

unesp



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

ALZENIR EDUARDO HERINGER

**REGIÕES DE ESTABILIDADE NO AMBIENTE DE UM
SISTEMA DE ASTEROIDE TRIPLO**

Guaratinguetá
2015

ALZENIR EDUARDO HERINGER

**REGIÕES DE ESTABILIDADE NO AMBIENTE DE UM
SISTEMA DE ASTEROIDE TRIPLO**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

Guaratinguetá
2015

H546r

Heringer, Alzenir Eduardo
Regiões de estabilidade no ambiente de um sistema de asteroide triplo
/ Alzenir Eduardo Heringer – Guaratinguetá, 2015.
43 f. : il.

Bibliografia: f. 42-43

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática –
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de
Guaratinguetá, 2015.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

1. Asteroides 2. Radiação solar I. Título

CDU 523.44

unesp



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

REGIÕES DE ESTABILIDADE NO AMBIENTE DE UM
SISTEMA DE ASTEROIDE TRIPLO

ALZENIR EDUARDO HERINGER

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prof^ª. Dr^ª. Vivian Martins Gomes
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Orientador/UNESP-FEG

Prof^ª. Dr^ª. Rosana Aparecida Nogueira de Araújo
UNESP-FEG

Prof^ª. Dr. Rafael Sfair
UNESP-FEG

Fevereiro de 2015

DADOS CURRICULARES

ALZENIR EDUARDO HERINGER

NASCIMENTO	22.10.1981 – SÃO PAULO /SP
FILIAÇÃO	Alzenir da Silva Heringer Maria de Lourdes Barrozo Heringer
2011/2014	Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática Faculdade de Engenharia campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista

*Dedico este trabalho a minha amada esposa Danielle que foi
minha grande incentivadora durante todos estes anos de curso.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a DEUS, por estar sempre presente em minha vida, dando perseverança e esperança ao longo desses anos.

aos meus pais por acreditarem que eu transpassaria todas as dificuldades encontradas, a toda minha família, em especial a minha amada esposa Danielle por sempre estar ao meu lado me apoiando e incentivando, sendo fonte de estímulo e persistência.

ao meu orientador Prof. Dr. Othon Cabo Winter que com seu exemplo profissional me estimulou durante a realização deste curso, agradeço também pela compreensão e paciência que me demonstrou durante a elaboração deste trabalho.

à Dr^a. Rosana A. N. de Araujo com sua dedicação e ensinamentos transmitidos, pois sem sua ajuda este trabalho não obteria êxito.

ao Prof. Dr. Rafael Sfair que sempre esteve disponível para ajudar e incentivar, demonstrando dedicação ao trabalho de se ensinar.

à Prof^a Dr^a Ana Paula Marins Chiaradia por estar sempre auxiliando e incentivando como professora e coordenadora do curso durante esses anos.

e por fim a todos os demais professores que transmitiram seus conhecimentos para a realização desta conquista e também a todos os amigos que conquistei neste curso de licenciatura.

*“A mente que se abre a uma nova ideia,
jamais voltará ao seu tamanho original”.*

Albert Einstein

HERINGER, A. E. **Regiões de Estabilidade no Ambiente de um Sistema de Asteroide Triplo**. 2015. 43f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido a partir do estudo realizado por Araujo, R.A.N. et al. **Stability regions around the components of the triple system 2001 SN263**. (Monthly Notices Of The Royal Astronomical Society, 2012, v. 423(4), 3058-3073 p.) onde foi estudado as regiões estáveis e instáveis do sistema (2001 SN263), que é um sistema triplo de asteroides. Estes são corpos celestes que orbitam nosso Sol e que se aproximam periodicamente da órbita da Terra, sendo por isso caracterizados como NEAs (Near-Earth Asteroids). Em virtude disso, existe grande interesse no estudo e exploração destes objetos, que por serem primordiais podem carregar características que contribuiriam para entendermos melhor o processo de formação de nosso sistema solar. Estudar a dinâmica dos corpos que regem esses sistemas mostra-se grandemente atraente devido à perturbação gravitacional mútua dos corpos e também por perturbações externas ao sistema. Recentemente, o NEA 2001 SN263 foi escolhido como alvo da missão ASTER, onde uma sonda será enviada para este sistema triplo, surgindo, portanto, a necessidade de se obter informações para se caracterizar regiões estáveis internas e externas ao sistema, com relação aos efeitos da força de radiação solar. Primeiramente, este trabalho demonstrou que o integrador usado apresentou resultados satisfatórios da evolução orbital dos corpos de acordo com os estudos anteriores e também a caracterização das regiões estáveis e instáveis trouxeram resultados semelhantes ao estudo de Araujo et al. (2012). Diante desses resultados foi possível realizar a implementação da força de radiação solar no sistema 2001 SN263, em uma região próxima ao corpo central, onde foram realizadas as simulações, as quais trouxeram como resultados que as regiões antes caracterizadas como estáveis serem na verdade instáveis para partículas pequenas de tamanho de 1 a 5 μm . Portanto, a região orbital próxima ao corpo central e na vizinhança do sistema triplo se apresenta essencialmente instável devido a força de radiação solar.

Palavras-chave: Asteroides Triplos, Força de Radiação Solar, NEA 2001 SN263

HERINGER, A. E. **Stability Regions Environment of a Triple Asteroid System**. 2015. 43f. Graduate Work (Graduate in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

This work was developed from the study by Araujo, R.A.N. et al. **Stability regions around the components of the triple system 2001 SN263**. (Monthly Notices Of The Royal Astronomical Society, 2012, v. 423(4), 3058-3073 p.) where it was studied the stable and unstable regions system (2001 SN263), which is a triple asteroid system, and these are celestial orbiting our sun. Being close to the Earth is characterized as NEA (Near-Earth Asteroids), asteroids and which periodically approach the Earth's orbit, given that there is great interest in the study and exploitation of these objects, it is the key can carry features that contribute to better understand the process of formation of our solar system. Study the dynamics of bodies that govern those systems proves to be greatly attractive because of the mutual gravitational perturbation of bodies and also by external disturbances. Recently, NEA 2001 SN263 was chosen as a target of Aster mission where a probe is sent for this triple system, appearing therefore the need for obtaining information for characterizing stable regions internal and external to the system, with respect to the effects of radiation pressure. First, this study demonstrated that the integrator used showed satisfactory results of the orbital evolution of bodies in accordance with previous studies and also the characterization of stable and unstable regions brought similar results to the study by Araujo et al. (2012). From these results it was possible to carry out the implementation of the radiation pressure in the system in 2001 SN263, in a region close to the central body, where the simulations were carried out, which brought as a result that the regions before being characterized as stable in unstable true for small particles size from 1 to 5 micrometers. So the next orbital region to the central body and the triple system neighborhood presents essentially unstable due to solar radiation pressure.

Keywords: Triple Asteroids, Solar Radiation Pressure, NEA 2001 SN263

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação das órbitas de NEAs	12
Figura 2 - NEA 2001 SN263	15
Figura 3 - Representação dos componentes do sistema 2001 SN263.....	17
Figura 4 - Variação de semi-eixo maior de Beta	20
Figura 5 - Variação de semi-eixo maior de Gama.....	21
Figura 6 - Variação de excentricidade de Beta.....	22
Figura 7 - Variação de excentricidade de Gama.....	23
Figura 8 - Variação de inclinação de Beta.....	24
Figura 9 - Variação de inclinação de Gama	25
Figura 10 - Variação da longitude do nodo ascendente de Beta.....	26
Figura 11 - Variação da longitude do nodo ascendente de Gama.....	26
Figura 12 - Variação do argumento do pericentro de Beta.....	27
Figura 13 - Variação do argumento do pericentro de Gama.....	27
Figura 14 - Variação dos ângulos Ω e ω de Gama.....	30
Figura 15 - Representação do sistema e das regiões internas.....	32
Figura 16 - Região de estabilidade e instabilidade ao redor de Alfa.....	33
Figura 17 - Parâmetros adimensionais das forças para uma partícula ao redor de Alfa em função da distância ao asteroide central Alfa.....	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos NEAS	13
Tabela 2 - Dados físicos e orbitais dos componentes do sistema 2001 SN263	16
Tabela 3 - Taxas de Precessão de Ω e ω para os satélites do sistema 2001 SN263	30
Tabela 4 - Problema de 3 corpos – Perturbação mútua.	31
Tabela 5 - Resultados da força de radiação solar	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO.....	14
1.2	MOTIVAÇÃO	14
1.3	METODOLOGIA	14
2	NEA 2001 SN263	15
3	O PROBLEMA DE N-CORPOS	18
4	COMPARAÇÃO E VALIDAÇÃO	19
4.1	VARIAÇÃO EM SEMI-EIXO MAIOR - BETA	20
4.2	VARIAÇÃO EM SEMI-EIXO MAIOR - GAMA	21
4.3	VARIAÇÃO EM EXCENTRICIDADE - BETA	22
4.4	VARIAÇÃO EM EXCENTRICIDADE - GAMA	23
4.5	VARIAÇÃO EM INCLINAÇÃO - BETA.....	24
4.6	VARIAÇÃO EM INCLINAÇÃO - GAMA	25
4.7	VARIAÇÃO DA LONGITUDE DO NODO ASCENDENTE - Ω	26
4.8	VARIAÇÃO DO ARGUMENTO DO PERICENTRO - ω	27
4.9	TAXAS DE PRECESSÃO DOS ÂNGULOS Ω e ω	28
4.10	RESULTADOS DO PROBLEMA DE TRÊS CORPOS	31
5	SIMULAÇÃO DA FORÇA DE RADIAÇÃO SOLAR	32
5.1	REGIÕES DE ESTABILIDADE DO SISTEMA.....	32
5.2	FORÇA DE RADIAÇÃO SOLAR.....	35
5.2.1	Simulações numéricas	36
5.3	ANÁLISE DAS INTENSIDADES DAS PERTURBAÇÕES.....	39
6	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

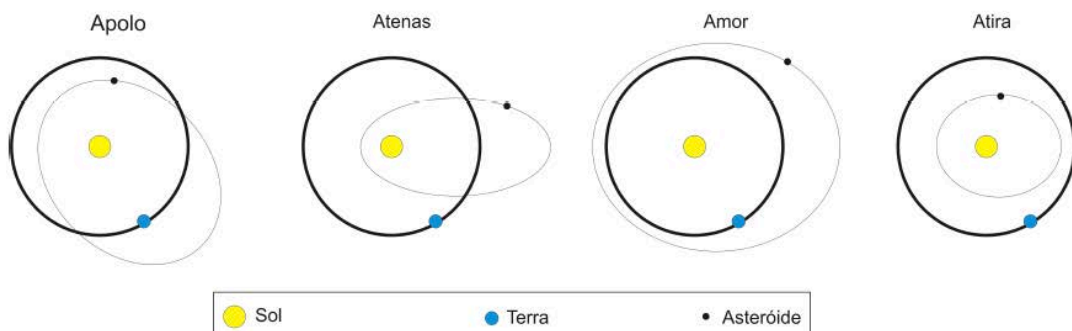
Asteroides são corpos celestes que orbitam nosso Sol, que por serem pequenos demais não são considerados planetas. Devido suas características orbitais, físicas, químicas e mineralógicas, eles recebem diferentes classificações. Dentre eles existem os NEAs (Near-Earth Asteroids), que são asteroides que periodicamente se aproximam da órbita da Terra. Em virtude disso existe grande interesse no estudo e exploração destes objetos, que por serem primordiais podem carregar características que contribuiriam para entendermos melhor o processo de formação de nosso Sistema Solar.

Near-Earth Asteroids ou simplesmente NEAs é um subgrupo do grupo dos NEOs (Near-Earth Objects) que são objetos que orbitam nosso Sol e se aproximam periodicamente da órbita da Terra. Classificando-se como NEOs qualquer objeto com um periélio $q \leq 1,3$ UA, além disso os NEOs também possuem como subgrupos os Near-Earth Meteoroids e os Near-Earth Comets.

Anders e Arnold (1965) consideraram a origem asteroidal dos NEOs, e concluíram que alguns NEOs com altos valores de excentricidade e inclinação seriam núcleos extintos de cometas, enquanto os demais NEOs conhecidos na época seriam asteroides vindos do cinturão principal de asteroides.

