UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

JOÃO VÍTOR CONCENTINO PIGATTO

MODELAÇÃO MATEMÁTICA DO MULTIPLICADOR DE TENSÃO EMPREGADO COMO EQUALIZADOR DE TENSÃO DE BATERIAS LÍTIO-ÍON

Ilha Solteira - SP
2024

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MODELAÇÃO MATEMÁTICA DO MULTIPLICADOR DE TENSÃO EMPREGADO COMO EQUALIZADOR DE TENSÃO DE BATERIAS LÍTIO-ÍON

Discente: João Vítor Concentino Pigatto

Orientador: Prof. Dr. Guilherme de Azevedo e Melo

Curso: Engenharia Elétrica

Trabalho de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira como parte dos requisitos para obtenção do título de graduação em engenharia elétrica.

Ilha Solteira - SP

2024

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P628c

Pigatto, João Vítor Concentino.
Modelação matemática do multiplicador de tensão empregado como equalizador de tensão de baterias íon-lítio / João Vítor Concentino Pigatto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024

73 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024
Orientador: Guilherme de Azevedo e Melo

Inclui bibliografia

1. Baterias íon-lítio. 2. Equalizador ativo. 3. BMS. 4. Circuito multiplicador de tensão

Elaborado por Raiane da Silva Santos - CRB - 8/9999

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Aos vinte dias do mês de junho do ano de dois mil e vinte e quatro, o discente ***João Vítor Concentino Pigatto,*** matriculado sob o nº **172053943**, tendo como banca examinadora o seu orientador, *o Prof. Dr. Guilherme de Azevedo e Melo, Dr. Lucas do Carmo Yamaguti e o Mestrando Mateus Marcoto Silva,* apresentou o Trabalho de Graduação intitulado **" Modelação matemática do multiplicador de tensão empregado como equalizador de tensão de baterias Lítio-Íon"** obtendo a nota 9,5 (nove e meio) e conceito aprovado.

Prof. Dr. Guilherme de Azevedo Melo
- orientador -

João Vítor Concentino Pigatto
- discente -

Dr. Lucas do Carmo Yamaguti
- Membro da Banca -

Mestrando Mateus Marcoto Silva
- Membro da Banca -

Faculdade de Engenharia – Departamento de Engenharia Elétrica
Avenida Professor José Carlos Rossi, 1370 - CEP 15 385-000, Ilha Solteira - SP - Brasil
Tel (18) 37431150 - Fax (18) 3742-2735 - www.feis.unesp.br

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

O impacto dessa pesquisa está focado em um dos circuitos para equalização de tensão de sistemas de gerenciamento de baterias de Lítio-Íon, sendo escolhido um circuito equalizador ativo para ser modelado. Uma modelação matemática detalhada foi proposta, resultando em equações muito complexas que aparentemente não justificam o esforço matemático pelo ganho proposto.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The impact of this research is focused on one of the circuits for voltage equalization of Lithium-Ion battery management systems, with an active equalizer circuit being chosen to be modeled. A detailed mathematical modeling was proposed, resulting in very complex equations that apparently do not justify the mathematical effort for the proposed gain.

RESUMO

Este trabalho está focado no entendimento do circuito Multiplicador de Tensão como equalizador ativo de baterias compondo um BMS (*Battery Management System*). Analisou-se suas etapas de funcionamento em regime permanente, tanto qualitativamente quanto quantitativamente para a obtenção de modelos matemáticos. Adquiriu-se para um modelo simplificado equações que regem o comportamento das correntes e tensões nos capacitores do modelo assim como as correntes nas baterias. Realizou-se também simulações com o software MATLAB®/SIMULINK confirmando as modelagens matemáticas obtidas para este modelo. Por fim, realizou-se a modelagem matemática parcial de um multiplicador de tensão mais complexo, que necessita de maior desenvolvimento para obter seu real resultado.

Palavras-chave: Baterias Íon-lítio, BMS, circuito multiplicador de tensão, equalizador ativo.

ABSTRACT

This work is focused on understanding the Voltage Multiplier circuit as an active battery equalizer composing a BMS (Battery Management System). Its steady-state operation stages were analyzed, both qualitatively and quantitatively to obtain mathematical models. For a simplified model, equations were acquired that govern the behavior of the model's capacitor currents and voltages as well as the currents in the batteries. Simulations were also carried out with the MATLAB®/SIMULINK software, confirming the mathematical modeling obtained for this model. Finally, partial mathematical modeling of a more complex voltage multiplier was carried out, but this proved to be not very advantageous for the work, requiring a more complex mathematical development to be completed.

Keywords: lithium-Ion batteries, passive equalizers, BMS, voltage multiplier circuit.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 9

2 ANÁLISE QUALITATIVA 17

3 ANÁLISE QUANTITATIVA - MODELO SIMPLIFICADO 20

3.1 MALHA C1 – MODELO SIMPLIFICADO 22

3.1.1 Corrente: Malha C1 “off” – Modelo simplificado 23

3.1.2 Corrente: Malha C1 “on” – Modelo simplificado 25

3.1.3 Resumo equações de correntes no capacitor C1 e visualização gráfica – Modelo Simplificado 27

3.1.4 Tensão: Malha C1 “off” – Modelo simplificado 28

3.1.5 Tensão: Malha C1 “on” – Modelo simplificado 30

3.1.6 Resumo equações de tensões no capacitor C1 e visualização gráfica – Modelo Simplificado 31

3.1.7 Tensões iniciais e *ripple* de tensão: Malha C1– Modelo simplificado 33

3.1.8 Corrente inicial e média: Malha C1– Modelo simplificado 35

3.1.9 Resumo equações tensões iniciais, *ripple* de tensão e corrente inicial no capacitor C1 – Modelo Simplificado 38

3.1.10 Conclusão parcial 39

3.2 MALHA C2 – MODELO SIMPLIFICADO 39

3.2.1 Corrente: Malha C2 “off” – Modelo simplificado 40

3.2.2 Corrente: Malha C2 “on” – Modelo simplificado 42

3.2.3 Resumo equações de correntes no capacitor C2 e visualização gráfica – Modelo Simplificado 43

3.2.4 Tensão: Malha C2 “off” – Modelo simplificado 44

3.2.5 Tensão: Malha C2 “on” – Modelo simplificado 45

3.2.6 Resumo equações de tensões no capacitor C2 e visualização gráfica – Modelo Simplificado 46

3.2.7 Tensões iniciais e *ripple* de tensão: Malha C2– Modelo simplificado 47

3.2.8 Corrente inicial e média: Malha C2– Modelo simplificado.....49

3.2.9 Resumo equações tensões iniciais, *ripple* de tensão e corrente inicial no capacitor C2 – Modelo Simplificado.....50

3.2.10 Conclusão parcial.....52

3.3 CORRENTES NAS BATERIAS – MODELO SIMPLIFICADO 52

3.4 CORRENTES, TENSÕES PARA “N” BATERIAS.....54

4 SIMULAÇÕES MODELO SIMPLIFICADO 57

5 MODELO COMPLETO – PERÍODO “OFF” 62

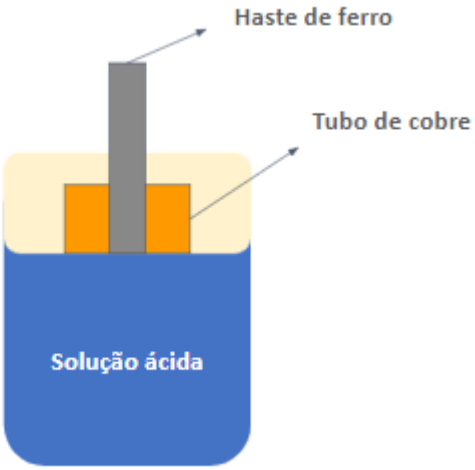
6 CONCLUSÃO 70

7 BIBLIOGRAFIA.....71

1 INTRODUÇÃO

A eletricidade faz parte da vida da humanidade desde os tempos antigos, mas somente a partir dos anos 1800 é que se começou a entender adequadamente como produzi-la e utilizá-la. A primeira bateria que se tem conhecimento foi encontrada perto de Bagdá durante a construção de uma ferrovia em 1936. Supõe-se que essa bateria foi construída há 2.000 anos. A Figura 1 representa um esquema desta bateria e é composta por uma jarra de barro, que muito provavelmente era preenchida com uma solução de vinagre, em que se colocava uma haste de ferro dentro de um cilindro de cobre. Acredita-se que essas baterias foram usadas para galvanização de metais, por exemplo, colocando uma camada de um metal (ouro) na superfície de outro (prata), um método ainda praticado hoje (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023).

Figura 1 - Suposta bateria antiga

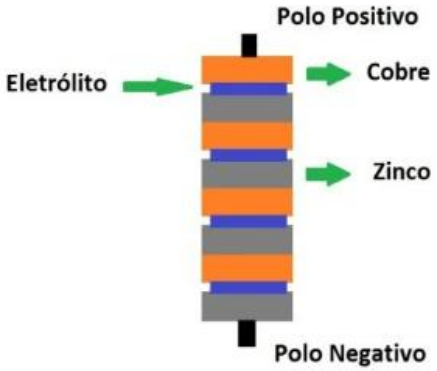


Fonte: adaptado de STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023.

Posteriormente, durante a década de 1780 o físico italiano Luigi Galvani realizou experimentos que envolveram pernas de rã e teve uma das primeiras grandes descobertas quanto à eletricidade. Ao adicionar diferentes metais ao corpo da rã, como bronze (gancho) e ferro (bisturi), ele notou que os músculos da rã se contraiam. Uma primeira explicação para isso era que a contração muscular era devida à eletricidade produzida pelo animal. Posteriormente outro físico italiano Alessandro Volta, concluiu que não era o animal que produzia eletricidade, mas sim a interação entre os dois diferentes metais é que gerava eletricidade. Sendo essa a descoberta

que levaria Volta a inventar o que é considerado por muitos a primeira bateria existente, exposta na Figura 2, a pilha de volta (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023).

Figura 2 - Pilha de Volta



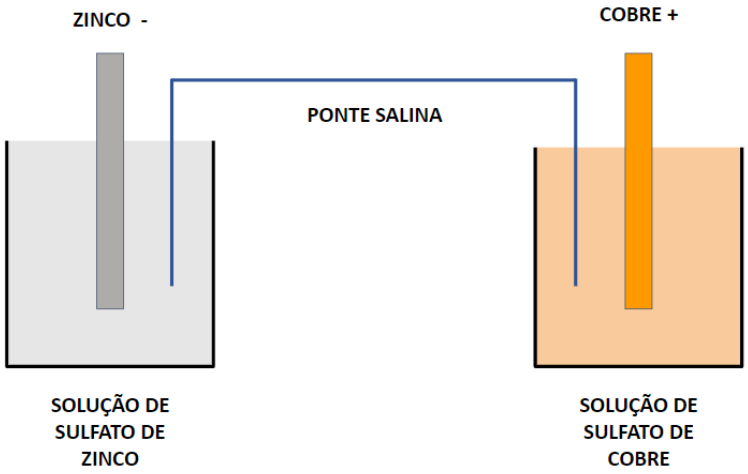
Fonte: STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023.

Volta observou que quando duas sondas de metais diferentes são colocadas em certas soluções químicas, ocorre a produção de eletricidade. Assim, colocou camadas de zinco e cobre juntas, separadas por um pano embebido em salmoura, criando assim a primeira pilha. Devido a tamanha importância de sua invenção, seu nome foi eternizado na medida de tensão “volts”.

Volta também descobriu também que metais diferentes têm comportamentos diferentes numa bateria elétrica. Os metais determinam a tensão da bateria assim como a duração de carga da mesma (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023).

O armazenamento de energia em pilhas e baterias foi cada vez mais se aprimorando e em 1836 surgiu a Pilha de Daniell. Sendo que esta tem um funcionamento parecido com a de Volta, porém com uma produção de eletricidade de forma mais estável muito por conta de sua composição de cobre e zinco dividido envoltos respectivamente por uma solução de sulfato de cobre e uma de sulfato de zinco em compartimentos separados e ligados por uma ponte salina, conforme a Figura 3 a seguir (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023).

Figura 3 - Pilha de Daniell



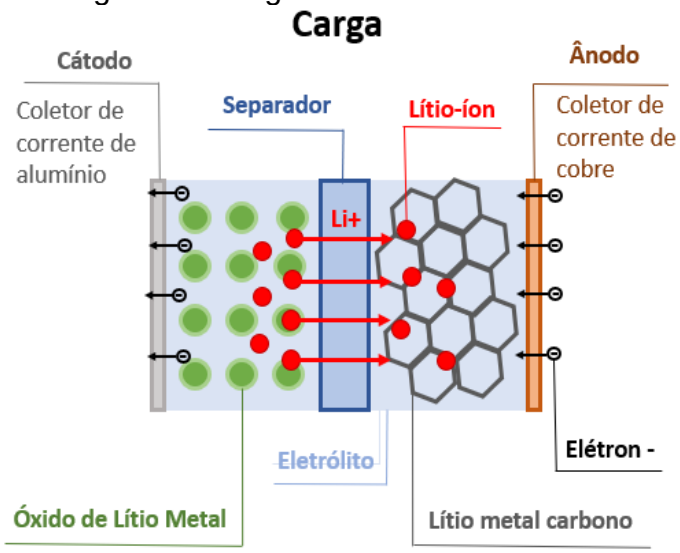
Fonte: STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023.

O desenvolvimento de baterias não parou por aí, surgiu em 1859 a primeira bateria recarregável a base de chumbo e ácido inventada por Gaston Planté. Ela era constituída de dois eletrodos, um de chumbo e o outro de dióxido de chumbo, ambos mergulhados em uma solução de ácido sulfúrico. Seu carregamento era feito conectando-se uma fonte de corrente contínua nos dois eletrodos, o que resulta na inversão das reações químicas. Neste processo o ácido sulfúrico era recuperado. Sendo que esse princípio de carregamento é muito similar ao visto em baterias Íon-lítio, utilizadas mais comumente nos dias de hoje em diversos dispositivos eletrônicos (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2023).

Os estudos que deram origem às baterias Íon-lítio começaram em 1912 pelo físico Gilbert Newton Lewis. Desde então o seu desenvolvimento e utilização no nosso cotidiano se tornou cada vez mais presente. Elas são comumente utilizadas na alimentação de diversos sistemas eletrônicos como notebooks, smartphones, drones, câmeras fotográficas, veículos elétricos, entre outros. Sua ampla utilidade está principalmente relacionada com seu processo de funcionamento. Elas armazenam energia por meio de compostos quimicamente ativos, transformando-os em energia elétrica e vice-versa, ou seja, são baterias recarregáveis. Assim, com essa relação de carga e descarga são necessários sistemas que gerenciam essa troca de energia de forma segura aos componentes eletrônicos e que gerem o menor número de perdas. Para isso existem os circuitos equalizadores para baterias (COSTA, 2018).

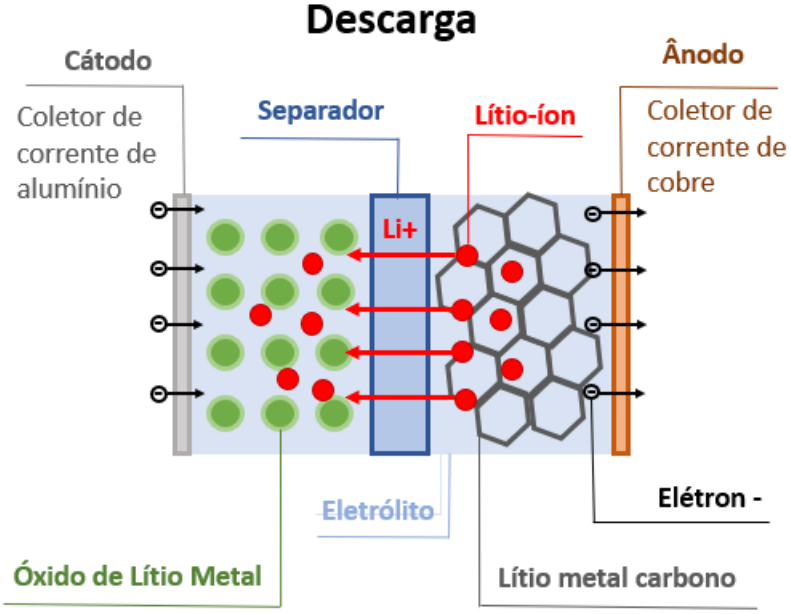
As reações químicas que geram eletricidade dentro de baterias são a oxidação (perda de elétrons) e redução (ganho de elétrons) dos componentes químicos compostos na mesma, assim denominamos essa relação de óxido-redução que rege o comportamento de qualquer bateria incluindo as Íon-Lítio. Uma célula desta bateria é composta por 4 (quatro) partes principais: cátodo (terminal positivo), ânodo (terminal negativo), eletrólito e separador poroso. Sendo que essas partes trabalham em ciclos de carga e descarga conforme os esquemas das imagens na Figura 4 e Figura 5 a seguir (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2022).

Figura 4 - Carga baterias Íon-Lítio



Fonte: adaptado de STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2022.

Figura 5 - Descarga baterias Íon-Lítio



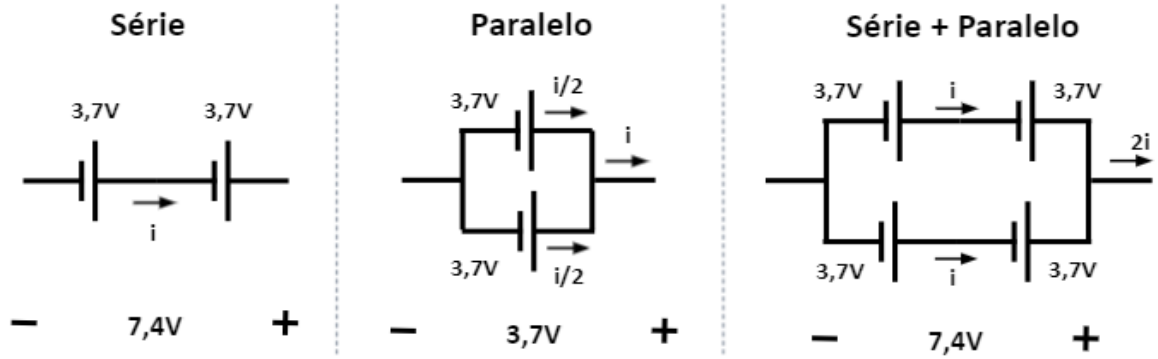
Fonte: adaptado de STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2022.

Ressalta-se que esse é um esquema geral e pode variar de bateria para bateria. O cátodo é sempre um composto de lítio juntamente com outros materiais, já o ânodo é normalmente composto de grafite e vestígios de outros elementos, o eletrólito normalmente é um composto orgânico que contém sais de lítio, para que desta forma possa-se transferir íons de lítio entre as camadas. Já o separador poroso tem a função de separar os meios (cátodo e ânodo), porém permitindo a passagem desses mesmos íons (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2022).

Ao se aplicar uma carga nesse meio, ou seja, quando se está carregando a bateria, os íons de lítio migram do cátodo para o ânodo pelo separador poroso. Já na descarga os íons fazem o sentido contrário, ou seja, voltam ao seu meio original. Enquanto esse processo ocorre, há também um deslocamento de elétrons diretamente do ânodo para o cátodo, resultando numa corrente elétrica e o descarregamento da bateria. Vale ressaltar que essa corrente tem duração conforme os íons migram do ânodo para o cátodo, sendo que esse processo acaba quando a corrente cessa. Citando algumas vantagens dessas baterias têm-se: densidade de energia elevada; autodescarga baixa; manutenção baixa; menores danos ao meio ambiente em seu descarte quando comparadas a outras composições de baterias (STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA, 2022).

Tomando como base uma Célula Lítio-Íon Cilíndrica Recarregável modelo LIR198650-2600mAh, temos entre algumas características importantes encontradas em seu *data sheet* a tensão nominal de 3,7V e uma corrente de descarga comum de 0,52A. Ou seja, muitas vezes, apenas uma célula não consegue atender a demandas energéticas dependendo o projeto. Sendo necessário trabalhar com uma associação de células de baterias. Essas associações são normalmente trabalhadas com células em série, em paralelo ou uma combinação das duas, conforme representado na Figura 6 a seguir (OFFICE OF STUDY ELETRONICS DATA PROCESSING, 2023).

Figura 6 - Associação de baterias



Fonte: adaptado de ALEXANDER; SADIKU, 2013.

A associação em série resulta numa tensão total nos terminais igual a soma das tensões das células enquanto a associação em paralelo tem-se que a tensão nos terminais é a mesma proporcionada pela célula, porém a demanda de corrente em cada uma das células, para gerar a mesma corrente final, é menor, ocasionando maior autonomia para o sistema. Pelo esquema é possível notar também a combinação desses dois quesitos na associação série mais paralelo, trazendo uma maior gama de possibilidades na montagem de sistemas envolvendo células de baterias (OFFICE OF STUDY ELETRONICS DATA PROCESSING, 2023). Na prática, a associação de células é muito comum, já que na maioria das vezes apenas uma não proporciona a tensão e energia necessária na maioria dos casos. Porém, isso pode gerar alguns problemas no carregar e descarregar dessas baterias (GALLARDO-LOZANO, 2014).

