



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM MATEMÁTICA DE SCORBOT POR CINEMÁTICA DIRETA

AUTOR: JULIO CEZAR PEDRO

RA: 151052808

ILHA SOLTEIRA, SP

2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

JULIO CEZAR PEDRO

Modelagem matemática de Scorbot por cinemática direta

Trabalho de conclusão de curso a ser apresentado à banca examinadora da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira como parte dos requisitos para a formação em Engenharia Mecânica, sob a orientação do Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani

ORIENTADOR: Prof^o Dr^o MARCIO ANTONIO BAZANI

Ilha Solteira, SP

2023

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P372m Pedro, Julio Cezar.
Modelagem matemática de SCORBOT por cinemática direta / Julio Cezar
Pedro. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
67 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) -
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2023

Orientador: Marcio Antônio Bazani

Inclui bibliografia

1. Graus de liberdade. 2. Cinemática direta. 3. Robótica.


Raiane da Silva Santos
Supervisora Técnica de Serviço
Serviço Técnico de Biblioteca, Arquivamento ao acervo e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DE DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: MODELAGEM MATEMÁTICA DE SCORBOT POR CINEMÁTICA DIRETA

ALUNO: Julio Cezar Pedro

R.A.: 151052808

ORIENTADOR: Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani

APROVADO (X) – REPROVADO () PELA COMISSÃO EXAMINADORA

Nota obtida: 6.0

COMISSÃO EXAMINADORA:



Documento assinado digitalmente
MARCIO ANTONIO BAZANI
Data: 14/05/2023 09:20:56-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani
Presidente/Orientador



Documento assinado digitalmente
EDUARDO PRETO
Data: 13/05/2023 18:56:30-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Me. Eduardo Preto



Documento assinado digitalmente
MATHEUS MEDEIROS DONATONI
Data: 13/05/2023 21:47:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng. Matheus Medeiros Donatoni



Documento assinado digitalmente
JULIO CEZAR PEDRO
Data: 13/05/2023 18:19:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Julio Cezar Pedro

Ilha Solteira/SP, 11 de maio de 2023

Faculdade de Engenharia – FE/Unesp – Câmpus de Ilha Solteira

Cursos: Ciências Biológicas, Eng. Agrônômica, Eng. Civil, Eng. Elétrica, Eng. Mecânica, Física, Matemática e Zootecnia. Avenida Brasil Centro, 56 – CEP 15385-000 – Ilha Solteira – São Paulo – Brasil
pabx +55 (18) 3743-1000 – fax +55 (18) 3742-2735 – scom.feis@Unesp.br – www.feis.Unesp.br

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todas as pessoas que me apoiaram até hoje, família, amigos, professores, jamais deixarei de reconhecer a importância de todos nas minhas conquistas, pois é bem como Isaac Newton disse: “Se cheguei até aqui foi porque me apoiei nos ombros de gigantes”.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por cada dia, pois cada dia é uma oportunidade. Agradeço também a minha família, sem o apoio de vocês eu jamais conquistaria algo e, por tudo que fazem por mim, hoje sei que um homem sem família é nada.

“Uma máquina consegue fazer o trabalho de 50 homens ordinários. Nenhuma máquina consegue fazer o trabalho de um homem extraordinário”.

(Elbert Hubbard).

RESUMO

Um trabalho na área de estudo chamada cinemática direta propõe um conjunto de soluções para modelagens robóticas, tais soluções fazem uso de parâmetros, como por exemplo, variáveis dos graus de liberdade e constantes de dimensionamento dos componentes para, a partir dessas variáveis e constantes, analisar e definir tarefas a serem realizadas pelo manipulador. A modelagem por cinemática direta possui, como ponto de partida, a visão do robô como uma cadeia cinemática que, por definição, é um conjunto de membros rígidos conectados entre si por juntas que são as variáveis exploradas neste trabalho, os graus de liberdade do mecanismo Robótico (Craig, 2004). Visando a aplicação de manipuladores na indústria, principalmente na linha de montagem de grandes montadoras, O processo envolveu o uso do método Denavit- Hartenberg para parametrização do objeto de estudo, uma vez parametrizado, o programa solidworks foi de enorme ajuda para definir as trajetórias e as propriedades físicas do scorbot. Com o desenho pronto e todos os parâmetros geométricos e propriedades físicas devidamente definidos, o programa matlab entrou em ação como ferramenta fundamental para obter os resultados pretendidos, o matlab proporcionou resultados para as posições durante a trajetória, as velocidades, as acelerações e, por fim, os torques, que foram a motivação do estudo.

Palavras - Chave: Graus de Liberdade, cinemática direta, robótica.

ABSTRACT

A paper on the Forward kinematics field of study presents a set of solutions for robotics modeling, such solutions use parameters such as, for example, variables for link degrees and constant for component sizing, intending with these aspects define tasks for the robotic arm to do. Modeling with forward Kinematics has, as a starting point, a vision of the robotic arm as a kinematic chain, which is, by definition, a set of rigid limbs connected with each other by links that represent the variables studied in this paper, the link degrees in the robotic mechanism (Craig, 2004). This process involved the use of the Denavit – Hartenberg method to establish parameters for the paper's object, once these parameters have been established it was time to use the SolidWorks tools, which were of big help to define the trajectory and the physical properties of the scrobot. With the design, the parameters and physical properties properly defined, the MATLAB software entered the scene as an essential tool to get the results intended, this software gave results for positions along the trajectory, speeds, accelerations and, at the end, for the torques, since they were the paper's motivation.

KeyWords: Link Degrees, Forward Kinematics, Robotics.

LISTA DE FIGURAS

Karel Čapek	12
Isaac Asimov.....	13
Unimate	14
Robô industrial	17
Ilustração didática do Torque	19
Exemplo de construção	19
Eixos Denavit Hartenberg.....	19
Scorbot estudado	23
Matriz de transformação	24
Capturas de tela do programa Solidworks	26
Posição Inicial do Manipulador	31
Posição final e trajetória	32
Posição em função do tempo.....	34
Velocidade em função do tempo.....	35
Aceleração em função do tempo.....	36
Torques em função do tempo	37

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
1.1 Torque.....	16
1.2 Momento de Inércia.....	17
1.3 Matriz Denavit – Hartenberg.....	17
1.4 Cinemática Diferencial	20
1.4.1 Jacobiano	20
1.4.2 Análise Dinâmica	21
1.4.3 Tensor de inércia	21
2 MÉTODOLOGIA.....	22
3 RESULTADOS	26
3.1 Trajetória	30
3.2 Torques	33
3.3 Análise Gráfica.....	34
CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	38
REFERÊNCIAS	39
APÊNDICES.....	40

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, a preocupação do autor é de fornecer resultados para uma trajetória previamente estabelecida, aqui a trajetória é definida como o histórico de posições adotadas pelo manipulador em um curto período. Para obtenção de tal trajetória se faz necessário um estudo detalhado de todos os parâmetros do Scorbobot que é objeto do estudo deste trabalho, tais parâmetros serão apresentados conforme se fizerem necessários para realizar os passos do método experimental; momento de inércia, centro de massa, matriz Denavit- Hartenberg, matriz de posição, jacobiano, são alguns deles; ao passo que os resultados do trabalho vêm em dados como torques, posições, velocidades e acelerações angulares.

Partindo ao contexto histórico, a palavra robô surgiu inicialmente em uma obra de ficção científica tcheca chamada *Russomovi univerzální roboti* (Os robôs universais de Rossum), cujo autor foi Karel Čapek (Figura 1). Trata-se de uma peça teatral da década de 1920, esta peça apresentou mecanismos com a aparência humana criados por um genial cientista chamado Rossum. Tal obra consolidou a fama de Karel como inventor do termo popular.

Figura 1 - Karel Čapek



Fonte: aescotilha.com.br

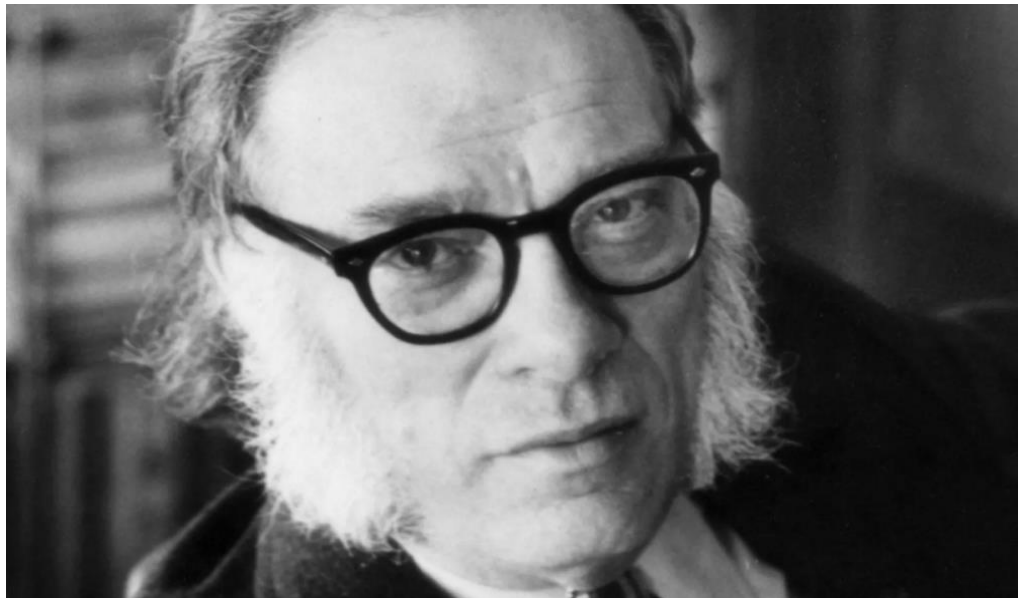
A ideia da palavra roboti veio da sua relação com a palavra original de um termo tcheco “robotá”, que significa “trabalho forçado”. Desde então, a palavra passou a expressar o núcleo da ideia de um robô, fazer o trabalho humano de forma automatizada.

Apesar de já apresentar o pensamento sobre a criação desses mecanismos, a obra também apresenta um medo proveniente da ideia de inteligência artificial, pois, no fim da obra,

os robôs acabam tomando o poder no mundo, destruindo a humanidade, enredo esse já reproduzido em diversas obras de ficção científica.

Dizem que Isaac Asimov (Figura 2), um escritor de ficção científica incrivelmente produtivo, foi o primeiro a usar o termo “robótica”, com base no termo “robô” de Čapek, se isso for verdade, ele foi o responsável por nomear oficialmente esta importante área da ciência e tecnologia.

Figura 2 - Isaac Asimov



Fonte: gizmodo.uol.com.br

Do ponto de vista de Maja J. Matarić, um robô é um sistema autônomo que existe no mundo físico, pode sentir seu ambiente e pode agir sobre ele para alcançar alguns objetivos. Maja dizia o sistema autônomo pois atua com base em sua programação e não precisa de controle humano o tempo todo, eles são capazes de receber informações e instruções de seres humanos, mas não são completamente controlados por eles.

Na parte em que se refere a “sentir o ambiente”, Maja diz que os robôs trabalham com base em sinais de sensores, que são meios de perceber sinais e obter informações do mundo. A ideia por trás do conceito é que um robô verdadeiro pode sentir o mundo por meio de sensores assim como os humanos e animais fazem por meio dos sentidos, podendo reagir ao que passa a sua volta.

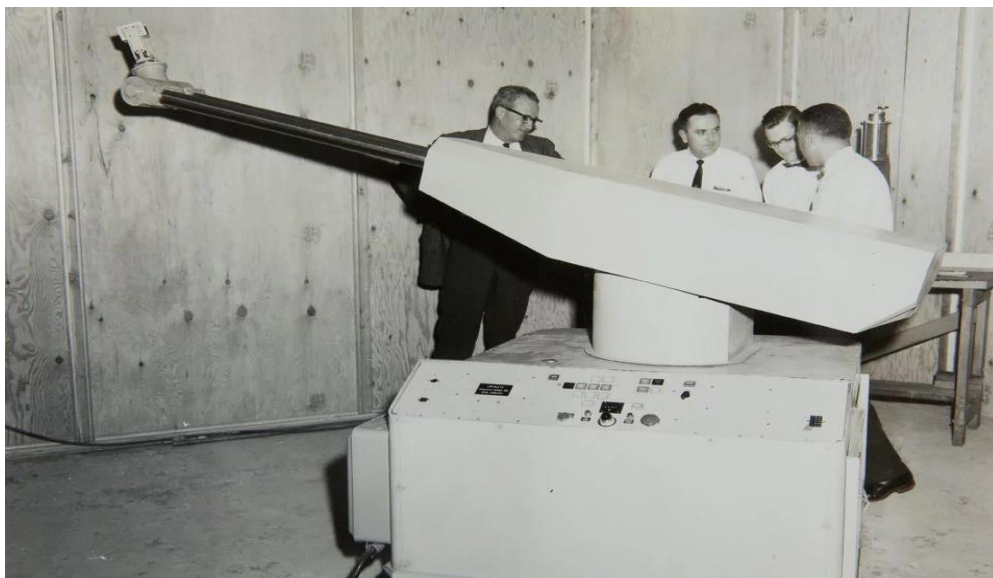
Quanto à afirmação de Maja sobre “Alcançar alguns objetivos”, é de fácil intuição que, se um robô tem autonomia e pode reagir ao mundo físico através de sensores, mas atua de

forma aleatória ele perde todo o sentido de existir, passando a total inutilidade, por isso é esperado que um robô atue de forma objetiva e de acordo com as instruções.

Mesmo que o termo robô tenha sido introduzido pela obra de Čapek, a ideia de um mecanismo capaz de ser utilizado para trabalhos árduos e repetitivos tem séculos de idade, porém a ideia de automatização veio somente no âmbito da revolução industrial, uma vez que esta foi marcada pelo trabalho repetitivo e constantemente se baseava em levantar e realocar peças ou máquinas pesadas, é o motivo pelo qual a necessidade de estudos nessa área era gritante. Foi aí que se deu início aos estudos nessa área, chamada posteriormente de robótica.

