



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão:  
do saber acadêmico à prática social"



## A Matemática do Tangram: oficinas junto ao projeto de extensão Laboratório de Matemática da PROEX

Ermínia de Lourdes Campello Fanti (erminiacfanti@gmail.com), Flávia Souza Machado da Silva (flavia@ibilce.unesp.br), Aparecida Francisco da Silva (aparecida\_francisco57@hotmail.com), Évelin Meneguesso Barbaresco (evelin@ibilce.unesp.br), Denis Cesar Farias Junior<sup>1</sup> (denis\_cesarfarias@hotmail.com), Rhaissa Rogéria Rodrigues<sup>1</sup> (rhaissa\_r.r@hotmail.com), Campus de São José do Rio Preto, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas; Departamento de Matemática, <sup>1</sup>Bolsistas de Extensão Universitária - Projeto: Laboratório de Matemática - PROEX.

**Eixo:** Direitos, Responsabilidades e Expressões para o Exercício da Cidadania

### Resumo

Neste trabalho descreve-se como o Tangram, um jogo do tipo "quebra-cabeça" formado por 7 peças/polígonos, que possuem propriedades extremamente interessantes, foi utilizado no processo de ensino-aprendizagem de certos conteúdos matemáticos junto a alunos de dois cursos de graduação, professores da rede pública e alunos do Ensino Fundamental, bem como os resultados obtidos.

**Palavras Chave:** Tangram, Software GeoGebra, Ensino de Matemática

### Abstract:

In this paper we describe as Tangram, a game like "puzzle" made up of 7 pieces/polygons, which have extremely interesting properties, it was used in the teaching-learning process of certain mathematical content with students from two undergraduate courses, the public school teachers and elementary school students, and the results obtained.

**Keywords:** Tangram, GeoGebra Software, Teaching of Mathematics

### Introdução

Segundo bibliografias pesquisadas, o "jogo Tangram" é um quebra-cabeça Chinês, de origem milenar conhecido também como "Sete peças da Sabedoria". É obtido a partir de um quadrado dividido em 7 peças/polígonos, que possuem propriedades matemáticas extremamente interessantes. Neste trabalho, desenvolvido junto ao projeto de extensão "Laboratório de Matemática" da PROEX/UNESP, apresentamos algumas formas que podem ser utilizadas para se trabalhar o Tangram com diferentes públicos.

O Tangram foi utilizado em oficinas desenvolvidas com quatro grupos acadêmicos distintos e nesta ordem:

- de professores da rede pública de ensino;
- de alunos do curso de graduação de Matemática - IBILCE (bolsistas BAAE I), voluntários no Projeto Laboratório de Matemática;
- de alunos de um curso de graduação de Pedagogia;
- de alunos do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de uma cidade próxima a São José do Rio Preto.

### Objetivos

Descrever como o Tangram foi utilizado no processo de ensino-aprendizagem de certos conteúdos matemáticos junto a alunos de dois cursos de graduação, professores da rede e alunos do Ensino Fundamental, e os resultados obtidos.

### Material e Métodos

Os materiais utilizados foram papel sulfite e tesoura, Tangrams confeccionados em EVA, o software GeoGebra e o jogo Tangram virtual (Racha – Cuca), disponível em

<http://rachacuca.com.br/jogos/tangram-32/>

A oficina com professores aconteceu na Diretoria de Ensino da Região de José Bonifácio (em 16/04/2015). A oficina com alunos do curso de graduação de Matemática (em 20/05/2015) e de Pedagogia (em 26/05/2015) foram desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática do IBILCE/UNESP. E a oficina com alunos do Ensino Fundamental (em 16/06/2015) foi realizada no Laboratório de Informática da Matemática do IBILCE (Laboratório Epsilon).

Para o desenvolvimento das atividades foram realizados estudos/pesquisas e elaboradas



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão:  
do saber acadêmico à prática social"

Realização:

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"

PROEX  
PROJETO DE EXTENSÃO CURRICULAR

seqüências didáticas adequadas a cada público alvo.

