

=

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista- campus de São João da Boa Vista - SP

TALITA VITÓRIA DE FREITAS MARTIN

Análise de sensibilidade paramétrica de hélice instalada em ponta de asa

São João da Boa Vista - SP

2025

Talita Vitória de Freitas Martin

Análise de sensibilidade paramétrica de hélice instalada em ponta de asa

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista - SP, para obtenção do título de Bacharelem Engenharia Aeronáutica.

Área de Concentração:

Orientador: Prof. Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

São João da Boa Vista - SP

2025

M383a Martin, Talita Vitória de Freitas

 Análise de sensibilidade paramétrica de hélice instalada em ponta de asa / Talita Vitória de Freitas Martin. -- São João da Boa Vista, 2025

 51 p. : il., tabs.

 Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista

 Orientador: Gabriel Pereira Gouveia da Silva

 1. Arrasto (Aerodinâmica). 2. Aeronaves. 3. Simulação por computador. I. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARAMÉTRICA DE HÉLICE INSTALADA EM
PONTA DE ASA**

Aluno: Talita Vitória de Freitas Martin

Orientador: Prof. Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

Banca Examinadora:

- Gabriel Pereira Gouveia da Silva (Orientador)
- Daniel Sampaio Souza (Examinador)
- Leandra Isabel de Abreu (Examinador)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 24 de outubro de 2025

Dedico este trabalho a todas as meninas que sonham com o impossível e escolhem, todos os dias, torná-lo possível.

AGRADECIMENTOS

Início agradecendo à minha família, pois, sem eles, nada disso faria sentido. Agradeço ao meu pai, Moacir, por me ensinar a ter curiosidade pelo mundo; à minha mãe, Selma, por mostrar que podemos alcançar tudo o que desejarmos, desde que sejamos suficientemente resilientes; e à minha irmã, Iasmin, por me dar a segurança de seguir meus sonhos, sabendo que, independentemente de onde eu esteja, nunca estarei sozinha.

Agradeço também a todos os docentes e técnicos dos laboratórios que, pacientemente, compartilharam seus conhecimentos, contribuindo para a minha formação. Um agradecimento especial aos professores Elmer Gennaro, Carlos Pagani, Daniel Sampaio, e à técnica Mirian Paula, que em muitos momentos atuaram como mentores e me incentivaram.

Meu imenso agradecimento ao meu professor orientador, Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva, por me conduzir neste trabalho com tanta maestria e serenidade. Muito obrigada por todo o conhecimento compartilhado.

Um agradecimento com muito carinho aos amigos que estiveram ao meu lado durante esta jornada e que, por muitas vezes, foram minha família em São João da Boa Vista. Minha eterna gratidão por todo o apoio e companheirismo.

Agradeço à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), de São João da Boa Vista, pelo ensino público de qualidade e pelas oportunidades de desenvolvimento ao longo da graduação.

“Coragem não é a ausência do medo, e sim a decisão de seguir em frente apesar dele.”

— Inspirada na obra *Nós: o Atlântico em Solitário*, de Tamara Klink (2021)

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo analisar a influência do posicionamento de hélices instaladas na ponta de asa sobre o desempenho aerodinâmico de configurações propulsivas elétricas distribuídas. A motivação decorre da busca por soluções que contribuam para a descarbonização da aviação, mediante a integração entre aerodinâmica e propulsão elétrica. O estudo fundamenta-se em conceitos de aerodinâmica de asas finitas, teoria do disco atuador e método dos painéis (Vortex Lattice Method – VLM), utilizando o software OpenVSP/VSPAERO desenvolvido pela NASA. Foram simuladas 21 configurações distintas, variando-se os deslocamentos longitudinal e vertical da hélice em relação à ponta da asa, além do caso de referência sem propulsor. Os resultados indicaram que o afastamento longitudinal da hélice reduz o coeficiente K — associado ao arrasto induzido — em até 15%, enquanto o deslocamento vertical para cima tende a aumentar o arrasto. A configuração com a hélice posicionada moderadamente à frente e ligeiramente abaixo da ponta da asa apresentou o melhor desempenho aerodinâmico, demonstrando que o posicionamento otimizado pode proporcionar efeito equivalente ao aumento da razão de aspecto, sem acréscimo de massa estrutural. Conclui-se que a propulsão elétrica distribuída pode atuar como meio para redução de arrasto induzido, contribuindo para o desenvolvimento de aeronaves mais eficientes e sustentáveis.

Palavras-chave: propulsão elétrica distribuída; hélice em ponta de asa; arrasto induzido; análise paramétrica; openvsp.

ABSTRACT

This undergraduate thesis aimed to analyze the influence of propeller positioning at the wingtip on the aerodynamic performance of distributed electric propulsion configurations. The motivation stems from the search for solutions that contribute to aviation decarbonization through the integration of aerodynamics and electric propulsion. The study is based on the concepts of finite wing aerodynamics, actuator disk theory, and the Vortex Lattice Method (VLM), using the OpenVSP/VSPAERO software developed by NASA. A total of 21 different configurations were simulated, varying the propeller's longitudinal and vertical displacements relative to the wingtip, in addition to the reference case without propulsion. Results showed that increasing the longitudinal offset of the propeller reduces the coefficient K —associated with induced drag—by up to 15%, while upward displacement increases drag. The configuration with the propeller positioned moderately forward and slightly below the wingtip achieved the best aerodynamic performance, demonstrating that optimized positioning can provide an effect equivalent to increasing the aspect ratio, without structural mass penalties. It is concluded that distributed electric propulsion can act as a means to reduce induced drag, contributing to the development of more efficient and sustainable aircraft.

Keywords: distributed electric propulsion; wingtip propeller; induced drag; parametric analysis; openvsp.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	–	Metas de descarbonização da aviação até 2050.	14
Figura 2	–	Aeronave experimental NASA-X57 Maxwell	15
Figura 3	–	Vórtice de ponta de asa	17
Figura 4	–	Efeito do <i>downwash</i>	18
Figura 5	–	<i>Propeller slipstream</i>	19
Figura 6	–	Diagrama vetorial de forças e velocidades em uma seção radial da pá.	19
Figura 7	–	Modelo de rede de vórtices anulares para uma superfície sustentadora fina	23
Figura 8	–	Modelo NASA X-57 e malha aerodinâmica utilizada nas simulações (NASA Aeronautics Research Mission Directorate, 2024)	24
Figura 9	–	Modelo paramétrico de asa e propulsor desenvolvido por Sheridan, Pham & Whiteside (2021) e disponibilizado por OpenVSP Community (2024).	25
Figura 10	–	Posições da hélice consideradas nas simulações	27
Figura 11	–	Mapa interpolado de $\Delta K(\%)$ no plano de posicionamento (x, z)	30
Figura 12	–	Comparação entre as curvas C_{Di} vs C_L^2 para os casos de maior e menor desempenho.	31
Figura 13	–	C_{Di} vs C_L^2 — Caso (0,0)	32
Figura 14	–	C_{Di} vs C_L^2 — Caso (2,1)	33
Figura 15	–	C_{Di} vs C_L^2 — Caso (3,3)	34

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições de escoamento utilizadas nas simulações	26
Tabela 2 – Posições da hélice ao longo do eixo x	27
Tabela 3 – Posições da hélice ao longo do eixo z	27
Tabela 4 – Coeficientes globais do disco.	28

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AR	Aspect Ratio (alongamento)
BEM	Blade Element Momentum
BEMT	Blade Element Momentum Theory
BLI	Boundary Layer Ingestion
CFD	Computational Fluid Dynamics
CT	Coefficiente de empuxo (Thrust coefficient)
CP	Coefficiente de potência (Power coefficient)
CQ	Coefficiente de torque (Torque coefficient)
CD	Coefficiente de arrasto (Drag coefficient)
CDi	Coefficiente de arrasto induzido (Induced drag coefficient)
CL	Coefficiente de sustentação (Lift coefficient)
DEP	Distributed Electric Propulsion (propulsão elétrica distribuída)
ICAO	International Civil Aviation Organization
IATA	International Air Transport Association
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
J	Razão de avanço (Advance ratio)
K	Fator de arrasto induzido
L/D	Relação sustentação–arrasto (Lift-to-drag ratio)
NASA	National Aeronautics and Space Administration
Re	Número de Reynolds
SAF	Sustainable Aviation Fuel (combustível sustentável de aviação)
VLM	Vortex Lattice Method
VSPAERO	Solver aerodinâmico baseado em VLM do OpenVSP
V_{∞}	Velocidade do escoamento livre
η	Eficiência propulsiva (propulsive efficiency)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Aerodinâmica de asas finitas	16
2.2	Aerodinâmica de hélices	18
2.2.1	Teoria do disco atuador	20
2.3	Propulsão elétrica distribuída	21
2.4	<i>Vortex Lattice Method</i>	22
3	METODOLOGIA	24
3.1	Referência de geometria e condições de escoamento	26
3.2	Casos de estudo e posicionamentos da hélice	26
3.3	Critério de avaliação e escolha do parâmetro K	27
3.4	Configuração numérica	28
3.5	Métricas e pós-processamento	28
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
4.1	Resultados por casos	31
4.1.1	Caso de referência (0,0)	31
4.1.2	Caso da literatura (3,2)	32
4.1.3	Melhor desempenho — Caso (2,1)	32
4.1.4	Pior desempenho — Caso (3,3)	33
5	CONCLUSÃO	36
	REFERÊNCIAS	38
	APÊNDICE A – CÓDIGO DO PÓS-PROCESSAMENTO DOS RE- SULTADOS	40

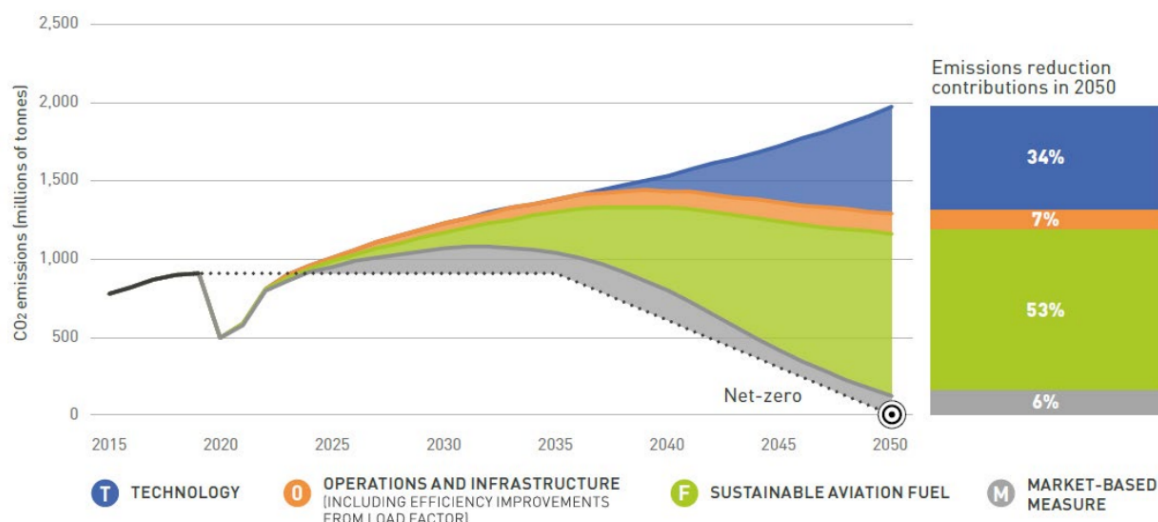
1 INTRODUÇÃO

As mudanças climáticas têm despontado como um grande desafio global, impulsionadas pelo crescimento das atividades humanas e pela intensificação das emissões de gases de efeito estufa (Masson-Delmotte *et al.*, 2021). Nesse contexto, o setor de transportes exerce papel central, sendo a aviação uma das áreas que mais chama atenção devido à sua relevância econômica e social, mas também pelos impactos ambientais associados. Estima-se que o transporte aéreo seja responsável por aproximadamente 2 a 3% das emissões globais de dióxido de carbono (CO₂), além de contribuir de forma significativa para outros efeitos climáticos não relacionados ao CO₂, como a formação de trilhas de condensação e a alteração do balanço radiativo da atmosfera (Lee *et al.*, 2021; INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2019).

Diante desse cenário, diversas iniciativas têm sido propostas para reduzir a pegada ambiental da aviação. Entre elas, destacam-se o desenvolvimento e uso de combustíveis sustentáveis de aviação (SAF – *Sustainable Aviation Fuels*), a aplicação de técnicas de otimização aerodinâmica, o emprego de materiais mais leves e resistentes, e a investigação de sistemas de propulsão alternativos (INTERNATIONAL AIR TRANSPORT ASSOCIATION, 2023). Esses esforços convergem para um objetivo comum: alcançar operações aéreas mais eficientes e menos impactantes do ponto de vista ambiental.