O desbalanceamento de carga de células em baterias é muito comum e é de extrema importância que seja levado em conta na vida útil do sistema. Ele é causado principalmente por duas categorias: as características internas e as características externas. As características internas consistem na variação de fabricação do volume, variações na impedância interna e diferenças na taxa de autodescarga. Já para a característica externa tem-se a diferença térmica entre todo o pacote. Um sistema de bateria sem balanceamento, principalmente utilizando Lítio, pode apresentar questões como sobrecarga de células, subtensão, sobrecorrente ou até mesmo uma subcorrente. Baseando nesses problemas um sistema de equalização é necessário para manter o balanceamento de tensão entre as células e garantir uma maior vida útil (GALLARDO-LOZANO, 2014).

Métodos de balanceamento podem ser divididos em três grupos: seleção de células da bateria, métodos passivos e métodos ativos. Conforme a Figura 7 a seguir.

Figura 7 - Métodos de balanceamento



Fonte: GALLARDO-LOZANO, 2014.

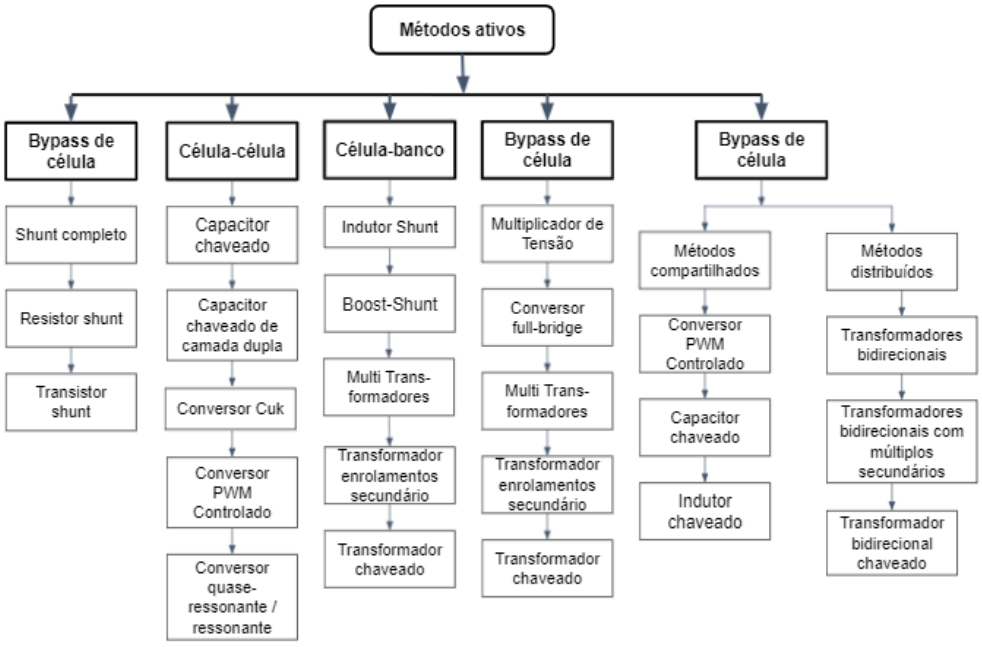
O método de seleção de bateria consiste em selecionar células com propriedades eletroquímicas similares, minimizando os problemas de desbalanceamento, sendo que esse método pode não ser tão eficiente pois as propriedades de cada unidade podem variar diferentemente com o passar do tempo. Contudo esse método pode ser útil nos casos em que o mesmo complementa um sistema de balanceamento (GALLARDO-LOZANO, 2014).

O método passivo é baseado no balanceamento passivo de células, que pode apenas ser utilizado para baterias ácido chumbo e a base de níquel. Ele é dividido em dois subgrupos: o método de sobrecarga e o método do resistor *shunt* fixo. O primeiro atua quando as baterias estão completamente carregadas. Devido às reações internas, elas param de carregar e a energia não armazenada é dissipada e convertida em calor, parando assim o carregamento das mesmas. Isso é apenas efetivo com um pequeno número de células em série, à medida que com o acréscimo de células aumentam também os problemas de balanceamento e o sobreaquecimento. Não podendo ser repetido com um número ilimitado de células sem eventuais danos aos componentes, visto que, o calor ocasiona ressecamento das unidades, diminuindo sua vida útil. Já o segundo método, o do resistor shunt, utiliza-se um resistor fixo em paralelo com cada uma das células, limitando a tensão aplicada sobre elas. A corrente é parcialmente ou totalmente dissipada, evitando a sobrecarga, porém está continuamente desperdiçando energia (GALLARDO-LOZANO, 2014).

Já o método ativo de balanceamento e equalização de células remove carga de uma ou mais células com mais energia e entrega esse excesso para uma ou mais

células com menos carga ou até mesmo redireciona a energia para a célula com menor carga (MOORE, SCHNEIDER, 2001). Além disso, diferentes topologias são utilizados no caso da equalização ativa, como capacitores, indutores, chaves ou conversores (DAOWD, 2011). Essas diferentes topologias podem ser divididas em 5 (cinco) categorias: *bypass* de célula, célula-célula, célula-banco, banco-célula e célula-banco-célula. Conforme a Figura 8 a seguir (GALLARDO-LOZANO, 2014).

Figura 8 - Métodos ativos



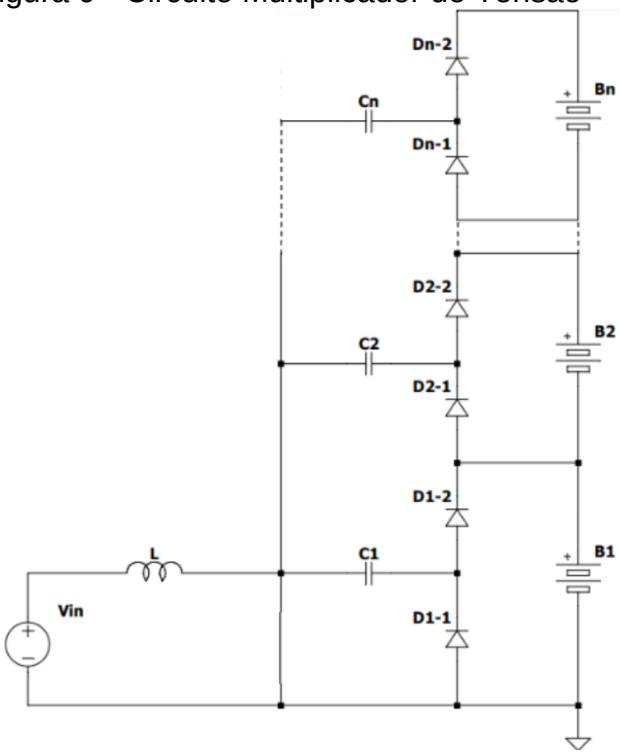
Fonte: GALLARDO-LOZANO, 2014.

Nota-se que cada uma dessas cinco categorias foram subdivididas em grupos de três a oito subcategorias. Dentre elas a categoria “Multiplicador de Tensão” que está categorizado o circuito alvo desse estudo. O circuito Multiplicador de Tensão com chaveamento simples e indutor único.

2 ANÁLISE QUALITATIVA

A seguir é analisado de forma qualitativa o circuito Multiplicador de Tensão com chaveamento simples e indutor único como equalizador ativo de um BMS (*Battery Management System*). Este circuito opera com um componente indutivo, L, um componente ativo, Q, e o restante dos componentes passivos - capacitores, baterias e diodos - como exposto na Figura 9.

Figura 9 - Circuito Multiplicador de Tensão



Fonte: adaptado de UNO; M. TANAKA; K, 2011

Componentes magnéticos como indutores ou capacitores são de grande tamanho físico em circuitos elétricos. O fato deste circuito ter apenas um indutor e dois capacitores por célula pode ser considerado um ponto positivo. Além de que, o fato do circuito operar apenas com um sistema de chaveamento facilita o seu controle e aplicação. Isso resulta num circuito de baixa complexidade, pequeno tamanho e baixo custo sendo muito interessante, dependendo a aplicação, para BMSs (UNO; M. TANAKA; K, 2011).

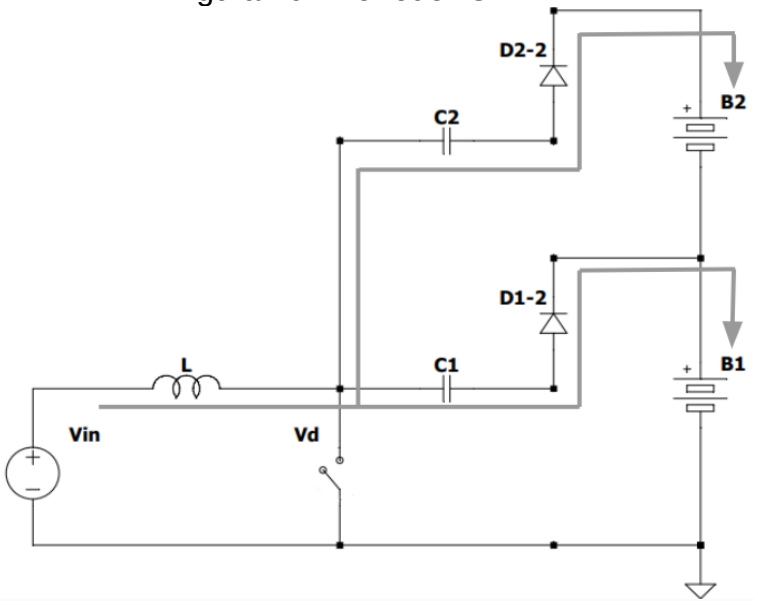
Uma outra vantagem é a sua confiabilidade, um dos pontos mais importantes quando se trata de aplicações em armazenamento de energia. Isso se deve pois, diferente dos equalizadores convencionais, nos quais os comutadores são conectados a células/módulos de armazenamento de energia em paralelo, pequenas falhas dos

comutadores podem causar curto-circuito nas células/módulos. No carregador de equalização ativa alvo deste estudo, por outro lado, como dois diodos conectados em série estão conectados em paralelo a cada módulo, a possibilidade de falhas dos módulos através dos diodos é bastante baixa. Além de que, os capacitores de transferência de energia podem proteger os módulos contra curto-circuito no caso de falhas de Q. De maneira geral, como falhas indesejadas podem causar consequências perigosas, estes são mais alguns pontos muito positivos para este circuito (UNO; M. TANAKA; K, 2011).

Este circuito opera em ciclos comandados pelo transistor Q. Sendo denominados “Período Off” quando o mesmo está em aberto e “Período On” quando está conduzindo.

Durante o Período “off”, conforme a Figura 10, a corrente no indutor é ditribuída para C1-C2 e os módulos B1-B2 são carregados. Sendo que a tensão em Q, V_d, durante esse período “Q” é determinada por $V_d = \frac{1}{1-d} V_{in}$ sendo d o ciclo de operação de chaveamento (UNO; M. TANAKA; K, 2011).

Figura 10 - Período "Off"

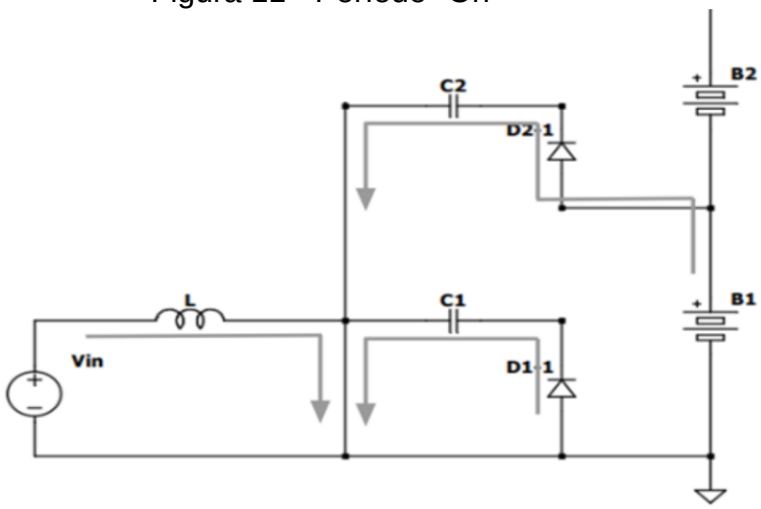


Fonte: adaptado de UNO, M. TANAKA, K, 2011

Já, durante o Período “on”, conforme a Figura 11, as baterias B1-B2 são descarregadas pelos diodos, D1-1, D2-1. Todas as correntes fluem pelo curto circuito aplicado por Q entrar em condução nesse período. Isso se deve, pois, a tensão dos módulos de armazenamento de energia B1-B2 tendem a ser maiores que as dos

capacitores, C1-C2, de transferência de energia. Sendo que a variação das tensões nos módulos é pequena o suficiente para ser desprezada durante uma única comutação. Pressupõe-se, também, que existe um sistema que identifica as cargas dessas baterias e determina quando o circuito Multiplicador de Tensão deve operar ou não, sendo que essa condição não foi é analisada.

Figura 11 - Período "On"



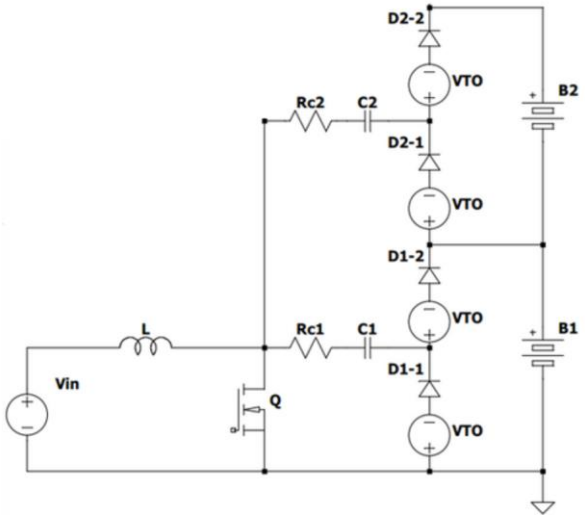
Fonte: adaptado de UNO, M. TANAKA, K, 2011.

Para se ter um bom entendimento do sistema é interessante analisar em ambos os períodos as correntes que passam pelos capacitores. Já que com suas expressões é possível determinar as expressões das correntes nas baterias. Sendo assim, nos próximos capítulos serão desenvolvidas análises quantitativas para o sistema e também simulações via software MATLAB®/SIMULINK.

3 ANÁLISE QUANTITATIVA - MODELO SIMPLIFICADO

Este trabalho propõe-se a estudar o sistema quando opera em regime permanente para um esquema com duas baterias, B1-B2 e dois capacitores, C1-C2, e um indutor, L, conforme a Figura 12. Sendo este considerado um modelo simplificado pois foi considerada para a modelagem matemática apenas resistências séries dos capacitores, R_{c1} e R_{c2}, e uma queda de tensão V_{TO} nos diodos em condução. Já o restante dos componentes são tratados como ideais para simplificar as análises.

Figure 12 - Multiplicador de tensão simplificado

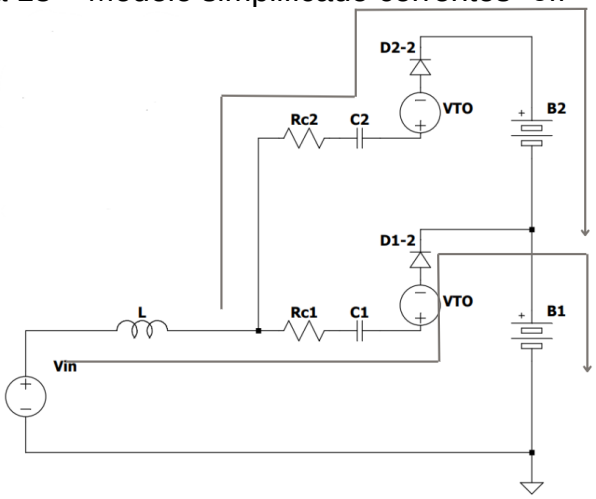


Fonte: próprio autor.

Desta forma, o período “off” para o modelo simplificado segue o que está exposto na Figura 13. Sendo que, como visto na análise qualitativa, o indutor carrega os módulos e sua corrente é dividida entre os capacitores.

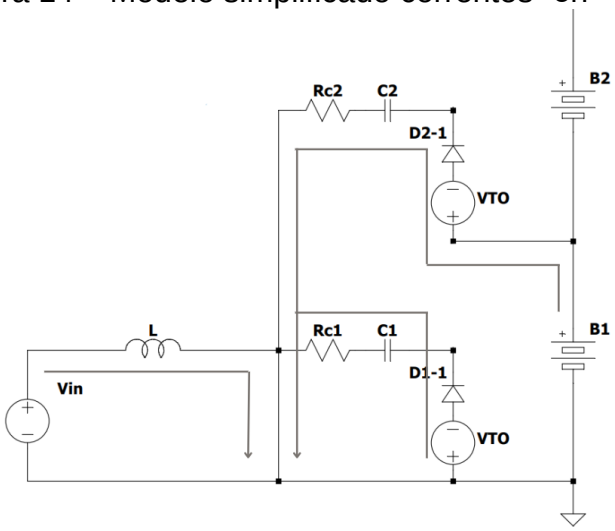
Já o período “on” para esse modelo é exposto na Figura 14, onde as correntes dos módulos e do indutor fluem para o transistor.

Figura 13 – Modelo simplificado correntes “off”



Fonte: próprio autor.

Figura 14 – Modelo simplificado correntes “on”



Fonte: próprio autor.

Como citado anteriormente, é interessante analisar as correntes nos capacitores para entendimento do sistema. Dividiu-se a análise dos capacitores em malhas, sendo cada malha respectiva a uma corrente de um capacitor em um período específico.

Para tais análises fez-se as seguintes considerações: os capacitores têm a mesma capacitância, C, e mesma resistência série, R_c. Os diodos têm a mesma queda de tensão, V_{TO}. O indutor de entrada tem indutância, L.

De início analisou-se as malhas envolvendo o capacitor C1 no modelo simplificado sendo que alguns valores obtidos nas simulações foram utilizados para conferir graficamente a expressão dos parâmetros obtidos.

3.1 MALHA C1 – MODELO SIMPLIFICADO

Neste item analisou-se quantitativamente as correntes e tensões durante os períodos “off” e “on” no capacitor C1, considerando operação em regime permanente com os parâmetros premissas citadas anteriormente.

Nas visualizações gráficas neste item atribuiu-se valores para as varáveis com o intuito apenas de analisar o seu comportamento gráfico e verificar o comportamento das curvas. Estes valores estão listados na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 - Valores utilizados modelagem quantitativa C1 teórico

Descrição	Parâmetro	Valor	Unidade
Fonte DC entrada Vin	V_{in}	6	V
Indutor L	L	300u	H
Capacitor C1	C	320u	F
Resistência Capacitor C1	R_c	0,05	Ω
Tensão Bateria B1	V_{B1}	5,0	V
Razão cíclica	D	0,5	Adimensional
Período	T	$\frac{1}{30x10^3}$	s
Queda de tensão nos diodos	V_{TO}	0,7	V
Corrente inicial “off”	I_{0C1off}	53,96	A
Tensão inicial “off”	V_{0C1off}	2,22	V
Tensão inicial “on”	V_{0C1on}	5,02	V

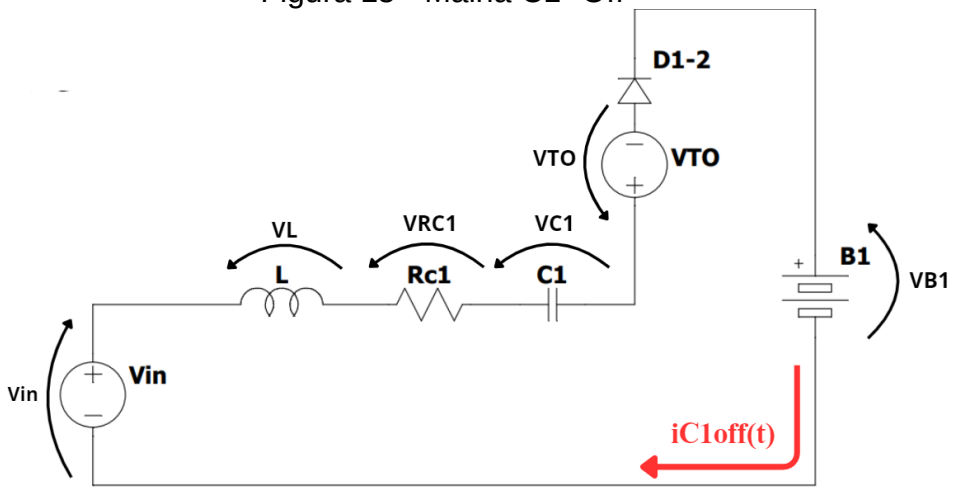
Fonte: próprio autor.

