

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

“Projeto de Controle Robusto para Acomodação
de Falhas no Módulo do Helicóptero 3-DOF”

JEFFERSON LEONE E SILVA

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia - UNESP - Campus de Ilha
Solteira, como parte dos requisitos ne-
cessários para obtenção do título de Mes-
tre em Engenharia Elétrica.

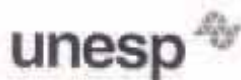
Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira - SP
16 / Fevereiro / 2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

- S586p Silva, Jefferson Leone e.
Projeto de controle robusto para acomodação de falhas no módulo do
Helicóptero 3-DOF / Jefferson Leone e Silva. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2011
93 f.: il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2011
- Orientador: José Paulo Fernandes Garcia
Inclui bibliografia
1. Controle robusto. 2. Controle por modo deslizante. 3. Helicóptero
3-DOF.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

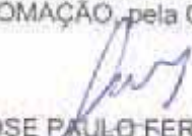
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

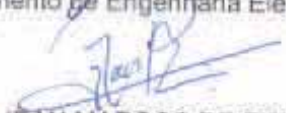
TÍTULO: Projeto de Controle Robusto para Acomodação de Falhas no Módulo do Helicóptero 3-DOF

AUTOR: JEFFERSON LEONE E SILVA

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora;


Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JEAN MARCOS DE SOUZA RIBEIRO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Curitiba/PR

Data da realização: 16 de fevereiro de 2011.

A minha esposa, Greicielle, aos meus pais, Wilson e Débora, a minha irmã Jecika, ao meu cunhado Teruo Bean, pelas orações, pela força e pelo o amor que me fortaleceram durante esta jornada.

DEDICO

Agradecimentos

Acima de todos agradeço a Deus, por me conceder graça e a oportunidade de fazer este mestrado. Sem a provisão d'Ele este desejo não seria realizado em minha vida. O agradeço por ter me concedido sabedoria e discernimento nos momentos de dificuldades e por cada dia durante esta jornada.

A minha esposa Greicielle Pereira Arruda e Silva pelo amor, apoio e compreensão em todo o tempo que estivemos na cidade de Ilha Solteira. A ela quero expressar todo meu amor por se colocar ao meu lado neste período da minha vida.

Aos meus pais por terem me incentivado durante todo o tempo, dando amor, força, suporte e orando pelo meu sucesso nesta etapa da minha vida.

Ao Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia, por ter dado a oportunidade de ter feito este mestrado, sou grato pelo ensinamento que contribuíram para o meu aprendizado e para a minha formação.

Aos professores Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, Dr. Edvaldo Assunção, Falcondes José Mendes Seixas e Jean Marcos de Souza Ribeiro que estiveram e me avaliaram em bancas de estudos especiais e qualificação, e aos demais professores, pelos conselhos, dicas e formação.

Aos meus amigos de Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC), André Bino de Paula, Emerson Ronaldo Ravazzi, Fernando Ferdinando Barros, pelas ajudas, conselhos, críticas e momentos de descontração, os quais se tornaram amigos para que eu leve por toda a vida. Agradeço também aos demais companheiros de trabalho que contribuíram de alguma forma para realização deste trabalho final.

Aos meus amigos Roberto Paulo Júnior e Edimara Gegelicas, pelas orações, força e conselhos. Pessoas que fazem e continuarão a fazer parte da minha vida.

A todos os meus familiares, em especial a minha tia Eliane que sempre se dispõe em ajudar-me em todos os momentos de certa dificuldade.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPQ), pelo apoio financeiro.

A UNESP pela infra-estrutura oferecida e aos funcionários.

*Conhecerei a Verdade e a Verdade Vós Libertará.
A Sabedoria de Deus, é Loucura para o Homem,
Sábio Louco Homem sem Deus.*

João 8:32; PG

Resumo

O principal objetivo do trabalho é explorar a técnica de controle robusto com Modos Deslizantes para a acomodação e atenuação de uma falha no sinal de controle de um helicóptero. Foram projetados dois controladores, o Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes contínuo no tempo (CEV/MD), e o segundo é o Controle Discreto com Modos Deslizantes (CDMD). Foi usado um modelo matemático não linear que representa um simulador de voo (Helicóptero 3-DOF da Quanser[®]), que é um equipamento útil para o ensino, aplicação e desenvolvimento de técnicas de controle robusto. Os resultados experimentais obtidos, fazem uma comparação entre o controle contínuo e o controle discreto. Para que essa comparação seja feita foi inserida uma falha no sinal de controle. Mesmo diante das diferenças na resposta do sinal de controle, entre os controladores, o sistema teve um bom desempenho quando controlado pelo CEV/MD e CDMD, mostrando assim a eficiência da técnica de controle com Modos Deslizantes.

Abstract

The main objective of this work is the exploration of the robust control technique with Sliding Mode (VSC-SM) for fault accommodation and attenuation in an aircraft's propulsion system. Two controllers were designed, Variable Structure Control with Sliding Mode (VSC-SM) and Discrete Control with Sliding Modes (DCSM). For that, it was used a mathematical model of a flight Simulator of a Quanser's helicopter, named as 3-DOF Helicopter, which is an excellent module for teaching, application and development of robust control techniques. The results obtained in digital simulations show great performance of the system in fault when controlled by VSC-SM and DCSM.

Lista de Figuras

2.1	Ilustração Bidimensional do Domínio do Modo Deslizante.	20
4.1	Falha Inserida.	40
5.1	Planta Simplificada do Helicóptero 3-DOF.	42
6.1	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 30%. . .	47
6.2	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 30%	47
6.3	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 30%.	48
6.4	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 50%. . .	48
6.5	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 50%	49
6.6	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 50%.	49
6.7	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 70%. . .	50
6.8	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 70%	50
6.9	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 70%.	51
6.10	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda Limite para o CEV/MD. . .	52
6.11	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Perda Limite para o CEV/MD.	52
6.12	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda de 30% em Ambos Motores.	53
6.13	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 30% em Ambos Motores.	53
6.14	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 30% Ambos Motores.	54
6.15	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores	54
6.16	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores	55

6.17	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 50% em Ambos Motores. . . .	55
6.18	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.	56
6.19	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.	56
6.20	Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda 60% Dianteiro e 50% Traseiro. . .	57
6.21	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda Limite em Ambos Motores para o CEV/MD.	57
6.22	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Perda Limite em Ambos Mo- tores para o CEV/MD.	58
7.1	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 30%.	60
7.2	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 30% . .	61
7.3	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30%.	61
7.4	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 50%.	62
7.5	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 50% . .	62
7.6	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 50%.	63
7.7	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 70%.	63
7.8	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 70% . .	64
7.9	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 70%.	64
7.10	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda Limite para o CDMD.	65
7.11	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Perda Limite para o CDMD. . . .	65
7.12	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 30% em Ambos Motores. .	66
7.13	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 30% em Ambos Motores.	67
7.14	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30% Ambos Motores.	67
7.15	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 50% em Ambos Motores. .	68
7.16	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores.	68

7.17	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30% Ambos Motores.	69
7.18	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.	69
7.19	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.	70
7.20	Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda 60% Dianteiro e 50% Traseiro. . . .	70
7.21	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda Limite em Ambos Motores para o CDMD.	71
7.22	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Perda Limite em Ambos Motores para o CDMD.	71
8.1	Esquema de Controle do Helicóptero 3-DOF.	73
8.2	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.	74
8.3	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.	74
8.4	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.	75
8.5	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.	75
8.6	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda Limite.	76
8.7	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda Limite.	76
8.8	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.	77
8.9	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.	77
8.10	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 50% em Ambos Motores.	78

8.11	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 50% em Ambos Motores.	78
8.12	Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda Limite.	79
8.13	Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda Limite.	79
9.1	Esquema de Controle do Helicóptero 3-DOF.	82
9.2	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.	83
9.3	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.	83
9.4	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.	84
9.5	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.	84
9.6	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda Limite.	85
9.7	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda Limite.	85
9.8	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.	86
9.9	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.	87
9.10	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 70% no Dianteiro e 60% no Traseiro.	87
9.11	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 70% no Dianteiro e 60% no Traseiro.	88
9.12	Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental Perda Limite.	88
9.13	Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental Perda Limite.	89

Sumário

1	Introdução	15
2	Controle Contínuo com Estrutura Variável e Modos Deslizantes	17
2.1	Modelo do Sistema	18
2.1.1	Superfície de Deslizamento	18
2.1.2	Modos Deslizantes	19
2.1.3	Condições de Existência de um Modo Deslizante	19
2.2	O Método do Controle Equivalente	22
2.3	Redução de Ordem	23
2.4	Forma Regular	23
2.5	Projeto do Controlador	26
2.6	Trepidação	28
2.7	Comentários	30
3	Controle Discreto com Modos Deslizantes	31
3.1	Modelo Discreto no Espaço de Estados	31
3.2	Controlador Discreto com Modos Deslizantes (CDMD)	33
3.2.1	Projeto da Superfície Deslizante e da Lei de Controle	34
3.2.2	Análise da Robustez	35
3.3	Comentários	37
4	Falhas	38
4.1	Características das Falhas	38

4.2	Requisitos de Robustez às Variações de Parâmetros, aos Ruídos e às Perturbações .	39
4.3	Falha Proposta	40
4.4	Comentários	40
5	Helicóptero 3-DOF da Quanser®	41
5.1	Sistema de Simulação de Voo do Helicóptero 3-DOF	41
5.2	Comentários	44
6	Simulações com o Controlador Contínuo	45
6.1	Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro	46
6.1.1	Perda de 30% da Potência	46
6.1.2	Perda de 50% da Potência	48
6.1.3	Perda de 70% da Potência	49
6.1.4	Perda Limite da Potência	51
6.2	Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores	52
6.2.1	Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores	53
6.2.2	Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores	54
6.2.3	Perda de 60% no Motor Dianteiro e 50% no Motor Traseiro	55
6.2.4	Perda Limite da Potência em Ambos Motores	57
6.3	Comentários	58
7	Simulações com o Controlador Digital	59
7.1	Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro	60
7.1.1	Perda de 30% da Potência	60
7.1.2	Perda de 50% da Potência	61
7.1.3	Perda de 70% da Potência	63
7.1.4	Perda Limite da Potência	64
7.2	Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores	66

7.2.1	Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores	66
7.2.2	Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores	67
7.2.3	Perda de 60% no Motor Dianteiro e 50% no Motor Traseiro	69
7.2.4	Perda Limite da Potência em Ambos Motores	70
7.3	Comentários	71
8	Resultados Experimentais com o Controlador Contínuo	72
8.1	Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro	73
8.1.1	Perda de 30% da Potência	73
8.1.2	Perda de 50% da Potência	74
8.1.3	Perda Limite da Potência	75
8.2	Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores	76
8.2.1	Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores	77
8.2.2	Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores	77
8.2.3	Perda Limite da Potência em Ambos Motores	78
8.3	Comentários	79
9	Resultados Experimentais com o Controlador Discreto	81
9.1	Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro	82
9.1.1	Perda de 30% da Potência	83
9.1.2	Perda de 70% da Potência	84
9.1.3	Perda Limite da Potência	84
9.2	Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores	86
9.2.1	Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores	86
9.2.2	Perda de 70% da Potência no Motor Dianteiro e 60% no Motor Traseiro	87
9.2.3	Perda Limite da Potência em Ambos os Motores	88
9.3	Comentários	89

10 Conclusões	90
Referências	92

1 *Introdução*

Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes vem sendo estudado há alguns anos (UTKIN, 1978, 1992; RICHARD, 2003). Esta metodologia de controle possui como principal característica robustez em relação a determinados tipos de incertezas, ditas casadas (DRAZENOVIC, 1969). Resultados obtidos em simulações de inúmeros trabalhos comprovaram este fato (GARCIA et al., 2005), (CAUN, 2007), (RODRIGUES, 2009). No entanto, resultados de aplicações experimentais são mais raros de se encontrar na literatura para comprovar e validar estas simulações.

Sabe-se que controle com Modos Deslizantes em sistema contínuo no tempo é robusto para uma classe de incertezas na planta (GARCIA; BENNATON, 2002; SPURGEON; DAVIES, 1993). A sua implementação em dispositivos digitais, porém, requer certo período de amostragem que traz não apenas trepidação sobre a Superfície de Deslizamento, como também possível instabilidade (FURUTA, 1990; GARCIA et al., 2005). Por isso resultados experimentais são de grande importância para validar a eficiência da técnica de controle com modos deslizantes.

O sistema de simulação de voo de um helicóptero de carga (helicóptero 3-DOF), projetado pela Quanser[®] (QUANSER INNOVATE EDUCATE, 2007) é propício para a aplicação de técnicas de controle robusto, pois é um sistema atual e de caráter altamente instável, o que torna ainda maior o desafio de obter-se resultados experimentais.

Este trabalho aborda dois controladores projetados através da teoria de Modos Deslizantes (RODRIGUES, 2009). O primeiro trata de um Controlador com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD), contínuo no tempo. O segundo é um Controlador Discreto com Modos Deslizantes (CDMD). Ambos controladores foram implementados no sistema de simulação de voo do helicóptero 3-DOF, obtendo assim resultados experimentais. O sistema é altamente instável, nas simulações, sendo representado por um modelo matemático não-linear proposto por Maia (MAIA, 2008). O modelo matemático não-linear proposto por Maia (MAIA, 2008) é de grande valia, devido ao fabricante (Quanser[®]) ter oferecido somente o modelo linear do helicóptero.

Para testar a robustez de ambos controladores, trabalhou-se com o modelo não-linear do helicóptero 3-DOF e foi inserida uma falha no sistema, tornando assim o desafio de obter resultados experimentais ainda maior.

Baseado em (TEIXEIRA, 2005) falha pode ser definida como um mau funcionamento de qualquer componente do sistema, baseado em. Sob este enfoque foi proposto um erro no sinal de controle, que será a falha inserida no helicóptero 3-DOF. Esta falha gera perdas de potência nos motores da aeronave, sendo como objetivo dos controladores projetados manter este sistema em estabilidade.

O Capítulo 2 foi baseado em (UTKIN, 1978), (RIBEIRO, 2006), (DAMAZO, 2008) e (GARCIA, 2002), onde são apresentados os conceitos e teoria de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes.

O Capítulo 3 apresenta de forma resumida, o projeto de um Controlador Discreto com Modos Deslizantes (CDMD).

O Capítulo 4, apresenta de forma sucinta, alguns conceitos de falhas que podem ocorrer no sistema.

O Capítulo 5 apresenta o modelo matemático não-linear do helicóptero 3-DOF, que servirá como o sistema de aplicação dos controladores propostos no Capítulo 2 e no Capítulo 3.

Os Capítulos 6 e 7 apresentam as simulações realizadas no helicóptero 3-DOF, essas simulações são os primeiros passos para a obtenção de resultados experimentais.

Os Capítulos 8 e 9 apresentam os resultados experimentais obtidos quando o sistema é controlado pelo controlador contínuo e pelo controlador discreto.

O Capítulo 10 apresenta as considerações finais e conclusões sobre o trabalho.

2 *Controle Contínuo com Estrutura Variável e Modos Deslizantes*

Este Capítulo é uma revisão baseada nos trabalhos de (RIBEIRO, 2006), (DAMAZO, 2008) e (GARCIA, 2002). São apresentados os conceitos de Modos Deslizantes e o Projeto do Controlador.

Um sistema de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) é caracterizado por uma lei de controle que é chaveada quando o estado do sistema cruza certas superfícies descontínuas no espaço de estados. Esta estrutura de controle é usualmente não-linear e resulta em um sistema com estrutura variável que pode ser considerado como uma combinação de subsistemas, cada um com uma estrutura fixa e que opera em uma região específica do espaço de estados (UTKIN, 1992).

Assim, a estratégia de CEV/MD utiliza uma lei de controle chaveada para conduzir e manter a trajetória dos estados de uma planta em uma superfície específica (chamada superfície de deslizamento ou superfície de chaveamento), ou sobre a intersecção de todas as superfícies escolhidas no espaço de estados. Quando a trajetória dos estados atinge esta superfície e nela permanece, diz-se que o sistema está na condição de deslizamento ou em modo deslizante.

A existência de um modo deslizante requer a estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento. Uma lei de controle chaveada deve então ser projetada para assegurar que a trajetória de estados se dirija à superfície de deslizamento (alcançabilidade) e nela permaneça durante todo o tempo subsequente (atratividade) (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988) e (SPURGEON; EDWARDS, 1998).

Assegurar a existência de um modo deslizante na superfície de deslizamento é um caminho necessário no projeto de CEV/MD. Projetar a dinâmica da superfície é um caminho complementar do problema.

Assim, são duas as etapas principais no projeto:

- (i) Projeto de uma superfície de deslizamento, tal que a dinâmica da planta, quando em

deslizamento, tenha uma trajetória desejada;

- (ii) Desenvolvimento de uma lei de controle tal que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizante.

2.1 Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas não-linear no vetor de estado $x(t)$ e linear no vetor controle $u(t)$, da forma:

$$\dot{x}(t) = \hat{f}(t, x, u) = f(t, x) + B(t, x)u(t) \quad (2.1)$$

onde o vetor de estados $x \in \mathbb{R}^n$, o vetor controle $u \in \mathbb{R}^m$, $f(t, x) \in \mathbb{R}^n$ e $B(t, x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Além disso, cada elemento de $f(t, x)$ e $B(t, x)$ são assumidos contínuos, com derivadas contínuas e limitadas com respeito à t e x .

2.1.1 Superfície de Deslizamento

A superfície de deslizamento ou superfície de chaveamento $\sigma(x(t)) = 0$ é um espaço fechado $(n - m)$ dimensional em $\mathbb{R}^n$, determinado pela intersecção de superfícies de chaveamento de dimensão $(n - m)$. As superfícies de chaveamento são projetadas tal que o sistema, restrito a superfície $\sigma(x(t)) = 0$, tenha comportamento desejado.

Seja a superfície de deslizamento definida por

$$\{x(t) / \sigma(x(t)) = 0\} \quad (2.2)$$

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathbb{R}^m$ tem a forma

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{com } \sigma_i(x(t)) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{com } \sigma_i(x(t)) < 0 \end{cases}, i = 1, \dots, m \quad (2.3)$$

onde $\{x(t) \mid \sigma_i(x(t)) = 0\}$ é a i -ésima superfície de deslizamento associada com a superfície de deslizamento (2.2) de dimensão $(n - m)$.

As superfícies de deslizamento são projetadas tais que a resposta do sistema restrito à $\{x(t) \mid \sigma(x(t)) = 0\}$ tenha o comportamento desejado.

Considera-se neste trabalho, a superfície de deslizamento da forma

$$\{x(t) \mid \sigma(x(t)) = Sx(t) = 0\} \quad (2.4)$$

em que S é chamada matriz da superfície de deslizamento, sendo $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Por simplicidade, a notação utilizada para designar a superfície de deslizamento será

$$\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0 \quad (2.5)$$

2.1.2 Modos Deslizantes

Após ser projetada a superfície de deslizamento desejada, o próximo aspecto importante de CEV/MD é garantir a existência de um modo deslizante. Um modo deslizante existe se na vizinhança da superfície de deslizamento, $\sigma(x(t)) = 0$, a tangente ou vetor velocidade da trajetória de estado sempre está direcionado para superfície de deslizamento. Consequentemente, se a trajetória do estado intercepta a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado ou “ponto representativo” se mantém dentro de uma vizinhança de $\{x/\sigma(x) = 0\}$. Se o modo deslizante existe em $\sigma(x) = 0$, então $\sigma(x)$ é chamado superfície de deslizamento. O modo deslizante não pode existir na i -ésima superfície deslizante separadamente, mas somente na intersecção de todas as superfícies.

Um modo deslizante ideal existe somente quando a trajetória de estado $x(t)$ da planta controlada satisfaz $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$, para algum t_0 . Isto requer chaveamentos infinitamente rápidos. Em sistemas reais, todas as funções com controle chaveados tem imperfeições tais como retardamento, histereses, etc., que forçam os deslizamentos ocorrerem em uma frequência finita. A trajetória de estado então oscila em uma certa vizinhança da superfície de deslizamento. Esta oscilação é chamada trepidação. Portanto, o modo deslizante real não ocorre sobre as superfícies descontínuas, mas dentro de uma camada limite (UTKIN, 1978) e (UTKIN, 1992).

2.1.3 Condições de Existência de um Modo Deslizante

A existência de um modo deslizante requer estabilidade da trajetória para a superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$, ou no mínimo para uma vizinhança desta, ou seja, os estados devem aproximar-se da superfície assintoticamente. A maior vizinhança é chamada região de atração. Geometricamente, o vetor tangente ou derivada no tempo do vetor de estado, deverá apontar

para a superfície de deslizamento, na região de atração.

O problema de existência assemelha-se a um problema de estabilidade generalizada, então o segundo método de Lyapunov fornece um conjunto natural para a análise. Assim, a estabilidade para a superfície de deslizamento requer a seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(t, x)$ que é definida positiva e tem uma derivada negativa em relação ao tempo, na região de atração (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

Definição 1 Um domínio D no espaço fechado $\sigma = 0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tal que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de D pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de D somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira de D (Figura (2.1)).

