UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

"Estudo de Bifurcações e Aplicações em Análise de Sistemas de Energia Elétrica"

MARCELO FULY BATISTA

Orientador: Prof. Dr. Laurence Duarte Colvara.

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira – SP
Agosto/2009

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico
de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

Batista, Marcelo Fuly.
B333e Estudo de bifurcações e aplicações em análise de sistemas de energia elétrica /
Marcelo Fuly Batista. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009
95 f. : il., color.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2009

Orientador: Laurence Duarte Colvara
Bibliografia: p. 94-95

1. Sistemas de energia elétrica – Estabilidade. 2. Teoria da bifurcação.
3. Transitórios (Eletricidade).

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Estudo de Bifurcações e Aplicações em Análise de Sistemas de Energia Elétrica

AUTOR: MARCELO FULY BATISTA
ORIENTADOR: Prof. Dr. LAURENCE DUARTE COLVARA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. LAURENCE DUARTE COLVARA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MINUSSI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. WAGNER PERON FERREIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Centro de Ciências Exatas e Tecnologia - UFMS/ Campo Grande-MS

Data da realização: 28 de agosto de 2009.

À Viviane Moretto da Silva Fuly.

Agradecimentos

Ao professor Dr. Laurence Duarte Colvara, pela paciência, motivação, amizade e ensinamentos fundamentais para a realização deste trabalho.

Aos professores Dr. Percival Bueno de Araujo, Dr. Carlos Roberto Minussi e Dr. Wagner Perón Ferreira, pelas discussões e sugestões que muito contribuíram para a versão final do trabalho.

À minha esposa Viviane M. da Silva Fuly, aos meus pais Antonio M. Batista e Elazir Fuly Batista e ao meu irmão Marcus Antonio Fuly Batista pelo apoio e carinho.

Aos amigos que me acompanharam durante o curso: Carlos Alberto Febres Tapia, Érico de Oliveira Costa Zini, Jadiel Caparrós da Silva, José Guilherme M. S. Decanini, Marcos Amorielle Furini, Meire de Melo Marques, Naryanne Rodrigues Peraro, Niltom Vieira Junior e Wilington Guerra Zvietcovich.

“A nossa maior glória não reside no fato de nunca cairmos, mas sim em levantarmo-nos sempre depois de cada queda.”

Confúcio

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo sobre a relação entre os principais tipos de bifurcações que ocorrem em sistemas elétricos de potência e em quais ocasiões elas podem ocorrer em máquinas síncronas com ou sem RAT (Regulador Automático de Tensão).

Para explorar tais fenômenos, primeiramente o sistema é modelado, sendo utilizado para o caso MBI (Máquina - Barramento Infinito) o modelo um eixo e, então, a matriz de estado é calculada para a análise dos autovalores. Para os sistemas multimáquinas estudados, são incluídos dois enrolamentos amortecedores nos eixos $d-q$.

São então apresentados os métodos de análise de estabilidade transitória convencionais, amplamente utilizados, conhecidos como método Tradicional e Método Direto.

As condições para a ocorrência de bifurcações são analisadas utilizando os coeficientes linearizados do modelo de Heffron-Phillips para o caso MBI, onde é mostrado que se espera perder a estabilidade para o sistema com regulador automático de tensão através de uma bifurcação de Hopf e para o caso sem RAT através de uma bifurcação Sela-Nó.

Por fim, é analisado o ciclo-limite para o caso de uma máquina - barramento infinito e para sistemas multimáquinas através do modelo não-linear. A região de estabilidade é analisada no plano de fase, sendo mostrada a necessidade de incluir a variação de fluxo no enrolamento de campo para uma análise correta da estabilidade. É também mostrado que este ciclo-limite pode reduzir a fronteira de estabilidade calculada pelo método convencional.

Palavra-Chave: estabilidade transitória, teoria de bifurcações, sistemas de potência.

Abstract

The aim of this study is the relation among main types of bifurcations that occur in electrical power systems and the circumstances they can happen with the synchronous machines considered with or without AVR (Automatic Voltage Regulator).

To explore such phenomena, the system is first modeled with the synchronous machines described by the one axis model for the MIB (Machine - Infinite Bus) case , and so the state matrix is computed for the analysis of its eigenvalues. For multimachine systems case two windings dampers are included in d-q axes. The conditions for the occurrence of bifurcations are analyzed using the coefficients of the Heffron-Phillips model for MIB case, where it is shown that one expects the system with automatic voltage regulator lose synchronism through a Hopf bifurcation and for the case without RAT through a Saddle-Node Bifurcation.

Finally, the nonlinear model is accounted for in order to consider the limit-cycle for the case of one machine - infinite bus case as well as for multimachine system. Since internal voltage affects the boundary of the stability region it must be considered. Then the phase portrait does not suffice and the trajectories must to be observed in a sub space defined with the internal voltage. It is also shown that this limit-cycle can reduce the boundary of stability calculated by means of the direct method.

Keywords: transient stability, nonlinear systems, bifurcation theory, power systems.

Lista de Figuras

2.1 Diagrama Fasorial da Máquina Síncrona em Regime Transitório 19

2.2 Regulador de Tensão Tipo 1. 22

2.3 Regulador de Tensão Tipo 2. 22

2.4 Mudança de Coordenadas. 24

3.1 Diagrama Unifilar do Sistema MBI. 32

3.2 Circuito Equivalente do Sistema Pré-Falta. 33

3.3 Circuito Equivalente do Sistema em Falta. 33

3.4 Circuito Equivalente do Sistema Pós-Falta. 34

4.1 Critério das Áreas. 41

5.1 Foco Estável. 54

5.2 Foco Instável. 54

5.3 Nó Estável. 54

5.4 Nó Instável. 54

5.5 Centro. 55

5.6 Sela. 55

5.7 Um foco perde sua estabilidade quando λ passa por λ_0. 56

5.8 Tipos de Ciclos-Limite. 59

5.9 Comportamento do Autovalor na Bifurcação Sela-Nó. 60

5.10 Curva de Bifurcação Sela-Nó. 61
5.11 Bifurcação de Hopf. 62
5.12 Bifurcação de Hopf: Bifurcação Supercrítica e Bifurcação Subcrítica. 63
5.13 Trajetória do Autovalor na Bifurcação de Singularidade Induzida. 64

7.1 Região de Atração no Plano δ-ω. 77
7.2 Ampliação Próximo ao Ponto em que a Falta é Retirada. 78
7.3 Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Fluxo no Enrolamento de Campo. . . 78
7.4 Ciclo-Limite Modificado no Plano $\delta \times \omega$. 79
7.5 Região de Atração no Plano $\delta \times \omega$. 80
7.6 Comportamento do Sistema no Subespaço δ, ω e E'_q. 81
7.7 Sistema Radial de Três Máquinas. 83
7.8 Ciclos-Limite e Trajetória Estável do Sistema. 83
7.9 Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Tensão de Campo. 84
7.10 Ciclos-Limite Original e Modificado. 85
7.11 Trajetórias da Máquina 3. 86
7.12 Comportamento do Sistema Impondo-se Limites de Tensão. 87
7.13 Trajetória da Máquina 3 no plano de fase $\tilde{\delta}_3$ - $\tilde{\omega}_3$. 87
7.14 Sistema de Testes New England. 88
7.15 Ciclo-Limite Original e Trajetória Estável. 89
7.16 Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Fluxo no Enrolamento de Campo. . . 90
7.17 Ciclo-Limite Modificado e Trajetória Estável. 90
7.18 Trajetória Aplicando-se o Controle (Estável) e Sem o Controle (Instável). . . 91

Sumário

1 O Problema da Estabilidade Transitória **12**

1.1 Modelagem Matemática do Problema 13

2 Representação do Sistema de Energia Elétrica **18**

2.1 Equações Transitórias 18

2.2 Equações Subtransitórias 20

2.3 Regulador Automático de Tensão 21

2.4 Equações Linearizadas 23

2.4.1 Linearização da Equação de Campo do Gerador 23

2.4.2 Linearização das Equações Mecânicas 26

2.4.3 Linearização da Equação do Sistema de Excitação 27

3 Método Tradicional de Análise de Estabilidade **30**

3.1 Único gerador contra o Barramento Infinito 31

3.2 Sistema Multimáquinas 34

4 Métodos Diretos **39**

4.1 Critério das Áreas Iguais 39

4.2 Análise da Estabilidade pelo Método de Lyapunov 42

4.3 Função de Lyapunov para Sistemas de Potência 46

4.4 Técnicas de Avaliação da Área de Atração 48
4.4.1 Ponto de Equilíbrio de Menor Energia 48
4.4.2 Pontos de Equilíbrio Instável Aproximados e Modos de Instabilidade 48
4.4.3 Critério da Aceleração 49
4.4.4 Método PEBS (Potential Energy Boundary Surface) 50
4.4.5 Método BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point) . . 52

5 Teoria de Bifurcações 53
5.1 Introdução ao Estudo de Bifurcações 53
5.2 Ciclos-Limite 58
5.2.1 Classificação dos Ciclos-Limite 58
5.3 Bifurcação Sela-Nó 59
5.4 Bifurcação de Hopf 61
5.5 Bifurcação de Singularidade Induzida 64

6 Análise das Bifurcações em Sistemas de Potência 66
6.1 Sistema Sem Regulador Automático de Tensão 66
6.2 Sistema com Regulador Automático de Tensão 69

7 Análise da Região de Estabilidade Determinada pelo Ciclo-Limite 75
7.1 Ciclos-Limite em Sistemas Multimáquinas 82
7.1.1 Três Máquinas Radiais 82
7.1.2 Sistema New England 88

8 Conclusão 92
Referências 94

Capítulo 1

O Problema da Estabilidade Transitória

Um sistema de potência é constituído basicamente por máquinas síncronas, cargas e linhas de transmissão que interligam estes dispositivos. O fluxo de potência está intimamente relacionado às diferenças entre os ângulos de fase dos geradores. Quando as grandezas de um sistema não variam com o tempo, as diferenças entre os ângulos de fase devem permanecer constantes para que o fluxo de potência também permaneça constante.

Assim, todas as máquinas síncronas possuem a mesma velocidade angular, a potência elétrica gerada nas máquinas é exatamente igual à soma das potências absorvidas nas cargas mais as perdas nas linhas, e portanto, o sistema está em um ponto de operação estável, permanecendo nesse ponto até que algum distúrbio ou perturbação o remova desse estado. Quando isso ocorre é desejável saber se o sistema encontrará um novo estado de equilíbrio, ou se tornará instável, afastando-se indefinidamente de um possível ponto de operação.

Se os distúrbios forem pequenos, como variações normais de cargas nos barramentos, o estudo de estabilidade é conhecido como estabilidade dinâmica. Nesse tipo de estudo, as equações do sistema são linearizadas em torno de um ponto de operação estável, e o modelo matemático utilizado para sua análise é um conjunto de equações diferenciais lineares invariantes no tempo, sendo empregada as técnicas de sistemas lineares diretamente associadas ao estudo dos autovalores.

Diante de perturbações de grande impacto, como desligamento de linhas de transmissão, a análise linearizada não é apropriada, visto que as não-linearidades inerentes aos sistemas de potência não podem ser desprezadas, e o estudo da estabilidade é conhecido

como estabilidade transitória, sendo o modelo matemático utilizado para sua análise é um conjunto de equações diferenciais não-lineares.

Quando se estuda um sistema constituído de duas ou mais máquinas, geralmente chamado de sistema multimáquinas, a sustentação do sincronismo entre as várias máquinas em um curto período de tempo, após a ocorrência da perturbação, tem sido a preocupação nos estudos de estabilidade transitória, onde a ação dos controladores não causa efeitos significativos no comportamento do sistema, em geral, sendo desprezados para efeito de análise nos estudos de estabilidade transitória.

1.1 Modelagem Matemática do Problema

Descrever convenientemente um sistema através de equações matemáticas se faz necessário para estudar sua estabilidade. As equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema podem ser obtidas através de um balanço de potência em cada máquina do sistema.

Seja então J o momento de inércia da máquina e θ o ângulo do rotor em relação ao eixo de referência. Pelas leis físicas temos que:

$$J\ddot{\theta} = T_r \tag{1.1}$$

em que T_r é o torque resultante da diferença entre o torque mecânico e o torque elétrico. Como neste caso a máquina funciona como gerador, o torque mecânico atua no sentido de acelerar o rotor do gerador, e o torque elétrico gerado através dos campos magnéticos pela potência elétrica exigida pelas cargas, desacelera o mesmo. Portanto, em um gerador, tanto o torque mecânico como o elétrico serão positivos, ou seja:

$$T_r = T_m - T_e \ . \tag{1.2}$$

Pode-se tomar como referência angular um eixo girando à velocidade síncrona ω_s, ou seja:

$$\theta(t) = (\omega_s t + \alpha) + \delta(t) \tag{1.3}$$

em que:

1. $(\omega_s t + \alpha)$ é a referência girante à velocidade síncrona;

2. α é o ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo $t = 0$;

3. $\delta(t)$ é o ângulo mecânico formado entre o rotor e a referência girante.

