

Renato Campos de Paula

Análise de Perfis Aerodinâmicos Através do Método dos Painéis em Python

Ilha Solteira, São Paulo

2024

Renato Campos de Paula

Análise de Perfis Aerodinâmicos Através do Método dos Painéis em Python

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Emanuel Rocha Woiski

Ilha Solteira, São Paulo

2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P324a Paula, Renato Campos de.
Análise de perfis aerodinâmicos através do método dos painéis em Python /
Renato Campos de Paula. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
74 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica),
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de Ilha
Solteira, 2024

Orientador: Emanuel Rocha Woiski

Inclui bibliografia

1. Perfis aerodinâmicos. 2. Splines paramétricos. 3. Método dos painéis. 4.
Programa computacional. 5. Python. 6. Coeficientes aerodinâmicos.

Renato Campos de Paula

Análise de Perfis Aerodinâmicos Através do Método dos Painéis em Python

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho aprovado em 15 de maio de 2024.

Prof. Dr. Emanuel Rocha Woiski
UNESP - DEM - Campus de Ilha Solteira

Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani
UNESP - DEM - Campus de Ilha Solteira

Ana Caroline G.F. de Souza

Eng. Mec. Ana Caroline G. Feltrini de Souza
Siemens Energy

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho:

À UNESP, por proporcionar um ambiente propício ao aprendizado e à pesquisa.

Ao meu orientador Prof. Dr. Emanuel Rocha Woiski, pela orientação dedicada, paciência e valiosos insights ao longo deste processo. Seu apoio foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani, por todo apoio, pelas valiosas sugestões e pelas palavras de encorajamento que me motivaram a continuar em momentos desafiadores.

À minha família, pelo amor incondicional, incentivo constante e compreensão durante à minha graduação.

Aos meus amigos e colegas de curso, pelas trocas de conhecimento, apoio mútuo e incentivo nos momentos desafiadores.

Aos professores e profissionais que contribuíram com suas experiências e conhecimentos, enriquecendo ainda mais o conteúdo deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a minha trajetória e à concretização deste trabalho acadêmico.

Muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho propõe o desenvolvimento de um programa computacional para análise aerodinâmica de perfis utilizando splines paramétricas e o método dos painéis. O objetivo é criar uma representação suave e precisa de perfis aerodinâmicos a partir de pontos discretos, permitindo a simulação do escoamento ao redor desses perfis e a obtenção de coeficientes aerodinâmicos. A pesquisa aborda os fundamentos teóricos das splines paramétricas, do método dos painéis e da aerodinâmica, culminando na implementação de um software para otimização de projetos e análise de escoamentos em engenharia aeronáutica e áreas correlatas. Os resultados esperados incluem a validação do programa por meio de comparações com dados experimentais.

Palavras-chave: Perfis aerodinâmicos, splines paramétricos, método dos painéis, programa computacional, python, coeficientes aerodinâmicos, otimização.

ABSTRACT

This work proposes the development of a computational program for aerodynamic analysis of airfoil profiles using parametric splines and the panel method. The goal is to create a smooth and accurate representation of airfoil profiles from discrete points, allowing for the simulation of flow around these profiles and the determination of aerodynamic coefficients. The research addresses the theoretical fundamentals of parametric splines, the panel method, and aerodynamics, culminating in a tool for project optimization and flow analysis in aeronautical engineering and related fields. Expected outcomes include the validation of the program through comparisons with experimental data .

Keywords: aerodynamic analysis, airfoil profiles, parametric splines, panel method, computational program, python, aerodynamic coefficients, optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de um perfil aerodinâmico representado por splines paramétricas.	14
Figura 2 – Perfil aerodinâmico discretizado em painéis.	15
Figura 3 – Características de perfil aerodinâmico.	16
Figura 4 – Características de perfil aerodinâmico.	16
Figura 5 – Demonstração da nomenclatura para o método dos painéis.	18
Figura 6 – Sistema de coordenadas.	20
Figura 7 – Interpretação geométrica das velocidades induzidas.	22
Figura 8 – Visualização do Perfil FX 63-137.	31
Figura 9 – Distribuição de C_p do Perfil FX 63-137 - Modelo.	32
Figura 10 – Distribuição de C_p do Perfil FX 63-137 - Experimental.	33
Figura 11 – Visualização do Perfil NREL S822.	34
Figura 12 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S822 - Modelo.	35
Figura 13 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S822 - Experimental.	36
Figura 14 – Visualização do Perfil NREL S834.	37
Figura 15 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S834 - Modelo.	38
Figura 16 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S834 - Experimental.	39
Figura 17 – Visualização do Perfil Drela AG24.	40
Figura 18 – Distribuição de C_p do Perfil Drela AG24 - Modelo.	41
Figura 19 – Distribuição de C_p do Perfil Drela AG24 - Experimental.	42
Figura 20 – Visualização do Perfil CAL2263m.	43
Figura 21 – Distribuição de C_p do Perfil CAL2263m - Modelo.	44
Figura 22 – Distribuição de C_p do Perfil CAL2263m - Experimental.	45
Figura 23 – Visualização do Perfil CAL1215j.	46
Figura 24 – Distribuição de C_p do Perfil CAL1215j - Modelo.	47
Figura 25 – Distribuição de C_p do Perfil CAL1215j - Experimental.	48
Figura 26 – Visualização do Perfil CAL4014l.	49
Figura 27 – Distribuição de C_p do Perfil CAL4014l - Modelo.	50
Figura 28 – Distribuição de C_p do Perfil CAL4014l - Experimental.	51
Figura 29 – Visualização do Perfil Eppler E387.	52
Figura 30 – Distribuição de C_p do Perfil Eppler E387 - Modelo.	53
Figura 31 – Distribuição de C_p do Perfil Eppler E387 - Experimental.	54
Figura 32 – Visualização do Perfil Gottingen 417A.	55
Figura 33 – Distribuição de C_p do Perfil Gottingen 417A - Modelo.	56
Figura 34 – Distribuição de C_p do Perfil Gottingen 417A - Experimental.	57

Figura 35 – Visualização do Perfil LRN1007.	58
Figura 36 – Distribuição de C_p do Perfil LRN1007 - Modelo.	59
Figura 37 – Distribuição de C_p do Perfil LRN1007 - Experimental.	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coordenadas do Aerofólio NACA 2412	27
Tabela 2 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil FX 63-137.	32
Tabela 3 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil NREL S822.	35
Tabela 4 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil NREL S834.	38
Tabela 5 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Drela AG24.	41
Tabela 6 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL2263m.	44
Tabela 7 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL1215j.	47
Tabela 8 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL4014l.	50
Tabela 9 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Eppler E387.	53
Tabela 10 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Gottingen 417A.	56
Tabela 11 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil LRN1007.	59

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Potencial de velocidades do escoamento
ϕ_∞	Potencial de velocidades de fluxo livre
ϕ_v	Potencial de velocidades dos vórtices
γ	Intensidade dos vórtices
q	Intensidade das fontes
V_∞	Velocidade de fluxo livre
j	Nó do painel
i	Painel
α	Ângulo de ataque
θ	Ângulo entre dois vetores
u, v_i	Componentes de velocidade do painel i
V_{ti}	Velocidade tangencial ao ponto médio do painel i
V_{ni}	Velocidade normal ao ponto médio do painel i
C_p	Coefficiente de pressão
C_l	Coefficiente de sustentação
c	Corde do perfil

SUMÁRIO

	Lista de ilustrações	7
	Lista de tabelas	9
	Lista de símbolos	10
1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Justificativa	13
1.2	Objetivos	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1	Aerodinâmica de um Aerofólio	15
2.2	Condição de Kutta	16
2.3	Métodos Numéricos	17
2.3.1	Métodos dos Elementos Finitos (FEM)	17
2.3.2	Métodos de Elementos de Contorno (BEM)	17
2.4	Método dos Painéis	18
2.5	Coeficientes aerodinâmicos	24
2.5.1	Coeficiente de Pressão	24
2.5.2	Coeficiente de Sustentação	24
2.5.3	Coeficiente de Arrasto	24
2.6	Interpolação por Splines Cúbicos	24
2.7	Pontos de Discretização	27
2.8	Pontos de Controle	27
2.9	Implementação do método em Python	28
3	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	30
3.1	Análise	30
3.2	FX 63-137	31
3.3	NREL S822	34
3.4	NREL S834	37
3.5	Drela AG24	40
3.6	CAL2263m	43
3.7	CAL1215j	46
3.8	CAL4014l	49
3.9	Eppler E387	52
3.10	Gottingen 417A	55

3.11	LRN1007	58
3.12	Discussão	61
4	CONCLUSÃO	62
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICES	64
	APÊNDICE A – ROTINA IMPLEMENTADA EM PYTHON	65

1 INTRODUÇÃO

A aerodinâmica é uma área crucial na engenharia aeronáutica, automotiva e naval, impactando diretamente o desempenho e a eficiência de veículos e estruturas expostas ao fluxo de ar. Um dos desafios nesse campo é a obtenção de modelos precisos e suaves dos perfis aerodinâmicos, essenciais para a simulação e análise do escoamento ao redor desses objetos.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um programa computacional capaz de transformar pontos discretos de um perfil aerodinâmico em uma expressão geométrica suave, utilizando splines paramétricas. Essa ferramenta será fundamental para simular o escoamento ao redor do perfil, empregando o método dos painéis para obter os coeficientes aerodinâmicos e estudar as propriedades do escoamento nessas geometrias.

A importância desse estudo reside na necessidade de aprimorar as técnicas de modelagem e simulação na área da aerodinâmica, visando otimizar o desempenho de aeronaves, veículos terrestres e embarcações, além de contribuir para o desenvolvimento de soluções mais eficientes e sustentáveis no campo da engenharia.

Ao longo deste trabalho, serão explorados os fundamentos teóricos das splines paramétricas, do método dos painéis e da aerodinâmica, culminando na implementação de um programa computacional que poderá ser uma ferramenta valiosa para pesquisadores e engenheiros na análise e otimização de perfis aerodinâmicos e sistemas relacionados.

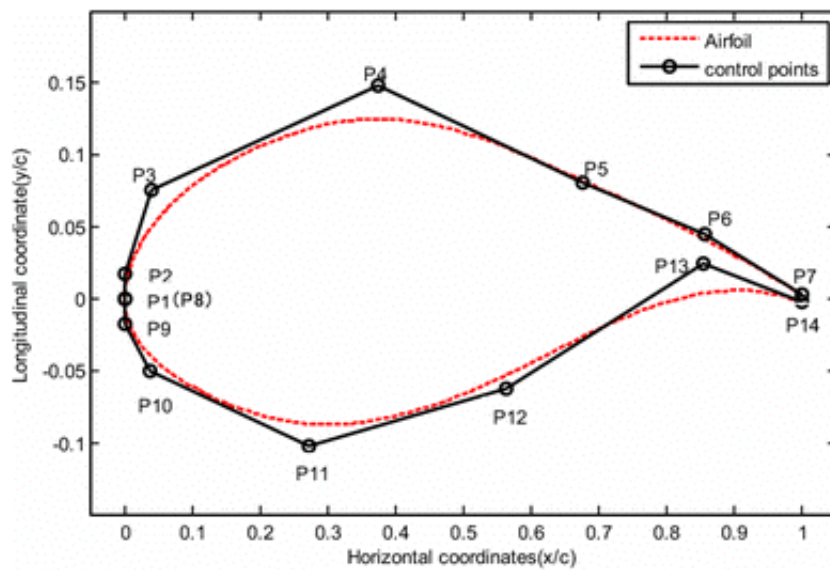
1.1 Justificativa

A justificativa do estudo está fundamentada na importância da análise aerodinâmica para o desenvolvimento e aprimoramento de projetos na área da engenharia aeronáutica e afins. A compreensão do comportamento do escoamento ao redor de perfis aerodinâmicos é essencial para a otimização de aeronaves, veículos terrestres e embarcações, visando a redução do arrasto, o aumento da eficiência energética e a garantia da segurança e estabilidade desses sistemas. Além disso, o uso de métodos computacionais, como as splines paramétricas e o método dos painéis, permite a simulação precisa do escoamento e a obtenção de coeficientes aerodinâmicos, contribuindo na busca por soluções mais eficientes e sustentáveis. Portanto, o estudo proposto tem relevância tanto teórica quanto prática, com potencial para impactar positivamente a indústria e a pesquisa na área da aerodinâmica.

1.2 Objetivos

O trabalho tem como objetivo desenvolver um programa computacional para que, a partir de pontos discretos de um perfil da literatura, se obtenha por meio de splines paramétricas, uma expressão geométrica suave do perfil e então se possa simular o escoamento ao redor do mesmo, utilizando o método dos painéis para se obterem os coeficientes aerodinâmicos e estudar as propriedades do escoamento nestes perfis.

Figura 1 – Exemplo de um perfil aerodinâmico representado por splines paramétricas.



Fonte: Pang, Wang e Chen (2019)

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Aerodinâmica de um Aerofólio

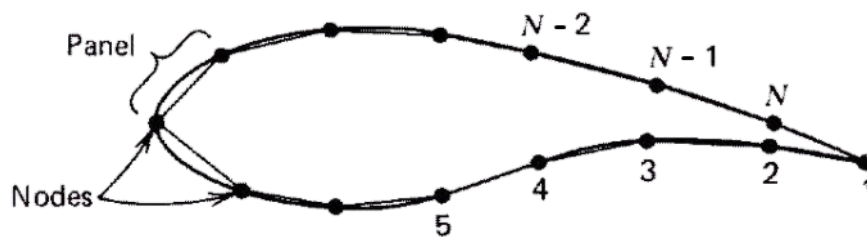
O escoamento ao redor de corpos imersos num fluido sempre foi de grande interesse para engenharia, tanto pelo seu caráter teórico como prático, devido à sua aplicação em diversas áreas, como na construção naval, automobilística, aeronáutica, geração de energia eólica, entre outros.

Sendo assim, há diversas abordagens para analisar o fluxo ao redor de um perfil aerodinâmico. Uma delas é a análise experimental do fluxo, que proporciona resultados mais precisos, embora implique em custos de fabricação elevados para cada perfil analisado. Por outro lado, é possível realizar uma análise rápida e de baixo custo por meio da modelagem computacional ou simulação numérica.

Dentro das ferramentas de modelagem computacional, destacam-se o método de elementos finitos, que divide o fluxo e o perfil em elementos menores, e o método de elementos de contorno, que foca na discretização do contorno da estrutura.

Neste trabalho, será abordada a aplicação de uma variação do método de elementos de contorno conhecido como método dos painéis, que discretiza o contorno em pequenos painéis, podendo estes serem curvos ou lineares, sendo o último o foco desse trabalho e representado pela Figura 2.

Figura 2 – Perfil aerodinâmico discretizado em painéis.

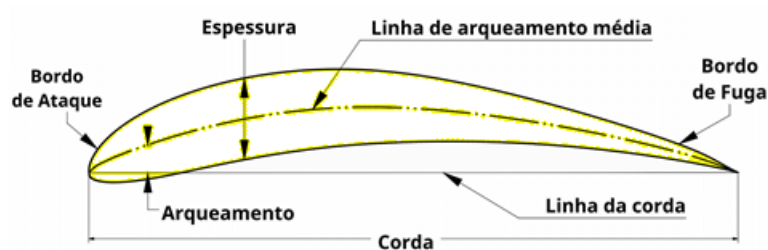


Fonte: Roskam (2000)

Importante ressaltar os parâmetros geométricos de um perfil aerodinâmico, apresentados na Figura 3. Onde, segundo Anderson e Cadou (2023) o bordo de ataque é a extremidade dianteira do perfil, o bordo de fuga a extremidade traseira, o extradorso é a superfície superior do perfil, intradorso a superfície inferior, a corda é a linha reta que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga e a linha de arqueamento média representa a

linha que define o ponto médio entre todos os pontos que formam as superfícies superior e inferior do perfil.

Figura 3 – Características de perfil aerodinâmico.



Fonte: Camargo, Webler e Cassol (2018)

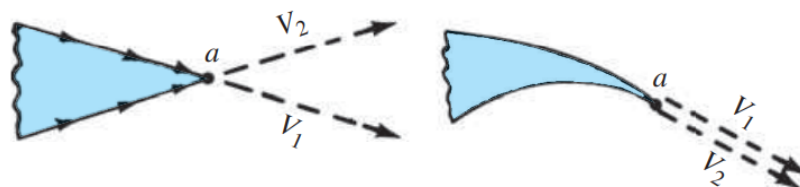
2.2 Condição de Kutta

A Condição de Kutta é um princípio fundamental na aerodinâmica aplicada, particularmente relevante na análise de escoamentos ao redor de perfis aerodinâmicos. Esta condição é essencial para a determinação correta do campo de escoamento em torno de uma asa ou um aerofólio, especialmente quando se utiliza o método dos painéis.

Ela estabelece que, no bordo de fuga de um aerofólio, o escoamento deve sair suavemente do perfil, sem formar vórtices intensos ou descolamentos. Matematicamente, isso implica que a velocidade tangencial do fluido deve ser contínua e finita no bordo de fuga.

Em se tratando de perfis aerodinâmicos, existem duas possibilidades para bordos de fuga:

Figura 4 – Características de perfil aerodinâmico.



Fonte: Anderson e Cadou (2023)

Na Figura 4, são mostradas duas situações: à direita, o bordo de fuga tem formato de cunha; à esquerda, o bordo de fuga possui um ângulo finito. A Condição de Kutta

assegura que o escoamento ao redor do perfil saia do bordo de fuga de maneira suave, sendo a imposição dessa condição distinta para cada caso.

Para o caso onde o bordo de fuga possui ângulo finito, os vetores referentes às velocidades do intradorso e extradorso se cruzam, estabelece-se que as velocidades dos dois vetores sejam nulas:

$$V_1 = V_2 = 0 \quad (2.1)$$

Já para o caso onde o bordo de fuga possui formato de cunha, a velocidade não é nula e deve ser a mesma no intradorso e extradorso:

$$V_1 = V_2 \neq 0 \quad (2.2)$$

2.3 Métodos Numéricos

2.3.1 Métodos dos Elementos Finitos (FEM)

O Método dos Elementos Finitos (FEM) é uma técnica numérica amplamente utilizada para obter soluções aproximadas de equações diferenciais parciais (EDPs) em diversas áreas, como mecânica dos sólidos, transferência de calor e escoamento de fluidos. Este método discretiza o domínio do problema em pequenos elementos finitos, sobre os quais as EDPs são resolvidas. A discretização do domínio permite que o FEM lide com geometria complexa e condições de contorno variadas, utilizando funções de forma para interpolar as soluções dentro de cada elemento. (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005)

2.3.2 Métodos de Elementos de Contorno (BEM)

O Método dos Elementos de Contorno (BEM) reformula problemas governados por EDPs em termos de integrais de contorno, reduzindo a dimensionalidade do problema. Este método é particularmente eficaz para problemas de potencial e elásticos, onde o domínio pode ser muito grande ou infinito. O BEM discretiza apenas o contorno ou a superfície do domínio, resultando em um menor número de elementos em comparação com o FEM, o que pode reduzir a complexidade computacional. (WROBEL, 2002)

O método dos painéis pode ser considerado uma forma específica do BEM, aplicada a problemas de escoamento potencial em aerodinâmica. Ambos os métodos compartilham a característica de discretização do contorno, simplificando a solução e tornando-os adequados para resolver problemas de escoamento de fluidos em torno de corpos.