O primeiro produto das pesquisas na área de robótica foi apresentado por George Devol, tratava-se de um auxiliador chamado Unimate (Figura 3), que auxiliou na linha de produção da General Motors em 1961, sua função era pegar pedaços quentes de metal e anexar nos chassis dos carros. O Unimate pesava 1800 kg e os comandos que seguia eram gravados em fitas magnéticas.

Figura 3 - Unimate



Fonte: Kawasaki Robotics

As aplicações da robótica são inúmeras, mas a aplicação de destaque é a indústria, ali é notória a necessidade por automatização, por isso faz sentido que os maiores investimentos sejam nessa área. Aqui as aplicações para a robótica são bem variadas, são utilizados para pintura, soldagem, montagem, movimentação de cargas, inspeção de produtos, realização de

testes, entre outras (Figura 4), tudo isso é realizado com notória precisão e com produção constante.

Figura 4 – Robô industrial



Fonte: Google Imagens

A Teoria do controle é o nome dado no conjunto de estudos relacionados a propriedades dos sistemas de controle automatizados, que abrangem desde máquinas a vapor até aviões, sendo que, entre esses extremos, existe uma enorme gama de sistemas. Trata-se de parte importante da robótica e da engenharia, uma vez que esse conjunto de sistemas mecânicos compõe uma parte cada vez maior em nosso cotidiano, os modelos propostos ajudam a entender conceitos fundamentais que regem todo e qualquer sistema mecânico.

Partindo do princípio de que a arte da construção de sistemas automatizados e a ciência que estuda seus fundamentos são tão antigas quanto as civilizações gregas, é possível notar que a teoria do controle passou a ser amplamente estudada como parte da engenharia mecânica, recentemente, e dessa forma foi usada para estudar e desenvolver o controle de antigos sistemas hidráulicos (irrigação e uso doméstico), passando para os sistemas térmicos (forja de metais), máquinas a vapor (primeira revolução industrial), linha de produção (segunda revolução industrial) e hoje está largamente presente com os avanços em inteligência artificial. O que deu origem ao que chamamos de teoria do controle teve início com o seu entendimento através da matemática diferencial, o que passou a aumentar sua complexidade quando os mecanismos começaram a incorporar componentes elétricos e eletrônicos.

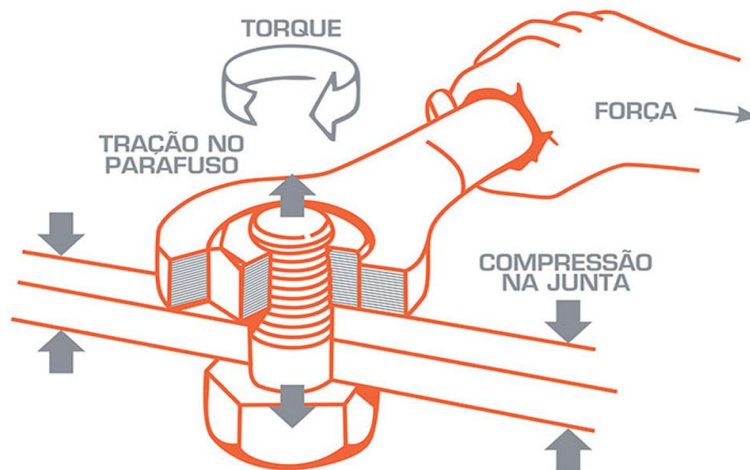
1 Revisão Bibliográfica

Segundo o dicionário Oxford languages, um robô é um mecanismo comandado por controle automático. O robô mais famoso por sua utilização em processos industriais é o braço robótico, principalmente aquele que é objeto deste trabalho, o scorbot, este se trata de um manipulador, ou seja, um conjunto de corpos ligados por juntas, configurando uma estrutura tipicamente mecânica, sua atuação, por vez, é comandada por controladores, que são dispositivos programáveis que definem seu movimento.

O número de juntas de um manipulador, neste caso, corresponde ao número de graus de liberdade que ele possui, tais graus de liberdade serão sempre representados neste trabalho como θ , acompanhado com o índice.

1.1 Torque

Figura 5 – Ilustração didática do torque



Fonte: automaistv

Torque ou momento angular (Figura 5), é o nome dado ao efeito causado pela aplicação de uma força em direção perpendicular à direção de um braço ligado ao eixo de

rotação, fazendo com que o braço gire em torno do eixo, sua intensidade é o produto da força pelo comprimento do braço e sua unidade universal é Newton - metro $N \times M$.

$$\tau = F \times L \quad (1)$$

Onde força é dada em Newtons e o comprimento é dado em metros. O torque é o objeto final deste trabalho, pois, relacionando sua grandeza à segunda lei de Newton é possível enxergar que o torque é a variação do momento angular, ou seja, o torque é o impulso, a variável necessária para o início do movimento.

$$\vec{\tau} = \frac{dL}{dt} \quad (2)$$

1.2 Momento de Inércia

Outro conceito importante para este trabalho é o de Momento de inércia, este dado está relacionado ao eixo de rotação e se trata da resistência que um objeto faz a uma variação em sua velocidade vetorial angular, se relaciona com o torque de acordo com a equação (3).

$$I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (3)$$

Na equação (3):

- I = Momento de inércia;
- α = aceleração angular;

1.3 Matriz Denavit – Hartenberg

A matriz Denavit- Hartenberg apresenta parâmetros para modelagem do robô em estudo, nesse caso, um Scorbot.

Para uma análise inicial, é atribuído um grau de liberdade a cada junta, o que permite a movimentação ao redor de um eixo que denotado como $Z(j)$ e tais graus de liberdade podem ser descritos por um ângulo de rotação. Com um ângulo de rotação estabelecido para cada junta, fica possível analisar numericamente o efeito de cada um em particular bem como o efeito cumulativo de todos os graus de liberdade quando atuam em conjunto (Craig, 2004).

De acordo com a construção Denavit- Hartenberg (Figura 6), um robô tem, considerando “n” como número de juntas, uma quantidade igual a “n-1” de membros rígidos

(Figura 7), isso porque cada elemento é ligado a duas juntas e cada junta pode ligar um ou dois elementos.

Esta construção dá o nome de A_{j-1} para a matriz de transformação do membro j para o membro $j-1$, ela varia somente em função da variável na junta, q_j . Esta Matriz A_j pode ser representada pelo método Denavit – Hartenberg como multiplicação de quatro transformações básicas, apresentadas por (4).

$$A_{j-1} = R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,a} R_{x,\alpha} \quad (4)$$

Onde:

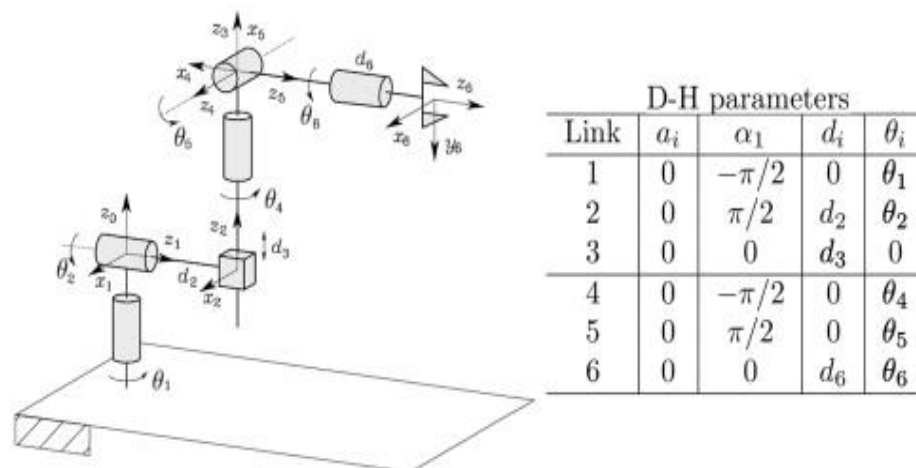
- $R_{z,\theta}$ = Rotação θ em torno do eixo z (sinal positivo dado pela regra da mão direita);
- $T_{z,d}$ = Representa a translação d ao longo do eixo z (sinal positivo quando a translação ocorre no mesmo sentido do eixo z);
- $T_{x,a}$ = Representa a translação a ao longo do eixo x (sentido adotado como positivo no mesmo sentido do eixo);
- $R_{x,\alpha}$ = Representa a rotação α em torno do eixo x (sinal positivo dado pela regra da mão direita);

O resultado da equação (4) pode ser representado matricialmente pela equação (6)

$$A_{j-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

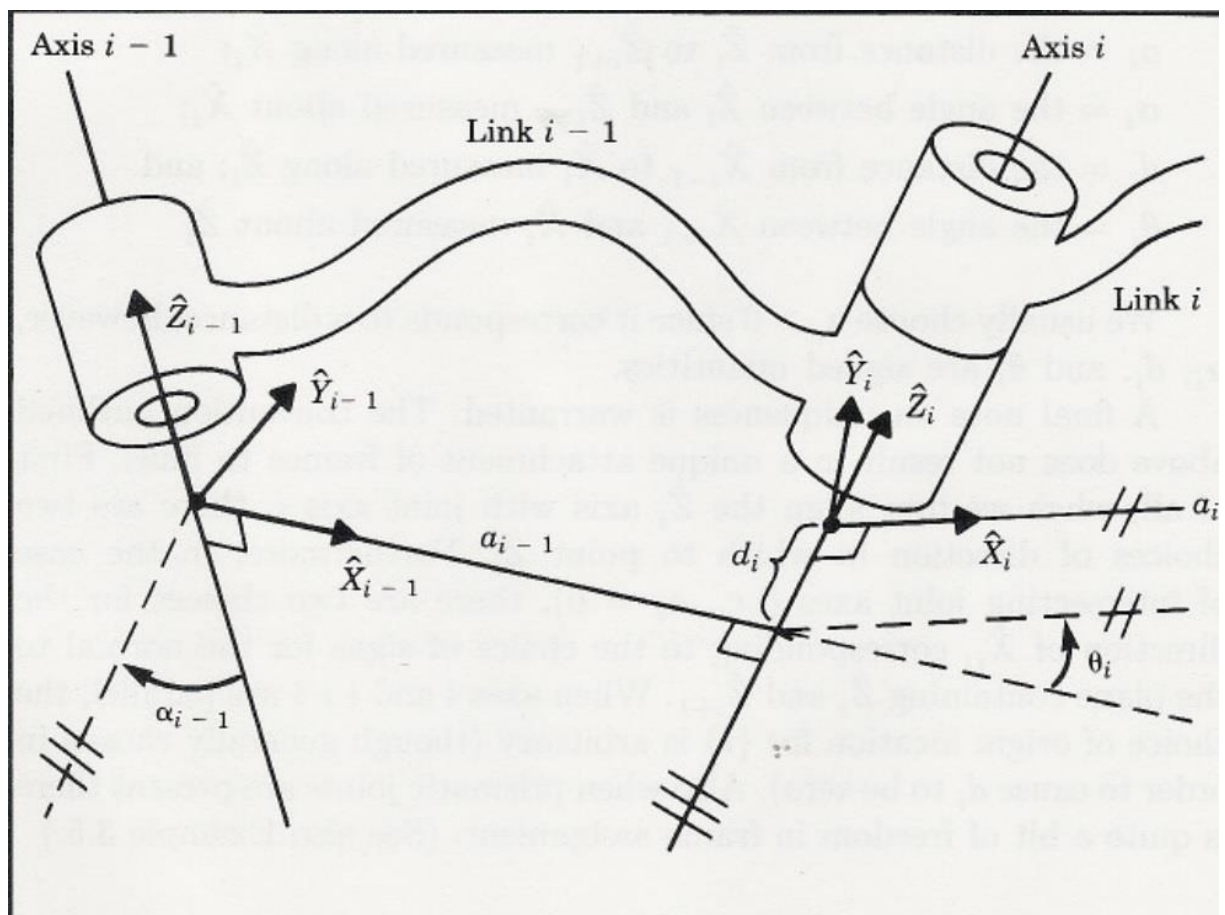
$$A_{j-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & a\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & a\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Figura 6 – Exemplo de construção



Fonte: sciencedirect.com

Figura 7 – Eixos Denavit Hartenberg



Fonte: CRAIG, 2004

1.4 Cinemática diferencial

1.4.1 Jacobiano

Considerando a posição de um manipulador como uma variável espacial é natural concluir que a variação deste tipo de variável no tempo resulta na velocidade, seja ela linear ou angular. A posição final de um efetuador pode ser descrita pela equação (7)

$$\vec{p} = [p_x \ p_y \ p_z \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T \quad (7)$$

Derivando (7) têm-se

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \left[\frac{dp_x}{dt} \ \frac{dp_y}{dt} \ \frac{dp_z}{dt} \ \frac{d\theta_1}{dt} \ \frac{d\theta_2}{dt} \ \frac{d\theta_3}{dt} \right]^T \quad (8)$$

Sendo $\vec{p}$ a posição final do manipulador, O resultado da derivação de (7), (8), nos apresenta a variação da posição $\vec{p}$ ao longo do tempo, ou seja, apresenta a velocidade do manipulador. São obtidas três velocidades lineares e três velocidades angulares. O próximo passo é apresentar a equação que representa a relação entre essas velocidades e as variáveis das juntas do manipulador, tal equação é a (9).

$$d\vec{P} = J d\vec{\theta} \quad (9)$$

Onde J representa o jacobiano e da função vetorial $\vec{f}$ descrita pela equação (10). No caso do scorbob objeto deste trabalho, a posição final é uma função $\vec{f}$ tem como variáveis θ_1, θ_2 e θ_3 , sendo representada corretamente por:

$$(P_x P_y P_z) = \vec{f}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (10)$$

Tomando por base a equação (10), o jacobiano fica:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_z}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Sintetizando, têm-se:

$$\vec{v} = J \cdot \vec{\omega} \quad (12)$$

Onde $\vec{v}$ representa o vetor velocidade linear e $\vec{\omega}$, o vetor velocidade angular.