Nota-se que na Tabela 1 não estão contidos apenas parâmetros dos componentes, mas também valores de tensões e correntes iniciais - I_{0C1off}, V_{0C1off} e V_{0C1on}. Isso se deve, pois, algumas expressões desenvolvidas dependem destes parâmetros para serem devidamente representadas graficamente. Desta forma atribui-se valores condizentes para essas variáveis, sendo estes valores os mesmo obtidos nas simulações via software deste trabalho.

3.1.1 Corrente: Malha C1 “off” – Modelo simplificado

A figura 15 representa a malha do capacitor $C1$ do modelo simplificado no período “off”. Nota-se a presença na malha da fonte de tensão V_{in}, do indutor L, da resistência série do capacitor R_{C1}, de resistência R_C, do capacitor $C1$ de capacitância C, do diodo D1-2 e sua queda de tensão V_{TO}. Todos em série com a célula $B1$, sendo a corrente conduzida nessa malha dada por $i_{C1off}(t)$.

Figura 15 - Malha C1 "Off"



Fonte: próprio autor.

A partir do circuito da Figura 15, verifica-se pela “Lei de Tensões de Kirchhoff” (LTK) que:

$$V_{C1} = V_{in} - V_{RC1} - V_L - V_{TO} - V_{B1} \quad (1)$$

É necessário reescrever a expressão das tensões (1) em função da corrente $i_{C1off}(t)$:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{C1off}(t)dt = V_{in} - i_{C1off}(t) \cdot R_C - L \cdot \frac{di_{C1off}(t)}{dt} - V_{TO} - V_{B1} \quad (2)$$

Sendo a Equação (2) uma equação diferencial-integral deve-se realizar a transformada de Laplace pois esse sistema é muito complexo para ser resolvido no domínio do tempo. É necessário passar para o domínio da frequência:

$$\frac{1}{C*s} \cdot \left(I_{C1off}(s) + C \cdot V_{0C1off}\right) = \frac{V_{in} - V_{TO} - V_{B1}}{s} - I_{C1off}(s) \cdot R_C - L \cdot \left(s \cdot I_{C1off}(s) - I_{0C1off}\right), \quad (3)$$

Na equação (3), estão presentes os termos V_{0C1off} e I_{0C1off} estes são respectivamente a tensão inicial deste período no capacitor e a corrente inicial nesse mesmo período.

Além do que foi citado anteriormente, é necessário encontrar da expressão (3) uma expressão que rege o comportamento de $I_{C1off}(s)$. Para isso isola-se $I_{C1off}(s)$ em um dos lados da igualdade:

$$I_{C1off}(s) = \frac{s \cdot I_{0C1off}}{s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}} + \frac{\frac{V_{in} - V_{TO} - V_{0C1off} - V_{B1}}{L}}{s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}}, \quad (4)$$

Adotando-se o seguinte somatório de tensões presente em um dos numeradores em (4) como uma tensão equivalente para facilitar a manipulação matemática e posteriores expressões dos capacitores posteriores:

$$V_{eqC1off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1}, \quad (5)$$

Substituindo (5) em (4):

$$I_{C1off}(s) = I_{0C1off} \cdot \frac{s}{s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}} + \frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{R_C}{L} s + \frac{1}{CL}}, \quad (6)$$

Deve-se fazer a transformada de Laplace inversa dos termos da equação (6) para isso utilizou-se as duas transformadas de Laplace a seguir, facilmente encontradas nas tabelas de transformadas na literatura:

$$L\{e^{-\alpha * t} \cdot sin(\varpi t)\} = \frac{\varpi}{(s+\alpha)^2 + \varpi^2}, \quad (7)$$

$$L\{e^{-\alpha * t} \cdot \cos(\varpi t)\} = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \varpi^2}, \quad (8)$$

Igualando os denominadores da equação (6), $s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}$, com os denominadores, $(s+\alpha)^2 + \varpi^2$, da equação (7) ou (8):

$$(s+\alpha)^2 + \varpi^2 = s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}, \quad (9)$$

Utilizando a propriedade matemática do quadrado da soma temos:

$$s^2 + 2 \cdot \alpha \cdot s + \alpha^2 + \varpi^2 = s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{CL}, \quad (10)$$

Considerando (10) temos as seguintes igualdades:

$$\frac{R_C}{L} = 2 \cdot \alpha, \quad (11)$$

$$\alpha^2 + \varpi^2 = \frac{1}{C \cdot L}, \quad (12)$$

Dessa forma temos os seguintes resultados para α e ϖ :

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L}, \tag{13}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2}, \tag{14}$$

Reescrevendo a equação (6) no formato necessário para empregar as transformadas de Laplace inversas em (7) e (8):

$$I_{C1off}(s) = I_{0C1off} \cdot \frac{s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + \frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L} \cdot \frac{1}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}, \tag{15}$$

Nota-se que a equação (15) ainda necessita de adequação para realizar a transformada de Laplace inversa. Por isso considerou-se para isso a expressão (16) a seguir:

$$I_{C1off}(s) = I_{0C1off} \cdot \frac{s+\alpha-\alpha}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + \frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L \cdot \varpi} \cdot \frac{\varpi}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}, \tag{16}$$

Sendo assim, a expressão final para realizar a transformada de Laplace inversa dessa etapa se encontra na equação (17) a seguir:

$$I_{C1off}(s) = I_{0C1off} \cdot \left(\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} - \frac{\alpha}{\varpi}\frac{\varpi}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}\right) + \frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L \cdot \varpi} \cdot \frac{\varpi}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}, \tag{17}$$

Realizando a transformada de Laplace inversa em (17):

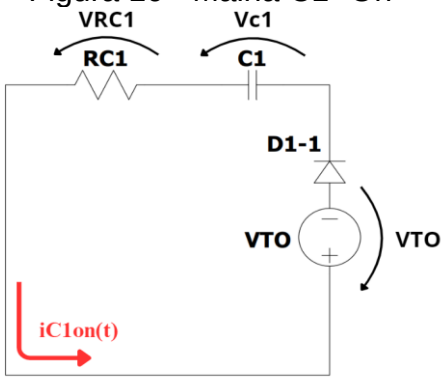
$$i_{C1off}(t) = I_{0C1off} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L \cdot \varpi} - I_{0C1off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot [e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)], \tag{18}$$

Sendo que a equação (18) rege o comportamento da corrente no capacitor C1 no período “off” em função do tempo.

3.1.2 Corrente: Malha C1 “on” – Modelo simplificado

A Figura 16 representa a malha do capacitor $C1$ do modelo simplificado no período “on”. Nota-se na malha o capacitor C1, de capacitância C, a resistência série R_{C1}, de resistência R_C, o diodo D1-1 com queda de tensão V_{TO}. Todos os componentes em série sendo a corrente conduzida nessa malha dada por $i_{C1on}(t)$ com o capacitor descarregando pelo transistor.

Figura 16 - Malha C1 "On"



Fonte: próprio autor

A partir do circuito da Figura 16 verifica-se pela LTK que:

$$V_{C1} = V_{T0} - V_{RC1}, \tag{19}$$

Reescrevendo a equação (19) em função da corrente $i_{C1on}(t)$ utilizando as LTK:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{C1on}(t)dt = V_{T0} - R_C \cdot i_{C1on}(t), \tag{20}$$

Fazendo a transformada de Laplace em (20) devido à complexidade de solução no domínio do tempo:

$$\frac{1}{C*s} \cdot (I_{C1on}(s) + C \cdot V_{0C1on}) = \frac{V_{T0}}{s} - R_C \cdot I_{C1on}(s)\,, \tag{21}$$

Vale ressaltar que V_{0C1on} é a tensão inicial do capacitor na etapa. Então, Da equação (21) deve-se encontrar a expressão que rege o comportamento de $I_{C1on}(s)$. Para isso, isolou-se este termo em um dos lados da igualdade da equação obtendo o resultado:

$$I_{C1on}(s) = \frac{V_{T0} - V_{0C1on}}{R_{C1}} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{C \cdot R_C}}, \tag{22}$$

Sendo essa a expressão no domínio da frequência da corrente desejada, $I_{C1on}(s)$, para encontrar a mesma no domínio do tempo deve-se realizar a transformada de Laplace inversa de (22). Tendo o seguinte resultado:

$$i_{C1on}(t) = \frac{V_{T0} - V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t}\,, \tag{23}$$

Para facilitar o entendimento desta etapa e das posteriores algumas das tensões na malha serão representadas como uma tensão equivalente. Sendo na malha C1 “on”:

$$V_{eqC1on} = V_{T0} \ , \tag{24}$$

Substituindo (24) em (23):

$$i_{C1on}(t) = \frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} \ , \tag{25}$$

Sendo que a equação da corrente em (25) rege o comportamento da corrente da malha C1 no período “on” no domínio do tempo, porém o valor de V_{0C1on} é uma incógnita e que será definida posteriormente.

3.1.3 Resumo equações de correntes no capacitor C1 e visualização gráfica – Modelo Simplificado

Obteve-se nas subseções 3.1.1 e 3.1.2 a equação das correntes no capacitor C1 no Período “Off” e no Período “On”.

A equação da corrente para o Período “Off” é dada por:

$$i_{C1off}(t) = I_{0C1off} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L \cdot \varpi} - I_{0C1off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t) \ , \tag{26}$$

Sendo os valores de α, ϖ e $V_{eqC1off}$ respectivamente:

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L} \ , \tag{27}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2}, \tag{28}$$

$$V_{eqC1off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1}, \tag{29}$$

E a equação da corrente para o Período “On” é dada por:

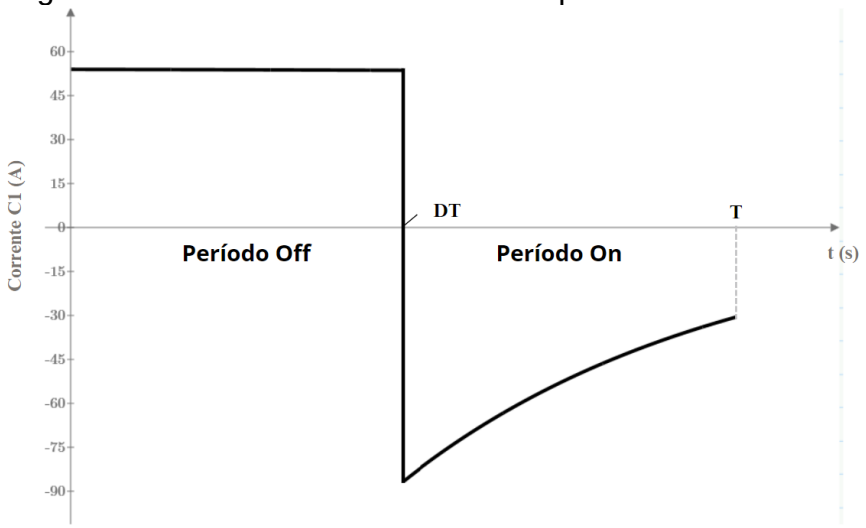
$$i_{C1on}(t) = \frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} \ , \tag{30}$$

Sendo que:

$$V_{eqC1on} = V_{T0} \ , \tag{31}$$

Plotando essas expressões graficamente utilizando o software ptc mathcad® e os valores listados na Tabela 1 sendo que $i_{C1off}(t)$ opera de 0s até $D \cdot T$ e $i_{C1on}(t)$ opera de $D \cdot T$ até T obtêm-se a curva exposta na Figura 17 a seguir:

Figura 17 – Gráfico corrente teórica capacitor C1 “on” e “off”



Fonte: próprio autor

3.1.4 Tensão: Malha C1 “off” – Modelo simplificado

Visto que o comportamento da corrente no capacitor C1 depende da tensão inicial aplicada nele, V_{0C1off}, é interessante e necessária uma expressão que rege o comportamento da tensão no mesmo. Esta é desenvolvida nesta seção.

Considerando que a relação diferencial entre a tensão do capacitor C1 e sua corrente no período “off” é dada por:

$$v_{C1off}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_{C1off}(t)dt, \tag{32}$$

A equação da corrente neste capacitor no período “off” é conhecida e foi desenvolvida anteriormente em (26). Substituindo (26) em (32) tem-se:

$$v_{C1off}(t) = \frac{1}{C}\int [I_{0C1off}.e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L \cdot \varpi} - I_{0C1off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)]\, dt, \tag{33}$$

Sendo I_{0C1off}, C, L, $V_{eqC1off}$, ϖ e α constantes e utilizando a propriedade matemática da integral das somas:

$$v_{C1off}(t) = \frac{I_{0C1off}}{C} \cdot \int e^{-\alpha t} \cdot cos(\varpi \cdot t)\mathrm{dt} + \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off} - \alpha \cdot L \cdot I_{0C1off}}{C \cdot L \cdot \varpi}\right) \cdot [\int e^{-\alpha t} \cdot sin(\varpi \cdot t)\ dt], \quad (34)$$

Nesse caso deve-se encontrar o resultado das integrais $\int e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t)\mathrm{dt}$ e $\int e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)\mathrm{dt}$. Sendo este um resultado conhecido nas propriedades trigonométricas. Sendo elas expostas a seguir:

$$\int e^{-\alpha \cdot t} cos(\varpi t)\mathrm{dt} = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (-\alpha \cos(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \sin(\varpi \cdot t))}{\alpha^2 + \varpi^2} + K, \quad (35)$$

$$\int e^{-\alpha \cdot t} sin(\varpi t)\mathrm{dt} = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{\alpha^2 + \varpi^2} + K, \quad (36)$$

Sendo K uma constante genérica de integração para integrais indefinidas. Com o resultado dessas integrais, pode-se voltar a desenvolver a expressão da tensão, substituindo (35) e (36) em (34):

$$v_{C1off}(t) = \frac{I_{0C1off}}{C} \cdot \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (-\alpha \cdot \cos(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \sin(\varpi \cdot t))}{\alpha^2 + \varpi^2} - \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off} - \alpha \cdot L \cdot I_{0C1off}}{L \cdot \varpi}\right) \cdot \left(\frac{e^{-\alpha \cdot t}(\alpha \cdot \sin(\varpi t) + \varpi v \cos(\varpi t))}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}\right) + K\ , \quad (37)$$

Visto que a constante genérica K é uma incógnita, é necessário determiná-la para se ter uma expressão correta que descreve corretamente a tensão no capacitor C1 no domínio do tempo. Para isso, selecionou-se um ponto conhecido desta expressão, o ponto para $t = 0$, sendo $v_{C1off}(0) = V_{0C1off}$. Sendo que, pelas propriedades trigonométricas $\cos(\varpi \cdot 0) = 1$ e $\sin(\varpi \cdot 0) = 0$, e pela função exponencial, $e^{-\alpha \cdot 0} = 1$. Tem-se:

$$V_{0C1off} = \frac{I_{0C1off}}{C} \cdot \frac{(-\alpha)}{\alpha^2 + \varpi^2} - \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{L}\right) \cdot \frac{1}{\alpha^2 + \varpi^2} + \frac{I_{0C1off}}{C} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^2 + \varpi^2} + K\ , \quad (38)$$

Considerando o parâmetro, P_i, para facilitar manipulações:

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}, \quad (39)$$

Isolando K na equação (38) e substituindo o parâmetro P_i de (39) tem-se:

$$K = V_{0C1off} \cdot \frac{L - P_i}{L} + V_{eqC1off} \cdot \frac{P_i}{L}, \quad (40)$$

Com a expressão da constante K obtida em (40) e a simplificação do parâmetro P_i em (29), pode-se retornar para a equação da tensão em (37). Substituindo esses dois valores tem-se:

$$v_{C1off}(t) = I_{0C1off} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [-\alpha \cdot \cos(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \sin(\varpi \cdot t)] \cdot P_i - \left(\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off} - \alpha \cdot L \cdot I_{0C1off}}{L \cdot \varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot [\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t)] \cdot P_i + V_{0C1off} \cdot \frac{L - P_i}{L} + V_{eqC1off} \cdot \frac{P_i}{L} \quad (41)$$

Colocou-se, na equação (41), colocar em evidência os parâmetros I_{0C1off}, V_{0C1off}, e $V_{eqC1off}$ em evidência. Esse procedimento resulta na expressão (42), sendo que $f_{\mathrm{i}0c1off}(t)$, $f_{\mathrm{v}0c1off}(t)$ e $f_{\mathrm{v}c1off}(t)$ são funções que multiplicam esses parâmetros representadas respectivamente em (33), (34) e (35) adotadas apenas para simplificar anotação:

$$v_{C1off}(t) = I_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{i}0off}(t) + V_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(t) + V_{eqC1off} \cdot f_{\mathrm{v}off}(t) \quad (42)$$

Sendo que as funções $F_{\mathrm{i}0c1off}(t)$, $F_{\mathrm{v}0c1off}(t)$ e $F_{\mathrm{v}c1off}(t)$ são dadas por:

$$f_{\mathrm{i}0off}(t) = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\varpi \cdot t)}{C \cdot \varpi} \quad (43)$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(t) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \quad (44)$$

$$f_{\mathrm{v}off}(t) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \quad (45)$$

Com esse desenvolvimento adquiriu-se a equação (42) que rege o comportamento da tensão no período “off” do capacitor C1 em função das equações (43), (44) e (45).

3.1.5 Tensão: Malha C1 “on” – Modelo simplificado

Da mesma forma que para o item 3.1.4 anterior a tensão para o período “on” também é interessante e necessária para análises. Considerando que a relação diferencial entre a tensão do capacitor C1 e sua corrente no período “on” é dada por:

$$v_{C1on}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_{C1on}(t) dt \ , \quad (46)$$

Substituindo a equação encontrada previamente (30) da corrente $i_{C1on}(t)$ em (46), tem-se:

$$v_{C1on}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int \frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} dt \ , \quad (47)$$

Rescrevendo a integral $\int \frac{V_{eqC1on}-V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} dt$ de (47) sendo V_{eqC1on}, V_{0C1on}, R_C e C constantes:

$$v_{C1on}(t) = \frac{V_{eqC1on}-V_{0C1on}}{C \cdot R_C} \cdot \int \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} dt \ , \tag{48}$$

Visto que $\int \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} dt = -C \cdot R_C e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + K$. A integral em (48) resulta em:

$$v_{C1on}(t) = -(V_{eqC1on} - V_{0C1on}) e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + K \ , \tag{49}$$

Sendo K uma constante de integração genérica para integrações indefinidas que precisa ser definida. Para isso é necessário escolher um ponto conhecido da expressão, nesse caso, como na etapa anterior, escolheu-se $t = 0$. Sendo que $v_{C1on}(0) = V_{0C1on}$. Assim tem-se a expressão:

$$V_{0C1on} = -(V_{eqC1on} - V_{0C1on}) + K, \tag{50}$$

Deve-se isolar K na equação (50), para assim encontrar a sua expressão dentro da equação. Tendo como resultado:

$$K = V_{eqC1on}, \tag{51}$$

Assim, o valor de K definido em (51) substituído na tensão nessa malha em (49) é dada por:

$$v_{C1on}(t) = -(V_{eqC1on} - V_{0C1on}) e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + V_{eqC1on}, \ , \tag{52}$$

Desta forma, obteve-se a expressão (52) que define o comportamento da tensão no capacitor nesta etapa.