Derivando-se a equação (1.3) em relação ao tempo, obtém-se a velocidade angular mecânica:

$$\dot{\theta}(t) = \omega_s t + \dot{\delta}(t) \tag{1.4}$$

e derivando-se esta equação, tem-se:

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\delta}(t) \tag{1.5}$$

onde se pode notar que independentemente da referência utilizada, a aceleração angular é exatamente a mesma. Assim, a equação diferencial que descreve o comportamento de δ em relação ao tempo é a mesma que descreve o comportamento de θ, isto é:

$$J\ddot{\delta} = T_m - T_e \ . \tag{1.6}$$

Em regime permanente, o rotor gira à velocidade síncrona, de forma que δ é uma constante. Com esta mudança de variáveis, transforma-se o problema de soluções de equilíbrio em um problema de pontos de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais.

Em sistemas elétricos de potência é mais conveniente trabalhar com potências do que torques. A medição do torque é um processo complicado. Por outro lado, a medição da potência é um processo simples, uma vez que pode ser efetuada através de grandezas puramente elétricas. Assim, multiplicando-se ambos os lados da equação pela velocidade angular mecânica (ω_m), obtém-se uma equação diferencial em função das potências envolvidas no sistema, ou seja:

$$J\omega_m\ddot{\delta}(t) = P_m - P_e \ . \tag{1.7}$$

Supondo-se que a velocidade mecânica não se afasta significativamente da velocidade síncrona, caso contrário, ocorreria perda de sincronismo rapidamente, a seguinte simplificação é realizada:

$$J\omega_m \cong J\omega_s = M_m \tag{1.8}$$

em que M_m é a constante de inércia da máquina.

Desta forma, a equação diferencial anterior em termos de potências é:

$$M_m\ddot{\delta}(t) = P_m - P_e \ . \tag{1.9}$$

A potência elétrica entregue à rede é uma função dos ângulos elétricos da rede. Considerando-se que p é o número de polos da máquina, a relação entre os ângulos mecânicos das máquinas δ com os ângulos elétricos da rede δ_e é a seguinte:

$$\ddot{\delta}_e = \frac{p}{2}\ \ddot{\delta} \tag{1.10}$$

que é obtida derivando-se a equação que relaciona as velocidades:

$$\omega_e = \frac{p}{2}\ \omega \tag{1.11}$$

em relação ao tempo.

Logo, a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico da máquina em termos dos ângulos elétricos é:

$$\frac{2M_m}{p}\ \ddot{\delta}_e = P_m - P_e\ . \tag{1.12}$$

Dividindo-se a equação anterior pela potência base S_B, obtém-se sua representação p.u.:

$$\frac{2M_m}{S_B p}\ \ddot{\delta}_e = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \tag{1.13}$$

Para simplificação, considere-se:

$$M = \frac{2M_m}{S_B p}, \tag{1.14}$$

em que M é uma nova constante de inércia em p.u. corrigida pelo número de polos da máquina. Assim, tem-se para cada máquina do sistema uma equação diferencial de segunda ordem. Para um sistema de máquinas, obtém-se um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem:

$$M_i\ \ddot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \tag{1.15}$$

em que

1. P_{mi} é a potência mecânica injetada na máquina i, em p.u.;
2. P_{ei} é a potência elétrica entregue à rede pela máquina i, em p.u. .

Estas equações são conhecidas como equações de oscilação do sistema.

A constante de inércia H é também muito utilizada em estudos de estabilidade e também será adotada neste trabalho. Ela é definida como sendo a razão entre a energia cinética da máquina e a potência base do sistema, isto é:

$$H = \frac{W_k}{S_B} \ . \tag{1.16}$$

A relação entre as constantes de inércia H e M é obtida através do seguinte procedimento:

$$W_k = \frac{1}{2} J \omega_m^2 = \frac{1}{2} M \omega_m \tag{1.17}$$

Portanto:

$$H = \frac{\frac{1}{2} M_m \omega_m}{S_B} \tag{1.18}$$

$$H = \frac{1}{2} \ M \ \frac{p}{2} \ \omega_m = M \ \frac{p}{4} \ \frac{2}{p} \ 2\pi f_0 = M \pi f_0 \tag{1.19}$$

Assim:

$$M = \frac{H}{\pi f_0} = \frac{2H}{\omega_0} \tag{1.20}$$

e a equação de oscilação do sistema tem a seguinte forma:

$$\frac{1}{\omega_0} \ \ddot{\delta} = \frac{1}{2H} (P_m - P_e) \ . \tag{1.21}$$

Até agora, expressou-se a equação de oscilação quando a potência mecânica é igual a potência elétrica. Contudo, as máquinas estão sujeitas aos efeitos de amortecimento, ou seja, efeitos de perda de energia resultantes do movimento do rotor em atrito com os mancais ou até mesmo o ar para promover ventilação. Admitindo-se que as potências de atrito são proporcionais à variação de velocidade da máquina, e desprezando os amortecimentos ocorridos devido a torques assíncronos entre máquinas, que é proporcional à diferença de velocidade entre as mesmas, a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico de cada máquina é:

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \ddot{\delta}_i + D_i(\omega_i - \omega_{0i}) = P_{mi} - P_{ei} \tag{1.22}$$

em que D_i é a constante de amortecimento correspondente à máquina i do sistema, ω_i e ω_{0i} são, respectivamente, a velocidade da máquina i sujeita a variações, e velocidade da máquina i em regime permanente, fornecidos em $p.u.$, sendo a velocidade do rotor sempre

suficientemente próxima de 1 $p.u.$, de forma que possa ser considerada constante, ou seja, $\omega_{0i} = 1$ $(p.u.)$.

Considerando-se então:

$$\frac{\dot{\delta}_i}{\omega_0} = \omega_i - \omega_{0i} \tag{1.23}$$

e substituindo esta igualdade na equação (1.22), obtém-se o seguinte conjunto de equações diferenciais de segunda ordem:

$$\dot{\delta}_i = \omega_0(\omega_i - 1) \tag{1.24}$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i}(P_{mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - 1)) \tag{1.25}$$

sendo estas as equações que descrevem o movimento mecânico das máquinas síncronas.

Capítulo 2

Representação do Sistema de Energia Elétrica

As análises da estabilidade realizadas neste trabalho, requerem modelos mais elaborados, sendo que somente o conjunto de equações que descrevem o movimento mecânico das máquinas não é suficiente. Mostrar os modelos utilizados nas simulações e análises é o objetivo principal deste capítulo. Tais modelos são obtidos utilizando-se a transformação de Park, que resulta em equações das máquinas invariantes no tempo, que são facilmente manipuláveis.

2.1 Equações Transitórias

Quando ocorrem rápidas mudanças nas condições externas aos geradores, analisar somente as equações mecânicas não é mais apropriado. Somente estas equações não refletem a variação de fluxo da máquina e, assim, é necessário criar novas tensões fictícias que representam o fluxo nos enrolamentos do rotor, e então a tensão transitória E' deve ser considerada como a soma de duas tensões transitórias E'_d e E'_q (ARRILLAGA; ARNOLD, 1990).

O diagrama fasorial da máquina em regime transitório é mostrado na figura (2.1). Os componentes de eixo d e q da corrente de armadura (i_d e i_q) e tensão terminal (v_d e v_q) da máquina são mostrados também no diagrama.

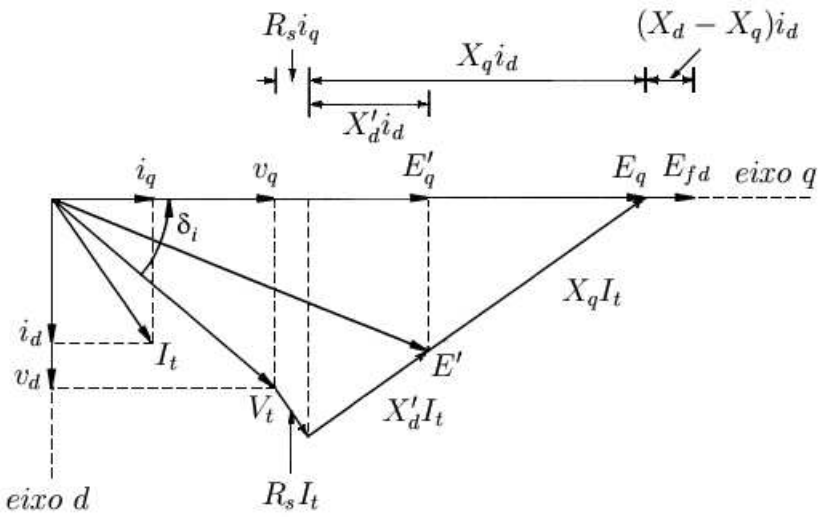

Figura 2.1: Diagrama Fasorial da Máquina Síncrona em Regime Transitório

Este é conhecido como *modelo de dois eixos* ou *modelo de Park de quarta ordem.* É formado pelo conjunto de equações diferenciais e algébricas (2.1)-(2.7):

$$\dot{\delta} = \omega_0(\omega - 1) \tag{2.1}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H}\left(P_m - P_e - D(\omega - 1)\right) \tag{2.2}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}\left(E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d)i_d\right) \tag{2.3}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0}}\left(-E'_d + (X_q - X'_q)i_q\right) \tag{2.4}$$

$$P_e = v_d i_d + v_q i_q \tag{2.5}$$

$$v_d = E'_d - R_s i_d + X'_q i_q \tag{2.6}$$

$$v_q = E'_q - R_s i_q - X'_d i_d \tag{2.7}$$

Para as análises subsequentes, um modelo mais simples é convenientemente considerado. Um modelo muito utilizado no estudo de estabilidade transitória por sua simplicidade e grande eficiência é o denominado *modelo de um eixo* (PADIYAR; RAJESH,1999) ou *modelo de Park de terceira ordem.* Neste trabalho, este modelo é utilizado no caso máquina - barra infinita para a avaliação de bifurcações. Ele é obtido com a modificação de alguns parâmetros da máquina.

As equações algébricas podem ser reduzidas, pois devido a seu pequeno valor, a resistência da armadura pode ser desprezada ($R_s \approx 0$). Considerando-se agora:

$$X'_q = X_q \tag{2.8}$$

a equação (2.4) é reduzida a:

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0}} (-E'_d) \tag{2.9}$$

e tem-se como condição inicial

$$E'_{d0} = (X_q - X'_q) i_{q0} = 0 \ . \tag{2.10}$$

Com esta condição inicial, E'_d permanece igual a zero durante todo o tempo de simulação e, portanto, o gerador é representado por uma tensão variável E'_q. Assim, com estas restrições, a equação da potência elétrica calculada para o regime transitório é reduzida a:

$$P_e = E'_q i_q + (X_q - X'_d) i_d i_q \ . \tag{2.11}$$

2.2 Equações Subtransitórias

Como no caso de enrolamentos amortecedores, inevitavelmente outros circuitos existem no rotor. Estes circuitos são considerados quando um modelo mais preciso é necessário. As reatâncias e as constantes de tempo envolvidas são pequenas e por este motivo, elas geralmente são ignoradas. Isso contribui para a redução no esforço computacional tornando menor a ordem do modelo e permitindo maiores passos de integração em simulações no domínio do tempo. Mas, quando o efeito de enrolamentos amortecedores no rotor são considerados, oscilações periódicas podem ser observadas como será visto adiante. Por enquanto restringe-se apenas a apresentar o modelo utilizado.

