

**PAULO HENRIQUE DA SILVA**

USOS DO BINÔMIO DE NEWTON EM DIFERENTES CONTEXTOS

Guaratinguetá - SP  
2016

**PAULO HENRIQUE DA SILVA**

**USOS DO BINÔMIO DE NEWTON EM DIFERENTES CONTEXTOS**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

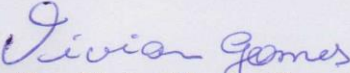
Guaratinguetá - SP  
2016

S586u	Silva, Paulo Henrique da Usos do Binômio de Newton em diferentes contextos / Paulo Henrique da Silva – Guaratinguetá, 2016. 39 f.: il. Bibliografia: f. 37-38
	Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016. Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza
	1. Isaac Newton. 2. Binômio. 3. Ensino médio. I. Título
	CDU 51

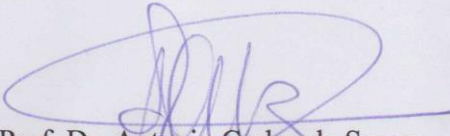
**PAULO HENRIQUE DA SILVA**

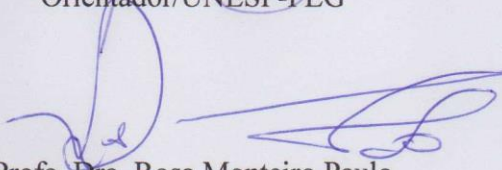
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

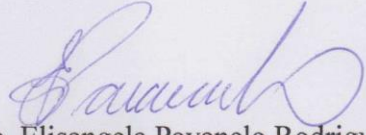
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

  
Prof. Dra. Vivian Martins Gomes  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza  
Orientador/UNESP-FEG

  
Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo  
UNESP-FEG

  
Profa. Dra. Elisangela Pavanelo Rodrigues dos Santos  
UNESP-FEG

Novembro de 2016

Dedico este trabalho à milha família, a qual sempre me apoiou em todos os momentos, principalmente, os mais difíceis de minha vida.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a DEUS, o maior Professor, responsável pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos,

ao meu orientador, Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

aos meus pais Geraldo Romão da Silva (sempre presente) e Maria Margarida da Silva, apesar das dificuldades enfrentadas, foi a minha primeira professora, a qual preparou-me para a vida e não mediu esforços para incentivar meus estudos.

à minha esposa Eliana Domingos Ribeiro da Silva e meu filho Rafael Henrique Ribeiro da Silva, pelo apoio irrestrito e por suportar os momentos de ausência, necessários para conduzir meus estudos,

aos funcionários da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar,

ao colega de profissão e de faculdade Sérgio Eric Reis de Oliveira, que me auxiliou nas diversas dificuldades acadêmicas,

aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, em especial da Seção de Graduação, pela dedicação e alegria no atendimento, com seus trabalhos nos bastidores, mas extremamente importantes para o correto funcionamento da FEG.

“O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano.”  
Isaac Newton

## RESUMO

Isaac Newton nasceu em 25 de dezembro de 1642 e ingressou nos estudos universitários no Trinity College, em 1661, até então não tivera muito contato com a Matemática. Sofreu influência de renomados matemáticos como Euclides, William Oughtred e o professor Lucasiano Isaac Barrow, os quais foram determinantes para o sucesso de suas pesquisas. Este trabalho, de cunho qualitativo, teve como objetivo realizar um breve estudo da obra de Isaac Newton sob o aspecto da Matemática, entender o desenvolvimento matemático, relacionado especialmente ao Binômio, o qual leva o seu nome. O trabalho é pautado na metodologia de pesquisa bibliográfica exploratória e nos orientamos na questão central: “*Onde poderemos empregar o Binômio de Newton?*”. Para entender o referido Binômio são apresentados exemplos de utilização na Biologia, Informática, Probabilidade presente nos jogos de loteria e no processo segurança de provas de vestibulares, sendo o último para dificultar fraudes na admissão no ensino universitário.

**PALAVRAS-CHAVE:** Isaac Newton. Binômio. Ensino Médio.

## **ABSTRACT**

Isaac Newton was born on December 25, 1642 and entered college at Trinity College in 1661, until then had not had much contact with Mathematics. He was influenced by renowned mathematicians such as Euclid, William Oughtred, and Lucasian Chair of Mathematics Isaac Barrow, who were instrumental in the success of his research. This qualitative study aimed to carry out a brief study of the work of Isaac Newton under the aspect of Mathematics, to understand the mathematical development, related especially to the Binomial, which bears his name. The work is based on the methodology of exploratory bibliographical research and we focus on the central question: "Where can we use Newton's binomial?". In order to understand this Binomial, examples of use are presented in Biology, Informatics, Probability present in the lottery games and in the process of security of vestibular tests, being the last one to hinder fraud in admission to university education.

**KEYWORDS:** Isaac Newton. Binomial. High school.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	9
2	METODOLOGIA DE PESQUISA.....	10
2.1	PESQUISA QUALITATIVA .....	10
2.2	ESTUDO EXPLORATÓRIO .....	13
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
3.1	A VIDA DE NEWTON .....	17
3.2	AS OBRAS MATEMÁTICAS QUE INFLUENCIARAM NEWTON .....	20
3.3	BINÔMIO DE NEWTON .....	22
4	USO DO BINÔMIO NA GENÉTICA.....	25
5	USO DO BINÔMIO NA MEGA-SENA .....	28
6	USO DO BINÔMIO NA INFORMÁTICA.....	31
7	USO DO BINÔMIO COMO MEDIDA DE SEGURANÇA EM VESTIBULARES .....	33
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
	REFERÊNCIAS.....	37

## 1 INTRODUÇÃO

Isaac Newton foi também um notável matemático o qual possuía uma visão diferenciada dos fenômenos físicos, muito à frente de seus contemporâneos. Presenteou gerações com o seu legado de descobertas para a Física, Matemática e outras áreas do conhecimento.

A carência de informações sobre o Isaac Newton como matemático, tendo em vista que sua notoriedade serviu de motivação para realizar este trabalho de pesquisa. Assim, esta pesquisa de cunho qualitativa, tem como pergunta central “*Onde poderemos empregar o Binômio de Newton?*”, cujo objetivo é fazer um estudo exploratório sobre o Binômio, o desenvolvimento dos coeficientes binomiais e algumas aplicações. Para tanto, faz-se uma pesquisa bibliográfica de caráter exploratório.

Visando expor o que foi feito, organiza-se o texto em oito capítulos, os quais foram dispostos da seguinte maneira: inicialmente a metodologia de pesquisa, no próximo a fundamentação teórica, os aspectos sobre a vida de Newton, desde seu nascimento, passando pela infância, chegando à sua fase estudantil e as obras que influenciaram seu trabalho. Apresentam-se, ainda, as contribuições de Newton para a Matemática e o Binômio propriamente dito. Segue-se finalizando o texto as considerações finais e as referências bibliográficas.

## 2 – METODOLOGIA DE PESQUISA

### 2.1 PESQUISA QUALITATIVA

Pesquisa é definida como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos (GIL, 2008). Ainda segundo o autor, a pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados.

O caminho que a pesquisa deve tomar é muito importante para o sucesso da empreitada. O objeto de pesquisa deve causar inquietação e promover o desejo de conhecer, levantar as características mais relevantes e expor as variáveis que afetam diretamente o evento.

Segundo Gerhardt e Silveira (2009), ao se fazer uma pesquisa científica não basta o desejo do pesquisador em realizá-la, é fundamental ter um mínimo de conhecimento do assunto a ser pesquisado. O conhecimento prévio servirá de suporte e ainda limitará as fronteiras para a pesquisa, pois é de grande importância conhecer os seus limites para que seja garantida a sua precisão.

Neste trabalho de pesquisa nos propusemos a investigar: “*Onde poderemos empregar o Binômio de Newton?*” Essa pergunta deu origem e direção ao presente trabalho, norteando a estrutura das atividades. Essa pergunta é a razão do existir da pesquisa, a qual servirá para a busca de uma resposta que tenha sustentação teórica sobre o objeto a ser explorado.

Um bom planejamento, o estudo detalhado das etapas, a escolha do tema, o que viabiliza ou inviabiliza o estudo, são elementos que otimizam o tempo para execução das atividades, tendo em vista que a adequada distribuição da sequência de ações tornam o trabalho mais produtivo.

Chizzotti (2003) explica que o termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível e, após este tirocínio<sup>1</sup>, o autor interpreta e traduz em um texto, zelosamente escrito, com perspicácia e competência científicas, os significados patentes ou ocultos do seu objeto de pesquisa.

