

João Paulo Manarelli Gaspar

**Otimização Robusta Aplicada à
Representação de Incertezas no Modelo de
Planejamento Energético**

Bauru

2023

João Paulo Manarelli Gaspar

Otimização Robusta Aplicada à Representação de Incertezas no Modelo de Planejamento Energético

Defesa de Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, Faculdade de Engenharia de Bauru

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru
Departamento de Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Bauru
2023

G249o Gaspar, João Paulo Manarelli
Otimização Robusta Aplicada à Representação de Incertezas no
Modelo de Planejamento Energético / João Paulo Manarelli Gaspar. --
Bauru, 2023
98 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Leonardo Nepomuceno

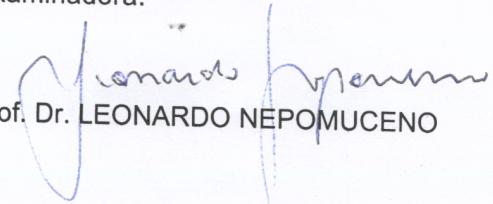
1. 1.Otimização Robusta. 2. Sistemas Hidrotérmicos. 3.
Planejamento Energético. 4. Otimização sob Incerteza. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de
Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JOÃO PAULO MANARELLI GASPAR, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 02 dias do mês de maio do ano de 2023, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JOÃO PAULO MANARELLI GASPAR, intitulada **Otimização Robusta Aplicada à Representação de Incertezas no Modelo de Planejamento Energético**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, Professor substituto TIAGO FORTI DA SILVA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Reprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

RESUMO

Este trabalho propõe um modelo de planejamento energético para sistemas hidrotérmicos baseado na otimização robusta. No modelo proposto, as incertezas nas vazões afluentes aos reservatórios do sistema são tratadas como variáveis e otimizadas dentro de uma faixa de valores denominada de conjunto de incertezas. No modelo robusto proposto, as políticas de geração e operação dos reservatórios ficam “imunizadas” contra as vazões afluentes incertas, dentro do conjunto de incerteza previamente estabelecido. Os resultados são comparados com aqueles obtidos por um modelo estocástico que adota uma abordagem de solução que utiliza o conceito de janela rolante adaptativa. Um modelo de simulação hidráulica é proposto e implementado para determinar a segurança operativa que cada modelo de otimização proporciona ao sistema em situações reais, em que as vazões afluentes são aleatórias.

Palavras-chave: Otimização Robusta, Sistemas Hidrotérmicos, Planejamento Energético, Otimização sob Incerteza.

ABSTRACT

This work proposes a medium-term hydrothermal scheduling model for hydrothermal systems based on robust optimization. In the proposed model, uncertainties in water inflows to the system's reservoirs are handled as variables and optimized within a range of values called the uncertainty set. In the proposed robust model, the generation and operation policies of the reservoirs are "immunized" against uncertain water inflows, within the previously established uncertainty set. The results are compared with those obtained by a stochastic model that adopts a solution approach that uses the adaptive rolling window concept. A hydraulic simulation model is proposed and implemented to determine the operational security level that each optimization model provides to the system in real situations, in which water inflows are random variables.

Key-words: Robust Optimization, Hydrothermal Systems, Hydrothermal Scheduling, Optimization under Uncertainty.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Tratamento de Incertezas em Problemas de Otimização	6
2.1	Conceitos Básicos	6
2.1.1	Variáveis Aleatórias	7
2.1.2	Processo Estocástico	7
2.1.3	Geração e Redução de Cenários	8
2.2	Otimização Estocástica	9
2.2.1	Problemas Estocásticos em Dois Estágios	9
2.2.2	Problemas Multiestágio	12
2.3	Otimização Robusta	13
3	O Problema de Planejamento Energético	17
3.1	Geração de Sistemas Hidrotérmicos	17
3.1.1	Geração em Usinas Termelétricas	17
3.1.2	Geração em Usinas Hidrelétricas	18
3.2	Modelo de Planejamento Energético	22
3.2.1	Nomenclatura	22
3.2.2	Modelo Determinístico	24
3.2.3	Formulação Matemática - Modelo Estocástico por Janela Rolante .	25
3.2.4	Formulação Matemática - Modelo Estocástico por Janela Rolante Adaptativa	29
4	Modelo de Planejamento Energético Robusto e Método de Solução .	32
4.1	Formulação Matemática - Modelo Robusto	32
4.2	Método de Solução Proposto	35
5	Modelo de Simulação Hidráulica de Despacho	40
6	Resultados Computacionais	44
6.1	Dados do Sistema Estudado	44
6.2	Modelo Robusto - Incertezas nas Vazões Afluentes	47
6.2.1	Avaliação da Meta de Incerteza	48
6.2.2	Avaliação detalhada para a maior meta de incerteza	54
6.3	Comparação entre as Abordagens Estocástica e Robusta	57
6.3.1	Comparação da Abordagem Robusta com Estocástica para Um Ano	58
6.3.2	Comparação da Abordagem Robusta com Estocástica para Três Anos	64
7	Conclusões	70
	Referências	71

Apêndices 73

APÊNDICE A	Cenários Utilizados para a Resolução do Modelo de Janela Rolante Adaptativa	74
APÊNDICE B	Tabelas dos Resultados Obtidos do Modelo Robusto para Diferentes Δ_k	84

1 INTRODUÇÃO

O problema de planejamento energético (PE) de sistemas hidrotérmicos tem como objetivo o cálculo de uma política de despacho de geração confiável, cuja metodologia consiste geralmente na minimização dos custos de produção de energia em um determinado horizonte de planejamento, respeitando-se os limites operacionais e físicos do sistema. Assim, utilizando-se as afluições hídricas previstas para os reservatórios, o PE obtém a programação da geração de médio prazo para as usinas hidrelétricas e termelétricas disponíveis no sistema, calculando também uma política de operação dos reservatórios que visa otimizar os custos de operação, porém mantendo-se a segurança operativa e confiabilidade do sistema.

O problema de PE possui um horizonte de planejamento que pode envolver um ou mais anos à frente, e consiste em um problema de otimização complexo que envolve diversas decisões operativas ao longo do tempo, acopladas ao longo do horizonte de planejamento, envolvendo uma relação de dependência temporal e espacial, em função do acoplamento entre os reservatórios interligados em uma mesma cascata hidráulica (PEREIRA; PINTO, 1991; SOARES; LYRA; TAVARES, 1980). Assim, para usinas acopladas em uma mesma cascata hidráulica, as vazões defluídas de usinas localizadas à montante são utilizadas como afluições para a geração de energia nas usinas imediatamente à jusante, estabelecendo-se portanto uma relação de dependência espacial e temporal.

O problema de PE também necessita estabelecer uma formulação matemática para a chamada função de produção, que estabelece uma relação física entre a produção elétrica de energia, as vazões turbinadas e as alturas de queda líquidas das usinas, as quais são naturalmente descritas como funções não lineares (CICOGNA; FILHO, 1999). Estas não linearidades naturais que ocorrem na função de produção geralmente necessitam ser tratadas de alguma forma, com técnicas de linearização, dadas as dificuldades computacionais associada à solução do PE de sistemas de grande porte. Além disso, outra dificuldade envolve o tratamento de incertezas relacionadas às vazões afluentes laterais futuras aos reservatórios das usinas, bem como as demandas futuras em cada período. Ocorre que as afluições laterais futuras estão sujeitas a incertezas consideráveis, especialmente para períodos de tempo de mais longo prazo, e necessitam, portanto, ser representadas como um processo estocástico (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), ou por meio de qualquer outra técnica de representação de incertezas (ZAMBELLI et al., 2011).

São várias as técnicas que permitem modelar as incertezas associadas às vazões afluentes Ψ_{rk} a cada reservatório $r \in R$, em cada período $k \in K$, em problemas de PE. Em (LABADIE, 2004), o autor descreve duas linhas principais para o tratamento de incertezas em problemas de PE, que envolvem as abordagens de otimização estocástica

implícita e explícita. Nas abordagens de otimização estocásticas implícitas, os aspectos estocásticos do PE são representados de forma implícita, através da adoção de um conjunto determinístico de sequências hidrológicas, as quais podem ser obtidas por meio de um conjunto de sequências de vazões históricas anteriormente obtidas ou por meio de geração sintética destas sequências. Assim, a partir deste conjunto de sequências de vazões afluentes, métodos de otimização determinísticos podem ser utilizados. Já as abordagens de otimização estocásticas explícitas são formuladas de modo a operar diretamente sobre descrições probabilísticas dos processos estocásticos envolvendo as vazões afluentes ou demandas futuras incertas.

Em (DEMBO, 1991) o autor propõe uma técnica que permite combinar as soluções obtidas a partir de cenários individuais determinísticos de modo a obter uma única decisão estocástica factível. A técnica proposta é aplicada ao problema de PE, porém as análises apresentadas se restringem a comentários teóricos, de modo que os resultados numéricos não são discutidos para sistemas hidrotérmicos. Abordagens explicitamente estocásticas para a formulação e solução do problema de PE são as mais comuns na literatura e, em geral, utilizam a programação dinâmica estocástica (STEDINGER; SULE; LOUCKS, 1984) ou a programação dinâmica estocástica dual (PEREIRA; PINTO, 1991). Entretanto, essas são abordagens que envolvem altos requisitos computacionais, de modo que sua aplicação para sistemas multi-reservatórios muito grandes requer algum tipo de simplificação. Uma maneira bastante utilizada para resolver o problema computacional associado a estas abordagens consiste em agregar os reservatórios estudados em um único reservatório equivalente aproximado. Além disso, técnicas de linearização ou aproximação de funções não lineares são utilizadas de modo a representar a função de produção. Em (DINIZ; MACEIRA, 2008) propõe-se uma técnica para a linearização da função de produção que descreve esta função por meio de um modelo linear envolvendo quatro dimensões. Esta técnica tem sido mais utilizada em modelos de planejamento de curto prazo, em que as representações das não linearidades na função de produção são mais importantes.

Em virtude da complexidade computacional dos algoritmos utilizados para a solução do PE, este problema tem sido também reformulado a partir de sua decomposição em uma cadeia de modelos de planejamento e programação de longo, médio e até curto prazo. Em (PEREIRA; PINTO, 1982), os autores propõem uma técnica que decompõe o problema de pré-despacho de geração em um conjunto de problemas de reprogramação horários, utilizando-se a decomposição de Dantzig-Wolfe. O problema de pré-despacho pode ser visto como um elo entre a operação em tempo real e o planejamento da geração. Em (PEREIRA; PINTO, 1983), os autores propõem uma técnica de decomposição de Benders para a coordenação entre modelos de planejamento de médio e longo prazos.

Para o tratamento das incertezas nas vazões afluentes futuras, algumas técnicas têm se destacado, envolvendo métodos de otimização estocástica explícita e implícita. Em (PEREIRA; PINTO, 1991), os autores utilizam uma abordagem de otimização estocástica

explícita, em que se adota uma formulação baseada na programação dinâmica estocástica dual para o tratamento das incertezas nas vazões afluentes. A programação dinâmica estocástica dual decompõe o problema de PE, de forma a minimizar os custos atuais de produção juntamente com os custos esperados futuros. Nesta abordagem, os custos esperados futuros são aproximados por meio de funções lineares por parte, sendo obtidos de forma iterativa, a partir do problema dual associado ao PE. De acordo com os autores, as funções de custos futuros são obtidas sem a necessidade de discretização do espaço de estado, reduzindo os efeitos do fenômeno de explosão combinatorial, geralmente associado à programação dinâmica estocástica. Entretanto, este modelo representa a função de produção de forma linear, com um valor de produtividade constante durante todo o horizonte de planejamento, e trabalha com o conceito de reservatório equivalente, desprezando-se a dinâmica entre os reservatórios.

Outra linha de abordagem de otimização estocástica explícita busca transformar o problema de PE estocástica de múltiplos estágios em uma sequência de problemas de otimização em dois estágios, utilizando-se abordagens do tipo “janela rolante”, em que uma sequência de subproblemas determinísticos de PE formulados em dois estágios são progressivamente resolvidos. Os horizontes destes subproblemas de PE são sucessivamente rolados para a frente, de modo a buscar uma melhor representação para a dinâmica do problema. A solução de cada subproblema em dois estágios fornece um conjunto de decisões únicas do tipo *here-and-now*, as quais são independentes dos cenários adotados, e um conjunto de soluções do tipo *wait-and-see*, uma para cada cenário. Nesta linha, os autores em (GUIGUES; SAGASTIZÁBAL, 2012) propõem uma abordagem de janela rolante que incorpora de forma explícita os riscos de déficit futuros no problema de PE. A abordagem proposta é comparada com modelos de programação dinâmica estocástica dual. Outra metodologia baseada em formulações do tipo “janela rolante” é descrita em (CHAVES, 2022), em que é proposta uma abordagem de janela rolante adaptativa, a qual melhora de forma considerável a representação da dinâmica do problema de PE.

Por outro lado, na abordagem de otimização estocástica implícita descrita em (ZAMBELLI et al., 2011), os autores propõem um esquema de controle preditivo, em que processos de simulação e otimização são integrados. Este modelo retrata de forma mais adequada as não linearidades na função de produção, e adota uma representação de reservatórios individualizados, utilizando a dinâmica entre os reservatórios. Resultados de comparação apresentados em (ZAMBELLI et al., 2011) com o modelo NEWAVE, atualmente utilizado no setor elétrico brasileiro, mostram a superioridade desta abordagem implícita.

Uma abordagem que tem sido utilizada de forma alternativa para a modelagem das incertezas em problemas de otimização sob incerteza é a otimização robusta. A teoria básica envolvendo a otimização robusta foi primeiramente descrita em 1973, no trabalho (SOYSTER, 1973). Apesar de a otimização robusta não ser tão recente, a sua utilização para

a formulação/solução em problemas estocásticos relacionados aos sistemas de potência é um campo de pesquisa relativamente novo. Enquanto as abordagens estocásticas geralmente consideram as incertezas com base em funções de distribuição probabilísticas, ou por meio de um conjunto de cenários, a otimização robusta assume que as informações dos dados incertos estão contidas em um certo conjunto de incertezas, o que torna a resolução de problemas de grande porte mais plausível do ponto de vista de requisitos computacionais. A otimização robusta tem por objetivo buscar uma solução do problema que “imunize” o sistema contra todas as possíveis realizações das incertezas, dentro dos limites do conjunto de incerteza pré-estabelecido.

Em (DASHTI et al., 2016) a otimização robusta é utilizada para a modelagem de um problema de planejamento de sistemas hidrotérmicos de médio/curto prazo (i.e. com horizonte de uma semana à frente, e discretização horária). O modelo robusto proposto é descrito em dois estágios, sendo que no primeiro são calculadas as decisões liga/desliga das unidades, e no segundo considera-se um problema de despacho hidrotérmico associado a cada cenário de vazão afluyente. O modelo de vetor autorregressivo é utilizado para representar a sazonalidade das vazões afluentes e também para construir o conjunto de incertezas para resolução do problema. Em (BERTSIMAS et al., 2013) o problema de *unit commitment* é resolvido por meio de uma abordagem de otimização robusta com uma combinação de decomposição de Benders e a técnica *outer approximation* para solucionar as dificuldades da modelagem robusta.

Neste trabalho propõe-se um novo modelo de PE de sistemas hidrotérmicos para um horizonte de planejamento de um ano, por meio de abordagem baseada na otimização robusta. A abordagem robusta tem como objetivo tratar as incertezas nas vazões afluentes do sistema hidrotérmico, de forma que se obtenha “imunidade” contra as incertezas nestas vazões, dentro de um conjunto de incertezas previamente estabelecido. Pelo fato de conferir, inerentemente à sua formulação, imunidade contras as incertezas nas vazões afluentes, o modelo robusto tem como vantagem a obtenção de uma política de geração e operação do sistema que proporciona maior segurança e confiabilidade ao sistema. Além disso, os modelos robustos necessitam de uma menor quantidade de informações relacionadas às variáveis incertas. No modelo proposto, utiliza-se apenas informações envolvendo a média de longo termo (MLT) e uma faixa de valores em torno desta média, que define, em conjunto com outras restrições, o conjunto de incerteza proposto. Esta estrutura de tomada de decisão com base no conjunto de incerteza não necessita trabalhar com conjuntos de cenários, o que faz com que sua solução seja potencialmente mais rápida em termos computacionais que as abordagens estocásticas.

Além da proposição do modelo de PE robusto, tem-se como objetivo neste trabalho comparar seus resultados com aqueles obtidos por meio do modelo de PE estocástico descrito em (CHAVES, 2022) que também foi implementado. Este modelo conforme já comentado resolve o PE por meio de uma abordagem do tipo janela rolante adaptativa,

onde o problema é dividido em sub-problemas que são resolvidos em conjunto para que se obtenha uma solução somente por decisões *here-and-now*. A abordagem de janela rolante adaptativa introduz as chamadas restrições de continuidade, que melhoram a representação da dinâmica do problema. Para uma comparação adequada dos métodos investigados, também é proposto neste trabalho um modelo de simulador hidrotérmico determinístico para o sistema hidrotérmico, o qual utiliza as decisões tomadas em cada modelo de PE como entrada para sua própria solução e que simula uma grande quantidade de situações aleatórias para as vazões afluentes, de modo a capturar possíveis infactibilidades dos modelos, dependendo dos valores da simulação.

O trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 são descritos os conceitos básicos para tratamento de incertezas nos modelos estocásticos e robusto. No Capítulo 3 os modelos de PE estocástico são definidos. No Capítulo 4 o modelo robusto proposto pelo trabalho é descrito, envolvendo sua função objetivo e restrições. No Capítulo 5 o modelo de simulador hidrotérmico proposto é descrito em detalhes. No Capítulo 6 os resultados envolvendo o modelo proposto são descritos, em que são exploradas situações mais ou menos conservadoras para o conjunto de incerteza e feita a comparação do modelo robusto com o estocástico em (CHAVES, 2022). As principais conclusões do trabalho são descritas na Capítulo 7.

2 TRATAMENTO DE INCERTEZAS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Dados incertos ocorrem de forma abundante em problemas de otimização, porém estes são os que se mostram mais complexos de serem resolvidos. Este capítulo tem como objetivo proporcionar uma melhor compreensão das incertezas, o seu impacto nas decisões calculadas por modelos de otimização e os métodos que têm sido utilizados para tratar estas incertezas em problemas de otimização. Neste capítulo, são apresentados os conceitos básicos associados a variáveis aleatórias e processos estocásticos bem como as principais abordagens que têm sido adotadas na literatura para o tratamento de incertezas, com vistas a uma melhor formulação dos problemas de planejamento energético, estudados neste trabalho.

Na Seção 2.1, são descritos os conceitos básicos relacionados às incertezas. Na Seção 2.2, são descritos os principais conceitos da otimização estocástica e como ela é estruturada. Por fim, na Seção 2.3 são descritas as principais formulações da otimização robusta e suas características.

2.1 Conceitos Básicos

Os problemas de tomada de decisão são constantes em áreas como engenharia, finanças, economia, entre diversas outras. Muitos destes podem ser descritos por meio de um problema de otimização. Os dados de um problema de otimização podem ser considerados determinísticos ou estocásticos. São considerados determinísticos quando se considera que são suficientemente precisos, de modo que não há nenhuma incerteza sobre eles, ou o nível de incerteza é desprezível. Por outro lado, os dados são considerados estocásticos quando existe um certo nível de incerteza sobre seus valores reais. Em geral, dados incertos podem ser descritos por meio de funções de probabilidade.

Quando os dados de um problema de otimização são considerados determinísticos, é possível encontrar uma solução ótima para o problema. Porém, muitas vezes, os dados do problema não são bem definidos, são incertos, (e.g. os preços de mercado em um determinado período, ou a demanda de energia de um sistema, etc.). Essa incerteza dificulta a formulação e solução dos problemas de otimização, pois os parâmetros de entrada, que deveriam ser conhecidos, passam a ser variáveis e definidos por funções de probabilidade, que necessitam ser levadas em consideração na decisão ótima calculada.

Os dados incertos podem ser descritos por suas respectivas funções de distribuição

de probabilidade. Por sua vez, estas funções de distribuição podem também ser aproximadas por meio de um conjunto discreto de cenários, os quais estão geralmente associados às respectivas probabilidades de ocorrência. De forma geral, a soma das probabilidades de ocorrência associadas a cada um dos cenários deve resultar em 1, de modo a representar todo o espaço amostral. Os dados incertos podem ser definidos a partir dos conceitos de variáveis aleatórias e de processos estocásticos, os quais são descritos a seguir.

2.1.1 Variáveis Aleatórias

Uma variável aleatória λ é normalmente representada por um conjunto de possíveis valores, ou cenários, que ela pode assumir atrelados às probabilidades associadas a tais valores. Portanto, uma variável aleatória λ pode ser representada por um conjunto de cenários $\lambda(\omega), \omega = 1, \dots, N_\Omega$, em que ω é o índice do cenário, N_Ω é a quantidade de cenários e Ω é o conjunto dos cenários. Além disso, cada realização $\lambda(\omega)$ é associada a sua probabilidade de ocorrência $\pi(\omega)$:

$$\pi(\omega) = P(\omega | \lambda = \lambda(\omega)), \text{ em que: } \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1. \quad (2.1)$$

As variáveis aleatórias também podem ser caracterizadas por seus chamados momentos estatísticos, dentre os quais se destacam a sua média (ou esperança matemática) e variância. A média e a variância associada a uma variável aleatória λ , dadas respectivamente por $\bar{\lambda}$ e σ_λ^2 , são definidas conforme descrito em (2.2) e (2.3):

$$\bar{\lambda} = \varepsilon\{\lambda\} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \lambda(\omega) \quad (2.2)$$

$$\sigma_\lambda^2 = \nu\{\lambda\} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) (\lambda(\omega) - \varepsilon\{\lambda\})^2 \quad (2.3)$$

sendo ε e ν os operadores da esperança e da variância, respectivamente.

A média $\bar{\lambda}$ se constitui no valor esperado (ou esperança) da variável aleatória. Já a variância σ_λ^2 representa uma medida de dispersão da média, a qual descreve a possibilidade de os valores associados aos cenários estarem mais próximos, ou não, da média. Pode-se ainda definir o desvio padrão σ_λ como a raiz quadrada da variância.

2.1.2 Processo Estocástico

De acordo com Birge e Louveaux (2011), um processo estocástico consiste em uma variável aleatória cujos valores são medidos ao longo do tempo. Assim, por exemplo, a vazão afluente a um reservatório de um sistema hidrotérmico no dia seguinte pode ser considerada uma variável estocástica, pois existe alguma incerteza sobre o valor desta variável no dia seguinte. Já os valores desta vazão afluente em todos os dias do ano se caracterizam como um processo estocástico.

Portanto, um processo estocástico é constituído por um conjunto de variáveis aleatórias dependentes e sequencialmente organizadas no tempo. Dado um horizonte de tempo, os processos estocásticos também podem ser representados por cenários. Dessa forma um processo estocástico pode ser representado por um vetor λ que representa os valores das variáveis aleatórias ao longo o tempo. De forma análoga ao que ocorre para as variáveis aleatórias, os processos estocásticos também podem ser representadas por cenários $\lambda(\omega), \omega = 1, \dots, N_\Omega$, em que ω é o índice do cenário, N_Ω é a quantidade de cenários e Ω é o conjunto dos cenários. Entretanto, diferentemente do que ocorre para as variáveis estocásticas, um cenário associado a um processo estocástico não é um valor real, mas um vetor de valores ordenados, em que cada elemento está associado aos valores assumidos pela variável aleatória ao longo do tempo. A cada cenário do processo estocástico, também está associada uma probabilidade de ocorrência $\pi(\omega)$, de modo que:

$$\pi(\omega) = P(\omega | \lambda = \lambda(\omega)), \text{ em que: } \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1. \quad (2.4)$$

2.1.3 Geração e Redução de Cenários

A caracterização dos processos estocásticos através de cenários é uma maneira muito conveniente para a solução dos problemas de otimização, principalmente do ponto de vista computacional. Conforme já discutido anteriormente, um cenário é uma realização única de um processo estocástico.

Para que um conjunto de cenários represente um processo aleatório da forma mais fidedigna possível, é preciso obter um número significativo de cenários, os quais sejam capazes de representar, da melhor forma possível, todas as possibilidades de realização do processo estocástico mais plausíveis e prováveis. Os cenários podem ser obtidos a partir de dados históricos previamente registrados para o processo estocástico, ou podem ser obtidos de forma sintética, por meio de métodos de geração de cenários (BIRGE; LOUVEAUX, 2011). Porém, apesar de facilitar a resolução do problemas é preciso evitar gerar uma quantidade excessiva de cenários, pois isso pode acabar tornando inviável a solução do problema de otimização com incerteza que se deseja resolver.

Para boa parte dos problemas resolvidos por otimização estocástica, a geração de cenários é uma das etapas mais importantes e complexas, especialmente quando é necessário representar nos cenários gerados complexas inter-relações espaciais e temporais das variáveis aleatórias que compõem o processo estocástico. Além disso, conforme já comentado, deve-se evitar que a quantidade de cenários gerados nesta etapa seja muito grande. Se a quantidade de cenários gerados for alta, pode-se utilizar procedimentos para a redução do número de cenários. Métodos de redução de cenários (BIRGE; LOUVEAUX, 2011) permitem diminuir sensivelmente a quantidade de cenários utilizados em problemas de otimização estocástica, sem que se perca informações e características importantes do processo estocástico que havia no conjunto de cenários original.

2.2 Otimização Estocástica

Mesmo em um ambiente em que alguns parâmetros possuem incertezas, sendo descritos por variáveis aleatórias ou por processos estocásticos, é necessário que o tomador de decisão adote um conjunto de decisões da melhor forma possível. Uma das abordagens mais utilizadas para a solução de problemas de otimização que envolvem incertezas é a otimização estocástica. Na otimização estocástica, busca-se formular um problema de otimização sob incerteza ponderando-se na função objetivo as soluções individuais obtidas para cada cenário, por meio de suas probabilidades de ocorrência associadas, de modo a atingir uma única solução que seja a melhor, de alguma forma, para todos os cenários utilizados. Assim sendo, a solução obtida pela otimização estocástica fica adequadamente pré-posicionada com relação a todos os cenários, mais não para cada cenário em particular. Desse modo, a solução obtida não é a melhor para cada cenário individual, mas é a melhor para todos os cenários.

Uma das questões fundamentais para a construção de problemas de otimização estocásticas significativos é a definição da quantidade de estágios envolvidos no processo de tomada de decisão. De acordo com Conejo, Carrión e Morales (2010), um estágio de um problema de otimização estocástico representa um ponto no tempo onde as decisões precisam ser tomadas, ou ainda um ponto em que a incerteza desaparece totalmente, ou parcialmente. Em geral, a quantidade de informação disponível para a tomada de decisão é diferente em cada estágio do problema.

Levando-se em consideração a quantidade de estágios definidos para um determinado problema de otimização estocástico, este pode ser classificado como um problema estocástico em dois estágios, descrito na Seção 2.2.1, ou um problema estocástico em múltiplos estágios, descrito na Seção 2.2.2.

2.2.1 Problemas Estocásticos em Dois Estágios

Os problemas estocásticos são definidos quando são estabelecidos basicamente dois momentos no tempo (estágios) em que se deve tomar uma decisão. Os problemas de otimização estocástica geralmente possuem mais de um estágio de decisões, devido às incertezas do problema. Existem decisões a serem tomadas que não possuem relação de dependência direta com os cenários, tais como aquelas decisões que devem ser implementadas antes de os cenários ocorrerem efetivamente. Este tipo de decisão, que deve ser tomada antes da realização efetiva de algum dos cenários é denominada de decisão *here-and-now*. Assim, estas decisões são também denominadas de independentes do cenário. Por outro lado, existem decisões que devem ser tomadas após a realização de algum dos cenários, as quais são denominadas de decisões *wait-and-see*. Estas decisões possuem uma dependência direta com os cenários do problema, sendo calculados valores de decisão *wait-and-see* específicos para cada realização dos cenários. Dessa forma estas decisões são também ditas

dependentes do cenário.

A estrutura geral de um problema de otimização estocástica em dois estágios é descrita a seguir. Para isso, suponha que exista um processo estocástico λ representado por um conjunto de cenários $\lambda(\omega), \omega = 1, \dots, N_\Omega$, e que existam dois conjuntos de decisões, representados pelos vetores $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, relacionados, respectivamente, com as decisões de primeiro e segundo estágios. As decisões dadas por $\mathbf{x}$ são do tipo *here-and-now* e devem ser tomadas antes que se conheça o valor atual do processo estocástico λ , enquanto que as decisões $\mathbf{y}$ são do tipo *wait-and-see* e são calculadas após a realização efetiva desse processo estocástico. Assim, as decisões $\mathbf{y}$ dependem das decisões já tomadas e dadas em $\mathbf{x}$ e também do cenário efetivamente realizado, e podem ser escritas da forma $\mathbf{y}(\mathbf{x}, \omega)$.

A partir desta descrição das variáveis de decisão, a referência (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010) descreve o processo de tomada de decisão a partir das seguintes etapas no tempo:

1. As decisões $\mathbf{x}$ são tomadas, antes da realização de qualquer cenário do processo estocástico λ .
2. O processo estocástico é efetivamente realizado, assumindo algum dos valores do conjunto $\omega \in \Omega$, dado por $\lambda(\omega)$.
3. As decisões $\mathbf{y}(\mathbf{x}, \omega)$ são tomadas, conhecendo-se os valores de $\mathbf{x}$ e $\lambda(\omega)$.

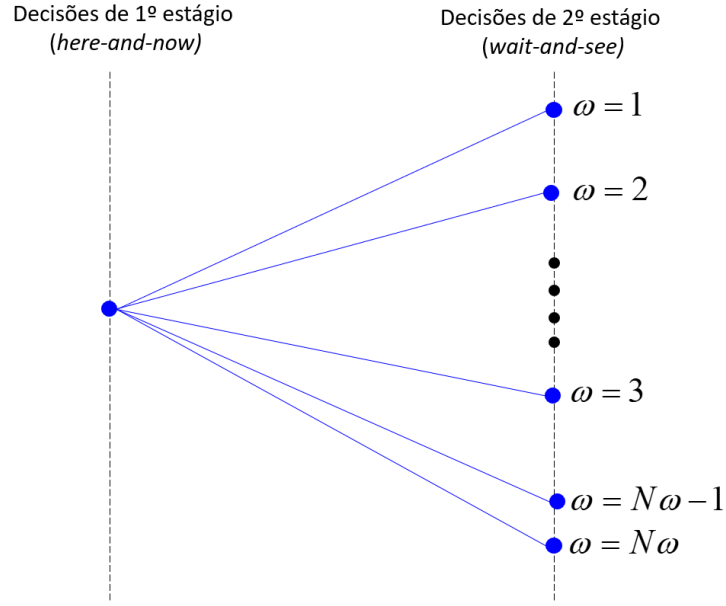
Esta estrutura geral de decisão para problemas de otimização estocástica em dois estágios pode ser melhor visualizada por meio de uma árvore de cenários, como a apresentada na Figura 2.1.