A seguir é mostrado o modelo completo de Park com as equações subtransitórias incluídas e suas restrições algébricas:

$$\dot{\delta} = \omega_0(\omega - 1) \tag{2.12}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H}\left(P_m - P_e - D(\omega - 1)\right) \tag{2.13}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}\left(E_{fd} - \frac{X_d - X''_d}{X'_d - X''_d}E'_q + \frac{X_d - X'_d}{X'_d - X''_d}E''_q\right) \tag{2.14}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0}}\left(\frac{X_q - X''_q}{X'_q - X''_q}E'_d + \frac{X_q - X'_q}{X'_q - X''_q}E''_d\right) \tag{2.15}$$

$$\dot{E}''_q = \frac{1}{T''_{d0}}\left(E'_q - E''_q - (X'_d - X''_d)i_d\right) \tag{2.16}$$

$$\dot{E}''_d = \frac{1}{T''_{q0}}\left(E'_d - E''_d - (X'_q - X''_q)i_q\right) \tag{2.17}$$

$$P_e = v_d i_d + v_q i_q \tag{2.18}$$

$$v_d = E''_d - R_s i_d + X''_q i_q \tag{2.19}$$

$$v_q = E''_q - R_s i_q - X''_d i_d \tag{2.20}$$

O modelo utilizado neste trabalho para estudos numéricos em sistemas multimáquinas é o chamado modelo de *Park* de quinta ordem (WATANABE, et al. 2002) que é representado pelo conjunto de equações de oscilações mecânicas, da resposta do enrolamento de campo e de dois enrolamentos amortecedores nos eixos $d - q$. A resistência da armadura (R_s) e a saliência subtransitória são desconsiderados. Para se obter o modelo de quinta ordem a simplificação:

$$X_q = X'_q \tag{2.21}$$

é realizada, e assim, reduz-se o conjunto de equações diferenciais. Este conjunto de equações é chamado de *modelo 4* em Arrillaga e Arnold (1990), com pequenas diferenças devido a orientação do eixo direto que aqui é considerado atrasado 90° em relação ao eixo de quadratura, como em Kundur (1994).

2.3 Regulador Automático de Tensão

Diferentes modelos de Reguladores Automáticos de Tensão foram desenvolvidos para representar os vários tipos usados em sistemas elétricos de potência. A aplicação de tais modelos é difícil e alguns modelos básicos, com a utilização de dados corretos, fornecem

uma aproximação razoável para os estudos de estabilidade transitória. Dois modelos são explanados a seguir, e são muito utilizados por sua grande eficiência.

O primeiro se trata de uma simplificação do modelo padronizado dos sistemas de excitação *ST1* que é obtido admitindo-se que os reguladores não possuíam laços internos de estabilização, nem utilizavam blocos de redução do ganho transitório, chegando-se a um sistema de primeira ordem, semelhante ao modelo utilizado em Kundur (1994).

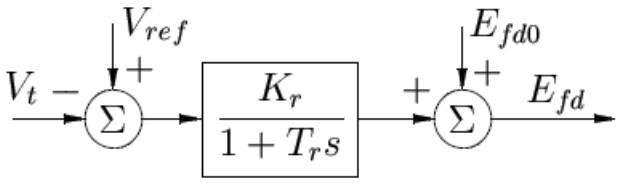

Figura 2.2: Regulador de Tensão Tipo 1.

O diagrama de blocos é mostrado na figura (2.2). Quando utilizado neste trabalho, este modelo será chamado de *regulador de tensão tipo 1* e a equação resultante é mostrada a seguir:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_R}\left[E_{fd0} - E_{fd} + K_R(V_{ref} - V_t)\right] \tag{2.22}$$

O segundo modelo de regulador é composto por dois blocos e seu diagrama é mostrado na figura (2.3). Este modelo é aqui denominado como *regulador de tensão tipo 2*, e é utilizado nas simulações em sistemas multimáquinas.

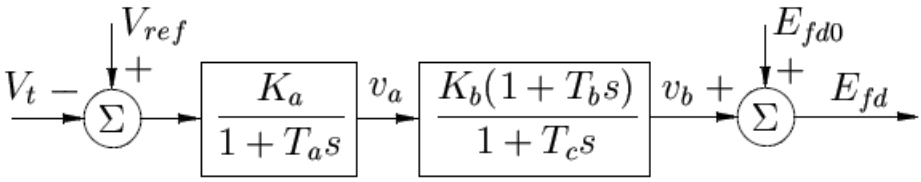

Figura 2.3: Regulador de Tensão Tipo 2.

$$\dot{v}_a = \frac{1}{T_a}\left[K_a(V_{ref} - V_t) - v_a\right] \tag{2.23}$$

$$\dot{v}_b = \frac{K_b}{T_c}\left[v_a + \frac{T_b}{T_a}(K_a(V_{ref} - V_t) - v_a) - \frac{v_b}{K_b}\right] \tag{2.24}$$

$$E_{fd} = E_{fd0} + v_b \ . \tag{2.25}$$

Nos dois modelos apresentados, a tensão de referência (V_{ref}) tem o mesmo valor da tensão terminal pré-falta da máquina e a entrada V_t é dada por:

$$V_t = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \tag{2.26}$$

2.4 Equações Linearizadas

Como se pretende realizar uma análise detalhada das bifurcações no modelo de um eixo para o sistema MBI, as equações linearizadas se tornam importantes como se verá adiante.

2.4.1 Linearização da Equação de Campo do Gerador

A ação do campo do gerador fornece a seguinte equação:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}\left[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d)i_d\right] . \tag{2.27}$$

Considerando que as variações de tensão afetam o torque da máquina, o torque elétrico pode ser obtido pela expressão:

$$T_e = v_d i_d + v_q i_q \ . \tag{2.28}$$

Calculada para a condição de que a máquina esteja interligada a uma barra infinita através de uma reatância X_e, tem-se:

$$V_t = V_\infty + jX_e I \ . \tag{2.29}$$

As equações da máquina estão referenciadas aos eixos d e q, solidários ao seu rotor. Para a solução das equações da máquina conectada a uma rede de transmissão,

deve ser escolhida uma referência comum, que é normalmente a referência da própria rede, identificada pelos eixos R (Real) e I (Imaginário).

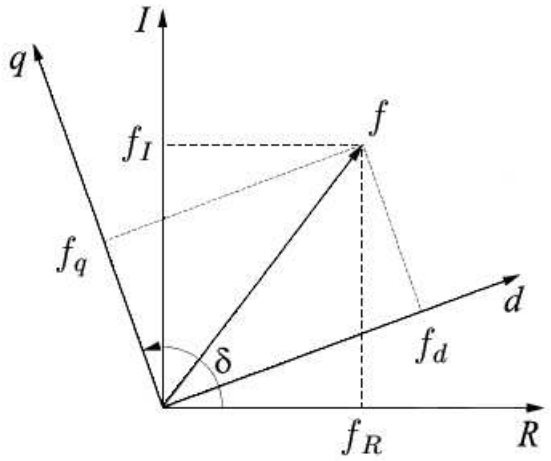

Figura 2.4: Mudança de Coordenadas.

Como mostrado na figura (2.4), a relação entre os dois sistemas de coordenadas é utilizada para transformar variáveis de um eixo de referência para outro, deixando todos os ângulos do sistema com a mesma referência, tanto no sistema multimáquinas quanto no sistema MBI. Na figura (2.4), f pode representar tensão ou corrente, e a matriz de mudança de referência é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} \text{sen } \delta & -\cos\delta \\ \cos\delta & \text{sen } \delta \end{bmatrix} . \tag{2.30}$$

Assim, a equação (2.29) pode ser escrita da seguinte forma (KUNDUR, 1994):

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_\infty \\ 0 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0 & -X_e \\ X_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

e a transformação de coordenadas do sistema $(R-I)$ para os eixos de rotor da máquina $(d-q)$ é definida pela matriz C como:

$$V_t = C\, V_t \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen } \delta & -\cos\delta \\ \cos\delta & \text{sen } \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

e aplicando em (2.31):

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} V_\infty \\ 0 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 0 & -X_e \\ X_e & 0 \end{bmatrix} C^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

ou seja:

$$\begin{aligned} v_d &= V_\infty sen\delta - X_e i_q \\ v_q &= V_\infty \cos\delta + X_e i_d \end{aligned} \tag{2.34}$$

Substituindo os valores de v_d e v_q, resulta nas seguintes expressões para as correntes:

$$i_q = \frac{V_\infty sen\delta}{X_q + X_e} \tag{2.35}$$

$$i_d = \frac{E'_q - V_\infty \cos\delta}{X'_d + X_e} \tag{2.36}$$

e, linearizando estas expressões, obtêm-se para pequenos desvios em torno do ponto de operação $(_0)$:

$$\Delta i_q = \left.\frac{\partial i_q}{\partial \delta}\right|_0 \Delta\delta \tag{2.37}$$

$$\Delta i_d = \left.\frac{\partial i_d}{\partial \delta}\right|_0 \Delta\delta + \left.\frac{\partial i_d}{\partial E'_q}\right|_0 \Delta E'_q \tag{2.38}$$

Calculando as derivadas nas expressões anteriores chegam-se aos seguintes resultados:

$$\Delta i_q = \left(\frac{V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e}\right) \Delta\delta \tag{2.39}$$

$$\Delta i_d = \left(\frac{V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e}\right) \Delta\delta + \left(\frac{1}{X'_d + X_e}\right) \Delta E'_q \tag{2.40}$$

Finalmente, linearizando-se as equações do campo:

$$\Delta \dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} \left[\Delta E_{fd} - \Delta E'_q - (X_d - X'_d)\Delta i_d\right] \tag{2.41}$$

utilizando (2.40) na equação anterior chega-se a:

$$\Delta \dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} \left[\Delta E_{fd} - \left(\frac{X_d - X'_d}{X'_d + X_e} V_\infty sen\delta_0\right) \Delta\delta - \left(\frac{X_d + X_e}{X'_d + X_e}\right) \Delta E'_q\right] \tag{2.42}$$

definindo-se como K_4 e K_3^{-1} os coeficientes de $\Delta\delta$ e $\Delta E'_q$ respectivamente:

$$\Delta \dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} \Delta E_{fd} - \frac{K_4}{T'_{d0}} \Delta\delta - \frac{1}{K_3 T'_{d0}} \Delta E'_q \ . \tag{2.43}$$

2.4.2 Linearização das Equações Mecânicas

O torque linearizado considerando o desenvolvimento feito para as correntes:

$$\Delta T_e = \left.\frac{\partial T_e}{\partial i_q}\right|_0 \Delta i_q + \left.\frac{\partial T_e}{\partial i_d}\right|_0 \Delta i_d + \left.\frac{\partial T_e}{\partial E'_q}\right|_0 \Delta E'_q \tag{2.44}$$

e, calculando-se as derivadas na expressão anterior, obtém-se:

$$\Delta T_e = ((X_q - X'_d)i_{d0} + E'_{q0})\Delta i_q + ((X_q - X'_d)i_{q0})\Delta i_d + (i_{q0})\Delta E'_q \tag{2.45}$$

Substituindo Δi_q e Δi_d pelas expressões obtidas em (2.39) e (2.40), tem-se:

$$\Delta T_e = \left(\frac{E_{q0}V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e} + \frac{(X_q - X'_d)i_{q0}V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e}\right)\Delta\delta + \left(i_{q0}\frac{X_q - X'_d}{X'_d + X_e} + i_{q0}\right)\Delta E'_q \tag{2.46}$$

como visto em (2.35),

$$i_{q0}(X_q + X_e) = V_\infty sen\delta_0 \tag{2.47}$$

o que resulta em:

$$\Delta T_e = \left(\frac{E_{q0}V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e} + \frac{(X_q - X'_d)i_{q0}V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e}\right)\Delta\delta + \left(\frac{V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e}\right)\Delta E'_q \tag{2.48}$$

definindo então:

$$K_1 = \frac{E_{q0}V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e} + \frac{(X_q - X'_d)i_{q0}V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e} \tag{2.49}$$

e

$$K_2 = \frac{V_\infty sen\delta_0}{X'_d + X_e} \tag{2.50}$$

chega-se a:

$$\Delta T_e = K_1\Delta\delta + K_2\Delta E'_q \ . \tag{2.51}$$

Substituindo na equação do movimento, produz:

$$\Delta\dot{\omega} = \frac{1}{2H}\Delta P_m - \frac{K_1}{2H}\Delta\delta - \frac{K_2}{2H}\Delta E'_q - \frac{D}{2H}\Delta\omega \ . \tag{2.52}$$

Já a linearização da equação de δ é dada por:

$$\Delta\dot{\delta} = \omega_0\Delta\omega \ . \tag{2.53}$$

2.4.3 Linearização da Equação do Sistema de Excitação

A representação do sistema de excitação é feita por um bloco de primeira ordem, caracterizado por um ganho K_R e uma constante de tempo T_R, válido somente nas faixas de freqüência de interesse (oscilações eletromecânicas). Considere-se a expressão da magnitude da tensão terminal $|V_t|$:

$$V_t = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \tag{2.54}$$

Linearizando-se esta equação, obtém-se:

$$\Delta V_t = \left.\frac{\partial V}{\partial v_d}\right|_0 \Delta v_d + \left.\frac{\partial V}{\partial v_q}\right|_0 \Delta v_q \tag{2.55}$$

calculando estas derivadas parciais, chega-se a:

$$\Delta V_t = \frac{v_{d0}}{\sqrt{v_{d0}^2 + v_{q0}^2}}\ \Delta v_d + \frac{v_{q0}}{\sqrt{v_{d0}^2 + v_{q0}^2}}\ \Delta v_q = \frac{v_{d0}}{V_{t0}}\ \Delta v_d + \frac{v_{q0}}{V_{t0}}\ \Delta v_q\ . \tag{2.56}$$