1.4.2 Análise dinâmica

Aqui a análise é feita para relacionar a reação do manipulador em resposta a cada estímulo do torque. Após a definição da trajetória e das velocidades e acelerações, é momento de obter os torques necessários para que o sistema realize o trabalho.

1.4.3 Tensor de inércia

Para que o corpo rotacione em torno de um eixo especificado é necessário estabelecer a configuração de massa desse corpo, este é o papel do tensor de inércia, que está descrito pela matriz (13), em relação ao eixo de coordenadas A.

$${}^A I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Os valores dos termos da matriz (10) são dados por:

$$I_{xx} = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho dV \quad (14)$$

$$I_{yy} = \iiint_V (x^2 + z^2) \rho dV \quad (15)$$

$$I_{zz} = \iiint_V (x^2 + y^2) \rho dV \quad (16)$$

$$I_{xy} = \iiint_V xy \rho dV \quad (17)$$

$$I_{xz} = \iiint_V xz \rho dV \quad (18)$$

$$I_{yz} = \iiint_V yz \rho dV \quad (19)$$

Para aplicação das equações (14, 15, 16, 17, 18 e 19) é necessário ressaltar que as variáveis x, y e z são as dimensões do corpo rígido, ρ é a densidade do corpo e dV é o elemento diferencial do volume.

2. MÉTODOLOGIA

O ponto de partida foi estabelecer os parâmetros Denavit-Hartenberg para a construção e visualização matemática do manipulador do tipo scorbót. Esse método torna possível a parametrização do manipulador, os passos utilizados para a obtenção desses parâmetros foram os seguintes:

- Estabelecer um sistema de referência $x_j; y_j; z_j$ para cada grau de liberdade, rotacionando cada um em torno do eixo z_j ;
- Estabelecer cada x_j de forma a fazê-lo interceptar o eixo z_{j-1} deixando-a perpendicular ao mesmo;
- Estabelecidos os eixos $x_j; y_j; z_j$ o próximo passo é rotacionar o eixo X_j em torno de Z_j , dessa forma obtém-se o parâmetro α ;
- Para obter o parâmetro d é só transladar o eixo j_1 até a intersecção entre z_j e x_{j+1} estabelecida no primeiro passo;
- Da mesma forma que o parâmetro d o parâmetro a também é obtido da translação do eixo de coordenadas j_{i+1} ao longo de x_{j+1} até a intersecção entre z_j e x_{j+1} ;
- Para o último parâmetro α o passo é rotacionar o eixo z_j em torno de x_{j+1} até ficar paralelo ao eixo z_{j+1} ;

Os parâmetros obtidos pelo método são apresentados na Tabela 1

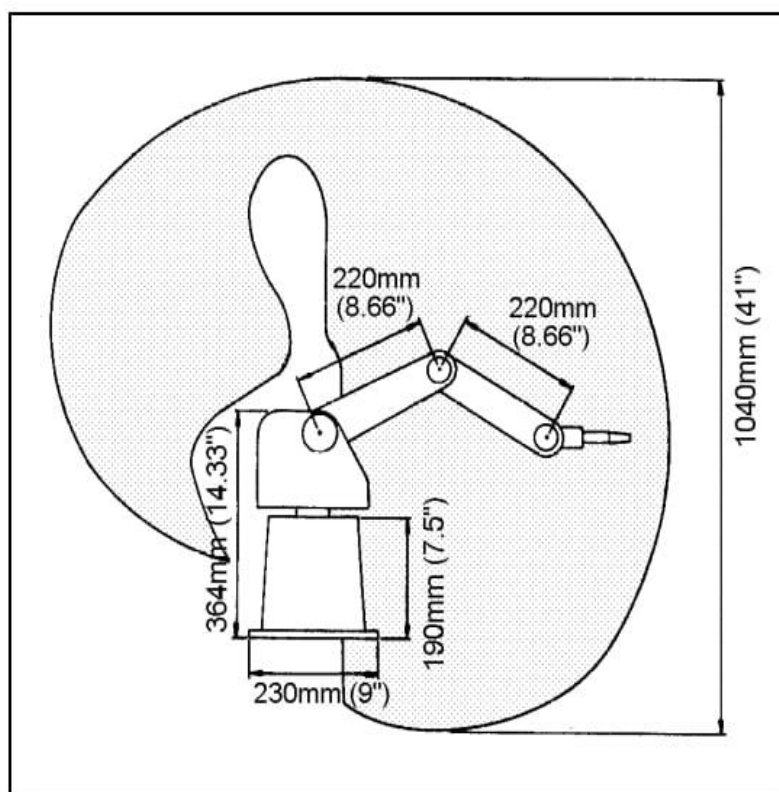
Tabela 1 - Parâmetros Denavit - Hartenberg

i	α (graus)	a (mm)	d (mm)	θ (graus)
1	0	0	334,25	θ_1
2	-90	220	0	θ_2
3	0	220	0	θ_3
4	-90	0	0	θ_4
5	90	0	0	θ_5

Fonte: Elaborado Pelo autor

A Figura 8 apresenta o scorbot estudado neste trabalho, na figura é possível ver todas os parâmetros Denavit- Hartenberg claramente, os deslocamentos de eixo Z ao longo dos eixos X dão origem aos parâmetros a, ao tempo que os deslocamentos no mesmo sentido dos eixos Z dão origem aos parâmetros d. A área acinzentada corresponde ao volume de trabalho do manipulador, isto é, o volume do espaço que ele alcança.

Figura 8 – Scorbot estudado



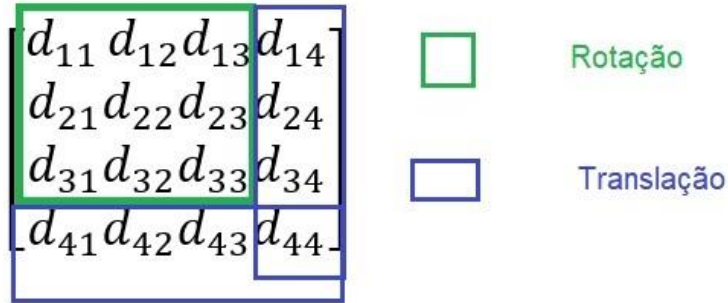
Fonte: Manual

Em seguida, o esforço foi voltado à construção da matriz de transformação de posição para cada junta do manipulador, ou seja, construir uma matriz para apresentar rotação e translação de cada grau de liberdade individualmente, sendo assim, as matrizes são obtidas para cada grau de liberdade.

As matrizes para cada grau de liberdade foram todas elaboradas pelo autor do trabalho de forma a, com elas, construir a matriz de posição final. As matrizes têm a função de transformação de coordenadas, do plano de origem para o plano de saída, tais matrizes são simplesmente as matrizes de transformação de coordenadas que os alunos da Unesp aprendem no curso de dinâmica, com a diferença que essas matrizes são da ordem 4x4. Tendo em vista

que as matrizes 3x3 estudadas fazem a transformação apenas para rotação, as matrizes 4x4 também apresentam a translação, como ilustra a **Figura 9**

Figura 9 – Matriz de transformação



Fonte: Elaborado pelo autor

Com as matrizes de posição (Rotação e translação) devidamente definidas para cada junta, é necessário criar uma matriz total, obtida pela multiplicação das matrizes de transformação individuais, essa matriz de transformação final é chamada de matriz de posição do manipulador, e é a base do movimento, pois ela é a base de transformação para ser usada no algoritmo da trajetória.

Matriz de posição para o manipulador

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix}$$

Sendo:

- $d_{11} = \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_5 + (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5) - (\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5 + \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3) \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_1;$
- $d_{12} = -\sin\theta_1 \cdot \sin\theta_4 \cdot \sin\theta_5 + ((-\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_5 - \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4) \cdot \cos\theta_2 - (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_4 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_5) \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_1);$
- $d_{13} = \sin\theta_1 \cdot \cos\theta_4 + (-\sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 \cdot \sin\theta_4 + \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_3) \cdot \cos\theta_1;$
- $d_{14} = -d_1 \sin\theta_1 + (-(a_2 \cdot s_3 + d_2 \cdot c_3)) \cdot \sin\theta_2 + (a_1 + a_2 \cdot \cos\theta_3 - d_2 \cdot \sin\theta_3) \cdot \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_1;$

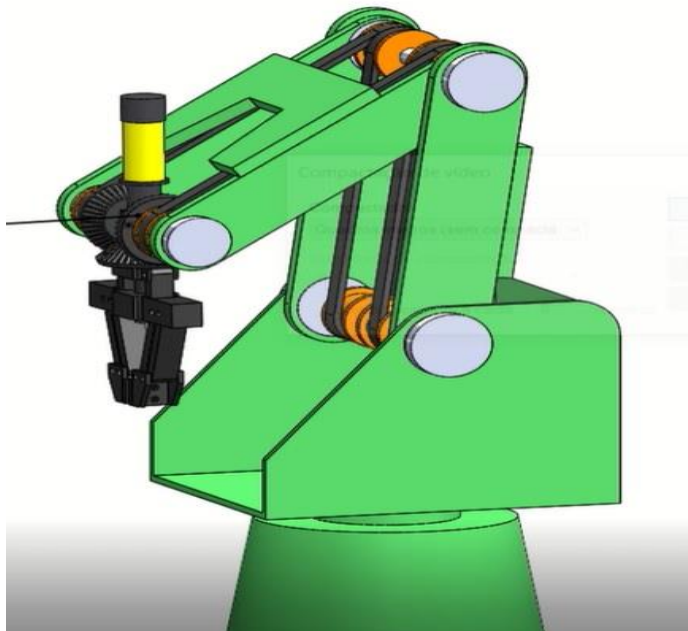
- $d_{21} = -\sin\theta_4.\cos\theta_1.\cos\theta_5 + (-\sin\theta_3.\sin\theta_5 + \cos\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5). \cos\theta_2 - (\sin\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5 + \sin\theta_5.\cos\theta_3). \sin\theta_2.\sin\theta_1;$
- $d_{22} = \sin\theta_4.\sin\theta_5.\cos\theta_1 + (-\sin\theta_3.\cos\theta_5 - \sin\theta_5.\cos\theta_3.\cos\theta_4). \cos\theta_2 - (-\sin\theta_3.\sin\theta_5.\cos\theta_4 + \cos\theta_3.\cos\theta_5). \sin\theta_2.\sin\theta_1;$
- $d_{23} = \cos\theta_1.\cos\theta_4 + (-\sin\theta_2.\sin\theta_3.\sin\theta_4 + \sin\theta_4.\cos\theta_2.\cos\theta_3). \sin\theta_1;$
- $d_{24} = d_1.\cos\theta_1 + (-(a_2.\sin\theta_2 + d_2.\cos\theta_3)). \sin\theta_2 + (a_1 + a_2.\cos\theta_3 - d_2.\sin\theta_3). \cos\theta_2.\sin\theta_1;$
- $d_{31} = -(-\sin\theta_3. \sin\theta_5 + \cos\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5). \sin\theta_2 - (\sin\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5 + \sin\theta_5.\cos\theta_3). \cos\theta_2;$
- $d_{32} = -(-\sin\theta_3.\cos\theta_5 - \sin\theta_5.\cos\theta_3.\cos\theta_4). \sin\theta_2 - (-\sin\theta_3.\sin\theta_5.\cos\theta_4 + \cos\theta_3.\cos\theta_5). \cos\theta_2;$
- $d_{33} = -\sin\theta_2.\sin\theta_4.\cos\theta_3 - \sin\theta_3.\sin\theta_4.\cos\theta_2;$
- $d_{34} = -(a_2.\sin\theta_3 + d_2.\cos\theta_3). \cos\theta_2 - (a_1 + a_2.\cos\theta_3 - d_2.\sin\theta_3). \sin\theta_2;$
- $d_{41} = 0; d_{42} = 0; d_{43} = 0; d_{44} = 1;$

A Ferramenta usada para modelagem do robô apresentado foi o programa matlab equipado com dois toolboxes para Robótica do Professor Peter Corcke. Com os parâmetros Denavit Hartenberg estabelecidos, faz-se necessário, para que o programa funcione, a adição de dados do Scorbobot, como os eixos principais de inércia, momentos de inércia e, por fim, definir a trajetória. A trajetória é definida com cuidado para evitar singularidades, ou seja, evitar um ângulo de zero graus entre um componente e outro, feito isso o algoritmo implementado no programa tem a função de fornecer resultados muito úteis para modelagem, como aceleração angular, velocidade angular e torques, todos esses resultados serão devidamente e apresentados.

3 RESULTADOS

Uma ferramenta de grande ajuda aqui foi o Software Solidworks, nele foi possível fazer o desenho do protótipo com as dimensões desejadas (Figuras 10 e 11) e obter numericamente resultados desejados pelas equações (14, 15, 16, 17, 18 e 19).

Figura 10 – Captura de tela do programa Solidworks



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 11 – Captura de tela do programa Solidworks



Fonte: Elaborado pelo autor

Propriedades do braço aplicadas ao algoritmo:

Tabela 2 – Propriedades gerais

Densidade	7850 quilogramas por metro cúbico (aço)
Massa	0.97917 quilogramas
Volume	0.000125 metros cúbicos
Área de superfície	0.034216 metros quadrados
Centro de Massa (metros)	[X = 0.00329; Y = 0; Z = 0.005]

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 3 - Eixos principais de inércia e momentos de inércia principais: (Kg x m²) tomado no centro da massa.