Ainda para Chizzotti (2003), diferentes tradições de pesquisa invocam o título qualitativo, partilhando o pressuposto básico de que a investigação dos fenômenos humanos, sempre saturados de razão, liberdade e vontade, estão possuídos de características específicas, criam e atribuem significados às coisas e às pessoas nas interações sociais e estas podem ser

---

<sup>1</sup> Tirocínio é habilidade para discernir; capacidade de observar com cuidado situações, pessoas ou acontecimentos. Disponível em < <https://www.dicio.com.br/tirocinio/> > Acesso 12 set. 2016

descritas e analisadas, prescindindo de quantificações estatísticas. Chizzotti (2003) interpreta que muitos são os autores que autodenominam qualitativos, diferenciando-se por pressupostos teóricos ou metodológicos, técnicas de investigação ou objetivos da pesquisa, dessa forma opondo-se, de modo geral, à quantitativa enquanto esta recorre à quantificação como única via de assegurar a validade de uma generalização, partindo do pressuposto de um modelo único de investigação, derivado das ciências naturais, que se inicie de uma hipótese guia, só admita observações externas, siga um caminho indutivo para estabelecer leis, mediante verificações objetivas, amparadas em frequências estatísticas.

Para Minayo (2001 apud Gerhardt e Silveira, 2009, p. 14), a pesquisa qualitativa preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Segundo os autores a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Aplicada inicialmente em estudos de Antropologia e Sociologia, como contraponto à pesquisa quantitativa dominante, a pesquisa qualitativa tem alargado seu campo de atuação a áreas como a Psicologia e a Educação.

Gerhardt e Silveira (2009) afirmam que a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização e outros. Ainda segundo esses autores, os pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa opõem-se ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências.

Conforme explica Monteiro (1991), a pesquisa qualitativa está ganhando maior aceitação em vários segmentos sociais. Na educação passou a ser mais explorada recentemente, embora Grunwaldt (1986) defende o fato de que tal pesquisa é a metodologia que possui maior probabilidade de gerar conhecimentos que sejam, ao mesmo tempo, intelectualmente rigorosos e de utilidade para a melhoria do ensino.

Gerhardt e Silveira (2009) elencam as seguintes características como sendo as características da pesquisa qualitativa:

- Objetivação do fenômeno.
- Hierarquização das ações de descrever, compreender e explicar.
- Precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno.
- Observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural.

- Respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos.
- Busca de resultados os mais fidedignos possíveis.
- Oposição ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências.

Segundo Bicudo (1993), a pesquisa voltada à Educação Matemática deve estar atenta a como se compreende, como se faz e como se interpreta a Matemática segundo o que é significativo ao contexto social, cultural e histórico. Essa preocupação deverá estender-se a ações políticas-pedagógicas.

No Brasil, segundo Thiollent (1985 apud Monteiro, 1991, p.74), a pesquisa qualitativa ocupa espaço crescente junto à Educação, até mesmo com apoio institucional. Essa modalidade de pesquisa vem ganhando mais popularidade, com maior utilização nas instituições, pois tem realizado várias contribuições ao ensino, o que é bastante positivo.

Considerando a presente pesquisa, nos apoiamos em Monteiro (1991), que baseando-se em (LÜDKE e ANDRÉ, 1986), destaca o fato de que os documentos constituem uma fonte rica e estável, pois eles persistem ao longo do tempo, podem ser consultados várias vezes e servem de base a diferentes estudos, dando, dessa forma, mais estabilidade aos resultados obtidos. Os documentos são, portanto, uma fonte fidedigna de informações, com menores chances de incorreções, o que garante a melhor consistência da pesquisa.

Minayo e Minayo-Gómez (2003, p.118) reportam sobre os métodos de pesquisas algumas considerações de muita importância:

- Não há nenhum método melhor do que o outro, ou seja, o bom método será sempre aquele capaz de conduzir o investigador a alcançar as respostas para suas perguntas, ou dizendo de outra forma, a desenvolver seu objeto, explica-lo ou compreendê-lo, dependendo de sua proposta (adequação do método ao problema de pesquisa).
- Os números (uma das formas explicativas da realidade) são uma linguagem, assim como as categorias empíricas na abordagem qualitativa o são e cada abordagem pode ter seu espaço específico e adequado.
- Entendendo que a questão central da cientificidade de cada uma delas é de outra ordem. A qualidade, tanto quantitativa quanto qualitativa depende da pertinência, relevância e uso adequado dos instrumentos.

## 2.2 ESTUDO EXPLORATÓRIO

Como qualquer exploração, segundo Gil (2008 apud Santos, 2010, p.1), o estudo exploratório depende da intuição do explorador (neste caso, da intuição do pesquisador). Por ser um tipo de pesquisa muito específica, quase sempre ela assume a forma de um estudo de caso. Como qualquer estudo, ele depende também de uma pesquisa bibliográfica, pois mesmo que existam poucas referências sobre o assunto pesquisado, nenhuma pesquisa hoje começa totalmente do zero. Haverá sempre alguma obra, ou entrevista com pessoas que tiveram experiências práticas com problemas semelhantes ou análise de exemplos análogos que podem estimular a compreensão.

O estudo exploratório, segundo Santos (2010), tem como objetivo familiarizar-se com um assunto ainda pouco conhecido, pouco explorado. Ao final de uma pesquisa exploratória, o pesquisador saberá mais sobre aquele assunto e estará apto a construir hipóteses. Conforme explica o autor esse tipo de pesquisa tem como foco explorar um campo pouco conhecido, buscar informações que tentam esclarecer o assunto de forma bastante objetiva.

Ainda como explica Coelho (2015), o estudo exploratório é realizado sobre problema ou questão de pesquisa quando há pouco ou nenhum estudo anterior. Esse tipo de estudo destina-se a procurar padrões, ideias ou hipóteses, em vez de testar hipóteses ou confirmar uma hipótese.

O estudo exploratório conforme esclarece Gonçalves (2014), visa à descoberta, o achado, a elucidação de fenômenos ou a explicação daqueles que não eram aceitos apesar de evidentes.

Segundo Piovesan e Temporini (1995), o estudo exploratório leva o pesquisador, frequentemente, à descoberta de enfoques, percepções e terminologias novas para ele, contribuindo para que, paulatinamente, seu próprio modo de pensar seja modificado.

O estudo exploratório, conforme sustentam os autores apresentados acima, é necessário para subsidiar a curiosidade da pesquisa, possibilitando maiores detalhes para o andamento da pesquisa sobre algumas aplicações do Binômio de Newton.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática, o estudo exploratório é eficaz para atender as necessidades requeridas para a pesquisa. O rigor das ações no campo exploratório valoriza e torna o trabalho mais consistente, com dados importantes que não deixam o pesquisador perder o foco na atividade de descobrimento de novas informações.

No capítulo seguinte temos a fundamentação teórica, são citados autores como Westfall (1995), o qual relatou a vida de Newton, sua personalidade e alguns aspectos históricos relevantes.

### 3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A utilização da obra de Westfall (1995) é importante pela necessidade de abordar a fase inicial da vida de Newton, o autor condensou sua biografia, descrevendo as realizações newtonianas de maneira simples, possibilitando o entendimento do público em geral. Ao reduzir a extensão do trabalho, o biógrafo procura torná-lo mais acessível ao público em geral, inclusive quanto ao seu teor técnico. (Há pouquíssima matemática em A vida de Isaac Newton. Ele convida os que sentirem falta, não apenas da matemática, mas também de outros pormenores técnicos, a consultarem a obra mais extensa).

Westfall (1995) retratou Newton desde sua infância, em Lincolshire, até os anos estudantis na Universidade de Cambridge, cuja instituição ficou marcada por seus feitos nas ciências exatas. Sendo nessa universidade que ele estudou matemática, como poucos, produzindo grandes progressos. A obra mostra alguns detalhes da vida pessoal, sua personalidade reservada, mostrando assim um retrato completo do homem, do cientista, do matemático, do professor e figura pública que Newton foi.

Brennan (2003) retratou a adolescência de Newton, fase que ele voltou a morar com sua mãe, que inicialmente desejava entregar a administração dos negócios familiares ao jovem matemático. A literatura retrata a influência dos gregos, principalmente as ideias de Aristóteles e Euclides, sendo o último decisivo na matemática newtoniana.