Na árvore de cenários, um nó representa um estado do problema em um instante determinado (estágio) em que as decisões são tomadas, e cada ramo representa uma alteração (transição) específica no estado do problema de um instante para o seguinte. Cada nó possui um único antecessor e pode ter vários sucessores. O primeiro nó, que fica no primeiro estágio é onde as decisões *here-and-now* são tomadas, já as folhas da árvore são onde diferentes realizações das variáveis aleatórias ocorrem, portanto os nós do segundo estágio são onde as decisões *wait-and-see* são tomadas.

Em um tipo de formulação de problemas de otimização estocástica denominada de cenário dependente (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), todas as variáveis de decisão possuem explicitamente um índice associado ao cenário, ou seja, temos que as decisões *here-and-now* são também dadas por $\mathbf{x}(\omega)$. Neste tipo de formulação, é necessário estabelecer um conjunto de restrições denominado de restrições de não antecipatividade, que garante que todas as decisões tomadas *here-and-now* no primeiro estágio sejam idênticas para todos os cenários. Estas restrições são matematicamente descritas conforme (2.5):

$$\mathbf{x}(\omega) = \mathbf{x}(\omega - 1), \forall \omega \in \Omega : \omega \neq 1. \quad (2.5)$$

Figura 2.1 – Árvore de cenários para um problema de otimização estocástico em dois estágios.



Fonte: adaptado de (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010).

É importante destacar que para que as decisões de primeiro e segundo estágio sejam ótimas, é necessário que elas sejam calculadas de forma simultânea, e não de forma sequencial, de modo que os problemas de primeiro e segundo estágio correspondam a um único problema de otimização. Como exemplo, para um problema de otimização estocástica linear, esta relação de simultaneidade é mostrada pelo problema de otimização dado em (2.6)–(2.7), respectivamente, para os dois estágios:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) R(\omega) \\
 & \text{s.a. :} \\
 & \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\
 & \quad \mathbf{x} \in X,
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

em que:

$$\begin{aligned}
 R(\omega) = & \underset{\mathbf{y}(\omega)}{\text{Min}} \quad \mathbf{d}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) \\
 & \text{s.a. :} \\
 & \quad \mathbf{M}(\omega) \mathbf{x} + \mathbf{N}(\omega) \mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega) \\
 & \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y,
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

em que $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}(\omega)$ representam as decisões de primeiro e segundo estágio, respectivamente, e os vetores $\mathbf{c}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{d}(\omega)$, $\mathbf{h}(\omega)$ e as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{M}(\omega)$, $\mathbf{N}(\omega)$ são dados de entrada do problema.

Nota-se que na função objetivo do problema (2.6) busca-se calcular uma solução para o problema de otimização que esteja pré-posicionada com relação a todos os cenários, o que é feito minimizando-se a esperança matemática (média) associada à realização de todos os cenários $\omega \in \Omega$ para os custos associados ao segundo estágio $R(\omega)$. O subproblema

de segundo estágio dado em (2.7) é denominado de problema recursivo, ou problema de recurso.

Mostra-se em (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), que sob condições bastante gerais, o problema (2.6)–(2.7) pode ser reescrito de forma equivalente, conforme (2.8), o qual é denominado de problema determinístico equivalente:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}, \mathbf{y}(\omega)}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \mathbf{d}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) \\
 & \text{s.a :} \\
 & \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\
 & \quad \mathbf{M}(\omega) \mathbf{x} + \mathbf{N}(\omega) \mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \forall \omega \in \Omega \\
 & \quad \mathbf{x} \in X, \mathbf{y}(\omega) \in Y, \forall \omega \in \Omega.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

2.2.2 Problemas Multiestágio

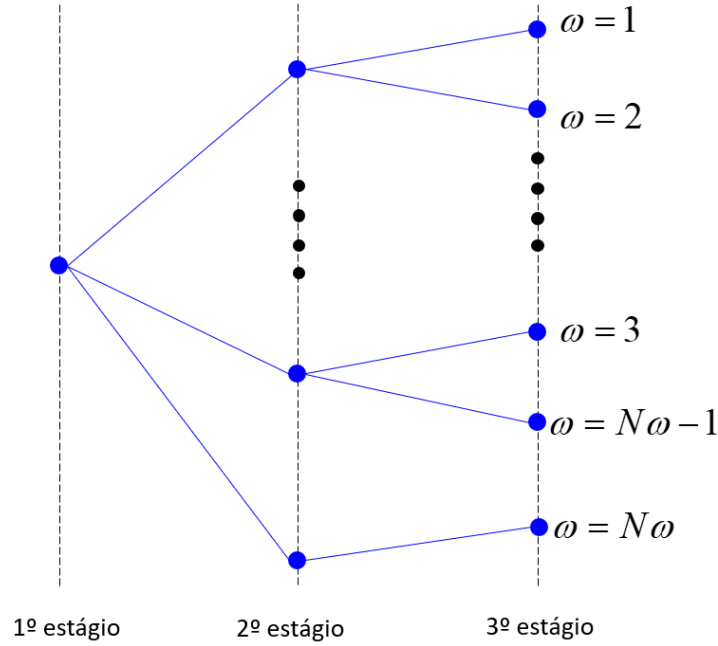
Problemas multiestágio ocorrem quando existem mais de dois momentos de tomada de decisão para a resolução do problema. De modo análogo ao discutido para o problema de dois estágios, a estrutura de um problema de otimização estocástica de três estágios é descrita da seguinte forma:

1. As decisões $\mathbf{x}^1$ são tomadas para o primeiro estágio, antes da realização de qualquer cenário do processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}^1$.
2. O processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}^1$ é efetivamente realizado, assumindo algum dos valores do conjunto $\omega^1 \in \Omega^1$, dado por $\boldsymbol{\lambda}^1(\omega^1)$.
3. As decisões $\mathbf{x}^2(\mathbf{x}^1, \boldsymbol{\lambda}^1)$ são tomadas para o segundo estágio, antes da realização de qualquer cenário do processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}^2$ mas com conhecimento das informações de $(\mathbf{x}^1, \boldsymbol{\lambda}^1)$.
4. O processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}^2$ é efetivamente realizado, assumindo algum dos valores do conjunto $\omega^2 \in \Omega^2$, dado por $\boldsymbol{\lambda}^2(\omega^2)$.
5. As decisões $\mathbf{x}^3(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \boldsymbol{\lambda}^1, \boldsymbol{\lambda}^2)$ são tomadas para o terceiro estágio, com conhecimento das informações de $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \boldsymbol{\lambda}^1, \boldsymbol{\lambda}^2)$.

A estrutura em três estágios descrita acima pode ser generalizada para uma estrutura de tomada de decisão envolvendo uma quantidade qualquer de estágios. Para o exemplo de três estágios, descrito acima, a Figura 2.2 traz uma descrição da árvore de cenários associada.

Da mesma forma que para os problemas em dois estágios, os nós associados ao problema de otimização estocástica de múltiplos estágios representam as possíveis decisões a serem tomadas e os ramos representam as diferentes realizações das variáveis aleatórias entre um estágio e o seguinte. No primeiro nó, são tomadas as decisões *here-and-now*.

Figura 2.2 – Árvore de cenários para um problema bi-estágio.



Fonte: adaptado de (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010).

Já as decisões tomadas no segundo estágio são consideradas *wait-and-see* em relação ao primeiro estágio, porém são consideradas *here-and-now* para os estágios seguintes, pois apesar de ter dependência com os cenários, esta é independente das realizações futuras da tomada de decisão.

Como é possível verificar na Figura 2.2, os cenários $\omega = 1$ e $\omega = 2$ partem do mesmo nó do segundo estágio e têm características idênticas até o segundo estágio. Portanto, para a descrição deste tipo de relação em uma formulação do tipo cenário variável, é necessário estabelecer restrições de não antecipatividade, de modo que não se obtenha situações incoerentes de tomada de decisão e também de modo a garantir que se as realizações de um processo estocástico são iguais até o estágio k então os valores das variáveis de decisão também devem ser iguais até o estágio k .

2.3 Otimização Robusta

Para analisarmos a técnica de otimização robusta, suponha um problema de otimização linear dado em (2.9) (a generalização para problemas de otimização não linear também é possível) em que as decisões são dadas por $\mathbf{x} \in R^n$ e os parâmetros $\mathbf{c} \in R^n$, $\mathbf{b} \in R^m$ e $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ estão sujeitos a incertezas, de modo a pertencer a um determinado conjunto de incertezas $\mathcal{U}$, previamente definido, resultando que $(\mathbf{c}, \mathbf{b}, \mathbf{A}) \in \mathcal{U}$, como mostrado no problema.

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
& \text{s.a :} \quad \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\
& \quad (\mathbf{c}, \mathbf{b}, \mathbf{A}) \in \mathcal{U}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Conforme discutido em (GORISSEN; YANIKOGLU; HERTOOG, 2015), a abordagem de otimização robusta tem como base as seguintes premissas:

- Todas as decisões $\mathbf{x} \in R^n$ são do tipo *here-and-now* (i.e. elas devem ter valores numéricos específicos dados pela solução do problema de otimização, antes que os valores incertos sejam conhecidos).
- O decisor é responsável pelas decisões tomadas somente quando os dados incertos estiverem dentro do conjunto de incerteza pré-especificado.
- As restrições dos problemas incertos são do tipo *hard*, i.e. o decisor não deve tolerar violações nas restrições quando os dados incertos estiverem dentro do conjunto de incerteza pré-especificado.

Se os valores de $\mathbf{c} \in R^n$ e $\mathbf{b} \in R^m$ forem determinísticos, de modo que as incertezas ocorram somente na matriz $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$, define-se o problema de otimização denominado de contraparte robusta, dado conforme (2.10):

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
& \text{s.a :} \quad \mathbf{A}(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\
& \quad \forall \boldsymbol{\xi} \in \mathcal{Z},
\end{aligned} \tag{2.10}$$

em que $\mathcal{Z} \subset R^L$ é denominado conjunto de incerteza primitivo, o qual deve ser previamente especificado. Diz-se que uma solução é robusta factível se satisfaz as restrições $\mathbf{A}(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ para todas as realizações de $\boldsymbol{\xi} \in \mathcal{Z}$.

Por simplicidade, é possível trabalhar sobre uma única restrição de desigualdade de (2.10), conforme mostrado em (2.11):

$$(\mathbf{a} + \mathbf{P}\boldsymbol{\xi})^T \mathbf{x} \leq d, \forall \boldsymbol{\xi} \in \mathcal{Z}. \tag{2.11}$$

No lado esquerdo de (2.11), descreve-se uma única restrição de desigualdade de (2.10) por meio de uma função afim do parâmetro de incerteza primitivo $\boldsymbol{\xi} \in \mathcal{Z}$, em que $\mathbf{a} \in R^n$ e $\mathbf{P} \in R^{n \times L}$.

O problema de contraparte robusta, dado em (2.11) contém infinitas restrições, em razão do operador $\forall$, o que implica que não é matematicamente tratável na forma descrita em (2.11). Existem na literatura duas formas de lidar com este problema, de modo a eliminar o operador $\forall$ do problema: (i) Aplicar técnicas de reformulação robusta para problema de modo a excluir o operador; (ii) Aplicar as chamadas abordagens adversárias

(GORISSEN; YANIKOGLU; HERTOOG, 2015). Neste trabalho, utiliza-se a abordagem (i), a qual será discutida a seguir. Detalhes sobre a segunda abordagem são fornecidos em (GORISSEN; YANIKOGLU; HERTOOG, 2015).

A abordagem (i) constitui a grande maioria das abordagens utilizados na prática para a solução de problemas de contraparte robusta, sendo também utilizada neste trabalho, e pode ser melhor descrita em três passos. Antes, porém, para uma melhor descrição da abordagem, suponha, sem perda de generalidade, que o conjunto incerteza seja definido na forma de um poliedro (outras possíveis representações envolvem elipsoides, cones convexos, etc.), como em (2.12):

$$\mathcal{Z} = \{\boldsymbol{\xi} : \mathbf{D}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{q} \geq 0\}, \quad (2.12)$$

em que $\mathbf{D} \in R^{p \times L}$ e $\mathbf{q} \in R^p$

- **Passo 1 - Reformulação a partir do Pior Caso**

O problema é reformulado com base na obtenção do pior caso possível associado à variável incerta, dentro dos limites estabelecidos para o conjunto de incerteza. Para problema (2.11), neste passo este problema é reformulado conforme mostrado em (2.13):

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} + \max_{\boldsymbol{\xi} : \mathbf{D}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{q} \geq 0} (\mathbf{P}^T \mathbf{x})^T \boldsymbol{\xi} \leq d \quad (2.13)$$

- **Passo 2 - Dualização**

Reescreve-se o problema de maximização interno em (2.13) por meio de seu problema dual. Pelo teorema da dualidade forte, os problema possuem o mesmo valor de função objetivo. Reescrevendo-se o problema (2.13) a partir do seu problema dual, chega-se a (2.14):

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} + \min_{\mathbf{w}} (\mathbf{q}^T \mathbf{w} : \mathbf{D}\mathbf{w} = -\mathbf{P}^T \mathbf{x}, \mathbf{w} \geq 0) \leq d \quad (2.14)$$

- **Passo 3 - Contraparte Robusta**

É importante destacar que se pode omitir o termo de minimização em (2.14), já que é suficiente que a restrição se sustente para pelo menos um $\mathbf{w}$. Desta forma, a formulação final para a contraparte robusta é dada em (2.15):

$$\exists \mathbf{w} : \quad \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{q}^T \mathbf{w} \leq d, \quad \mathbf{D}\mathbf{w} = -\mathbf{P}^T \mathbf{x}, \quad \mathbf{w} \geq 0 \quad (2.15)$$

Como na otimização robusta um dos objetivos é obter certa “imunidade” contra as incertezas o conjunto de incertezas se torna fundamental para definir quais serão os

valores considerados para as incertezas e assim definir o balanceamento entre robustez e valor da função objetivo obtida.

O conjunto de incertezas mais simples é o conhecido como “caixa”, pois ele contém todas as possíveis realizações para cada componente das incertezas, sendo assim a escolha mais robusta que garante a imunidade para todos os casos possíveis. Apesar disso há apenas uma pequena chance de todos os parâmetros incertos realmente ocorrerem como seus piores valores em um caso real. Isso leva ao desenvolvimento de outros conjuntos de incertezas menores que ainda assim garantem a imunidade para a grande parte dos casos.

O conjunto de incertezas tratado neste trabalho é baseado em (BERTSIMAS et al., 2013), o qual é definido a partir da média de longo termo das vazões afluentes e admitindo-se uma certa variação em torno delas. Além disso este conjunto possui a chamada meta de incerteza que varia e faz com que seja possível aumentar ou diminuir o tamanho do conjunto de incerteza, de modo que a robustez do modelo se torna mais adaptável.

O problema que é tratado neste trabalho sendo resolvido por otimização robusta é o problema de planejamento energético, o qual será discutido mais profundamente no capítulo a seguir.

3 O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

O problema de planejamento energético (PE) tem como objetivo a definição de uma política de operação dos reservatórios bem como o despacho de geração para um sistema hidrotérmico, que minimiza os custos de produção considerando um horizonte de planejamento que pode envolver de um a vários anos à frente, e respeitando as restrições físicas e operativas do sistema.

O problema de PE de sistemas hidrotérmicos possui incertezas inerentes associadas às demandas futuras e às vazões afluentes futuras, as quais precisam ser tratadas por meio de alguma técnica de otimização. Neste trabalho, propõe-se o tratamento das incertezas nas vazões afluentes por meio da otimização robusta. A abordagem robusta proposta, descrita no capítulo seguinte, é comparada a uma abordagem de solução de problemas de otimização estocástica descrita em (CHAVES, 2022), e denominada de janela rolante adaptativa, a qual é sintetizada neste capítulo.

Neste capítulo são descritos na Seção 3.1 os conceitos básicos relacionados aos processo de produção de energia em sistemas hidrotérmicos de geração, sendo mais detalhados os processos de geração de usinas hidrelétricas. Na Seção 3.2 é definido o modelo de PE determinístico, bem como o modelo de PE estocástico com janela rolante adaptativa, o qual será utilizado para fins de comparações com o modelo proposto.

3.1 Geração de Sistemas Hidrotérmicos

Nas subseções seguintes são tratados os conceitos básicos relativos a geração hidrotérmica e como serão tratados no problema proposto.

3.1.1 Geração em Usinas Termelétricas

A fonte de energia mais utilizada mundialmente, apesar de não representar a principal parcela da geração brasileira, é a geração termelétrica. Nas usinas termelétricas a geração de energia elétrica é obtida através da conversão de energia térmica em elétrica, por meio da queima de algum combustível.

Para modelagem da geração termelétrica podem ser levadas em conta características como limites de potência de cada unidade geradora, rampas de partida, subida, parada e descida e tempos mínimos de operação e desligamento das unidades. Porém, como o modelo de PE discretiza o horizonte de planejamento com base em semanas, só é necessário representar as restrições de limite de potência.

3.1.2 Geração em Usinas Hidrelétricas

Uma usina hidrelétrica é composta essencialmente por uma barragem, um sistema de adução de água, casa de força e vertedouro, conforme a Figura 3.2. A barragem tem como objetivo impedir o curso natural do rio e acumular água no reservatório. Com o acúmulo de água na represa são formados os desníveis necessários para acúmulo de energia potencial hidráulica além de permitir a regularização das vazões do rio para um melhor aproveitamento elétrico ao longo do ano. A adução ocorre através de dutos que possuem a função de transportar a água até a casa de máquinas, onde será gerada a energia elétrica através da transformação da energia cinética da água que faz as turbinas girarem. As turbinas são formadas por pás ligadas a um eixo conectado a um gerador elétrico. Após sua passagem pelos canais de adução, a água retorna ao leito natural do rio. O vertedouro permite a saída de água sem a geração de energia, e é utilizado principalmente para controle de cheias. Usinas que não possuem reservatório para regularização são chamadas de usinas a fio d'água e operam somente com a vazão afluyente.

Figura 3.1 – Diagrama esquemático de uma usina hidrelétrica.

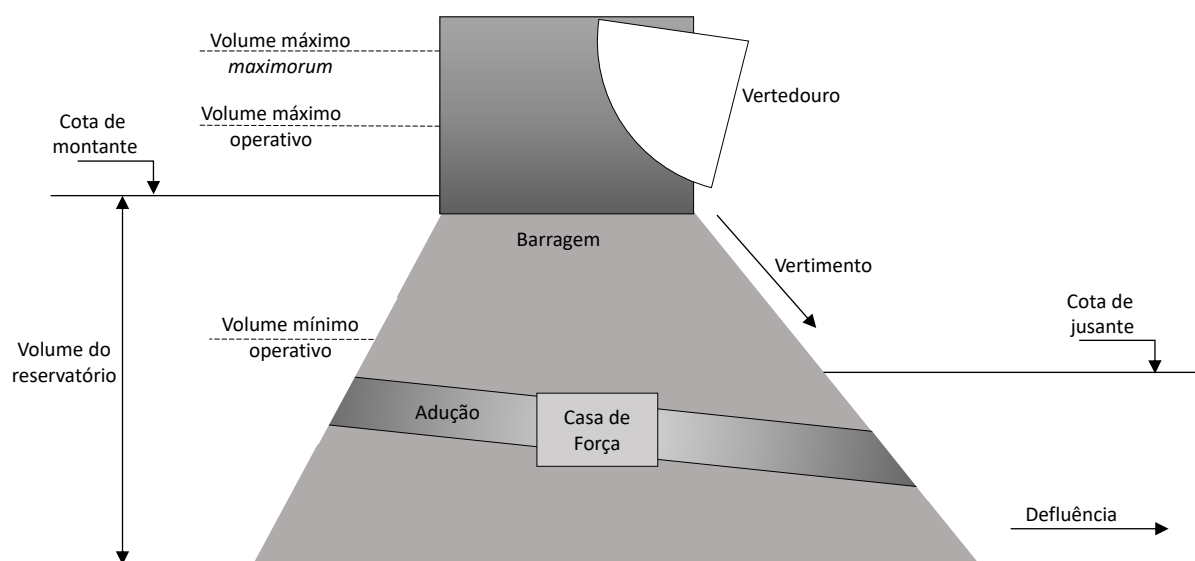


Figura 3.2 – Fonte: Adaptado de (CICOGNA; FILHO, 1999).

A seguir, encontra-se uma descrição das variáveis envolvidas no processo de produção de energia de uma usina hidrelétrica:

- Volume do reservatório: Volume da água armazenada no reservatório [hm^3].
- Volume máximo operativo: Quantidade máxima do volume do reservatório em condições normais de operação [hm^3].
- Volume mínimo operativo: Quantidade mínima do volume do reservatório em condições normais de operação [hm^3].
- Volume máximo *maximorum*: Quantidade máxima do volume do reservatório sem comprometer a barragem [hm^3].
- Defluência: Vazão total descarregada pela usina [m^3/s].
- Engolimento: Vazão turbinada pela casa de máquinas [m^3/s].
- Vertimento: Vazão descarregada pelo vertedouro [m^3/s].
- Cota de montante: Cota do reservatório em relação a uma referência (função do volume) [m].
- Cota de jusante: Cota do canal de fuga em relação a uma referência (função da defluência) [m].

A afluência é a vazão que chega ao reservatório através do rio, que pode ser considerada determinística se existir uma usina a jusante, e da área de drenagem da bacia hidrográfica que é estocástica, chamada de vazão lateral.

A defluência, u é a vazão total que sai da usina, sendo esta definida pela soma do engolimento, q , e do vertimento, s :

$$u = q + s. \quad (3.1)$$

O engolimento é dado pela soma das vazões de cada unidade geradora da usina:

$$q = \sum_{i=1}^{n_{\text{unidades}}} q_i, \quad (3.2)$$

em que n_{unidades} é o número de unidades geradoras da usina e q_i é o engolimento da unidade i .

As cotas de montante, z^F definida em (3.3), e jusante, z^T definida em (3.4), são representados por polinômios de até quarto grau e definidas em função do volume do reservatório e da defluência da usina, respectivamente.

$$z^F(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 + \alpha_4 x^4, \quad (3.3)$$

$$z^T(u) = \beta_0 + \beta_1 u + \beta_2 u^2 + \beta_3 u^3 + \beta_4 u^4, \quad (3.4)$$

em que x é o volume do reservatório da usina, u é a defluência total da usina, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ e β_4 são constantes.

A partir das cotas de montante e jusante podem ser definidas a altura de queda bruta, h^{gross} , e a altura de queda líquida, h^{net} , conforme (3.5) e (3.6), respectivamente:

$$h^{gross}(x, u) = z^F(x) - z^T(u), \quad (3.5)$$

$$h^{net}(x, u) = z^F(x) - z^T(u) - h^{loss}. \quad (3.6)$$

Pode-se notar que a altura de queda bruta é obtida pela diferença entre as cotas de montante e jusante, na equação (3.5). Já na altura de queda líquida, equação (3.6), podemos notar que além da diferença entre as cotas de montante jusante subtrai-se a altura equivalente de perdas, h^{loss} , geralmente calculada por meio da expressão (3.7):

$$h^{loss}(q_{unit}) = K^H q_{unit}^2, \quad (3.7)$$

em que K^H é a constante de perda hidráulica das unidades geradoras da usina e q_{unit} é o engolimento da unidade geradora da usina.

A potência máxima e o engolimento máximo de uma unidade geradora hidrelétrica nem sempre são dados por seus valores efetivos. Em geral, estes valores de potência e engolimento dependem da altura de queda líquida. A Figura 3.3 ilustra as curvas de potência e engolimento máximo. Pode-se notar que para valores de altura de queda menores que o efetivo a potência fica limitada pela turbina, uma vez que a potência mecânica da turbina é menor que a potência necessária para o gerador alcançar sua potência efetiva. Porém, nota-se que para valores de queda líquida maiores que a queda efetiva, a turbina é capaz de transferir potências maiores que o gerador é capaz de suportar, fazendo com que os distribuidores da turbina sejam parcialmente fechados e, assim, reduzindo seu engolimento máximo disponível.

As funções que representam as curvas da Figura 3.3 de forma simplificada são dadas em (3.8) e (3.11):

$$\bar{q}_{unit}(h^{net}) = Q_{unit}^{ef} \left(\frac{h^{net}}{H^{ef}} \right)^\alpha, \quad (3.8)$$

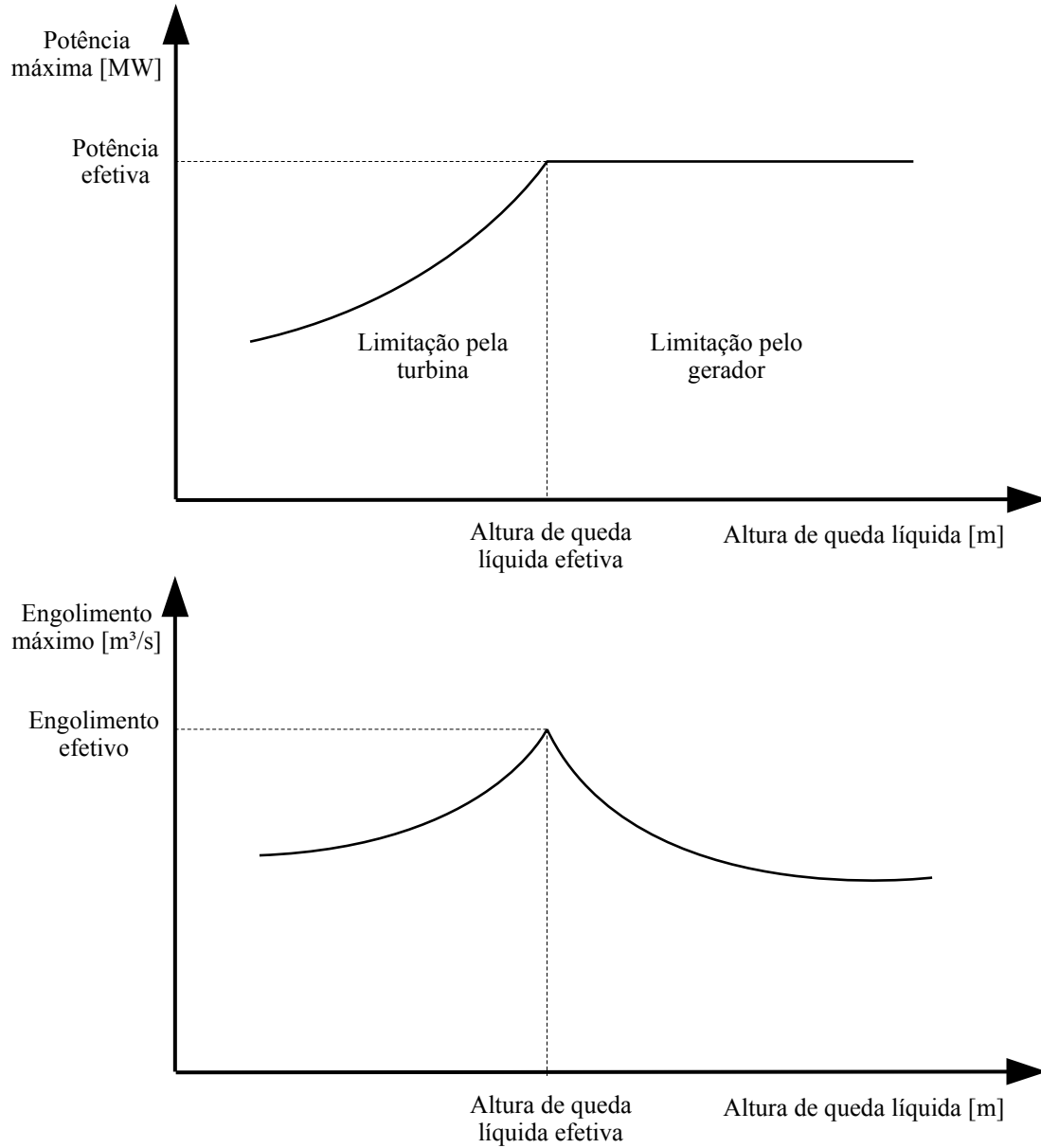
em que h^{net} é a altura de queda líquida, Q_{unit}^{ef} é o engolimento da unidade geradora efetivo, H^{ef} é a altura de queda líquida efetiva e o expoente α é diferente para cada tipo de turbina (Francis, Kaplan e Pelton) e é dado por:

$$\alpha = \begin{cases} 0,5, & \text{se } h^{net} < H^{ef} \text{ (Francis ou Pelton)} \\ 0,2, & \text{se } h^{net} < H^{ef} \text{ (Kaplan)} \\ -1, & \text{se } h^{net} \geq H^{ef} \end{cases}. \quad (3.9)$$

O engolimento máximo total da usina é dado por:

$$\bar{q} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i \bar{q}_{unit_i}, \quad (3.10)$$

Figura 3.3 – Representação das curvas de potência e engolimento máximos.



Fonte: adaptado de (PEREIRA, 2017).

em que $\bar{q}_{\text{unit}_i}$ é o engolimento máximo da unidade geradora, N_C é o número de conjuntos de unidades geradoras da usina e N_i é o número de unidades do conjunto i .

Analogamente, a potência máxima de uma unidade geradora pode ser aproximada por:

$$\bar{p}_{\text{unit}}(h^{\text{net}}) = P_{\text{unit}}^{\text{ef}} \left(\frac{h^{\text{net}}}{H^{\text{ef}}} \right)^{\beta}, \quad (3.11)$$

em que $\beta = \alpha + 1$ para todos os tipos de turbina e $P_{\text{unit}}^{\text{ef}}$ é a potência efetiva da unidade geradora.

Nota-se que, caso $h^{\text{net}} \geq H^{\text{ef}}$, ter-se-á $\alpha = -1$ e $\beta = -1 + 1 \Leftrightarrow \beta = 0$, fazendo com que a potência mantenha-se constante em $\bar{p}_{\text{unit}} = P_{\text{unit}}^{\text{ef}}$.