3.1.6 Resumo equações de tensões no capacitor C1 e visualização gráfica – Modelo Simplificado

Em resumo, obteve-se nos itens 3.1.4 e 3.1.5 as equações de tensão no capacitor C1 no Período “Off” e “On”. Sendo:

A equação da tensão no período “Off” é dada por:

$$v_{C1off}(t) = I_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{i}0off}(t) + V_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(t) + V_{eqC1off} \cdot f_{\mathrm{v}off}(t) \tag{53}$$

Sendo que as funções $F_{\mathrm{i}0off}(t)$, $F_{\mathrm{v}0off}(t)$ e $F_{\mathrm{v}off}(t)$ são respectivamente:

$$f_{\mathrm{i}0off}(t) = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\varpi \cdot t)}{C \cdot \varpi} \tag{54}$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(t) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi t) + \varpi \cdot \cos(\varpi t))}{L \cdot \varpi} \tag{55}$$

$$f_{\mathrm{v}off}(t) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \tag{56}$$

E os parâmetros $V_{eqC1off}$, P_i , α e ϖ são:

$$V_{eqC1off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1}, \tag{57}$$

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)} \tag{58}$$

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L} \tag{59}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2} \tag{60}$$

Já a equação da tensão no período “On” é dada por:

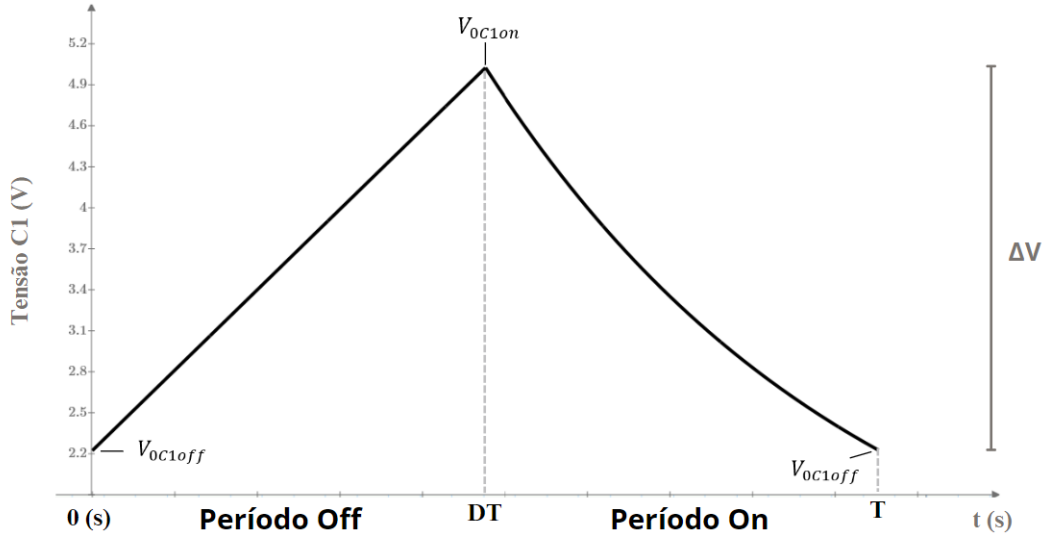
$$v_{C1on}(t) = -(V_{eqC1on} - V_{0C1on}) e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + V_{eqC1on}, , \tag{61}$$

Sendo que:

$$V_{eqC1on} = V_{T0} \ , \tag{62}$$

Plotando essas expressões graficamente utilizando o software ptc mathcad® e os valores listados na Tabela 1 sendo que $v_{C1off}(t)$ opera de 0s até $D \cdot T$ e $v_{C1on}(t)$ opera de $D \cdot T$ até T obtêm-se a curva exposta na Figura 18 a seguir:

Figura 18 – Tensão teórica capacitor C1 “on” e “off”



Fonte: próprio autor

Nota-se que graficamente é possível observar o *ripple* de tensão, ΔV, e as tensões iniciais, V_{0C1on} e V_{0C1off}, neste capacitor em regime permanente. Sendo suas expressões obtidas no próximo item.

3.1.7 Tensões iniciais e *ripple* de tensão: Malha C1– Modelo simplificado

Considerando que este conversor trabalha com razão cíclica, D, e tem período, T, pode-se fazer as seguintes considerações para as tensões nos capacitores no período “on” e “off”.

$$v_{C1off}(D \cdot T) = V_{0C1on} \ , \tag{63}$$

$$v_{C1on}((1-D) \cdot T) = V_{0C1off} \ , \tag{64}$$

Para simplificar nomenclatura e as anotações neste trabalho adotaremos para os períodos:

$$T_i = D \cdot T \ , \tag{65}$$

$$T_{ii} = (1-D) \cdot T \ , \tag{66}$$

Dessa forma, pelas equações de tensão desenvolvidas anteriormente e listadas no item 3.1.6 obtém-se para $v_{C1off}(T_i)$ e $v_{C1on}(T_{ii})$:

$$v_{C1off}(T_i) = I_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{i}0c1off}(T_i) + v_{C1on}(T_{ii}) \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i) + V_{eqC1off} \cdot f_{\mathrm{vc}1off}(T_i), \tag{67}$$

$$v_{C1on}(T_{ii}) = -(V_{eqC1on} - v_{C1off}(T_i)) \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} + V_{eqC1on}, \tag{68}$$

Sendo que $f_{\mathrm{i}0off}(T_{ii})$, $f_{\mathrm{v}0off}(T_{ii})$ e $f_{\mathrm{v}off}(T_{ii})$ são respectivamente:

$$f_{\mathrm{i}0off}(T_i) = \frac{e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot \sin(\varpi \cdot T_i)}{C \cdot \varpi}, \tag{69}$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(T_{ii}) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \tag{70}$$

$$f_{\mathrm{v}off}(T_{ii}) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \tag{71}$$

Nota-se que se tem duas equações, (67) e (68), para duas variáveis, $v_{C1off}(T_i)$ e $v_{C1on}(T_{ii})$ sendo possível resolver este sistema utilizando a técnica da substituição matemática de expressões. Substituindo (68) em (67) e isolando $v_{C1off}(T_i)$ em um dos extremos da equação obtém-se:

$$\begin{aligned} &v_{C1off}(T_i) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}}) \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i) = I_{0C1off} \cdot f_{\mathrm{i}0c1off}(T_i) + \\ &[V_{eqC1on} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} + V_{eqC1on}] \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i) + V_{eqC1off} \cdot f_{\mathrm{v}c1off}(T_i), \end{aligned} \tag{72}$$

Dividindo ambos os lados da equação por $(1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}}) \cdot F_{\mathrm{v}0c1off}(T_i)$ tem-se a seguinte expressão (73) que representa a tensão $v_{C1off}(T_i)$, sendo ela igual a V_{0C1on}. Para facilitar anotação e visualização adotou-se os parâmetros P_{ii}, P_{iii} e P_{iV} na equação (73), identificados seus valores respectivamente em (72), (73) e (74):

$$V_{0C1on} = P_{ii} \cdot I_{0C1off} - P_{iii} \cdot V_{eqC1off} + P_{iV} \cdot V_{eqC1on}, \tag{73}$$

Sendo que os parâmetros P_{ii}, P_{iii} e P_{iV} são:

$$P_{ii} = \frac{f_{\mathrm{i}0c1off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i)}, \tag{74}$$

$$P_{iii} = \frac{f_{\mathrm{v}c1off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i)}, \tag{75}$$

$$P_{iV} = \frac{f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{C * R_C} \cdot T_{ii}})}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0c1off}(T_i)}, \tag{76}$$

É necessário definir, também, o valor de V_{0C1off} sendo que este é igual a $v_{C1on}(T_{ii})$. Para isso basta substituir a expressão encontrada (73) em (68), obtendo que:

$$V_{0C1off} = -(V_{eqC1on} - (P_{ii} \cdot I_{0C1off} - P_{iii} \cdot V_{eqC1off} + P_{iV} \cdot V_{eqC1on})) \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} + V_{eqC1on}, \quad (77)$$

Sendo que esta expressão pode ser reescrita como:

$$V_{0C1off} = P_{ii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot I_{0C1off} - V_{eqC1on} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot (1 - P_{iV}) - P_{iii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot V_{eqC1off} + V_{eqC1on}, \quad (78)$$

Visto que em (73) e (78) estão as expressões das tensões iniciais V_{0C1off} e V_{0C1on} é possível determinar com elas o *ripple* de tensão neste capacitor. Já que estamos tratando em regime permanente pode-se considerar que $V_{0C1off} = V_{mín}$ e $V_{0C1on} = V_{máx}$. Desta forma o ripple de tensão, ΔV , é dado por:

$$\Delta V = V_{0C1on} - V_{0C1off}, \quad (79)$$

Desta forma utilizando os valores listados na Tabela 1 nas equações (73), (78) e (79) obtém-se respectivamente: $V_{0C1on} = 5{,}02V$, $V_{0C1off} = 2{,}21V$ e $\Delta V = 2{,}82V$.

3.1.8 Corrente inicial e média: Malha C1– Modelo simplificado

Uma vez que a ondulação de tensão no capacitor num conversor chaveado é periódica em regime permanente. Ou seja, a energia armazenada no início do período é a mesma do final, portando a potência média absorvida pelo capacitor é nula. Sendo assim, a corrente média no período também é nula (MORAES, 2018).

Desta forma a corrente média no período total (T) é dada pela soma das correntes médias de cada um dos períodos, “on” e “off”, isoladamente:

$$i_{médio} = i_{C1off_médio} + i_{C1on_médio} = 0, \quad (80)$$

Sendo que as correntes médias “off” e “on” são respectivamente:

$$i_{C1off_médio} = \frac{1}{D \cdot T - 0} \cdot \int_0^{D \cdot T} i_{C1off}(t)\, dt, \quad (81)$$

$$i_{C1on_médio} = \frac{1}{(1-D) \cdot T - 0} \cdot \int_0^{(1-D) \cdot T} i_{C1on}(t)\, dt, \quad (82)$$

Encontrando primeiro a expressão de $i_{C1off_médio}$. Para isso, substitui-se o valor de $i_{C1off}(t)$, listado na equação (26), na equação (81). Obtendo a seguinte expressão:

$$i_{C1off_médio} = \frac{I_{0C1off}}{D \cdot T} \int_0^{D \cdot T} e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t)\, dt + (\frac{V_{eqC1off} - V_{0C1off}}{D \cdot T \cdot L \cdot \varpi} - I_{0C1off} \cdot \frac{\alpha}{D \cdot T \cdot \varpi}) \cdot \int_0^{D \cdot T} e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)(t)\, dt, \quad (83)$$

Sendo o resultado das integrais $\int e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t)\, dt$ e $\int e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)(t)\, dt$ já conhecidas no desenvolvimento deste trabalho basta aplicá-las utilizando agora os extremos de integração. Sendo o resultado dessas integrais com os extremos aplicados dadas por:

$$\int_0^{D \cdot \mathrm{T}} e^{-\alpha \cdot t} cos(\varpi t)\mathrm{dt} = \frac{e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) + \varpi \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}))}{\alpha^2 + \varpi^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \varpi^2}, \quad (84)$$

$$\int_0^{D \cdot \mathrm{T}} e^{-\alpha \cdot t} sin(\varpi t)\mathrm{dt} = \frac{e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}))}{\alpha^2 + \varpi^2} + \frac{\varpi}{\alpha^2 + \varpi^2}, \quad (85)$$

Com o resultado das integrais em (84) e (85) deve-se substituir esses valores na expressão de $i_{C1off_médio}$ em (83) colocando em evidência os parâmetros I_{0C1off}, $V_{eqC1off}$ e V_{0C1off}. O resultado desse procedimento é:

$$i_{C1off_médio} = I_{0C1off} \cdot P_V + (V_{eqC1off} - V_{0C1off}) \cdot P_{Vi}, \quad (86)$$

Sendo que os parâmetros P_V e P_{Vi} foram adotados apenas para facilitar visualização e entendimento da equação e suas expressões são dadas por:

$$P_V = \frac{C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T})) + C \cdot P_i \cdot \varpi}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \quad (87)$$

$$P_{Vi} = \frac{\sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) \cdot C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \quad (88)$$

Nota-se que com a expressão (86) tem-se a equação da corrente média $i_{C1off_médio}$ no capacitor no período “off”. Sendo assim, resta definir a mesma expressão para o período “on”.

Para isso deve-se pegar a expressão da corrente $i_{C1on}(t)$ representada na equação (30) e substituir na equação da corrente média $i_{C1on_médio}$ dada em (82). Tendo como resultado:

$$i_{C1on_médio} = \frac{1}{(1-D) \cdot T} \cdot \int_0^{(1-D) \cdot T} \frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t}\, dt, \quad (89)$$

Visto que $\frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{R_C}$ é uma constante, a equação (89) pode ser reescrita como:

$$i_{C1on_médio} = \frac{V_{eqC1on} - V_{0C1on}}{(1-D)\cdot T \cdot R_C} \cdot \int_0^{(1-D)\cdot T} e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot t}\, dt, \quad (90)$$

Sendo que o resultado da integral $\int_0^{(1-D)\cdot T} e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot t}\, dt$ não é de grande dificuldade e é dada por:

$$\int_0^{(1-D)\cdot T} e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot t}\, dt = -C \cdot R_C \cdot (e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot (1-D)\cdot T} - 1), \quad (91)$$

Com o resultado desta integral é possível determinar a expressão $i_{C1on_médio}$ substituindo o resultado de (91) em (90) obtendo-se:

$$i_{C1on_médio} = -\frac{C\cdot(V_{eqC1on} - V_{0C1on})}{(1-D)\cdot T} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot (1-D)\cdot T} - 1\right), \quad (92)$$

Desta forma com as correntes médias definidas em ambos os períodos, $i_{C1on_médio}$ e $i_{C1off_médio}$, definidos pode-se retornar para a equação (80), que define a corrente média geral do capacitor. Substituindo os resultados encontrados, (86) e (92), em (80). Obtém-se:

$$I_{0C1off} \cdot P_V + (V_{eqC1off} - V_{0C1off}) \cdot P_{Vi} - \frac{C\cdot(V_{eqC1on} - V_{0C1on})}{(1-D)\cdot T} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot (1-D)\cdot T} - 1\right) = 0, \quad (93)$$

Isolando o valor de I_{0C1off} em um dos lados da igualdade na equação (93) tem-se como resultado:

$$I_{0C1off} = \left(V_{eqC1on} - V_{0C1on}\right) \cdot \frac{C\cdot\left(e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot (1-D)\cdot T} - 1\right)}{(1-D)\cdot T \cdot P_V} - \left(V_{eqC1off} - V_{0C1off}\right) \cdot \frac{P_{Vi}}{P_V}, \quad (94)$$

Nota-se que a equação (94) define a corrente inicial no período off, I_{0C1off}, para o capacitor C1. Sendo que aplicando os valores listados na tabela 1 tem-se como resultado: $I_{0C1off} = 53{,}89A$.

3.1.9 Resumo equações tensões iniciais, *ripple* de tensão e corrente inicial no capacitor C1 – Modelo Simplificado

Em resumo, obteve-se nas subseções 3.1.7 e 3.1.8 para o capacitor C1 as equações das tensões iniciais, V_{0C1on} e V_{0C1off}, a equação de *ripple* de tensão, ΔV, e a equação de corrente inicial no período "off", I_{0C1off}. Sendo essas expressões dadas por:

$$\Delta V = V_{0C1on} - V_{0C1off}, \tag{95}$$

$$V_{0C1off} = P_{ii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot I_{0C1off} - V_{eqC1on} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot (1 - P_{iV}) - P_{iii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot V_{eqC1off} + V_{eqC1on}, \tag{96}$$

$$V_{0C1on} = P_{ii} \cdot I_{0C1off} - P_{iii} \cdot V_{eqC1off} + P_{iV} \cdot V_{eqC1on}, \tag{97}$$

$$I_{0C1off} = \left(V_{eqC1on} - V_{0C1on}\right) \cdot \frac{\mathrm{C} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot (1-D) \cdot T} - 1\right)}{(1-D) \cdot \mathrm{T} \cdot P_V} - \left(V_{eqC1off} - V_{0C1off}\right) \cdot \frac{P_{Vi}}{P_V}, \tag{98}$$

Sendo que os parâmetros P_i ,P_{ii}, P_{iii}, P_{iV} e P_{iV} são dados por:

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}, \tag{99}$$

$$P_{ii} = \frac{F_{\mathrm{i}0C1off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0C1off}(T_i)}, \tag{100}$$

$$P_{iii} = \frac{F_{\mathrm{v}C1off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0C1off}(T_i)}, \tag{101}$$

$$P_{iV} = \frac{F_{\mathrm{v}0C1off}(T_i) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{C * R_C} \cdot T_{ii}})}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0C1off}(T_i)}, \tag{102}$$

$$P_V = \frac{C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T})) + C \cdot P_i \cdot \varpi}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \tag{103}$$

$$P_{Vi} = \frac{\sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) \cdot C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \tag{104}$$

E que $f_{\mathrm{i}0off}(T_i)$, $f_{\mathrm{v}0off}(T_i)$ e $f_{\mathrm{v}off}(T_i)$ são respectivamente:

$$f_{\mathrm{i}0off}(T_i) = \frac{e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot \sin(\varpi \cdot T_i)}{C \cdot \varpi}, \tag{105}$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(T_{ii}) = \frac{\varpi\cdot(L-P_i)+e^{-\alpha\cdot T_i\cdot P_i}(\alpha\cdot\sin(\varpi\cdot T_i)+\varpi\cdot\cos(\varpi\cdot T_i))}{L\cdot\varpi}, \quad (106)$$

$$f_{\mathrm{v}off}(T_{ii}) = \frac{-\varpi\cdot P_i+e^{-\alpha\cdot T_i\cdot P_i}(\alpha\cdot\sin(\varpi\cdot T_i)+\varpi\cdot\cos(\varpi\cdot T_i))}{L\cdot\varpi}, \quad (107)$$

E também os valores de $V_{eqC1off}$, V_{eqC1on}, T_i, T_{ii}, ϖ e α são:

$$V_{eqC1on} = V_{T0}\ , \quad (108)$$

$$V_{eqC1off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1}, \quad (109)$$

$$T_i = D\cdot T\ , \quad (110)$$

$$T_{ii} = (1-D)\cdot T\ , \quad (111)$$

$$\alpha = \frac{R_C}{2\cdot L}, \quad (112)$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C\cdot L} - \left(\frac{R_C}{2\cdot L}\right)^2}, \quad (113)$$

3.1.10 Conclusão parcial

As expressões e curvas obtidas para tensões em correntes no capacitor C1 nas etapas “on” e “off” representam bem o funcionamento deste circuito, porém as equações não são completamente independentes. Visto que em muitas etapas é necessário atribuir valores para tensões e correntes iniciais, I_{0C1off}, V_{0C1off} e V_{0C1on}, listados na tabela 1, com o único intuito de obter os resultados e a visualização gráfica.

Uma possível continuação para esta etapa seria desenvolver equações independentes destes parâmetros, de forma que para obter as curvas e valores basta modelar as capacitâncias, indutâncias e tensões dos componentes como desejado. Essa possibilidade não foi verificada neste trabalho, sendo necessário um estudo se a configuração do circuito possibilita essa condição.

3.2 MALHA C2 – MODELO SIMPLIFICADO

Neste item analisou-se quantitativamente as correntes e tensões durante os períodos “off” e “on” no capacitor C2 de forma análoga ao desenvolvido para o capacitor C1 na seção 3.1 anteriormente.

Para as visualizações gráficas também foram considerados alguns parâmetros sendo que para o capacitor C2 foram os listados na tabela 2 a seguir:

Tabela 2 - Valores utilizados modelagem quantitativa C2 teórico

Descrição	Parâmetro	Valor	Unidade
Fonte DC entrada Vin	V_{in}	6	V
Indutor L	L	300u	H
Capacitor C2	C	320u	F
Resistência Capacitor C2	R_c	0,05	Ω
Tensão Bateria B1	V_{B1}	5,0	V
Tensão Bateria B2	V_{B2}	5,1	V
Razão cíclica	D	0,5	Adimensional
Período	T	$\frac{1}{30x10^3}$	s
Queda de tensão nos diodos	V_{TO}	0,7	V
Corrente inicial "off"	I_{0C2off}	52,47	A
Tensão inicial "off"	V_{0C2off}	$-2,8$	V
Tensão inicial "on"	V_{0C2on}	$-0,09$	V

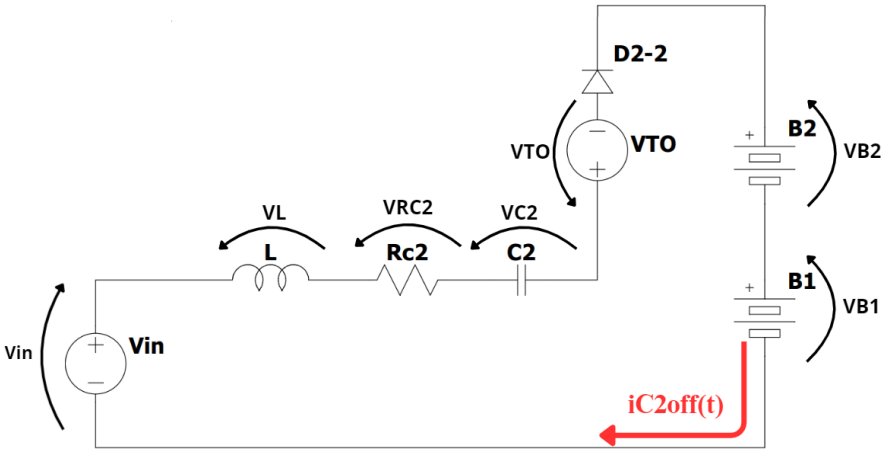
Fonte: próprio autor.

Sendo que a aquisição dos valores de tensão e correntes iniciais desta tabela foi feita de forma análoga ao desenvolvimento para as malhas do capacitor C1, se baseando nas simulações via software deste mesmo trabalho.

