	10	10	246,41	0.00%
[201, 400]	[1, 200]	(3, 4)	280,6	87,76%	383,2	10	1	574,45	14,88%
[201, 400]	[1, 200]	(4, 5)	254,3	93,11%	255,11	10	–	600	5%
[201, 400]	[1, 200]	(5, 6)	277,7	86,15%	343,1	10	1	588,2	14,01%
[201, 400]	[1, 200]	(6, 7)	273,4	88,8%	406	10	–	600	16,68%
[201, 400]	[100, 200]	(2, 3)	508,63	73,51%	1068,88	8	5	558,06	27,57%
[201, 400]	[100, 200]	(3, 4)	456,67	84,89%	680,33	3	–	600	30,48%
[201, 400]	[100, 200]	(4, 5)	499	84,2%	2016,67	6	–	600	80%
[201, 400]	[100, 200]	(5, 6)	444,83	86,18%	1453,67	6	–	600	54,89%
[201, 400]	[100, 200]	(6, 7)	432,6	89,58%	1082,6	5	–	600	36,03%

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

5.3.2.1 Análise dos Resultados para $|B| = 10$

À medida que as restrições aumentam de (2, 3) para (6, 7), verifica-se um comportamento de melhoria operacional: ocorre uma redução no número médio de chapas utilizadas, acompanhada por um aumento significativo no aproveitamento das chapas e uma diminuição no tempo total de dobra empregado. Esse padrão se mantém para diferentes faixas de demanda dentro do intervalo $[100, 200]$, indicando que o aumento da flexibilidade operacional favorece uma melhor combinação entre cortes e dobras, resultando em soluções mais eficientes do ponto de vista do uso da matéria-prima.

Entretanto, quando os itens passam a pertencer ao intervalo $[201, 400]$, o impacto do aumento de $|B|$ torna-se mais evidente em relação ao tempo computacional. Ainda que os níveis de aproveitamento das chapas permaneçam elevados (em sua maioria, superiores a 85%) observa-se

uma redução significativa no número de soluções ótimas encontradas. Em vários desses cenários, o tempo médio de resolução atinge o limite máximo permitido, e o *GAP* médio passa a assumir valores altos, ultrapassando 4% em instâncias de menor demanda e chegando a patamares superiores a 30%, 50% e até 80%.

Ao comparar os resultados obtidos para $|B| = 10$ com aqueles observados para $|B| = 4$, fica evidente um *trade-off* entre o aproveitamento das chapas e o desempenho computacional. Embora valores maiores de $|B|$ permitam melhor aproveitamento das chapas e redução no número médio de chapas utilizadas, esses ganhos vem acompanhados de um aumento significativo no esforço computacional em instâncias mais complexas. Para $|B| = 4$, o modelo apresenta maior robustez computacional, com tempos médios menores, maior número de soluções ótimas e *GAPs* médios mais baixos em cenários de alta complexidade.

Dessa forma, os resultados para $|B| = 10$ indicam que o aumento da flexibilidade operacional é benéfico em instâncias de menor porte, mas pode comprometer a eficiência do modelo à medida que a complexidade do problema cresce. Os resultados sugerem que $(s, Cap) = (5, 6)$ constitui a melhor configuração para $|B| = 10$, sobretudo em instâncias de baixa e média complexidade. No entanto, os resultados indicam que o aumento de (s, Cap) para além de $(6, 7)$ ainda podem trazer melhorias na produtividade. Isto, novamente, sugere que um desenvolvimento futuro de uma heurística para resolver o problema é relevante e deve ser investigado.

Com base nessas observações, a próxima seção apresenta os resultados obtidos para $|B| = 20$, com o objetivo de investigar se os ganhos operacionais continuam a aumentar ou se os tempos computacionais passam a predominar, limitando a aplicabilidade prática do modelo.