Finalmente, a potência máxima da usina será dada por:

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i \bar{p}_{\text{unit}_i} \quad (3.12)$$

A função de produção hidráulica de uma usina é a expressão matemática que relaciona a potência elétrica obtida no processo de geração (saída de potência) com a vazão turbinada pela usina (entrada de água) (CICO GNA; FILHO, 1999). A função de produção hidráulica é dada por:

$$p_{\text{unit}}(h^{\text{net}}, q_{\text{unit}}) = k\eta h^{\text{net}} q_{\text{unit}}, \quad (3.13)$$

em que k é a produtibilidade da usina.

Nota-se que a função de produção (3.13) depende da altura de queda líquida, sendo que esta depende do volume e defluência da usina e engolimento das unidades. Isso faz com que exista uma interdependência entre a operação de cada unidade pois o volume do reservatório, as alturas de queda e a defluência são fatores comuns a todas as unidades.

Como os modelos utilizados neste trabalho discretizam o tempo em semanas, variações entre semanas da altura de queda líquida acabam se tornando uma média, portanto para este trabalho foi utilizada uma altura de queda líquida média constante. Esta é uma prática de modelagem também utilizada no modelo de planejamento de longo prazo do setor elétrico brasileiro.

3.2 Modelo de Planejamento Energético

Nesta seção são definidos os modelos determinístico e estocástico para resolução do PE, neles são detalhadas as funções objetivo e restrições.

3.2.1 Nomenclatura

Conjuntos

Ω	Cenários de vazões afluentes;
F_r	Usinas hidrelétricas à montante da usina r ;
H	Unidades geradoras hidrelétricas;
I	Unidades geradoras termelétricas e hidrelétricas;
J_r	Usinas hidrelétricas à jusante da usina r ;
K	Períodos para o problema de otimização;
M	Subproblemas de otimização;

R	Usinas hidrelétricas;
T	Unidades geradoras termelétricas.
U_r	Unidades geradoras hidrelétricas vinculadas à usina r .

Parâmetros

Γ	Constante para a conversão de vazão em m^3/s para volume em hm^3 . Para discretização em semanas, tem-se $\Gamma = 0.6048$.
π_ω	Probabilidade de ocorrência de cada cenário ω .
Ψ_{rk}	Vazão afluyente à usina r no período k .
A_t, B_t, C_t	Parâmetros da curva de custo de combustíveis da unidade termelétrica t .
H_h^A	Altura de queda efetiva da unidade geradora hidrelétrica h .
$ K $	Cardinal do conjunto de períodos K .
k_h	Produtibilidade da unidade geradora hidrelétrica h .
P_k^D	Demanda total no período k .
P_h^{Hmin}, P_h^{Hmax}	Potências mínima e máxima geradas pela unidade hidrelétrica h , respectivamente [MW].
P_t^{Tmin}, P_t^{Tmax}	Potências mínima e máxima geradas pela unidade termelétrica t , respectivamente [MW].
Q_h^{min}, Q_h^{max}	Vazões turbinadas mínima e máxima da unidade hidrelétrica h , respectivamente [m^3/s].
S_r^{min}	Vertimento mínimo da usina r [m^3/s].
V_r	Volume inicial da usina r [hm^3].
V_r^{goal}	Meta de volume final da usina r [hm^3].
V_r^{min}, V_r^{max}	Volumes mínimo e máximo da usina r , respectivamente [hm^3].

Variáveis

p_{hk}^H	Potência gerada pela unidade hidrelétrica h no período k [MW].
p_{tk}^T	Potência gerada pela unidade termelétrica t no período k [MW].
q_{hk}	Vazão turbinada pela unidade h no período k [m^3/s].

s_{rk}	Vertimento da usina r no período k [m ³ /s].
u_{rk}	Defluência da usina r no período k [m ³ /s].
v_{rk}	Volume da usina r no período k [hm ³].

3.2.2 Modelo Determinístico

No contexto de sistemas hidrotérmicos com regulação econômica na geração (contexto anterior aos mercados de eletricidade), o objetivo do problema de planejamento energético consiste na minimização do custo de combustíveis da geração das usinas termelétricas, conforme mostrado em (3.14):

$$\text{Min} \quad \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} A_t (p_{tk}^T)^2 + B_t p_{tk}^T + C_t \quad (3.14)$$

Na modelagem determinística, as incertezas nas vazões afluentes são desprezadas, de modo que estes parâmetros são tratados como constantes e dados, por exemplo, por sua média de longo termo (MLT).

Uma restrição fundamental para o problema de planejamento energético consiste no atendimento da demanda em cada período deste problema, conforme mostrado em (3.15):

$$\sum_{t \in T} p_{tk}^T + \sum_{h \in H} p_{hk}^H = P_k^D, \forall k \in K. \quad (3.15)$$

As restrições associadas aos limites operacionais em variáveis do problema são descritas em (3.16)–(3.21):

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (3.16)$$

$$P_t^{Tmin} \leq p_{tk}^T \leq P_t^{Tmax}, \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (3.17)$$

$$V_r^{min} \leq v_{rk} \leq V_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (3.18)$$

$$Q_h^{min} \leq q_{hk} \leq Q_h^{max}, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (3.19)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (3.20)$$

$$S_r^{min} \leq s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (3.21)$$

Além disso, a vazão defluente é definida como a somatória das vazões turbinadas por cada reservatório e as vazões vertidas, conforme mostrado em (3.22)

$$u_{rk} = \sum_{h \in U_r} q_{hk} + s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (3.22)$$

Para que as usinas não utilizem de forma não coordenada todos os seus recursos hídricos no período de planejamento, é comum estabelecer alguma forma de coordenação

com horizontes de planejamento de mais longo prazo. Isso pode ser feito por meio de restrições de metas de volume final para cada usina, conforme mostrado em:

$$v_{r|K|} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R. \quad (3.23)$$

A função de produção hidráulica relaciona a entrada de vazão turbinada em cada unidade com a saída de geração de potência ativa nas unidades, conforme mostrado em (3.24):

$$p_{hk}^H = k_h H_h^A q_{hk}, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (3.24)$$

Outra restrição fundamental para o problema de planejamento energético consiste no balanço de massa de água, que estabelece a dinâmica entre os reservatórios, conforme mostrado em (3.25) e (3.26):

$$v_{rk} = v_{r(k-1)} + \Gamma \left(\Psi_{rk} + \sum_{f \in F_r} u_{fk} - u_{rk} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k \neq 1 \quad (3.25)$$

$$v_{r1} = V_r + \Gamma \left(\Psi_{r1} + \sum_{f \in F_r} u_{f1} - u_{r1} \right), \forall r \in R \quad (3.26)$$

Assim, o modelo de planejamento energético determinístico completo é mostrado de (3.14)–(3.26). Este modelo calcula as potências despachadas em cada usina para cada período de tempo (despacho de geração), bem como as variáveis relacionadas à operação hidráulica, representadas pela vazão turbinada, vertida e volumes dos reservatórios de cada usina em cada período de tempo (despacho hidráulico).

3.2.3 Formulação Matemática - Modelo Estocástico por Janela Rolante

Em um modelo estocástico, as incertezas nas vazões afluentes Ψ_{rk} são modeladas por meio de cenários viáveis de vazões afluentes. Assim, ao invés de se utilizar um valor médio e determinístico para as vazões afluentes, utilizam-se vários cenários plausíveis $\omega \in \Omega$. Assim, passa-se a ter um conjunto de variáveis de decisão de despacho de geração e hidráulico para cada cenário. Isso é matematicamente descrito pela adoção de um índice ω adicional para cada uma das variáveis de decisão do problema, de modo que tais variáveis ficam conforme mostrado em (3.27). Este tipo de formulação em que cada variável é diretamente dependente do cenário, é denominado de formulação cenário variável (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010):

$$\begin{aligned} p_{hk\omega}^H, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\ p_{tk\omega}^T, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\ v_{rk\omega}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\ s_{rk\omega}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\ q_{hk\omega}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Além disso, ao invés de otimizar uma função objetivo determinística, busca-se otimizar a esperança matemática desta função, conforme mostrado em (3.28):

$$\text{Min}_{\Psi_{rk}} \mathcal{E} \left(\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} A_t (p_{tk\omega}^T)^2 + B_t p_{tk\omega}^T + C_t \right), \quad (3.28)$$

em que $\mathcal{E}_{\Psi_{rk}}(.)$ representa a esperança matemática de uma determinada função com relação às incertezas nas vazões afluentes Ψ_{rk} .

Na formulação cenário variável, obtém-se um conjunto de decisões para cada cenário e cada período. Assim, uma questão importante é qual dessas decisões (que cenário) o operador deve escolher em cada período, já que ele dispõe de várias decisões. No trabalho proposto em (CHAVES, 2022), esta questão é resolvida por meio da técnica denominada de Janela Rolante Adaptativa (JRA), porém para entender seu funcionamento é preciso antes compreender a técnica de Janela Rolante (JR).

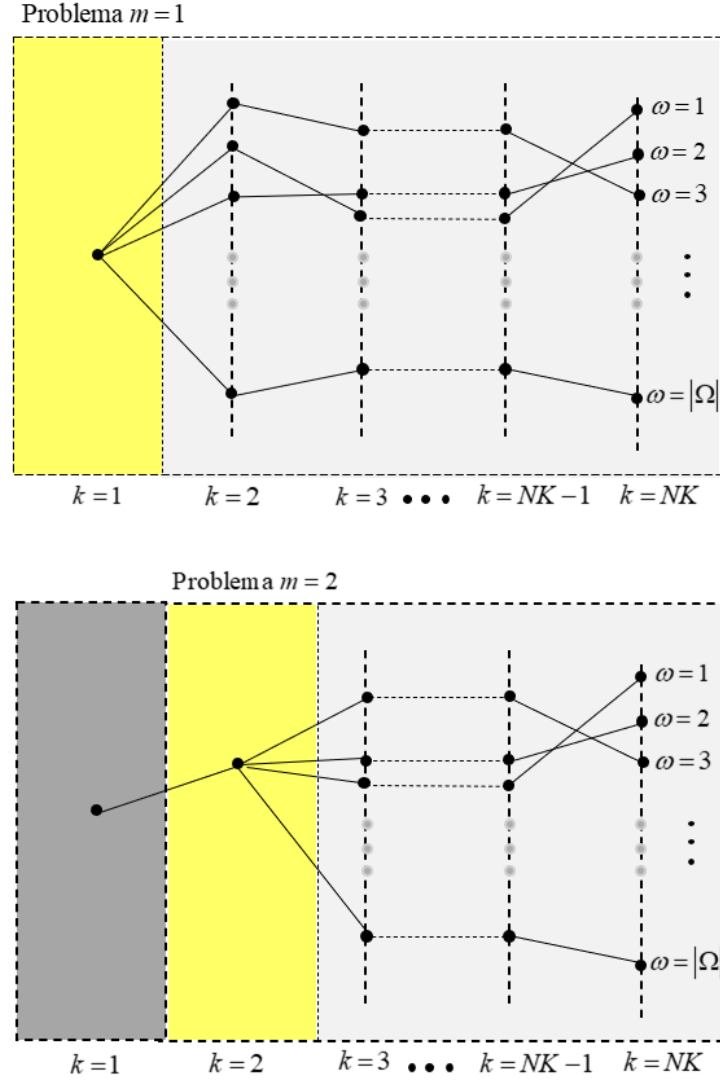
Na técnica de JR, o problema de Planejamento Energético (PE) (3.14)–(3.26) é resolvido como uma sequência de m problemas de otimização com $m \in M$, onde $M = \{1, \dots, |K|\}$. Para cada problema m de PE resolvido, os períodos de tempo considerados para o problema variam conforme $k \in K : k \geq m$. Assim, para a resolução do primeiro problema de PE e considerando-se $|K| = 48$, teríamos $m = 1$ e k sendo considerado de $1, \dots, 48$; para o segundo problema, teríamos $m = 2$ e k sendo considerado de $2, \dots, 48$, e assim sucessivamente. Isso ocorre pois para períodos $k < m$ as decisões já foram calculadas nos sub-problemas anteriores.

Na técnica de JR, para cada problema m de PE resolvido, considera-se que as decisões para o período de tempo $k = m$ são do tipo *here-and-now*. Decisões deste tipo não possuem uma relação de dependência direta com os cenários. Porém, conforme mostrado em (3.27) todas as variáveis de decisão são diretamente dependentes dos cenários. Assim, são necessárias restrições adicionais para que as variáveis de decisão do período $k = m$ sejam do tipo *here-and-now*. Tais restrições são denominadas de não antecipatividade (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), e têm como objetivo fazer com que as decisões para todos os cenários sejam iguais, para o problema $m = k$, impondo-se restrições de igualdade, conforme mostrado em (3.29):

$$\begin{aligned} p_{hk1m}^H &= p_{hk\omega m}^H, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \\ p_{tk1m}^T &= p_{tk\omega m}^T, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \\ v_{rk1m} &= v_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \\ q_{hk1m} &= q_{hk\omega m}, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \end{aligned} \quad (3.29)$$

A Figura 3.4 mostra a estrutura de tomada de decisões do JR. Para $m = 1$ temos em amarelo o período $k = 1$ onde as restrições de não antecipatividade garantem que seja tomada somente uma decisão e para $m = 2$ o período $k = 1$ em cinza as decisões já foram tomadas.

Figura 3.4 – Estrutura de tomada de decisões do modelo Janela Rolante.



Fonte: Adaptado de (CHAVES, 2022)

O método de JR aplicado à solução do problema de PE consiste em uma reformulação do problema PE (3.14)–(3.26) onde acrescenta-se o índice ω a todas variáveis de otimização, de modo a refletir uma decisão para cada cenário. Também acrescenta-se o índice m para ajudar a identificar os valores das variáveis de decisão calculadas para cada problema m . Finalmente, adotam-se as restrições de não antecipatividade descritas em (3.29), para que em cada problema m resolvido, as variáveis de decisão associadas ao período $k = m$ se tornem variáveis *here-and-now*, ou seja que tais variáveis representem um conjunto único de decisões no período $k = m$, ao invés de uma decisão para cada cenário. Assim, o problema de PE reescrito por meio do método de JR fica conforme descrito de (3.30)–(3.47) parametrizado em m . A função objetivo é descrita como:

$$\text{Min} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \left(\sum_{t \in T} \sum_{k \in K: k > m} A_t (p_{tk\omega m}^T)^2 + B_t p_{tk\omega m}^T + C_t \right). \quad (3.30)$$

Sujeito a restrições de atendimento de demanda, conforme (3.31):

$$\sum_{t \in T} p_{tk\omega m}^T + \sum_{h \in H} p_{hk\omega m}^H = P_k^D, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.31)$$

Restrições associadas aos limites operacionais conforme (3.32) – (3.37):

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk\omega m}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (3.32)$$

$$P_t^{Tmin} \leq p_{tk\omega m}^T \leq P_t^{Tmax}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (3.33)$$

$$V_r^{min} \leq v_{rk\omega m} \leq V_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (3.34)$$

$$Q_h^{min} \leq q_{hk\omega m} \leq Q_h^{max}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (3.35)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk\omega m} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (3.36)$$

$$S_r^{min} \leq s_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.37)$$

Vazão defluente, conforme (3.38):

$$u_{rk\omega m} = \sum_{h \in U_r} q_{hk\omega m} + s_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.38)$$

Equações de balanço de água, conforme (3.39) – (3.41):

$$v_{rk\omega m} = V_r^0 + \Gamma \left(\Psi_{rk\omega} + \sum_{f \in F_r} u_{fk\omega m} - u_{rk\omega m} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k = m = 1, \forall \omega \in \Omega, \quad (3.39)$$

$$v_{rk\omega m} = V_{r(k-1)}^{(m-1)} + \Gamma \left(\Psi_{rk\omega} + \sum_{f \in F_r} u_{fk\omega m} - u_{rk\omega m} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k = m, k \neq 1, \forall \omega \in \Omega, \quad (3.40)$$

$$v_{rk\omega m} = v_{r(k-1)\omega m} + \Gamma \left(\Psi_{rk\omega} + \sum_{f \in F_r} u_{fk\omega m} - u_{rk\omega m} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k > m, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.41)$$

Meta de volume, conforme (3.42):

$$v_{r|K|\omega m} = V_r^{goal}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.42)$$

Função de produção hidráulica, conforme (3.43):

$$p_{hk\omega m}^H = k_h H_h^A q_{hk\omega m}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.43)$$

E por fim restrições de não antecipatividade, conforme (3.44)–(3.47):

$$p_{hk1m}^H = p_{hk\omega m}^H, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m \quad (3.44)$$

$$p_{tk1m}^T = p_{tk\omega m}^T, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m \quad (3.45)$$

$$v_{rk1m} = v_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m \quad (3.46)$$

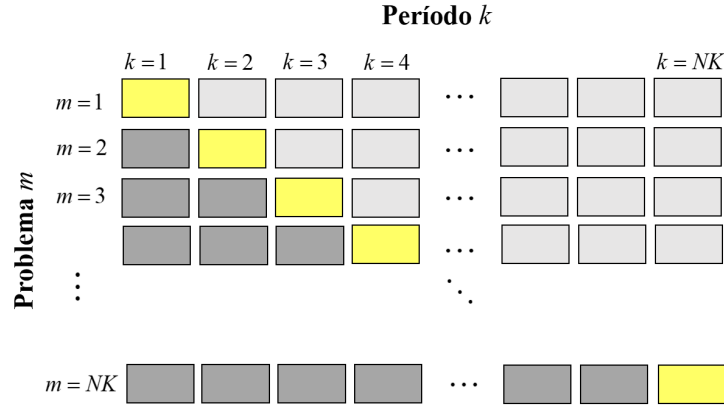
$$q_{hk1m} = q_{hk\omega m}, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m. \quad (3.47)$$

Assim, o modelo de planejamento energético estocástico por janela rolante completo é mostrado de (3.30)–(3.47). Este modelo é resolvido de forma iterativa para valores sucessivos de m , até o fim do horizonte de planejamento.

3.2.4 Formulação Matemática - Modelo Estocástico por Janela Rolante Adaptativa

O modelo de Planejamento Energético por Janela Rolante Adaptativa (PE-JRA) é resultado da integração dos m subproblemas de JR descritos acima em um único modelo de otimização. Desta forma, a tomada de decisões do modelo fica sintetizada conforme a estrutura com forma de matriz mostrada em 3.5:

Figura 3.5 – Estrutura de tomada de decisões do modelo Janela Rolante Adaptativa.



Fonte: Adaptado de (CHAVES, 2022)

Cada linha da matriz de decisão mostrada na Figura 3.5 corresponde a um problema m e cada coluna a um período de tempo k . Os termos na diagonal, onde $k = m$, representam as decisões *here-and-now* aos quais as restrições de não antecipatividade (3.29) se aplicam. Os termos acima da diagonal, $k > m$, representam as decisões *wait-and-see*. Abaixo da diagonal, $k < m$ ocorrem as decisões associadas aos problemas m anteriores.

Porém, diferentemente da abordagem JR onde os problemas $m-1$ são tratados como informações fixas (entradas) pelo problema m , na abordagem JRA os problemas anteriores a m são tratados como variáveis para todo $m \in M$, as quais podem ser ajustadas conforme for preciso para que se atinja uma melhor otimalidade do problema. Isso é realizado pela definição das equações de continuidade (3.48)–(3.51) descritas em (CHAVES, 2022):

$$p_{hk\omega m}^H = p_{hk\omega(m-1)}^H, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M : m \geq 2, \forall k \in K : k < m, \quad (3.48)$$

$$p_{tk\omega m}^T = p_{tk\omega(m-1)}^T, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M : m \geq 2, \forall k \in K : k < m, \quad (3.49)$$

$$v_{rk\omega m} = v_{rk\omega(m-1)}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M : m \geq 2, \forall k \in K : k < m, \quad (3.50)$$

$$q_{hk\omega m} = q_{hk\omega(m-1)}, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M : m \geq 2, \forall k \in K : k < m. \quad (3.51)$$

Dessa forma podemos notar que para cada período $k < m$ as restrições (3.48)–(3.51) garantem que as variáveis de decisão são iguais para todos os problemas m . Porém na abordagem de JRA essas variáveis não são fixas como ocorre na abordagem de JR.

Dessa forma, o problema de PE reescrito para a abordagem de JRA fica conforme mostrado em (3.52)–(3.68).

$$\text{Min} \sum_{m \in M} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \left(\sum_{t \in T} \sum_{k \in K: k > m} A_t (p_{tk\omega m}^T)^2 + B_t p_{tk\omega m}^T + C_t \right). \quad (3.52)$$

Sujeito a restrições de atendimento de demanda, conforme (3.53):

$$\sum_{t \in T} p_{tk\omega m}^T + \sum_{h \in H} p_{hk\omega m}^H = P_k^D, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M. \quad (3.53)$$

Restrições associadas aos limites operacionais conforme (3.54) – (3.59):

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk\omega m}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M, \quad (3.54)$$

$$P_t^{Tmin} \leq p_{tk\omega m}^T \leq P_t^{Tmax}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M, \quad (3.55)$$

$$V_r^{min} \leq v_{rk\omega m} \leq V_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M, \quad (3.56)$$

$$Q_h^{min} \leq q_{hk\omega m} \leq Q_h^{max}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M, \quad (3.57)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk\omega m} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M, \quad (3.58)$$

$$S_r^{min} \leq s_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M. \quad (3.59)$$

Restrições associadas às vazões defluentes, conforme (3.60):

$$u_{rk\omega m} = \sum_{h \in U_r} q_{hk\omega m} + s_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M. \quad (3.60)$$

Restrições de balanço de água, conforme (3.61) – (3.62):

$$v_{rk\omega m} = V_r^0 + \Gamma \left(\Psi_{rk\omega} + \sum_{f \in F_r} u_{fk\omega m} - u_{rk\omega m} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k = m = 1, \forall \omega \in \Omega, \quad (3.61)$$

$$v_{rk\omega m} = v_{r(k-1)\omega m} + \Gamma \left(\Psi_{rk\omega} + \sum_{f \in F_r} u_{fk\omega m} - u_{rk\omega m} \right), \forall h \in H, \forall k \in K : k > m, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.62)$$

Meta de volume final dos reservatórios, conforme (3.63):

$$v_{r|K|\omega m} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega. \quad (3.63)$$

Função de produção hidráulica, conforme (3.64):

$$p_{hk\omega m}^H = k_h H_h^A q_{hk\omega m}, \forall h \in H, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M. \quad (3.64)$$

E por fim, restrições de não antecipatividade, conforme (3.65)–(3.68) bem como as restrições de continuidade, já descritas em (3.48)–(3.51):

$$p_{hk1m}^H = p_{hk\omega m}^H, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \quad (3.65)$$

$$p_{tk1m}^T = p_{tk\omega m}^T, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \quad (3.66)$$

$$v_{rk1m} = v_{rk\omega m}, \forall r \in R, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M \quad (3.67)$$

$$q_{hk1m} = q_{hk\omega m}, \forall h \in H, \forall \omega \in \Omega, \forall k \in K : k = m, \forall m \in M. \quad (3.68)$$

Com o modelo estocástico de Planejamento Energético por Janela Rolante Adaptativa (PE-JRA) definido, é preciso definir o modelo robusto proposto pelo trabalho, como é visto no capítulo a seguir.

4 MODELO DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO ROBUSTO E MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste trabalho, propõe-se um novo modelo de PE para sistemas hidrotérmicos com modelagem baseada em otimização robusta, ou simplesmente, modelo de Planejamento Energético Robusto (PE-R). O modelo de PE-R tem como objetivo tratar as incertezas nas vazões afluentes de um sistema hidrotérmico, de forma que se obtenha “imunidade” contra as incertezas nestas vazões, dentro de um conjunto de incertezas (CI) previamente estabelecido. Na abordagem proposta, as vazões afluentes são consideradas como variáveis de otimização que devem estar dentro do CI, e devem ser calculadas de modo que o sistema fique imune ao pior caso relacionado às vazões afluentes. Para considerar o pior caso, os problemas de otimização robustos geralmente apresentam uma estrutura do tipo Min-Max ou Max-Min, as quais precisam ser resolvidas por meio de alguma técnica específica.

Na Seção 4.1, descreve-se a formulação matemática do modelo proposto, enquanto que na Seção 4.2 propõe-se uma metodologia de solução para o modelo formulado.

4.1 Formulação Matemática - Modelo Robusto

Diferentemente da otimização estocástica, a otimização robusta não requer o tratamento de um conjunto de cenários associados à variável estocástica. A otimização robusta requer um conjunto de informações mais reduzido relacionado à variável estocástica, uma vez que se adapta a informações disponíveis relacionadas a esta variável, como limites máximos e mínimos e valores médios, para que seja possível tratar as incertezas como variáveis de decisão. Outro aspecto relevante da otimização robusta é que os modelos robustos “imunizam” contra todas as realizações dos dados incertos dentro do conjunto de incerteza.

O primeiro passo para a descrição de um modelo robusto consiste na definição de seu CI associado. Para o problema de PE estudado neste trabalho, propõe-se que as incertezas são representadas pelas vazões afluentes aos reservatórios r em cada período k , dado por ψ_{rk} . Para a definição do CI associado a ψ_{rk} , propõe-se neste trabalho que este conjunto seja definido a partir da Média de Longo Termo (MLT) das vazões afluentes aos reservatórios. A MLT, associada a cada reservatório é calculada pela média aritmética dos valores históricos das vazões que afluem a cada reservatório. Existem dados históricos mensais sobre estas vazões a partir do ano de 1931 (HYDROBYTE, 2022).

A partir desses valores médios, dados por $\bar{\psi}_{rk}$, são também definidos desvios

associados a estes valores médios, dados por $\hat{\psi}_{rk}$, para cada reservatórios r e cada período k . A partir destas definições, propõe-se a descrição do conjunto de incerteza $U_k(\bar{\psi}_k, \hat{\psi}_k, \Delta_k)$ por meio de um poliedro associado a ψ_{rk} , de forma análoga ao conjunto descrito em (BERTSIMAS et al., 2013), conforme mostrado em (4.1):

$$U_k(\bar{\psi}_k, \hat{\psi}_k, \Delta_k) = \left\{ \begin{array}{l} \psi_k \in \mathbb{R}^{|R|} : \sum_{r \in R} \left(\frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \right) \leq \Delta_k, \\ \psi_{rk} \in [\bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk}, \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}], \forall r \in R \end{array} \right\}, \quad (4.1)$$

em que Δ_k é denominado de meta de incerteza e $|R|$ é o cardinal do conjunto de reservatórios R .

É importante destacar que Δ_k pode assumir valores que variam de 0 a $|R|$. Para $\Delta_k = 0$, o conjunto de incerteza U_k assume um único valor possível, dado pela média $\bar{\psi}_{rk}$, e o problema de otimização se torna, portanto, determinístico. À medida que o valores de Δ_k aumentam, o tamanho do conjunto de incertezas também aumenta. Para valores de $\Delta_k = |R|$, o conjunto de incerteza U_k tem o seu maior tamanho, dado pela região descrita pelo hipercubo completo definido pelos intervalos para cada ψ_{rk} . Neste caso, tem-se o conjunto mais conservador possível para o problema, pois as decisões calculadas “imunizam” contra todas as situações que envolvem todo o conjunto de incerteza (hipercubo). Para valores intermediários de Δ_k , pode-se ainda explorar vários níveis de conservadorismo para as soluções do problema.

Com base na teoria de otimização robusta, busca-se na abordagem proposta, inicialmente estabelecer as vazões afluentes $\psi_{rk}, \forall k \in K, \forall r \in R$ como variáveis de otimização do problema de PE. A seguir, considerando-se a variável ψ_{rk} , busca-se tomar o pior caso para a função objetivo de custos (i.e. a maximização dos mínimos custos de produção em ψ_{rk}), porém considerando-se que a variável ψ_{rk} deve estar limitada à região definida pelo conjunto de incertezas descrito em (4.1).

Dessa forma o modelo robusto de PE é definido, neste trabalho, conforme dado em (4.2) –(4.16):

$$\underset{\Psi}{Max} \underset{\mathbf{p}, \chi}{Min} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} A_t (p_{tk}^T)^2 + B_t p_{tk}^T + C_t, \quad (4.2)$$

em que $\mathbf{p}$ é o vetor de geração de todas as unidades termelétricas e hidrelétricas em todos os períodos, χ é o vetor que envolve os vetores de variáveis hidráulicas $\mathbf{v}, \mathbf{u}, \mathbf{s}$ e $\mathbf{q}$ para todos os reservatórios e em todos os períodos e Ψ é o vetor das variáveis incertas referentes às vazões afluentes laterais futuras.

Conforme discutido, a maximização da função descrita em (4.2) deve estar sujeita à restrição das variáveis ψ_{rk} ao conjunto de incertezas e também às restrições tradicionais, associadas ao problema de planejamento energético, as quais são descritas a seguir.

As restrições de atendimento de demanda são descritas conforme (4.3):

$$\sum_{t \in T} p_{tk}^T + \sum_{h \in H} p_{hk}^H = P_k^D, \forall k \in K. \quad (4.3)$$

As restrições associadas aos limites operacionais são dadas por (4.4) – (4.9):

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K, \quad (4.4)$$

$$P_t^{Tmin} \leq p_{tk}^T \leq P_t^{Tmax}, \forall t \in T, \forall k \in K, \quad (4.5)$$

$$V_r^{min} \leq v_{rk} \leq V_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (4.6)$$

$$Q_h^{min} \leq q_{hk} \leq Q_h^{max}, \forall h \in H, \forall k \in K, \quad (4.7)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (4.8)$$

$$S_r^{min} \leq s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.9)$$

As vazões defluentes dos reservatórios são descritas por (4.10):

$$u_{rk} = \sum_{h \in U_r} q_{hk} + s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.10)$$

As equações associadas ao balanço de massa de água nos reservatórios são dadas por (4.11) – (4.12):

$$v_{rk} = v_{r(k-1)} + \Gamma \left(\psi_{rk} + \sum_{f \in F_r} u_{fk} - u_{rk} \right), \forall r \in R, \forall k \in K : k \neq 1, \quad (4.11)$$

$$v_{r1} = V_r + \Gamma \left(\psi_{r1} + \sum_{f \in F_r} u_{f1} - u_{r1} \right), \forall r \in R. \quad (4.12)$$

A restrição de meta de volume nos reservatórios ao final do horizonte de planejamento são descritas por (4.13):

$$v_{r|K|} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R. \quad (4.13)$$

A função de produção hidráulica é descrita de forma linear por meio da constante de produtibilidade de cada unidade, conforme (4.14):

$$p_{hk}^H = k_h H_h^A q_{hk}, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.14)$$

As restrições de que definem o conjunto de incertezas descrito em (4.1), são dadas por (4.15)–(4.16):

$$\sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k, \forall k \in K, \quad (4.15)$$

$$\bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk} \leq \psi_{rk} \leq \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.16)$$

4.2 Método de Solução Proposto

A metodologia de solução proposta tem como objetivo principal tratar a estrutura Max-Min dada em (4.2). Neste trabalho, esta estrutura é resolvida por meio da reformulação do problema de PE interno em (4.2) (i.e. relacionado à minimização dos custos de produção em $\mathbf{p}, \chi$) por meio de seu problema dual associado, o qual é, da teoria de otimização, um problema de maximização nas variáveis duais associadas. Assim, o problema equivalente resultante é um problema de maximização em Ψ e nas variáveis duais associadas, o qual pode ser resolvido por métodos de otimização convencionais.