Tanonaka (2008) e Gasca (2007) relatam as obras matemáticas que influenciaram Newton, como destaque no livro *Os Elementos* que o motivou e o influenciou as pesquisas matemáticas, obras amplamente utilizadas na Europa Medieval.

Miranda (2016), Silva (2009) e Sodré (2005), pesquisaram sobre o Binômio de Newton, para os autores é destacada a importância do assunto para o ensino, a sua dificuldade, citam exemplos que auxiliam no cálculo de probabilidades, cujos possibilitaram a pesquisa sobre aplicações do binômio na Biologia.

Tognato II (2013) alerta que esta ferramenta, o Binômio de Newton, envolve grande dificuldade na aprendizagem proposta no ensino básico, porém a sua importância e utilidade são claras e notórias nos ramos fundamentais da Matemática Moderna.

O livro didático Dante (2010), relata a importância do Binômio no estudo de probabilidades, enriquece o estudo com aplicações no dia a dia. O autor disponibiliza alguns exercícios sobre o assunto, aplicações variadas, com linguagem didática acessível, com exemplos pertinentes ao estudo proposto. O livro apresenta os conceitos básicos próprios ao

Ensino Médio de maneira intuitiva e compreensível. Ele procura evitar receitas prontas e o formalismo excessivo, mas não abandona o rigor que se espera da Matemática.

Silva (2013) trouxe fundamentos do desenvolvimento binomial para entender a lógica do Binômio, com os estudos abriu caminho para outras ciências, como a Biologia, com exemplos úteis para o andamento da pesquisa. Para o autor não se pode falar em desenvolvimento binomial sem ter conhecimento prévio de análise combinatória, uma vez que os coeficientes binomiais (coeficientes dos termos do desenvolvimento do binômio) são obtidos pela fórmula que fornece o número de combinações de  $n$  objetos tomados  $p$  de cada vez.

A seguir apresentamos algumas características sobre a vida de Newton, sua personalidade, aspectos históricos julgados relevantes e principalmente o ingresso na universidade, fase muito importante de sua vida acadêmica.

### 3.1 – A VIDA DE NEWTON

Isaac Newton nasceu em 25 de dezembro de 1642, numa aldeia chamada Woolsthorpe no condado de Lincolnshire, Inglaterra. A região era bastante simples, zona rural, com alguns sítios e casarões.

Segundo Westfall (1995) pelo fato de ter nascido prematuro, Newton era um bebê fraco e pequeno. Há relatos de um parente de Newton, que diz que, quando nasceu, ele era tão pequeno que podia se colocado numa pequena vasilha, e tão fraco que era forçado a ficar com uma almofada enrolada no pescoço para mantê-lo ereto sobre os ombros.

Em virtude de precárias condições de higiene e ainda a medicina extremamente limitada, muitos acreditavam que o pequeno Newton não sobreviveria, mas o menino contrariou todas as suposições e conseguiu sobreviver, morrendo aos 85 anos.

Sua família era modesta, o sustento vinha da agricultura e uma pequena criação de ovelhas, assim como os camponeses da aldeia da região, não havia muitas alternativas de sobrevivência além dessa.

O pai de Isaac Newton faleceu precocemente aos 36 anos de idade, poucas semanas antes do nascimento do filho. Por conta disso, sua mãe se casou novamente e Newton morou com seus avós maternos até os onze anos de idade.

Durante a infância de Newton, ocorreram algumas batalhas violentas nas proximidades, motivadas pela Guerra Civil Inglesa. Certas localidades foram totalmente destruídas por longos confrontos de tiros de canhões. Por sorte, a casa onde ele nasceu não foi atingida pela guerra e é preservada até hoje.

O segundo casamento e a partida de sua mãe contribuiu de forma decisiva para que Isaac Newton se tornasse um pouco tímido e com muitas dificuldades em se relacionar com as outras crianças, o que conseqüentemente, veio a configurar uma característica sua. Seu padrasto faleceu em agosto de 1653 e o menino passou a conviver com a família, que consistia na mãe, a avó, e três irmãos.

Newton iniciou seus estudos na escola livre de gramática em Grantham. Nesse período não demonstrava motivação pela escola que ensinava fundamentos de latim e grego antigo. A Matemática ainda não compunha o currículo dessa etapa de escolaridade. Certo relatório escolar caracterizou-o como “preguiçoso” e “desatento”.

O primeiro registro de contato inicial de Newton com a Matemática deu-se com o mestre Henry Stokes. Segundo Westfall (1995), foi encontrado no museu de Grantham, um livro de Matemática, no formato manuscrito, com data de 1654 e autoria atribuída a Stokes,

teria sido usado no ensino de matemática aos alunos da época, inclusive Isaac Newton. A obra continha extração de raízes cúbicas, funções trigonométricas e ainda geometria.

Na escola, em dado momento, Newton foi inferiorizado possivelmente por seu desempenho escolar e incluído numa série abaixo da sua e como se não bastasse, teria sido classificado entre os últimos da turma.

Um colega de classe o desafiou para uma briga em frente à igreja. Mesmo Newton levando desvantagem na estatura, puxou-o pelas orelhas, esfregando o rosto do seu oponente pelas paredes laterais da igreja. Simplesmente tratava-se do melhor aluno da sala. O evento, com efeito, estimulou Newton a vencê-lo também no ramo acadêmico, impulsionando muito seu rendimento escolar. Dessa forma motivado, Newton conquistou a condição de melhor aluno da escola. Na mesma proporção de sua vitória pessoal, o isolamento dos demais alunos, transformou-o numa pessoa pensativa e solitária. A partir dessa briga, Newton tornou-se um sedento leitor, principalmente, a livros religiosos, interessando-se também por Medicina e Química.

Segundo Brennan (2003), quando estava com 16 anos, Newton não impressionava sua mãe com suas proezas acadêmicas e por conta disso, ela resolveu leva-lo de volta para casa para assumir a ocupação mais prática e administrar a propriedade de Woolsthorpe.

Mesmo a insistência de sua mãe não foi suficiente para que Newton assumisse os negócios familiares, pois demonstrava pouca aptidão para administrar uma fazenda. Vivia num mundo paralelo à realidade. O seu interesse era a leitura, as atividades de investigar e descobrir coisas novas, não demonstrando interesse para atividades comerciais.

Percebendo o dom de Isaac Newton, o professor Stokes, tentou convencer Hannah (mãe de Newton) que a decisão mais sensata seria manter o jovem na escola. Ela aconselhou-se com o tio de Newton, que também foi favorável a hipótese do retorno à escola e melhor preparar-se para o ingresso na educação superior. Tais intervenções possibilitaram a admissão de Newton na Universidade de Cambridge. Aos 18 anos, no verão de 1661, o qual marcou o início um novo mundo de possibilidades e caracterizou uma etapa muito importante em sua vida.

Qualquer que tenha sido a razão, em 5 de junho de 1661, o mais famoso colégio da universidade, sem nenhuma ciência do que estava acontecendo, admitiu seu mais famoso aluno (WESTFALL, 1995, p. 21).

Ao apresentar-se na Trinity College, Newton era mais velho que os outros colegas de classe. Sua mãe por algum motivo não lhe facilitava as coisas, mesmo com condição social razoável e com os negócios da família progredindo ela o enviava modestos 2% de toda a

renda familiar. Diante desta circunstância, o jovem Newton passou a trabalhar como *subsizar*, ou seja, um ajudante que tinha a incumbência de servir refeições aos professores e também aos colegas mais ricos. A posição social que ele ocupava na universidade, era de aluno pobre, o que acentuou mais o seu isolamento.

Newton, no início de seus estudos universitários, tinha pouco interesse pela Matemática, pelo fato de não ter estudado o assunto de forma particular. Nessa fase tinha como principal interesse a Química, a qual demonstrou bastante afinidade durante sua vida. Estudou com bastante empenho livros de Descartes e Galileu. No ano de 1663, adquiriu um livro de astrologia, na Feira de Stoubridge. Todavia, para conseguir entendê-lo, recorreu a um livro de trigonometria. Em consequência, para entender este, lançou mão das obras de Euclides não havendo necessidades de estudar as demonstrações. Essa situação claramente evidencia o seu pouco domínio e procura estudar para melhor aperfeiçoar-se na Matemática.

Segundo Westfall (1995), certa ocasião Newton estava muito empenhado num problema, que se esquecia de comer. Seu gato engordou muito, alimentando-se das refeições ignoradas por Newton.