I_x = (1, 0, 0)	P_x = 0.000329
I_y = (0, 1, 0)	P_y = 0.004119
I_z = (0, 0, 1)	P_z = 0.004431

Fonte: Elaborado Pelo autor

Tabela 4 - Momentos de inércia: (Kg x *m*2) – Tomados no sistema de coordenadas de saída:

$I_{xx} = 0.000354$	$I_{xy} = 0$	$I_{xz} = 1.6e-05$
$I_{yx} = 0$	$I_{yy} = 0.004154$	$I_{yz} = 0$
$I_{zx} = 1.6e-05$	$I_{zy} = 0$	$I_{zz} = 0.004442$

Fonte: Elaborado Pelo autor

Tabela 5 - Momentos de inércia: (Kg x *m*2) - Obtidos no centro de massa e alinhados com o sistema de coordenadas de saída.

$L_{xx} = 0.000329$	$L_{xy} = 0$	$L_{xz} = 0$
$L_{yx} = 0$	$L_{yy} = 0.004119$	$L_{yz} = 0$
$L_{zx} = 0$	$L_{zy} = 0$	$L_{zz} = 0.004431$

Fonte: Elaborado pelo autor

Dimensões da base:

Tabela 6 – Propriedades gerais

Densidade	7870 quilogramas por metro cúbico (aço)
Massa	5.99583 quilogramas
Volume	0.000762 metros cúbicos
Área de superfície	0.276337 metros quadrados
Centro de Massa (metros)	[X = 0.074698; Y = 0.054538; Z = 0.1]

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 7 - Eixos principais de inércia e momentos de inércia principais: (Kg x *m*2) tomado no centro da massa.

$I_x = (0, 0, 1)$	$P_x = 0.04527$
$I_y = (0.914885, -0.403714, 0)$	$P_y = 0.045806$
$I_z = (0.403714, 0.914885, 0)$	$P_z = 0.066904$

Fonte: Elaborado Pelo autor

Tabela 8 - Momentos de inércia: (Kg x m³) tomados no sistema de coordenadas de saída

I _{xx} = 0.127037	I _{xy} = 0.016634	I _{xz} = 0.044787
I _{xx} = 0.127037	I _{xy} = 0.016634	I _{xz} = 0.044787
I _{zx} = 0.044787	I _{zy} = 0.0327	I _{zz} = 0.096559

Fonte: Elaborado Pelo autor

Tabela 9 - Momentos de inércia: (Kg x m³) obtido no centro de massa e alinhado com o sistema de coordenadas de saída

L _{xx} = 0.049244	L _{xy} = -0.007793	L _{xz} = 0
L _{yx} = -0.007793	L _{yy} = 0.063465	L _{yz} = 0
L _{zx} = 0	L _{zy} = 0	L _{zz} = 0.04527

A seguir está apresentada a matriz de posição já com os parâmetros aplicados:

Matriz de posição com os parâmetros definidos

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix}$$

Sendo:

- $d_{11} = \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_5 + (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5) - (\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5 + \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3) \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_1;$
- $d_{12} = -\sin\theta_1 \cdot \sin\theta_4 \cdot \sin\theta_5 + ((-\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_5 - \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4) \cdot \cos\theta_2 - (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_4 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_5) \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_1);$
- $d_{13} = \sin\theta_1 \cdot \cos\theta_4 + (-\sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 \cdot \sin\theta_4 + \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_3) \cdot \cos\theta_1;$
- $d_{14} = -334,25 \cdot \sin\theta_1 - (220 \cdot \sin\theta_3) \cdot \sin\theta_2 + (220 \cdot \cos\theta_3) \cdot \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_1;$
- $d_{21} = -\sin\theta_4 \cdot \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_5 + (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5) \cdot \cos\theta_2 - (\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_4 \cdot \cos\theta_5 + \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3) \cdot \sin\theta_2 \cdot \sin\theta_1;$
- $d_{22} = \sin\theta_4 \cdot \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_1 + (-\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_5 - \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_4) \cdot \cos\theta_2 - (-\sin\theta_3 \cdot \sin\theta_5 \cdot \cos\theta_4 + \cos\theta_3 \cdot \cos\theta_5) \cdot \sin\theta_2 \cdot \sin\theta_1;$
- $d_{23} = \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_4 + (-\sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 \cdot \sin\theta_4 + \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_3) \cdot \sin\theta_1;$

- $d_{24} = 334, 25.\cos\theta_1 - (220.\sin\theta_2). \sin\theta_2 + (220.\cos\theta_3). \cos\theta_2.\sin\theta_1;$
- $d_{31} = - (-\sin\theta_3. \sin\theta_5 + \cos\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5). \sin\theta_2 - (\sin\theta_3.\cos\theta_4.\cos\theta_5 + \sin\theta_5.\cos\theta_3). \cos\theta_2;$
- $d_{32} = - (-\sin\theta_3.\cos\theta_5 - \sin\theta_5.\cos\theta_3.\cos\theta_4). \sin\theta_2 - (-\sin\theta_3.\sin\theta_5.\cos\theta_4 + \cos\theta_3.\cos\theta_5). \cos\theta_2;$
- $d_{33} = - \sin\theta_2.\sin\theta_4.\cos\theta_3 - \sin\theta_3.\sin\theta_4.\cos\theta_2;$
- $d_{34} = - (220.\sin\theta_3). \cos\theta_2 - (220.\cos\theta_3). \sin\theta_2;$
- $d_{41} = 0; d_{42} = 0; d_{43} = 0; d_{44} = 1;$

Fonte: Elaborado pelo autor

3.1 Trajetória

O principal dado para a apresentação dos resultados foi a definição da trajetória, essa trajetória foi definida pelo autor do trabalho. Tomando como constantes as dimensões do braço mecânico, é certo que a trajetória somente é definida através da variação dos ângulos das juntas, ou seja, a programação utilizada em qualquer scorbots tem como função variar os graus entre um componente rígido e outro, e, através da combinação de variações de todos os eixos das juntas, fazer com que a ponta da ferramenta, neste trabalho encarada como ponto material, varie sua posição no plano cartesiano em função do tempo.

Como as variáveis são em graus vale reforçar que tanto a aceleração quanto a velocidade obtida são angulares.

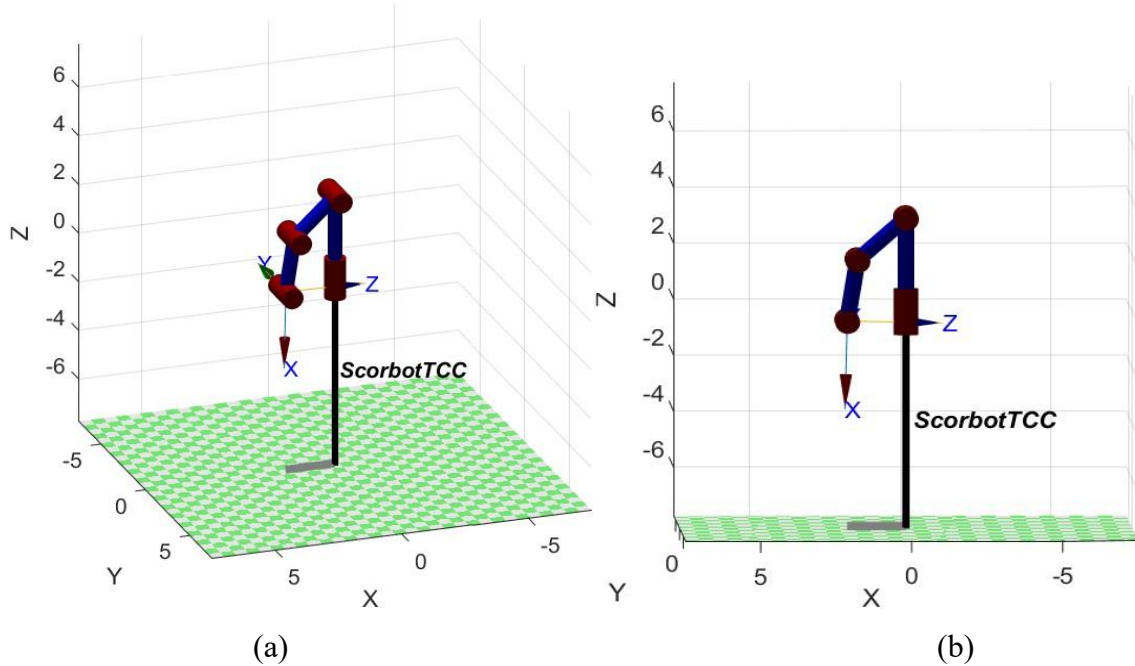
Tabela 10 – Variação do θ

θ	VARIAÇÃO
1	0
2	-43.1°; 27°
3	-33°; - 43.1°
4	7,6°; 63.4°
5	0

Fonte: Elaborado Pelo autor

Levando em conta os ângulos iniciais, podemos verificar a posição inicial do scorbot e plotar a posição inicial através do comando “R.plot” no matlab, o que gerou a seguinte figura:

Figuras 12 – Posição inicial da trajetória

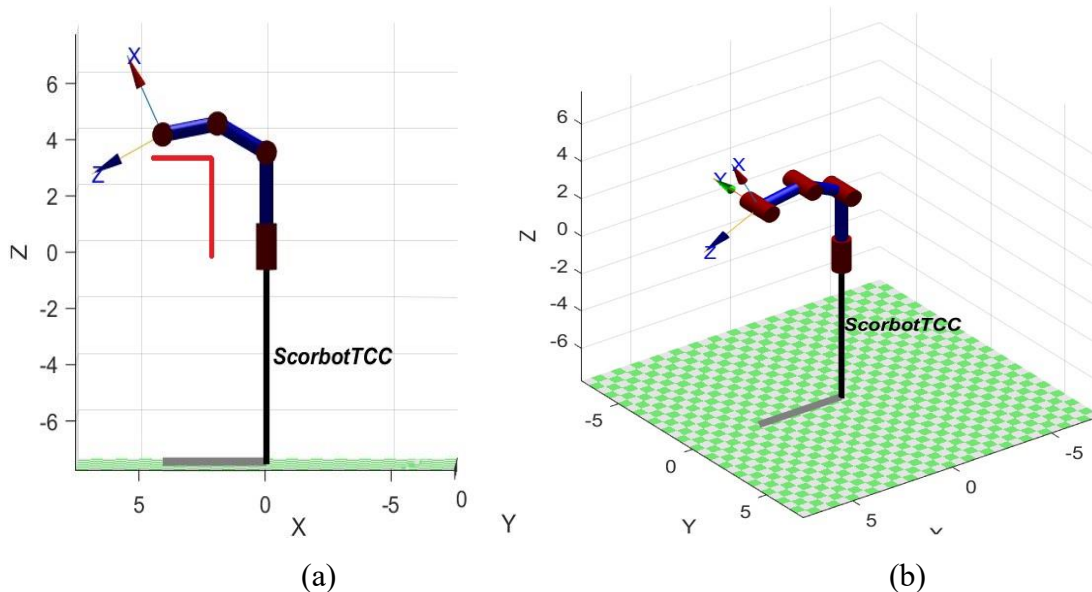


Fonte: Elaborado pelo autor

As figuras 12-a e 12-b são tridimensionais e foram geradas pelo matlab no intuito de ilustrar a posição inicial da trajetória desejada, com os ângulos iniciais apresentados na Tabela 2.

A trajetória foi definida no sentido de o scorbot pegar um objeto no chão e colocar em algum aparato, como se pegasse um parafuso em cima da bancada e colocasse na prateleira, sendo assim, a figura 13 - a apresenta a posição final desejada e, em vermelho, sinaliza a trajetória.

Figuras 13 – Trajetória e posição Final do manipulador



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a determinação da trajetória, foi a vez do tempo. Para que os resultados sejam precisos, foi necessário estabelecer um tempo para que o manipulador realize este trajeto, nesse caso o autor determinou um tempo de dezessete segundos para a trajetória completa, estes dezessete segundos foram divididos a passos de vinte e dois décimos de segundo para fins de representação gráfica dos resultados. A divisão do tempo foi definida pelo autor e os pontos foram apresentados pelo algoritmo, com isso, o primeiro resultado a ser obtido é a matriz do espaço, ou seja, todas as posições das juntas em função do tempo, esse resultado é dado em radianos e cada coluna da matriz apresenta um grau de liberdade, começando do θ_1 (coluna da esquerda), indo ao θ_4 à direita, a matriz de posições está no apêndice A.

Cada coluna da matriz (Apêndice A) apresenta a posição de θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 respectivamente. Em posse dos dados de posição e tempo, é possível estabelecer a velocidade angular, dada em radianos por segundo (Rad/s). A Matriz de velocidades está no Apêndice B.