Um exemplo dessa visão de longo prazo é apresentado pela Organização da Aviação Civil Internacional (ICAO), que delineou em seu *Environmental Report 2022* um cenário de neutralidade em carbono até 2050. De acordo com a projeção, a maior contribuição para a redução das emissões virá dos combustíveis sustentáveis de aviação (53%), complementada por avanços tecnológicos (34%), medidas de mercado (6%) e melhorias operacionais e de infraestrutura (7%) (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022). A Figura 1 ilustra essa distribuição prevista das contribuições, evidenciando o papel predominante dos combustíveis sustentáveis no processo de descarbonização do setor aéreo.

Figura 1 – Metas de descarbonização da aviação até 2050.



Fonte: (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022).

Alinhada a essa elevação da ambição climática, a aviação internacional evoluiu de metas intermediárias (como a estabilização líquida a partir de 2020) para o objetivo de *net-zero* em 2050, com Estados, indústria e organismos técnicos estruturando processos de acompanhamento e revisão de cenários (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022). Nas trajetórias setoriais até 2050, os ganhos combinados de tecnologia de aeronaves e medidas operacionais respondem por parcela relevante da redução de CO₂, enquanto os combustíveis sustentáveis (incluindo rotas de baixo carbono no ciclo de vida) figuram como principal vetor adicional de mitigação em larga escala (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022). Nesse contexto, iniciativas de inovação destacam pilares como aeronaves ultraeficientes (melhor aerodinâmica, redução de arrasto e massa), integração aeropropulsiva avançada (p. ex., *boundary-layer ingestion* e *open fan*) e novas arquiteturas de propulsão (híbrido-elétrica e hidrogênio), alinhadas a programas de pesquisa e demonstração tecnológica (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022). A eletrificação desponta como via promissora por combinar potencial de redução de emissões, melhora de eficiência propulsiva e ganhos operacionais (redução de ruído/complexidade mecânica), embora ainda dependa da evolução de armazenamento de energia, integração térmica/estrutural e caminhos claros de certificação (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022). Por fim, conceitos de célula e integração propulsiva avançados — como a propulsão elétrica distribuída (DEP) e configurações com controle de circulação — tendem a ganhar maturidade nos horizontes médio e longo (cerca de 2035–2050), abrindo espaço para explorar interações aerodinâmicas benéficas (mitigação de perdas induzidas e energização de escoamentos) (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION, 2022).

Entre as alternativas em estudo, a eletrificação da propulsão tem se mostrado particularmente

promissora. Além de eliminar as emissões diretas de CO₂ em voo, os motores elétricos oferecem maior flexibilidade de integração com a aeronave, permitindo arquiteturas inovadoras que não seriam viáveis com motores a combustão interna. Esse avanço abre caminho para a DEP, na qual múltiplos propulsores podem ser instalados em diferentes regiões da aeronave para explorar interações aerodinâmicas benéficas. A configuração de hélices montadas na ponta das asas é um exemplo notável: ao interagir com os vórtices de ponta, busca-se reduzir o arrasto induzido, aumentar a eficiência propulsiva e, conseqüentemente, diminuir o consumo energético (Borer *et al.*, 2016; Stoll, 2014).

A Figura 2 apresenta a aeronave experimental NASA X-57 Maxwell, desenvolvida pela NASA como plataforma de demonstração dessas tecnologias de propulsão elétrica distribuída, destacando a configuração com múltiplas hélices instaladas ao longo da asa.

Figura 2 – Aeronave experimental NASA-X57 Maxwell



Fonte: (NASA Armstrong Flight Research Center, 2024)

Este modelo é utilizado como referência para o presente estudo.

Neste trabalho, buscou-se contribuir para esse campo emergente por meio de dois objetivos principais: (i) avaliar computacionalmente os impactos do posicionamento da hélice sobre o desempenho aerodinâmico de aeronaves elétricas; e (ii) realizar uma análise de sensibilidade paramétrica, identificando os parâmetros mais relevantes para projetos com essa configuração. Dessa forma, pretende-se oferecer subsídios técnicos que auxiliem no desenvolvimento de aeronaves elétricas mais eficientes e ambientalmente responsáveis.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão brevemente apresentados alguns conceitos necessários para o entendimento do problema e da metodologia empregada.

2.1 AERODINÂMICA DE ASAS FINITAS

No contexto aeronáutico, a aerodinâmica é responsável por descrever e quantificar os fenômenos associados ao escoamento do ar ao redor de superfícies, como asas, fuselagens e hélices, permitindo compreender como essas interações geram forças e momentos capazes de sustentar e controlar uma aeronave (Anderson, 2010). O estudo aerodinâmico combina princípios da conservação de massa, quantidade de movimento e energia para determinar as distribuições de pressão e velocidade em torno do corpo. Tais distribuições são fundamentais para calcular a sustentação e o arrasto, parâmetros diretamente ligados à eficiência e ao desempenho de uma aeronave em voo. As forças aerodinâmicas resultam da interação entre o ar em movimento e a superfície do corpo. Para uma asa, a força total pode ser decomposta em duas componentes principais: a *sustentação* (L), perpendicular à direção do escoamento livre, e o *arrasto* (D), paralelo ao escoamento (Anderson, 2010). As forças de sustentação e arrasto podem ser expressas em função da densidade do ar ρ , da velocidade do escoamento livre V_∞ , da área de referência S e dos coeficientes adimensionais correspondentes:

$$L = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S C_L, \quad D = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S C_D. \quad (1)$$

A sustentação surge devido à diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso da asa, gerada pela geometria do perfil e pelo ângulo de ataque α . Já o arrasto engloba tanto o *arrasto parasita*, associado ao atrito viscoso e à forma do corpo, quanto o *arrasto induzido*, decorrente dos efeitos tridimensionais do escoamento em asas de envergadura finita. Para permitir a comparação entre geometrias e condições de ensaio distintas, as forças aerodinâmicas são expressas por meio de coeficientes adimensionais. Esses coeficientes são definidos pela normalização das forças e momentos em relação à pressão dinâmica $q_\infty = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$ e à área de referência S :

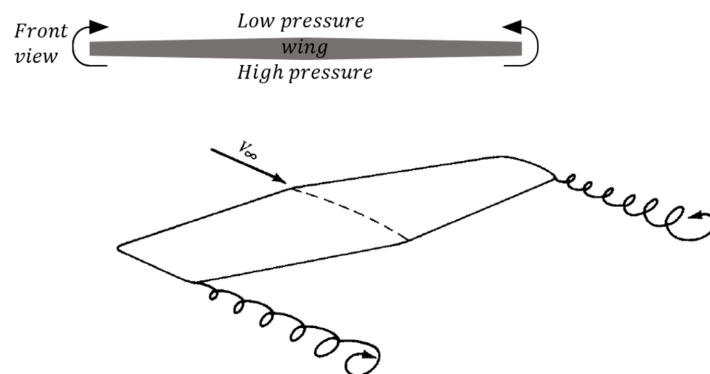
$$C_L = \frac{L}{q_\infty S}, \quad C_D = \frac{D}{q_\infty S}, \quad C_M = \frac{M}{q_\infty S \bar{c}}. \quad (2)$$

A relação entre C_L e C_D define a *polar aerodinâmica*, expressando o comportamento do arrasto em função da sustentação. Em condições subsônicas abaixo do Mach crítico, a polar pode ser aproximada pela expressão quadrática:

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2, \quad K = \frac{1}{\pi A Re_0}, \quad (3)$$

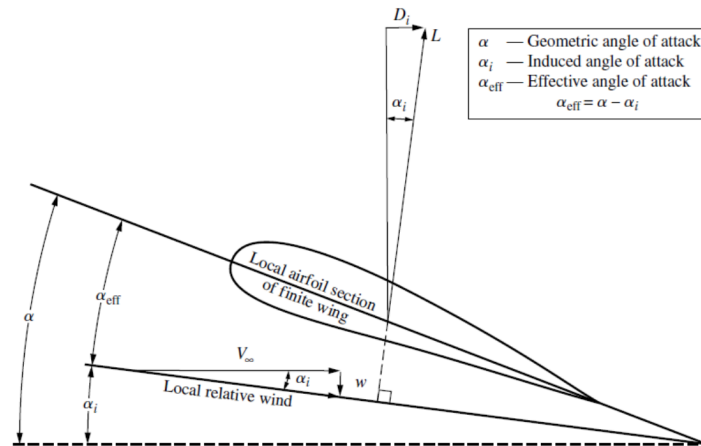
onde C_{D0} representa o arrasto parasita, AR é o alongamento da asa e e_0 é o fator de eficiência de Oswald. Essa relação evidencia que o arrasto total cresce com o quadrado do coeficiente de sustentação, refletindo a contribuição do arrasto induzido (Anderson, 2010). Em asas de envergadura finita, o gradiente de pressão entre o extradorso e o intradorso causa o escoamento lateral do ar próximo às pontas, formando os chamados *vórtices de ponta de asa*. O ar de alta pressão no intradorso tende a mover-se para a região de baixa pressão no extradorso, resultando em uma circulação que se estende a jusante na forma de dois vórtices principais. Esses vórtices induzem uma velocidade descendente no escoamento ao redor da asa, denominada *downwash*, que altera a direção do vento relativo local (Anderson, 2010). A Figura 3 ilustra esse fenômeno, mostrando a formação dos vórtices nas extremidades da asa e o escoamento helicoidal resultante do gradiente de pressão.

Figura 3 – Vórtice de ponta de asa



Fonte: Adaptado de (Anderson, 2010)

O *downwash* reduz o ângulo de ataque efetivo e faz com que a sustentação resultante incline-se ligeiramente para trás, gerando uma componente adicional de arrasto — o *arrasto induzido*. Em consequência, uma asa finita produz menos sustentação que um aerofólio bidimensional sob o mesmo ângulo de ataque e pressão dinâmica. A *teoria da asa infinita* constitui o caso idealizado de um aerofólio com envergadura infinita, no qual os efeitos tridimensionais e o escoamento lateral são inexistentes. Nessa condição, o escoamento é considerado bidimensional e idêntico em todas as seções ao longo da asa, de modo que toda a sustentação é gerada apenas pela diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso, sem perdas induzidas por vórtices (Anderson, 2010). A Figura 4 representa o efeito do *downwash* em uma asa de envergadura finita, evidenciando a deflexão descendente do escoamento e a inclinação da força de sustentação resultante.

Figura 4 – Efeito do *downwash*.

Fonte: (Anderson, 2010)

Para pequenas perturbações e ângulos de ataque moderados, o coeficiente de sustentação varia linearmente com o ângulo de ataque:

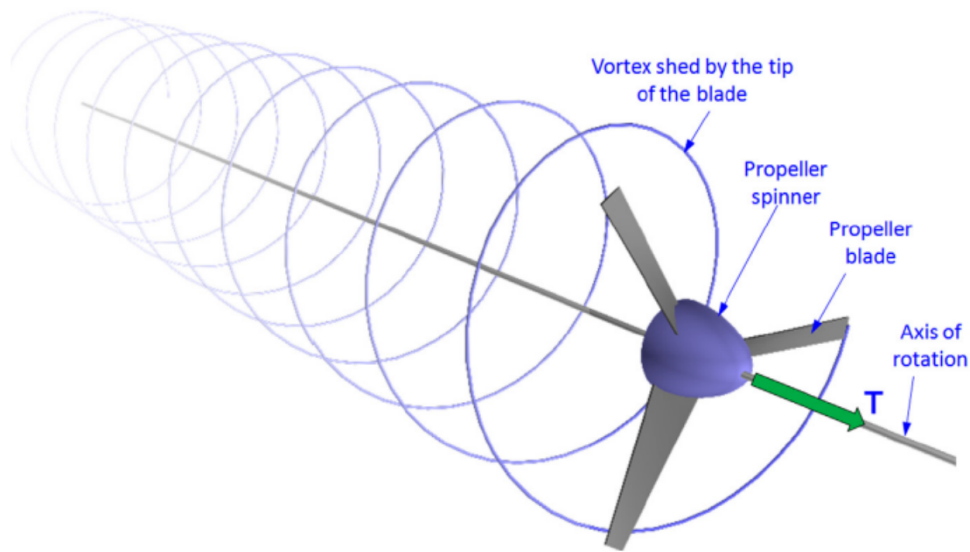
$$C_L = a_0(\alpha - \alpha_{L=0}), \quad (4)$$

em que a_0 é a inclinação da curva de sustentação (*lift curve slope*) e $\alpha_{L=0}$ é o ângulo para o qual a sustentação é nula. A teoria do escoamento potencial bidimensional prevê para perfis finos simétricos o valor $a_0 = 2\pi \text{ rad}^{-1}$. Esse modelo fornece uma base teórica essencial para análises mais complexas, como a *teoria da linha de sustentação de Prandtl*, que descreve o comportamento tridimensional real das asas e quantifica as perdas associadas ao arrasto induzido.

2.2 AERODINÂMICA DE HÉLICES

As hélices convertem a potência mecânica fornecida pelo motor (potência de eixo) em potência propulsiva, responsável pela geração do empuxo. Cada pá da hélice atua como uma superfície aerodinâmica, semelhante a uma asa, produzindo forças aerodinâmicas locais que podem ser decompostas em sustentação e arrasto, definidas em relação à direção do vento relativo em cada seção radial da pá (Gudmundsson, 2014).