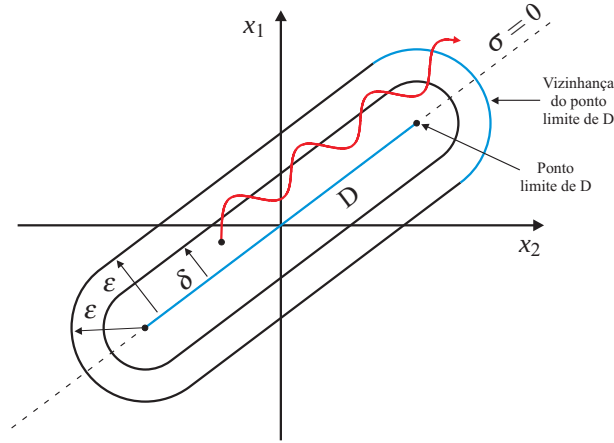


Figura 2.1: Ilustração Bidimensional do Domínio do Modo Deslizante.

Teorema 1 Para o domínio D , de dimensão $(n - m)$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que, para $\Omega \supset D$, de dimensão n , exista uma função $V(t, x, \sigma)$ diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições (UTKIN, 1978):

(a) $V(t, x, \sigma)$ é definida positiva em relação à σ , isto é, $V(t, x, \sigma) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, $V(t, x, 0) = 0$; e na esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e algum t , tem-se:

$$\text{i) } \inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = h_p, h_p > 0 \quad (2.6)$$

$$\text{ii) } \sup_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = H_p, H_p > 0 \quad (2.7)$$

onde h_p e H_p dependem de ρ ($h_p \neq 0$ se $\rho \neq 0$).

(b) A derivada em relação ao tempo de $V(t, x, \sigma)$ para o sistema (2.1) tem um supremo negativo para todo $x \in \Omega$, exceto para x na superfície de deslizamento onde o controle na entrada não está definido e, por isso, a derivada de $V(t, x, \sigma)$ não existe.

Nota 1 Um modo deslizante é globalmente alcançado se o domínio de atração é todo o espaço de estados. De outra forma o domínio de atração é um subconjunto do espaço de estado.

Considere o sistema de equação (2.1), com a notação

$$\dot{x}(t) = f(t, x, u) \quad (2.8)$$

e a seguinte estratégia geral de controle

$$u = \begin{cases} u^+(t, x) & \text{se } \sigma(x) > 0 \\ u^-(t, x) & \text{se } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

De acordo com (FILLIPOV, 1988), as trajetórias de estado do sistema (2.8), com controle (2.9), na condição de deslizamento, $\sigma(x(t)) = 0$, são as soluções da equação

$$\dot{x}(t) = \alpha f^+ + (1 - \alpha) f^- = f^0, 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2.10)$$

onde $f^+ = f(t, x, u^+)$, $f^- = f(t, x, u^-)$.

Resolvendo a equação $\langle \text{grad } \sigma, f^0 \rangle = 0$ para α tem-se

$$\alpha = \frac{\langle \text{grad } \sigma, f^- \rangle}{\langle \text{grad } \sigma, (f^- - f^+) \rangle}$$

Sendo:

$$(a) \langle \text{grad } \sigma, (f^- - f^+) \rangle > 0$$

(b) $\langle \text{grad } \sigma, f^+ \rangle \leq 0$ e $\langle \text{grad } \sigma, f^- \rangle \geq 0$, em que a notação, $\langle a, b \rangle$, denota o produto interno entre a e b , também escrito como $a.b$, e $\text{grad } \sigma$ o gradiente de $\sigma(x)$.

Assim, pode-se concluir que, a solução de (2.8) com controle (2.9) existe e é unicamente definida em $\sigma(x(t)) = 0$ (FILLIPOV, 1988). Nota-se também que esta técnica pode ser usada para determinar o comportamento da planta no modo deslizante (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988) e (FILLIPOV, 1988).

O método de Filippov (FILLIPOV, 1988) apresentado resumidamente acima é uma técnica

que torna possível a determinação do movimento de um sistema num modo deslizante. f^0 representa a velocidade “média”, $\dot{x}$, da trajetória de estado restrita à superfície de deslizamento. Uma outra etapa da técnica é o método do controle equivalente descrito a seguir.

2.2 O Método do Controle Equivalente

O método do controle equivalente (UTKIN, 1978) e (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988) é utilizado para determinar o movimento do sistema restrito à superfície de deslizamento $\sigma(x(t)) = 0$. Suponha que em t_0 , a trajetória de estado da planta intercepta a superfície de deslizamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante ideal implica que $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$ e $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$.

Diferenciando $\sigma(x) = 0$ em relação à t , tem-se

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = 0$$

Substituindo $\dot{x}$ por (2.1), tem-se

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] = 0$$

onde u_{eq} é chamado de controle equivalente e é solução da equação anterior.

Para calcular u_{eq} , assume-se que o produto matricial $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B(t, x)$ é não singular para todo t e x . Então,

$$u_{eq} = - \left[\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) \quad (2.11)$$

Após a substituição deste u_{eq} em (2.1), a equação resultante descreve o comportamento do sistema restrito à superfície de deslizamento, desde que a condição inicial $x(t_0)$ satisfaz $\sigma(x(t_0)) = 0$.

Assim, dado $\sigma(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de deslizamento para $t \geq t_0$, é dada por

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] f(t, x) \quad (2.12)$$

Supondo que a superfície de deslizamento é linear e é dada por $\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0$, então

$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = S$, e (2.12) reduz-se a

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) [SB(t, x)]^{-1} S \right] f(t, x) \quad (2.13)$$

Observe que (2.12), juntamente com a restrição $\sigma(x) = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de deslizamento. Então, o movimento do sistema (2.1), restrito à superfície de deslizamento, será governado por um conjunto de equações de ordem reduzida.

Algumas aplicações de controle requerem uma superfície de deslizamento variando no tempo: $\sigma(t, x) = 0$. Neste caso, $\dot{\sigma}(t, x) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \dot{x}$ e o controle equivalente toma a forma

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right] \quad (2.14)$$

2.3 Redução de Ordem

Por simplicidade, será estudado o caso em que a superfície de chaveamento é linear, $\sigma(x) = Sx = 0$. Como mencionado anteriormente, em um modo deslizante, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado de dimensão n , mas também as m equações algébricas, $\sigma(x) = 0$. Estas restrições reduzem a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de $(n - m)$ -ésima ordem.

Suponha que o sistema não-linear (2.1) é restrito à superfície de deslizamento (2.4), isto é, $\sigma(x(t)) = Sx(t) = 0$ com o sistema dinâmico dado por (2.13), então, é possível resolver m variáveis de estado, em termos das $(n - m)$ variáveis de estado, se o posto de $[S] = 0$.

Se o posto $[S] = 0$, implica que $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B(t, x)$ é não-singular para todo t e x .

Para obter a solução, resolve-se o sistema para as m variáveis de estado $(x_{n-m+1}, \dots, x_n)$ em termos das $(n - m)$ variáveis de estado que permanecem. Substituindo estas relações nas $(n - m)$ equações de (2.13) e nas equações correspondendo a m variáveis de estado, o sistema resultante de ordem $(n - m)$ descreve o sistema equivalente com condição inicial satisfazendo $\sigma(x) = 0$.

2.4 Forma Regular

Suponha que a planta dinâmica (2.1) tenha a seguinte forma regular

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(t, x) \\ \dot{x}_2 = f_2(t, x) + B_2(t, x)u \end{cases} \quad (2.15)$$

onde $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$ e $x_2 \in \mathbb{R}^m$. Assume-se que $B_2(t, x)$ seja uma função matricial, $m \times m$, não singular.

Assume-se uma superfície de deslizamento linear da forma

$$\sigma(x) = [S_1 \ S_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

com $S_1 \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ não-singular.

Então, no modo deslizante

$$x_2 = -S_2^{-1} S_1 x_1 \quad (2.17)$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = f_1(t, x_1, -S_2^{-1} S_1 x_1) \quad (2.18)$$

Observe que se f_1 tem uma estrutura linear do tipo $\dot{x}_1 = f_1(t, x) = A_{11}x_1 + A_{12}x_2$ então a dinâmica de ordem reduzida será,

$$\dot{x}_1 = [A_{11} \ -A_{12}S_2^{-1}S_1] x_1 \quad (2.19)$$

que tem a estrutura de malha fechada “ $A_{11} + A_{12}F$ ” com $F = -S_2^{-1}S_1$. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível calcular F tal que $A_{11} + A_{12}F$ proporcione a característica dinâmica desejada. Tendo encontrado F , pode-se calcular $[S_1 \ S_2]$ tal que $F = -S_2^{-1}S_1$. Assim, completa-se o projeto da superfície de deslizamento.

Para o caso de uma superfície de deslizamento não-linear da forma

$$\sigma(x) = \sigma_1(x_1) + S_2 x_2 = 0 \quad (2.20)$$

que é linear em x_2 e não-linear em x_1 , a dinâmica de ordem reduzida do sistema (2.15) num modo deslizante terá a forma

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = f_1(t, x_1, -S_2^{-1} \sigma_1(x_1)) \quad (2.21)$$

Nota 2 Para transformar o sistema dinâmico (2.1) para a forma regular (2.15), considera-se o caso de uma superfície de deslizamento linear (2.16) e uma transformação invariante no tempo, linear e não singular $z = Tx$. Derivando z em relação a t , vem

$$\dot{z} = T \dot{x} = T f(t, x) + T B(t, x)u \quad (2.22)$$

Se

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

então, na nova coordenada, a dinâmica da planta (2.1) é:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 = \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u \end{cases} \quad (2.24)$$

Logo, no modo deslizante a dinâmica de ordem reduzida é, por (2.18), dada por

$$\dot{z}_1 = \hat{f}_1(t, z_1, -\hat{S}_2^{-1} \hat{S}_1 z_1) \quad (2.25)$$

onde $[\hat{S}_1 \ \hat{S}_2] = [S_1 \ S_2] T^{-1}$.

Nota 3 Para transformar o sistema dinâmico (2.1) para a forma regular (2.15), considera-se o caso de uma superfície de deslizamento linear (2.16) e não existindo uma transformação linear tal que (2.23) seja satisfeita, então primeiro deve-se recorrer a uma transformação não-linear da forma

$$z = T(t, x) = \begin{bmatrix} T_1(t, x) \\ T_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde

- (a) $T(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma função diferenciável cuja inversa é também diferenciável,
 (b) $T_1(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n-m}$ e $T_2(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Diferenciando z em (2.26) em relação a t , tem-se

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x}(t, x) \dot{x} + \frac{\partial T}{\partial t}(t, x) \quad (2.27)$$

Substituindo (2.1) em (2.27) segue que

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial T}{\partial t} B(t, x) u(t) + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.28)$$

Se a transformação tem a propriedade

$$\frac{\partial T}{\partial x} B(t, x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x} \end{bmatrix} B(t, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

então nas novas coordenadas, as equações descrevendo o sistema (2.1) são:

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial T_1}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_1}{\partial t} \triangleq \hat{f}_1(t, z)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{\partial T_2}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_2}{\partial t} (t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_2}{\partial x} B(t, \tilde{T}(t, z)) u \triangleq \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z) u \quad (2.30)$$

2.5 Projeto do Controlador

No projeto do controlador, o objetivo é a obtenção de uma lei de controle tal que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizante. A suposição é que a superfície de deslizamento já tenha sido projetada.

Em geral, o controle é um vetor m dimensional que tem a estrutura da forma

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{para } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{para } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

onde $\sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^T = 0$.

Uma estrutura muito utilizada para o controle (2.31) é

$$u_i = u_{ieq} + u_{in} \quad (2.32)$$

onde u_{ieq} é a i -ésima componente do controle equivalente u_{eq} (que é contínuo) 2.14 e onde u_{in} é a parte descontínua ou parte chaveada do controle u_n .

Para o sistema (2.1), com um controlador tendo a estrutura (2.32), tem-se

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}(x) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)(u_{eq} + u_n)] = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_n \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_n\end{aligned}\quad (2.33)$$

Sem perda de generalidade, assume-se que $\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) = I$, sendo I a matriz identidade. Então $\dot{\sigma}(x) = u_n$. Esta condição permite uma fácil verificação das condições suficientes para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, isto é, condições que satisfazem $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ quando $\sigma_i(x) \neq 0$. A seguir, relacionam-se algumas possibilidades de estruturas com controle descontínuo u_n .

(a) Função sinal com ganhos constantes:

$$u_{in}(x) = \begin{cases} \alpha_i \text{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0 & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Observe que este controle satisfará as condições suficientes para a existência de um modo deslizante, pois

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \text{sgn}(\sigma_i(x)) < 0 \quad \text{se} \quad \sigma_i(x) \neq 0 \quad (2.35)$$

(b) Função sinal com ganhos dependentes do estado:

$$u_{in}(x) = \begin{cases} \alpha_i(x) \text{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0 & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Logo, $\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i(x) \sigma_i(x) \text{sgn}(\sigma_i(x)) < 0$ se $\sigma_i(x) \neq 0$.

(c) Malha fechada com ganhos chaveados:

$$u_{in}(x) = \psi x; \quad \psi = [\psi_{ij}], \quad \psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & \sigma_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & \sigma_i x_j < 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

com $\alpha_{ij} < 0$ e $\beta_{ij} > 0$.

Logo, $\sigma_i \dot{\sigma}_i = \sigma_i (\psi_{i1} x_1 + \psi_{i2} x_2 + \dots + \psi_{in} x_n) < 0$.

(d) Malha fechada linear e contínua:

$$u_{in}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \quad \text{e} \quad \alpha_i < 0 \quad (2.38)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0 \quad (2.39)$$

ou de forma mais geral

$$u_n(x) = -L\sigma(x) \quad (2.40)$$

onde $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz constante definida positiva. A condição para a existência de um modo deslizante é facilmente vista

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = -\sigma^T(x) L \sigma(x) < 0, \quad \text{se} \quad \sigma(x) \neq 0. \quad (2.41)$$

(e) Vetor unitário não-linear com fator de escala:

$$u_n(x) = \rho \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\|}, \quad \rho < 0 \quad (2.42)$$

A condição de existência é

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = \|\sigma(x)\| \rho < 0, \quad \text{se} \quad \sigma(x) \neq 0. \quad (2.43)$$

2.6 Trepidação

Os controladores com Estrutura Variável desenvolvidos garantem o comportamento desejado do sistema em malha fechada. Estes controladores, porém, exigem um mecanismo de chaveamento infinitamente rápido (no caso ideal) o que não é possível no caso real. Devido ao chaveamento finito, a trajetória do sistema sobre a superfície de deslizamento oscila, esta oscilação é denominada trepidação (chattering). As componentes de alta frequência da trepidação são indesejáveis, pois podem excitar dinâmicas de alta frequência não modeladas da planta, resultando em instabilidades não previsíveis.

Uma solução para esse problema consiste em introduzir no controlador uma camada limite, ou seja, permitir que a trajetória do sistema permaneça sobre uma região ao redor da superfície

de deslizamento e não restritamente sobre essa superfície.

Define-se o conjunto

$$\{x/\|\sigma\| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0\} \quad (2.44)$$

como a chamada Camada Limite de espessura 2ε . Considere a lei de controle:

$$u = \begin{cases} u_{eq} - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_2} \hat{\rho}, & \text{se } \|\sigma\| \geq \varepsilon \\ u_{eq} + p, & \text{se } \|\sigma\| < \varepsilon \end{cases} \quad (2.45)$$

onde u_{eq} é dado por,

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \right] \quad (2.46)$$

e sendo $p = p(t, x)$ qualquer função contínua tal que

$$p(t, x) = - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \right\| \varepsilon} \hat{\rho} \quad (2.47)$$

toda vez que $\|\sigma\| = \varepsilon$ e $\|p\| = \hat{\rho}$. Este controle garante atratividade para a camada limite e no interior da camada limite, oferece uma aproximação contínua para a ação de controle descontínuo de

$$u(t, x) = u_{eq} + u_n = u_{eq} - \frac{B^T(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|} \hat{\rho}(t, x) \quad (2.48)$$

Uma outra lei de controle com camada limite é dada por (BAG; SPURGEON; EDWARDS, 1997).

$$u(t, x) = u_{eq} + u_n = u_{eq} - \hat{\rho}(t, x) \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \varepsilon} \quad (2.49)$$

2.7 Comentários

O capítulo foi apresentado de forma sucinta os conceitos da técnica de controle CEV/MD, o projeto da superfície de deslizamento e alguns possíveis problemas que podem ocorrer devido a trepidação.

No próximo capítulo será visto o projeto de um controlador discreto com modos deslizantes.

3 *Controle Discreto com Modos Deslizantes*

Neste Capítulo é apresentado de forma sucinta um controlador discreto com modos deslizantes (CDMD) baseado em (RIBEIRO, 2006), (DAMAZO, 2008), (CAUN, 2007) e (RODRIGUES, 2009).

A implementação de controle de modos deslizantes contínuos, em computadores digitais, encontra uma gama considerável de problemas. Portanto, o projeto com base em ferramentas matemáticas de controle digital se faz necessário, para evitar transtornos inerentes das técnicas de emulação¹.

Quando o controlador é ambientado no meio digital (discreto), leva-se em consideração no projeto os conversores analógico/digital (A/D) e digital/analógico (D/A), bem como o período de amostragem.

Portanto, a planta contínua a ser controlada também deve ter sua dinâmica representada na forma discreta.

3.1 *Modelo Discreto no Espaço de Estados*

Considere o modelo com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) no espaço de estados contínuo, representado por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

¹O termo Emulação é usado quando algoritmos contínuos de controle são empregados em dispositivos digitais, tornando imprescindível a utilização de pequenos períodos de amostragem, para fazer com que o sinal discreto se aproxime o máximo possível de um sinal contínuo. Isto implica o uso de altas frequências de processamento e, portanto, exige mais capacidade de processamento do hardware responsável pela ação de controle.

onde $u(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de controle, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados disponíveis, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de saída e $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ são matrizes constantes.

Uma solução para o sistema (3.1) é dada por (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998)

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d(\tau) \quad (3.2)$$

Definindo $t_0 = k\Delta$ e $t = k\Delta + \Delta$, onde Δ é o período de amostragem, então surge uma versão particular de (3.2):

$$x(k\Delta + \Delta) = e^{A\Delta}x(k\Delta) + \int_{k\Delta}^{k\Delta + \Delta} e^{A(k\Delta + \Delta - \tau)}Bu(\tau)d(\tau) \quad (3.3)$$

Este resultado é independente do tipo de bloqueio porque u é especificado em termos de tempo contínuo, $u(t)$, sobre o intervalo de amostragem. Uma suposição comum e tipicamente válida, para um bloqueador de ordem zero (ZOH) sem atraso, é que

$$u(\tau) = u(k\Delta), \quad k\Delta \leq \tau < k\Delta + \Delta \quad (3.4)$$

Para facilitar a solução de (3.3) para um ZOH sem atraso, muda-se as variáveis na integral de τ para η tal que

$$\eta = k\Delta + \Delta - \tau \quad (3.5)$$

Então tem-se

$$x(k\Delta + \Delta) = e^{A\Delta}x(k\Delta) + \int_0^\Delta e^{A\eta}d\eta Bu(k\Delta) \quad (3.6)$$

Definindo

$$\Phi = e^{A\Delta} \quad e \quad \Gamma = \int_0^\Delta e^{A\eta}d\eta B \quad (3.7)$$

então (3.6) e (3.1) são reduzidas para a forma

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde $u_k \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de controle discreto no tempo e $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^p$ são os sinais amostra-

dos. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

Note que $x_k = x(k\Delta)$, $y_k = y(k\Delta)$ e $u_k = u(k\Delta)$. Esta nova notação é adotada por questão de simplicidade.

A matriz Φ pode ser calculada pela expansão em séries

$$\Phi = e^{A\Delta} = I + A\Delta + \frac{A^2\Delta^2}{2!} + \frac{A^3\Delta^3}{3!} + \dots$$

sendo I a matriz identidade. Assim, Φ também pode ser escrita como

$$\Phi = I + A\Delta\Psi \quad (3.9)$$

onde

$$\Psi = I + \frac{A\Delta}{2!} + \frac{A^2\Delta^2}{3!} + \dots \quad (3.10)$$

A integral Γ em (3.7) pode ser validada termo a termo, resultando em

$$\Gamma = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^{k+1}}{(k+1)!} B = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k \Delta^k}{(k+1)!} \Delta B$$

$$\Gamma = \Psi \Delta B \quad (3.11)$$

Pode-se calcular Φ por (3.9) e Γ por (3.11) de maneira mais fácil, e assim representar uma planta contínua no meio discreto.

3.2 Controlador Discreto com Modos Deslizantes (CDMD)

Considere o sistema discreto representado por (3.8). O controle é dado a cada instante de amostragem $k\Delta$. Em controle digital, a i -ésima entrada de controle $u_i(t)$ tem um valor constante entre as amostragens

$$u_i(t) = u_{ik} = u_{ik}^{eq} + u_{ik}^{\pm}, \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta \quad (3.12)$$

onde u_{ik}^{eq} é a i -ésima componente do vetor de controle equivalente discreto e $u_{ik}^{\pm}$ é a i -ésima componente do vetor de controle que mantém o sistema na superfície deslizante. A técnica

proposta aqui é aplicável a sistemas multivariáveis. Assim, o índice $i = 1, 2, \dots, m$, onde m caracteriza o número máximo de entradas de controle no sistema.