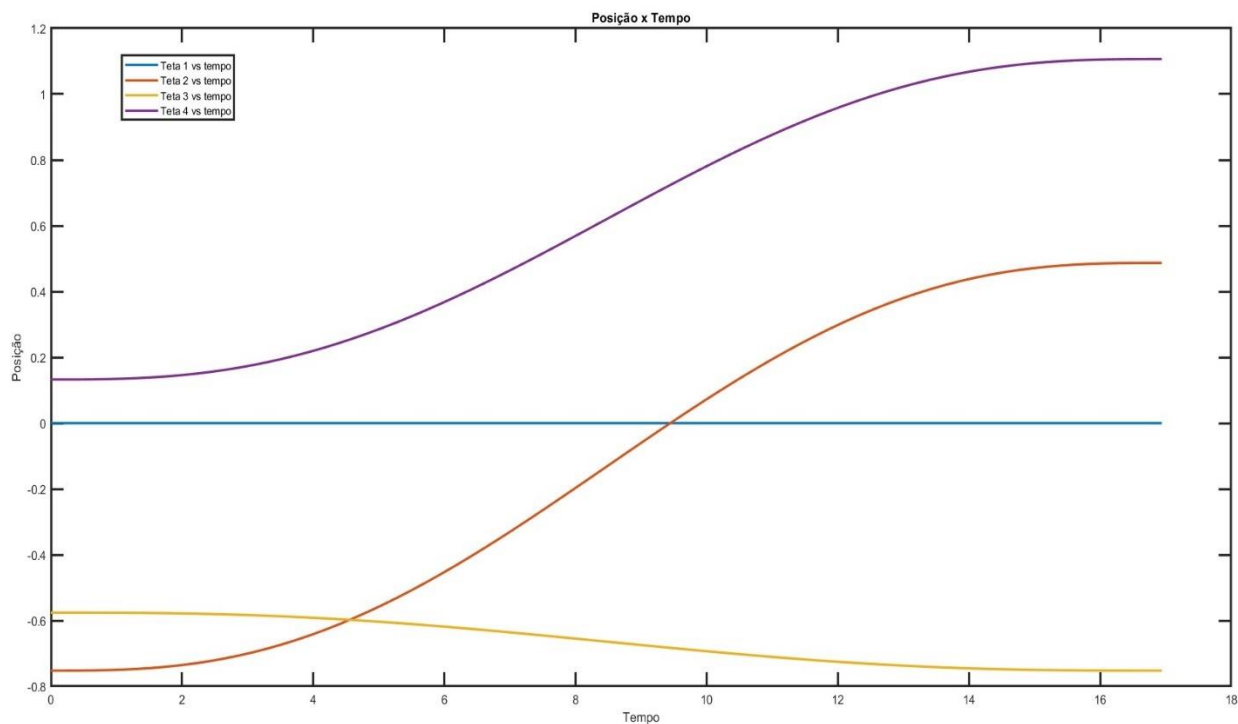
Os próximos resultados obtidos foram as acelerações angulares para cada θ , sendo as colunas da matriz referentes, novamente, a θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 , respectivamente. A matriz de acelerações está no Apêndice C.

3.2 Torques

Com as posições, tempo, velocidades e acelerações definidos, podemos entrar com os parâmetros dos braços, tais como massas e momentos de inércia, tanto para a base como para o braço, estes dados estão apresentados no início da apresentação dos resultados. Com todos estes dados e os obtidos diretamente da trajetória, é possível chegar aos principais resultados desejados, os torques, apresentados na matriz de torques (Apêndice D). Com todos os resultados obtidos, o mesmo programa é capaz de plotar os gráficos para melhor visualização destes resultados.

3.3 Análise gráfica

Figura 14 – Gráfico da posição em função do tempo

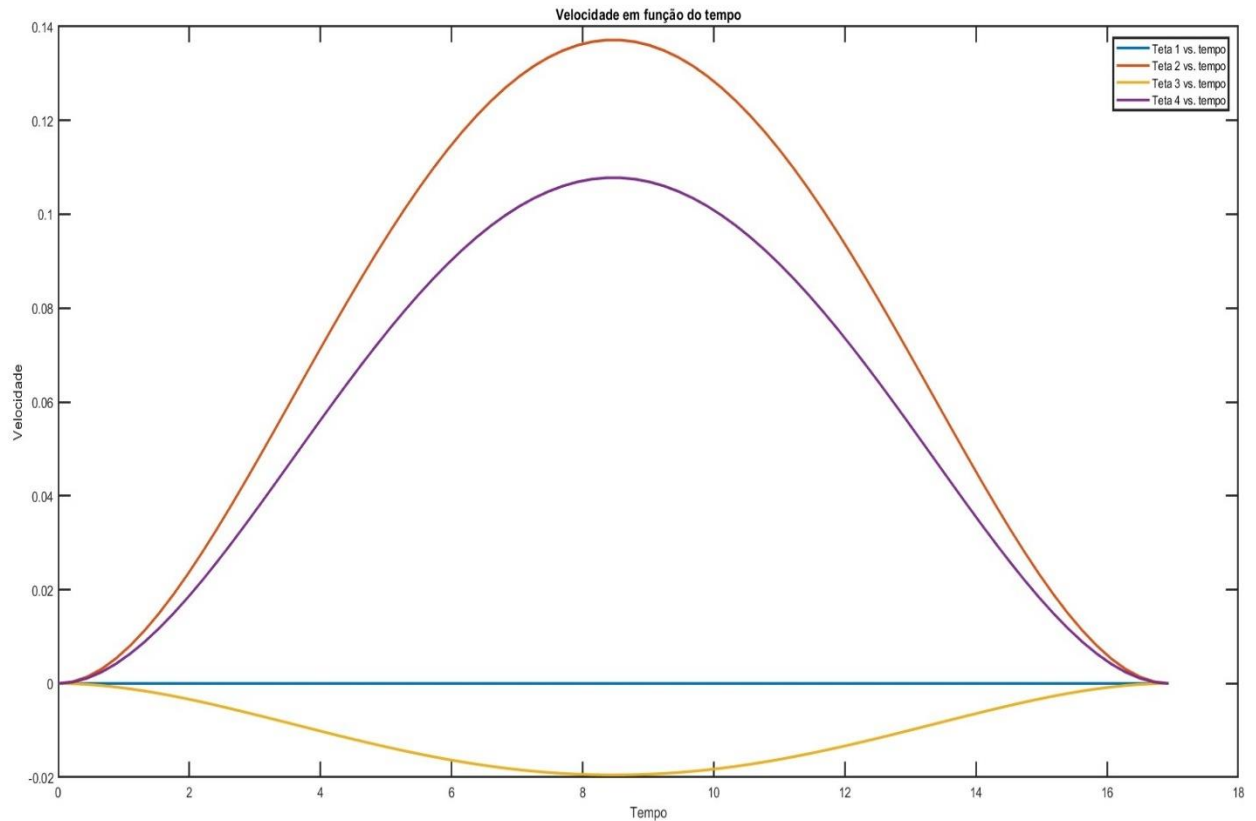


Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico apresentado na Figura 14 ilustra a variação da posição em função do tempo, sendo a posição em radianos e o tempo em segundo, neste gráfico estão ilustrados todos os graus de liberdade de acordo com a legenda apresentada a seguir:

- Em azul = variação de θ_1 ;
- Em laranja = variação do θ_2 ;
- Em amarelo = variação do θ_3 ;
- Em roxo = variação do θ_4 .

Figura 15 – Gráfico da velocidade em função do tempo

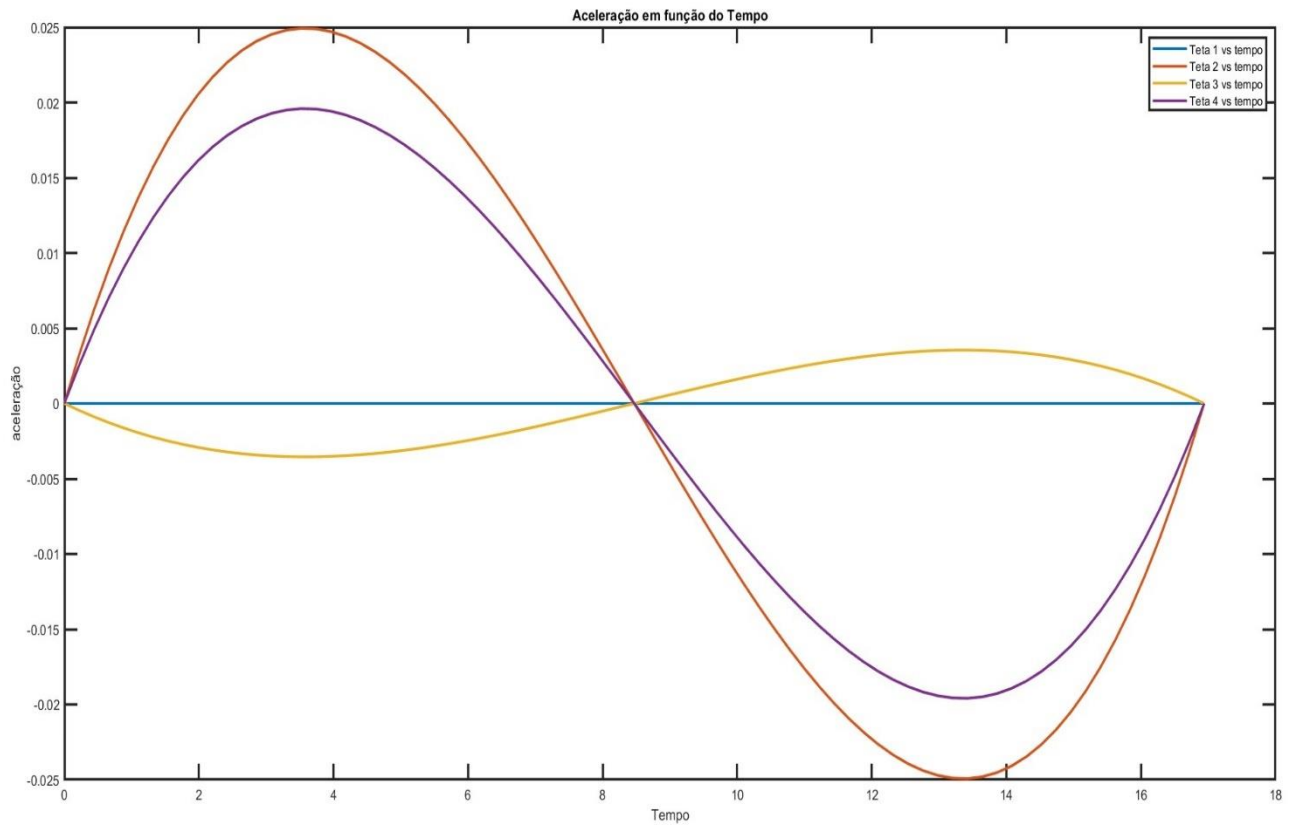


Fonte: Elaborado pelo autor

Por sua vez, o gráfico apresentado pela Figura 15 apresenta a variação da velocidade em função do tempo para cada junta, essa velocidade é registrada em radianos por segundo e o tempo é representado em segundos, aqui estão apresentados, em diferentes cores, todos os θ s, de acordo com a legenda:

- Em azul = variação de θ_1 ;
- Em laranja = variação do θ_2 ;
- Em amarelo = variação do θ_3 ;
- Em roxo = variação do θ_4 .

Figura 16 – Gráfico de aceleração em função do tempo

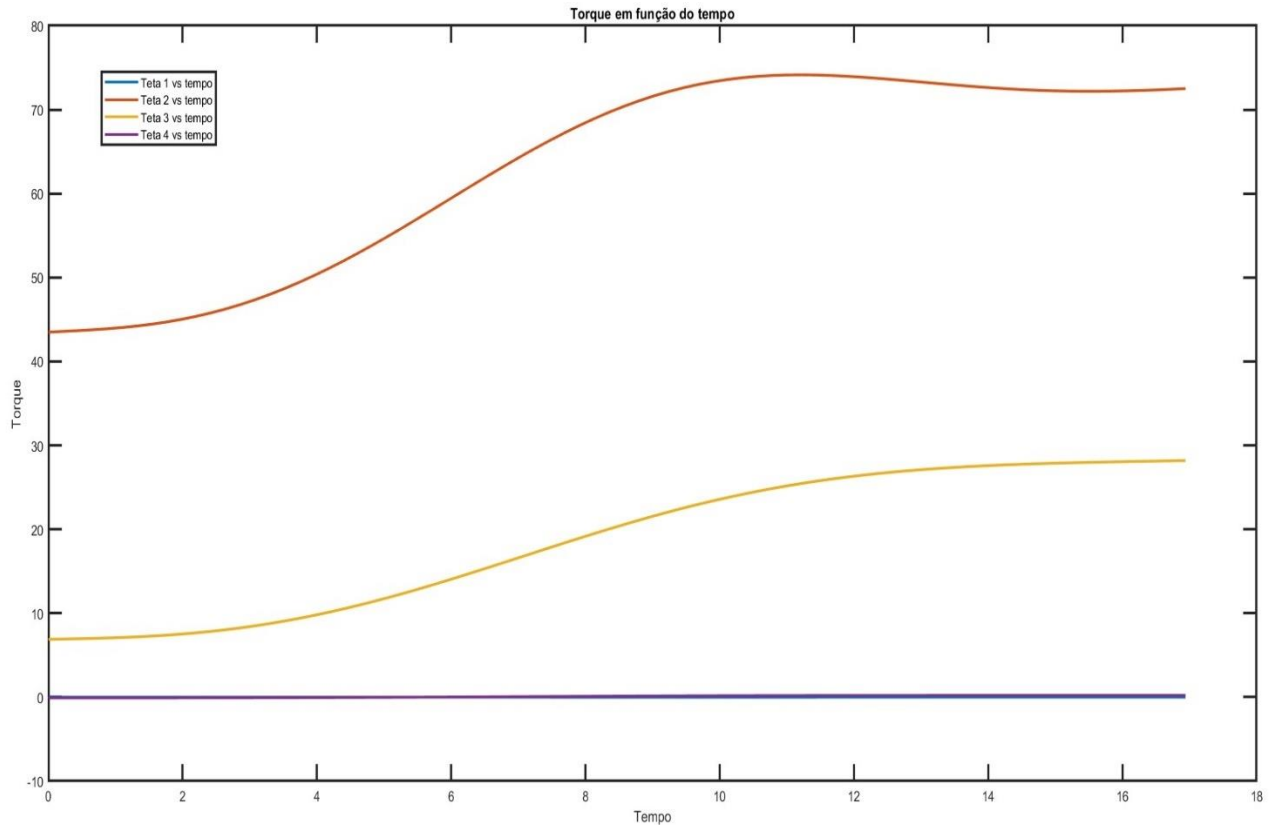


Fonte: Elaborado pelo autor

Agora a Figura 16 apresenta o gráfico da aceleração em função do tempo, novamente, para cada junta. A aceleração apresentada no gráfico é dada em radianos por segundo ao quadrado e o tempo em segundos e está apresentada para cada θ de acordo coma legenda:

- Em azul = variação de θ_1 ;
- Em laranja = variação do θ_2 ;
- Em amarelo = variação do θ_3 ;
- Em roxo = variação do θ_4 .