Calculando-se os desvios Δv_d e Δv_q com o auxílio das expressões das correntes:

$$\Delta v_d = X_q \Delta i_q \tag{2.57}$$

$$\Delta v_q = -X'_d \Delta i_d + \Delta E'_q \tag{2.58}$$

Substituindo as expressões obtidas para os desvios das componentes de corrente, chega-se a:

$$\Delta v_d = X_q \left(\frac{V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e}\right) \tag{2.59}$$

$$\Delta v_q = \left(\frac{-X'_d}{X'_d + X_e}\ V_\infty sen\delta_0\right) + \left(\frac{X_e}{X'_d + X_e}\right) \Delta E'_q \tag{2.60}$$

Substituindo então em (2.56), obtém-se a seguinte expressão:

$$\Delta v_d = X_q \left(\frac{V_\infty \cos\delta_0}{X_q + X_e}\right) \Delta\delta \tag{2.61}$$

$$\Delta v_q = \left(\frac{-X'_d}{X'_d + X_e}\ V_\infty sen\delta_0\right) \Delta\delta + \left(\frac{X_e}{X'_d + X_e}\right) \Delta E'_q \tag{2.62}$$

Logo, para desvios da tensão terminal do gerador ΔV_t, tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta V_t &= \left(\frac{v_{d0}}{V_{t0}}\ \frac{X_q}{X_q+X_e}V_\infty \cos\delta_0 - \frac{v_{q0}}{V_{t0}}\ \frac{X'_d}{X'_d+X_e}\ V_\infty sen\delta_0\right)\Delta\delta \\ &+ \left(\frac{v_{q0}}{V_{t0}}\ \frac{X_e}{X'_d+X_e}\right)\Delta E'_q\end{aligned} \tag{2.63}$$

definindo:

$$K_5 = \frac{v_{d0}}{V_{t0}}\ \frac{X_q}{X_q+X_e}V_\infty \cos\delta_0 - \frac{v_{q0}}{V_{t0}}\ \frac{X'_d}{X'_d+X_e}\ V_\infty sen\delta_0 \tag{2.64}$$

e

$$K_6 = \frac{v_{q0}}{V_{t0}}\ \frac{X_e}{X'_d+X_e} \tag{2.65}$$

chega-se finalmente à equação:

$$\Delta V_t = K_5\Delta\delta + K_6\Delta E'_q \tag{2.66}$$

que descreve os desvios de tensão terminal da máquina. É interessante notar que o coeficiente K_6 é sempre positivo, enquanto K_5 pode ser tanto positivo quanto negativo, sendo este fato de grande importância para a estabilidade do sistema em discussão, como será estudado adiante.

Considerando a equação que descreve o sistema de excitação:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_R}\left[K_R(V_{ref}-V_t) - E_{fd}\right] \tag{2.67}$$

a linearização da equação (2.67) fornece o seguinte resultado:

$$\Delta\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_R}\left[K_R(\Delta V_{ref}-\Delta V_t) - \Delta E_{fd}\right] \tag{2.68}$$

Substituindo (2.66) na equação anterior:

$$\Delta\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_R}\left[-K_R\left(K_5\Delta\delta + K_6\Delta E'_q\right) - \Delta E_{fd}\right] \tag{2.69}$$

Utilizando as equações (2.52),(2.53),(2.43) e (2.69), pode-se, então, formar a equação matricial de estado, incluindo a excitação:

$$\begin{bmatrix} \\ \Delta\dot{\delta} \\ \\ \Delta\dot{\omega} \\ \\ \Delta\dot{E}'_q \\ \\ \Delta\dot{E}_{fd} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{K_1}{2H} & -\dfrac{D}{2H} & -\dfrac{K_2}{2H} & 0 \\ -\dfrac{K_4}{T'_{d0}} & 0 & -\dfrac{1}{K_3 T'_{d0}} & \dfrac{1}{T'_{d0}} \\ -\dfrac{K_R K_5}{T_R} & 0 & -\dfrac{K_R K_6}{T_R} & -\dfrac{1}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \Delta\delta \\ \\ \Delta\omega \\ \\ \Delta E'_q \\ \\ \Delta E_{fd} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{1}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{K_R}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \tag{2.70}$$

Capítulo 3

Método Tradicional de Análise de Estabilidade

Estabelecidos os modelos matemáticos para os geradores individuais, passa-se agora à análise do problema. Após a conclusão de que a potência transitória do gerador é uma função não-linear da variável δ_i, enfrenta-se o problema de resolver um sistema de equações diferenciais não-lineares acopladas. O Método Tradicional é mostrado para o modelo de máquina conhecido como clássico, apenas para explanar a forma como a análise da estabilidade é realizada por este método.

Admite-se que os atuadores mecânicos capazes de influir sobre a potência mecânica injetada na máquina não são rápidos o suficiente para alterar o seu valor, no tempo considerado para análise de transitório. Assim, durante os tempos envolvidos nas análises de estabilidade transitória, as potências mecânicas injetadas nas máquinas permanecem constantes.

Deseja-se determinar se um sistema é estável para uma determinada falta. Suponha-se que no tempo t_0 ocorra a falta e no tempo t_a a mesma seja eliminado. Caracterizam-se três intervalos de tempo precisamente definidos, nos quais a topologia da rede é distinta. Esses períodos são identificados por Sistema Pré-Falta, Sistema em Falta e Sistema Pós-Falta. Em cada um deles, a equação diferencial que descreve o comportamento do sistema é diferente devido a alterações nos parâmetros da rede. Pode-se então escrever três conjuntos de equações diferenciais distintos:

Sistema pré-falta

$$M_i\ddot{\delta} + D_i\dot{\delta} = P_{mi} - P_{ei}^{prf} = 0 \qquad \begin{array}{l} t \leq 0 \\ \delta(t) = \delta_0, \quad \dot{\delta}(0) = 0 \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{array} \tag{3.1}$$

Sistema em falta

$$M_i\ddot{\delta} + D_i\dot{\delta} = P_{mi} - P_{ei}^{f} \qquad \begin{array}{l} 0 < t \leq ta \\ \delta(0) = \delta_0, \quad \dot{\delta}(0) = 0 \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{array} \tag{3.2}$$

Sistema pós-falta

$$M_i\ddot{\delta} + D_i\dot{\delta} = P_{mi} - P_{ei}^{pf} \qquad \begin{array}{l} t > t_a \\ \delta^{pf}(t_a) = \delta^{f}(t_a) \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{array} \tag{3.3}$$

3.1 Único gerador contra o Barramento Infinito

Um barramento infinito é considerado como uma máquina de capacidade ilimitada de fornecer/absorver potência, impedância nula e inércia infinita. Isto significa que a velocidade angular do rotor é constante, independentemente da potência fornecida à rede por este.

Admite-se que a força eletromotriz do gerador permanece constante e igual ao seu valor pré-falta durante os tempos envolvidos na análise.

Seja o sistema de uma máquina interligada a um barramento infinito dado pela figura (3.1):

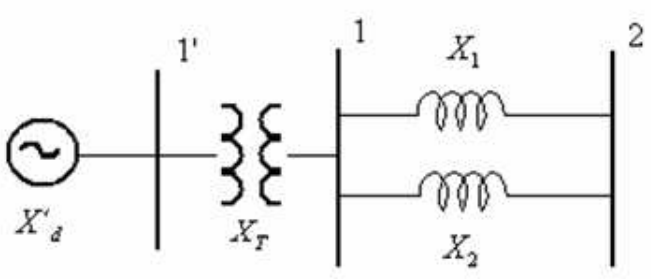

Figura 3.1: Diagrama Unifilar do Sistema MBI.

Sendo sua reatância transitória X'_d e admitindo-se que a tensão na barra infinita é V_∞ e a tensão na barra terminal é V_T e considerando-se que as duas estão conectadas através de uma reatância pura, então a potência ativa que circula na linha do barramento terminal para o barramento infinito é dada pela expressão:

$$P_{12} = \frac{V_1 V_2}{X_{12}} \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) \tag{3.4}$$

A corrente elétrica que circula na máquina é:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{jX_{12}} \tag{3.5}$$

A tensão no gerador é obtida pela expressão:

$$E_g = E_1 + jI(X'_d + X_t) \tag{3.6}$$

Reduzindo-se a rede às barras das forças eletromotrizes constantes, obtém-se:

$$X_l = \frac{X_1 \times X_2}{X_1 + X_2} \tag{3.7}$$

$$X_e = X_l + X_t \tag{3.8}$$

E então temos o seguinte circuito equivalente representado na figura (3.2):

Portanto, a equação que descreve a potência elétrica ativa entregue à rede pela máquina, durante o período pré-falta, é dada pela expressão:

$$P_e^{prf} = \frac{E_g \times V_2}{X'_d + X_e} sen\delta \tag{3.9}$$

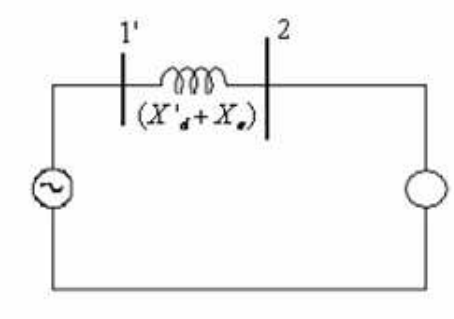

Figura 3.2: Circuito Equivalente do Sistema Pré-Falta.

E, então, a equação diferencial que descreve o comportamento pré-falta é:

$$M\ddot{\delta} = P_m - \frac{E_g \times V_2}{X'_d + X_e} sen\delta \tag{3.10}$$

O mesmo procedimento deve ser feito para encontrar as equações de oscilações das situações em falta e pós-falta. Seja o diagrama de impedâncias mostrado na figura (3.3), que representa a ocorrência de um curto-circuito trifásico na linha de tansmissão 2.

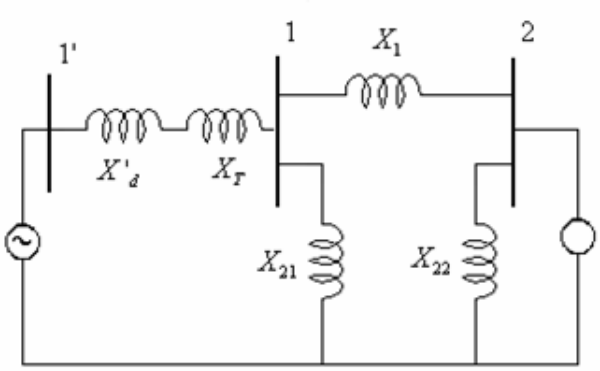

Figura 3.3: Circuito Equivalente do Sistema em Falta.

Elimina-se a barra 1 através de uma transformação estrela-triângulo:

$$X_f = \frac{(X'_d + X_t)X_1 + X_1X_{21} + X_{21}(X'_d + X_t)}{X_{21}} \tag{3.11}$$

Conclui-se, então, que a potência elétrica transmitida do gerador à barra infinita durante o tempo em que o curto persiste é igual à:

$$P_e^f = \frac{E_g \times V_2}{X_f} sen\delta \ . \tag{3.12}$$

Para o sistema pós-falta, após a abertura da linha 2, tem-se:

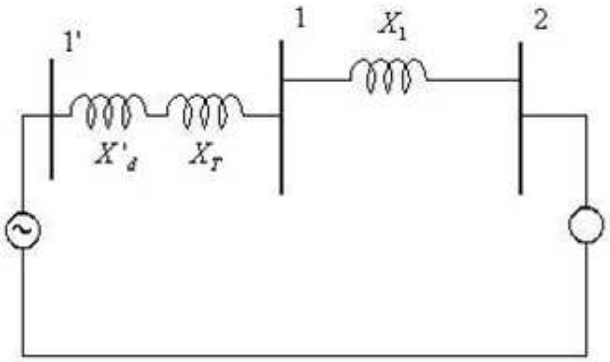

Figura 3.4: Circuito Equivalente do Sistema Pós-Falta.

