

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE BAURU**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**MÉTODOS PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES E DE PROGRAMAÇÃO
POR METAS PONDERADAS APLICADOS AO PROBLEMA DE DESPACHO
ECONÔMICO E AMBIENTAL**

MATHEUS MURBACK ANGELO

**Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós Graduação em Engenharia
Elétrica, FEB, UNESP, Campus de Bauru, como
requisito parcial para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.**

BAURU

2019

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE BAURU**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**MÉTODO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES E DE PROGRAMAÇÃO POR
METAS PONDERADAS APLICADOS AO PROBLEMA MULTIOBJETIVO DE
DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL**

MATHEUS MURBACK ANGELO

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós Graduação em Engenharia
Elétrica, FEB, UNESP, Campus de Bauru, como
requisito parcial para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof.Dr. Antonio Roberto Balbo
Coordenador: Dr. Ricardo Bento Nogueira Mori
Pinherio

BAURU

2019

FICHA CATALOGRÁFICA

Angelo, Matheus Murback.

Métodos primal-dual de pontos interiores e de programação por metas ponderadas aplicados ao problema de despacho econômico e ambiental/ Matheus Murback Angelo, 2019

141 f.: il.

Orientador: Prof.Dr. Antonio Roberto Balbo

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2019

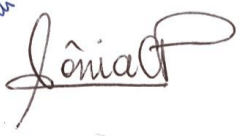
1.Método primal-dual de pontos interiores. 2.Programação por metas ponderadas. 3. Problema multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. 4. Sistemas de energia. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MATHEUS MURBACK ANGELO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 06 dias do mês de junho do ano de 2019, às 14:00 horas, no(a) Videoconferência (prédio antigo DEE), reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO - Orientador(a) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. MARCELO SUETAKE do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Profª. Drª. SONIA CRISTINA POLTRONIERE SILVA do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MATHEUS MURBACK ANGELO, intitulada **MÉTODO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES E DE PROGRAMAÇÃO POR METAS PONDERADAS APLICADOS AO PROBLEMA MULTIOBJETIVO DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: _ _ _ _ Aprovado _ _ . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO 

Prof. Dr. MARCELO SUETAKE 

Profª. Drª. SONIA CRISTINA POLTRONIERE SILVA 



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Bauru

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
MATHEUS MURBACK ANGELO

DE: "MÉTODO³ PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES E DE PROGRAMAÇÃO POR METAS PONDERADAS APLICADOS AO PROBLEMA MULTIOBJETIVO DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL"

PARA:

MÉTODOS PRIMAL-DUAL ... AO PROBLEMA DE
DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL

Bauru, 06 de junho de 2019.


Prof. Dr. Antônio Roberto Balbo
Orientador



Faculdade de Engenharia de Bauru – Pós-graduação
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01 17033-360 Bauru - SP
tel. (14) 3103-6108 spg@feb.unesp.br www.feb.unesp.br

*“Dedico aos meus avós, Terezinha e Manoel,
pois sempre fizeram de tudo para ver e proporcionar meu sucesso.
Vocês sempre vão estar em meus pensamentos e em meu coração.”*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, que me proporcionou saúde, sabedoria a cada passo que foi dado, paciência e força de vontade para não desistir nos momentos mais difíceis. Aos meus pais, Ivanilda Murback Angelo e Manoel Angelo Junior, pelo suporte, aconselhamentos e amparo durante todo o período do mestrado. Ao meu tio, Danilo Angelo, por me fornecer sempre que precisei o Polo Educacional Cultura Brasil para trabalhar e sempre me aconselhar quando necessário. Em geral, toda minha família, pois sem vocês eu sequer conseguiria começar. Aos professores do programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Licenciatura em Matemática da Unesp/Bauru pelos ensinamentos, em especial o Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno por me dar uma injeção de ânimo e autoconfiança. Aos meus orientadores e amigos, Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo e Dr. Ricardo Bento Nogueira Mori Pinheiro, pela amizade, pelos ensinamentos transmitidos com tanta riqueza e maestria, por confiarem em mim e principalmente pela paciência e compreensão. À todos os meus amigos que estavam presentes nos momentos de dificuldade e de vitória, que me ajudaram diretamente ou indiretamente com minhas responsabilidades. Em especial meus amigos Lennon, Henrique, Jorge, Raphael, Ana Maria, Aroldo, Geison e Marcelo, sem vocês isso não seria possível. À minha banca de qualificação e defesa, pelas revisões e sugestões que possibilitaram melhorias neste trabalho.

O meu sincero, muito obrigado.

“O homem é um animal em busca de objetivos.

*Sua vida só tem sentido se ele esta
alcançando e lutando pelo mesmos”*

Aristóteles 384-322 a.c

RESUMO

Neste trabalho, são apresentadas técnicas de otimização multiobjetivo, de Programação por Metas Ponderadas e de Restrições Canalizadas Progressivas, consideradas para propor uma técnica mista denominada de Programação por Metas Ponderadas com Restrições Canalizadas Progressivas (PMPRCP), as quais são aplicadas ao Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental, com o efeito Ponto de Carregamento de Válvula (PMDEA-PV), próprios da área de geração de energia. A abordagem relacionada a programação por metas ponderadas visa a minimização das variáveis de desvio pré-definidas, com o intuito de determinar soluções de compromisso para o PMDEA-PV, considerando metas pré-estabelecidas relativas à função de custos, do problema de despacho econômico e à função de emissão de poluentes, do problema de despacho ambiental. O intuito do uso da técnica de PMPRCP é determinar a curva de soluções não dominadas para o PMDEA-PV, denominada de soluções Pareto-Eficientes. Os subproblemas mono-objetivos obtidos pelo uso da programação por metas ponderadas e da PMPRCP para a formulação do PMDEA-PV são resolvidos pelo método Primal-Dual Previsor-Corretor de pontos interiores. Ainda neste trabalho, o PMDEA-PV em sua forma canônica é resolvido pelo Algoritmo genético de Ordenação Não-Dominada II (conhecido na literatura por NSGA-II) com o intuito de comparação de resultados para a validação da técnica de PMPRCP apresentada, considerando que o NSGA-II é utilizado no ramo de otimização multiobjetivo para determinar a curva de soluções não-dominadas para problema multiobjetivo. Todas técnicas de modelagem e métodos de resolução para os problemas deste trabalho foram implementadas usando o software MATLAB R2015a.

Palavras-chave: Otimização Não-Linear, Despacho Econômico e Ambiental, Programação por Metas, NSGA-II, Sistemas Elétricos de Potência.

ABSTRACT

In this work are presented multiobjective optimization techniques, Weighted Goal Programming and Progressive Bounded Constraints, considered to propose a mixed technique called Weighted Goal Programming with Progressive Channeling Constraints (PMPRCP), which are applied to the Economic and Environmental Dispatch Multiobjective Problem with the effect Valve loading point (PMDEA-PV), own of the area of energy generation. The approach related to Weighted Goal Programming aims to minimizing the predefined deviation variables, aiming to determine compromise solutions for the PMDEA-PV, considering pre-established goals related to the cost function related to the problem of economic dispatch and the emission of pollutants related to the problem of environmental dispatch. The purpose of the PMPRCP technique is to determine the curve of non-dominated solutions for PMDEA-PV, called Pareto-Efficient solutions. The mono-objective subproblems obtained from the use of weighted goal programming and the PMPRCP for PMDEA-PV formulation are solved by the Primal-Dual Predictor-Corrector of interior points method. Still in this work, the PMDEA-PV in its canonical form is solved too by a Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (known in the literature by NSGA-II) with the purpose of comparing results for the validation of the PMPRCP technique presented, considering that NSGA-II is used in the field of multiobjective optimization to determine the curve of non-dominated solutions to multiobjective problems. All modeling techniques and resolution methods for the problems of this work were implemented using MATLAB R2015a software.

Keywords: Nonlinear Optimization, Economic and Environmental Dispatch, Goal Programming, NSGA-II, Electric Power Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Ciclo de geração de energia em centrais termelétricas com combustão externa.....	40
Figura 2.2 - Curva de entrada-saída de uma unidade geradora termelétrica.....	41
Figura 3.1 - Curva de entrada-saída de uma unidade geradora térmica com ponto de carregamento de válvula.....	47
Figura 4.1 - Pseudo-código sobre o procedimento Fast Non-Dominated Sort.....	86
Figura 4.2 - Disposição dos pontos extremos e cuboide formado pelos mesmos.....	87
Figura 4.3 - Pseudocódigo referente ao operador crowding distance.....	88
Figura 5.1 - Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 3 geradores.....	92
Figura 5.2 - Distâncias para cada valor de η associadas ao problema de 3 geradores.....	93
Figura 5.3 - Soluções para o caso de 3 geradores a partir do PDPCBL.....	94
Figura 5.4 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 3 geradores, a partir do método PDPCBL.....	94
Figura 5.5 - Soluções para o caso de 3 geradores a partir do NSGA-II.....	96
Figura 5.6 - Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 6 geradores.....	98
Figura 5.7 - Distâncias para cada η associadas ao problema de 6 geradores.....	99
Figura 5.8 - Soluções para o caso de 6 geradores a partir do PDPCBL.....	100
Figura 5.9 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 6 geradores, a partir do método PDPCBL.....	100
Figura 5.10 - Soluções para o caso de 6 geradores a partir do NSGA-II.....	102

Figura 5.11 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 6 geradores, a partir do NSGA-II.....	103
Figura 5.12 - Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 10 geradores.....	106
Figura 5.13 - Distâncias para cada η associadas ao problema de 10 geradores.....	107
Figura 5.14 - Soluções para o caso de 10 geradores a partir do PDPCBL.....	108
Figura 5.15 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 10 geradores, a partir do método PDPCBL.....	108
Figura 5.16 - Soluções para o caso de 10 geradores a partir do NSGA-II.....	110
Figura 5.17 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 10 geradores, a partir do NSGA-II.....	111
Figura 5.18 - Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 19 geradores.....	114
Figura 5.19 - Distâncias para cada η associados ao problema de 19 geradores.....	115
Figura 5.20 - Soluções para o caso de 19 geradores a partir do PDPCBL.....	116
Figura 5.21 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 19 geradores, a partir do método PDPCBL.....	116
Figura 5.22 - Soluções para o caso de 19 geradores a partir do NSGA-II.....	118
Figura 5.23 - Curva de Soluções eficientes ou Pareto-ótimas para o caso de 19 geradores, a partir do NSGA-II.....	119
Figura 5.24 - Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 40 geradores.....	122
Figura 5.25 - Distâncias para cada η associados ao problema de 40 geradores.....	123
Figura 5.26 - Soluções para o caso de 40 geradores a partir do PDPCBL.....	124
Figura 5.27 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 40 geradores, a partir do método PDPCBL.....	124

Figura 5.28 - Soluções para o caso de 40 geradores a partir do NSGA-II.....**125**

Figura 5.29 - Curva de soluções não dominadas para o caso de 40 geradores, a partir do NSGA-II.....**126**

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 3 geradores.....	91
Tabela 5.2 - Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.1.....	91
Tabela 5.3 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 geradores a partir do método PDPCBL.....	95
Tabela 5.4 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 apresentados em Gonçalves (2015).....	95
Tabela 5.5 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 geradores a partir do método NSGA-II.....	96
Tabela 5.6 - Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 6 geradores.....	96
Tabela 5.7 - Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.6.....	98
Tabela 5.8 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 6 geradores a partir do método PDPCBL.....	101
Tabela 5.9 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 apresentados em Gonçalves (2015).....	101
Tabela 5.10 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 6 geradores a partir do método NSGA-II.....	103
Tabela 5.11 - Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 10 geradores.....	104
Tabela 5.12 - Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.11.....	105
Tabela 5.13 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 10 geradores a partir do método PDPCBL.....	109
Tabela 5.14 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 10 unidades a partir do método NSGA-II.....	111
Tabela 5.15 - Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 19 geradores.....	112

Tabela 5.16 - Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.15.....	113
Tabela 5.17 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 geradores a partir do método PDPCBL.....	117
Tabela 5.18 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 apresentados em Gonçalves (2015).....	117
Tabela 5.19 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 unidades a partir do método NSGA-II.....	119
Tabela 5.20 - Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 40 geradores.....	120
Tabela 5.21 - Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.20.....	121
Tabela 5.22 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 40 geradores a partir do método PDPCBL.....	125
Tabela 5.23 - Mínimos e maximos encontrados para o caso de 40 geradores a partir do método NSGA-II.....	127

LISTA DE SIGLAS

PMP - Programação por Metas ponderadas

RCP - Restrições Canalizadas Progressivas

PDE - Problemas de Despacho Econômico

PDE-PV - Problemas de Despacho Econômico com efeito do Ponto de carregamento de Válvula

PDA - Problemas de Despacho Ambiental

PMDEA - Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental

PMDEA-PV - Problemas Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental com efeito de Ponto de carregamento de Válvula

MCDM - Multi-Criteria Decision Making

GPSYS - GuidePort System Administration Software

PDPCBL - Método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logarítmica

NSGA-II - Algoritmo Genético de ordenação não-Dominada

PDPCBLM - Método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Modificada

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	X
RESUMO.....	XIII
ABSTRACT.....	XV
LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	XVIII
LISTA DE TABELAS.....	XX
LISTA DE SIGLAS.....	XXIII
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	27
CAPÍTULO 2 – PRODUÇÃO DE ENERGIA.....	32
2.1 O HOMEM E A ENERGIA.....	33
2.2 ENERGIA ELÉTRICA	34
2.3 PRINCIPAIS FONTES DE ENERGIA PARA A GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	35
2.4 GERAÇÃO DE ENERGIA TERMELÉTRICA	38
2.4.1 Aspectos técnicos e econômicos da geração de energia termelétrica.....	39
2.4.2 A termelétrica e o meio ambiente.....	42
CAPÍTULO 3 – PROBLEMAS DE DESPACHO E PROGRAMAÇÃO POR METAS.....	44
3.1 PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO	44
3.2 PROBLEMAS DE DESPACHO AMBIENTAL	48
3.3 PROBLEMAS MULTIOBJETIVO.....	50
3.4 PROBLEMA MULTIOBJETIVO DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL COM EFEITO DE PONTO DE CARREGAMENTO DE VÁLVULA	53
3.5 PROGRAMAÇÃO POR METAS (<i>GOAL PROGRAMMING</i>).....	55
3.5.1 Técnicas de programação por metas	57
3.5.2 Programação por metas ponderadas (<i>Weighted Goal Programming</i>).....	58
3.5.3 Programação por metas ponderadas aplicadas ao PMDEA-PV	59
3.5.4 O método PMP com restrições canalizadas progressivas	62
CAPÍTULO 4 – OS METODOS PRIMAL-DUAL PREVISOR-CORRETOR BARREIRA LOGARÍTIMICA (PDPCBL) E ALGORÍTIMO GENÉTICO DE ORDENAÇÃO NÃO DOMINADA (NSGA-II).....	65
4.1 O MÉTODO PDPCBL	66

4.1.1 O procedimento previsor – Direções de busca	70
4.1.2 O procedimento corretor – Direções de busca	75
4.1.3 Comprimento do passo	77
4.1.4 Atualização do parâmetro de barreira	78
4.1.5 Critério de parada	78
4.1.6 Algoritmo	79
4.2 O ALGORITMO NSGA-II	83
4.2.1 Ordenação Não-Dominada	85
4.2.2 Operador diversidade – Distância de Aglomeramento	87
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	90
5.1 CASO BASE DE 3 UNIDADES GERADORAS	91
5.1.1 PMP e PDPCBL	91
5.1.2 PMPRCP e PDPCBL	93
5.1.3 NSGA-II	95
5.2 CASO BASE DE 6 UNIDADES GERADORAS	97
5.2.1 PMP e PDPCBL	97
5.2.2 PMPRCP e PDPCBL	99
5.2.3 NSGA-II	101
5.3 CASO BASE DE 10 UNIDADES GERADORAS	104
5.3.1 PMP e PDPCBL	104
5.3.2 PMPRCP e PDPCBL	107
5.3.3 NSGA-II	109
5.4 CASO BASE DE 19 UNIDADES GERADORAS	112
5.4.1 PMP e PDPCBL	112
5.4.2 PMPRCP e PDPCBL	115
5.4.3 NSGA-II	117
5.5 CASO BASE DE 40 UNIDADES GERADORAS	120
5.5.1 PMP e PDPCBL	120
5.5.2 PMPRCP e PDPCBL	123
5.5.3 NSGA-II	125
5.4 DISCUSSÃO	127
5.5 CONCLUSÕES	129
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131

ANEXO A – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 3 UNIDADES GERADORAS.....	137
ANEXO B – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 6 UNIDADES GERADORAS.....	138
ANEXO C – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 10 UNIDADES GERADORAS.....	139
ANEXO D – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 19 UNIDADES GERADORAS.....	140
ANEXO E – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 40 UNIDADES GERADORAS.....	141

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Os problemas de Despacho Econômico com o efeito de Pontos de Carregamento de Válvula (PDE-PV) e de Despacho Ambiental (PDA), são problemas restritos e não-lineares inseridos na área de sistemas elétricos de potência. Estes problemas são formulados a fim de minimizar uma função não-linear, não convexa e não diferenciável relativa à função custo para o PDE-PV ou um função quadrática e convexa relativa à função de emissão para o PDA.

As restrições destes problemas consistem no atendimento de uma demanda específica de potência, isto é, a soma das potências geradas no sistema deve ser igual à demanda solicitada, onde cada unidade geradora do sistema deve operar dentro de uma determinada faixa de geração, ou seja, deve respeitar os limitantes inferiores e superiores de geração específica de cada gerador.

Estes problemas podem ser combinados em um problema multiobjetivo denominado Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental com efeito de Ponto de carregamento de Válvula (PMDEA-PV). As funções objetivos do PDE-PV e do PDA, componentes do PMDEA-PV, são conflitantes, isto é, quando é minimizada a função custo do PDE-PV o valor da função emissão do PDA aumenta e vice-versa. O PMDEA-PV pode ser modelado e resolvido por meio de técnicas de otimização multiobjetivo, tais como o método ϵ -Restrito, descrito em Haimes (1971), e o método da soma-ponderada, descrito em Miettinen (1999). Tais técnicas geram um conjunto de subproblemas mono-objetivos, possibilitando a aplicação de um método determinístico ou heurístico para resolução dos mesmos. As soluções factíveis obtidas para os subproblemas citados são caracterizadas de duas formas: soluções dominadas (não eficientes) e soluções não-dominadas (Pareto-Eficientes).

Uma outra estratégia utilizada para determinar soluções não-dominadas para o PMDEA-PV é a de Restrições Canalizadas Progressivas (RCP), variante do ϵ -restrito. Esta estratégia transofoma o problema original em um conjunto de subproblemas mono-objetivos, mantendo uma das funções componente do problema multiobjetivo como objetivo, acrescentando a outra função componente nas restrições, limitada superior e inferiormente. O desenvolvimento desta estratégia pode ser visto em Gonçalves (2015) e Santos (2016), que utilizaram a estratégia de

RCP em conjunto com os métodos de suavização arco hiperbólica e arco tangente, respectivamente, utilizados para tratar a não diferenciabilidade referente ao termo modular da função custo como estratégia de resolução do PMDEA-PV.

Atualmente, para resolver o PMDEA-PV, diversos autores têm optado por usar técnicas heurísticas, metaheurísticas e técnicas híbridas, as quais foram divulgadas em trabalho recentes. Entre outros, em Gherbi Y. A. et al. (2016), utilizaram os algoritmos de morcego (*bat algorithm*), vaga-lume (*firefly algorithm*) e um novo algoritmo híbrido dos anteriores ; em QU, B. Y. et al. (2018), apresenta um survey sobre a algoritmos evolucionários multiobjetivos aplicados ao PMDEA e em Mahdi, F. P. et al. (2018) é apresentada uma revisão sobre as técnicas empregadas para resolver o PMDEA, constatando que ao decorrer do tempo, métodos híbridos e bio-inspirados robustos são desenvolvidos para resolver o PMDEA.

Além disso, uma metodologia que vem sendo utilizada para a resolução de problemas multiobjetivo, é a técnica de programação por metas, que busca determinar soluções destes problemas estabelecendo metas para as funções objetivo e variáveis de desvios destas metas. Tais variáveis são minimizadas em uma nova função objetivo do problema, visando atender ou melhor aproximar-se das metas impostas. Algumas técnicas baseadas em programação por metas foram utilizadas recentemente para resolver o problema de fluxo de potência reativo e o problema de despacho térmico e eólico, em que são apresentadas respectivamente em Dhakar e Srivastava (2016) e Martins et al. (2019).

A programação por metas utiliza as seguintes componentes: variáveis de decisão, metas para cada objetivo do problema, as restrições do problema e desvios positivos e negativos das variáveis de decisão em relação as metas que se deseja atingir.

As técnicas baseadas em programação por metas modelam um problema multiobjetivo como um conjunto de subproblemas mono-objetivos, os quais podem ser resolvidos por técnicas determinísticas, heurísticas ou híbridas, com o objetivo de encontrar soluções de compromisso para estes problemas.

A técnica de programação por metas foi formalizada no campo moderno da pesquisa operacional e ciência de gestão. A formulação mais antiga foi introduzida por Charnes et al. (1955) no contexto da remuneração dos executivos, onde este foi visto como uma adaptação para a resolução de problemas de programação linear.

Uma teoria formal sobre esta estratégia é dada por Charnes e Cooper (1961). O desenvolvimento desta ocorreu posteriormente em Ijiri (1965) e em livros didáticos de Lee (1972) e Ignizio (1976). Estes autores apresentaram essa técnica como uma ferramenta para resolução de problemas na área de pesquisa operacional. Isso levou a um grande número de aplicações relativas à otimização multiobjetivo, sendo relatadas na literatura desde meados da década de 1970 em diante.

Atualmente, trabalhos como Jones e Tamiz (2010) e Aouni et al. (2014) apresentam um detalhamento matemático mais robusto para a programação por metas e suas técnicas. Além disso, uma grande contribuição para a programação por metas é dada em Colapinto (2017), que se trata de uma revisão bibliográfica sobre a aplicação de programação por metas em problemas de engenharia em geral, bem como aplicações nas áreas de gestão, ciências sociais e economia.

Uma das principais motivações de usar as técnicas baseadas em programação por metas à resolução do PMDEA-PV é que, na literatura, é escasso o número de aplicações desta metodologia a problemas não lineares, não convexos e não diferenciáveis. Assim, propomos a mesma para à resolução e determinação de soluções de compromisso para o PMDEA-PV.

Neste trabalho, para determinar as soluções de compromisso para o PMDEA-PV, o mesmo é formulado a partir da técnica de Programação por Metas Ponderadas (PMP) definida na Seção 3.5.3, a partir de parâmetros de peso que estabelecem quais das metas tem maior ou menor importância, auxiliando o tomador de decisão na busca de soluções de seu interesse.

Para determinar a curva de soluções não-dominadas, é acoplada a estratégia de RCP à PMP. Além disso, é utilizada uma estratégia direta para tratar a não diferenciabilidade da função custo definida em Bazaraa (2006) apresentada na Seção 3.5.3 deste trabalho, ao invés de utilizar a suavização arco tangente ou hiperbólica. Desta forma, define-se uma nova técnica mista denominada de Programação por Metas Ponderadas com Restrições Canalizadas Progressivas (PMPRCP) que possibilita a determinação de soluções não-dominadas para o PMDEA-PV, apresentada na Seção 3.5.4.

Para a resolução das técnicas de PMP e PMPRCP, foi utilizado o método determinístico primal-dual previsor-corretor de pontos interiores, desenvolvido em

Kojima et al. (1989), Fiacco (1990), Merohtra e Sun (1992), Vanderbei (1999), entre outros e explorado em Souza (2010) e Stanzani (2012) para resolução do PMDEA (sem inserção de carregamento de pontos de válvulas), enquanto que, uma extensão deste método, visto em Polyak (1992), foi explorada em Gonçalves (2015,2019) e Santos et al.(2016), à resolução do PMDEA-PV.

Sendo assim, há uma mudança na filosofia da resolução destes problemas de despacho. Ao invés de se preocupar em encontrar um conjunto de soluções não dominadas e construir a curva Pareto-eficiente, como citado neste capítulo, os métodos baseados na filosofia de programação por metas visam encontrar soluções de compromisso entre os objetivos do problema.

Ainda neste trabalho, é aplicado ao PMDEA-PV a técnica NSGA-II [Deb et al., 2002] com o intuito de comparação de resultados com a metodologia determinística utilizada, envolvendo o método de PMPRCP e o método primal-dual-previsor-corretor de pontos interiores.

Dessa forma, o objetivo principal deste trabalho é determinar soluções de compromisso para o PMDEA-PV formulado a partir da técnica de PMP e explorar a técnica de PMP em conjunto com a de RCP para a resolução do PMDEA-PV, onde ambas as técnicas geram um conjunto de subproblemas mono-objetivos, que são resolvidos pelo método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logarítmica (PDPCBL). O PMDEA-PV também é resolvido pelo algoritmo heurístico NSGA-II, com o intuito de comparação de resultados e validação da abordagem determinística proposta, relacionada ao método PMPRCP e ao método de pontos interiores PDPCBL.

O trabalho esta organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, é feito um histórico do uso da energia pelo homem com suas principais fontes para a geração de energia Elétrica.

No Capítulo 3 são apresentados os modelos de despacho tratados neste trabalho com suas características. Além disso, é feito uma breve revisão bibliográfica sobre as técnicas de programação por metas e é apresentada a técnica de programação por metas ponderadas, utilizada para tratar o PMDEA-PV, a qual é estendida com a inclusão da estratégia de restrições canalizadas progressivas, também abordada neste capítulo.

No Capítulo 4 são apresentados os algoritmos de resolução usados no trabalho, os quais são, o método Primal-Dual Previsor- Corretor Barreira Logarítmica (PDPCBL) e o método para resolução de problemas multiobjetivo NSGA-II.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados numéricos obtidos com a utilização destas metodologias, determinística e heurística, para os casos de estudo do PMDEA-PV de 3, 6, 10, 19 e 40 unidades geradoras. Para os casos de estudo de 3, 6 e 19 unidade geradoras, é feita uma comparação com os resultados apresentados em Gonçalves (2015) com a finalidade de validar a técnica de PMPRCP aplicada ao PMDEA-PV. Ainda neste capítulo, são propostos resultados para os casos de estudo de 10 e 40 unidades geradoras, obtidos através das técnicas de PMP e PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL. Constam, ainda, as conclusões deste trabalho e referências utilizadas. As tabelas com os dados utilizados para a implementação dos métodos encontram-se no anexo deste trabalho.

CAPÍTULO 2 – PRODUÇÃO DE ENERGIA

O conceito de energia é dado pela capacidade de produzir algum tipo de trabalho, isto é, gerar calor, luz, radiação e/ou gerar força num determinado corpo, substância ou sistema físico. De acordo com Souza (2010), este termo deriva do grego “*enérgeia*” que significa energia ou, etimologicamente, deriva de “*ergos*”, que do grego o significado original é literalmente trabalho.

Conforme Machado (1998) disserta, a palavra energia foi também usada para produzir o termo grego “*dinamis*” que significa potência, poder, força, faculdade, talento e que veio na atualidade dar origem ao termo dinâmica, ciência das forças em movimento.

As diferentes fontes de energia primárias podem ser encontradas na natureza e são processadas para atender as necessidades do homem, sejam elas tecnológicas, sociais, bélicas, industriais, etc. Podemos classificar essas fontes de energia de acordo com a manutenção e produção das mesmas, como energias renováveis e energias não renováveis. Os tipos de energias originadas por fontes finitas, isto é, fontes que não possuem a capacidade de reposição natural, são denominadas de energias não renováveis, tais como carvão mineral, o xisto, o petróleo, a energia nuclear e o gás natural. Já as energias geradas a partir de fontes que se repõem naturalmente são denominadas de energias renováveis, tais como a energia solar, a energia potencial das águas das barragens de hidroelétrica, a energia das marés, a energia geotérmica, a energia eólica, a energia das biomassas e o carvão vegetal (Souza, 2010).

De acordo com Jannuzzi e Swisher(1997), a energia, em qualquer uma de suas formas, é de uso essencial na vida do ser humano. Por esse motivo, ao longo dos anos, o homem tem buscado maneiras eficientes de aproveitar essa energia, dependendo da influência e das necessidades inerentes dos diferentes grupos sociais. Entender essas diferentes percepções é de extrema importância, pois elas condicionam a maneira de se realizar o planejamento energético em determinado lugar.

Segundo Kaplan (1983), a energia pode ser encontrada nas formas térmica, que é reconhecida na forma de calor; mecânica, que é reconhecida pela capacidade

de produzir movimento; química, reconhecida por suas agregações moleculares; solar, que é reconhecida como a radiação que é transmitida pelo sol; elétrica, que é reconhecida como um fluxo de elétrons que produz uma corrente elétrica, e a nuclear, reconhecida por suas agregações nucleares. Hoje em dia, a energia é insumo primário para qualquer processo de produção e serviços.

Nas subseções seguintes é apresentado um histórico sobre as relações do homem com a energia, sobre quais são as principais fontes para a geração de energia elétrica e um sobre o uso da energia elétrica no Brasil.

2.1 O HOMEM E A ENERGIA

O ser humano, desde a pré-história, tem usado a inteligência para criar ferramentas e/ou mecanismos para atender suas necessidades primárias, tal que reduzam seu esforço e aumentem seu conforto. Um exemplo é o domínio da técnica de fazer fogo, que o ajudou em sua segurança, alimentação, iluminação, entre outras.

Através do desenvolvimento da matemática, geometria e da engenharia, o homem foi inventando mecanismos que multiplicaram sua força física e facilitaram o transporte, como a roda por exemplo. A demanda de energia necessária para suprir as necessidades do homem foi crescendo muito lentamente ao longo da história, onde as principais fontes de energia dependiam da força animal, força humana, força dos ventos, carvão e roda d'água, e isso perdurou até meados do século XVIII no início da revolução industrial.

O acesso a energia, claramente, era diferente para países economicamente desenvolvidos(industrializados) e países em desenvolvimento. Segundo Gröbler (2013), existe um padrão entre o avanço do desenvolvimento econômico e o crescimento do consumo de energia utilizada ao longo do tempo em todos os países. Quanto maior o nível econômico e o desenvolvimento, maior o nível de acesso à energia.

A revolução industrial trouxe várias reformas técnicas, econômicas e sociais que necessitavam uma demanda maior de energia, o que conseqüentemente acarretou na transição de uma sociedade majoritariamente agrícola para uma sociedade industrialmente produtiva, voltada diretamente aos interesses econômicos

capitalistas. Assim, a partir do século XX, a cobiça pela energia cresceu exponencialmente (Gonçalves, 2015).

Até a segunda metade do século XX, o carvão mineral era a principal fonte primária de energia em todo o planeta, utilizada principalmente em máquinas a vapor, que posteriormente acabou perdendo seu posto para o petróleo.

Conforme Suenson (2017), o petróleo é um óleo inflamável formado a partir da decomposição, durante milhões de anos, de matéria orgânica como plantas, animais marinhos e vegetação, típica das regiões alagadiças e é encontrado apenas em terreno sedimentar.

Podemos considerar o marco zero da industrialização do petróleo o ano de 1859, devido à descoberta do mesmo realizada por Edwin Drake em Tutsville, nos Estados Unidos da América (EUA).

2.2 ENERGIA ELÉTRICA

A energia elétrica é uma forma de energia secundária, isto é, é obtida através da transformação de diferentes fontes primárias de energia.

O princípio físico mais utilizado na geração de energia elétrica foi estabelecido por Michael Faraday, na primeira metade do século XIX, no que se refere à produção de energia elétrica através da energia mecânica. Foi a partir destes estudos e conhecimentos que surgiam os geradores elétricos, usados em termoelétricas, hidrelétricas e mais recentemente nas usinas eólicas.

O uso da energia elétrica teve início por volta do final do século XIX e início do século XX. Neste período, esta era utilizada no campo das comunicações com o telégrafo e o telefone elétrico, e também para a iluminação pública. Em 1882 houve a produção de energia elétrica em forma de corrente contínua, a partir da implantação de usinas geradoras de corrente contínua, cujo pioneiro foi Thomas Edison, em Appleton, Wisconsin, nos EUA. Posteriormente com o surgimento do transformador foi possível transportar o excedente de energia elétrica gerada através de linhas de transmissão para atender setores comerciais e até mesmo setores residenciais.

Ao longo das últimas décadas, a matriz energética de produção de energia elétrica tem se diversificado de forma intensiva, como resposta ao aumento dos níveis de consumo.

Dada à disponibilidade de recursos, o domínio da ciência e a tecnologia, o desenvolvimento comercial e a sustentabilidade levaram os países a tomarem decisões diferentes sobre quais seriam suas principais matrizes de geração de energia elétrica, e devido à facilidade de transporte e conversão em qualquer outro tipo de energia, a energia elétrica atualmente é de suma importância para o ser humano.

Sua importância pode ser comprovada pelo fato dos países mais industrializados duplicarem seu consumo de energia elétrica a cada dez anos. Atualmente, a produção de eletricidade é responsável por aproximadamente um terço do consumo de energia primária mundial.

2.3 PRINCIPAIS FONTES DE ENERGIA PARA A GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Nesta seção são descritas algumas das principais fontes para a geração de energia elétrica.