2.4 Método dos Painéis

Existem muitas opções sobre como formular o método dos painéis (soluções de singularidades, variação dentro de um painel, intensidade e distribuição de singularidades, etc.). O método mais simples e o primeiro verdadeiramente prático foi desenvolvido por Hess e Smith, da Douglas Aircraft, em 1966. Ele é baseado na distribuição de fontes e vórtices na superfície da geometria. (HOUGHTON; CARPENTER, 2003)

No método proposto:

$$\phi = \phi_{\infty} + \phi_S + \phi_V \quad (2.3)$$

onde, a função total de potencial ϕ é composta por três elementos: os potenciais relacionados ao fluxo livre (ϕ_{∞}), à distribuição de fontes (ϕ_S) e à distribuição de vórtices (ϕ_V). Estas últimas duas distribuições possuem forças locais potencialmente variáveis $q(s)$ e $\gamma(s)$, sendo que s é uma coordenada de comprimento de arco que cobre toda a superfície do perfil aerodinâmico.

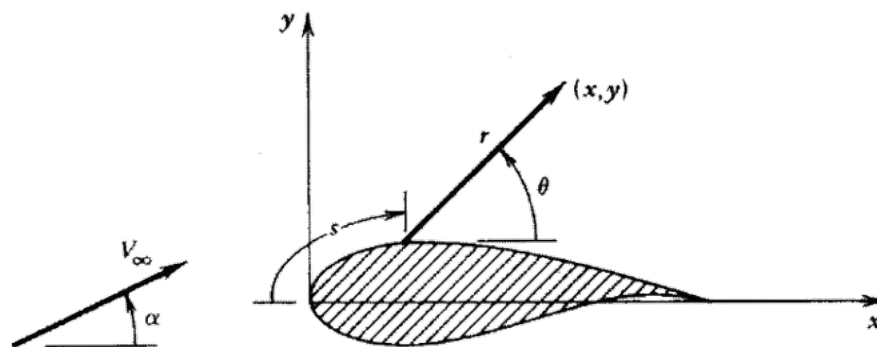
Os potenciais criados pela distribuição de fontes e vórtices são dados por:

$$\phi_S = \int \frac{q(s)}{2\pi} \ln r ds \quad (2.4)$$

$$\phi_V = - \int \frac{\gamma(s)}{2\pi} \theta ds \quad (2.5)$$

onde as variáveis estão definidas na Figura 5.

Figura 5 – Demonstração da nomenclatura para o método dos painéis.



Fonte: Houghton e Carpenter (2003)

Observe que na Equação 2.4 e Equação 2.5, a integração deve ser realizada ao longo de toda a superfície do perfil aerodinâmico. Usando o princípio da sobreposição, qualquer distribuição dessas fontes/sorvedouros e vórtices satisfaz a equação de Laplace. No entanto,

será necessário encontrar condições para $q(s)$ e $\gamma(s)$ de modo que tanto a condição de tangência do fluxo quanto a condição de Kutta sejam atendidas.

Considerando que a intensidade do vórtice seja constante em todo o perfil aerodinâmico e utilizando a condição de Kutta para determinar o seu valor, ao mesmo tempo permitindo que a intensidade da fonte varie de painel para painel. Dessa forma, juntamente com a distribuição constante de vórtices, a condição de tangência do fluxo é satisfeita em todos os pontos.

Utilizando a decomposição de painéis da Figura 2, podemos discretizar a Equação 2.4 da seguinte maneira:

$$\phi = V_\infty(x \cos \alpha + y \sin \alpha) + \sum_{j=1}^N \int_{\text{painel } j} \left[\frac{q(s)}{2\pi} \ln r - \frac{\gamma}{2\pi} \theta \right] ds \quad (2.6)$$

Dado que a Equação 2.6 requer integrações em cada painel discretizado na superfície do perfil aerodinâmico, precisamos encontrar uma forma de parametrizar a variação da intensidade da fonte e do vórtice dentro de cada painel. Como a intensidade do vórtice foi assumida como constante, só precisamos nos preocupar com a distribuição da intensidade da fonte em cada painel. Essa é a principal simplificação do método dos painéis. No entanto, é possível perceber como a importância dessa simplificação deve diminuir conforme o número de painéis, $N \rightarrow \infty$ (apesar de que isso aumentará consideravelmente o custo computacional do cálculo).

Considerando a aproximação mais simples possível, ou seja, considerar a intensidade da fonte como constante em cada um dos painéis:

$$q(s) = q_i \text{ no painel } i, \quad i = 1, \dots, N$$

Com essa consideração, teremos $N + 1$ incógnitas para resolver em nosso problema: as N intensidade da fonte dos painéis q_i e a intensidade do vórtice constante γ . Consequentemente, precisaremos de $N + 1$ equações independentes que podem ser obtidas formulando a condição de tangência do fluxo em cada um dos N painéis e aplicando a condição de Kutta discutida anteriormente. A solução do problema exigirá a inversão de uma matriz de tamanho $(N + 1) \times (N + 1)$.

Para impor condição de tangência de fluxo utilizaremos os pontos médios de cada um dos painéis. Apesar disso causar uma leve alteração na geometria da superfície, é fácil de implementar e fornece resultados bastante precisos para um número razoável de painéis. Este local também é usado para a imposição da condição de Kutta (nos últimos painéis nas superfícies superior e inferior do perfil aerodinâmico, assumindo que seus pontos médios permaneçam a distâncias iguais da borda de fuga à medida que o número de painéis é aumentado).

Para implementação do método, considere que o painel i está localizado entre os nós i e $(i + 1)$, com suas coordenadas dadas por:

$$\sin \theta_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{l_i}$$

$$\cos \theta_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{l_i}$$

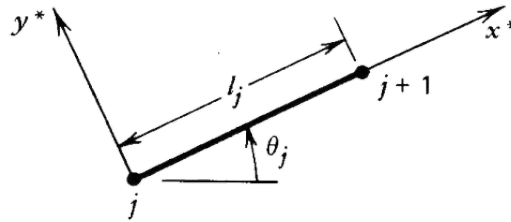
onde l_i é o comprimento do referido painel. Os vetores normal e tangencial serão dados por:

$$\hat{\mathbf{n}}_i = -\sin \theta_i \hat{\mathbf{i}} + \cos \theta_i \hat{\mathbf{j}}$$

$$\hat{\mathbf{t}}_i = \cos \theta_i \hat{\mathbf{i}} + \sin \theta_i \hat{\mathbf{j}}$$

O vetor tangencial aponta na direção do nó i para o nó $(i + 1)$, enquanto o vetor normal, quando o perfil aerodinâmico é percorrido no sentido horário, aponta para dentro do fluido.

Figura 6 – Sistema de coordenadas.



Fonte: Houghton e Carpenter (2003)

Portanto, as coordenadas do ponto médio do painel serão dadas por:

$$\bar{x}_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

$$\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$

e as componentes de velocidade para esses pontos médios, por:

$$u_i = u(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$$

$$v_i = v(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$$

A condição de tangência do fluxo pode ser escrita simplesmente como $(\vec{\mathbf{u}} \cdot \vec{\mathbf{n}}) = 0$, ou, individualmente para cada painel:

$$-u_i \sin \theta_i + v_i \cos \theta_i = 0 \text{ para } i = 1, \dots, N$$

Aplicando a condição de Kutta, temos:

$$u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 = -u_N \cos \theta_N - v_N \sin \theta_N \quad (2.7)$$

sendo os sinais negativos decorrentes do fato de que os vetores tangenciais nos primeiros e últimos painéis têm direções quase opostas.

A velocidade no ponto médio de cada painel pode ser calculada pela superposição das contribuições de todas as fontes e vórtices localizados no ponto médio de cada painel (incluindo o próprio painel). Como a velocidade induzida pela fonte ou vórtice em um painel é proporcional à intensidade da fonte ou vórtice naquele painel, podemos retirar q_i e γ da integral na Equação 2.6, obtendo assim:

$$\begin{aligned} u_i &= V_\infty \cos \alpha + \sum_{j=1}^N q_j u_{sij} + \gamma \sum_{j=1}^N u_{vij} \\ v_i &= V_\infty \sin \alpha + \sum_{j=1}^N q_j v_{sij} + \gamma \sum_{j=1}^N v_{vij} \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde u_{sij} , v_{sij} são as componentes de velocidade no ponto médio do painel i induzidas por uma fonte de intensidade unitária no ponto médio do painel j . Uma interpretação similar pode ser encontrada para u_{vij} e v_{vij} . Em um sistema de coordenadas tangencial e normal ao painel, podemos realizar as integrais na Equação 2.6, observando que as componentes locais de velocidade podem ser expandidas em componentes absolutas de acordo com a seguinte transformação:

$$\begin{aligned} u &= u^* \cos \theta_j - v^* \sin \theta_j \\ v &= u^* \sin \theta_j + v^* \cos \theta_j \end{aligned} \quad (2.9)$$

Agora, as componentes locais de velocidade no ponto médio do i -ésimo painel devido a uma distribuição de fonte de intensidade unitária neste j -ésimo painel podem ser escritas como:

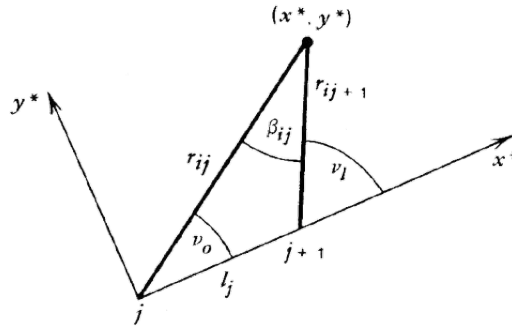
$$\begin{aligned} u_{sij}^* &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{x^* - t}{(x^* - t)^2 + y^{*2}} dt \\ v_{sij}^* &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{y^*}{(x^* - t)^2 + y^{*2}} dt \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde (x^*, y^*) são as coordenadas do ponto médio do painel i no sistema de coordenadas do painel j . Resolvendo as integrais da Equação 2.10, temos:

$$\begin{aligned} u_{sij}^* &= \frac{-1}{2\pi} \ln \left[(x^* - t)^2 + y^{*2} \right]^{\frac{1}{2}} \Big|_{t=0}^{t=l_j} \\ v_{sij}^* &= \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y^*}{x^* - t} \Big|_{t=0}^{t=l_j} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Interpretando a Figura 7 abaixo:

Figura 7 – Interpretação geométrica das velocidades induzidas.



Fonte: Houghton e Carpenter (2003)

podemos reescrever a Equação 2.11 na Equação 2.12:

$$\begin{aligned} u_{sij}^* &= \frac{-1}{2\pi} \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} \\ v_{sij}^* &= \frac{\nu_l - \nu_0}{2\pi} = \frac{\beta_{ij}}{2\pi} \end{aligned} \quad (2.12)$$

r_{ij} representa a distância do ponto médio do painel i ao j -ésimo nó, enquanto β_{ij} é o ângulo formado pelo j -ésimo painel em relação ao ponto médio do painel i . Note que $u_{sij}^* = 0$, mas o valor de v_{sij}^* não é conhecido. Quando o ponto de interesse se aproxima do ponto médio do painel vindo de fora do perfil aerodinâmico, o ângulo β_{ij} se aproxima de π . No entanto, quando o ponto médio do painel é abordado de dentro do perfil aerodinâmico, β_{ij} se aproxima de $-\pi$. Como estamos interessados apenas no fluxo fora do perfil aerodinâmico, sempre consideraremos $\beta_{ij} = \pi$.

Da mesma maneira, para a velocidade induzida pelo vórtice no painel j , no ponto médio do painel i , temos:

$$u_{vij}^* = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{y^*}{(x^* - t)^2 + y^{*2}} dt = \frac{\beta_{ij}}{2\pi} \quad (2.13)$$

$$v_{vij}^* = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{x^* - t}{(x^* - t)^2 + y^{*2}} dt = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} \quad (2.14)$$

aplicando a condição de tangência de fluxo na Equação 2.8 e revertendo a transformação de coordenadas da Equação 2.9, temos:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} q_j + A_{iN+1} \gamma = b_i \quad (2.15)$$

onde:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= -u_{sij} \sin \theta_i + v_{sij} \cos \theta_i \\ &= -u_{sij}^* (\cos \theta_j \sin \theta_i - \sin \theta_j \cos \theta_i) + v_{sij}^* (\sin \theta_j \sin \theta_i + \cos \theta_j \cos \theta_i) \end{aligned}$$

que resulta:

$$2\pi A_{ij} = \sin(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} + \cos(\theta_i - \theta_j) \beta_{ij}$$

Fazendo o mesmo para o coeficiente de intensidade do vórtice, temos:

$$2\pi A_{iN+1} = \sum_{j=1}^N \cos(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} - \sin(\theta_i - \theta_j) \beta_{ij}$$

O lado direito da matriz é dado por:

$$b_i = V_\infty \sin(\theta_i - \alpha)$$

A condição de tangência do fluxo nos fornece N equações. Precisamos de uma equação adicional fornecida pela condição de Kutta para obter um sistema que possa ser resolvido. De acordo com a Equação 2.7:

$$\sum_{j=1}^N A_{N+1,j} q_j + A_{N+1,N+1} \gamma = b_{N+1}$$

Que com as considerações e manipulações anteriores, resulta em:

$$\begin{aligned} 2\pi A_{N+1,j} &= \sum_{k=1,N} \sin(\theta_k - \theta_j) \beta_{kj} - \cos(\theta_k - \theta_j) \ln \frac{r_{kj+1}}{r_{kj}} \\ 2\pi A_{N+1,N+1} &= \sum_{k=1,N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_k - \theta_j) \ln \frac{r_{kj+1}}{r_{kj}} + \cos(\theta_k - \theta_j) \beta_{kj} \\ b_{N+1} &= -V_\infty \cos(\theta_1 - \alpha) - V_\infty \cos(\theta_N - \alpha) \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde as somas $\sum_{k=1,N}$ são realizadas apenas nos primeiros e últimos painéis, e não no intervalo $[1, N]$. Essas diversas expressões configuram um problema de matriz do tipo:

$$Ax = b$$

onde a matriz A tem dimensão $(N+1) \times (N+1)$. E pode ser representada da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1i} & \dots & A_{1N} & A_{1,N+1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ A_{i1} & \dots & A_{ii} & \dots & A_{iN} & A_{i,N+1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ A_{N1} & \dots & A_{Ni} & \dots & A_{NN} & A_{N,N+1} \\ A_{N+1,1} & \dots & A_{N+1,i} & \dots & A_{N+1,N} & A_{N+1,N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_N \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_N \\ b_{N+1} \end{bmatrix}$$

Após a solução do sistema matricial, a velocidade tangencial do ponto médio de cada painel é dada por:

$$\begin{aligned} V_{ti} &= V_\infty \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{2\pi} \left[\sin(\theta_i - \theta_j) \beta_{ij} - \cos(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} \right] \\ &+ \frac{\gamma}{2\pi} \sum_{j=1}^N \left[\sin(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} + \cos(\theta_i - \theta_j) \beta_{ij} \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.5 Coeficientes aerodinâmicos

2.5.1 Coeficiente de Pressão

Conhecendo a componente tangencial da velocidade, podemos calcular o coeficiente de pressão (considerando $V_{ni} = 0$) no ponto médio de cada painel de acordo com a seguinte fórmula:

$$C_{pi}(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 1 - \frac{V_{ti}^2}{V_\infty^2} \quad (2.18)$$

2.5.2 Coeficiente de Sustentação

O coeficiente de sustentação pode ser calculado como a integral do coeficiente de pressão agindo no eixo y , projetada no eixo x :

$$C_L = -\frac{\cos \alpha \sum_{i=1}^n C_{pi} \Delta x_i + \sin \alpha \sum_{i=1}^n C_{pi} \Delta y_i}{c} \quad (2.19)$$

onde Δx_i e Δy_i são as variações de coordenadas de cada painel com relação ao eixo x e y , respectivamente, e c é a corda do perfil analisado.

Considerando ângulos pequenos, podemos escrever:

$$C_L = -\frac{\sum_{i=1}^n C_{pi} \Delta x_i}{c} \quad (2.20)$$

2.5.3 Coeficiente de Arrasto

O cálculo do coeficiente de arrasto não é possível através do método dos painéis, sendo está uma das suas principais desvantagens.

2.6 Interpolação por Splines Cúbicos

A interpolação por spline cúbico é um método para encontrar uma curva que conecta pontos de dados com um grau de três ou menos. Splines são polinômios que apresentam suavidade e continuidade em um gráfico específico, além de derivadas de primeira e segunda ordem contínuas onde se unem (JAIN; IYENGAR; JAIN, 2008).

Tomamos um conjunto de pontos $[x_i, y_i]$ para $i = 0, 1, \dots, n$, representando a função $y = f(x)$. A interpolação por spline cúbico é uma curva contínua por partes, que passa através de cada um dos valores na tabela de dados.

Um aspecto fundamental das splines é a sua capacidade de combinar diversos polinômios, ao invés de utilizar um único polinômio de grau n para ajustar todos os pontos simultaneamente. Esse método evita o uso de polinômios de grau elevado, o que reduz o potencial problema de sobreajuste (*overfitting*). Além disso, os polinômios de baixo grau

utilizados precisam ser escolhidos de forma a garantir que o spline resultante seja não apenas contínuo, mas também suave.

Exemplificando:

$$S(x) = \begin{bmatrix} S_0(x), x \in [x_0, x_1] \\ S_1(x), x \in [x_1, x_2] \\ \dots \\ \dots \\ S_{n-1}(x), x \in [x_{n-1}, x_n] \end{bmatrix}$$

As condições para um spline cúbico são: o domínio de s está contido no intervalo $[a, b]$ e S , S' e S'' são funções contínuas em $[a, b]$.

Sendo $S_i(x)$ um polinômio cúbico que será utilizado no subintervalo $[x_i, x_{i+1}]$. Para garantir a suavidade e continuidade do spline, os polinômios consecutivos devem se juntar em um ponto, ou seja, $S_i(x)$ e $S_{i+1}(x)$ devem se juntar em x_i .

$$S_{i-1}(x_{i-1}) = S_i(x_i) = f(x_{i-1}); S_i(x_i) = S_{i+1}(x_i) = f(x_i) = y_i$$

Ou, $S_i(x)$ deve passar pelos dois pontos finais:

$$S_{i-1}(x_{i-1}) = S_i(x_i) = f(x_{i-1}); S_i(x_i) = S_{i+1}(x_i) = f(x_i) = y_i$$

Assumindo, $S'''(x) = M_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$. Como $S(x)$ é um polinômio cúbico, logo $S'''(x)$ é um polinômio linear em $[x_i, x_{i+1}]$, então $S'''(x)$ será:

$$S'''(x) = \frac{M_{i+1} - M_i}{x_{i+1} - x_i} \forall x \in [x_i, x_{i+1}]$$

Aplicando a série de Taylor:

$$S(x) = S(x_i) + S'(x_i)(x - x_i) + \frac{S''(x)}{2!}(x - x_i)^2 + \frac{M_{i+1} - M_i}{3!(x_{i+1} - x_i)}(x - x_i)^3$$

Considerando $x = x_{i+1}$:

$$y_{i+1} = y_i + S'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + \frac{M_i}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + \frac{M_{i+1} - M_i}{3!}(x_{i+1} - x_i)^3$$

$$S'(x_i) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{1}{6}(M_{i+1} + 2M_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Aplicando a equação acima no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$:

$$S'(x_i) = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} - \frac{1}{6}(M_i + 2M_{i-1})(x_i - x_{i-1})$$

2.7 Pontos de Discretização

Pontos de discretização são pontos distribuídos ao longo do contorno do perfil aerodinâmico, onde o contorno é dividido em segmentos menores, conhecidos como painéis. Cada painel é delimitado por dois pontos de discretização consecutivos. A precisão da solução numérica está diretamente relacionada ao número de pontos de discretização. Um maior número de pontos geralmente resulta em maior precisão, porém aumenta a complexidade computacional.