Todas as atividades foram desenvolvidas em consonância com os PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010).

Com os três grupos primeiramente trabalhados, a construção do Tangram foi feita por meio de dobraduras e recortes de modo articulado com a Situação de Aprendizagem 3 "Na medida Certa: dos Naturais às Frações" do Caderno do Professor - SEE (SÃO PAULO, 2014, p 38-45). Com os alunos do Ensino Fundamental a construção foi feita utilizando o software GeoGebra e seguiu as mesmas idéias daquela desenvolvida por meio de dobraduras, mas foi mais diretamente apoiada na construção apresentada em Fanti e Silva (2004) porém lá o software usado era o Cabri-Géomètre. Tanto o GeoGebra como o Cabri são softwares de Geometria Dinâmica, porém o GeoGebra é um software livre, enquanto que o Cabri não.

As oficinas, oferecidas como parte do projeto de extensão "Laboratório de Matemática" da PROEX, são divulgadas no site do Departamento de Matemática

<http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/> (em Extensão – Oficinas de Matemática) e realizadas por meio de agendamento prévio.

## Resultados e Discussão

Num primeiro momento os dois bolsistas do projeto de extensão "Laboratório de Matemática" participaram de uma oficina de um Grupo de Estudos, para Formação Continuada de Professores, que é formado por professores de 11 escolas. Dentre os responsáveis pelo Grupo de Estudos estão a Profa. Ana Claudia Cossini Martins, PCNP, da DE Regional de José Bonifácio, e a Profa. Aparecida Francisco da Silva da UNESP, ambas participantes do projeto de extensão acima referido. Esse Grupo visa trabalhar conteúdos de Matemática e metodologias segundo a Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Nessa fase os bolsistas obtiveram fundamentações teóricas para trabalharem com o Tangram e tiveram a oportunidade de vivenciar as experiências de professores da rede oficial de ensino, em Situações de Aprendizagem proposta pela SEE para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Depois foi realizada a oficina com alunos do curso de graduação em Matemática (voluntários do projeto), ocasião em que os bolsistas puderam aplicar o que tinham aprendido, e, através das sugestões e avaliações dos alunos de graduação, puderam se preparar melhor para trabalhar na próxima oficina que foi realizada com alunos do curso de Pedagogia.

Finalmente, a quarta etapa foi a oficina com alunos de Ensino Fundamental de uma Escola Municipal. Ressaltamos que antes de se iniciar a oficina com os alunos do Ensino Fundamental divulgou-se brevemente a UNESP, em especial o IBILCE, incentivando os alunos a continuarem seus estudos e destacando as possibilidades e oportunidades existentes na UNESP. Os bolsistas do Projeto de Extensão reforçaram isso e destacaram a importância do projeto de extensão na formação deles.

O uso de material concreto mais especificamente Jogos, bem como Tecnologias de Comunicação são referidos nos PCNs como "Alguns caminhos para fazer Matemática na sala de aula", lá é destacado:

"É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática" (BRASIL, 1998, p. 42).

O trabalho foi desenvolvido de forma bastante investigativa. Resumidamente, constou: da construção do Tangram (de duas maneiras), análise das propriedades de cada peça/polígono, exploração de frações e áreas, além de raciocínio lógico na construção de quadrados com certo número de peças do Tangram e montagem de quebra-cabeças de certas figuras.

O Tangram é obtido de um quadrado dividindo-o em 7 peças/polígonos: 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 quadrado e um paralelogramo, como mostrado na Figura 1.