Antes de aplicar a técnica de solução, é conveniente transformar o problema interno da estrutura de Max-Min em um problema de programação linear. Para isso, a função objetivo (4.2) é linearizada por partes, conforme descrito em (ARENALES et al., 2007), ficando portanto expressa conforme dado em (4.17):

$$\underset{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}}{\text{Min}} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tb} e_{tkb} + \gamma_t, \quad (4.17)$$

em que $\mathbf{p}$ é o vetor de geração de todas as unidades termelétricas e hidrelétricas em todos os períodos; χ é o vetor que envolve os vetores de variáveis hidráulicas $\mathbf{v}, \mathbf{u}, \mathbf{s}$ e $\mathbf{q}$ para todos os reservatórios e em todos os períodos; $\mathbf{e}$ é o vetor de variáveis adicionais utilizadas na linearização por partes da função; α_{tb} são as tangentes de cada bloco b da linearização da função objetivo e γ é o parâmetro independente da linearização.

Em função da linearização da função objetivo, são adicionadas as restrições que definem a potência gerada como a soma dos blocos da linearização e os limites dos blocos são descritas em (4.18) e (4.19), respectivamente:

$$p_{tk}^T = \sum_{b \in B} e_{tkb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \quad (4.18)$$

$$0 \leq e_{tkb} \leq \bar{E}_{tb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B. \quad (4.19)$$

Define-se, a seguir, o subconjunto $\Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi)$ que envolve o subespaço em que as restrições (4.18), (4.19) e (4.3)–(4.16) (i.e. todas as restrições do problema de planejamento robusto proposto) são respeitadas. A partir da definição do conjunto $\Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi)$, pode-se reescrever, de forma equivalente, o problema de PE robusto parametrizado em Ψ , e dado por $S(\Psi)$, conforme (4.20):

$$S(\Psi) \begin{cases} \underset{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}}{\text{Min}} & \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tb} e_{tkb} + \gamma_t \\ \text{s.a. :} & \\ & (\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}; \Psi) \in \Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi). \end{cases} \quad (4.20)$$

Por fim, a aplicação da abordagem robusta ao problema de planejamento energético consiste em tomar o pior caso (maximização em ψ_{rk}) na região de incerteza definida em

(4.1). Assim, o modelo de PE robusto é definido como P , conforme (4.21). Nota-se que um conjunto de sub-problemas $S(\Psi)$ está interno a P , para valores fixos e específicos de Ψ :

$$P \left\{ \begin{array}{l} \underset{\Psi}{Max} \quad \underset{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}}{Min} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tkb} e_{tkb} + \gamma_t \\ s.a : \\ (\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi) \in \Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi) \\ \sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k \\ \bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk} \leq \psi_{rk} \leq \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \end{array} \right. . \quad (4.21)$$

Conforme já discutido, para a solução da estrutura Max-Min em (4.21), é conveniente reescrever o problema interno $S(\Psi)$ por meio de seu equivalente dual. Para isso, de modo a facilitar a obtenção do problema dual associado ao problema interno, é conveniente transformar, inicialmente, todas as restrições de desigualdade deste problema em restrições do tipo maior-ou-igual. Desta forma, as variáveis duais associadas cada restrição serão sempre do tipo não negativas. Além disso, pra facilitar a descrição do problema dual, também é conveniente deixar, tanto para as restrições de igualdade quanto para as de desigualdade, as variáveis do lado esquerdo da igualdade/desigualdade, e os recursos (constantes) do lado direito. Finalmente, todas as restrições em variáveis foram explicitamente representadas no modelo, de modo que todas as variáveis, em si, fiquem livres no problema primal, o que deve resultar em restrições de igualdade no problema dual.

Na reformulação do problema interno $S(\Psi)$, também foram associadas variáveis duais, as quais são mostradas à direita de cada restrição entre parêntesis. A partir das questões discutidas acima, este problema é reescrito conforme mostrado em (4.22)–(4.42):

$$\underset{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}}{Min} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tkb} e_{tkb} + \gamma_t \quad (4.22)$$

sujeito a:

$$p_{tk}^T - \sum_{b \in B} e_{tkb} = 0 : \quad (\pi_{tk}^T), \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.23)$$

$$p_{tk}^T \geq P_t^{Tmin} : \quad (\pi_{tk}^{Tmin}), \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.24)$$

$$-p_{tk}^T \geq -P_t^{Tmax} : \quad (\pi_{tk}^{Tmax}), \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (4.25)$$

$$e_{tkb} \geq 0 : \quad (\kappa_{tkb}^{min}), \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B \quad (4.26)$$

$$-e_{tkb} \geq -\bar{E}_{tkb} : \quad (\kappa_{tkb}^{max}), \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B \quad (4.27)$$

$$\sum_{t \in T} p_{tk}^T + \sum_{h \in H} p_{hk}^H = P_k^D : \quad (\mu_k), \forall k \in K \quad (4.28)$$

$$p_{hk}^H \geq P_h^{Hmin} : \quad (\pi_{hk}^{Hmin}), \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.29)$$

$$-p_{hk}^H \geq -P_h^{Hmax} : \quad (\pi_{hk}^{Hmax}), \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.30)$$

$$v_{rk} \geq V_r^{min} : \quad (\nu_{rk}^{min}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.31)$$

$$-v_{rk} \geq -V_r^{max} : (\nu_{rk}^{max}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.32)$$

$$u_{rk} \geq U_r^{min} : (\sigma_{rk}^{min}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.33)$$

$$-u_{rk} \geq -U_r^{max} : (\sigma_{rk}^{max}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.34)$$

$$s_{rk} \geq S_r^{min} : (\theta_{rk}^{min}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.35)$$

$$q_{hk} \geq Q_h^{min} : (\tau_{hk}^{min}), \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.36)$$

$$-q_{hk} \geq -Q_h^{max} : (\tau_{hk}^{max}), \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.37)$$

$$u_{rk} - \sum_{h \in U_r} q_{hk} - s_{rk} = 0 : (\delta_{rk}), \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.38)$$

$$v_{rk} - v_{r(k-1)} - \Gamma \left(\sum_{f \in F_r} u_{fk} - u_{rk} \right) = \Gamma \psi_{rk} : (\phi_{rk}), \forall r \in R, \forall k \in K : k \neq 1 \quad (4.39)$$

$$v_{r1} - \Gamma \left(\sum_{f \in F_r} u_{f1} - u_{r1} \right) = V_r + \Gamma \psi_{r1} : (\phi_{r1}), \forall r \in R \quad (4.40)$$

$$v_{r|K|} \geq V_r^{goal} : (\phi_r^{goal}), \forall r \in R. \quad (4.41)$$

$$p_{hk}^H - q_{hk} k_h H_h^A = 0 : (\pi_{hk}^H), \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.42)$$

A construção da função dual associada ao problema primal (4.22)–(4.42) é obtida por meio da multiplicação dos recursos do problema primal pelas respectivas variáveis duais associadas. Portanto, a função objetivo dual é mostrada em (4.43):

$$\begin{aligned} D(\alpha, \Psi) = & \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \pi_{tk}^{Tmin} P_t^{Tmin} - \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \pi_{tk}^{Tmax} P_t^{Tmax} - \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \kappa_{tkb}^{max} \bar{E}_{tkb} \\ & + \sum_{k \in K} \mu_k (P_k^D) + \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \pi_{hk}^{Hmin} P_h^{Hmin} - \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \pi_{hk}^{Hmax} P_h^{Hmax} \\ & + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \nu_{rk}^{min} V_r^{min} - \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \nu_{rk}^{max} V_r^{max} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \sigma_{rk}^{min} U_r^{min} \\ & - \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \sigma_{rk}^{max} U_r^{max} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \theta_{rk}^{min} S_r^{min} + \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \tau_{hk}^{min} Q_h^{min} \\ & - \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \tau_{hk}^{max} Q_h^{max} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \phi_{rk} \Gamma \psi_{rk} + \sum_{r \in R} \phi_{r1} V_r \\ & + \sum_{r \in R} \phi_r^{goal} V_r^{goal}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

De acordo com a regra de construção do problema dual (ARENALES et al., 2007), cada restrição de igualdade e desigualdade do problema dual está relacionada a sua respectiva variável primal de otimização. Como todas as variáveis primais são tratadas como variáveis livres no problema primal, uma vez que as restrições em variáveis são tratadas de forma explícita (desigualdades funcionais) no modelo, todas as restrições duais são do tipo igualdade.

A regra de construção destas igualdades é da seguinte forma: no lado esquerdo aparecem as derivadas associadas à variável primal relacionadas a todas as restrições onde esta variável aparece, multiplicada por sua respectiva variável dual. No lado direito da

igualdade, aparece o fator relacionado à derivada da função objetivo primal em relação à variável primal analisada. A construção é feita para cada uma das variáveis primais conforme descrito a seguir.

Para a variável primal p_{tk}^T está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\mu_k + \pi_{tk}^T + \pi_{tk}^{Tmin} - \pi_{tk}^{Tmax} = 0, \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (4.44)$$

Para a variável primal e_{tkb} está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\kappa_{tkb}^{min} - \kappa_{tkb}^{max} - \pi_{tk}^T = \alpha_{tkb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B. \quad (4.45)$$

Para a variável primal p_{hk}^H está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\mu_k + \pi_{hk}^{Hmin} - \pi_{hk}^{Hmax} + \pi_{hk}^H = 0, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (4.46)$$

Para a variável primal v_{rk} está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\begin{aligned} \nu_{rk}^{min} - \nu_{rk}^{max} + \phi_{rk} - \phi_{r(k+1)} &= 0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K : k \neq |K| \\ \nu_{r|K|}^{min} - \nu_{r|K|}^{max} + \phi_{r|K|} + \phi_r^{goal} &= 0, \quad \forall r \in R \end{aligned} \quad (4.47)$$

Para a variável primal s_{rk} está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\theta_{rk}^{min} - \delta_{rk} = 0, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (4.48)$$

Para a variável primal q_{hk} está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\tau_{hk}^{min} - \tau_{hk}^{max} - \delta_{rk} - k_h H_h^A \pi_{hk}^H = 0, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall k \in K. \quad (4.49)$$

Para a variável primal u_{rk} está associada a seguinte restrição de igualdade no problema dual:

$$\sigma_{rk}^{min} - \sigma_{rk}^{max} + \delta_{rk} + \Gamma \phi_{rk} - \sum_{j \in J_r} \Gamma \phi_{jk} = 0, \forall r \in R, \forall k \in K \quad (4.50)$$

Assim, definindo-se o vetor que engloba as variáveis duais resultantes das restrições de desigualdade no problema primal (4.22)–(4.42) como α^I , bem como o vetor das variáveis duais resultantes das restrições de igualdades em (4.22)–(4.42) como α^E , é possível descrever a versão dual do sub-problema $S(\Psi)$, conforme (4.51):

$$S(\Psi) \begin{cases} Max & D(\alpha; \Psi) \\ s.a : & (\alpha^E, \alpha^I) \in \mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I) \\ & \alpha = (\alpha^E, \alpha^I) \\ & \alpha^I \geq 0; \alpha^E \text{ livre.} \end{cases} \quad (4.51)$$

onde $\mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I)$ é o subconjunto que envolve o subespaço em que as restrições (4.44)–(4.50) (i.e. todas as restrições duais do problema de planejamento robusto proposto) são respeitadas.

Reinserindo-se o problema dual $S(\Psi)$ em P , chega-se ao problema (4.52), em que ocorre uma única estrutura de maximização nas variáveis Ψ, α :

$$P \left\{ \begin{array}{ll} \underset{\Psi, \alpha}{Max} & D(\alpha, \Psi) \\ s.a : & \\ & (\alpha^E, \alpha^I) \in \mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I) \\ & \alpha = (\alpha^E, \alpha^I) \\ & \alpha^I \geq 0; \alpha^E \text{ livre} \\ & \sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k \\ & \bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk} \leq \psi_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \\ & \psi_{rk} \leq \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \end{array} \right. \quad (4.52)$$

Nota-se uma fonte de não linearidade na função objetivo do problema (4.52) acima, a qual está relacionada ao termo $\sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \phi_{rk} \Gamma \psi_{rk}$ possuir um produto bilinear dado por $\phi_{rk} \psi_{rk}$. Este produto inviabiliza a solução do problema por meio de métodos de otimização linear. Como este problema deve ser resolvido de forma recursiva, é conveniente utilizar alguma forma de linearização para o tratamento dos termos bilineares. Neste trabalho, utilizou-se uma heurística simplificada para o tratamento do termo bilinear, a qual é descrita a seguir:

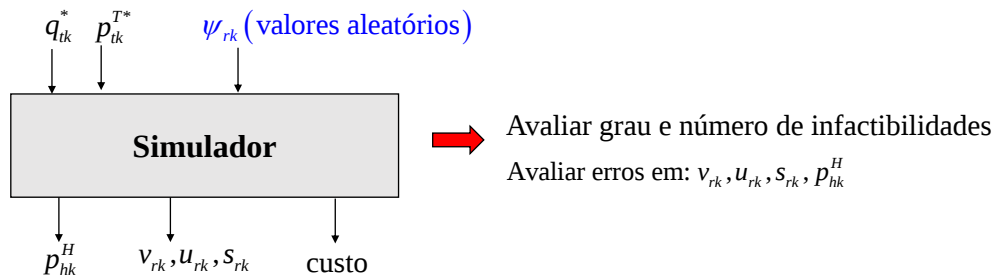
1. Fixa-se o valor de ψ (com um valor inicial ou obtido anteriormente) e resolve-se P como um problema linear. Registram-se os valores ótimos de ϕ da função objetivo FO_1 .
2. Fixa-se o valor de ϕ com valor obtido no passo anterior e resolve-se P como um problema linear. Registram-se os valores ótimos de ψ e da função objetivo FO_2 .
3. Se $|FO_1 - FO_2| < \varepsilon$ então um ponto local ótimo foi encontrado. Senão, volta-se ao Passo 1.

5 MODELO DE SIMULAÇÃO HIDRÁULICA DE DESPACHO

Para uma comparação adequada das soluções obtidas por modelos de planejamento energético (PE), é necessário avaliar o impacto da implementação das decisões calculadas por estes modelos em situações reais, em que as vazões afluentes são aleatórias. Para isso, é importante avaliar os custos de operação obtidos (otimalidade) por cada modelo de PE, mas também verificar se as restrições operativas são efetivamente respeitadas (factibilidade), quando as decisões obtidas por cada modelo forem, de fato, implementadas no sistema. É fundamental que esta análise seja feita para um grande número de condições aleatórias para as vazões afluentes, de modo a obter soluções estatisticamente confiáveis para os modelos.

Neste trabalho, propõe-se um modelo de simulação hidráulica que avalia as decisões calculadas por modelos de PE quanto a sua otimalidade e factibilidade para situações aleatórias de vazões afluentes. O modelo proposto recebe como informação de entrada as vazões turbinadas q_{hk}^* ótimas e as potências ótimas despachadas para as usinas termelétricas p_{tk}^{T*} e utilizando estas decisões ótimas no sistema como dados calcula a quantidade de restrições violadas no sistema, bem como o grau destas violações (i.e. valores totais violados). Erros associados às variáveis de saída são também calculados. A estrutura geral do modelo de simulação é mostrada na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Diagrama esquemático do modelo de simulação hidráulica proposto, destacando-se suas entradas e saídas.



Fonte: autoria própria.

Para que seja possível avaliar o número de restrições infactíveis bem como grau de infactibilidade associado, é necessário simular as decisões no modelo, introduzindo-se variáveis de folga nas restrições que desejam ser analisadas quanto à sua factibilidade, de modo a mensurar a robustez das decisões calculadas por cada modelo de PE. Assim sendo, o modelo do simulador resolve o problema de PE do sistema com dados de decisões ótimas advindas da solução de um modelo de PE e trata as variáveis incertas ψ_{rk} como dados

de entrada gerados aleatoriamente para cada simulação, fazendo com que o modelo do simulador seja determinístico. Os valores de ψ_{rk} são gerados aleatoriamente, porém dentro dos limites do conjunto de incertezas U_k , para que não sejam gerados valores incoerentes com os limites pré-estabelecidos para o sistema.

Conforme discutido, para a avaliação da quantidade e grau de infactibilidades, foram utilizadas variáveis de folga e/ou excesso para as seguintes restrições chave: as folgas ε_{rk}^{vMin} , ε_{rk}^{vMax} associadas às restrições de limites superior e inferior nos volumes dos reservatórios, as variáveis de folga e excesso $\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$ e $\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$, associadas às restrições de balanço de águas; as folgas ε_r^{Meta} , associadas à restrição de meta de volume para o período final. A introdução destas variáveis de folga e/ou excesso possibilitam que o modelo seja resolvido de forma relaxada, independente dos valores aleatórios atribuídos a ψ_{rk} do problema. Não foram utilizadas variáveis de folga e/ou excesso para as restrições associadas aos limites de potência e demanda, pois as potências já entram como dados no modelo de simulação, sendo, portanto, intrinsecamente factíveis.

A partir da discussão acima, a descrição do modelo de simulação hidráulica proposto neste trabalho é fornecida a seguir. A função objetivo do problema consiste na minimização da somatória de todas as variáveis de folga e excesso ε do problema, conforme descrito em (5.1), de modo que as decisões do problema de simulação se aproximem das decisões ótimas previamente calculadas pelo modelo de PE:

$$Min \sum_{r \in R} \varepsilon_r^{Meta} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \left(\varepsilon_{rk}^{vMin} + \varepsilon_{rk}^{vMax} + \varepsilon_{rk}^{aguaMin} + \varepsilon_{rk}^{aguaMax} \right) \quad (5.1)$$

O problema de simulação tem basicamente as mesmas restrições associadas ao PE, algumas das quais alteradas pela adoção das variáveis de folga. As restrições de atendimento de demanda do modelo simulador são dadas em (5.2):

$$\sum_{t \in T} p_{tk}^T + \sum_{h \in H} p_{hk}^H = P_k^D, \forall k \in K. \quad (5.2)$$

As restrições associadas aos limites operacionais nas variáveis do problema são dadas conforme (5.3)–(5.7), sendo adotadas variáveis de folga somente para os limites mínimos e máximos nos volumes dos reservatórios:

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K, \quad (5.3)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (5.4)$$

$$s_{rk} \geq S_r^{min}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (5.5)$$

$$v_{rk} \geq V_r^{min} - \varepsilon_{rk}^{vMin}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (5.6)$$

$$v_{rk} \leq V_r^{max} + \varepsilon_{rk}^{vMax}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (5.7)$$

O conjunto de restrições que define as vazões defluentes é dado por (5.8):

$$u_{rk} - \sum_{h \in U_r} q_{hk} - s_{rk} = 0, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (5.8)$$

O conjunto de restrições que define a meta de volume no final do horizonte de planejamento é dado por (5.9):

$$v_{r|K|} \geq V_r^{goal} - \varepsilon_r^{Meta}, \forall r \in R. \quad (5.9)$$

A função de produção hidráulica é definida conforme (5.10):

$$p_{hk}^H - q_{hk} k_h H_h^A = 0, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (5.10)$$

As restrições de igualdade originais do problema de PE que estabelecem os balanços de massa de água nos reservatórios são reescritas, conforme (5.11) e (5.12), e introduzindo-se as variáveis de folga e excesso associadas:

$$v_{rk} - v_{r(k-1)} - \Gamma \left(\sum_{f \in F_r} u_{fk} - u_{rk} \right) = \Gamma \psi_{rk} - \varepsilon_{rk}^{aguaMin} + \varepsilon_{rk}^{aguaMax}, \forall r \in R, \forall k \in K : k \neq 1, \quad (5.11)$$

$$v_{r1} - \Gamma \left(\sum_{f \in F_r} u_{f1} - u_{r1} \right) = V_r + \Gamma \psi_{r1} - \varepsilon_{r1}^{aguaMin} + \varepsilon_{r1}^{aguaMax}, \forall r \in R. \quad (5.12)$$

Além disso, é necessário garantir que as variáveis de folga e excesso introduzidas no modelo de simulação hidráulica sejam não negativas, conforme descrito em (5.13)–(5.15):

$$\varepsilon_r^{Meta} \geq 0, \forall r \in R, \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_{rk}^{vMin} \geq 0, \varepsilon_{rk}^{vMax} \geq 0, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_{rk}^{aguaMin} \geq 0, \varepsilon_{rk}^{aguaMax} \geq 0, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (5.15)$$

Com os valores de decisão obtidos pelo modelo de simulação para as variáveis de folga e excesso, são calculados os erros percentuais associados às variáveis p_{hk} , v_{rk} , u_{rk} , s_{rk} e custo (i.e. variáveis de saída do simulador, conforme mostrado na Figura 5.1) para cada modelo de PE. Esses erros são calculados, comparando-se os valores obtidos pelo simulador para estas variáveis com aqueles previamente calculados pelo modelo de PE. Caso um erro seja superior a 1%, considera-se que a implementação daquela decisão resulta em uma infactibilidade no sistema. Os erros inferiores a 1% são desprezados. Por exemplo, para o reservatório de Corumbá III, se para uma determinada vazão afluenta aleatória simulada o valor de ε_2^{Meta} for maior que 1% da diferença $V_2^{max} - V_2^{min}$, isso significa que o reservatório teve um volume que passa a ser consideravelmente menor que a meta naquele período e para aquela situação aleatória. Portanto, neste caso, considera-se que as decisões que estão sendo simuladas produzem restrições de metas infactíveis para aquela determinada vazão afluenta aleatória simulada.

O modelo de simulação proposto pode ser adaptado para avaliar diferentes problemas de PE, juntamente com seus respectivos parâmetros e restrições. Esses parâmetros e restrições podem ser calibrados para que se tenha um simulador da forma desejada,

podendo-se também acrescentar variáveis de folga ou excesso em outras restrições, caso necessário.

Com todos os modelos utilizados no trabalho devidamente apresentados o capítulo a seguir trata dos resultados computacionais obtidos.

6 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, os resultados obtidos pelo modelo de Planejamento Energético Robusto (PE-R) são comparados aos resultados obtidos pelo modelo de Planejamento Energético por Janela Rolante Adaptativa (PE-JRA). Esta comparação é feita utilizando-se a metodologia proposta neste trabalho, que envolve um modelo de simulação hidráulica descrito no Capítulo 5 das decisões calculadas por cada modelo, de modo a calcular o nível de robustez das decisões propostas por cada abordagem de modelagem do PE.

Ambos os modelos foram implementados utilizando-se o *software* IBM-CPLEX, que utiliza a linguagem OPL (*Optimization Programming Language*). Para motivos de comparação da forma mais precisa, ambos os modelos trabalham sobre o mesmo sistema e mesmos dados, os quais são detalhados na Seção 6.1. Na Seção 6.2 são mostrados os resultados do modelo de PE-R baseado em otimização robusta proposto neste trabalho. Na Subseção 6.2.1 busca-se avaliar os níveis de conservadorismo do modelo robusto, o que é feito comparando-se os resultados do modelo PE-R para valores crescentes metas de incerteza. Na Subseção 6.2.2 são mostrados os resultados mais detalhados para uma única meta de incerteza, aquela que propõe a operação hidrelétrica mais conservadora. Finalmente, na Seção 6.3 comparam-se os resultados dos modelo robusto PE-R com aqueles propostos pelo modelo PE-JRA.

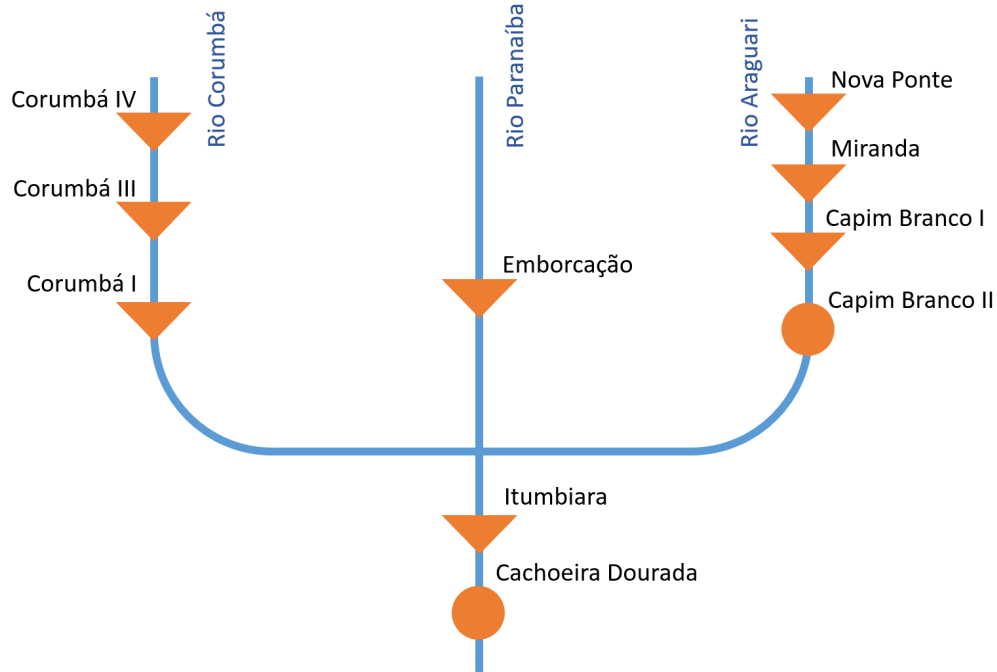
6.1 Dados do Sistema Estudado

O sistema hidrotérmico estudado possui duas unidades de geração termelétrica e dez usinas hidrelétricas, sendo elas as seguintes: Corumbá IV, Corumbá III, Corumbá I, Emborcação, Nova Ponte, Miranda, Capim Branco I, Capim Branco II, Itumbiara, Cachoeira Dourada. Elas são numeradas de 1 a 10, respectivamente, na composição do conjunto R . Suas unidades de geração não são consideradas de forma individualizada, de forma que o conjunto H também contém 10 unidades, esta escolha se dá devido a altura de queda líquida utilizada no modelo ser a média de cada usina. Os estudos compreendem 48 períodos, sendo que cada um representa uma semana do horizonte de planejamento, de modo que foram consideradas quatro semanas a cada mês. Conforme mostrado na Figura 6.1 as usinas hidrelétricas são conectadas por meio dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba, além disso as usinas são representadas por um triângulo ou um círculo, representado, respectivamente, usinas de reservatório e a fio d'água.

As Tabelas 6.1 e 6.2 apresentam os dados referentes aos reservatórios das usinas hidrelétricas e a Tabela 6.3 apresenta dados referentes às unidades geradoras. Estes dados foram retirados do sistema HydroData em (HYDROBYTE, 2022).

As unidades termelétricas, numeradas como 1 e 2 na composição do conjunto T ,

Figura 6.1 – Cascata hidráulica dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba do sistema elétrico brasileiro.



Fonte: Adaptado de (ONS, 2023)

Tabela 6.1 – Dados referentes às usinas hidrelétricas.

Usinas	S_r^{min}	U_r^{min}	U_r^{max}	H_h^A	k_h
1	0	22	624	66,8	0,009123
2	0	27	834	38,2	0,009086
3	0	74	1710	73,5	0,008928
4	0	73	3144	130,3	0,008731
5	0	53	1728	96,0	0,009223
6	0	64	2025	66,4	0,009116
7	0	65	1485	55,0	0,008829
8	0	68	1611	44,4	0,008829
9	0	261	8820	80,2	0,008829
10	0	273	7539	30,0	0,008730

possuem potência mínima de geração P_t^{Tmin} igual a zero e potências máxima de geração P_t^{Tmax} iguais a 150 e 310, respectivamente. Os parâmetros da curva custo de combustíveis de cada unidade termelétrica são dados apresentados na Tabela 6.4. Já os blocos de potência B , utilizados na linearização da função objetivo, possuem seus respectivos dados apresentados na Tabela 6.5. Os valores do termo constante da linearização γ_t são os mesmos de C_t .

Os valores de potência demandada P_k^D para cada período k são apresentados na Tabela 6.6.

Os valores definidos para a média das vazões afluentes $\bar{\psi}_{rk}$ e seus desvios equivalentes

Tabela 6.2 – Dados referentes aos volumes das usinas hidrelétricas [hm^3].

Usinas	V_r	V_r^{goal}	V_r^{min}	V_r^{max}
1	3375,19	3100,12	2916,74	3833,63
2	813,14	735,23	683,29	942,99
3	984,00	676,53	471,55	1496,44
4	11196,86	7280,14	4669	17724,72
5	7602	4488	2412	12792
6	1047,2	1003,52	974,40	1120
7	234,7	230,84	228,27	241,13
8	866,23	862,27	859,63	872,83
9	10800	7063,80	4573	17027
10	416,75	353,18	310,81	522,68

Tabela 6.3 – Dados referentes às unidades geradoras hidrelétricas.

Unidades	Q_h^{min}	Q_h^{max}	P_h^{Hmin}	P_h^{Hmax}
1	0	208	0	127
2	0	278	0	96.4
3	0	570	0	375
4	0	1048	0	1192
5	0	576	0	510
6	0	675	0	408
7	0	495	0	240
8	0	537	0	210
9	0	2940	0	2082
10	0	2513	0	658

Tabela 6.4 – Dados referentes às unidades geradoras termelétricas.

Unidades	P_t^{min}	P_t^{max}	A_t	B_t	C_t
1	0	150	0,03546	38,3055	1243,5311
2	0	310	0,02111	36,3278	1658,5696

$\hat{\psi}_{rk}$, para cada período k e cada reservatório r são apresentados nas Tabelas 6.7 e 6.8. Vale lembrar que os valores médios foram definidos a partir da MLT de cada reservatório e retirados do sistema HydroData em (HYDROBYTE, 2022). Os desvios foram definidos como o desvio padrão de cada valor médio equivalente.