- **Energia de Biomassa** - É a energia proveniente da queima de materiais orgânicos, como o bagaço da cana-de-açúcar, restos de alimentos, esterco, entre outros.

O processo de conversão em energia elétrica pode ser feito com ciclos a vapor ou, ainda, com o uso de gaseificadores, onde a biomassa é transformada em um gás combustível de composição variada.

Na gaseificação, é liberada a energia necessária ao processo, pela combustão parcial dos gases produzidos. A aposta na biomassa para produção de energia depende de alguns fatores como a prioridade do seu uso para outros fins, das tecnologias disponíveis para conversão e do uso de fertilizantes. O crescimento das culturas causaria impactos desconhecidos sobre a disponibilidade de água e impactos no solo como a perda de nutrientes e a erosão.

- **Energia eólica** – É a energia cinética contida nas massas de ar ou nas “forças dos ventos”. O proveito da energia eólica é feito a partir da conversão da

energia cinética de translação das massas de ar em energia mecânica de rotação aplicada no eixo do aero gerador, tal que o gerador do sistema transforma essa energia de rotação em energia elétrica.

Uma vantagem do uso da energia eólica são os pequenos impactos ambientais da implantação das centrais.

As desvantagens do uso da energia eólica são que, as turbinas de múltiplas pás produzem mais barulho que as de hélices de alta velocidade e que grandes concentrações de aero geradores geram impactos visuais ou impactos ambientais. Como impacto ambiental tem-se a interferência na rota de aves da região, a qual sido avaliada em cada empreendimento, sendo que muitos parques tiveram a localização de seus aero geradores alterada para a criação de corredores de passagem para as aves. O material utilizado na fabricação das pás podem ocasionar eventuais interferências eletromagnéticas, causando perturbações nos sistemas de comunicação e transmissão de dados.

• **Energia geotérmica** – É a energia obtida a partir do calor existente no interior da terra. As usinas podem utilizar este calor para gerar energia, no qual o maior recurso são os gêiseres que apresentam erupções de vapor proveniente do interior da terra periodicamente, podendo assim, acionar turbinas elétricas para gerar energia.

• **Energia Hídrica** – É a energia cinética das massas das águas dos rios que fluem de grandes altitudes para os mares. Esta energia cinética provoca a rotação de pás que compõem o sistema das usinas hidrelétricas para, em seguida, ser transformada em energia elétrica por um gerador de energia do sistema.

• **Energia nuclear** – A energia nuclear é derivada da fissão do urânio em um reator nuclear. Quando o núcleo do urânio é destruído, este emana uma grande quantidade de energia, e assim, as usinas nucleares usam essa energia para gerar eletricidade. O principio de funcionamento de uma usina nuclear é similar, salvo sua complexidade, aos das usinas termoelétricas convencionais, que consiste em produzir vapor a partir do calor gerado, de tal forma que este vapor acione uma turbina, acoplada a um gerador de corrente elétrica.

O que faz desvantajoso o proveito dessa fonte, mesmo esta não emitindo volumes altos de poluentes ao meio ambiente, é a quantidade de rejeitos nucleares gerados, o que pode ser muito perigoso no caso de um acidente.

• **Energia solar** – É a energia obtida a partir da radiação/luz do sol que é captada por fotorreceptores, e essa energia pode ser convertida em calor e eletricidade. Normalmente, a energia solar é usada para a obtenção de energia térmica, tal que as aplicações variam desde a indústria até as residências. Porém, mesmo com o custo elevado de implantação, a produção de eletricidade a partir da energia solar vem crescendo nos últimos tempos.

Uma grande vantagem do uso da energia solar é que ela é uma fonte renovável e não polui o meio ambiente, tanto para gerar energia térmica quanto para gerar energia elétrica.

A grande desvantagem é que a radiação do sol não atinge uniformemente a terra, o que pode inviabilizar muito a implantação desses sistemas em alguns países em que não são privilegiados em termos de radiação solar durante todo o ano.

• **Energia térmica** – Consiste na geração de energia elétrica através da energia liberada em forma de calor. Esse calor é gerado pela movimentação e choque de partículas de um determinado corpo, desta forma, gerando calor. Quanto maior a movimentação dessas partículas maior será o calor gerado. O processo de como o calor é transmitido de uma partícula para outra pode ser obtido a partir da radiação e a convecção, onde uma é obtida a partir do calor/luz do sol e a outra é o processo utilizado nas usinas termelétricas, respectivamente.

Há vantagens e desvantagens na geração de energia elétrica a partir desta fonte. Uma vantagem é que a energia elétrica pode ser obtida a partir da energia solar, não poluindo o meio ambiente. Também pode ser obtida a partir da queima de gás natural, que no processo de geração de energia elétrica, polui muito menos que a queima de carvão e derivados do petróleo.

A desvantagem é que, caso o processo escolhido seja o de convecção, a queima dos combustíveis liberam grandes quantidades de gás carbônico (CO_2) no meio ambiente, assim contribuindo para o efeito estufa e aquecimento global.

Na seção 2.4 apresenta-se uma breve revisão histórica sobre o uso da energia elétrica no Brasil e tem como principal referência o trabalho desenvolvido por Gomes e Vieira (2009). As seções a seguir são dedicadas para definir o processo de geração de energia termelétrica, pois é o tipo de geração diretamente considerada nos modelos de otimização apresentados neste trabalho, os quais serão explorados no capítulo 3.

2.4 GERAÇÃO DE ENERGIA TERMELÉTRICA

Nesta seção será definido como é o funcionamento das usinas termelétricas em conjunto com seus aspectos técnicos, econômicos e o impacto causado por esse tipo de geração de energia.

Centrais de geração de energia que tem como base a combustão de algum tipo de combustível são conhecidas como termelétricas. A geração de energia elétrica, nessas centrais, é realizada a partir da produção de calor resultante da queima de um combustível, sendo ele renovável ou não.

Entre os principais tipos de combustíveis usados para esse tipo de geração, os mais usuais são o carvão mineral, os de origem fóssil, como os derivados do petróleo, o gás natural, e atualmente a biomassa (bagaço da cana, lixo, madeira, entre outros).

Podemos classificar as centrais termelétricas de acordo com o modo de combustão utilizado:

- **Combustão interna:** Neste tipo, a combustão é efetuada a partir da mistura de ar com o combustível utilizado, assim o fluido de trabalho para a geração de energia mecânica é o conjunto de produtos da combustão. Este processo é aplicado, principalmente, em turbinas a gás e nas máquinas térmicas a pistão. Os principais combustíveis para este tipo de combustão são o gás natural e o óleo diesel.

- **Combustão externa:** Neste caso, o fluido de trabalho, não entra em contato com o combustível. Este processo é utilizado, principalmente, em centrais termelétricas a vapor, na qual o fluido de trabalho é aquecido pelo combustível em uma caldeira até gerar vapor que, ao se expandir, gerará trabalho mecânico. Aqui se enquadra as centrais de geração termonuclear, pois o processo de fissão não entra em contato com o fluido de trabalho. Os principais combustíveis para este tipo de combustão são o óleo, o carvão mineral, a biomassa e os derivados pesados do petróleo.

Hoje em dia em muitos países, ainda é utilizado o processo de geração de energia termelétrica, em contramão ao Brasil que tem como predominante a geração hidrelétrica. Esse fato acontece devido ao custo e tempo de implantação de centrais termelétricas serem bem menor que o das hidrelétricas, além de poderem também

ser implantadas próximo à regiões de consumo e suprir mais rápido regiões com carência de energia elétrica.

Porém, existem algumas desvantagens no uso desse tipo de geração de energia, como o alto custo na queima de combustíveis e a emissão de um excedente de poluentes resultante da queima dos mesmos na natureza, influenciando negativamente para o efeito estufa e aquecimento global.

Devido a estas desvantagens, várias áreas de pesquisa tem formulado e resolvido problemas que focam em diminuir os custos e emissões esse tipo de geração, no qual também é foco deste trabalho.

Na subseção a seguir, são definidos os aspectos técnicos, econômicos e os impactos ambientais causados por esse tipo de geração de energia.

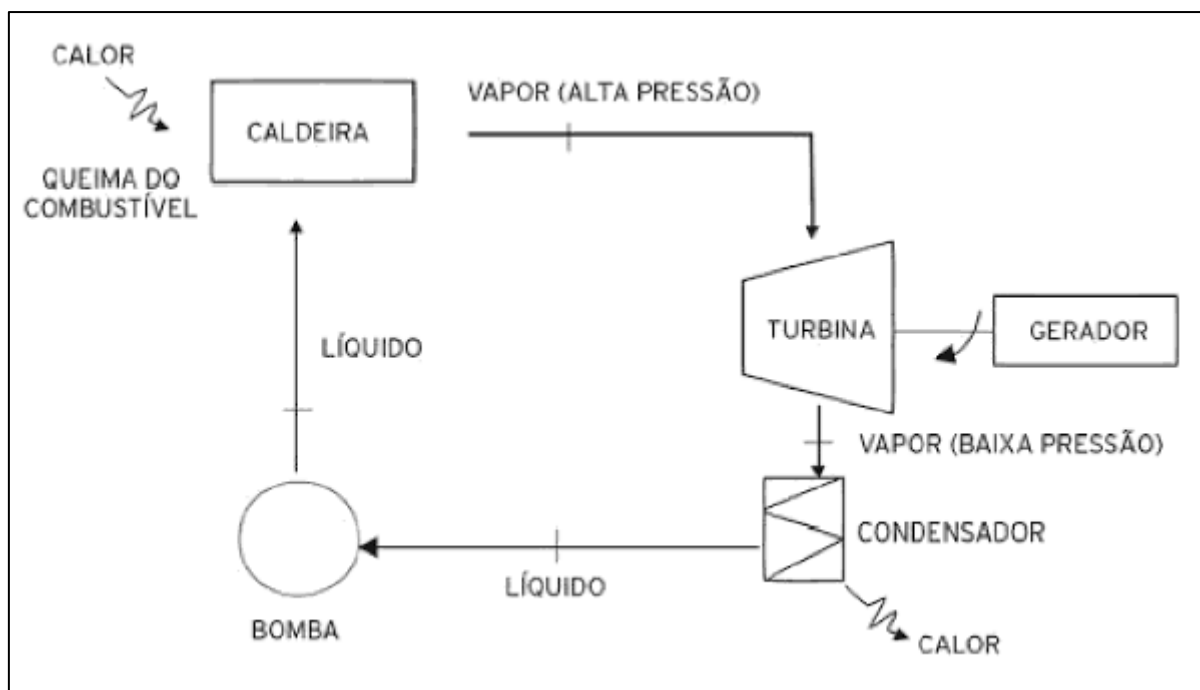
2.4.1 Aspectos técnicos e econômicos da geração de energia termelétrica

O princípio fundamental de funcionamento das centrais termelétricas baseia-se na conversão de energia térmica em energia mecânica, onde esta é convertida em energia elétrica. Este processo é cíclico e será definido de acordo com o funcionamento de centrais com combustão externa, na qual se refere aos modelos apresentados no capítulo 3 deste trabalho.

Primeiramente, o combustível é queimado para gerar calor na caldeira, que aquece o fluido de trabalho, usualmente a água, gerando vapor. Em seguida, o vapor se expande de alta a baixa pressão na turbina a vapor, gerando uma energia mecânica que aciona um gerador elétrico conectado no eixo da turbina a vapor. E por fim, o vapor em baixa pressão passa por um condensador, causando uma perda de calor no vapor e este é transformado em líquido novamente para que o processo se repita.

A Figura 2.1 a seguir ilustra este o ciclo.

Figura 2.1: Ciclo de geração de energia em centrais termelétricas com combustão externa

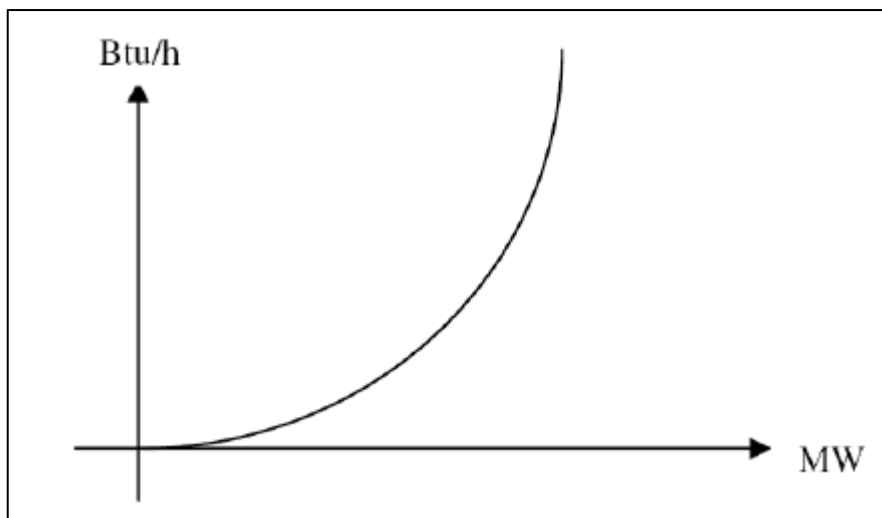


Fonte: Dos Reis(2015)

De acordo com Miller (1987), a eficiência global das unidades térmicas é determinada medindo-se a entrada de combustível e a saída de energia elétrica e expressando-se os resultados para várias cargas sob a forma de uma relação ou taxa. As curvas obtidas são chamadas curvas de entrada-saída

A Figura 2.1 determina a entrada e saída de uma unidade de geração termelétrica, na qual a entrada é dada em calor por hora (Btu/h) e a saída dada pela potência em megawatt (MW). Os dados utilizados para construir esta curva podem ser obtidos a partir de testes da taxa de calor, que quando considerados determinam pontos que não caem em uma curva suave, como a representada pela Figura 2.2.

Figura 2.2: Curva de entrada-saída de uma unidade geradora termelétrica



Fonte: Stanzani (2012)

A curva ilustrada pela Figura 2.2 é convertida em custo de combustível, onde o cálculo é feito a partir multiplicação da entrada de combustível (Btu/h) pelo custo do respectivo combustível usado (\$/Btu), onde \$ representa uma unidade monetária simbólica.

Os custos de combustível de uma unidade geradora termelétrica, que é controlado pelos operadores do sistema, são considerados instáveis e estes podem variar devido às diferentes taxas de combustíveis, pela comercialização da energia e/ou pelas demandas diárias de cargas.

Por outro lado, conforme Miller (1987), os custos fixos incluem os investimentos de capital, os juros sobre os empréstimos, os salários e outras despesas que são independentes da carga do sistema. Os responsáveis pela operação direta do sistema tem pouco controle sobre estes custos.

O carregamento dos geradores afeta diretamente o custo dos combustíveis utilizados nas centrais termelétricas, onde no ponto de vista econômico, o desenvolvimento de técnicas e estratégias que minimizem estes custos são valiosos para os operadores do sistema e para as centrais de geração.

Dado estes fatos, existe uma função que relaciona o custo de geração com a potência gerada. Neste caso, é possível formular um problema de otimização que tem como objetivo a minimização da função citada, na qual se deve respeitar os limites operacionais de cada unidade geradora.

2.4.2 A termelétrica e o meio ambiente

Por muito tempo as centrais termelétricas tinham como objetivo central a minimização dos custos de geração, porém estas usinas queimam combustíveis como o carvão mineral, o óleo, derivados do petróleo, gás, entre outros.

O uso destes combustíveis aumentou a quantidade de emissão de poluentes ao meio ambiente, o que fez necessário o surgimento de idéias para o desenvolvimento sustentável, bem como uma visão ecológica sobre a produção de energia.

Tais emissões não só afetam a saúde do ser humano, mas o meio ambiente como um todo de uma maneira muito negativa. Os países cujo uso dos combustíveis fósseis é predominante, tem como maior despesa atender a regulamentação de controle da poluição, a qual é composta por impurezas dos combustíveis, como o dióxido de enxofre (SO_2), o óxido de nitrogênio (NO_x) e o dióxido de carbono (CO_2) por exemplo. Logo, é sensato e imprescindível considerar as emissões no processo de geração de energia. Os países industrializados são os que mais poluem durante o processo de geração de energia e são os maiores responsáveis pelas ameaças climáticas em âmbito mundial.

Felizmente, estes países tem recursos financeiros e tecnológicos para controlar estas emissões ou buscar novas fontes de energia, limpas e renováveis, como a energia eólica.

O capítulo a seguir mostra uma breve revisão bibliográfica sobre os problemas de despacho econômico e ambiental tratados neste trabalho, com suas principais características, e apresenta uma abordagem sobre as técnicas, de PMP e de RCP, que são aplicadas como estratégia de resolução aos problemas citados.

CAPÍTULO 3 – PROBLEMAS DE DESPACHO E PROGRAMAÇÃO POR METAS

Os Problemas de Despacho Econômico (PDE) e Despacho Ambiental (PDA) são formulados como problemas de pesquisa operacional restritos e não lineares pertencentes à área de sistemas de energia.

De acordo com Gent & Lamont (1971), durante um bom tempo, o funcionamento das centrais termelétricas visava apenas a redução de custos, não considerando o impacto ambiental causado, o que contribuía muito para o efeito estufa.

A preocupação com o impacto ambiental causado pela emissão de poluentes oriundos da queima de combustíveis neste processo foi crescendo, de forma que se fez necessária a criação de um modelo que minimiza-se a quantidade de emissão de poluentes depositados na natureza, além de minimizar os custos de geração. As restrições deste novo modelo são as mesmas do PDE e este modelo é denominado de Problema de Despacho Ambiental (PDA).

Estes problemas também podem ser combinados em um problema de otimização multibjetivo denominado por Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental (PMDEA). Na Seção 3.1, é feita uma breve revisão histórica sobre os problemas de despacho, em que são apresentados os principais modelos associados a este: o PDE, o PDE com ponto de carregamento de válvula (PDE-PV), o PDA, o PMDEA e o PMDEA com ponto de carregamento de válvula (PMDEA-PV).

3.1 PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO

A resolução do PDE visa minimizar o custo dos combustíveis usados no processo de geração de energia, de forma que seja respeitada a demanda requerida e os limites operacionais de cada unidade geradora.

No início da década de 1920, houve uma preocupação sobre como seria dado o processo de alocação econômica de energia, isto é, como seria dividida a carga nas unidades geradoras. Um dos primeiros métodos utilizados com o objetivo

de minimizar os custos de geração, segundo Happ (1977), foi o método de carregamento de ordem por mérito. Este método consistia em demandar uma potência maior nas unidades geradoras mais eficientes, isto é, as unidades eram acionadas da mais eficiente a menos eficiente.

Este não minimizava os custos de geração e perdurou até 1930, no qual a implementação dos critérios dos custos incrementais passou a demonstrar resultados melhores. O custo incremental é calculado pela derivada da curva de entrada-saída de energia de cada unidade geradora, multiplicada pelo custo em *Btu* da unidade. Este método consiste em que o próximo acréscimo na carga deve ser aplicado por uma unidade com menor custo incremental.

Ainda no início da década de 30, foi demonstrado matematicamente em Steinberg & Smith (1934) que o custo incremental das unidades geradoras deve ser o mesmo. Este garante que se não há restrições ativas no ponto eficiente/ótimo, o custo incremental de todas as unidades geradoras deve ser o mesmo.

A seguir, temos a função econômica/custo, dada por F_e em (3.1), proposta por Steinberg & Smith (1934), que consiste no somatório dos custos individuais de cada unidade geradora. Esta função é uma aproximação quadrática semelhante àquela vista na Figura 2.2 e é utilizada em uma grande quantidade de trabalhos encontrados na literatura, pois evita dificuldades que estão relacionadas aos problemas não lineares, como a não convexidade e não suavidade.

Neste caso, esta impõe que o somatório dos custos de produção de cada unidade geradora, isto é, o custo total de produção é igual ao somatório dos custos do combustível empregado nos geradores.

A função econômica é definida por:

$$F_e = \sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i) \quad (3.1)$$

tal que:

F_e : função econômica/custo;

a_i, b_i, c_i : coeficientes de custo da unidade geradora i ;

$P g_i$: variável de decisão da função que representa a potência gerada em cada unidade geradora i .

O Problema de Despacho Econômico (PDE) apresentado em Gent e Lamond (1971) consiste em minimizar a função econômica F_e apresentada em (3.1), respeitando e atendendo as limitações de geração de cada unidade geradora e a demanda do consumidor, respectivamente.

Assim, o PDE é modelado por:

$$\begin{aligned} \text{Min } F_e &= \sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i) \\ \text{s.a } \sum_{i=1}^n P g_i &= P_d \\ P g_i^{\text{Min}} &\leq P g_i \leq P g_i^{\text{Max}}, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.2)$$

tal que:

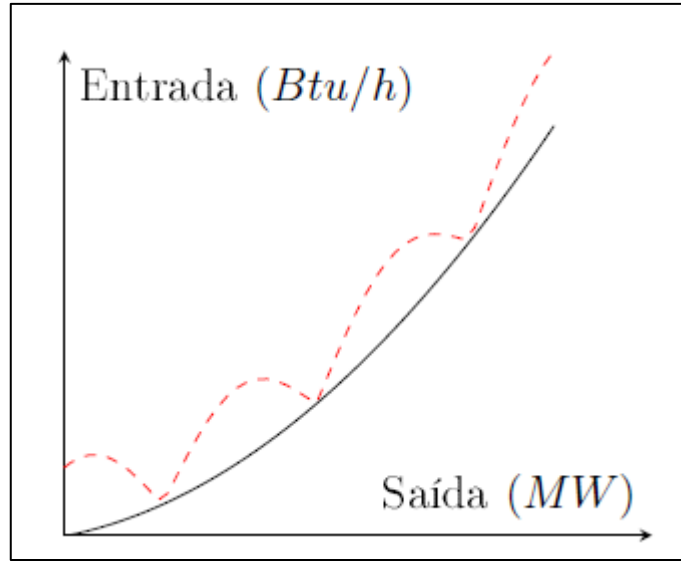
$P g_i^{\text{Min}}$ e $P g_i^{\text{Max}}$: representam os limitantes operacionais inferiores e superiores de cada unidade geradora i , respectivamente;

P_d : potência demandada pelo consumidor.

Quando são realizados testes reais da taxa de calor, devido aos dados obtidos, podem ser definidas novas funções que representam o custo de geração, no caso, novas curvas são geradas por consequência. Um caso que pode exemplificar isso é quando as turbinas dos geradores são a vapor, tais que, estas possuem válvula de admissão de vapor e que quando abertas, influenciam na saída da unidade geradora.

Podemos expressar as perdas que ocorrem devido aos efeitos gerados em cada válvula de admissão de vapor, que é mostrada pela Figura 3.1, e esses efeitos são denominados por efeito de ponto de carregamento de válvula.

Figura 3.1: Curva de entrada-saída de uma unidade geradora térmica com ponto de carregamento de válvula



Fonte: Gonçalves (2015)

De acordo com Happ (1997) este ponto é definido como o ponto imediatamente anterior a abertura da próxima válvula e, teoricamente, não acarreta em um estrangulamento no sistema, no qual não há perdas associadas a este ponto.

A função de Despacho Econômico com Ponto de carregamento de válvula, de acordo com Wood & Wollenberg (1984) é definida por:

$$F_e = \sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i) + \sum_{i=1}^n \left| e_i \sin \left(f_i (P_i^{Min} - P_i) \right) \right| \quad (3.3)$$

tal que:

e_i e f_i : coeficientes de custo de cada unidade geradora i .

Com a inserção do valor absoluto aplicado à função seno no cálculo do custo, a curva de representação, vista na Figura 3.1, torna-se não linear, não convexa e não diferenciável nos pontos de singularidade da função seno. Desta forma, a função econômica torna-se não convexa e não-diferenciável, dificultando a aplicação de métodos determinísticos clássicos de otimização.

Devido a este problema, apenas em meados da década de 1970, o PDE-PV passou a ser resolvido por métodos heurísticos, como os variantes dos algoritmos genéticos, por exemplo, pois estes não necessitam do cálculo das derivadas para dar continuidade ao método.

O objetivo do PDE-PV é minimizar a função custo apresentada em (3.3) respeitando sempre os limites operacionais das unidades geradoras do sistema e atendendo a potência demandada pelo consumidor.

O PDE-PV é definido por:

$$\begin{aligned} \text{Min } F_e &= \sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i) + \sum_{i=1}^n \left| e_i \sin \left(f_i (P_i^{\text{Min}} - P_i) \right) \right| \\ \text{s.a } &\sum_{i=1}^n P g_i = P_d \\ &P g_i^{\text{Min}} \leq P g_i \leq P g_i^{\text{Max}}, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.2 PROBLEMAS DE DESPACHO AMBIENTAL

A crescente emissão de CO₂, gerado a partir da combustão de combustíveis fósseis, aumenta a preocupação sobre as mudanças climáticas que podem ser geradas como consequência dessas emissões. As companhias que utilizam o carvão como combustível são as maiores responsáveis pela emissão do CO₂, pois o carvão produz 24 kg de carbono por Giga Joule (GJ) de energia, comparado com 20 kg/GJ do óleo e 14 kg/GJ do gás natural.

Países cujo uso de combustíveis fósseis é predominante, há regulamentações governamentais que visam diminuir particulados de dióxido de enxofre (SO₂) e os óxidos de Nitrogênio (NO_x). Devido a esse fato, ao longo dos anos, estudos e técnicas surgiram a fim de minimizar os efeitos causados ao meio ambiente. Há técnicas convencionais cujo é necessário a implantação de novos equipamentos, tais como chaminés que recuperam e/ou absorvem o enxofre, precipitadores eletrostáticos, entre outros. A única técnica que não requer modificações no sistema de geração é aquela que sugere incluir as emissões na estratégia de despacho, sendo esta conhecida como Despacho Ambiental. Porém esta estratégia foi desenvolvida com mais rigor somente a partir da década de 90, apenas.

A modelagem da função emissão F_a relaciona a potencia de saída de cada unidade com a quantidade de poluente, no qual encontra um nível de concentração resultante, ou seja, o modelo da função emissão depende, entre outras coisas, do tipo da emissão. Assim, da mesma forma que a função custo, a função emissão é obtida através da curva de entrada-saída semelhante a da Figura 2.8, multiplicando-se a entrada de combustível Btu/h , pela quantidade gerada de emissões, kg/Btu .

Em Gent e Lamont (1971), foi proposta uma estratégia de despacho ambiental através de uma formulação assumida como sendo uma combinação de termos polinomiais e exponenciais relativos a função quadrática, tal que o total de emissão é igual ao somatório da emissão de cada unidade geradora, como segue :

$$F_a = \sum_{i=1}^n (A_i P g_i^2 + B_i P g_i + C_i + D_i \exp(E_i P g_i)) \quad (3.5)$$

tal que:

F_a : função emissão total do sistema de geração;

A_i, B_i, C_i, D_i, E_i : coeficientes da função emissão de cada unidade geradora i , obtidos a partir de testes de emissão;

$P g_i$: potência gerada em cada unidade geradora i .

Observe que as duas funções combinadas em (3.5), quadrática e exponencial, são funções convexas. Assim, a soma destas funções faz com que a função emissão seja não-linear e convexa.

Costuma-se desprezar os termos exponenciais da função emissão. De acordo com El-Hawary et al. (1992), utiliza-se uma função polinomial de segunda ordem, que esta definida em (3.6):

$$F_a = \sum_{i=1}^n (A_i P g_i^2 + B_i P g_i + C_i) \quad (3.6)$$

Neste caso, o Problema de Despacho Ambiental (PDA) é formulado com o intuito de minimizar (3.6), sempre respeitando-se os limites operacionais de cada unidade geradora i , e atendendo a demanda solicitada.

A formulação do PDA, de acordo com El-Hawary et al. (1992), é dada por (3.7):

$$\begin{aligned}
 F_a &= \sum_{i=1}^n (A_i P g_i^2 + B_i P g_i + C_i) \\
 \text{s.a} \quad &\sum_{i=1}^n P g_i = P_d \\
 &P g_i^{Min} \leq P g_i \leq P g_i^{Max}, i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Tal que:

P_d : Representa a potência demandada pelo consumidor;

$P g_i^{Min}, P g_i^{Max}$: Representam os limitantes inferiores e superiores de geração de cada unidade geradora i , respectivamente.

O modelo (3.7) é um problema de otimização cujo objetivo é a minimização das emissões desconsiderando os custos dos combustíveis utilizados nas unidades geradoras.

3.3 PROBLEMAS MULTIOBJETIVO

Problemas de otimização multiobjetivo são problemas que possuem mais de um objetivo a ser atingido, sendo comuns dentre os problemas de otimização. De acordo com Costa (2013), esta abordagem teve início através das contribuições do economista britânico Francis Ysidro Edgeworth (1845 – 1926) que introduziu o conceito de otimalidade em 1881 que foi generalizado pelo engenheiro italiano Vilfredo Pareto (1848 – 1923) na obra *Cours d'économie politique* (1896), tal que o objeto de estudo se tratava de uma condição que otimiza o bem-estar de uma sociedade.

Os objetivos componentes de um problema multiobjetivo normalmente são conflitantes entre si, o que dificulta a procura de uma solução ótima para todos os objetivos. Conforme Miettinen (1999), realizar o processo de otimização de um problema multiobjetivo significa encontrar soluções factíveis, não explicitamente conhecidas, apresentadas geralmente na forma de uma curva de soluções eficientes, conhecidas também como Pareto – Ótimas ou não dominadas.

Podem-se aplicar vários métodos de otimização para resolver um problema multiobjetivo de acordo com suas características. O grande “porém” disso é que

devemos escolher com cautela o método de resolução, pois na área de otimização multiobjetivo alguns métodos se mostram eficientes para um determinado problema e não muito para outros.

Dada estas circunstâncias, para que se encontrem soluções eficientes robustas, é necessário que se escolha um procedimento adequado de acordo com os objetivos componentes do problema, que são otimizados contextualizando, sempre, o processo de tomada de decisão. Seja o problema irrestrito (3.8):

$$\begin{array}{ll} \text{Min(Max)} & Z(x) \\ \text{s.a:} & x \in X \end{array} \quad (3.8)$$

Em que $x \in R^{n \times 1}$ é uma solução factíveis contida no conjunto de soluções viáveis X e $Z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x))$ representa o vetor com as N funções objetivo que se deseja otimizar.

A seguir, são apresentadas algumas definições que foram extraídas de Jones e Tamiz (2010) para um melhor entendimento da terminologia utilizada neste capítulo e no texto em geral:

Definição 3.1 - Tomador de Decisão(s): O(s) tomador(es) de decisão refere-se à(s) pessoa(s), organização(ões) ou parte interessada(s) a quem pertence o problema de decisão em questão. Para uma descrição dos processos decisórios de grupos e organizações, no caso de múltiplas decisões, veja French et al. (2009).

Definição 3.2 - Variável de Decisão: Uma variável de decisão é definida como um elemento sobre o qual o tomador de decisão tem controle.

Definição 3.3 - Critério: Um critério é uma maneira de medir o valor de qualquer solução de um problema de decisão. Existem muitos critérios possíveis que surgem de diferentes campos de aplicação, mas alguns dos mais comuns são custo, lucro, tempo, distância, desempenho de um sistema, Empresa ou estratégia organizacional, Preferências pessoais do(s) tomador(es) de decisão, Considerações de segurança, entre outros.

Definição 3.4 - Objetivo: Um objetivo é um critério com a informação adicional da direção (maximizar ou minimizar), por exemplo, minimizar custo ou maximizar o desempenho de um sistema. Na prática, esses objetivos serão conflitantes, ou seja, não podem atingir seus valores ideais simultaneamente. Se pudessem, o modelo poderia ser resolvido como um problema mono - objetivo para

qualquer um dos objetivos. O espaço formado pelas componentes do conjunto de objetivos é conhecido como espaço objetivo.

Definição 3.5 - *Solução Pareto-eficiente (Soluções Não-Dominadas)*: Uma solução para um problema multiobjetivo é Pareto-eficiente se não existir outra solução factível que seja pelo menos tão boa quanto ela em relação a todos os objetivos e estritamente melhor com relação a pelo menos um objetivo.

Definição 3.6 - *Solução Pareto-Ineficiente (Soluções Dominadas)*: Uma solução para um problema multiobjetivo é Pareto-ineficiente se existir outra solução factível que seja pelo menos tão boa quanto ela em relação a todos os objetivos e estritamente melhor em relação a pelo menos um objetivo.

Definição 3.7 - *Ponto Utópico*: É o ponto que tem seu valor ótimo em cada objetivo do problema multiobjetivo quando otimizado individualmente. Se os objetivos são conflitantes, este ponto estará fora da região viável no espaço objetivo e, portanto, é um ponto inviável para o problema. No entanto, fornece um ponto de referência útil para medir o quão boa qualquer solução é.

Definição 3.8 - *Ponto anti-ideal*: Para fornecer um dimensionamento correto, é necessário o valor da pior solução, (bem como a melhor para cada objetivo). O ponto anti-ideal é o representante deste valor. Este é o ponto no espaço objetivo formado a partir da anti-otimização (ou seja, maximizar um objetivo que o(s) tomador(es) de decisão deseja minimizar ou minimizar um objetivo que o(s) tomador(es) de decisão deseja maximizar) de cada objetivo individual dentro da região viável.