Figura 17 – Gráfico do torque em função do tempo



Fonte: Elaborado Pelo autor

O gráfico resultante de todos os dados obtidos até agora é o gráfico que apresenta a variação dos torques em função do tempo para cada junta (Figura17), esse resultado varia com velocidades, acelerações, massas, tempos e momentos de inércia, nesse caso são quilogramas multiplicados por radianos e tudo isso subtraído por segundos ao quadrado, que nada mais é que a variação do momento angular em relação ao tempo, como apresenta a equação (2). As variações de torques nas juntas são apresentadas pela legenda abaixo:

- Em azul = variação de θ_1 ;
- Em laranja = variação do θ_2 ;
- Em amarelo = variação do θ_3 ;
- Em roxo = variação do θ_4 .

CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

O trabalho realizado se prova eficaz como ponto de partida para a construção de um scorbob funcional uma vez que apresenta dimensões e a trajetória desejada. Trata-se de toda modelagem matemática necessária para tal construção, claro que o programa apresentado descreve uma única trajetória, no entanto pode ser modificado para diferentes trajetórias, sempre observando os pontos de singularidades, que apresentam um obstáculo real na construção do protótipo. Tendo isso em vista, o programa fornece, tomando como dados de entrada o tempo e a trajetória, a velocidade a ser implementada em cada junta e a aceleração desejada. O toque, por sua vez é usado para estabelecer a quantidade de potência que deve ser fornecida ao sistema, ou seja, serve de base para o cálculo da energia que o scorbob precisará para funcionar no caso de cada trajetória. A programação, com auxílio da toolbox de Peter Corke, se provou bem condizente com os dados teóricos, o que pode ser notado, por exemplo pela junta θ_4 , que o braço ligado a ela tem massa reduzida em relação aos demais componentes e isso faz com que o torque nessa junta seja próximo de zero, tornando sua visualização gráfica quase que impossível na escala adotada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRAIG, J. J. Introduction to robotics - mechanics and control. New York: Mac Graw Hill, 2004.

ROSARIO, J. M. de. Princípios de Mecatrônica. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

Google imagens, disponível em: https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTdXgZJiRdSfwmOzODi_FAnaf1Ok77bB_M2MpBPGONoog&s

MATARIĆ, M.J. Introdução à robótica, São Paulo: Unesp/ Bluncher, 2014.

Robotics Toolbox. Peter Corke.com, junho de 2017. Disponível em: <https://petercorke.com/toolboxes/robotics-toolbox/>

Google imagens, Disponível em: <http://www.aescotilha.com.br/literatura/ponto-virgula/karel-capek-historias-apocrifas-editora-34-resenha/>

APÊNDICE A – Matriz de Posições

				0	- 0.3251	- 0.6367	0.4683
				0	- 0.2964	- 0.6408	0.4909
				0	- 0.2672	- 0.6450	0.5138
				0	- 0.2377	- 0.6492	0.5370
				0	- 0.2079	- 0.6534	0.5605
				0	- 0.1779	- 0.6577	0.5841
				0	- 0.1477	- 0.6620	0.6077
				0	- 0.1176	- 0.6662	0.6314
				0	- 0.0874	- 0.6705	0.6551
				0	- 0.0574	- 0.6748	0.6787
				0	- 0.0276	- 0.6790	0.7021
0	- 0.7522	- 0.5760	0.1326	0	0.0019	- 0.6832	0.7253
0	- 0.7522	- 0.5760	0.1327	0	0.0311	- 0.6874	0.7483
0	- 0.7520	- 0.5760	0.1328	0	0.0598	- 0.6915	0.7708
0	- 0.7515	- 0.5761	0.1332	0	0.0880	- 0.6955	0.7930
0	- 0.7506	- 0.5762	0.1339	0	0.1156	- 0.6994	0.8147
0	- 0.7492	- 0.5764	0.1351	0	0.1426	- 0.7033	0.8359
0	- 0.7470	- 0.5767	0.1367	0	0.1688	- 0.7070	0.8565
0	- 0.7442	- 0.5771	0.1390	0	0.1943	- 0.7106	0.8765
0	- 0.7404	- 0.5776	0.1419	0	0.2189	- 0.7141	0.8959
0	- 0.7358	- 0.5783	0.1456	0	0.2426	- 0.7175	0.9145
0	- 0.7301	- 0.5791	0.1500	0	0.2653	- 0.7207	0.9323
0	- 0.7234	- 0.5801	0.1553	0	0.2870	- 0.7238	0.9494
0	- 0.7156	- 0.5812	0.1614	0	0.3076	- 0.7267	0.9656
0	- 0.7067	- 0.5824	0.1684	0	0.3272	- 0.7295	0.9810
0	- 0.6966	- 0.5839	0.1764	0	0.3456	- 0.7321	0.9955
0	- 0.6853	- 0.5855	0.1852	0	0.3629	- 0.7346	1.0090
0	- 0.6728	- 0.5873	0.1951	0	0.3790	- 0.7369	1.0217
0	- 0.6591	- 0.5892	0.2058	0	0.3939	- 0.7390	1.0334
0	- 0.6443	- 0.5913	0.2175	0	0.4075	- 0.7409	1.0441
0	- 0.6282	- 0.5936	0.2302	0	0.4200	- 0.7427	1.0539
0	- 0.6109	- 0.5961	0.2437	0	0.4313	- 0.7443	1.0628
0	- 0.5925	- 0.5987	0.2582	0	0.4414	- 0.7458	1.0707
0	- 0.5729	- 0.6015	0.2736	0	0.4503	- 0.7470	1.0778
0	- 0.5523	- 0.6044	0.2898	0	0.4581	- 0.7481	1.0839
0	- 0.5306	- 0.6075	0.3069	0	0.4648	- 0.7491	1.0891
0	- 0.5078	- 0.6107	0.3247	0	0.4705	- 0.7499	1.0936
0	- 0.4842	- 0.6141	0.3433	0	0.4751	- 0.7506	1.0972
0	- 0.4596	- 0.6176	0.3627	0	0.4789	- 0.7511	1.1002
0	- 0.4341	- 0.6212	0.3827	0	0.4817	- 0.7515	1.1025
0	- 0.4079	- 0.6249	0.4033	0	0.4839	- 0.7518	1.1041
0	- 0.3809	- 0.6288	0.4245	0	0.4853	- 0.7520	1.1053
0	- 0.3533	- 0.6327	0.4462	0	0.4863	- 0.7521	1.1060
				0	0.4867	- 0.7522	1.1064
				0	0.4869	- 0.7522	1.1065
				0	0.4869	- 0.7522	1.1065

APÊNDICE B – Matriz de Velocidades

0	0	0	0				
0	0.0004	– 0.0001	0.0003				
0	0.0014	– 0.0002	0.0011				
0	0.0031	– 0.0004	0.0024				
0	0.0053	– 0.0008	0.0042				
0	0.0081	– 0.0012	0.0064				
0	0.0113	– 0.0016	0.0089	0	0.1316	– 0.0187	0.1034
0	0.0150	– 0.0021	0.0118	0	0.1295	– 0.0184	0.1017
0	0.0190	– 0.0027	0.0149	0	0.1269	– 0.0181	0.0998
0	0.0234	– 0.0033	0.0184	0	0.1241	– 0.0177	0.0975
0	0.0280	– 0.0040	0.0220	0	0.1210	– 0.0172	0.0951
0	0.0329	– 0.0047	0.0259	0	0.1175	– 0.0167	0.0924
0	0.0380	– 0.0054	0.0299	0	0.1138	– 0.0162	0.0894
0	0.0432	– 0.0061	0.0340	0	0.1098	– 0.0156	0.0863
0	0.0486	– 0.0069	0.0382	0	0.1055	– 0.0150	0.0829
0	0.0540	– 0.0077	0.0424	0	0.1010	– 0.0144	0.0794
0	0.0595	– 0.0085	0.0467	0	0.0963	– 0.0137	0.0757
0	0.0650	– 0.0092	0.0510	0	0.0914	– 0.0130	0.0718
0	0.0704	– 0.0100	0.0553	0	0.0863	– 0.0123	0.0679
0	0.0758	– 0.0108	0.0596	0	0.0811	– 0.0115	0.0638
0	0.0811	– 0.0115	0.0638	0	0.0758	– 0.0108	0.0596
0	0.0863	– 0.0123	0.0679	0	0.0704	– 0.0100	0.0553
0	0.0914	– 0.0130	0.0718	0	0.0650	– 0.0092	0.0510
0	0.0963	– 0.0137	0.0757	0	0.0595	– 0.0085	0.0467
0	0.1010	– 0.0144	0.0794	0	0.0540	– 0.0077	0.0424
0	0.1055	– 0.0150	0.0829	0	0.0486	– 0.0069	0.0382
0	0.1098	– 0.0156	0.0863	0	0.0432	– 0.0061	0.0340
0	0.1138	– 0.0162	0.0894	0	0.0380	– 0.0054	0.0299
0	0.1175	– 0.0167	0.0924	0	0.0329	– 0.0047	0.0259
0	0.1210	– 0.0172	0.0951	0	0.0280	– 0.0040	0.0220
0	0.1241	– 0.0177	0.0975	0	0.0234	– 0.0033	0.0184
0	0.1269	– 0.0181	0.0998	0	0.0190	– 0.0027	0.0149
0	0.1295	– 0.0184	0.1017	0	0.0150	– 0.0021	0.0118
0	0.1316	– 0.0187	0.1034	0	0.0113	– 0.0016	0.0089
0	0.1334	– 0.0190	0.1049	0	0.0081	– 0.0012	0.0064
0	0.1349	– 0.0192	0.1060	0	0.0053	– 0.0008	0.0042
0	0.1360	– 0.0193	0.1069	0	0.0031	– 0.0004	0.0024
0	0.1367	– 0.0195	0.1075	0	0.0014	– 0.0002	0.0011
0	0.1371	– 0.0195	0.1078	0	0.0004	– 0.0001	0.0003
0	0.1371	– 0.0195	0.1078		0	0	0
0	0.1367	– 0.0195	0.1075				
0	0.1360	– 0.0193	0.1069				
0	0.1349	– 0.0192	0.1060				
0	0.1334	– 0.0190	0.1049				

APÊNDICE C - Matriz de Acelerações

0	0	0	0				
0	0.0032	-0.0005	0.0025				
0	0.0062	-0.0009	0.0049				
0	0.0089	-0.0013	0.0070				
0	0.0114	-0.0016	0.0090				
0	0.0137	-0.0019	0.0108	0	-0.0091	0.0013	-0.0071
0	0.0157	-0.0022	0.0124	0	-0.0106	0.0015	-0.0083
0	0.0175	-0.0025	0.0138	0	-0.0121	0.0017	-0.0095
0	0.0191	-0.0027	0.0150	0	-0.0136	0.0019	-0.0107
0	0.0205	-0.0029	0.0161	0	-0.0150	0.0021	-0.0118
0	0.0217	-0.0031	0.0170	0	-0.0164	0.0023	-0.0129
0	0.0227	-0.0032	0.0178	0	-0.0176	0.0025	-0.0138
0	0.0235	-0.0033	0.0184	0	-0.0188	0.0027	-0.0148
0	0.0241	-0.0034	0.0189	0	-0.0199	0.0028	-0.0157
0	0.0245	-0.0035	0.0193	0	-0.0209	0.0030	-0.0165
0	0.0248	-0.0035	0.0195	0	-0.0219	0.0031	-0.0172
0	0.0249	-0.0035	0.0196	0	-0.0227	0.0032	-0.0178
0	0.0249	-0.0035	0.0196	0	-0.0234	0.0033	-0.0184
0	0.0247	-0.0035	0.0194	0	-0.0239	0.0034	-0.0188
0	0.0244	-0.0035	0.0192	0	-0.0244	0.0035	-0.0192
0	0.0239	-0.0034	0.0188	0	-0.0247	0.0035	-0.0194
0	0.0234	-0.0033	0.0184	0	-0.0249	0.0035	-0.0196
0	0.0227	-0.0032	0.0178	0	-0.0249	0.0035	-0.0196
0	0.0219	-0.0031	0.0172	0	-0.0248	0.0035	-0.0195
0	0.0209	-0.0030	0.0165	0	-0.0245	0.0035	-0.0193
0	0.0199	-0.0028	0.0157	0	-0.0241	0.0034	-0.0189
0	0.0188	-0.0027	0.0148	0	-0.0235	0.0033	-0.0184
0	0.0176	-0.0025	0.0138	0	-0.0227	0.0032	-0.0178
0	0.0164	-0.0023	0.0129	0	-0.0217	0.0031	-0.0170
0	0.0150	-0.0021	0.0118	0	-0.0205	0.0029	-0.0161
0	0.0136	-0.0019	0.0107	0	-0.0191	0.0027	-0.0150
0	0.0121	-0.0017	0.0095	0	-0.0175	0.0025	-0.0138
0	0.0106	-0.0015	0.0083	0	-0.0157	0.0022	-0.0124
0	0.0091	-0.0013	0.0071	0	-0.0137	0.0019	-0.0108
0	0.0075	-0.0011	0.0059	0	-0.0114	0.0016	-0.0090
0	0.0058	-0.0008	0.0046	0	-0.0089	0.0013	-0.0070
0	0.0042	-0.0006	0.0033	0	-0.0062	0.0009	-0.0049
0	0.0025	-0.0004	0.0020	0	-0.0032	0.0005	-0.0025
0	0.0008	-0.0001	0.0007	0	0	-0.0000	0.0000
0	-0.0008	0.0001	-0.0007				
0	-0.0025	0.0004	-0.0020				
0	-0.0042	0.0006	-0.0033				
0	-0.0058	0.0008	-0.0046				
0	-0.0075	0.0011	-0.0059				