De acordo com suas características orbitais detalhadas na tabela 1 (sendo considerado os dados da órbita da Terra: afélio $Q_T = 1,017$ UA, periélio $q_T = 0,983$ UA e semi-eixo maior $a = 1,0$ UA) os NEAs são classificados em quatro grupos: Atenas e Apolo que cruzam a órbita da Terra se diferenciando pelas características de periélio (q), afélio (Q) e semi-eixo maior, Amor que se aproximam da órbita da Terra e cruzam a órbita de Marte e Atira que possui sua órbita interna à órbita da Terra sem cruzamentos, como podemos ver na figura 1.

Figura 1 – Representação das órbitas de NEAs.



Fonte: (ARAUJO et al., 2012).

Tabela 1 – Classificação dos NEAs.

Grupo	Porcentagem	q (UA)	Q (UA)	a (UA)
Apolo	54,2%	$q < Q_T$		$a > a_T$
Atenas	8,1%		$Q > q_T$	$a < a_T$
Amor	37,6%	$Q_T < q < 1,3 \text{ UA}$		$a > a_T$
Atira	0,1%	$Q < q_T$		$a < a_T$

Fonte: (ARAUJO et al., 2012).

Conforme dados informados pela NASA (National Aeronautics and Space Administration) no ano de 2011 dos 8266 NEOs conhecidos na época, 8176 eram asteroides (destes, 0,1% Atira, 8,1% Atenas, 54,2% Apolo e 37,6% Amor.) (JPL-NASA, 2011).

O recente interesse em enviar sondas para estes corpos deve-se ao fato de terem maior acessibilidade, por estarem próximos a órbita da Terra, sendo um fator que demanda menos tempo, possuindo menor custo em todo planejamento e execução de uma missão. Até o momento poucas sondas foram enviadas para estudar asteroides. Na realidade, várias das imagens de asteroides foram enviadas por sondas espaciais que tiveram como missão principal observar outros objetos. Apenas três sondas lançadas tiveram como meta principal estudar um asteroide. Em 1996 a sonda americana Near-Shoemaker, em 2005 a sonda japonesa Hayabusa e a sonda Dawn, lançada pela NASA em 2007.

Dentre os NEAs destacam-se os sistemas múltiplos binários e triplos. De acordo com Bottke (1996) aproximadamente 15% da população de NEAs que cruzam a órbita da Terra, devem ser formados por sistemas binários, sendo que atualmente apenas 2 sistemas triplos são reconhecidos (JPL-NASA, 2011): o sistema 2001SN263 (Nolan et al., 2008) e o sistema 1994CC (Fang et al., 2001).

Estudar a dinâmica dos corpos que regem esses sistemas mostra-se grandemente atraente devido à perturbação gravitacional mútua dos corpos e também por perturbações externas ao sistema. Além disso, a compreensão da superfície, composição, e estrutura interna de um NEA poderá contribuir para entender a origem e evolução do sistema solar e, possivelmente, até a origem da vida na Terra.

Diante disso recentemente o NEA 2001 SN263 foi escolhido como alvo da missão ASTER (Sukhanov et al., 2010), sendo esta a primeira missão brasileira de espaço profundo, onde uma sonda será enviada para este sistema triplo para colher informações do alvo. Surgiu, portanto, a necessidade de se obter informações para se caracterizar regiões estáveis internas e externas ao sistema, as quais foram realizadas por Araujo et al. (2012), necessitando ainda, que seja realizado um estudo sobre essas regiões estáveis levando-se em conta os efeitos da força de radiação solar, sendo este o enfoque de estudo realizado neste trabalho.

1.1 OBJETIVO

Através de simulações computacionais desenvolvidas com métodos numéricos, o objetivo deste trabalho foi obter informações para se caracterizar regiões estáveis internas ao sistema levando-se em conta os efeitos da força de radiação solar, com enfoque no aspecto da dinâmica ao redor deste sistema de asteroide triplo.

1.2 MOTIVAÇÃO

Recentemente existe um grande interesse em enviar sondas para os NEAs devido ao fato de terem maior acessibilidade, por estarem próximos a órbita da Terra. Até o momento, poucas sondas foram enviadas para estudar asteroides. Estudar a dinâmica dos asteroides, principalmente dos corpos que regem os sistemas triplos mostra-se grandemente atraentes devido à perturbação gravitacional mútua dos corpos e também por perturbações externas ao sistema. Com isso a grande motivação deste trabalho deve-se ao fato do sistema triplo 2001SN263 ter sido escolhido como alvo da missão ASTER, onde uma sonda brasileira será enviada para obter informações deste sistema.

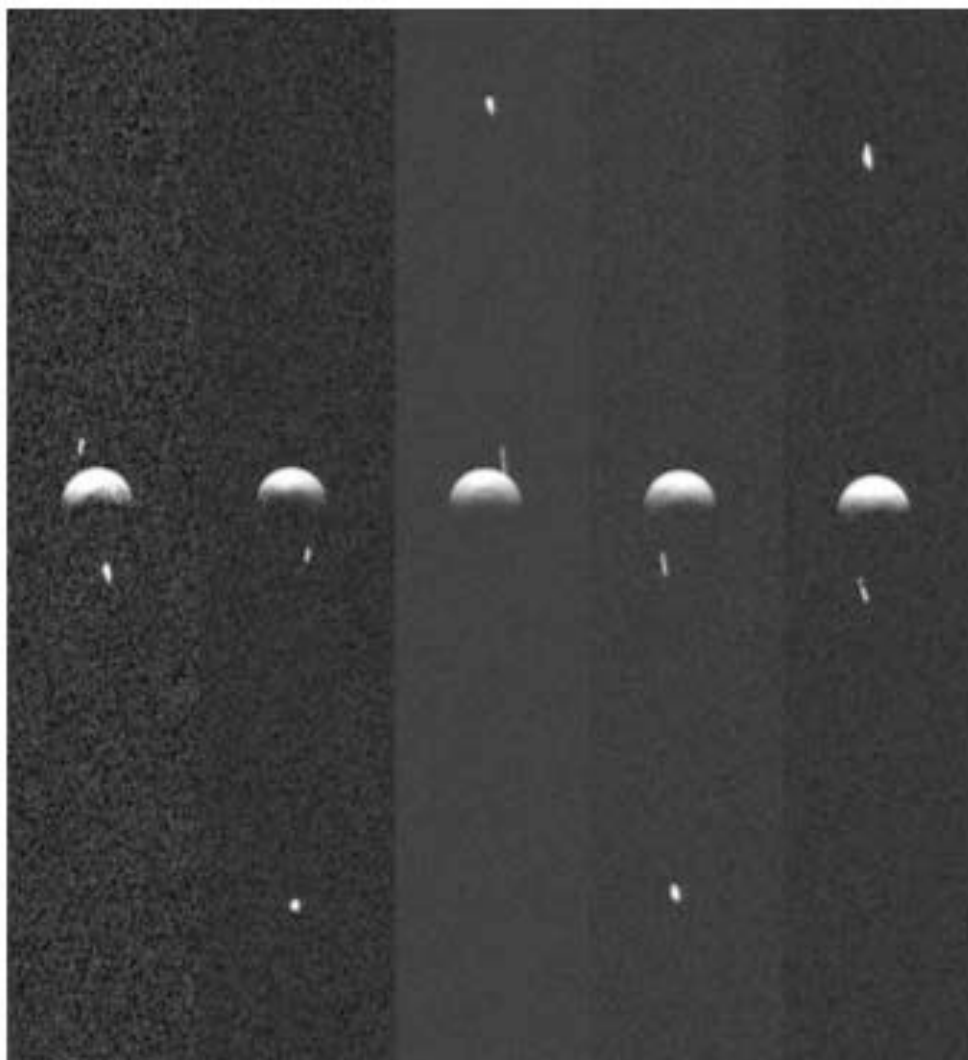
1.3 METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido através de métodos numéricos com o objetivo de estudar a teoria do problema de N-corpos, implementar rotinas computacionais que levam em conta potenciais gravitacionais e a força de radiação solar. Primeiramente, houve uma verificação do integrador utilizado para realização das simulações com a teoria do problema de N-corpos, bem como evolução gravitacional dos corpos. Após foi simulado partículas ao redor do sistema 2001 SN263 afim de se verificar as regiões estáveis e instáveis do sistema. Posteriormente foi implementado e adaptado as rotinas computacionais para fazer as integrações numéricas correspondentes à órbita do sistema sujeita ao potencial gravitacional e à força devida a força de radiação solar, para explorar as regiões estáveis deste sistema.

2 NEA 2001 SN263

Através de observações realizadas pelo Radiotelescópio de Arecibo (ver figura 2) – Porto Rico, Nolan et al. (2008) anunciaram a descoberta do primeiro sistema triplo de asteroides pertencente ao grupo dos NEAs, sendo este o 2001 SN263, descobriu-se que ao invés de ser um asteroide único, era na verdade composto por três corpos, de aproximadamente 2,6 km, 0,78 km, e 0,58 km de diâmetro.

Figura 2 – NEA 2001 SN263.



Fonte: (NOLAN et al., 2008).

Os dados preliminares sobre os aspectos físicos dos asteroides do sistema triplo 2001SN263 foram apresentados por Becker et al. (2009), onde estimaram que o asteroide primário seria aproximadamente um esferoide com eixos principais de aproximadamente $2,8 \pm 0,1$ km, $2,7 \pm 0,1$ km, $2,5 \pm 0,2$ km e com uma densidade de $1,3 \pm 0,6$ g/cm³.

Baseados em dados observacionais de radar do Observatório de Arecibo – Porto Rico e do Observatório Galdstone – Califórnia – EUA, juntamente com integração numérica do problema de N-corpos, Fang et al. (2011), estimou as massas dos componentes do sistema, o coeficiente gravitacional (achatamento do corpo central) $J_2 = 0,013 \pm 0,008$ e os elementos orbitais dos asteroides satélites. Sendo adotado a nomenclatura: Alfa para o asteroide central (mais massivo), Beta o segundo menos massivo e Gama o menos massivo dos corpos, que também corresponde a nomenclatura adotada neste trabalho e por Araujo et al. (2012).

A tabela 2 apresenta os dados físicos e orbitais dos componentes do sistema 2001SN263 em relação aos seus corpos centrais, sendo o Sol para o corpo Alfa e o corpo Alfa sendo o central de Beta e Gama. O semi-eixo maior que é a maior distância de um corpo ao seu corpo central é representado por “a”, o valor de excentricidade das orbitas dos corpos é representado por “e” e a inclinação é representada por “I” sendo a de Alfa em relação ao plano da eclíptica e de Beta e Gama relativas ao equador de Alfa.

Tabela 2 – Dados físicos e orbitais dos componentes do sistema 2001 SN263.

Asteroide	Corpo central	a*	e*	I*	Período*	Raio*	Massa
Alfa	Sol	1,99 UA	0,48	6,7 ⁰	2,8 anos	1,3 km	$M\alpha = 917,47 \times 10^{10}$ kg*
Beta	Alfa	16,633 km	0,015	0,0 ⁰	6,23 dias	0,39 km	$M\beta = 24,04 \times 10^{10}$ kg**
Gama	Alfa	3,804 km	0,016	13,87 ⁰	0,69 dias	0,29 km	$M\gamma = 9,77 \times 10^{10}$ kg**

Fonte: (*FANG et al., 2011); (**ARAUJO et al.,2012).

De acordo com os dados apresentados na tabela 2, a figura 3 representa o sistema em escala sem a inclinação de Gama, sendo o corpo interno o menos massivo (Gama) dos corpos.

Figura 3 – Representação dos componentes do sistema 2001 SN263.



Fonte: (ARAUJO et al., 2012).

O trabalho realizado por Araujo et al. (2012), estudou as regiões estáveis e instáveis do sistema, tendo como resultado que as regiões estáveis internas se encontram na vizinhança de Alfa e Beta e que a região externa é predominantemente estável. Foi identificado nas regiões internas movimento de ressonância das partículas com Beta e Gama e que a estabilidade na região externa não é afetada pela variação da inclinação.

3 O PROBLEMA DE N-CORPOS

A descrição a seguir pode ser encontrada em Roy (1988)

Considerando um sistema formado por N-corpos com massas m_i ($i = 1, 2, \dots, N$), e um sistema de referencia inercial XYZ com origem O. Seja \vec{r}_i o raio-vetor da i-ésima partícula em relação ao referencial OXYZ, e \vec{r}_j o raio-vetor da j-ésima partícula, então:

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i \quad (3.1)$$

sendo $\vec{r}_{ij} = -r_{ji}$.