Definição 3.9 - *Ponto Nadir*: A principal desvantagem do ponto anti-ideal é que ele é calculado a partir de soluções que não são Pareto eficientes. Uma melhor solução em teoria seria usar o ponto nadir, que é definido como o pior valor entre a fronteira de Pareto para cada objetivo individual. O problema é que não há meios computacionalmente eficientes de gerar o ponto nadir exatamente, embora existam heurísticas para sua estimação, como o método de Korhonen et al. (1997).

Definição 3.10 – *Espaço de Decisão e Espaço Objetivo*: É o espaço que contém as variáveis de decisão, representado por X . Para cada ponto x no espaço de decisão, existe um ponto correspondente em $Z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x))$,

tal que o conjunto de todos esses pontos, quando x percorre X , é denominado de espaço objetivo.

Definição 3.11 - *Fronteira Pareto*: O conjunto de todas as soluções Pareto-eficientes para um problema de decisão é conhecido como a fronteira de Pareto.

Em um problema multiobjetivo, quando duas soluções são comparadas e uma delas possui um valor melhor que a outra em relação a todos os objetivos, dizemos que esta domina a outra. Neste caso quando uma solução pertence ao conjunto de soluções de Pareto, dizemos que esta domina todas as outras soluções que não pertencem ao mesmo.

Todas as soluções de Pareto tem o mesmo grau de importância e, quando é resolvido um problema multiobjetivo, deseja-se encontrar o maior número possível dessas soluções. Sendo assim, a otimização de problemas multiobjetivo tem como meta encontrar um conjunto de soluções próximas à fronteira de Pareto, isto é, encontrar o maior número possível de soluções não dominadas. Existem diversas técnicas que são utilizadas para encontrar essas soluções, sendo elas determinísticas ou heurísticas.

Na seção 3.4, é proposto o novo modelo que tem como intuito a minimização simultânea das funções (3.3) e (3.6). Logo, o modelo seguinte possui mais de um objetivo, tratando-se de um problema bi-objetivo, e é denominado de Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental com Ponto de carregamento de Válvula (PMDEA-PV).

3.4 PROBLEMA MULTIOBJETIVO DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL COM EFEITO DE PONTO DE CARREGAMENTO DE VÁLVULA

Este problema é formulado com o intuito da minimização de dois objetivos conflitantes, sendo o custo de geração dado por (3.3) e o total de emissão dado por (3.6). Pode-se dizer que as expressões apresentadas são funções componentes do PMDEA-PV e são combinadas de forma que possam ser minimizadas em conjunto, por algum método de otimização.

Como os problemas caso de estudo tratados neste trabalho possuem os pontos de carregamento de válvula na função econômica, a partir daqui a que se refere à F_e , considere a expressão (3.3).

Sendo assim, o PMDEA-PV é definido por (3.9):

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \{F_e, F_a\} \\
 & \text{s.a} \quad \sum_{i=1}^n Pg_i = P_d \\
 & \quad Pg_i^{Min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{Max}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

tal que:

F_e : função econômica/custo;

F_a : função emissão total do sistema de geração;

Pg_i^{Min} e Pg_i^{Max} : limitantes operacionais inferiores e superiores de cada unidade geradora i , respectivamente;

P_d : potência demandada pelo consumidor;

Pg_i : variável de decisão da função que representa a potência gerada em cada unidade geradora i .

Como os objetivos do PMDEA-PV são conflitantes, não é possível encontrar uma solução que minimize os dois objetivos simultaneamente, mas sim soluções eficientes para cada objetivos, tal que o conjunto/curva das soluções não dominadas é chamado(a) de Pareto-Eficiente, definida na seção 3.3.

Na literatura, são propostas algumas estratégias de resolução para o problema (3.9). Dentre estas, temos métodos clássicos de resolução de problemas multiobjetivo como o método da soma-ponderada, descrito em Miettinen (1999) e o método do ε -Restrito, proposto em Haimes (1971). Tais métodos possibilitam transformar o PMDEA-PV em um conjunto de subproblemas mono-objetivos de resolução mais simples. Pode-se encontrar estes métodos de uma forma mais detalhada e com resultados robustos obtidos para estes, quando aplicados aos casos de estudo do PMDEA-PV de 3, 6, 10 e 19 unidades geradoras em Gonçalves (2015), que definiu e aplicou um método variante do ε -Restrito.

Porém, não é objetivo deste trabalho explorar estes métodos, mas sim outro pertencente à metodologia de Programação por metas.

A Seção 3.5 é dedicada a um breve histórico sobre a teoria de otimização baseada em programação por metas, com o intuito de apresentar a técnica

Programação por Metas Ponderadas (*Weighted Goal Programming*) usada neste trabalho para tratar o problema representado no modelo (3.9).

3.5 PROGRAMAÇÃO POR METAS (*GOAL PROGRAMMING*)

A primeira formulação da programação por metas foi apresentada por Charnes et al. (1955) em uma abordagem sobre a remuneração de executivos, tal que o termo “*Goal Programming*” não foi usado nesta obra e o modelo apresentado foi considerado como uma adaptação para a programação linear.

Posteriormente uma teoria mais formal foi desenvolvida por Charnes e Cooper (1961), Ijiri (1965) e os livros didáticos apresentados por Lee (1972) e Ignizio (1976) fizeram com que a técnica se tornasse uma ferramenta comum popular e no ramo da pesquisa operacional, o que acarretou em um número expressivo de aplicações relatadas na literatura, a partir de 1970.

Dada a consolidação destas obras, profissionais e acadêmicos da época, especialistas na metodologia de programação linear afirmaram que a programação por metas, devido à sua facilidade de formulação, seria a técnica mais popular no ramo de *Multi-Criteria Decision Making* (MCDM), ou do português, tomada de decisão multicritério.

Nos anos de 1980, conforme Jones e Tamiz (2010) mesmo a programação por metas sendo uma generalização de um problema de programação linear e uma ótima técnica empregada a problemas de MCDM, foi muito criticado devido a alguns erros básicos reproduzidos, tais como a geração de soluções Pareto-Ineficientes e uma fraca análise de sensibilidade nas ponderações consideradas, por exemplo.

Estes se deram devido à falta de conhecimento das teorias, metodologias e armadilhas que poderiam aparecer em problemas de MCDM, tal que dificultou muito a construção de modelos “eficazes”.

Após praticamente uma década de debate, Romero (1991) mostra claramente que os problemas aparentes eram consequência de uma modelagem fraca de programação por metas ao invés de qualquer deficiência da técnica em si.

A partir da década de 1990, houve avanços teóricos e aplicações mais complexas para a programação por metas. Isso acarretou, obrigatoriamente, em uma conscientização e uma carga de estudo maior sobre os MCDM, contando

sempre com o cuidado necessário para evitar as armadilhas de modelagem descritas em Romero (1991).

Devido a estes avanços e os recursos computacionais, surgiram softwares como o *GuidePort System Administration Software* (GPSYS), que verificavam automaticamente erros de modelagem e sugeria possíveis caminhos para contorná-los (Jones et al., 1998). Além disso, com o aprimoramento da modelagem por programação matemática e os sistemas de soluções modernos, a resolução de todas as variantes da programação por metas, inclusive as combinadas com outras técnicas de MCDM, ficaram mais fáceis de serem resolvidas.

Autores como Sabre e Ravindran (1993), Schniederjans (1995), Jones e Tamiz (2010) e Aouni et al. (2014) apresentam um detalhamento matemático mais robusto sobre a programação por metas. Além disso, existem diversas obras de revisão bibliográfica sobre a programação por metas publicadas, que auxiliam a comunidade científica na construção de seus trabalhos, as quais são os trabalhos de Romero (1986), Tamiz e Jones (1998), Aouni e Kettani (2001), Jones e Tamiz (2002), entre outros.

As aplicações da programação por metas para problemas de engenharia em geral foram bem limitadas até os anos 2000, porém o interesse do uso da mesma cresceu significativamente desde 2010. Como consequência, o interesse da aplicação desta filosofia em áreas da gestão, ciências sociais e economia é intensa e significativa após 2010 também.

Trabalhos atuais sobre estas áreas bem como suas vertentes são vistos em Colapinto (2017), que se trata de uma revisão bibliográfica sobre a aplicação de programação por metas nas áreas citadas, entre outras.

O aprofundamento no estudo para o desenvolvimento de técnicas e modelos de programação por metas continua assíduo, e isso é evidenciado por diversos trabalhos publicados na literatura. Vários destes trabalhos podem ser vistos na *Multiple Objective and Goal Programming – Theory and Application International Conference*, que começou em 1994 e acontece bianualmente até hoje.

Todo modelo de PM possui um conjunto de metas que deve ser atingido. Claramente, o cumprimento dessas metas é o principal objetivo dessas técnicas, em outras palavras, é satisfatório para o tomador de decisão que essas metas sejam atingidas.

Esse termo “satisfatório” oriundo do verbo “satisfazer” foi introduzido em Simon (1957), obra do economista americano Herbert Simon. Este termo descreve claramente os interesses dos tomadores de decisão que é o de alcançar o conjunto de objetivos definidos para assim, ficarem satisfeitos.

Nas subseções (3.5.1) – (3.5.4) são apresentadas algumas das técnicas mais aparentes de programação por metas com um enfoque na técnica de Programação Por Metas Ponderadas (PMP), a qual foi utilizada para tratar o PMDEA-PV apresentado neste trabalho.

3.5.1 Técnicas de programação por metas

A eficiência das soluções encontradas depende diretamente da escolha de qual técnica de resolução de programação por metas é escolhida para a resolução de um determinado problema.

Sendo assim, define-se um modelo de programação por metas genérico expresso em (3.10) e segundo Jones e Tamis (2010), em que não é considerada a natureza das variáveis de desvio apresentadas.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} && h(n_q, p_q) && (3.10) \\
 & && f_q(x) + n_q - p_q = b_q, \quad q=1, \dots, Q \\
 & \text{s.a} && x \in X \\
 & && p_q, n_q \geq 0, \quad q=1, \dots, Q
 \end{aligned}$$

tal que:

Q : conjunto composto por todos os objetivos do problema, indicados por $q = 1, \dots, Q$;

b_q : metas que se deseja atingir para cada objetivo q ;

n_q, p_q : variáveis de desvio negativas e positivas, respectivamente, entre a q – ésima função objetivo do problema genérico e a meta b_q , estas também são variáveis de decisão do problema;

$h(n_q, p_q)$: função de realização genérica das variáveis de desvio n_q e p_q ;

$f_q(x)$: q – ésima função objetivo do problema genérico, onde X é um vetor das variáveis de decisão;

X : espaço de soluções viáveis.

Para este problema, normalmente, chamamos as restrições que contém as metas a serem atingidas de restrições brandas, uma vez que caso estas metas não sejam alcançadas, não significa que as soluções encontradas sejam inviáveis.

O conjunto de restrições $x \in X$ é denominado de restrições rígidas, pois uma solução X que viola qualquer restrição contida em X é dita inviável.

O intuito do modelo apresentado em (3.10) é minimizar a função genérica $h(n_q, p_q)$ composta pelas variáveis de desvio n_q e p_q para assim garantir que a solução encontrada seja “A mais próxima possível” das metas que se deseja alcançar.

Na programação por metas, destacam-se duas variantes de modelos mais utilizados, os quais foram propostos por Charnes e Cooper (1961), sendo eles:

- Programação por Metas Lexicográficas: Nesta técnica, os objetivos são organizados conforme um dado grau de prioridade imposto pelo tomador de decisão;
- Programação por Metas Minmax ou Programação por Metas de Chebyshev:

Nesta técnica trabalha-se com as funções de realização que são constituídas pela soma das variáveis de desvio, ponderadas e normalizadas, também denominada de PMP, a qual será explorada neste trabalho.

Na subseção 3.5.2, é definida a técnica de PMP e suas principais características.

3.5.2 Programação por metas ponderadas (PMP)

Na PMP, as variáveis de desvio possuem grau de prioridade, o qual está relacionado a um peso atribuído pelo tomador de decisão, imposto para cada uma delas.

Sendo assim, quanto maior o peso relacionado a uma variável de desvio, mais ela é priorizada no processo de minimização.

A formulação do modelo de PMP é expressa por (3.11), conforme Jones e Tamis (2010):

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{q=1}^Q \left(\frac{u_q n_q}{k_q} + \frac{v_q p_q}{k_q} \right) \\
 \text{s.a} \quad & f_q(x) + n_q - p_q = b_q, \quad q=1, \dots, Q \\
 & x \in X \\
 & p_q, n_q \geq 0, \quad q=1, \dots, Q
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

tal que:

u_q, v_q : pesos associados às variáveis de desvio n_q e p_q , respectivamente;

k_q : parâmetro de normalização dos desvios relacionados a um objetivo q . Este parâmetro, usualmente, é a meta estabelecida para um objetivo q .

Nesta variante há a possibilidade de existir uma imponderabilidade entre os objetivos, situação que pode ser contornada, conforme Tamiz et al. (1995), por uma técnica de normalização, como a normalização euclidiana ou a percentagem normalizada (Ahern e Anandarajah, 2007).

A vantagem da PMP é a flexibilidade e simplificação ocasionada pelos pesos para que os tomadores de decisão possam fazer análises de preferência entre as metas.

3.5.3 Programação por metas ponderadas aplicadas ao PMDEA-PV

De acordo com Jones e Tamis (2010), a PMP permite uma compensação direta entre as variáveis de desvio, colocando-as em uma função normalizada e ponderada, onde cada peso é associado à uma variável de desvio e estes variam no intervalo de $[0,1]$, tal que a soma de todos os pesos deve resultar em 1.

Desta forma, quanto maior o peso relacionado à uma variável de desvio, mais ela é priorizada no processo de minimização. Assim, aplicando a PMP ao PMDEA-PV, temos um novo problema de otimização, cujo o modelo está definido a seguir:

$$\text{Min} \left[\left(\frac{v_1 d_e^+}{F_e^{\text{Min}}} \right)^p + \left(\frac{v_2 d_a^+}{F_a^{\text{Min}}} \right)^p \right]^{1/p}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} F_e - d_e^+ &= F_e^{\text{Min}} \\ F_a - d_a^+ &= F_a^{\text{Min}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^n P g_i = P_d$$

$$\begin{aligned} P g_i^{\text{Min}} &\leq P g_i \leq P g_i^{\text{Max}} \\ d_e^+, d_a^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

tal que:

d_e^+, d_a^+ : variáveis de decisão que representam os desvios positivos, da função econômica e ambiental, respectivamente;

$P g_i$: variável de decisão que representa a potência gerada em cada unidade geradora i ;

P_d : potência demandada do sistema;

F_e e F_a : funções representadas pelas expressões (3.3) e (3.6), respectivamente;

F_e^{Min} e F_a^{Min} : custos mínimos da função econômica e da função ambiental, obtidos diretamente da resolução em separado do PDE, definido em (3.4) e do PDA, definido em (3.6);

v_1, v_2 : parâmetros de peso associados às variáveis de desvio do problema, sendo eles positivos e sua soma deve resultar em um, isto é, $v_1 + v_2 = 1$.

Para tratar a não-diferenciabilidade referente à função econômica presente no modelo (3.12), que ocorre na função valor absoluto senoidal, é considerada a estratégia do valor absoluto exato vista em Bazarra(2006), que faz com que o módulo seja escrito, de uma forma equivalente, em função de uma variável auxiliar. Esta estratégia é considerada a seguir. Seja o problema:

$$\text{Minimizar } |f(x)| \quad (3.13)$$

Pode-se reescrever (3.13) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad w \\
 & \text{s.a} \quad w \geq f(x) \\
 & \quad \quad w \geq -f(x)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

em que $w \in R$ e $x \in R^n$.

Se a função $f(x)$ é diferenciável até ordem 2, pelo menos, o problema (3.14) possibilita resolver o problema de *Minimizar* $|f(x)|$, através de métodos determinísticos, tais como o método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logaritmica (PDPCBL).

Sendo assim, a reformulação de (3.12) considerando (3.14) é dada por:

$$\text{Min} \left[\left(\frac{v_1 d_e^+}{F_e^{\text{Min}}} \right)^p + \left(\frac{v_2 d_a^+}{F_a^{\text{Min}}} \right)^p \right]^{1/p}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i + e_i w_i) - d_e^+ = F_e^{\text{Min}} \\
 & \sum_{i=1}^n (A_i P g_i^2 + B_i P g_i + C_i) - d_a^+ = F_a^{\text{Min}} \\
 & \sum_{i=1}^n P g_i = P_d \\
 & w_i \geq \text{sen} \left(f_i (P g_i^{\text{Min}} - P g_i) \right) \\
 & w_i \geq -\text{sen} \left(f_i (P g_i^{\text{Min}} - P g_i) \right) \\
 & P g_i^{\text{Min}} \leq P g_i \leq P g_i^{\text{Max}} \\
 & d_e^+, d_a^+ \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Neste caso, é possível utilizar (3.14) para tratar a não diferenciabilidade da função valor absoluto senoidal e utilizar o método PDPCBL para a resolução do problema (3.15), que é equivalente a minimização do problema (3.9), visto neste capítulo.

3.5.4 O método PMP com restrições canalizadas progressivas

Devido a dificuldades computacionais para a obtenção das soluções dos problemas tratados neste trabalho, foi considerado o método de restrições canalizadas progressivas (RCP), acoplado ao PMP para a resolução do PMDEA-PV. Conforme Gonçalves et al. (2017), o método de restrições canalizadas progressivas é uma variação do método ε -restrito [Haimes, 1971], de tal forma que este divida o espaço de busca em N subintervalos igualmente espaçados, assim possibilitando ao método PDPCBL encontrar, possivelmente, uma solução em cada subintervalo pré-definido pelas restrições canalizadas impostas. A diferença entre as estratégias se dá pela inclusão de limites superiores e inferiores para todas as funções objetivo que tenham sido incorporadas ao conjunto de restrições do problema mono-objetivo. Tais limites são estabelecidos tomando duas soluções eficientes pré-definidas, no caso, as soluções lexicográficas do problema.

A expressão que representa a nova restrição do problema é dada por:

$$F_a^{Min} + \beta\delta \leq F_a \leq F_a^{Min} + (\beta+1)\delta, \beta = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.16)$$

Sendo que:

$$\delta = \frac{(F_a^{Max} - F_a^{Min})}{N} \quad (3.17)$$

Portanto, o problema a ser minimizado é expresso através de uma combinação entre os métodos PMP e RCP, que aplicado ao PMDEA-PV é definido por:

$$\text{Min} \left[\left(\frac{v_1 d_e^+}{F_e^{\text{Min}}} \right)^p + \left(\frac{v_2 d_a^+}{F_a^{\text{Min}}} \right)^p \right]^{1/p} \quad (3.18)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n (a_i P g_i^2 + b_i P g_i + c_i + e_i w_i) - d_e^+ = F_e^{\text{Min}}$$

$$\sum_{i=1}^n (A_i P g_i^2 + B_i P g_i + C_i) - d_a^+ = F_a^{\text{Min}}$$

$$\sum_{i=1}^n P g_i = P_d$$

$$F_a^{\text{Min}} + \beta \delta \leq F_a \leq F_a^{\text{Min}} + (\beta + 1) \delta, \quad \beta = 0, 1, \dots, N-1$$

$$w_i \geq \text{sen} \left(f_i (P g_i^{\text{Min}} - P g_i) \right)$$

$$w_i \geq -\text{sen} \left(f_i (P g_i^{\text{Min}} - P g_i) \right)$$

$$P g_i^{\text{Min}} \leq P g_i \leq P g_i^{\text{Max}} \\ d_e^+, d_a^+ \geq 0$$

A formulação apresentada em (3.16) para o PMDEA-PV, que envolve a forma equivalente (3.14) de tratar a função valor absoluto senoidal de F_e , em conjunto com os métodos PMP e RCP, será considerada no capítulo 6 para a obtenção de soluções para casos base do PMDEA-PV. Os subproblemas gerados em (3.17), relativos a cada $\beta = 0, 1, \dots, N-1$, serão resolvidos pelo método PDPCBL.

Por simplificação de notação, a técnica mista envolvendo a de programação por metas ponderadas e de restrições canalizadas progressivas será denominado de Programação por Metas Ponderadas com Restrições Canalizadas Progressivas (PMPRCP).

No próximo capítulo é desenvolvido o método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logarítmica e seu algoritmo, apresentando detalhadamente os cálculos de cada passo deste método em conjunto com o algoritmo para implementação do mesmo. Também é apresentada uma abordagem sobre o NSGA-II com os seus principais passos e suas principais características.

CAPÍTULO 4 – O MÉTODO PRIMAL-DUAL PREVISOR-CORRETOR BARREIRA LOGARÍTMICA (PDPCBL) E O ALGORITMO GENÉTICO DE ORDENAÇÃO NÃO DOMINADA (NSGA-II)

Este capítulo apresenta o método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores, destacando as suas principais características e os procedimentos que devem ser considerados para sua implementação computacional. Neste trabalho, foi usado o *software* MatLab para a implementação do método.

Este método foi introduzido por Frisch (1955) e Carrol (1961), que foi popularizada por Fiacco & McCormick (1968) com a aplicação do método de barreira para problemas não lineares. O método foi elaborado com mais rigor por Karmarkar (1984) publicando o método projetivo para programação linear. Com isso surgiram outras variantes do método, entre estes se encontram o método Primal-Afim que é utilizado em problemas de programação linear com restrições de igualdade apresentado por Barnes (1986) e Vanderbei et al. (1984) e o algoritmo Dual-Afim proposto por Adler et al. (1989) para resolver problemas lineares com restrições de desigualdade.

Com o passar do tempo, estudos e pesquisas realizadas com o intuito de aperfeiçoar o método acarretaram na integração da função barreira logarítmica ao problema de programação linear e isso deu origem a métodos de trajetória central, bem como o algoritmo primal-dual de pontos interiores proposto por Monteiro et al. (1990) e Kojima et al. (1989) com o método primal-dual previsor-corretor barreira logarítmica.

Destaca-se também o método de barreira logarítmica modificada proposto por Polyak (1992), que combina as melhores propriedades da função barreira clássica com a função lagrangiana clássica com o intuito de minimizar e/ou evitar os problemas aparentes em ambas as técnicas. Este método transforma um problema restrito em outro problema irrestrito equivalente, tal que resolve uma sequencia de subproblemas irrestritos para convergir para uma solução ótima.

Podem-se ver extensões dos métodos de Pontos Interiores para problemas não lineares e não convexos em Luksan et al. (2004), Baptista et al.(2006), Gonçalves (2015,2019), Pinheiro et al. (2015), entre outros.

São utilizados, referências da literatura tais como Megiddo (1989), Fang e Puthempura (1993), Wu et al. (1994), com ênfase nos trabalhos desenvolvidos por Souza (2010), Stanzani (2012), Stanzani et al. (2014), Pinheiro (2012) e Pinheiro et al. (2015).

Este método foi desenvolvido utilizando procedimentos baseados na função barreira logarítmica de Frisch (1955). Uma análise teórica deste é vista em Megiddo (1989), o qual foi o primeiro a propor uma estrutura primal-dual para este.

A partir desta, Kojima et al. (1989) apresentaram um algoritmo primal-dual, com convergência em tempo polinomial, para problemas de programação linear.

Estes mostraram que seu algoritmo convergia em $O(nL)$ iterações, exigindo $O(n^3)$ operações aritméticas por iteração, resultando num total de $O(n^4L)$ operações aritméticas, em que n é a dimensão do problema considerado e L , é o número de bytes definido pelos dados de entrada deste. Monteiro e Adler (1989) melhoraram a convergência do algoritmo primal-dual obtendo $O(\sqrt{n}L)$ iterações, com $O(n^{2.5})$ operações aritméticas, exigidas por iteração, resultando num total de $O(n^3L)$ operações aritméticas.

As características de boa performance do método e seu bom desempenho computacional à resolução de problemas de programação linear de grande porte, fizeram deste o principal método da classe de pontos interiores para a resolução de problemas reais, a partir da década de 90.

A seguir é apresentado, de uma forma geral, o método PDPCBL e o NSGA-II, os quais são explorados neste trabalho para a resolução do PMDEA-PV.

4.1 O MÉTODO PDPCBL

Considere um problema de minimização com formulação generalizada, dado por:

$$\begin{aligned}
 (4.1) \quad & \text{Min} \quad f(x) \\
 & g(x) = 0 \\
 & \text{s.a} \quad h(x) \leq u \\
 & l_1 \leq x \leq l_2
 \end{aligned}$$

em que $x \in R^n, g \in R^m, h \in R^r$.

A ultima restrição de (4.1) é transformada em duas igualdades e são adicionadas variáveis de folga e excesso $z_1 \in R^r, z_2 \in R^n, z_3 \in R^n$, em que sua positividade é representada na função objetivo através do método de barreira logarítmica.

$$\begin{aligned}
 (4.2) \quad & \text{Min} \quad f(x) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(z_1)_j - \mu \sum_{j=1}^n \ln(z_2)_j - \mu \sum_{j=1}^n \ln(z_3)_j \\
 & g(x) = 0 \\
 & \text{s.a} \quad h(x) + z_1 - u = 0 \\
 & x + z_2 - l_2 = 0 \\
 & l_1 - x + z_3 = 0
 \end{aligned}$$

Tal que, μ é denominado de parâmetro de barreira e deve ser estritamente maior do que zero.

O problema definido em (4.2) é transformado em um problema equivalente irrestrito dado por (4.3), através dos multiplicadores de Lagrange $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, que se relacionam com as restrições do problema (4.2), para a definição dos passos do método primal-dual.

A expressão (4.3), que tem como objetivo minimizar a função L , formulada a partir da estratégia de barreira logarítmica e dos multiplicadores de lagrange, denominada por função lagrangiana barreira logarítmica ou lagrangiana aumentada, é definida por:

$$L(x, z_0, z_1, z_2, z_3, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(z_1)_j - \mu \sum_{j=1}^n \left[\ln(z_2)_j + \ln(z_3)_j \right] \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^m (\lambda_0)_i [g_i(x)] + \sum_{i=1}^r (\lambda_1)_i [h_i(x) - (u)_i + (z_1)_i] + \\
& \sum_{j=1}^n (\lambda_2)_j [(x)_j - (l_2)_j + (z_2)_j] + (\lambda_3)_j [-(x)_j + (l_1)_j + (z_3)_j]
\end{aligned}$$

tal que $\lambda_0 \in R^m$; $\lambda_1 \in R_+^r$; $\lambda_2, \lambda_3 \in R_+^n$.

A partir de (5.3), são aplicadas as condições necessárias de 1ª. ordem vista em (5.4):

$$\nabla L(x, z_1, z_2, z_3, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0 \quad (4.4)$$

As componentes a seguir são derivadas parciais de primeira ordem sobre todas as variáveis consideradas em L , tais que são componenes do vetor ∇L :

$$\nabla_x L = \nabla f(x) + \nabla g(x)^t \lambda_0 + \nabla h(x)^t \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 \quad (4.5)$$

$$\nabla_{z_1} L = \mu Z_1^{-1} e_1 - I_1 \lambda_1 \quad (4.6)$$

$$\nabla_{z_2} L = \mu Z_2^{-1} e_2 - I_2 \lambda_2 \quad (4.7)$$

$$\nabla_{z_3} L = \mu Z_3^{-1} e_3 - I_2 \lambda_3 \quad (4.8)$$

$$\nabla_{\lambda_0} L = g(x) \quad (4.9)$$

$$\nabla_{\lambda_1} L = h(x) + z_1 - u \quad (4.10)$$

$$\nabla_{\lambda_2} L = x + z_2 - l_2 \quad (4.11)$$

$$\nabla_{\lambda_3} L = -x + z_3 + l_1 \quad (4.12)$$

tal que:

$Z_1 \in R^{r \times r}$, Z_2 e $Z_3 \in R^{n \times n}$: representam matrizes diagonais com seus elementos

sendo $Z_{1_i}, Z_{2_j}, Z_{3_j}$, respectivamente, com $i = 1, \dots, r$ e $j = 1, \dots, n$.

$e_1 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^r$, $e_2 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^n$;

$I_1 \in R^{r \times r}$, $I_2 \in R^{n \times n}$: representam matrizes identidade em seus respectivos espaços.

Sendo assim, a condição expressa em (4.4) é representada pelo sistema não-linear definido a seguir:

$$\nabla f(x) + \nabla g(x)^t \lambda_0 + \nabla h(x)^t \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 = 0 \quad (4.13)$$

$$g(x) = 0 \quad (4.14)$$

$$h(x) + z_1 - u = 0 \quad (4.15)$$

$$x + z_2 - l_2 = 0 \quad (4.16)$$

$$-x + z_3 + l_1 = 0 \quad (4.17)$$

$$Z_1 \Lambda_1 e - \mu e_1 = 0 \quad (4.18)$$

$$Z_2 \Lambda_2 e - \mu e_2 = 0 \quad (4.19)$$

$$Z_3 \Lambda_3 e - \mu e_2 = 0 \quad (4.20)$$

tal que:

$\Lambda_1 \in R^{r \times r}$, Λ_2 e $\Lambda_3 \in R^{n \times n}$ representam matrizes diagonais, tal que seus respectivos elementos são λ_i , λ_{2j} , λ_{3j} com $i = 1, \dots, r$ e $j = 1, \dots, n$.

Suponha que um ponto $r^{(k)} = (x^k, z_1^k, z_2^k, z_3^k, \lambda_0^k, \lambda_1^k, \lambda_2^k, \lambda_3^k)$ satisfaça o sistema (4.13) – (4.20) em uma determinada iteração k . Para definirmos o novo ponto $r^{(k+1)}$, precisamos, primeiramente, calcular as direções em cada variável, para obter o comprimento do passo a ser dado em cada direção, sob a condição de estarem inseridas no interior da região factível do problema (4.1). Para a determinação destas consideram-se:

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_p d_x^k \quad (4.21)$$

$$z_1^{k+1} = z_1^k + \alpha_p d_{z_1}^k \quad (4.22)$$

$$z_2^{k+1} = z_2^k + \alpha_p d_{z_2}^k \quad (4.23)$$

$$z_3^{k+1} = z_3^k + \alpha_p d_{z_3}^k \quad (4.24)$$

$$\lambda_0^{k+1} = \lambda_0^k + \alpha_D d_{\lambda_0}^k \quad (4.25)$$

$$\lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \alpha_D d_{\lambda_1}^k \quad (4.26)$$

$$\lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \alpha_D d_{\lambda_2}^k \quad (4.27)$$

$$\lambda_3^{k+1} = \lambda_3^k + \alpha_D d_{\lambda_3}^k \quad (4.28)$$

Os termos $d_x^k, d_{z_1}^k, d_{z_2}^k, d_{z_3}^k, d_{\lambda_0}^k, d_{\lambda_1}^k, d_{\lambda_2}^k, d_{\lambda_3}^k$, representam as direções de busca das variáveis e seus respectivos passos são dados por α_p, α_D , tal que o primeiro está relacionado com as direções das variáveis primais e o segundo está relacionado com as direções das variáveis duais.

Estas direções de busca são calculadas nas seções 4.11 e 4.12 a partir do procedimento denominado de previsor-corretor.

4.1.1 O procedimento previsor – Direções de busca

Para o passo previsor, é utilizada uma aproximação linear por Série de Taylor para avaliar a função dada por (4.3), tal que:

$$\nabla L(r^{(k)} + d^{(k)}) \approx \nabla L(r^{(k)}) + J(r^{(k)})d^{(k)} \quad (4.29)$$

tal que $r^{(k)} = (x^k, z_1^k, z_2^k, z_3^k, \lambda_0^k, \lambda_1^k, \lambda_2^k, \lambda_3^k)$, $d^k = (d_x^k, d_{z_1}^k, d_{z_2}^k, d_{z_3}^k, d_{\lambda_0}^k, d_{\lambda_1}^k, d_{\lambda_2}^k, d_{\lambda_3}^k)$ e $J(r^{(k)})$ representa a matriz Jacobiana, tal que o (i, j) - ésimo termo é dado por:

$$\left[\frac{\partial L_i(r)}{\partial r_j} \right]_{r=r^k} \quad (4.30)$$

Supondo em uma iteração k que as condições de otimalidade primal-dual de K.K.T sejam satisfeitas para $r^{(k)}$, necessita-se determinar a direção d^k para se obter o novo ponto $r^{(k+1)}$.

Conforme os passos do método de Newton, impondo que $\nabla L(r^{(k)}) = 0$, a direção d^k é obtida a partir da resolução do sistema linear a seguir:

$$\nabla L(r^{(k)}) + J(r^{(k)})d^{(k)} = 0 \quad (4.31)$$

$$J(r^{(k)})d^{(k)} = -\nabla L(r^{(k)})$$

Com isso, a aproximação de primeira ordem de Taylor gera o vetor de resíduos, para $-\nabla L(r^{(k)})$:

$$\begin{pmatrix} -\nabla f(x) - \nabla g(x)^t \lambda_0 - \nabla h(x)^t \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \\ -g(x) \\ -h(x) - z_1 + u \\ -x - z_2 + l_2 \\ x - z_3 - l_1 \\ -Z_1 \Lambda_1 e + \mu e \\ -Z_1 \Lambda_2 e + \mu e \\ -Z_3 \Lambda_3 e + \mu e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ t_0^k \\ t_1^k \\ t_2^k \\ t_3^k \\ \pi_1^k \\ \pi_1^k \\ \pi_2^k \\ \pi_3^k \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Neste caso, a matriz Jacobiana do sistema linear (4.31) é definida por:

$$\begin{pmatrix} \nabla_x^2 L & \nabla g(x)^t & \nabla h(x)^t & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Z_1 & 0 & 0 & \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & \Lambda_3 \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

tal que: $\nabla_{xx}^2 L = \nabla^2 f(x) + \lambda_0^t \nabla^2 g(x) + \lambda_1^t \nabla^2 h(x)$

Então, o sistema a ser resolvido para se obter as direções de busca do passo previsor é dado por:

$$\begin{pmatrix} \nabla_{xx}^2 L(x) & \nabla g(x)^t & \nabla h(x)^t & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Z_1 & 0 & 0 & \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & \Lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x^k \\ d_{\lambda_0}^k \\ d_{\lambda_1}^k \\ d_{\lambda_2}^k \\ d_{\lambda_3}^k \\ d_{z_1}^k \\ d_{z_2}^k \\ d_{z_3}^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ t_0^k \\ t_1^k \\ t_2^k \\ t_3^k \\ \pi_1^k \\ \pi_2^k \\ \pi_3^k \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

A forma em que foram definidos os resíduos na expressão (4.32) diferencia o procedimento predictor do procedimento corretor do método, apresentado na Seção 4.1.2.