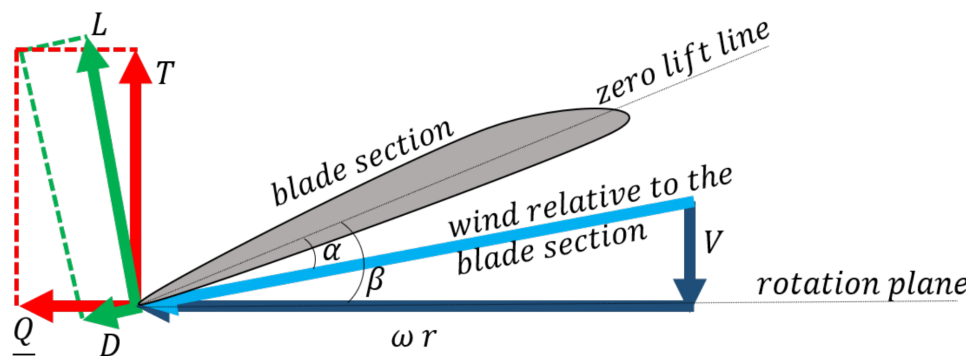
A projeção dessas forças nas direções axial e tangencial resulta, respectivamente, na força de tração (*thrust*) e na força resistiva associada ao torque Q , que deve ser vencido pelo motor. Assim como ocorre nas asas, cada pá da hélice apresenta circulação de ar e, conseqüentemente, forma vórtices de ponta de pá (*blade tip vortices*). Esses vórtices induzem um escoamento helicoidal a jusante, conhecido como *slipstream*, que afeta o escoamento ao redor da fuselagem e das superfícies de cauda (Figura 5).

Figura 5 – *Propeller slipstream*

Fonte: (Gudmundsson, 2014)

O vento relativo em cada seção radial da pá é obtido pela soma vetorial da velocidade axial do escoamento livre, V , com a velocidade tangencial local de rotação, ωr . Como resultado, tanto o ângulo de ataque quanto a velocidade relativa variam ao longo do raio da hélice, o que exige que a geometria da pá seja projetada com uma torção (*twist*) adequada para manter uma eficiência aerodinâmica consistente em toda a sua extensão (Gudmundsson, 2014). A Figura 6 ilustra o diagrama vetorial das velocidades e das forças atuantes em uma seção radial da pá, destacando a decomposição das componentes de sustentação e arrasto em direções axial e tangencial, que dão origem ao empuxo e ao torque resistivo.

Figura 6 – Diagrama vetorial de forças e velocidades em uma seção radial da pá.



Fonte: Elaborado por (Silva, 2023)

As seções próximas à raiz da pá operam com menores velocidades relativas e ângulos de ataque mais elevados, necessitando de maior inclinação geométrica e perfis mais espessos, tanto por razões estruturais quanto aerodinâmicas. Já as seções próximas à ponta apresentam maiores velocidades e ângulos de ataque menores, sendo, portanto, mais delgadas e menos inclinadas.

Essa variação geométrica garante que cada seção opere sob condições aerodinâmicas próximas do ideal, evitando estol e otimizando o rendimento da hélice.

O passo geométrico β representa o ângulo entre a corda do perfil e o plano de rotação, estando associado à distância axial percorrida a cada volta da hélice. O passo pode ser fixo ou variável; neste último caso, o ângulo β é ajustado de acordo com a condição de voo, de modo a manter um desempenho eficiente em diferentes velocidades e altitudes.

Para possibilitar a comparação entre hélices de diferentes dimensões e velocidades de operação, utiliza-se um conjunto de coeficientes adimensionais baseados nas grandezas fundamentais de empuxo, torque e potência. São definidos como (Weick, 1930):

$$J = \frac{V}{nD}, \quad C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}, \quad C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}, \quad (5)$$

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} = 2\pi C_Q, \quad \eta = \frac{TV}{P} = \frac{C_T J}{C_P}, \quad (6)$$

onde:

- J é a *razão de avanço* (*advance ratio*);
- C_T é o coeficiente de empuxo;
- C_Q é o coeficiente de torque;
- C_P é o coeficiente de potência;
- η é a eficiência propulsiva;
- ρ é a densidade do ar;
- n é a rotação da hélice (revoluções por segundo);
- D é o diâmetro da hélice.

Esses coeficientes permitem caracterizar o desempenho da hélice de forma independente da escala, sendo empregados na construção de curvas experimentais que relacionam η , C_T , C_Q e C_P em função da razão de avanço J .

A eficiência propulsiva depende da geometria da hélice e da condição de operação. Para pequenas razões de avanço (J baixos), a hélice fornece elevado empuxo, porém baixa eficiência. À medida que J aumenta, a eficiência cresce até atingir um valor máximo, após o qual diminui devido à redução do ângulo de ataque efetivo nas pás.

2.2.1 Teoria do disco atuador

A *teoria do disco atuador* aborda o funcionamento de hélices e propulsores de forma idealizada, modelando a hélice como um disco permeável que acelera o ar através do disco, sem

levar em consideração os detalhes da geometria das pás ou os efeitos viscosos (Anderson, 2010; McCormick, 1995).

Assume-se que o escoamento é unidimensional, incompressível e em regime permanente. Ao atravessar o disco atuador, o ar sofre um aumento de velocidade axial devido à adição de energia, resultando na produção de empuxo. Além disso, devido ao torque aplicado surgem também componentes tangenciais de velocidade, cujo sentido depende da rotação da hélice.

Pela conservação da quantidade de movimento, o empuxo gerado pelo disco é dado por:

$$T = \dot{m} (V_e - V_\infty) = \rho A (V_\infty + v_i)(2v_i), \quad (7)$$

onde A é a área do disco, v_i é a velocidade induzida pela hélice, ρ é a densidade do ar, e $V_e = V_\infty + 2v_i$ é a velocidade do jato a jusante. A potência desenvolvida pela hélice pode ser expressa como:

$$P = T(V_\infty + v_i), \quad (8)$$

enquanto a potência útil, associada apenas à propulsão efetiva da aeronave, é:

$$P_u = TV_\infty. \quad (9)$$

A eficiência ideal do propulsor, denominada *eficiência propulsiva* ou *eficiência de Froude*, é obtida pela razão entre a potência útil e a potência total fornecida ao fluxo:

$$\eta_{\text{ideal}} = \frac{P_u}{P} = \frac{V_\infty}{V_\infty + v_i}. \quad (10)$$

Essa relação mostra que a eficiência aumenta quando a diferença de velocidade entre o jato e o ar livre é pequena, isto é, quando o propulsor movimenta grandes massas de ar com pequenas acelerações. Por esse motivo, hélices de maior diâmetro apresentam maior eficiência, enquanto hélices pequenas, que aceleram o ar de forma mais intensa, tendem a ser menos eficientes.

Embora simplificada, a teoria do disco atuador estabelece a base conceitual para o entendimento do processo de geração de empuxo e serve como ponto de partida para modelos mais complexos.

2.3 PROPULSÃO ELÉTRICA DISTRIBUÍDA

A propulsão elétrica utiliza motores elétricos, baterias, eletrônica de potência e subsistemas auxiliares para gerar o empuxo necessário à propulsão. Diferentemente dos sistemas a combustão clássicos, esta configuração permite controle individual dos motores e integração mais direta com sistemas de controle e arquitetura elétrica embarcada. No contexto global de metas de neutralidade de carbono (*net-zero*), a ICAO tem estimulado projetos que visem a eletrificação parcial ou total dos sistemas aeronáuticos (INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION,

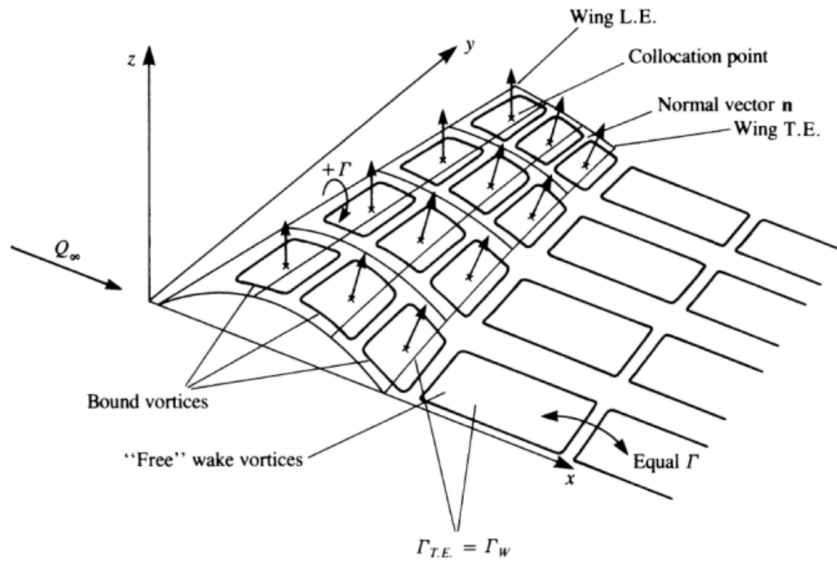
2022). Entretanto, apesar das vantagens em emissão zero local e potencial de redução de ruído, a propulsão elétrica ainda enfrenta limitações expressivas: a densidade de energia das baterias é baixa quando comparada aos combustíveis fósseis, o que restringe autonomia e potência. Além disso, os desafios de certificação, confiabilidade e gerenciamento térmico precisam ser superados para torná-la viável em aeronaves comerciais.

A propulsão elétrica possibilita o conceito de *propulsão elétrica distribuída* (DEP) consistindo em distribuir propulsores elétricos sobre a asa ou superfícies adjacentes, de modo que o escoamento induzido pelos propulsores interaja com o escoamento ao redor da asa — gerando efeitos sinérgicos ou mitigatórios (Borer *et al.*, 2016; Stoll, 2014; Sheridan; Pham; Whiteside, 2021). A motivação central é que o jato induzido pelos propulsores possa reenergizar o escoamento sobre a asa, controlar a camada limite, reduzir vórtices de ponta e, dessa forma, diminuir arrasto induzido. Entre os exemplos mais conhecidos está o projeto *NASA X-57 Maxwell*, que buscava demonstrar ganhos de eficiência de voo por meio da integração de múltiplos motores sobre a asa. Também há estudos em literatura acadêmica que modelam configurações DEP com *fan* abertos, flap soprado (*blown flap*) ou integração híbrida com *Boundary Layer Ingestion* (BLI) (Sheridan; Pham; Whiteside, 2021; Borer *et al.*, 2016). As integrações possíveis incluem posicionamento de hélices no bordo de ataque, nas pontas, ou em superfícies laterais, com controle ativo de escoamento ao longo da envergadura. A instalação de hélices nas pontas ou próximas ao bordo de fuga da asa pode atuar como um mitigador das perdas induzidas, por meio de mecanismos de *anti-swirl* e redistribuição da circulação ao longo da envergadura. Basicamente, o propulsor introduz uma circulação de sentido oposto ou um escoamento direcionado que contrabalança o vórtice original da ponta de asa. Isso pode levar a uma redistribuição mais favorável de $C_l(y)$ ao longo da envergadura e redução global do arrasto induzido. Outros efeitos incluem o *slipstream* do jato da hélice que interage com o escoamento da asa, alterando o perfil de velocidade induzida e o campo de *downwash* local.

2.4 VORTEX LATTICE METHOD

O método de rede de vórtices (*Vortex Lattice Method*, ou VLM) é uma abordagem clássica de escoamento potencial para estimativa rápida do comportamento aerodinâmico de asas tridimensionais (Drela, 2014; Katz & Plotkin, 2001). Nesse método, a asa é representada por uma superfície de espessura desprezível discretizada em painéis contendo anéis de vórtice de circulação constante desconhecida, conforme ilustrado na Figura 7, em conformidade com o Teorema de Helmholtz (Drela, 2014; Katz & Plotkin, 2001). Em cada painel define-se um ponto de controle, onde são aplicadas as condições de contorno de tangência do escoamento, assegurando a impermeabilidade da superfície.

Figura 7 – Modelo de rede de vórtices anulares para uma superfície sustentadora fina



Fonte: (Katz; Plotkin, 2001)

A esteira que se desprende do bordo de fuga é modelada por vórtices em ferradura, cujos filamentos se estendem até o infinito e cuja intensidade é determinada pela condição de Kutta. As velocidades induzidas por todos os filamentos de vórtice sobre cada ponto de controle são calculadas pela Lei de Biot–Savart, sendo então somadas vetorialmente à velocidade do escoamento livre para aplicação da condição de tangência (Drela, 2014; Katz & Plotkin, 2001).

Esse procedimento resulta em um sistema de equações lineares do tipo:

$$A\Gamma = b \quad (11)$$

no qual as incógnitas Γ representam as circulações associadas a cada painel, e A descreve a influência mútua entre eles. A partir da solução numérica desse sistema, as forças aerodinâmicas são determinadas pelo Teorema de Kutta–Joukowski, obtendo-se a distribuição de sustentação ao longo da envergadura.