3.2.1 Projeto da Superfície Deslizante e da Lei de Controle

A superfície deslizante discreta no tempo S_k é definida por

$$S_k = Gx_k \quad (3.13)$$

onde a matriz $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$, composta pelos ganhos da superfície deslizante, é projetada tal que o sistema, mantido sobre S_k para todo k , seja assintoticamente estável.

Uma lei de controle equivalente para o sistema (3.8) em deslizamento, para todo k , é obtida de $S_{k+1} = S_k$. Então

$$u_k^{eq} = F_{eq}x_k \quad (3.14)$$

onde $F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)$ e $G\Gamma$ é uma matriz não-singular. G é uma matriz constante projetada tal que o sistema, em modos deslizantes, seja estável.

Agora, a lei de controle $u_k^\pm$, responsável por conduzir os estados do sistema para o modos deslizantes, é projetada.

Supondo a seguinte candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2}S_k^T S_k \quad (3.15)$$

A condição de existência da superfície deslizante discreta é dada por,

$$V_{k+1} < V_k, \quad \text{para} \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (3.16)$$

Substituindo (3.15) em (3.16), a condição será

$$\frac{1}{2}S_{k+1}^T S_{k+1} < \frac{1}{2}S_k^T S_k, \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (3.17)$$

Considerando que

$$\Delta S_{k+1} = S_{k+1} - S_k = Gx_{k+1} - Gx_k = G(\Phi x_k + \Gamma u_k) - Gx_k \quad (3.18)$$

e substituindo (3.12) e (3.14) em (3.18) tem-se

$$\Delta S_{k+1} = G \Gamma u_k^\pm \quad (3.19)$$

Inserindo a relação $S_{k+1} = S_k + \Delta S_{k+1}$ e (3.19) na condição (3.17), e reorganizando os termos, obtém-se

$$(G \Gamma u_k^\pm)^T S_k < -\frac{1}{2} (G \Gamma u_k^\pm)^T (G \Gamma u_k^\pm), \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (3.20)$$

Então, a condição de existência para a superfície deslizante discreta é

$$(u_k^\pm)^T S_k < -\frac{1}{2} (u_k^\pm)^T (u_k^\pm), \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (3.21)$$

Uma lei discreta $u_k^\pm$ que satisfaz a condição de existência (3.21) é dada por

$$u_k^\pm = -S_k \quad (3.22)$$

Dessa forma, a lei de controle discreta que não considera o atraso no tempo de computação apresenta a seguinte estrutura

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^{eq} + u_k^\pm \\ u_k &= -[(G \Gamma)^{-1} G (\Phi - I) x_k + S_k] \end{aligned} \quad (3.23)$$

com $S_k = G x_k$.

3.2.2 Análise da Robustez

A lei de controle discreta proposta em (3.23), além da rápida computação, também apresenta robustez para uma classe de incertezas como será mostrado a seguir.

Considere o sistema discreto incerto

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k) \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde $\Delta f(x_k) \in \mathbb{R}^n$ é a função discreta que representa as incertezas da planta.

Proposição 1 Se $\|G \Delta f(x_k)\| < \|G x_k\|$ para todo k , então o sistema (3.24), com lei de controle

discreta (3.23), garante a condição de alcançabilidade à superfície deslizante (GARCIA et al., 2005).

Demonstração: Considerando as incertezas, tem-se

$$\begin{aligned}\Delta S_{k+1} &= S_{k+1} - S_k = Gx_{k+1} - Gx_k \\ \Delta S_{k+1} &= G(\Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k)) - Gx_k\end{aligned}\quad (3.25)$$

Substituindo (3.12) e (3.14) em (3.25), segue

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k) \quad (3.26)$$

Para a candidata a função de Lyapunov $V_k = \frac{1}{2}S_k^T S_k$, segue-se que

$$V_{k+1} = \frac{1}{2}S_{k+1}^T S_{k+1} \quad (3.27)$$

$$V_{k+1} = \frac{1}{2}(S_k + \Delta S_{k+1})^T (S_k + \Delta S_{k+1}) \quad (3.28)$$

Substituindo (3.26) em (3.28) segue que

$$V_{k+1} = \frac{1}{2}(S_k + G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k))^T (S_k + G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k)) \quad (3.29)$$

Considerando que $u_k^\pm = -S_k$, $G\Gamma = I$ e substituindo em (3.29)

$$\begin{aligned}V_{k+1} &= \frac{1}{2}(S_k - S_k + G\Delta f(x_k))^T (S_k - S_k + G\Delta f(x_k)) \\ V_{k+1} &= \frac{1}{2}(G\Delta f(x_k))^T (G\Delta f(x_k)) \\ V_{k+1} &= \frac{1}{2}\|G\Delta f(x_k)\|^2\end{aligned}\quad (3.30)$$

Uma vez que

$$\begin{aligned}V_k &= \frac{1}{2}S_k^T S_k = \frac{1}{2}(Gx_k)^T (Gx_k) \\ V_k &= \frac{1}{2}\|Gx_k\|^2\end{aligned}\quad (3.31)$$

Se $\|G\Delta f(x_k)\| < \|Gx_k\|$, então de (3.30) e (3.31), tem-se que

$$V_{k+1} < V_k$$

$$\|G\Delta f(x_k)\|^2 < \|Gx_k\|^2 \quad (3.32)$$

e a condição de alcançabilidade à superfície deslizando é satisfeita.

3.3 Comentários

Nesse capítulo foi apresentado de forma resumida o projeto de um Controle Discreto com Modos Deslizantes (CDMD), controlador este que apresenta robustez a certa classe de incertezas paramétricas.

No próximo capítulo será brevemente apresentado alguns dos conceitos e características de falhas que podem ocorrer em um sistema dinâmico.

4 *Falhas*

Neste capítulo será apresentado de forma sucinta algumas das definições e características de falhas, baseado em (TEIXEIRA, 2005).

4.1 Características das Falhas

A detecção e identificação das falhas em plantas de processos complexos são duas das tarefas mais importantes destinadas ao seu sistema digital. Uma falha pode ser definida como um mau funcionamento de qualquer componente de um sistema (TEIXEIRA, 2005), causando desde a sua perda de desempenho até a total parada da execução de suas funções. As falhas podem ser divididas em:

- **Falha Abrupta:** falha repentina de um componente.
- **Falha Incipiente:** falha que ocorre lentamente em um componente.

A indicação de uma falha incipiente com antecedência pode ajudar a evitar desde a pane total da planta até catástrofes, que poderiam resultar em perda de material significativa ou fatalidades graves em pessoas. Do mesmo modo, a detecção e identificação de falhas têm se tornado um requisito crítico na operação de aviões de alto desempenho, navios, submarinos, veículos lançadores de satélites, veículos espaciais e grandes estruturas, onde a segurança das pessoas, a realização da missão e/ou quando um valor significativo de material está em jogo.

Idealmente, deseja-se ter um sistema tolerante à falhas, ou seja, um sistema que pode continuar a fazer a sua tarefa, mesmo na presença de falhas em “hardware” ou erros de “software”. Infelizmente a implementação de tal sistema não é fácil de ser feita.

A terminologia utilizada neste trabalho é baseada na terminologia empregada em (CHOW; WILLSKY, 1984), onde a detecção e identificação de falhas compreendem a:

- **Detecção da Falha:** é a indicação de que algo está errado no sistema. Deve ser dada ênfase especial às falhas incipientes, porque o seu início é difícil de ser detectado, e

- **Identificação da Falha:** é a determinação da localização da falha, ou seja, é a identificação de qual é o componente que falhou.

A classificação das falhas reflete, explicitamente ou implicitamente, o contexto em que o problema da detecção e identificação é apresentado. Uma classificação baseada no trabalho desenvolvido por (GERTLER, 1988), correspondente a um contexto baseado em modelo (“model-based framework”), considera quatro classes de falhas:

- **Falhas de Medidas Aditivas:** são as discrepâncias entre as medidas das saídas da planta e os seus respectivos valores verdadeiros ou entre medidas das entradas da planta e os seus valores verdadeiros. Tais falhas podem descrever o mau funcionamento nos sensores ou nos atuadores resultantes das tendências de medidas (“bias”) ou de perdas de atualizações de medidas.

- **Falhas de Medidas Multiplicativas:** são mudanças (abruptas ou graduais) entre as medidas das saídas da planta e os seus respectivos valores verdadeiros ou entre as medidas das entradas da planta e os seu respectivos valores verdadeiros. Podem descrever a falha devido à perda de alimentação, mau funcionamento de um condicionador do sinal da medida ou variação do fator de escala da medida de um sensor ou de um atuador.

- **Falhas de Processos Aditivas:** são as perturbações (entradas não medidas) agindo na planta, normalmente consideradas nulas, mas que causam um desvio nas saídas, independentes das entradas medidas.

- **Falhas de Processos Multiplicativas:** são mudanças (abruptas e graduais) dos parâmetros da planta. Tal falha descreve a deterioração dos componentes da planta, tais como, perda de potência, contaminação de superfície, etc.

4.2 Requisitos de Robustez às Variações de Parâmetros, aos Ruídos e às Perturbações

Um problema a ser considerado é que incertezas paramétricas e erros de modelagem são fatores sempre presentes. Se não for conhecido como as perturbações agem no sistema, há pouco que se possa fazer para minimizar suas influências, seja através de metodologias de controle robusto ou de estratégias de identificação e acomodação de falhas eficientes.

4.3 Falha Proposta

A falha proposta se baseia no conceito de que falha pode ser um mau funcionamento de qualquer componente do sistema (TEIXEIRA, 2005), portanto a falha inserida foi um erro no sinal de controle do sistema, este erro irá gerar uma perda da potência nos motores da aeronave. A figura 4 mostra o esquema que representa a falha inserida no sistema. Sendo U o vetor sinal de controle do sistema, G' o ganho que é inserido no sinal de controle, T um somador de tempo em relação ao K , que é o tempo que a falha ocorre e V a tensão que está alimentando os motores da aeronave.

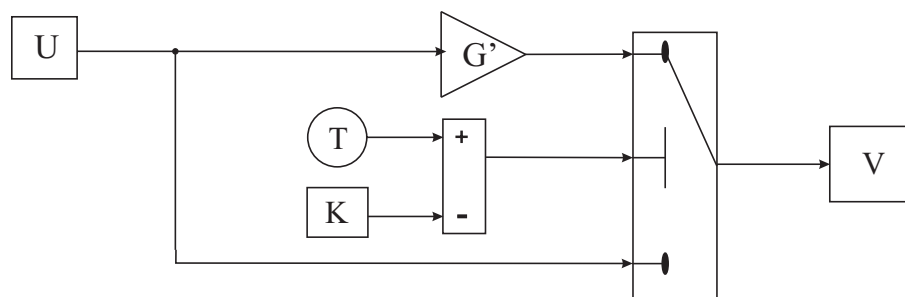


Figura 4.1: Falha Inserida.

4.4 Comentários

Neste capítulo foi apresentado de forma sucinta os conceitos de falha. Baseado nestes conceitos testou-se a robustez dos controladores propostos, sendo que os resultados experimentais obtidos são mostrados nos Capítulos 8 e 9.

No próximo capítulo será apresentado o modelo matemático do sistema que será utilizado para validar a técnica proposta.

5 *Helicóptero 3-DOF da Quanser[®]*

Nesta seção, será apresentado o modelo matemático não-linear do Sistema de Simulação de Voo de um Helicóptero 3-DOF, equipamento da Quanser[®] (QUANSER INNOVATE EDUCATE, 2007). Este sistema será utilizado para a aplicação das técnicas de controle proposta. Baseado no capítulo 4 será inserida um erro no sinal de controle do sistema, erro este que será nossa falha. Esta falha irá gerar uma perda de potência nos motores que alimentam a propulsão da aeronave.

Este sistema foi adquirido recentemente e está disponível no Laboratório de Pesquisa em Controle. Foi escolhido para testes por ser naturalmente instável, não-linear, portanto objeto interessante para aplicação de novas técnicas de controle.

5.1 Sistema de Simulação de Voo do Helicóptero 3-DOF

O sistema do Helicóptero 3-DOF está na Figura 5.1. Dois motores DC são dispostos nas extremidades de um quadro retangular e acoplados a duas hélices. Todo o sistema está detalhadamente descrito no manual do fabricante (QUANSER INNOVATE EDUCATE, 2007). Para uma melhor representação do sistema real, foi utilizado um sistema não-linear, representado por equações diferenciais, conforme mostrado em (MAIA, 2008). As equações diferenciais que representam a dinâmica do helicóptero 3-DOF são mostradas a seguir, sendo que x_1 , x_2 e x_3 representam respectivamente os ângulos de elevação, de inclinação e giro horizontal (em rad); x_4 , x_5 e x_6 representam as suas derivadas (em rad/s) e x_7 e x_8 as integrais do ângulo de elevação e giro horizontal. Os valores dos parâmetros do modelo do helicóptero representado pelas equações (5.1) - (5.8), são mostrados na Tabela 5.1.

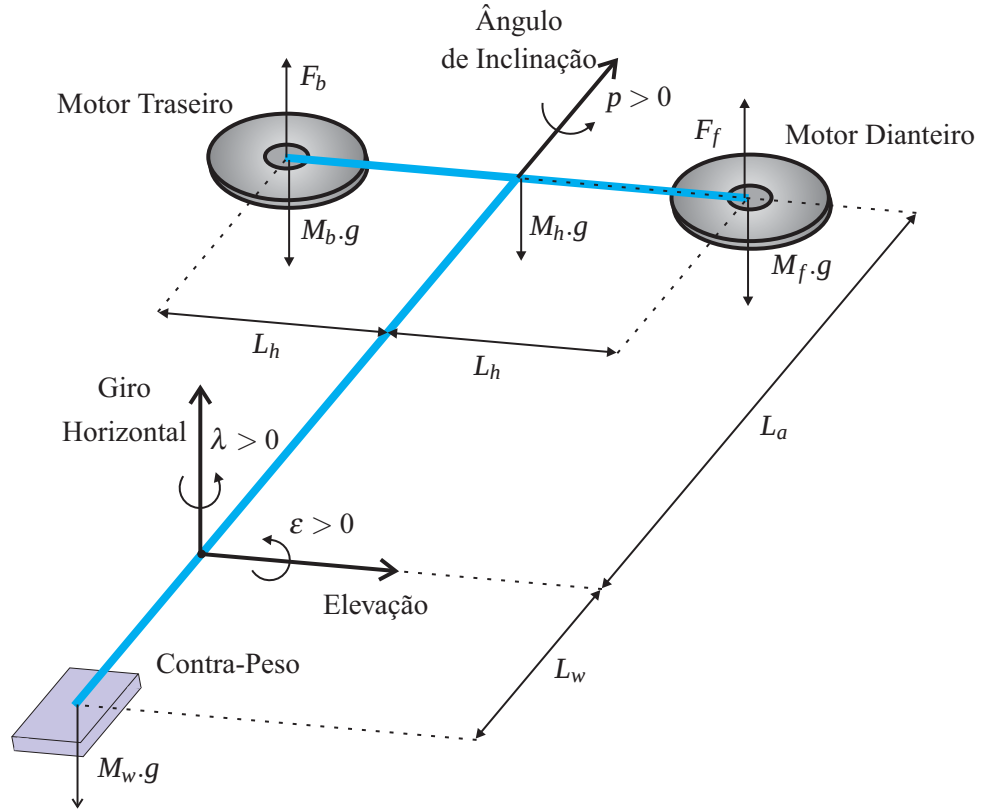


Figura 5.1: Planta Simplificada do Helicóptero 3-DOF.

$$\dot{x}_1 = x_4 \quad (5.1)$$

$$\dot{x}_2 = x_5 \quad (5.2)$$

$$\dot{x}_3 = x_6 \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & x_6^2 \cdot \{ \xi_3 \cdot \text{sen}(2x_3) + \xi_4 \cdot \cos(2x_3) \} + \xi_5 \cdot \text{sen}(x_3) + \\ & + \xi_6 \cdot \cos(x_3) + \{ \xi_7(u_1^2 + u_2^2) + \xi_8(u_1 + u_2) \} \cdot \cos(x_1) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\dot{x}_5 = \xi_{16} \cdot \{ \xi_1(u_1^2 - u_2^2) + \xi_2(u_1 - u_2) - v_2 \cdot x_2 \} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & \{ \xi_{13} + \xi_{14} \cdot \text{sen}(2x_3) + \xi_{15} \cdot \cos(2x_3) \}^{-1} \cdot \{ v_1 - v_3 \cdot x_6 + \\ & + [\xi_9(u_1^2 + u_2^2) + \xi_{10}(u_1 + u_2)] \cdot \text{sen}(x_1) + \\ & + x_4 \cdot x_6 \cdot [\xi_{11} \cdot \text{sen}(2x_3) + \xi_{12} \cdot \cos(2x_3)] \} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\dot{x}_7 = x_1 \quad (5.7)$$

$$\dot{x}_8 = x_3 \quad (5.8)$$

Tabela 5.1: Parâmetros Físicos do Sistema Helicóptero 3-DOF (MAIA, 2008).

Parâmetro	Valor
ξ_1	$0,1117 \text{ N/V}^2$
ξ_2	$0,0449 \text{ N/V}$
ξ_3	$-0,4843$
ξ_4	$0,1153$
ξ_5	$-1,0389 \text{ N/(m.Kg)}$
ξ_6	$-1,3170 \text{ N/(m.Kg)}$
ξ_7	$0,0656 \text{ N/(m.Kg.V}^2)$
ξ_8	$0,0264 \text{ N/(m.Kg.V)}$
ξ_9	$-0,0718 \text{ N.m/V}^2$
ξ_{10}	$-0,0289 \text{ N.m/V}$
ξ_{11}	$1,0567 \text{ Kg.m}^2$
ξ_{12}	$-0,2515 \text{ Kg.m}^2$
ξ_{13}	$0,5454 \text{ Kg.m}^2$
ξ_{14}	$0,1258 \text{ Kg.m}^2$
ξ_{15}	$0,5283 \text{ Kg.m}^2$
ξ_{16}	$4,1832 \text{ (m.Kg)}^{-1}$
v_1	$0,107 \text{ N.m}$
v_2	$0,18 \text{ N.s}$
v_3	$0,47 \text{ N.m.s}$

A representação no espaço de estados é dada na forma $\dot{x} = Ax + Bu$, sendo que o vetor de estado para o Helicóptero 3-DOF é definido por

$$x^T = \left[\varepsilon, p, \lambda, \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon, \frac{\partial}{\partial t} p, \frac{\partial}{\partial t} \lambda, \int \varepsilon dt, \int \lambda dt \right], \quad (5.9)$$

e o vetor de saída é

$$y^T = \left[\varepsilon, p, \lambda, \int \varepsilon dt, \int \lambda dt \right], \quad (5.10)$$

sendo as variáveis ε , p e λ os ângulos de elevação, inclinação e giro horizontal, respectivamente.

As correspondentes matrizes no espaço de estados do modelo linearizado em torno do ponto de operação $[\varepsilon_o, p_o, \lambda_o] = [27, 5^\circ 0^\circ 0^\circ]$ são dadas a seguir. Os valores numéricos foram obtidos a partir da Tabela 1 e do comando *linmod* do software MATLAB/SIMULINK® (THE MATH WORKS INC., 2005), portanto utiliza-se o sistema linearizado, dado pelo comando, para o projeto dos controladores. Porém, a planta utilizada para as simulações e obtenção de resultados experimentais é representada pelo modelo não-linear.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1,0389 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7330 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0234 & -13,9126 & 0 & 0 & 0 & -0,4377 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1,3384 & 9,5331 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3384 & -9,5331 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

5.2 Comentários

Durante a modelagem do sistema alguns dos parâmetros podem não ser considerados no projeto, porque é muito difícil representar com total fidelidade as dinâmicas reais de um sistema por meio de um modelo matemático.

Neste capítulo foi apresentado o modelo matemático do sistema que será utilizado para gerar as matrizes dos controladores descritos anteriormente.

A utilização de controladores robustos, capazes de suprimir as incertezas paramétricas da planta, são essenciais. No próximo capítulo são apresentadas as simulações obtidas com o CEV/MD.

6 *Simulações com o Controlador Contínuo*

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações feitas no modelo do Sistema de Voo do Helicóptero 3-DOF da Quanser[®], como visto no Capítulo 5. A falha inserida foi um erro no sinal de controle que faz com que o helicóptero sofra uma perda de potência nos motores. Para o controle e atenuação desta falha foi utilizado o controlador CEV/MD proposto no capítulo 2 desta dissertação. Os resultados das simulações servem como base para os ensaios práticos e obtenção de resultados experimentais.