5.3.3 Resultados para $|B| = 20$

Tabela 9 – Resumo dos resultados médios obtidos para $|B|=20$

Itens (w_i)	Demanda (d_i)	(s, Cap)	Média de Chapas utilizadas	Aproveitamento das Chapas	Tempo total de dobra utilizado	Soluções Factíveis	Soluções Ótimas	Tempo Médio (s)	GAP Médio
[100, 200]	[1, 100]	(2, 3)	244,55	46,35%	272,27	10	10	53,47	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(3, 4)	190,70	60,80%	208,30	10	10	96,73	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(4, 5)	157,20	73,67%	166,40	10	10	156,85	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(5, 6)	137,5	77,51%	139	10	10	145,63	0.00%
[100, 200]	[1, 100]	(6, 7)	127,7	85,92%	169,3	10	9	273,13	7,87%
[100, 200]	[1, 200]	(2, 3)	522,6	45,17%	612,5	10	10	312,42	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(3, 4)	438,1	54,22%	534,2	10	9	312,45	6,06%
[100, 200]	[1, 200]	(4, 5)	343,3	68,74%	367,7	10	10	424,77	0.00%
[100, 200]	[1, 200]	(5, 6)	285,2	79,38%	925,8	10	3	540,25	52,02%
[100, 200]	[1, 200]	(6, 7)	291,4	81,17%	1019,5	10	2	584,14	62,08%
[100, 200]	[100, 200]	(2, 3)	892,33	41,63%	1290,67	9	6	543,11	20,52%
[100, 200]	[100, 200]	(3, 4)	723,63	50,95%	1680,88	8	1	592,63	51,56%
[100, 200]	[100, 200]	(4, 5)	578,78	63,75%	1135	9	5	536,93	29,72%
[100, 200]	[100, 200]	(5, 6)	504,33	73,54%	1846,11	9	–	600	72,96%
[100, 200]	[100, 200]	(6, 7)	490,20	78,92%	1842,50	10	–	600	78,92%
[201, 400]	[1, 100]	(2, 3)	341,10	79,53%	1082,4	10	3	563,89	52,21%
[201, 400]	[1, 100]	(3, 4)	317,50	84,65%	1226	10	–	600	79,27%
[201, 400]	[1, 100]	(4, 5)	301,7	84%	1130,2	10	–	600	72,50%
[201, 400]	[1, 100]	(5, 6)	223	96,05%	223	2	–	600	3,91%
[201, 400]	[1, 100]	(6, 7)	295,89	78,05%	900,56	9	–	600	52,16%
[201, 400]	[1, 200]	(2, 3)	793,8	68,94%	2727,1	10	–	600	73,28%
[201, 400]	[1, 200]	(3, 4)	751,5	73,96%	2724,25	4	–	600	79,53%
[201, 400]	[1, 200]	(4, 5)	791,3	70,72%	2728,7	10	–	600	79,96%
[201, 400]	[1, 200]	(5, 6)	778,20	74,18%	2760,20	5	–	600	79,34%
[201, 400]	[1, 200]	(6, 7)	702,4	70%	2621,3	7	–	600	79,98%
[201, 400]	[100, 200]	(2, 3)	1121	65,76%	3690	10	–	600	73,28%
[201, 400]	[100, 200]	(3, 4)	1112,6	65,71%	3670	10	–	600	79,10%
[201, 400]	[100, 200]	(4, 5)	1139,44	63,86%	3638,33	9	–	600	80%
[201, 400]	[100, 200]	(5, 6)	1189,70	62,04%	3680	10	–	600	80%
[201, 400]	[100, 200]	(6, 7)	1239,7	60%	3690	10	–	600	80%

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

5.3.3.1 Análise dos resultados para $|B| = 20$

A ampliação do número de tipos de barras para $|B| = 20$ intensifica significativamente a complexidade do problema, tornando mais evidentes os efeitos do aumento da flexibilidade operacional sobre o desempenho computacional. De modo geral, observa-se que, para instâncias de menor porte, o aumento dos parâmetros (s, Cap) de (2, 3) até (5, 6) mantém o padrão de melhoria operacional já identificado no caso $|B| = 10$. Há uma redução consistente no número médio de chapas utilizadas, acompanhada por ganhos no aproveitamento das chapas e, em vários cenários, por uma diminuição no tempo total de dobra empregado.

Entretanto, mesmo nessas instâncias menos complexas, os resultados indicam que valores mais elevados de (s, Cap) passam a introduzir um custo computacional relevante. Embora o aproveitamento das chapas atinja níveis elevados — frequentemente superiores a 75% e chegando

a 85% — observa-se uma redução no número de soluções ótimas encontradas e um aumento do tempo médio de resolução. Em particular, para $(s, Cap) = (6, 7)$, já se verifica a ocorrência de *GAPs* médios positivos, sinalizando maior dificuldade do solver em verificar a otimalidade dentro do limite de tempo imposto.

À medida que as demandas aumentam e passam a abranger intervalos mais amplos, como $[1, 200]$ e $[100, 200]$, o impacto do crescimento de $|B|$ torna-se ainda mais marcante. Nesses cenários, embora o aumento de (s, Cap) continue promovendo melhorias no aproveitamento das chapas, esses ganhos passam a ser acompanhados por um agravamento substancial do desempenho computacional. Observa-se uma queda acentuada no número de soluções ótimas, com diversos casos em que nenhuma instância atinge a otimalidade, além de tempos médios de resolução que frequentemente alcançam o limite máximo. Consequentemente, os valores de *GAP* médio assumem patamares elevados, frequentemente superiores a 50% e chegando a 80%.