O arrasto induzido, por sua vez, é avaliado por meio da análise no plano de Trefftz, que permite isolar a parcela do arrasto associada aos vórtices de ponta e às interações tridimensionais da esteira. Apesar de desconsiderar efeitos viscosos e de espessura de perfil, o VLM fornece resultados consistentes para o estudo de asas finitas e configurações com múltiplas superfícies sustentadoras.

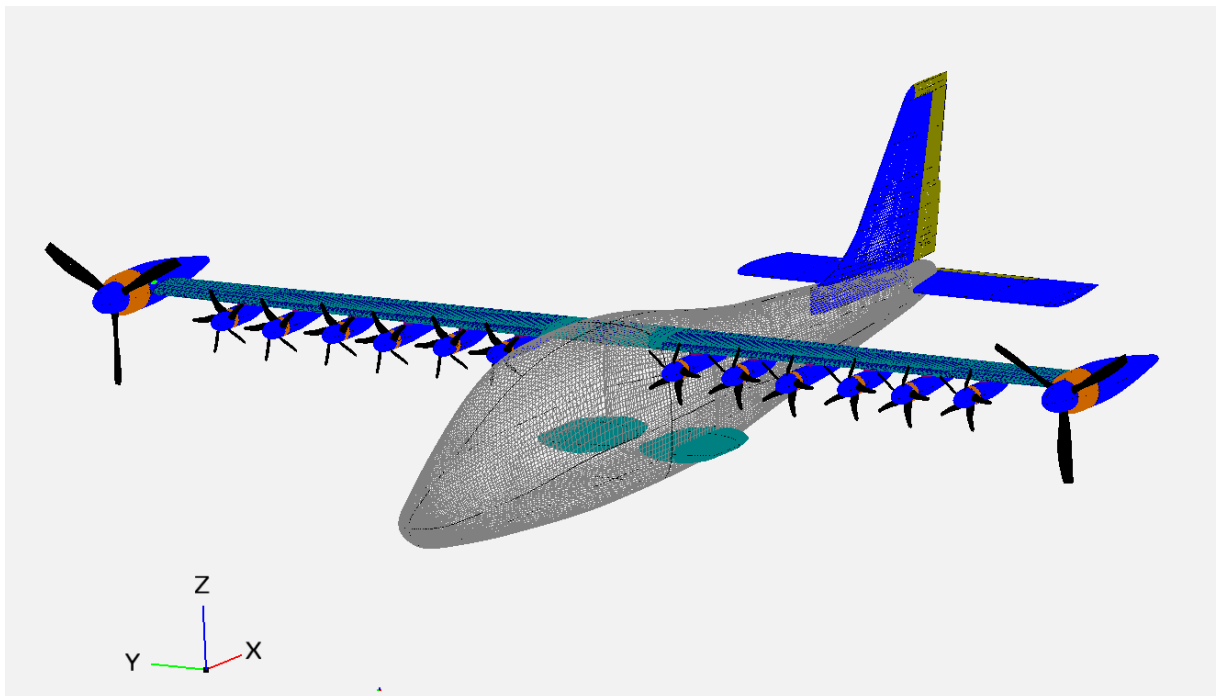
3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia, a configuração geométrica adotada e os procedimentos de simulação empregados para avaliar a interação aerodinâmica entre asa e hélice instalada na ponta de asa. As análises foram conduzidas no (NASA OpenVSP Project, 2025), software que utiliza o modelo (*Vortex Lattice Method* — VLM) e, neste estudo, a representação de propulsor por disco atuador. No VSPAERO o acoplamento entre disco atuador e VLM é feito por sobreposição do campo de velocidades dos dois métodos.

No presente trabalho, utilizou-se o *solver VSPAERO*, disponibilizado como parte do software de modelagem paramétrica *OpenVSP*, ambos desenvolvidos pela NASA (*National Aeronautics and Space Administration*). Essa ferramenta foi escolhida dada sua confiabilidade e robustez por ser um software amplamente validado e mantido pela NASA;

O modelo geométrico utilizado nas simulações foi derivado do *baseline* do NASA X-57 *Maxwell*, aeronave experimental desenvolvida pela NASA como plataforma de validação de tecnologias de propulsão elétrica distribuída. A Figura 8 ilustra a configuração tridimensional da aeronave, incluindo a malha aerodinâmica empregada para as análises computacionais.

Figura 8 – Modelo NASA X-57 e malha aerodinâmica utilizada nas simulações (NASA Aeronautics Research Mission Directorate, 2024)



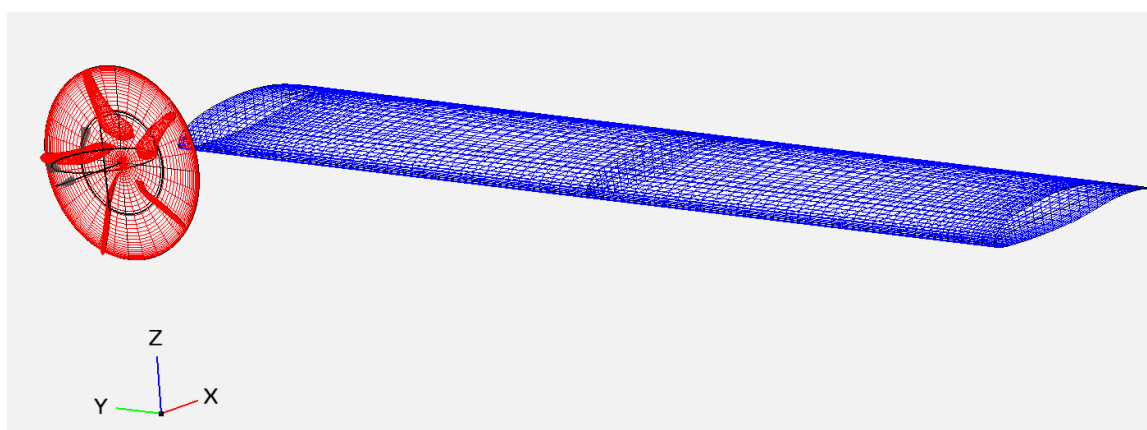
Fonte: Elaborado pela autora.

Seguindo a abordagem proposta por Sheridan, Pham & Whiteside (2021), o modelo utilizado no presente trabalho foi simplificado de modo a preservar apenas os elementos essenciais à

análise da interação entre a asa e o propulsor instalado na ponta. Essa configuração reduzida permite avaliar de forma isolada os efeitos de interferência aerodinâmica, mantendo a fidelidade geométrica necessária para comparação com estudos de referência.

A Figura 9 apresenta o modelo simplificado implementado no *OpenVSP*, desenvolvido com base no estudo de Sheridan, Pham & Whiteside (2021) e disponível publicamente na biblioteca colaborativa *OpenVSP Airshow* (OpenVSP Community, 2024). O modelo representa uma asa retangular associada a um propulsor do tipo *X-57 High-Lift Propeller*, instalado na ponta da asa.

Figura 9 – Modelo paramétrico de asa e propulsor desenvolvido por Sheridan, Pham & Whiteside (2021) e disponibilizado por OpenVSP Community (2024).



Fonte: Elaborado pela autora com base em Sheridan, Pham & Whiteside (2021).

A geometria modelada corresponde a uma semiasa retangular de 1,524 m, sem enflechamento e sem afilamento, resultando em alongamento de aproximadamente $AR = 4,27$. O propulsor utilizado é composto por cinco pás, com diâmetro de 0,576 m, sendo posicionado na ponta da asa, de modo a avaliar os efeitos da indução propulsiva sobre o campo aerodinâmico local.

As principais simplificações adotadas no modelo são:

- Representação paramétrica da hélice, definida por seu diâmetro, passo e posição relativa na ponta ou ao longo do vão, permitindo estudos de sensibilidade;
- Omissão de detalhes geométricos secundários, como carenagens, junções e pequenas discontinuidades, mantendo o volume e as áreas molhadas equivalentes aos do modelo de referência;
- Consideração de superfície de sustentação idealizada (asa lisa) compatível com a aplicação do Método de Painéis e do Método da Rede de Vórtices (VLM).

As simulações foram realizadas no módulo *VSPAERO* do *OpenVSP*, utilizando a mesma malha empregada por Sheridan, Pham & Whiteside (2021). O modelo é composto por aproximadamente 2,500 painéis na superfície da asa e 400 painéis adicionais no disco atuador, totalizando

cerca de 2,900 elementos. Segundo Sheridan, Pham & Whiteside (2021), foi conduzida uma análise de independência de malha, a qual demonstrou a convergência dos resultados para essa discretização. Assim, como a geometria e o modelo de painéis utilizados neste trabalho foram obtidos diretamente da base pública disponibilizada pela autora, não foi necessário repetir a análise de independência numérica, garantindo-se o uso de uma malha já validada e convergida.

3.1 REFERÊNCIA DE GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE ESCOAMENTO

Assim como o modelo de asa e hélice reportado por Sheridan, Pham & Whiteside (2021) foi adotado como caso de referência geométrica neste trabalho, as mesmas condições de escoamento foram consideradas a fim de garantir comparabilidade entre os resultados obtidos. Essas condições representam o regime de operação típico do modelo NASA X-57 em baixa velocidade, adequado para análises em regime considerado incompressível.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros de escoamento utilizados nas simulações numéricas.

Tabela 1 – Condições de escoamento utilizadas nas simulações

Número de Mach (M)	0,087674
Número de Reynolds (Re)	622,610
Rotação (RPM)	4550

Fonte: Elaborado pela autora.

Foi realizada varredura do ângulo de ataque $\alpha \in [-6^\circ, 10^\circ]$ com 8 pontos de análise. A densidade e a velocidade livre foram definidas como $\rho=0,002377 \text{ [slug/ft]}^3$ e $V_\infty=100 \text{ [ft/s]}$ em unidades consistentes.

3.2 CASOS DE ESTUDO E POSICIONAMENTOS DA HÉLICE

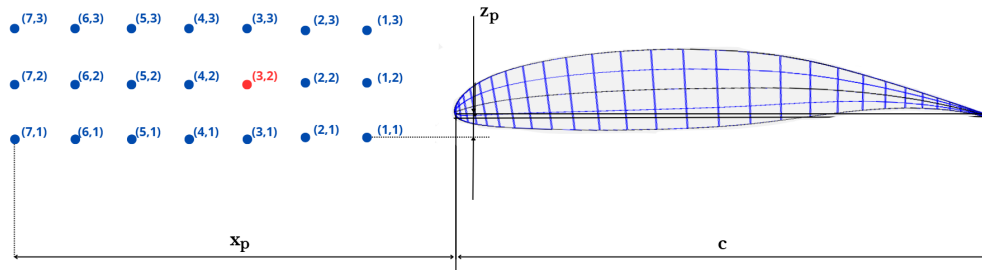
Partindo do arranjo base de Sheridan, Pham & Whiteside (2021), investigaram-se deslocamentos discretos em dois eixos:

- (i) deslocamento vertical $\Delta z \in \{-z_0, 0, +z_0\}$, posicionando a hélice abaixo, no plano de referência e acima do caso de referência;
- (ii) deslocamento longitudinal $\Delta x \in \{-x_0, 0, +x_0\}$, posicionando a hélice à jusante, na posição original e à montante do ponto de referência.

A combinação dos deslocamentos nas direções longitudinal (x) e vertical (z) resultou em um total de 21 configurações distintas de posicionamento da hélice, além do caso de referência sem propulsor, utilizadas para fins comparativos. Essas variações permitiram avaliar de forma sistemática a influência da posição da hélice sobre o desempenho aerodinâmico da asa.

A Figura 10 apresenta o arranjo das posições analisadas, indicando as diferentes combinações (x, z) consideradas nas simulações.

Figura 10 – Posições da hélice consideradas nas simulações



Fonte: Elaborado pela autora.

As posições ao longo do eixo longitudinal x estão resumidas na Tabela 2, expressas em pés e em termos relativos à corda, sendo x_p o ponto posicionado no centro do disco atuador (x_p/c).

Tabela 2 – Posições da hélice ao longo do eixo x

Posição	1	2	3	4	5	6	7
x_p/c (%)	-21.74	-10.87	0.00	10.87	21.74	32.61	43.48

Fonte: Elaborado pela autora.

De forma análoga, as posições no eixo vertical z , relativas à corda de referência, são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Posições da hélice ao longo do eixo z

Posição	1	2	3
z_p/c (%)	-5.22	0.00	5.22

Fonte: Elaborado pela autora.

Destaca-se o ponto (3, 2), correspondente à posição central da malha de varredura, por ter sido o mesmo posicionamento adotado por Sheridan, Pham & Whiteside (2021) em seu estudo de referência.

3.3 CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO E ESCOLHA DO PARÂMETRO K

A escolha do coeficiente K como parâmetro comparativo de desempenho baseia-se em sua relação direta com a eficiência aerodinâmica induzida. A partir da forma parabólica da polar de arrasto ($C_{Di} = K C_L^2$), o valor de K reflete a intensidade das perdas associadas à geração de sustentação, sendo sensível à distribuição de vórtices e à interferência entre asa e propulsor. Como o presente estudo dispõe apenas dos coeficientes adimensionais de sustentação

e arrasto induzido, sem acesso a dados experimentais de vorticidade ou a componentes viscosas, o coeficiente K representa a única variável capaz de quantificar, de forma indireta, os efeitos de interação propulsiva sobre o desempenho aerodinâmico global. Embora tal métrica não capture fenômenos de arrasto parasita nem a intensidade absoluta dos vórtices, sua utilização é consolidada na literatura de aerodinâmica básica e de desempenho de asas finitas (Anderson, 2010; Silva, 2023), permitindo comparações consistentes entre configurações sob o mesmo regime de escoamento.