Esses pontos são fundamentais para definir a geometria do perfil e a distribuição de singularidades (fontes e vórtices) ao longo do contorno.

O contorno é dividido em N segmentos, cada um definido por dois pontos de discretização consecutivos. Cada segmento é tratado como um painel individual no qual são aplicadas as condições de contorno do escoamento.

Para cada par de pontos de discretização (x_i, y_i) e $(x_i + 1, y_i + 1)$, calcula-se o painel correspondente. O ponto médio de cada painel é usado como ponto de controle para a aplicação da condição de tangência do escoamento.

2.8 Pontos de Controle

Os pontos de controle ou coordenadas de um aerofólio descrevem a forma de seu contorno, fundamental para a análise aerodinâmica e para a implementação de métodos como o dos painéis. Essas coordenadas são geralmente obtidas a partir de perfis conhecidos, disponíveis em bancos de dados como o UIUC Airfoil Coordinates Database.

Abaixo um exemplo de representação desses pontos:

Tabela 1 – Coordenadas do Aerofólio NACA 2412

i	x	y
1	0.0000	0.0000
2	0.0250	0.0302
3	0.0500	0.0523
4	0.0750	0.0662
5	0.1000	0.0722
6	0.1250	0.0714
7	0.1500	0.0651
8	0.1750	0.0543
9	0.2000	0.0401
10	0.2250	0.0238

11	0.2500	0.0065
12	0.2750	-0.0104
13	0.3000	-0.0258
14	0.3250	-0.0392
15	0.3500	-0.0505
16	0.3750	-0.0593
17	0.4000	-0.0657
18	0.4250	-0.0693
19	0.4500	-0.0703
20	0.4750	-0.0688
21	0.5000	-0.0650
22	0.5250	-0.0591
23	0.5500	-0.0511
24	0.5750	-0.0411
25	0.6000	-0.0295
26	0.6250	-0.0163
27	0.6500	-0.0017
28	0.6750	0.0143
29	0.7000	0.0312
30	0.7250	0.0488
31	0.7500	0.0668
32	0.7750	0.0847
33	0.8000	0.1021
34	0.8250	0.1186
35	0.8500	0.1340
36	0.8750	0.1480
37	0.9000	0.1604
38	0.9250	0.1710
39	0.9500	0.1795
40	0.9750	0.1859
41	1.0000	0.1900

Fonte: University of Illinois at Urbana-Champaign (2024)

2.9 Implementação do método em Python

A implementação do método dos painéis em *Python* com o uso de splines paramétricas é uma tarefa que envolve diversas etapas fundamentais para a análise aerodinâmica

de perfis. Inicialmente, são coletados os dados do perfil aerodinâmico, representados por pontos discretos. Em seguida, esses pontos são interpolados utilizando splines paramétricas para criar uma representação suave e contínua do perfil.

Posteriormente, o perfil é dividido em um número determinado de painéis de comprimento uniforme, e são calculadas as coordenadas dos pontos médios de cada painel. A partir desses dados, são obtidos os parâmetros dos painéis, como comprimento, ângulo de inclinação e outras propriedades necessárias para a construção da matriz de coeficientes e do vetor de termos independentes do sistema de equações do método dos painéis.

A solução do sistema matricial envolve a resolução de um sistema de equações lineares para determinar os coeficientes de intensidade de fonte e vórtice de cada painel. Essa solução é essencial para calcular as velocidades nos pontos médios dos painéis e, conseqüentemente, determinar os coeficientes aerodinâmicos relevantes.

O sistema matricial a ser resolvido tem a forma geral:

$$Ax = b$$

onde, A é a matriz de coeficientes ($N \times N$), representando as interações entre os painéis, x é o vetor de coeficientes de intensidade de fonte e vórtice (N elementos), b é o vetor de termos independentes (N elementos), relacionado às condições de contorno.

Para resolver este sistema, pode-se usar métodos diretos, como a eliminação de Gauss (ou sua variação, a eliminação de Gauss-Jordan), ou métodos iterativos, como o método de Jacobi ou o método de Gauss-Seidel. O método escolhido depende da estrutura e do tamanho do sistema, bem como da precisão desejada.

Em Python, a biblioteca NumPy fornece funções para resolver sistemas lineares. Por exemplo, a função `numpy.linalg.solve()`, que é usada no presente trabalho, pode ser usada para resolver sistemas lineares deste tipo.

Por fim, com os coeficientes obtidos, são calculadas as velocidades nos pontos médios dos painéis e, conseqüentemente, são determinados os coeficientes aerodinâmicos relevantes, como o coeficiente de pressão e posteriormente o coeficiente de sustentação.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

3.1 Análise

Após a análise teórica dos métodos estudados, foram implementadas simulações computacionais cujos resultados estão demonstrados nesta seção.

Para validar os resultados, faremos comparações entre a relação comprimento do perfil (x/c) e o coeficiente de pressão (C_p) obtidos pelo método dos painéis proposto neste trabalho, com os resultados correspondentes na literatura, obtidos através de resultados experimentais. Os valores do coeficiente de sustentação (C_l) serão apresentados através de tabelas, representando a média dos coeficientes calculados numericamente em cada painel, para diversos ângulos de ataque.

Os dados experimentais foram obtidos através do túnel de vento subsônico de baixa turbulência da University of Illinois at Urbana-Champaign (2024). O túnel de vento é do tipo de retorno aberto, com uma razão de contração de 7,5:1. A seção de teste retangular tem nominalmente $0,853 \times 1,219 m$ em seção transversal e $2,438 m$ de comprimento. Ao longo do comprimento da seção de teste, a largura aumenta aproximadamente $1,27 cm$ para acomodar o crescimento da camada limite ao longo das paredes laterais do túnel. As velocidades da seção de teste são variáveis até $71,53 m/s$ por meio de um motor CA de $93,25 kW$ conectado a um ventilador de cinco pás. (SELIG; MCGRANAHAN, 2004)

Como o desempenho de aerofólios em baixos números de Reynolds é altamente dependente do comportamento da camada limite laminar, baixos níveis de turbulência na seção de teste do túnel de vento são necessários para garantir que o fluxo laminar não transicione prematuramente para o fluxo turbulento. Para assegurar a boa qualidade do fluxo na seção de teste, a câmara de assentamento do túnel de vento contém um *honeycomb* de $10,16 cm$ de espessura, além de quatro telas anti-turbulência, que podem ser parcialmente removidas para limpeza. A intensidade da turbulência foi medida em menos de $0,1\%$, o que é suficiente para medições de aerofólios em baixos números de Reynolds. (SELIG; MCGRANAHAN, 2004)

Serão apresentados 10 perfis aerodinâmicos diferentes. Os pontos de controle para geração desses perfis foram obtidos do Departamento de Engenharia Aeroespacial da University of Illinois at Urbana-Champaign (2024).

Já os dados experimentais usados para validação dos resultados obtidos estão referenciados na página de cada caso estudado.

3.2 FX 63-137

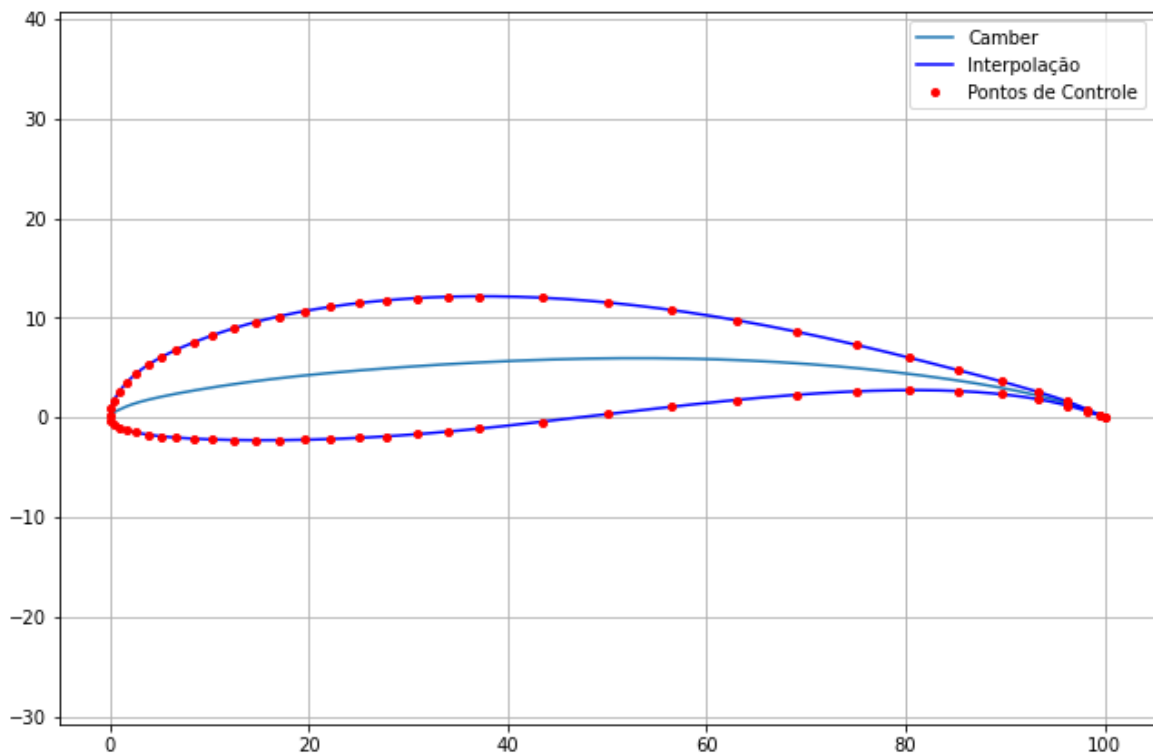
O perfil aerodinâmico FX 63-137 é amplamente utilizado em diversas aplicações devido às suas características aerodinâmicas favoráveis. Desenvolvido por Franz Xaver Wortmann, este perfil é reconhecido por sua alta eficiência em condições de baixos números de Reynolds o que o torna ideal para certas áreas de engenharia. Popularmente utilizado em turbinas eólicas, aeronaves leves e equipamentos de ventilação e resfriamento.

Este perfil possui uma combinação equilibrada de alta sustentação e baixo arrasto em baixos números de Reynolds, o que o torna adequado para as aplicações mencionadas.

Também é frequentemente utilizado em estudos de túnel de vento para testar teorias aerodinâmicas e desenvolver novos métodos de simulação e análise de escoamento. Sua popularidade se deve à sua geometria bem documentada e às suas características de desempenho previsíveis.

Para gerar o perfil FX 63-137 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Selig e McGranahan (2004).

Figura 8 – Visualização do Perfil FX 63-137.



Fonte: Autor

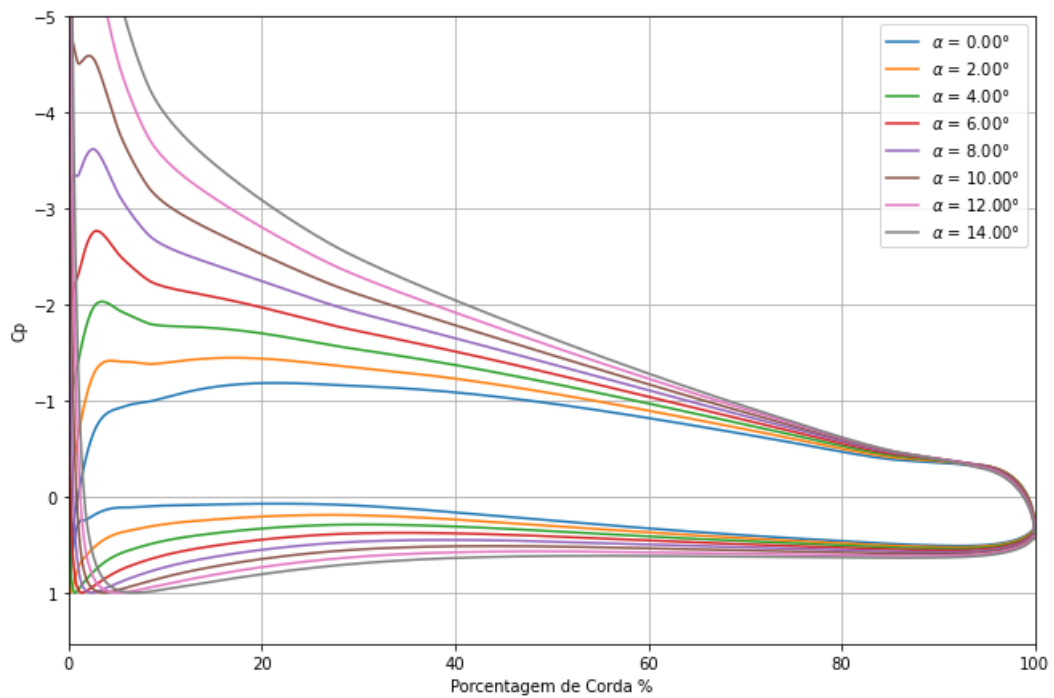
Tabela 2 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil FX 63-137.

AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
0	1,08	1,07	0,93
2	1,32	1,31	0,76
4	1,56	1,54	1,28
6	1,79	1,77	1,12
8	2,03	2,00	1,48
10	2,26	2,22	1,77
12	2,49	2,43	2,41
14	2,7	2,63	2,59

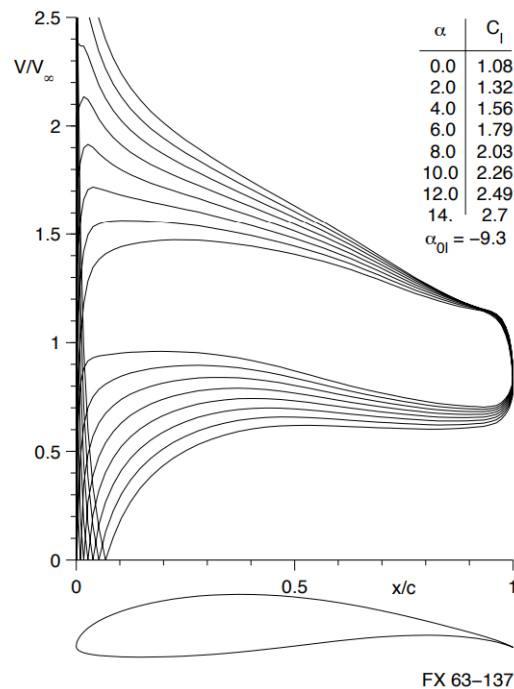
Fonte: Autor.

A Tabela 2 apresentada compara os coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico FX 63-137.

Isso pode indicar que a simulação tem mais dificuldade em modelar precisamente os efeitos aerodinâmicos em ângulos de ataque mais elevados, onde fenômenos como separação de fluxo e turbulência são mais pronunciados.

Figura 9 – Distribuição de C_p do Perfil FX 63-137 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 10 – Distribuição de C_p do Perfil FX 63-137 - Experimental.

Fonte: Selig e McGranahan (2004)

A comparação entre os coeficientes de sustentação experimentais e simulados para o perfil FX 63-137 mostra que as simulações fornecem uma representação bastante precisa dos dados experimentais. O aumento gradual do erro percentual com o aumento do ângulo de ataque deve ser considerado ao usar simulações para prever o comportamento em condições extremas, mas no geral, a pequena discrepância confirma a validade e a utilidade das simulações em projetos.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas por simulação (Figura 9) e experimentais (Figura 10) para o perfil FX 63-137 mostra uma boa concordância geral. As tendências observadas nas simulações refletem bem os resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Pequenas discrepâncias podem ocorrer devido a limitações nos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, mas de maneira geral, os resultados são consistentes e confiáveis.

3.3 NREL S822

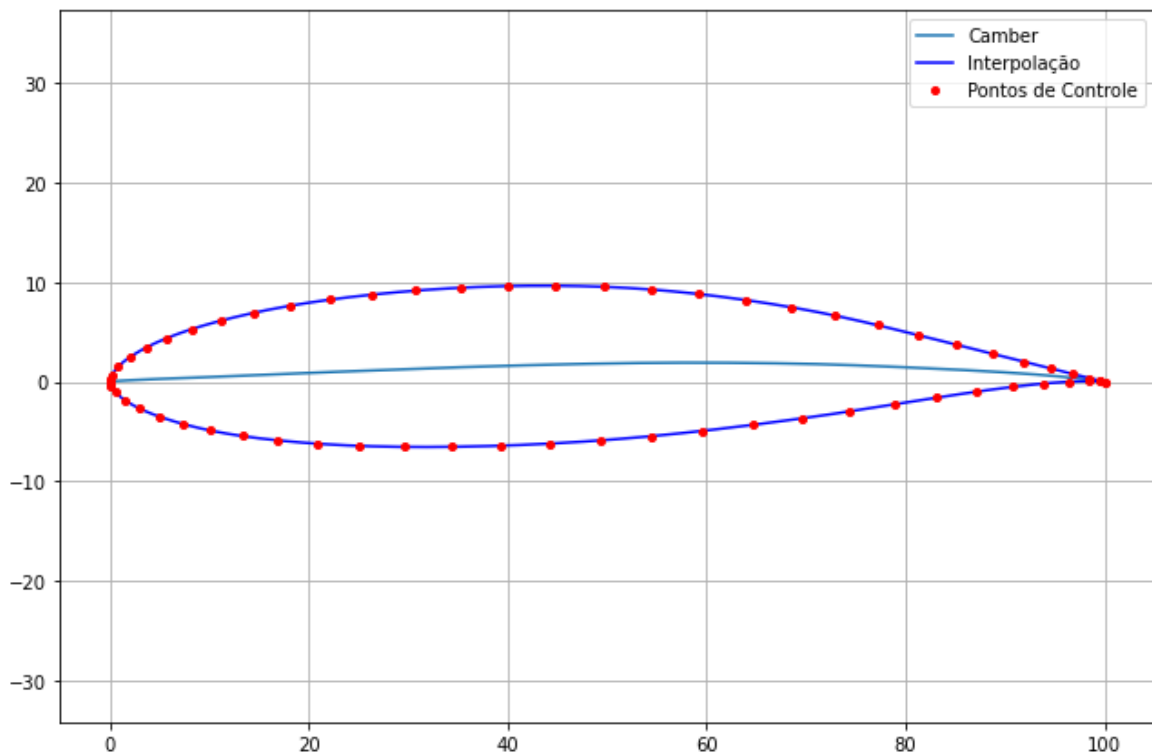
O perfil aerodinâmico NREL S822, desenvolvido pelo National Renewable Energy Laboratory (NREL), é especialmente projetado para aplicações em turbinas eólicas de pequena escala.

Este perfil foi otimizado para maximizar a eficiência aerodinâmica e a produção de energia em condições de baixo a médio número de Reynolds, típicas de turbinas eólicas pequenas. Seu design é voltado para maximizar a produção de energia em ambientes com ventos de baixa velocidade, comum em locais residenciais ou rurais.