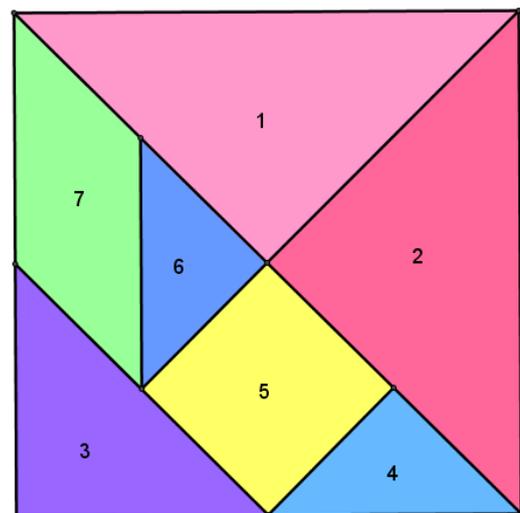


Figura 1: Peças do Tangram

Durante a construção do Tangram foram explorados conceitos como *diagonal de um quadrado*, *ponto médio*, *ângulo reto*, *lados paralelos*, *perpendiculares*. Após a construção, explorou-se:



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão: do saber acadêmico à prática social"

Realização:

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"

PROEX  
PROJETO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

• *As propriedades dos polígonos envolvidos.* Alguns pontos discutidos: O que é um triângulo? O que é um triângulo retângulo? Quais as propriedades de um quadrado? Alguns responderam "que tem os quatro lados iguais", ocasião em que se observou que o correto é dizer *quatro lados de "mesma medida"*. Perguntou-se "isto é suficiente para descrever um quadrado?" Alguns diziam que sim. Na discussão foram levados a perceber que faltava exigir "que os ângulos precisam ser retos". Perguntou-se também "só exigir que tenham ângulos retos é suficiente?" Observou-se que um retângulo (de lados distintos) tem a propriedade e não é um quadrado. Explorou-se também, o fato que os triângulos do Tangram são todos retângulos e isósceles (de fato semelhantes).

• *Frações e áreas.* Como já observado, as peças/polígonos do Tangram tem propriedades muito interessantes/fascinantes. A área do triângulo pequeno é metade da área do quadrado (peça do Tangram), metade da área do paralelogramo e do triângulo médio; é  $\frac{1}{4}$  da área do triângulo grande e  $\frac{1}{16}$  da área do quadrado inicial formado com todas as peças do Tangram. Isto fica mais claro para os alunos quando se trabalha com superposição das peças.

### Alguns questionamentos, relativos ao estudo de frações e áreas, apresentados nas oficinas:

Vamos indicar por Q o quadrado inicial do qual se formou as peças do Tangram.

Considerando o quadrado Q como um todo, "1 inteiro", responda: um triângulo grande corresponde a que fração do quadrado Q? ----- . Represente, usando números fracionários, a maneira como o quadrado ficaria composto por peças de triângulos grandes:

$$1 = \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} + \text{-----}.$$

*Usando o conceito de área:* A área do quadrado grande Q é \_\_\_\_ vezes a área de um triângulo grande. E, assim, a área de um triângulo grande = ----- da área de Q (indicar a fração correspondente).

Quantos triângulos médios são necessários para formar um triângulo grande? \_\_\_\_ . Um triângulo médio corresponde a que fração do triângulo grande? ----- . (\*)

Quantos triângulos médios são necessários para formar o quadrado grande Q? \_\_\_\_ .

Um triângulo médio corresponde a que fração do quadrado grande? ----- . (\*\*)

Observar de (\*) e (\*\*), que a fração correspondente a uma determinada peça depende do todo considerado.

Quantos triângulos pequenos são necessários para formar o triângulo médio? \_\_\_\_ . E para formar o

triângulo grande? \_\_\_\_ . Finalmente, quantos triângulos pequenos são necessários para formar o quadrado grande Q? \_\_\_\_ . Assim, um triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado grande Q? -----

Um triângulo pequeno e um triângulo médio juntos correspondem a que fração do quadrado grande Q? ----- + ----- = -----

Considerando o quadrado Q como "1 inteiro" representar a maneira como o quadrado está composto pelas sete peças (indicar as frações de acordo com a ordem das peças):

$$1 = \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} + \text{-----} .$$

Algumas respostas dadas pelos alunos estão apresentadas no Anexo 1.