3.4 CONFIGURAÇÃO NUMÉRICA

As simulações foram realizadas no módulo VLM do VSPAERO. As áreas de referência foram definidas manualmente ($S_{\text{ref}}=100 [ft]^2$, $b_{\text{ref}}=1$, $c_{\text{ref}}=1 [ft]$) para manter coerência dimensional entre casos. A esteira foi tratada como *fixa* (64 nós), opção adotada por limitação computacional e para garantir reprodutibilidade entre os cenários. O modelo de estol permaneceu desativado, uma vez que o foco do estudo está no regime pré-estol.

A hélice foi modelada como disco atuador. Para os coeficientes globais do disco, adotaram-se valores representativos próximos aos da Configuração de ponta de asa em Sheridan, Pham & Whiteside (2021) (ordem de grandeza constante ao longo de α), sendo:

Tabela 4 – Coeficientes globais do disco.

C_T	0,275
C_P	0,303

Fonte: Elaborado pela autora.

Manter C_T e C_P constantes teve o intuito de reduzir o custo computacional e isolar as análises em torno de fatores geométricos do modelo, facilitando a comparação paramétrica entre posições, e buscando identificar *tendências* de desempenho.

3.5 MÉTRICAS E PÓS-PROCESSAMENTO

Para cada caso e para cada ângulo de ataque α , foram extraídos os coeficientes de sustentação (C_L) e de arrasto induzido (C_{D_i}). A comparação entre casos foi feita com base no coeficiente K

$$C_{D_i} = K C_L^2, \quad (12)$$

onde K representa a inclinação da reta obtida por ajuste linear dos dados de C_{D_i} em função de C_L^2 . O ajuste foi realizado pelo método dos mínimos quadrados, considerando uma regressão com intercepto livre, a fim de determinar o coeficiente de proporcionalidade que melhor descreve a relação quadrática entre o arrasto induzido e o quadrado da sustentação.

Para comparação relativa entre configurações, foi utilizada a variação percentual de K em relação ao caso de referência $(0, 0)$:

$$\Delta K(\%) = 100 \frac{K_{\text{caso}} - K_{(0,0)}}{K_{(0,0)}}. \quad (13)$$

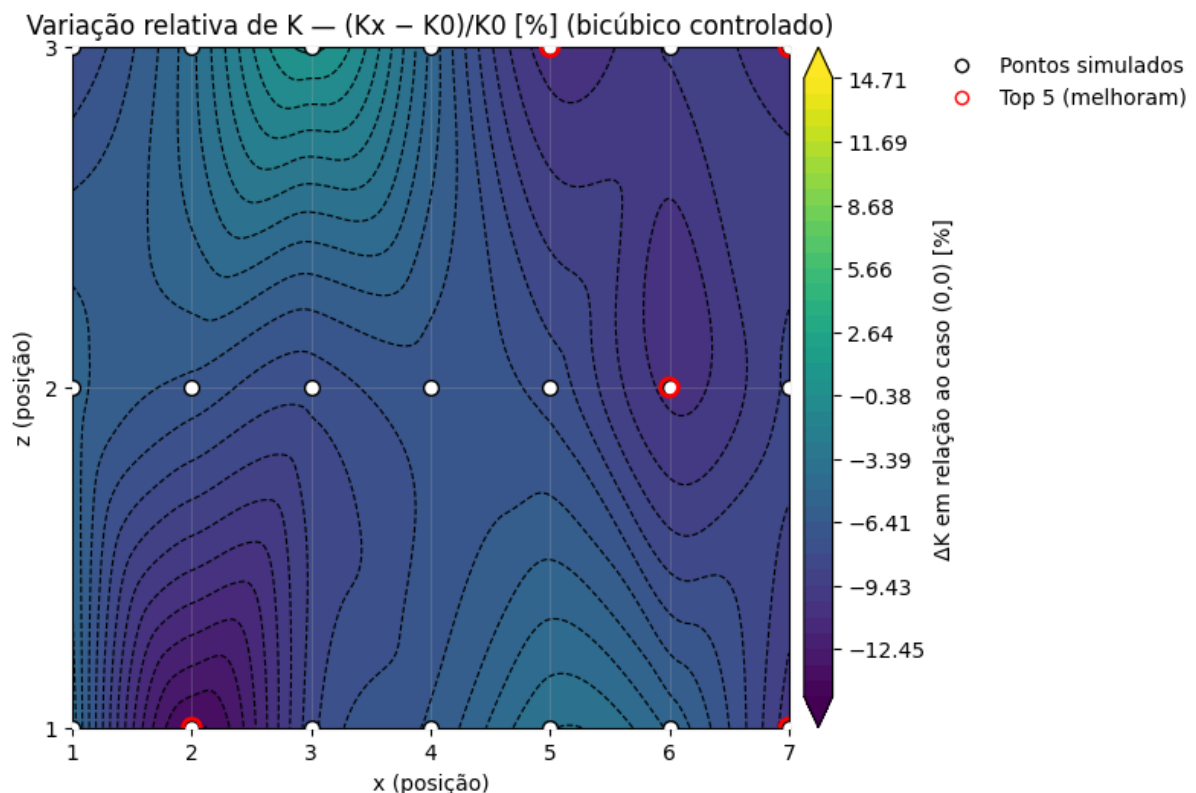
Reduções de K (ou seja, $\Delta K < 0$) indicam menor inclinação da curva C_{D_i} vs. C_L^2 para um mesmo conjunto de dados, o que é consistente com decréscimo do arrasto induzido na faixa analisada. O script Python utilizado para o pós-processamento está disponível no Apêndice A.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir das simulações realizadas no *OpenVSP/VS-PAERO*, bem como as análises de sensibilidade paramétrica sobre o coeficiente de arrasto induzido. A interpretação é feita em termos das variações do coeficiente K , que expressa a relação entre C_{Di} e C_L^2 , em comparação ao caso de referência (0,0), sem a hélice.

A Figura 11 apresenta a variação relativa $\Delta K(\%)$, obtida por meio de interpolação bicúbica dos pontos simulados. Esse mapa permite visualizar as regiões de maior benefício aerodinâmico no plano de posicionamento (x, z) . Observa-se que, quanto mais afastada longitudinalmente da asa (dentro dos limites construtivos plausíveis), a hélice tende a interferir de forma mais favorável com o vórtice de ponta, reduzindo o *downwash* médio sobre a asa e, consequentemente, o arrasto induzido.

Figura 11 – Mapa interpolado de $\Delta K(\%)$ no plano de posicionamento (x, z) .



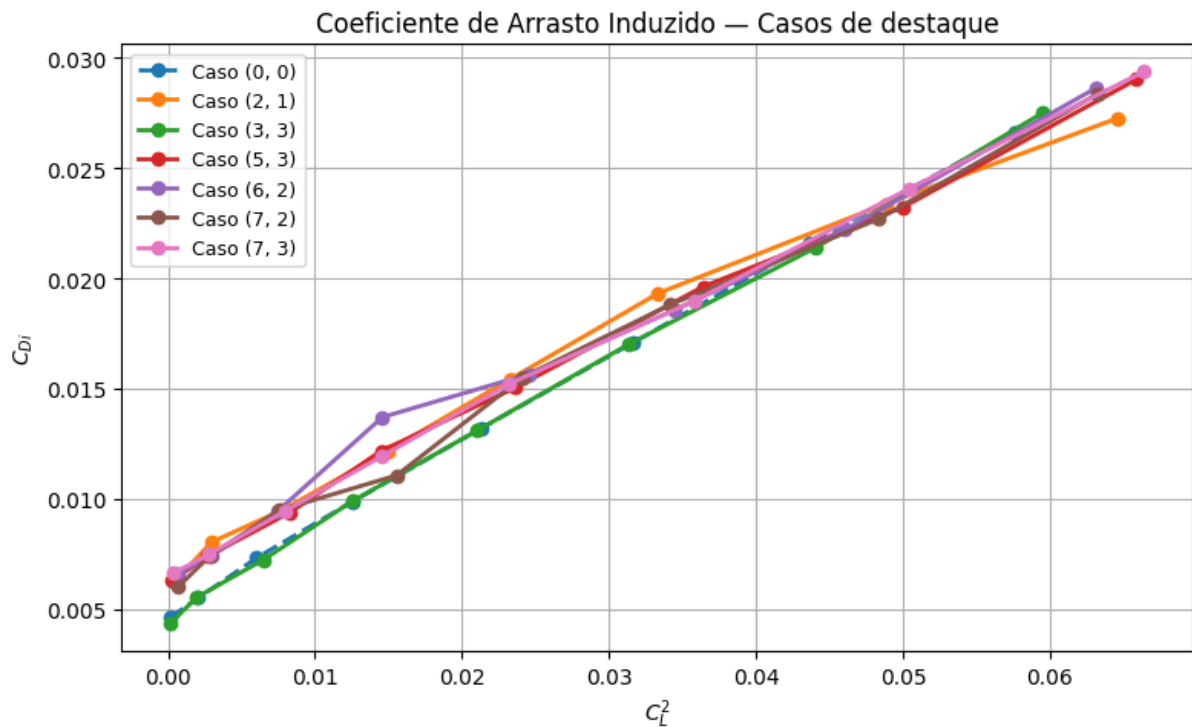
Fonte: Elaborado pelo autor.

Em contrapartida, deslocamentos verticais positivos (hélice acima da asa) resultaram em aumento de K , evidenciando uma interação desfavorável entre a esteira da hélice e o campo de escoamento. Nesses casos, o jato propulsivo intensifica a circulação local em vez de suavizá-la, agravando a formação do vórtice de ponta.

4.1 RESULTADOS POR CASOS

Nesta seção são discutidos os resultados obtidos para os casos de destaque, com ênfase nas configurações de referência, validação e nas que apresentaram o melhor e o pior desempenho aerodinâmico. A Figura 12 apresenta uma comparação direta entre as curvas C_{Di} e C_L^2 desses casos, permitindo visualizar as diferenças de inclinação associadas à variação do coeficiente K .

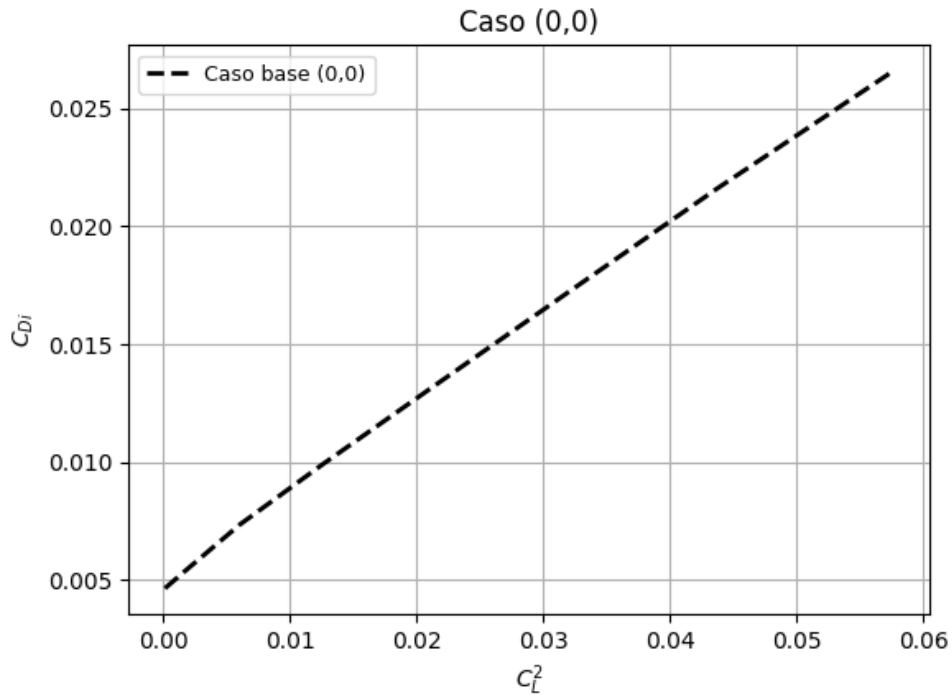
Figura 12 – Comparação entre as curvas C_{Di} vs C_L^2 para os casos de maior e menor desempenho.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.1 Caso de referência (0,0)

O caso de referência corresponde à simulação da asa isolada, sem a presença da hélice. Este cenário estabelece a linha de base para comparação dos efeitos induzidos pelas demais configurações. A Figura 13 apresenta a relação entre C_{Di} e C_L^2 obtida para essa condição, utilizada como ponto de partida para o cálculo das variações de ΔK .