Para determinar as direções, é resolvido o sistema que utiliza sua estrutura esparsa e de blocos da matriz, isto é, uma estratégia variante do método de pontos interiores proposto por Karmarkar (1984).

Sendo assim, cada direção é calculada separadamente através do seguinte sistema:

$$\nabla L_{xx}^2 d_x^k + \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k + \nabla h(x)^t d_{\lambda_1}^k + d_{\lambda_2}^k - d_{\lambda_3}^k = m^k \quad (4.35)$$

$$\nabla g(x) d_x^k = t_0^k \quad (4.36)$$

$$\nabla h(x) d_x^k + d_{z_1}^k = t_1^k \quad (4.37)$$

$$d_x^k + d_{z_2}^k = t_2^k \quad (4.38)$$

$$-d_x^k + d_{z_3}^k = t_3^k \quad (4.39)$$

$$Z_1 d_{\lambda_1}^k + \Lambda_1 d_{z_1}^k = \pi_1^k \quad (4.40)$$

$$Z_2 d_{\lambda_2}^k + \Lambda_2 d_{z_2}^k = \pi_2^k \quad (4.41)$$

$$Z_3 d_{\lambda_3}^k + \Lambda_3 d_{z_3}^k = \pi_3^k \quad (4.42)$$

Para determinar as direções de busca, expressamos, em função de d_x^k , as direções: $d_{z_1}^k$ em (4.37), $d_{z_2}^k$ em (4.38), $d_{z_3}^k$ em (4.39), $d_{\lambda_1}^k$ em (4.40), $d_{\lambda_2}^k$ em (4.41) e $d_{\lambda_3}^k$ em (4.42), conforme é apreentado a seguir:

$$d_{z_1}^k = t_1^k - \nabla h(x) d_x^k \quad (4.43)$$

$$d_{z_2}^k = t_2^k - d_x^k \quad (4.44)$$

$$d_{z_3}^k = t_3^k + d_x^k \quad (4.45)$$

$$d_{\lambda_1}^k = Z_1^{-1} \left[\pi_1^k - \Lambda_1 \left(t_1^k - \nabla h(x) d_x^k \right) \right] \quad (4.46)$$

$$d_{\lambda_2}^k = Z_2^{-1} \left[\pi_2^k - \Lambda_2 \left(t_2^k - d_x^k \right) \right] \quad (4.47)$$

$$d_{\lambda_3}^k = Z_3^{-1} \left[\pi_3^k - \Lambda_3 \left(t_3^k + d_x^k \right) \right] \quad (4.48)$$

Também é determinada a direção $d_{\lambda_0}^k$ a partir de d_x^k , considerando em (4.35), o resíduo m^k , de acordo com o que segue:

$$\begin{aligned} m^k &= \nabla L_{xx}^2 d_x^k + \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k + \nabla h(x)^t d_{\lambda_1}^k + d_{\lambda_2}^k - d_{\lambda_3}^k \\ \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k &= m^k - \nabla h(x)^t d_{\lambda_1}^k - d_{\lambda_2}^k + d_{\lambda_3}^k - \nabla_{xx}^2 L d_x^k \\ \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k &= m^k - \nabla h(x)^t \left(Z_1^{-1} \left[\pi_1^k - \Lambda_1 \left(t_1^k - \nabla h(x) d_x^k \right) \right] \right) - \\ &\quad \left(Z_2^{-1} \left[\pi_2^k - \Lambda_2 \left(t_2^k - d_x^k \right) \right] \right) + \left(Z_3^{-1} \left[\pi_3^k - \Lambda_3 \left(t_3^k + d_x^k \right) \right] \right) - \\ &\quad \nabla_{xx}^2 L d_x^k \\ \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k &= \left[-\nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 \nabla h(x) - Z_2^{-1} \Lambda_2 - Z_3^{-1} \Lambda_3 - \nabla_{xx}^2 L \right] d_x^k + \\ &\quad m^k - \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \pi_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 t_1^k - Z_2^{-1} \pi_2^k + Z_2^{-1} \Lambda_2 t_2^k + Z_3^{-1} \pi_3^k - \\ &\quad Z_3^{-1} \Lambda_3 t_3^k \end{aligned} \quad (4.49)$$

Desta forma, a matriz simétrica e definida positiva que está correlacionada com d_x^k é denominada por θ^{-1} , tal que:

$$\theta^{-1} = \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 \nabla h(x) + Z_2^{-1} \Lambda_2 + Z_3^{-1} \Lambda_3 + \nabla_{xx}^2 L \quad (4.50)$$

e os demais termos são armazenados como resíduos em p^k , tal que:

$$\begin{aligned} p^k = & -\nabla h(x)^t Z_1^{-1} \pi_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 t_1^k - \\ & Z_2^{-1} \pi_2^k + Z_2^{-1} \Lambda_2 t_2^k + Z_3^{-1} \pi_3^k - Z_3^{-1} \Lambda_3 t_3^k \end{aligned} \quad (4.51)$$

Sendo assim, a expressão (4.49) é reescrita por:

$$\nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k = -\theta^{-1} d_x^k + m^k + p^k \quad (4.52)$$

Na sequência, (4.52) é pré-multiplicada pela matriz θ , a qual é a inversa de θ^{-1} , à esquerda, e assim obtendo-se:

$$\theta \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k = -d_x^k + \theta m^k + \theta p^k \quad (4.53)$$

Analogamente, repetimos o processo aplicando $\nabla g(x)$ à esquerda de cada termo da expressão (4.53), obtendo a matriz $\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t$, que é simétrica e definida positiva. Assim, é possível expressar a direção $d_{\lambda_0}^k$, através dos seguintes procedimentos:

$$\begin{aligned} \nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k &= -\nabla g(x) d_x^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta p^k \\ d_{\lambda_0}^k &= \left(\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t \right)^{-1} \left(-\nabla g(x) d_x^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta p^k \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Considerando em (4.36) o resíduo $t_0^k = \nabla g(x) d_x^k$, pode-se reescrever a expressão (5.54) por:

$$d_{\lambda_0}^k = \left(\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t \right)^{-1} \left(-t_0^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta p^k \right) \quad (4.55)$$

Finalmente, a partir de (4.55) a direção $d_{\lambda_0}^k$ é determinada, e esta é utilizada para calcular a direção d_x^k conforme abaixo:

$$\begin{aligned} \theta \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k &= -d_x^k + \theta m^k + \theta p^k \\ d_x^k &= \theta m^k + \theta p^k - \theta \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k \end{aligned} \quad (4.56)$$

Sendo assim, as demais direções vistas em (4.43) a (4.48) são determinadas a partir de d_x^k .

Agora, a partir das direções determinadas pelo procedimento predictor, na iteração atual, o método calcula as direções utilizando do procedimento corretor, que considera os termos de segunda ordem que são desprezados para as equações de complementaridade no passo predictor, definidas nas expressões (5.40), (5.41) e (5.42).

4.1.2 O procedimento corretor – Direções de busca

O procedimento de busca das direções do passo corretor é análogo ao feito no passo predictor, e este determina o vetor de direções de busca $\tilde{d}_x^k$, associado ao seguinte sistema linear:

$$J(r^{(k)})\tilde{d}^{(k)} = -L(r^{(k)}) \quad (4.57)$$

tal que: $L(r^{(k)})$ é obtida a partir da resolução do sistema apresentado pelas expressões (4.13) a (4.20), a partir do passo predictor, considerando aproximações de segunda ordem nestas expressões, que foram desconsideradas no passo predictor. Desta forma (4.57) é equivalente a:

$$\begin{pmatrix} \nabla_{xx}^2 L(x) & \nabla g(x)^t & \nabla h(x)^t & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Z_1 & 0 & 0 & \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & \Lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_x^k \\ \tilde{d}_{\lambda_0}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_1}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_2}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_3}^k \\ \tilde{d}_{z_1}^k \\ \tilde{d}_{z_2}^k \\ \tilde{d}_{z_3}^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{m}^k \\ \tilde{t}_0^k \\ \tilde{t}_1^k \\ \tilde{t}_2^k \\ \tilde{t}_3^k \\ \tilde{\pi}_1^k \\ \tilde{\pi}_2^k \\ \tilde{\pi}_3^k \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

tal que:

$$\begin{pmatrix} -\nabla f(x) - \nabla g(x)^t \lambda_0 - \nabla h(x)^t \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \\ -g(x) \\ -h(x) - z_1 + u \\ -x - z_2 + l_2 \\ x - z_3 - l_1 \\ -Z_1 \Lambda_1 e + \mu e - D_{z_1} D_{\lambda_2} e \\ -Z_2 \Lambda_2 e + \mu e - D_{z_3} D_{\lambda_2} e \\ -Z_3 \Lambda_3 e + \mu e - D_{z_3} D_{\lambda_3} e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ t_0^k \\ t_1^k \\ t_2^k \\ t_3^k \\ \tilde{\pi}_1^k \\ \tilde{\pi}_2^k \\ \tilde{\pi}_3^k \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

tal que, $D_{z_1}^k, D_{z_2}^k, D_{z_3}^k, D_{\lambda_1}^k, D_{\lambda_2}^k, D_{\lambda_3}^k$ são matrizes diagonais, em que os respectivos elementos das diagonais destas matrizes são:

$(d_{z_1}^k)_i, (d_{z_2}^k)_j, (d_{z_3}^k)_j, (d_{\lambda_1}^k)_i, (d_{\lambda_2}^k)_j$ e $(d_{\lambda_3}^k)_j$ com $i = 1, \dots, r$ e $j = 1, \dots, n$, respectivamente.

Note que, as direções $d_{z_1}^k, d_{z_2}^k, d_{z_3}^k, d_{\lambda_1}^k, d_{\lambda_2}^k$ e $d_{\lambda_3}^k$ que foram definidas no procedimento predictor são utilizadas para definir os resíduos $\tilde{\pi}_1^k, \tilde{\pi}_2^k$ e $\tilde{\pi}_3^k$, do procedimento corretor.

Como dito anteriormente, as direções de busca do procedimento corretor são calculadas de forma análoga ao procedimento predictor, isto é, calculam-se as componentes de $\tilde{d}_x^k$ a partir das seguintes expressões:

$$\tilde{d}_{\lambda_0}^k = (\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t)^{-1} (-t_0^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta \tilde{p}^k) \quad (4.60)$$

$$\tilde{d}_x^k = \theta m^k + \theta \tilde{p}^k - \theta \nabla g(x)^t \tilde{d}_{\lambda_0}^k \quad (4.61)$$

$$\tilde{d}_{z_1}^k = t_1^k - \nabla h(x) \tilde{d}_x^k \quad (4.62)$$

$$\tilde{d}_{z_2}^k = t_2^k - \tilde{d}_x^k \quad (4.63)$$

$$\tilde{d}_{z_3}^k = t_3^k + \tilde{d}_x^k \quad (4.64)$$

$$\tilde{d}_{\lambda_1}^k = Z_1^{-1} \left[\tilde{\pi}_1^k - \Lambda_1 \left(t_1^k - \nabla h(x) \tilde{d}_x^k \right) \right] \quad (4.65)$$

$$\tilde{d}_{\lambda_2}^k = Z_2^{-1} \left[\tilde{\pi}_2^k - \Lambda_2 \left(t_2^k - \tilde{d}_x^k \right) \right] \quad (4.66)$$

$$\tilde{d}_{\lambda_3}^k = Z_3^{-1} \left[\tilde{\pi}_3^k - \Lambda_3 \left(t_3^k + \tilde{d}_x^k \right) \right] \quad (4.67)$$

tal que:

$$\begin{aligned} \tilde{p}^k = & -\nabla h(x)^t Z_1^{-1} \tilde{\pi}_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 t_1^k - \\ & Z_2^{-1} \tilde{\pi}_2^k + Z_2^{-1} \Lambda_2 t_2^k + Z_3^{-1} \tilde{\pi}_3^k - Z_3^{-1} \Lambda_3 t_3^k \end{aligned} \quad (4.68)$$

Na seção (4.1.3) é definido o cálculo do comprimento dos passos primal e dual, para cada variável do problema.

4.1.3 Comprimento do passo

Após serem determinadas as direções de busca faz-se necessário o cálculo do comprimento do passo a ser percorrido nessa direção, para garantir que,

$z_1^{k+1}, z_2^{k+1}, z_3^{k+1}, \lambda_1^{k+1}, \lambda_2^{k+1}, \lambda_3^{k+1}$, sejam não negativos, a partir de:

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_p d_x^k \quad (4.69)$$

$$z_1^{k+1} = z_1^k + \alpha_p d_{z_1}^k \quad (4.70)$$

$$z_2^{k+1} = z_2^k + \alpha_p d_{z_2}^k \quad (4.71)$$

$$z_3^{k+1} = z_3^k + \alpha_p d_{z_3}^k \quad (4.72)$$

$$\lambda_0^{k+1} = \lambda_0^k + \alpha_D d_{\lambda_0}^k \quad (4.73)$$

$$\lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \alpha_D d_{\lambda_1}^k \quad (4.74)$$

$$\lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \alpha_D d_{\lambda_2}^k \quad (4.75)$$

$$\lambda_3^{k+1} = \lambda_3^k + \alpha_D d_{\lambda_3}^k \quad (4.76)$$

De acordo com Granville (1994), para $0 < \alpha_p < 1$ e $0 < \alpha_D < 1$, o comprimento dos passos primal e dual são definidos a seguir:

• Conforme a condição de otimalidade primal, o comprimento do passo previsor para as variáveis primais é dado por:

$$\alpha_p = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \left\{ \frac{(z_1^k)_i}{(d_{z_1}^k)_i} \right\}, (z_1)_i > 0 \text{ e } (d_{z_1}^k)_i < 0 \\ \text{Min} \left\{ \frac{(z_2^k)_j}{(d_{z_2}^k)_j} \right\}, (z_2)_j > 0 \text{ e } (d_{z_2}^k)_j < 0 \\ \text{Min} \left\{ \frac{(z_3^k)_j}{(d_{z_3}^k)_j} \right\}, 1 \end{array} \right\} \quad (4.77)$$

• Conforme a condição de otimalidade dual, o comprimento do passo para as variáveis duais é dado por:

$$\alpha_D = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \left\{ \frac{(\lambda_1^k)_i}{(d_{\lambda_1}^k)_i} \right\}, (\lambda_1)_i > 0 \text{ e } (d_{\lambda_1}^k)_i < 0 \\ \text{Min} \left\{ \frac{(\lambda_2^k)_j}{(d_{\lambda_2}^k)_j} \right\}, (\lambda_2)_j > 0 \text{ e } (d_{\lambda_2}^k)_j < 0 \\ \text{Min} \left\{ \frac{(\lambda_3^k)_j}{(d_{\lambda_3}^k)_j} \right\}, 1 \end{array} \right\} \quad (4.79)$$

4.1.4 Atualização do parâmetro de barreira

O parâmetro de barreira logarítmica é expresso por: $\mu^{k+1} = \frac{\mu^k}{\phi}$, $\phi > 1$, é

assim definido para garantir a redução da função lagrangiana $\mathbf{L}$, a cada iteração.

Para evitar um comportamento instável no método, a escolha inicial deste parâmetro não deve ser muito alta e nem muito baixa, para que sejam evitadas, a divergência para a solução ótima ou uma parada prematura no método.

4.1.5 Critério de parada

É necessário um critério de parada para o algoritmo de pontos interiores, pois estes e seus derivados não encontram soluções exatas para o problema investigado, seja ele linear, quadrático ou não-linear. Este critério é responsável por decidir, durante uma determinada iteração do método, quando a solução está suficientemente próxima do ponto ótimo.

Para este trabalho, o critério de parada definido é baseado em Wright (1997). Para o algoritmo de pontos interiores, consideramos uma boa aproximação da solução quando esta possui resíduos suficientemente pequenos.

O teste do critério de parada aplicado à uma solução ótima local, para o passo predictor é descrito por:

- Otimalidade Primal:

$$\|t_i^k\| \leq \varepsilon_1; i = 0, 1, 2, 3 \quad (4.80)$$

- Otimalidade Dual:

$$\|m^k\| \leq \varepsilon_2 \quad (4.81)$$

- Folgas Complementares:

$$\|\pi_i^k\| \leq \varepsilon_3; i = 1, 2, 3 \quad (4.82)$$

tal que: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ são tolerâncias positivas pré-estabelecidas. Outros critérios de parada podem ser escolhidos e aplicados para tratar problemas específicos, e estes também são vistos em Fang e Puthenpura (1993) e Wright(1997).

4.1.6 Algoritmo

Passo 1: Inicialização

Primeiramente, faça $k = 0$. Determine valores para $x^0, \lambda_0^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \lambda_3^0$, escolha os erros $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ com valores suficientemente pequenos e o parâmetro de barreira μ^0 .

Posteriormente calcule o valor das variáveis de folga e excesso z_1^0, z_2^0, z_3^0 , a partir de:

$$\begin{aligned} z_1^0 &= u - h(x^0) \\ z_2^0 &= l_2 - x^0 \\ z_3^0 &= x^0 - l_3 \end{aligned}$$

Passo 2: Calculo dos Resíduos do Procedimento Previsor

$$m^k = -\nabla f(x) - \nabla g(x)^t \lambda_0 - \nabla h(x)^t \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3$$

$$t_0^k = -g(x)$$

$$t_1^k = -h(x) - z_1 + u$$

$$t_2^k = -x - z_2 + l_2$$

$$t_3^k = x - z_3 - l_1$$

$$\pi_1^k = -Z_1 \Lambda_1 e + \mu e$$

$$\pi_2^k = -Z_2 \Lambda_2 e + \mu e$$

$$\pi_3^k = -Z_3 \Lambda_3 e + \mu e$$

$$p^k = -\nabla h(x)^t Z_1^{-1} \pi_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 t_1^k - Z_2^{-1} \pi_2^k + Z_2^{-1} \Lambda_2 t_2^k + Z_3^{-1} \pi_3^k - Z_3^{-1} \Lambda_3 t_3^k$$

$$\theta^{-1} = \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 \nabla h(x) + Z_2^{-1} \Lambda_2 + Z_3^{-1} \Lambda_3 + \nabla_{xx}^2 L$$

Passo 3: Calculo das Direções de Busca do Procedimento Previsor

$$d_{\lambda_0}^k = \left(\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t \right)^{-1} \left(-t_0^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta p^k \right)$$

$$d_x^k = \theta m^k + \theta p^k - \theta \nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k$$

$$d_{z_1}^k = t_1^k - \nabla h(x) d_x^k$$

$$d_{z_2}^k = t_2^k - d_x^k$$

$$d_{z_3}^k = t_3^k + d_x^k$$

$$d_{\lambda_1}^k = Z_1^{-1} \left[\pi_1^k - \Lambda_1 \left(t_1^k - \nabla h(x) d_x^k \right) \right]$$

$$d_{\lambda_2}^k = Z_2^{-1} \left[\pi_2^k - \Lambda_2 \left(t_2^k - d_x^k \right) \right]$$

$$d_{\lambda_3}^k = Z_3^{-1} \left[\pi_3^k - \Lambda_3 \left(t_3^k + d_x^k \right) \right]$$

Passo 4 : Cálculo dos Resíduos do Procedimento Corretor

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_1^k &= \pi_1^k - D_{z_1} D_{\lambda_1} e \\ \tilde{\pi}_2^k &= \pi_2^k - D_{z_2} D_{\lambda_2} e \\ \tilde{\pi}_3^k &= \pi_3^k - D_{z_3} D_{\lambda_3} e\end{aligned}$$

Passo 5: Teste de otimalidade através do Critério de Parada

- Otimalidade Primal:

$$\|t_i^k\| \leq \varepsilon_1; i = 0, 1, 2, 3$$

- Otimalidade Dual:

$$\|m^k\| \leq \varepsilon_2$$

- Folgas Complementares:

$$\|\pi_i^k\| \leq \varepsilon_3; i = 1, 2, 3$$

Neste caso, se os critérios de parada forem satisfeitos, a solução encontrada é ótima, então **PARE**. Senão, siga para o passo 6.

Passo 6: Calculo das Direções de Busca do Procedimento Corretor

$$\tilde{d}_{\lambda_0}^k = (\nabla g(x) \theta \nabla g(x)^t)^{-1} (-t_0^k + \nabla g(x) \theta m^k + \nabla g(x) \theta \tilde{p}^k)$$

$$\tilde{d}_x^k = \theta m^k + \theta \tilde{p}^k - \theta \nabla g(x)^t \tilde{d}_{\lambda_0}^k$$

$$\tilde{d}_{z_1}^k = t_1^k - \nabla h(x) \tilde{d}_x^k$$

$$\tilde{d}_{z_2}^k = t_2^k - \tilde{d}_x^k$$

$$\tilde{d}_{z_3}^k = t_3^k + \tilde{d}_x^k$$

$$\tilde{d}_{\lambda_1}^k = Z_1^{-1} \left[\tilde{\pi}_1^k - \Lambda_1 (t_1^k - \nabla h(x) \tilde{d}_x^k) \right]$$

$$\tilde{d}_{\lambda_2}^k = Z_2^{-1} \left[\tilde{\pi}_2^k - \Lambda_2 (t_2^k - \tilde{d}_x^k) \right]$$

$$\tilde{d}_{\lambda_3}^k = Z_3^{-1} \left[\tilde{\pi}_3^k - \Lambda_3 (t_3^k + \tilde{d}_x^k) \right]$$

$$\tilde{p}^k = -\nabla h(x)^t Z_1^{-1} \tilde{\pi}_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1} \Lambda_1 t_1^k - \\ Z_2^{-1} \tilde{\pi}_2^k + Z_2^{-1} \Lambda_2 t_2^k + Z_3^{-1} \tilde{\pi}_3^k - Z_3^{-1} \Lambda_3 t_3^k$$

Passo 7: Teste de Ilimitariedade

Neste passo, verifica-se a positividade das direções das variáveis de folga e excesso, tal que se $(d_{z_1})_i \geq 0$ ou $(d_{z_2})_j \geq 0$ e $(d_{z_3})_j \geq 0$, $\forall i, j$ com $i = 1, \dots, r$ e $j = 1, \dots, n$, pare pois a solução é ilimitada, senão siga para o passo 8.

Passo 8: Cálculo do Comprimento do Passo

Levando em consideração as condições de factibilidade Primal e Dual, o comprimento do passo são determinados, respectivamente, por:

- Pela condição de otimalidade Primal:

$$\alpha_p = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{(z_1)_i > 0 \text{ e } (d_{z_1})_i < 0} \left\{ -\frac{(z_1^k)_i}{(d_{z_1}^k)_i} \right\}, \min_{(z_2)_j > 0 \text{ e } (d_{z_2})_j < 0} \left\{ -\frac{(z_2^k)_j}{(d_{z_2}^k)_j} \right\}, \\ \min_{(z_3)_j > 0 \text{ e } (d_{z_3})_j < 0} \left\{ -\frac{(z_3^k)_j}{(d_{z_3}^k)_j} \right\}, 1 \end{array} \right\}$$

- Pela condição de otimalidade Dual:

$$\alpha_D = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{(\lambda_1)_i > 0 \text{ e } (d_{\lambda_1})_i < 0} \left\{ -\frac{(\lambda_1^k)_i}{(d_{\lambda_1}^k)_i} \right\}, \min_{(\lambda_2)_j > 0 \text{ e } (d_{\lambda_2})_j < 0} \left\{ -\frac{(\lambda_2^k)_j}{(d_{\lambda_2}^k)_j} \right\}, \\ \min_{(\lambda_3)_j > 0 \text{ e } (d_{\lambda_3})_j < 0} \left\{ -\frac{(\lambda_3^k)_j}{(d_{\lambda_3}^k)_j} \right\}, 1 \end{array} \right\}$$

Passo 9: O Novo Ponto

Neste passo, o parâmetro de barreira e as variáveis são atualizadas para a próxima iteração do método.

$$\mu^{k+1} = \mu^k / \phi, \phi > 1$$

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_p d_x^k$$

$$z_1^{k+1} = z_1^k + \alpha_p d_{z_1}^k$$

$$z_2^{k+1} = z_2^k + \alpha_p d_{z_2}^k$$

$$z_3^{k+1} = z_3^k + \alpha_p d_{z_3}^k$$

$$\lambda_0^{k+1} = \lambda_0^k + \alpha_D d_{\lambda_0}^k$$

$$\lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \alpha_D d_{\lambda_1}^k$$

$$\lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \alpha_D d_{\lambda_2}^k$$

$$\lambda_3^{k+1} = \lambda_3^k + \alpha_D d_{\lambda_3}^k$$

Finalmente, faça $k \rightarrow k + 1$ e volte para o Passo 2.

O método PDPCBL, desenvolvido neste capítulo, será utilizado como uma das ferramentas para a resolução dos subproblemas gerados pelos métodos de restrições canalizadas progressivas e de programação por metas, à determinação de soluções do PMDEA-PV visto no capítulo 3.

A seção 4.2 trata sobre o método Heurístico NSGA-II, com seus operadores e principais características.

4.2 O ALGORITMO NSGA-II

Para a resolução de problemas multiobjetivos, uma das alternativas é o NSGA-II. Este é baseado no algoritmo genético com um conceito de dominância, isto é, classifica os indivíduos/ponto de acordo com seu nível de dominância, no qual é feito a partir da classificação destes em fronteiras, onde os mais aptos estão na primeira fronteira e os menos aptos nas fronteiras seguintes.

Sendo assim, podemos dizer que o NSGA-II é um algoritmo elitista que classifica os pontos em diferentes qualidades de acordo com sua aptidão, ao invés de tratá-los como pertencentes a um único conjunto. Isso permite a priorização dos indivíduos que possuem uma melhor aptidão.

O NSGA-II possui um funcionamento que se baseia em dois processos na etapa de seleção, nos quais são a Ordenação Não-Dominada (*Non-Dominated Sorting*) e o operador Distância de Aglomeração (*Crowding Distance*) definidos nas subseções seguintes.

Primeiramente é criada uma população inicial de soluções P ainda não classificada, que será avaliada na função objetivo do problema para que seja atribuído um grau de aptidão/dominância para cada indivíduo. Isso é obtido comparando uns aos outros e assim classificando-os de acordo com o critério de dominância citado anteriormente.

Feito a avaliação e definido os valores de dominância para cada um deles, o algoritmo classifica-os em fronteiras de acordo com o grau de dominância. Os indivíduos mais aptos são classificados na primeira fronteira, e os menos aptos são classificados nas fronteiras seguintes, e este processo perdurará até que não haja mais ninguém para ser classificado.

Após todos estarem classificados em uma fronteira, é aplicado um operador diversidade conhecido como Distância de Aglomeração. Este operador ordena cada indivíduo/ponto de acordo com a sua distância em relação aos seus pontos vizinhos classificados na mesma fronteira, isto é, o operador seleciona um indivíduo/ponto central e avalia os pontos próximos a ele, onde o ponto que possuir uma maior distância do ponto central tem maior chance de ser selecionado. Este operador é aplicado para evitar a aglomeração de soluções sobre um único ponto e permite um espalhamento melhor dos indivíduos.

Após estes procedimentos, é feito o cruzamento dos indivíduos para gerar uma nova população e partir para a próxima iteração do NSGA-II. O algoritmo é executado até que o número de gerações definido seja satisfeito.

Maiores detalhes sobre o processo de seleção, cruzamento, mutação, algoritmo do NSGA-II, vide Beyer e Deb (2001), Deb e Agarwal (1995), Deb et. al. (2002) e Raghuwanshi e Kakde (2004).

Nas próximas subseções são definidas com mais detalhes os operadores Ordenação Não-Dominada e o operador diversidade Distância de Aglomeração.

4.2.1 Ordenação Não-Dominada

Este algoritmo é executado em duas etapas. O primeiro processo analisa todos os indivíduos da população atual P e compara uns aos outros para classificá-los de acordo com o grau de dominância n_p , onde n_p significa o número de pontos que dominam um determinado ponto p , tal que p pertence a P .

Assim, se p é dominado por uma quantidade x de indivíduos da população, o valor atribuído a n_p é igual a x . Ao final do primeiro processo, os indivíduos que possuírem $n_p = 0$, são classificados como não dominados por nenhum outro ponto pertencente à população e estes farão parte da primeira fronteira, onde estão os melhores indivíduos de toda a população atual.

No primeiro processo, é selecionado um indivíduo p da população P e para cada ponto q pertencente à população é verificado se p domina q , se isso for verídico, q é armazenado em S_p que é o conjunto de indivíduos dominados por p .

Caso isso não aconteça, se q dominar p , adicionamos um valor unitário à n_p que como citado, é um contador de indivíduos que dominam p . A seguir, são listados os pontos não dominados por nenhum outro, isto é, que possuem o valor $n_p = 0$ e são armazenados na primeira fronteira de indivíduos, denotada por F_1 neste trabalho.

No segundo processo, separa-se cada indivíduo em diferentes fronteiras de acordo com seu valor de dominância. Neste é iniciado uma variável i com valor unitário que representa um contador do número de fronteiras, desta forma, a fronteira atual é denotada por F_i e este processo perdurará até que F_i seja igual a vazio. Também é inicializada uma variável Q com valor igual a zero que armazenará temporariamente os indivíduos das próximas fronteiras.

Quando um ponto p pertencente à fronteira atual F_i é selecionado, verificam-se quais são os pontos q pertencentes à S_p que são dominados por p . Neste processo, o número de indivíduos que dominam q é denotado por n_q e este é decrementado quando p que domina q é classificado em uma fronteira. E o objetivo

do decremento de n_q é tirar de contexto os indivíduos que já foram classificados nas fronteiras anteriores.

O decréscimo dos valores de n_q tem como objetivo que esses se aproximem de zero, pois isso significa que na próxima iteração os indivíduos com $n_q = 0$ que são armazenados em Q , farão parte da nova fronteira. Posteriormente o valor de i será incrementado e os valores armazenados em Q serão copiados para o novo F_i . O pseudo-código a seguir dado pela Figura 4.1, representa o procedimento definido nesta subseção.

Figura 4.1: Pseudo-código sobre o procedimento de ordenação não-dominada (*Fast Non-Dominated Sort*).

Algoritmo 1 fast non dominated sort

```

1: função FAST-NON-DOMINATED-SORT( $P$ )
2:   para cada  $p \in P$  faça
3:      $S_p = \emptyset$ 
4:      $n_p = 0$ 
5:     para cada  $q \in P$  faça
6:       se  $p < q$  então                                ▷ Se  $p$  domina  $q$ , adiciona  $q$  ao conjunto de soluções dominadas por  $p$ 
7:          $S_p = S_p \cup \{q\}$ 
8:       senão
9:         se  $q < p$  então
10:           $n_p = n_p + 1$                                 ▷ Incrementa o contador de dominação de  $p$ 
11:        fim se
12:      fim se
13:    fim para
14:    se  $n_p = 0$  então                                    ▷  $p$  torna-se a primeira fronteira
15:       $P_{rank} = 1$ 
16:       $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$ 
17:    fim se
18:  fim para
19:   $i = 1$                                                 ▷ Inicializa o contador de fronteira
20:  enquanto  $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$  faça
21:     $Q = \emptyset$                                           ▷ Usado para armazenar os membros da próxima fronteira
22:    para cada  $p \in \mathcal{F}_i$  faça
23:      para cada  $q \in S_p$  faça
24:         $n_q = n_q - 1$ 
25:        se  $n_q = 0$  então                                ▷  $q$  torna-se a próxima fronteira
26:           $q_{rank} = i + 1$ 
27:           $Q = Q \cup \{q\}$ 
28:        fim se
29:      fim para
30:    fim para
31:     $i = i + 1$ 
32:     $\mathcal{F}_i = Q$ 
33:  fim enquanto
34: fim função

```

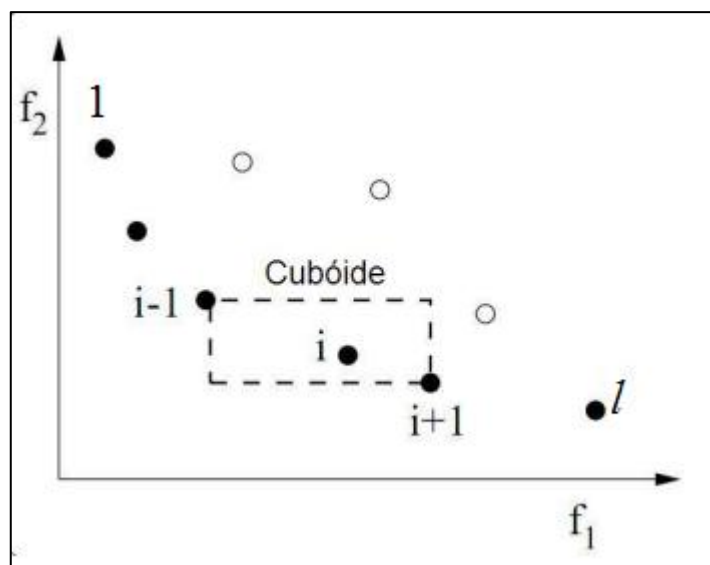
Fonte: Brownlee (2011)

4.2.2 Operador diversidade – Distância de Aglomeração

A distância de aglomeração utiliza como métrica a distância de cada ponto aos seus vizinhos. Este calcula a distância média em um ponto central, indicado por (i) , selecionado da população e dois pontos localizados nas suas extremidades, os quais são $(i - 1)$ e $(i + 1)$.