3.2.1 Corrente: Malha C2 "off" – Modelo simplificado

A figura 19 representa a malha do capacitor $C2$ do modelo simplificado no período "off". Nota-se a presença na malha da fonte de tensão V_{in}, do indutor L, da resistência série do capacitor R_{C2}, de resistência R_C, do capacitor $C2$ de capacitância C, do diodo D2-2 e sua queda de tensão V_{TO}. Todos em série com os módulos $B1$ e $B2$, sendo a corrente conduzida nessa malha dada por $i_{C2off}(t)$.

Figura 19 - Malha C2 "Off"



Fonte: próprio autor.

Nota-se uma semelhança com a malha do capacitor C1, sendo a principal modificação o acréscimo do módulo $B2$ em série com $B1$, com isso os desenvolvimentos matemáticos também são bem similares.

A partir do circuito da figura 19, verifica-se pela “Lei de Tensões de Kirchhoff” (LTK) que:

$$V_{C2} = V_{in} - V_{RC2} - V_L - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2} \tag{114}$$

É necessário reescrever a expressão das tensões (114) em função da corrente $i_{C2off}(t)$, já que este é o parâmetro que se deve encontrar:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{C2off}(t)dt = V_{in} - i_{C2off}(t) \cdot R_C - L \cdot \frac{di_{C2off}(t)}{dt} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2} \tag{115}$$

Sendo essa é uma equação diferencial-integral deve-se realizar a transformada de Laplace:

$$\frac{1}{C \cdot s}\left(I_{C2off}(s) + C \cdot V_{0C2off}\right) = \frac{V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}}{s} - I_{C2off}(s) \cdot R_{C1} - L \cdot \left(s \cdot I_{C2off}(s) - I_{0C2off}\right), \tag{116}$$

Vale ressaltar que os termos V_{0C2off} e I_{0C2off} são a tensão e a corrente iniciais deste período no capacitor C1.

Isolando $I_{C2off}(s)$ em um dos lados da igualdade em (116) obtém-se:

$$I_{C2off}(s) = \frac{s \cdot I_{0C2off}}{s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{C \cdot L}} + \frac{\frac{V_{in} - V_{TO} - V_{0C1off} - V_{B1} - V_{B2}}{L}}{s^2 + \frac{R_C}{L} \cdot s + \frac{1}{C \cdot L}}, \tag{117}$$

Considerando o seguinte somatório de tensões:

$$V_{eqC2off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \quad (118)$$

Substituindo (118) em (117):

$$I_{C2off}(s) = I_{0C2off} \cdot \frac{s}{s^2+\frac{R_C}{L}\cdot s+\frac{1}{CL}} + \frac{V_{eqC2off}-V_{0C1off}}{L} \cdot \frac{1}{s^2+\frac{R_C}{L}s+\frac{1}{C\cdot L}}, \quad (119)$$

A partir desta etapa o desenvolvimento é análogo ao item 3.1.1 do capacitor C1 tendo como resultado as equações de $i_{C2off}(t)$, α, ϖ e $V_{eqC2off}$:

$$i_{C2off}(t) = I_{0C2off} \cdot e^{-\alpha\cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC2off}-V_{0C2off}}{L\cdot\varpi} - I_{0C2off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha\cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t), \quad (120)$$

$$\alpha = \frac{R_C}{2\cdot L}, \quad (121)$$

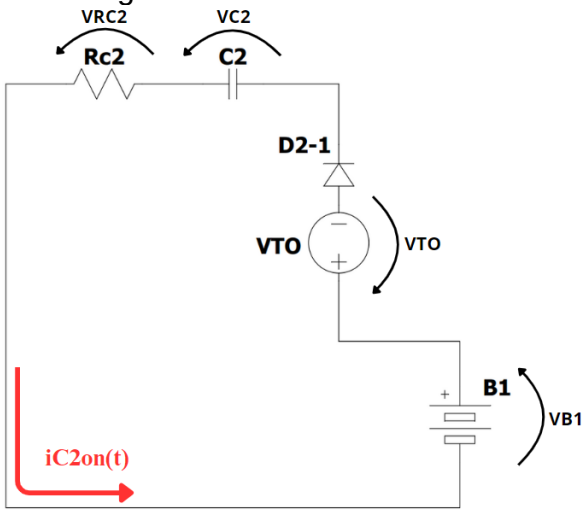
$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C\cdot L} - \left(\frac{R_C}{2\cdot L}\right)^2}, \quad (122)$$

$$V_{eqC2off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \quad (123)$$

3.2.2 Corrente: Malha C2 “on” – Modelo simplificado

A figura 20 representa a malha do capacitor $C2$ do modelo simplificado no período “on”. Nota-se o capacitor C2, de capacitância C, a resistência série R_{C2}, de resistência R_C, o diodo D2-1 com queda de tensão V_{TO} e a bateria B1 séria. A corrente desta malha é dada por $i_{C2on}(t)$.

Figura 20 - Malha C2 "On"



Fonte: próprio autor

A partir do circuito da Figura (20) verifica-se pela LTK:

$$V_{C2} = V_{T0} - V_{RC2} - V_{B1}, \quad (124)$$

Representando a equação (124) em função da corrente $i_{C2on}(t)$ utilizando as LTK:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{C2on}(t)dt = V_{T0} - R_C \cdot i_{C1on}(t) - V_{B1}, \quad (125)$$

Fazendo a transformada de Laplace em (125) devido à complexidade de solução no domínio do tempo:

$$\frac{1}{C*S} \cdot (I_{C2on}(s) + C \cdot V_{0C2on}) = \frac{V_{T0} - V_{B1}}{s} - R_C \cdot I_{C2on}(s), \quad (126)$$

Sendo que V_{0C2on} é a tensão inicial do capacitor nesta etapa. Isolando $I_{C2on}(s)$ em um dos lados da igualdade em (126), obtém-se:

$$I_{C2on}(s) = \frac{V_{T0} - V_{B1} - V_{0C1on}}{R_{C1}} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{C \cdot R_C}}, \quad (127)$$

Adotou-se a seguinte relação para as tensões no caso do período “on” na malha do capacitor C2:

$$V_{eqC2on} = V_{T0} - V_{B1}, \quad (128)$$

De forma análoga ao item 2.1.2 tem-se como resultado de $i_{C2on}(t)$ a seguinte expressão:

$$i_{C2on}(t) = \frac{V_{eqC2on} - V_{0C2on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t}, \quad (129)$$

Sendo que a equação da corrente em (129) rege o comportamento da corrente da malha C2 no período “on” no domínio do tempo.

3.2.3 Resumo equações de correntes no capacitor C2 e visualização gráfica – Modelo Simplificado

Em resumo, obteve-se nas subseções 3.2.1 e 3.2.2 as equações das correntes no capacitor C2 no Período “Off” e no Período “On”.

A equação da corrente para o Período “Off” é dada por:

$$i_{C2off}(t) = I_{0C2off} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC2off} - V_{0C2off}}{L \cdot \varpi} - I_{0C2off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t), \quad (130)$$

Sendo os valores de α, ϖ e $V_{eqC2off}$ respectivamente:

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L}\,, \tag{131}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2}\,, \tag{132}$$

$$V_{eqC2off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \tag{133}$$

E a equação da corrente para o Período “On” é dada por:

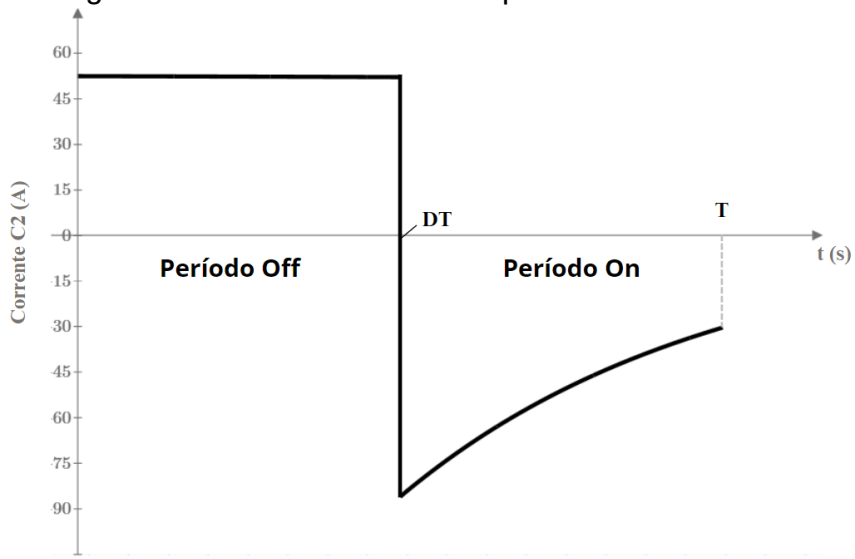
$$i_{C2on}(t) = \frac{V_{eqC2on} - V_{0C2on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t}\,, \tag{134}$$

Sendo que:

$$V_{eqC2on} = V_{T0} - V_{B1}\,, \tag{135}$$

Plotando essas expressões graficamente utilizando o software ptc mathcad® e os valores listados na tabela 2 sendo que $i_{C2off}(t)$ opera de 0s até $D \cdot T$ e $i_{C2on}(t)$ opera de $D \cdot T$ até T obtêm-se a curva exposta na figura 21 a seguir:

Figura 21 – Corrente teórica capacitor C2 “on” e “off”



Fonte: próprio autor

3.2.4 Tensão: Malha C2 “off” – Modelo simplificado

De forma análoga ao desenvolvimento da subseção 3.1.4 desenvolveu-se para a malha do capacitor C2 do período “off” a sua equação da tensão no capacitor, $v_{C2off}(t)$.

Considerando que a relação diferencial entre a tensão do capacitor C2 e sua corrente na etapa “off” é dada por:

$$v_{C2off}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_{C2off}(t)dt, \tag{136}$$

A equação da corrente neste capacitor no período “off”, $i_{C2off}(t)$, é conhecida e foi desenvolvida anteriormente e está representada em (130). Substituindo (130) em (136) tem-se:

$$v_{C2off}(t) = \frac{1}{C}\int [I_{0C2off}.e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqC2off} - V_{0C2off}}{L \cdot \varpi} - I_{0C2off} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot sin(\varpi \cdot t)]\, dt, \tag{137}$$

A partir desta etapa o desenvolvimento é análogo ao do item 3.1.4 do capacitor C1, obtendo como resultado a seguinte equação para $v_{C2off}(t)$:

$$v_{C2off}(t) = I_{0C2off} \cdot f_{\mathrm{i}0off}(t) + V_{0C2off} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(t) + V_{eqC2off} \cdot f_{\mathrm{v}off}(t) \tag{138}$$

Sendo que as funções $f_{\mathrm{i}0off}(t)$, $f_{\mathrm{v}0off}(t)$ e $f_{\mathrm{v}off}(t)$ e o parâmetro P_i são dados por:

$$f_{\mathrm{i}0off}(t) = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\varpi \cdot t)}{C \cdot \varpi} \tag{139}$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(t) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \tag{140}$$

$$f_{\mathrm{v}off}(t) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \tag{141}$$

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}, \tag{142}$$

Com esse desenvolvimento adquiriu-se a equação (138) que rege o comportamento da tensão no período “off” do capacitor C1 em função das equações (139), (140) e (141) e do parâmetro em (142).

3.2.5 Tensão: Malha C2 “on” – Modelo simplificado

Da mesma forma que para o período anterior a tensão para o período “on” também é interessante para análises. Considerando que a relação diferencial entre a tensão do capacitor C2, $v_{C2on}(t)$, e sua corrente no período “on”, $i_{C2on}(t)$, é dada por:

$$v_{C2on}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_{C2on}(t)dt \ , \tag{143}$$

Substituindo a equação da corrente $i_{C2on}(t)$ encontrada previamente e representada em (134) em (143), tem-se:

$$v_{C2on}(t) = \frac{1}{C} \cdot \int \frac{V_{eqC2on} - V_{0C2on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} dt \ , \tag{144}$$

De forma que de forma análoga ao desenvolvimento do item 3.1.5 tem-se como resultado de $v_{C2on}(t)$:

$$v_{C2on}(t) = -(V_{eqC2on} - V_{0C2on}) e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + V_{eqC2on}, \ , \tag{145}$$

Desta forma, obteve-se a expressão (145) que define o comportamento da tensão $v_{C2on}(t)$ no capacitor nesta etapa.

3.2.6 Resumo equações de tensões no capacitor C2 e visualização gráfica – Modelo Simplificado

Em resumo, obteve-se nos itens 3.2.4 e 3.2.5 as equações de tensão no capacitor C2, $v_{C2off}(t)$ e $v_{C2on}(t)$, no Período “Off” e “On”.

A equação da tensão no período “Off” é dada por:

$$v_{C2off}(t) = I_{0C2off} \cdot f_{\mathrm{i}0off}(t) + V_{0off} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(t) + V_{eqoff} \cdot f_{\mathrm{v}off}(t) \tag{146}$$

Sendo que as funções $F_{\mathrm{i}0off}(t)$, $F_{\mathrm{v}0off}(t)$ e $F_{\mathrm{v}off}(t)$ são respectivamente:

$$f_{\mathrm{i}0off}(t) = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\varpi \cdot t)}{C \cdot \varpi} \tag{147}$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(t) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi t) + \varpi \cdot \cos(\varpi t))}{L \cdot \varpi} \tag{148}$$

$$f_{\mathrm{v}off}(t) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot t} \cdot P_i \cdot (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot t) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot t))}{L \cdot \varpi} \tag{149}$$

E os parâmetros $V_{eqC2off}$, P_i , α e ϖ são:

$$V_{eqC2off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \tag{150}$$

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)} \tag{151}$$

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L} \tag{152}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2} \tag{153}$$

Já a equação da tensão no período “On” é dada por:

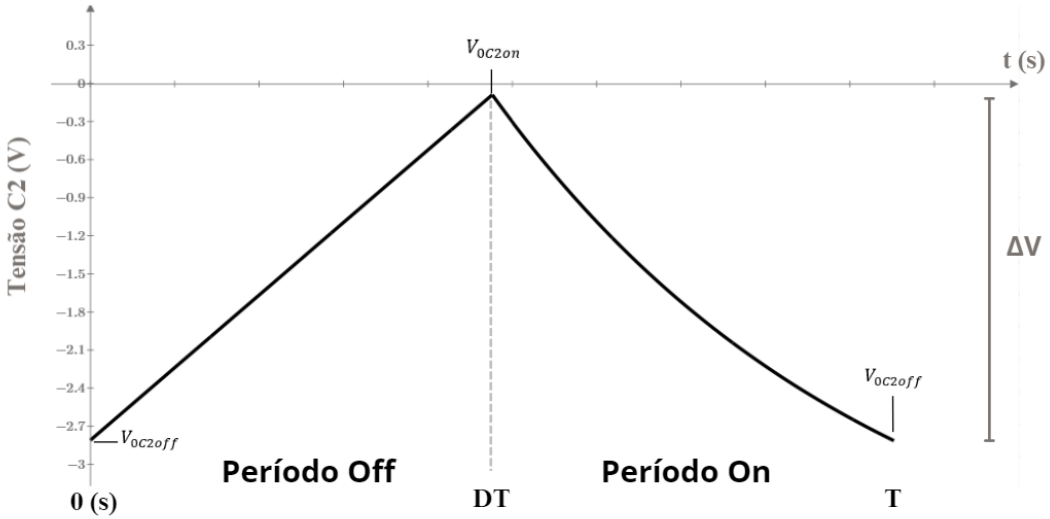
$$v_{C2on}(t) = -(V_{eqC2on} - V_{0C2on})e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t} + V_{eqC2on}, , \tag{154}$$

Sendo que:

$$V_{eqC2on} = V_{T0} - V_{B1} , \tag{155}$$

Plotando essas expressões graficamente utilizando o software ptc mathcad® e os valores listados na tabela 2 sendo que $v_{C2off}(t)$ opera de 0s até $D \cdot T$ e $v_{C2on}(t)$ opera de $D \cdot T$ até T obtêm-se a curva exposta na figura 22 a seguir:

Figura 22 – Tensão teórica capacitor C2 “on” e “off”



Fonte: próprio autor

Nota-se que graficamente é possível observar o *ripple* de tensão, ΔV, e as tensões iniciais, V_{0C2on} e V_{0C2off}. Sendo suas expressões obtidas no próximo item.

3.2.7 Tensões iniciais e *ripple* de tensão: Malha C2– Modelo simplificado

Considerando que este conversor trabalha com razão cíclica, D, e tem período, T, pode-se fazer as seguintes considerações para as tensões no capacitor C2 no período “on” e “off”.

$$v_{C2off}(D \cdot T) = V_{0C2on} , \tag{156}$$

$$v_{C2on}((1 - D) \cdot T) = V_{0C2off} , \tag{157}$$

Visto que pelas equações das tensões, $v_{C2off}(t)$ e $v_{C2on}(t)$, previamente desenvolvidas em (146) e (154) temos que para $T_i = D \cdot T$ e $T_{ii} = (1-D) \cdot T$:

$$v_{C2off}(T_i) = I_{0C2off} \cdot f_{\mathrm{i}0off}(T_i) + v_{C2on}(T_{ii}) \cdot f_{\mathrm{v}0off}(T_i) + V_{eqC2off} \cdot f_{\mathrm{v}off}(T_i), \quad (158)$$

$$v_{C2on}(T_{ii}) = -(V_{eqC2on} - v_{C2off}(T_i)) \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} + V_{eqC2on}\,, \quad (159)$$

Visto que em (158) e (159) tem-se duas equações e duas variáveis, $v_{C1off}(T_i)$ e $v_{C1on}(T_{ii})$, as equações de tensões iniciais, $v_{C2off}(t)$ e $v_{C2off}(t)$, e *ripple* de tensão, ΔV, são obtidas de forma análoga ao desenvolvimento do item 3.1.7 do capacitor C1.

Tendo como resultado das expressões de tensões iniciais V_{0C2on} e V_{0C2off}:

$$V_{0C2on} = P_{ii} \cdot I_{0C2off} - P_{iii} \cdot V_{eqC2off} + P_{iV} \cdot V_{eqC2on}, \quad (160)$$

$$V_{0C2off} = P_{ii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot I_{0C2off} - V_{eqC2on} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot (1 - P_{iV}) - P_{iii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot V_{eqC2off} + V_{eqC2on}, \quad (161)$$

Sendo que os parâmetros P_{ii}, P_{iii} e P_{iV} são:

$$P_{ii} = \frac{f_{\mathrm{i}0off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (162)$$

$$P_{iii} = \frac{f_{\mathrm{v}off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (163)$$

$$P_{iV} = \frac{f_{\mathrm{v}0off}(T_i) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}})}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot f_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (164)$$

Sendo que as funções $F_{\mathrm{i}0off}(T_i)$, $F_{\mathrm{v}off}(T_i)$ e $F_{\mathrm{v}0off}(T_i)$ são:

$$f_{\mathrm{i}0off}(T_i) = \frac{e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot \sin(\varpi \cdot T_i)}{C \cdot \varpi}, \quad (165)$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(T_{ii}) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \quad (166)$$

$$f_{\mathrm{v}off}(T_{ii}) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \quad (167)$$

Visto que em (160) e (161) estão as expressões das tensões iniciais V_{0C2off} e V_{0C2on} é possível determinar com elas o *ripple* de tensão neste capacitor, C2. Já que

estamos tratando em regime permanente pode-se considerar que $V_{0C2off} = V_{mín}$ e $V_{0C2on} = V_{máx}$. Desta forma o ripple de tensão, ΔV , é dado por:

$$\Delta V = V_{0C2on} - V_{0C2off}, \tag{168}$$

Desta forma utilizando os valores listados na Tabela 2 nas equações obtém-se respectivamente: $V_{0C2on} = -0{,}09V$, $V_{0C2off} = -2{,}82V$ e $\Delta V = 2{,}73V$.