No ano final da universidade, Newton estava bastante empolgado nos seus estudos matemáticos, demonstrava um peculiar domínio sobre a literatura da área. Nesse período sofreu muita influência de Isaac Barrow, professor universitário e o principal matemático a perceber seu potencial. Em abril de 1665 Newton foi agraciado com o título de bacharel na área de Humanas.

No próximo item são apresentados alguns autores que influenciaram Newton, as ideias importantes que o conduziram para seus estudos, para tornar mais clara a fundamentação matemática necessária para apresentar o Binômio.

### 3.2 – AS OBRAS MATEMÁTICAS QUE INFLUENCIARAM NEWTON

Segundo Parker (2007), Newton aprendia matemática com uma rapidez incrível. Alcançou seus professores e avançou novas áreas, estudando geometria e álgebra.

Conforme relatos de Moivre, grande amigo de Newton, ele despertou interesse pela Matemática no início do outono de 1663, no momento que adquiriu um livro de Astronomia numa feira em Cambridge e notou que não tinha condições de compreender a Matemática nele contido. Na tentativa de ler um livro de trigonometria, ficou convencido que precisava aumentar seus conhecimentos de geometria e dessa forma decidiu-se a ler "Os Elementos" de Euclides.

Em algum momento de 1663 ou 1664, Newton escreveu em seu caderno a máxima “*Amicus Plato amicus Aristoteles magis amica veritas*” (Platão é meu amigo, Aristóteles é meu amigo, mas meu melhor amigo é a verdade). Chegara a um ponto importante de seu desenvolvimento intelectual (BRENNAN 2003 p 27.).

Newton teve verdadeiramente a sua principal e mais forte influência matemática pelos gregos e sentiu a necessidade de aprimorar suas bases matemáticas conduzir com mais eficiência suas pesquisas. Conforme relata Brennan (2003) nos rascunhos de Principia ilustram o dito de que genialidade é 1% de inspiração e 99% de transpiração. Segundo Garbi (2006), Newton para resolver os problemas dedicava-se febrilmente e dizia que mesmo para os gênios a obstinação e o trabalho árduo são indispensáveis.

Conforme relata Gasca (2007), Os Elementos de Euclides serviu para os matemáticos de todas as épocas como exemplo de proceder quanto ao desenvolvimento de uma teoria e como modelo de como raciocinar e demonstrar matematicamente, além de apresentar um compêndio de resultados e verdades matemáticas aceitas que ajudariam no desenvolvimento da matemática.

William Oughtred, outro matemático notável e autodidata por vocação, veio a influenciar Newton com sua obra *Clavis Mathematicae* (A Chave Matemática), a qual todos os principais conhecimentos que se sabia sobre álgebra e aritmética naquela época foram compilados.

Segundo Tanonaka (2008), uma característica marcante do livro texto *Clavis Mathematicae* é o uso de uma postura conhecida como “lógica pedagógica”, onde se supõe que o iniciante no estudo da álgebra não esteja em condições de apreciar uma sucessão do pensamento abstrato e exercerá melhor o exercício intelectual a partir de explicações das regras dos problemas.

Ainda conforme Tanonaka (2008), o livro influenciou consideravelmente a Inglaterra e Europa. William Oughtred fez uso de uma variedade de símbolos (cerca de 150), de maneira muito particular referindo-se ao tratamento de problemas geométricos, o qual descreveu as regras as quais se relacionam aos fundamentos, resumiu processos de dedução formal e procurou adaptar os símbolos às explicações de problemas ao máximo possíveis. Mesmo com a rejeição de simbologias pelos leitores, os símbolos “ $\times$ ” referindo-se à multiplicação e “ $::$ ” para a proporção foram incorporados para a simbologia matemática universal.

De acordo com Tanonaka (2008), Oughtred, para motivar seus alunos, utilizava textos com regras simples, com a intenção de tornar a matemática didaticamente mais acessível, fato que justifica o livro ser muito difundido na primeira metade do século XVII, para o ensino de álgebra e geometria na Inglaterra.

A seguir trazemos a importante contribuição de Newton para a Matemática, o Binômio ou Teorema Binomial, apresentamos aplicações práticas na Biologia, Informática, jogos de loteria e a diversificação de provas de vestibulares, situações típicas do cálculo de probabilidades, uma vertente do desenvolvimento do Teorema Binomial.

### 3.3 – BINÔMIO DE NEWTON

Segundo Miranda (2016), o binômio foi definido por Newton e trata-se de um estudo que veio para complementar o estudo de produto notável.

O estudo de Binômio de Newton engloba:

- Coeficientes Binomiais e suas propriedades;
- Triângulo de Pascal e suas propriedades; e
- Fórmula do desenvolvimento do binômio de Newton.

Para Boyer (1991), o teorema binomial, aperfeiçoado em 1664 ou 1665, foi descrito em duas cartas de 1676 de Newton a Henry Oldenburg, então secretário da Royal Society, e publicado por Wallis (dando crédito a Newton).

De acordo com Travello (2013), a grande relação que existe entre Álgebra e Análise Combinatória é que no desenvolvimento dos chamados binômios,  $(a + b)^n$ , onde  $a$ ,  $b$  são números reais e  $n$  um número natural, os binômios aparecem naturalmente como coeficientes multiplicadores nesta expansão, de forma que:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \quad (1)$$

Tognato II (2013) considera que o Binômio de Newton seja um dos temas mais elegantes da História da Matemática. Sabe-se que esta ferramenta envolve grande dificuldade na aprendizagem proposta no ensino básico, porém a sua importância e utilidade são claras e notórias nos ramos fundamentais da Matemática Moderna.

Ainda segundo o autor, na realidade, o Binômio era conhecido como Teorema Binomial e tratava-se de um desenvolvimento algébrico que teve seu início muito antes da época de Newton, mas somente ele conseguiu tomar plena posse desta ferramenta e de toda sua abundante elegância e potencialidade.

O autor destaca ainda, que é necessário lembrar que a Matemática ao longo da história nunca se formatou de forma instantânea, e sim sempre foi moldada aos pedaços, com diversas colaborações de grandes matemáticos. Assim, foi com as Equações Algébricas, Geometria Analítica, o Cálculo e outros. No caso do Binômio de Newton, foi objeto de estudo por vários matemáticos como Chu Shi-Kié, em 1303 e Blaise Pascal em 1623, os quais foram notáveis percussores e com esse estudo permitiram que Newton pudesse desenvolver seu Binômio.

Apresentamos a seguir alguns exemplos de desenvolvimento do Binômio de Newton:

Aplicando a expressão binomial de Newton no desenvolvimento da expressão  $(2x+3)^5$ :

$$\begin{aligned} (2x+3)^5 &= \binom{5}{0}(2x)^{5-0} \cdot 3^0 + \binom{5}{1}(2x)^{5-1} \cdot 3^1 + \binom{5}{2}(2x)^{5-2} \cdot 3^2 + \binom{5}{3}(2x)^{5-3} \cdot 3^3 + \binom{5}{4}(2x)^{5-4} \cdot 3^4 + \binom{5}{5}(2x)^{5-5} \cdot 3^5 \\ &\Rightarrow \frac{5!}{0!(5-0)!}(2x)^5 + \frac{5!}{1!(5-1)!}(2x)^4 + \frac{5!}{2!(5-2)!}(2x)^3 + \frac{5!}{3!(5-3)!}(2x)^2 + \frac{5!}{4!(5-4)!}(2x)^1 + \frac{5!}{5!(5-5)!}(2x)^0 \cdot 243 \\ &\Rightarrow 1 \cdot (2x)^5 \cdot 1 + 5 \cdot (2x)^4 \cdot 3 + 10 \cdot (2x)^3 \cdot 9 + 10 \cdot (2x)^2 \cdot 27 + 5 \cdot (2x)^1 \cdot 81 + 1 \cdot (2x)^0 \cdot 243 \\ &\Rightarrow 32x^5 + 240x^4 + 720x^3 + 1080x^2 + 810x + 243 \end{aligned}$$

### Desenvolvimento do Triângulo de Pascal

- $(x+y)^0 = 1$
- $(x+y)^1 = 1x + 1y$
- $(x+y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$
- $(x+y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3$
- $(x+y)^4 = 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4$
- $(x+y)^5 = 1x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + 1y^5$

Para Tognato II (2013), o Triângulo de Pascal<sup>2</sup> é um agrupamento de números escritos em formato triangular, no qual a  $n$ -ésima linha representa os coeficientes binomiais da expansão binomial algébrica de  $(x+a)^n$ , onde  $n$  é um número natural qualquer. A fama do nome Triângulo de Pascal deve-se ao fato de que Blaise Pascal foi o primeiro que montou o triângulo de forma explícita, em função dos binomiais, com arranjos bem claros do verdadeiro significado do Triângulo Aritmético. Dessa forma, podemos visualizá-lo como é apresentado abaixo.