O princípio deste operador é priorizar os pontos mais distantes durante a seleção para evitar a aglomeração de indivíduos próximos a um ponto específico. Primeiramente é inicializada uma Variável l que armazenará a quantidade de valores existentes no conjunto de entrada de indivíduos que será aplicado o operador diversidade, i.e, denotado por l . Em seguida, são inicializados todos os valores do conjunto $I[i]_{distance}$ com valor igual a zero, e este irá conter todas as distâncias de cada indivíduo do conjunto l . A distância de aglomeração irá considerar todos os m objetivos do problema abordado e fará uma organização relacionada a cada um deles, em outras palavras, o número de iterações aplicadas à distância de aglomeração é referente ao número m que o problema possuir. A Figura 4.2 descreve a disposição dos pontos extremos $(i - 1)$ e $(i + 1)$ ao ponto central i , e que formam um cubóide indicado em pontilhado.

Figura 4.2: Disposição dos pontos extremos e cuboide formado pelos mesmos



Fonte: Deb et al. (2002)

Posteriormente são inicializadas os valores dos vetores distância, que são $I[1]_{distance}$ e $I[l]_{distance}$, com valores muito altos afim de que os indivíduos que se encontram na extremidade sejam sempre selecionados, pois possuem as maiores distâncias. O pseudocódigo retirado de Brownlee (2011) representado pela Figura 5.3 a seguir descreve o funcionamento do operador diversidade distância de aglomeração (*crowding distance*):

Figura 4.3: Pseudocódigo referente ao operador distância de aglomeração

Algoritmo 2 crowding distance

```

1: função CROWDING-DISTANCE-ASSIGNMENT ( $I$ )
2:    $l = |I|$  ▷ número de soluções em  $I$ 
3:   para cada  $i$  faça  $I[i]_{distância} = 0$  ▷ inicializar distância
4:   fim para
5:   para cada objetivo  $m$  faça
6:      $\mathcal{I} = sort(I, m)$  ▷ classificar usando cada valor da função objetivo de tal forma
7:      $I[1]_{distância} = I[l]_{distância} = \infty$  ▷ que pontos da fronteira são sempre selecionados
8:     para  $i = 2$  até  $(l - 1)$  faça
9:        $I[i]_{distância} = I[i]_{distância} + (I[i + 1]) \cdot m - I[i - 1] \cdot m) / (f_m^{\max} - f_m^{\min})$ 
10:    fim para
11:  fim para
12: fim função

```

Fonte: Brownlee (2011)

Na penúltima linha do pseudocódigo é feito um laço que calcula o valor médio dos pontos em relação ao ponto central i . Na fórmula da última linha $I[i + 1].m$ e $I[i - 1].m$ significa respectivamente a posição dos pontos $(i + 1)$ e $(i - 1)$ do vetor I em relação ao objetivo m .

Ao final da aplicação do operador diversidade, é dado preferência às soluções com distâncias médias maiores no processo de ordenação, para assim garantir a não aglomeração de pontos em uma determinada região limitada do gráfico, possibilitando o tomador de decisão ter uma ampla visão sobre as melhores soluções.

Feito estes procedimentos, os processos de cruzamento e mutação são efetuados para a geração de uma nova população de filhos que será mesclada com a dos pais, assim criando uma nova população que será avaliada pela próxima iteração do método.

No próximo capítulo, são apresentados os resultados encontrados a partir dos métodos apresentados neste capítulo em conjunto com a metodologia adotada,

isto é, às formulações (3.12) e (3.27) é aplicado o método PDPCBL e à formulação (3.9) é aplicado o NSGA-II.

CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos para os subproblemas modelados em (3.15), associados à técnica PMP ao PMDEA-PV, através do método PDPCBL, os subproblemas modelados em (3.18), associados à técnica PMPRCP, através do método PDPCBL e (3.9) através do NSGA-II.

Para o funcionamento do método PDPCBL, o parâmetro de barreira recebeu o valor inicial de $\mu = 0,25$, e é atualizado com $\phi = 4$. As soluções iniciais, tanto para o método PDPCBL quando para o NSGA-II foram determinadas randomicamente por $Pg_i = t(Pg_i^{Max} - Pg_i^{Min}) + Pg_i^{Min}$, onde t é um número randômico entre 0 e 1, e Pg_i^{Min} e Pg_i^{Max} são os limites mínimo e máximos de geração, respectivamente, para cada unidade geradora referente aos casos base abordados. O parâmetro p referente à norma aplicada nas funções objetivos de (3.15) e (3.18) recebeu o valor de $p = 2$ para os casos de 3, 6, 10 e 19 unidades geradoras e $p = 1$ para o caso de 40 unidades geradoras, pois para este caso em particular, os resultados obtidos foram mais robustos.

As subseções seguintes contém os resultados obtidos para os casos-bases de 3, 6 e 19 unidades geradoras e uma breve comparação com os resultados apresentados em Gonçalves (2015) com a finalidade de validar a metodologia proposta para a formulação de (3.18) e resolução da mesma a partir do método PDPCBL. Também são propostos resultados para os casos-bases de 10 e 40 unidades geradoras onde constata-se que, a técnica relacionada à PMP aplicada ao PMDEA-PV é eficiente para determinar soluções robustas de compromisso para o mesmo, e que os resultados obtidos a partir da PMPRCP, em conjunto com o método PDPCBL, são competitivos e se mostram mais eficiente para determinar soluções não dominadas para o PMDEA-PV, em comparação com os resultados obtidos a partir método heurístico NSGA II.

Todas as técnicas de modelagem e resolução apresentadas para a obtenção dos resultados, neste trabalho, foram implementadas no software Matlab R2015b em um computador com processador Intel® Core™ i3-2.4GHz e 6 GB de memória RAM.

5.1 CASO BASE DE 3 UNIDADES GERADORAS

Os valores dos coeficientes utilizados para a formulação do caso base PMDEA-PV de 3 unidades geradoras foram retirados de Gonçalves (2015) e se encontram no Anexo A deste trabalho.

5.1.1 PMP e PDPCBL

Para determinar soluções de compromisso para o PMDEA-PV a partir de PMP, os parâmetros de peso utilizados na resolução do problema proposto em (3.15) a partir do método PDPCBL são atualizados da seguinte forma: $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, em que $R = 1500$ é o número de vezes que o método PDPCBL será aplicado e η é a aplicação atual do método.

As Tabelas 5.1 e 5.2 representam, respectivamente, a melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 3 geradores e a potência gerada em cada gerador i para determinar esta solução :

Tabela 5.1: Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 3 geradores

Custo (\$/h)	Emissão (Kg/h)
8416,98	2206,38

Tabela 5.2: Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.1

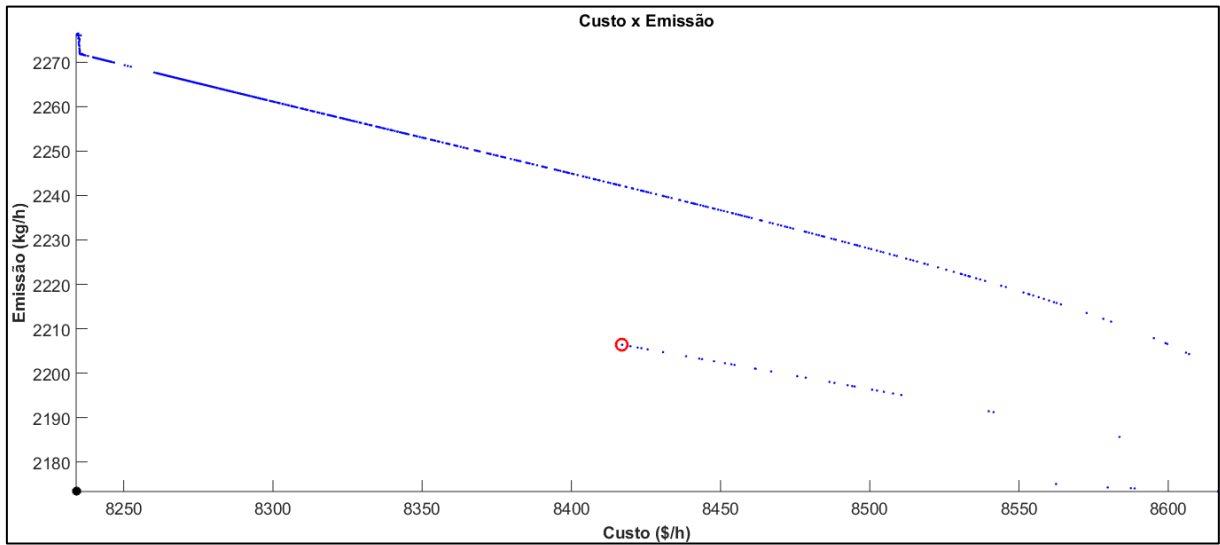
Gerador i	Pg_i (MW)
1	299,47
2	199,60
3	350,93

Para o cálculo desta solução de compromisso, as metas F_e^{Min} e F_a^{Min} foram determinadas a partir da resolução do PDE-PV, visto em (3.4) e PDA visto em (3.7), respectivamente.

O tempo que o método PDPCBL com $R=1500$ tomou para determinar esta solução foi de 157,66 segundos.

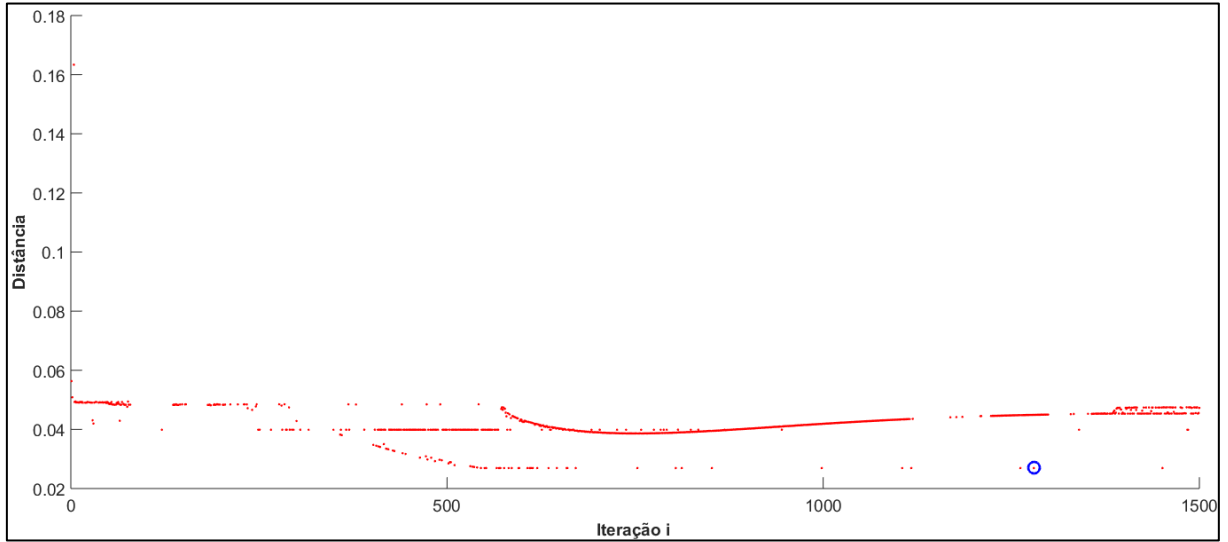
Para cada aplicação η do método PDPCBL à (3.15), é possível determinar uma solução de compromisso. A Figura 5.1 representa as soluções de compromisso determinadas para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 3 geradores.

Figura 5.1: Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 3 geradores



Com a variação dos pesos $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, foi possível o método PDPCBL encontrar diversas soluções de compromisso para este caso, tal que a melhor delas foi encontrada considerando os pesos $v_1 = 0,85333$ e $v_2 = 0,14667$, circulada em vermelho na Figura 5.1 e datalogada na Tabela 5.1.

A Figura 5.2 a seguir representa as distâncias entre cada solução de compromisso determinada e a solução ideal $(F_e^{Min} (\$/h); F_a^{Min} (kg/h)) = (8234,07; 2173,32)$ referente ao caso de 3 geradores, tal que para o cálculo destas distâncias, foi considerada a norma Euclidiana.

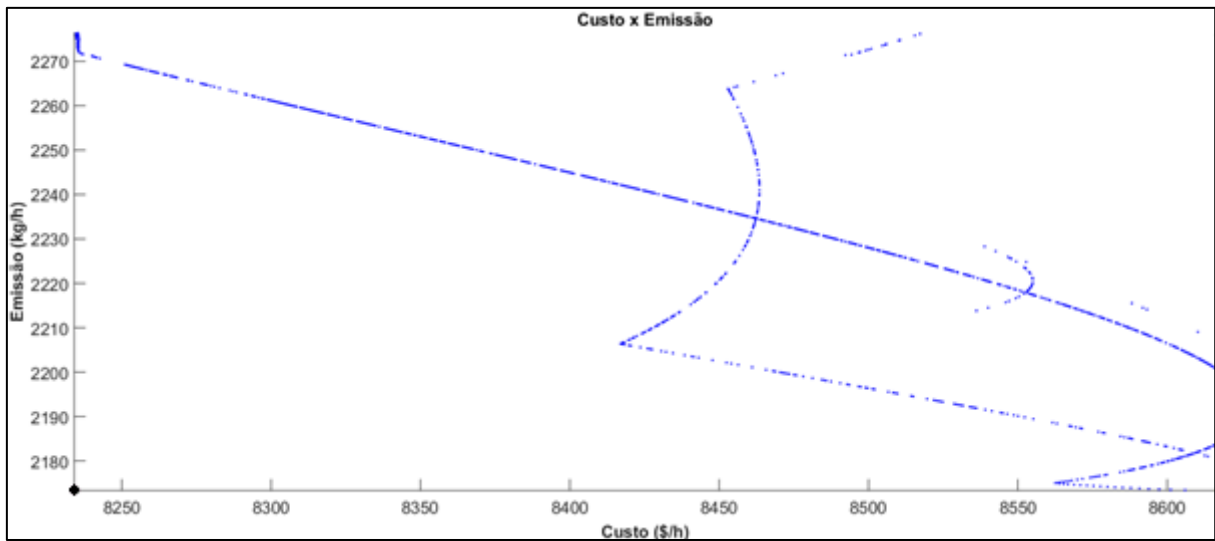
Figura 5.2: Distâncias para cada valor de η associadas ao problema de 3 geradores

O ponto circulado em azul representa a distância d da melhor solução de compromisso em relação à solução ideal deste caso, isto é, a menor distância dentre todas as soluções de compromisso determinadas e a solução ideal, com valor $d = 0,026923$.

Verifica-se também que durante a variação de η , no intervalo entre $\eta = 250$ a $\eta = 400$, aproximadamente, o método PDPCBL tendeu encontrar a mesma solução de compromisso.

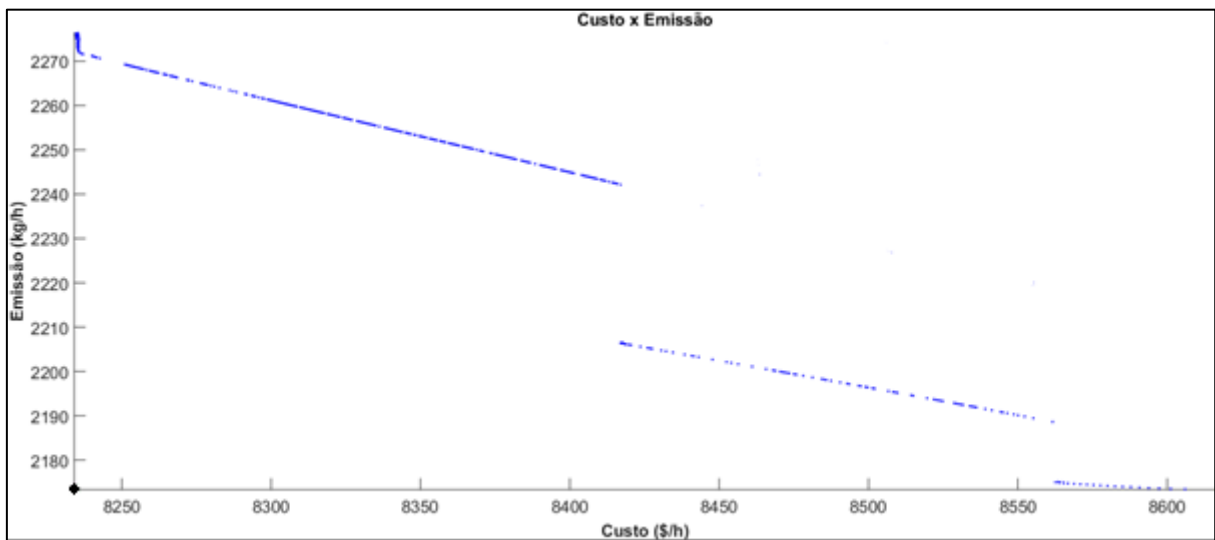
5.1.2 PMPRCP e PDPCBL

A Figura 5.3 representa as soluções encontradas para o caso base de 3 geradores a partir da aplicação do método PDPCBL em (3.18), com os pesos $v_1 = v_2 = 0,5$ e o número de subproblemas gerados pela técnica mista de PMPRCP é de $N = 1500$.

Figura 5.3: Soluções para o caso de 3 geradores a partir do PDPCBL

Observa-se que, para a curva de soluções determinadas pelo método PDPCBL, a Figura 5.3 representa valores relativos a soluções dominadas e não dominadas.

É possível construir a curva de soluções não dominadas para este caso, a qual está representada na Figura 5.3.

Figura 5.4: Curva de soluções não dominadas para o caso de 3 geradores, a partir do método PDPCBL

A partir de soluções determinadas para os subproblemas gerados pela técnica PMPRCP a partir do método PDPCBL, vistos nas Figuras 5.3 e 5.4, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a mostrados na

Tabela 5.3, em que, ao menor valor de custo corresponde ao maior valor de emissão e vice-versa, devido a estes objetivos serem conflitantes.

Tabela 5.3: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 geradores a partir do método PDPCBL

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
8234,07	2276,48
8616,67	2173,32

O tempo total que o método PDPCBL utilizou para encontrar as soluções apresentadas na Figura 5.3 foi de 61,06 segundos.

A Tabela 5.4 a seguir é considerada para fins de comparação e refere-se as soluções lexicográficas para o PMDEA-PV apresentadas em Gonçalves (2015) para o caso de 3 geradores, onde a autora utilizou o método de suavização hiperbólica para tratar a não diferenciabilidade referente ao termo modular da função custo.

Tabela 5.4: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 apresentados em Gonçalves (2015)

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
8234,17	2275,86
8606,82	2173,40

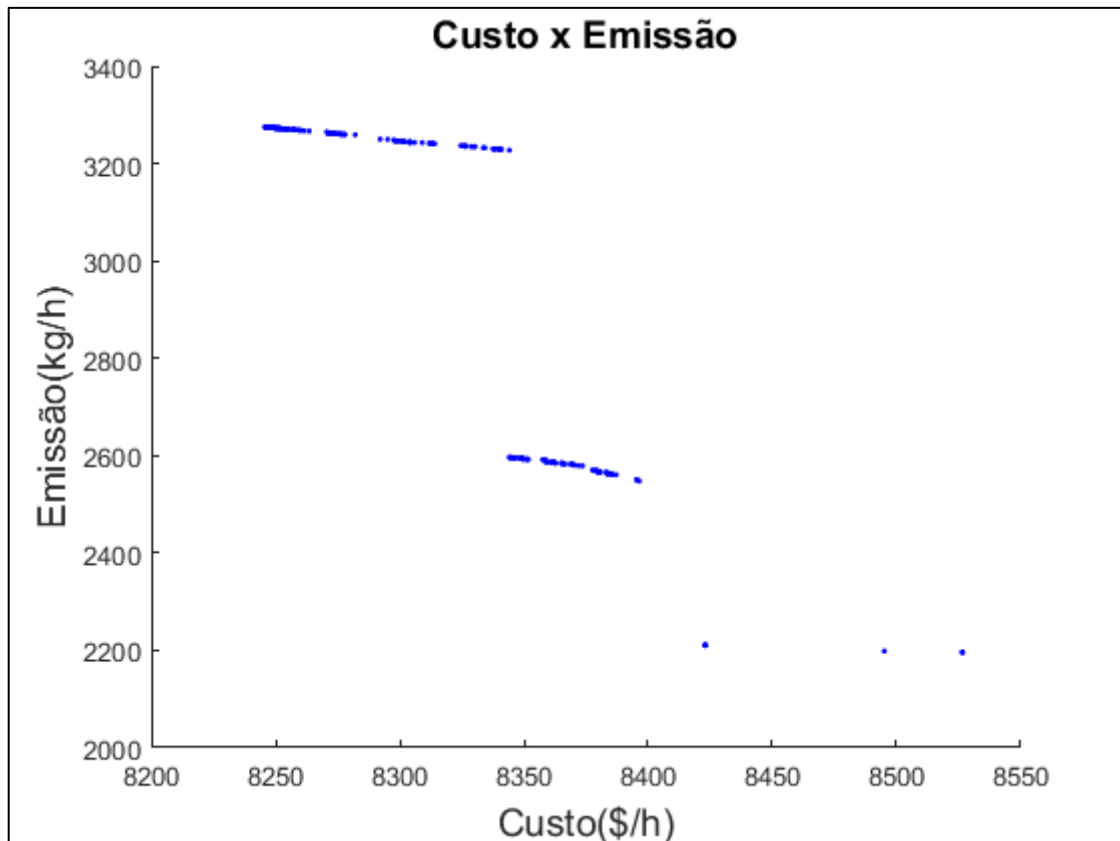
Fonte: Gonçalves (2015)

Comparando as soluções apresentadas na Tabela 5.3 com as apresentadas na Tabela 5.4, verifica-se que as soluções determinadas pelo método PDPCBL aplicado à PMPRCP são competitivas, sendo assim conclui-se que a metodologia envolvendo a PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é eficiente para determinar soluções não dominadas para o PMDEA-PV de 3 geradores.

5.1.3 NSGA-II

A Figura 5.5 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método NSGA-II em (3.9).

Para a resolução foram considerados 200 indivíduos, o número estabelecido de gerações foi de 40 e os valores iniciais dos parâmetros de penalidade de igualdade e desigualdade são 60 e 5, respectivamente.

Figura 5.5: Soluções para o caso de 3 geradores a partir do NSGA-II

Observa-se que, o método NSGA II determinou, diretamente, a curva de soluções não dominadas, as quais estão representadas na Figura 5.5.

A partir das soluções determinadas pelo método NSGA II, vistos nas Figuras 5.5 e 5.6, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_c e ambiental F_a , apresentadas na Tabela 5.4.

Tabela 5.5: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 3 geradores a partir do método NSGA-II

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
8245,73	3274,96
8526,48	2196,20

O tempo total que o NSGA-II gastou para encontrar as soluções apresentadas na Figura 5.5 foi de 262,01 segundos.

A Figura 5.5 mostra a dificuldade computacional do método NSGA- II para a resolução do PMDEA-PV definido em (3.9), devido a descontinuidades presentes na curva de soluções não dominadas e o alto tempo computacional que o método

tomou para determinar tais soluções. Por outro lado, observa-se um desempenho melhor da metodologia envolvendo o PMPRCP e o PDPCBL para determinar a curva de soluções não dominadas na Figura 5.4. Verifica-se também que, os valores lexicográficos obtidos pelo método PDPCBL, vistos na tabela 5.3, são bem melhores do que os obtidos pelo NSGA II apresentados na tabela 5.5, uma vez que o método NSGA-II não garante a otimalidade das soluções por se tratar de um método heurístico.

Desta forma, é verificado que a técnica de PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é mais eficiente que o NSGA-II para tratar este caso.

5.2 CASO BASE DE 6 UNIDADES GERADORAS

Os valores dos coeficientes utilizados para a formulação do caso base PMDEA-PV de 6 unidades geradoras foram retirados de Gonçalves (2015) e se encontram no Anexo B deste trabalho.

5.2.1 PMP e PDPCBL

Analogamente ao caso anterior, os pesos v_1 e v_2 neste caso são atualizados por $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, em que $R = 1500$. As Tabelas 5.7 e 5.8 representam, respectivamente, a melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 6 geradores e a potência gerada em cada gerador i para determinar esta solução :

Tabela 5.6: Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 6 geradores

Custo (\$/h)	Emissão (Kg/h)
975,27	246,22

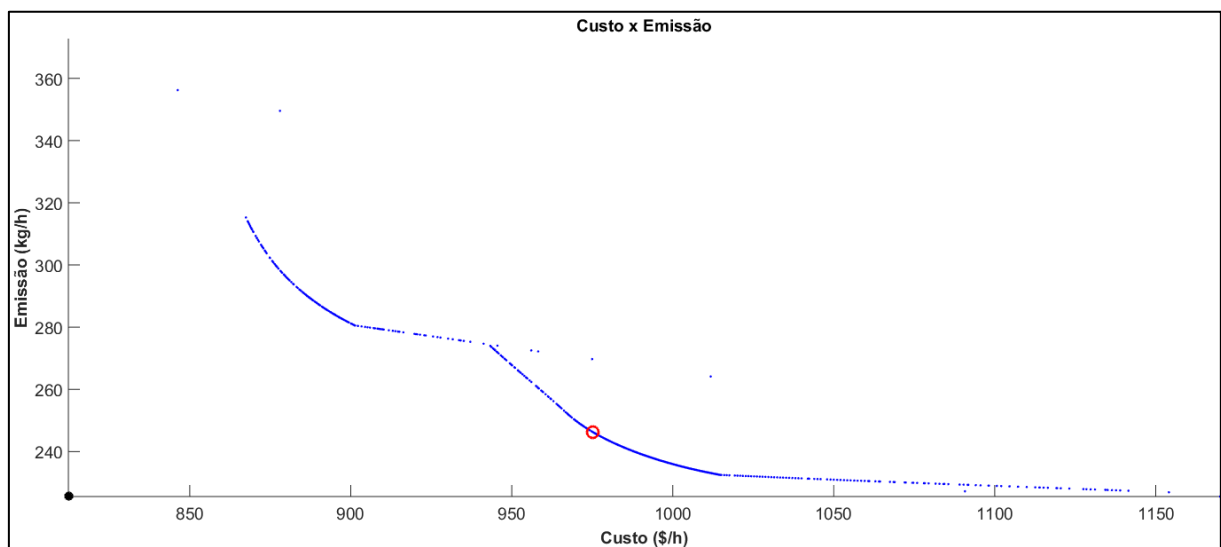
Tabela 5.7: Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.6

Gerador i	Pg_i (MW)
1	93,04
2	54,91
3	30,46
4	35,00
5	30,00
6	40,00

Para o cálculo desta solução de compromisso, as metas F_e^{Min} e F_a^{Min} foram determinadas a partir da resolução do PDE-PV (3.4) e PDA (3.7), respectivamente. O tempo que o método PDPCBL com $R=1500$ tomou para determinar esta solução foi de 163,21 segundos.

Para cada aplicação η do método PDPCBL à (3.15), é possível determinar uma solução de compromisso. A Figura 5.6 representa as soluções de compromisso determinadas para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 6 geradores.

Figura 5.6: Soluções de compromisso para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 6 geradores

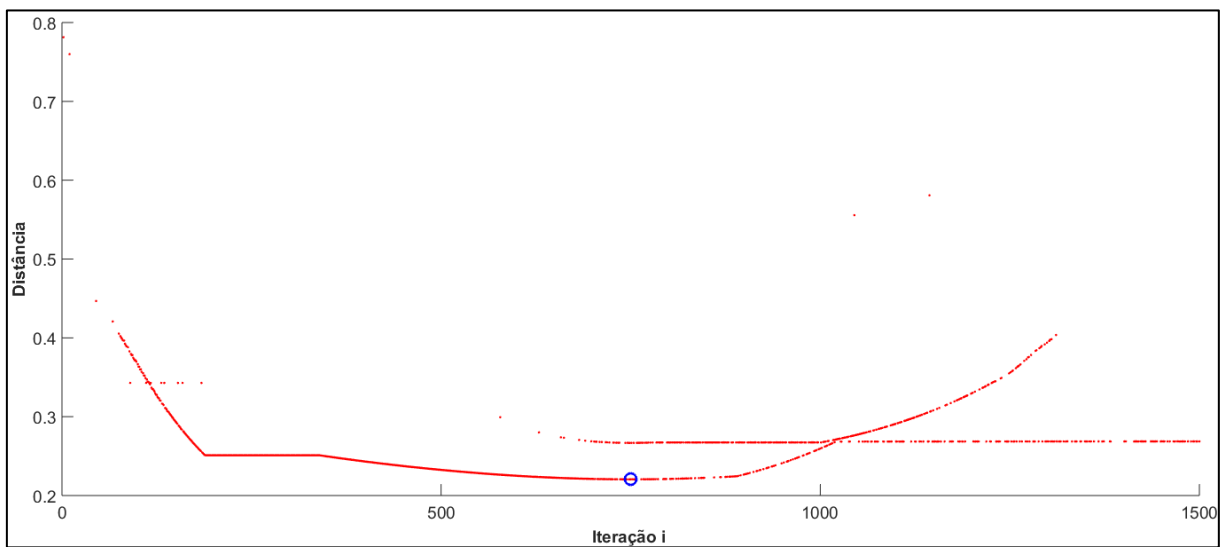


Com a variação dos pesos $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, foi possível o método PDPCBL encontrar diversas soluções de compromisso para este caso, tal

que a melhor delas foi encontrada considerando os pesos $v_1 = 0,5$ e $v_2 = 0,5$, esta circulada em vermelho na Figura 5.6 e datalogada na Tabela 5.6.

A Figura 5.7 a seguir representa as distâncias entre cada solução de compromisso determinada e a solução ideal $(F_e^{Min} (\$/h); F_a^{Min} (kg/h)) = (812,32; 225,55)$ referente ao caso de 6 geradores, tal que para o cálculo destas distâncias, foi considerada a norma Euclidiana.

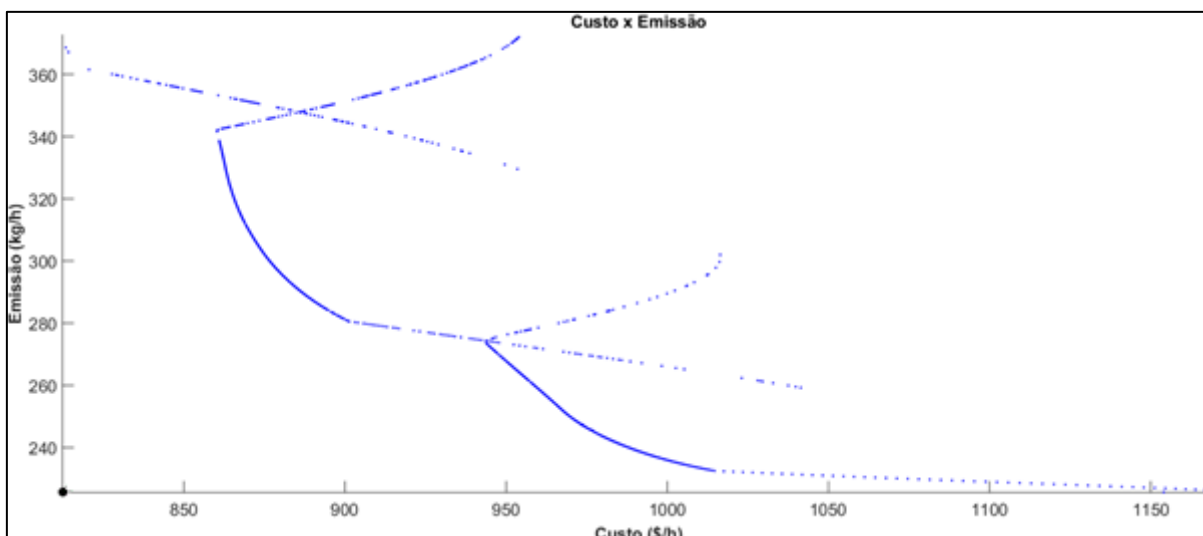
Figura 5.7: Distâncias para cada η associadas ao problema de 6 geradores



A distância entre a melhor solução de compromisso encontrada, circulada em azul na Figura 5.7, e o ponto ideal é de $d = 0,22055$. Verifica-se também que durante a variação de η , há subintervalos entre $\eta = 0$ a $\eta = 500$ e $\eta = 1000$ a $\eta = 1500$, aproximadamente, o método PDPCBL tendeu a encontrar a mesma solução de compromisso.