3.2.8 Corrente inicial e média: Malha C2– Modelo simplificado

Uma vez que a ondulação de tensão no capacitor num conversor chaveado é periódica em regime permanente. Ou seja, a energia armazenada no início do período é a mesma do final portando a potência média absorvida pelo capacitor é nula, portanto, a corrente média no período também é nula (MORAES, 2018). Desta forma a corrente média no período no capacitor C2 é:

$$i_{médio} = i_{C2off_médio} + i_{C2on_médio} = 0, \tag{169}$$

Sendo que as correntes médias “off” e “on” são respectivamente:

$$i_{C2off_médio} = \frac{1}{D\cdot T - 0} \cdot \int_0^{D\cdot T} i_{C2off}(t)\, dt, \tag{170}$$

$$i_{C2on_médio} = \frac{1}{(1-D)\cdot T - 0} \cdot \int_0^{(1-D)\cdot T} i_{C2on}(t)\, dt, \tag{171}$$

Substituindo os valores de $i_{C2off}(t)$ e $i_{C2on}(t)$ expostos nas equações (130) e (134), em (170) e (171) tem-se respectivamente:

$$i_{C2off_médio} = \frac{I_{0C2off}}{D\cdot T}\int_0^{D\cdot T} e^{-\alpha\cdot t}\cdot cos(\varpi\cdot t)\, dt + \left(\frac{V_{eqC2off} - V_{0C2off}}{D\cdot T\cdot L\cdot \varpi} - I_{0C2off}\cdot \frac{\alpha}{D\cdot T\cdot \varpi}\right)\cdot \int_0^{D\cdot T} e^{-\alpha\cdot t}\cdot sin(\varpi\cdot t)(t)\, dt, \tag{172}$$

$$i_{C2on_médio} = \frac{1}{(1-D)\cdot T}\cdot \int_0^{(1-D)\cdot T} \frac{V_{eqC2on} - V_{0C2on}}{R_C}\cdot e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot t}\, dt, \tag{173}$$

Desta forma, o desenvolvimento para ambas correntes médias é análogo ao desenvolvido no item 3.1.8 tendo como resultado para $i_{C2off_médio}$ e $i_{C2on_médio}$ respectivamente:

$$i_{C2off_médio} = I_{0C2off}\cdot P_V + (V_{eqC2off} - V_{0C2off})\cdot P_{Vi}, \tag{174}$$

$$i_{C2on_médio} = -\frac{C\cdot(V_{eqC2on} - V_{0C2on})}{(1-D)\cdot T}\cdot\left(e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot(1-D)\cdot T} - 1\right), \tag{175}$$

Sendo que os parâmetros P_V e P_{Vi} são:

$$P_V = \frac{C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T})) + C \cdot P_i \cdot \varpi}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \tag{176}$$

$$P_{Vi} = \frac{\sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) \cdot C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \tag{177}$$

Desta forma utilizando a propriedade das correntes médias num capacitor em regime permanente exposta em (92) e as correntes médias (99) e (100) obtidas tem-se:

$$I_{0C2off} \cdot P_V + (V_{eqC2off} - V_{0C2off}) \cdot P_{Vi} - \frac{C \cdot (V_{eqC2on} - V_{0C2on})}{(1-D) \cdot T} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot (1-D) \cdot T} - 1 \right) = 0, \tag{178}$$

Isolando o valor de I_{0C2off} em um dos lados da igualdade na equação (105) tem como resultado:

$$I_{0C2off} = \left(V_{eqC2on} - V_{0C2on}\right) \cdot \frac{\mathrm{C} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot (1-D) \cdot T} - 1 \right)}{(1-D) \cdot T \cdot P_V} - \left(V_{eqC2off} - V_{0C2off}\right) \cdot \frac{P_{Vi}}{P_V}, \tag{179}$$

Nota-se que a equação (106) define a corrente inicial no período off em função dos parâmetros representados nas equações (99) e (100). Sendo que aplicando os valores listados na Tabela 2 tem-se como resultado: $I_{0C2off} = 52{,}46A$.

3.2.9 Resumo equações tensões iniciais, *ripple* de tensão e corrente inicial no capacitor C2 – Modelo Simplificado

Em resumo, obteve-se as equações das tensões iniciais, V_{0C2on} e V_{0C2off}, no capacitor C2 juntamente com a expressão de *ripple* de tensão, ΔV, e de corrente inicial no período "off", I_{0C2off}. Sendo essas expressões dadas por:

$$\Delta V = V_{0C2on} - V_{0C2off}, \tag{180}$$

$$V_{0C2off} = P_{ii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot I_{0C2off} - V_{eqC2on} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot (1 - P_{iV}) - P_{iii} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot V_{eqC2off} + V_{eqC2on}, \tag{181}$$

$$V_{0C2on} = P_{ii} \cdot I_{0C2off} - P_{iii} \cdot V_{eqC2off} + P_{iV} \cdot V_{eqC2on}, \tag{182}$$

$$I_{0C2off} = \left(V_{eqC2on} - V_{0C2on}\right) \cdot \frac{\mathrm{C} \cdot \left(e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot (1-D) \cdot T} - 1\right)}{(1-D) \cdot T \cdot P_V} - \left(V_{eqC2off} - V_{0C2off}\right) \cdot \frac{P_{Vi}}{P_V}, \quad (183)$$

Sendo que os parâmetros P_i ,P_{ii}, P_{iii}, P_{iV} e P_{iV} são dados por:

$$P_i = \frac{1}{C \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}, \quad (184)$$

$$P_{ii} = \frac{F_{\mathrm{i}0off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (185)$$

$$P_{iii} = \frac{F_{\mathrm{v}off}(T_i)}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (186)$$

$$P_{iV} = \frac{F_{\mathrm{v}0off}(T_i) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}})}{1 - e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot T_{ii}} \cdot F_{\mathrm{v}0off}(T_i)}, \quad (187)$$

$$P_V = \frac{C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (-\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) - \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T})) + C \cdot P_i \cdot \varpi}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \quad (188)$$

$$P_{Vi} = \frac{\sin(\varpi \cdot D \cdot \mathrm{T}) \cdot C \cdot P_i \cdot e^{-\alpha \cdot D \cdot \mathrm{T}} \cdot (\alpha^2 + \varpi^2)}{D \cdot \mathrm{T} \cdot \varpi}, \quad (189)$$

E que $f_{\mathrm{i}0off}(T_i)$, $f_{\mathrm{v}off}(T_i)$ e $f_{\mathrm{v}0off}(T_i)$ são respectivamente:

$$f_{\mathrm{i}0off}(T_i) = \frac{e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot \sin(\varpi \cdot T_i)}{C \cdot \varpi}, \quad (190)$$

$$f_{\mathrm{v}0off}(T_{ii}) = \frac{\varpi \cdot (L - P_i) + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \quad (191)$$

$$f_{\mathrm{v}off}(T_{ii}) = \frac{-\varpi \cdot P_i + e^{-\alpha \cdot T_i} \cdot P_i (\alpha \cdot \sin(\varpi \cdot T_i) + \varpi \cdot \cos(\varpi \cdot T_i))}{L \cdot \varpi}, \quad (192)$$

E também os valores de $V_{eqC2off}$, V_{eqC2on}, T_i, T_{ii}, ϖ e α são:

$$V_{eqC2on} = V_{T0} - V_{B1}\ , \quad (193)$$

$$V_{eqC2off} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \quad (194)$$

$$T_i = D \cdot T\ , \quad (195)$$

$$T_{ii} = (1 - D) \cdot T\ , \quad (196)$$

$$\alpha = \frac{R_C}{2 \cdot L}, \quad (197)$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L} - \left(\frac{R_C}{2 \cdot L}\right)^2}, \tag{198}$$

3.2.10 Conclusão parcial

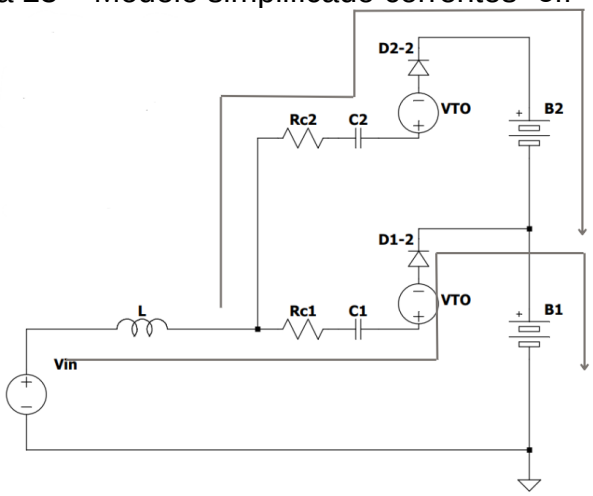
As expressões e curvas obtidas para tensões em correntes no capacitor C2 nas etapas “on” e “off” representam bem o funcionamento deste circuito e tem formatação muito semelhante ao obtido nos desenvolvimentos para o capacitor C1. Sendo os valores iniciais de V_{0C2on}, V_{0C2off} e I_{0C2off} dependentes dos dados da Tabela 2 e como visto anteriormente uma possibilidade de desenvolvimento posterior a este trabalho é a obtenção de suas equações de forma que as condições iniciais não sejam uma variável.

É possível concluir também que este sistema fácil de se prever já que a única diferença nas malhas do capacitor C1 para o C2 é o acréscimo da tensão das baterias série no equacionamento. Sendo o acréscimo de V_{B2} na malha do período “off” e V_{B1} na malha do período “on”. Desta forma, pelos equacionamentos, conclui-se também que independente do número de baterias os parâmetros α, ϖ, P_i ,P_{ii}, P_{iii}, P_{iV}, P_{iV}, T_i, T_{ii} e as funções $f_{\mathrm{i}0off}(T_i)$, $f_{\mathrm{v}off}(T_i)$ e $f_{\mathrm{v}0off}(T_i)$ sempre se mantém os mesmos.

3.3 CORRENTES NAS BATERIAS – MODELO SIMPLIFICADO

Com as expressões correntes nos capacitores, C_1 *e* C_2, devidamente estruturadas é possível determinar as correntes nas baterias, B_1 *e* B_2, nos períodos “on” e “off”. Para o período “off” é interessante retomar o esquema das correntes para o modelo estudado na Figura 23:

Figura 23 – Modelo simplificado correntes “off”



.

Fonte: próprio autor

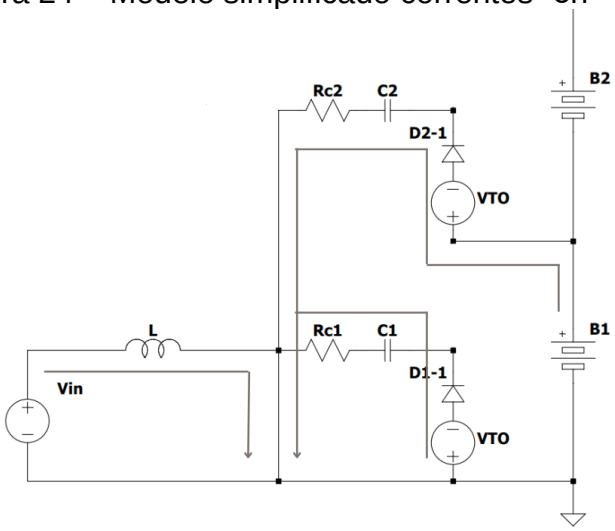
É possível verificar pela Figura 23 que no período “off” as correntes nos módulos B1 e B2 seguem as seguintes relações:

$$i_{B1off}(t) = i_{C1off}(t) + i_{C2off}(t), \quad (199)$$

$$i_{B2off}(t) = i_{C2off}(t), \quad (200)$$

Já para o período “on” tem-se o seguinte esquema da Figura 24:

Figura 24 – Modelo simplificado correntes “on”



Fonte: próprio autor.

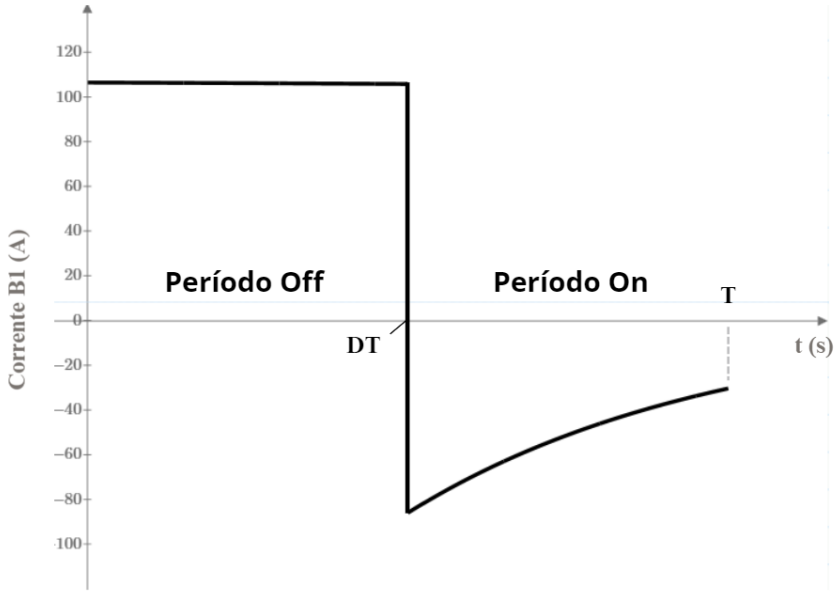
Em que é possível verificar pela Figura 24 que no período “on” as correntes nos módulos B1 e B2 seguem as seguintes relações:

$$i_{B1on}(t) = i_{C2on}(t), \quad (201)$$

$$i_{B2on}(t) = 0, \quad (202)$$

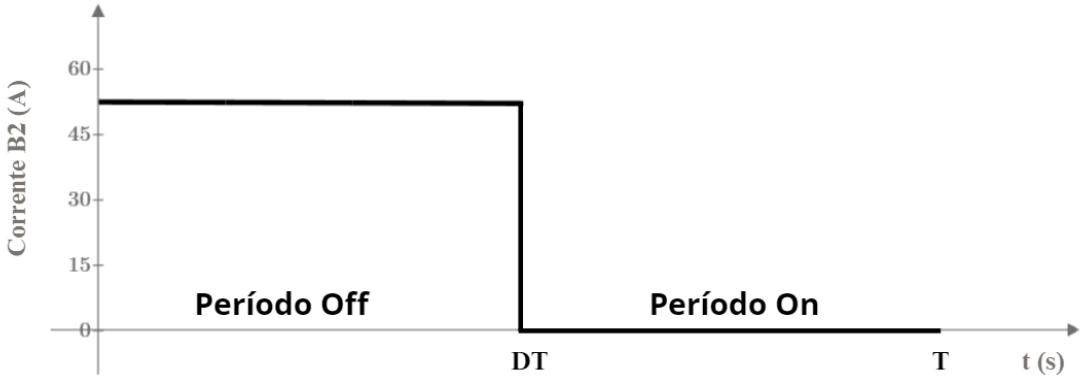
Desta forma, utilizando os valores teóricos previamente calculados nos itens 3.1 e 3.2 para os parâmetros destas correntes obteve-se a representação gráfica das mesmas. Sendo a Figura 25 para a corrente da bateria B1, $i_{B1}(t)$, e na Figura 26 a corrente da bateria B2, $i_{B2}(t)$.

Figura 25 – Corrente teórica bateria B1



Fonte: próprio autor.

Figura 26 – Corrente teórica bateria B2



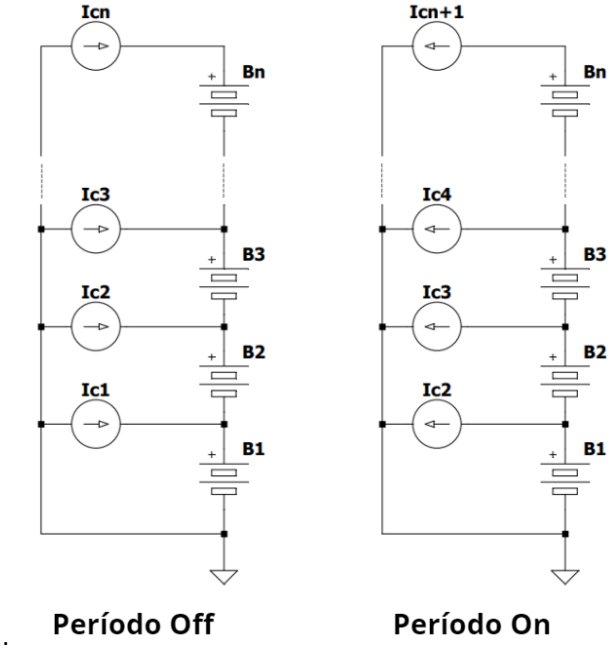
Fonte: próprio autor.

Sendo que, neste caso, as correntes médias para as baterias B1 e B2 são respectivamente 69,57A e 26,16A. O que faz sentido com os valores adotados nas tabelas 1 e 2, já que para ambas a tensão na bateria B2 é de 5,1V enquanto na bateria B1 é 5,0V. Concluindo que a maior parte da energia está sendo transferida para B1, a bateria com tensão menor equalizando as tensões.

3.4 CORRENTES, TENSÕES PARA “N” BATERIAS

Neste item são elencadas as equações levando em consideração um sistema com “n” baterias. Para isso é interessante revisar o funcionamento do circuito, para isso elaborou-se um esquema que representa de forma reduzida a operação do mesmo do mesmo na Figura 27.

Figura 27 – Corrente teórica “n” baterias



Fonte: próprio autor

Para o esquema reduzido da figura 27 representou-se as correntes nos capacitores como uma fonte de corrente apenas para simplificar a visualização. Então, baseando-se nesse esquema pode-se adotar que as correntes no período “off” e “on” para a primeira célula, B_1, e a última, B_n, são dadas por:

$$i_{B1off}(t) = i_{C1off}(t) + i_{C2off}(t) + \cdots + i_{Cnoff}(t), \quad (203)$$

$$i_{Bnoff}(t) = i_{Cnoff}(t), \quad (204)$$

$$i_{B1on}(t) = i_{C2on}(t) + i_{C3on}(t) + \cdots + i_{C(n+1)on}(t), \quad (205)$$

$$i_{Bnon}(t) = i_{C(n+1)on}(t), \quad (206)$$

Sendo que as correntes $i_{Cnoff}(t)$ e $i_{Cnon}(t)$ podem ser definidas baseando-se nos cálculos dos itens 3.2 e 3.3. Sendo elas respectivamente:

$$i_{Cnoff}(t) = I_{0Cnoff} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot cos(\varpi \cdot t) + \left(\frac{V_{eqCnoff} - V_{0Cnoff}}{L \cdot \varpi} - I_{0Cnoff} \cdot \frac{\alpha}{\varpi}\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t} cos(\varpi \cdot t), \quad (207)$$

$$i_{C(n+1)on}(t) = \frac{V_{eqC(n+1)on} - V_{0C(n+1)on}}{R_C} \cdot e^{-\frac{1}{C \cdot R_C} \cdot t}, \quad (208)$$

Sendo que $V_{eqCnoff}$ e $V_{eqC(n+1)on}$ são respectivamente:

$$V_{eqCnoff} = V_{in} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2} - \cdots - V_{Bn}, \quad (209)$$

$$V_{eqC(n+1)on} = V_{T0} - V_{B1} - V_{B2} - \cdots - V_{Bn}\ , \tag{210}$$

Vale ressaltar que a expressão (210) é válida apenas para $\mathrm{n} > 0$, já que um sistema com nenhuma bateria não faz sentido para este estudo além de que o parâmetro $V_{eqC(0+1)on}$ corresponde à malha “on” do capacitor C1, que não tem influência significativa nas correntes das baterias no período “on”.

Além disso é possível definir as expressões de $V_{0\mathrm{C}noff}$, $V_{eqC(n+1)on}$ e $I_{0\mathrm{C}noff}$, se baseando nos equacionamentos deste trabalho:

$$\begin{aligned} V_{0Cnoff} = P_{ii}\ \cdot e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot T_{ii}} \cdot I_{0\mathrm{C}noff} - V_{eqCnon} \cdot e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot T_{ii}} \cdot (1 - P_{iV}) - \\ P_{iii} \cdot e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot T_{ii}} \cdot V_{eqC2off} + V_{eqC2on}, \end{aligned} \tag{211}$$

$$V_{0C(n+1)on} = P_{ii}\ \cdot I_{0C(n+1)off} - P_{iii} \cdot V_{eqC(n+1)off} + P_{iV} \cdot V_{eqC(n+1)on}, \tag{212}$$

$$I_{0\mathrm{C}noff} = \left(V_{eqCnon} - V_{0Cnon}\right) \cdot \frac{\mathrm{C}\cdot\left(e^{-\frac{1}{C\cdot R_C}\cdot(1-D)\cdot T} - 1\right)}{(1-D)\cdot T\cdot P_V} - \left(V_{eqCnoff} - V_{0Cnoff}\right) \cdot \frac{P_{Vi}}{P_V}, \tag{213}$$

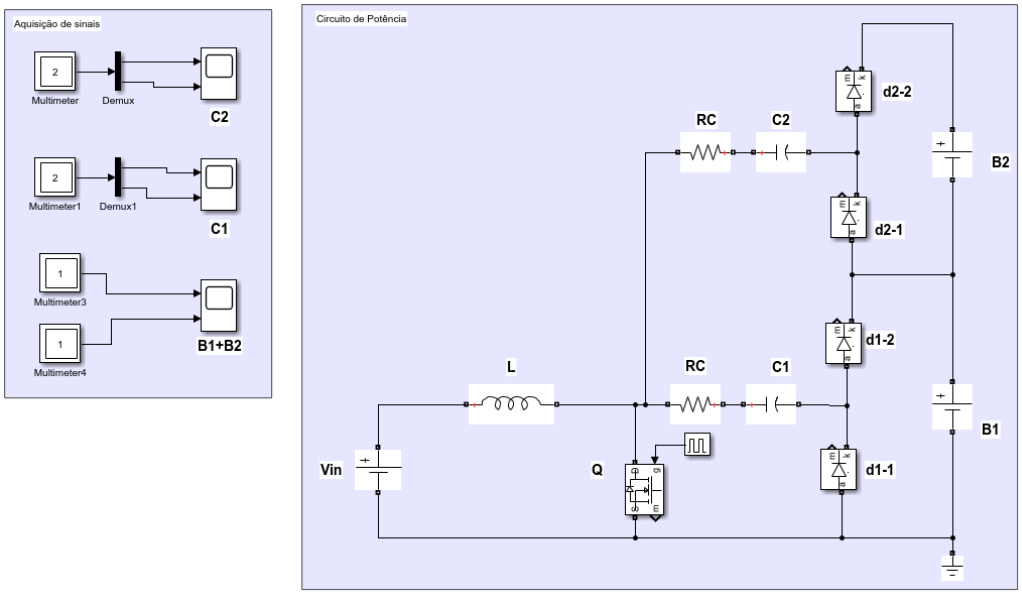
Sendo que os parâmetros α, ϖ, P_i ,P_{ii}, P_{iii}, P_{iV}, P_{iV}, T_i, T_{ii} e as funções $f_{\mathrm{i}0off}(T_i)$, $f_{\mathrm{v}off}(T_i)$ e $f_{\mathrm{v}0off}(T_i)$ são os mesmos que os adotados dos desenvolvimentos anteriores. Já que como visto anteriormente, eles independem do número de baterias empregadas ao sistema.