Como somente os estados $[\varepsilon, p, \lambda]$ são medidos, as suas respectivas derivadas são obtidas através de filtros derivativos dados pela equação 6.1.

$$\frac{50s}{s + 50} \quad (6.1)$$

As matrizes que representam a dinâmica do sistema e os ganhos da superfície de deslizamento (S) podem ser vista abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1,0389 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7330 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0234 & -13,9126 & 0 & 0 & 0 & -0,4377 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1,3384 & 9,5331 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3384 & -9,5331 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$S = \begin{bmatrix} 2.5031 & 0.4181 & -0.0454 & 0.3736 & 0.0524 & -0.0486 & 1.5687 & -0.0115 \\ 2.5029 & -0.4172 & 0.0448 & 0.3736 & -0.0524 & 0.0486 & 1.5687 & 0.0113 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

O objetivo é o controle do ângulo de elevação e manter o helicóptero estável mesmo diante de um erro no sinal de controle que irá gerar perdas de potência nos motores.

Os resultados das simulações foram divididos em dois casos, sendo que no primeiro caso o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência somente no motor dianteiro. Na segunda simulação realizada, o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência nos dois motores (dianteiro e traseiro).

6.1 Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro

A decolagem do helicóptero é feita através de uma rampa, esta rampa foi inserida para que a partida seja de forma suave e segura. Em 120 segundos foi inserida uma outra rampa para efetuar o pouso do helicóptero, garantindo assim segurança e a integridade do equipamento. O ponto da decolagem é fora do ponto de linearização $[\varepsilon_o, p_o, \lambda_o] = [27, 5^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$, o helicóptero parte de 0° , atingindo o ponto de linearização em torno de 15 segundos. Para todos os casos, o tempo de ensaio será de 140 segundos, a falha irá ocorrer em 50 segundos e permanecer até o final da simulação.

6.1.1 Perda de 30% da Potência

A primeira simulação consiste em um erro no sinal de controle que gerou uma perda de 30% da potência. Na Figura 6.1 pode ser vista a variação de tensão entre os motores dianteiro e traseiro. O comportamento do ângulo de elevação do helicóptero é visto na Figura 6.2.

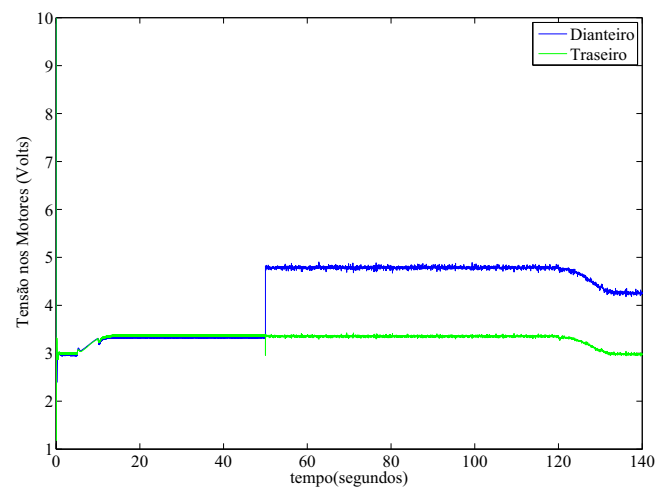


Figura 6.1: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 30%.

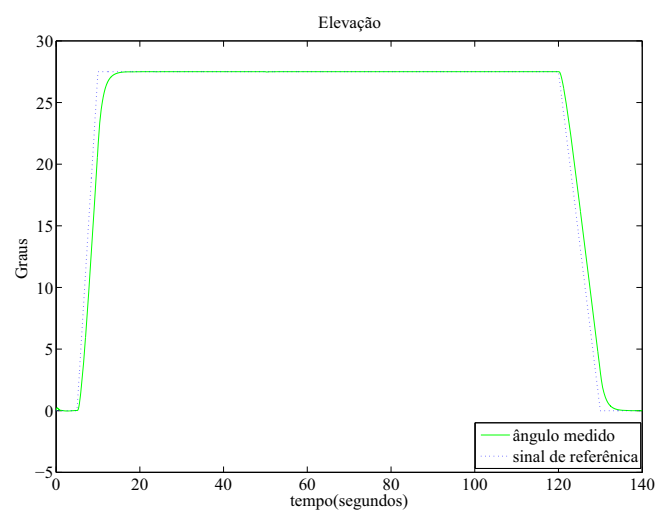


Figura 6.2: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 30%

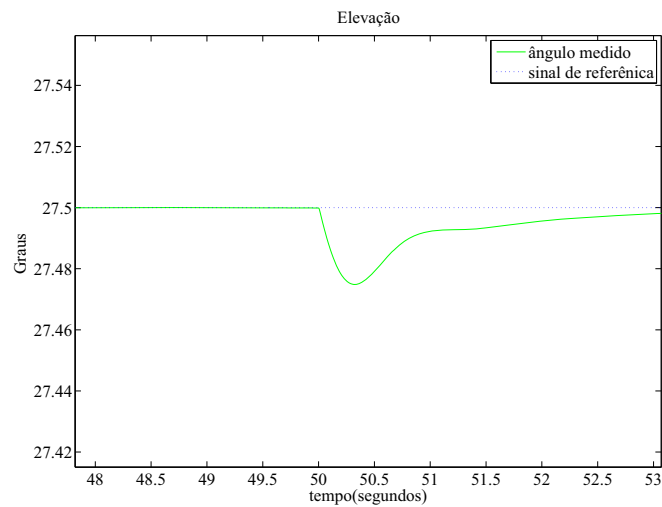


Figura 6.3: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 30%.

Pode-se notar que somente a tensão do motor dianteiro aumenta, afim de compensar a perda da potência causada pelo erro no sinal de controle. O ângulo de elevação oscila de forma muito suave sob o sinal de referência.

6.1.2 Perda de 50% da Potência

O erro no sinal de controle foi aumentado, gerando uma perda de 50% potência no motor dianteiro. Pode-se observar que o aumento da tensão, aumenta o ângulo de elevação. Mesmo com o aumento do erro, o sinal de controle se mantém sob o sinal de referência como pode ser visto nas Figuras 6.4, 6.5.

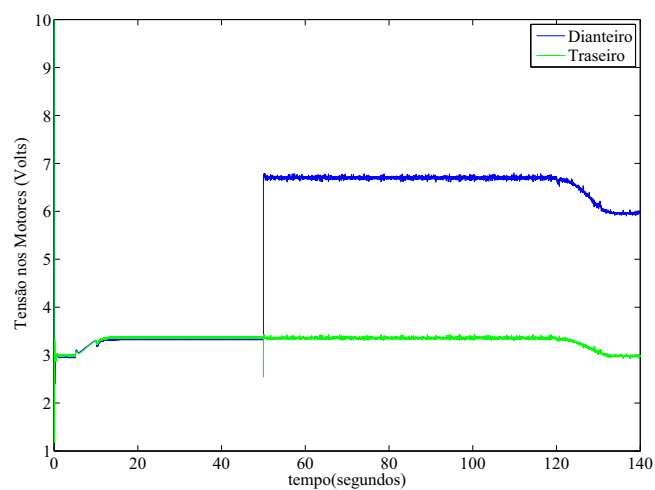


Figura 6.4: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 50%.

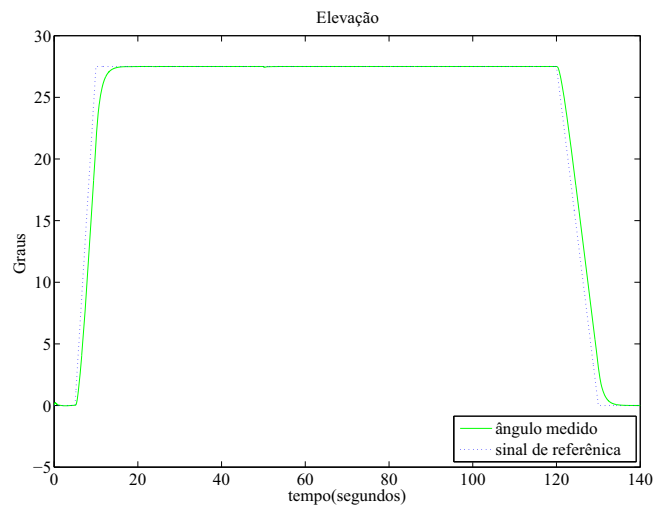


Figura 6.5: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 50%

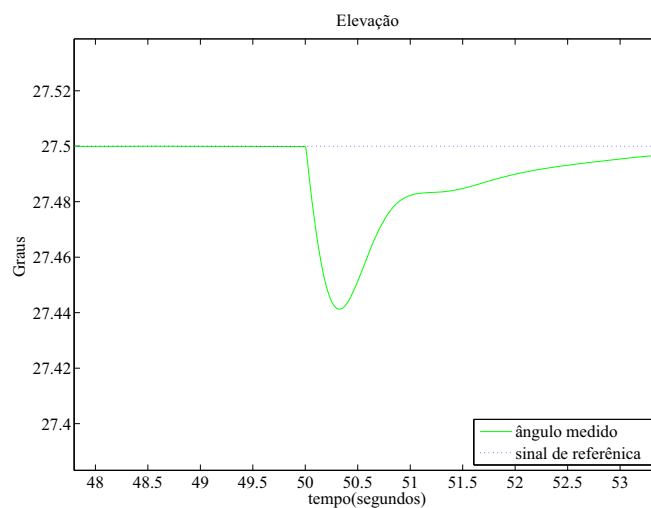


Figura 6.6: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 50%.

6.1.3 Perda de 70% da Potência

Nesta simulação o erro no sinal de controle gera uma perda de 70% na potência do motor dianteiro, as figuras 6.7, 6.8 mostram o comportamento das tensões nos motores e do ângulo de elevação. Pode-se ver que a tensão aumentou ainda mais, porém, o ângulo de elevação se mantém sob o sinal de referência.

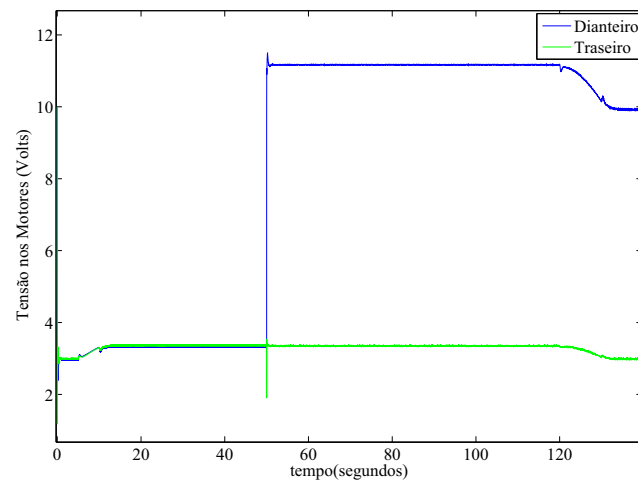


Figura 6.7: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 70%.

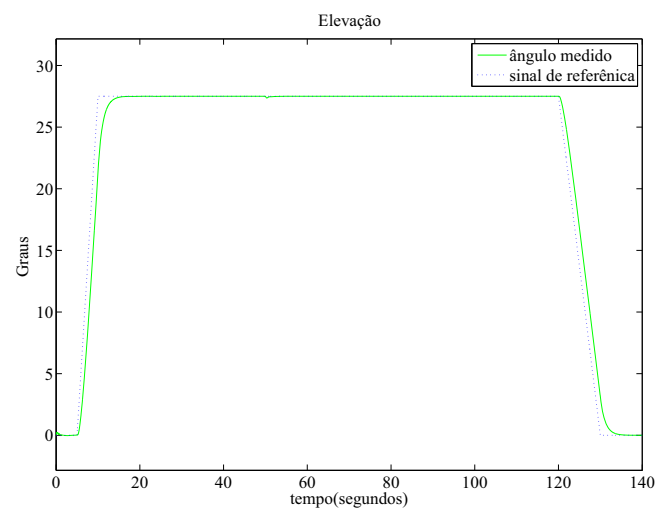


Figura 6.8: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 70%

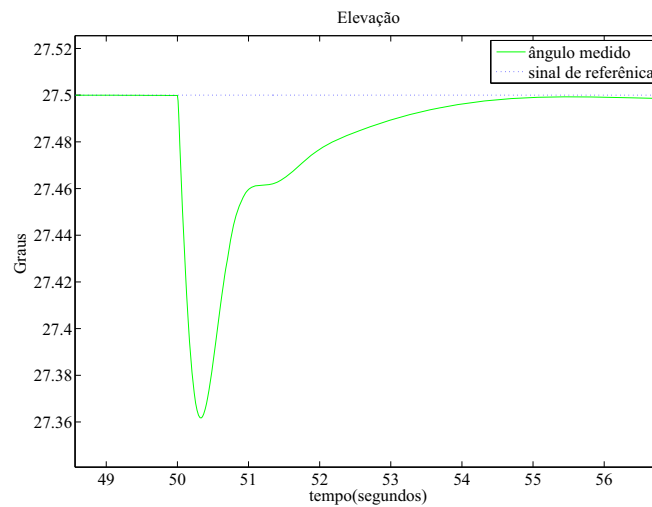


Figura 6.9: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 70%.

6.1.4 Perda Limite da Potência

Os resultados mostram a eficiência da lei de controle proposta no capítulo 2. O erro no sinal de controle afetou o comportamento do sistema porém não o levou para a instabilidade. O controlador proposto no capítulo 2 se mostrou robusto diante do erro que chegou a gerar perdas de 70% de sua alimentação no motor dianteiro.

A seguir é apresentado os resultados de uma simulação o erro no sinal de controle gerou a perda de potência que levou o sistema a instabilidade. Essa perda é equivalente a 90% da potência no motor dianteiro e diante desta perda o controlador não garantiu a estabilidade. As Figuras 6.10 e 6.11, mostram que assim que o erro é inserido no sistema em 50 segundos, o sistema vai para a instabilidade.

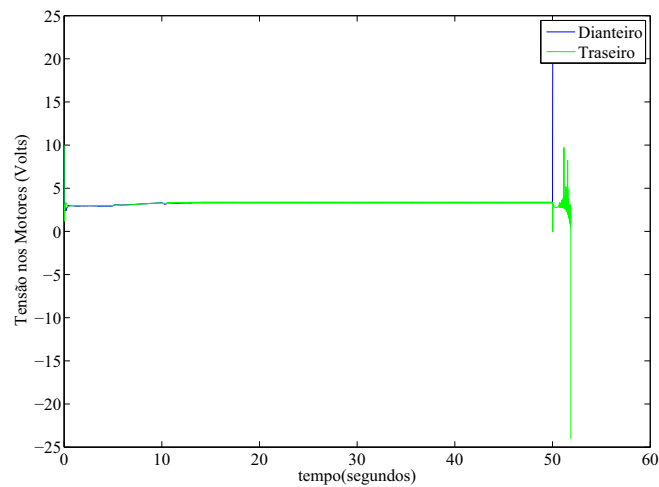


Figura 6.10: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda Limite para o CEV/MD.

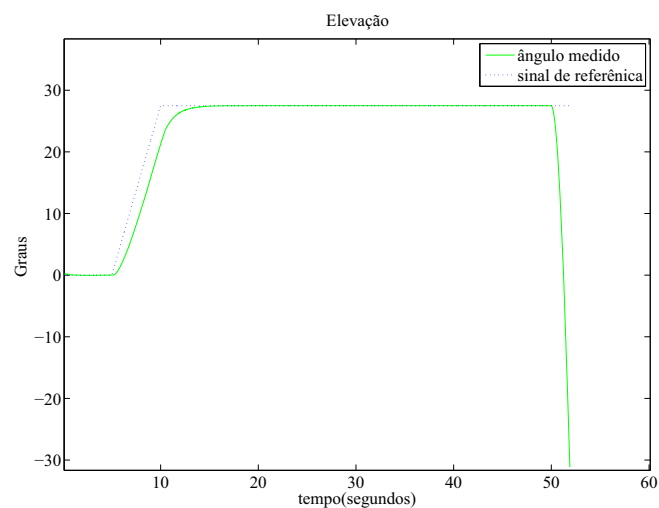


Figura 6.11: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Perda Limite para o CEV/MD.

6.2 Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores

Nesta seção será visto os resultados das simulações quando o erro no sinal de controle gera perda da potência em ambos os motores do helicóptero. Para todos os casos o tempo da simulação será de 140 segundos. A primeira falha irá ocorrer em 50 segundos, atingindo o motor dianteiro, após 3 segundos da primeira falha, o motor traseiro será afetado pelo erro no sinal de controle gerando a perda da potência. Esse intervalo de 3 segundos entre as falhas é tão somente para efeito de visualização.

6.2.1 Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores

Pode-se notar que as tensões vista na Figura 6.12 desta vez sobem ao mesmo patamar afim de manter o sistema estável diante do erro no sinal de controle que gera a perda da potência em ambos os motores. O ângulo de elevação visto na Figura 6.13 se mantém sob o sinal de referência.

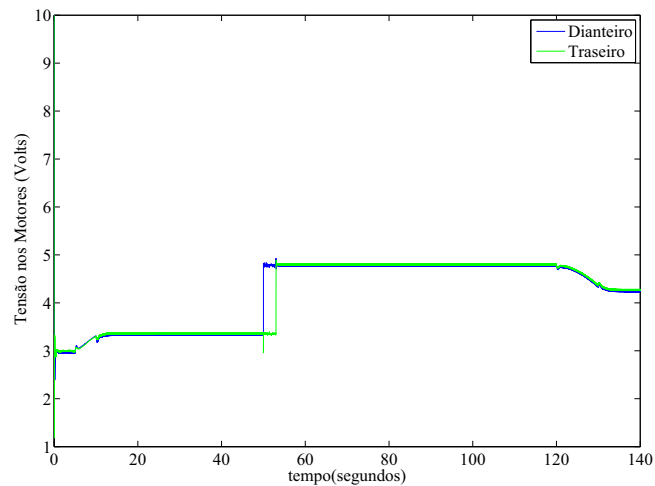


Figura 6.12: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda de 30% em Ambos Motores.

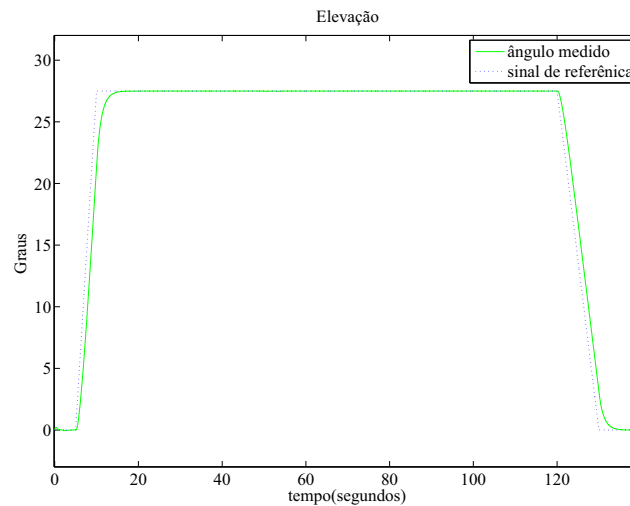


Figura 6.13: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 30% em Ambos Motores.

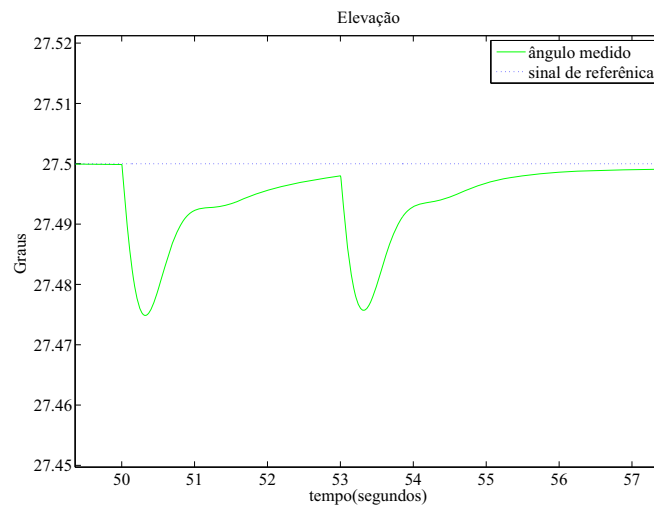


Figura 6.14: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 30% Ambos Motores.

6.2.2 Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores

Agora o erro no sinal de controle, gera uma perda de 50% em ambos os motores. Pode-se notar na Figura 6.15, que a tensão aumenta em relação a simulação anterior, e o ângulo de elevação visto na Figura 6.16 se mantém sob o sinal de referência.