O perfil NREL S822 é frequentemente utilizado em instalações de pesquisa para testar e validar novos conceitos de turbinas eólicas de pequena escala. Sua geometria otimizada e bem documentada facilita a análise e o desenvolvimento de novas tecnologias no setor eólico.

Para gerar o perfil NREL S822 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Selig e McGranahan (2004).

Figura 11 – Visualização do Perfil NREL S822.



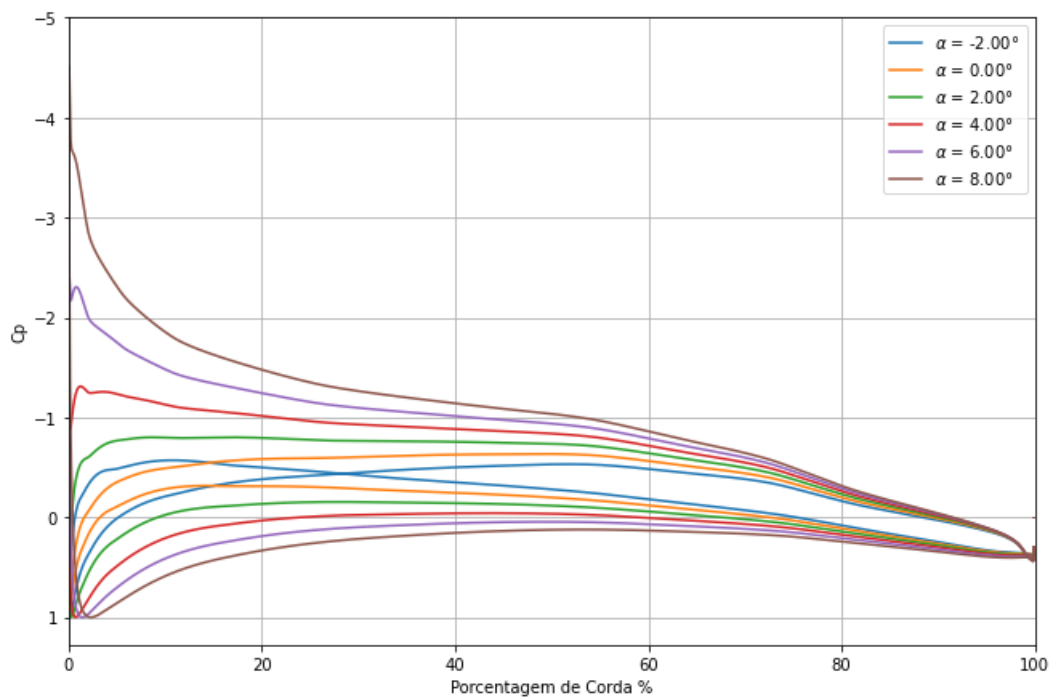
Fonte: Autor

Tabela 3 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil NREL S822.

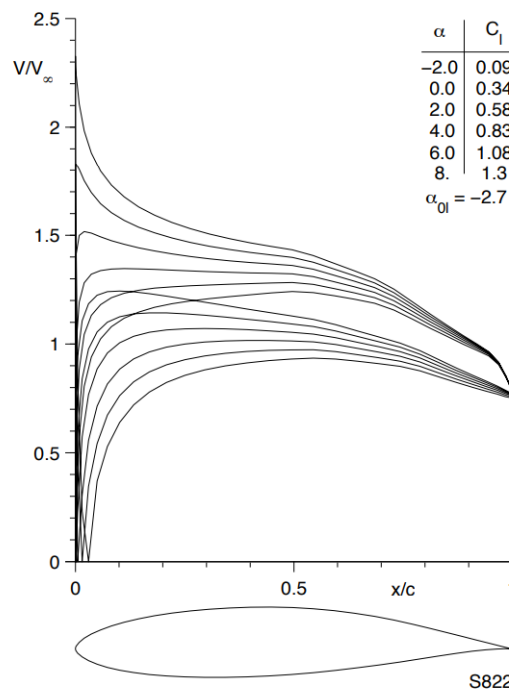
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,09	0,08	11,11
0	0,34	0,32	5,88
2	0,58	0,57	1,72
4	0,83	0,82	1,20
6	1,08	1,05	2,78
8	1,3	1,29	0,77

Fonte: Autor.

A Tabela 3 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico NREL S822.

Figura 12 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S822 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 13 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S822 - Experimental.

Fonte: Selig e McGranahan (2004)

A comparação dos coeficientes de sustentação experimentais e simulados para o perfil NREL S822 mostra que as simulações fornecem uma representação bastante precisa dos dados experimentais na maioria dos ângulos de ataque. A maior discrepância em ângulos de ataque negativos sugere que pode haver desafios específicos na modelagem desses cenários. No entanto, a pequena discrepância na maioria dos ângulos confirma a validade e a utilidade das simulações para fins de design e análise aerodinâmica.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas por simulação (Figura 12) e experimentais (Figura 13) para o perfil NREL S822 mostra uma boa concordância geral. As tendências observadas nas simulações refletem bem os resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Pequenas discrepâncias podem ocorrer devido a limitações nos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, mas de maneira geral, os resultados são consistentes e confiáveis.

3.4 NREL S834

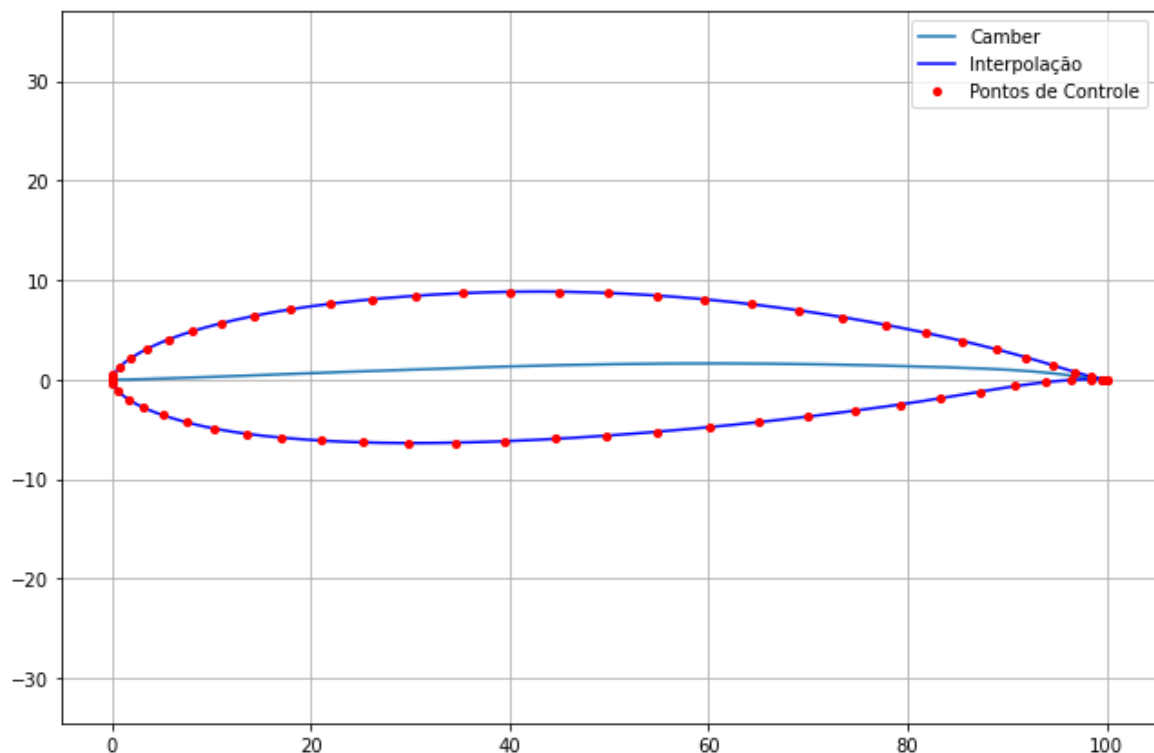
O perfil aerodinâmico NREL S834 foi desenvolvido pelo National Renewable Energy Laboratory (NREL) para aplicações específicas em turbinas eólicas, especialmente em turbinas de pequena escala. Este perfil é projetado para operar de maneira eficiente em condições de baixa velocidade de vento, tornando-o ideal para várias aplicações.

O perfil S834 é otimizado para turbinas eólicas de pequena escala, que são comumente usadas em áreas residenciais, rurais e em pequenas instalações comerciais. Essas turbinas geralmente operam em velocidades de vento mais baixas, onde o perfil S834 oferece alto desempenho.

Instituições de pesquisa utilizam o perfil S834 para testar e validar novos conceitos em aerodinâmica de turbinas eólicas. A geometria otimizada e a documentação detalhada do S834 facilitam a análise e o desenvolvimento de novas tecnologias no setor de energia eólica.

Para gerar o perfil NREL S834 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Selig e McGranahan (2004).

Figura 14 – Visualização do Perfil NREL S834.



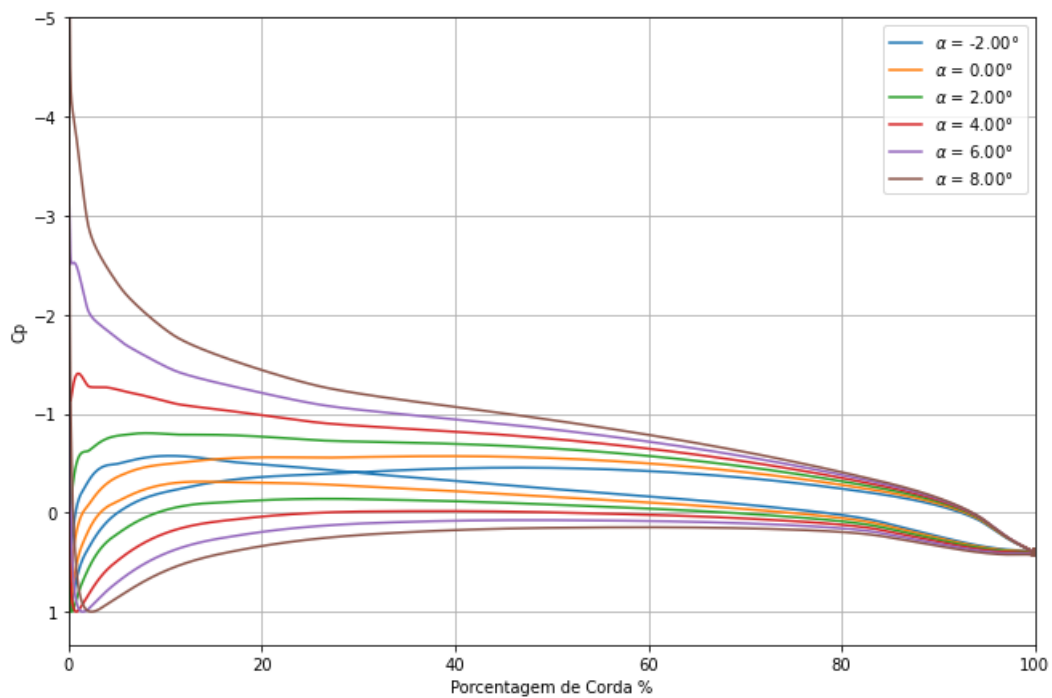
Fonte: Autor

Tabela 4 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil NREL S834.

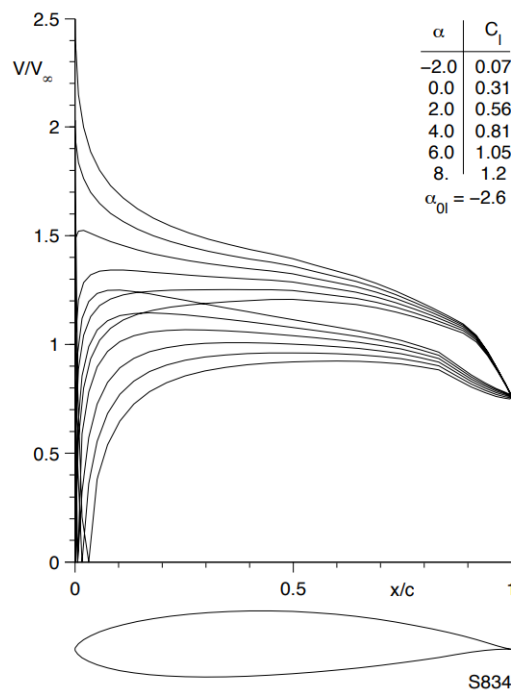
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,07	0,07	0,00
0	0,31	0,31	0,00
2	0,56	0,55	1,79
4	0,81	0,8	1,23
6	1,05	1,04	0,95
8	1,2	1,28	6,67

Fonte: Autor.

A Tabela 4 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico NREL S834.

Figura 15 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S834 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 16 – Distribuição de C_p do Perfil NREL S834 - Experimental.

Fonte: Selig e McGranahan (2004)

A comparação dos coeficientes de sustentação experimentais e simulados para o perfil NREL S834 mostra que as simulações fornecem uma representação bastante precisa dos dados experimentais na maioria dos ângulos de ataque. O aumento gradual do erro percentual com o aumento do ângulo de ataque deve ser considerado ao usar simulações para prever o comportamento em condições extremas, mas no geral, a pequena discrepância confirma a validade e a utilidade das simulações em projetos.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas por simulação (Figura 15) e experimentais (Figura 16) para o perfil NREL S834 mostra uma boa concordância geral. As tendências observadas nas simulações refletem bem os resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Pequenas discrepâncias podem ocorrer devido a limitações nos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, mas de maneira geral, os resultados são consistentes e confiáveis.

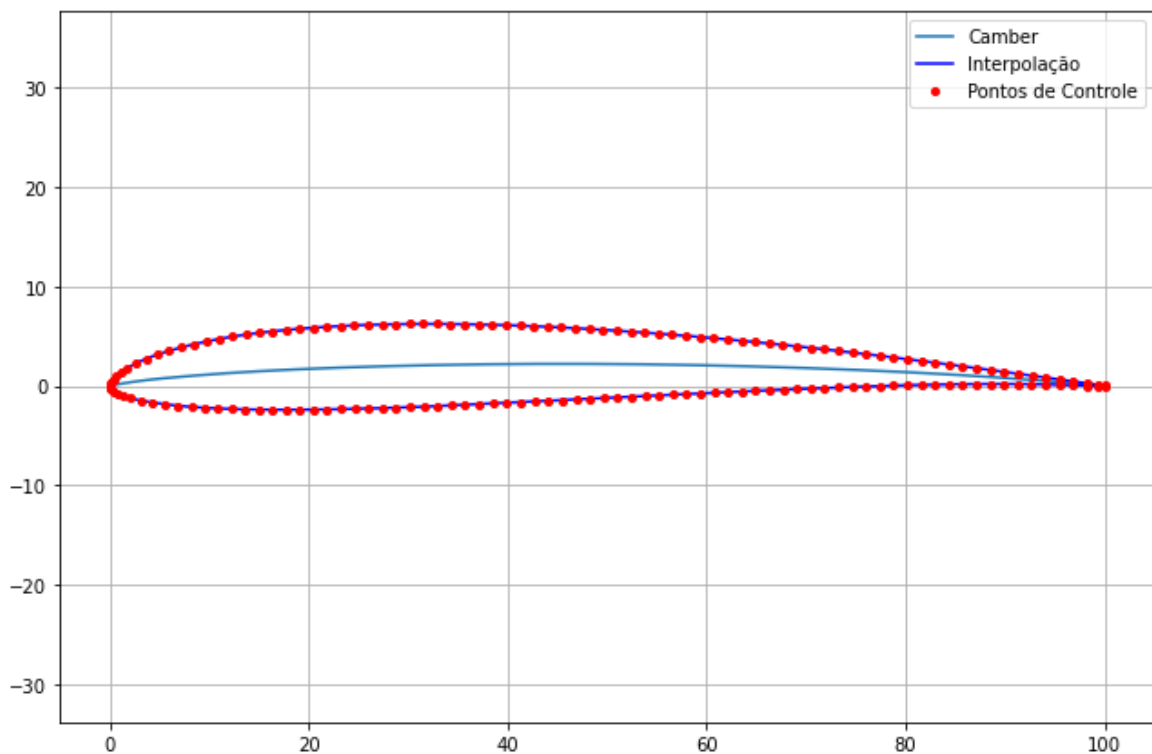
3.5 Drela AG24

O perfil aerodinâmico Drela AG24, desenvolvido por Mark Drela, é amplamente reconhecido por suas excelentes características de desempenho em aplicações de aeromodelismo e em projetos de aeronaves de baixa velocidade. Este perfil é otimizado para oferecer alta eficiência e estabilidade em condições de voo específicas. Muito utilizado em aeromodelismo de alta performance, drones.

Instituições acadêmicas e de pesquisa utilizam o perfil AG24 para estudar princípios de aerodinâmica e testar novos conceitos em engenharia aeronáutica. A precisão dos dados e a performance do perfil tornam-no uma ferramenta valiosa para experimentos e simulações em túnel de vento.

Para gerar o perfil Drela AG24 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Broughton et al. (2012).

Figura 17 – Visualização do Perfil Drela AG24.



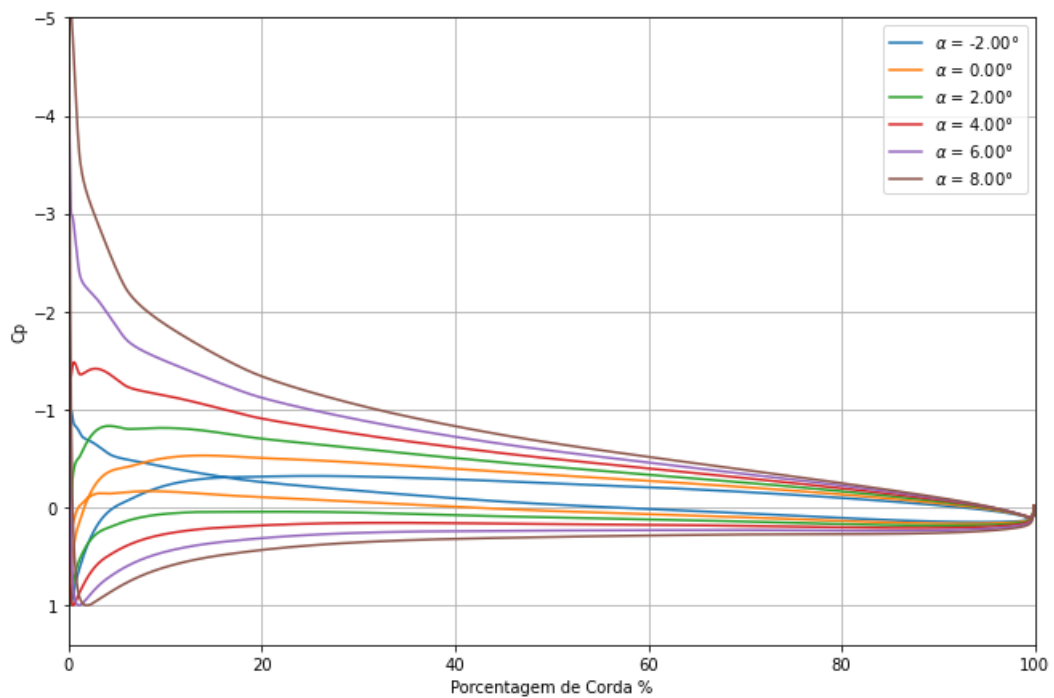
Fonte: Autor

Tabela 5 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Drela AG24.