Triângulo de Pascal

1
1    1
1    2    1
1    3    3    1
1    4    6    4    1
1    5    10    10    5    1

Fonte: Dante (2010)

<sup>2</sup> Segundo Tognato II (2013), Blaise Pascal, um matemático francês (1623 – 1662), foi o primeiro descobridor conhecido do triângulo aritmético no ocidente, utilizando o teorema binomial.

Na concepção de Silva (2013), conhecer o triângulo de Pascal e algumas de suas propriedades, como também o desenvolvimento binomial, é de fundamental importância para o estudo da Genética, apresentado com maiores detalhes a seguir, uma vez que os cálculos de probabilidades feitos em Genética são, em sua maioria, voltados a experimentos binomiais.

Segundo Silva (2009), no Ensino Fundamental a álgebra é trabalhada de forma sistemática, procurando demonstrar todos os conceitos e propriedades existentes como o quadrado da soma indicada, quadrado da diferença indicada, cubo da soma indicada, cubo da diferença indicada os quais são abordados de forma abrangente. Nas situações envolvendo soma ou subtração de termos onde os expoentes possuem valores elevados, pode-se utilizar a expressão do Binômio de Newton. Segundo o autor, há necessidade de conhecimentos prévios do Ensino Fundamental, que são decisivos e importantes para os estudos do binômio no segundo ano do Ensino Médio, sendo o referido assunto necessário para vestibulares.

Em Dante (2010) temos a fórmula das combinações simples de  $n$  elementos tomados  $p$  a  $p$  correspondem  $p!$  arranjos e estes obtidos pela permutação dos elementos da combinação, ou seja:

$$C(n, p) = \frac{A_{n, p}}{p!}$$

(2)

(3)

$$\Rightarrow \frac{\frac{n!}{(n-p)!}}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Sodré (2005) apresenta o número de combinações de  $m$  elementos tomados  $p$  a  $p$ , indicado por  $C(n, p)$ , sendo chamado coeficiente binomial ou número binomial, denotado por:

(4)

$$C(n, p) = \frac{A_{n, p}}{p!}$$

Ou

(5)

$$C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

#### 4 - USO DO BINÔMIO NA GENÉTICA

Conforme descreve Ferreira (2015), uma das áreas em que o Binômio de Newton é utilizado é a Genética. No caso de herança quantitativa, ou poligênica, onde participam dois ou mais pares de genes. A interação que ocorre entre os genes (poligenes<sup>3</sup>) que transmitem as características herdadas, acontece de tal forma que cada um deles é responsável por uma parcela do fenótipo<sup>4</sup> resultante. O padrão de distribuição de herança, nesse caso, segue o padrão do Binômio de Newton, sendo  $(p + q)^n$ , onde  $n$  é o número de poligenes. Entre os exemplos de herança quantitativa, temos características como cor de pele, cor dos olhos, altura, peso e cor do cabelo.

Silva (2013) analisa o caso da cor da pele, admitindo que a quantidade de melanina produzida depende de dois pares de genes, os quais agregam de forma independente. Supomos que qualquer um dos alelos<sup>5</sup> (A ou B) acrescenta ao fenótipo básico a mesma quantidade de melanina, sendo chamados de “genes aditivos”, enquanto os genes (a ou b) nada acrescentam ao fenótipo básico.

Observe a Tabela1 abaixo:

Tabela 1: Fenótipos e número de genes aditivos

<b>Genótipos</b>	<b>Fenótipos</b>	<b>Nº de genes aditivos</b>
AABB	Negro	4
AABb e AaBB	Mulato escuro	3
AAbb, aaBB, AaBb	Mulato médio	2
Aabb e aaBb	Mulato claro	1
aabb	Branco	0

Fonte: Silva (2013)

<sup>3</sup> Segundo o dicionário Infopédica, Poligene é um termo utilizado na Biologia (genética) que se refere a cada um dos genes independentes que se associam na produção de variação quantitativa, como a altura ou a pigmentação. Disponível em < <http://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/poligenes>> Acesso 03 ago. 2016

<sup>4</sup> Segundo o dicionário Infopédica, Fenótipo é o aspecto de um organismo, considerando determinados caracteres dentro do campo da hereditariedade Disponível em < <http://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/fenotipo>> Acesso 03 ago. 2016

<sup>5</sup> Alelos: São os genes que se unem para formar uma determinada característica e se encontram no mesmo locus nos cromossomos homólogos. Por exemplo, a característica semente amarela, em ervilhas, é codificada pelos alelos VV, se homozigota e Vv, se heterozigota. Os alelos estarão sempre aos pares nos cromossomos, pois um dos alelos é proveniente de um gameta masculino e o outro de um gameta feminino. Disponível em < <http://www.infoescola.com/biologia/termos-usados-em-genetica/>> Acesso 27 ago. 2016

Observe o Quadro 1 a seguir sobre o cruzamento entre dois heterozigotos<sup>6</sup> AaBb x AaBb:

Quadro 1: Cruzamento de heterozigotos

<b>Gametas</b>	<b>AB</b>	<b>Ab</b>	<b>aB</b>	<b>ab</b>
<b>AB</b>	AABB	AABb	AaBB	AaBb
<b>Ab</b>	AABb	AAbb	AaBb	Aabb
<b>aB</b>	AaBB	AaBb	aaBB	aaBb
<b>ab</b>	AaBb	Aabb	aaBb	aabb

Fonte: Silva (2013)

Nos quadros propostas por Silva (2013), ocorrem todos os fenótipos possíveis, do branco ao negro. Observe que a menor proporção obtida é sempre a dos fenótipos extremos:  $\frac{1}{16}$  de negros (AABB) e  $\frac{1}{16}$  de brancos (aabb), sendo que os indivíduos intermediários, mulatos médios (AAbb, aaBB, AaBb), aparecem em maior proporção:  $\frac{6}{16}$ . Estes fenótipos se distribuíram segundo coeficientes do desenvolvimento do binômio  $(p + q)^n$ , em que  $p$  representa os genes aditivos (A e B),  $q$  representa os genes que não condicionaram acréscimo ao fenótipo ( $a$  e  $b$ ) e  $n$  representa o número de genes envolvidos ( $n=4$ ). Acrescentamos ainda, que no binômio apresentado, o valor de  $p$  refere-se ao indivíduo negro, enquanto o valor de  $q$  refere-se ao indivíduo branco.

Desenvolvendo o binômio, temos:

$$(p + q)^4 = 1p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + 1q^4$$

A tabela a seguir, também sugerida por Silva (2013), apresenta a quantidade de indivíduos estudados.

Tabela 2: número de indivíduos, tipo de fenótipo e número de genes aditivos

Número de indivíduos	Fenótipo	Nº de genes aditivos
1	Negro	4
4	Mulato Escuro	3
6	Mulato Médio	2
4	Mulato Claro	1
1	Branco	0

Fonte: Silva (2013)

<sup>6</sup> Heterozigoto: É o indivíduo que possui os dois alelos diferentes para determinar uma característica. São também chamados de híbridos. Todos os indivíduos da geração F1 de Mendel eram heterozigotos Vv, que codificava a característica de semente amarela. Disponível em < <http://www.infoescola.com/biologia/termos-usados-em-genetica/> > Acesso 27 ago. 2016

Ainda para Silva (2013), no cálculo do número total de indivíduos (combinações) na prole resultante do cruzamento de heterozigotos para  $k$  pares de alelos ( $n = 2k$  genes, envolvidos), basta fazer a soma dos elementos da linha  $n$  do triângulo de Pascal que, segundo propriedade, é dada por  $2^n$ . Cada linha do triângulo de Pascal corresponde à distribuição fenotípica da prole resultante do cruzamento entre indivíduos heterozigotos. No exemplo citado, temos um total de:  $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4 = 16$  indivíduos.

O uso do binômio na Genética ressalta a possibilidade da união de dois campos de conhecimento humano, a Biologia e a Matemática, pois o binômio auxilia no estudo dos resultados, tornando mais precisa a mensuração de características e números de indivíduos no cruzamento genético apresentado.