Reduzindo-se os nós das forças eletromotrizes, obtém-se, portanto:

$$P_e^{pf} = \frac{E_g \times V_2}{X_{pf}} sen\delta \tag{3.13}$$

em que

$$X_{pf} = X'_d + X_t + X_1 \ . \tag{3.14}$$

3.2 Sistema Multimáquinas

No caso de sistemas multimáquinas, não existem máquinas ou subsistemas que possam ser considerados como barramentos infinitos, tornando-se o estudo da estabilidade um pouco mais complexo. As máquinas estão interligadas por linhas de transmissão, de forma que a potência elétrica P_{ei} fornecida pela máquina i é uma função complexa que envolve as equações diferenciais da máquina síncrona, e as equações algébricas da rede e das máquinas.

Adotar-se-ão as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. Admite-se que a rede esteja em regime permanente.

2. A máquina síncrona é representada por uma fonte de tensão de magnitude constante, determinada pelas condições de regime permanente existentes antes da falta, em série com a reatância transitória de eixo direto.

3. O ângulo de fase de tensão atrás da reatância transitória coincide com o ângulo do rotor δ_i.

4. As cargas são representadas por impedâncias constantes, calculadas das condições de tensão pré-falta obtidas de um fluxo de carga.

5. A potência mecânica P_{mi} permanece constante e igual ao seu valor pré-falta durante o intervalo de tempo de interesse.

Seja o sistema elétrico de potência constituído por n geradores e pela rede de transmissão descrita pela matriz admitância Y_{BUS}. Os n geradores estão conectados à rede através de suas reatâncias transitórias nos n primeiros nós da rede. Nos próximos m nós da rede só existem cargas conectadas e a rede de transmissão Y_{BUS} completa tem $n+m$ nós.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

À rede de transmissão Y_{BUS} acrescentam-se as cargas, as reatâncias transitórias e os n nós internos aos geradores, obtendo-se uma rede $\tilde{Y}_{BUS}$ de $2n+m$ nós. As cargas são representadas por impedâncias constantes, calculadas das condições pré-falta obtidas de um fluxo de carga (BRETAS; ALBERTO, 2000).

$$Y_{Li} = \frac{P_{Li} - jQ_{Li}}{|V_i|^2} \tag{3.16}$$

com $i = n+1, \ldots, 2n+m$, em que:

$P_{Li} - jQ_{Li}$ é a potência de carga no barramento i.

$|V_i|$ é a magnitude do fasor tensão no barramento i.

A matriz Y é denotada como sendo a matriz diagonal $n \times n$, em que os elementos da diagonal são as admitânicas transitórias dos geradores:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1' & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_2' & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Y_n' \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

e Y_l como sendo a matriz diagonal $(n+m) \times (n+m)$, em que os elementos da diagonal são as admitâncias constantes das cargas:

$$Y_l = \begin{bmatrix} Y_{lg} & 0 \\ 0 & Y_{ll} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{l1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_{l2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Y_{l(n+m)} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

onde Y_{lg} tem dimensão $n \times n$ e contém as impedâncias das cargas que estão conectadas às n primeiras barras do sistema de transmissão, as quais possuem também um gerador conectado. Y_{ll} tem dimensão $m \times m$ e contém as admitâncias das cargas das últimas m barras onde existem apenas cargas conectadas.

Assim, pode-se montar a matriz admitância $\tilde{Y}_{BUS}$:

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} Y & -Y & 0 \\ -Y & Y_1 + Y + Y_{lg} & Y_2 \\ 0 & Y_3 & Y_4 + Y_{ll} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

Para o estudo da estabilidade, está-se interessado primeiramente na variação dos ângulos das máquinas como uma função do tempo. Em geral, preocupa-se com o sincronismo entre as máquinas do sistema. Portanto, pode-se reduzir $\tilde{Y}_{BUS}$ aos n primeiros nós obtendo-se a matriz admitância reduzida Y_{RED} que possui n nós fictícios internos às máquinas. Esse procedimento simplifica a obtenção de uma expressão analítica para P_{ei} em termos dos $\delta_i' s$.

Como as cargas foram inseridas como impedâncias constantes na matriz admitância, a injeção de corrente em todas as barras é igual a zero, exceto nas barras fictícias que estão conectadas às f.e.m. dos geradores.

Desta forma, pode-se particionar $\tilde{Y}_{BUS}$ da seguinte forma:

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

e escrever:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ E \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

e obtém-se as seguintes equações:

$$I_G = Y_A E_G + Y_B E \tag{3.22}$$

$$0 = Y_C E_G + Y_D E \tag{3.23}$$

da segunda equação tem-se que:

$$E = Y_D^{-1} Y_C E_G \tag{3.24}$$

e substituindo-se na primeira obtém-se:

$$I_G = (Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C) E_G = Y_{RED} E_G \tag{3.25}$$

A expressão para potência ativa gerada é:

$$P_{ei} = Re\left[E_i I_i^*\right] = Re\left[E_i \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^* E_{ij}^*\right] \tag{3.26}$$

com $i = 1, 2, \ldots, n$, em que:

$$E_i = |E_i| \angle \delta_i \tag{3.27}$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij} \tag{3.28}$$

Então,

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |E_i||E_j||Y_{ij}| \cos(\phi_{ij} - (\delta_i - \delta_j)) \tag{3.29}$$

ou

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |E_i||E_j||Y_{ij}| \left[\cos(\phi_{ij}) \cos(\delta_i - \delta_j) + sen(\phi_{ij}) sen(\delta_i - \delta_j)\right] \tag{3.30}$$

Definindo-se (PAI, 1931):

$$|E_i||E_j||Y_{ij}|\cos(\phi_{ij}) = |E_i||E_j|G_{ij} \triangleq D_{ij} \tag{3.31}$$

$$|E_i||E_j||Y_{ij}|sen(\phi_{ij}) = |E_i||E_j|B_{ij} \triangleq C_{ij} \tag{3.32}$$

Tem-se, portanto:

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} [C_{ij} sen(\delta_i - \delta_j) + D_{ij}\cos(\delta_i - \delta_j)] \tag{3.33}$$

A equação dinâmica do sistema que descreve o comportamento dos ângulos no tempo em função dos parâmetros da rede é obtida substituindo-se na equação diferencial a expressão de P_{ei}:

$$M\ddot{\delta}_i + D\dot{\delta}_i = P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} [C_{ij} sen(\delta_i - \delta_j) + D_{ij}\cos(\delta_i - \delta_j)] \tag{3.34}$$

e a representação na forma de variáveis de estado:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i \\ \\ M\dot{\omega}_i + D\omega_i = P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} [C_{ij} sen(\delta_i - \delta_j) + D_{ij}\cos(\delta_i - \delta_j)] \end{cases} \tag{3.35}$$

Assim, o Método Tradicional de Análise de Estabilidade consiste em resolver um conjunto de equações diferenciais através de simulações numéricas, uma vez que essas equações diferenciais não possuem solução algébrica, observando-se o comportamento dinâmico do sistema. Diversas técnicas de integração numérica, encontradas na literatura, podem ser aplicadas para se obter a solução aproximada de equações diferenciais não-lineares como, por exemplo, o método de Runge-Kutta de quarta ordem, utilizado neste trabalho.

Capítulo 4

Métodos Diretos

O método visto no capítulo anterior é inadequado para aplicações em tempo real na análise de estabilidade transitória, uma vez que inúmeras soluções numéricas das equações diferenciais devem ser efetuadas para a determinação do tempo crítico de abertura.

Já os métodos diretos permitem se estudar a estabilidade sem a necessidade de se resolver as equações diferenciais e são ideais para aplicações em tempo real.

É possível definir uma função energia para o sistema de forma a estudá-lo sem a necessidade de descrever o movimento completo, isto é, pode-se concluir a respeito dos estados iniciais e finais do movimento sem que se conheça qual a trajetória que o retirou do estado inicial e o levou ao estado final.

Neste capítulo são mostradas as principais técnicas de cálculo da área de atração baseadas na função energia, em que se descatacam o Método do Ponto de Equilíbrio de Menor Energia, o Critério da Aceleração, Método PEBS e Método BCU (PAI, 1931).

4.1 Critério das Áreas Iguais

O critério das áreas iguais foi a primeira ideia que surgiu para resolver o problema de estabilidade de maneira rápida. Ele está fundamentado no conceito de energia do sistema.

O sistema de uma máquina versus o barramento infinito é um sistema conservativo se as perdas por amortecimento forem desconsideradas. Logo, pode-se aplicar o método da primeira integral para definir-se uma função para o sistema de potência.

Seja a equação do sistema do problema de uma máquina versus o barramento infinito:

$$M\frac{d\omega}{dt} = P_m - \frac{E'V}{X}\text{sen}\delta = P_m - P_{max}\text{sen}\delta \tag{4.1}$$

Multiplicando-se por ω obtém-se:

$$M\omega\frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_{max}\text{sen}\delta)\,\omega = (P_m - P_{max}\text{sen}\delta)\,\frac{d\delta}{dt} \tag{4.2}$$

ou seja:

$$M\omega d\omega = (P_m - P_{max}\text{sen}\delta)\,d\delta \tag{4.3}$$

Integrando esta equação, e tomando-se como referência a velocidade $\omega = 0$ e o ângulo de equilíbrio estável δ^s , obtém-se:

$$E_c = M\frac{\omega^2}{2} \tag{4.4}$$

$$E_p = -P_m\,(\delta - \delta^s) - P_{max}\,(\cos\delta - \cos\delta^s) \tag{4.5}$$

Observa-se que o cálculo da integral correspondente à energia potencial é equivalente ao cálculo de áreas na curva de potência.

Visto que o ângulo máximo que pode ser atingido após a eliminação do defeito, para que o sistema permaneça estável, é o ângulo correspondente ao ponto de equilíbrio instável δ_u e admitindo-se que o defeito tenha sido eliminado em certo ângulo $\delta^a = \delta_{cr}$ tal que o sistema atinja a velocidade síncrona exatamente no ângulo δ^u a energia potencial do sistema em δ^u é:

$$-\int_{\delta^s}^{\delta^u}\left(P_m - P_e^{pf}(\delta)\right)d\delta = A_1 + A_2 \tag{4.6}$$

em que A_1 e A_2 são as áreas indicadas na figura (4.1).

A energia potencial no instante de abertura é igual a:

$$\int_{\delta^s}^{\delta^a}\left(P_m - P_e^{pf}(\delta)\right)d\delta = A_1 \tag{4.7}$$

O sistema em falta também é conservativo, ou seja, a variação de energia cinética é sempre igual ao negativo da variação de energia potencial. Logo,

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = \int_{\delta^0}^{\delta^a}\left(P_m - P_e^{pf}(\delta)\right)d\delta \tag{4.8}$$

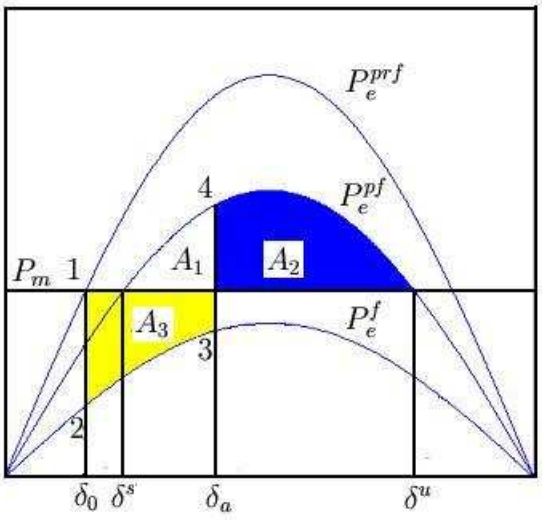

Figura 4.1: Critério das Áreas.

Como a energia cinética no instante inicial é nula, sabe-se que a energia cinética no instante de abertura é:

$$E_c \;=\; \Delta E_c \;=\; \int_{\delta^0}^{\delta^a} \left(P_m - P_e^{pf}(\delta)\right) d\delta \;=\; A_3 \tag{4.9}$$

Para que o defeito seja eliminado criticamente, a energia total no instante de abertura no ponto 4 da figura deverá ser igual à energia potencial do ponto de equilíbrio δ^u , isto é,

$$E_c\Big|_{\delta_a} + E_p(\delta_a) \;=\; E_p(\delta^u) \tag{4.10}$$

$$A_3 \;+\; A_1 \;=\; A_1 + A_2 \tag{4.11}$$

ou seja,

$$A_3 \;=\; A_2 \tag{4.12}$$

Se o defeito é eliminado em certo ângulo δ_a tal que $A_3 < A_2$ então o sistema é estável. Caso contrário ele é instável. Da igualdade anterior é possível encontrar para o ângulo crítico de abertura δ_{cr}.