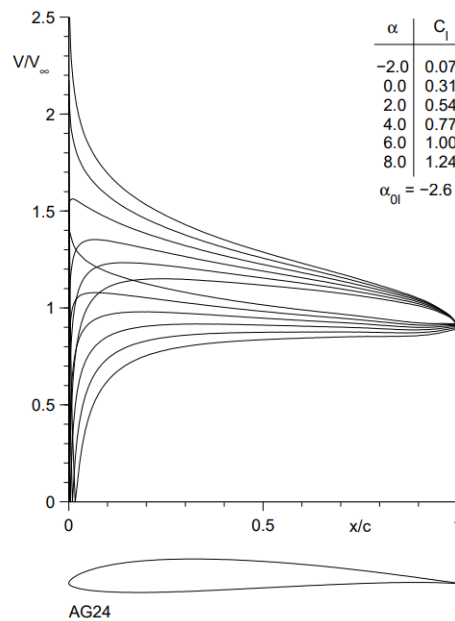
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,07	0,07	0,00
0	0,31	0,30	3,23
2	0,54	0,54	0,00
4	0,77	0,77	0,00
6	1,00	0,99	1,00
8	1,24	1,22	1,61

Fonte: Autor.

A Tabela 5 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico Drela AG24.

Figura 18 – Distribuição de C_p do Perfil Drela AG24 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 19 – Distribuição de C_p do Perfil Drela AG24 - Experimental.

Fonte: Broughton et al. (2012)

A simulação demonstra uma alta precisão na reprodução dos valores experimentais do coeficiente de sustentação para a maioria dos ângulos de ataque analisados. A maior discrepância observada foi para AoA 0° , com um erro de 3,23%, que ainda é bastante pequeno.

Estes resultados sugerem que a metodologia de simulação é confiável e pode ser utilizada para prever o comportamento aerodinâmico do perfil Drela AG24 com alta confiança. Pequenas diferenças podem ser atribuídas a fatores como precisão dos instrumentos experimentais, condições de contorno na simulação, ou simplificações inerentes ao modelo numérico.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas por simulação (Figura 18) e experimentais (Figura 19) para o perfil Drela AG24 mostra uma boa concordância geral. As tendências observadas nas simulações refletem bem os resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Pequenas discrepâncias podem ocorrer devido a limitações nos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, mas de maneira geral, os resultados são consistentes e confiáveis.

3.6 CAL2263m

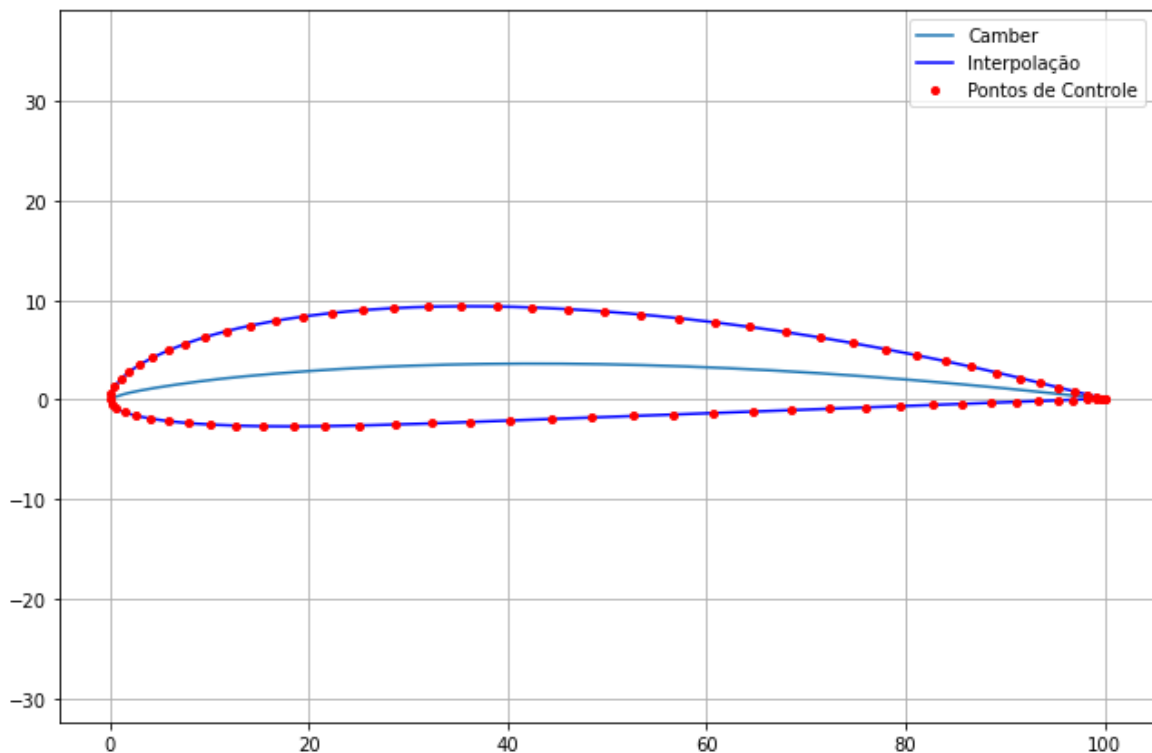
O perfil CAL2263m é frequentemente utilizado em projetos de aeromodelismo que exigem alto desempenho aerodinâmico. Modelos de planadores e aeronaves de competição se beneficiam de sua alta sustentação e baixo arrasto, fundamentais para manobras precisas e eficiência de voo.

Este perfil pode ser aplicado em turbinas eólicas de pequeno porte, aproveitando sua capacidade de operar eficientemente em várias condições de vento. Sua eficiência aerodinâmica ajuda a maximizar a geração de energia, mesmo em locais com ventos moderados.

Além das turbinas eólicas, o perfil CAL2263m é adequado para outras aplicações de energia renovável que exigem eficiência aerodinâmica, como geradores de energia movidos a vento ou sistemas de ventilação avançados.

Para gerar o perfil CAL2263m e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Broughton et al. (2012).

Figura 20 – Visualização do Perfil CAL2263m.



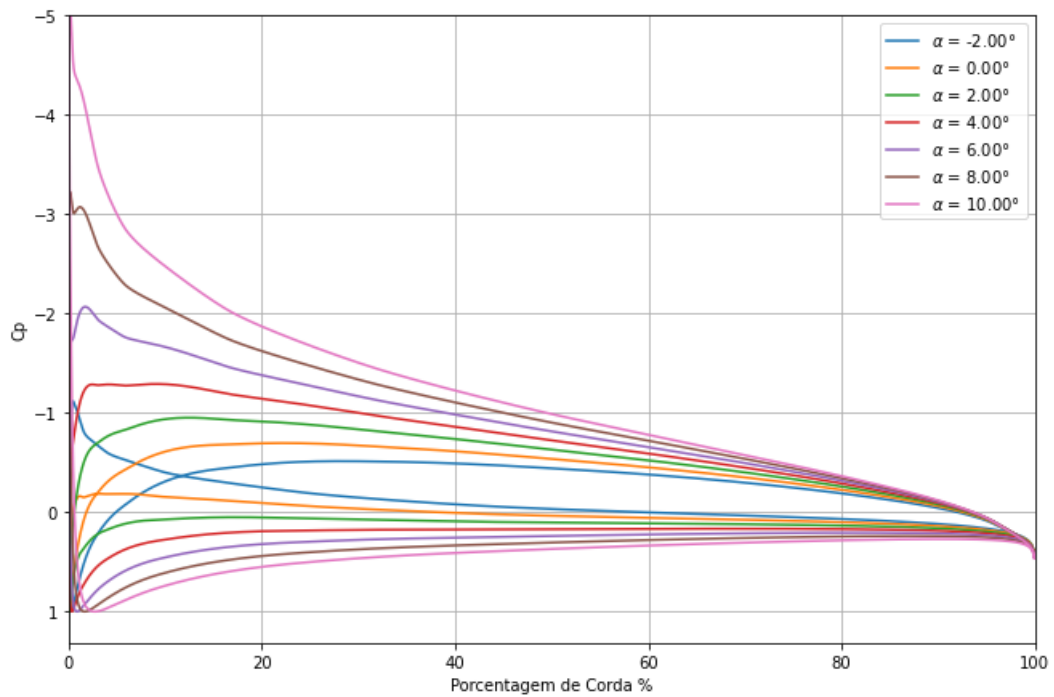
Fonte: Autor

Tabela 6 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL2263m.

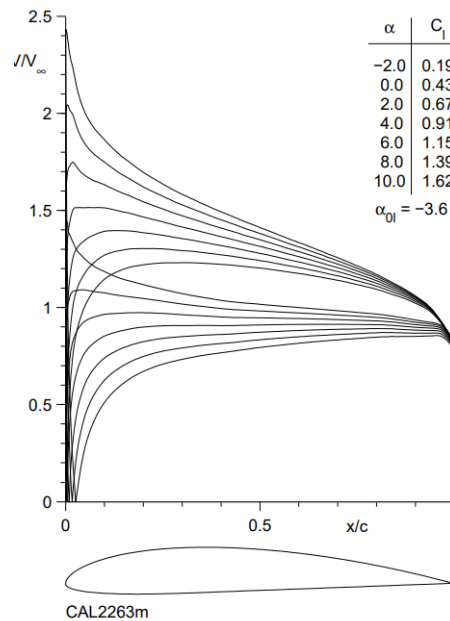
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,19	0,18	5,26
0	0,43	0,42	2,33
2	0,67	0,66	1,49
4	0,91	0,9	1,10
6	1,15	1,14	0,87
8	1,39	1,37	1,44
10	1,62	1,59	1,85

Fonte: Autor.

A Tabela 6 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico CAL2263m.

Figura 21 – Distribuição de C_p do Perfil CAL2263m - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 22 – Distribuição de C_p do Perfil CAL2263m - Experimental.

Fonte: Broughton et al. (2012)

A simulação demonstra uma alta precisão na reprodução dos valores experimentais do coeficiente de sustentação para a maioria dos ângulos de ataque analisados.

O maior erro percentual foi observado para AoA -2° , com 5,26%, o que indica uma ligeira subestimação na simulação para ângulos negativos de ataque. Em geral, os erros são todos menores que 5,5%, com a maioria sendo menor que 2%, o que sugere uma alta fidelidade das simulações em relação aos dados experimentais.

A precisão das simulações é notavelmente alta, indicando que o modelo de simulação utilizado é confiável e eficaz na previsão do comportamento aerodinâmico do perfil CAL2263m.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas através da Figura 21 e Figura 22 para o perfil CAL2263m revela uma boa concordância geral. As tendências observadas nas simulações refletem bem os resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Embora pequenas discrepâncias possam ocorrer devido a limitações nos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, os resultados são, em geral, consistentes e confiáveis.

3.7 CAL1215j

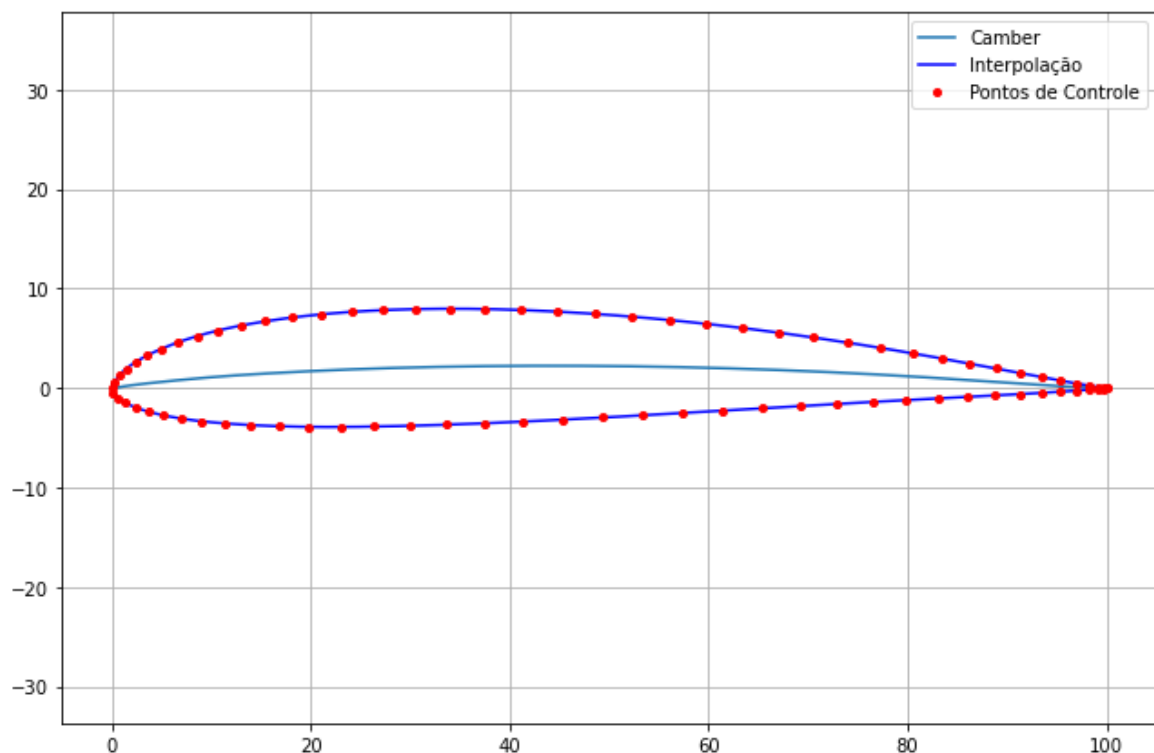
O perfil aerodinâmico CAL1215j é um perfil especialmente projetado para aplicações que exigem alta eficiência aerodinâmica e estabilidade em uma ampla gama de condições operacionais.

O perfil CAL1215j é ideal para aeronaves de baixa velocidade, como ultraleves e planadores, devido à sua alta sustentação e baixo arrasto. Ele permite operações eficientes em velocidades mais baixas, o que é crucial para essas categorias de aeronaves.

Entusiastas de aeromodelismo usam o perfil CAL1215j em modelos de aviões de alta performance. Sua alta relação de sustentação para arrasto é crucial para manobras acrobáticas e eficiência em voo prolongado.

Para gerar o perfil CAL1215j e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Broughton et al. (2012).

Figura 23 – Visualização do Perfil CAL1215j.



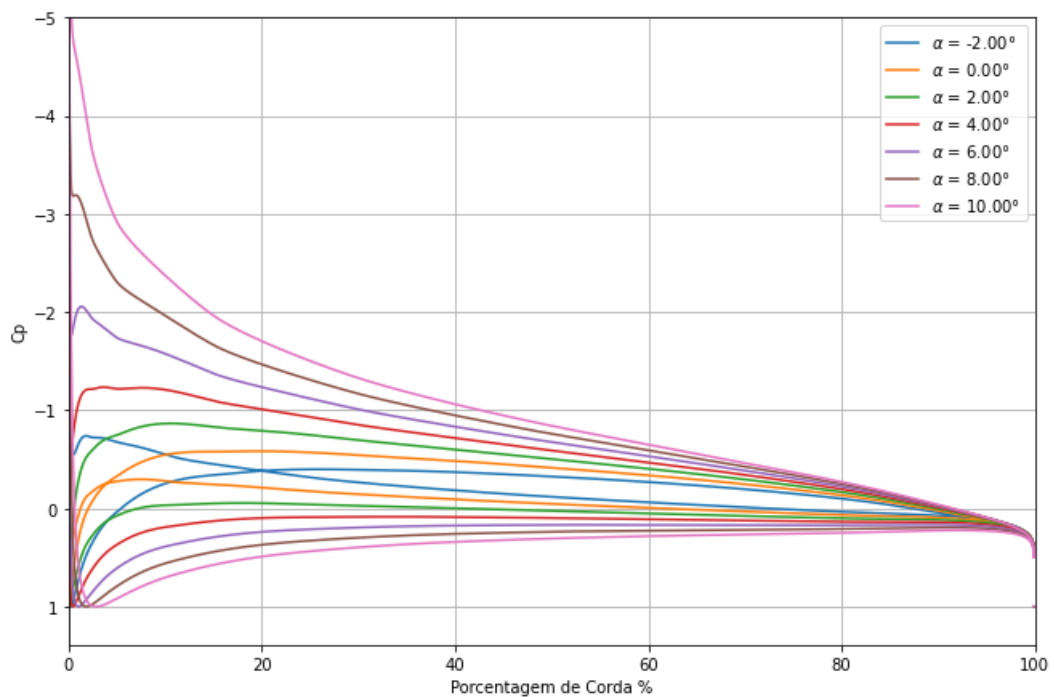
Fonte: Autor

Tabela 7 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL1215j.

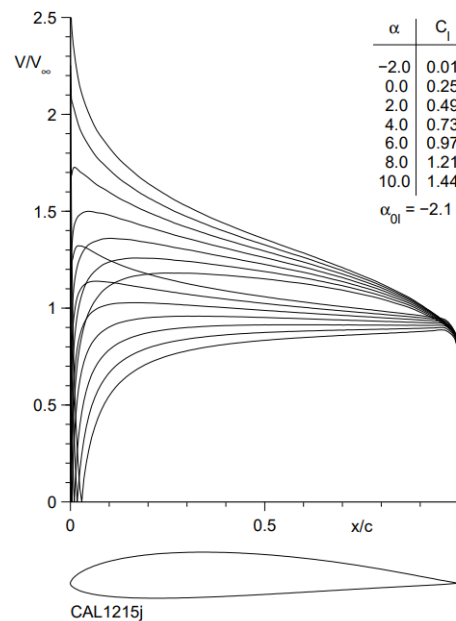
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,01	0,01	0,00
0	0,25	0,26	4,00
2	0,49	0,5	2,04
4	0,73	0,74	1,37
6	0,97	0,97	0,00
8	1,21	1,2	0,83
10	1,44	1,43	0,69

Fonte: Autor.

A Tabela 7 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico CAL1215j.

Figura 24 – Distribuição de C_p do Perfil CAL1215j - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 25 – Distribuição de C_p do Perfil CAL1215j - Experimental.

Fonte: Broughton et al. (2012)

A simulação demonstra uma alta precisão na reprodução dos valores experimentais do coeficiente de sustentação para todos os ângulos de ataque analisados.

O maior erro percentual foi observado para AoA 0° , com 4%, indicando uma ligeira sobreestimação na simulação para este ângulo. Em geral, os erros são todos menores que 4%, com a maioria sendo menor que 2%, o que sugere uma alta fidelidade das simulações em relação aos dados experimentais.

A precisão das simulações é notavelmente alta, indicando que o modelo de simulação utilizado é confiável e eficaz na previsão do comportamento aerodinâmico do perfil CAL1215j.

A comparação entre as distribuições de C_p obtidas através da Figura 24 e Figura 25 para o perfil CAL1215j mostra uma boa concordância geral. As tendências nas simulações correspondem bem aos resultados experimentais, validando a eficácia do modelo de simulação utilizado. Apesar de pequenas discrepâncias que podem surgir devido a limitações dos modelos de simulação e imperfeições nos testes experimentais, os resultados são amplamente consistentes e confiáveis.