Figura 13 – C_{Di} vs C_L^2 — Caso (0,0)

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2 Caso da literatura (3,2)

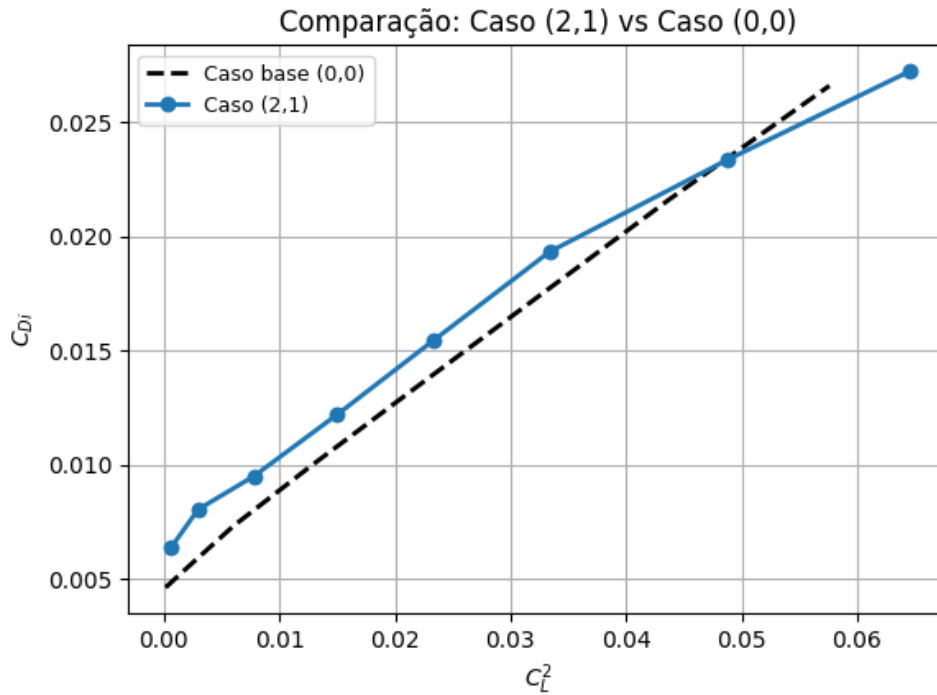
O arranjo (3, 2) corresponde à geometria reportada por ??), utilizada neste trabalho para fins de validação do modelo. A Figura 12 evidencia que a inclinação da curva $C_{Di}-C_L^2$ para esse caso reproduz adequadamente a tendência de redução de K observada na literatura, indicando coerência entre o método empregado e o comportamento aerodinâmico esperado.

4.1.3 Melhor desempenho — Caso (2,1)

A configuração (2, 1) apresentou o menor valor de K , representando a condição de maior eficiência aerodinâmica entre todas as posições analisadas. Nesse caso, o escoamento acelerado pelo disco atuador atua de forma destrutiva sobre o vórtice de ponta, mitigando parcialmente a rotação do fluido e reduzindo o arrasto induzido.

Esse comportamento indica uma melhora efetiva na eficiência da asa, uma vez que o campo de escoamento na região da ponta se torna mais uniforme e o gradiente de *downwash* é suavizado. A redução de K obtida sugere um efeito análogo ao aumento do alongamento, resultando em ganhos de desempenho aerodinâmico sem alterações significativas na geometria estrutural.

A Figura 14 apresenta a curva característica do caso (2, 1), na qual se observa a menor inclinação da reta $C_{Di}-C_L^2$, confirmando o ganho de eficiência em relação ao caso de referência.

Figura 14 – C_{Di} vs C_L^2 — Caso (2,1)

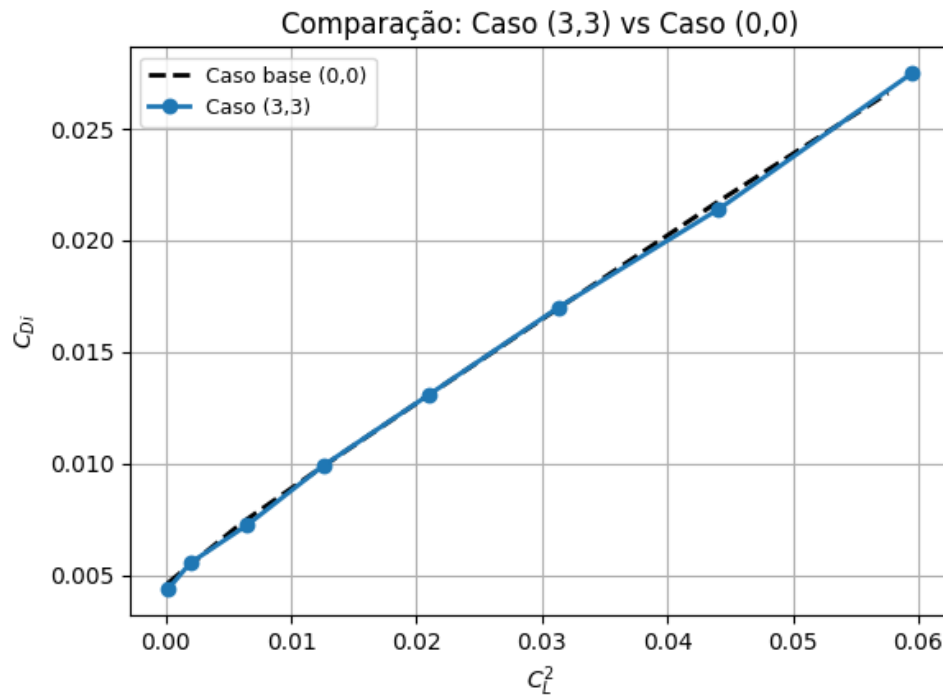
Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a hélice instalada na ponta de asa atua como um dispositivo de controle aerodinâmico ativo, capaz de alterar o vórtice de ponta de asa de maneira favorável. Esse resultado evidencia o potencial da propulsão elétrica distribuída para otimização da eficiência global da aeronave, especialmente em regimes de baixa velocidade, onde o arrasto induzido constitui parcela relevante das perdas totais.

4.1.4 Pior desempenho — Caso (3,3)

A configuração (3, 3), com a hélice deslocada acima da asa, apresentou o maior valor de K . Nesse arranjo, o jato propulsivo se sobrepõe à região de maior circulação da asa, aumentando o gradiente de velocidade local e ampliando a inclinação da polar $C_{Di}-C_L^2$. O resultado é um acréscimo de arrasto induzido e uma perda de eficiência global do conjunto.

A Figura 15 mostra a polar característica desse caso, na qual se observa a maior inclinação da curva, evidenciando o aumento de K em comparação às demais configurações.

Figura 15 – C_{Di} vs C_L^2 — Caso (3,3)

Fonte: Elaborado pelo autor.

De modo geral, os resultados obtidos indicam que o coeficiente K , e consequentemente o arrasto induzido, são fortemente sensíveis ao posicionamento da hélice. Essa tendência é compatível com as observações experimentais de Silva (2023) e com as simulações de ??), que também reportaram mitigação do vórtice de ponta ao afastar o propulsor da asa.

Do ponto de vista de projeto, a redução de K implica em:

- aumento da razão de sustentação–arrasto (L/D);
- potencial redução do consumo elétrico para um mesmo regime de voo;
- possibilidade de otimização da distribuição de propulsores em sistemas de propulsão elétrica distribuída (DEP);
- e equivalência funcional ao aumento de envergadura, porém sem penalidades estruturais ou de massa.

Apesar dos resultados, é importante destacar que o *Vortex Lattice Method* (VLM) acoplado ao modelo de disco atuador é uma formulação de baixa ordem. Portanto, os valores absolutos de K devem ser interpretados como indicativos, e não como resultados quantitativos definitivos. Efeitos viscosos, turbulência, estol e interações tridimensionais reais não são completamente capturados.

Trabalhos futuros devem explorar modelos de maior fidelidade, como CFD acoplado à *Blade Element Momentum Theory* (BEMT) ou simulações de vórtices livres, de modo a validar e quantificar os ganhos previstos em regimes realistas de voo.

De forma geral, a análise de sensibilidade paramétrica revelou que:

1. o aumento de x (afastamento longitudinal) promove reduções de até 10–15% em K ;
2. o aumento de z (elevação da hélice) eleva o arrasto induzido, tornando a interação menos eficiente;
3. a posição intermediária em z e afastada em x apresentou o melhor equilíbrio entre empuxo e eficiência aerodinâmica;
4. e que, ao posicionar a hélice adequadamente, é possível alcançar um efeito equivalente a um aumento da envergadura sem necessidade de modificações estruturais — reduzindo massa, complexidade e custos de fabricação.

Esses resultados reforçam o potencial das configurações com hélices em ponta de asa como elemento ativo para redução do arrasto induzido, contribuindo para o desenvolvimento de aeronaves mais eficientes dentro da filosofia da propulsão elétrica distribuída.

5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos indicam que o posicionamento da hélice na ponta da asa exerce influência significativa sobre o arrasto induzido e, consequentemente, sobre a eficiência aerodinâmica global da configuração. Observou-se que o afastamento longitudinal positivo ($x > 0$) promove reduções no coeficiente K , o que representa menor arrasto induzido para um mesmo nível de sustentação. Em contrapartida, deslocamentos verticais positivos ($z > 0$), correspondentes à instalação da hélice acima da asa, resultam em aumento de K , evidenciando uma interação menos favorável entre o escoamento propulsivo e o campo de sustentação.

A análise de sensibilidade paramétrica sugere — como hipótese — que a presença da hélice na ponta da asa pode atenuar parcialmente os efeitos do vórtice de ponta, produzindo um comportamento aerodinâmico análogo ao de uma asa de maior razão de aspecto. Tal interpretação é coerente com os resultados de variação do coeficiente K , embora o presente estudo não tenha avaliado diretamente o campo de *downwash* ou a estrutura dos vórtices. Essa hipótese poderá ser verificada em estudos futuros empregando modelos de ordem superior, capazes de resolver o escoamento tridimensional induzido.

De forma mais específica, os resultados analisam o efeito do posicionamento da hélice de ponta de asa, sem caracterizar diretamente sistemas de propulsão elétrica distribuída. Ainda assim, os achados reforçam o potencial desse tipo de integração propulsiva como estratégia ativa para mitigação do arrasto induzido, desde que adequadamente posicionada em regiões de alta circulação na ponta da asa.

A metodologia empregada, baseada no *Vortex Lattice Method* (VLM) acoplado ao modelo de disco atuador com esteira fixa, mostrou-se adequada para análises conceituais de baixa ordem, permitindo identificar tendências e efeitos relativos de configuração com custo computacional reduzido. No entanto, por não capturar efeitos viscosos, de separação de escoamento ou de estol, as magnitudes reportadas de K devem ser interpretadas apenas como indicativas e válidas dentro do regime linear de sustentação.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a repetição das simulações dos casos mais promissores utilizando modelos de ordem superior, como:

- o modo de pás rotativas do próprio *VSPAERO*, que permite modelar o escoamento induzido real pelas hélices;
- simulações CFD acopladas à *Blade Element Momentum Theory* (BEMT);
- e análises aeroelásticas para investigar eventuais efeitos dinâmicos decorrentes da interação hélice–asa.

Em síntese, o estudo confirma que o reposicionamento otimizado das hélices pode levar a ganhos aerodinâmicos equivalentes ao aumento da envergadura, porém sem penalidades

estruturais. Tais resultados reforçam a relevância do posicionamento propulsivo em configurações com hélices em ponta de asa como alternativa promissora para futuras aeronaves elétricas regionais e experimentais.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. D. **Fundamentals of aerodynamics**. 5th. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2010.
- BORER, N. K. *et al.* Design and performance of the nasa sceptor distributed electric propulsion flight demonstrator. In: AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS. **AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference**. Washington, D.C., 2016.
- GUDMUNDSSON, S. **General aviation aircraft design: applied methods and procedures**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- INTERNATIONAL AIR TRANSPORT ASSOCIATION. **Net zero by 2050: sustainable aviation fuels and aviation decarbonization**. Genebra, 2023. Relatório técnico institucional. Disponível em: <https://www.iata.org/en/programs/environment/sustainable-aviation-fuels/>.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. **Environmental report 2019**. Montréal, 2019. Relatório técnico institucional. Disponível em: <https://www.icao.int/environmental-protection/Pages/env2019.aspx>.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. **Environmental report 2022: innovation for a green transition**. Montréal, 2022. Relatório técnico institucional. Disponível em: <https://www.icao.int/sites/default/files/sp-files/environmental-protection/Documents/EnvironmentReport-2010/ICAO-ENV-Report-2022-F4.pdf>.
- KATZ, J.; PLOTKIN, A. **Low-speed aerodynamics**. 2nd. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- LEE, D. S. *et al.* The contribution of global aviation to anthropogenic climate forcing for 2000 to 2018. **Atmospheric Environment**, v. 244, p. 117834, 2021.
- MASSON-DELMOTTE, V. *et al.* **Climate change 2021: the physical science basis. contribution of working group i to the sixth assessment report of the intergovernmental panel on climate change**. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. Disponível em: <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/>.
- MCCORMICK, B. W. **Aerodynamics, aeronautics, and flight mechanics**. 2nd. ed. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- NASA Aeronautics Research Mission Directorate. **X-57 Maxwell technical papers**. 2024. Coleção de relatórios técnicos NASA. Disponível em: <https://www.nasa.gov/directorates/armd/x-57-technical-papers/>.
- NASA Armstrong Flight Research Center. **NASA X-57 Maxwell distributed electric propulsion aircraft**. 2024. Imagem disponível em página institucional da NASA. Acesso em: 14 out. 2025. Disponível em: <https://sacd.larc.nasa.gov/asab/asab-projects-2/x57maxwell/>.
- NASA OpenVSP Project. **OpenVSP: Parametric Aircraft Geometry Tool**. 2025. Acesso em: 6 nov. 2025. Disponível em: <https://openvsp.org/>.