Para explorar as propriedades através da sobreposição usou-se material concreto e/ou o jogo virtual Rachacuca - Tangram 32 (Figura 2).



Figura 2: Tela do Jogo "Rachacuca - Tangram 32".

O jogo virtual embora tenha como principal objetivo formar com as 7 peças do Tangram os desenhos (quebra-cabeças) que vão sendo apresentados no jogo (como na Figura 3), a facilidade de movimentação das peças possibilita trabalhar com a sobreposição das mesmas para se trabalhar área e frações (Figura 4).



Figura 3: Um dos quebra-cabeças do Tangram 32.



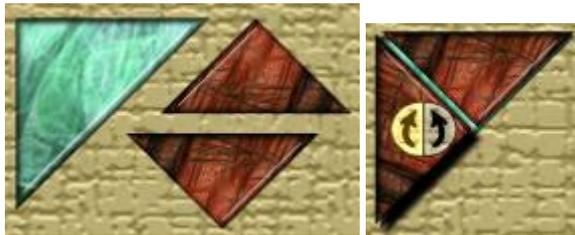
# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão: do saber acadêmico à prática social"

Realização:

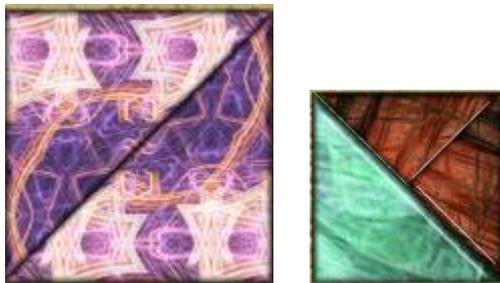
unesp  
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"

PROEX  
PROJETO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

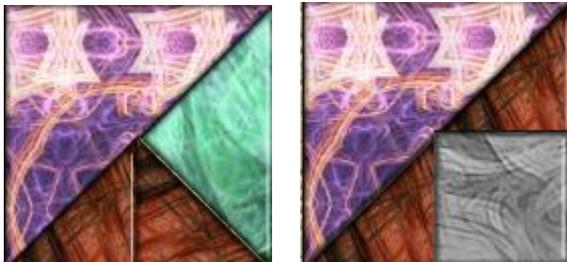


**Figura 4:** Sobreposição dos dois triângulos pequenos no triângulo médio.

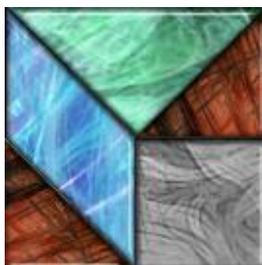
O jogo virtual é também interessante para explorar o "Problema da Construção de Quadrados com 2, 3, 4 e 5 peças do Tangram", cujas soluções são apresentadas abaixo.



**Figura 5:** Quadrados com duas e três peças.



**Figura 6:** Quadrados com quatro peças.



**Figura 7:** Quadrado com cinco peças.

Vale observar que "a construção de um quadrado com 6 peças do Tangram não é possível." Isto foi apenas mencionado para os alunos, mas os bolsistas estudaram a justificativa deste fato (SOUZA E. R. et al., 2008) como um embasamento teórico adicional, complementando a formação dos mesmos.

8º Congresso de Extensão Universitária da UNESP, 2015. A Matemática do Tangram: oficinas junto ao projeto de extensão Laboratório de Matemática da PROEX, Ermínia de L. Campello Fanti, Flávia S. Machado da Silva, Aparecida F. da Silva, Évelin M. Barbaresco, Denis Cesar Farias Junior, Rhaissa Rogéria Rodrigues - ISSN 2176-9761

A participação dos envolvidos foi bastante positiva. Mas a participação dos alunos do Ensino Fundamental surpreendeu. Eles responderam a todos os questionamentos que foram feitos durante a oficina. A cada pergunta feita vários respondiam em voz alta demonstrando interesse e entusiasmo com o que estava sendo trabalhado. Houve manifestações dizendo que queriam que a oficina fosse prolongada por mais tempo. A seguir são apresentadas algumas fotos das atividades durante as oficinas.