4 SIMULAÇÕES MODELO SIMPLIFICADO

Serão apresentados a seguir as simulações do circuito multiplicador de tensão simplificado, feitas no MATLAB®/SIMULINK, comparando com os valores teóricos desenvolvidos anteriormente.

O circuito montado na simulação via MATLAB®/SIMULINK é apresentado na Figura 28:

Figura 28 - Multiplicador de Tensão como equalizador de tensão feito no MATLAB®/SIMULINK



Fonte: próprio autor.

Foram considerados para a simulação os seguintes parâmetros descritos na Tabela 3:

Tabela 3 - Valores utilizados na simulação Multiplicador de Tensão

Descrição	Parâmetro	Valor	Unidade
Fonte DC entrada Vin	V_{in}	6	V
Indutor L	L	300u	H
Capacitor C1	$C1$	320u	F
Resistência Capacitor C1	R_c	0,05	Ω
Capacitor C2	C_2	320u	F
Resistência Capacitor C2	R_2	0,05	Ω
Tensão Bateria B1	B_1	5,0	V

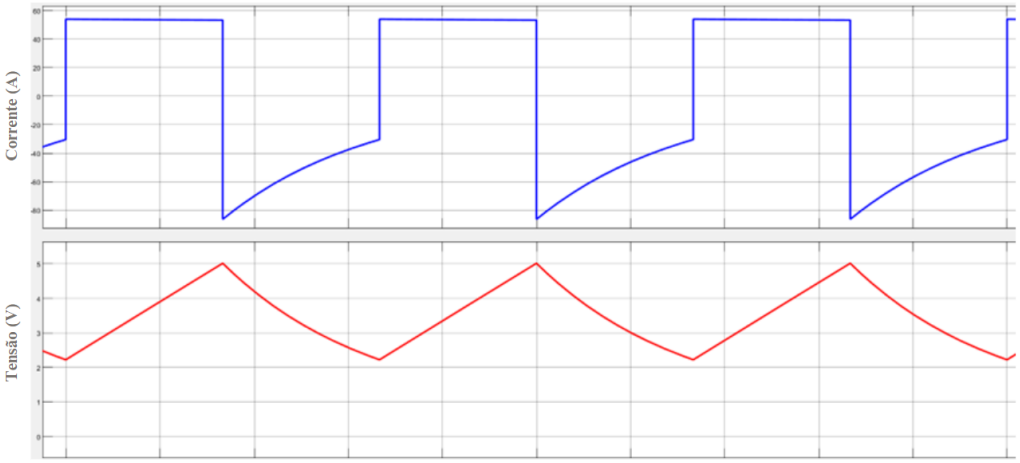
Descrição	Parâmetro	Valor	Unidade
Tensão Bateria B2	B_2	5,1	V
Razão cíclica	D	0,5	Adimensional
Frequência de chaveamento	F_S	30x10³	Hz
Período de chaveamento	T	$\frac{T}{F_S}$	s
Queda de tensão diodos	V_{TO}	0,7	V

Fonte: próprio autor.

Os parâmetros foram escolhidos aleatoriamente visando apenas conseguir fazer uma análise do circuito em torno do que se é esperado independente dos valores. Em caso da necessidade de uma verificação experimental, a resistência interna dos componentes é fornecida no datasheet do fabricante enquanto o indutor e os capacitores devem ser projetados visando o tamanho, potência e preço desejados.

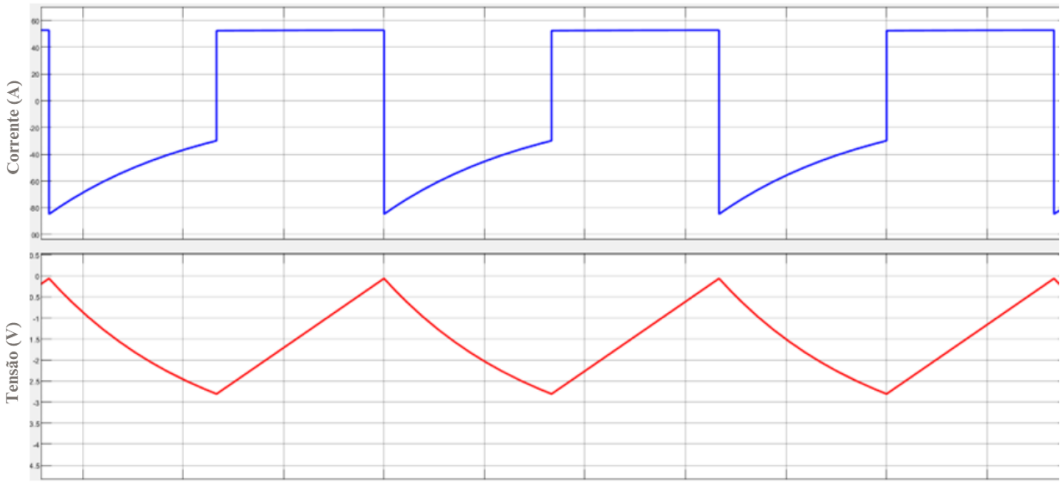
Como citado ao longo do trabalho, para uma boa análise do circuito, é interessante observar o comportamento das correntes e tensões nos capacitores, C1 e C2, uma vez que se relacionam diretamente com o carregamento das baterias. O comportamento da corrente (linha azul) e tensão (linha vermelha) em regime permanente está representado na Figura (29), para o capacitor C1, e na Figura (30) para o capacitor C2.

Figura 29 – Corrente e tensão simulação - Capacitor C1



Fonte: Próprio autor.

Figura 30 – Corrente e tensão simulação - Capacitor C2



Fonte: Próprio autor.

Nos gráficos gerados é possível observar os períodos de operação deste circuito. Sendo que as curvas de cada um deles se assemelham muito com obtido nas curvas teóricas.

A Tabela 4 contém os pontos iniciais, I_{0on} e I_{0off}, e finais, $I_{(1-D)Ton}$ e $I_{(1-D)Toff}$, para as correntes obtidas em simulação para cada um dos capacitores, juntamente com seus valores teóricos e a diferença entre elas.

Tabela 4 - Dados Simulação - Correntes Capacitores

Capacitor	Parâmetro	Teórico	Simulação	Diferença Simulação-Teórico (%)
C1	I_{0on}	-85,7 (A)	-85,7 (A)	0,00
	$I_{(1-D)Ton}$	-30,26 (A)	-30,44 (A)	0,59
	I_{0off}	53,96 (A)	53,96 (A)	0,00
	$I_{DT\,off}$	53,62 (A)	53,31 (A)	0,58
C2	I_{0on}	-84,29 (A)	-84,29 (A)	0,00
	$I_{(1-D)Ton}$	-29,74 (A)	-29,95 (A)	0,71
	I_{0off}	52,47 (A)	52,47 (A)	0,00
	$I_{DT\,off}$	52,14 (A)	52,78 (A)	1,23

Fonte: próprio autor

Observa-se nos dados da Tabela 4 uma diferença entre os valores obtidos na simulação e os valores calculados. Essa diferença pode ser gerada por conta do grau de fidelidade do modelo da simulação em relação ao circuito real e/ou também pelos

métodos de cálculos e aproximações feitas na simulação. Com exceção dos parâmetros iniciais, que são os mesmos utilizados para conferir o equacionamento teórico, reduzindo a probabilidade de erros.

A Tabela 5 contém o *ripple* de tensão, ΔV, nos capacitores juntamente com o *ripple* de tensão, ΔV, obtidos em simulação.

Tabela 5 - Dados Simulação - Tensões Capacitores

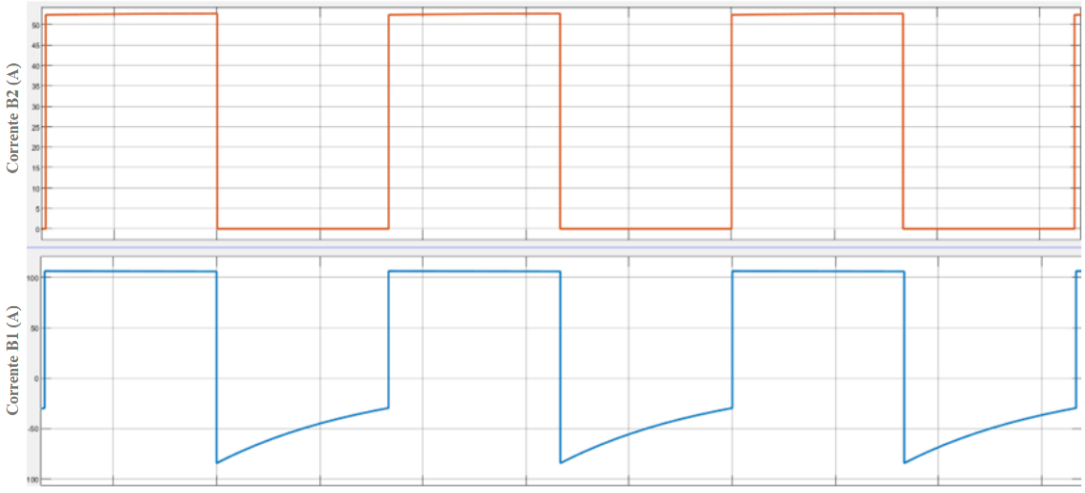
Capacitor	Parâmetro	Teórico	Simulação	Diferença Simulação-Teórico (%)
C1	ΔV	2,82 (V)	2,82 (V)	0
C2	ΔV	2,73 (V)	2,73 (V)	0

Fonte: próprio autor

Nota-se a diferença mínima entre valores da simulação e teóricos, isso se deve pois na análise quantitativa, como já citado, utilizou-se valores obtidos na simulação para ser possível visualizar os dados novamente diminuindo consideravelmente os erros.

Cabe também analisar o comportamento das correntes nas baterias nessa equalização, expostas na Figura 30 sendo a corrente na bateria B2 (linha laranja) e na bateria B1 (linha azul). Nota-se, que o comportamento das curvas segue o proposto no equacionamento, sendo que possível verificar via Simulink os valores médios dessas correntes na Tabela 6.

Figura 31 – Correntes nas Baterias B1 e B2



Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 - Correntes médias Baterias

Bateria	Parâmetro	Teórico	Simulação	Diferença Simulação-Teórico (%)
B1	$I_{médio}$	69,57 (A)	69,24 (A)	0,47
B2	$I_{médio}$	26,16 (A)	26,05 (A)	0,42

Fonte: Próprio autor.

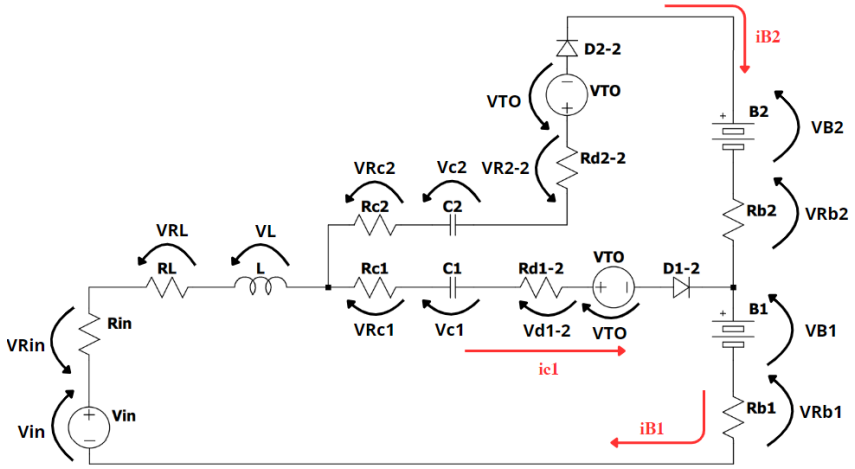
Observando os valores da Tabela 6 nota-se, confirmando o que foi visto no desenvolvimento teórico, o maior valor da corrente média na bateria B1 já que ela possui uma tensão menor (5V) quando comparada à bateria B2 (5,1V) necessitando de maior energia para ser equalizada. Confirmando o proposto e projetado na teoria de equalização deste circuito.

É possível concluir também que este circuito possibilita corrente altas aplicadas às baterias, sendo um ponto de atenção que pode danificar o sistema. Para evitar que isso ocorra pode-se determinar outro valor para a tensão de entrada V_{in} sem que prejudique o funcionamento do sistema, diminuindo a corrente no período “off”, ou até mesmo adicionar uma resistência, R_c, de maior resistência que a escolhida para estas simulações na tentativa de limitar essas correntes nas baterias.

5 MODELO COMPLETO – PERÍODO “OFF”

Com o intuito de aprimorar as análises e trazer maior fidelidade com o circuito real elaborou-se um modelo mais completo, considerando não só a resistência dos capacitores, mas também de todos os componentes. Trazendo mais complexidade e assertividade ao modelo no período “off”. Esse modelo foi estipulado para um esquema com duas baterias (B1 e B2) seguindo o esquema da Figura 32 a seguir:

Figura 32 - Modelo completo "On"



Fonte: próprio autor

Da Figura 32 é possível obter duas equações pela Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK):

$$V_{C1} = V_{in} - V_{Rc1} - V_L - V_{RL} - V_{Rin} - V_{RB1} - V_{Rd1-2} - V_{TO} - V_{B1}, \quad (214)$$

$$V_{C2} = V_{in} - V_{Rc2} - V_L - V_{RL} - V_{Rin} - V_{RB1} - V_{RB2} - V_{Rd2-2} - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \quad (215)$$

É possível também adquirir a seguinte equação pela Lei das Correntes de Kirchhoff (LCK):

$$i_{C1}(t) = i_{B1}(t) - i_{B2}(t), \quad (216)$$

Sendo a transformada de Laplace da expressão (216) representada como:

$$I_{C1}(s) = I_{B1}(s) - I_{B2}(s), \quad (217)$$

Reescrevendo respectivamente (214) e (215) em função das correntes i_{B1}, i_{B2} e i_{C1} utilizando a Lei de Ohm e adotando $R_{d1-2} = R_{d2-2} = R_d$ para facilitar as anotações:

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{C1}(t)dt = V_{in} - i_{C1}(t) \cdot R_{C1} - L \cdot \frac{di_{B1}(t)}{dt} - R_L \cdot i_{B1}(t) - R_{in} \cdot i_{B1}(t) - R_{B1} \cdot i_{B1}(t) - R_d \cdot i_{C1}(t) - V_{TO} - V_{B1}, \quad (218)$$

$$\frac{1}{C} \cdot \int i_{B2}(t)dt = V_{in} - i_{B2}(t) \cdot R_{C2} - L \cdot \frac{di_{B1}(t)}{dt} - R_L \cdot i_{B1}(t) - R_{in} \cdot i_{B1}(t) - R_{B1} \cdot i_{B1}(t) - R_{B2} \cdot i_{B2}(t) - R_d \cdot i_{B2}(t) - V_{TO} - V_{B1} - V_{B2}, \quad (219)$$

Fazendo a transformada de Laplace em (218) e (219) obtém-se:

$$\frac{1}{C \cdot s} \cdot [I_{C1}(s) + C \cdot V_{0C1}] = \frac{V_{in} - V_{B1} - V_{TO}}{s} - L \cdot (s \cdot I_{B1}(s) - I_{0B1}) - (R_L + R_{in} + R_{B1}) \cdot i_{B1}(t) - (R_{C1} + R_d) \cdot i_{C1}(t), \quad (220)$$

$$\frac{1}{C \cdot s} \cdot [I_{B2}(s) + C \cdot V_{0C2}] = \frac{V_{in} - V_{B1} - V_{B2} - V_{TO}}{s} - L(s \cdot I_{B1}(s) - I_{0B1}) - (R_L + R_{in} + R_{B1}) \cdot i_{B1}(t) - (R_{C2} + R_d) \cdot i_{B2}(t), \quad (221)$$

Visto que no sistema as correntes que são mais interessantes são as correntes nas baterias substitui-se (217) em (220) obtendo a expressão (222) removendo a corrente $I_{C1}(s)$ da equação, restando apenas $I_{B1}(s)$ e $I_{B2}(s)$:

$$\frac{1}{C \cdot s}[I_{B1}(s) - I_{B2}(s) + C \cdot V_{0C1}] = \frac{V_{in} - V_{B1} - V_{TO}}{s} - L(s \cdot I_{B1}(s) - I_{0B1}) - (R_L + R_{in} + R_{B1}) \cdot i_{B1}(t) - (R_{C1} + R_d) \cdot [I_{B1}(s) - I_{B2}(s)], \quad (222)$$

Dessa forma, se tem duas equações (221) e (222) e duas variáveis $I_{B1}(s)$ e $I_{B2}(s)$ sendo possível encontrar a solução do sistema.