APÊNDICE D

Matriz de torques

0.0000	43.4930	6.8853	- 0.0823	-0.0012	70.4152	20.5807	0.1234
0.0002	43.5823	6.9220	- 0.0821	-0.0013	71.0556	21.0929	0.1315
0.0004	43.6737	6.9597	- 0.0819	-0.0013	71.6344	21.5893	0.1392
0.0005	43.7761	7.0019	- 0.0816	-0.0013	72.1505	22.0683	0.1465
0.0007	43.8972	7.0520	- 0.0812	-0.0013	72.6036	22.5288	0.1534
0.0008	44.0442	7.1129	- 0.0806	-0.0013	72.9943	22.9697	0.1598
0.0010	44.2237	7.1873	- 0.0798	-0.0013	73.3236	23.3902	0.1658
0.0011	44.4413	7.2776	- 0.0788	-0.0013	73.5933	23.7896	0.1713
0.0012	44.7020	7.3860	- 0.0776	-0.0012	73.8056	24.1674	0.1764
0.0012	45.0100	7.5143	- 0.0760	-0.0012	73.9636	24.5234	0.1810
0.0013	45.3690	7.6643	- 0.0742	-0.0011	74.0706	24.8575	0.1851
0.0013	45.7815	7.8372	- 0.0720	-0.0010	74.1304	25.1699	0.1887
0.0013	46.2496	8.0341	- 0.0694	-0.0009	74.1474	25.4608	0.1919
0.0014	46.7746	8.2559	- 0.0665	-0.0008	74.1259	25.7306	0.1948
0.0014	47.3569	8.5031	- 0.0632	-0.0007	74.0707	25.9799	0.1972
0.0013	47.9963	8.7763	- 0.0596	-0.0006	73.9866	26.2095	0.1992
0.0013	48.6920	9.0755	- 0.0555	-0.0005	73.8786	26.4200	0.2009
0.0012	49.4422	9.4005	- 0.0510	-0.0004	73.7516	26.6123	0.2023
0.0012	50.2448	9.7512	- 0.0460	-0.0004	73.6103	26.7875	0.2035
0.0011	51.0966	10.1269	- 0.0407	-0.0003	73.4595	26.9465	0.2044
0.0010	51.9943	10.5269	- 0.0349	-0.0002	73.3037	27.0902	0.2051
0.0009	52.9337	10.9503	- 0.0287	-0.0001	73.1470	27.2199	0.2056
0.0008	53.9100	11.3959	- 0.0222	-0.0000	72.9933	27.3364	0.2060
0.0007	54.9184	11.8623	- 0.0152	0.0000	72.8462	27.4409	0.2063
0.0006	55.9530	12.3481	- 0.0078	0.0001	72.7087	27.5343	0.2065
0.0004	57.0082	12.8516	- 0.0001	0.0001	72.5836	27.6177	0.2066
0.0003	58.0777	13.3710	0.0079	0.0002	72.4731	27.6920	0.2067
0.0002	59.1551	13.9043	0.0162	0.0002	72.3791	27.7582	0.2067
0.0000	60.2339	14.4494	0.0248	0.0002	72.3029	27.8172	0.2068
-0.0001	61.3075	15.0042	0.0336	0.0002	72.2452	27.8698	0.2068
-0.0003	62.3692	15.5664	0.0426	0.0002	72.2067	27.9169	0.2069
-0.0004	63.4126	16.1337	0.0517	0.0002	72.1872	27.9593	0.2069
-0.0006	64.4313	16.7038	0.0609	0.0002	72.1864	27.9979	0.2070
-0.0007	65.4194	17.2744	0.0702	0.0002	72.2035	28.0335	0.2072
-0.0008	66.3710	17.8431	0.0794	0.0002	72.2373	28.0669	0.2073
-0.0009	67.2809	18.4076	0.0886	0.0001	72.2864	28.0991	0.2075
-0.0010	68.1443	18.9657	0.0976	0.0001	72.3489	28.1309	0.2077
-0.0011	68.9568	19.5153	0.1064	0.0000	72.4230	28.1634	0.2080
-0.0012	69.7148	20.0542	0.1151	-0.0000	72.5063	28.1975	0.2083

APÊNDICE E

Algoritmo utilizado para obtenção dos resultados

```
>> L(1) = Link ([0 3.3425 0 pi/2])
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q, d=3.3425, a=0, alpha=1.5708, offset=0
```

```
>> L(2) = Link ([ 0 0 2.2 0])
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
>> L(3) = Link ([ 0 0 2.20 0])
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
>> L(4) = ([ 0 0 0 pi/2])
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
>> R = SerialLink (L);
```

```
>>
```

```
>> R.name = 'ScorbotTCC';
```

```
>> q1 = 0
```

```
q1 =
```

0

```
>> q2 = 0
```

q2 =

0

```
>> q3 = 0
```

q3 =

0

```
>> q4 = 0
```

q4 =

0

```
>> R.plot ([ q1, q2, q3, q4])
```

```
>> R.teach
```

```
>> tool = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]
```

tool =

1 0 0 0

0 1 0 0

0 0 1 0

0 0 0 1

```
>> base = [ 1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]
```

base =

```
1  0  0  0
0  1  0  0
0  0  1  0
0  0  0  1
```

```
>> syms th1 th2 th3 th4
```

```
>> R.fkine ([th1 th2 th3 th4])
```

```
[(81129638414606686663546605165575*cos(th1 + th2 + th3 +
th4))/162259276829213363391578010288128 +
(81129638414606676728031405122553*cos(th2 - th1 + th3 +
th4))/162259276829213363391578010288128, sin(th1) -
(403032377821159498335588895202304015643716683825*sin(th1 + th2 + th3 +
th4))/13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192 -
(403032377821159448978357750059338280708391237583*sin(th2 - th1 + th3 +
th4))/13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192,
(81129638414606676728031405122553*sin(th2 - th1 + th3 +
th4))/162259276829213363391578010288128 +
(81129638414606686663546605165575*sin(th1 + th2 + th3 +
th4))/162259276829213363391578010288128 +
(4967757600021511*sin(th1))/81129638414606681695789005144064,
(892426022560673444008345456348083*cos(th1 -
th2))/811296384146066816957890051440640 +
(178485204512134710659802531364265*cos(th1 + th2 +
th3))/162259276829213363391578010288128 +
(892426022560673444008345456348083*cos(th2 - th1 +
th3))/811296384146066816957890051440640 +
(178485204512134710659802531364265*cos(th1 +
th2))/162259276829213363391578010288128]
```

$$\begin{aligned}
& [(81129638414606686663546605165575*\sin(\text{th1} + \text{th2} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/162259276829213363391578010288128 - \\
& (81129638414606676728031405122553*\sin(\text{th2} - \text{th1} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/162259276829213363391578010288128, \\
& (403032377821159498335588895202304015643716683825*\cos(\text{th1} + \text{th2} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192 - \\
& \cos(\text{th1}) - (403032377821159448978357750059338280708391237583*\cos(\text{th2} - \text{th1} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192, \\
& (81129638414606676728031405122553*\cos(\text{th2} - \text{th1} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/162259276829213363391578010288128 - \\
& (4967757600021511*\cos(\text{th1}))/81129638414606681695789005144064 - \\
& (81129638414606686663546605165575*\cos(\text{th1} + \text{th2} + \text{th3} + \\
& \text{th4}))/162259276829213363391578010288128, \\
& (892426022560673444008345456348083*\sin(\text{th1} - \\
& \text{th2}))/811296384146066816957890051440640 + \\
& (178485204512134710659802531364265*\sin(\text{th1} + \text{th2} + \\
& \text{th3}))/162259276829213363391578010288128 - \\
& (892426022560673444008345456348083*\sin(\text{th2} - \text{th1} + \\
& \text{th3}))/811296384146066816957890051440640 + \\
& (178485204512134710659802531364265*\sin(\text{th1} + \\
& \text{th2}))/162259276829213363391578010288128]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\\
& \sin(\text{th2} + \text{th3} + \text{th4}), \\
& (4967757600021511*\cos(\text{th2} + \text{th3} + \text{th4}))/81129638414606681695789005144064 + \\
& 4967757600021511/81129638414606681695789005144064, \\
& 24678615572571482867467662723121/6582018229284824168619876730229402019930943 \\
& 462534319453394436096 - \cos(\text{th2} + \text{th3} + \text{th4}), \\
& (11*\sin(\text{th2} + \text{th3}))/5 + (11*\sin(\text{th2}))/5 + 1337/400]
\end{aligned}$$

[
0,
0,
0,
1]

```
>> L(3).m = 0.97917
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
>> L(2).m = 0.97917
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
>> L(4) = 0.36326
```

Unable to perform assignment because value of type 'double' is not convertible to 'Link'.

Caused by:

Error using assert

must provide params (theta d a alpha)

```
>> L(4).m = 0.36326
```

```
L =
```

```
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
```

```
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
```

```
>> L(2).I = [0.000329 0 0; 0 0.004119 0; 0 0 0.004431]
```

```
L =
```

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(3).I = [0.000329 0 0; 0 0.004119 0; 0 0 0.004431]

```

L =

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(4).I = [ 0.0000708213 0 0; 0 0.000964405 0; 0 0 0.001602316]

```

L =

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(2).r = [0.00329 0 0.005]

```

L =

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(3).r = [0.00329 0 0.005]

```

L =

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(4).r = [0.0416 0.03036 0.0412]

```

L =

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0

Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0

>> Posicao1 = [0 -43.1 -33 7.6]

Posicao1 =

0 -43.1000 -33.0000 7.6000

>> Posicao1 = Posicao1*(pi/180)

Posicao1 =

0 -0.7522 -0.5760 0.1326

>> Posicao2 = [0 27.9 -43.1 63.4]

Posicao2 =

0 27.9000 -43.1000 63.4000

>> Posicao2 = Posicao2*(pi/180)

Posicao2 =

0 0.4869 -0.7522 1.1065

>> tempo = [0 0.22 17]'

tempo =

```
0
0.2200
17.0000
```

```
>> tempo = [ 0:0.22:17]'
```

```
tempo =
```

```
0
0.2200
0.4400
0.6600
0.8800
1.1000
1.3200
1.5400
1.7600
1.9800
2.2000
2.4200
2.6400
2.8600
3.0800
3.3000
3.5200
3.7400
3.9600
4.1800
4.4000
4.6200
4.8400
5.0600
```

5.2800
5.5000
5.7200
5.9400
6.1600
6.3800
6.6000
6.8200
7.0400
7.2600
7.4800
7.7000
7.9200
8.1400
8.3600
8.5800
8.8000
9.0200
9.2400
9.4600
9.6800
9.9000
10.1200
10.3400
10.5600
10.7800
11.0000
11.2200
11.4400
11.6600
11.8800
12.1000
12.3200

12.5400
12.7600
12.9800
13.2000
13.4200
13.6400
13.8600
14.0800
14.3000
14.5200
14.7400
14.9600
15.1800
15.4000
15.6200
15.8400
16.0600
16.2800
16.5000
16.7200
16.9400

>> L(1).B = 0

L =

Revolute(std):	theta=q1	d=3.342	a=0	alpha=1.571	offset=0
Revolute(std):	theta=q2	d=0	a=2.2	alpha=0	offset=0
Revolute(std):	theta=q3	d=0	a=2.2	alpha=0	offset=0
Revolute(std):	theta=q4	d=0	a=0	alpha=1.571	offset=0

>> L(2).B = 0

L =

Revolute(std):	theta=q1	d=3.342	a=0	alpha=1.571	offset=0
----------------	----------	---------	-----	-------------	----------

```

Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(3).B = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(4).B = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(1).Tc = 0

```

```
ans =
```

```
logical
```

```
1
```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(2).Tc = 0

```

ans =

logical

1

L =

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0

Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0

>> L(3).Tc = 0

ans =

logical

1

L =

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0

Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0

>> L(4).Tc = 0

ans =

logical

1

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(1).G = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(2).G = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(3).G = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(4).G = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

```

```

Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(1).Jm = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(2).Jm = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(3).Jm = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> L(4).Jm = 0

```

```

L =
Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0
>> [x v a] = jtraj(Posicao1,Posicao2,tempo)

```