Tabela 6.5 – Blocos de potência da linearização da FO.

Bloco	Unidade 1		Unidade 2	
	E_{1b}	α_{1b}	E_{2b}	α_{2b}
1	30	39,3693	62	37,6366
2	30	41,4969	62	40,2543
3	30	43,6245	62	42,8719
4	30	45,7521	62	45,4895
5	30	47,8797	62	48,1072

Tabela 6.6 – Potência demandada em cada semana de cada mês[MW]).

Mês(Períodos K)	Potência demandada P_k^D			
Jan(1-4)	2920	2920	2920	2920
Fev(5-8)	2594	2594	2594	2594
Mar(9-12)	2761	2761	2761	2761
Abr(13-16)	2655	2655	2655	2655
Maio(17-20)	2673	2673	2673	2673
Jun(21-24)	2464	2464	2464	2464
Jul(25-28)	2518	2518	2518	2518
Ago(29-32)	2555	2555	2555	2555
Set(33-36)	2580	2580	2580	2580
Out(37-40)	2774	2774	2774	2774
Nov(41-44)	2671	2671	2671	2671
Dez(45-48)	2717	2717	2717	2717

Tabela 6.7 – Valores médios das vazões afluentes $\bar{\psi}_{rk}$ no conjunto de incertezas.

Períodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Jan(1-4)	210.48	52.11	466.01	559.34	512.91	75.27	9.79	22.73	428.89	124.22
Fev(5-8)	232.25	55.9	513.04	554.65	515.24	77.67	10.99	25.07	437.37	137.43
Mar(9-12)	234.28	57.74	519.83	521.38	487.4	74.37	10.48	23.63	443.43	134.87
Abr(13-16)	186.93	44.16	401.3	372.21	365.1	59.69	8.93	20.02	318.31	107.3
Maio(17-20)	116.4	28.1	253.44	238.4	251.44	40.7	5.91	13.36	204.57	71.46
Jun(21-24)	85.06	20.96	188.7	185.01	196.1	32.71	4.69	10.7	165.87	56.79
Jul(25-28)	66.27	16.45	148.56	149.06	161.56	27.37	3.89	8.88	125.69	47.63
Ago(29-32)	52.31	12.9	116.97	120.96	131.53	24.34	3.52	7.99	97.67	39.44
Set(33-36)	45.12	11.17	100.45	108.37	119.83	23.18	3.08	6.94	87.35	35.38
Out(37-40)	58.69	14.65	123.03	127.87	147.38	26.18	3.17	7.15	104.08	36.39
Nov(41-44)	97.27	24.37	209.47	222.26	221.31	36.8	4.27	10.17	169.02	53.98
Dez(45-48)	156.69	39.22	344.64	407.27	369.64	55.63	6.64	15.66	303.56	90.2

Tabela 6.8 – Desvio associado aos valores médios das vazões afluentes $\hat{\psi}_{rk}$ no conjunto de incertezas.

Períodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Jan(1-4)	83.12	22.23	202.33	251.95	208.65	32.25	5.1	11.29	213.1	44.2
Fev(5-8)	114.27	28.56	273.13	303.4	225.41	37.9	6.21	13.74	227.65	62.3
Mar(9-12)	99.34	26.02	230.7	233.57	196.21	34.57	5.57	12.26	252.68	54.1
Abr(13-16)	66.57	16.73	148.33	156.1	149.46	27.48	4.72	10.35	177.8	38.85
Maio(17-20)	36.96	9.06	82.16	83.82	79.36	16.71	3.25	7.18	100.16	23.88
Jun(21-24)	27.13	6.89	59.42	62.83	54.46	13.92	2.8	6.11	93.96	19.9
Jul(25-28)	20.21	5.4	43.79	49.7	43.7	11.84	2.41	5.5	69.95	17.24
Ago(29-32)	16.51	4.35	36.42	40.58	37.87	13.44	3.22	7.41	55.74	18.17
Set(33-36)	15.33	4.03	35.17	40.23	40	15.03	2.97	6.9	48.22	17.6
Out(37-40)	25.68	7.17	49.8	54.1	58.77	14.45	2.85	6.36	55.25	15.18
Nov(41-44)	43.04	10.91	94.25	108.4	97.87	19.34	3.2	7.45	78.95	18.85
Dez(45-48)	70.03	19.3	172.22	187.27	144.83	25.48	4.56	9.4	146.25	33.2

6.2 Modelo Robusto - Incertezas nas Vazões Afluentes

O modelo robusto pode ser resolvido para diferentes metas de incertezas Δ_k , as quais podem variar de $\Delta_k = 0$, quando o problema se torna determinístico, até $\Delta_k = 10$, quando o conjunto de incertezas representado pelo maior poliedro descrito em (4.1). Nesta seção, descreve-se um estudo comparativo em que as metas de incerteza são progressivamente

aumentadas, desde $\Delta_k = 0$ até $\Delta_k = 10$. A seguir, apresentam-se os resultados detalhados para um estudo envolvendo a meta de incerteza $\Delta_k = 10$ que propõe a operação mais conservadora em termos de geração hidrelétrica do sistema.

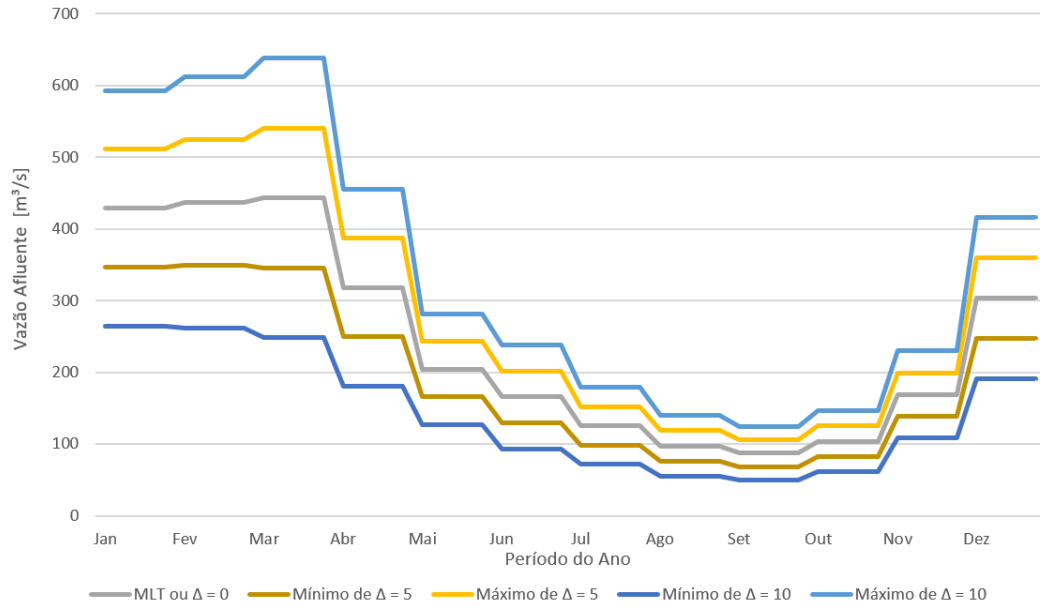
6.2.1 Avaliação da Meta de Incerteza

A meta de incerteza Δ_k é responsável pela definição dos possíveis valores que o processo estocástico associado às vazões afluentes ψ_{rk} pode assumir de acordo com (4.15). As metas de incerteza proporcionam uma possibilidade de controlar o nível de conservadorismo do modelo PE-R. Se uma meta de incerteza nula é adotada, a solução do modelo de PE-R passa a ser uma decisão determinística que toma uma decisão com base em vazões afluentes dada pela MLT. À medida que se aumenta a meta de incerteza, a região de incerteza proposta em torno da MLT é progressivamente aumentada, tornando o sistema cada vez mais robusto.

Para avaliar o impacto da meta de incerteza nas decisões operativas calculadas pelo modelo de PE-R, foram adotados valores para as metas de incerteza de $\Delta_k = 0$ até $\Delta_k = 10$ com um passo de 1, sendo todos os casos iguais para todo $k \in K$, tendo no total 11 valores de Δ . Os resultados obtidos são detalhados em tabelas no Apêndice B.

A título de exemplificação, a Figura 6.2 mostra como ficam configurados os conjuntos de incerteza em torno da MLT para três diferentes valores Δ_k , sendo adotados os valores de $\Delta_k = 0, 5$ e 10 . Foram escolhidos só três metas de incerteza para maior facilidade de visualização das regiões de incerteza na figura. Os valores possíveis de vazões afluentes para o reservatório da usina 9, dados por ψ_{9k} , dentro das regiões de incerteza, variam em uma faixa entre os mínimos e máximos para cada Δ_k . Assim, por exemplo, a região de incerteza para $\Delta_k = 10$ (i.e. para o maior conjunto de incertezas possível) é mostrada entre os valores mínimos em máximos definidos pelas curvas de afluentes em azul, na Figura 6.2. A região de incerteza definida pelos limites das curvas em amarelo é dada para a meta de incerteza $\Delta_k = 5$ e região de incerteza mostrada pelos limites das curvas em cinza para $\Delta_k = 0$, quando o problema se torna determinístico, conforme previsto na teoria. Percebe-se que os conjuntos de incerteza abrangem uma área maior à medida que o valor de Δ_k é incrementado. Quanto maior a região de incerteza mais conservador se torna o modelo de PE-R, pois este necessita estar imune às incertezas nas vazões afluentes em uma região de incerteza maior.

Figura 6.2 – Representação gráfica dos valores possíveis de vazões afluentes na usina de Itumbiara para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R.

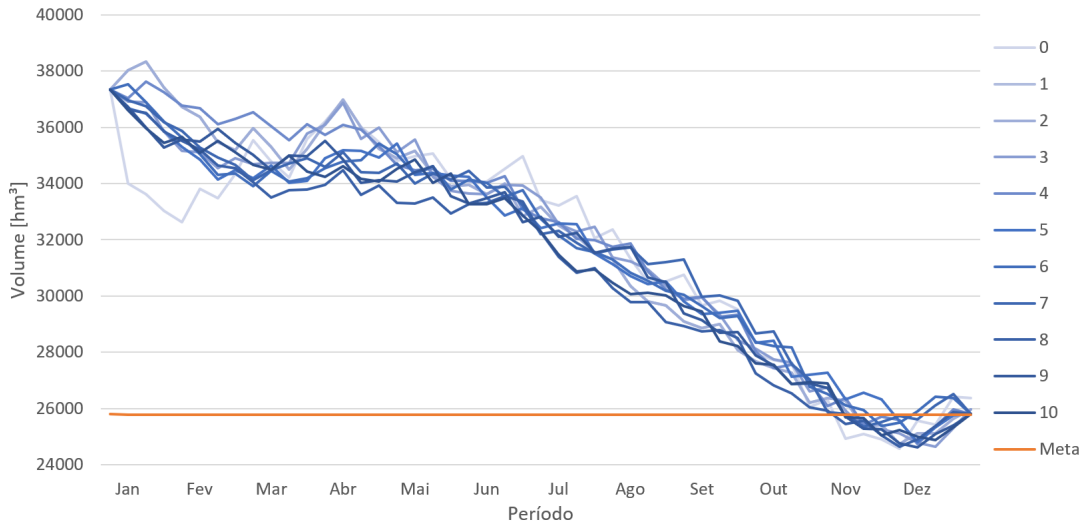


Fonte: Autoria própria.

Porém vale lembrar que como o modelo robusto PE-R trata da maximização da função objetivo em função de ψ_{rk} , conforme mostrado em (4.52), geralmente o modelo tende a utilizar os menores valores possíveis de ψ_{rk} para as variáveis incertas o que resulta em menores volumes para a tomada de decisões do modelo.

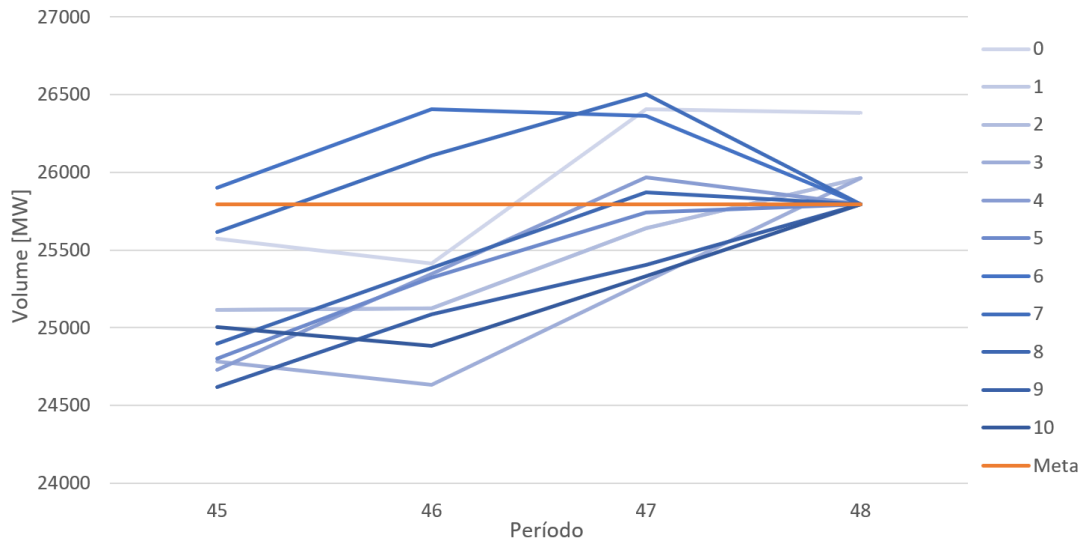
A Figura 6.3 mostra a evolução dos volumes totais dos reservatórios do sistema em cada período do horizonte de planejamento para cada valor de Δ_k utilizado, e a Figura 6.4 mostra de forma mais detalhada os volumes do último mês estudado, de modo a facilitar a verificação do atendimento da restrição de meta de volume final.

Figura 6.3 – Valores de volume total dos reservatórios das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.4 – Valores de volume total dos reservatórios das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R para o ultimo mês estudado.



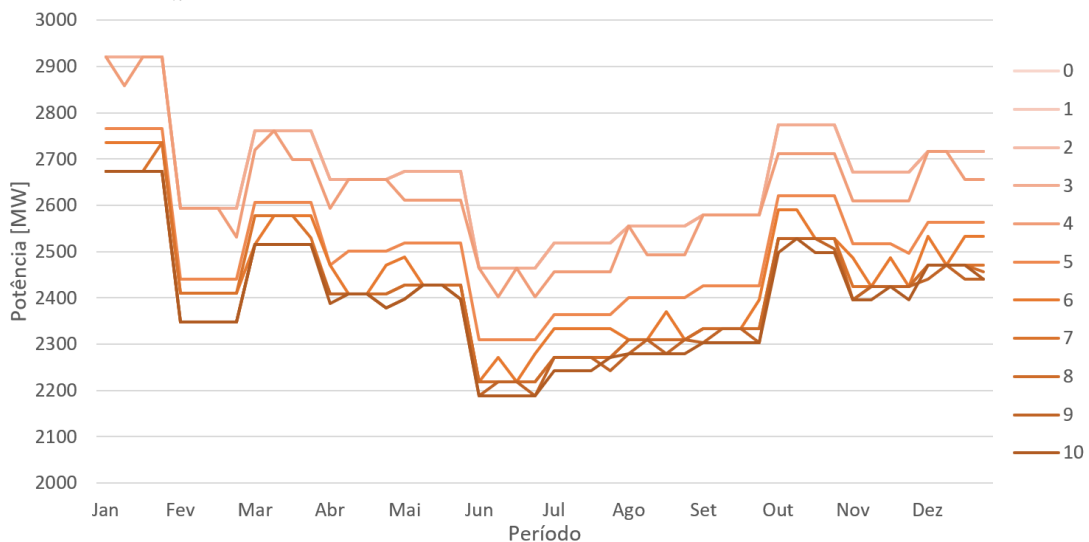
Fonte: Autoria própria.

Percebe-se da Figura 6.3 que quando o modelo de PE-R se torna determinístico, $\Delta_k = 0$, os volumes totais do sistema tendem a iniciar com volumes totais com valores mais baixos se comparados àqueles relacionados às demais metas de incerteza. Porém, a trajetória dos volumes totais se encontra constantemente entre as curvas geradas pelo modelo de PE-R para os demais valores de Δ_k , para as quais os reservatórios estão inicialmente mais cheios. Nota-se na Figura 6.4 que para $\Delta_k = 0, 1$ e 2 os reservatórios terminam com volume total acima da meta energética estabelecida para o final do período estudado. Percebe-se que a curva de evolução dos volumes totais obtida para $\Delta_k = 10$ (i.e. a situação mais

conservadora e que garante um sistema mais seguro) se encontra constantemente entre as curvas obtidas para os demais valores de Δ_k , em que os reservatórios estão mais vazios, porém ainda termina o ano com os reservatórios na meta de volume final, sendo assim capaz de guardar água para períodos futuros ao horizonte estudado.

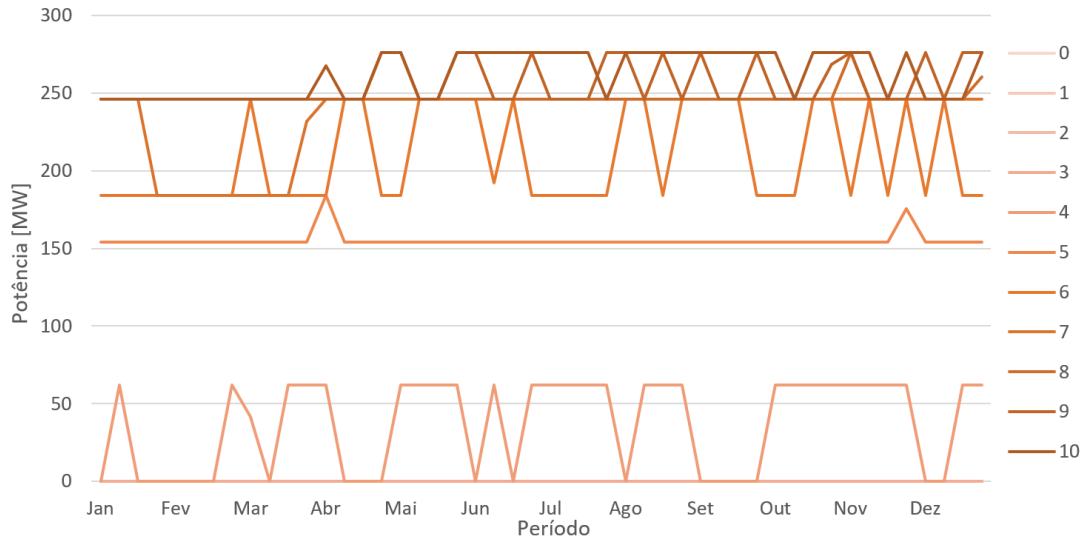
As Figuras 6.5 e 6.6 mostram os valores de potência total gerada por todas as usinas do sistema em cada período do ano para unidades hidrelétricas e termelétricas, respectivamente. Percebe-se que para valores de Δ_k mais próximos de 0 as termelétricas tendem a não ser acionadas e toda a demanda é atendida somente pelas usinas hidrelétricas. Isso ocorre, porque o modelo de PE-R calcula suas decisões supondo que as vazões afluentes são conhecidas (determinísticas), e o conjunto de incerteza é dado simplesmente pela MLT. Nesta situação, que possui o menor conjunto de incerteza, o modelo pode alocar uma potência hidráulica total maior, pois as decisões calculadas precisam estar imunes a situações aleatórias nas vazões afluentes somente em um pequeno conjunto de incerteza. Por outro lado, para valores de Δ_k mais próximos de 10, o conjunto de incerteza é o maior possível. Assim, as decisões calculadas precisam estar imunes a situações aleatórias nas vazões afluentes em um grande conjunto de incerteza, o que limita a disponibilidade de água para a geração hidrelétrica. Assim, neste caso, as termelétricas ficam ligadas em todos os períodos devido a limitação na disponibilidade de água para geração. Para valores de meta de incerteza intermediários, os comportamentos das curvas de geração hidrelétrica e termelétrica estão basicamente na faixa definida pelas curvas obtidas para $\Delta_k = 0$ e $\Delta_k = 10$

Figura 6.5 – Valores de potência total gerada pelas unidades hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k .



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.6 – Valores de potência total gerada pelas unidades termelétricas para diferentes valores de Δ_k .



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 6.9 apresenta os valores de custo de geração para cada valor de Δ_k estudado. Percebe-se que os resultados obtidos são coerentes com os resultados mostrados nas Figuras 6.5 e 6.6, pois as unidades termelétricas não são ligadas para $\Delta_k = 0, 1, 2$ e 3, logo o custo resulta somente no termo independente da função de custo quadrática que define os custos de combustíveis das termelétricas. Dessa mesma forma, percebe-se que para os valores Δ_k acima de 3, as termelétricas passaram a gerar mais energia para o sistema, aumentando com isso os custos totais desse sistema, sendo que o maior custo é obtido para a situação em que $\Delta_k = 10$, conforme esperado, pois esta situação é a que possui a maior quantidade de potência termelétrica gerada.

Tabela 6.9 – Custos de geração resultante para diferentes valores de Δ_k .

Δ_k	Custo
0	R\$ 139.300,83
1	R\$ 139.300,83
2	R\$ 139.300,83
3	R\$ 139.300,83
4	R\$ 206.203,89
5	R\$ 429.932,03
6	R\$ 538.403,04
7	R\$ 593.272,44
8	R\$ 617.078,41
9	R\$ 634.445,61
10	R\$ 648.797,05

Assim, na Tabela 6.9 observa-se que os custos totais obtidos pelo modelo de PE-R aumentam à medida que o nível de conservadorismo, dado pela meta de incerteza, aumenta. Por outro lado, quanto mais conservadoras as decisões tomadas pelo modelo de PE-R,

mais estas decisões tendem a ser seguras em relação aos riscos de déficits futuros. Assim, a partir das soluções obtidas, pode-se avaliar uma certa relação de compromisso entre custo e segurança/confiabilidade operativa. Se valores de meta de incerteza baixos forem adotados, serão obtidos custos reduzidos de operação, porém com níveis de segurança e confiabilidade também muito baixos. Por outro lado, se valores de meta de incerteza altos forem adotados, serão obtidos custos muito mais altos de operação, porém com níveis de segurança e confiabilidade também mais altos. Nesse caso, é necessário que o tomador de decisão calibre valores de meta de incerteza que resultem em uma relação de compromisso envolvendo custo versus segurança/confiabilidade operativa que seja adequada.

As questões de segurança e confiabilidade operativa do sistema podem ser melhor mensuradas por meio da metodologia descrita no Capítulo 5, que busca quantificar as restrições violadas em situações de operação real, nas quais as vazões afluentes podem assumir valores realmente aleatórios. Utilizando-se esta metodologia, sintetizada na Figura 5.1, foram fixadas as decisões ótimas de despacho de potência termelétrica p_{tk}^{T*} e vazão turbinada q_{hk}^* calculadas para cada situação de meta de incerteza e foram feitas 500 simulações, cada uma destas situações envolvendo valores aleatórios para as vazões afluentes, utilizando-se o modelo de simulação hidráulica descrito no Capítulo 5.

A Tabela 6.10 mostra a quantidade de simulações, dentre as 500 feitas, em que houve alguma infactibilidade por parte das variáveis de folga e excesso, resultando na infactibilidade da própria simulação. Já a Tabela 6.11 mostra a quantidade de vezes que cada uma das diferentes variáveis de folga e excesso resultaram em infactibilidades para o sistema para os valores aleatórios de vazão afluente ψ_{rk} das simulações.

Dessa forma, a partir de uma análise das Tabelas 6.10 e 6.11, é possível perceber que o modelo se torna mais seguro para metas de incerteza maiores. Além disso, percebe-se que para qualquer $\Delta_k > 5$ o modelo se mostrou “imune” contra todos os valores aleatórios que as vazões afluentes ψ_{rk} , $\forall r \in R$ e $\forall k \in K$, assumiram nos testes feitos, mesmo considerando que o modelo robusto não resolve o problema para a totalidade do conjunto de incertezas, que ocorre em $\Delta_k < 10$, dado pela região em azul na Figura 6.2.

Tabela 6.10 – Quantidade de simulações infactíveis para cada valor de Δ_k .

Δ_k	Simulações Infactíveis
0	500
1	500
2	500
3	500
4	500
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0

Tabela 6.11 – Infactibilidades resultantes do simulador para diferentes valores de Δ_k .

Δ_k	ε_{rk}^{vMin}	ε_{rk}^{vMax}	$\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$	$\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$	ε_r^{Meta}
0	10532	7174	0	0	2562
1	10544	7109	0	0	2549
2	10633	7183	0	0	2557
3	2080	2098	0	0	2252
4	2739	2132	0	0	32
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0

Com os resultados da Tabela 6.11 e da Tabela 6.9 é possível perceber como custo e segurança são difíceis de conciliar, pois para uma maior segurança o custo aumenta, porém, para custos muito baixos o modelo se torna muito inseguro. Portanto é necessário calibrar corretamente a meta de incertezas Δ_k para se obter o melhor resultado desejado.

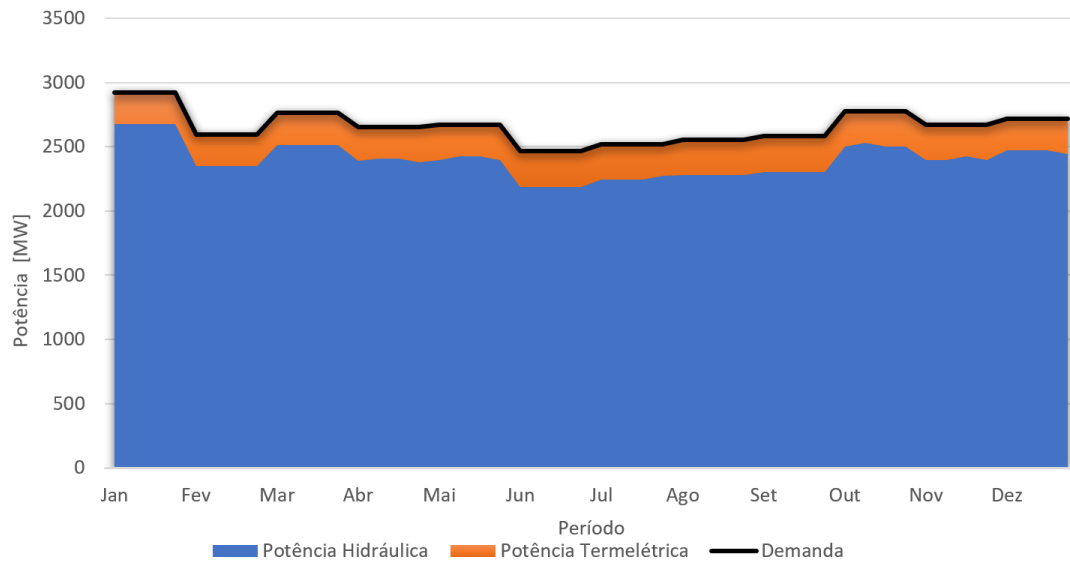
6.2.2 Avaliação detalhada para a maior meta de incerteza

Considerando-se uma meta de incerteza $\Delta_k = 10$, para a qual se espera ter uma maior segurança/confiabilidade do sistema frente às incertezas na vazões afluentes e, ao mesmo tempo, os maiores custos de geração, foram obtidos os resultados mostrados a seguir.

Os custos de geração foram de \$ 648.797,05 com um preço de energia constante durante todo o horizonte estudado de \$ 43,62.

A Figura 6.7 mostra a potência total despachada, como detalhado na Tabelas B.1 e B.2, sendo que a parte em azul na figura mostra a potência total gerada pelas usinas hidrelétricas e a parcela em laranja mostra a potência total gerada pelas usinas termelétricas, as quais ficam ligadas durante todo o horizonte de planejamento. Como as duas unidades termelétricas passam todo o horizonte de planejamento ligadas, os custos de geração se tornam muito elevados, conforme esperado.

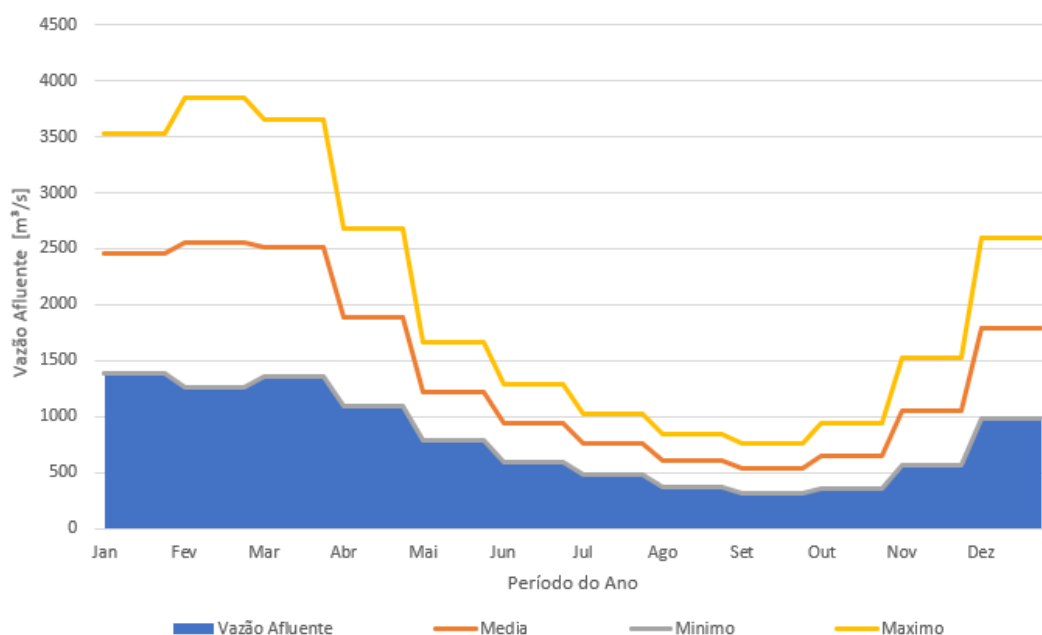
Figura 6.7 – Potência total despachada durante o ano.



Fonte: Autoria própria.