3.8 CAL4014I

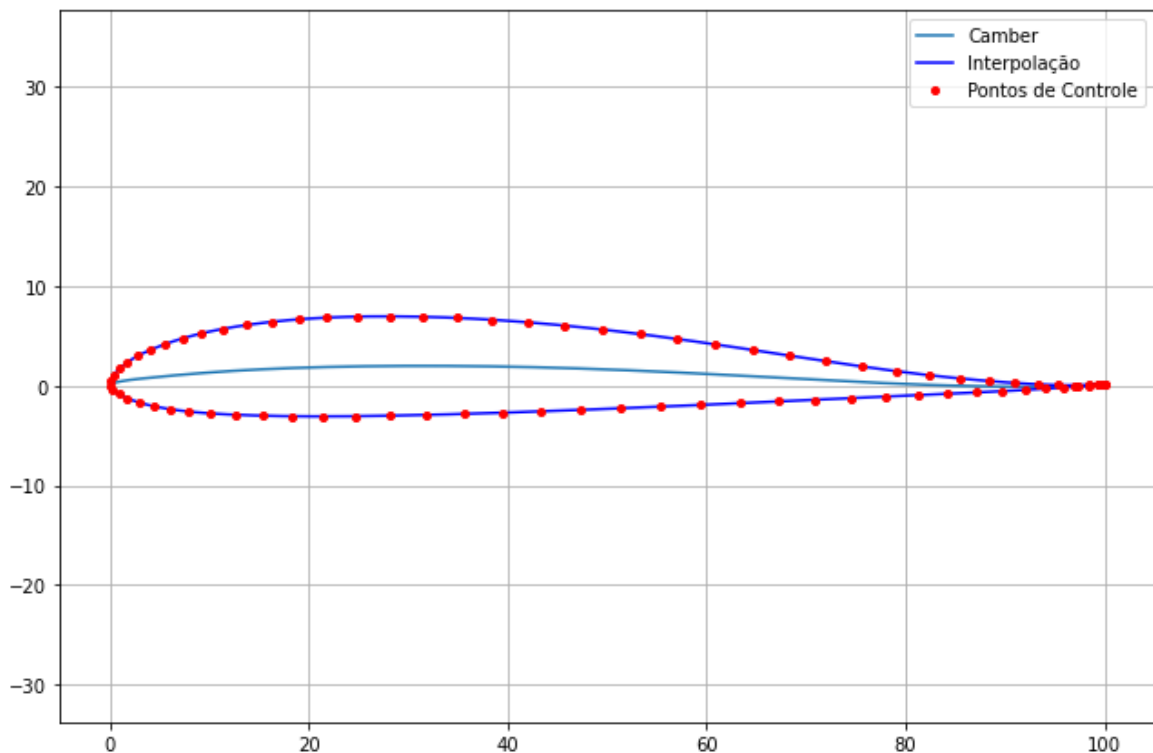
O perfil aerodinâmico CAL4014I é um perfil desenvolvido para aplicações que exigem alta eficiência aerodinâmica, resistência estrutural e estabilidade em diferentes condições operacionais.

O CAL4014I é amplamente utilizado em turbinas eólicas de grande escala devido à sua alta eficiência aerodinâmica. Sua capacidade de gerar alta sustentação com baixo arrasto é essencial para maximizar a produção de energia em parques eólicos.

Este perfil é ideal para aeronaves comerciais e cargueiros de médio e grande porte. O CAL4014I oferece excelente desempenho em termos de sustentação e eficiência de combustível, o que é crucial para operações comerciais onde o custo-benefício é um fator determinante.

Para gerar o perfil CAL4014I e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Broughton et al. (2012).

Figura 26 – Visualização do Perfil CAL4014I.



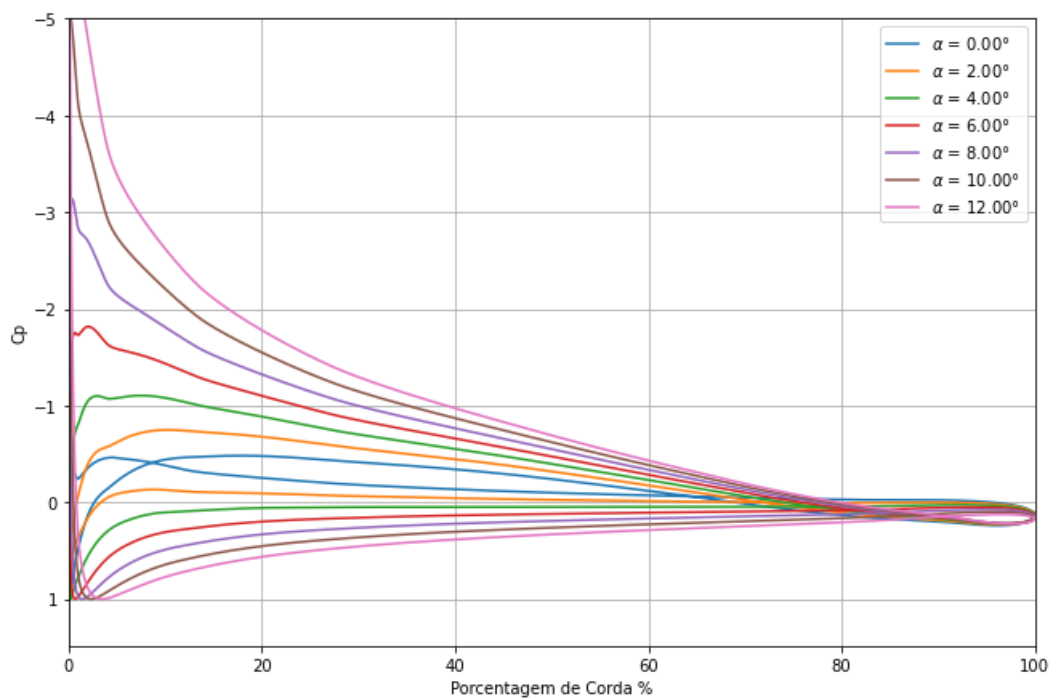
Fonte: Autor

Tabela 8 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil CAL4014l.

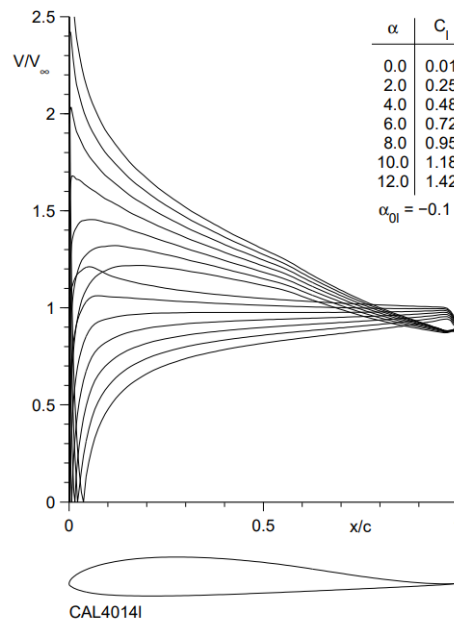
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
0	0,01	0,01	0,00
2	0,25	0,24	4,00
4	0,48	0,48	0,00
6	0,72	0,71	1,39
8	0,95	0,94	1,05
10	1,18	1,16	1,69
12	1,42	1,38	2,82

Fonte: Autor.

A Tabela 8 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico CAL4014l.

Figura 27 – Distribuição de C_p do Perfil CAL4014l - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 28 – Distribuição de C_p do Perfil CAL4014l - Experimental.

Fonte: Broughton et al. (2012)

A Tabela 8 mostra que a simulação é confiável para representar os dados experimentais em uma ampla gama de ângulos de ataque.

A pequena variação no erro percentual indica que o modelo de simulação é robusto, especialmente para ângulos de ataque baixos e intermediários.

Para ângulos de ataque mais elevados, a discrepância aumenta um pouco, o que pode ser esperado devido às complexidades adicionais no fluxo de ar e na modelagem aerodinâmica em altos ângulos de ataque.

A Figura 27 e a Figura 28 indicam que o modelo simulado é eficaz em replicar os dados experimentais de distribuição de C_p para o perfil CAL4014l. As tendências gerais são bem representadas, sugerindo que o modelo é uma ferramenta confiável para a análise aerodinâmica deste perfil.

3.9 Eppler E387

O perfil aerodinâmico Eppler E387 é um perfil especializado, projetado para aplicações que requerem alta eficiência aerodinâmica em regimes de baixa velocidade.

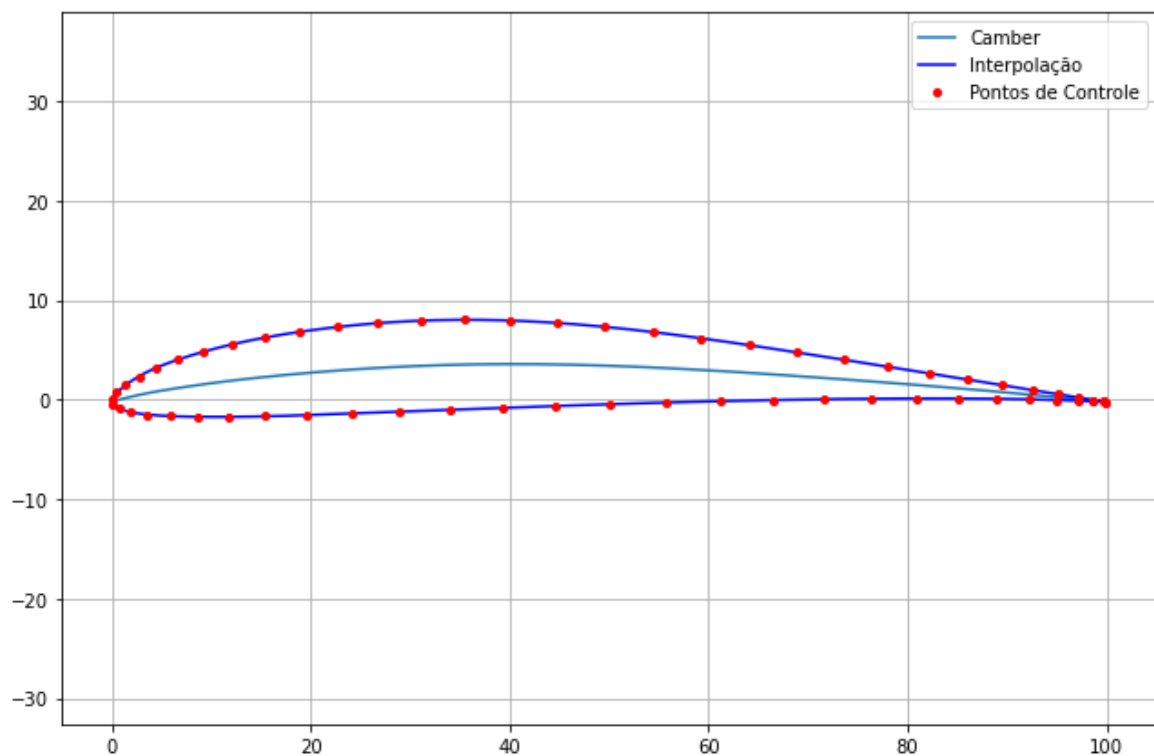
O Eppler E387 é amplamente utilizado em aerodelos e planadores devido à sua alta eficiência aerodinâmica em baixos Reynolds, que é crucial para o desempenho em voo destes veículos.

Este perfil é ideal para VANTs de pequeno porte, especialmente aqueles utilizados para missões de vigilância, reconhecimento e pesquisa ambiental, onde a eficiência em baixos Reynolds é essencial para aumentar a autonomia e o tempo de voo.

Além das aplicações aeroespaciais, o Eppler E387 pode ser utilizado em sistemas de ventilação e controle ambiental, onde a eficiência aerodinâmica é crucial para o desempenho e a economia de energia.

Para gerar o perfil Eppler E387 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Broughton et al. (2012).

Figura 29 – Visualização do Perfil Eppler E387.



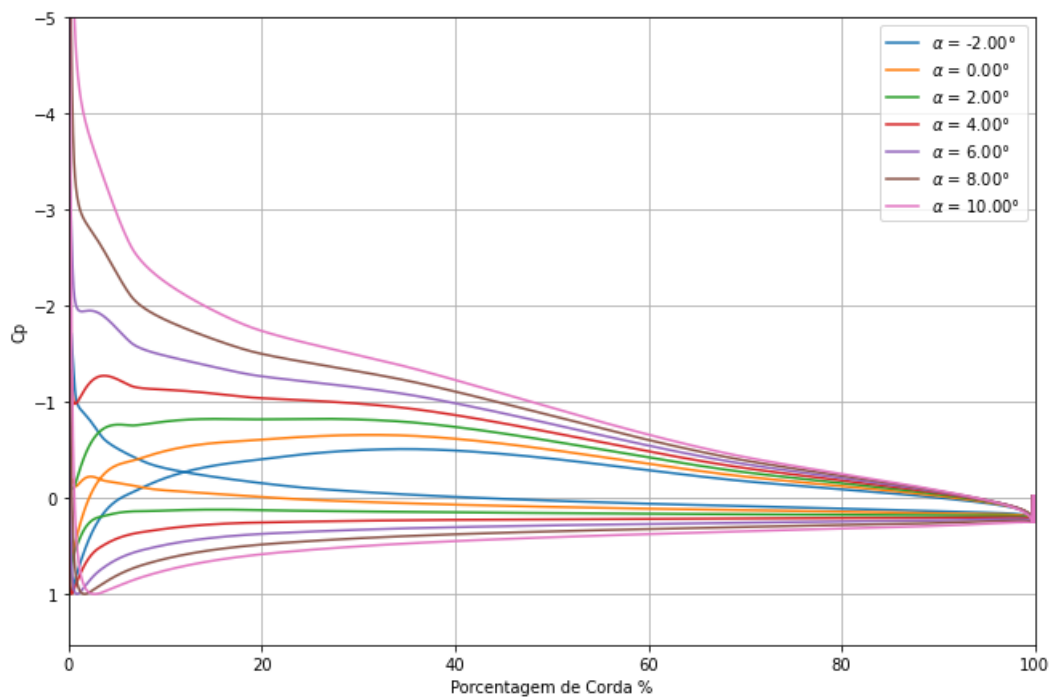
Fonte: Autor

Tabela 9 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Eppler E387.

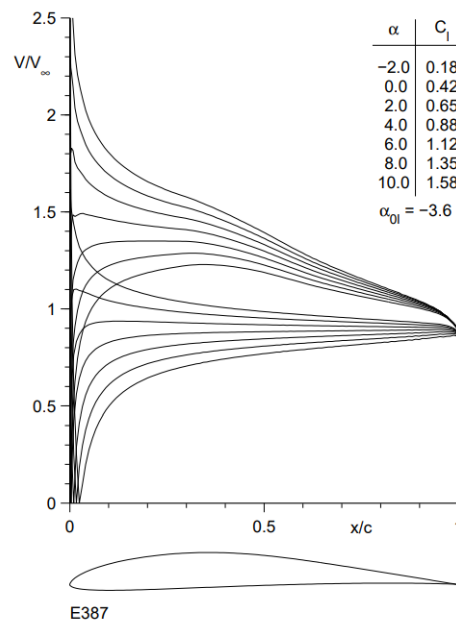
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
-2	0,18	0,18	0,00
0	0,42	0,41	2,38
2	0,65	0,65	0,00
4	0,88	0,88	0,00
6	1,12	1,11	0,89
8	1,35	1,33	1,48
10	1,58	1,55	1,90

Fonte: Autor.

A Tabela 9 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico Eppler E387.

Figura 30 – Distribuição de C_p do Perfil Eppler E387 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 31 – Distribuição de C_p do Perfil Eppler E387 - Experimental.

Fonte: Broughton et al. (2012)

A Tabela 9 mostra uma excelente correlação entre os dados experimentais e os resultados de simulação para o perfil Eppler E387, especialmente em ângulos de ataque baixos e intermediários.

A pequena variação no erro percentual sugere que o modelo de simulação é muito preciso em representar os coeficientes de sustentação para este perfil aerodinâmico.

Mesmo nos ângulos de ataque maiores, onde a complexidade do fluxo de ar pode aumentar, a simulação ainda se mantém muito próxima dos valores experimentais.

A Figura 30 e a Figura 31 mostram que o modelo simulado é bastante eficaz em replicar os dados experimentais de distribuição de C_p para o perfil Eppler E387. As tendências gerais são bem representadas, o que sugere que o modelo é uma ferramenta confiável para a análise aerodinâmica deste perfil. No entanto, algumas diferenças pontuais indicam a necessidade de melhorias ou ajustes no modelo para capturar com mais precisão os detalhes locais observados experimentalmente.

Esta comparação sugere que, embora o modelo simulado forneça uma boa aproximação dos comportamentos gerais observados experimentalmente, atenção adicional deve ser dada aos detalhes para garantir maior precisão e representatividade das condições reais.

3.10 Gottingen 417A

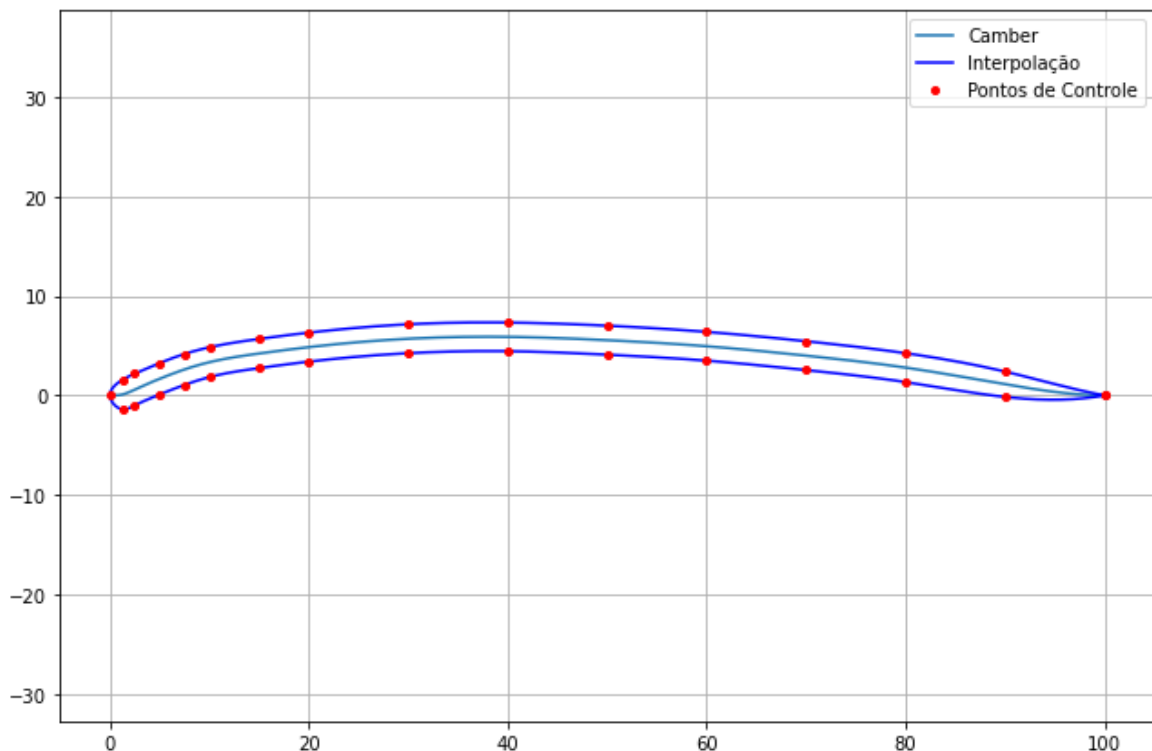
O perfil aerodinâmico Gottingen 417A é um dos perfis clássicos desenvolvidos pela Universidade de Gottingen, amplamente utilizado em várias aplicações aerodinâmicas devido às suas características de desempenho favoráveis.