## 5 – USO DO BINÔMIO NA MEGA-SENA

Segundo Ferreira (2010), o significado da palavra loteria tem sua origem no vocabulário italiano *lotera* e significa “toda espécie de jogo de azar em que se tiram à sorte, prêmios aos quais correspondem a bilhetes enumerados”. Muitas pessoas recorrem à loteria na expectativa de tirarem a sorte grande e da noite para o dia tornarem-se milionárias, mas não é uma empreitada tão fácil assim, para entendermos a difícil chance de uma pessoa ficar rica, recorreremos ao cálculo de probabilidades, como exemplo, vamos considerar a Mega-Sena.

Conforme relata Morais (2012), a Mega-Sena surgiu em 1996 e logo se tornou um jogo bastante popular no Brasil, em que muitos brasileiros apostam e acreditam que um dia podem ganhar o prêmio máximo e se tornarem milionários. Ela é o principal jogo da loteria no Brasil, é uma das modalidades atuais de loterias da Caixa Econômica Federal, tem sorteios ordinários duas vezes por semana (quartas-feiras e sábados).

Ainda para Morais (2012), o jogo da Mega-Sena consiste em escolher de 6 a 15 números dentre os 60 números possíveis, ordenados de 01 a 60, no qual o apostador para ganhar o prêmio máximo (sena), precisa acertar os seis números distintos que são sorteados. A Mega-Sena também premia o jogador que acertar a quina, ou seja, acertar cinco números dentre os seis números sorteados, e a quadra, isto é, quem acertar quatro números dentre os seis números sorteados, embora, o prêmio seja maior para o acertador da sena.

Segundo Fonseca (2015), é 33 vezes mais fácil ser atingido por um raio do que receber o prêmio integral da Mega-Sena da virada<sup>7</sup>. Conforme os cálculos da Caixa Econômica Federal, a chance de ganhar sozinho o montante é de uma em 50 milhões – ou de 0,000002%, já um acidente com raio tem probabilidade de 1 em 1,5 milhão de acontecer.

O matemático Davi Castiel Menda, o qual fez um levantamento de probabilidades dos sorteios desde o primeiro concurso da Mega-Sena, em 1996, concluiu: “Já na primeira bolinha 90 % das pessoas caem”, ou seja, na primeira dezena sorteada essas pessoas já perdem a esperança de acertar as seis dezenas desejadas.

A tabela a seguir apresenta a probabilidade de acertos de acordo com a quantidade de números jogados.

---

<sup>7</sup> A Mega-Sena da Virada é um concurso especial da Mega-Sena realizado no dia 31 de dezembro de cada ano. As regras para jogar neste concurso especial são iguais aos outros concursos da Mega-Sena. Mas, o percentual da arrecadação destinado ao prêmio principal é maior. Disponível em <<http://www.gigasena.com.br/loterias/mega-sena/>> Acesso 28 ago. 2016

Tabela 3: Probabilidade de acerto na mega-sena

PROBABILIDADE DE ACERTO NA MEGA-SENA				
QUANTIDADE DE NÚMEROS JOGADOS	VALOR DA APOSTA	PROBABILIDADE DE ACERTO (1 EM...)		
		SENA	QUINA	QUADRA
6	R\$ 3,50	50.063.860	154518	2332
7	R\$ 24,50	7.151.980	44.981	1.038
8	R\$ 98,00	1.787.995	17.192	539
9	R\$ 294,00	595.998	7.791	312
10	R\$ 735,00	238.399	3.973	195
11	R\$ 1.617,00	108.363	2.211	129
12	R\$ 3.234,00	54.182	1.317	90
13	R\$ 6.006,00	29.175	828	65
14	R\$ 10.515,50	16.671	544	48
15	R\$ 17.517,50	10.003	370	37

Fonte: <http://loterias.caixa.gov.br/wps/portal/loterias/landing/megasena/>

Para Silva (2015), as chances de acerto dos seis números são calculadas através de uma combinação simples de sessenta elementos tomados seis a seis,  $C_{60,6}$ . Os possíveis números de combinações são calculados de acordo com a seguinte expressão matemática:

(6)

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\Rightarrow C_{n,p} = \binom{n}{p}$$

A expressão acima, de acordo com Silva (2013), ficou conhecida como o *Teorema Binomial* aplicado nas Probabilidades, cujo foi apresentado na página 28 do presente trabalho, trata-se de um uso do Binômio de Newton, o qual é amplamente utilizado no cálculo de probabilidades de loterias.

Recordando que combinações simples são agrupamentos de elementos distintos que se diferem entre si pela natureza dos elementos. Nos cálculos envolvendo combinações utilizamos o fatorial de um número natural que consiste na multiplicação desse número por todos os seus antecessores até o número um, por exemplo:  $\Rightarrow 4! = 24$ .

Sendo:

$C$  = número de combinações possíveis

$$n = 60$$

$$p = 6$$

$$C_{6,60} = \frac{60!}{6!(60-6)!} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{60!}{6!(54)!} = \frac{60.59.58.57.56.55.54!}{6!54!}$$

$$\Rightarrow \frac{60.59.58.57.56.55.}{6!}$$

$$\Rightarrow \frac{36045979200.}{720} = 50.063.860$$

Temos 50.063.860 (cinquenta milhões sessenta e três mil e oitocentos e sessenta) combinações possíveis das seis dezenas da Mega-Sena, no universo de 01 a 60.

O binômio retrata claramente as difíceis chances de uma pessoa tem para ganhar o prêmio da Mega-Sena, são probabilidades pequenas e milhões de combinações possíveis, dessa forma com pouca margem de acerto, mas o fator sorte é uma situação muito complexa, que a Matemática, mesmo com a riqueza de suas ferramentas, até hoje, mostrou-se incapaz de determinar.

## 6 – USO DO BINÔMIO NA INFORMÁTICA

De acordo com Alves (2016 apud Fernandes, 2014), técnicas probabilísticas, ou aleatorizadas, são muito usadas na informática. Por exemplo, em uma rede local usada por mais de uma máquina, ligadas a uma mesma linha de transmissão é preciso determinar prazos aleatórios para emissão de dados, para não haver “colisões” na mesma linha que impedem a comunicação. É o caso da *Ethernet*, um protocolo para redes de computador que utilizam cabo.

Segundo Alves (2016), outra utilização da probabilidade é a criptografia, largamente usada por bancos para segurança contra fraudes. “Sistemas criptográficos são usados em qualquer transmissão de informação sigilosa, como acessos de *internet banking*, ou qualquer uso que você faça de um cartão de banco”, aponta Alves (2016 apud Fernandes, 2014). Nesses casos, é necessária uma chave para decodificar o código entre as partes. Para autora é comum ver sistemas que usam chaves aleatórias como base para criptografar e descriptografar códigos e textos.

Para Borges Júnior (2014), o envolvimento dos números aleatórios nos processos criptográficos, acima de tudo contribui para a confiabilidade da comunicação, tenta eliminar as chances de rompimento de código por pessoas alheias e quando isso não for possível, adia ao máximo o conhecimento da verdadeira informação transmitida, até que outro meio mais confiável seja estabelecido.

Segundo Pinheiro (2004), a internet é um ambiente aberto criado com a finalidade de facilitar a troca de informações. Utilizar esse ambiente de rede e outros serviços de comunicação disponíveis traz grandes benefícios para as organizações, que podem se tornar mais ágeis e competitivas no mercado. A segurança deve ser uma preocupação básica ao se elaborar o projeto de uma rede de computadores. Normalmente a segurança é inversamente proporcional à simplicidade e facilidade de uso/configuração da rede. Por exemplo, um servidor da rede pode centralizar diversos serviços para atender a rede externa (internet) e a rede privada (interna).

De acordo com os autores Lima e Gonzalez (2015), em uma rede de servidores é comum a ação de um agente inteligente que forma uma fila dos servidores mais ou menos ociosos, visando aperfeiçoar determinada ação solicitada, como acelerar o *download* de um documento que se encontra na nuvem<sup>8</sup>. Assim, considerando que na rede de servidores a

---

<sup>8</sup> Para simplificar, a computação em nuvem é o fornecimento de serviços de computação – servidores, armazenamento, bancos de dados, rede, software, análise e muito mais – pela Internet (“a nuvem”) Disponível em <<https://azure.microsoft.com/pt-br/overview/what-is-cloud-computing/>> Acesso 04 set. 2016

probabilidade de determinado servidor ser escolhido pelo agente em uma operação é 0,15, se o agente inteligente realizar vinte operações destas em um período. Qual é a probabilidade desse servidor específico ser o escolhido ao menos uma vez?