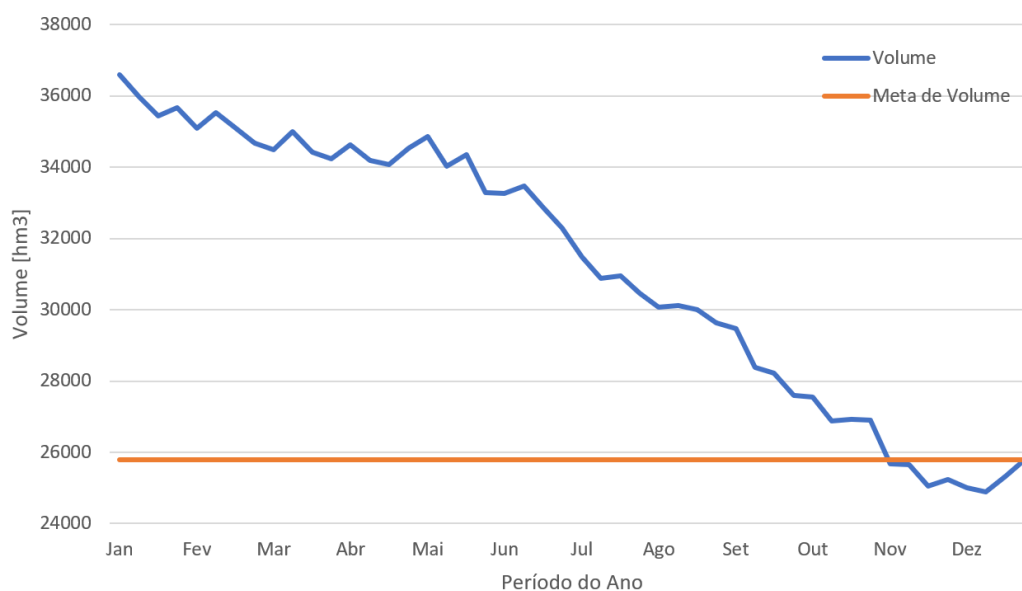
Como o valor escolhido para a meta de incerteza foi de $\Delta = 10$, espera-se que as decisões sejam as mais conservadoras possível, de modo que o modelo calcula que as vazões afluentes naturais sejam as menores possíveis dentro da faixa de incerteza (pior caso). Pela Figura 6.8, pode-se perceber que as vazões afluentes obtidas na solução do problema de PE-R foram, de fato, as mínimas possíveis (pior caso) para todos os períodos do horizonte de planejamento, dentro do conjunto de incertezas estudado (4.1). Porém, as metas de volume foram cumpridas, conforme mostrado na Figura 6.9, a qual mostra a evolução dos volumes totais dos reservatórios ao longo do horizonte de planejamento.

Figura 6.8 – Somatória das vazões afluentes laterais de todas as usinas estudadas para cada período.



Fonte: Autoria própria.

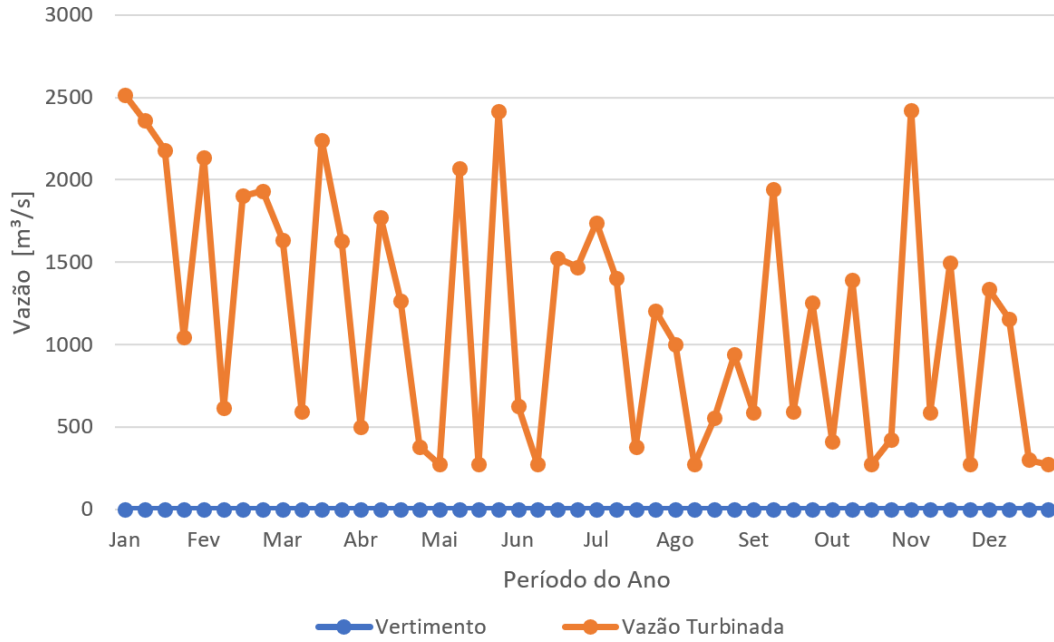
Figura 6.9 – Volume total durante todo o ano.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 6.10 mostra as vazões turbinadas e vertidas totais do sistema, envolvendo todas as usinas hidrelétricas somadas em cada período, durante todo o ano. Estes dados já foram também detalhados nas tabelas B.7 e B.6, respectivamente.

Figura 6.10 – Vazão turbinada total e vertimento total durante todo o ano.



Fonte: Autoria própria.

Como o modelo robusto PE-R para este valor de meta de incerteza ($\Delta_k = 10$) lida com o pior caso de vazões afluentes ψ dentro do conjunto de incertezas U_k , a água é o fator mais escasso, portanto é possível perceber que as vazões vertidas são iguais a zero durante todo o ano e para todas as usinas estudadas, até mesmo para a usina ao final da cascata, Cachoeira Dourada, o que significa que toda água defluída dos reservatórios do sistema foi utilizada para a geração de energia. Os valores de defluência, como visto em (4.10) são matematicamente calculados pela somatória dos valores das vazões turbinadas q_{hk} e do vertimento s_{rk} . Dessa forma, as defluência se tornam iguais à somatória das vazões turbinadas, conforme visto na Tabela B.5.

6.3 Comparação entre as Abordagens Estocástica e Robusta

Como visto nas seções 6.2.1 e 6.2.2 o modelo robusto possui um comportamento que “imuniza” o sistema para os casos adversos de vazão afluente e ainda assim é capaz de atender à demanda do sistema e às metas de volume para o final do período estudado, isso tudo, aparentemente em troca de um alto custo de geração. Assim, evidenciou-se a necessidade de que para se obter uma boa relação de compromisso de custo versus segurança/confiabilidade é preciso calibrar a meta de incerteza Δ_k de forma adequada.

A fim de colocar as decisões calculadas pelo modelo proposto PE-R em perspectiva, é apresentado nesta seção um estudo comparativo de seus resultados com os resultados obtidos pelo modelo de planejamento estocástico por janela rolante adaptativo PE-JRA,

descrito na Subseção 3.2.4.

É comum que os operadores executem modelos de PE estocásticos, como o PE-JRA com horizontes de planejamento maiores, porém levando-se em conta apenas as decisões do primeiro ano. Este procedimento é feito de modo a mitigar os riscos de déficits futuros, buscando também eliminar a influência das restrições de fronteira do problema. Assim, por exemplo, é comum que os modelos estocásticos sejam executados para um horizonte de 3 anos à frente, mas as decisões efetivamente utilizadas envolvam somente as decisões calculadas para o primeiro ano. Esse procedimento não é necessário de ser adotado para modelos de PE robustos, uma vez que estes modelos já têm uma tendência a calcular soluções conservadoras.

Dessa forma, as decisões calculadas pelo modelo robusto PE-R são comparadas com aquelas calculadas por dois modelos de PE-JRA: (i) Neste caso, o horizonte de planejamento utilizado no PE-JRA é de um ano, e as decisões utilizadas também envolvem as decisões anuais. A comparação feita com o modelo de PE-JRA com horizonte de um ano é descrita na Subseção 6.3.1; (ii) Neste caso, o horizonte de planejamento utilizado no PE-JRA é de três anos à frente, mas as decisões utilizadas envolvem somente as decisões calculadas para o primeiro ano. A comparação feita com o modelo de PE-JRA com horizonte de três anos é descrita na Subseção 6.3.2.

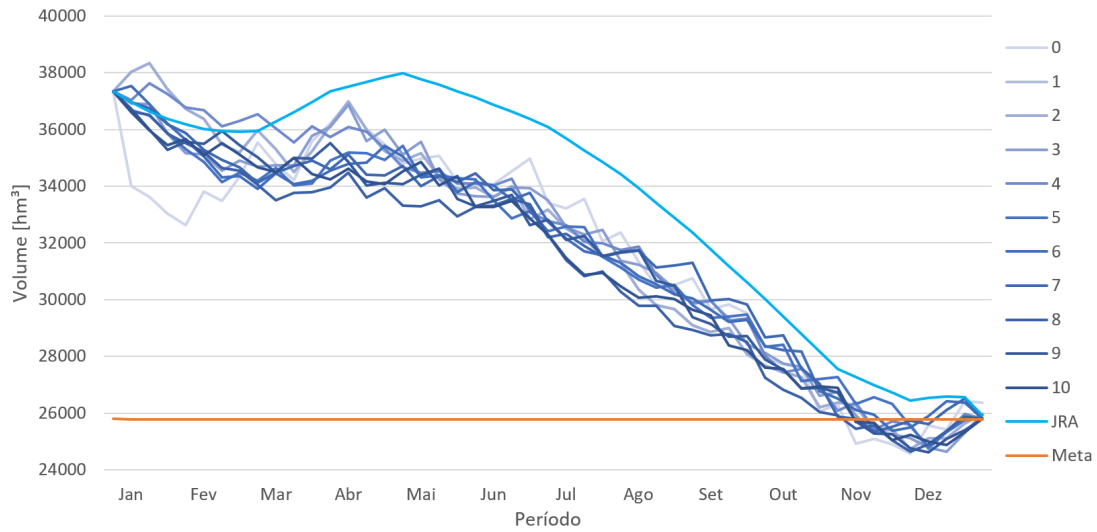
Uma das questões mais importante envolvendo os modelos estocásticos, e em especial do modelo de PE-JRA, é a escolha de cenários que serão utilizados para a representação da distribuição de probabilidade das vazões afluentes. Para os casos investigados nesta dissertação, os cenários se encontram no Apêndice A.

6.3.1 Comparação da Abordagem Robusta com Estocástica para Um Ano

Para esta comparação foram utilizados os mesmos dados já descritos para o modelo de PE-R, envolvendo os vários valores de meta de incerteza já simulados, conforme já discutido anteriormente. Os únicos dados adicionais utilizados neste estudo foram os cenários de vazões afluentes aos reservatórios, utilizados para compor o modelo de PE-JRA fornecidos no Apêndice A.

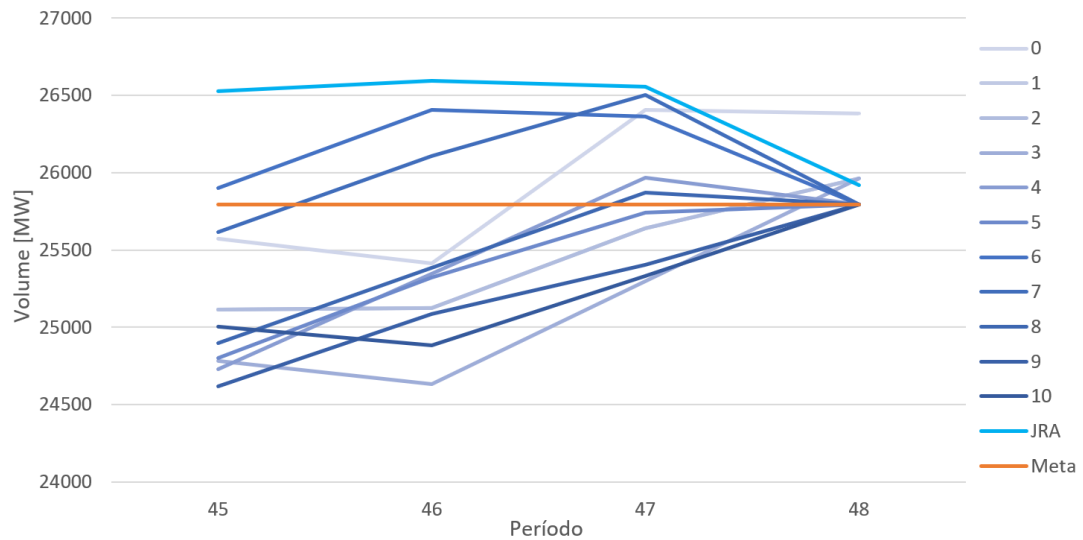
A Figura 6.11 mostra as decisões dos modelos PE-R e PE-JRA para volumes totais do sistema em cada período. Já a Figura 6.14 mostra os detalhes da Figura 6.11 para os período finais do horizonte de planejamento.

Figura 6.11 – Valores de volume total dos reservatórios das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e pelo modelo PE-JRA.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.12 – Valores de volume total dos reservatórios das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e pelo modelo PE-JRA para o ultimo mês estudado.



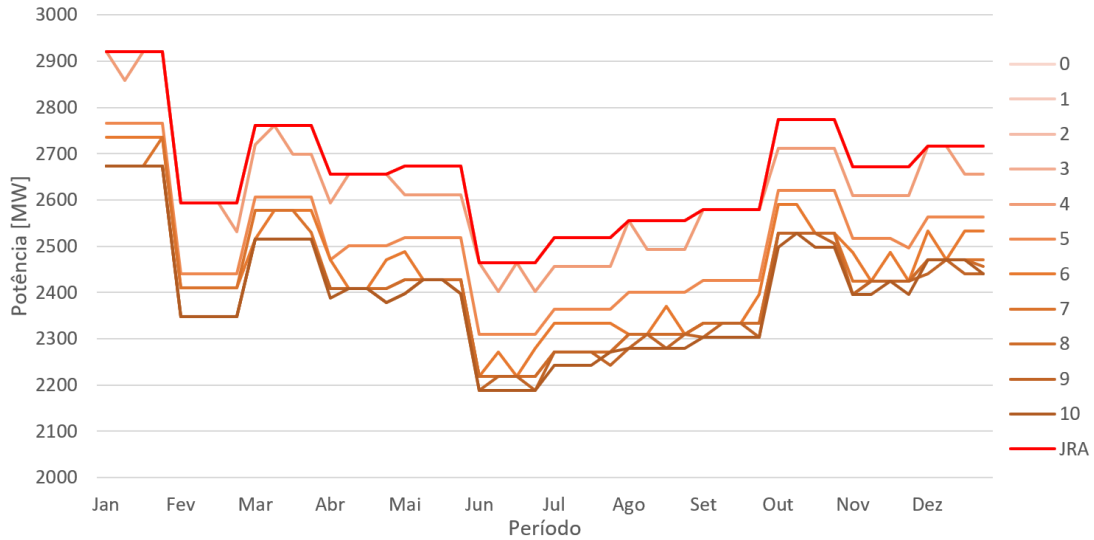
Fonte: Autoria própria.

Percebe-se da Figura 6.11 que o modelo PE-JRA acumula muito mais água durante os períodos iniciais do ano quando comparado às soluções apresentadas pelo modelo de PE-R, para praticamente todas as metas de incertezas Δ_k . O modelo PE-JRA, espera vazões afluentes maiores (dadas pelo conjunto de cenários de vazões afluentes) e também termina o ano com volume acima da meta, conforme mostrado na Figura 6.12, a qual detalha os volumes do último mês estudado.

As Figuras 6.13 e 6.14 mostram as decisões tomadas pelos modelos para potências geradas pelas usinas hidrelétricas e termelétricas, respectivamente. É possível perceber

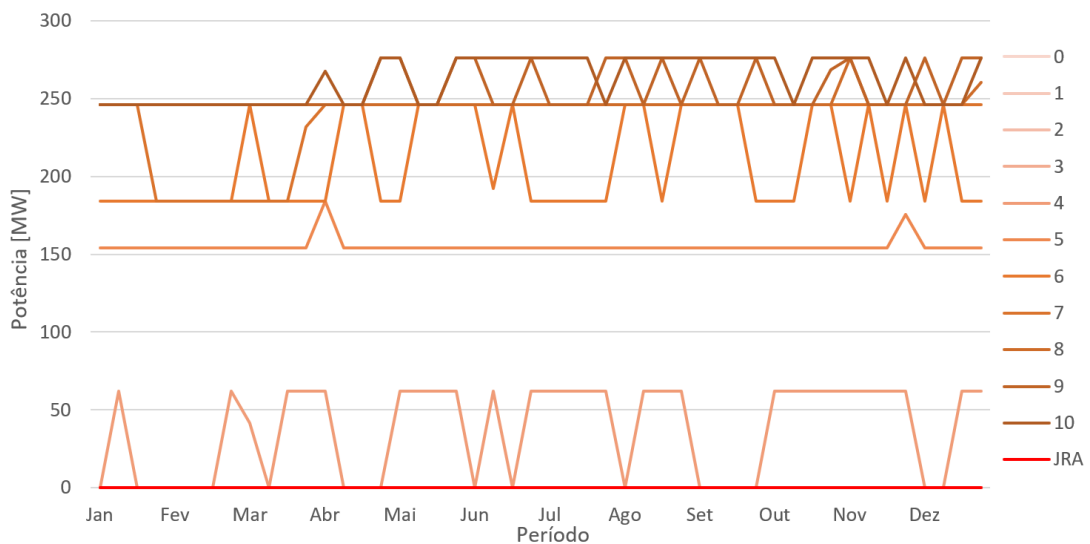
que o modelo PE-JRA não aciona as termelétricas em nenhum período do horizonte de planejamento, de modo que toda a demanda é atendida por meio de geração hidrelétrica.

Figura 6.13 – Valores de potência total gerada pelas unidades hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e pelo modelo de PE-JRA.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.14 – Valores de potência total gerada pelas unidades termelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e pelo modelo PE-JRA.



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 6.12 apresenta os valores dos custos de geração calculados para o modelo de PE-R para cada valor de Δ_k estudado e também para o modelo PE-JRA. Percebe-se que o custo de geração do modelo PE-JRA é o menor possível, pois como não aciona as usinas termelétricas durante todo o horizonte de planejamento, os custos decorrem somente do termo independente associado à função quadrática de custos de combustíveis das usinas termelétricas.

Tabela 6.12 – Custos de geração resultante para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA.

Modelo	Custo
0	R\$ 139.300,83
1	R\$ 139.300,83
2	R\$ 139.300,83
3	R\$ 139.300,83
4	R\$ 206.203,89
5	R\$ 429.932,03
6	R\$ 538.403,04
7	R\$ 593.272,44
8	R\$ 617.078,41
9	R\$ 634.445,61
10	R\$ 648.797,05
PE-JRA	R\$ 139.300,83

Como visto até agora, os resultados de custo de produção são muito mais favoráveis ao modelo PE-JRA, o qual acaba sendo, de fato, muito barato. Entretanto, é importante verificar as infactibilidades para diferentes vazões afluentes ψ_{rk} , por meio da metodologia de comparação descrita no Capítulo 5, mediante os resultados das simulações.

Assim, além das simulações já realizadas com o modelo robusto PE-R, também foram feitas 500 simulações para o modelo PE-JRA, cujos resultados estão mostrados nas Tabelas 6.13 e 6.14.

Tabela 6.13 – Quantidade de simulações infactíveis para cada valor de Δ_k e para o modelo PE-JRA.

Δ_k	Simulações Infactíveis
0	500
1	500
2	500
3	500
4	500
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
PE-JRA	0

Tabela 6.14 – Infactibilidades resultantes do simulador para o modelo de PE-R com diferentes valores de Δ_k e para o modelo PE-JRA.

Modelo	ε_{rk}^{vMin}	ε_{rk}^{vMax}	$\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$	$\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$	ε_r^{Meta}
0	10532	7174	0	0	2562
1	10544	7109	0	0	2549
2	10633	7183	0	0	2557
3	2080	2098	0	0	2252
4	2739	2132	0	0	32
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
PE-JRA	0	0	0	0	0

Destaca-se que para todos os modelos, os valores aleatórios de vazões afluentes utilizados para obtenção dos dados mostrados nas Tabelas 6.13 e 6.14 foram simulados dentro da região de incerteza, definida em (4.1). A Tabela 6.13 mostra a quantidade de vezes em que uma simulação resultou em infactibilidade. Já a Tabela 6.14 mostra a somatória de vezes que cada uma das variáveis de folga e excesso utilizadas no modelo do simulador hidráulico resultaram em infactibilidades, em função dos valores aleatórios das vazões afluentes ψ_{rk} . Com essas simulações percebe-se que além de possuir uma baixo custo, o modelo PE-JRA é surpreendentemente bastante seguro em relação à aleatoriedade das vazões afluentes, não apresentando nenhuma infactibilidade em nenhuma das restrições do problema de planejamento em todas as 500 simulações realizadas. Este é um resultado não esperado para o modelo de PE-JRA, já que este não possui nenhuma forma de representação robusta em sua formulação.

Por outro lado, verifica-se também nas Tabelas 6.13 e 6.14 que o modelo PE-R apresenta um comportamento efetivamente robusto para valores de Δ_k superiores a 4, o que, de fato é esperado, já que este modelo possui uma representação explícita de robustez em sua formulação matemática.

A fim de se estudar mais a fundo a robustez dos modelos foram feitos testes com o simulador hidráulico em que os valores de vazões afluentes aleatórios são gerados fora da região de incerteza, multiplicando-se os valores da curva que define o limite mínimo desta região por 0,75. Nestes testes, os resultados infactíveis são muito mais prováveis de ocorrerem, mesmo no modelo robusto PE-R. Os resultados obtidos para este caso são mostrados nas Tabelas 6.15 e 6.16. Percebe-se pelas tabelas que, neste caso, o modelo PE-JRA não é tão seguro quanto o modelo robusto, o qual mantém altos níveis de segurança, mesmo para situações de vazão afluente fora do conjunto de incerteza.

Tabela 6.15 – Quantidade de simulações infactíveis com valores de vazão menores para cada valor de Δ_k e para o modelo PE-JRA.

Δ_k	Simulações Infactíveis
0	500
1	500
2	500
3	500
4	500
5	500
6	496
7	52
8	18
9	335
10	34
PE-JRA	500

Tabela 6.16 – Infactibilidades resultantes do simulador com valores de vazão menores para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA.

Modelo	ε_{rk}^{vMin}	ε_{rk}^{vMax}	$\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$	$\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$	ε_r^{Meta}
0	40994	2162	0	0	3986
1	40960	2382	0	0	3984
2	40796	2332	0	0	3984
3	35673	1523	0	0	3356
4	28058	906	0	0	2677
5	6109	944	0	0	2380
6	11591	1241	0	0	985
7	393	65	0	0	41
8	11	10	0	0	5
9	205	820	0	0	9
10	4	30	0	0	11
PE-JRA	7604	0	0	0	1230

Por fim, é importante comparar os tempos computacionais para que o *software* resolva os modelo de PE-R e o modelo de PE-JRA. Percebe-se pela Tabela 6.17 que o problema robusto possui tempos de computação consideravelmente menores que aquele apresentado pelo modelo de PE-JRA, quando são analisados individualmente cada Δ_k . Isso se dá pelo fato do robusto não utilizar cenários, os quais em abordagens estocásticas aumentam consideravelmente os tempos computacionais necessários para a resolução dos problemas de planejamento.

Tabela 6.17 – Tempos computacionais para resolução dos problemas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA.

Modelo	Tempo(segundos)
$\Delta_k = 0$	6:91
$\Delta_k = 1$	6:97
$\Delta_k = 2$	6:94
$\Delta_k = 3$	8:57
$\Delta_k = 4$	11:67
$\Delta_k = 5$	11:56
$\Delta_k = 6$	11:72
$\Delta_k = 7$	11:62
$\Delta_k = 8$	6:93
$\Delta_k = 9$	6:90
$\Delta_k = 10$	6:98
PE-JRA	48:44

Com os resultados mostrados até aqui, envolvendo o modelo PE-R, considerando seus diferentes valores de Δ_k , e o modelo estocástico PE-JRA, tem-se uma comparação destes modelos em termos dos custos de geração, segurança e tempo computacional. De forma sucinta, no que diz respeito aos custos de geração o modelo PE-JRA obteve o menor custo possível do problema, o mesmo ocorrendo para as soluções robustas para os valores de Δ_k de 0 a 3. Porém, no que diz respeito à segurança o PE-JRA se mostrou surpreendentemente seguro, ao passo que os modelos PE-R para os valores de Δ_k menores e com custos mais baratos, se mostraram menos seguros. Também se verificou que modelo de PE-R com valores de Δ_k que obtiveram resultados mais seguros acabam sendo mais caros. Já para tempo computacional, o modelo PE-R tem um desempenho superior, apresentando tempos computacionais de solução de seus problemas inferiores quando comparados aos obtidos pelo modelo PE-JRA.

A partir dessa análise é possível concluir que para este sistema estudado, o melhor modelo a ser usado é o PE-JRA. O PE-JRA obteve baixo custo ao mesmo tempo em que obteve bons níveis de segurança, e o tempo de processamento de dados, apesar de ser maior que aqueles apresentados pelos modelo de PE-R, pode ser considerado aceitável. Investigações adicionais são necessárias, de forma a avaliar outro pontos operacionais, dados por exemplo por outros perfis de carga, outras configurações de cenários de afluências, etc. que podem reduzir o nível de segurança do modelo PE-JRA.

6.3.2 Comparação da Abordagem Robusta com Estocástica para Três Anos

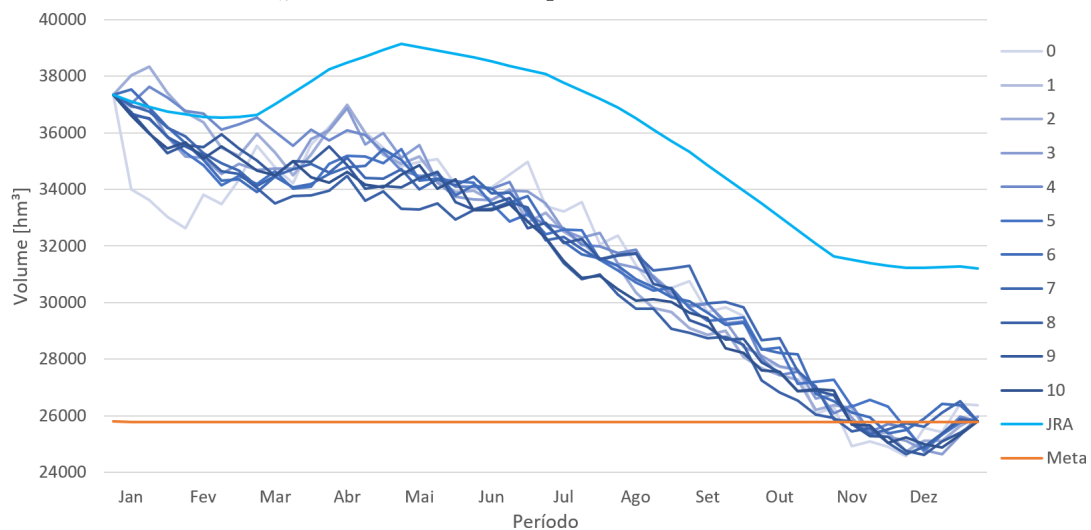
Conforme discutido, uma prática comum na operação de sistema hidrotérmicos, consiste em adotar um horizonte de planejamento maior para problemas de planejamento energético (e.g. três anos à frente), caso estes problemas sejam formulados por meio de

otimização estocástica. Neste caso, mesmo com o horizonte de 3 anos à frente, consideram-se somente as decisões tomadas no primeiro ano. O objetivo deste procedimento consiste em obter decisões mais robustas para o problema estocástico no primeiro ano do horizonte estudado. Nesta seção, as decisões obtidas pelos modelos de PE são comparadas àquelas obtidas pelo modelo denominado de PE-JRA3, para o qual se adota o procedimento que estabelece um horizonte de planejamento de 3 anos à frente, porém mantendo-se as mesmas metas de volume ao final de cada ano. Para isso, as decisões do primeiro ano obtidas pelos modelos de PE-R para vários valores de Δ_k são comparadas àquelas obtidas pelo modelo PE-JRA3.

Para uma comparação correta dos modelos, foram estabelecidas demandas e metas de volume para cada ano estudado para o PE-JRA3. As metas utilizadas foram todas iguais à meta já estabelecida anteriormente e a demanda também segue o mesmo padrão para os três anos seguidos.

A Figura 6.15 ilustra as decisões para os volumes totais do sistema em cada período, obtidas pelo modelo PE-R para vários valores de meta de incerteza e pelo modelo PE-JRA3.

Figura 6.15 – Valores de volume total dos reservatórios das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.



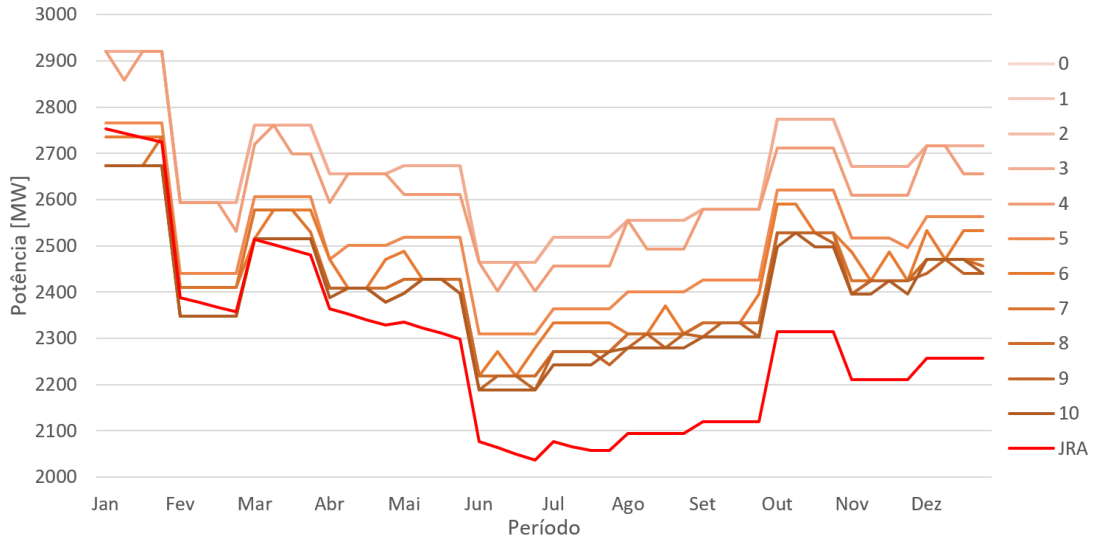
Fonte: Autoria própria.