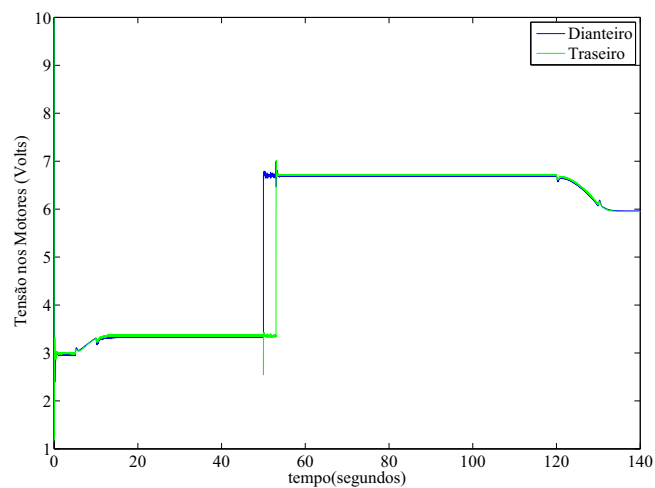


Figura 6.15: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores

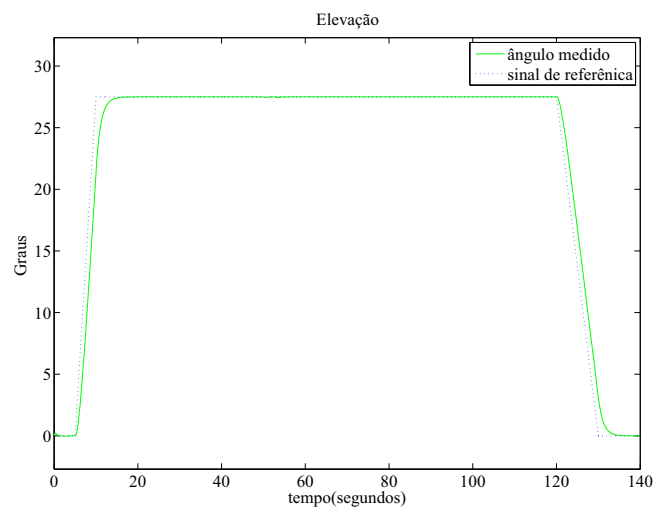


Figura 6.16: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores

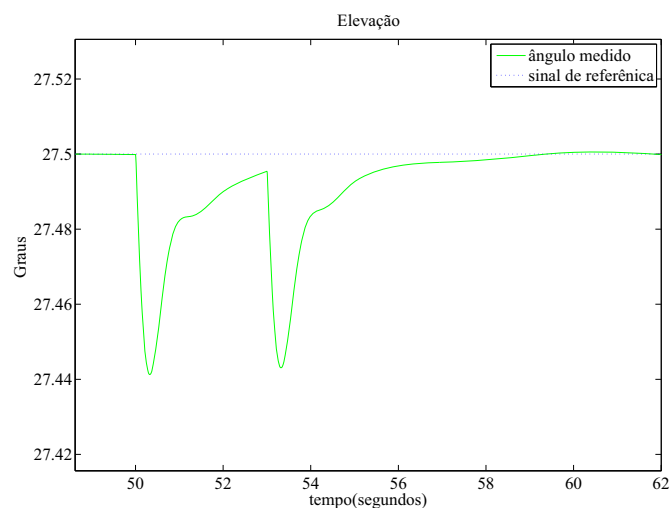


Figura 6.17: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda de 50% em Ambos Motores.

6.2.3 Perda de 60% no Motor Dianteiro e 50% no Motor Traseiro

Desta vez foi inserido um erro no sinal de controle que gera diferentes perdas de potência nos motores. As perdas correspondem a 60% no motor dianteiro e 50% no motor traseiro. Pode-se ver a diferença das tensões nos motores na Figura 6.18.

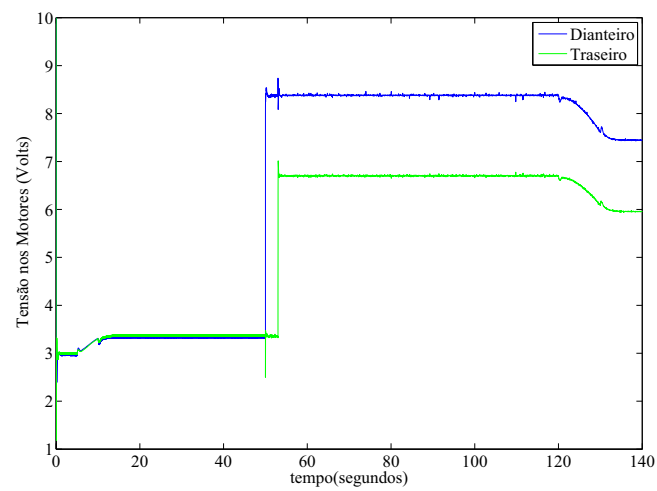


Figura 6.18: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.

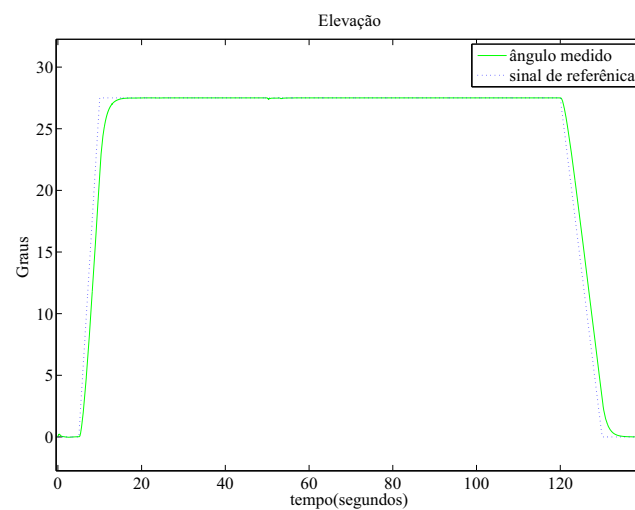


Figura 6.19: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Simulando uma Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.

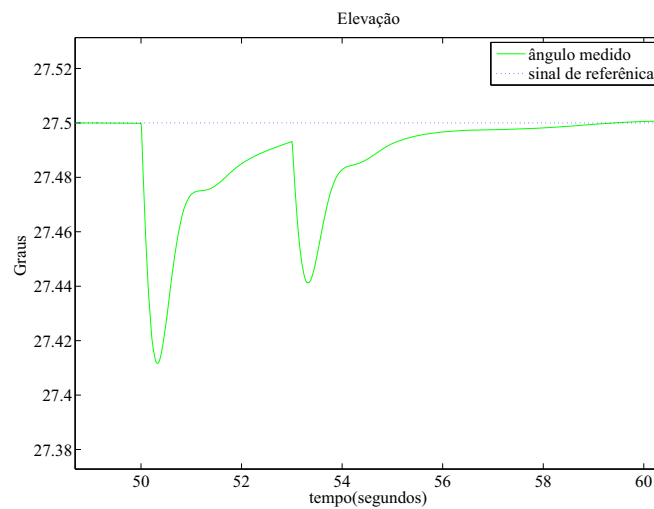


Figura 6.20: Zoom Ângulo de Elevação CEV/MD: Perda 60% Dianteiro e 50% Traseiro.

A estabilidade é alcançada, visto que o sinal de controle se mantém sob a referência, Figura 6.19.

6.2.4 Perda Limite da Potência em Ambos Motores

O erro no sinal de controle gerou uma perda limite da potência, correspondente a 90% em ambos motores da aeronave. Devido ao alto valor de queda da potência, o sistema não se manteve estável. Assim que o erro é inserido em 50 segundos o sistema vai para instabilidade, como pode ser visto nas Figuras 6.21 e 6.22.

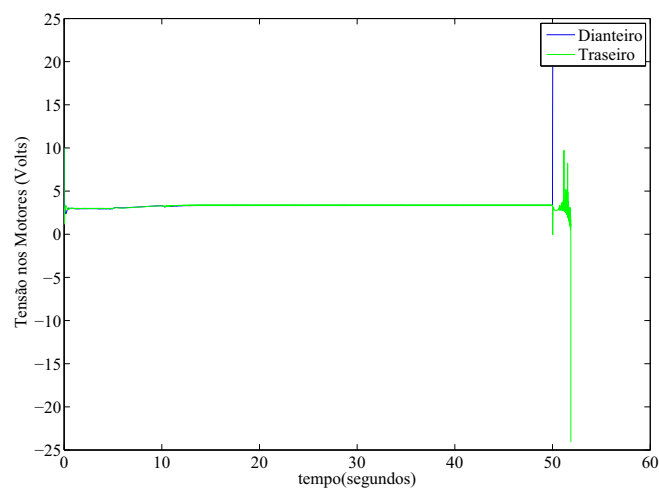


Figura 6.21: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Perda Limite em Ambos Motores para o CEV/MD.

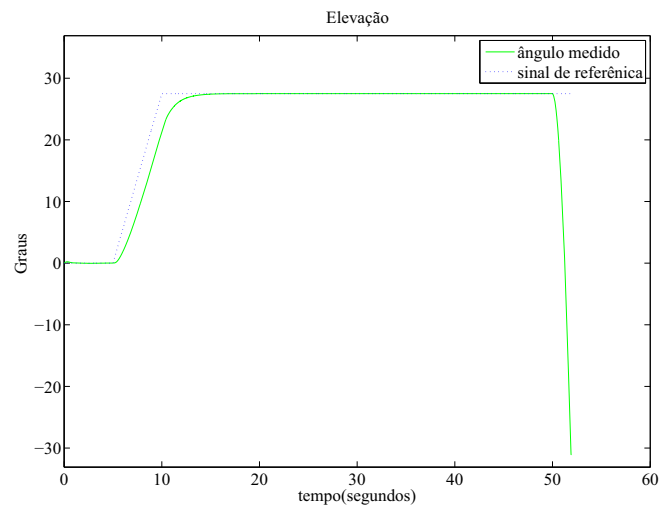


Figura 6.22: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Perda Limite em Ambos Motores para o CEV/MD.

6.3 Comentários

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações com o controlador CEV/MD proposto no Capítulo 2. Pode-se constatar a robustez do controlador proposto diante do erro no sinal de controle. No próximo capítulo são apresentados os resultados das simulações com o controlador digital proposto no Capítulo 3.

7 Simulações com o Controlador Digital

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações com o controlador digital proposto no capítulo 3, as simulações foram feitas no modelo de Sistema de Voo do Helicóptero 3-DOF da Quanser[®], como visto no Capítulo 5. A falha inserida é idêntica ao do capítulo 6. Assim como no capítulo anterior utiliza-se 6.1 para se obter as derivadas dos estados do sistema.

$$\frac{50s}{s+50} \quad (7.1)$$

As matrizes que representam a dinâmica do sistema discretizado e os ganhos da superfície de deslizamento (G) podem ser vista abaixo:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,003 & 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 \\ -0,021 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,985 & 0 & 0 & 0 \\ -0,001 & -0,334 & 0 & 0 & -0,003 & 0,991 & 0 & 0 \\ 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0003 & 0,0021 & 0 & 0,0294 & 0,2078 & -0,0002 & 0 & 0 \\ 0,0003 & -0,0021 & 0 & 0,0294 & -0,2078 & 0,0002 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

$$G = \begin{bmatrix} 25,1606 & 15,5267 & -0,8862 & 16,7604 & 2,2493 & -1,2546 & 9,3866 & -0,1125 \\ 25,1259 & -13,2228 & 0,3040 & 16,7607 & -2,2731 & 0,6533 & 9,3871 & -0,0182 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

O objetivo é o controle do ângulo de elevação e manter o helicóptero estável mesmo diante de um erro no sinal de controle que irá gerar perdas de potência nos motores.

Assim como no capítulo das simulações contínuas os resultados das simulações foram divididos em dois casos, sendo que no primeiro caso o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência somente no motor dianteiro. Na segunda simulação realizada, o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência nos dois motores (dianteiro e traseiro).

7.1 Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro

utiliza-se o mesmo sistema de decolagem e pouso, assim como visto no capítulo anterior. O ponto da decolagem é fora do ponto de linearização $[\varepsilon_o, p_o, \lambda_o] = [27, 5^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$, o helicóptero parte de 0° , atingindo o ponto de linearização em torno de 15 segundos. Assim como no capítulo anterior o tempo do experimento será de 140 segundos, com a falha sendo inserida em 50 segundos.

7.1.1 Perda de 30% da Potência

O erro no sinal de controle foi inserido de modo que gera-se as mesmas perdas de potência, portanto a primeira simulação consiste em um erro no sinal de controle que gera uma perda de 30% da potência. Na Figura 7.1 pode ser vista a variação de tensão entre os motores dianteiro e traseiro. O comportamento do ângulo de elevação do helicóptero é visto na Figura 7.2.

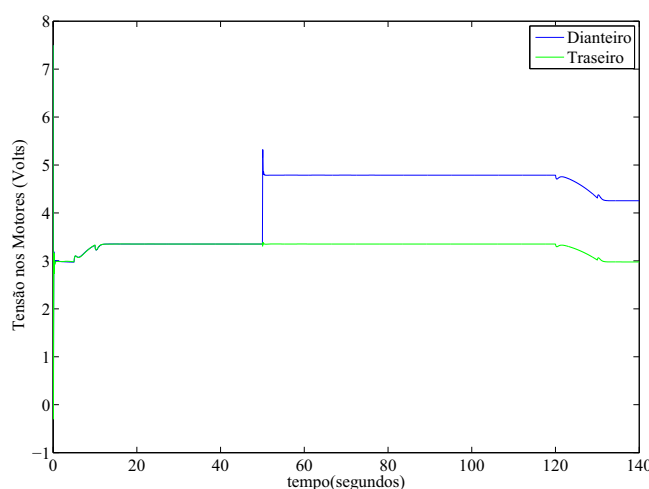


Figura 7.1: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 30%.

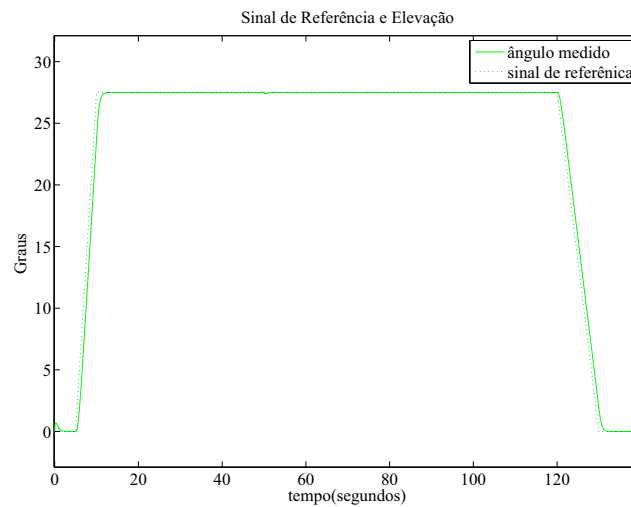


Figura 7.2: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 30%

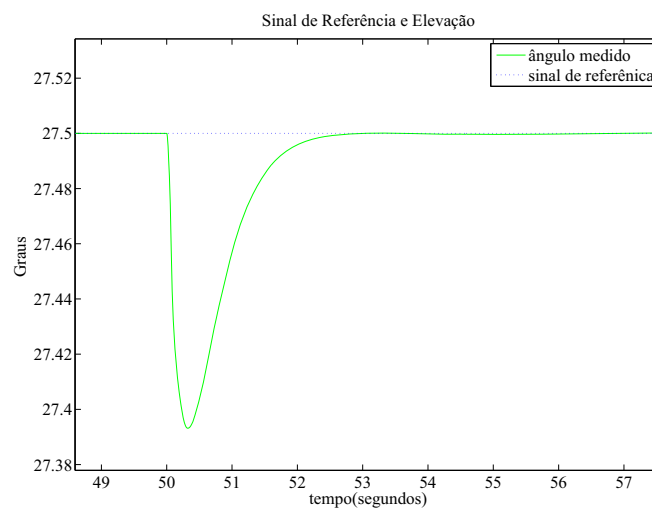


Figura 7.3: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30%.

Através desta primeira simulação observa-se uma boa resposta do controlador digital em relação ao erro no sinal de controle, mas quando observa-se com mais atenção observa-se um pico assim que o erro é inserido no sistema, diferentemente do controlador contínuo, o que sinaliza uma inferioridade em relação ao CEV-MD.

7.1.2 Perda de 50% da Potência

Assim como no capítulo anterior o erro no sinal de controle foi aumentado, gerando uma perda de 50% potência no motor dianteiro. Pode ser visto que o aumento da tensão no motor dianteiro, o ângulo de elevação ainda se mantém sob o sinal de referência como pode ser visto

nas figuras 7.4, 7.5.

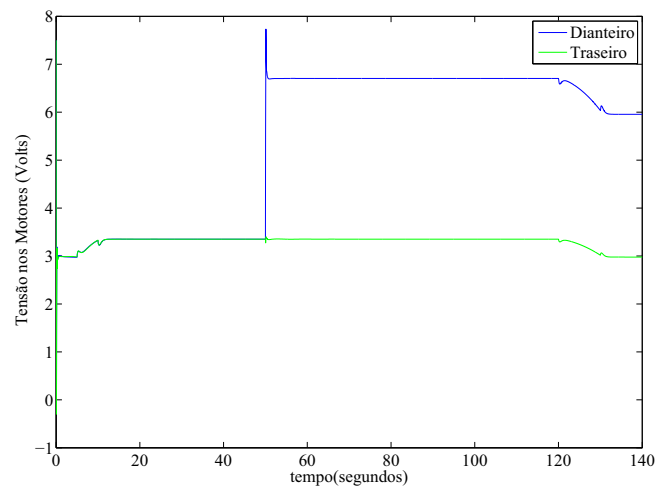


Figura 7.4: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 50%.

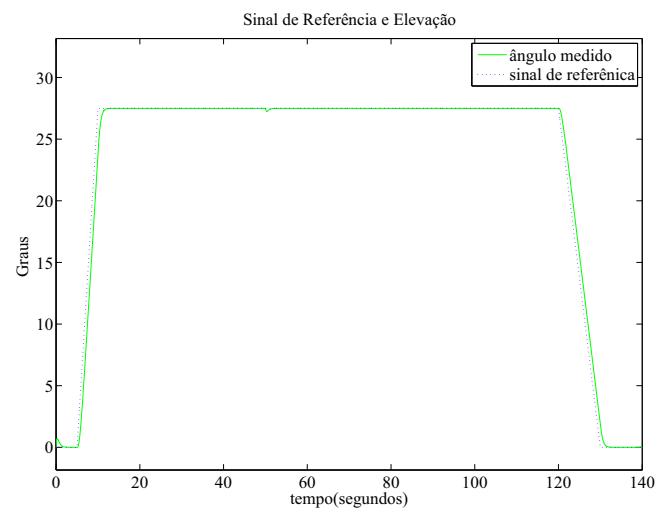


Figura 7.5: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 50%

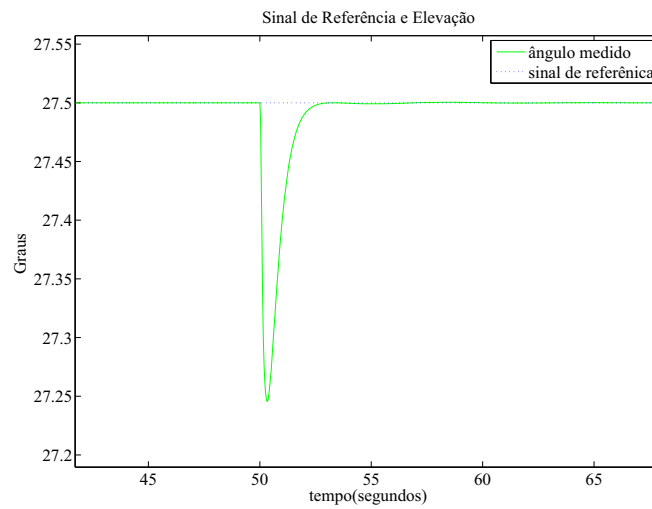


Figura 7.6: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 50%.

7.1.3 Perda de 70% da Potência

Nesta simulação o erro no sinal de controle gera uma perda de 70% na potência do motor dianteiro, as figuras 7.7, 7.8 mostram o comportamento das tensões nos motores e do ângulo de elevação. Pode ser visto um aumento ainda maior da tensão, o ângulo de elevação se mantém sob o sinal de referência.

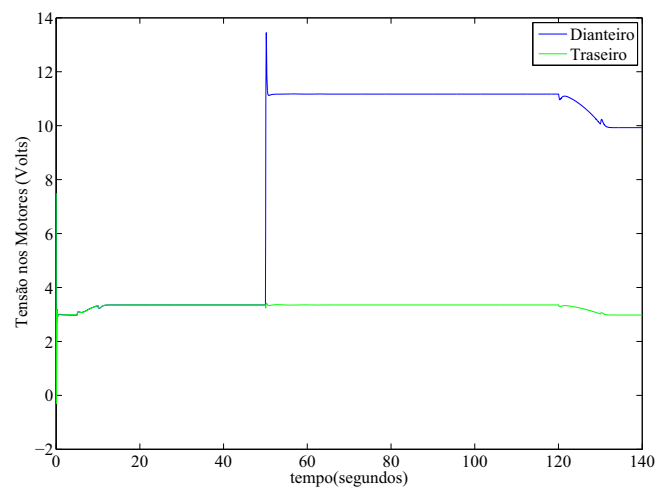


Figura 7.7: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Simulando uma Perda de 70%.