**Figura 8a:** Foto - Oficina com professores.



**Figura 8b:** Foto - Oficina com professores.



**Figura 9:** Foto - Oficina com alunos do curso de Graduação de Matemática – voluntários do projeto.



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão:  
do saber acadêmico à prática social"

Realização:

unesp  
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"

PROEX  
PROJETO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA



**Figura 10a:** Foto - Oficina com alunos do curso de Pedagogia.



**Figura 11c:** Foto - Oficina com alunos do Ensino Fundamental.



**Figura 10b:** Foto - Oficina com alunos do curso de Pedagogia.



**Figura 11a:** Foto - Oficina com alunos do Ensino Fundamental.



**Figura 11b:** Foto - Oficina com alunos do Ensino Fundamental.

Por fim observamos que existem outros Tangrams virtuais (on-line), por exemplo, disponibilizados em <http://www.divertudo.com.br/semplugin/tangram/tangram2.html>

e <http://pbskids.org/cyberchase/math-games/tanagram-game/>

Existem também outros “tipos” de Tangram: Tangram oval, coração partido, de nove peças, etc.

## Conclusões

Observou-se que tanto a construção por meio de dobraduras e recortes como a feita com o GeoGebra são muito interessantes. Em termos comparativos não deu para determinar qual é a mais adequada, ou a mais bem aceita, acredita-se que isso depende do público alvo. Optou-se pela construção com dobraduras para os alunos do curso de Pedagogia, pois o manuseio de material será mais oportuno para os mesmos tendo em vista que eles trabalharão nas séries iniciais do ensino básico. Já a construção com o GeoGebra para os alunos do Ensino Fundamental foi bastante interessante porque os mesmos estão numa fase que estão participando/convivendo mais ativamente com as Tecnologias de Informação e Comunicação. Eles rapidamente aprenderam a trabalhar com as principais ferramentas utilizadas na construção, além de colorir, e mudar espessura, incrementando o Tangram construído. A idéia inicial foi construir o Tangram passo a passo com os alunos, a partir das instruções contidas na sequência didática/roteiro apresentado. Mas para nossa surpresa, alguns alunos, assim que entenderam a dinâmica da construção, terminaram rapidamente sozinhos, no computador a construção do seu Tangram. Foi muito gratificante trabalhar com esse grupo de alunos do Ensino Fundamental pela educação/disciplina e participação efetiva. Acreditamos que, em parte, a excelente participação dos mesmos se deve a forma como a escola deles é conduzida por



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão:  
do saber acadêmico à prática social"

Realização:

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"



toda a equipe (direção, coordenação, professores e demais funcionários); estão de parabéns.

O trabalho de modo geral foi bastante adequado a cada grupo, propiciou aos bolsistas do projeto o contato com pessoas de níveis acadêmicos distintos: professores da rede pública, universitários e alunos do ensino básico, além de dar a oportunidade dos mesmos trabalharem matemática de diferentes maneiras.

## Agradecimentos

PROEX- Pró-Reitoria de Extensão da UNESP.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do**

**Ensino Fundamental**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 146 p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação Currículo do Estado de São Paulo. **Matemática e suas Tecnologias - Ensino Fundamental – Ciclo II e Médio**. São Paulo. SEE, 2010.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**. Ensino Fundamental, 5ª Série/6º ano. São Paulo: SE, 2014, v.1.

FANTI, E. L. C; SILVA, A. F. **Informática e o Ensino de Matemática**. In: II BIENAL da SBM, 2004, Salvador - Bahia. II Bienal da SBM, 2004. v. 1. p. 1-35. Disponível em < [http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/informatica\\_e\\_jogos\\_no\\_ensino\\_da\\_matematica.pdf](http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/informatica_e_jogos_no_ensino_da_matematica.pdf)>. Acesso em: 17 jul. 2015.