Percebe-se da Figura 6.15 que o modelo PE-JRA3 de fato atua de forma mais conservadora, e acumula mais água durante todo o ano em relação ao modelo de PE-R envolvendo todas as metas de incertezas Δ_k . Além disso, o modelo de PE-JRA3 também termina o horizonte de planejamento com seus volumes muito acima da meta de volume. Esse comportamento ocorre no modelo de PE-JRA3, pois este espera que seja possível atingir a meta de volume no fim do terceiro ano, apesar de ainda ter metas de volume para o fim de cada ano.

As Figuras 6.16 e 6.17 ilustram as decisões tomadas pelos modelos para potências despachadas pelas usinas hidrelétricas e termelétricas, respectivamente. É possível perceber

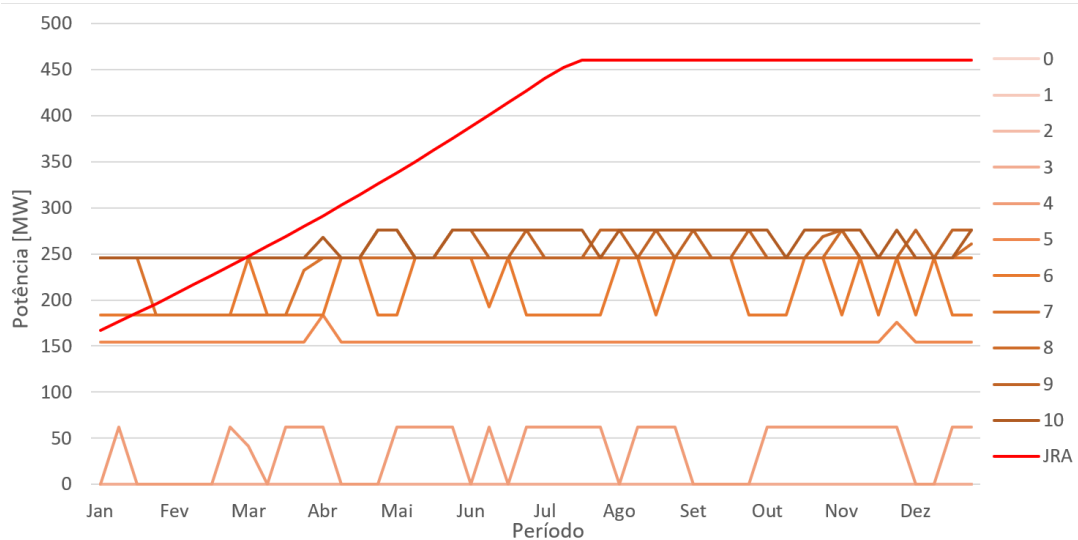
que o modelo PE-JRA, neste caso, aciona as termelétricas durante todo o ano e em grande parte do ano com geração acima dos modelos robustos. Em consequência disso, as hidrelétricas precisam gerar muito menos para que seja atendida a demanda.

Figura 6.16 – Valores de potência total gerada pelas unidades hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.17 – Valores de potência total gerada pelas unidades termelétricas para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 6.18 apresenta os valores de custo de geração obtidos para o modelo de PE-R, para cada valor de Δ_k , e também para o modelo PE-JRA3. Percebe-se que o custo de geração do PE-JRA3 torna-se o mais caro dentre todos, pois este modelo decide por gerar mais energia termelétrica durante todo o ano do que o modelo robusto estudado para todos os valores de meta de incerteza analisados.

Tabela 6.18 – Custos de geração resultante para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.

Modelo	Custo
0	R\$ 139.300,83
1	R\$ 139.300,83
2	R\$ 139.300,83
3	R\$ 139.300,83
4	R\$ 206.203,89
5	R\$ 429.932,03
6	R\$ 538.403,04
7	R\$ 593.272,44
8	R\$ 617.078,41
9	R\$ 634.445,61
10	R\$ 648.797,05
PE-JRA3	R\$ 803.874,71

Para a avaliação dos níveis de segurança de cada modelo, que é um dos objetivos para o PE-JRA3, mais uma vez, utiliza-se a metodologia de avaliação proposta neste trabalho, por meio das simulações hidráulicas. Novamente, foram realizadas 500 simulações para o modelo PE-JRA3 bem como para o modelo de PE-R, e os resultados de infactibilidades são mostrados nas Tabelas 6.19 e 6.20.

Tabela 6.19 – Quantidade de simulações infactíveis para cada valor de Δ_k e para o modelo PE-JRA.

Δ_k	Simulações Infactíveis
0	500
1	500
2	500
3	500
4	500
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
PE-JRA3	0

Tabela 6.20 – Infactibilidades resultantes do simulador para diferentes valores de Δ_k do modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.

Modelo	ε_{rk}^{vMin}	ε_{rk}^{vMax}	$\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$	$\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$	ε_r^{Meta}
0	10532	7174	0	0	2562
1	10544	7109	0	0	2549
2	10633	7183	0	0	2557
3	2080	2098	0	0	2252
4	2739	2132	0	0	32
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
PE-JRA3	0	0	0	0	0

Percebe-se pelas Tabelas 6.19 e 6.20 que o PE-JRA3 é tão seguro quanto o modelo robusto em relação a aleatoriedade das vazões afluentes.

A fim de se estudar mais a fundo a robustez dos modelos foram feitos testes com o simulador hidráulico em que as valores de vazões afluentes aleatórios são gerados fora da região de incerteza, multiplicando-se os valores da curva que define o limite mínimo desta região por 0,75. Nestes testes, os resultados infactíveis são muito mais prováveis de ocorrer, mesmo no modelo robusto PE-R. Os resultados obtidos para este caso são mostrados nas Tabelas 6.21 e 6.22. Percebe-se pelas tabelas que, neste caso, o modelo PE-JRA3 não é tão seguro quanto o modelo PE-R com valores de Δ_k maiores que 6, os quais se mostraram seguros mesmo para situações de vazão afluente fora do conjunto de incerteza.

Tabela 6.21 – Quantidade de simulações infactíveis com valores de vazão menores para cada valor de Δ_k e para o modelo PE-JRA.

Δ_k	Simulações Infactíveis
0	500
1	500
2	500
3	500
4	500
5	500
6	496
7	52
8	18
9	335
10	34
PE-JRA3	500

Tabela 6.22 – Infactibilidades resultantes do simulador com valores de vazão menores para diferentes valores de Δ_k para o modelo PE-R e para o modelo PE-JRA3.

Modelo	ε_{rk}^{vMin}	ε_{rk}^{vMax}	$\varepsilon_{rk}^{aguaMin}$	$\varepsilon_{rk}^{aguaMax}$	ε_r^{Meta}
0	40994	2162	0	0	3986
1	40960	2382	0	0	3984
2	40796	2332	0	0	3984
3	35673	1523	0	0	3356
4	28058	906	0	0	2677
5	6109	944	0	0	2380
6	11591	1241	0	0	985
7	393	65	0	0	41
8	11	10	0	0	5
9	205	820	0	0	9
10	4	30	0	0	11
PE-JRA3	7771	0	0	0	1249

Com essa comparação entre uma abordagem mais segura do PE-JRA3 e o modelo PE-R, é possível perceber que o modelo PE-JRA3 se torna bem mais caro que o PE-R sem que seja obtida uma segurança melhor, sendo que as soluções robustas para $\Delta_k = 5$ não só possuem quase metade do preço como demonstra ser mais seguro.

Dessa forma é possível concluir que o modelo robusto pode ser usado como uma base quando se quer uma maior segurança no sistema, “imunizando-o” contra casos drásticos de vazões afluentes, e ainda assim seja possível atingir o menor custo possível.

7 CONCLUSÕES

Este trabalho propõe um modelo de planejamento energético em sistemas hidrotérmicos com modelagem baseada em otimização robusta e compara com um modelo estocástico de janela rolante adaptativa. O modelo robusto tem como objetivo tratar as incertezas de um sistema hidrotérmico, que são as vazões afluentes, de forma que se obtenha uma certa “imunidade” contra elas. Além disso o trabalho propõe um modelo de simulação hidráulica para verificar a qualidade da “imunidade” dos modelos utilizados no trabalho. A modelagem proposta foi implementada utilizando-se a linguagem OPL na plataforma IBM-CPLEX. Nos resultados buscou-se avaliar as diferenças das decisões obtidas quando diferentes metas de incertezas são utilizadas, avaliando, dessa forma, as variáveis de potência e de volume, os valores de custo e suas capacidades de prevenção das incertezas. Mostrou-se por meio de simulações das decisões obtidas pelo modelo que a abordagem robusta é efetivamente capaz de “imunizar” as decisões do sistema contra casos adversos nas vazões afluentes dentro do conjunto de incertezas previamente estabelecido, além de se mostrar robusto também para vazões que estão fora do conjunto de incerteza de modo que o modelo pode ser usado como uma base quando se quer uma maior segurança no sistema. Já na comparação com o modelo estocástico foi possível concluir que para o sistema estudado os dois modelos são bastante robustos porém o modelo estocástico acaba sendo mais barato. Sendo assim, para estudos futuros pode-se aplicar os modelos para um sistema diferente, onde se tenha menos hidrelétricas ou diferentes carregamentos de demanda, e um estudo mais aprofundado para as metas de incerteza, tentando novos valores. Por fim podemos concluir que o modelo de planejamento energético utilizando otimização robusta pode ser usado como uma base de segurança para sistemas hidrotérmicos e funciona da forma desejada.

REFERÊNCIAS

ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro/RJ: [s.n.], 2007. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

BERTSIMAS, D. et al. Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 1, p. 52–63, fev. 2013. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 4, 16 e 33.

BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. *Introduction to Stochastic Programming*. New York, NY: Springer New York, 2011. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). ISBN 978-1-4614-0236-7 978-1-4614-0237-4. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-0237-4>>. Citado 5 vezes nas páginas 1, 7, 8, 10 e 12.

CHAVES, C. N. *Modelo de Leilão de Energia para Mercados de Futuros de Sistemas Hidrotérmicos*. Tese (Dissertação de mestrado) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru - SP, Brasil, maio 2022. Citado 7 vezes nas páginas 3, 4, 5, 17, 26, 27 e 29.

CICOGNA, M. A.; FILHO, S. S. Dissertação de Mestrado, *Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotermicos a usinas individualizadas orientado por objetos (Dissertação de Mestrado)*. 1999. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000197782>>. Citado 3 vezes nas páginas 1, 18 e 22.

CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 6 vezes nas páginas 9, 10, 11, 13, 25 e 26.

DASHTI, H. et al. Weekly Two-Stage Robust Generation Scheduling for Hydrothermal Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 31, n. 6, p. 4554–4564, nov. 2016. ISSN 0885-8950. Citado na página 4.

DEMBO, R. Scenario optimization. *Annals of Operations Research*, v. 56, p. 270–287, 12 1991. Citado na página 2.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, ago. 2008. ISSN 0885-8950, 1558-0679. Citado na página 2.

GORISSEN, B. L.; YANIKOGLU, I.; HERTOOG, D. den. A practical guide to robust optimization. *Omega*, v. 53, p. 124–137, jun. 2015. ISSN 0305-0483. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048314001698>>. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

- GUIGUES, V.; SAGASTIZÁBAL, C. The value of rolling-horizon policies for risk-averse hydro-thermal planning. *European Journal of Operational Research*, v. 217, n. 1, p. 129–140, fev. 2012. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221711007582>>. Citado na página 3.
- HYDROBYTE. *Company / HydroByte Software*. 2022. Disponível em: <<https://hydrobyte.com.br/site/en/company>>. Citado 3 vezes nas páginas 32, 44 e 46.
- LABADIE, J. W. Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 2, p. 93–111, mar. 2004. ISSN 0733-9496. Publisher: American Society of Civil Engineers. Citado na página 1.
- ONS. ONS - resultados da operação - OPHEN - acompanhamento diário da operação hidroenergética. 2023. Disponível em: <<https://www.ons.org.br/>>. Citado na página 45.
- PEREIRA, A. C. *Procedimento de Equilíbrio de Mercados de Energia e Reserva com Restrições de Segurança em Sistemas Hidrotérmicos*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru - SP, Brasil, dez. 2017. Citado na página 21.
- PEREIRA, M.; PINTO, L. A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, n. 10, p. 3851–3860, out. 1982. ISSN 0018-9510. Citado na página 2.
- PEREIRA, M.; PINTO, L. Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 11, p. 3611–3618, nov. 1983. ISSN 0018-9510. Citado na página 2.
- PEREIRA, M.; PINTO, L. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, v. 52, n. 1-3, p. 359–375, 1991. ISSN 1436-4646. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.
- SOARES, S.; LYRA, C.; TAVARES, H. Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99, n. 3, p. 1107–1118, maio 1980. ISSN 0018-9510. Citado na página 1.
- SOYSTER, A. Convex programming with set-inclusive constraints, and application to inexact linear programming. *Operations Research*, v. 21, p. 270–287, 1973. Citado na página 3.
- STEDINGER, J.; SULE, B.; LOUCKS, P. Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization. *Water Resources Research*, v. 56, p. 270–287, 1984. Citado na página 2.
- ZAMBELLI, M. et al. NEWAVE versus ODIN: comparison of stochastic and deterministic models for the long term hydropower scheduling of the interconnected brazilian system. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, v. 22, n. 6, p. 598–609, dez. 2011. ISSN 0103-1759. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0103-17592011000600005&lng=en&nrm=iso&tlng=en>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 3.

Apêndices

APÊNDICE A – CENÁRIOS UTILIZADOS PARA A RESOLUÇÃO DO MODELO DE JANELA ROLANTE ADAPTATIVA

Tabela A.1 – Cenários utilizados para a usina Corumba IV na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{1k1}	Ψ_{1k2}	Ψ_{1k3}	Ψ_{1k4}	Ψ_{1k5}	Ψ_{1k6}	Ψ_{1k7}	Ψ_{1k8}	Ψ_{1k9}
1	211	214	212	291	202	252	195	186	150
2	211	214	212	291	202	252	195	186	150
3	211	214	212	291	202	252	195	186	150
4	211	214	212	291	202	252	195	186	150
5	200	240	227	369	220	256	192	251	140
6	200	240	227	369	220	256	192	251	140
7	200	240	227	369	220	256	192	251	140
8	200	240	227	369	220	256	192	251	140
9	193	264	262	336	204	245	215	237	167
10	193	264	262	336	204	245	215	237	167
11	193	264	262	336	204	245	215	237	167
12	193	264	262	336	204	245	215	237	167
13	163	185	197	216	185	193	199	197	158
14	163	185	197	216	185	193	199	197	158
15	163	185	197	216	185	193	199	197	158
16	163	185	197	216	185	193	199	197	158
17	105	109	129	141	110	129	128	114	86
18	105	109	129	141	110	129	128	114	86
19	105	109	129	141	110	129	128	114	86
20	105	109	129	141	110	129	128	114	86
21	76	91	98	105	80	94	89	77	59
22	76	91	98	105	80	94	89	77	59
23	76	91	98	105	80	94	89	77	59
24	76	91	98	105	80	94	89	77	59
25	64	73	71	81	63	73	70	59	44
26	64	73	71	81	63	73	70	59	44
27	64	73	71	81	63	73	70	59	44
28	64	73	71	81	63	73	70	59	44
29	52	55	52	67	51	61	55	47	34
30	52	55	52	67	51	61	55	47	34
31	52	55	52	67	51	61	55	47	34
32	52	55	52	67	51	61	55	47	34
33	44	46	41	53	46	53	49	46	28
34	44	46	41	53	46	53	49	46	28
35	44	46	41	53	46	53	49	46	28
36	44	46	41	53	46	53	49	46	28
37	54	54	55	67	71	69	60	58	40
38	54	54	55	67	71	69	60	58	40
39	54	54	55	67	71	69	60	58	40
40	54	54	55	67	71	69	60	58	40
41	71	89	92	125	110	116	99	89	74
42	71	89	92	125	110	116	99	89	74
43	71	89	92	125	110	116	99	89	74
44	71	89	92	125	110	116	99	89	74
45	121	147	152	201	159	198	153	153	117
46	121	147	152	201	159	198	153	153	117
47	121	147	152	201	159	198	153	153	117
48	121	147	152	201	159	198	153	153	117

Tabela A.2 – Cenários utilizados para a usina Corumba III na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{2k1}	Ψ_{2k2}	Ψ_{2k3}	Ψ_{2k4}	Ψ_{2k5}	Ψ_{2k6}	Ψ_{2k7}	Ψ_{2k8}	Ψ_{2k9}
1	51	52	52	66	49	61	46	57	44
2	51	52	52	66	49	61	46	57	44
3	51	52	52	66	49	61	46	57	44
4	51	52	52	66	49	61	46	57	44
5	48	58	55	88	51	56	45	67	44
6	48	58	55	88	51	56	45	67	44
7	48	58	55	88	51	56	45	67	44
8	48	58	55	88	51	56	45	67	44
9	47	64	63	77	49	57	51	65	61
10	47	64	63	77	49	57	51	65	61
11	47	64	63	77	49	57	51	65	61
12	47	64	63	77	49	57	51	65	61
13	40	45	48	50	42	41	44	47	58
14	40	45	48	50	42	41	44	47	58
15	40	45	48	50	42	41	44	47	58
16	40	45	48	50	42	41	44	47	58
17	25	26	31	33	25	28	27	32	34
18	25	26	31	33	25	28	27	32	34
19	25	26	31	33	25	28	27	32	34
20	25	26	31	33	25	28	27	32	34
21	19	22	24	25	18	21	20	23	24
22	19	22	24	25	18	21	20	23	24
23	19	22	24	25	18	21	20	23	24
24	19	22	24	25	18	21	20	23	24
25	16	18	17	19	14	16	16	18	19
26	16	18	17	19	14	16	16	18	19
27	16	18	17	19	14	16	16	18	19
28	16	18	17	19	14	16	16	18	19
29	12	13	13	16	12	14	12	14	14
30	12	13	13	16	12	14	12	14	14
31	12	13	13	16	12	14	12	14	14
32	12	13	13	16	12	14	12	14	14
33	10	11	10	13	11	12	12	13	12
34	10	11	10	13	11	12	12	13	12
35	10	11	10	13	11	12	12	13	12
36	10	11	10	13	11	12	12	13	12
37	13	13	14	17	17	17	14	17	13
38	13	13	14	17	17	17	14	17	13
39	13	13	14	17	17	17	14	17	13
40	13	13	14	17	17	17	14	17	13
41	17	21	23	32	27	29	25	25	24
42	17	21	23	32	27	29	25	25	24
43	17	21	23	32	27	29	25	25	24
44	17	21	23	32	27	29	25	25	24
45	29	36	37	50	37	49	35	45	42
46	29	36	37	50	37	49	35	45	42
47	29	36	37	50	37	49	35	45	42
48	29	36	37	50	37	49	35	45	42

Tabela A.3 – Cenários utilizados para a usina Corumba I na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{3k1}	Ψ_{3k2}	Ψ_{3k3}	Ψ_{3k4}	Ψ_{3k5}	Ψ_{3k6}	Ψ_{3k7}	Ψ_{3k8}	Ψ_{3k9}
1	463	470	461	588	455	530	419	499	309
2	463	470	461	588	455	530	419	499	309
3	463	470	461	588	455	530	419	499	309
4	463	470	461	588	455	530	419	499	309
5	438	525	492	783	533	552	416	591	279
6	438	525	492	783	533	552	416	591	279
7	438	525	492	783	533	552	416	591	279
8	438	525	492	783	533	552	416	591	279
9	422	578	568	689	453	509	477	596	376
10	422	578	568	689	453	509	477	596	376
11	422	578	568	689	453	509	477	596	376
12	422	578	568	689	453	509	477	596	376
13	357	406	428	442	399	411	362	463	339
14	357	406	428	442	399	411	362	463	339
15	357	406	428	442	399	411	362	463	339
16	357	406	428	442	399	411	362	463	339
17	229	239	279	300	235	278	251	273	195
18	229	239	279	300	235	278	251	273	195
19	229	239	279	300	235	278	251	273	195
20	229	239	279	300	235	278	251	273	195
21	166	199	212	220	176	206	186	188	143
22	166	199	212	220	176	206	186	188	143
23	166	199	212	220	176	206	186	188	143
24	166	199	212	220	176	206	186	188	143
25	140	160	154	169	143	166	150	148	106
26	140	160	154	169	143	166	150	148	106
27	140	160	154	169	143	166	150	148	106
28	140	160	154	169	143	166	150	148	106
29	113	119	113	141	113	139	119	115	81
30	113	119	113	141	113	139	119	115	81
31	113	119	113	141	113	139	119	115	81
32	113	119	113	141	113	139	119	115	81
33	97	101	89	113	102	126	104	107	65
34	97	101	89	113	102	126	104	107	65
35	97	101	89	113	102	126	104	107	65
36	97	101	89	113	102	126	104	107	65
37	118	118	120	146	146	153	113	115	79
38	118	118	120	146	146	153	113	115	79
39	118	118	120	146	146	153	113	115	79
40	118	118	120	146	146	153	113	115	79
41	155	195	200	285	257	239	196	203	150
42	155	195	200	285	257	239	196	203	150
43	155	195	200	285	257	239	196	203	150
44	155	195	200	285	257	239	196	203	150
45	265	321	330	449	352	415	321	392	250
46	265	321	330	449	352	415	321	392	250
47	265	321	330	449	352	415	321	392	250
48	265	321	330	449	352	415	321	392	250

Tabela A.4 – Cenários utilizados para a usina Emborcação na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{4k1}	Ψ_{4k2}	Ψ_{4k3}	Ψ_{4k4}	Ψ_{4k5}	Ψ_{4k6}	Ψ_{4k7}	Ψ_{4k8}	Ψ_{4k9}
1	538	546	518	611	593	723	512	577	414
2	538	546	518	611	593	723	512	577	414
3	538	546	518	611	593	723	512	577	414
4	538	546	518	611	593	723	512	577	414
5	509	611	537	686	526	677	521	632	288
6	509	611	537	686	526	677	521	632	288
7	509	611	537	686	526	677	521	632	288
8	509	611	537	686	526	677	521	632	288
9	491	673	633	576	438	521	462	517	378
10	491	673	633	576	438	521	462	517	378
11	491	673	633	576	438	521	462	517	378
12	491	673	633	576	438	521	462	517	378
13	415	473	422	352	346	396	323	370	258
14	415	473	422	352	346	396	323	370	258
15	415	473	422	352	346	396	323	370	258
16	415	473	422	352	346	396	323	370	258
17	266	278	266	255	217	249	219	224	173
18	266	278	266	255	217	249	219	224	173
19	266	278	266	255	217	249	219	224	173
20	266	278	266	255	217	249	219	224	173
21	194	233	201	188	171	199	163	177	140
22	194	233	201	188	171	199	163	177	140
23	194	233	201	188	171	199	163	177	140
24	194	233	201	188	171	199	163	177	140
25	164	181	155	149	139	169	132	147	107
26	164	181	155	149	139	169	132	147	107
27	164	181	155	149	139	169	132	147	107
28	164	181	155	149	139	169	132	147	107
29	132	136	122	115	109	147	118	125	87
30	132	136	122	115	109	147	118	125	87
31	132	136	122	115	109	147	118	125	87
32	132	136	122	115	109	147	118	125	87
33	112	115	102	91	105	143	115	123	70
34	112	115	102	91	105	143	115	123	70
35	112	115	102	91	105	143	115	123	70
36	112	115	102	91	105	143	115	123	70
37	137	136	128	124	156	163	123	112	72
38	137	136	128	124	156	163	123	112	72
39	137	136	128	124	156	163	123	112	72
40	137	136	128	124	156	163	123	112	72
41	181	218	231	232	302	269	208	172	183
42	181	218	231	232	302	269	208	172	183
43	181	218	231	232	302	269	208	172	183
44	181	218	231	232	302	269	208	172	183
45	309	378	447	454	481	515	346	412	314
46	309	378	447	454	481	515	346	412	314
47	309	378	447	454	481	515	346	412	314
48	309	378	447	454	481	515	346	412	314

Tabela A.5 – Cenários utilizados para a usina Nova Ponte na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{5k1}	Ψ_{5k2}	Ψ_{5k3}	Ψ_{5k4}	Ψ_{5k5}	Ψ_{5k6}	Ψ_{5k7}	Ψ_{5k8}	Ψ_{5k9}
1	538	540	441	634	461	647	487	511	359
2	538	540	441	634	461	647	487	511	359
3	538	540	441	634	461	647	487	511	359
4	538	540	441	634	461	647	487	511	359
5	509	607	484	685	437	586	493	542	294
6	509	607	484	685	437	586	493	542	294
7	509	607	484	685	437	586	493	542	294
8	509	607	484	685	437	586	493	542	294
9	492	635	496	581	391	514	437	470	370
10	492	635	496	581	391	514	437	470	370
11	492	635	496	581	391	514	437	470	370
12	492	635	496	581	391	514	437	470	370
13	415	462	371	370	327	405	346	331	265
14	415	462	371	370	327	405	346	331	265
15	415	462	371	370	327	405	346	331	265
16	415	462	371	370	327	405	346	331	265
17	266	274	266	278	231	284	245	230	190
18	266	274	266	278	231	284	245	230	190
19	266	274	266	278	231	284	245	230	190
20	266	274	266	278	231	284	245	230	190
21	194	208	207	214	189	230	188	181	156
22	194	208	207	214	189	230	188	181	156
23	194	208	207	214	189	230	188	181	156
24	194	208	207	214	189	230	188	181	156
25	164	169	170	181	161	189	151	150	120
26	164	169	170	181	161	189	151	150	120
27	164	169	170	181	161	189	151	150	120
28	164	169	170	181	161	189	151	150	120
29	132	132	140	152	133	163	124	114	94
30	132	132	140	152	133	163	124	114	94
31	132	132	140	152	133	163	124	114	94
32	132	132	140	152	133	163	124	114	94
33	112	113	129	130	132	155	117	111	78
34	112	113	129	130	132	155	117	111	78
35	112	113	129	130	132	155	117	111	78
36	112	113	129	130	132	155	117	111	78
37	137	134	149	186	176	185	138	118	103
38	137	134	149	186	176	185	138	118	103
39	137	134	149	186	176	185	138	118	103
40	137	134	149	186	176	185	138	118	103
41	181	215	223	285	298	240	182	177	189
42	181	215	223	285	298	240	182	177	189
43	181	215	223	285	298	240	182	177	189
44	181	215	223	285	298	240	182	177	189
45	309	392	350	476	409	429	287	384	286
46	309	392	350	476	409	429	287	384	286
47	309	392	350	476	409	429	287	384	286
48	309	392	350	476	409	429	287	384	286

Tabela A.6 – Cenários utilizados para a usina Miranda na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{6k1}	Ψ_{6k2}	Ψ_{6k3}	Ψ_{6k4}	Ψ_{6k5}	Ψ_{6k6}	Ψ_{6k7}	Ψ_{6k8}	Ψ_{6k9}
1	81	81	64	93	69	96	75	88	30
2	81	81	64	93	69	96	75	88	30
3	81	81	64	93	69	96	75	88	30
4	81	81	64	93	69	96	75	88	30
5	76	91	71	100	68	91	82	97	23
6	76	91	71	100	68	91	82	97	23
7	76	91	71	100	68	91	82	97	23
8	76	91	71	100	68	91	82	97	23
9	74	95	75	92	59	77	73	87	37
10	74	95	75	92	59	77	73	87	37
11	74	95	75	92	59	77	73	87	37
12	74	95	75	92	59	77	73	87	37
13	62	69	59	58	51	64	69	77	27
14	62	69	59	58	51	64	69	77	27
15	62	69	59	58	51	64	69	77	27
16	62	69	59	58	51	64	69	77	27
17	40	41	41	43	35	45	49	56	16
18	40	41	41	43	35	45	49	56	16
19	40	41	41	43	35	45	49	56	16
20	40	41	41	43	35	45	49	56	16
21	29	31	32	33	30	36	41	47	16
22	29	31	32	33	30	36	41	47	16
23	29	31	32	33	30	36	41	47	16
24	29	31	32	33	30	36	41	47	16
25	24	25	26	28	25	29	33	42	13
26	24	25	26	28	25	29	33	42	13
27	24	25	26	28	25	29	33	42	13
28	24	25	26	28	25	29	33	42	13
29	20	20	22	23	21	25	32	46	10
30	20	20	22	23	21	25	32	46	10
31	20	20	22	23	21	25	32	46	10
32	20	20	22	23	21	25	32	46	10
33	17	17	19	19	20	23	33	49	10
34	17	17	19	19	20	23	33	49	10
35	17	17	19	19	20	23	33	49	10
36	17	17	19	19	20	23	33	49	10
37	20	20	21	26	25	27	38	44	13
38	20	20	21	26	25	27	38	44	13
39	20	20	21	26	25	27	38	44	13
40	20	20	21	26	25	27	38	44	13
41	27	32	33	42	42	35	47	54	18
42	27	32	33	42	42	35	47	54	18
43	27	32	33	42	42	35	47	54	18
44	27	32	33	42	42	35	47	54	18
45	46	59	51	68	60	59	58	75	24
46	46	59	51	68	60	59	58	75	24
47	46	59	51	68	60	59	58	75	24
48	46	59	51	68	60	59	58	75	24