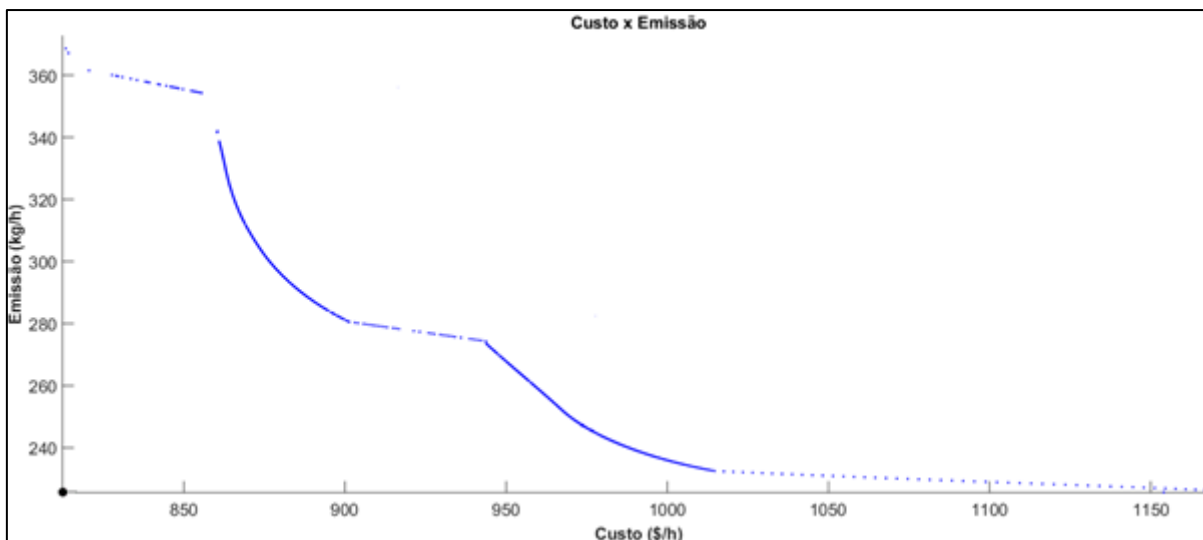
5.2.2 PMPRCP e PDPCBL

A Figura 5.8 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método PDPCBL em (3.18), com pesos $v_1 = v_2 = 0,5$ e o número de subproblemas gerados pela técnica mista de PMPRCP é de $N = 1500$.

Figura 5.8: Soluções para o caso de 6 geradores a partir do PDPCBL

Observa-se que, para a curva de soluções determinadas pelo método PDPCBL, a Figura 5.8, representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas.

É possível construir a curva de soluções não dominadas para este caso, a qual está representada na Figura 5.9.

Figura 5.9: Curva de soluções não dominadas para o caso de 6 geradores, a partir do método PDPCBL

A partir de soluções determinadas para os subproblemas gerados pela técnica PMPRCP a partir do método PDPCBL, vistos nas Figuras 5.8 e 5.9, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a mostrados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 6 geradores a partir do método PDPCBL

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
812,32	372,77
1169,95	225,55

O tempo que o PDPCBL tomou para encontrar as soluções apresentadas na Figura 5.8 foi de 125,07 segundos.

A Tabela 5.9 a seguir é considerada para fins de comparação e refere-se as soluções lexicográficas para o PMDEA-PV apresentadas em Gonçalves (2015) para o caso de 6 geradores, onde a autora utilizou o método de suavização hiperbólica para tratar a não diferenciabilidade referente ao termo modular da função custo.

Tabela 5.9: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 6 geradores apresentados em Gonçalves (2015)

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
860,37	341,46
1069,60	230,10

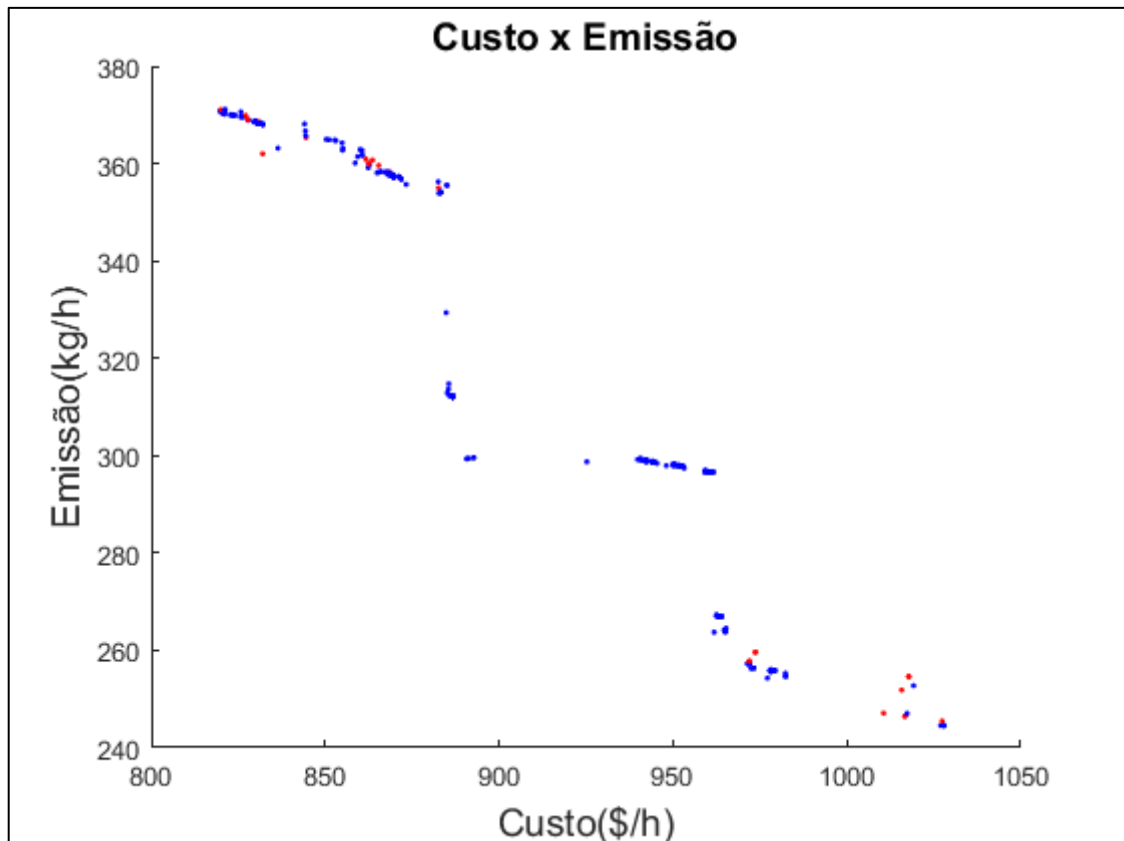
Fonte: Gonçalves (2015)

Comparando as soluções apresentadas na Tabela 5.8 com as apresentadas em 5.9, verifica-se que as soluções determinadas pelo método PDPCBL aplicado à PMPRCP são competitivas, sendo assim conclui-se que a metodologia envolvendo a PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é eficiente para determinar soluções não dominadas para o PMDEA-PV de 6 geradores.

5.2.3 NSGA-II

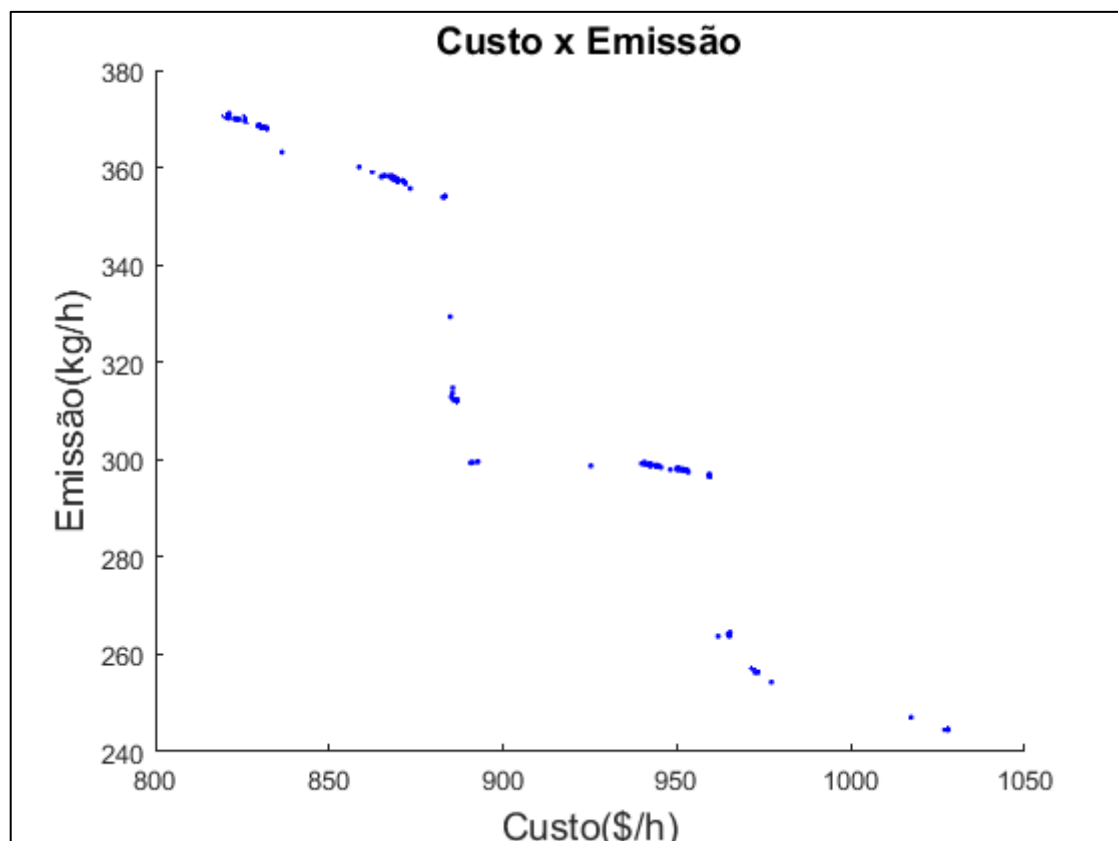
A Figura 5.10 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método NSGA-II em (3.9).

Para a resolução foram considerados 300 indivíduos, o número estabelecido de gerações foi de 40 e os valores iniciais dos parâmetros de penalidade de igualdade e desigualdade são os de, respectivamente, 60 e 5.

Figura 5.10: Soluções para o caso de 6 geradores a partir do NSGA-II

Observa-se que, para a curva de soluções determinadas pelo método NSGA II, a Figura 5.10 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas. Os pontos em vermelho são soluções ineficazes determinadas pelo método.

É possível construir a curva de soluções não dominadas, a qual está representada na Figura 5.11.

Figura 5.11: Curva de soluções não dominadas para o caso de 6 geradores, a partir do NSGA-II

A partir das soluções determinadas pelo método NSGA II, vistos nas Figuras 5.10 e 5.11, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e ambiental F_a , apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 6 geradores a partir do método NSGA-II

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
819,80	371,06
1027,84	244,54

O tempo que o NSGA-II gastou para encontrar as soluções apresentadas na Figura 5.11 foi de 696,50 segundos.

A Figura 5.11 mostra a dificuldade computacional do método NSGA- II para a resolução do PMDEA-PV definido em (3.9), devido a descontinuidades presentes na curva de soluções não dominadas e o alto tempo computacional que o método tomou para determinar tais soluções. Por outro lado, observa-se um desempenho

melhor da metodologia envolvendo o PMPRCP e o PDPCBL para determinar a curva de soluções não dominadas na Figura 5.9. Verifica-se também que, os valores lexicográficos obtidos pelo método PDPCBL, vistos na tabela 5.8, são bem melhores do que os obtidos pelo NSGA II apresentados na tabela 5.10, uma vez que o método NSGA-II não garante a otimalidade das soluções por se tratar de um método heurístico.

Desta forma, é verificado que a técnica de PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é mais eficiente que o NSGA-II para tratar este caso.

5.3 CASO BASE DE 10 UNIDADES GERADORAS

Os valores dos coeficientes usados para a formulação do caso base PMDEA-PV de 10 unidades geradoras foram retirados de Basu (2011) e se encontram no Anexo C deste trabalho.

Para este caso, como os coeficientes A_i , B_i e C_i referentes à função ambiental se encontram em lb/h no trabalho citado, estes coeficientes foram divididos por 100 e multiplicados por 2.1739, com intuito de padronização dos resultados apresentados neste trabalho, isto é, para que os resultados referentes à emissão sejam apresentados em kg/h .

5.3.1 PMP e PDPCBL

Analogamente aos casos anteriores, os pesos v_1 e v_2 neste caso são atualizados por $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, em que $R = 1500$.

As Tabelas 5.11 e 5.12 representam, respectivamente, a melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 10 geradores e a potência gerada em cada gerador i para determinar esta solução:

Tabela 5.11: Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 10 geradores

Custo (\$/h)	Emissão (Kg/h)
109443,81	79,17

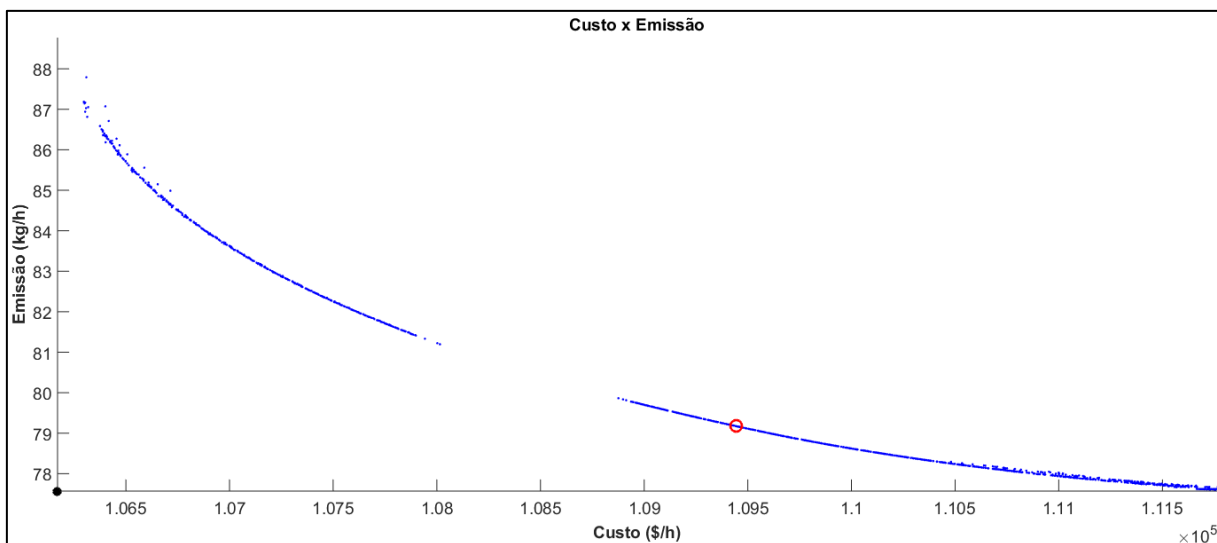
Tabela 5.12: Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.11

Gerador i	Pg_i (MW)
1	55,00
2	76,85
3	76,57
4	75,48
5	156,20
6	178,55
7	270,62
8	279,86
9	414,11
10	416,77

Para o cálculo desta solução de compromisso, as metas F_e^{Min} e F_a^{Min} foram determinadas a partir da resolução do PDE-PV (3.4) e PDA (3.7), respectivamente.

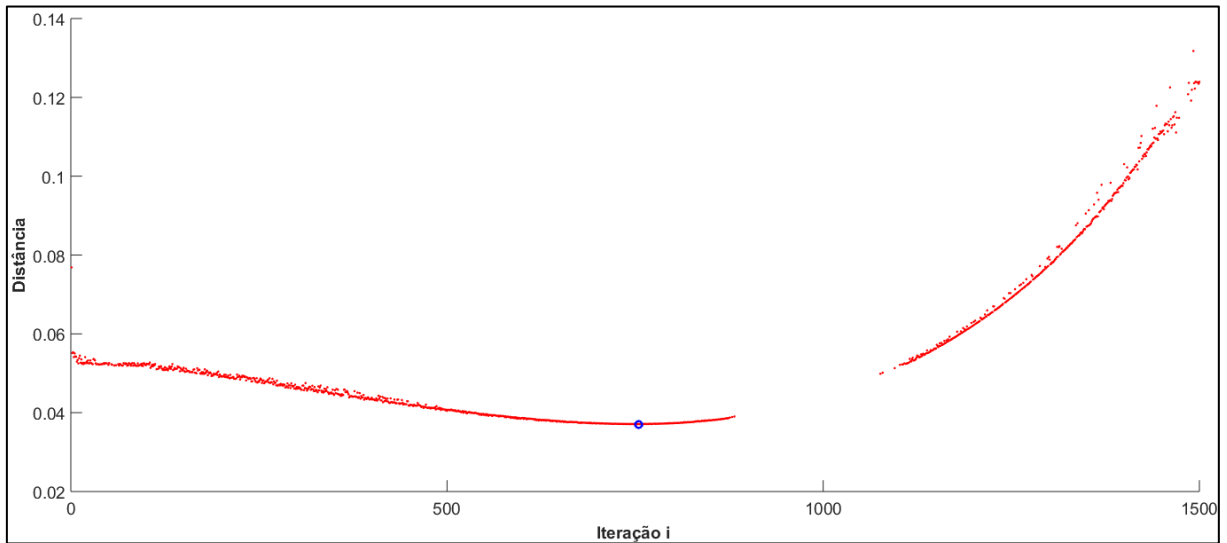
O tempo que o método PDPCBL com $R=1500$ utilizou para determinar esta solução foi de 282,37 segundos. Para cada aplicação η do método PDPCBL à (3.15), é possível determinar uma solução de compromisso. A Figura 5.12 representa as soluções de compromisso determinadas para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 10 geradores.

Figura 5.12: Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 10 geradores



Com a variação dos pesos $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, foi possível o método PDPCBL encontrar diversas soluções de compromisso para este caso, tal que a melhor delas foi encontrada considerando os pesos $v_1 = 0,50333$ e $v_2 = 0,49667$, esta circulada em vermelho na Figura 5.12 e datalogada na Tabela 5.11.

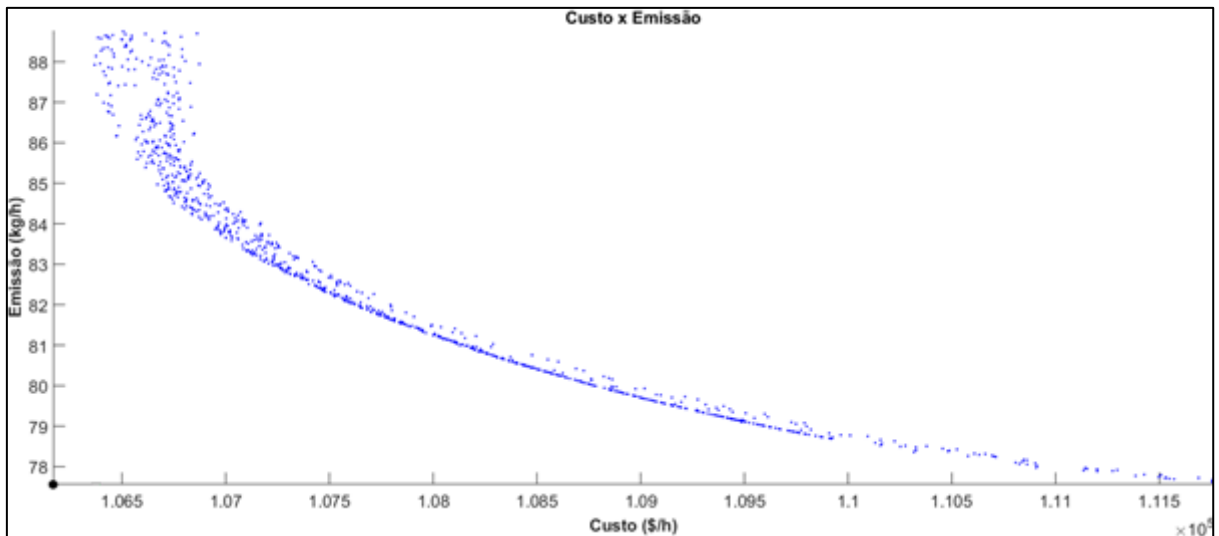
A Figura 5.13 a seguir representa as distâncias entre cada solução de compromisso determinada e a solução ideal $(F_e^{Min} (\$/h); F_a^{Min} (kg/h)) = (106170,40 ; 77,57)$ referente ao caso de 10 geradores, tal que para o cálculo destas distâncias, foi considerada a norma Euclidiana.

Figura 5.13: Distâncias para cada η associadas ao problema de 10 geradores

A distância entre a melhor solução de compromisso encontrada, circulada em azul na Figura 5.13, e o ponto ideal é de $d = 0,03711$. Verifica-se também que durante a variação de η , o método PDPCBL tendeu encontrar diversas soluções de compromisso com distâncias diferentes em relação ao ponto ideal deste caso.

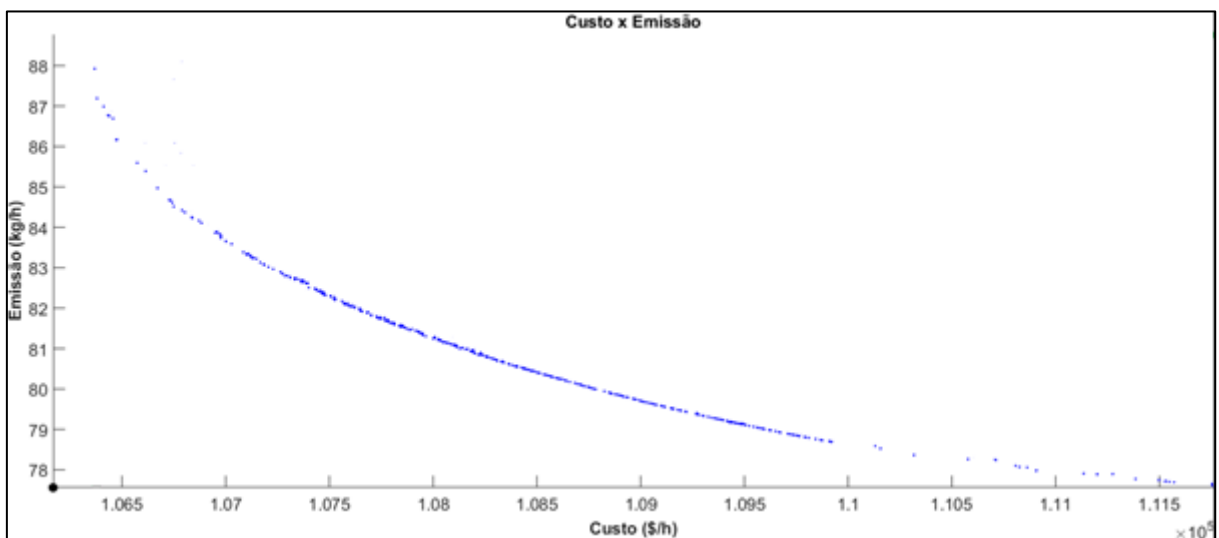
5.3.2 PMPRCP e PDPCBL

A Figura 5.14 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método PDPCBL em (3.18), com os pesos $v_1 = v_2 = 0,5$ e o número de subproblemas gerados pela técnica mista de PMPRCP é de $N = 1500$.

Figura 5.14: Soluções para o caso de 10 geradores a partir do PDPCBL

Observa-se que, para a curva de soluções geradas pelo método PDPCBL, a Figura 5.14 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas

É possível construir a curva de soluções não dominadas para este caso, a qual está representada na Figura 5.15.

Figura 5.15: Curva de soluções não dominadas para o caso de 10 geradores, a partir do método PDPCBL

A partir de soluções determinadas pelo método PDPCBL, ou seja, as soluções determinadas para os subproblemas gerados pela técnica PMPRCP, vistos nas Figuras 5.14 e 5.15, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a apresentados na Tabela 5.13.

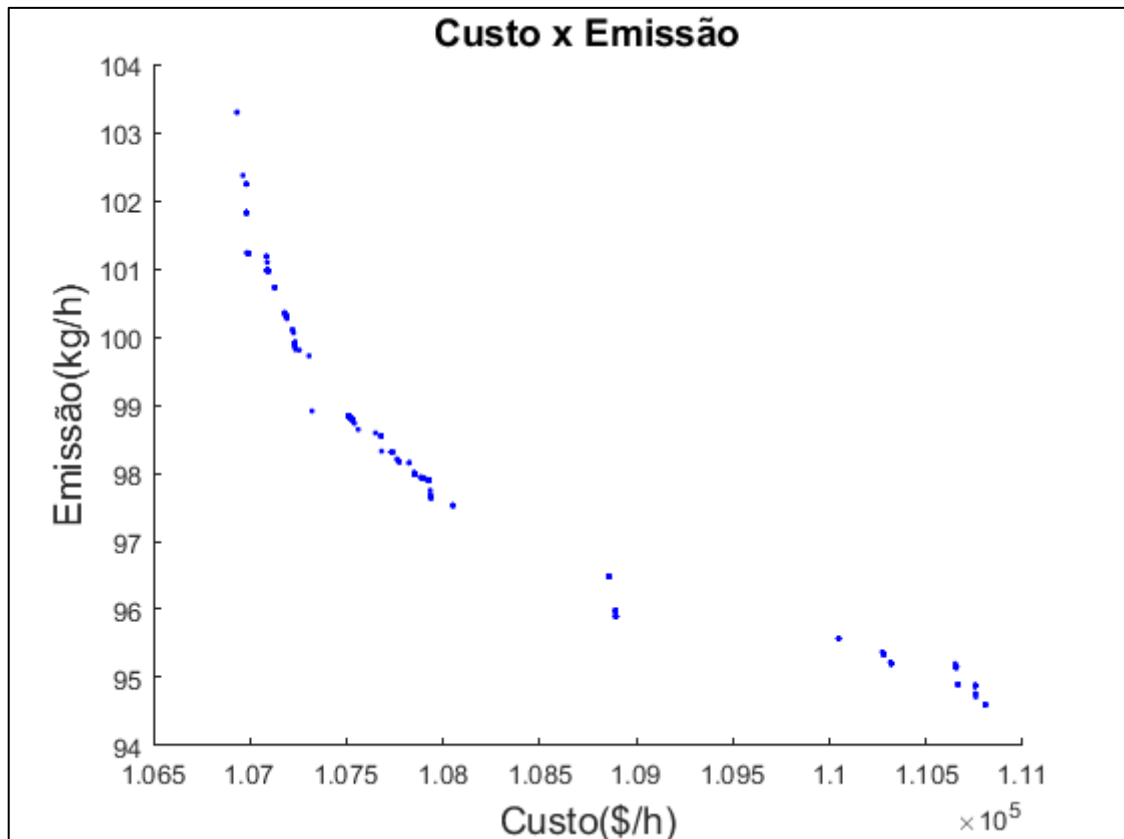
Tabela 5.13: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 10 geradores a partir do método PDPCBL

Custo(\$/h)	Emissão(kg/h)
106170,40	88,77
111768,04	77,57

O tempo que o PDPCBL utilizou para encontrar estas soluções foi de 171,43 segundos.

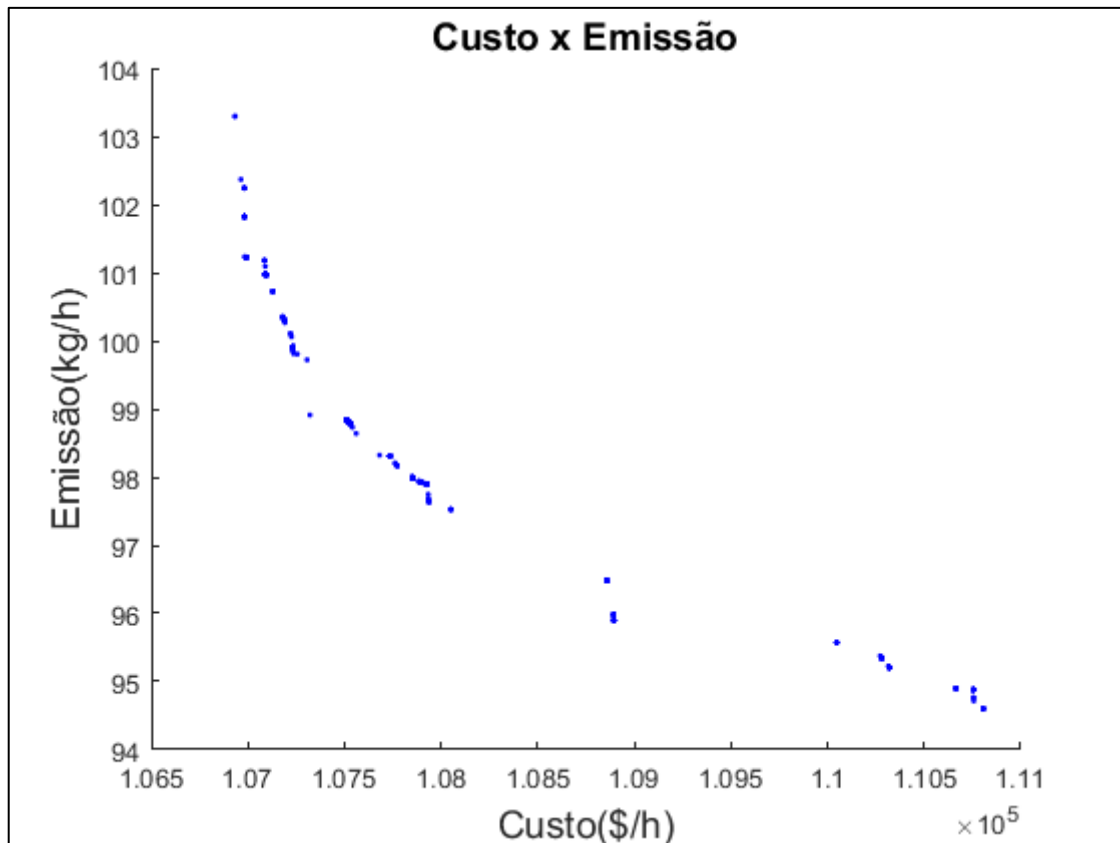
5.3.3 NSGA-II

A Figura 5.16 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método NSGA-II em (3.9). Para a resolução foram considerados 300 indivíduos, o número estabelecido de gerações foi de 40 e os valores iniciais dos parâmetros de penalidade de igualdade e desigualdade são, respectivamente, 60 e 5.

Figura 5.16: Soluções para o caso de 10 geradores a partir do NSGA-II

Observa-se que, para a curva de soluções geradas pelo método NSGA II, a Figura 5.16 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas.

Neste caso, é possível construir a curva de soluções não dominadas, a qual está representada na Figura 5.17.

Figura 5.17: Curva de soluções não dominadas para o caso de 10 geradores, a partir do NSGA-II

A partir das soluções determinadas pelo método NSGA II, vistos nas Figuras 5.16 e 5.17, obtem-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a , mostrados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 10 unidades a partir do método NSGA-

II

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
106933,88	103,29
110804,92	94,60

O tempo que o NSGA-II tomou para encontrar estas soluções foi de 3229,61 segundos.

A Figura 5.17 mostra a dificuldade computacional do método NSGA- II para a resolução do PMDEA-PV definido em (3.9), devido a descontinuidades presentes na curva de soluções não dominadas e o alto tempo computacional que o método

tomou para determinar tais soluções. Por outro lado, observa-se um desempenho melhor da metodologia envolvendo o PMPRCP e o PDPCBL para determinar a curva de soluções não dominadas na Figura 5.15. Verifica-se também que, os valores lexicográficos obtidos pelo método PDPCBL, vistos na tabela 5.13, são bem melhores do que os obtidos pelo NSGA II apresentados na tabela 5.14, uma vez que o método NSGA-II não garante a otimalidade das soluções por se tratar de um método heurístico.

Desta forma, é verificado que a técnica de PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é mais eficiente que o NSGA-II para tratar este caso.

5.4 CASO BASE DE 19 UNIDADES GERADORAS

Os valores dos coeficientes usados para a formulação do caso base PMDEA-PV de 19 unidades geradoras foram retirados de Gonçalves (2015) e se encontram no Anexo D deste trabalho.

5.4.1 PMP e PDPCBL

Analogamente aos casos anteriores, os pesos v_1 e v_2 neste caso são atualizados por $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, em que $R = 1500$.