Das leis de movimento de Newton e da lei de gravitação, tem-se que:

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = G \sum_{j=1}^N \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{ij} \quad (j \neq i, i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.2)$$

Quando um dos corpos possui massa muito superior aos demais corpos, é conveniente introduzir a um sistema com origem neste corpo mais massivo. Seja M_0 o corpo de maior massa, e seja r'_i e r'_j os vetores posição dos corpos M_i e M_j em relação a M_0 .

Sob estas condições demonstra-se que a equação do movimento tem a forma:

$$\ddot{\vec{r}}'_i = -G(m_i + m_0) \frac{\vec{r}'_i}{r_i'^3} + G \sum_{j=1}^{N-1} m_j \left(\frac{\vec{r}'_j - \vec{r}'_i}{r_{ij}'^3} - \frac{\vec{r}'_j}{r_j'^3} \right) \quad (j \neq i, i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.3)$$

Numa forma mais geral, a equação do movimento é escrita como Marchis et al. (2010):

$$\ddot{\vec{r}}'_i = -G(m_i + m_0) \frac{\vec{r}'_i}{r_i'^3} + G \sum_{j=1}^{N-1} m_j \left(\frac{\vec{r}'_j - \vec{r}'_i}{r_{ij}'^3} - \frac{\vec{r}'_j}{r_j'^3} \right) + G(m_i + m_0) \nabla_i U_{i0} + \sum_{j=1}^{N-1} G m_j \nabla_j U_{j0} \quad (3.4)$$

($j \neq i$)

em que U_{k0} introduz o componente devido ao achatamento do corpo central na posição r_k sendo:

$$U_{k0} = -\frac{1}{r_k} \left(\frac{R_{eq}}{r_k} \right)^2 \frac{J_2}{2} (3 \sin^2 \theta_k - 1) \quad (3.5)$$

onde r_k , θ_k e λ_k são as coordenadas esféricas em um sistema de referencia equatorial (θ_k é a longitude), G é a constante gravitacional, e R_{eq} é o raio do corpo central.

4 COMPARAÇÃO E VALIDAÇÃO

Neste capítulo, é apresentado o estudo sobre as órbitas dos asteroides que compõem o sistema triplo, sendo considerado apenas a interação gravitacional mútua (problema de 3 corpos) com resultados para comparação ao trabalho de Araujo et al. (2012), sendo utilizados os dados da tabela 2.

As integrações numéricas das equações do problema de N-corpos (capítulo 3), realizados por Araujo et al. (2012) foram desenvolvidas através do integrador numérico Gauss-Radau (Everhart, 1985) e neste trabalho foi utilizado o integrador numérico Bulirsch-Stoer disponível no pacote Mercury (Chambers, 1999), pois este pacote permite a inclusão de forças definidas pelo usuário, possibilitando a implementação da força de radiação solar.

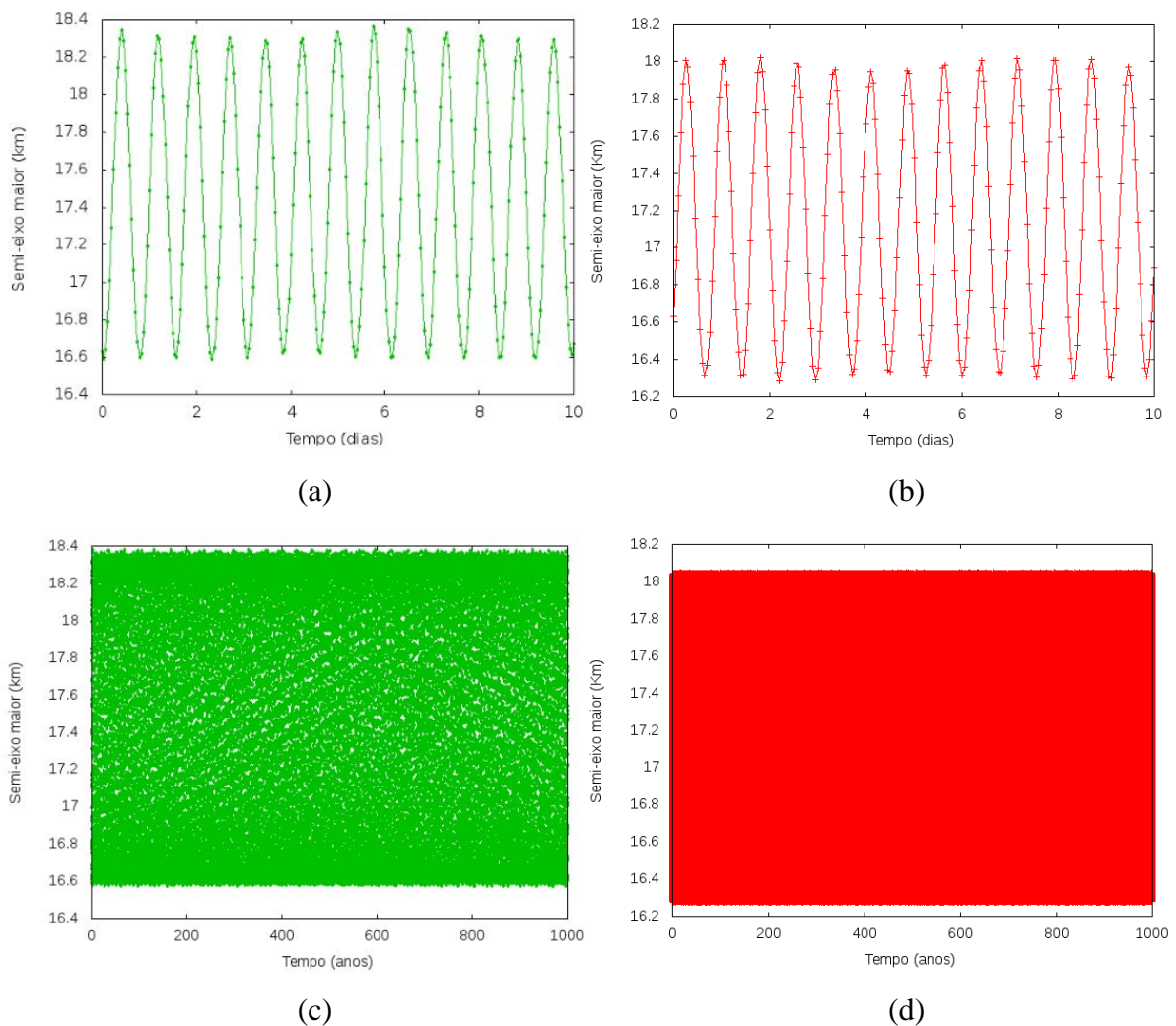
Além disso foi escolhido este integrador devido o mesmo já ter sido usado por Sfair, R. (2011) com as implementações da força de radiação solar e foram realizadas as devidas modificações para nosso sistema, onde foi simulado o sistema em uma órbita circular ao redor do Sol. Assim, antes de realizar as simulações com a força de radiação solar foi necessário realizar a comparação de resultados.

Na comparação realizada foram analisados somente as perturbações gravitacionais mútua dos corpos ($N=3$), e para os valores das condições iniciais foram utilizados os dados de Fang et al (2011), sendo realizada a integração numérica considerando um período de 1000 anos (≈ 60.000 períodos orbitais de Beta ou ≈ 600.000 períodos orbitais de Gama). Os gráficos de comparação são apresentados um ao lado do outro, sendo sempre a direita em vermelho os gráficos dos resultados obtidos neste trabalho.

4.1 VARIACÃO EM SEMI-EIXO MAIOR – BETA.

O resultado de Araujo et al. (2012) mostra que as perturbações realizadas pelos asteroides satélites causam uma variação em semi-eixo maior de $a \approx 16,63$ à $a \approx 18,33$ km com $\Delta a \approx 1,7$ km, como mostra o gráfico (a) da figura 4. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma variação em semi-eixo maior de $a \approx 16,30$ à $a \approx 18,00$ km com $\Delta a \approx 1,7$ km, como mostra o gráfico (b) da figura 4.

Figura 4 - Variação de semi-eixo maior de Beta: (a) e (b) 10 dias; (c) e (d) 1000 anos.

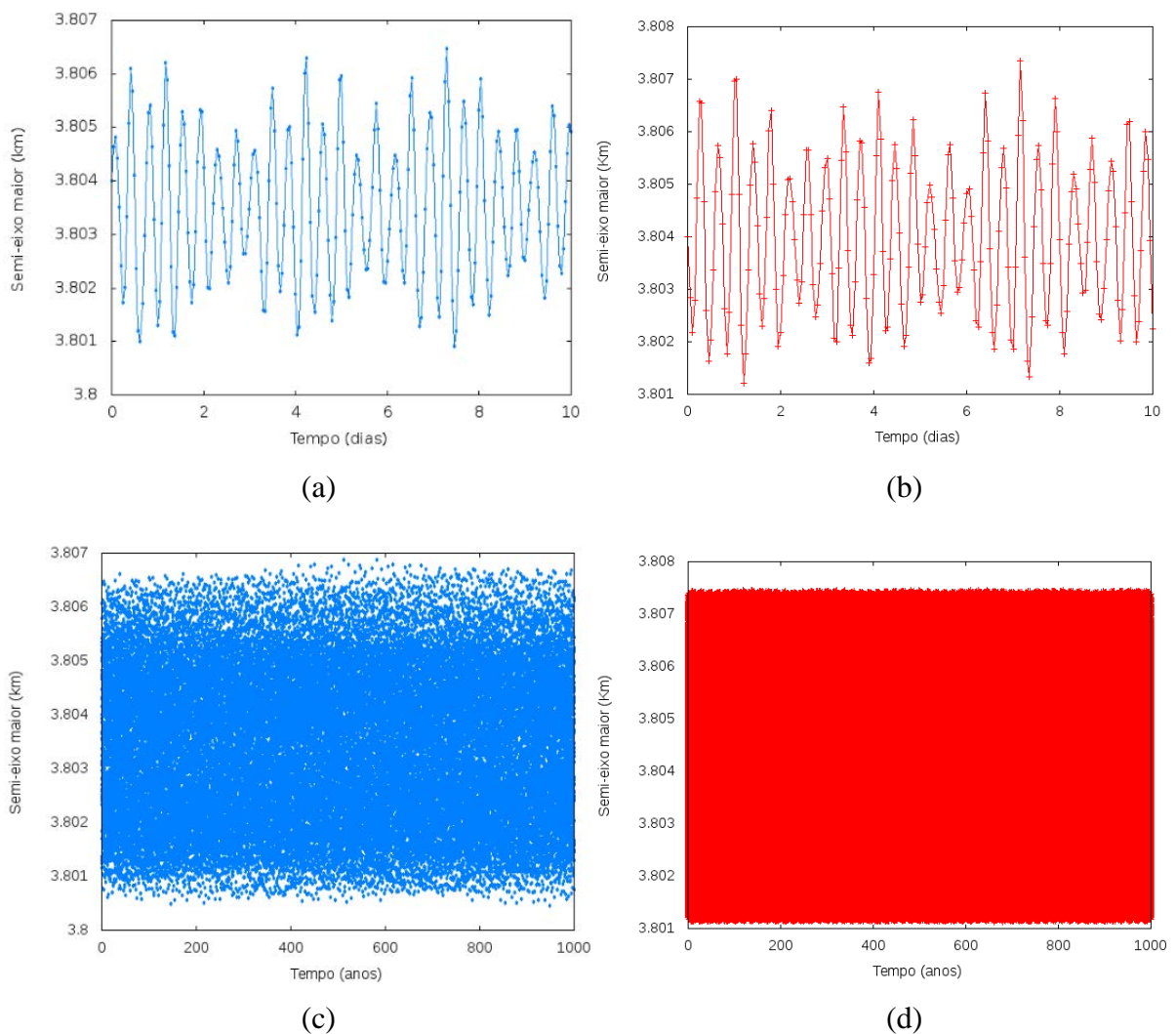


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.2 VARIACÃO EM SEMI-EIXO MAIOR – GAMA.