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} \left(P_m - P_{max}^f \text{sen}\delta\right) d\delta \;=\; -\int_{\delta_{cr}}^{\delta_u} \left(P_m - P_{max}^{pf} \text{sen}\delta\right) d\delta \tag{4.13}$$

Calculando as integrais anteriores, tem-se:

$$\begin{aligned} P_m\left(\delta_{cr}-\delta_0\right)+P_{max}^{f}\left(\cos\delta_{cr}-\cos\delta_0\right) &= P_m\left(\delta_{cr}-\delta^u\right)+P_{max}^{pf}\left(\cos\delta_{cr}-\cos\delta^u\right) \\ \left(P_{max}^{f}-P_{max}^{pf}\right)\cos\delta_{cr} &= P_m\left(\delta_0-\delta_u\right)+P_{max}^{f}\cos\delta_0-P_{max}^{pf}\cos\delta^u \end{aligned}$$

e explicitando-se δ_{cr} , chega-se a:

$$\delta_{cr}=\arccos\left(\frac{P_m\left(\delta_0-\delta_u\right)+P_{max}^{f}\cos\delta_0-P_{max}^{pf}\cos\delta^u}{P_{max}^{f}-P_{max}^{pf}}\right) \tag{4.14}$$

Assim, obtém-se o ângulo crítico de abertura sem o conhecimento da solução das equações diferenciais. A única informação adicional necessária é o conhecimento do ângulo de equilíbrio instável do sistema pós-falta.

Embora tenha sido determinado algebricamente, é necessária a realização de uma simulação numérica do sistema em falta até que $\delta=\delta_{cr}$. No instante em que isso ocorre corresponde ao tempo crítico de abertura t_{cr}.

4.2 Análise da Estabilidade pelo Método de Lyapunov

Nos sistemas de potência, a estabilidade global nem sempre ocorre. Em geral, apenas um conjunto de condições iniciais, contido no espaço $\mathbb{R}^n$, possui trajetórias que convergem para o ponto de equilíbrio estável e a determinação deste conjunto de condições iniciais é o principal objetivo das análises. Matematicamente, esse conjunto é denominado área de atração ou região de estabilidade e para um ponto de equilíbrio estável x_0 é definido por:

$$A(x_0)\triangleq\{x\in\mathbb{R}^n:\varphi(t,x)\longrightarrow x_0,\quad quando\quad t\longrightarrow\infty\} \tag{4.15}$$

Determinada a área de atração A do ponto de equilíbrio estável do sistema pós-falta, simula-se o sistema em falta até que sua órbita abandone a área de atração A do sistema pós-falta, e o tempo em que a órbita do sistema em falta abandona a área de atração do pós-falta é o tempo crítico de abertura.

Assim, se o defeito for eliminado antes do tempo crítico de abertura, a condição inicial do sistema pós-falta estará contida na área de atração e o sistema permanecerá estável.

O método de Lyapunov tem sido um dos métodos mais adequados para a análise da estabilidade por ser um método direto e fornecer informações a respeito da área de atração. O problema dessa metodologia é a necessidade de criar funções auxiliares, que permitem a análise da estabilidade. A criação dessas funções não é trivial, e sua boa escolha é fundamental para uma boa estimativa da área de atração.

Embora não existam procedimentos sistemáticos para encontrar funções de Lyapunov, as funções energia em geral são boas tentativas para se encontrar uma função de Lyapunov.

Uma Máquina como Referência

Não é possível se estudar matematicamente a estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema, na sua formulação original, uma vez que na ausência de regulador de velocidade as variações de velocidade das máquinas síncronas podem não evoluir para zero. Para contornar tal dificuldade formula-se o problema matematicamente em termos de sincronismo entre as máquinas.

Definição 4.2.1 *Diz-se que as soluções x_t e y_t estão sincronizadas se, e somente se, $||x(t)-y(t)|| \leq L$, para qualquer $t \geq t_0$, em que L pode ser escolhido de acordo com os limites do sistema* $(PAI, 1931)$.

A relação entre o sincronismo e estabilidade não é encontrada de forma direta, pela ausência de uma refêrencia. Desta forma, torna-se necessário no sistema multimáquinas a adoção de um referencial girante à velocidade síncrona. A necessidade desse referencial fica evidente, visto que se as máquinas acelerassem indefinidamente, porém conjuntamente, o sincronismo seria mantido, porém a velocidade se afastaria significativamente da velocidade síncrona.

As formulações utilizando uma máquina como referência e utilizando o centro de ângulo como referência são então apresentados.

Um sistema de n máquinas pode ser convertido em um sistema de $n-1$ máquinas (BRETAS; ALBERTO, 2000). Sejam as equações de balanço de n máquinas:

$$\begin{aligned} M_1\dot{\omega}_1 &= P_{m1} - P_{e1} \\ M_2\dot{\omega}_2 &= P_{m2} - P_{e2} \\ &\vdots \\ M_n\dot{\omega}_n &= P_{mn} - P_{en} \\ \dot{\delta}_1 &= \omega_1 \\ \dot{\delta}_2 &= \omega_2 \\ &\vdots \\ \dot{\delta}_n &= \omega_n \end{aligned}$$

Dividindo-se cada equação pelo seu coeficiente de inércia, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{P_{m2} - P_{e2}}{M_2} \\ &\vdots \\ \dot{\omega}_n &= \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Tomando-se a máquina n como referência, obtém-se um novo conjunto de $2(n-1)$ equações diferenciais que representam o sistema, mais a equação da máquina utilizada como referência, subtraindo-se todas as equações da equação da máquina tomada como referência, como em Bretas e Alberto (2000).

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{1n} & = & \dfrac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} - \dfrac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ & \vdots & \\ \dot{\omega}_{(n-1)n} & = & \dfrac{P_{m(n-1)} - P_{e(n-1)}}{M_{n-1}} - \dfrac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ \\ \dot{\delta}_{1n} & = & \omega_1 - \omega_n \\ & \vdots & \\ \dot{\delta}_{(n-1)n} & = & \omega_{(n-1)} - \omega_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\omega}_n & = & \dfrac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ \dot{\delta}_n & = & \omega_n \end{cases}$$

Desta forma, procura-se então estudar o sincronismo entre as máquinas, observando-se as $2(n-1)$ equações diferenciais resultantes da subtração que passa a ser desacoplado das equações da máquina de referência.

O estudo da estabilidade deste subsistema corresponde ao estudo do sincronismo das máquinas no sistema original, visto que, no equilíbrio deste subsistema todas as máquinas possuirão a mesma velocidade e a mesma aceleração.

Centro de Ângulo como Referência

O centro de ângulo como referência é equivalente à representação do sistema em que se utiliza uma máquina como referência. Define-se o centro de ângulo (COA) de um sistema como sendo um ângulo formado pela média dos ângulos de todos os geradores, ponderada pelas constantes de inércia das máquinas, de acordo com Bretas e Alberto (2000):

$$\delta_0 = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^{n} M_i \delta_i \tag{4.17}$$

em que

$$M_T = \sum_{i=1}^{n} M_i \tag{4.18}$$

Derivando (4.17), tem-se:

$$\omega_0 = \frac{1}{M_T}\sum_{i=1}^{n} M_i\omega_i \tag{4.19}$$

e, derivando-se esta equação, obtém-se a equação que descreve a dinâmica do COA.

$$M_T\ \dot{\omega}_0 = \sum_{i=1}^{n}(P_{mi} - P_{ei}) = P_{COA} \tag{4.20}$$

Uma vez definido o COA, ele é tomado como referência de forma que todas as variáveis do sistema são medidas relativamente a ele.

4.3 Função de Lyapunov para Sistemas de Potência

Nas análises de estabilidade transitória através de métodos da energia, está-se interessado em calcular a energia dos pontos de equilíbrio instável. A aproximação do caminho da integração por uma reta deve ser utilizada, pois não existe um caminho definido entre o ponto de equilíbrio estável e o ponto de equilíbrio instável que possa ser empregado para o cálculo da integral. Essa função energia será utilizada como função de Lyapunov aproximada para sistemas de potência.

Define-se primeiramente novas variáveis: $\theta_i = \delta_i - \delta_0$ e $\dot{\theta}_i = \widetilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_0$. Desconsiderando os amortecimentos, as equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema na formulação do Centro de Ângulo como referência são dadas por:

$$M_T\ \dot{\omega}_0 = P_{COA} \tag{4.21}$$

$$M_i\ddot{\theta}_i = P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T}P_{COA} \tag{4.22}$$

em que

$$P_{COA} = \sum_{i=1}^{n}\left(P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}\right) - 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n} D_{ij}\cos(\delta_{ij}) \tag{4.23}$$

Multiplicando-se a i-ésima equação de oscilação por $\dot{\theta}_i$ e efetuando-se a soma das equações resultantes, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[M_i\dot{\widetilde{\omega}}_i - P_{mi} + |E_i|^2 G_{ii} + P_{ei} + \frac{M_i}{M_T}P_{COA}\right]\dot{\theta}_i = 0 \tag{4.24}$$

Usando-se as igualdades $C_{ij} = C_{ji}$ e $D_{ij} = D_{ji}$, obtém-se:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} C_{ij}\text{sen}(\theta_{ij})\dot{\theta}_i = \sum_{j=i+1}^{n} C_{ij}\text{sen}(\theta_{ij})\frac{d(\theta_i-\theta_j)}{dt}dt \tag{4.25}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} D_{ij}\cos(\theta_{ij})\dot{\theta}_i = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} D_{ij}\cos(\theta_{ij})\frac{d(\theta_i+\theta_j)}{dt} \tag{4.26}$$

Substituindo as equações anteriores em (4.24) e integrando-se então, chega-se a:

$$\begin{aligned} V = & \int_0^t \sum_{i=1}^{n} M_i\widetilde{\omega}_i^2\frac{d\widetilde{\omega}}{dt}dt - \int_0^t \sum_{i=1}^{n}\left(P_{mi}-|E_i|^2G_{ii}\right)\frac{d\theta}{dt}dt \\ + & \int_0^t \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} C_{ij}\text{sen}(\theta_{ij})\frac{d(\theta_i-\theta_j)}{dt}dt \\ + & \int_0^t \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} D_{ij}\cos(\theta_{ij})\frac{d(\theta_i+\theta_j)}{dt}dt\ . \end{aligned} \tag{4.27}$$

Observa-se na equação anterior que a variável tempo pode ser eliminada. Considerando-se que o sistema esteja no ponto de equilíbrio estável $(\theta^s, 0)$ em $t = t_0$ e resolvendo-se as integrais, chega-se a (PAI, 1931):

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} M_i\widetilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^{n}\left(P_{mi}-|E_i|^2G_{ii}\right)(\theta_i-\theta_i^s) \tag{4.28}$$

$$- \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left[C_{ij}\left(\cos(\theta_{ij})-\cos(\theta_{ij}^s)\right) - \int_{\theta_i^s+\theta_j^s}^{\theta_i+\theta_j} D_{ij}\cos(\theta_{ij})d(\theta_i+\theta_j)\right] \tag{4.29}$$

A última parcela de V é uma integral dependente do caminho. Esta integral pode ser calculada aproximando-se o caminho de integração por uma reta, obtendo-se a seguinte expressão para essa integral (ATHAY; PODMORE; VIRMANI, 1979):

$$\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} D_{ij}\,\frac{\theta_i+\theta_j-\theta_i^s-\theta_j^s}{\theta_i-\theta_j-\theta_i^s+\theta_j^s}\left[\text{sen}(\theta_i-\theta_j)-\text{sen}(\theta_i^s-\theta_j^s)\right] \tag{4.30}$$

O efeito deste termo não é muito significativo no cálculo da energia, de tal forma que a função energia V, em alguns casos, pode ser considerada uma função de Lyapunov aproximada para o sistema de potência.