```

x =

```

0	-0.7522	-0.5760	0.1326
0	-0.7522	-0.5760	0.1327
0	-0.7520	-0.5760	0.1328
0	-0.7515	-0.5761	0.1332
0	-0.7506	-0.5762	0.1339
0	-0.7492	-0.5764	0.1351
0	-0.7470	-0.5767	0.1367
0	-0.7442	-0.5771	0.1390
0	-0.7404	-0.5776	0.1419
0	-0.7358	-0.5783	0.1456
0	-0.7301	-0.5791	0.1500
0	-0.7234	-0.5801	0.1553
0	-0.7156	-0.5812	0.1614
0	-0.7067	-0.5824	0.1684
0	-0.6966	-0.5839	0.1764
0	-0.6853	-0.5855	0.1852
0	-0.6728	-0.5873	0.1951
0	-0.6591	-0.5892	0.2058
0	-0.6443	-0.5913	0.2175
0	-0.6282	-0.5936	0.2302
0	-0.6109	-0.5961	0.2437
0	-0.5925	-0.5987	0.2582
0	-0.5729	-0.6015	0.2736
0	-0.5523	-0.6044	0.2898
0	-0.5306	-0.6075	0.3069
0	-0.5078	-0.6107	0.3247
0	-0.4842	-0.6141	0.3433
0	-0.4596	-0.6176	0.3627
0	-0.4341	-0.6212	0.3827
0	-0.4079	-0.6249	0.4033
0	-0.3809	-0.6288	0.4245
0	-0.3533	-0.6327	0.4462

0	-0.3251	-0.6367	0.4683
0	-0.2964	-0.6408	0.4909
0	-0.2672	-0.6450	0.5138
0	-0.2377	-0.6492	0.5370
0	-0.2079	-0.6534	0.5605
0	-0.1779	-0.6577	0.5841
0	-0.1477	-0.6620	0.6077
0	-0.1176	-0.6662	0.6314
0	-0.0874	-0.6705	0.6551
0	-0.0574	-0.6748	0.6787
0	-0.0276	-0.6790	0.7021
0	0.0019	-0.6832	0.7253
0	0.0311	-0.6874	0.7483
0	0.0598	-0.6915	0.7708
0	0.0880	-0.6955	0.7930
0	0.1156	-0.6994	0.8147
0	0.1426	-0.7033	0.8359
0	0.1688	-0.7070	0.8565
0	0.1943	-0.7106	0.8765
0	0.2189	-0.7141	0.8959
0	0.2426	-0.7175	0.9145
0	0.2653	-0.7207	0.9323
0	0.2870	-0.7238	0.9494
0	0.3076	-0.7267	0.9656
0	0.3272	-0.7295	0.9810
0	0.3456	-0.7321	0.9955
0	0.3629	-0.7346	1.0090
0	0.3790	-0.7369	1.0217
0	0.3939	-0.7390	1.0334
0	0.4075	-0.7409	1.0441
0	0.4200	-0.7427	1.0539
0	0.4313	-0.7443	1.0628
0	0.4414	-0.7458	1.0707

0	0.4503	-0.7470	1.0778
0	0.4581	-0.7481	1.0839
0	0.4648	-0.7491	1.0891
0	0.4705	-0.7499	1.0936
0	0.4751	-0.7506	1.0972
0	0.4789	-0.7511	1.1002
0	0.4817	-0.7515	1.1025
0	0.4839	-0.7518	1.1041
0	0.4853	-0.7520	1.1053
0	0.4863	-0.7521	1.1060
0	0.4867	-0.7522	1.1064
0	0.4869	-0.7522	1.1065
0	0.4869	-0.7522	1.1065

v =

0	0	0	0
0	0.0004	-0.0001	0.0003
0	0.0014	-0.0002	0.0011
0	0.0031	-0.0004	0.0024
0	0.0053	-0.0008	0.0042
0	0.0081	-0.0012	0.0064
0	0.0113	-0.0016	0.0089
0	0.0150	-0.0021	0.0118
0	0.0190	-0.0027	0.0149
0	0.0234	-0.0033	0.0184
0	0.0280	-0.0040	0.0220
0	0.0329	-0.0047	0.0259
0	0.0380	-0.0054	0.0299
0	0.0432	-0.0061	0.0340
0	0.0486	-0.0069	0.0382
0	0.0540	-0.0077	0.0424

0	0.0595	-0.0085	0.0467
0	0.0650	-0.0092	0.0510
0	0.0704	-0.0100	0.0553
0	0.0758	-0.0108	0.0596
0	0.0811	-0.0115	0.0638
0	0.0863	-0.0123	0.0679
0	0.0914	-0.0130	0.0718
0	0.0963	-0.0137	0.0757
0	0.1010	-0.0144	0.0794
0	0.1055	-0.0150	0.0829
0	0.1098	-0.0156	0.0863
0	0.1138	-0.0162	0.0894
0	0.1175	-0.0167	0.0924
0	0.1210	-0.0172	0.0951
0	0.1241	-0.0177	0.0975
0	0.1269	-0.0181	0.0998
0	0.1295	-0.0184	0.1017
0	0.1316	-0.0187	0.1034
0	0.1334	-0.0190	0.1049
0	0.1349	-0.0192	0.1060
0	0.1360	-0.0193	0.1069
0	0.1367	-0.0195	0.1075
0	0.1371	-0.0195	0.1078
0	0.1371	-0.0195	0.1078
0	0.1367	-0.0195	0.1075
0	0.1360	-0.0193	0.1069
0	0.1349	-0.0192	0.1060
0	0.1334	-0.0190	0.1049
0	0.1316	-0.0187	0.1034
0	0.1295	-0.0184	0.1017
0	0.1269	-0.0181	0.0998
0	0.1241	-0.0177	0.0975
0	0.1210	-0.0172	0.0951

0	0.1175	-0.0167	0.0924
0	0.1138	-0.0162	0.0894
0	0.1098	-0.0156	0.0863
0	0.1055	-0.0150	0.0829
0	0.1010	-0.0144	0.0794
0	0.0963	-0.0137	0.0757
0	0.0914	-0.0130	0.0718
0	0.0863	-0.0123	0.0679
0	0.0811	-0.0115	0.0638
0	0.0758	-0.0108	0.0596
0	0.0704	-0.0100	0.0553
0	0.0650	-0.0092	0.0510
0	0.0595	-0.0085	0.0467
0	0.0540	-0.0077	0.0424
0	0.0486	-0.0069	0.0382
0	0.0432	-0.0061	0.0340
0	0.0380	-0.0054	0.0299
0	0.0329	-0.0047	0.0259
0	0.0280	-0.0040	0.0220
0	0.0234	-0.0033	0.0184
0	0.0190	-0.0027	0.0149
0	0.0150	-0.0021	0.0118
0	0.0113	-0.0016	0.0089
0	0.0081	-0.0012	0.0064
0	0.0053	-0.0008	0.0042
0	0.0031	-0.0004	0.0024
0	0.0014	-0.0002	0.0011
0	0.0004	-0.0001	0.0003
0	0	0	0

a =

0	0	0	0
0	0.0032	-0.0005	0.0025
0	0.0062	-0.0009	0.0049
0	0.0089	-0.0013	0.0070
0	0.0114	-0.0016	0.0090
0	0.0137	-0.0019	0.0108
0	0.0157	-0.0022	0.0124
0	0.0175	-0.0025	0.0138
0	0.0191	-0.0027	0.0150
0	0.0205	-0.0029	0.0161
0	0.0217	-0.0031	0.0170
0	0.0227	-0.0032	0.0178
0	0.0235	-0.0033	0.0184
0	0.0241	-0.0034	0.0189
0	0.0245	-0.0035	0.0193
0	0.0248	-0.0035	0.0195
0	0.0249	-0.0035	0.0196
0	0.0249	-0.0035	0.0196
0	0.0247	-0.0035	0.0194
0	0.0244	-0.0035	0.0192
0	0.0239	-0.0034	0.0188
0	0.0234	-0.0033	0.0184
0	0.0227	-0.0032	0.0178
0	0.0219	-0.0031	0.0172
0	0.0209	-0.0030	0.0165
0	0.0199	-0.0028	0.0157
0	0.0188	-0.0027	0.0148
0	0.0176	-0.0025	0.0138
0	0.0164	-0.0023	0.0129
0	0.0150	-0.0021	0.0118
0	0.0136	-0.0019	0.0107
0	0.0121	-0.0017	0.0095
0	0.0106	-0.0015	0.0083

0	0.0091	-0.0013	0.0071
0	0.0075	-0.0011	0.0059
0	0.0058	-0.0008	0.0046
0	0.0042	-0.0006	0.0033
0	0.0025	-0.0004	0.0020
0	0.0008	-0.0001	0.0007
0	-0.0008	0.0001	-0.0007
0	-0.0025	0.0004	-0.0020
0	-0.0042	0.0006	-0.0033
0	-0.0058	0.0008	-0.0046
0	-0.0075	0.0011	-0.0059
0	-0.0091	0.0013	-0.0071
0	-0.0106	0.0015	-0.0083
0	-0.0121	0.0017	-0.0095
0	-0.0136	0.0019	-0.0107
0	-0.0150	0.0021	-0.0118
0	-0.0164	0.0023	-0.0129
0	-0.0176	0.0025	-0.0138
0	-0.0188	0.0027	-0.0148
0	-0.0199	0.0028	-0.0157
0	-0.0209	0.0030	-0.0165
0	-0.0219	0.0031	-0.0172
0	-0.0227	0.0032	-0.0178
0	-0.0234	0.0033	-0.0184
0	-0.0239	0.0034	-0.0188
0	-0.0244	0.0035	-0.0192
0	-0.0247	0.0035	-0.0194
0	-0.0249	0.0035	-0.0196
0	-0.0249	0.0035	-0.0196
0	-0.0248	0.0035	-0.0195
0	-0.0245	0.0035	-0.0193
0	-0.0241	0.0034	-0.0189
0	-0.0235	0.0033	-0.0184

```

0 -0.0227  0.0032 -0.0178
0 -0.0217  0.0031 -0.0170
0 -0.0205  0.0029 -0.0161
0 -0.0191  0.0027 -0.0150
0 -0.0175  0.0025 -0.0138
0 -0.0157  0.0022 -0.0124
0 -0.0137  0.0019 -0.0108
0 -0.0114  0.0016 -0.0090
0 -0.0089  0.0013 -0.0070
0 -0.0062  0.0009 -0.0049
0 -0.0032  0.0005 -0.0025
0      0 -0.0000  0.0000

```

```
>> L(1).m = 5.99583
```

```
L =
```

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0

```

```
>> L(1).r = [0.074698 0.054538 0.1]
```

```
L =
```

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q4 d=0 a=0 alpha=1.571 offset=0

```

```
>> L(1).I = [0.04527 0 0; 0 0.045806 0; 0 0 0.066904]
```

```
L =
```

```

Revolute(std): theta=q1 d=3.342 a=0 alpha=1.571 offset=0
Revolute(std): theta=q2 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0
Revolute(std): theta=q3 d=0 a=2.2 alpha=0 offset=0

```

```

Revolute(std): theta=q4 d=0      a=0      alpha=1.571      offset=0
>> torque = R.rne(x,v,a)

```

```
torque =
```

```

0.0000  43.4930  6.8853 -0.0823
0.0002  43.5823  6.9220 -0.0821
0.0004  43.6737  6.9597 -0.0819
0.0005  43.7761  7.0019 -0.0816
0.0007  43.8972  7.0520 -0.0812
0.0008  44.0442  7.1129 -0.0806
0.0010  44.2237  7.1873 -0.0798
0.0011  44.4413  7.2776 -0.0788
0.0012  44.7020  7.3860 -0.0776
0.0012  45.0100  7.5143 -0.0760
0.0013  45.3690  7.6643 -0.0742
0.0013  45.7815  7.8372 -0.0720
0.0013  46.2496  8.0341 -0.0694
0.0014  46.7746  8.2559 -0.0665
0.0014  47.3569  8.5031 -0.0632
0.0013  47.9963  8.7763 -0.0596
0.0013  48.6920  9.0755 -0.0555
0.0012  49.4422  9.4005 -0.0510
0.0012  50.2448  9.7512 -0.0460
0.0011  51.0966  10.1269 -0.0407
0.0010  51.9943  10.5269 -0.0349
0.0009  52.9337  10.9503 -0.0287
0.0008  53.9100  11.3959 -0.0222
0.0007  54.9184  11.8623 -0.0152
0.0006  55.9530  12.3481 -0.0078
0.0004  57.0082  12.8516 -0.0001
0.0003  58.0777  13.3710  0.0079
0.0002  59.1551  13.9043  0.0162

```

0.0000	60.2339	14.4494	0.0248
-0.0001	61.3075	15.0042	0.0336
-0.0003	62.3692	15.5664	0.0426
-0.0004	63.4126	16.1337	0.0517
-0.0006	64.4313	16.7038	0.0609
-0.0007	65.4194	17.2744	0.0702
-0.0008	66.3710	17.8431	0.0794
-0.0009	67.2809	18.4076	0.0886
-0.0010	68.1443	18.9657	0.0976
-0.0011	68.9568	19.5153	0.1064
-0.0012	69.7148	20.0542	0.1151
-0.0012	70.4152	20.5807	0.1234
-0.0013	71.0556	21.0929	0.1315
-0.0013	71.6344	21.5893	0.1392
-0.0013	72.1505	22.0683	0.1465
-0.0013	72.6036	22.5288	0.1534
-0.0013	72.9943	22.9697	0.1598
-0.0013	73.3236	23.3902	0.1658
-0.0013	73.5933	23.7896	0.1713
-0.0012	73.8056	24.1674	0.1764
-0.0012	73.9636	24.5234	0.1810
-0.0011	74.0706	24.8575	0.1851
-0.0010	74.1304	25.1699	0.1887
-0.0009	74.1474	25.4608	0.1919
-0.0008	74.1259	25.7306	0.1948
-0.0007	74.0707	25.9799	0.1972
-0.0006	73.9866	26.2095	0.1992
-0.0005	73.8786	26.4200	0.2009
-0.0004	73.7516	26.6123	0.2023
-0.0004	73.6103	26.7875	0.2035
-0.0003	73.4595	26.9465	0.2044
-0.0002	73.3037	27.0902	0.2051
-0.0001	73.1470	27.2199	0.2056

-0.0000	72.9933	27.3364	0.2060
0.0000	72.8462	27.4409	0.2063
0.0001	72.7087	27.5343	0.2065
0.0001	72.5836	27.6177	0.2066
0.0002	72.4731	27.6920	0.2067
0.0002	72.3791	27.7582	0.2067
0.0002	72.3029	27.8172	0.2068
0.0002	72.2452	27.8698	0.2068
0.0002	72.2067	27.9169	0.2069
0.0002	72.1872	27.9593	0.2069
0.0002	72.1864	27.9979	0.2070
0.0002	72.2035	28.0335	0.2072
0.0002	72.2373	28.0669	0.2073
0.0001	72.2864	28.0991	0.2075
0.0001	72.3489	28.1309	0.2077
0.0000	72.4230	28.1634	0.2080
-0.0000	72.5063	28.1975	0.2083

```
>> figure
>> title( "Posição x Tempo")
title( "Posição x Tempo")
  ↑
Error: String is not terminated properly.
```

```
>> title( "Posição x Tempo")
>> xlabel( "Tempo")
>> ylabel("Posição")
>> plot(tempo, x)
>> title( "Posição x Tempo")
>> xlabel( "Tempo")
>> ylabel("Posição")
>> figure
>> plot(tempo, v)
```

```
>> xlabel( "Tempo")
>> ylabel("Velocidade")
>> title( "Velocidade em função do tempo")
>> figure
>> plot(tempo, a)
>> xlabel( "Tempo")
>> ylabel("aceleração")
>> title( "Aceleração em função do Tempo")
>> figure
>> plot(tempo, torque)
>> xlabel( "Tempo")
>> ylabel( "Torque")
>> title ("Torque em função do tempo")
```