O resultado de Araujo et al. (2012) mostra que as perturbações realizadas pelos asteroides satélites causam uma pequena variação em semi-eixo maior de $a \approx 3,801$ à $a \approx 3,806$ km com $\Delta a \approx 0,005$ km, como mostra o gráfico (a) da figura 5. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma pequena variação em semi-eixo maior de $a \approx 3,801$ à $a \approx 3,807$ km com $\Delta a \approx 0,006$ km, como mostra o gráfico (b) da figura 5.

Figura 5 - Variação de semi-eixo maior de Gama: (a) e (b) 10 dias; (c) e (d) 1000 anos.

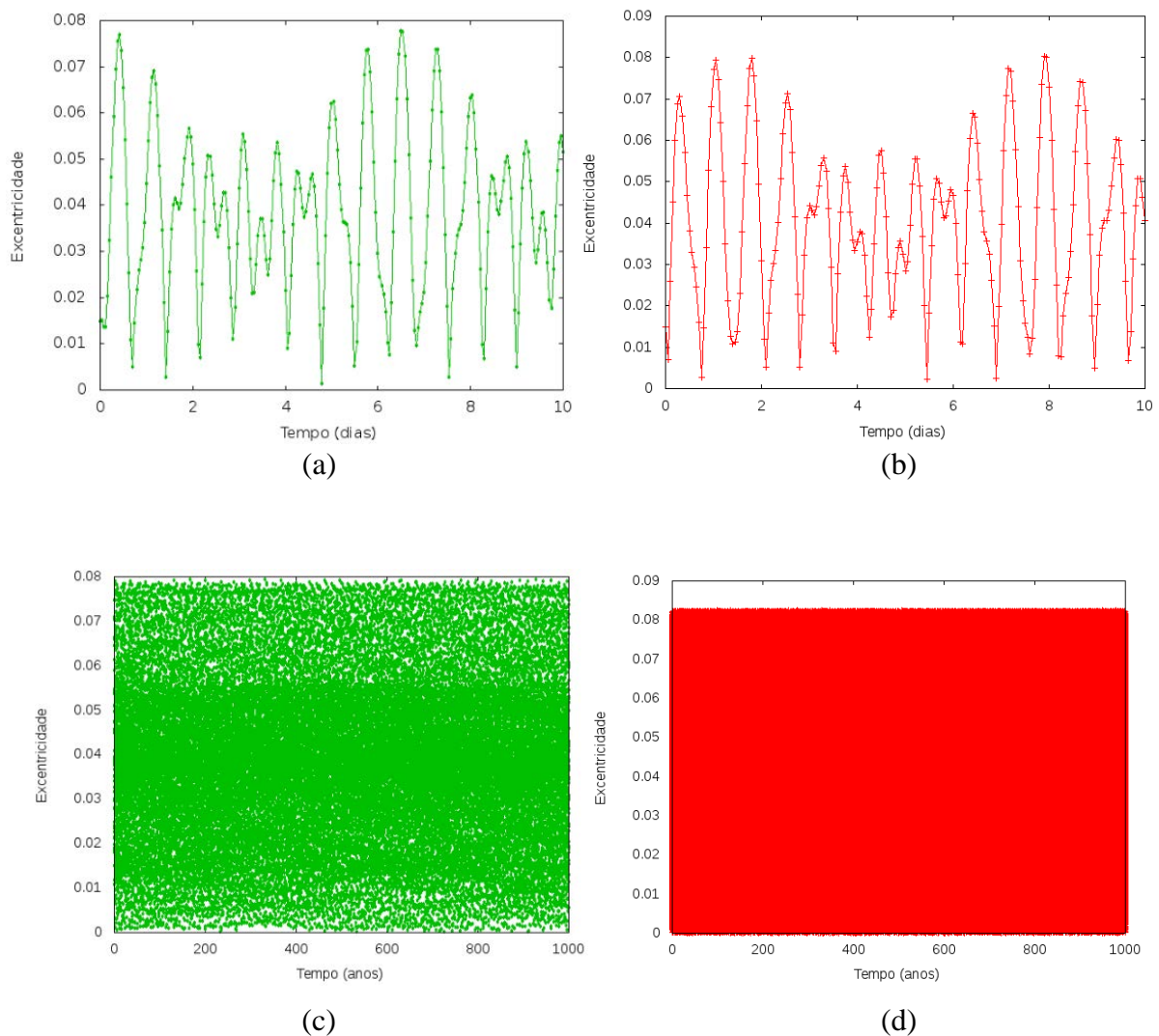


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.3 VARIACÃO EM EXCENTRICIDADE – BETA.

O resultado de Araujo et al. (2012) mostra que as perturbações realizadas pelos asteroides satélites causam uma variação em excentricidade de $e \approx 0,00$ à $e \approx 0,08$ com $\Delta e \approx 0,08$, como mostra o gráfico (a) da figura 6. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma variação em excentricidade de $e \approx 0,00$ à $e \approx 0,08$ com $\Delta e \approx 0,08$, como mostra o gráfico (b) da figura 6.

Figura 6 - Variação de excentricidade de Beta: (a) e (b) 10 dias; (c) e (d) 1000 anos.

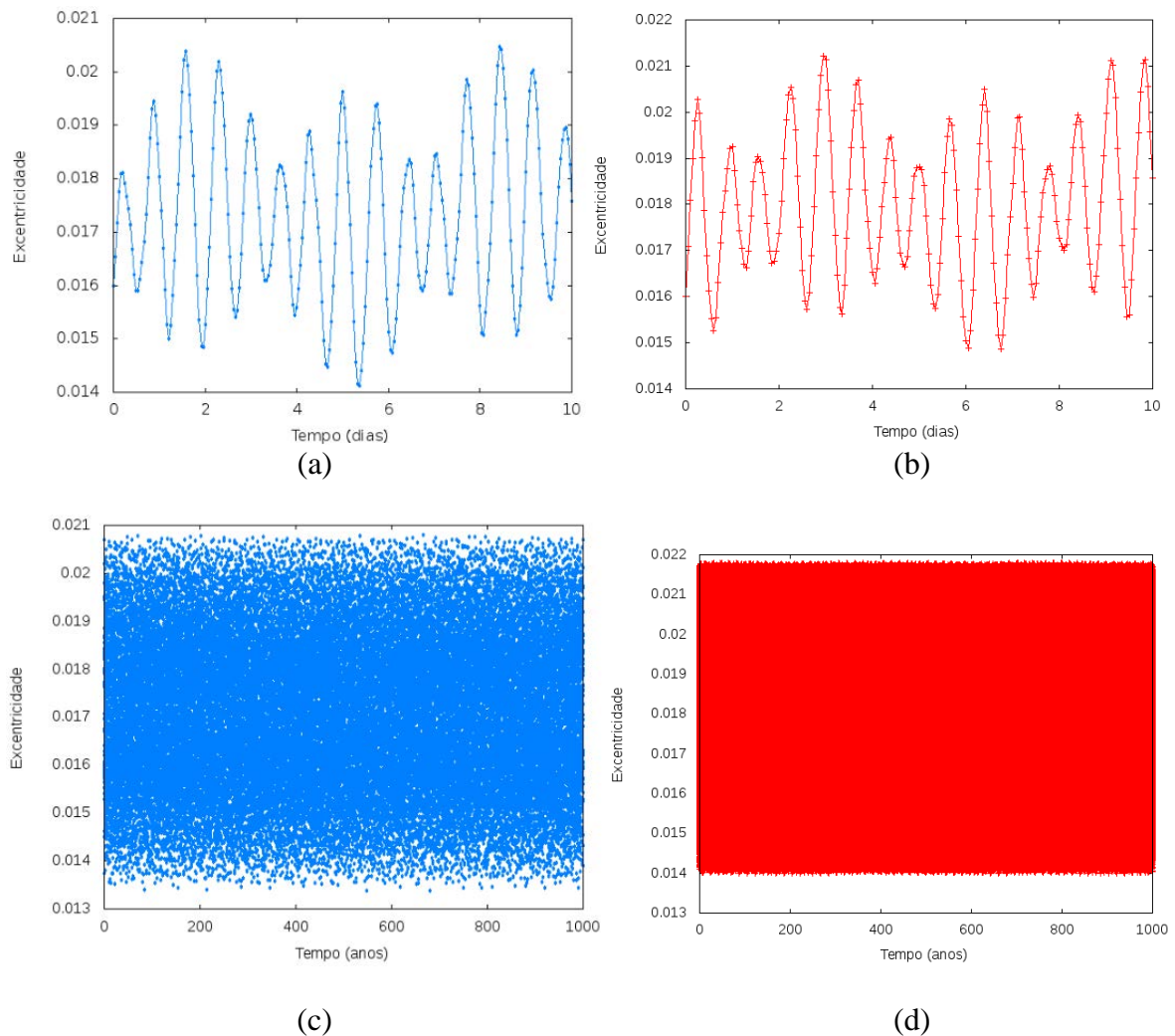


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.4 VARIACÃO EM EXCENRICIDADE – GAMA.

O resultado de Araujo et al. (2012) mostra que as perturbações realizadas pelos asteroides satélites causam uma variação em excentricidade de $e \approx 0,014$ à $e \approx 0,0205$ com $\Delta e \approx 0,0065$, como mostra o gráfico (a) da figura 7. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma variação em excentricidade de $e \approx 0,015$ à $e \approx 0,021$ com $\Delta e \approx 0,06$, como mostra o gráfico (b) da figura 7.

Figura 7 - Variação de excentricidade de Gama: (a) e (b) 10 dias; (c) e (d) 1000 anos.

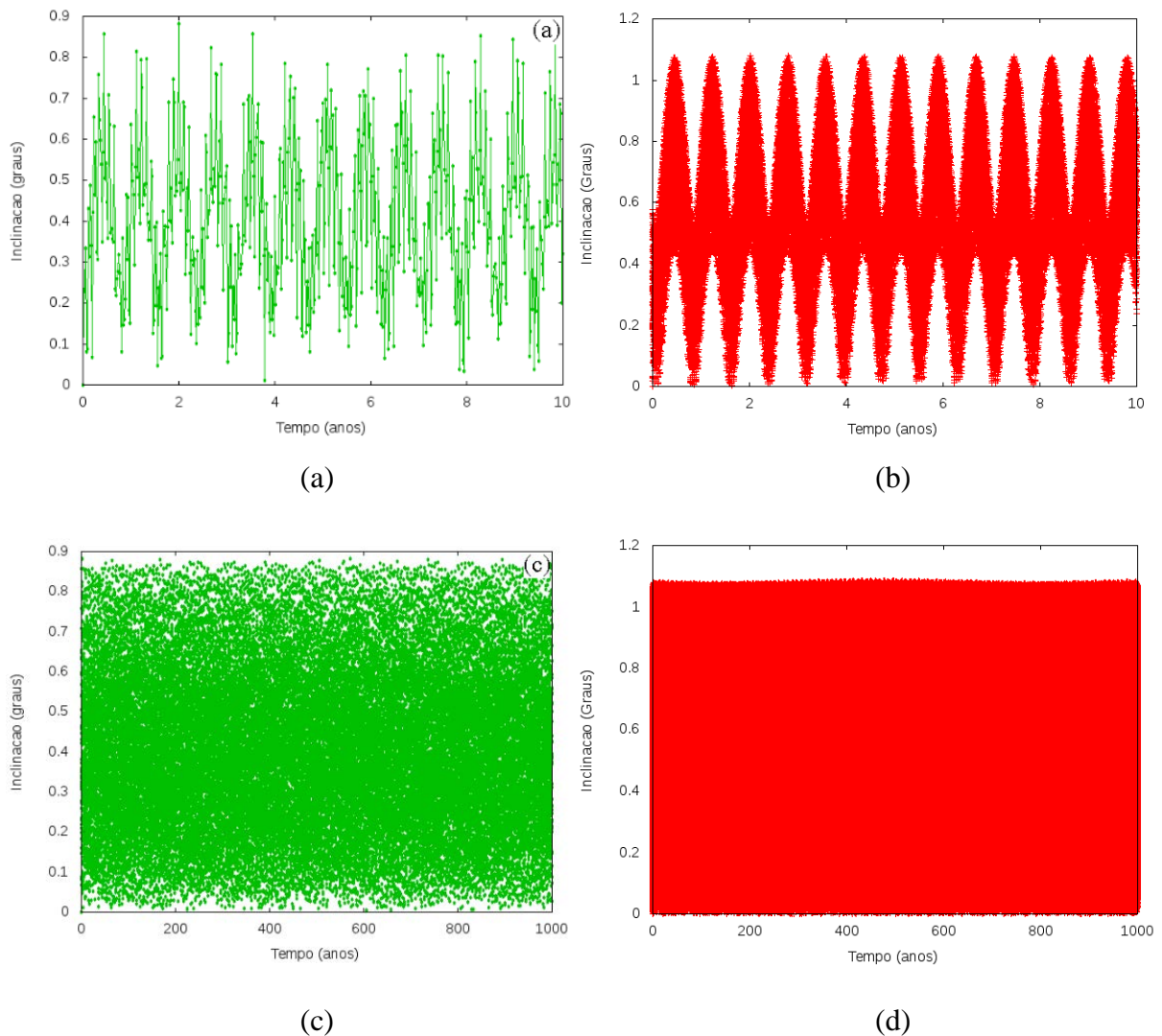


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.5 VARIACÃO EM INCLINAÇÃO - BETA

Estando o asteroide Beta inicialmente no plano do equador do asteroide Alfa, o resultado de Araujo et al. (2012) mostra que a perturbação devido a interação gravitacional com Gama causa uma variação em inclinação de $\Delta I \approx 0,8^\circ$ variando de $I \approx 0,00^\circ$ à $I \approx 0,8^\circ$, como mostra o gráfico (a) da figura 8. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma variação em inclinação de $\Delta I \approx 1,1^\circ$ variando de $I \approx 0,00^\circ$ à $I \approx 1,1^\circ$, como mostra o gráfico (b) da figura 8.