OpenVSP Community. **NASA X-57 Maxwell model on OpenVSP Airshow**. 2024. Repositório colaborativo OpenVSP Airshow. Disponível em: <https://airshow.openvsp.org/vsp/xweZyhhyPomKswMTxim6>.

SHERIDAN, C. N. D.; PHAM, D. D. V.; WHITESIDE, S. K. S. **Evaluation of VSPAERO analysis capabilities for conceptual design of aircraft with propeller-blown wings**. Hampton, VA, 2021.

SILVA, G. P. G. **Experimental assessment of aerodynamic and aeroacoustic interaction effects of wingtip-mounted propellers**. 2023. Dissertação ((Mestrado em Engenharia Aeronáutica)) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

STOLL, A. **Distributed electric propulsion for aircraft**. 2014. Tese ((Doutorado em Engenharia Aeronáutica)) — Stanford University, Stanford, 2014. Disponível em: <https://searchworks.stanford.edu/view/10477752>.

WEICK, F. E. **The effect of blade design on propeller characteristics**. Washington, D.C., 1930.

APÊNDICE A – CÓDIGO DO PÓS-PROCESSAMENTO DOS RESULTADOS

O código a seguir foi desenvolvido pela autora para o pós-processamento e geração dos gráficos do estudo. Ele calcula C_L , C_{Di} , o coeficiente K por MQ com intercepto livre e produz as figuras utilizadas na Seção 4.

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """Codes_TCC_V2.ipynb
3
4 Automatically_generated_by_Colab.
5
6 Original_file_is_located_at
7 https://colab.research.google.com/drive/15NpsKU1Q-
8   iqEjiK5stflTElazCrVTe4h
9   """
10
11 import numpy as np
12 import matplotlib.pyplot as plt
13 import pandas as pd
14
15 # ngulo de ataque (Alpha) em graus
16 AoA = np.array([-6.00, -3.71, -1.43, 0.857, 3.14, 5.43, 7.71, 10.00])
17
18 # ----- CL por caso -----
19 CL = {
20     (0,0): np.array([0.0121, 0.0455, 0.0777, 0.112, 0.146, 0.178, 0.209,
21                     0.240]),
22     (1,1): np.array([0.02292331161, 0.05403372733, 0.08852556928,
23                     0.12159125480, 0.15278099061, 0.18471403371, 0.21848861097,
24                     0.24974763891]),
25     (1,2): np.array([0.02108479705, 0.05504862348, 0.08654982593,
26                     0.1181320236, 0.1580170641, 0.1891958064, 0.2199218181,
27                     0.2490399752]),
28     (1,3): np.array([0.01920281191, 0.05408796773, 0.08784272704,
29                     0.1213802039, 0.1550208193, 0.1873232599, 0.2213848819,
30                     0.2538121419]),
31     (2,1): np.array([0.02427541377, 0.05438437510, 0.08834333936,
32                     0.1222304369, 0.1525947275, 0.1826671057, 0.2209534347,
33                     0.2541818652]),
34     (2,2): np.array([0.0211011362, 0.0559424004, 0.08637809096,
35                     0.1195498970, 0.1562240020, 0.1882672335, 0.2186872104,
36                     0.2518900979]),
37     (2,3): np.array([0.02109189317, 0.0522604832, 0.08784571467,

```

```

0.1212369375, 0.1549923333, 0.1868165626, 0.2218795519,
0.2540289366]),
28
(3,1): np.array([0.02432676139, 0.0550894262, 0.08803810825, 0.1215797,
29 0.1519092297, 0.1863646495, 0.2204949317, 0.2478536316]),
(3,2): np.array([0.02264707775, 0.0555663117, 0.08687937848,
30 0.121066141, 0.1548898466, 0.1874420363, 0.2183112835,
0.2486712774]),
(3,3): np.array([0.0125, 0.0443, 0.0805, 0.112, 0.145, 0.177, 0.210,
31 0.244]),
32
(4,1): np.array([0.02567294692, 0.05502811906, 0.08801604644,
33 0.1207473548, 0.1508847712, 0.1865038970, 0.2180798618,
0.2454982685]),
(4,2): np.array([0.02290044636, 0.05415049668, 0.08680590811,
34 0.1223271803, 0.1548593829, 0.1867452119, 0.2174743792,
0.2491878289]),
(4,3): np.array([0.01893171483, 0.05170422688, 0.09162603355,
35 0.1212272828, 0.1541581629, 0.1897683588, 0.2237538444,
0.2560040969]),
36
(5,1): np.array([0.02475468938, 0.05570019135, 0.08679473877,
37 0.1215457918, 0.1498689150, 0.1897497949, 0.2160115148,
0.2470677044]),
(5,2): np.array([0.02434659575, 0.05307464458, 0.08730021841,
38 0.1215809926, 0.1501256229, 0.1866983257, 0.2170605645,
0.2508148195]),
(5,3): np.array([0.01748422337, 0.05203130249, 0.09110869906,
39 0.1204446054, 0.1537117040, 0.1907908985, 0.2237295123,
0.2566528665]),
40
(6,1): np.array([0.02246603926, 0.05677182858, 0.0868682171,
41 0.1203035286, 0.1495301436, 0.1877079719, 0.2144692781,
0.2444114418]),
(6,2): np.array([0.02531585257, 0.05452851594, 0.08627997065,
42 0.1207733113, 0.1567194508, 0.1855323410, 0.2146795664,
0.2512926845]),
(6,3): np.array([0.01909003348, 0.05280183077, 0.08695888952,
43 0.1212275652, 0.1536693991, 0.1902090094, 0.2250305720,
0.2573949147]),
44
(7,1): np.array([0.0190742895, 0.05222096806, 0.08907926097,
45 0.1207700644, 0.1523529409, 0.1891772678, 0.2244890828,
0.2576877917]),
(7,2): np.array([0.02596119518, 0.05381288081, 0.0869187907,
46 0.1247380372, 0.1553908333, 0.1848453442, 0.2199514838,
0.2514764814]),

```

```

47     (7,3): np.array([0.0190742895, 0.05222096806, 0.08907926097,
48         0.1207700644, 0.1523529409, 0.1891772678, 0.2244890828,
49         0.2576877917]),
50 }
51 # ----- CDi por caso -----
52 CDi = {
53     (0,0): np.array([0.00463, 0.00552, 0.00733, 0.00988, 0.0132, 0.0171,
54         0.0216, 0.0266]),
55     (1,1): np.array([0.00635436942, 0.00802911453, 0.01082218334,
56         0.01200371292, 0.01537319207, 0.01950676395, 0.02404926727,
57         0.02965487849]),
58     (1,2): np.array([0.00662799811, 0.00746424656, 0.00937721282,
59         0.01193610697, 0.01537392824, 0.01968404307, 0.02406979405,
60         0.02881438130]),
61     (1,3): np.array([0.00680516331, 0.00771842493, 0.00944681054,
62         0.01204912596, 0.01520941921, 0.01902377799, 0.02352006785,
63         0.02955159622]),
64     (2,1): np.array([0.00635481419, 0.00804421168, 0.00950942359,
65         0.01218027372, 0.01542950718, 0.01932401347, 0.02337048933,
66         0.02724945791]),
67     (2,2): np.array([0.00658511160, 0.00745452496, 0.00934128757,
68         0.01184924053, 0.01537861891, 0.01919763343, 0.02364767567,
69         0.02898168939]),
70     (2,3): np.array([0.00663708357, 0.00762749375, 0.00935332821,
71         0.01199196698, 0.01485714567, 0.01950008851, 0.02498634190,
72         0.02971767214]),
73     (3,1): np.array([0.006562130297, 0.008652084643, 0.00951173285,
74         0.01213940459, 0.01544310948, 0.02002925928, 0.02356761675,
75         0.02835824741]),
76     (3,2): np.array([0.006596980714, 0.007407594541, 0.009399971685,
77         0.01191658291, 0.01540672344, 0.01924409777, 0.02333911780,
78         0.02814211935]),
79     (3,3): np.array([0.00436, 0.00555, 0.00724, 0.00990, 0.0131, 0.0170,
80         0.0214, 0.0275]),
81     (4,1): np.array([0.00718991046, 0.00763574388, 0.00962131629,
82         0.01206285381, 0.01527827155, 0.01867605081, 0.02379027667,
83         0.02848961389]),
84     (4,2): np.array([0.00634446457, 0.00773989710, 0.00936219997,
85         0.01175761193, 0.01532684955, 0.01915603781, 0.02285087312,
86         0.02870799977]),
87     (4,3): np.array([0.00647544765, 0.00762881162, 0.00779191338,
88         0.01198925494, 0.01497741653, 0.01955919932, 0.02423593598,

```

```

        0.02973313470])),
69
70 (5,1): np.array([0.006316213378, 0.007412565474, 0.009386974827,
        0.01217977306, 0.01503740364, 0.01961678732, 0.02323089739,
        0.02899971941])),
71 (5,2): np.array([0.006176443529, 0.007667184257, 0.009368174345,
        0.0116593722, 0.01532242543, 0.01901872922, 0.02329316476,
        0.02838136203])),
72 (5,3): np.array([0.006316213378, 0.007412565474, 0.009386974827,
        0.01217977306, 0.01503740364, 0.01961678732, 0.02323089739,
        0.02899971941])),
73
74 (6,1): np.array([0.00568450361, 0.00792640456, 0.00912548249,
        0.01213149615, 0.01508482343, 0.01954913358, 0.02288958624,
        0.02775070998])),
75 (6,2): np.array([0.00661172403, 0.00742249520, 0.00944025655,
        0.01370651360, 0.01565749501, 0.01854751232, 0.02220160017,
        0.02862172849])),
76 (6,3): np.array([0.00685187023, 0.00786070132, 0.00858715101,
        0.01198297881, 0.01562846610, 0.01901820236, 0.02416184877,
        0.02954414979])),
77
78 (7,1): np.array([0.006641762842, 0.007466351649, 0.009439707707,
        0.01194666407, 0.01521474698, 0.01896327712, 0.02404923937,
        0.02935835907])),
79 (7,2): np.array([0.006010253934, 0.007451620801, 0.009487723384,
        0.01107208092, 0.01551857755, 0.01880173803, 0.02269218042,
        0.02834431338])),
80 (7,3): np.array([0.006641762842, 0.007466351649, 0.009439707707,
        0.01194666407, 0.01521474698, 0.01896327712, 0.02404923937,
        0.02935835907])),
81 }
82
83 CL2 = {}
84 K = {}
85
86 for i in CL:
87     CL2[i] = CL[i] ** 2
88     # evita divis o por zero (n o deve ocorrer com esses dados)
89     K[i] = CDi[i] / np.where(CL2[i] == 0, np.nan, CL2[i])
90
91 print("C lculos_feitos_ ")
92
93 # Gr fico CDi vs CL por caso (polar induzida)
94 plt.figure(figsize=(7,5))
95 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
96     plt.plot(CL2[(i, j)], CDi[(i, j)], label=f'Caso_{i},{j}', linewidth=2)

```

```

97 plt.xlabel("$CL^2$")
98 plt.ylabel("$C_{Di}$")
99 plt.title("Polar_induzida:_$C_{Di}$ vs_$CL^2$")
100 plt.grid(True)
101 plt.legend(ncol=3, fontsize=8)
102 plt.show()
103
104 # --- K por MQ (reta com intercepto) ao estilo Excel SLOPE(y,x) ---
105 k_medios_mq = {}
106 for key in CL2:
107     x = np.asarray(CL2[key], float)
108     y = np.asarray(CDi[key], float)
109     # mesmo filtro que voc j usava (finito e x>0)
110     mask = np.isfinite(x) & np.isfinite(y) & (x > 0)
111     x, y = x[mask], y[mask]
112
113     # SLOPE do Excel: b = (n* (xy) - x * y ) / (n* (x^2) - ( x )^2)
114     if x.size >= 2:
115         n = x.size
116         sx = np.sum(x)
117         sy = np.sum(y)
118         sxx = np.sum(x*x)
119         sxy = np.sum(x*y)
120         denom = n*sxx - sx*sx
121         K = (n*sxy - sx*sy) / denom if denom != 0 else np.nan
122     else:
123         K = np.nan
124
125     k_medios_mq[key] = K
126
127 # referencia (0,0)
128 assert (0,0) in k_medios_mq, "Falta_o_caso_(0,0)_em_k_medios_mq."
129 k_ref = k_medios_mq[(0,0)]
130 assert np.isfinite(k_ref) and k_ref != 0, f"k_ref_inv_lido:_{k_ref}"
131
132 # K % = 100*(K - K_ref)/K_ref usando os MESMOS K do contour
133 k_var_pct_mq = {key: 100.0 * (km - k_ref) / k_ref for key, km in
134                 k_medios_mq.items()}
135
136 # inclui o caso (0,0)
137 keys_sorted = sorted(k_var_pct_mq.keys())
138 labels = [f"{i},{j}" for (i,j) in keys_sorted]
139 vals = [k_var_pct_mq[key] for key in keys_sorted]
140
141 # diagnostico: deve bater com a faixa do contour (agora usando MQ com
142         intercepto)
143 print(" K %_(MQ)_min max :", np.nanmin(vals), " ", np.nanmax(vals))

```