Para resolver esse problema, precisamos notar que a probabilidade de sucesso (usar o servidor) ou fracasso (não usar o servidor) é sempre a mesma em cada operação. Nessas condições, a probabilidade de obtermos  $k$  sucesso e  $n - k$  fracassos em  $n$  operações, é obtida pelo termo geral do Binômio de Newton:

$$P = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{(n-k)} \quad (7)$$

Onde:

$n$  é o número de operações de escolha do agente inteligente, portanto  $n = 20$

$k$  é o número de operações nas quais o agente inteligente o escolhe, portanto  $k = 1$

$p$  é a probabilidade do servidor ser escolhido, logo  $p = 0,15$

$q$  é a probabilidade do servidor não ser escolhido, logo  $q = 1 - 0,15$ , ou seja,  $q = 0,85$

Assim, temos:

$$P = \binom{20}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{(20-1)}$$

Primeiramente resolvemos o número Binomial:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\Rightarrow \frac{20!}{1!(20-1)!} = \frac{20 \cdot 19!}{1 \cdot 19!}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{1} = 20$$

Se considerarmos que :

$$P = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{(n-k)}$$

$$P = 20 \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{19} = 0,1368$$

A probabilidade de o servidor ser o escolhido dentro das vinte operações é de 0,1368.

Com isso, pode-se ver através do conteúdo binômio de Newton, o importante auxílio a Informática, utilizando os dados probabilísticos para a escolha de uma medida adequada. No caso da Informática, uma ciência muito dinâmica, necessita do suporte matemático para melhorar e tornar mais precisas as medidas de segurança.

## 7 – USO DO BINÔMIO COMO MEDIDA DE SEGURANÇA EM VESTIBULARES

Segundo Alves (2008), a palavra vestibular vem do latim *vestibulum*, que significa entrada. Antigamente usava-se a expressão “exame vestibular” (exame de entrada), com o passar do tempo passou-se a usar apenas “vestibular” para designar esse tipo de prova.

Para Motomura (2008), o vestibular foi criado no Brasil em 1911, por um político chamado Rivadávia da Cunha Corrêa. Na época, ele era ministro da Justiça e dos Negócios Interiores e decidiu fazer um exame para selecionar quem poderia entrar nas universidades públicas e as provas variavam de faculdade para faculdade, mas continham quase sempre duas grandes matérias: Línguas (Língua Portuguesa e uma Língua Estrangeira) e Ciências (o equivalente hoje a Matemática, Física e Química). Para complicar ainda mais as coisas, nas primeiras décadas em vigor, os testes do vestibular tinham questões que abordavam não só o que os alunos haviam aprendido até o colegial, como ainda conteúdos relativos ao primeiro ano da faculdade.

Conforme relata Alves (2008), em 1970, foi criada a Comissão Nacional do Vestibular Unificado para regulamentar a seleção e os vestibulares passaram a ter datas distintas e o conteúdo da prova foi restrito a matérias do Ensino Médio.

Segundo Costa (2016), uma das práticas necessárias para evitar fraudes, no caso a prova do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio), realizada em 4 versões de cores diferentes, ( amarela, azul, branca e rosa), apesar de possuírem as mesmas questões, se diferem uma da outra na ordem que as questões são montadas.

Para Miranda (2013), para evitar fraudes em vestibulares, é necessário um conjunto de medidas de segurança adotado para a realização da prova, a qual conta com a orientação do Ministério da Educação (MEC) e das polícias Federal e Civil. Além da aplicação de modelos de provas diferentes, há controle durante a correção que avalia a semelhança de respostas. As respostas semelhantes são cruzadas com o local geográfico no qual o aluno estava sentado no momento vestibular. Conforme apresenta Miranda (2013), se cinco alunos sentados próximos, durante a realização da prova, apresentarem respostas idênticas será motivo de questionamento.

Apresentando um exemplo, (adaptado de Dante, 2010), uma universidade realiza seu processo seletivo em dois dias e considera oito disciplinas:

- Língua Portuguesa-Literatura Brasileira
- Língua Estrangeira Moderna
- Biologia

- Matemática
- História
- Geografia
- Química
- Física

As referidas disciplinas são distribuídas em duas provas objetivas, com quatro disciplinas por dia. No processo seletivo de um dado ano, a distribuição foi a seguinte:

- **Primeiro dia:** Língua Portuguesa-Literatura Brasileira, Língua Estrangeira Moderna, Biologia e Matemática;
- **Segundo dia:** História, Geografia, Química e Física.

A universidade poderia distribuir as disciplinas para as duas provas objetivas, com quatro por dia, de quantos modos diferentes?

Para responder ao questionamento, recorreremos ao número Binomial:

(8)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

1º dia

$$\binom{8}{4}$$

2º dia

$$\binom{4}{4}$$

$$\frac{8!}{4!4!} \cdot 1 = 70 \text{ modos diferentes}$$

Ainda para Dante (2010), tem-se a necessidade de diversificar as provas para evitar respostas aleatórias (os chamados chutes). Considerando então, que uma prova é constituída de 10 questões em forma de teste, com 5 alternativas em cada teste, se um aluno “chutar” todas as respostas, qual é a probabilidade de ele acertar 6 questões?

Generalizando:

A probabilidade de  $A$  ocorrer em  $k$  das  $n$  vezes é dada por:

$$P = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{(n-k)}$$

Sendo  $n = 10$ ,  $k = 6$

Probabilidade de acertar, em cada questão:  $p = \frac{1}{5}$

Probabilidade de errar:  $q = 1 - p = \frac{4}{5}$

Probabilidade de acertar 6 das 10 questões:  $\binom{10}{6} \left(\frac{1}{5}\right)^6 \left(\frac{4}{5}\right)^4$

Primeiramente resolvemos o número Binomial:

$$\begin{aligned} \binom{n}{k} &= \left( \frac{n!}{k! (n-k)!} \right) \\ &\Rightarrow \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!} \\ &\Rightarrow \frac{5040}{24} = 210 \end{aligned}$$

Aplicando na fórmula:

$$P = 210 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 0,0055, \text{ ou seja } 0,55\% \text{ de sucesso.}$$

São duas preocupações dos organizadores de vestibulares e concursos, o chute e a fraude, os quais tentam manter o nível de confiança de seus concursos, principalmente na etapa de seleção.

Considerando os aspectos estatísticos, pode-se dizer que, é muito difícil acertar questões em concursos utilizando o chute e ou cola, por ser muito pequena a chance de sucesso, seguindo a mesma sistemática dos jogos de loteria que foi apresentada anteriormente.

As fraudes nos vestibulares acompanham os concursos desde a sua criação, muitas medidas são adotadas, grandes investimentos são realizados. O Binômio de Newton deu a sua contribuição, o recurso de variar as provas tenta coibir que os candidatos copiem as respostas de outros e, embora seja uma simples medida, é necessária para dificultar as artimanhas dos candidatos que constantemente nos surpreendem.

## 7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o estudo pode-se perceber a grande contribuição de Newton para a Matemática, a versatilidade de uma ferramenta que foi aperfeiçoada e seguiu auxiliando muitos pesquisadores a desempenharem suas atividades, que vão desde um simples problema de combinações de jogos de loteria até os mais complexos ligados à Física.

O Binômio é um assunto importante no Ensino Médio, solicitado nos vestibulares e concursos em geral, considerado, pelos alunos, de grande dificuldade. Porém constata-se que as dificuldades podem ser minimizadas, pois a sua utilização são contextualizadas de modo simples com outras ciências, tornando mais produtivo o estudo.

Na evolução da pesquisa vimos que o principal conteúdo associado a sua compreensão a probabilidade e estatística, utilizadas amplamente nas grandes ciências essenciais para o homem, tornou mais claro o estudo desenvolvido por Newton. O cálculo probabilístico de eventos auxilia a tomada de decisões, ou seja, a verificação se uma situação é viável tanto do ponto de vista da sua produção e quanto aos aspectos financeiros.

Pautado nas informações apresentadas neste trabalho de conclusão de curso, percebemos que o Binômio de Newton é um assunto que acrescenta elevado ganho no aspecto de ensino-aprendizagem da Matemática. As etapas que conduziram esta ferramenta a atingir seu objetivo, ou seja, encontrar a solução de um problema específico de outras áreas do conhecimento necessita de vários conceitos, que se estiverem precários, devem ser revistos e testados novamente, aprimorando assim o que foi aprendido, culminando com o sucesso.