O Gottingen 417A é frequentemente utilizado em aeromodelos e planadores de pequeno porte. Suas características aerodinâmicas permitem uma boa performance em voo, especialmente em condições de baixa velocidade.

O perfil pode ser aplicado em sistemas de ventilação e geração de energia onde o fluxo de ar eficiente é crucial, aproveitando suas boas propriedades aerodinâmicas em baixas velocidades.

Para gerar o perfil Gottingen 417A e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Lyon et al. (1998).

Figura 32 – Visualização do Perfil Gottingen 417A.



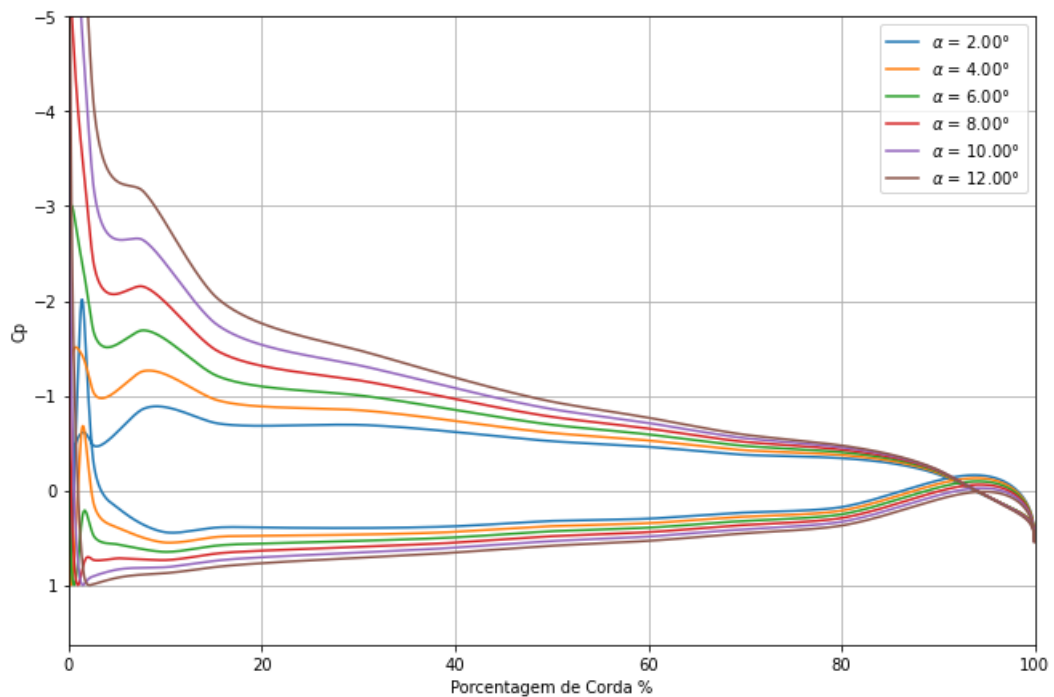
Fonte: Autor

Tabela 10 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil Gottingen 417A.

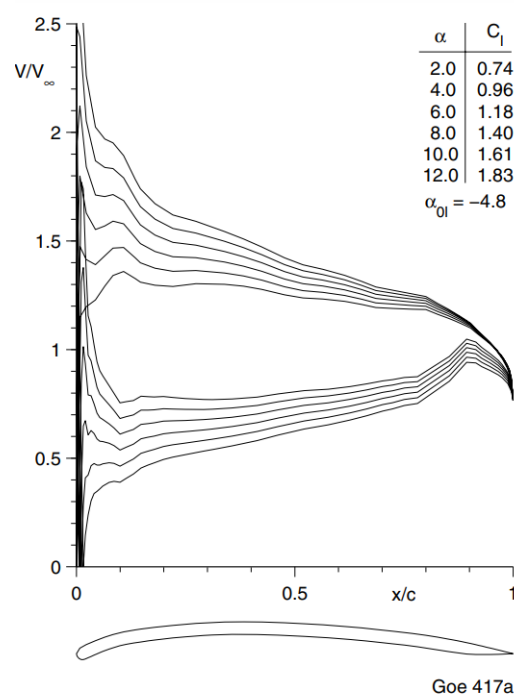
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
2	0,74	0,71	4,05
4	0,96	0,93	3,12
6	1,18	1,16	1,69
8	1,4	1,37	2,14
10	1,61	1,58	1,86
12	1,83	1,79	2,19

Fonte: Autor.

A Tabela 10 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico Gottingen 417A.

Figura 33 – Distribuição de C_p do Perfil Gottingen 417A - Modelo.

Fonte: Autor.

Figura 34 – Distribuição de C_p do Perfil Gottingen 417A - Experimental.

Fonte: Lyon et al. (1998)

A Tabela 10 mostra que, para o perfil Gottingen 417A, a simulação tem uma boa correlação com os dados experimentais, especialmente para ângulos de ataque mais altos.

A variação no erro percentual é um pouco maior nos ângulos de ataque mais baixos (2° e 4°) em comparação com ângulos intermediários e altos, mas ainda dentro de uma margem aceitável.

Os valores simulados para ângulos de ataque maiores (8° a 12°) mostram um erro percentual consistentemente baixo, sugerindo que a simulação é bastante precisa nessas condições.

A Figura 33 e a Figura 34 mostram que o modelo simulado é bastante eficaz em replicar os dados experimentais de distribuição de C_p para o perfil Gottingen 417A. As tendências gerais são bem representadas, o que sugere que o modelo é uma ferramenta confiável para a análise aerodinâmica deste perfil. No entanto, algumas diferenças pontuais indicam a necessidade de melhorias ou ajustes no modelo para capturar com mais precisão os detalhes locais observados experimentalmente.

Pequenas discrepâncias podem ser atribuídas a simplificações no modelo; em especial à condição de Kutta devido ao formato do bordo de fuga desse perfil; limitações computacionais ou a variabilidade inerente nos dados experimentais.

3.11 LRN1007

O perfil aerodinâmico LRN-1007 faz parte de uma série de perfis aerodinâmicos desenvolvidos pelo Laboratório de Pesquisa Nacional (LRN) do Reino Unido. Esta série de perfis é conhecida por sua aplicação em estudos e projetos de aeronaves, especificamente no design de asas e superfícies de controle.

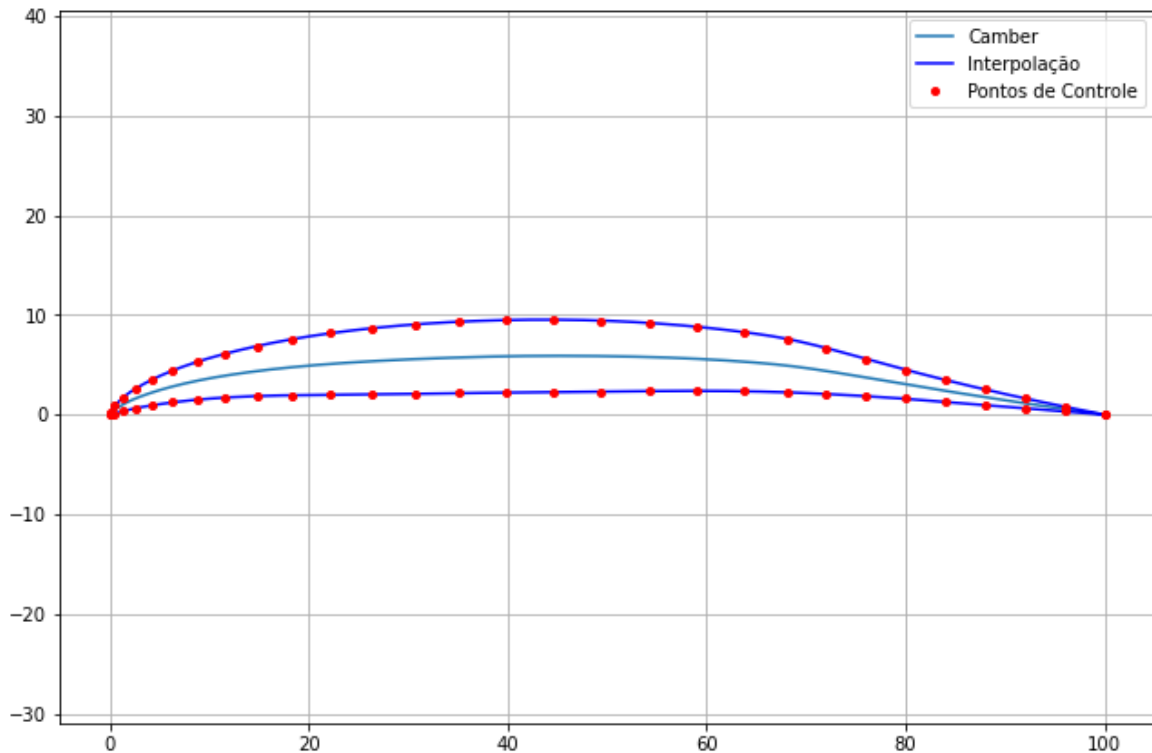
Este perfil é utilizado principalmente no design de asas de aeronaves, especialmente aquelas que requerem alta eficiência aerodinâmica em velocidades subsônicas.

O LRN-1007 possui um perfil específico com uma espessura particular que permite manter um fluxo de ar laminar sobre uma maior parte da asa, reduzindo o arrasto induzido e melhorando a eficiência aerodinâmica.

Também pode ser aplicado no design de superfícies de controle, como ailerons, lemes e estabilizadores.

Para gerar o perfil LRN1007 e os coeficientes de pressão (C_p) e de sustentação (C_l) foram utilizados 3000 painéis, já os dados experimentais para comparação foram obtidos de Lyon et al. (1998).

Figura 35 – Visualização do Perfil LRN1007.



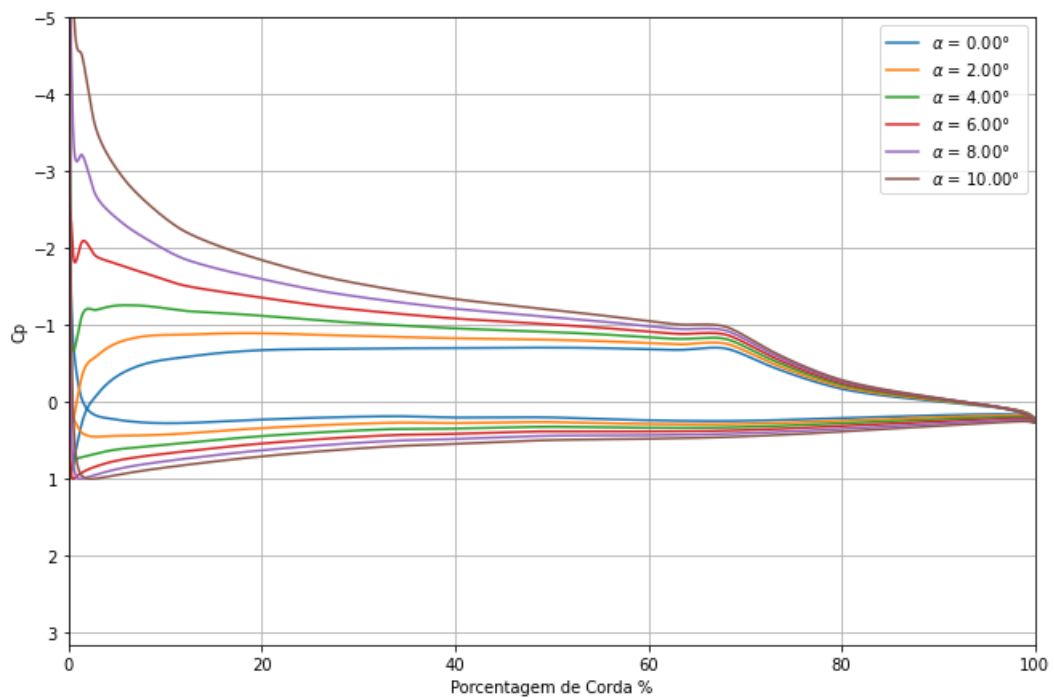
Fonte: Autor

Tabela 11 – Comparação do C_l em diferentes AoA - Perfil LRN1007.

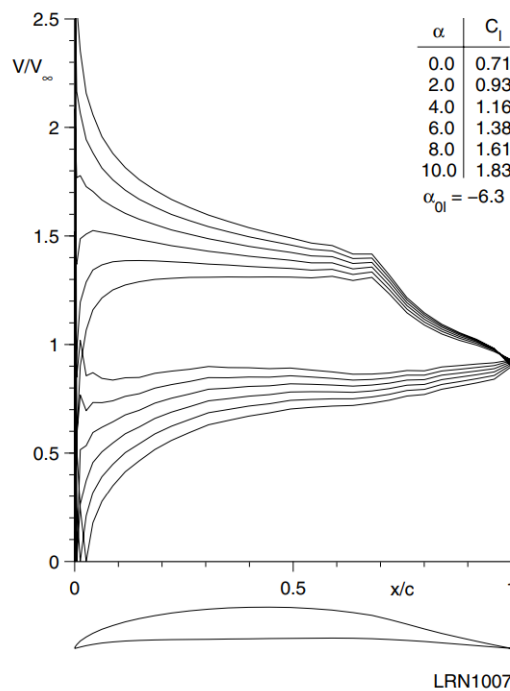
AoA(°)	Experimental	Simulação	Erro (%)
0	0,71	0,66	7,04
2	0,93	0,89	4,30
4	1,16	1,12	3,45
6	1,38	1,34	2,90
8	1,61	1,56	3,11
10	1,83	1,77	3,28

Fonte: Autor.

A Tabela 11 apresenta uma comparação dos coeficientes de sustentação (C_l) obtidos experimentalmente e por simulação em diferentes ângulos de ataque (AoA) para o perfil aerodinâmico LRN1007.

Figura 36 – Distribuição de C_p do Perfil LRN1007 - Modelo.

Fonte: Autor

Figura 37 – Distribuição de C_p do Perfil LRN1007 - Experimental.

Fonte: Lyon et al. (1998)

A Tabela 11 fornece resultados bastante próximos dos experimentais para todos os ângulos de ataque apresentados, com erros percentuais variando entre 2,90% e 7,04%. A maior discrepância ocorre em AoA 0° e a menor em AoA 6°.

Esta consistência sugere que a simulação é uma ferramenta confiável para prever o coeficiente de sustentação no perfil LRN1007 dentro do intervalo de AoA testado.

A Figura 36 e a Figura 37 mostram que o modelo simulado é bastante eficaz em replicar os dados experimentais de distribuição de C_p para o perfil Gottingen 417A. As tendências gerais são bem representadas, o que sugere que o modelo é uma ferramenta confiável para a análise aerodinâmica deste perfil. No entanto, algumas diferenças pontuais indicam a necessidade de melhorias ou ajustes no modelo para capturar com mais precisão os detalhes locais observados experimentalmente.

3.12 Discussão

Podemos observar que, para ângulos de incidência do fluxo baixos ou para influências dos ângulos de ataque limitadas, os resultados obtidos pelo modelo proposto de escoamento potencial não diferem drasticamente dos resultados que consideram os efeitos viscosos. No entanto, à medida que o ângulo de incidência do fluxo aumenta, a divergência entre o modelo proposto e os resultados experimentais torna-se mais evidente devido à falta de consideração dos efeitos viscosos.

No modelo experimental, o aumento desse ângulo de incidência tende a gerar turbulências devido ao descolamento da camada limite, ocasionando alterações nos coeficientes apresentados. Portanto, é essencial incorporar os efeitos viscosos na análise do escoamento em perfis aerodinâmicos, seja por meio da Equação de Navier-Stokes, Simulação de Grandes Vórtices (LES), Métodos de Elementos Finitos (FEM), Método de Volumes Finitos (FVM), entre outros.

4 CONCLUSÃO

No presente trabalho foram realizadas análises aerodinâmicas de perfis, apresentados pela literatura. Para realizar essas análises, empregamos o método dos painéis baseados em distribuição de vórtices, no qual o fluxo é considerado potencial, incompressível, bidimensional e permanente em todo o comprimento do perfil examinado. Os resultados obtidos evidenciam a boa precisão desse método, porém, à medida que o ângulo de incidência do fluxo aumenta, torna-se evidente a divergência em relação aos resultados experimentais. Também foi possível verificar a validação do método através da comparação dos resultados já conhecidos e bem documentados na literatura.

Outro ponto a ser destacado é que o uso de splines paramétricas na modelagem de perfis aerodinâmicos, combinado com o método dos painéis, tem demonstrado ser uma abordagem eficiente para melhorar a precisão das simulações de escoamento ao redor de aerofólios. As splines paramétricas permitem uma representação geométrica suave e contínua dos perfis, o que é essencial para capturar as características aerodinâmicas de forma mais fiel, além de permitir o uso de um elevado número de painéis sem ocasionar um impacto significativo no uso de recursos computacionais.

Com o aumento do número de painéis, a discretização do contorno do aerofólio se torna mais refinada, proporcionando uma melhor resolução dos detalhes do escoamento e, conseqüentemente, aumentando a precisão dos coeficientes aerodinâmicos calculados. Isso é particularmente importante em casos onde a precisão é crucial, como no design de aeronaves e turbinas eólicas.

Além disso, a combinação de splines paramétricas e um elevado número de painéis ajuda a minimizar os erros de discretização que podem surgir em métodos mais simplificados. Essa abordagem também permite uma melhor captura dos efeitos de pequenas variações na geometria do perfil, que podem ter impactos significativos nas características do escoamento.

Portanto, a implementação de splines paramétricas juntamente com um método de painéis com um elevado número de painéis proporciona uma ferramenta robusta e precisa para a análise de perfis aerodinâmicos. Isso resulta em simulações mais confiáveis e detalhadas, facilitando o desenvolvimento de projetos mais eficientes e otimizados em diversas áreas da engenharia aerodinâmica.