Figura 8 - Variação de inclinação de Beta: (a) e (b) 10 anos; (c) e (d) 1000 anos.

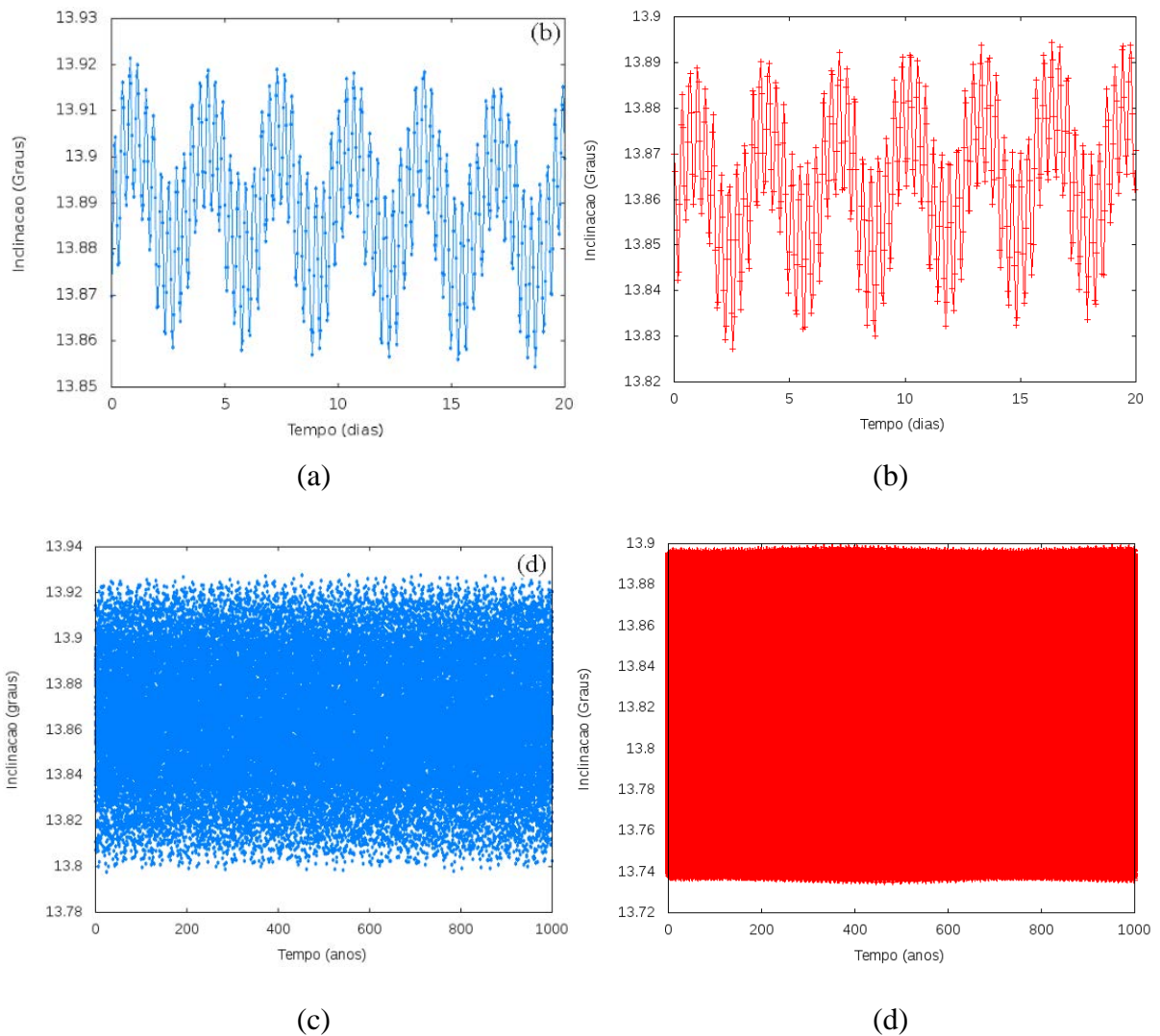


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.6 VARIACÃO EM INCLINAÇÃO - GAMA

Estando o asteroide Gama inicialmente com inclinação de $I = 13,87^\circ$ em relação ao equador de Alfa, o resultado de Araujo et al. (2012) mostra que a perturbação devido a interação gravitacional com Beta causa uma variação em inclinação de $\Delta I \approx 0,05^\circ$ com valor máximo de $I \approx 13,92^\circ$, como mostra o gráfico (a) da figura 9. Já os resultados obtidos neste trabalho apresenta uma variação em inclinação de $\Delta I \approx 0,06^\circ$ variando de $I \approx 13,83^\circ$ à $I \approx 13,89^\circ$, como mostra o gráfico (b) da figura 9.

Figura 9 - Variação de inclinação de Gama: (a) e (b) 20 dias; (c) e (d) 1000 anos.

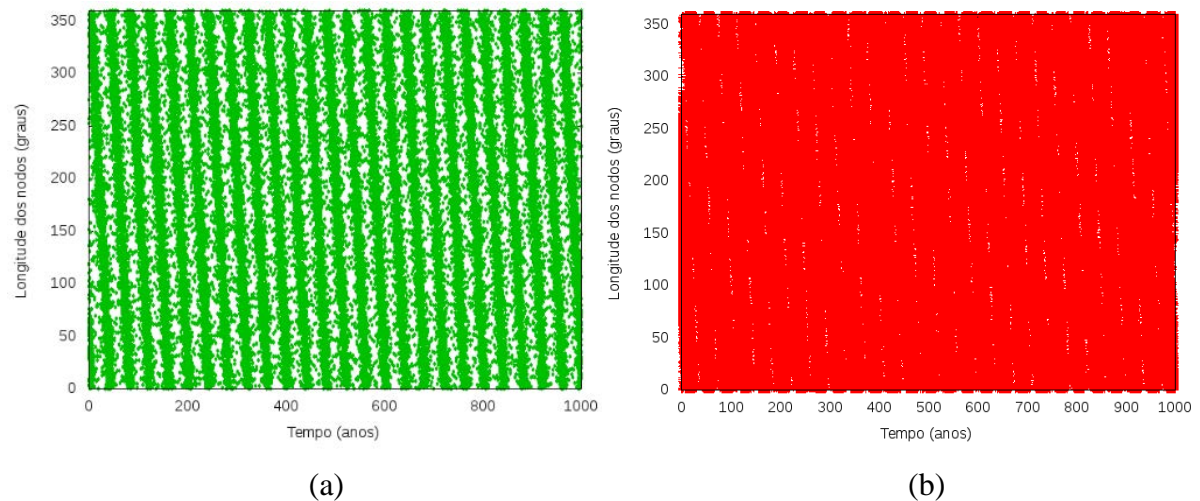


Fonte: (a) e (c) (ARAUJO et al., 2012); (b) e (d) do próprio autor.

4.7 VARIACÃO DA LONGITUDE DO NODO ASCENDENTE - Ω

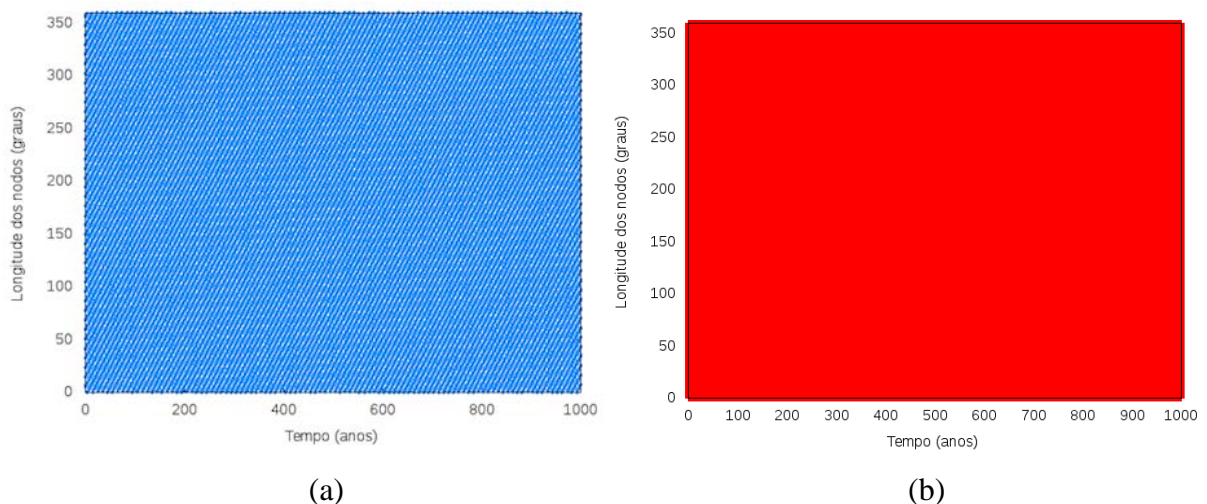
Em relação à variação da longitude do nodo ascendente os resultados de Araujo et al. (2012) mostram que a perturbação mútua entre Beta e Gama, bem como o achatamento do corpo central, levam à circulação deste ângulo em ambos os corpos, como mostram os gráficos (a) da figura 10 e (a) da figura 11. E os resultados obtidos neste trabalho também obtiveram os mesmos resultados dos comparados, como mostram os gráficos (b) da figura 10 e (b) da figura 11.

Figura 10 - Variação da longitude do nodo ascendente de Beta: (a) e (b) 1000 anos.



Fonte: (a) (ARAUJO et al., 2012); (b) do próprio autor.

Figura 11 - Variação da longitude do nodo ascendente de Gama: (a) e (b) 1000 anos.

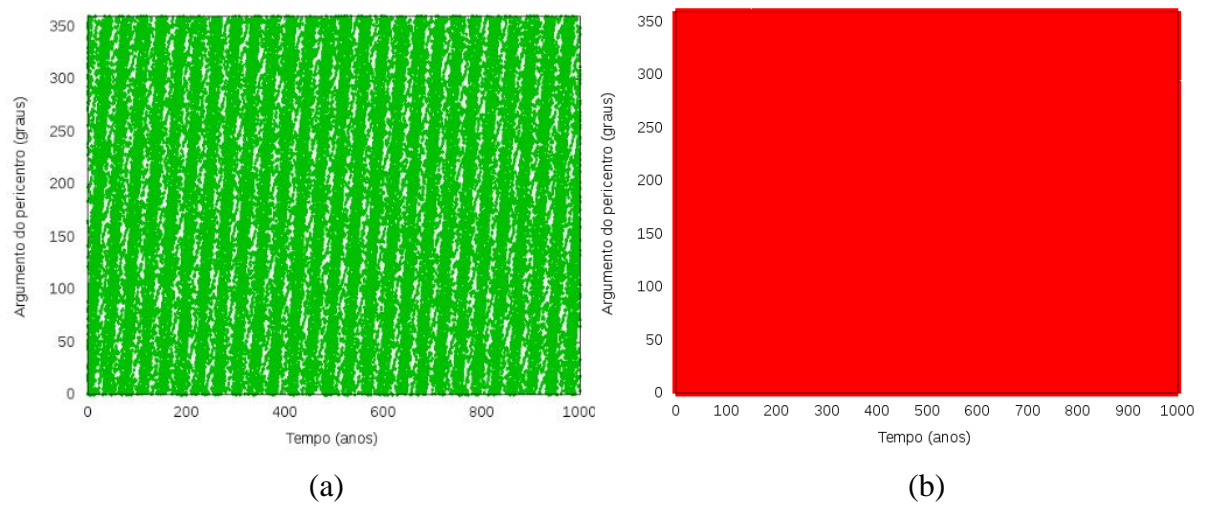


Fonte: (a) (ARAUJO et al., 2012); (b) do próprio autor.