As Tabelas 5.15 e 5.16 representam, respectivamente, a melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 19 geradores e a potência gerada em cada gerador i para determinar esta solução:

Tabela 5.15: Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 19 geradores

Custo (\$/h)	Emissão (Kg/h)
17473,96	12946,02

Tabela 5.16: Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.15

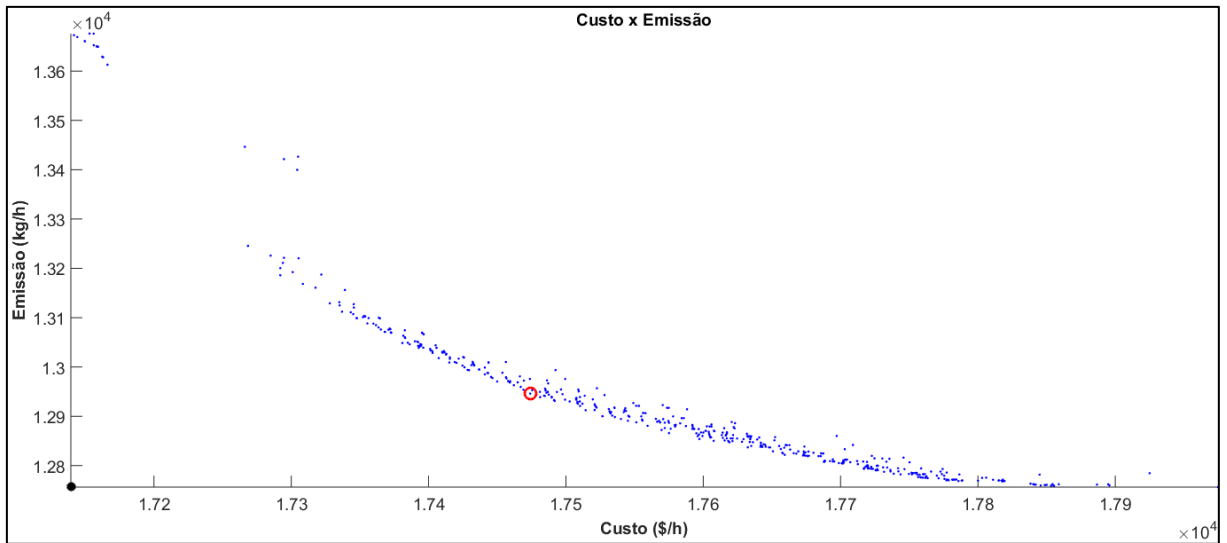
Gerador i	Pg_i (MW)	Gerador i	Pg_i (MW)
1	257,08	11	150,00
2	245,66	12	75,00
3	225,30	13	63,75
4	25,00	14	95,00
5	63,75	15	204,31
6	218,77	16	80,00
7	63,75	17	80,00
8	190,62	18	230,00
9	200,00	19	400,00
10	40,00	-	-

Para o cálculo desta solução de compromisso, as metas F_e^{Min} e F_a^{Min} foram determinadas a partir da resolução do PDE-PV e PDA em separado, respectivamente.

O tempo que o método PDPCBL com $R=1500$ tomou para determinar esta solução foi de 446,98 segundos.

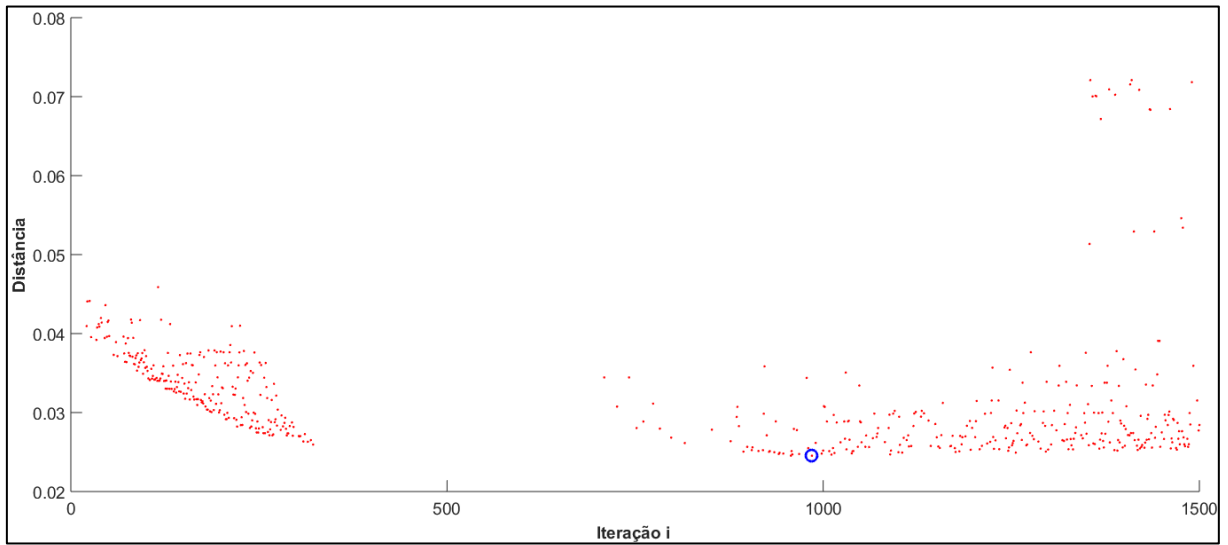
Para cada aplicação η do método PDPCBL à (3.15), é possível determinar uma solução de compromisso. A Figura 5.18 representa as soluções de compromisso determinadas para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 19 geradores.

Figura 5.18: Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 19 geradores



Com a variação dos pesos $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, foi possível o método PDPCBL encontrar diversas soluções de compromisso para este caso, tal que a melhor delas foi encontrada considerando os pesos $v_1 = 0,714$ e $v_2 = 0,286$, esta circulada em vermelho na Figura 5.18 e datalogada na Tabela 5.15.

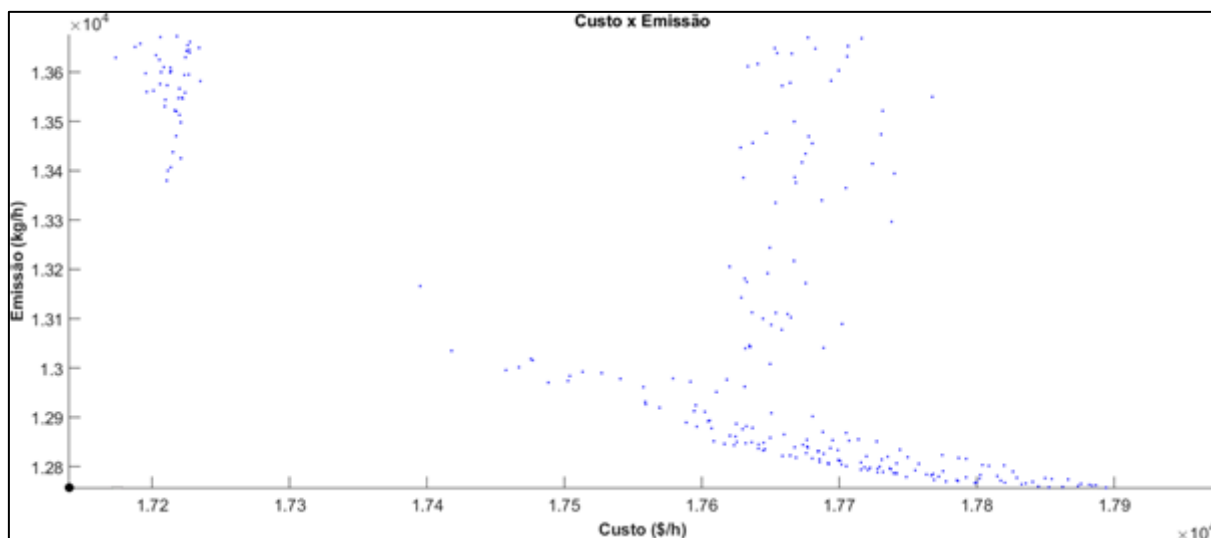
A Figura 5.19 a seguir representa as distâncias entre cada solução de compromisso determinada e a solução ideal $(F_e^{Min}; F_d^{Min}) = (17139,49; 12756,40)$ referente ao caso de 19 geradores, tal que para o cálculo destas distâncias, foi considerada a norma Euclidiana.

Figura 5.19: Distâncias para cada η associadas ao problema de 19 geradores

A distância entre a melhor solução de compromisso encontrada, circulada em azul na Figura 5.19, e o ponto ideal é de $d = 0,024531$. Verifica-se também que durante a variação de η , há diversar soluções de compromisso determinadas pelo método PDPCBL que possuem distâncias diferentes em relação ao ponto ideal deste caso.

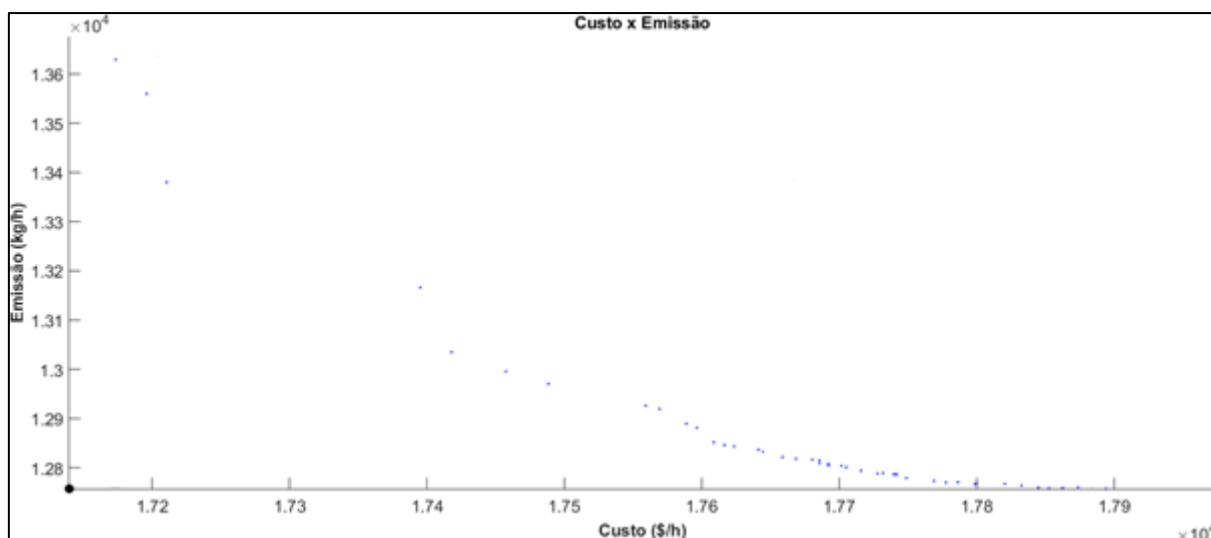
5.4.2 PMPRCP e PDPCBL

A Figura 5.20 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método PDPCBL em (3.18), com os pesos $v_1 = v_2 = 0,5$ e o número de subproblemas gerados pela técnica mista de PMPRCP é de $N = 1500$.

Figura 5.20: Soluções para o caso de 19 geradores a partir do PDPCBL

Observa-se que, para a curva de soluções geradas pelo método PDPCBL, a Figura 5.20 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas.

É possível construir a curva de Pareto ótima obtida, a qual está representada na Figura 5.21.

Figura 5.21: Curva de soluções não dominadas para o caso de 19 geradores, a partir do método PDPCBL

A partir dos valores obtidos pelo método PDPCBL, ou seja, as soluções determinadas para os subproblemas gerados pela técnica PMPRCP, vistos nas Figuras 5.19 e 5.20, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a apresentados na Tabela 5.17.

Tabela 5.17: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 geradores a partir do método PDPCBL

Custo(\$/h)	Emissão(kg/h)
17139,49	13675,99
17974,80	12756,40

O tempo que o PDPCBL levou para determinar as soluções apresentadas na Figura 5.20 foi de 443,53 segundos

A Tabela 5.18 a seguir é considerada para fins de comparação e refere-se as soluções lexicográficas para o PMDEA-PV apresentadas em Gonçalves (2015) para o caso de 19 geradores, onde a autora utilizou o método de suavização hiperbólica para tratar a não diferenciabilidade referente ao termo modular da função custo.

Tabela 5.18: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 apresentados em Gonçalves (2015)

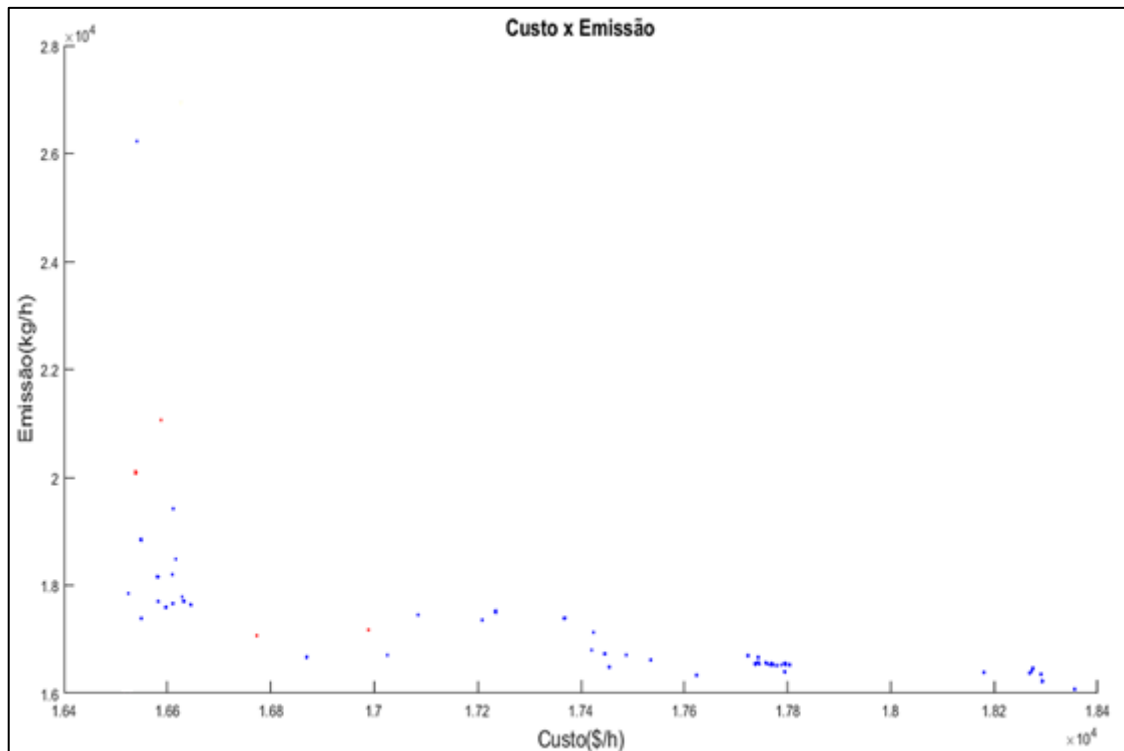
Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
16992,56	14339,95
17811,00	12800,00

Fonte: Gonçalves (2015)

Comparando as soluções apresentadas na Tabela 5.17 com as apresentadas em 5.18, verifica-se que as soluções determinadas pelo método PDPCBL aplicado à PMPRCP são competitivas, sendo assim conclui-se que a metodologia envolvendo a PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é eficiente para determinar soluções não dominadas para o PMDEA-PV de 19 geradores.

5.4.3 NSGA-II

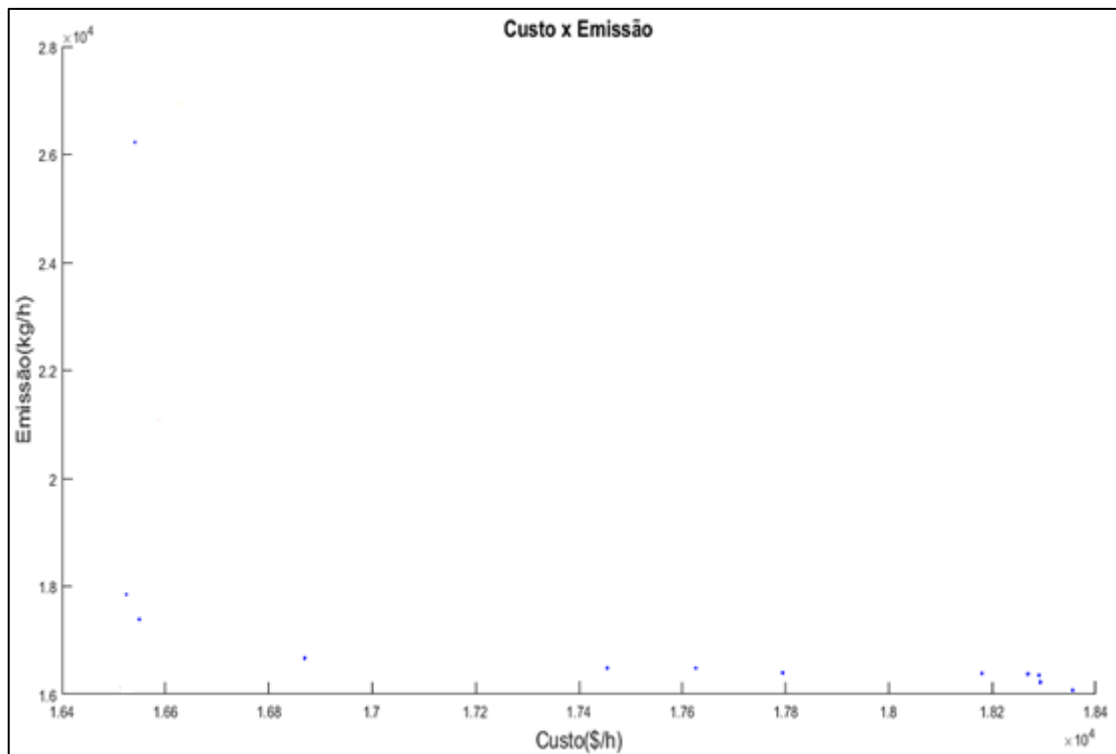
A Figura 5.22 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método NSGA-II em (3.9). Para a resolução foram considerados 300 indivíduos, o número estabelecido de gerações foi de 80 e os valores iniciais dos parâmetros de penalidade de igualdade e desigualdade são, respectivamente, 30 e 0,7.

Figura 5.22: Soluções para o caso de 19 geradores a partir do NSGA-II

Observa-se que, para a curva de soluções determinadas pelo método NSGA II, a Figura 5.22 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas. As soluções em vermelho são soluções infactíveis determinadas pelo método.

É possível construir a curva de soluções não dominadas, a qual está representada na Figura 5.23.

Figura 5.23: Curva de Soluções eficientes ou Pareto-ótimas para o caso de 19 geradores, a partir do NSGA-II



A partir das soluções determinadas pelo método NSGA II, vistos na Figura 5.23, obtem-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a , mostrados na Tabela 5.19.

Tabela 5.19: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 19 unidades a partir do método NSGA-II

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
16600,00	26260,00
18355,47	16072,71

O tempo que o NSGA-II tomou para determinar as soluções apresentadas na figura 5.23 de 1572,94 segundos.

A Figura 5.23 mostra a dificuldade computacional do método NSGA-II para a resolução do PMDEA-PV definido em (3.9), devido a descontinuidades presentes na curva de soluções não dominadas e o alto tempo computacional que o método tomou para determinar tais soluções. Por outro lado, observa-se um desempenho

melhor da metodologia envolvendo o PMPRCP e o PDPCBL para determinar a curva de soluções não dominadas na Figura 5.21. Verifica-se também que, os valores lexicográficos obtidos pelo método PDPCBL, vistos na tabela 5.17, são bem melhores do que os obtidos pelo NSGA II apresentados na tabela 5.19, uma vez que o método NSGA-II não garante a otimalidade das soluções por se tratar de um método heurístico.

Desta forma, é verificado que a técnica de PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é mais eficiente que o NSGA-II para tratar este caso.

5.5 CASO BASE DE 40 UNIDADES GERADORAS

Os valores dos coeficientes usados para a formulação do caso base PMDEA-PV de 40 unidades geradoras foram retirados de Basu (2011) e se encontram no Anexo E deste trabalho.

Para este caso, como os coeficientes A_i , B_i e C_i referentes à função ambiental se encontram em ton/h no trabalho citado, estes coeficientes foram divididos por 100, com intuito de padronização dos resultados apresentados neste trabalho, isto é, para que os resultados referentes à emissão sejam apresentados em kg/h .

5.5.1 PMP e PDPCBL

Analogamente aos casos anteriores, os pesos v_1 e v_2 neste caso são atualizados por $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, em que $R = 1500$.

A Tabela 5.20 e a Tabela 5.21 representam, respectivamente, a melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 40 geradores e a potência gerada em cada gerador i para determinar esta solução:

Tabela 5.20: Melhor solução de compromisso encontrada para o PMDEA-PV de 40 geradores

Custo (\$/h)	Emissão (Kg/h)
122749,86	624496,66

Tabela 5.21: Potência gerada em cada unidade geradora i para determinar a melhor solução de compromisso representada na Tabela 5.20.

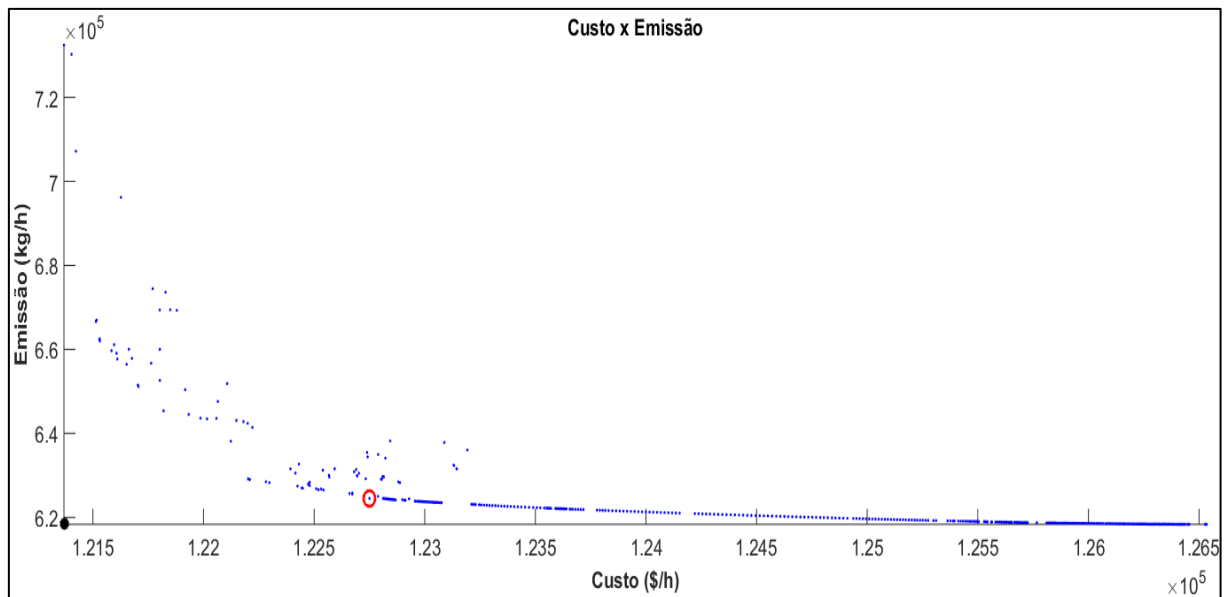
Gerador i	Pg_i (MW)	Gerador i	Pg_i (MW)	Gerador i	Pg_i (MW)	Gerador i	Pg_i (MW)
1	114,00	11	318,40	21	523,28	31	190,00
2	114,00	12	243,60	22	523,28	32	190,00
3	97,40	13	304,52	23	535,40	33	190,00
4	179,73	14	214,76	24	535,40	34	200,00
5	91,18	15	214,76	25	550,00	35	200,00
6	105,40	16	214,76	26	550,00	36	200,00
7	300,00	17	489,28	27	10,00	37	89,11
8	284,60	18	489,28	28	10,00	38	89,11
9	284,60	19	511,28	29	10,00	39	89,11
10	130,00	20	511,28	30	91,18	40	511,28

Para o cálculo desta solução de compromisso, as metas F_e^{Min} e F_a^{Min} foram determinadas a partir da resolução do PDE-PV (3.4) e PDA (3.7), respectivamente.

O tempo que o método PDPCBL com $R=1500$ utilizou para determinar esta solução foi de 312,30 segundos.

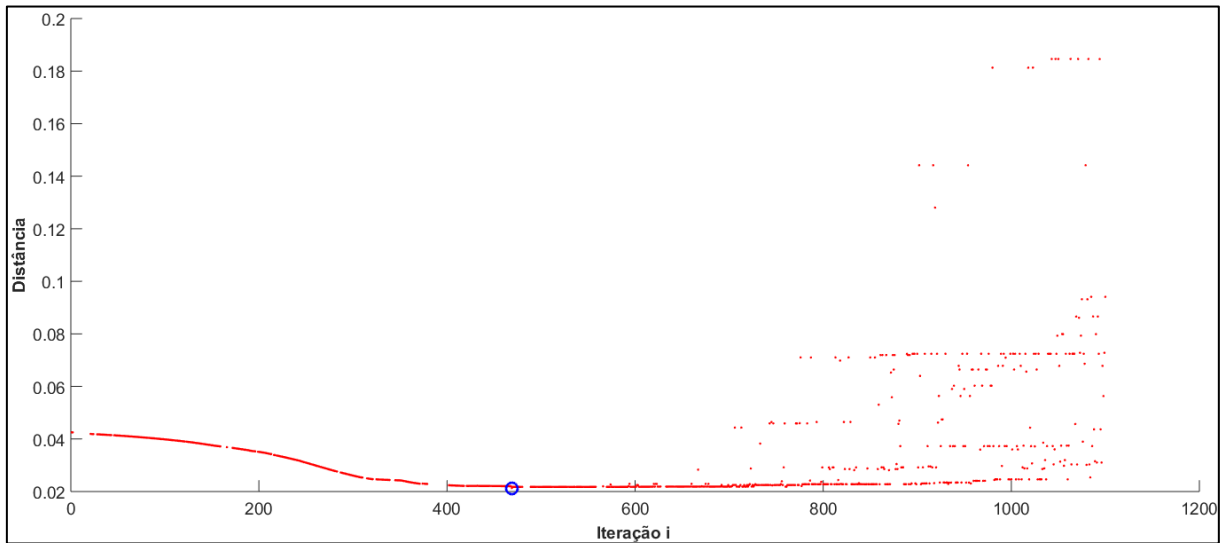
Para cada aplicação η do método PDPCBL à (3.15), é possível determinar uma solução de compromisso. A Figura 5.24 representa as soluções de compromisso determinadas para cada peso pré-estabelecido associado ao caso de 40 geradores.

Figura 5.24: Soluções de compromisso para cada peso pre-estabelecido associado ao caso de 40 geradores



Com a variação dos pesos $v_1 = \eta / R$, $\eta = 1, \dots, R$ e $v_2 = 1 - v_1$, foi possível o método PDPCBL encontrar diversas soluções de compromisso para este caso, tal que a melhor delas foi encontrada considerando os pesos $v_1 = 0,42636$ e $v_2 = 0,57364$, esta circulada em vermelho na Figura 5.24 e datalogada na Tabela 5.20.

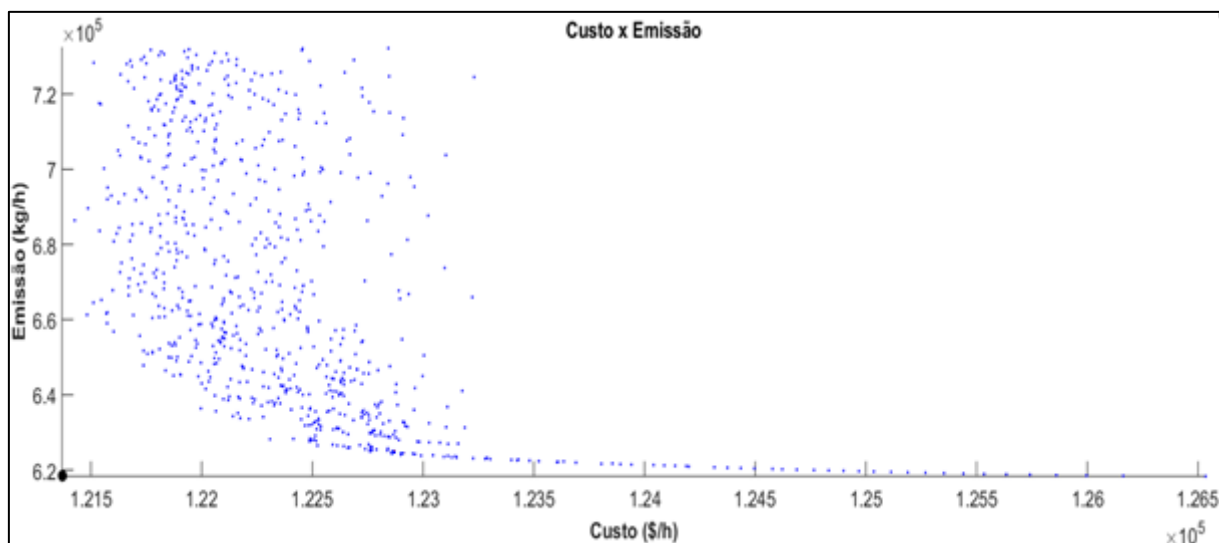
A Figura 5.25 representa as distâncias entre cada solução de compromisso determinada e a solução ideal $(F_e^{Min}(\$/h); F_a^{Min}(kg/h)) = (121369,09; 618339,30)$ referente ao caso de 40 geradores, tal que para o cálculo destas distâncias, foi considerada a norma Euclidiana.

Figura 5.25: Distâncias para cada η associadas ao problema de 40 geradores

A distância entre a melhor solução de compromisso encontrada, circulada em azul na Figura 5.25, e o ponto ideal é de $d = 0,021335$. Verifica-se também que durante a variação de $\eta = 500$ a $\eta = 800$, aproximadamente, o método PDPCBL tendeu a encontrar a mesma solução de compromisso.

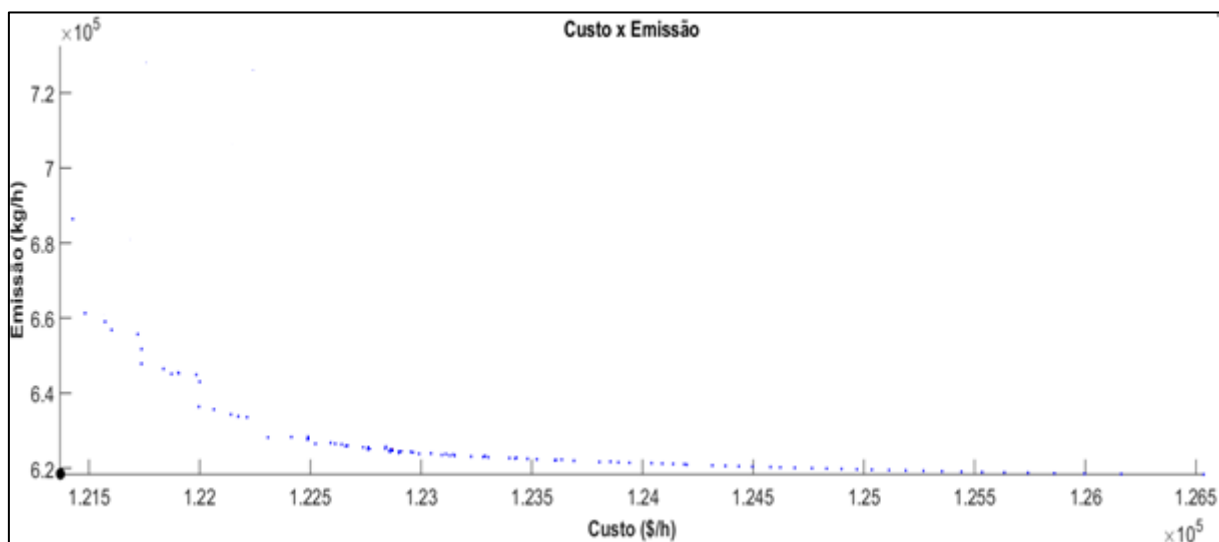
5.5.2 PMPRCP e PDPCBL

A Figura 5.26 representa as soluções determinadas a partir da aplicação do método PDPCBL em (3.18), com os pesos $v_1 = v_2 = 0,5$ e o número de subproblemas gerados pela técnica mista de PMPRCP é de $N = 1500$.

Figura 5.26: Soluções para o caso de 40 geradores a partir do PDPCBL

Observa-se que, para a curva de soluções geradas pelo método PDPCBL, a Figura 5.26 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas.

É possível construir a curva de soluções não dominadas para este caso, a qual está representada na Figura 5.27.

Figura 5.27: Curva de soluções não dominadas para o caso de 40 geradores, a partir do método PDPCBL

A partir dos valores obtidos pelo método PDPCBL, ou seja, as soluções determinadas para os subproblemas gerados pela técnica PMPRCP, vistos nas Figuras 5.26 e 5.27, obtêm-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e e ambiental F_a apresentados na Tabela 5.22.