```

142 print("k_ref=", k_ref)
143
144 # gr fico de linhas mantendo caso 0,0 e tend ncia
145 plt.figure(figsize=(9,4))
146 plt.plot(labels, vals, 'o-', linewidth=2, label=" K _(%)")
147
148 # --- gr fico com apenas os pontos marcados por 'x' ---
149 plt.figure(figsize=(9,4))
150 plt.plot(labels, vals, 'x', markersize=8) # apenas pontos 'x'
151
152 # eixos e formata o (escala simtrica)
153 vmax = float(np.nanmax(np.abs(vals)))
154 plt.ylim(-1.1*vmax, 1.1*vmax)
155 plt.axhline(0, color="grey", linestyle=":", linewidth=1)
156 plt.xlabel("Caso_(x,z)")
157 plt.ylabel("Varia o_de_K_em_rela o_ao_Caso_de_Refer ncia_()")
158 plt.title("Varia o_de_K_por_caso_(relativa_ao_caso_de_refer ncia)")
159 plt.grid(True, alpha=0.3)
160 plt.xticks(rotation=45)
161 plt.legend()
162 plt.tight_layout()
163 plt.show()
164
165 # Gerar um gr fico separado por caso: CL vs Alpha (com o caso 0)
166 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
167     plt.figure(figsize=(6, 4.5))
168
169     # Caso base (0,0) refer ncia
170     plt.plot(AoA, CL[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_(0,0)")
171
172     # Caso atual (i,j)
173     plt.plot(AoA, CL[(i,j)], marker='s', linewidth=2, label=f"Caso_({i},{j}
        })")
174
175     # Rtulos e ttulo
176     plt.xlabel(r"$\alpha$(graus)")
177     plt.ylabel(r"$C_L$")
178     plt.title(f"CL_vs_ _Caso_({i},{j})")
179     plt.grid(True)
180     plt.legend(fontsize=9)
181     plt.tight_layout()
182     plt.show()
183
184 # Gr fico nico : CL vs para todos os casos (incluindo o caso base
    )
185 plt.figure(figsize=(8,5))
186

```

```

187 # Caso base (0,0)          referencia
188 plt.plot(AoA, CL[(0,0)], '--', linewidth=2, label="Caso_base_(0,0)")
189
190 # Demais casos
191 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
192     if (i, j) == (0, 0):
193         continue
194     plt.plot(AoA, CL[(i,j)], marker='s', linewidth=1.8, label=f"Caso_{i},{j}")
195
196 # R tulos e formata o
197 plt.xlabel(r"$\alpha$(graus)")
198 plt.ylabel(r"$C_L$")
199 plt.title(r"Comparativo_$C_L$vs_$\alpha$ _Todos_os_casos")
200 plt.grid(True)
201 plt.legend(ncol=3, fontsize=8)
202 plt.tight_layout()
203 plt.show()
204
205 #      Gr fico: CL vs      para casos selecionados
206 plt.figure(figsize=(8,5))
207
208 # Lista dos casos desejados
209 casos = [(0,0), (2,2), (3,3), (5,3), (6,2), (7,2), (7,3)]
210
211 # Loop para plotar apenas esses casos
212 for caso in casos:
213     estilo = '--' if caso == (0,0) else '--'
214     plt.plot(AoA, CL[caso], linestyle=estilo, marker='s', linewidth=2,
215             label=f"Caso_{caso}")
216
217 # R tulos e formata o
218 plt.xlabel(r"$\alpha$(graus)")
219 plt.ylabel(r"$C_L$")
220 plt.title(r"$C_L$vs_$\alpha$ _Top_Casos")
221 plt.grid(True)
222 plt.legend(fontsize=9)
223 plt.tight_layout()
224 plt.show()
225
226 #Gerar um gr fico separado por caso: CL vs Alpha (com o caso 0)
227 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
228     plt.figure(figsize=(6, 4.5))
229
230     # Caso base (0,0)          referencia
231     plt.plot(AoA, CL[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_(0,0)")

```

```

232     # Caso atual (i,j)
233     plt.plot(AoA, CL[(i,j)], marker='s', linewidth=2, label=f"Caso_{(i),(j)}")
234
235     # R tulos e t tulo
236     plt.xlabel(r"$\alpha$(graus)")
237     plt.ylabel(r"$C_L$")
238     plt.title(f"$C_L$ vs $C_L$ Caso_{(i),(j)}")
239     plt.grid(True)
240     plt.legend(fontsize=9)
241     plt.tight_layout()
242     plt.show()
243
244     # =====
245     #Adicional 1: Um nico gr fico com TODAS as curvas da polar induzida (
246     #C_Di vs C_L^2)
247     plt.figure(figsize=(8, 5))
248     # Caso base (0,0)
249     plt.plot(CL2[(0,0)], CDi[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_(0,0)")
250
251     # Demais casos
252     for (i, j) in sorted(CL.keys()):
253         if (i, j) == (0, 0):
254             continue
255         plt.plot(CL2[(i, j)], CDi[(i, j)], linewidth=1.8, marker='o', ms=3,
256                 label=f"Caso_{(i),(j)}")
257
258     plt.xlabel(r"$C_L^2$")
259     plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
260     plt.title(r"$C_{Di}$ vs $C_L^2$(todos os casos)")
261     plt.grid(True)
262     plt.legend(ncol=3, fontsize=8)
263     plt.tight_layout()
264     plt.show()
265
266     # Adicional 2: Gr fico do coeficiente de arrasto induzido apenas para os
267     # casos (0,0), (3,3) e (7,2)
268     plt.figure(figsize=(8, 5))
269     selecionados = [(0,0), (2,1), (3,3), (5,3), (6,2), (7,2), (7,3)]
270
271     for caso in selecionados:
272         estilo = '--' if caso == (0,0) else '-'
273         plt.plot(CL2[caso], CDi[caso], linestyle=estilo, marker='o', linewidth
274                 =2, label=f"Caso_{caso}")

```

```

273 plt.xlabel(r"$C_L^2$")
274 plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
275 plt.title(r"Coeficiente_de_Arrasto_Induzido_ _Casos_de_destaque")
276 plt.grid(True)
277 plt.legend(fontsize=9)
278 plt.tight_layout()
279 plt.show()
280
281 # Gerar um gráfico separado por caso: C_Di vs Alpha (com o caso base
    0,0)
282 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
283     plt.figure(figsize=(6, 4.5))
284
285     # Caso base (0,0) referencia
286     plt.plot(AoA, CDi[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_(0,0)")
287
288     # Caso atual (i,j)
289     plt.plot(AoA, CDi[(i,j)], marker='o', linewidth=2, label=f"Caso_{(i),(j)}")
290
291     # Rótulos e título
292     plt.xlabel(r"$\alpha$(graus)")
293     plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
294     plt.title(f"Polar_induzida_ _Caso_{(i),(j)}")
295     plt.grid(True)
296     plt.legend(fontsize=9)
297     plt.tight_layout()
298     plt.show()
299
300 # Gerar um gráfico separado por caso: C_Di vs C_L (com o caso base)
301 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
302     plt.figure(figsize=(6, 4.5))
303
304     # Caso base (0,0) referencia
305     plt.plot(CL[(0,0)], CDi[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_
        (0,0)")
306
307     # Caso atual (i,j)
308     plt.plot(CL[(i,j)], CDi[(i,j)], marker='o', linewidth=2, label=f"Caso_
        {(i),(j)}")
309
310     # Rótulos e título
311     plt.xlabel(r"$C_L$")
312     plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
313     plt.title(f"Polar_total_ _$C_{Di}$ vs $C_L$ _Caso_{(i),(j)}")
314     plt.grid(True)
315     plt.legend(fontsize=9)

```

```

316 plt.tight_layout()
317 plt.show()
318
319 # Compara o: C_Di vs CL de cada caso com o caso base (0,0)
320 for (i, j) in sorted(CL.keys()):
321     plt.figure(figsize=(6, 4.5))
322
323     # Caso base (0,0) referencia
324     plt.plot(CL2[(0,0)], CDi[(0,0)], 'k--', linewidth=2, label="Caso_base_
        (0,0)")
325
326     # Caso atual (i,j)
327     plt.plot(CL2[(i,j)], CDi[(i,j)], marker='o', linewidth=2, label=f"Caso_
        ({i},{j})")
328
329     # Eixos e titulo
330     plt.xlabel(r"$C_L^2$")
331     plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
332     plt.title(f"Compara o: Caso_{(i,j)} vs Caso_(0,0)")
333     plt.grid(True)
334     plt.legend(fontsize=9)
335     plt.tight_layout()
336     plt.show()
337
338 import numpy as np
339 import matplotlib.pyplot as plt
340
341 # casos desejados
342 casos_sel = [(0,0), (2,1), (3,3), (5,3), (6,2), (7,2), (7,3)]
343
344 plt.figure(figsize=(8,5))
345
346 for caso in casos_sel:
347     # dados
348     x = np.asarray(CL2[caso], float) # CL^2
349     y = np.asarray(CDi[caso], float) # CDi
350     m = np.isfinite(x) & np.isfinite(y) & (x > 0)
351     x, y = x[m], y[m]
352
353     # curva medida
354     plt.plot(x, y, marker='o', linewidth=1.8, ms=4, label=f"Caso_{caso}")
355
356 plt.xlabel(r"$C_L^2$")
357 plt.ylabel(r"$C_{Di}$")
358 plt.title(r"$C_{Di}$ vs $C_L^2$ Top_Casos")
359 plt.grid(True, alpha=0.3)
360 plt.legend(ncol=2, fontsize=9)

```

```

361 plt.tight_layout()
362 plt.show()
363
364 from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable
365
366 # ... (seu código anterior igual até aqui)
367
368 fig, ax = plt.subplots(figsize=(7.8, 5.2), constrained_layout=True)
369 cont = ax.contourf(I_grid, J_grid, Z, levels=levels, extend='both')
370 cs = ax.contour(I_grid, J_grid, Z, levels=levels, colors='k', linewidths
    =0.8)
371
372 # pontos medidos
373 sc = ax.scatter(pts[:,0], pts[:,1], color='white', edgecolor='k', s=50,
    zorder=3)
374
375 # destaca os 5 melhores (mais negativos)
376 topN = 5
377 for (i,j), v in melhores[:topN]:
378     ax.scatter(i, j, s=70, facecolor='none', edgecolor='red', linewidths=2,
        zorder=4)
379
380 # === barra de cor em eixo acoplado, com espaço fixo ===
381 divider = make_axes_locatable(ax)
382 cax = divider.append_axes("right", size="4%", pad=0.10) # pad controla
    o v o entre plot e barra
383 cbar = fig.colorbar(cont, cax=cax)
384 cbar.set_label("K _em_ rela _o_ _ao_ caso_(0,0)_[%]")
385
386 # eixos, ticks e títulos
387 ax.set_xticks(np.unique(pts[:,0]))
388 ax.set_yticks(np.unique(pts[:,1]))
389 ax.set_xlabel("x_(posi o)")
390 ax.set_ylabel("z_(posi o)")
391 ax.set_title("Varia _o_ relativa_de_K_ _ (Kx_ _K0)/K0_[%]_(bic bico_
    controlado)")
392 ax.grid(True, alpha=0.25)
393
394 # === legenda fora do gráfico, _direita da barra de cor ===
395 custom_handles = [
396     Line2D([0],[0], marker='o', color='none', markerfacecolor='white',
        markeredgecolor='k',
397         label='Pontos_simulados'),
398     Line2D([0],[0], marker='o', color='none', markerfacecolor='none',
        markeredgecolor='red',
399         linewidth=0, label=f'Top_{topN}_melhoram)')
400 ]

```

```
401 |
402 | # ncora relativa ao proprio 'ax' (n o figura). x=1.20 p e a legenda
    | al m da colorbar.
403 | ax.legend(
404 |     handles=custom_handles,
405 |     loc='upper_left',
406 |     bbox_to_anchor=(1.20, 1.00),
407 |     bbox_transform=ax.transAxes,
408 |     borderaxespad=0.,
409 |     frameon=False
410 | )
411 |
412 | plt.show()
```

Listing A.1 – Script codes_tcc_v2.py utilizado nas análises e plots.