4.8 VARIACÃO DO ARGUMENTO DO PERICENTRO - ω

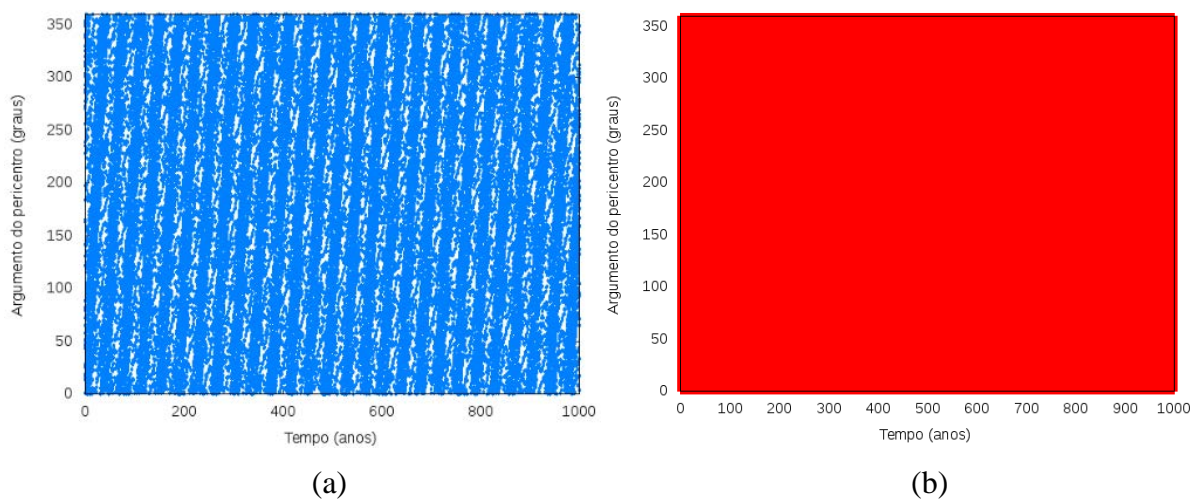
Em relação à variação do argumento do pericentro os resultados de Araujo et al. (2012) mostram que a perturbação mútua entre Beta e Gama, bem como o achatamento do corpo central, levam à circulação deste ângulo em ambos os corpos, como mostram os gráficos (a) da figura 12 e (a) da figura 13. E os resultados obtidos neste trabalho também obtiveram os mesmos resultados dos comparados, como mostram os gráficos (b) da figura 12 e (b) da figura 13.

Figura 12 - Variação do argumento do pericentro de Beta: (a) e (b) 1000 anos.



Fonte: (a) (ARAUJO et al., 2012); (b) do próprio autor.

Figura 13 - Variação do argumento do pericentro de Gama: (a) e (b) 1000 anos.



Fonte: (a) (ARAUJO et al., 2012); (b) do próprio autor.

4.9 TAXAS DE PRECESSÃO DOS ÂNGULOS Ω e ω

Murray e Dermott (1999) descrevem que devido ao achatamento do corpo central a taxa de precessão da longitude do nodo ascendente (Ω) e o argumento do pericentro (ω) é dada por:

$$\dot{\Omega} \approx -\frac{3}{2}nJ_2 \left(\frac{R_p}{a}\right)^2 \frac{\cos I}{(1-e^2)^2} \quad (4.1)$$

$$\dot{\omega} \approx \frac{3}{2} \frac{nJ_2}{(1-e^2)^2} \left(\frac{R_p}{a}\right)^2 \left(\frac{5}{2}\cos^2 I - \frac{1}{2}\right) \quad (4.2)$$

onde n é o movimento médio dos asteroides Beta e Gama, R_p é o raio do asteroide central Alfa, J_2 é o coeficiente gravitacional relacionado com o achatamento do corpo central, e a , e , I são os semi-eixo maior, excentricidade e inclinação dos asteroides satélites (Beta e Gama), em relação ao equador de Alfa.

A taxa de precessão da longitude do nodo ascendente (Ω) e o argumento do pericentro (ω) devido a interação gravitacional entre os asteroides satélites é dada pela teoria da perturbação secular, sendo também baseada em Murray e Dermott (1999).

Considera-se um sistema composto pelo corpo central, de massa m_c , e por dois corpos de massa $m_1 \ll m_c$, e $m_2 \ll m_c$, orbitando o corpo central, que se perturbam mutuamente.

Na ausência de comensurabilidades de movimento médio, a perturbação secular devido à interação gravitacional entre os três corpos é determinada isolando os termos da função perturbadora R , que são independentes da longitude média, bem como os termos que dependem apenas dos semi-eixo maiores.

Demonstra-se (Murray e Dermott, 1999) que as funções perturbadoras para o corpo 1 e 2 podem ser combinadas de modo que:

$$R_j = n_j a_j^2 \left[\frac{1}{2} A_{jj} e_j^2 + A_{jk} e_1 e_2 \cos(\varpi_1 - \varpi_2) + \frac{1}{2} B_{jj} I_j^2 + B_{jk} I_1 I_2 \cos(\Omega_1 - \Omega_2) \right] \quad (4.3)$$

em que, $j = 1, 2$; $k = 2, 1$ com $j \neq k$. Nesta equação, A_{jj} , A_{jk} , B_{jj} e B_{jk} são coeficientes calculados em função do movimento médio do corpo j , das massas dos três corpos considerados, e do coeficiente de Laplace α_{12} .

A partir das conhecidas equações de Lagrange, é possível derivar uma forma aproximada para a variação no tempo dos elementos orbitais, sendo, para a longitude do nodo ascendente (Ω) e para o argumento do pericentro (ϖ):

$$\dot{\varpi}_j = + \frac{1}{n_j a_j^2 e_j} \frac{\partial R_j}{\partial e_j}, \quad \dot{\Omega}_j = + \frac{1}{n_j a_j^2 I_j} \frac{\partial R_j}{\partial I_j}, \quad (4.4)$$

Torna-se conveniente introduzir um novo conjunto de variáveis, de modo a evitar a singularidade nas equações 4.4, para baixos valores de excentricidade e inclinação.

Define-se então:

$$h_j = e_j \text{sen} \varpi_j \quad k_j = e_j \text{cos} \varpi_j \quad (4.5)$$

$$p_j = I_j \text{sen} \Omega_j \quad q_j = I_j \text{cos} \Omega_j \quad (4.6)$$

Nestas variáveis, a parte secular da função perturbadora, dada em 4.3, é escrita como:

$$R_j = n_j a_j^2 \left[\frac{1}{2} A_{jj} (h_j^2 + k_j^2) + A_{jk} (h_j h_k + k_j k_k) + \frac{1}{2} B_{jj} (p_j^2 + q_j^2) + B_{jk} (p_j q_k + q_j q_k) \right] \quad (4.7)$$

Através destas duas abordagens, Fang et al. (2011) apresentaram o cálculo das taxas de precessão, sendo considerado em separado os efeitos devido ao achatamento do corpo central, e devido a perturbação mútua dos corpos, obtendo assim a taxa de precessão total dos ângulos. Na tabela 3 são apresentados esses valores e também uma comparação entre os valores totais teóricos com os valores numéricos das simulações.

Tabela 3 – Taxas de Precessão de Ω e ω para os satélites do sistema 2001 SN263.

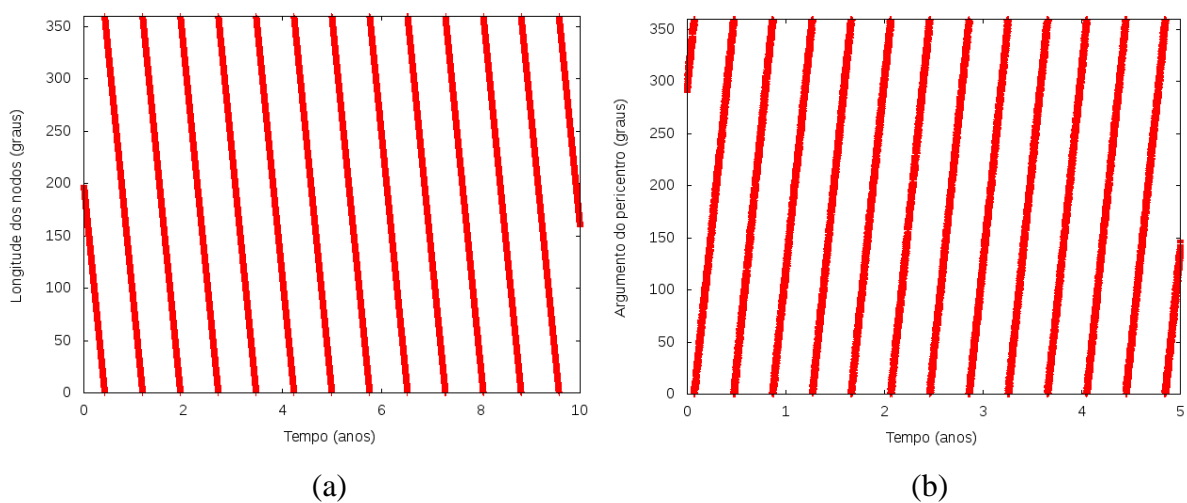
Ângulos	Beta				Gama			
	Secular	J ₂	Total	Total Numérico	Secular	J ₂	Total	Total Numérico
$\dot{\omega}$ (°/dia)	0,110	0,014	0,124	0,093	0,314	2,239	2,552	2,466
$\dot{\Omega}$ (°/dia)	-0,081	-0,007	-0,087	-0,063	-0,167	-1,171	-1,338	-1,295
$\dot{\varpi}$ (°/dia)	0,030	0,007	0,037	0,030	0,146	1,068	1,214	1,120

Fonte: (FANG et al., 2011).

Por meio de análise do número de revoluções completas destes ângulos, dentro de um intervalo de tempo adotado, é possível estimar numericamente as taxas de precessão de Ω e ω , com esta abordagem Araujo et al. (2012) estimou os valores para Gama, onde os valores encontrados foram $\dot{\Omega} \approx -1,283$ (°/dia) e $\dot{\omega} \approx 2,466$ (°/dia).

A fim de comparação com os valores encontrados por Araujo et al. (2012), foram estimados valores através dos gráficos da figura 14 que está um *zoom* dos gráficos da longitude do nodo ascendente e do argumento do pericentro de Gama (figuras 11b e 13b), onde os valores encontrados foram $\dot{\Omega} \approx -1,281$ (°/dia) e $\dot{\omega} \approx 2,366$ (°/dia), os quais mostram boa concordância com os valores apresentados por Araujo et al. (2012) e por Fang et al. (2011).

Figura 14 - Variação dos ângulos Ω e ω de Gama: (a) Ω por 10 anos; (b) ω por 5 anos.



Fonte: do próprio autor.

4.10 RESULTADOS DO PROBLEMA DE TRÊS CORPOS.

Com as simulações realizadas podemos ver através dos gráficos os resultados sintetizados na tabela 4 que mostra os efeitos nas órbitas dos asteroides satélites devido à suas perturbações mútuas em comparação aos resultados obtidos por Araujo et al. (2012).

Tabela 4 - Problema de 3 corpos – Perturbação mútua.