O efeito é ainda mais crítico quando considerados itens no intervalo $[201, 400]$. Nesses casos, o modelo demonstra clara dificuldade em lidar com o aumento simultâneo do número de tipos de itens e da flexibilidade operacional. Embora alguns cenários apresentem níveis elevados de aproveitamento — chegando a valores superiores a 90% — tais resultados são obtidos à custa de um desempenho computacional bastante alto, com tempos médios sempre no limite máximo e ausência quase total de soluções ótimas. Isso evidencia que, para $|B| = 20$, o aumento da flexibilidade passa a gerar retornos decrescentes.

Torna-se claro que o *trade-off* entre aproveitamento das chapas e esforço computacional se intensifica à medida que o número de tipos de itens aumenta. Enquanto para $|B| = 10$ e $|B| = 4$ configurações intermediárias, como $(s, Cap) = (5, 6)$, mostraram-se melhores, no caso $|B| = 20$ essa configuração apresenta desempenhos computacionais defasados em instâncias de média e alta complexidade. Em vários cenários, valores menores de (s, Cap) , como $(3, 4)$ ou $(4, 5)$, oferecem um equilíbrio entre qualidade da solução e tempo de resolução, ainda que com menor aproveitamento da matéria-prima.

Dessa forma, os resultados para $|B| = 20$ indicam que o aumento da flexibilidade operacional continua sendo benéfico sob a ótica do aproveitamento das chapas, porém passa a ser fortemente limitado pelo desempenho computacional do modelo. Isso reforça a necessidade de abordagens heurísticas para lidar com instâncias de maior porte, nas quais a busca por soluções ótimas se mostra inviável dentro de limites de tempo aceitáveis. Assim, o desenvolvimento de métodos que preservem bons níveis de eficiência material, ao mesmo tempo em que garantam robustez computacional, surge como uma pesquisa viável para trabalhos futuros.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou um problema integrado de corte de estoque unidimensional com limitação no número de pilhas abertas (1-CSP-LOSP), aplicado a um ambiente industrial do setor siderúrgico. Diferentemente das abordagens tradicionais da literatura, que tratam o CSP, o PSP e o MOSP de forma isolada ou parcialmente integrada, foi proposta uma formulação de programação linear inteira capaz de incorporar simultaneamente decisões de corte, sequenciamento e restrições operacionais associadas ao processo de dobra.

A principal contribuição do modelo consiste na redefinição do conceito de pilhas abertas, levando em consideração não o atendimento da demanda, mas sim a dinâmica de dobras, característica fundamental do processo produtivo analisado. Ao representar cada chapa como uma unidade física de matéria-prima e, simultaneamente, como um período de tempo, o modelo captura de forma mais realista o acúmulo de itens não dobrados e o impacto das limitações operacionais impostas pela capacidade da dobradeira e pelo espaço disponível entre os equipamentos.

Os resultados computacionais obtidos, tanto no exemplo ilustrativo quanto nas instâncias industriais reais e nas instâncias geradas aleatoriamente, indicam que a abordagem integrada é capaz de produzir soluções factíveis com bom desempenho em termos dos critérios considerados no modelo. O modelo respeita simultaneamente os limites máximos de pilhas abertas e a capacidade de dobra, ao mesmo tempo em que reduz o número de chapas utilizadas e melhora o aproveitamento da matéria-prima. Além disso, os experimentos mostram a sensibilidade imposta pelos parâmetros operacionais considerados, em especial ao limite de pilhas abertas e à capacidade da dobradeira. Esse comportamento reforça a importância de uma modelagem conjunta, uma vez que tais parâmetros influenciam diretamente o desempenho produtivo.

Como perspectivas para trabalhos futuros, destacam-se a investigação de heurísticas ou metaheurísticas para tratar instâncias de maior porte, a consideração de custos associados a estoques e setups, e, por fim, a extensão do modelo para versões bidimensionais do problema. Tais extensões podem ampliar ainda mais a aplicabilidade do modelo e contribuir para o desenvolvimento de ferramentas de apoio à decisão mais robustas e alinhadas às necessidades da indústria.