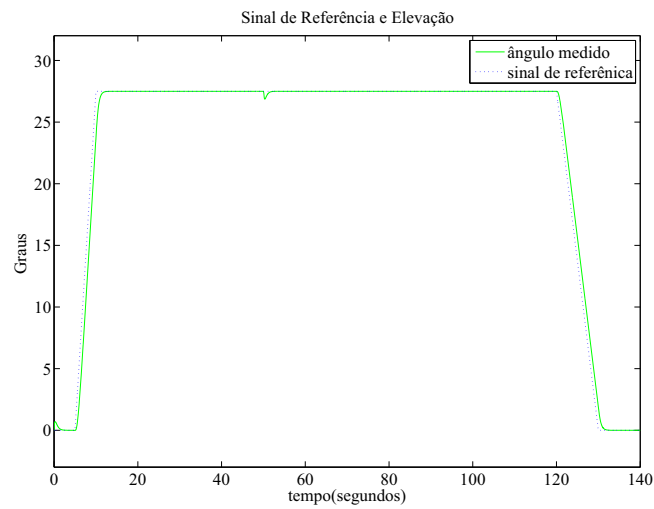


Figura 7.8: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 70%

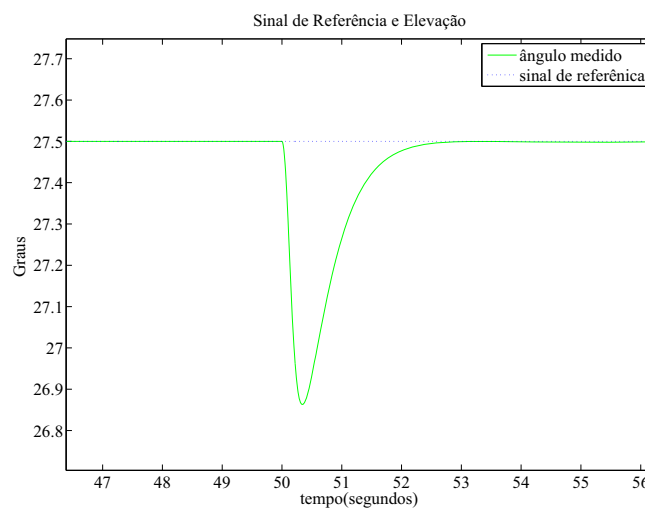


Figura 7.9: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 70%.

7.1.4 Perda Limite da Potência

Nesta simulação o erro no sinal de controle gerou a perda de potência que levou o sistema a instabilidade, essa perda é equivalente a 85% da potência no motor dianteiro, valor menor quando comparado com o CEV-MD. As figuras 7.10 e 7.11, mostram que assim que o erro é inserido no sistema em 50 segundos, o sistema se torna instável.

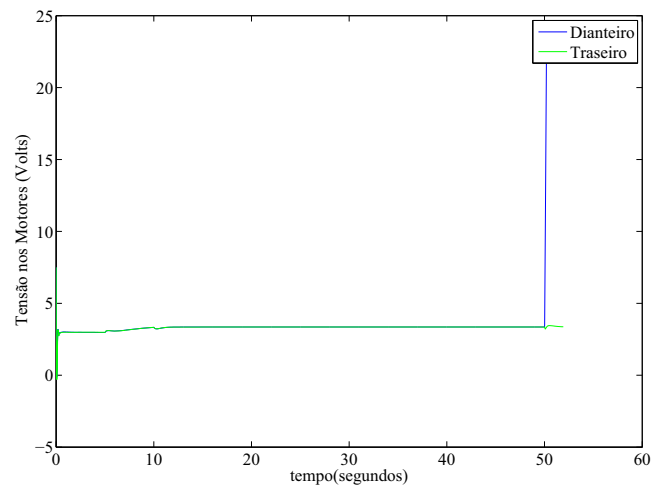


Figura 7.10: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda Limite para o CDMD.

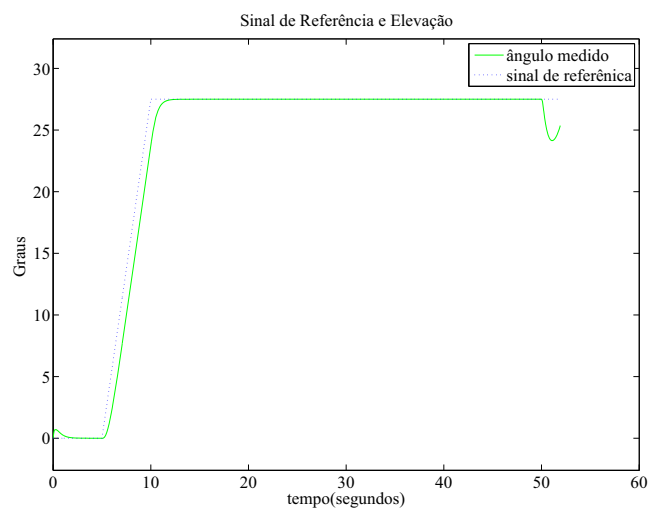


Figura 7.11: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Perda Limite para o CDMD.

Os resultados obtidos e apresentados neste item mostram a eficiência da lei de controle proposta no capítulo 3. O erro no sinal de controle afetou o comportamento do sistema porém não o levou para a instabilidade, exceto no caso da perda limite. O controlador proposto no capítulo 3 se mostrou robusto diante do erro no sinal de controle que gerou perdas de 70% de sua alimentação no motor dianteiro. Quando os resultados das simulações são comparado com o CEV-MD o controlador discreto se demonstrou inferior.

7.2 Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores

Nesta seção serão vistos os resultados das simulações quando o erro no sinal de controle gera perda da potência em ambos os motores do helicóptero. Para todos os casos o tempo da simulação será de 140 segundos. A primeira falha irá ocorrer em 50 segundos, atingindo o motor dianteiro, após 3 segundos da primeira falha, o motor traseiro será afetado pelo erro no sinal de controle gerando a perda da potência. Esse intervalo de 3 segundos entre as falhas é tão somente para efeito de visualização.

7.2.1 Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores

As tensões vista na Figura 7.12 sobem ao mesmo patamar mantendo o sistema estável diante do erro no sinal de controle que gera a perda da potência em ambos os motores. O ângulo de elevação visto na Figura 7.13 se mantém sob o sinal de referência.

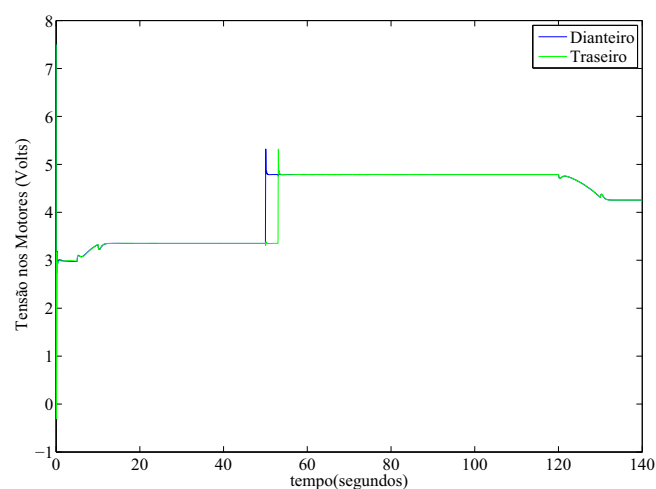


Figura 7.12: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 30% em Ambos Motores.

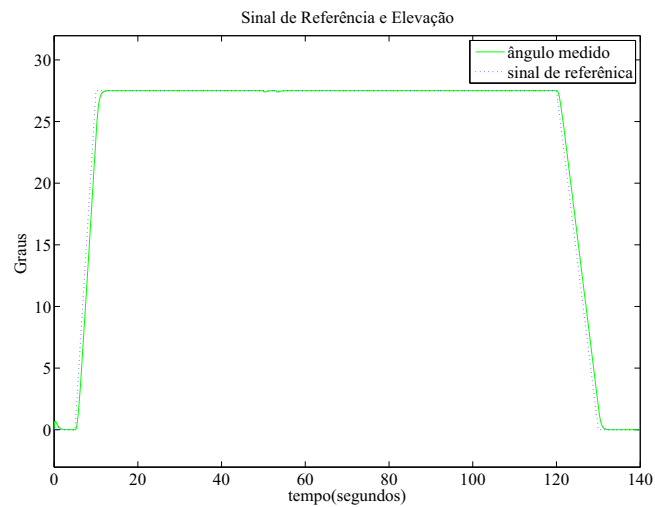


Figura 7.13: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 30% em Ambos Motores.

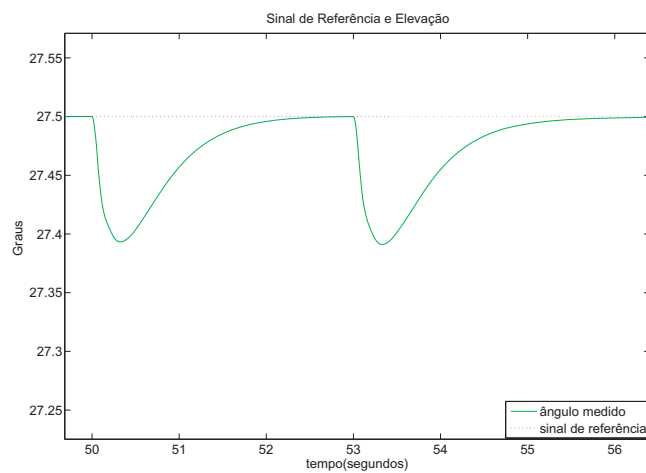


Figura 7.14: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30% Ambos Motores.

Já nesta primeira simulação observa-se que o resultado do controlador discreto foi inferior ao do controlador contínuo.

7.2.2 Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores

Semelhantemente ao capítulo 6 o erro no sinal de controle, gera uma perda de 50% em ambos os motores. Pode-se notar na Figura 7.15, que a tensão aumenta em relação a simulação anterior, e o ângulo de elevação visto na Figura 7.16 se mantem sob o sinal de referência.

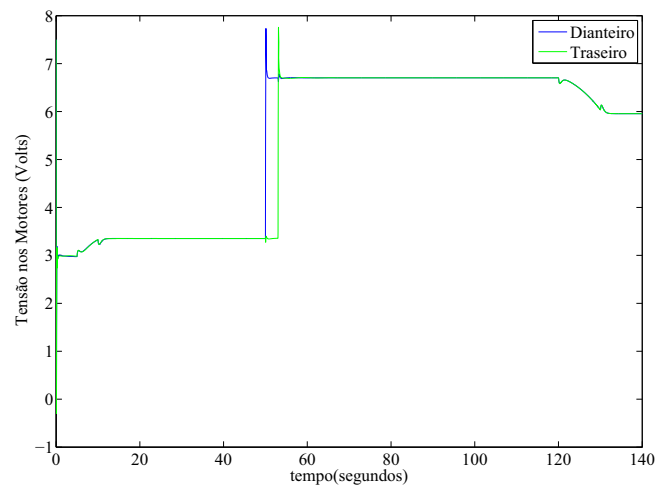


Figura 7.15: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 50% em Ambos Motores.

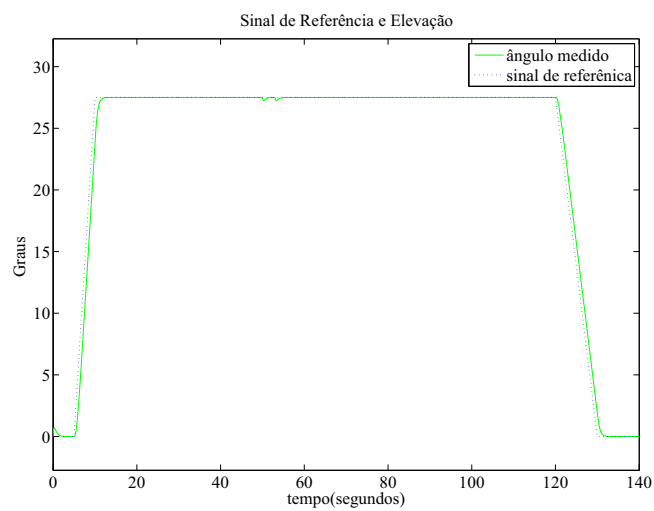


Figura 7.16: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 50% em Ambos Motores.

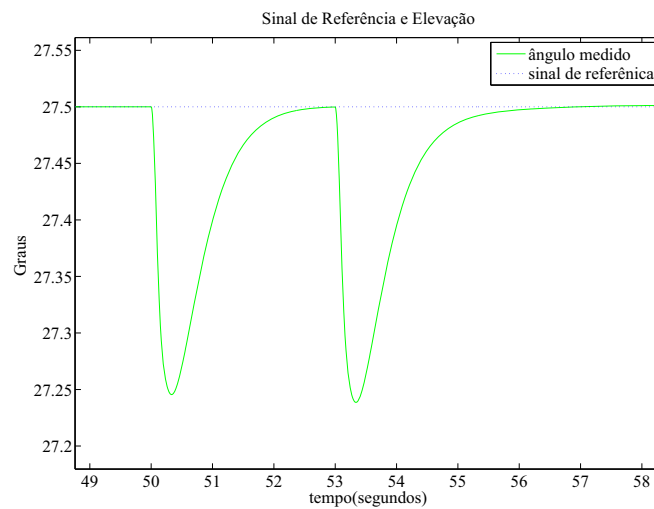


Figura 7.17: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda de 30% Ambos Motores.

7.2.3 Perda de 60% no Motor Dianteiro e 50% no Motor Traseiro

Da mesma forma que nas simulações com o controlador contínuo foi inserido um erro no sinal de controle que gera diferentes perdas de potência nos motores. As perdas correspondem a 60% no motor dianteiro e 50% no motor traseiro. Pode ser visto a diferença das tensões nos motores na Figura 7.18.

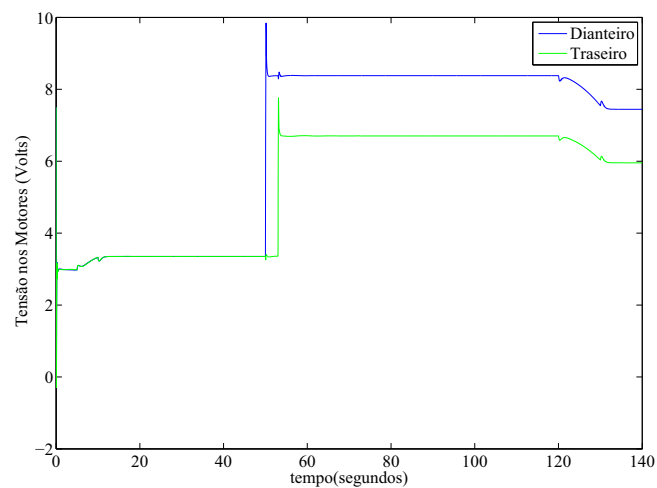


Figura 7.18: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.

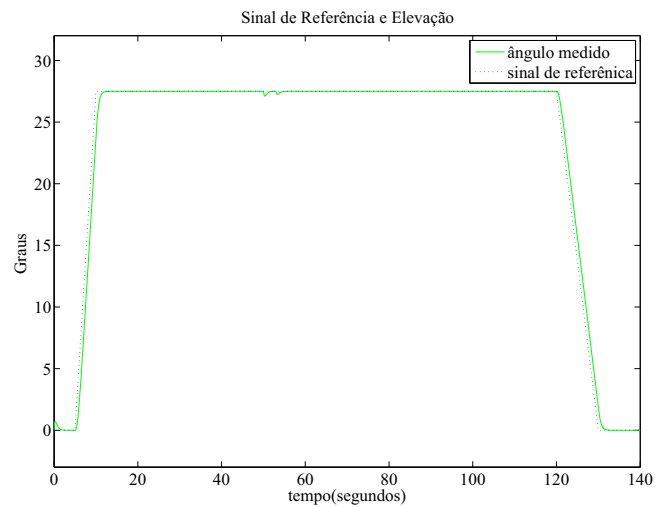


Figura 7.19: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 60% no Dianteiro e 50% no Traseiro.

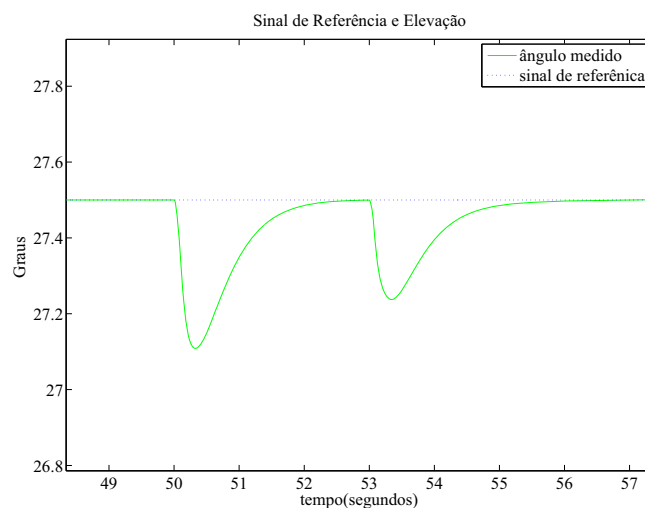


Figura 7.20: Zoom Ângulo de Elevação CDMD: Perda 60% Dianteiro e 50% Traseiro.

Assim como o controlador contínuo o CDMD garante a estabilidade, visto que o sinal de controle se mantém sob a referência, Figura 7.19.

7.2.4 Perda Limite da Potência em Ambos Motores

O erro no sinal de controle que gerou a perda limite da potência, corresponde a 85% em ambos motores da aeronave. Esse valor é menor quando comparado com o controlador contínuo, porém um valor elevado. Para um alto valor de queda da potência, o sistema se torna instável assim que o erro é inserido em 50 segundos, como pode ser visto nas Figuras 7.21 e 7.22.

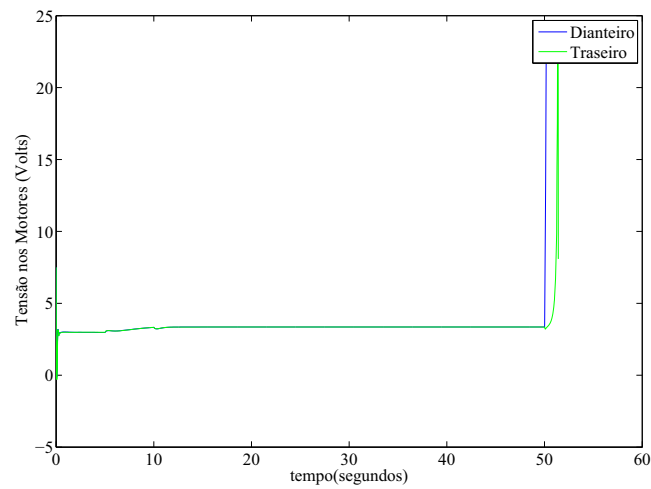


Figura 7.21: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda Limite em Ambos Motores para o CDMD.

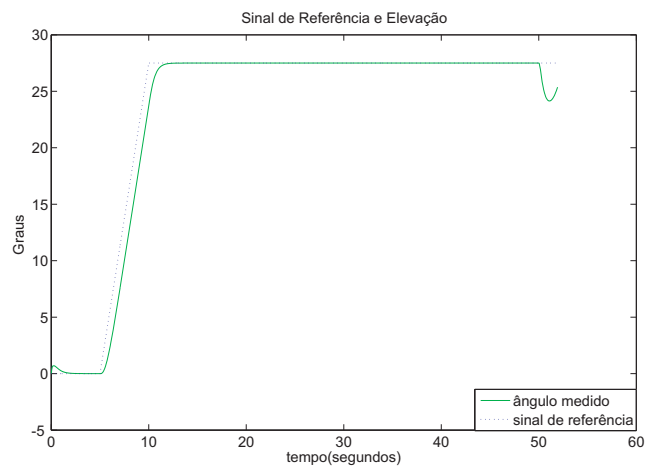


Figura 7.22: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Perda Limite em Ambos Motores para o CDMD.

7.3 Comentários

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações com o controlador CDMD proposto no Capítulo 3. Pode-se constatar a robustez do controlador proposto, diante do erro no sinal de controle, porém quando comparado com o controlador CEV-MD observa-se através dos resultados das simulações que o CDMD teve resultados inferiores. No próximo capítulo são apresentados os resultados dos ensaios práticos realizados no helicóptero 3-DOF.

8 *Resultados Experimentais com o Controlador Contínuo*

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais realizados no modelo do Sistema de Voo do Helicóptero 3-DOF da Quanser®, como visto no Capítulo 5. A falha inserida foi um erro no sinal de controle que faz com que o helicóptero sofra uma perda de potência nos motores. Para o controle e atenuação desta falha foi utilizado o controlador CEV/MD proposto no capítulo 2 desta dissertação. Utiliza-se filtros derivativos conforme 6.1, para se obter as derivadas do sistema.

$$\frac{50s}{s+50} \quad (8.1)$$

As matrizes que representam a dinâmica do sistema e os ganhos da superfície de deslizamento (S) podem ser vista abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1,0389 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7330 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0234 & -13,9126 & 0 & 0 & 0 & -0,4377 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1,3384 & 9,5331 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3384 & -9,5331 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

$$S = \begin{bmatrix} 2.5031 & 0.4181 & -0.0454 & 0.3736 & 0.0524 & -0.0486 & 1.5687 & -0.0115 \\ 2.5029 & -0.4172 & 0.0448 & 0.3736 & -0.0524 & 0.0486 & 1.5687 & 0.0113 \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

O objetivo é o controle do ângulo de elevação e manter o helicóptero estável mesmo diante de um erro no sinal de controle que irá gerar perdas de potência nos motores. O esquema de controle do helicóptero é visto na Figura 8.1.