Elementos orbitais	Beta*	Beta**	Gama*	Gama**
Semi-eixo maior	$\Delta a \approx 1,7 \text{ km}$	$\Delta a \approx 1,7 \text{ km}$	$\Delta a \approx 0,006 \text{ km}$	$\Delta a \approx 0,005 \text{ km}$
Excentricidade	$\Delta e \approx 0,08$	$\Delta e \approx 0,08$	$\Delta e \approx 0,006$	$\Delta e \approx 0,0065$
Inclinação	$\Delta I \approx 1,1^\circ$	$\Delta I \approx 0,8^\circ$	$\Delta I \approx 0,06^\circ$	$\Delta I \approx 0,05^\circ$
Longitude dos nodos	Circulando	Circulando	Circulando	Circulando
Argumento do pericentro	Circulando	Circulando	Circulando	Circulando

Fonte: *do próprio autor; (**ARAUJO et al., 2012)

Diante destes resultados em comparação podemos ver que o integrador utilizado neste trabalho tem uma diferença mínima em relação ao integrador usado por Araujo et al. (2012), tornando os resultados válidos para interação da órbita do sistema.

5 SIMULAÇÃO DA FORÇA DE RADIAÇÃO SOLAR

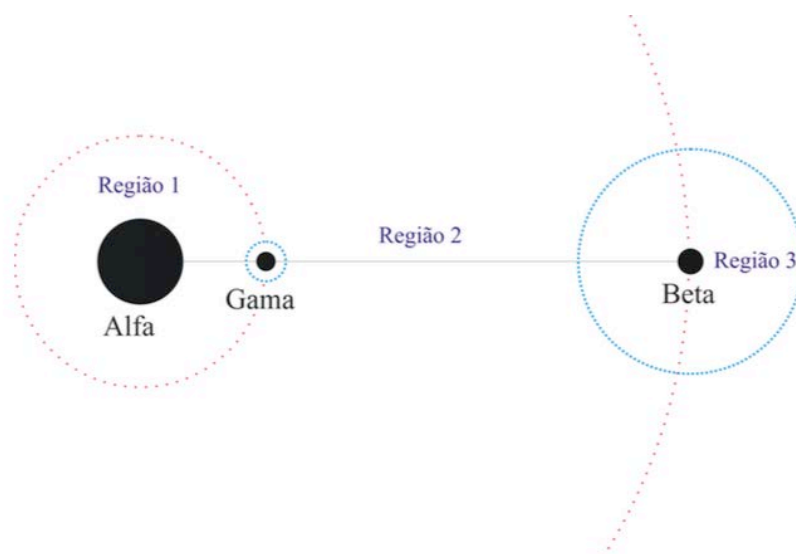
Neste capítulo, é apresentado o estudo sobre os efeitos da força de radiação solar gerado nas regiões de estabilidade do sistema, tendo no início uma comparação ao trabalho de Araujo et al. (2012) sobre as regiões internas de estabilidade do sistema, sendo considerado o caso plano.

O método adotado tanto por Araujo et al. (2012) como neste trabalho consistiu no monitoramento da evolução orbital de partículas que estão inicialmente orbitando o sistema 2001 SN263 através de integração numérica do problema de N-corpos com achatamento (capítulo 3), por um determinado período, afim de acompanhar as porcentagens de partículas que permanecem estáveis no sistema e as que escapam ou colidem com o corpo central Alfa, necessitando novamente a comparação dos integradores nesses resultados para fim de implementar a força de radiação solar.

5.1 REGIÕES DE ESTABILIDADE DO SISTEMA.

Para realizar as simulações foi determinada a região na qual seria implementado a força de radiação solar para fim de se verificar a comparação da estabilidade da região, sendo portanto escolhida a região 1 que se encontra entre o asteroide Alfa e o asteroide Gama, como podemos ver na figura 15.

Figura 15 - Representação do sistema e das regiões internas.

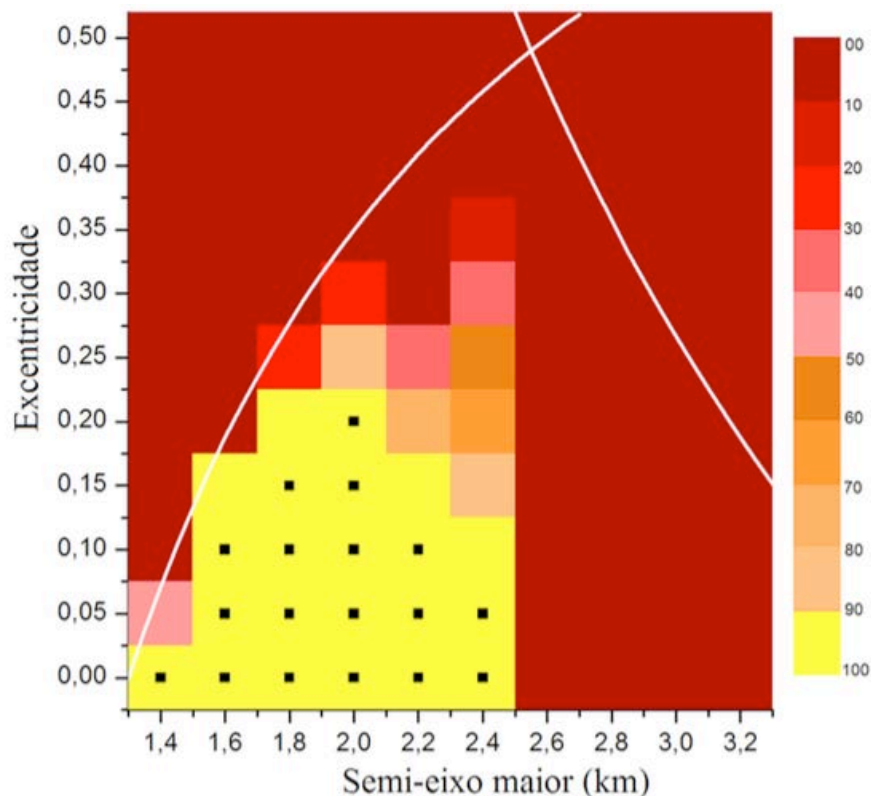


Fonte: (ARAUJO et al., 2012)

Sendo definidos os parâmetros conforme Araujo et al., (2012), em relação a excentricidade, foram colocadas partículas nesta região partindo de órbitas circulares $e = 0,00$ até órbitas excêntricas com valor máximo de $e = 0,5$, com intervalo de $\Delta e = 0,05$ e em relação ao semi-eixo maior da região partiu-se de $a = 1,4$ km até $a = 3,2$ km com $\Delta a = 0,2$ km, sendo distribuídas 100 partículas para cada região ($a \times e$) com valores aleatórios para anomalia verdadeira (f), argumento do pericentro (ω) e longitude do nodo ascendente (Ω), no intervalo de 0° à 360° . Quanto à inclinação foram considerados apenas os casos planos $I = 0,0^\circ$.

Definindo-se como região estável a região onde 100% das partículas inicialmente introduzidas no sistema sobreviveram por um período de 2 anos, sendo este o período que corresponde a aproximadamente 100 períodos orbitais de Beta. Na figura 16 estão as regiões internas estáveis e instáveis encontrados por Araujo et al., (2012).

Figura 16 - Região de estabilidade e instabilidade ao redor de Alfa.



Fonte: (ARAUJO et al., 2012).

Podemos ver através da figura 16 que a região de estabilidade se concentra na região em relação ao semi-eixo maior de $a = 1,4$ km até $a = 2,4$ km e com relação a excentricidade de $e = 0,00$ até $e = 0,20$.

Inicialmente para se estabelecer a comparação de estabilidade foram escolhidas quatro regiões de $a \times e$, duas dessas regiões 100% estáveis (região A e B), uma região com 50% de estabilidade (região C) e a última com 0,0% de estabilidade (região D), sendo portanto instável.

Região A:	Semi-eixo maior: 1,4 km
	Excentricidade: $e = 0,0$
Região B:	Semi-eixo maior: 2,4 km
	Excentricidade: $e = 0,0$
Região C:	Semi-eixo maior: 2,4 km
	Excentricidade: $e = 0,25$
Região D:	Semi-eixo maior: 2,6 km
	Excentricidade: $e = 0,0$

Com essas quatro regiões definidas realizou-se as simulações pelo integrador utilizado por este trabalho, as quais resultaram em sobrevivência das 100 partículas nas regiões A e B, obtendo nessas regiões 100% de estabilidade, na simulação da região C houve uma sobrevivência de 50 partículas, obtendo uma região com 50% de estabilidade e na simulação na região D houve o escape ou colisão das 100 partículas, obtendo uma região com 100% de instabilidade.

Diante destes resultados que obtiveram êxito em comparação ao trabalho de Araujo et al., (2012), foi descartado a necessidade de se fazer a comparação em outras regiões de $a \times e$, tornando possível a realização da integração com a força de radiação solar nessas regiões, sendo portanto válido os resultados de estabilidade e instabilidade.

5.2 FORÇA DE RADIAÇÃO SOLAR.

Além dos movimentos da evolução orbital das partículas, partículas estão sujeitas também à diversas ações de forças perturbativas, como a maré solar, o achatamento do asteroide central Alfa e a radiação solar, sendo esta última força a que ganhou destaque para ser realizada a simulação nas regiões definidas anteriormente.

A expressão vetorial da força de radiação é dada por Mignard (1984), considerando um sistema de referencia inercial cuja origem coincide com o centro de massa de um planeta (sistema planetocêntrico), com adaptações para o sistema de acordo com Sfair, R. (2011).

$$\vec{F} = \beta \left[\frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left[1 - \frac{r_{sp}}{r_{sp}} \left(\frac{v_p}{c} + \frac{v}{c} \right) \right] - \left(\frac{v_p}{c} + \frac{v}{c} \right) \right] \quad (5.1)$$

em que \vec{r}_{sp} é o raio vetor que liga o sistema ao Sol (nosso caso do corpo central Alfa ao Sol) e $r_{sp} = \left| \vec{r}_{sp} \right|$, \vec{v} é o vetor velocidade da partícula em relação a Alfa, \vec{v}_p o vetor velocidade do sistema ao redor do Sol.

Para partículas esféricas que obedecem uma óptica geométrica, o valor de β é dado por Burns et al. (1979)

$$\beta = 5.7 \times 10^{-5} \frac{Q_{pr}}{\rho s} \quad (5.2)$$

A definição da constante β é dada pela razão entre a força devido à radiação e a força gravitacional do Sol. Como ambas as forças apresentam uma dependência com o inverso do quadrado da distancia à fonte, a constante é função apenas das características físicas da partícula. Já Q_{pr} é uma constante relacionada à eficiência da partícula em absorver e espalhar a radiação incidente e ρ é a densidade da partícula cujo raio é s .

Considerando que Alfa possui uma obliquidade γ , as componentes da força que atua sobre uma partícula que orbita este sistema são dadas por

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[\cos(n_s t) - \left(\frac{x_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) - \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) \right] \quad (5.3)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[\cos(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{y_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c} \right) - \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c} \right) \right] \quad (5.4)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[\sin(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{z_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c} \right) - \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c} \right) \right] \quad (5.5)$$

onde (x_s, y_s, z_s) são as componentes da posição do Sol e (v_{xs}, v_{ys}, v_{zs}) as componentes da sua velocidade. As componentes da velocidade da partícula ao redor de Alfa são dadas por (v_x, v_y, v_z) . Nestas equações os termos que dependem da velocidade correspondem ao arrasto de Poynting-Robertson (PR) enquanto os demais correspondem à força de radiação solar.

5.2.1 Simulações numéricas.

As simulações numéricas foram realizadas com as órbitas invertidas, isto é, com o Sol orbitando o Sistema 2001 SN263, na verdade orbitando o corpo central Alfa com excentricidade nula $e=0,0$. Como nas simulações anteriores a unidade de medida utilizada foi a distância do asteroide Alfa ao asteroide Beta que corresponde ao valor de 16,633 km. Com isso, nesta implementação também foi necessário realizar a adaptação para essa unidade de medida. Por exemplo, o valor do semi-eixo maior da órbita de Alfa de 1,99 UA (tabela 2) corresponde a aproximadamente 18×10^6 , em nossa unidade de medida utilizada.

Como o foco deste trabalho foi ver o comportamento das partículas estáveis com o efeito da força de radiação solar, foi portanto ignorado as regiões que já se caracterizaram instáveis, como a região C e D, sendo então somente implementadas com a força de radiação solar as região estáveis A e B.