4.4 Técnicas de Avaliação da Área de Atração

4.4.1 Ponto de Equilíbrio de Menor Energia

Sejam $x_i's$ os pontos de equilíbrio. Calculam-se as energias $V(x_i)$ em todos os pontos de equilíbrio instável e a energia crítica é definida como sendo a energia do ponto de equilíbrio instável que tiver a menor energia potencial entre eles, ou seja (BRETAS; ALBERTO, 2000):

$$V_{cr} = \min(V(x_i)) \tag{4.31}$$

O ponto de equilíbrio instável que possui a menor energia potencial é o ponto de equilíbrio que está mais próximo energeticamente do ponto de equilíbrio estável em estudo. Uma vez determinada a energia crítica, simula-se numericamente o sistema durante a falta e calcula-se, a cada passo de integração, a energia do sistema. O instante de tempo em que a energia do sistema atingir o valor da energia crítica será uma aproximação do tempo crítico de abertura. Se $x_f(t)$ é a trajetória do sistema durante a falta, o tempo crítico será determinado pela igualdade:

$$V(x_f(t_{cr})) = V_{cr} \tag{4.32}$$

Apenas informações do sistema pós-falta são utilizadas para se estimar a área de atração, não se levando em consideração a informação da trajetória do sistema durante a falta. Assim, para alguns defeitos, a estimativa do tempo crítico pode não ser satisfatória.

4.4.2 Pontos de Equilíbrio Instável Aproximados e Modos de Instabilidade

A ideia dos pontos de equilíbrio aproximados surgiu para tentar solucionar o problema do cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis do método anterior, que nada mais é do que o cálculo dos zeros de uma função não-linear.

Desprezando-se as condutâncias de transferência $D_{ij}'s$, tem-se que:

$$P_{mi} - |E_i|^2 G_{ij} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} [C_{ij}\text{sen}(\phi_i - \phi_j)] - \frac{M_i}{M_T} P_{COA} = 0 \tag{4.33}$$

com $i = 1, 2, \ldots, n$.

A ideia para se estimar a localização dos pontos de equilíbrio instável é bastante simples e tem origem no sistema de uma máquina versus barramento infinito. O ponto de

equilíbrio instável pode ser encontrado facilmente uma vez que este está sempre próximo à origem com os ângulos pertencentes aos intervalos $(-\pi/2, \pi/2)$. Admita, portanto, que θ^s seja o valor correspondente aos ângulos do ponto de equilíbrio estável e seja θ_i^s o i-ésimo elemento deste vetor.

Tomando-se a n-ésima máquina como referência, obtém-se as novas variáveis $\theta_{in}^s = \theta_i^s - \theta_n^s$. Portanto, altera-se a diferença entre o ângulo da máquina i e o da máquina de referência do valor θ_{in}^s para $\pi - \theta_{in}^s$ sem alterar as demais diferenças, obter-se-ia um novo ponto de equilíbrio $\left(\theta_{1n}^s, \theta_{2n}^s, \ldots, \pi - \theta_{in}^s, \ldots, \theta_{(n-1)n}^s\right)$ para o sistema. Neste ponto de equilíbrio ter-se-ia o ângulo da máquina i maior que o ângulo das demais. Este ponto de equilíbrio estaria associado, portanto, à perda de sincronismo por aceleração da máquina i, uma vez que a trajetória do sistema neste caso passaria nas proximidades deste ponto de equilíbrio.

Estes pontos de equilíbrio são denominados pontos de equilíbrio instável aproximados, que podem ser utilizados como condições iniciais para o cálculo numérico dos verdadeiros pontos de equilíbrio instável. O número de pontos de equilíbrio instável pode ser bastante grande, principalmente em sistemas de grande porte, tornando-se assim impraticáveis os cálculos de todos estes pontos de equilíbrio do ponto de vista computacional.

4.4.3 Critério da Aceleração

O critério da aceleração foi o primeiro método a levar em consideração a trajetória do sistema durante o defeito, com o objetivo de eliminar as estimativas muito conservativas até então obtidas com o método existente. A ideia é utilizar o ponto de equilíbrio instável que estiver na direção ou proximidade da trajetória do sistema durante o curto.

A primeira ideia é verificar no tempo $t = 0^+$, logo após a ocorrência da falta, qual máquina possui a maior razão aceleração inicial por momento de inércia. Espera-se que esta máquina acelere muito mais rápido que as demais. Assim, escolhe-se o ponto de equilíbrio instável aproximado associado à aceleração desta máquina para a determinação de V_{cr}. Neste ponto, pode-se utilizar a energia do próprio ponto de equilíbrio aproximado como energia crítica ou então utilizar métodos numéricos para se encontrar o verdadeiro ponto de equilíbrio instável, tendo o aproximado como condição inicial.

Mas, logo se verificou que a máquina que possui maior aceleração inicial por momento de inércia, nem sempre definia o ponto de equilíbrio instável importante. Às vezes,

outra máquina em tempo um pouco maior, ultrapassava a primeira e acelerava mais rápido. Algumas variações desse método analisavam a aceleração em um tempo um pouco maior.

O ponto de equilíbrio instável utilizado para limitar a área de atração é conhecido como ponto de equilíbrio de controle. Os métodos que procuram ponto de equilíbrio de controle não utilizam a ideia de estimativa pelo ponto de equilíbrio de menor energia justamente para tentar eliminar a conservatividade das estimativas.

Este conceito baseia-se no fato de que não é necessário estimar a área de atração do sistema por completo, sendo apenas a parte importante, relativa ao defeito em estudo deve ser estimada. Todos os métodos que utilizam esta ideia tem o seguinte procedimento para análise de estabilidade através do conceito de ponto de equilíbrio de controle:

1. determina-se o ponto de equilíbrio instável de controle x_c correspondente à trajetória da falta $x_f(t)$ (existem diversos métodos para encontrar o ponto de equilíbrio de controle, dentre eles destacam-se o critério de aceleração associado aos modos aproximados de instabilidade e o BCU, que será visto adiante);

2. determina-se o valor da energia crítica como sendo o valor da função energia calculada no ponto de equilíbrio instável de controle: $V_{cr} = V(x_c)$. Utilizar-se-á a superfície de energia constante $\partial S(V_{cr})$ como sendo a aproximação da parte importante da fronteira da área de atração;

3. calcula-se a função energia do sistema pós-falta no instante de abertura: $V_{ab} = V(x_f(t_{ab}))$;

4. se $V_{ab} < V_{cr}$, conclui-se que o sistema é estável. Caso contrário, assume-se que o sistema é instável para a perturbação considerada.

4.4.4 Método PEBS (Potential Energy Boundary Surface)

Seja o sistema de uma máquina - barramento infinito. Como se viu, as equações diferenciais que descrevem a dinâmica deste sistema é:

$$\dot{\delta} = \omega \tag{4.34}$$

$$M\dot{\omega} = P_m - P_{max}\text{sen}(\delta) - D\omega \tag{4.35}$$

Seja δ^s a posição de equilíbrio de interesse e considere-se a seguinte função energia

para o sistema:

$$V(\delta,\omega) = \frac{1}{2}M\omega^2 - P_m(\delta - \delta^s) - P_{max}(\cos(\delta) - \cos(\delta^s)) \tag{4.36}$$

que pode ser dividida em energia cinética e energia potencial.

$$V_k = \frac{1}{2}M\omega^2 \tag{4.37}$$

$$V_p = P_m(\delta - \delta^s) - P_{max}(\cos(\delta) - \cos(\delta^s)) \tag{4.38}$$

Nos pontos de equilíbrio do sistema, tem-se um ponto de extremo local e a variação de velocidade é nula neste ponto. Aos pontos extremos da energia potencial em torno do ponto de equilíbrio estável δ^s dá-se o nome de PEBS, que significa Superfície Limite da Energia Potencial.

O método PEBS aproveita estas ideias para encontrar o ponto de equilíbrio de controle. Integra-se numericamente a equação diferencial do sistema durante a falta até que a projeção da trajetória do sistema em falta no eixo do ângulo δ cruze a PEBS. A este ponto denomina-se "exit point". Observe-se que os pontos de equilíbrio de controle foram identificados sem a necessidade de calculá-los através de métodos numéricos. A extensão dessas ideias para sistemas multimáquinas não é trivial.

O ponto de equilíbrio estável está localizado na parte mais baixa da bacia, com a menor energia potencial, e os pontos de equilíbrio instáveis são máximos locais da energia potencial ao longo de alguma direção. Obviamente os pontos de equilíbrio instável não são suficientes para limitar a bacia energética ao redor do ponto de equilíbrio estável. A fronteira da bacia é composta por pontos extremos (máximos) de V_p e por linhas perpendiculares às curvas de nível de V_p, de tal forma que as linhas interligam os pontos extremos. O conjunto formado por estas linhas e pelos pontos extremos é conhecido como PEBS.

Logo, verifica-se o ponto no qual a trajetória do sistema em falta $x_f(t)$ cruza o PEBS. (Ponto no qual a energia potencial atinge um máximo em cima da trajetória da falta) Seja δ^* este ponto.

O valor da energia potencial em δ^* será a energia crítica $V_{cr} = Vp(\delta^*)$. Se no tempo de abertura t_a, $V(t_a) < V_{cr}$, o sistema é considerado estável.

4.4.5 Método BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point)

O método BCU tem seu fundamento no ponto de equilíbrio instável de controle para efetuar a estimativa da área de atração.

Seja o sistema de equações diferenciais que descreve a dinâmica do sistema pós-falta

$$\dot{\delta}_i = \omega_i \tag{4.39}$$

$$M_i\dot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei} - D_i\omega_i \tag{4.40}$$

em que $i = 1, 2, \ldots, n$.

Para encontrar o ponto de equilíbrio de controle, o método BCU utiliza-se da relação existente entre a fronteira de estabilidade do sistema original e a fronteira de estabilidade do sistema reduzido:

$$\dot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \tag{4.41}$$

em que $i = 1, 2, \ldots, n$, através dos seguintes passos:

1. da trajetória do sistema em falta $x_f(t) = (\delta(t), \omega(t))$, detecta-se o ponto de saída ("exit point") δ^* que é o ponto em que a projeção da trajetória $\delta(t)$ cruza a fronteira de estabilidade do sistema reduzido (PEBS).

2. utiliza-se o ponto δ^* como condição inicial e resolvem-se numericamente as equações diferenciais do sistema reduzido para encontrar o mínimo local de $\sum_{i=1}^{n} \|f_i(\delta)\|$, em que a função $\sum_{i=1}^{n} \|f_i(\delta)\|$ é medida da distância entre um ponto δ e os pontos de equilíbrio do sistema reduzido. Considere-se este ponto δ_0^*.

3. utiliza-se o ponto δ_0^* como condição inicial para encontrar o zero da função $f(\delta)$, ou seja, encontrar o ponto de equilíbrio instável de controle do sistema reduzido δ_{c0}^*.

4. o ponto de equilíbrio instável de controle do sistema pós-falta será $(\delta_{c0}^*, 0)$.

Capítulo 5

Teoria de Bifurcações

5.1 Introdução ao Estudo de Bifurcações

Neste capítulo, serão apresentadas as bifurcações locais mais comuns em sistemas de potência. Para a análise da estabilidade em sistemas de energia elétrica, as bifurcações Sela-Nó, bifurcações de Hopf e bifurcações de Singularidade Induzida são de extrema importância.

Como vários problemas físicos, os sistemas de potência são geralmente modelados por um conjunto de equações diferenciais que dependem de certos parâmetros como reatâncias, resistências, amortecimento mecânico e vários outros. Quando os parâmetros são variados, mudanças qualitativas podem ocorrer no comportamento do sistema, como por exemplo, a estabilidade de um ponto de equilíbrio de um modelo de sistema de potência mudar de localmente estável para instável em certos valores dos parâmetros do sistema. Estas mudanças são chamadas bifurcações e os valores dos parâmetros em que as mudanças ocorrem são chamados valores de bifurcação.

A avaliação dos autovalores da matriz Jacobiana em um ponto de equilíbrio indica o comportamento dinâmico na vizinhança do equilíbrio. A seguir ilustram-se os possíveis comportamentos das trajetórias do sistema em torno dos pontos singulares para o caso bidimensional. A figura da esquerda ilustra a localização no plano *Real* $\times$ *Imaginário* dos autovalores e à direita é mostrado o correspondente comportamento do sistema.

Figura 5.1: Foco Estável.

Figura 5.2: Foco Instável.

Figura 5.3: Nó Estável.

Figura 5.4: Nó Instável.

Figura 5.5: Centro.

Figura 5.6: Sela.

Nos casos especiais em que $\mu_1\ \mu_2 = 0$ e $\mu_1, \mu_2 = \pm j\beta$ diz-se que o sistema é degenerado ou não-hiperbólico. Em qualquer caso, é improvável que haverá um ponto de equilíbrio degenerado em um sistema, porém, esquecê-lo, simplificaria muito sua importância.