Para isso, primeiro desenvolveu-se a equação (222), inicialmente isolando todos os termos que contêm $I_{B1}(s)$ em um dos lados da igualdade:

$$I_{B1}(s) \left(\frac{1}{C \cdot s} + L \cdot s + R_L + R_{in} + R_{B1} + R_{C1} + R_d\right) = \frac{V_{in} - V_{B1} - V_{TO} - V_{0C1}}{s} - L \cdot I_{0B1} + (\frac{1}{C \cdot s} + R_{C1} + R_d) \cdot I_{B2}(s), \quad (223)$$

Adotou-se as seguintes equações para o somatório das resistências e tensões para simplificar as equações do sistema:

$$R_{eq1.1} = R_L + R_{in} + R_{B1} + R_{C1} + R_d, \quad (224)$$

$$R_{eq1.2} = R_{C1} + R_d, \quad (225)$$

$$V_{eq1} = V_{in} - V_{B1} - V_{TO} - V_{0C1}, \quad (226)$$

Substituindo (224), (225) e (226) em (223) obtém-se:

$$I_{B1}(s)\left(\frac{1}{C\cdot s} + L\cdot s + R_{eq1.1}\right) = \frac{V_{eq1}}{s} - L\cdot I_{0B1} + \left(\frac{1}{C\cdot s} + R_{eq1.2}\right)\cdot I_{B2}(s), \quad (227)$$

Isolando $I_{B1}(s)$ tem-se:

$$I_{B1}(s) = \frac{V_{eq1}}{L}\cdot\frac{1}{s^2+\frac{R_{eq1.1}}{L}s+\frac{1}{CL}} - I_{0B1}\cdot\frac{s}{s^2+\frac{R_{eq1.1}}{L}s+\frac{1}{CL}} + \frac{I_{B2}(s)}{L}\cdot\left(\frac{R_{eq1.2}\cdot s}{s^2+\frac{R_{eq1.1}}{L}s+\frac{1}{CL}} + \frac{\frac{1}{C}}{s^2+\frac{R_{eq1.1}}{L}s+\frac{1}{CL}}\right), \quad (228)$$

Manipulou-se o termo (228) para facilitar uma futura anti-transformada de Laplace. Para isso adotou-se os seguintes valores de α e ϖ:

$$\alpha = \frac{R_{eq1.1}}{2L}, \quad (229)$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{1}{CL} - \left(\frac{R_{eq1.2}}{2L}\right)^2}, \quad (230)$$

Tendo como termo resultante:

$$I_{B1}(s) = \frac{V_{eq1}}{L}\cdot\frac{1}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} - I_{0B1}\cdot\frac{s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + I_{B2}(s)\cdot\left(\frac{\frac{R_{eq1.2}}{L}\cdot s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + \frac{\frac{1}{L\cdot C}}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}\right), \quad (231)$$

Sendo que a equação (231) representa a corrente $I_{B1}(s)$ na bateria B1 no domínio da frequência, porém ainda em função de $I_{B2}(s)$. Sendo necessário agora encontrar o valor de $I_{B2}(s)$ para isso deve-se desenvolver a equação (221):

Isolou-se os termos com $I_{B2}(s)$ em um dos lados da igualdade em (221) obtendo-se:

$$I_{B2}(s)\cdot\left(\frac{1}{C\cdot s} + R_{C2} + R_d + R_{B2}\right) = \frac{V_{in}-V_{B1}-V_{B2}-V_{TO}-V_{0C2}}{s} + L\cdot I_{0B1} - (R_L + R_{in} + R_{B1} + L\cdot s)\cdot I_{B1}(s), \quad (232)$$

Adotou-se as seguintes equações para o somatório das resistências e tensões de (232) apenas para facilitar as anotações:

$$R_{eq2.1} = R_{C2} + R_d + R_{B2}, \quad (233)$$

$$R_{eq2.2} = R_L + R_{in} + R_{B1}, \quad (234)$$

$$V_{eq2} = V_{in} - V_{B1} - V_{B2} - V_{TO} - V_{0C2}, \quad (235)$$

Substituindo (233), (234) e (235) em (232) obtém-se:

$$I_{B2}(s)\cdot\left(\frac{1}{C\cdot s}+R_{eq2.1}\right)=\frac{V_{eq2}}{s}+L\cdot I_{0B1}\ -(R_{eq2.2}+L\cdot s)\cdot I_{B1}(s), \tag{236}$$

Isolando $I_{B2}(s)$ em um dos lados da igualdade:

$$I_{B2}(s)=\frac{V_{eq2}}{R_{eq2.1}}\cdot\frac{1}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}+\frac{L\cdot I_{0B1}}{R_{eq2.1}}\cdot\frac{s}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}\ -(\frac{L}{R_{eq2.1}}\cdot\frac{s^2}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}+\frac{R_{eq2.1}}{R_{eq2.2}}\cdot \frac{s}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s})\cdot I_{B1}(s), \tag{237}$$

Sendo esta uma expressão que já representa $I_{B2}(s)$ porém antes disso verificou-se os termos $\frac{s}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}$ e $\frac{s^2}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}$ já que suas transformadas Laplace inversas são desconhecidas conhecidas. Primeiro foi feita a decomposição em frações parciais desses termos:

$$\frac{s}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}=1-\frac{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}, \tag{238}$$

$$\frac{s^2}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}=s-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}-\frac{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}, \tag{239}$$

Realizando a Laplace inversa de (238) e (239) tem-se:

$$L^{-1}\left\{1-\frac{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}\right\}=\delta(t)-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}\cdot\ e^{-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}, \tag{240}$$

$$L^{-1}\left\{s-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}-\frac{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}\right\}=\delta'^{(t)}-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}\cdot\delta(t)-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}\ \cdot e^{-\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}}, \tag{241}$$

Como estamos interessados apenas no comportamento do sistema em regime permanente os termos de $I_{B2}(s)$ que resultam em $\delta'^{(t)}$ ou $\delta(t)$ foram desprezados das análises. Resultando na expressão de $I_{B2}(s)$:

$$I_{B2}(s)=\frac{V_{eq2}}{R_{eq2.1}}\cdot\frac{1}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}+\frac{L\cdot I_{0B1}}{C\cdot(R_{eq2.1})^2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}\ -(\frac{L}{C^3\cdot(R_{eq2.1})^3}+\frac{R_{eq2.2}}{C\cdot(R_{eq2.1})^2})\cdot \frac{I_{B1}(s)}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s}, \tag{242}$$

Nota-se que temos duas equações desenvolvidas (231) e (242) com os termos $I_{B1}(s)$ e $I_{B2}(s)$ isolados respectivamente. Substituindo (242) em (231) obstem-se:

$$I_{B1}(s) = \frac{V_{eq1}}{L} \cdot \frac{1}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} - I_{0B1} \cdot \frac{s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + [\frac{V_{eq2}}{R_{eq2.1}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{C \cdot R_{eq2.1}}+s} + \frac{L \cdot I_{0B1}}{C \cdot (R_{eq2.1})^2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{C \cdot R_{eq2.1}}+s} - (\frac{L}{C^3 (R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq2.2}}{C\,(R_{eq2.1})^2}) \cdot \frac{I_{B1}(s)}{\frac{1}{C \cdot R_{eq2.1}}+s}] \cdot (\frac{\frac{R_{eq1.2}}{L} \cdot s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + \frac{\frac{1}{LC}}{(s+\alpha)^2+\varpi^2}), \quad (243)$$

Em (443) temos uma equação com apenas uma variável então é necessário isolar $I_{B1}(s)$. Realizando as multiplicações e isolando os termos com $I_{B1}(s)$ em um lado da equação obtém-se:

$$I_{B1}(s) \cdot \left[1 + \frac{\frac{1}{C^3 R_{eq2.1}^3} + \frac{R_{eq2.2}}{C^2 L R_{eq2.1}^2} + \left(\frac{\frac{R_{eq1.2}}{R_{eq2.1}}}{C^2 R_{eq2.1}^2} + \frac{\frac{R_{eq1.2} \cdot R_{eq2.2}}{R_{eq2.1}}}{C L R_{eq2.1}^2}\right) \cdot s}{s^3 + \left(\frac{1}{C R_{eq2.1}} + 2\alpha\right) s^2 + \left(\frac{2\alpha}{C R_{eq2.1}} + \alpha^2 + \varpi^2\right) \cdot s + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{C R_{eq2.1}}}\right] = \frac{\frac{V_{eq1}}{L}}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} - I_{0B1} \cdot \frac{s}{(s+\alpha)^2+\varpi^2} + (\frac{V_{eq2}}{CLR_{eq2.1}} + \frac{I_{0B1}}{C^2 (R_{eq2.1})^2}) \cdot \frac{\frac{V_{eq2}}{CLR_{eq2.1}}}{s^3 + \left(\frac{1}{C R_{eq2.1}} + 2\alpha\right) s^2 + \left(\frac{2\alpha}{C R_{eq2.1}} + \alpha^2 + \varpi^2\right) \cdot s + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{C R_{eq2.1}}} + (\frac{V_{eq2} R_{eq1.2}}{LR_{eq2.1}} + \frac{I_{0B1} \cdot R_{eq1.2}}{C (R_{eq2.1})^2}) \cdot \frac{\frac{V_{eq2} R_{eq1.2}}{LR_{eq2.1}} \cdot s}{s^3 + \left(\frac{1}{C R_{eq2.1}} + 2\alpha\right) s^2 + \left(\frac{2\alpha}{C R_{eq2.1}} + \alpha^2 + \varpi^2\right) \cdot s + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{C R_{eq2.1}}}, \quad (244)$$

Isolando $I_{B1}(s)$ definitivamente em um dos lados da igualdade em (244) obtém-se:

$$I_{B1}(s) = \frac{A_x \cdot s^3 + B_x \cdot s^2 + C_x \cdot s + D_x}{E_x \cdot s^5 + F_x \cdot s^4 + G_x \cdot s^3 + H_x \cdot s^2 + I_x \cdot s + J_x} \cdot \left[\frac{V_{eq1}}{L} - I_{0B1}(1-s)\right] + \frac{A_x \cdot s^3 + B_x \cdot s^2 + C_x \cdot s + D_x}{K_x \cdot s^6 + L_x \cdot s^5 + M_x \cdot s^4 + N_x \cdot s^3 + O_x \cdot s^2 + P_x \cdot s + Q_x} \cdot [(\frac{V_{eq2} R_{eq1.2}}{LR_{eq2.1}} + \frac{I_{0B1} \cdot R_{eq1.2}}{C (R_{eq2.1})^2}) \cdot s + \frac{V_{eq2}}{CLR_{eq2.1}} + \frac{I_{0B1}}{C^2 (R_{eq2.1})^2}], \quad (245)$$

Sendo que os parâmetros A_x, B_x, C_x, D_x, E_x, F_x, G_x, H_x, I_x, J_x, K_x, L_x, M_x, N_x, O_x, P_x e Q_x foram adotados apenas para facilitar a visualização e entendimento das equações. Sendo as expressões esses parâmetros nas equações a seguir:

$$A_x = 1, , \quad (246)$$

$$B_x = \frac{1}{C R_{eq2.1}} + 2\alpha, \quad (247)$$

$$C_x = \frac{2\alpha}{C R_{eq2.1}} + \alpha^2 + \varpi^2, \quad (248)$$

$$D_x = \frac{\alpha^2+\varpi^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}}, \tag{249}$$

$$E_x = 1, \tag{250}$$

$$F_x = \frac{2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + 4\alpha, \tag{251}$$

$$G_x = 6\alpha^2 + 2\varpi^2 + \frac{4\alpha}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{R_{eq1.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3}, \tag{252}$$

$$H_x = 4\alpha^3 + 4\alpha\varpi^2 + \frac{6\alpha^2+2\varpi^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{2\alpha R_{eq1.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{1}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{2\alpha R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq2.2}}{\mathrm{C}\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2}, \tag{253}$$

$$I_x = \alpha^4 + 2\alpha^2\varpi^2 + \varpi^4 + \frac{4\alpha^3+4\,\alpha\,\varpi^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{R_{eq1.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{2\alpha}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{(\alpha^2+\varpi^2)R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{2\alpha R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2}, \tag{254}$$

$$J_x = \frac{(\alpha^2+\varpi^2)^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq2.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2}, \tag{255}$$

$$K_x = 1, \tag{256}$$

$$L_x = \frac{2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + 4\alpha, \tag{257}$$

$$M_x = 6\alpha^2 + 2\varpi^2 + \frac{8\alpha}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{1}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq1.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3}, \tag{258}$$

$$N_x = 4\alpha^3 + 4\alpha\varpi^2 + \frac{12\alpha^2+4\varpi^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{4\alpha}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{2\alpha R_{eq1.2}}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{1}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{2\alpha R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3}, \tag{259}$$

$$O_x = \alpha^4 + 2\alpha^2\varpi^2 + \varpi^4 + \frac{8\alpha^3+8\,\alpha\,\varpi^2}{\mathrm{C}\, R_{eq2.1}} + \frac{6\alpha^2+2\varpi^2}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq1.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{2\alpha}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \tag{260}$$

$$\frac{2\alpha R_{eq1.2}}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^4} + \left(\frac{1}{\mathrm{C}^4(R_{eq2.1})^4} + \frac{(\alpha^2+\varpi^2)R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{2\alpha R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{2\alpha\, R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^2\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^3\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3}\right), \tag{261}$$

$$P_x = \frac{2(\alpha^2+\varpi^2)^2}{\mathrm{C}\,R_{eq2.1}} + \frac{4\alpha^3+4\alpha\ \varpi^2}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{R_{eq1.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^3\,(R_{eq2.1})^4} + \frac{2\alpha}{\mathrm{C}^4\,(R_{eq2.1})^4} + \frac{R_{eq2.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq1.2}R_{eq2.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^2\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3} + \frac{2\alpha R_{eq2.2}}{\mathrm{C}^3\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3},$$

$$Q_x = \frac{(\alpha^2+\varpi^2)^2}{\mathrm{C}^2\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{\alpha^2+\varpi^2}{\mathrm{C}^4(R_{eq2.1})^4} + \frac{R_{eq2.2}(\alpha^2+\varpi^2)}{\mathrm{C}^3\,\mathrm{L}\,(R_{eq2.1})^3}, \tag{262}$$

Visto que a equação (245) representa a expressão da corrente no domínio de Laplace de $I_{B1}(s)$ deve-se encontrar a mesma relação para $I_{B2}(s)$. Para isso basta substituir (245) em (242) e isolar $I_{B2}(s)$ em um dos lados da igualdade, obtendo-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} I_{B2}(s) = {} & \left(\frac{V_{eq2}}{R_{eq2.1}} + \frac{L\cdot I_{0B1}}{C\cdot(R_{eq2.1})^2}\right)\cdot\frac{1}{\frac{1}{C\cdot R_{eq2.1}}+s} \\ & + \left(\frac{L\cdot I_{0B1}\cdot s - V_{eq1}}{C\cdot(R_{eq2.1})^2} + \frac{L\cdot R_{eq2.2}\cdot I_{0B1}\cdot s - R_{eq2.2}V_{eq1}}{L\cdot R_{eq2.1}}\right) \\ & \cdot\frac{A_x\cdot s^3+B_x\cdot s^2+C_x\cdot s+D_x}{R_x\cdot s^6+S_x\cdot s^5+T_x\cdot s^4+U_x\cdot s^3+V_x\cdot s^2+W_x\cdot s+J_x} \\ & -\left(\frac{V_{eq2}+R_{eq2.2}\cdot I_{0B1}}{C^2\cdot(R_{eq2.1})^3} + \frac{\mathrm{L}\cdot I_{0B1}}{C^3\cdot(R_{eq2.1})^4} + \frac{R_{eq2.2}\cdot V_{eq2}}{C\,L\,(R_{eq2.1})^2} + \frac{R_{eq1.2}R_{eq2.2}\cdot V_{eq2}}{L\,(R_{eq2.1})^2}\cdot s\right. \\ & \left. + \frac{V_{eq2}R_{eq1.2}+I_{0B1}R_{eq1.2}R_{eq2.2}}{C(R_{eq2.1})^3}\cdot s + \frac{L\,I_{0B1}R_{eq1.2}}{C^2\cdot(R_{eq2.1})^4}\right) \\ & \cdot\frac{A_x\cdot s^3+B_x\cdot s^2+C_x\cdot s+D_x}{X_x\cdot s^7+Y_x\cdot s^6+Z_x\cdot s^5+A_y\cdot s^4+B_y\cdot s^3+C_y\cdot s^2+D_y\cdot s+Q_x} \end{aligned} \tag{263}$$

Sendo os parâmetros R_x, S_x, T_x, U_x, V_x, W_x, X_x, Y_x, Z_x, A_y, B_y, C_y e D_y adotados para facilitar visualização e representados nas equações a seguir.

$$R_x = C\cdot R_{eq2.1}\cdot E_x, \tag{264}$$

$$S_x = E_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot F_x, \tag{265}$$

$$T_x = F_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot G_x, \tag{266}$$

$$U_x = G_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot H_x, \tag{267}$$

$$V_x = H_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot I_x, \tag{268}$$

$$W_x = I_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot J_x, \tag{269}$$

$$X_x = C\cdot R_{eq2.1}\cdot K_x, \tag{270}$$

$$Y_x = K_x + C\cdot R_{eq2.1}\cdot L_x, \tag{271}$$

$$Z_x = L_x + C \cdot R_{eq2.1} \cdot M_x, \quad (272)$$

$$A_y = M_x + C \cdot R_{eq2.1} \cdot N_x, \quad (273)$$

$$B_y = N_x + C \cdot R_{eq2.1} \cdot O_x, \quad (274)$$

$$C_y = O_x + C \cdot R_{eq2.1} \cdot P_x, \quad (275)$$

$$D_y = P_x + C \cdot R_{eq2.1} \cdot Q_x, \quad (276)$$

As equações (245) e (263) representam respectivamente as expressões finais de $I_{B1}(s)$ e $I_{B2}(s)$. É necessário aplicar a transformada de Laplace inversa nesses dois termos, porém devido à sua alta complexidade essa transformada não é abordada neste trabalho. Caso resolvidas, sua resolução resultaria nas expressões de $i_{B1}(t)$ e $i_{B2}(t)$. Ou seja, teríamos o comportamento das correntes que carregam as baterias no período “off” considerando a resistência dos componentes ou qualquer resistência série com eles aplicada ao sistema.

6 CONCLUSÃO

O circuito Multiplicador de Tensão tem suas vantagens e desvantagens. Suas vantagens incluem sua facilidade de aplicação e confiabilidade contra curto-circuito. A facilidade de aplicação está principalmente relacionada ao fato de ter apenas um componente indutivo e um sistema de chaveamento no sistema, diminuindo custo, tamanho e complexidade. Já sua confiabilidade contra curto-circuito vem da ligação das duas séries de diodos ligados em paralelo com os módulos, além de que os capacitores também podem proteger os módulos em caso de falha no chaveamento.

Já entre as desvantagens deste circuito está principalmente a possibilidade de proporcionar altas correntes nos módulos, podendo danificá-los, como foi exemplificado nas simulações deste trabalho. Para evitar que isso ocorra pode-se diminuir a tensão de entrada do sistema de forma que não afete o funcionamento ou adicionar resistências séries limitando as correntes.

No modelo de circuito simplificado as modelagens matemáticas de tensões e correntes seguiram o que foi demonstrado nas simulações obtendo erro máximo de 1,23%. Em algumas equações foi necessário adotar condições iniciais de tensão em corrente similares à encontrada nas simulações. Sendo o desenvolvimento de equações que não dependem de valores obtidos em simulação uma possibilidade de aperfeiçoamento deste trabalho

Já para o modelo de circuito completo, considerando todas as resistências parasitas do sistema, a modelagem matemática se mostrou muito complexa e por isso foi feita de forma parcial. Já que sua alta complexidade torna sua resolução não vantajosa com o intuito deste trabalho.

Este trabalho fica disponível como base para futuros estudos e desenvolvimentos do Circuito Multiplicador de Tensão.

O desenvolvimento teórico do trabalho como um todo proporcionou ao discente o conhecimento de análise, equacionamento e desenvolvimento teórico de circuitos elétricos bem como identificar quais são os pontos relevantes de cada etapa de funcionamento do circuito estudado e como dar a atenção devida a esses pontos.

7 BIBLIOGRAFIA

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N. O. Fundamentos de Circuitos Elétricos. 5. ed. Porto Alegre: Amgh Editora Ltda., 2013. 874 p.

COSTA, Gustavo Duarte. EQUALIZAÇÃO ATIVA DA TENSÃO EM BATERIAS CONECTADAS EM SÉRIE, APLICANDO O CONVERSOR CC – CC FLYBACK NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA. 2018. 203 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

DAOWD, Mohamed et al. A Review of Passive and Active Battery Balancing based on MATLAB/Simulink. 2011. 15 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Electrical Engineering, International Review Of Electrical Engineering, Brussel, 2011.

ESCOUTO, Nicole. ENTENDENDO O FUNCIONAMENTO DA BATERIA DE LÍTIO. 2018. Disponível em: https://blog.bbbaterias.com.br/bateria-de-litio/#:~:text=Quando%20a%20%20bateria%20%20entra%20no,para%20%20fora%20para%20a%20fornecer%20%20carga.. Acesso em: 25 jan. 2023.

GALLARDO-LOZANO, J; et al. Battery equalization active methods. Journal of Power Sources, Volume 246, 15 de Janeiro de 2014, páginas 934-949. University of Extremadura, School of Industrial Engineering, Avda.

MOORE, Stephen W.; SCHNEIDER, Peter J. A Review of Cell Equalization Methods for Lithium Ion and Lithium Polymer Battery Systems. In: SAE 2001 WORLD CONGRESS, 1., 2001, Detroid. Technical Paper. Detroid: Sae International, 2001. v. 1, p. 1-5.

OFFICE OF STUDY ELETRONICS DATA PROCESSING (França). Battery Associations in Series and Parallel: 2nd part. Disponível em: https://www.electronique-et-informatique.fr/anglais/Liaisons_serie_Liaisons_parallele0.php#Page. Acesso em: 15 abr. 2023.

MORAES, Caio. Princípio básico para análise de conversores em regime permanente. 2018. Disponível em: https://eletronicadepotencia.com/analise-de-conversores-em-regime-permanente/#google_vignette. Acesso em: 04 jun. 2024.

STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA. Como Funciona Uma Bateria De Lítio Íon. Disponível em: https://www.sta-eletronica.com.br/artigos/baterias-recarregaveis/baterias-de-litio/como-funciona-uma-bateria-de-litio-ion. Acesso em: 16 abr. 2024.

STA - SISTEMAS E TECNOLOGIA APLICADA. A História das Baterias. Disponível em: https://www.sta-eletronica.com.br/artigos/baterias-em-geral/informacoes-basicas/a-historia-das-baterias. Acesso em: 03 abr. 2024.

SECPOWER (org.). Conheça a história e os principais tipos de baterias de lítio. Disponível em: https://secpower.com.br/conheca-os-principais-tipos-de-baterias-de-litio/#:~:text=Os%20primeiros%20passos%20da%20tecnologia%20%C3%ADon%20de%20l%C3%ADtio&text=Em%201979%2C%20na%20Universidade%20de,baterias%20de%20ions%20de%20l%C3%ADtio. Acesso em: 13 abr. 2024.

UNO, M. TANAKA, K. Single-Switch Single-Inductor Equalization Charger Using a Voltage Multiplier for Series-Connected Energy Storage Modules. 8th International Conference on Power Electronics - ECCE Asia, 2011.

WOTTRICH, Suelen Cibeli. Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítio Íon Polímero a partir do Modelo Elétrico para Predizer Runtime e Características V-I. 2017. 81 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Modelagem Matemática, Departamento Ciências Exatas e Engenharia, Unijuí, jul. 2017.