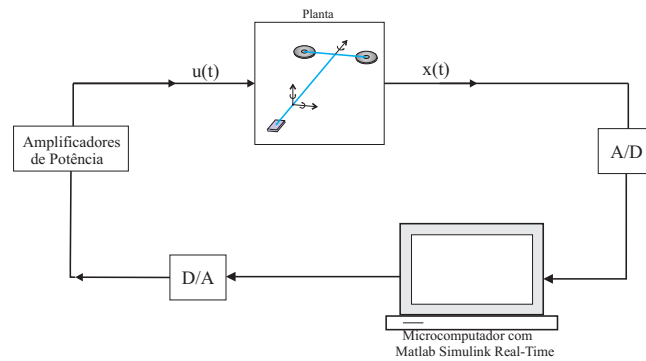


Figura 8.1: Esquema de Controle do Helicóptero 3-DOF.

Para uma melhor visualização os resultados dos experimentos foram divididos em dois casos, sendo que no primeiro caso o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência somente no motor dianteiro. No segundo experimento o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência nos dois motores (dianteiro e traseiro).

8.1 Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro

A decolagem do helicóptero é feita através de uma rampa, assim como nas simulações. Repetindo as simulações, o erro no sinal de controle será inserido em 50 segundos, se mantendo no sistema até o final do experimento. O ponto da decolagem é fora do ponto de linearização $[\varepsilon_o, p_o, \lambda_o] = [27, 5^\circ 0' 0'']$, o helicóptero parte de 0° , atingindo o ponto de linearização em torno de 15 segundos.

8.1.1 Perda de 30% da Potência

O primeiro experimento consiste em um erro que gerou uma perda de 30% da potência. Na Figura 8.2 pode ser vista a variação de tensão entre os motores dianteiro e traseiro. O

comportamento do ângulo de elevação do helicóptero é visto na Figura 8.3.

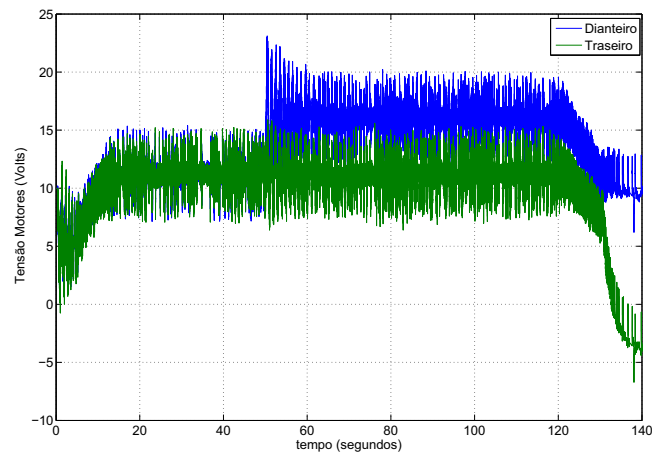


Figura 8.2: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.

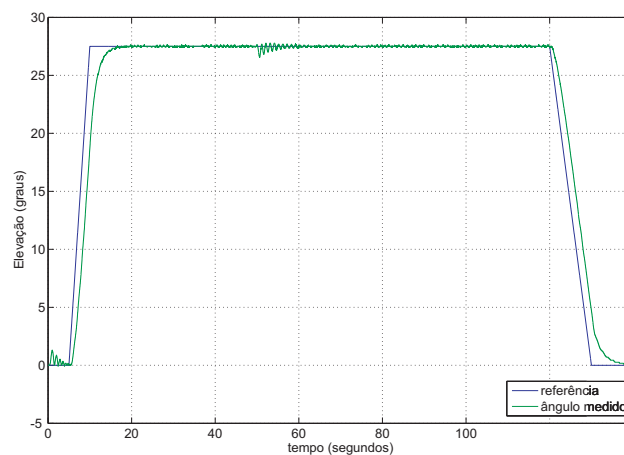


Figura 8.3: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.

Pode-se notar que somente a tensão do motor dianteiro aumenta, afim de compensar a perda da potência imposta e o ângulo de elevação oscila de forma suave sob o sinal de referência.

8.1.2 Perda de 50% da Potência

Em seguida aumentou-se o erro no sinal de controle gerando maiores perdas de potência no motor dianteiro chegando até o limite máximo da estabilidade do sistema. As Figuras 8.4, 8.5, 8.6, 8.7 mostram o comportamento das tensões nos motores e do ângulo de elevação.

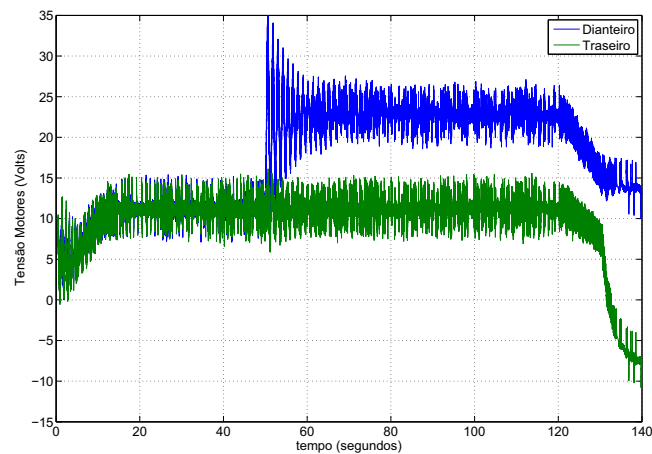


Figura 8.4: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.

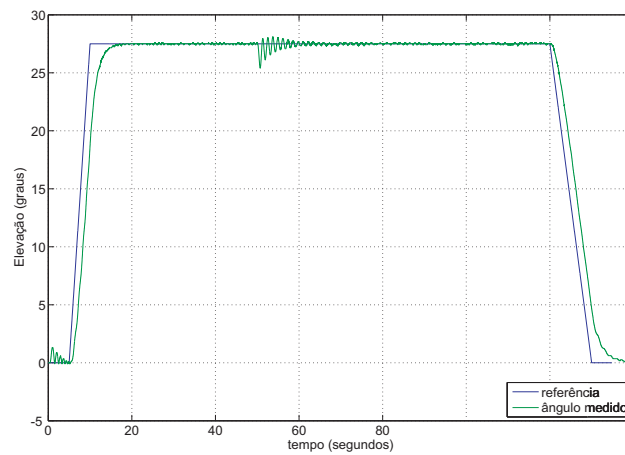


Figura 8.5: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.

8.1.3 Perda Limite da Potência

Os resultados obtidos neste primeiro experimento mostram a eficiência da lei de controle proposta no capítulo 2. O erro no sinal de controle afetou o comportamento do sistema porém não o levou para a instabilidade. O controlador proposto no capítulo 2 se mostrou robusto diante do erro que chegou a gerar perdas de 70% de sua alimentação no motor dianteiro.

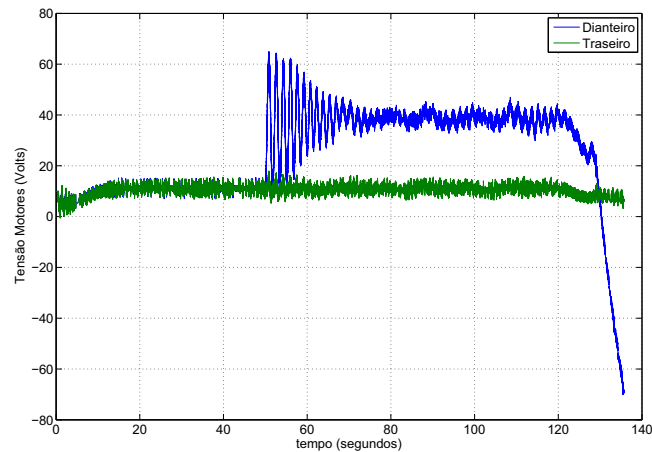


Figura 8.6: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda Limite.

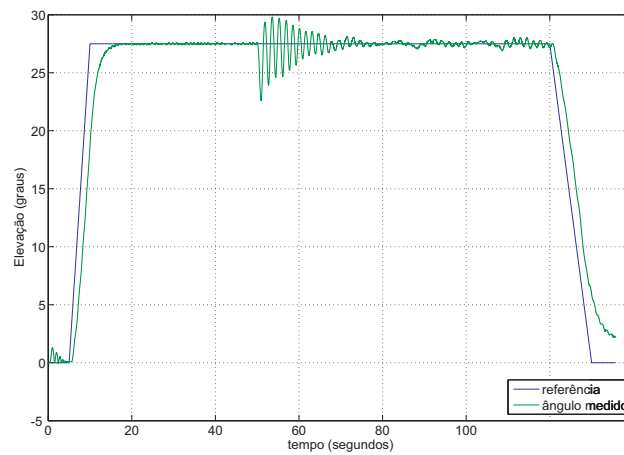


Figura 8.7: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental uma Perda Limite.

8.2 Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores

Nesta seção será visto os resultados experimentais obtidos quando o erro no sinal de controle gera perda da potência em ambos os motores do helicóptero. Para todos os casos o tempo do experimento será de 140 segundos. A primeira falha irá ocorrer em 50 segundos, atingindo o motor dianteiro, após 3 segundos da primeira falha, o motor traseiro será afetado pelo erro no sinal de controle gerando a perda da potência.

8.2.1 Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores

Pode-se notar que as tensões vista na Figura 8.8 desta vez sobem ao mesmo patamar afim de manter o sistema estável diante da perda da potência, o ângulo de elevação visto na Figura 8.9 oscila de forma leve sob o sinal de referência.

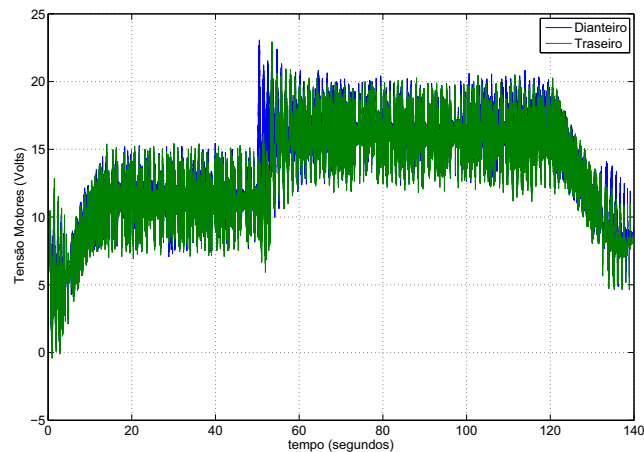


Figura 8.8: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.

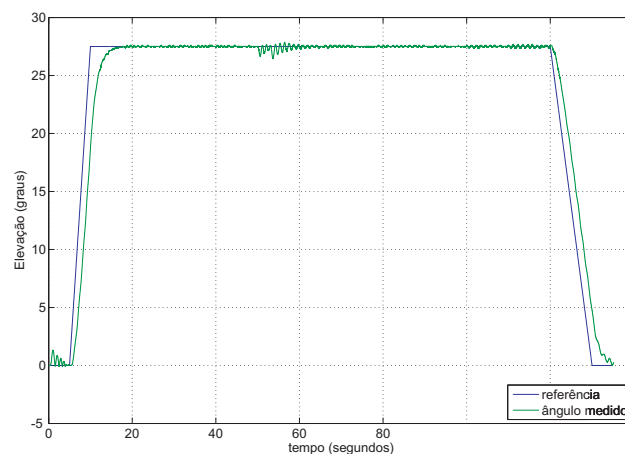


Figura 8.9: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.

8.2.2 Perda de 50% da Potência em Ambos os Motores

Novamente o erro no sinal de controle é aumentado, consequentemente a perda da potência atinge valores maiores. Abaixo tem-se a Figura 8.10, que representa as tensões nos motores e a Figura 8.11 que representa o comportamento do ângulo de elevação do helicóptero.

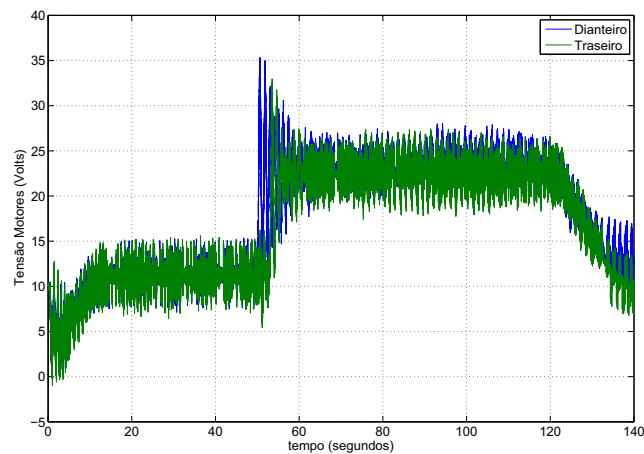


Figura 8.10: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 50% em Ambos Motores.

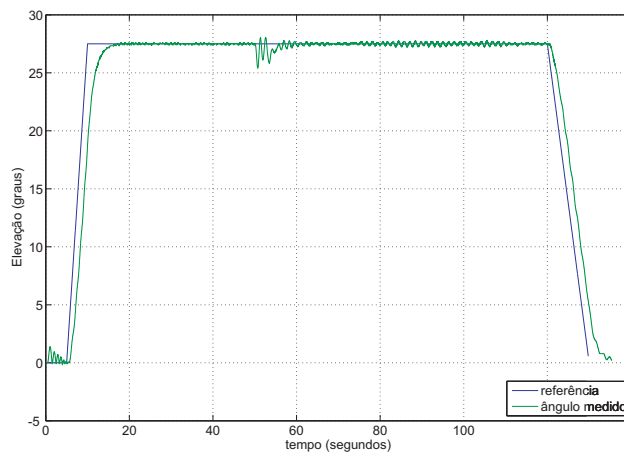


Figura 8.11: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda de 50% em Ambos Motores.

8.2.3 Perda Limite da Potência em Ambos Motores

Desta vez foi inserido um erro no sinal de controle que gera diferentes perdas de potência nos motores, sendo esta a perda limite do sistema. As perdas correspondem a 60% no motor dianteiro e 50% no motor traseiro. Como pode ser visto na Figura 8.12 as duas tensões sobem de forma a manter o sistema estável.

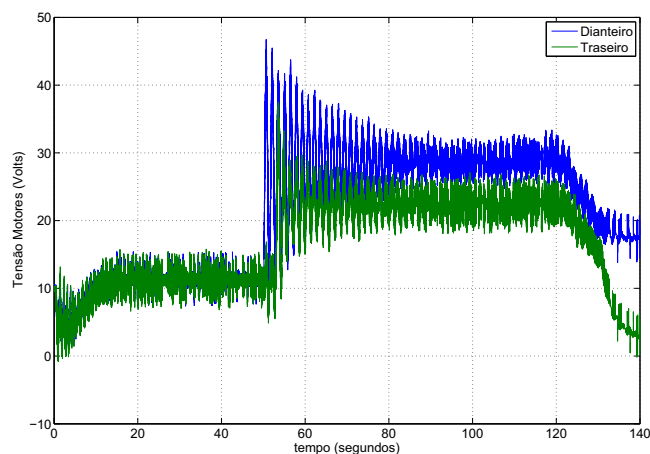


Figura 8.12: Sinais Gerados Pelo Controlador CEV/MD: Resultado Experimental Perda Limite.

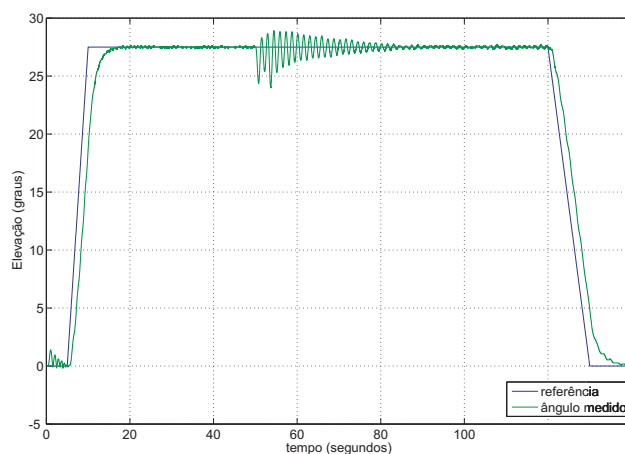


Figura 8.13: Ângulo de Elevação Controlado pelo CEV/MD: Resultado Experimental Perda Limite.

Após um período de oscilação o ângulo de elevação volta (mesmo que com certa dificuldade) ao sinal de referência, como pode ser notado na Figura 8.13.

8.3 Comentários

Neste capítulo foram apresentados os resultados experimentais com o controlador CEV/MD proposto no Capítulo 2. Pode-se constatar a robustez do controlador proposto diante do erro no sinal de controle. O erro no sinal de controle afetou o ângulo de elevação, que sofreu certa oscilação mas não comprometendo a estabilidade do sistema.

No próximo capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos com o controlador digital proposto no Capítulo 3.

9 *Resultados Experimentais com o Controlador Discreto*

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais realizados no modelo do Sistema de Voo do Helicóptero 3-DOF da Quanser[®]. A falha inserida foi um erro no sinal de controle que faz com que o helicóptero sofra uma perda de potência nos motores. Para o controle e atenuação desta falha foi utilizado o controlador CDMD proposto no capítulo 3 desta dissertação. O mesmo filtro derivativo proposto em 6.1 é utilizado neste experimento, para se obter as derivadas do sistema.

$$\frac{50s}{s + 50} \quad (9.1)$$

O controlador CDMD está operando com o período de amostragem de 0,008 segundos. Ao discretizar o sistema e inserir o período de amostragem as matrizes do sistema se alteram como pode ser visto a seguir.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,003 & 1 & 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 \\ -0,021 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,985 & 0 & 0 & 0 \\ -0,001 & -0,334 & 0 & 0 & -0,003 & 0,991 & 0 & 0 \\ 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0003 & 0,0021 & 0 & 0,0294 & 0,2078 & -0,0002 & 0 & 0 \\ 0,0003 & -0,0021 & 0 & 0,0294 & -0,2078 & 0,0002 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

Os valores numéricos da matriz G são,

$$G = \begin{bmatrix} 25,1606 & 15,5267 & -0,8862 & 16,7604 & 2,2493 & -1,2546 & 9,3866 & -0,1125 \\ 25,1259 & -13,2228 & 0,3040 & 16,7607 & -2,2731 & 0,6533 & 9,3871 & -0,0182 \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

O objetivo é o controle do ângulo de elevação e manter o helicóptero estável mesmo diante de um erro no sinal de controle que gera uma perda de potência nos motores. O esquema de controle do helicóptero é visto na Figura 9.1.

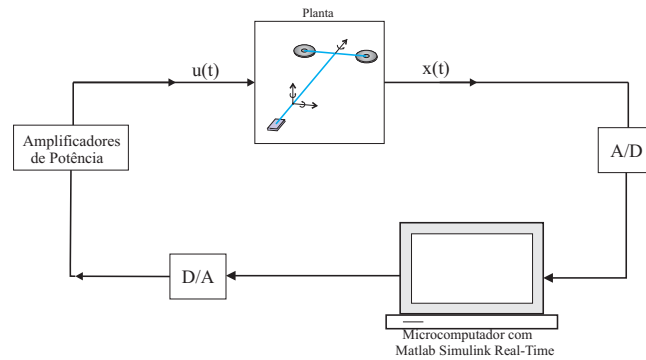


Figura 9.1: Esquema de Controle do Helicóptero 3-DOF.

Para uma melhor visualização os resultados dos experimentos foram divididos em dois casos, sendo que no primeiro caso, o erro no sinal de controle irá gerar uma perda de potência somente no motor dianteiro e no segundo caso o erro irá gerar uma perda de potência nos dois motores (dianteiro e traseiro).

9.1 Resultados Obtidos com a Perda da Potência no Motor Dianteiro

Para todos os casos o tempo do experimento será de 140 segundos, a falha irá ocorrer em 50 segundos permanecendo até o final do experimento.

9.1.1 Perda de 30% da Potência

A princípio será inserida uma perda de 30% da potência, pode ser visto a seguir a variação de tensão entre os motores dianteiro e traseiro e o comportamento do ângulo de elevação do helicóptero. As Figuras 9.2 e 9.3, mostram as tensões nos motores e o ângulo de elevação do helicóptero, respectivamente.

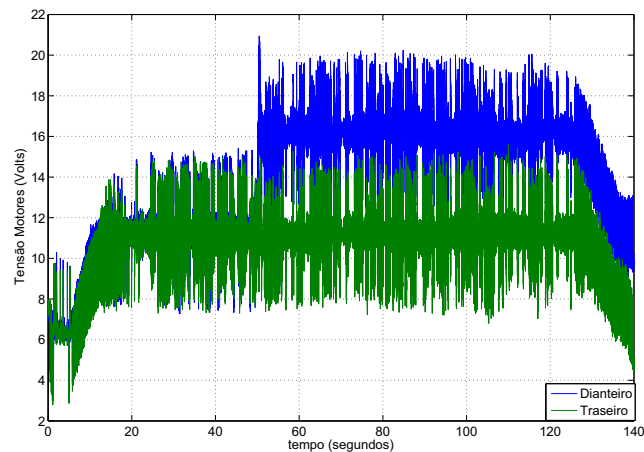


Figura 9.2: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.