Tabela A.7 – Cenários utilizados para a usina Capim Branco I na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{7k1}	Ψ_{7k2}	Ψ_{7k3}	Ψ_{7k4}	Ψ_{7k5}	Ψ_{7k6}	Ψ_{7k7}	Ψ_{7k8}	Ψ_{7k9}
1	11	11	8	12	9	12	10	12	4
2	11	11	8	12	9	12	10	12	4
3	11	11	8	12	9	12	10	12	4
4	11	11	8	12	9	12	10	12	4
5	10	12	9	13	10	13	12	18	3
6	10	12	9	13	10	13	12	18	3
7	10	12	9	13	10	13	12	18	3
8	10	12	9	13	10	13	12	18	3
9	10	13	10	14	8	10	12	14	5
10	10	13	10	14	8	10	12	14	5
11	10	13	10	14	8	10	12	14	5
12	10	13	10	14	8	10	12	14	5
13	8	9	9	9	8	10	12	12	3
14	8	9	9	9	8	10	12	12	3
15	8	9	9	9	8	10	12	12	3
16	8	9	9	9	8	10	12	12	3
17	5	6	6	6	5	6	9	9	2
18	5	6	6	6	5	6	9	9	2
19	5	6	6	6	5	6	9	9	2
20	5	6	6	6	5	6	9	9	2
21	4	4	4	4	4	5	7	7	2
22	4	4	4	4	4	5	7	7	2
23	4	4	4	4	4	5	7	7	2
24	4	4	4	4	4	5	7	7	2
25	3	3	4	4	4	4	6	6	1
26	3	3	4	4	4	4	6	6	1
27	3	3	4	4	4	4	6	6	1
28	3	3	4	4	4	4	6	6	1
29	3	3	3	3	3	4	7	6	1
30	3	3	3	3	3	4	7	6	1
31	3	3	3	3	3	4	7	6	1
32	3	3	3	3	3	4	7	6	1
33	2	2	3	3	3	3	7	5	1
34	2	2	3	3	3	3	7	5	1
35	2	2	3	3	3	3	7	5	1
36	2	2	3	3	3	3	7	5	1
37	3	3	3	3	3	4	6	4	1
38	3	3	3	3	3	4	6	4	1
39	3	3	3	3	3	4	6	4	1
40	3	3	3	3	3	4	6	4	1
41	3	4	4	5	5	5	7	5	1
42	3	4	4	5	5	5	7	5	1
43	3	4	4	5	5	5	7	5	1
44	3	4	4	5	5	5	7	5	1
45	6	8	6	8	7	6	7	8	3
46	6	8	6	8	7	6	7	8	3
47	6	8	6	8	7	6	7	8	3
48	6	8	6	8	7	6	7	8	3

Tabela A.8 – Cenários utilizados para a usina Capim Branco II na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{8k1}	Ψ_{8k2}	Ψ_{8k3}	Ψ_{8k4}	Ψ_{8k5}	Ψ_{8k6}	Ψ_{8k7}	Ψ_{8k8}	Ψ_{8k9}
1	25	25	18	27	21	27	25	29	9
2	25	25	18	27	21	27	25	29	9
3	25	25	18	27	21	27	25	29	9
4	25	25	18	27	21	27	25	29	9
5	24	28	22	28	22	30	28	38	6
6	24	28	22	28	22	30	28	38	6
7	24	28	22	28	22	30	28	38	6
8	24	28	22	28	22	30	28	38	6
9	22	29	22	31	19	23	25	31	10
10	22	29	22	31	19	23	25	31	10
11	22	29	22	31	19	23	25	31	10
12	22	29	22	31	19	23	25	31	10
13	19	21	21	20	17	22	26	26	8
14	19	21	21	20	17	22	26	26	8
15	19	21	21	20	17	22	26	26	8
16	19	21	21	20	17	22	26	26	8
17	12	13	13	14	11	15	19	19	5
18	12	13	13	14	11	15	19	19	5
19	12	13	13	14	11	15	19	19	5
20	12	13	13	14	11	15	19	19	5
21	9	10	10	10	10	12	15	17	4
22	9	10	10	10	10	12	15	17	4
23	9	10	10	10	10	12	15	17	4
24	9	10	10	10	10	12	15	17	4
25	8	8	8	9	8	9	14	14	3
26	8	8	8	9	8	9	14	14	3
27	8	8	8	9	8	9	14	14	3
28	8	8	8	9	8	9	14	14	3
29	6	6	7	8	6	8	16	13	2
30	6	6	7	8	6	8	16	13	2
31	6	6	7	8	6	8	16	13	2
32	6	6	7	8	6	8	16	13	2
33	5	5	6	6	6	7	16	10	1
34	5	5	6	6	6	7	16	10	1
35	5	5	6	6	6	7	16	10	1
36	5	5	6	6	6	7	16	10	1
37	6	6	6	6	7	7	15	9	2
38	6	6	6	6	7	7	15	9	2
39	6	6	6	6	7	7	15	9	2
40	6	6	6	6	7	7	15	9	2
41	8	10	9	12	10	10	17	12	2
42	8	10	9	12	10	10	17	12	2
43	8	10	9	12	10	10	17	12	2
44	8	10	9	12	10	10	17	12	2
45	14	18	15	19	17	15	20	18	6
46	14	18	15	19	17	15	20	18	6
47	14	18	15	19	17	15	20	18	6
48	14	18	15	19	17	15	20	18	6

Tabela A.9 – Cenários utilizados para a usina Itumbiara na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{9k1}	Ψ_{9k2}	Ψ_{9k3}	Ψ_{9k4}	Ψ_{9k5}	Ψ_{9k6}	Ψ_{9k7}	Ψ_{9k8}	Ψ_{9k9}
1	617	634	279	331	314	543	382	425	354
2	617	634	279	331	314	543	382	425	354
3	617	634	279	331	314	543	382	425	354
4	617	634	279	331	314	543	382	425	354
5	583	706	289	431	358	497	339	450	297
6	583	706	289	431	358	497	339	450	297
7	583	706	289	431	358	497	339	450	297
8	583	706	289	431	358	497	339	450	297
9	564	817	344	390	263	476	382	386	383
10	564	817	344	390	263	476	382	386	383
11	564	817	344	390	263	476	382	386	383
12	564	817	344	390	263	476	382	386	383
13	476	555	239	237	243	316	225	308	282
14	476	555	239	237	243	316	225	308	282
15	476	555	239	237	243	316	225	308	282
16	476	555	239	237	243	316	225	308	282
17	306	324	154	162	200	178	145	202	181
18	306	324	154	162	200	178	145	202	181
19	306	324	154	162	200	178	145	202	181
20	306	324	154	162	200	178	145	202	181
21	222	292	116	120	180	136	111	168	153
22	222	292	116	120	180	136	111	168	153
23	222	292	116	120	180	136	111	168	153
24	222	292	116	120	180	136	111	168	153
25	187	211	85	94	155	90	75	133	109
26	187	211	85	94	155	90	75	133	109
27	187	211	85	94	155	90	75	133	109
28	187	211	85	94	155	90	75	133	109
29	151	151	62	78	112	76	58	118	79
30	151	151	62	78	112	76	58	118	79
31	151	151	62	78	112	76	58	118	79
32	151	151	62	78	112	76	58	118	79
33	129	128	48	65	120	62	68	106	65
34	129	128	48	65	120	62	68	106	65
35	129	128	48	65	120	62	68	106	65
36	129	128	48	65	120	62	68	106	65
37	157	152	69	91	108	106	78	90	91
38	157	152	69	91	108	106	78	90	91
39	157	152	69	91	108	106	78	90	91
40	157	152	69	91	108	106	78	90	91
41	207	245	119	163	181	169	108	141	191
42	207	245	119	163	181	169	108	141	191
43	207	245	119	163	181	169	108	141	191
44	207	245	119	163	181	169	108	141	191
45	354	398	214	261	290	428	195	302	296
46	354	398	214	261	290	428	195	302	296
47	354	398	214	261	290	428	195	302	296
48	354	398	214	261	290	428	195	302	296

Tabela A.10 – Cenários utilizados para a usina Cachoeira Dourada na solução do modelo JRA.

k	Ψ_{10k1}	Ψ_{10k2}	Ψ_{10k3}	Ψ_{10k4}	Ψ_{10k5}	Ψ_{10k6}	Ψ_{10k7}	Ψ_{10k8}	Ψ_{10k9}
1	130	132	104	135	112	137	114	142	113
2	130	132	104	135	112	137	114	142	113
3	130	132	104	135	112	137	114	142	113
4	130	132	104	135	112	137	114	142	113
5	123	147	112	160	116	174	130	163	110
6	123	147	112	160	116	174	130	163	110
7	123	147	112	160	116	174	130	163	110
8	123	147	112	160	116	174	130	163	110
9	119	162	132	150	101	150	118	142	138
10	119	162	132	150	101	150	118	142	138
11	119	162	132	150	101	150	118	142	138
12	119	162	132	150	101	150	118	142	138
13	100	114	104	95	89	119	102	125	118
14	100	114	104	95	89	119	102	125	118
15	100	114	104	95	89	119	102	125	118
16	100	114	104	95	89	119	102	125	118
17	64	67	65	68	59	79	78	87	75
18	64	67	65	68	59	79	78	87	75
19	64	67	65	68	59	79	78	87	75
20	64	67	65	68	59	79	78	87	75
21	47	56	50	50	47	67	57	75	61
22	47	56	50	50	47	67	57	75	61
23	47	56	50	50	47	67	57	75	61
24	47	56	50	50	47	67	57	75	61
25	39	44	38	41	39	62	53	66	48
26	39	44	38	41	39	62	53	66	48
27	39	44	38	41	39	62	53	66	48
28	39	44	38	41	39	62	53	66	48
29	32	33	30	33	31	47	54	57	39
30	32	33	30	33	31	47	54	57	39
31	32	33	30	33	31	47	54	57	39
32	32	33	30	33	31	47	54	57	39
33	27	28	24	27	29	49	52	54	29
34	27	28	24	27	29	49	52	54	29
35	27	28	24	27	29	49	52	54	29
36	27	28	24	27	29	49	52	54	29
37	33	31	28	32	35	53	41	44	31
38	33	31	28	32	35	53	41	44	31
39	33	31	28	32	35	53	41	44	31
40	33	31	28	32	35	53	41	44	31
41	44	53	43	57	57	68	60	58	45
42	44	53	43	57	57	68	60	58	45
43	44	53	43	57	57	68	60	58	45
44	44	53	43	57	57	68	60	58	45
45	75	89	81	98	91	112	79	106	81
46	75	89	81	98	91	112	79	106	81
47	75	89	81	98	91	112	79	106	81
48	75	89	81	98	91	112	79	106	81

APÊNDICE B – TABELAS DOS RESULTADOS OBTIDOS DO MODELO ROBUSTO PARA DIFERENTES Δ_k

Tabela B.1 – Potência gerada por cada unidade hidrelétrica p_{hk}^H em cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	p_{1k}^H	p_{2k}^H	p_{3k}^H	p_{4k}^H	p_{5k}^H	p_{6k}^H	p_{7k}^H	p_{8k}^H	p_{9k}^H	p_{10k}^H
1	13.4	9.37	48.56	83.05	46.93	38.74	31.56	26.66	1717.74	658
2	13.4	17.4	48.56	83.05	46.93	38.74	39.9	36.07	1732.23	617.73
3	126.68	96.4	374.04	83.05	46.93	48.35	31.56	37.84	1258.32	570.83
4	126.68	9.37	374.04	83.05	397.01	296.33	240	190.35	683.43	273.74
5	13.4	17.13	48.56	83.05	46.93	38.74	42.9	39.08	1458.93	559.29
6	80.65	96.4	374.04	83.05	201.94	296.27	240	204.72	610.07	160.87
7	126.68	57.76	374.04	83.05	46.93	38.74	31.56	26.66	1064.66	497.92
8	13.4	9.37	48.56	83.05	46.93	38.74	31.56	26.66	1543.59	506.15
9	13.4	9.37	48.56	83.05	462.79	241.16	190.02	165.73	872.58	428.35
10	126.68	92.48	374.04	83.05	369.05	293.83	240	190.33	590.46	155.09
11	13.4	9.37	374.04	83.05	46.93	38.74	31.56	29.94	1301.12	586.86
12	13.4	27.32	345.99	83.05	46.93	190.32	155.06	129.63	1096.57	426.74
13	13.4	9.37	374.04	83.05	510	296.62	240	197.54	532.87	130.56
14	13.4	96.4	374.04	83.05	46.93	38.74	42.63	42.08	1207.28	464.46
15	13.4	9.37	62.72	1192	82.17	38.74	33.12	26.66	619.36	331.47
16	126.68	9.37	374.04	1192	46.93	38.74	31.56	37.15	423.21	99.32
17	29.99	93.81	374.04	1192	46.93	168.8	128.76	106.37	184.81	71.5
18	13.4	9.37	374.04	83.05	46.93	58.55	57.77	41.18	1201.43	541.29
19	105.25	9.37	48.56	574.52	510	298.9	231.58	189.37	387.96	71.5
20	13.4	9.37	48.56	83.05	46.93	38.74	41.87	36.23	1446.8	632.05
21	13.4	9.37	48.56	83.05	510	298.02	240	195.54	626.58	163.48
22	57.17	66.15	374.04	440.65	240.41	309.87	240	203.42	184.81	71.5
23	13.4	9.37	48.56	748.87	46.93	38.74	32	26.66	824.43	399.05
24	49.94	96.4	374.04	83.05	46.93	48.17	49.07	42.38	1013.51	384.53
25	13.4	60.07	48.56	83.05	46.93	38.74	31.8	26.66	1437.58	455.22
26	77.13	47.79	292.87	543.26	55.17	49.86	40.72	26.66	741.77	366.78
27	126.68	35.65	48.56	196.13	510	310.12	240	202.95	473.34	98.58
28	126.68	9.37	48.56	83.05	352.42	298.27	240	195.07	603.1	315.48
29	126.68	96.4	48.56	905.87	47.02	38.74	32.74	26.66	694.06	262.28
30	13.4	96.4	374.04	225.76	413.12	289.02	240	186.1	369.67	71.5
31	126.68	75.16	368.09	116.85	510	310.83	240	201.85	184.81	144.73
32	13.4	10.6	72.9	83.05	479.22	298.98	240	186.1	649.09	245.65
33	126.68	9.37	48.56	83.05	510	299.1	240	201.64	631.75	153.86
34	13.4	9.37	72.55	83.05	46.93	171.16	146.87	118.58	1133.68	508.43
35	13.4	76.16	186.82	83.05	430.29	299.1	240	185.89	634.44	154.86
36	13.4	9.37	60.55	83.05	430.29	299.1	240	193.76	646.31	328.17
37	126.68	9.37	48.56	436	510	310.82	240	201.93	506.28	108.36
38	13.4	9.37	82.98	83.05	510	287.12	240	194.06	743.14	364.88
39	13.4	9.37	48.56	935.88	279.64	298.97	240	194.06	406.63	71.5
40	13.4	9.37	48.56	794.99	510	299.1	240	186.18	285.32	111.09
41	13.4	9.37	48.56	83.05	46.93	38.74	31.7	26.66	1462.14	634.46
42	13.4	83.99	48.56	222.62	510	298.52	240	202.69	620.85	154.38
43	13.4	12.31	88.75	956.97	46.93	42.65	34.73	29.11	807.74	392.42
44	13.4	12.31	374.04	1192	46.93	176.79	142.35	115.98	249.71	71.5
45	13.4	9.37	48.56	83.05	409.07	297.91	240	196.2	823.77	349.68
46	126.68	84.29	48.56	83.05	379.81	277.9	214.45	175.57	778	302.69
47	82.81	9.37	153.73	1192	266.12	200.18	171.1	132.71	184.81	78.18
48	126.68	96.4	374.04	393.02	451.78	300.27	240	202.5	184.81	71.5

Tabela B.2 – Potência gerada por cada unidade termelétrica p_{ik}^T em cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	p_{1k}^T	p_{2k}^T
1	60	186
2	60	186
3	60	186
4	60	186
5	60	186
6	60	186
7	60	186
8	60	186
9	60	186
10	60	186
11	60	186
12	60	186
13	81.56	186
14	60	186
15	60	186
16	90	186
17	90	186
18	60	186
19	60	186
20	90	186
21	90	186
22	90	186
23	90	186
24	90	186
25	90	186
26	90	186
27	90	186
28	60	186
29	90	186
30	90	186
31	90	186
32	90	186
33	90	186
34	90	186
35	90	186
36	90	186
37	90	186
38	60	186
39	90	186
40	90	186
41	90	186
42	90	186
43	60	186
44	90	186
45	60	186
46	60	186
47	60	186
48	90	186

Tabela B.3 – Potência de cada bloco e_{tkb} da linearização da FO em cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	e_{1k1}	e_{2k1}	e_{1k2}	e_{2k2}	e_{1k3}	e_{2k3}	e_{1k4}	e_{2k4}	e_{1k5}	e_{2k5}
1	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
2	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
3	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
4	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
5	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
6	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
7	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
8	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
9	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
10	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
11	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
12	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
13	30	62	30	62	21.56	62	0	0	0	0
14	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
15	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
16	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
17	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
18	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
19	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
20	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
21	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
22	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
23	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
24	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
25	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
26	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
27	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
28	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
29	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
30	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
31	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
32	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
33	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
34	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
35	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
36	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
37	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
38	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
39	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
40	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
41	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
42	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
43	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
44	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0
45	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
46	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
47	30	62	30	62	0	62	0	0	0	0
48	30	62	30	62	30	62	0	0	0	0

Tabela B.4 – Volumes v_{hk} de cada reservatório r para cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	v_{1k}	v_{2k}	v_{3k}	v_{4k}	v_{5k}	v_{6k}	v_{7k}	v_{8k}	v_{9k}	v_{10k}
1	3444.41	829.49	1126.35	11350.85	7767.08	1068.24	237.12	871.78	9489.22	412.47
2	3513.63	830.63	1283.91	11504.85	7932.16	1089.27	228.27	872.83	8180.76	522.68
3	3460.65	804.44	1265.14	11658.84	8097.23	1099.88	241.13	859.63	7640.87	310.81
4	3407.67	942.99	1081.62	11812.84	8002.54	1101.1	241.13	872.83	7890	310.81
5	3470.73	942.99	1223.04	11929.95	8158.14	1120	228.27	872.83	6836.19	310.81
6	3461.24	865.47	1188.65	12047.06	8198.71	974.4	228.27	861.88	7173.47	522.68
7	3402.1	910.76	1081.12	12164.17	8354.31	993.3	230.75	867.36	6790.53	310.81
8	3465.16	925.43	1207.86	12281.128	8509.9	1012.2	233.24	872.83	5637.35	522.68
9	3539.36	942.99	1366.94	12422.41	8357.81	1120	241.13	859.63	5327.39	310.81
10	3491.36	925.43	1357.46	12563.54	8275.28	1101.08	238.56	872.83	5646.29	522.68
11	3565.56	942.99	1190.66	12704.67	8431.77	1120	241.13	872.83	5036.99	310.81
12	3639.76	926.58	1085.92	12845.8	8588.26	974.4	241.13	872.83	4756.49	310.81
13	3704.38	941.32	895.37	12939.82	8351.5	1052.04	241.13	872.83	5107.9	522.68
14	3769.01	791.31	869.56	13033.85	8458.36	1065.98	228.27	866.34	4573	522.68
15	3833.63	806.05	990.7	12487.44	8539.06	1106.07	228.27	872.83	4886.5	310.81
16	3776.05	942.99	800.16	11941.04	8645.91	1120	230.38	859.63	5711.27	499.3
17	3795.89	810.28	715.77	11354.21	8724.15	987.37	241.13	859.63	6849.54	522.68
18	3833.63	819.5	471.55	11407.81	8802.39	974.4	228.27	872.83	6294.86	310.81
19	3772.29	927.81	553.2	11177.58	8537.01	1044.16	241.13	872.83	6701.27	522.68
20	3810.02	937.03	634.85	11231.18	8615.25	1052.7	228.27	872.83	5584.74	310.81
21	3833.63	942.99	688.91	11263.49	8329.87	1120	228.27	872.83	5474.91	506.33
22	3810.02	888.69	524.57	11089.29	8244.54	974.4	241.13	859.63	6320.58	522.68
23	3833.63	894.65	578.63	10737.08	8302.78	979.52	241.13	861.26	6128.65	310.81
24	3817.82	775.28	471.55	10769.39	8361.01	974.4	228.27	859.63	5728.99	310.81
25	3833.63	683.29	605.47	10786.71	8403.63	977.38	228.27	860.2	4573	522.68
26	3780.69	683.29	471.55	10538.25	8440.12	974.4	228.27	872.83	4573	310.81
27	3674.3	759.72	559.25	10490.26	8139.12	1026.43	241.13	859.63	4672.45	522.68
28	3567.9	885.9	597.21	10507.58	7955.05	974.4	241.13	859.63	4573	310.81
29	3454.77	845.69	783.99	10037.25	7981.7	974.4	239.08	859.63	4573	310.81
30	3463.83	683.29	644.89	9959.68	7736.69	974.4	228.27	872.83	5074.31	488.42
31	3350.7	683.29	471.55	9945.01	7419.79	1022.62	241.13	859.63	5704.7	310.81
32	3359.76	683.29	471.55	9949.86	7125.73	1060.86	241.13	872.83	5562.84	310.81
33	3242.68	806.9	483.56	9946.66	6799.74	1120	241.13	859.63	5436.9	522.68
34	3247.8	808.3	471.55	9943.47	6817.37	974.4	228.27	859.63	4730.05	310.81
35	3252.92	683.29	471.55	9940.28	6550.53	974.4	228.27	872.83	4713.64	522.68
36	3258.03	684.7	471.55	9937.08	6283.69	974.4	228.27	872.83	4573	310.81
37	3143.06	808.53	488.78	9733.76	5963.47	1023.17	241.13	859.63	4774.17	522.68
38	3150.3	810.16	471.55	9734.26	5643.26	1097.67	228.27	859.63	4573	310.81
39	3157.53	811.79	488.78	9242.26	5493.98	988.37	228.27	859.63	5142.11	522.68
40	3164.77	813.42	506.02	8831.61	5173.76	1049.86	228.41	872.83	5729.22	522.68
41	3185.94	818.97	550.84	8858.46	5220.04	1054.11	228.27	872.83	4573	310.81
42	3207.12	683.29	736.9	8804.7	4922.71	1120	228.27	859.63	4573	522.68
43	3228.29	683.29	747.04	8326.85	4968.99	1120	228.27	859.63	4573	310.81
44	3249.47	683.29	471.55	7713.26	5015.27	974.4	228.27	859.63	5657.74	386.22
45	3291.95	693.09	553.95	7809.84	4859.43	974.4	228.27	859.63	5422.16	310.81
46	3212.23	683.29	778.16	7906.42	4725.3	974.4	241.13	859.63	5194.48	310.81
47	3179.84	767.96	755.26	7362.57	4675.53	974.4	228.27	872.83	6191.08	323.62
48	3100.12	735.23	676.53	7280.14	4488	1003.52	230.84	862.27	7063.8	353.18

Tabela B.5 – Defluência u_{rk} de cada reservatório r para cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	u_{1k}	u_{2k}	u_{3k}	u_{4k}	u_{5k}	u_{6k}	u_{7k}	u_{8k}	u_{9k}	u_{10k}
1	22	27	74	73	53	64	65	68	2425.89	2512.41
2	22	50.14	74	73	53	64	82.17	92	2446.36	2358.64
3	208	277.74	570	73	53	79.88	65	96.53	1777.07	2179.57
4	208	27	570	73	448.39	489.55	494.24	485.59	965.18	1045.2
5	22	49.34	74	73	53	64	88.35	99.68	2060.39	2135.52
6	132.41	277.74	570	73	228.08	489.46	494.24	522.23	861.58	614.23
7	208	166.41	570	73	53	64	65	68	1503.58	1901.19
8	22	27	74	73	53	64	65	68	2179.95	1932.6
9	22	27	74	73	522.68	398.41	391.31	422.77	1232.31	1635.56
10	208	266.44	570	73	416.82	485.42	494.24	485.52	833.88	592.17
11	22	27	570	73	53	64	65	76.37	1837.52	2240.77
12	22	78.7	527.26	73	53	314.41	319.32	330.69	1548.64	1629.41
13	22	27	570	73	576	490.03	494.24	503.91	752.56	498.53
14	22	277.74	570	73	53	64	87.78	107.33	1704.99	1773.44
15	22	27	95.57	1047.77	92.8	64	68.21	68	874.7	1265.63
16	208	27	570	1047.77	53	64	65	94.76	597.68	379.23
17	49.24	270.28	570	1047.77	53	278.86	265.16	271.34	261	273
18	22	27	570	73	53	96.73	118.96	105.05	1696.72	2066.79
19	172.81	27	74	505	576	493.81	476.89	483.07	547.9	273
20	22	27	74	73	53	64	86.23	92.41	2043.26	2413.32
21	22	27	74	73	576	492.35	494.24	498.83	884.9	624.2
22	93.86	190.58	570	387.33	271.52	511.92	494.24	518.92	261	273
23	22	27	74	658.26	53	64	65.89	68	1164.3	1523.68
24	81.99	277.74	570	73	53	79.58	101.04	108.11	1431.33	1468.22
25	22	173.07	74	73	53	64	65.48	68	2030.24	1738.15
26	126.64	137.69	446.3	477.53	62.31	82.37	83.85	68	1047.57	1400.44
27	208	102.72	74	172.4	576	512.33	494.24	517.71	668.48	376.39
28	208	27	74	73	398.03	492.76	494.24	497.62	851.73	1204.6
29	208	277.74	74	796.26	53.1	64	67.42	68	980.19	1001.46
30	22	277.74	570	198.44	466.59	477.49	494.24	474.73	522.07	273
31	208	216.55	560.94	102.71	576	513.51	494.24	514.91	261	552.61
32	22	30.55	111.1	73	541.24	493.94	494.24	474.73	916.69	937.96
33	208	27	74	73	576	494.13	494.24	514.37	892.19	587.49
34	22	27	110.56	73	53	282.76	302.45	302.49	1601.04	1941.3
35	22	219.42	284.7	73	485.98	494.13	494.24	474.19	895.99	591.29
36	22	27	92.28	73	485.98	494.13	494.24	494.28	912.76	1253.02
37	208	27	74	383.25	576	513.49	494.24	515.12	715	413.73
38	22	27	126.46	73	576	474.35	494.24	495.03	1049.51	1393.2
39	22	27	74	822.64	315.83	493.92	494.24	495.03	574.27	273
40	22	27	74	698.8	576	494.13	494.24	474.94	402.95	424.16
41	22	27	74	73	53	64	65.28	68	2064.92	2422.53
42	22	241.98	74	195.69	576	493.17	494.24	517.05	876.81	589.46
43	22	35.46	135.24	841.18	53	70.46	71.53	74.25	1140.74	1498.35
44	22	35.46	570	1047.77	53	292.07	293.14	295.86	352.65	273
45	22	27	74	73	462.01	492.16	494.24	500.5	1163.38	1335.16
46	208	242.84	74	73	428.96	459.11	441.62	447.88	1098.74	1155.74
47	135.96	27	234.27	1047.77	300.56	330.71	352.36	338.53	261	298.5
48	208	277.74	570	345.47	510.25	496.07	494.24	516.57	261	273

Tabela B.7 – Vazão turbinada q_{hk} de cada reservatório r para cada período k para modelo robusto resolvido com $\Delta_k = 10$.

k	q_{1k}	q_{2k}	q_{3k}	q_{4k}	q_{5k}	q_{6k}	q_{7k}	q_{8k}	q_{9k}	q_{10k}
1	22	27	74	73	53	64	65	68	2425.89	2512.41
2	22	50.14	74	73	53	64	82.17	92	2446.36	2358.64
3	208	277.74	570	73	53	79.88	65	96.53	1777.07	2179.57
4	208	27	570	73	448.39	489.55	494.24	485.59	965.18	1045.2
5	22	49.34	74	73	53	64	88.35	99.68	2060.39	2135.52
6	132.41	277.74	570	73	228.08	489.46	494.24	522.23	861.58	614.23
7	208	166.41	570	73	53	64	65	68	1503.58	1901.19
8	22	27	74	73	53	64	65	68	2179.95	1932.6
9	22	27	74	73	522.68	398.41	391.31	422.77	1232.31	1635.56
10	208	266.44	570	73	416.82	485.42	494.24	485.52	833.88	592.17
11	22	27	570	73	53	64	65	76.37	1837.52	2240.77
12	22	78.7	527.26	73	53	314.41	319.32	330.69	1548.64	1629.41
13	22	27	570	73	576	490.03	494.24	503.91	752.56	498.53
14	22	277.74	570	73	53	64	87.78	107.33	1704.99	1773.44
15	22	27	95.57	1047.77	92.8	64	68.21	68	874.7	1265.63
16	208	27	570	1047.77	53	64	65	94.76	597.68	379.23
17	49.24	270.28	570	1047.77	53	278.86	265.16	271.34	261	273
18	22	27	570	73	53	96.73	118.96	105.05	1696.72	2066.79
19	172.81	27	74	505	576	493.81	476.89	483.07	547.9	273
20	22	27	74	73	53	64	86.23	92.41	2043.26	2413.32
21	22	27	74	73	576	492.35	494.24	498.83	884.9	624.2
22	93.86	190.58	570	387.33	271.52	511.92	494.24	518.92	261	273
23	22	27	74	658.26	53	64	65.89	68	1164.3	1523.68
24	81.99	277.74	570	73	53	79.58	101.04	108.11	1431.33	1468.22
25	22	173.07	74	73	53	64	65.48	68	2030.24	1738.15
26	126.64	137.69	446.3	477.53	62.31	82.37	83.85	68	1047.57	1400.44
27	208	102.72	74	172.4	576	512.33	494.24	517.71	668.48	376.39
28	208	27	74	73	398.03	492.76	494.24	497.62	851.73	1204.6
29	208	277.74	74	796.26	53.1	64	67.42	68	980.19	1001.46
30	22	277.74	570	198.44	466.59	477.49	494.24	474.73	522.07	273
31	208	216.55	560.94	102.71	576	513.51	494.24	514.91	261	552.61
32	22	30.55	111.1	73	541.24	493.94	494.24	474.73	916.69	937.96
33	208	27	74	73	576	494.13	494.24	514.37	892.19	587.49
34	22	27	110.56	73	53	282.76	302.45	302.49	1601.04	1941.3
35	22	219.42	284.7	73	485.98	494.13	494.24	474.19	895.99	591.29
36	22	27	92.28	73	485.98	494.13	494.24	494.28	912.76	1253.02
37	208	27	74	383.25	576	513.49	494.24	515.12	715	413.73
38	22	27	126.46	73	576	474.35	494.24	495.03	1049.51	1393.2
39	22	27	74	822.64	315.83	493.92	494.24	495.03	574.27	273
40	22	27	74	698.8	576	494.13	494.24	474.94	402.95	424.16
41	22	27	74	73	53	64	65.28	68	2064.92	2422.53
42	22	241.98	74	195.69	576	493.17	494.24	517.05	876.81	589.46
43	22	35.46	135.24	841.18	53	70.46	71.53	74.25	1140.74	1498.35
44	22	35.46	570	1047.77	53	292.07	293.14	295.86	352.65	273
45	22	27	74	73	462.01	492.16	494.24	500.5	1163.38	1335.16
46	208	242.84	74	73	428.96	459.11	441.62	447.88	1098.74	1155.74
47	135.96	27	234.27	1047.77	300.56	330.71	352.36	338.53	261	298.5
48	208	277.74	570	345.47	510.25	496.07	494.24	516.57	261	273