Como sugestão de melhoria, poderia ser introduzida a influência da viscosidade do escoamento, além da expansão da rotina para o estudo de casos tridimensionais, o que possibilitaria o estudo de influência de fatores geométricos.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. D.; CADOU, C. P. **Fundamentals of Aerodynamics**. 7. ed. [S.l.]: McGraw Hill, 2023. ISBN 9781266076442. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- BROUGHTON, B. A. et al. **Summary of Low-Speed Airfoil Data**. University of Illinois, 2012. v. 5. Disponível em: <https://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsat/Low-Speed-Airfoil-Data-V5.pdf>. Citado 10 vezes nas páginas 40, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 51, 52 e 54.
- CAMARGO, E.; WEBLER, G.; CASSOL, F. Simulação numérica de escoamento sobre perfil aerodinâmico eppler 423. **Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada**, v. 5, 12 2018. Citado na página 16.
- HOUGHTON, E. L.; CARPENTER, P. W. **Aerodynamics for Engineering Students**. 5. ed. [S.l.]: Butterworth Heinemann, 2003. ISBN 0750651113. Citado 3 vezes nas páginas 18, 20 e 22.
- JAIN, M.; IYENGAR, S.; JAIN, R. **Numerical Methods**. 2. ed. [S.l.]: New Age International, 2008. ISBN 9788122415346. Citado na página 24.
- LYON, C. et al. **Summary of Low-Speed Airfoil Data**. University of Illinois, 1998. v. 3. Disponível em: <https://m-selig.ae.illinois.edu/uiuc_lsat/Low-Speed-Airfoil-Data-V3.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 55, 57, 58 e 60.
- PANG, X.; WANG, H.; CHEN, J. Intelligence algorithm for optimization design of the low wind speed airfoil for wind turbine. **Cluster Computing**, v. 22, p. 1–11, 07 2019. Citado na página 14.
- ROSKAM, J. **Airplane Design**: Part iv: Preliminary calculation of aerodynamic, thrust and power characteristics. 1. ed. [S.l.]: DARCorporation, 2000. ISBN 9781884885525. Citado na página 15.
- SELIG, M. S.; MCGRANAHAN, B. D. **Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines**. University of Illinois, 2004. v. 4. Disponível em: <<https://m-selig.ae.illinois.edu/pubs/SeligMcGranahan-2004-NREL-SR-500-34515-SixNRLAirfoils.pdf>>. Citado 7 vezes nas páginas 30, 31, 33, 34, 36, 37 e 39.
- UNIVERSITY OF ILLINOIS AT URBANA-CHAMPAIGN. **UIUC Airfoil Data Site**. 2024. Acessado em 05 maio de 2024. Disponível em: <https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 30.
- WROBEL, L. **The Boundary Element Method, Volume 1: Applications in Thermo-Fluids and Acoustics**. [S.l.]: Wiley, 2002. (The Boundary Element Method). ISBN 9780471720393. Citado na página 17.
- ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.; ZHU, J. **The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals**. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. ISBN 9780080472775. Citado na página 17.

Apêndices

APÊNDICE A – ROTINA IMPLEMENTADA EM PYTHON

```
1 from scipy import interpolate, integrate, linalg, optimize
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as pl
4 import pandas as pd
5 from threading import Thread
6 import sqlite3 as sql
7 import io, time
8 #import os
9
10 def adapt_array(arr):
11     out = io.BytesIO()
12     np.save(out, arr)
13     out.seek(0)
14     return sql.Binary(out.read())
15
16 def convert_array(text):
17     out = io.BytesIO(text)
18     out.seek(0)
19     return np.load(out)
20
21 # Converte np.array para TEXT na adição
22 sql.register_adapter(np.ndarray, adapt_array)
23
24 # Converte TEXT para np.array na seleção
25 sql.register_converter("array", convert_array)
26
27
28 def create_table():
29     """Usado somente para criação do banco de dados"""
30     con = sql.connect("airfoil_data.db", detect_types=sql.
31 PARSE_DECLTYPES)
32     cur = con.cursor()
33     table = """CREATE TABLE AIRFOIL_DATA(
34 "ID" INTEGER,
35 "Airfoil" VARCHAR(255) NOT NULL,
36 "Source" VARCHAR(255),
37 "X" array NOT NULL,
38 "Y" array NOT NULL,
39 PRIMARY KEY("ID" AUTOINCREMENT)
40 )"""
```

```
40     cur.execute(table)
41     con.close()
42     return print('Tabela criada')
43
44 def insert_data(name, path, source):
45     """Entre com o nome da nova entrada e o caminho do arquivo com os
46     dados das coordenadas x,y do aerofólio
47     para padronizá-los de acordo com o banco de dados e adicionar a nova
48     entrada no mesmo. O arquivo precisa
49     estar no formato .dat."""
50     con = sql.connect("airfoil_data.db", detect_types=sql.
51     PARSE_DECLTYPES)
52     df = pd.read_csv('./Data/'+path+'.dat', delimiter = '\s+', skiprows
53     =1, names=['X', 'Y'])
54     xyrray = np.array([df.iloc[:,0],df.iloc[:,1]]).T #valores de x e y
55     contidos no arquivo
56     pos_x_max = np.argmax(np.isin(xyrray[:,0][:],max(xyrray[:,0][:])))
57     #posição dos maiores valores de x
58
59     if (pos_x_max[0]>0): #caso a ordem de x seja (0...1...0), ordena
60     para (1...0...1) e copia os dados
61         pos_x = int(pos_x_max[0])
62         xyrray_1 = xyrray[pos_x:0:-1][0:]
63         xyrray_2 = xyrray[-1:pos_x][0:]
64         xyrray = np.concatenate((xyrray_1,xyrray_2))
65         print('Ordem dos dados alterada')
66         X,Y =xyrray[:,0][:],xyrray[:,1][:]
67         df_coord = pd.DataFrame([[X[::-1],Y[::-1]]], columns=['X', 'Y'])
68         df_data = pd.DataFrame([[name,source]], columns=['Airfoil', '
69     Source'])
70         df_data_coord = df_data.merge(df_coord,how='cross')
71         df_data_coord.to_sql('AIRFOIL_DATA', con, if_exists='append',
72     index=False)
73         con.close()
74         print ('Entrada adicionada')
75
76     elif (pos_x_max[0]==0): #caso a ordem de x seja (1...0...1), apenas
77     copia os dados
78         xyrray = xyrray
79         print('Ordem dos dados mantida')
80         X,Y =xyrray[:,0][:],xyrray[:,1][:]
81         df_coord = pd.DataFrame([[X[::-1],Y[::-1]]], columns=['X', 'Y'])
82         df_data = pd.DataFrame([[name,source]], columns=['Airfoil', '
83     Source'])
84         df_data_coord = df_data.merge(df_coord,how='cross')
85         df_data_coord.to_sql('AIRFOIL_DATA', con, if_exists='append',
```

```

index=False)
76     con.close()
77     print ('Entrada adicionada')
78
79     else: #ordem de x diferente
80         print('Confira os dados do arquivo')
81         print('Entrada não adicionada')
82     return
83
84 #-----Fim update_airfoils-----#
85
86 def airfoil_list():
87     """Lista todas as entradas disponíveis para uso no banco de dados.
88     """
89     con = sql.connect("airfoil_data.db", detect_types=sql.
90     PARSE_DECLTYPES)
91     airfoil_list = pd.read_sql('SELECT ID, AIRFOIL, SOURCE FROM
92     AIRFOIL_DATA ORDER BY AIRFOIL ASC',con)
93     con.close()
94     return print(airfoil_list)
95
96 #-----Fim airfoil_list-----#
97
98 #####
99 #----->Início class Airfoil<-----#
100 #####
101
102 class Panel:
103     """Entre com a ID (index) disponível no banco de dados e o número de
104     pontos interpolantes."""
105     def __init__(self, ID, npoints,alpha,deviation=0):
106         self.ID = str(ID) #número do perfil aerodinâmico
107         self.npoints = npoints #número de pontos
108         self.alpha = np.atleast_1d(np.radians(alpha))
109         self.con = sql.connect("airfoil_data.db", detect_types=sql.
110         PARSE_DECLTYPES)
111         self.cur = self.con.cursor()
112         self.deviation = deviation
113         self.runall()
114
115     def read_data(self):
116         self.name = self.cur.execute("SELECT AIRFOIL FROM AIRFOIL_DATA
117         WHERE ID IN(?)",[self.ID]).fetchone()[0]
118         self.x = (self.cur.execute("SELECT X FROM AIRFOIL_DATA WHERE ID
119         IN(?)",[self.ID]).fetchone()[0])*100
120         self.y = (self.cur.execute("SELECT Y FROM AIRFOIL_DATA WHERE ID
121         IN(?)",[self.ID]).fetchone()[0])*100

```

```

114
115     def int_data(self):
116         self.mygrid= np.r_[0.:1.:self.npoints*1j]#gera valores paramé
tricos
117         self.tck,self.u = interpolate.splprep((self.x,self.y),k=3,s
=0.003)#cria os interpolantes
118         self.xB,self.yB = interpolate.splev(self.mygrid,self.tck)#
coordenadas xB e yB
119 #####
120     def calc_t(self,x,ti): #calcula o parâmetro t e yba, com base em x
121         args = x,self.tck
122         self.t,ite = optimize.leastsq(lambda t,*args: x - interpolate.
splev(t,self.tck)[0],ti,args)
123         self.xba,self.yba = interpolate.splev(self.t,self.tck)
124 #####
125
126     def calc_camber(self): #calcula as coordenadas da linha de camber
127         """O camber é calculado encontrando-se o ponto médio entre ybai
e ybas,
128         para cada x obtido de xcamb, que deve ser uma sequência
fornecida.
129         O resultado é tck_camb, os interpoladores do camber."""
130         self.xcamb = np.r_[0:100:complex(((self.npoints)/2)+1)]#
coordenadas x para camber
131         self.ybas,self.ybai = np.zeros(len(self.xcamb)),np.zeros(len(
self.xcamb)) #listas que receberão os resultados da função
132
133         for i,xi in enumerate(self.xcamb):
134             self.calc_t(x=xi,ti=0.1)
135             self.ybai[i] = self.yba #valores y inferiores do perfil
136
137             self.calc_t(x=xi,ti=0.9)
138             self.ybas[i] = self.yba #valores de y superiores do perfil
139
140         self.ycamb = (self.ybai + self.ybas)/2 #coordenadas y para
camber
141         self.tck_camb = interpolate.splprep(self.xcamb,self.ycamb,s
=0.003,k=3)
142         self.ydercamb = interpolate.splev(self.xcamb,self.tck_camb,der
=1)#primeira derivada de ycamb
143 #####
144     def xy_hat(self):
145         x_hat = np.zeros(len(self.x))
146         y_hat = np.zeros(len(self.x))
147         tck_,u_ = interpolate.splprep((self.xB,self.yB),k=3,s=0)
148         tck_ = np.asarray(tck_,dtype=object)
149

```

```

150     def calc_xy_hat(x,y,ui):
151         u = optimize.least_squares((lambda u,*args: x - interpolate.
splev(u,tck_)[0]),ui).x
152         x,y_hat = interpolate.splev(u,tck_)
153         u = optimize.least_squares((lambda u,*args: y - interpolate.
splev(u,tck_)[1]),ui).x
154         x_hat,y = interpolate.splev(u,tck_)
155         return x_hat, y_hat
156
157     for i,n in enumerate(self.x):
158         x_hat[i], y_hat[i] = calc_xy_hat(self.x[i],self.y[i],self.u[
i])
159
160     self.x_hat,self.y_hat = x_hat, y_hat
161 #####
162     def gen_matrizes(self, xB, yB):
163         M = xB.size-1
164         MP1 = M+1
165
166         #Coordenadas e comprimentos dos pontos de controle
167         self.X = 0.5*(xB[:M]+xB[1:])
168         self.Y = 0.5*(yB[:M]+yB[1:])
169
170
171         S = np.sqrt((xB[1:]-xB[:M])**2 + (yB[1:]-yB[:M])**2)
172         theta = np.arctan2(yB[1:]-yB[:M],xB[1:]-xB[:M])
173         sine = np.sin(theta)
174         cosine = np.cos(theta)
175         CN1,CN2,CT1,CT2 = np.zeros((M,M)),np.zeros((M,M)),np.zeros((M,M)
),np.zeros((M,M))
176         for i in range(M):
177             #Cálculo das constantes
178                 A = -(self.X[i]-xB[:M])*cosine - (self.Y[i]-yB[:M])*sine
179                 B = (self.X[i]-xB[:M])**2 + (self.Y[i]-yB[:M])**2
180                 C = np.sin(theta[i]-theta)
181                 D = np.cos(theta[i]-theta)
182                 E = (self.X[i]-xB[:M])*sine - (self.Y[i]-yB[:M])*cosine
183                 F = np.log(1.+S*(S+2.*A)/B)
184                 G = np.arctan2(E*S,B+A*S)
185                 P = (self.X[i]-xB[:M])*np.sin(theta[i]-2.*theta) + \
186                     (self.Y[i]-yB[:M])*np.cos(theta[i]-2.*theta)
187                 Q = (self.X[i]-xB[:M])*np.cos(theta[i]-2.*theta) - \
188                     (self.Y[i]-yB[:M])*np.sin(theta[i]-2.*theta)
189
190             #Montagem das matrizes
191                 CN2[i] = D + 0.5*Q*F/S - (A*C+D*E)*G/S
192                 CN1[i] = 0.5*D*F + C*G - CN2[i]

```

```

193         CT2[i] = C + 0.5*P*F/S + (A*D-C*E)*G/S
194         CT1[i] = 0.5*C*F - D*G - CT2[i]
195
196         aux = np.identity(M,dtype='bool')
197         CN1[aux] = -1.
198         CN2[aux] = 1.
199         CT1[aux] = np.pi/2
200         CT2[aux] = np.pi/2
201
202         AN,AT = np.zeros((MP1,MP1)),np.zeros((M,MP1))
203         AN[:M,0] = CN1[:,0]
204         AN[:M,-1] = CN2[:,-1]
205         AT[:,0] = CT1[:,0]
206         AT[:,-1] = CT2[:,-1]
207         AN[:M,1:M] = CN1[:,1:M] + CN2[:,M-1]
208         AT[:,1:M] = CT1[:,1:M] + CT2[:,M-1]
209         AN[-1,0] = 1.
210         AN[-1,-1] = 1.
211         AN[M,1:M] = 0.
212         self.theta,self.AN,self.AT = theta,AN,AT
213 #####
214     def solve_data(self):
215         M = self.theta.size
216         MP1 = M+1
217         RHS = np.zeros((MP1))
218         self.CPvec = np.zeros((M,len(self.alpha)))
219         self.Clvec = np.zeros(len(self.alpha))
220
221         for i,n in enumerate(self.alpha):
222             RHS[:M] = np.sin(self.theta-n)
223             RHS[M] = 0.
224             #Solução do sistema linear
225             gamma = linalg.solve(self.AN,RHS)
226
227             #Cálculo da velocidade adimensional,coeficiente de pressão e
228             #coeficiente de sustentação
229             V = np.cos(self.theta-n) + np.sum(self.AT*gamma,axis=-1)
230             self.CP = 1. - V**2
231             self.Cl = -integrate.trapz(self.CP,self.X)/100
232             print(self.Cl)
233             self.CPvec[:,i] = self.CP
234             self.Clvec[i] = self.Cl
235 #####
236     def vec_norms_logs(self):
237         L2Y = linalg.norm(self.y,2)
238         L2yB = linalg.norm(self.y_hat,2)

```

```

239         self.L2Yerr = np.abs(L2yB - L2Y)/np.abs(L2xB)
240         print(f'Desvio Norma L2Y: {self.L2Yerr:.2e}')
241
242         L2X = linalg.norm(self.x,2)
243         L2xB = linalg.norm(self.x_hat,2)
244         self.L2Xerr = np.abs(L2xB - L2X)/np.abs(L2xB)
245         print(f'Desvio Norma L2X: {self.L2Xerr:.2e}')
246
247         LIY = linalg.norm(self.y,np.inf)
248         LIyB = linalg.norm(self.y_hat,np.inf)
249         self.LIYerr = np.abs(LIyB - LIY)/np.abs(LIyB)
250         print(f'Desvio Norma Linf Y: {self.LIYerr:.2e}')
251
252         LIX = linalg.norm(self.x,np.inf)
253         LIxB = linalg.norm(self.x_hat,np.inf)
254         self.LIXerr = np.abs(LIxB - LIX)/np.abs(LIxB)
255         print(f'Desvio Norma Linf X: {self.LIXerr:.2e}')
256 #####
257     def plot_all(self):
258         pl.figure(figsize = (7.20,10.80))
259         pl.subplots_adjust(bottom=0.05, top=1.5)
260         pl.subplot(411)
261         pl.xlim(0.,100.)
262         pl.title(u'Visualização do Perfil %s - %i Painéis'%(self.name,
self.npoints-1) )
263         pl.plot(self.xcamb,self.ycamb)
264         pl.plot(self.xB,self.yB,'b-',self.x,self.y,'ro',markersize=4)
265         pl.legend(('Camber','Perfil','Pontos de Controle'),loc='best')
266         pl.grid('on')
267         pl.axis('equal')
268
269         pl.subplot(412)
270         pl.xlim(0.,100.)
271         pl.plot(self.xcamb,self.ydercamb)
272         pl.title(u'Derivada do Camber %s - %i Painéis'%(self.name,self.
npoints-1) )
273         pl.grid('on')
274
275         pl.subplot(413)
276         pl.title(u'Variação do CP na corda do perfil %s em relação ao
AOA - %i Painéis'\
277                %(self.name,(self.npoints-1)))
278         for i in range(len(self.alpha)):
279             pl.plot(self.X,np.array([self.CPvec.T])[0][i],'-', \
280                    label=(r'$\alpha$ = %i°' %np.rad2deg(self.alpha.T[i
]))))
281         pl.legend(loc="upper right")

```

```

282     pl.xlim(-5.,100)
283     ax = pl.gca()
284     ax.set_ylim(ax.get_ylim()[::-1])
285     pl.ylabel('Cp')
286     pl.xlabel(r'Porcentagem de Corda %')
287     pl.grid('on')
288
289 #####
290     def runall (self):
291         if __name__ == '__main__':
292             if self.deviation == 0:
293                 start = time.time()
294                 Thread(target = self.read_data()).start()
295                 Thread(target = self.int_data()).start()
296                 Thread(target = self.calc_camber()).start()
297                 Thread(target = self.xy_hat()).start()
298                 Thread(target = self.gen_matrices(self.xB,self.yB)).
                start()
299                 Thread(target = self.solve_data()).start()
300                 Thread(target = self.vec_norms_logs()).start()
301                 Thread(target = self.plot_all()).start()
302                 print(self.Clvec)
303                 self.con.close()
304                 end = time.time()
305             else:
306                 start = time.time()
307                 Thread(target = self.read_data()).start()
308                 Thread(target = self.int_data()).start()
309                 Thread(target = self.xy_hat()).start()
310                 Thread(target = self.gen_matrices(self.xB,self.yB)).
                start()
311                 Thread(target = self.gen_matrices(self.x_hat,self.y_hat)
                ).start()
312                 Thread(target = self.solve_data()).start()
313                 self.CP_int = self.CPvec
314                 self.CL_int = self.Clvec
315                 Thread(target = self.vec_norms_logs()).start()
316                 self.con.close()
317                 end = time.time()
318                 print(f'Tempo de processamento: {end-start:.2f}s')
319
320 #####
321 #----->Fim class Airfoil<-----#
322 #####
323     def norm_error_xy(ID,panels):
324         L2Yvec,L2Xvec = np.zeros(len(panels)),np.zeros(len(panels))
325         LIYvec,LIXvec = np.zeros(len(panels)),np.zeros(len(panels))

```

```
326     for i,n in enumerate(panels):
327         Air = Panel(ID,n,-4,deviation=1)
328         L2Yvec[i],L2Xvec[i] = Air.L2Yerr,Air.L2Xerr
329         LIYvec[i],LIXvec[i]=Air.LIYerr,Air.LIXerr
330     pl.figure(figsize=(10.8,7.2))
331     pl.loglog(panels,L2Xvec ,label='L2 X')
332     pl.loglog(panels,L2Yvec , label='L2 Y')
333     pl.loglog(panels,LIXvec , label='Linf X')
334     pl.loglog(panels,LIYvec , label='Linf Y')
335     pl.title(u'Erro relativo da norma de X e Y variando o número de pain
336     éis' )
337     pl.legend(loc="upper right")
338     pl.ylabel('Erro relativo')
339     pl.xlabel(u'Número de painéis')
340     pl.grid('on')
```