Tabela 5.22: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 40 geradores a partir do método PDPCBL

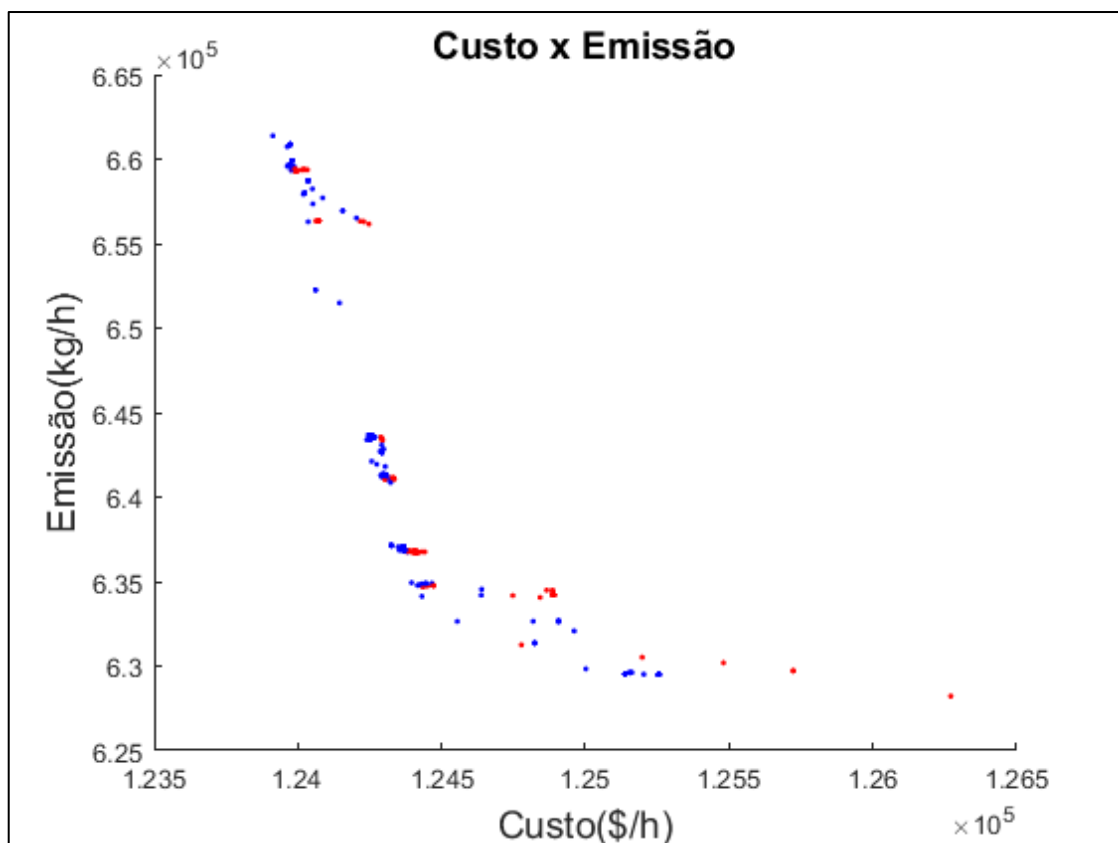
Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
121369,09	732488,58
126534,68	618339,30

O tempo que o PDPCBL levou para encontrar estas soluções foi de 459,08 segundos.

5.5.3 NSGA-II

A Figura 5.28 representa as soluções encontradas a partir da aplicação do método NSGA-II em (3.9). Para a resolução foram considerados 300 indivíduos, o número estabelecido de gerações foi de 200 e os valores iniciais dos parâmetros de penalidade de igualdade e desigualdade são, respectivamente, 65 e 5.

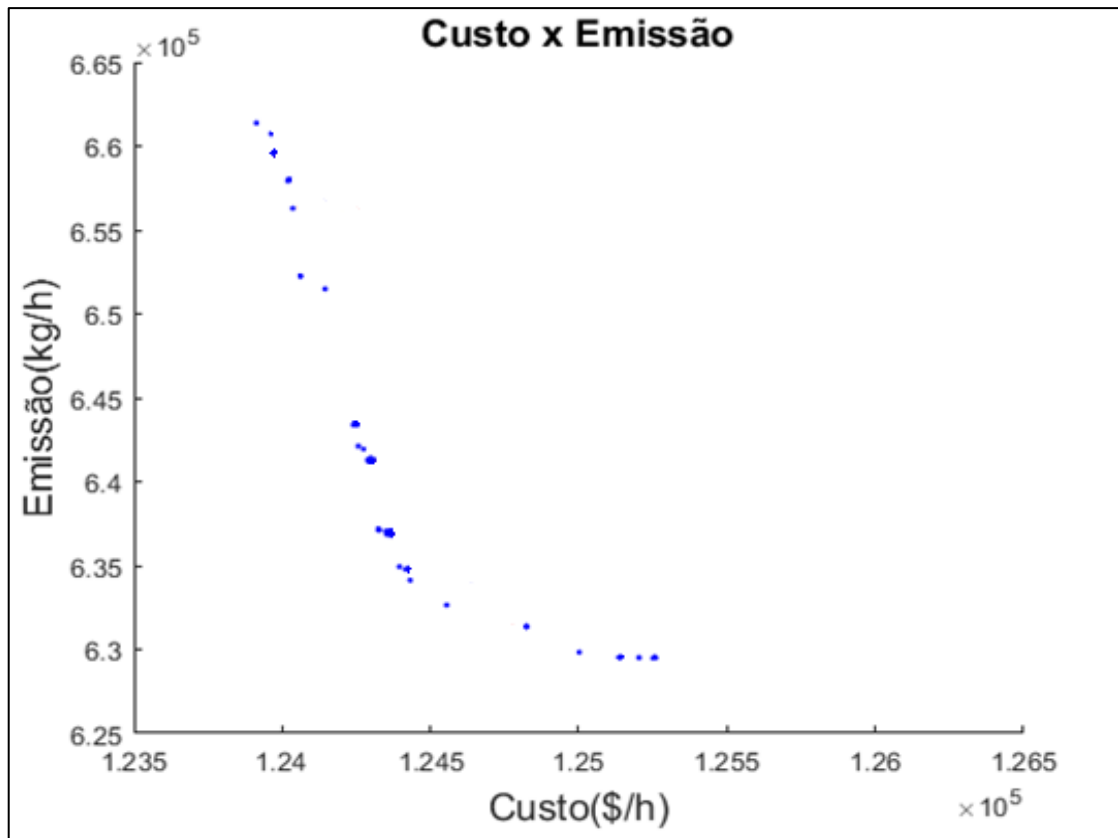
Figura 5.28: Soluções para o caso de 40 geradores a partir do NSGA-II



Observa-se que, para a curva de soluções geradas pelo método NSGA II, a Figura 5.28 representa valores relativos a soluções dominadas e não-dominadas. Os pontos em vermelho são soluções infactíveis determinadas pelo método.

É possível construir a curva de Pareto ótima obtida, a qual está representada na Figura 5.29.

Figura 5.29: Curva de soluções não dominadas para o caso de 40 geradores, a partir do NSGA-II



A partir das soluções determinadas pelo método NSGA II, vistos nas Figuras 5.28 e 5.29, obtem-se os seguintes valores lexicográficos para a função custo F_e ambiental F_a , mostrados na Tabela 5.23.

Tabela 5.23: Mínimos e maximos encontrados para o caso de 40 geradores a partir do método NSGA-II

Custo(\$/h)	Emissão(Kg/h)
123910,00	661380,00
125300,00	629500,00

O tempo que o NSGA-II tomou para determinar as soluções apresentadas na Figura 5.29 foi de 2777,083484 segundos.

A Figura 5.29 mostra a dificuldade computacional do método NSGA- II para a resolução do PMDEA-PV definido em (3.9), devido a descontinuidades presentes na curva de soluções não dominadas e o alto tempo computacional que o método tomou para determinar tais soluções. Por outro lado, observa-se um desempenho melhor da metodologia envolvendo o PMPRCP e o PDPCBL para determinar a curva de soluções não dominadas na Figura 5.27. Verifica-se também que, os valores lexicográficos obtidos pelo método PDPCBL, vistos na tabela 5.22, são bem melhores do que os obtidos pelo NSGA II apresentados na tabela 5.23, uma vez que o método NSGA-II não garante a otimalidade das soluções por se tratar de um método heurístico.

Desta forma, é verificado que a técnica de PMPRCP em conjunto com o método PDPCBL é mais eficiente que o NSGA-II para tratar este caso.

5.4 DISCUSSÃO

Conforme os resultados apresentados nas subseções 5.1.1, 5.2.1, 5.3.1, 5.4.1 e 5.5.1, verifica-se que a técnica de PMP aplicada ao PMDEA-PV em conjunto com o método PDPCBL foram eficientes para determinar soluções de compromisso para os casos de 3, 6, 10, 19 e 40 unidades geradoras considerando-se pesos diferentes para as funções ambiental e econômica. Assim pode-se verificar também para quais pesos, quais destas soluções estão mais próximas da solução ideal do problema. Tais resultados validam a proposta da aplicação da técnica PMP para uma nova formulação do PMDEA-PV apresentada em (3.15).

Observa-se também que o método PDPCBL, em conjunto com a técnica PMPRCP apresentada em (3.18), determinou soluções competitivas em relação às soluções de mínimos e máximos vistas em Gonçalves (2015) para os casos de 3, 6,

e 19 unidades geradoras. Além disso, a PMPRCP se mostrou mais eficiente que o NSGA-II para determinar a curva de soluções não dominadas para o PMDEA-PV.

Isso é justificado pela razão que, o método NSGA-II, mesmo sendo um método usado para gerar a curva de soluções não dominadas para um problema multibjetivo, trata-se de uma técnica heurística de resolução destes problemas, que não garante a otimalidade das soluções determinadas.

Enquanto que, a técnica determinística PDPCBL, garante a otimalidade das soluções determinadas para cada subproblema mono-objetivo gerado pela técnica PMPRCP. Desta forma, há um incentivo ao uso desta técnica para resolver problemas mais robustos e difíceis no futuro.

5.5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia determinística envolvendo as técnicas de otimização multiobjetivo denominadas de Programação por Metas Ponderadas (PMP), Programação por Metas Ponderadas com a inclusão da estratégia de Restrições Canalizadas Progressivas (PMPRCP) e o método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logarítmica (PDPCBL), bem como o método heurístico NSGA-II, os quais foram aplicadas à resolução do problema multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental, com o efeito de Pontos de Carregamento de válvula (PMDEA-PV).

Os casos base do PMDEA-PV de 3, 6, 10, 19 e 40 unidades geradoras foram formulados a partir de um conjunto de subproblemas mono-objetivo definidos pelas técnicas PMP apresentada em (3.15) e PMPRCP apresentada em (3.18), os quais são solucionados pelo método PDPCBL, bem como a formulação apresentada em (3.9) foi resolvida pelo método heurístico NSGA-II, com o intuito de comparar os resultados obtidos e validar a metodologia apresentada relativa à PMPRCP.

Através dos resultados obtidos concluímos que, a utilização de uma metodologia determinística que acopla a Programação por Metas Ponderadas, a Programação por Metas Ponderadas com inclusão da estratégia de Restrições Canalizadas Progressivas e os métodos de pontos interiores, pode ser utilizada, respectivamente, para determinar soluções de compromisso e soluções não dominadas (Pareto eficientes) com sucesso para resolver problemas multiobjetivos, em particular o PMDEA-PV.

Neste sentido, pretende-se, também, desenvolver e estender o método Primal-Dual Previsor-Corretor de pontos interiores considerando a função Barreira Logarítmica Modificada (PDPCBLM) à PMP e à PMPRCP, o qual será utilizado em uma estratégia conjunta com o método PDPCBL, em um procedimento acoplado envolvendo métodos de pontos interiores e métodos de pontos exteriores, para explorar o melhor de cada um destes métodos. Neste caso, o PDPCBL opera até atingir determinada proximidade da solução ótima, para em seguida utilizar o PDPCBLM, com o intuito de evitar o mal condicionamento da matriz hessiana do problema próximo à solução ótima e assim atingir a otimalidade das soluções de compromisso e não dominadas com uma melhor precisão desejada. Esta nova

metodologia determinística será utilizada para resolver problemas multiobjetivo associados ao PMDEA-PV com a inserção de perdas na transmissão e com dimensões maiores do que os solucionados neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADLER, I., RESENDE, M. G., VEIGA, G., & KARMAKAR, N. (1989). An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming. **Mathematical programming**, 44(1-3), 297-335.

AHERN, Aoife; ANANDARAJAH, Gabriel. Railway projects prioritisation for investment: Application of goal programming. **Transport Policy**, v. 14, n. 1, p. 70-80, 2007.

AOUNI, B., & KETTANI, O. Goal programming model: A glorious history and a promising future. **European Journal of Operational Research**, 133, 225–231, 2001.

AOUNI, B., COLAPINTO, C., & LA TORRE, D. Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. **European Journal of Operational Research**, 234(2), 536-545, 2014.

BAPTISTA, E. C., BELATI, E. A., SOUZA, V. A., & DA COSTA, G. R. M. (2006). Primal-dual logarithmic barrier and augmented Lagrangian function to the loss minimization in power systems. **Electric power components and systems**, 34(7), 775-784

BARNES, Earl R. A variation on Karmarkar's algorithm for solving linear programming problems. **Mathematical programming**, v. 36, n. 2, p. 174-182, 1986.

BASU, M. (2011). Economic environmental dispatch using multi-objective differential evolution. *Applied Soft Computing*, 11(2), 2845 - 2853.

BAZARAA, M.; SHERALI, H.; SHETTY, C. M. *Nonlinear optimization*. 2006.

BEYER, H.-G.; DEB, Kalyanmoy. On self-adaptive features in real-parameter evolutionary algorithms. **IEEE Transactions on evolutionary computation**, v. 5, n. 3, p. 250-270, 2001.

BOLETIM ANUAL DO COMITÊ BRASILEIRO DO CONSELHO MUNDIAL DE ENERGIA. *Estatística brasileira de energia*. Rio de Janeiro, ano XXXVIII, n. 48, p. 22-23, 2002;

BROWNLEE, Jason. **Clever algorithms: nature-inspired programming recipes**. Jason Brownlee, 2011.

CARROLL, Charles W. The created response surface technique for optimizing nonlinear, restrained systems. **Operations research**, v. 9, n. 2, p. 169-184, 1961.

CHARNES, A., COOPER, W. W., & FERGUNSON, R. O. (1955). Optimal estimation of executive compensation by linear programming. **Management science**, 1(2), 138-151.

CHARNES, Abraham; COOPER, William Wager. **Management models and industrial applications of linear programming**. 1961.

COLAPINTO, C., JAYARAMAN, R., & MARSIGLIO, S. Multi-criteria decision analysis with goal programming in engineering, management and social sciences: a state-of-the art review. **Annals of Operations Research**, 251(1-2), 7-40, 2017.

COSTA, Raphael Ribeiro. **Algumas contribuições para a otimização multiobjetivo via teoria dos cones**. 2013.

DEB, Kalyanmoy; AGRAWAL, Ram B. Simulated binary crossover for continuous search space. **Complex systems**, v. 9, n. 3, p. 1-15, 1994.

DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S., & MEYARIVAN, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE transactions on evolutionary computation**, 6(2), 182-197.

DHAKAR, Bharti; SRIVASTAVA, Laxmi. Goal attainment method for solving reactive power dispatch. In: **2016 IEEE 6th International Conference on Power Systems (ICPS)**. IEEE, 2016. p. 1-5.

DOS REIS, Lineu Belico. **Geração de energia elétrica**. Editora Manole, 2015.

EL-HAWARY, M. E., EL-HAWARY, F., & GAN, M. (1992, September). NOx emission performance models in electric power system. In **Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering** (Vol. 2).

Fang, S. C. & Puthenpura, S. (1993). **Linear optimization and extensions: theory and algorithms**. New Jersey: Prentice-Hall.

FIACCO, A. V.; MCCORMICK, G. P. **Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques, Classics in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 1990**. ISBN 0-89871-254-8.

FRENCH, S., MAULE, J., & PAPAMICHAIL, N. (2009). **Decision behaviour, analysis and support**. Cambridge University Press

FRISCH, Ragnar. The logarithmic potential method of convex programming with particular application to the dynamics of planning for national development. **Memorandum from the Institute of Economics, University of Oslo, Oslo**, 1955.

GENT, M. R. & LAMONT, J. W. (1971). Minimum-emission dispatch. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-90(6), 2650_2660.

GHERBI, Yamina Ahlem; BOUZEBODJA, Hamid; GHERBI, Fatima Zohra. The combined economic environmental dispatch using new hybrid metaheuristic. **Energy**, v. 115, p. 468-477, 2016.

GOMES, João Paulo Pombeiro; VIEIRA, Marcelo Milano Falcão. O campo da energia elétrica no Brasil de 1880 a 2002. **Revista de Administração Pública**, v. 43, n. 2, p. 295-322, 2009.

GONÇALVES, Elis. Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. 2015.

GONÇALVES, E., BALBO, A. R., BAPTISTA, E. C., DA SILVA, D. N., & NEPOMUCENO, L. (2017). O problema multiobjetivo de despacho econômico/ambiental e uma comparação entre os métodos de restrições canalizadas progressivas e de reescalamento não-linear com o NSGA-II. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, 5(1).

GONÇALVES, E. , BALBO, A. R. , DA SILVA, D. N., NEPOMUCENO, L. , BAPTISTA, E. C., SOLER, E. M. Deterministic approach for solving multi-objective non-smooth Environmental and Economic dispatch problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems** *JCR*, v. 104, p. 880-897, 2019.

GRANVILLE, Sergio. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **IEEE Transactions on power systems**, v. 9, n. 1, p. 136-146, 1994.

GRÜBLER, A. (2013). Energy transitions, in encyclopedia of earth c. j. <http://www.digitaluniverse.net/energytransitions/view/article/152561/>. Acessado em 19 de Dezembro de 2018.

HAIMES, Y. V. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. **IEEE transactions on systems, man, and cybernetics**, v. 1, n. 3, p. 296-297, 1971.

HAPP, H. H. Optimal power dispatch: A comprehensive survey. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 96, n. 3, p. 841-854, 1977.

IGNIZIO, James P. **Goal programming and extensions**. Lexington Books, 1976.

IJIRI, Yuji. **Management goals and accounting for control**. North Holland Pub. Co., 1965.

JANNUZI, Gilberto M.; SWISHER, Joel NP. Planejamento integrado de recursos energéticos. **Campinas, São Paulo, Editora Autores Associados**, 1997.

JONES, D., & TAMIZ, M. Goal programming in the period 1990–2000. In *Multiple Criteria Optimization: State of the art annotated bibliographic surveys*, 129-170. Springer, Boston, MA, 2003.

JONES, D; TAMIZ, M. **Practical goal programming**. International series in operations research and management science. 2010.

JONES, D. F., TAMIZ, M., & MIRRAZAVI, S. K. (1998). Intelligent solution and analysis of goal programmes: the GPSYS system. **Decision support systems**, 23(4), 329-332.

KAKDE, M. R. O. (2004). Survey on multiobjective evolutionary and real coded genetic algorithms. In **Proceedings of the 8th Asia Pacific symposium on intelligent and evolutionary systems** (pp. 150-161).

KAPLAN, Seymour. **Energy economics: quantitative methods for energy and environmental decisions**. McGraw-Hill College, 1983.

KARMARKAR, Narendra. A new polynomial-time algorithm for linear programming. In: **Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing**. ACM, 1984. p. 302-311.

KOJIMA, M., MIZUNO, S., & YOSHISE, A. (1989). A primal-dual interior point algorithm for linear programming. In **Progress in mathematical programming** (pp. 29-47). Springer, New York, NY.

KORHONEN, P., SALO, S., & STEUER, R. E. (1997). A heuristic for estimating nadir criterion values in multiple objective linear programming. **Operations Research**, 45(5), 751-757.

LEE, S. M. (1972). **Goal programming for decision analysis** (pp. 252-260). Philadelphia: Auerbach Publishers.

LUKŠAN, L., MATONOHAAatonoha, C., & VIČEK, J. (2004). Interior-point method for non-linear non-convex optimization. **Numerical linear algebra with applications**, 11(5-6), 431-453.

MACHADO, Aluisio C. Pensando a energia. **Eletrobrás. Rio de Janeiro**, 1998.

Mahdi, F. P., Vasant, P., Kallimani, V., Watada, J., Fai, P. Y. S., & Abdullah-Al-Wadud, M. A holistic review on optimization strategies for combined economic emission dispatch problem. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 81, p. 3006-3020, 2018.

MARTINS, Andréa; BALBO, Antonio; JONES, Dylan. A modelagem matemática de um problema de despacho térmico e eólico e sua influência na redução da emissão de CO₂. **Revista eletrônica paulista de matemática**, v. 14, p. 230-253, 2019.

MEGIDDO, Nimrod; SHUB, Michael. Boundary behavior of interior point algorithms in linear programming. **Mathematics of Operations Research**, v. 14, n. 1, p. 97-146, 1989.

MEHROTRA E SUN (1992). An algorithm for convex quadratic programming that requires $O(n^{3.5})$ arithmetic operations, **Mathematics of Operations Research** 15, 342-363, 1990.

MIETTINEN, Kaisa. **Nonlinear Multiobjective Optimization**, volume 12 of International Series in Operations Research and Management Science. 1999.

MILLER, R. H. **Operação de sistemas de potência**. São Paulo : McGraw-Hill, 1987.

MONTEIRO, Renato DC; ADLER, Ilan. Interior path following primal-dual algorithms. Part I: Linear programming. **Mathematical programming**, v. 44, n. 1-3, p. 27-41, 1989.

MONTEIRO, R. D., ADLER, I., & RESENDE, M. G. (1990). A polynomial-time primal-dual affine scaling algorithm for linear and convex quadratic programming and its power series extension. **Mathematics of Operations Research**, 15(2), 191-214.

PINHEIRO, R. B. N. M. Um método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores barreira logarítmica modificada, com estratégias de convergência global e de ajuste cúbico, para problemas de programação não-linear e não-convexa. 2012.

PINHEIRO, Ricardo Bento Nogueira et al. Interior–exterior point method with global convergence strategy for solving the reactive optimal power flow problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 66, p. 235-246, 2015.

POLYAK, Roman. Modified barrier functions (theory and methods). **Mathematical programming**, v. 54, n. 1-3, p. 177-222, 1992.

Qu, B. Y., Zhu, Y. S., Jiao, Y. C., Wu, M. Y., Suganthan, P. N., & Liang, J. J. A survey on multi-objective evolutionary algorithms for the solution of the environmental/economic dispatch problems. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 38, p. 1-11, 2018.

ROMERO, C. A survey of generalized goal programming (1970–1982). **European Journal of Operational Research**, 25(2), 183-191, 1986.

ROMERO, Carlos. **Handbook of critical issues in goal programming**. Elsevier, 2014.

SABER, H. M., & RAVINDRAN, A. Nonlinear goal programming theory and practice: A survey. **Computers and Operations Research**, 20(3), 275-291, 1993

SANTOS, Mariana Rodrigues Barbosa dos. Métodos de pontos interiores/exteriores, de restrições canalizadas progressivas e de suavização arco tangente, em problemas de despacho econômico e ambiental. 2016.

SCHNIEDERJANS, M. J. Goal programming: Methodology and applications. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1995.

SIMON HA (1957) *Models of Man*, J. Wiley & Sons, New York.

SOUZA, Márcio Augusto da Silva. **Investigação e aplicação de métodos primal-dual pontos interiores em problemas de despacho econômico e ambiental**. 2010.

STANZANI, Amélia de Lorena. **Método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental**. 2012.

STEINBERG, M. J. & SMITH, T. H. (1934). The theory of incremental rates and their practical application to load division - part i. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, 53(3), 432 - 445.

SUENSON, G. G. *Geopolítica do petróleo: uma análise da geopolítica do petróleo como causa não contada da guerra*, 2017.

TAMIZ, M., JONES, D. F., & EL-DARZI, E. (1995). A review of goal programming and its applications. **Annals of Operations research**, 58(1), 39-53.

TAMIZ, M., & JONES, D.. Goal programming: recent developments in theory and practice. **International Journal of Management and Systems**, 14(1), 1-16, 1998..

VANDERBEI, Robert J.; MEKETON, Marc S.; FREEDMAN, Barry A. A modification of Karmarkar's linear programming algorithm. **Algorithmica**, v. 1, n. 1-4, p. 395-407, 1986.

VANDERBEI, Robert J.; SHANNO, David F. An interior-point algorithm for nonconvex nonlinear programming. **Computational Optimization and Applications**, v. 13, n. 1-3, p. 231-252, 1999.

WOOD, A. & WOLLENBERG, B. (1984). *Power generation, operation, and control*. Wiley.

WRIGHT, Stephen J. **Primal-dual interior-point methods**. Siam, 1997.

WU, Y. C., DEBS, A. S., & MARSTEN, R. E. (1994). A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. **IEEE Transactions on power systems**, 9(2), 876-883.

ANEXO A – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 3 UNIDADES GERADORAS.

Tabela A.A: Dados sobre o caso de 3 unidades geradoras

Unidade Geradora i	Função Econômica (\$/h)						Função Ambiental (kg/h)			
	a_i	b_i	c_i	e_i	f_i	Pg_i^{Min}	Pg_i^{Max}	A_i	B_i	C_i
1	0,001562	7,92	561	300	0,0315	100	600	0,0126	-1,355	22,983
2	0,00482	7,97	78	150	0,063	50	200	0,01375	-1,249	137,37
3	0,00194	7,85	310	200	0,042	100	400	0,00765	-0,805	363,704

Fonte: Gonçalves (2015)

Com demanda de 850,00 MW.

ANEXO B – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 6 UNIDADES GERADORAS.

Tabela A.B: Dados sobre o caso de 6 unidades geradoras

Unidade Geradora i	Função Econômica (\$/h)					Função Ambiental (kg/h)				
	a_i	b_i	c_i	e_i	f_i	Pg_i^{Min}	Pg_i^{Max}	A_i	B_i	C_i
1	0,00375	2	0	120	0,073	50	200	0,00419	0,32767	13,85932
2	0,00175	1,75	0	150	0,032	20	80	0,00419	0,32767	13,85932
3	0,00625	1	0	30	0,051	15	50	0,00683	-0,54551	40,2669
4	0,00834	3,25	0	25	0,026	10	35	0,00683	-0,54551	40,2669
5	0,025	3	0	25	0,026	10	30	0,00461	-0,51116	42,89553
6	0,025	3	0	30	0,048	12	40	0,00461	-0,51116	42,89553

Fonte: Gonçalves (2015)

Com demanda de 283,4 MW.

ANEXO C – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 10 UNIDADES GERADORAS.

Tabela A.C: Dados sobre o caso de 10 unidades geradoras

Unidade Geradora i	Função Econômica (\$/h)						Função Ambiental (lb/h)			
	a_i	b_i	c_i	e_i	f_i	Pg_i^{Min}	Pg_i^{Max}	A_i	B_i	C_i
1	0,12951	40,5407	100,4030	33	0,0174	10	55	0,04702	-3,9864	360,0012
2	0,10908	39,5904	950,606	35	0,0178	20	80	0,04652	-3,9524	350,0056
3	0,12511	36,5104	900,705	32	0,0162	47	120	0,04652	-3,9023	330,0056
4	0,12111	39,5104	800,705	30	0,0168	20	130	0,04652	-3,9023	330,0056
5	0,15247	38,5390	756,799	30	0,0148	50	160	0,00420	0,32770	13,85930
6	0,10587	46,1592	451,325	20	0,0163	70	240	0,00420	0,32770	13,85930
7	0,03546	38,3055	1243,531	20	0,0152	60	300	0,00680	-0,5455	40,26690
8	0,02803	40,3978	1049,998	30	0,0128	70	340	0,00680	-0,5455	40,26690
9	0,02111	36,3178	1658,569	60	0,0136	135	470	0,00460	-0,5112	42,89550
10	0,01799	38,2704	1356,659	40	0,0141	150	470	0,00460	-0,5112	42,89550

Fonte: Basu (2011)

Com demanda de 2000,00 MW.

ANEXO D – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 19 UNIDADES GERADORAS.

Tabela A.D: Dados sobre o caso de 19 unidades geradoras

Unidade Geradora i	Função Econômica (\$/h)						Função Ambiental (kg/h)			
	a_i	b_i	c_i	e_i	f_i	Pg_i^{Min}	Pg_i^{Max}	A_i	B_i	C_i
1	0,0097	6,8	119	90	0,72	100	300	0,018	-1,81	24,3
2	0,0055	4	90	79	0,05	120	438	0,033	-2,5	27,023
3	0,0055	4	45	0	0	100	250	0,033	-2,5	27,023
4	0,0025	0,085	0	0	0	8	25	0,0136	-1,3	22,07
5	0	5,28	0,891	0	0	50	63,75	0,018	-1,81	24,3
6	0,008	3,5	110	0	0	150	300	0,033	-2,5	27,023
7	0	5,439	21	0	0	50	63,75	0,0126	-1,36	23,04
8	0,0075	6	88	50	0,52	100	500	0,036	-3	29,03
9	0,0085	6	55	0	0	200	600	0,04	-3,2	27,05
10	0,009	5,2	90	0	0	15	40	0,0136	-1,3	22,07
11	0,0045	1,6	65	0	0	50	150	0,0139	-1,25	23,01
12	0,0025	0,85	78	58	0,02	25	75	0,0121	-1,27	21,09
13	0	2,55	49	0	0	50	63,75	0,018	-1,81	24,3
14	0,0045	1,6	85	0	0	0	95	0,014	-1,2	23,06
15	0,0065	4,7	80	92	0,75	20	220	0,036	-3	29
16	0,0045	1,4	90	0	0	15	80	0,0139	-1,25	23,01
17	0,0025	0,85	10	0	0	15	80	0,0136	-1,3	22,07
18	0,0045	1,6	25	0	0	50	230	0,018	-1,81	24,3
19	0,008	5,5	90	0	0	400	500	0,04	-3	27,01

Fonte: Gonçalves (2015)

Com demanda de 2908,00 MW.

ANEXO E – DADOS USADOS PARA A RESOLUÇÃO DOS CASOS DE ESTUDO DO PMDEA-PV DE 40 UNIDADES GERADORAS.

Tabela A.E: Dados sobre o caso de 40 unidades geradoras

Unidade Geradora i	Função Econômica (\$/h)						Função Ambiental (tons/h)			
	a_i	b_i	c_i	e_i	f_i	Pg_i^{Min}	Pg_i^{Max}	A_i	B_i	C_i
1	0,00690	6,73	94,705	100	0,084	36	114	0,0480	-2,22	60
2	0,00690	6,73	94,705	100	0,084	36	114	0,0480	-2,22	60
3	0,02028	7,07	309,540	100	0,084	60	120	0,0762	-2,36	100
4	0,00942	8,18	369,030	150	0,063	80	190	0,0540	-3,14	120
5	0,01140	5,35	148,890	120	0,077	47	97	0,0850	-1,84	50
6	0,01140	8,05	222,330	100	0,084	68	140	0,0854	-3,08	80
7	0,00357	8,03	287,710	200	0,042	110	300	0,0242	-3,06	100
8	0,00492	6,99	391,980	200	0,042	135	300	0,0310	-2,32	130
9	0,00573	6,60	455,760	200	0,042	135	300	0,0335	-2,11	150
10	0,00605	12,9	722,820	200	0,042	130	300	0,4250	-4,34	280
11	0,00515	12,9	635,200	200	0,042	94	375	0,0322	-4,34	220
12	0,00569	12,8	654,690	200	0,042	94	375	0,0338	-4,28	225
13	0,00421	12,5	913,400	300	0,035	125	500	0,0296	-4,18	300
14	0,00752	8,84	1760,400	300	0,035	125	500	0,0512	-3,34	520
15	0,00752	8,84	1760,400	300	0,035	125	500	0,0469	-3,55	510
16	0,00752	8,84	1760,400	300	0,035	125	500	0,0469	-3,55	510
17	0,00313	7,97	647,850	300	0,035	220	500	0,0151	-2,68	220
18	0,00313	7,95	649,690	300	0,035	220	500	0,0151	-2,66	222
19	0,00313	7,97	647,830	300	0,035	242	550	0,0151	-2,68	220
20	0,00313	7,97	647,810	300	0,035	242	550	0,0151	-2,68	220
21	0,00298	6,63	785,960	300	0,035	254	550	0,0145	-2,22	290
22	0,00298	6,63	785,960	300	0,035	254	550	0,0145	-2,22	285
23	0,00284	6,66	794,530	300	0,035	254	550	0,0138	-2,26	295
24	0,00284	6,66	794,530	300	0,035	254	550	0,0138	-2,26	295
25	0,00277	7,10	801,320	300	0,035	254	550	0,0132	-2,42	310
26	0,00277	7,10	801,320	300	0,035	254	550	0,0132	-2,42	310
27	0,52124	3,33	1055,100	120	0,077	10	150	1,8420	-1,11	360
28	0,52124	3,33	1055,100	120	0,077	10	150	1,8420	-1,11	360
29	0,52124	3,33	1055,100	120	0,077	10	150	1,8420	-1,11	360
30	0,01140	5,35	148,890	120	0,077	47	97	0,0850	-1,89	50
31	0,00160	6,43	222,920	150	0,063	60	190	0,0121	-2,08	80
32	0,00160	6,43	222,920	150	0,063	60	190	0,0121	-2,08	80
33	0,00160	6,43	222,920	150	0,063	60	190	0,0121	-2,08	80
34	0,00010	8,95	107,870	200	0,042	90	200	0,0012	-3,48	65
35	0,00010	8,62	116,580	200	0,042	90	200	0,0012	-3,24	70
36	0,00010	8,62	116,580	200	0,042	90	200	0,0012	-3,24	70
37	0,01610	5,88	307,450	80	0,098	25	110	0,0950	-1,98	100
38	0,01610	5,88	307,450	80	0,098	25	110	0,0950	-1,98	100
39	0,01610	5,88	307,450	80	0,098	25	110	0,0950	-1,98	100
40	0,00313	7,97	647,840	300	0,035	242	550	0,0151	-2,68	220

Fonte: Basu (2011)

Com demanda de 10500,00 MW.