Região A: Semi-eixo maior: 1,4 km

Excentricidade: $e = 0,0$

Região B: Semi-eixo maior: 2,4 km

Excentricidade: $e = 0,0$

As primeiras simulações foram realizadas com o tamanho das partículas de $1 \mu\text{m}$ por um período também 2 anos nas duas regiões A e B, onde foi obtido como resultado que todas as 100 partículas escaparam ou colidiram com o corpo central Alfa, tornando as regiões que antes eram estáveis, em instáveis, devido ao aumento da excentricidade das partículas.

Diante deste cenário o valor do tamanho das partículas foi aumentado para $5 \mu\text{m}$ e novamente foi simulado conforme descrito acima e novamente com essas condições nenhuma partícula sobreviveu no sistema ao redor de Alfa, tendo o escapado ou colidido com o corpo central Alfa.

Após esses resultados foi realizado novamente as simulações descritas anteriormente, mas com o tamanho das partículas alterado para $100 \mu\text{m}$ e nessas condições foi obtido como resultado que todas as partículas escaparam ou colidiram com o corpo central Alfa

Sendo realizadas as simulações nas regiões A e B, que são próximas a Alfa, era provável que as partículas colidissem com Alfa, portanto foi realizada uma última simulação para se verificar o comportamento das partículas em uma região distante de Alfa, sendo escolhido a região E.

Região E: Semi-eixo maior: 50 km

Excentricidade: $e = 0,0$

Por um período também de 2 anos com o tamanho das partículas de $1 \mu\text{m}$, nessas condições o resultado obtido foi o escape das partículas, sendo obtido nessas condições que a força de radiação influencia no comportamento das partículas ao redor do sistema.

Para se verificar todos os resultados foi retirada a força de radiação solar no integrador, mantendo o arrasto de Poynting-Robertson e novamente foram simuladas todas as situações descritas. Nestas condições foram obtidos como resultado que todas as partículas sobreviveram, confirmando que o escape ou colisão com Alfa das partículas são gerados pela força de radiação solar.

A tabela 5 apresenta resumidamente as simulações realizadas com as partículas ao redor de Alfa.

Tabela 5 – Resultados da força de radiação solar.

Simulação	Região	Tamanho partículas	Resultado
1	A	1 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
2	B	1 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
3	A	5 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
4	B	5 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
5	A	100 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
6	B	100 μm	Escape ou colisão com Alfa em 100%
7	E	1 μm	Espace em 100%

Fonte: do próprio autor.

5.3 ANÁLISE DAS INTENSIDADES DAS PERTURBAÇÕES

Afim de se verificar os resultados que demonstraram que as regiões estudadas são instáveis devido a força de radiação solar, foi utilizado um método de comparação da intensidade das forças perturbativas devido à maré solar, o achatamento de Alfa e a radiação solar, apresentado no artigo de Hamilton & Krivov (1996) através de parâmetros adimensionais.

Sendo n_s o movimento médio de Alfa ao redor do Sol e a o semi-eixo maior da partícula, o parâmetro A devido à força de maré solar é definido como

$$A \equiv \frac{3n_s}{4n} \quad (5.6)$$

em que n é o movimento médio da partícula dado por $n = (GM_p / a^3)^{1/2}$ e GM_p é o produto entre a constante universal da gravitação e a massa do corpo central Alfa.

O parâmetro C relacionado à força de radiação é descrito como

$$C \equiv \frac{3n}{2n_s} \sigma \quad (5.7)$$

onde σ é definido pela razão entre a força de radiação e a força gravitacional do corpo Alfa para uma órbita circular. A constante σ pode ser escrita como

$$\sigma = \frac{3}{4} Q_{pr} \frac{Fa^2}{GM_p c \rho s} \quad (5.8)$$

Na equação 5.8 Q_{pr} é uma constante relacionada à eficiência da partícula em absorver e espalhar a radiação incidente, F é o fluxo solar que chega ao sistema, ρ é a densidade da partícula cujo raio é s e c é a velocidade da luz.

A intensidade do efeito devido ao achatamento de Alfa é representado pelo parâmetro W

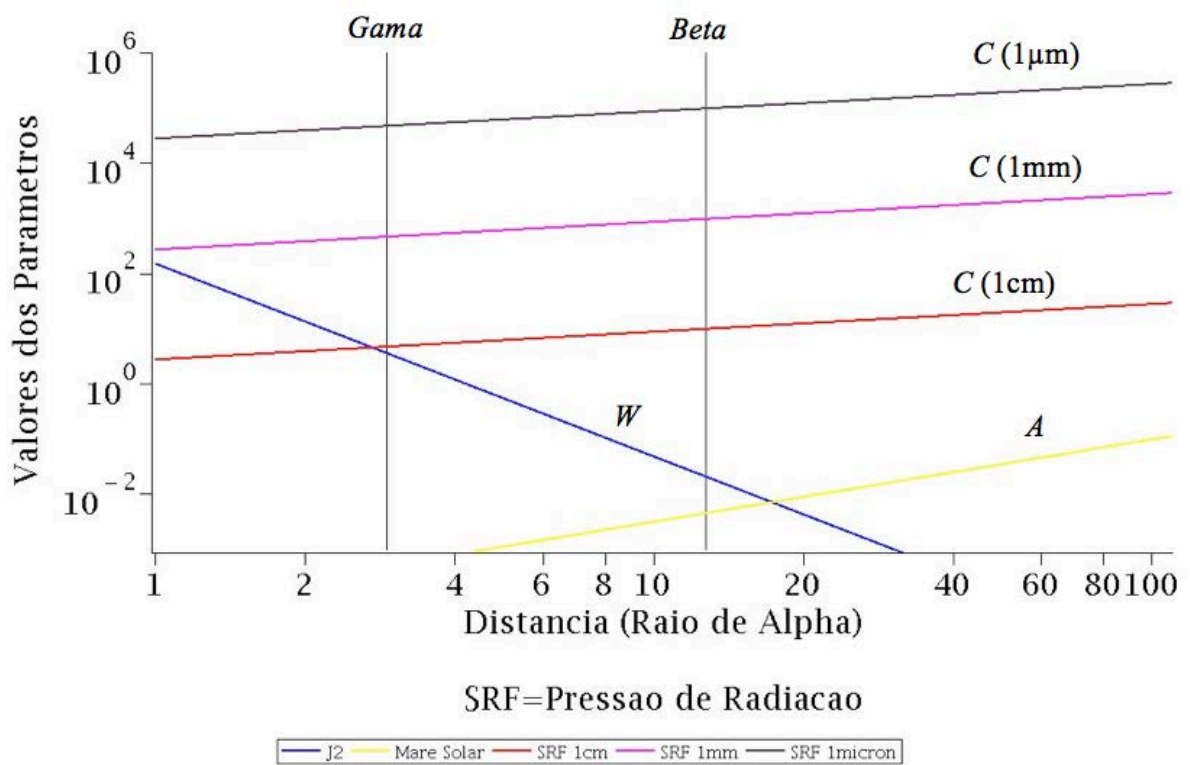
$$W \equiv \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \frac{n}{n_s} \quad (5.9)$$

sendo J_2 o primeiro coeficiente da expansão multipolar do campo gravitacional do corpo Alfa com raio R_p .

Estes parâmetros foram calculados para uma partícula esférica com densidade de $1g/cm^{-3}$ e o raio de $1\ \mu m$, $1\ mm$ e $1\ cm$ ao redor do corpo central Alfa, assumindo que a partícula é composta por um material ideal de forma que $Q_{pr} = 1$.

Conforme podemos ver na figura 17, a maré solar (A) é relevante apenas para partículas distantes de Alfa, que a força do achatamento (W) de Alfa vai decaindo conforme a partícula se distancia de Alfa e que a força de radiação solar vai aumentando ao se distanciar de Alfa, sendo que esta força exerce significativa influencia na estabilidade dessas partículas de tamanhos pequenos.

Figura 17 - Parâmetros adimensionais das forças para uma partícula ao redor de Alfa em função da distância ao asteroide central Alfa.



Fonte: do próprio autor.

Pode-se ver também no gráfico da figura 17 que conforme o tamanho da partícula vai aumentando o efeito da força de radiação solar vai diminuindo, isto é, de acordo com o tamanho da partícula a força de radiação solar exerce uma força diferente, sendo menor em partículas maiores.

6 CONCLUSÃO

Primeiramente, este trabalho demonstrou que o integrador usado apresentou resultados satisfatórios da evolução orbital dos corpos de acordo com os estudos anteriores, sendo possível realizar as comparações de estabilidade e instabilidade.

A verificação das regiões estáveis e instáveis trouxeram resultados semelhantes com o estudo anterior realizado por Araujo et al. (2012), sendo este fator o determinante para dar continuidade para realização do estudo dos efeitos da força de radiação solar.

Diante desses resultados foi possível realizar a implementação da força de radiação solar no sistema 2001 SN263, em uma região próxima ao corpo central Alfa, onde foram realizadas as simulações, as quais trouxeram como resultados que as regiões antes caracterizadas como estáveis serem na verdade instáveis para partículas pequenas. Portanto, a região orbital próxima ao corpo central e na vizinhança do sistema triplo se apresenta essencialmente instável devido a força de radiação solar.

Deixando como possíveis trabalhos a continuação da verificação do comportamento das regiões do sistema de asteroides triplo levando em conta os efeitos da força de radiação solar para outras regiões do sistema e também a determinação do tamanho das partículas que começam a ficar estáveis no sistema, mesmo próximas a Alfa.

REFERÊNCIAS

- ANDERS, E.; ARNOLD, J.R. **Age of Craters on Mars**. Science, 1965. v.149, 1494-1496 p.
- ARAUJO, R.A.N. et al. **Stability regions around the components of the triple system 2001 SN263**. Monthly Notices Of The Royal Astronomical Society, 2012, v. 423(4), 3058-3073 p.
- BECKER, T. M.; et al. **Physical Modeling of Triple Near-Earth Asteroid 153591 (2001 SN263)**. Bulletin of the American Astronomical Society, 2009, v. 41, 190 p.
- BOTTKE, W. F. **Binary Asteroids and the Formation of Doublet Craters**. Icarus, 1996. v.124, 372-391 p.
- BROZOVIC, M.; BENNER, L. A. M.; NOLAN, M. C, et al. (136617) **1994 CC**. IAU Circ., 9053, 2, 2009.
- BURNS, J. A., Lamy, P. L., & Soter, S. **Radiation forces on small particles in the solar system**. Icarus, 40:1–48, 1979.
- CHAMBERS, J. E. **A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies**. MNRAS, 304:793–799, 1999.
- EVERHART, E. **An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. In dynamics of comets: their origin and evolution**. Proceedings of IAU Colloquium 83, v.115, p.185, 1985.
- FANG, J. et al. **Orbits of Near-Earth Asteroid Triples 2001 SN263 and 1994 CC: Properties, Origin, and Evolution**. The Astronomical Journal, 2011 v. 141, n. 5, 141-154 p.
- JPL's HORIZONS system. Disponível em: <<http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>>. Acesso em: 16 novembro 2011.
- HAMILTON, D. & KRIVOV, A. **Circumplanetary dust dynamics: Effects of solar gravity, radiation pressure, planetary oblateness, and electromagnetism**. Icarus, 123:503–523, 1996.
- MARCHIS, et al. **A dynamical solution of the triple asteroid system (45) Eugenia**, v.210, n.2, p.635-643, 2010

MIGNARD, F. **Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings.** In R. Greenberg & A. Brahic, editors, IAU Colloq. 75: Planetary Rings, pages 333–366. 1984.

MURRAY, C. D. & DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics. Solar system dynamics by Murray, C. D.,** 1999.

NOLAN, M. C. et al. **Arecibo radar imaging of 2001 SN263: a Near-Earth triple asteroid system.** Asteroids, Comets, Meteors, 2008. n. 8257.

ROY, A.E. **Orbital motion.** Bristol: Institute of Physics Publishing, 1988.

SFAIR, R. **Dinâmica dos anéis de poeira e satélites de Urano e do anel F de Saturno.** Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.

SUKHANOV, A. A., et al. **The Aster Project: Flight to a Near-Earth Asteroid.** Cosmic Research, 2010, v. 48, n.5, 443-450 p.