REFERÊNCIAS

- ARBIB, C.; MARINELLI, F.; VENTURA, P. One-dimensional cutting stock with a limited number of open stacks: bounds and solutions from a new integer linear programming model. **International Transactions in Operational Research**, v. 23, n. 1-2, p. 47–63, 2016.
- ARMBRUSTER, M. A solution procedure for a pattern sequencing problem as part of a one-dimensional cutting stock problem in the steel industry. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 141, n. 2, p. 328–340, 2002.
- ASHIKAGA, F. M. **Um método frugal para o problema de minimização de pilhas abertas**. 2001. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, Brasil, 2001.
- ASHIKAGA, F. M.; SOMA, N. Y. A heuristic for the minimization of open stacks problem. **Pesquisa Operacional**, v. 29, n. 2, p. 439–450, 2009.
- BECCENERI, J. C.; YANASSE, H. H.; SOMA, N. Y. A method for solving the minimization of the maximum number of open stacks problem within a cutting process. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 14, p. 2315–2332, 2004.
- BELLUZZO, L.; MORABITO, R. Otimização nos padrões de corte de chapas de fibra de madeira reconstituída: um estudo de caso. **Pesquisa Operacional**, v. 25, p. 391–415, 2005.
- BELOV, G.; SCHEITHAUER, G. Setup and open-stacks minimization in one-dimensional stock cutting. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, v. 19, n. 1, p. 27–35, 2007.
- DELORME, M.; IORI, M.; MARTELLO, S. Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 255, n. 1, p. 1–20, 2016.
- DYSON, R. G.; GREGORY, A. S. The cutting stock problem in the flat glass industry. **Operational Research Quarterly**, v. 25, n. 1, p. 41–53, Mar 1974.
- FAGGIOLI, E.; BENTIVOGLIO, C. A. Heuristic and exact methods for the cutting sequencing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 110, p. 564–575, 1998.
- FOERSTER, H.; WÄSCHER, G. Simulated annealing for order spread minimization in sequencing cutting patterns. **European Journal of Operational Research**, v. 110, n. 2, p. 272–281, 1998.
- GARRAFFA, M.; SALASSA, F.; VANCROONENBURG, W.; BERGHE, G. V.; WAUTERS, T. The one-dimensional cutting stock problem with sequence-dependent cut losses. **International Transactions in Operational Research**, v. 23, p. 5–24, 2016.
- GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting-stock problem. **Operations Research**, INFORMS, v. 9, n. 6, p. 849–859, 1961.
- GUIMARÃES, G. G.; POLDI, K. C.; MARTIN, M. Mathematical models for the one-dimensional cutting stock problem with setups and open stacks. **Journal of Combinatorial Optimization**, v. 49, n. 43, p. 1–27, 2025.

IBGE. **In 2022, employment in construction industry grows 4.4%; specialized services gain share in value of works of sector**. 2023. Agência de Notícias IBGE. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/en/agencia-news/2184-news-agency/news/40211-in-2022-employment-in-construction-industry-grows-4-4-specialized-services-gain-share-in-value-of-works-of-sector>.

Instituto de Economia - UFRJ. Relatório de Pesquisa, **DIP-BR WP 6: Cadeia Produtiva do Aço (versão final)**. 2025. Disponível em: https://www.ie.ufrj.br/images/IE/grupos/GIC/publicacoes/2025/DIP/DIP-BR\WP-6\Cadeia\%20Produtiva\%20do\%20Aço_vfin.

LAPORTE, G.; GONZÁLEZ, J. J. S.; SEMET, F. Exact algorithms for the job sequencing and tool switching problem. **IIE Transactions**, v. 36, p. 37–45, 2004.

LOPES, I. C.; CARVALHO, J. M. Valério de. Using interval graphs in an order processing optimization problem. **European Journal of Operational Research**, v. 210, n. 3, p. 524–536, 2011.

LOPES, I. C.; CARVALHO, J. M. Valério de. Graph properties of minimization of open stacks problems and a new integer programming model. **European Journal of Operational Research**, v. 217, n. 1, p. 23–33, 2012.

MARTELLO, S.; TOTH, P. **Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations**. [S.l.]: Wiley, 1990.

MARTIN, M.; YANASSE, H. H.; PINTO, M. J. Mathematical models for the minimization of open stacks problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 0, p. 1–24, 2022.

MARTIN, M.; YANASSE, H. H.; SANTOS, M. O.; MORABITO, R. Models for two- and three-stage two-dimensional cutting stock problems with a limited number of open stacks. **International Journal of Production Research**, 2023.

MORABITO, R.; BELLUZZO, L. Optimising the cutting of wood fibre plates in the hardboard industry. **European Journal of Operational Research**, v. 183, p. 1405–1420, 2007.