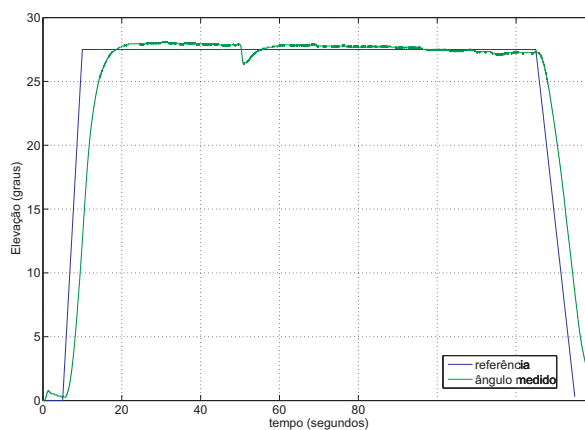


Figura 9.3: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 30%.

Diferente do primeiro experimento pode-se notar que o ângulo de elevação mesmo antes da falha ser inserida, já tem um deslocamento em relação ao sinal de referência, demonstrando assim uma certa inferioridade do controlador neste quesito.

9.1.2 Perda de 70% da Potência

Em seguida aumenta-se gradativamente o erro no sinal de controle gerando assim maiores perdas de potência no motor dianteiro, chegando até o limite máximo da estabilidade do sistema. A seguir tem-se as Figuras 9.4, 9.5, que representam as tensões nos motores e o ângulo de elevação do helicóptero.

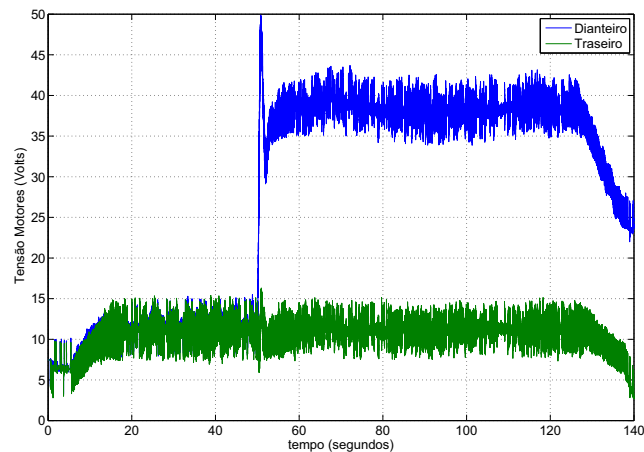


Figura 9.4: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.

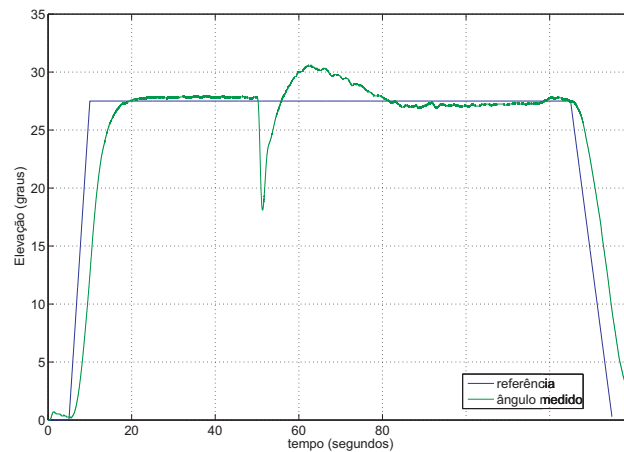


Figura 9.5: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda de 50%.

9.1.3 Perda Limite da Potência

Para a situação limite foi inserido um erro no sinal de controle que gerou uma perda de 73% no motor dianteiro da aeronave.

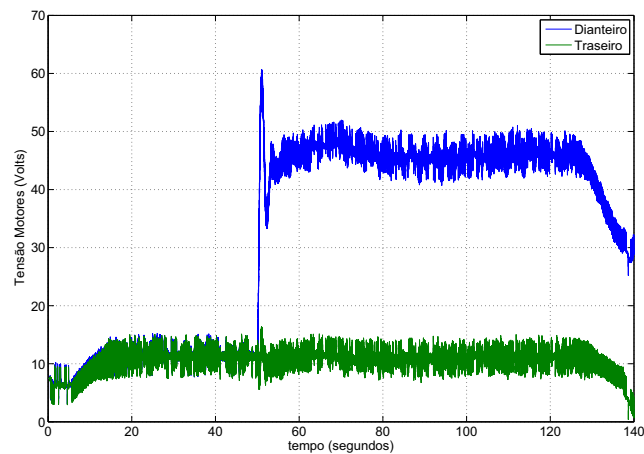


Figura 9.6: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental uma Perda Limite.

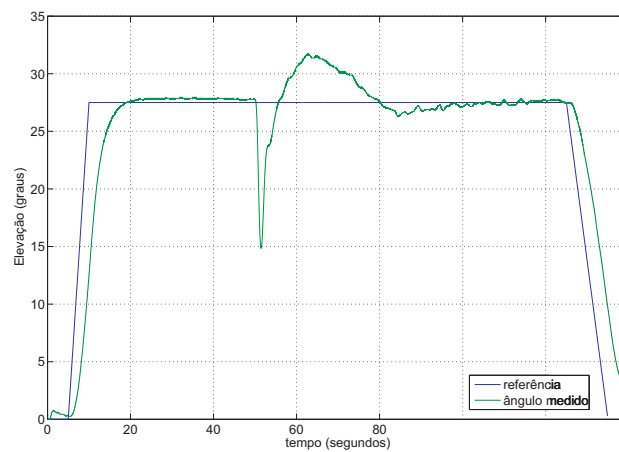


Figura 9.7: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental uma Perda Limite.

Pode-se observar que mesmo diante de uma brusca queda no seu ângulo de elevação o sistema ainda assim não perdeu a estabilidade. Diante do erro que gerou a perda da potência em um dos motores, pode-se afirmar que CDMD teve uma resposta mais lenta quando comparado com o CEV/MD, devido ao fato de não se conseguir alterar o período de amostragem, parâmetro que melhoraria a robustez do controlador CDMD. Porém o CDMD teve maior robustez em relação ao erro no sinal de controle que gerou a perda da potência.

9.2 Resultados Obtidos com a Perda da Potência em Ambos Motores

Nesta seção será apresentado os resultados experimentais para um erro no sinal de controle que gera uma perda da potência nos dois motores do helicóptero 3-DOF, sendo a mesma falha inserida para o controlador CEV-MD. Para todos os casos o tempo do experimento será de 140 segundos. A primeira falha irá ocorrer em 50 segundos, atingindo o motor dianteiro, após 3 segundos da primeira falha, o motor traseiro será afetado pela perda da potência.

9.2.1 Perda de 30% da Potência em Ambos os Motores

As Figuras 9.8 e 9.9 mostram o comportamento das tensões nos motores e o comportamento do ângulo de elevação.

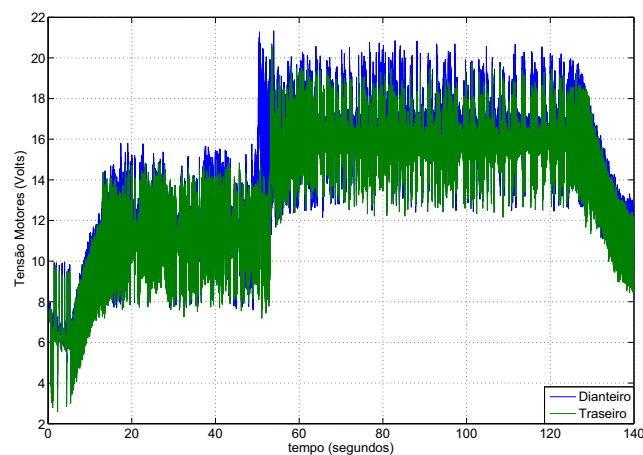


Figura 9.8: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.

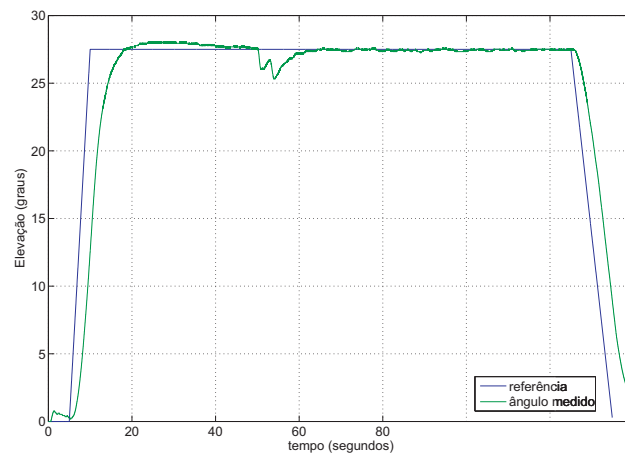


Figura 9.9: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental Perda de 30% em Ambos Motores.

Pode-se observar que as tensões aumentam assim que a falha é inserida no sistema. O ângulo de elevação sofre uma queda assim que a falha ocorre, em seguida o sistema busca o sinal de referência.

9.2.2 Perda de 70% da Potência no Motor Dianteiro e 60% no Motor Traseiro

Desta vez foi inserido um erro no sinal de controle que gerou uma perda de potência diferente nos motores, no dianteiro a perda foi de 70% no motor dianteiro e de 60% no motor traseiro.

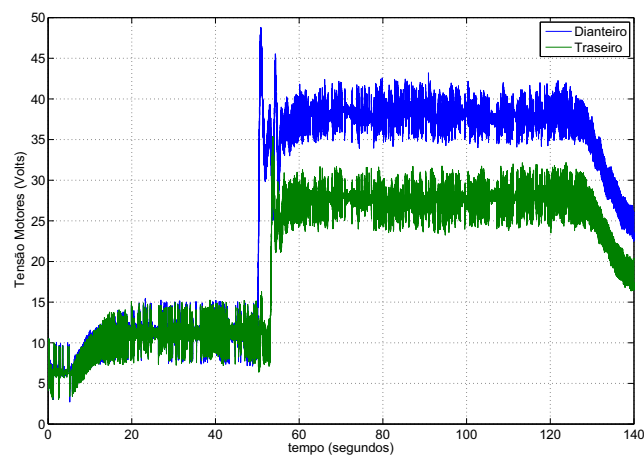


Figura 9.10: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Perda de 70% no Dianteiro e 60% no Traseiro.

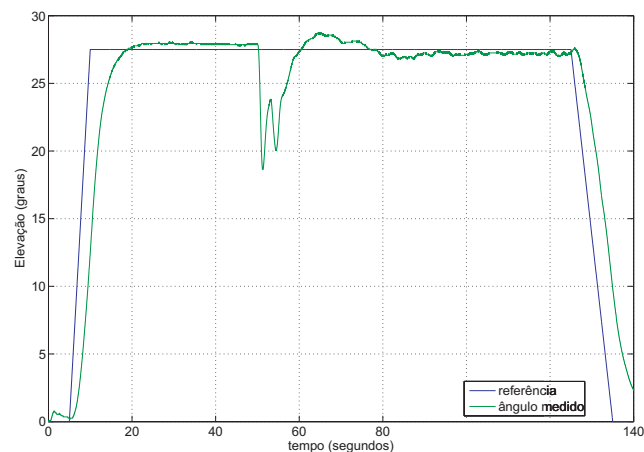


Figura 9.11: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Simulando uma Perda de 70% no Dianteiro e 60% no Traseiro.

Pode-se observar que o ângulo de elevação sofreu uma queda brusca no momento em que a falha foi inserida, porém o sistema, mesmo com certa dificuldade volta ao sinal de referência.

9.2.3 Perda Limite da Potência em Ambos os Motores

O maior erro no sinal de controle, que gerou uma perda de potência limite correspondente a 75% em ambos motores, o sistema sofre um forte impacto, mas ainda assim retorna ao sinal de referência e mantém a estabilidade, como pode ser visto na figura 9.13 que representa o ângulo de elevação do helicóptero 3-DOF.

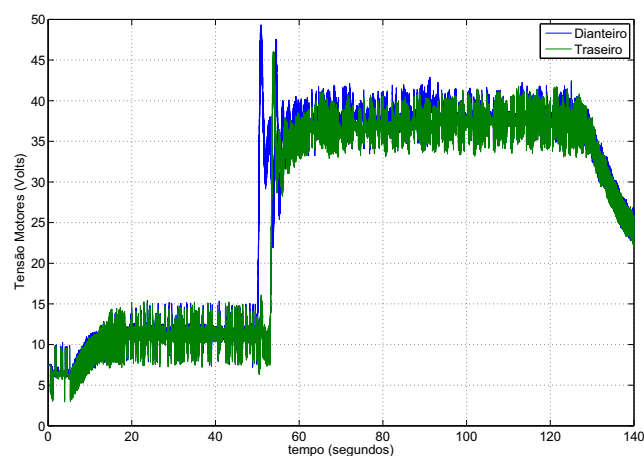


Figura 9.12: Sinais Gerados Pelo Controlador CDMD: Resultado Experimental Perda Limite.

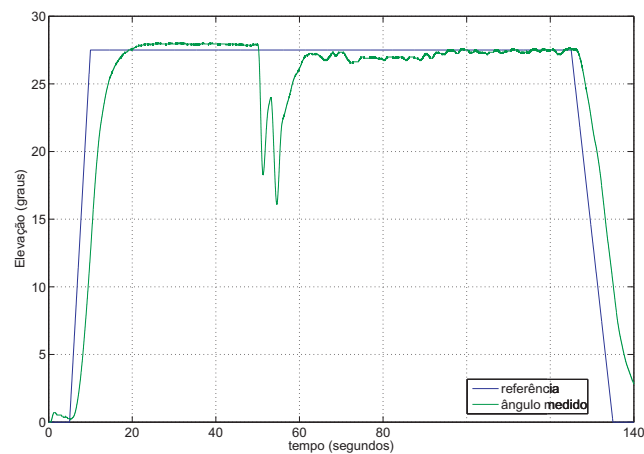


Figura 9.13: Ângulo de Elevação Controlado pelo CDMD: Resultado Experimental Perda Limite.

Mesmo diante da impossibilidade de se alterar o período de amostragem o controlador CDMD se demonstrou robusto, obtendo bons resultados no que diz respeito ao erro no sinal de controle que gerou a falha de perda da potência.

9.3 Comentários

Neste capítulo foram apresentados os resultados experimentais obtidos no sistema de Voo de Helicóptero 3-DOF da [®]. Pelos resultados obtidos, viu-se que o sistema se manteve estável quando controlado pelo CDMD, porém o fato de não poder alterar o período de amostragem depreciou o desempenho do controlador digital projetado.

No próximo capítulo são apresentadas as considerações finais e conclusões sobre o trabalho proposto.

10 Conclusões

Neste trabalho explorou-se a característica do Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV-MD) de forma a tornar o sistema robusto a determinados tipos de incertezas e/ou perturbações, ditas casadas (DRAZENOVIC, 1969). O enfoque dado foi a acomodação de uma possível falha no sinal de controle da aeronave. Para isto foi utilizado um simulador de voo, o Helicóptero 3-DOF da Quanser[®](QUANSER INNOVATE EDUCATE, 2007), para realizar os experimentos.

Neste modelo considerou-se a existência de uma falha no sinal de controle do helicóptero que afetaria a potência de seus motores. Tornando ainda maior o desafio, o modelo matemático que representa a dinâmica da aeronave é um modelo não-linear que foi recentemente proposto por Maia (MAIA, 2008). Os resultados obtidos, foram ensaios práticos realizados no helicóptero 3-DOF.

O desempenho do CEV-MD em relação ao CDMD foi superior, algo que não condiz, devido ao fato dos controladores serem projetados em um sistema digital, porém o que deve ser ressaltado é o fato de que o período de amostragem não pode ser modificado, pois o fabricante do equipamento (Quanser[®]) ao fornecer o software, não ofereceu esta opção. Pode ser que com alguns ajustes e um estudo mais aprofundado do equipamento, este período de amostragem possa ser modificado, fazendo assim que o CDMD ganhe mais robustez e tenha melhores resultados, porém inúmeras tentativas de se mudar o período de amostragem foram realizadas sem sucesso.

Os resultados dos experimentos realizados mostraram que os controladores projetados tiveram um bom desempenho, mantendo o helicóptero estável mesmo com uma falha no sinal de controle que gerou perdas de potência de 70% em ambos motores. Portanto a técnica de controle proposta apresentou robustez à certa classe de incertezas, devido as não-linearidades do sistema e perturbações casadas.

Trabalhos Futuros: Inserção de outras falhas no sistema como por exemplo um ruído. Obtenção de melhores ganhos para os controladores, afim de otimizar sua resposta. Projeto de

um observador robusto que trabalhe em conjunto com a técnica proposta.

Referências

- BAG, S. K.; SPURGEON, S. K.; EDWARDS, C. Output feedback sliding mode design for linear uncertain systems. *IEEE Proc Control Theory Appl.*, New York, 1997.
- CAUN, A. P. *Modos deslizantes discretos em sistemas incertos de natureza instável com atraso na computação do sinal de controle*. 2007. 94f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007. Disponível em: <http://www.dee.feis.unesp.br/pos/teses/arquivos/200-dissertacao_alessandro_da_ponte_caun.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2008.
- CHOW, E. Y.; WILLISKY, A. S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Moscow, AC-29, n. 7, p. 603–614, July 1984.
- DAMAZO, G. A. *Controle com modos deslizantes discreto aplicado em sistemas com atraso e acesso somente à saída*. 2008. 98f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008. Disponível em: <http://www.dee.feis.unesp.br/pos/teses/arquivos/225-dissertacao_graciliano_antonio_damazo.pdf>. Acesso em: 08 set. 2008.
- DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: a tutorial. *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, New York, v. 76, n. 3, p. 212–232, 1988.
- DRAZENOVIC, B. The Invariance Conditions in Variable Structure Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Sarajevo, v. 46, n. 3, p. 460–464, 1969.
- FILLIPOV, A. *Differential equations with discontinuous righthand sides*. Netherlands: Kluwer Academic, 1988. 259–285 p.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. *Digital control of dynamics systems*. 3 ed. Menlo Park: Addison Wesley Longman, 1998.
- FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, Japan, v. 14, n. 137, p. 145–152, February 1990.
- GARCIA, J. P. F.; RIBEIRO, J. M. S.; SILVA, J. J. F.; MARTINS, E. S. Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished by a computer. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 220–228, 2005.
- GARCIA, L. M. C. F. *Controle com estrutura variável e modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no controle*. 2002. 92f. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

- GARCIA, L. M. C. F.; BENNATON, J. F. Sliding mode control for uncertain input-delay systems with only plant output access. In: PROCEEDING OF THE INTERNATIONAL WORKSHOP ON VARIABLE STRUCTURE SYSTEMS, 7, 2002, Sarajevo. *Proceedings of the...* Sarajevo: [s.n.], 2002. p. 175–184.
- GERTLER, J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. *IEEE Control Systems Magazine*, New York, v. 8, n. 62, p. 3–11, July 1988.
- MAIA, M. H. *Controle preditivo robusto de um helicóptero com três graus de liberdade Sujeito a perturbações externas*. 2008. 122f. Dissertação (Mestrado) — Instituição de Ensino Superior do Comando da Aeronáutica, São José dos Campos, 2008.
- QUANSER INNOVATE EDUCATE. *3-DOF Helicopter - Reference Manual*. [s.l.: s.n.]. 2007.
- RIBEIRO, J. M. S. *Controle discreto com modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no sinal de controle*. 2006. 122f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006. Disponível em: <http://www.dee.feis.unesp.br/pos/teses/arquivos/027-tese_jean_marcos_de_souza_ribeiro.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2008.
- RICHARD, J. P. Time delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automática*, Pergamon, v. 39, n. 7, p. 1667–1694, July 2003.
- RODRIGUES, F. B. *Multicontrolador para melhoria da robustez e acomodação de falhas em sistemas*. 2006. 122f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.
- SPURGEON, S. K.; DAVIES, R. A nonlinear control strategy for robust sliding mode performance in the presence of unmatched uncertainty. *International Journal of Control*, London, v. 57, n. 5, p. 1107–1123, 1993.
- SPURGEON, S. K.; EDWARDS, C. *Sliding mode control: theory and applications*. [S.l.]: Taylor & Francis, 1998.
- TEIXEIRA, A. J. *Deteção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores de sistemas lineares invariantes no tempo*. 2005. 312f. Tese (Doutorado) — Instituição de Ensino Superior do Comando da Aeronáutica, São José dos Campos, 2005.
- THE MATH WORKS INC. *MATLAB user's guide*. [s.l.: s.n.]. 2005.
- UTKIN, V. I. *Sliding modes and their applications in variable structure systems*. Moscow: Mir-Publishers, 1978.
- UTKIN, V. I. *Sliding modes in control and optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1992.