Campos (1890), heterônimo de Fernando Pessoa, foi preciso ao enaltecer o binômio em seu poema da seguinte maneira: “*O Binômio de Newton é tão belo como a Vênus de Milo*”. A beleza destacada pelo autor acima, torna-se evidente pelos conceitos matemáticos oriundos de Euclides, que forneceu importantes subsídios para a matemática newtoniana. Newton faz uma referência aos seus mestres, que mesmo não tendo contato diretamente, guiaram-no nos seus estudos, principalmente no desenvolvimento do método binomial. Diz que os matemáticos da antiguidade são os ombros os quais ele menciona na frase abaixo:

“*Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes*”. Isaac Newton

## REFERÊNCIAS

- ALVES, M. C. Jogos e Probabilidades. **Revista Pré-Univesp**, nº 59, jun. 2016. Disponível em: <<http://pre.univesp.br/jogos-e-probabilidade#.V5UOi7grLIU>>. Acesso em 24 jul. 2016
- ALVES, S. B. **A origem do vestibular no Brasil**. 2008. Disponível em <<http://vestibular.brasilecola.uol.com.br/especial/a-origem-vestibular-no-brasil.htm>> Acesso 28 ago. 2016.
- BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 1993.
- BORGES JÚNIOR, E. C. V. **Introdução a Sistemas criptografados e o uso de geradores de sequencias de números aleatórios e pseudo-aleatórios**. 55 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília. Brasília, 2014.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1991. 496 p.
- BRENNAN, R. **Gigantes da Física**. Uma História da física moderna através de oito biografias. ed. revisada. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003. 290 p.
- CAMPOS, A. **Álvaro de Campos, Heterônimo de Fernando Pessoa**. Portugal nº 15. 1890. Disponível em: <<http://www.citador.pt/frases/o-binomio-de-newton-e-tao-belo-como-a-venus-de-mi-alvaro-de-camposbrbheteronimo-de-fernando-pessoa-22267>> Acesso em 15 nov. 2016.
- CARVALHO, R. M. **A invenção do Cálculo por Newton e Leibniz e sua evolução para o Cálculo Contemporâneo**. 2007. 52 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2007.
- CHIZZOTTI, A. **A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios**. **Revista Portuguesa de Educação**. Vol. 16, nº 002, p. 221-236. Braga, Portugal, 2003.
- COELHO, A. **Material 3º Bimestre – MAT II – Raciocínio Lógico – Matemático**. Colégio Santa Úrsula 2015. Disponível em: <[http://www.ursula.com.br/arquivos/arquivo\\_1375711448.pdf](http://www.ursula.com.br/arquivos/arquivo_1375711448.pdf)> Acesso em: 26 jul. 2016.
- COSTA, K. R. **Exame Nacional do Ensino Médio**. 2016, Disponível em: <<http://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/educacao/enem.htm>> Acesso em: 31 ago. 2016.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010. 200p.
- FERREIRA, A. B. H. **Dicionário da língua portuguesa**. 5. ed. Curitiba: Positivo, 2010. 2222 p.
- FERREIRA, C. **Binômio de Newton**, 2015. Disponível em: [www.todoestudo.com.br/matematica/binomio-de-newton](http://www.todoestudo.com.br/matematica/binomio-de-newton) Acesso em: 12 jul. 2016.

FONSECA, M. **É mais fácil ser atingido por um raio do que ganhar na mega-sena**, Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/mercado/2015/12/1724077-e-mais-facil-ser-atingido-por-um-raio-do-que-ganhar-mega-da-virada.shtml>> Acesso em: 21 jul. 2016.

GARBI, Gilberto G. **A rainha das ciências**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livraria da Física. 2006. 346 p.

GASCA, A. M.. Euclides: la Fuerza del Razonamiento Matemático. Madri: Nivola, 2007. BICUDO, Irineu. **Prefácio e introdução. EUCLIDES. Os Elementos**. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 120 p.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008. 184p.

GONÇALVES, H. A. **Manual de metodologia da pesquisa científica**. 2. Ed. São Paulo: Avercamp, 2014. 168p.

LIMA, D. M. e GONZALEZ, L. E. F. **Matemática aplicada à informática**. 1. ed. São Paulo Bookman Editora, 2015. 120 p.

MINAYO, M.C.S.; MINAYO-GOMÉZ, C. **Difíceis e possíveis relações entre métodos quantitativos e qualitativos nos estudos de problemas de saúde**. In.: GOLDENBERG, P. O clássico e o novo: tendências, objetos e abordagens em ciências sociais. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2003. p. 117-142.

MIRANDA, D. **Binômio de Newton**. Disponível em:<<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/binomio-de-newton.html>> Acesso em: 02 mai. 2016.

MIRANDA, I. **Vestibular terá tecnologia para evitar fraudes**. Disponível em: <[http://correio.rac.com.br/\\_conteudo/2013/04/ig\\_paulista/45556-vestibular-tera-tecnologia-para-evitar-fraudes.html](http://correio.rac.com.br/_conteudo/2013/04/ig_paulista/45556-vestibular-tera-tecnologia-para-evitar-fraudes.html)> Acesso em: 04 set. 2016.

MONTEIRO, R. C. **A pesquisa qualitativa como opção metodológica**. Pró-posições nº 5 agosto 1991.

MORAIS, S. W. S. **Probabilidade na Mega-Sena**. 2012. 30 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática), Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2012.

MOTOMURA, M. **Quem inventou o vestibular?** 2008, Disponível em: <<http://educarparacrescer.abril.com.br/politica-publica/invencao-vestibular-398694.shtml>> Acesso em: 28 ago. 2016.

PARKER, S. **Caminhos da Ciência – Newton e a Gravitação**, 2. ed. São Paulo: Scipione, 2007, 32 p.

PINHEIRO, J. M. S. **Projetos de Redes**. 2004. Disponível em: <[http://www.projetoderedes.com.br/artigos/artigo\\_redes\\_de\\_perimetro.php](http://www.projetoderedes.com.br/artigos/artigo_redes_de_perimetro.php)> Acesso em: 04 set. 2016.

PIOVESAN, A. e TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista USP**. p. 218-225, 1995. Disponível em: < <http://www.revistas.usp.br/rsp/article/viewFile/24130/26095>> Acesso em: 29 jun. 2016.

SANTOS, C. J. G. **Metodologia Científica, Tipos de pesquisa**. 2010, Disponível em: <[www.oficianadepesquisa.com.br/APOSTILAS/METOLO/\\_OF.TIPOS\\_PESQUISA.PDF](http://www.oficianadepesquisa.com.br/APOSTILAS/METOLO/_OF.TIPOS_PESQUISA.PDF)> Acesso em: 15 jun. 2016.

SILVA, M. N. S. **Chances de Ganhar na Mega Sena: Brasil Escola**. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/chances-ganhar-na-mega-sena.htm>>. 2015. Acesso em 24 jul. 2016.

SILVA, R. H. A. **Monografia Modelagem matemática aplicada ao ensino de análise combinatória**. 2009. 36 f. Faculdade Pedro II, Belo Horizonte. Disponível em: < [http://www.fape2.edu.br/mono\\_2.pdf](http://www.fape2.edu.br/mono_2.pdf)> Acesso em: 25 mai 2016.

SILVA, S. D. **Estudo do binômio de Newton**, 2013, 60 f. Mestrado Profissional em Matemática. Universidade Federal da Paraíba. Disponível em: < <http://tede.biblioteca.ufpb.br/bitstream/tede/7526/2/arquivototal.pdf>> Acesso em: 12 jul. 2016.

SODRÉ, U. **Introdução à Análise Combinatória**. 2005. Disponível em: <<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/combinat/combinat.htm>> Acesso em 26 jul. 2016.

TANONAKA, E. M. **Régua de Cálculo: uma contribuição William Oughtred para a matemática** (Trabalho Mestrado em História da Ciência), 2008. 110 f. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/13397>> Acesso em 13 ago. 2016.

TOGNATO II, J. O. **O Binômio de Newton**. 2013. 16 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

TRAVELLO, V. **Um triângulo aritmético**, Encontro de Ensino, Pesquisa e Extensão, Presidente Prudente, 21 a 24 de outubro de 2013. Disponível em: <[www.unoeste.br/br/site/enepe/2013/suplementos/area/Exactarum/Matematica/UM TRIANGULO ARITMETICO.PDF](http://www.unoeste.br/br/site/enepe/2013/suplementos/area/Exactarum/Matematica/UM%20TRIANGULO%20ARITMETICO.PDF)> Acesso em: 3 ago. 2016

WESTFALL, R. S. **A vida de Isaac Newton**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira. 1995. 328 p.