OLIVEIRA, A. C. M.; LORENA, L. A. N. Population training heuristics. In: RAIDL, G. R.; GOTTLIEB, J. (Ed.). **EvoCOP**. Berlin: Springer, 2005. (Lecture Notes in Computer Science, v. 3448), p. 166–176.

OLIVEIRA, A. C. M.; LORENA, L. A. N. Pattern sequencing problems by clustering search. In: **Advances in Artificial Intelligence: IBERAMIA-SBIA**. Berlin: Springer, 2006. (Lecture Notes in Computer Science, v. 4140), p. 218–227.

OLIVEIRA, A. C. M.; LORENA, L. A. N. Hybrid evolutionary algorithms and clustering search. In: **Hybrid Evolutionary Algorithms**. Berlin: Springer, 2007, (Studies in Computational Intelligence, v. 75). p. 77–99.

PILEGGI, G.; MORABITO, R.; ARENALES, M. Abordagens para otimização integrada dos problemas de geração e sequenciamento de padrões de corte: caso unidimensional. **Pesquisa Operacional**, v. 25, n. 3, p. 417–447, 2005.

PILEGGI, G. C. F.; MORABITO, R.; ARENALES, M. N. Heurísticas para os problemas de geração e sequenciamento de padrões de corte bidimensionais. **Pesquisa Operacional**, v. 27, p. 549–568, 2007.

PINTO, M. J. **Algumas contribuições à resolução do problema de corte integrado ao problema de sequenciamento dos padrões**. Junho 2004. Tese (Tese de Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Brasil, Junho 2004.

POLDI, K. C.; ARENALES, M. N. Heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro. **Pesquisa Operacional**, v. 26, n. 3, p. 473–492, 2006.

RESEARCH, I. G. V. **Steel Market Size, Share & Trends Analysis Report By Product, By Application, By Region, And Segment Forecasts, 2025–2030**. 2024. Relatório de Análise de Mercado. Disponível em: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/steel-market>.

RESPÍCIO, A.; CAPTIVO, M. E. Bi-objective sequencing of cutting patterns: An application for the paper industry. In: **Metaheuristics: Progress as Real Problem Solvers**. Berlin: Springer, 2005, (Operations Research/Computer Science Interfaces Series, v. 32). p. 227–241.

RINALDI, F.; FRANZ, A. A two-dimensional strip cutting problem with sequencing constraint. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1371–1384, 2007.

SILVA, E. L.; SILVA, V. P. e. **Dimensionamento de Perfis Formados a Frio conforme NBR 14762 e NBR 6355**. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil / CBCA - Centro Brasileiro da Construção em Aço, 2008. (Série Manual de Construção em Aço).

TANG, S. C.; DENARDO, E. V. Models arising from a flexible manufacturing machine, part i: Minimization of the number of tool switches. **Operations Research**, v. 36, n. 5, p. 767–777, 1998.

TEIXEIRA, F. L.; POLDI, K. C. O problema de corte de estoque associado ao problema de minimizar o número de pilhas abertas. In: SBMAC. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. Campinas, SP, Brasil, 2020. v. 7, n. 1.

WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1109–1130, 2007.

YANASSE, H. H. On a pattern sequencing problem to minimize the maximum number of open stacks. **European Journal of Operational Research**, v. 100, n. 3, p. 454–463, 1997.

YANASSE, H. H.; BECCENERI, J. C.; SOMA, N. Y. Ordenamento parcial para reduzir o espaço de busca de uma solução ótima para um problema de sequenciamento de padrões. In: **Anais do 34º Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)**. Rio de Janeiro, Brasil: SBPO, 2002.

YANASSE, H. H.; BECCENERI, J. C.; SOMA, N. Y. Um algoritmo exato com ordenamento parcial para solução de um problema de programação da produção: experimentos computacionais. **Gestão & Produção**, v. 14, p. 353–361, 2007.

YANASSE, H. H.; LAMOSA, M. J. P. An integrated cutting stock and sequencing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1353–1370, 2007.

YANASSE, H. H.; LIMEIRA, M. S. Refinements on an enumeration scheme for solving a pattern sequencing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 11, p. 277–292, 2004.

- YUEN, B. J. Heuristics for sequencing cutting patterns. **European Journal of Operational Research**, v. 55, n. 2, p. 183–190, 1991.
- YUEN, B. J. Improved heuristics for sequencing cutting patterns. **Theory and Methodology**, 1994. Department of Econometrics, Monash University, Melbourne, Vic. 3168, Australia.
- YUEN, B. J.; RICHARDSON, K. V. Establishing the optimality of sequencing heuristics for cutting stock problems. **European Journal of Operational Research**, v. 84, p. 590–598, 1995.