SOUZA E. R. et al. **A matemática das sete peças do Tangram**. Coleção Matemática do Ensino Fundamental 7. São Paulo: CAEM/IME-USP. 2008.



# 8º Congresso de extensão universitária da UNESP

"Diálogos da Extensão: do saber acadêmico à prática social"

Realização:

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"

PROEX  
PROJETO DE EXTENSÃO CURRICULAR

## Anexo 1

Algumas respostas apresentadas pelos alunos:

Aluno 1 (7º ano).

**Atividade 3:** Explorar fração e área. (Observar a distribuição das peças no quadrado - se necessário use material concreto).

1) Considerando o quadrado grande Q como um todo ("1 inteiro") responda: um triângulo grande corresponde a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{4}$ . Represente, usando números fracionários, a maneira como o quadrado ficaria composto por peças de triângulos grandes:

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

(Usando a linguagem de área): A área do quadrado grande Q é 4 vezes a área de um triângulo grande. E, assim, a Área de um triângulo grande =  $\frac{1}{4}$  da Área de Q (indicar a fração correspondente).

2) Quantos triângulos médios (peças do tipo 3 da Figura 1) são necessários para formar um triângulo grande 2. Um triângulo médio corresponde a que fração do triângulo grande?  $\frac{1}{2}$  (\*)

Quantos triângulos médios (peças do tipo 3) são necessários para formar o quadrado grande Q? 8. Um triângulo médio corresponde a que fração do quadrado grande?  $\frac{1}{8}$  (\*\*)

Observar de (\*) e (\*\*), que a fração correspondente a uma determinada peça depende do todo considerado.

3) Quantos triângulos pequenos (peças do tipo 4) são necessários para formar o triângulo médio? 2. E para formar o triângulo grande? 4

Finalmente, quantos triângulos pequenos são necessários para formar o quadrado grande Q? 16. Assim, um triângulo pequeno correspondem a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{16}$

Um triângulo pequeno e um triângulo médio juntos correspondem a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$

4) Considerando o quadrado como "1 inteiro" representar a maneira como o quadrado está composto pelas sete peças (indicar as frações de acordo com a ordem das peças):

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16}$$

Aluno 2 (8º ano).

**Atividade 3:** Explorar fração e área. (Observar a distribuição das peças no quadrado - se necessário use material concreto).

1) Considerando o quadrado grande Q como um todo ("1 inteiro") responda: um triângulo grande corresponde a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{4}$ . Represente, usando números fracionários, a maneira como o quadrado ficaria composto por peças de triângulos grandes:

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

(Usando a linguagem de área): A área do quadrado grande Q é 4 vezes a área de um triângulo grande. E, assim, a Área de um triângulo grande =  $\frac{1}{4}$  da Área de Q (indicar a fração correspondente).

2) Quantos triângulos médios (peças do tipo 3 da Figura 1) são necessários para formar um triângulo grande 2. Um triângulo médio corresponde a que fração do triângulo grande?  $\frac{1}{2}$  (\*)

Quantos triângulos médios (peças do tipo 3) são necessários para formar o quadrado grande Q? 8. Um triângulo médio corresponde a que fração do quadrado grande?  $\frac{1}{8}$  (\*\*)

Observar de (\*) e (\*\*), que a fração correspondente a uma determinada peça depende do todo considerado.

3) Quantos triângulos pequenos (peças do tipo 4) são necessários para formar o triângulo médio? 2. E para formar o triângulo grande? 4

Finalmente, quantos triângulos pequenos são necessários para formar o quadrado grande Q? 16. Assim, um triângulo pequeno correspondem a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{16}$

Um triângulo pequeno e um triângulo médio juntos correspondem a que fração do quadrado grande Q?  $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$

4) Considerando o quadrado como "1 inteiro" representar a maneira como o quadrado está composto pelas sete peças (indicar as frações de acordo com a ordem das peças):

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16}$$