Definição 5.1.1 *O equilíbrio é chamado hiperbólico ou não-degenerado quando a matriz Jacobiana não possui autovalores com parte real igual a zero.*

Como uma equação diferencial que descreve um problema real envolve um ou mais parâmetros, quando se varia apenas um parâmetro, ele é comumente denotado por λ, e a equação diferencial passa a ser descrita como:

$$\dot{y} = f(y, \lambda). \tag{5.1}$$

Por este sistema ser dependente de λ, diz-se de uma família de equações diferenciais. As soluções dependem agora além da variável independente t, também do parâmetro λ,

$$y(t, \lambda). \tag{5.2}$$

Consequentemente, os pontos de equilíbrio, as matrizes Jacobianas e os autovalores μ dependem de λ,

$$\mu(\lambda) = \alpha(\lambda) + j\beta(\lambda). \tag{5.3}$$

Quando se varia o parâmetro λ, a posição e a descrição qualitativa dos pontos de equilíbrio podem variar. Por exemplo, considere um foco estável para algum valor de λ. Quando λ passa por algum valor crítico λ_0, a parte real $\alpha(\lambda)$ pode mudar de sinal e o ponto de equilíbrio pode mudar para um foco instável. Durante essa transação, um foco degenerado (um centro) é encontrado por um instante, como mostrado na figura (5.7). Isto faz a ocorrência dos casos degenerados ter um interesse especial.

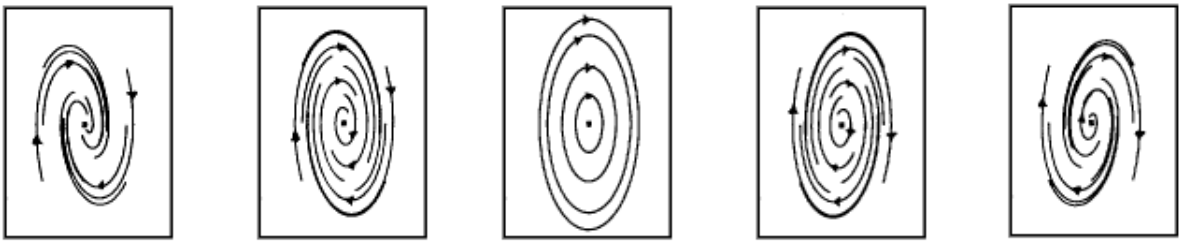

Figura 5.7: Um foco perde sua estabilidade quando λ passa por λ_0.

Resumindo, os casos degenerados podem ocorrer "momentaneamente". Frequentemente, mudanças qualitativas tais como perda de estabilidade são encontradas quando um caso degenerado é passado.

A maioria dos resultados anteriores se aplicam de forma geral aos vetores n-dimensionais. A matriz Jacobiana f_y consiste de n^2 derivadas parciais de primeira ordem $(\partial f_k/\partial y_j)$, com $k, j = 1, 2, \ldots, n$. O equilíbrio é caracterizado baseado nos autovalores $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ da matriz Jacobiana f_y^s. A situação estável do sistema de equações linearizadas pode ser facilmente concluído para o caso em que a matriz f_y^s tem n autovetores linearmente independentes w^k, com $k = 1, 2, \ldots, n$.

Assim, a solução $h(t)$ da equação $\dot{h} = f_y^s$ é uma combinação linear de n funções vetoriais $e^{\mu_k t} w^k$. O componente $e^{\mu_k t}$ satisfaz:

$$|e^{\mu t}| = |e^{\alpha t}||e^{j\beta}| = e^{\alpha t} = e^{Re\mu t} \tag{5.4}$$

Para $t \to \infty$ ele cresce para o infinito no caso de $Re\mu > 0$, e decai para zero no caso de $Re\mu < 0$. Desta forma, o sinal da parte real $Re\mu$ indica a estabilidade. Para f_y^s tendo autovalores múltiplos, autovetores generalizados podem ser necessários, w^k pode depender de t, mas o argumento da estabilidade é o mesmo. Os seguintes resultados gerais para estabilidade de sistemas não-lineares $\dot{y} = f(y)$ são atribuidos a Lyapunov:

Teorema 5.1.2 *Suponha-se que $f(y)$ é continuamente diferenciavel duas vezes e $f(y^s) = 0$. A parte real dos autovalores μ_j, com $j = 1, 2, \ldots, n$, da matrix Jacobiana em uma solução fixa y^s indica a estabilidade da seguinte maneira:*

1. *$Re(\mu_j) < 0$ para todo valor de j implica em estabilidade assintótica; e*

2. *$Re(\mu_k) > 0$ para um (ou mais) k implica em instabilidade.*

Este teorema estabelece o princípio da estabilidade linearizada. Para equilíbrio hiperbólico, a estabilidade local é determinada pelos autovalores da matriz Jacobiana. Para se dar ênfase ao caráter local deste critério de estabilidade, este tipo de estabilidade é chamado também *estabilidade condicional* ou *estabilidade linear*.

Assumindo então que λ é um parâmetro real, deve-se, portanto, estudar as soluções das equações diferenciais

$$\dot{y} = f(y, \lambda), \tag{5.5}$$

ou a solução de um sistema de equações algébricas

$$0 = f(y, \lambda). \tag{5.6}$$

Claramente as soluções y da equação (5.5) ou (5.6) variam com λ.

Definição 5.1.3 *Um ponto de ramificação ou ponto de bifurcação (com respeito a λ) é uma solução (y_0, λ_0) da equação (5.5) ou (5.6), em que o número de soluções muda quando λ passa por λ_0 ($SEYDEL$, 1994).*

Existem outros atratores que não são facilmente obtidos como equilíbrios, chamados ciclos-limite que serão discutidos na seção seguinte.

5.2 Ciclos-Limite

Os sistemas não-lineares podem apresentar oscilações de frequência fixa e amplitude independente das condições iniciais, portanto, oscilações determinadas apenas pelas propriedades estruturais do sistema. Estas oscilações são chamadas de ciclos-limite, ou oscilações auto excitadas (SLOTINE; LI, 1991).

Um ciclo-limite é uma solução periódica (órbita periódica), ou seja, depois que algum período de tempo T é decorrido, os valores da solução y são os mesmos:

$$y(t+T) = y(t). \tag{5.7}$$

O menor valor de $T > 0$ que satisfaz a esta equação é chamada período.

Em sistemas de segunda ordem, um ciclo-limite é definido como uma curva fechada e isolada, que divide o retrato de fase em duas regiões: uma interior e outra exterior ao ciclo-limite.

Oscilações prolongadas podem também ser encontradas em sistemas lineares, no caso de sistemas lineares marginalmente estáveis, ou na resposta a entradas senoidais. Entretanto, ciclos-limite em sistemas não-lineares são diferentes de oscilações lineares em dois aspectos fundamentais:

1. a amplitude da excitação mantida, independe das condições iniciais, enquanto que as oscilações dos sistemas lineares marginalmente estáveis têm sua amplitude determinada por suas condições iniciais.

2. sistemas lineares marginalmente estáveis são muito sensíveis a mundanças nos parâmetros do sistema, enquanto ciclos-limite não são facilmente afetados por mundanças nos parâmetros.

5.2.1 Classificação dos Ciclos-Limite

Dependendo do comportamento das trajetórias na vizinhança do ciclo-limite, pode-se distinguir três tipos de ciclos-limite:

- Ciclo-Limite Estável: qualquer trajetória na vizinhança do ciclo-limite converge para ele quando $t \to \infty$;

- Ciclo-Limite Instável: qualquer trajetória na vizinhança do ciclo-limite diverge dele quando $t \to \infty$. Apenas as trajetórias que se iniciam no ciclo-limite, nele permanecem;

- Ciclo-Limite Semi-Estável: algumas trajetórias na vizinhança do ciclo-limite convergem para ele, enquanto outras divergem dele, dependendo se interior ou exterior ao ciclo-limite, quando $t \to \infty$. Um ciclo-limite semi-estável pode ser estável interno ou estável externo.

A figura (5.8) ilustra os possíveis tipos de ciclos-limite existentes e o comportamento de suas trajetórias.

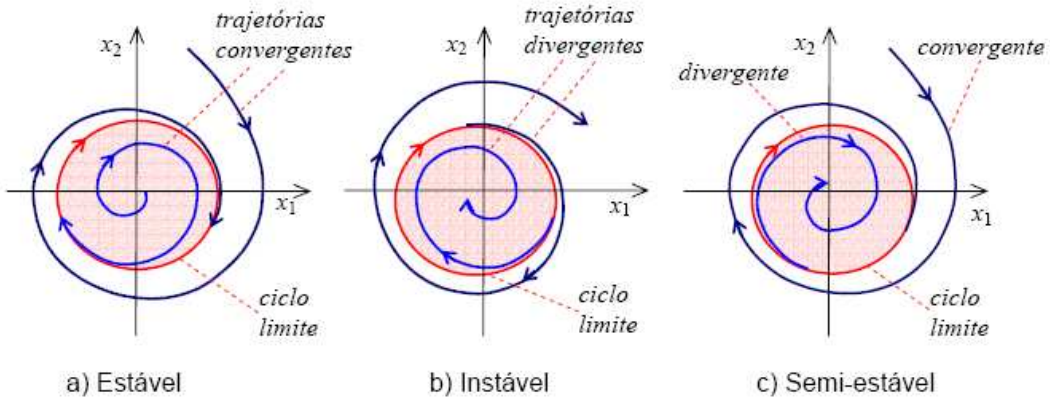

Figura 5.8: Tipos de Ciclos-Limite.

5.3 Bifurcação Sela-Nó

Uma das bifurcações mais importantes é a bifurcação Sela-Nó (SNB), que pode ser encontrada em vários estudos na área de estabilidade de sistemas de potência.

O nome "sela-nó" é motivado pelo comportamento em relação a estabilidade das soluções quando elas são interpretadas como equilíbrios de equações diferenciais. Em outros casos, o ponto de sela-nó é conhecido como "ponto de colapso", em que duas soluções distintas tornam-se uma solução e a matriz Jacobiana torna-se singular.

Algumas condições básicas são necessárias para sua ocorrência, como, por exemplo, $f(y_0, \lambda_0) = 0$, o que garante que a solução considerada é um ponto de equilíbrio. O posto

de $f_y(y_0, \lambda_0)$ deve ser $n-1$, o que assegura que o ponto é não-hiperbólico.

Estas condições são necessárias, mas não suficientes. Entetanto, quando uma bifurcação estática ocorre, pode-se distinguir a bifurcação Sela-Nó das outras do tipo estáticas. A matriz $(f_y(y_0, \lambda_0)|f_\lambda(y_0, \lambda_0))$ tem posto n nos pontos de bifurcação Sela-Nó e $(n-1)$ nos outros pontos de bifurcação estáticas.

Observa-se também que num espaço de estado, todos os ramos de pontos fixos que encontram o ponto de bifurcação Sela-Nó tem a mesma tangente. Esta propriedade não ocorre nos outros pontos de bifurcação. Com essas conclusões, chega-se finalmente à seguinte definição:

Definição 5.3.1 *O ponto (y_0, λ_0) é um ponto de bifurcação sela-nó se as seguintes condições são satisfeitas:*

1. $f(y_0, \lambda_0) = 0$
2. *posto* $f_y(y_0, \lambda_0) = n - 1$
3. *posto de* $(f_y(y_0, \lambda_0)|f_\lambda(y_0, \lambda_0)) = n$

Da definição anterior, pode-se tirar a conclusão de que o sistema Jacobiano tem exatamente um autovalor zero e todos os outros autovalores tem parte real negativa. Esta é a condição necessária para se localizar os pontos de bifurcação Sela-Nó (BSN).

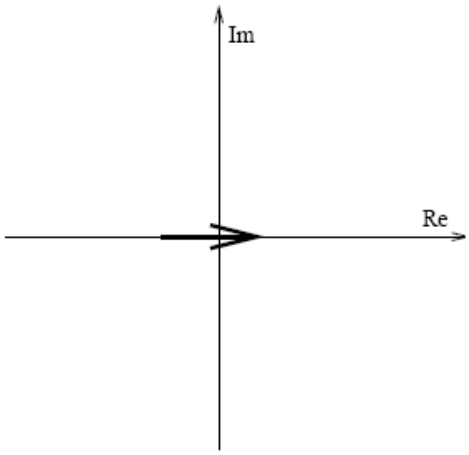

Figura 5.9: Comportamento do Autovalor na Bifurcação Sela-Nó.

Como mostra a figura (5.9) na *BSN* um autovalor cruza o eixo imaginário através do eixo real. Teoricamente, a *BSN* ocorre entre um ponto de equilíbrio estável e um ponto de equilíbrio instável, assim como entre pontos de equilíbrio instável, mesmo que este não seja de interesse na prática.

A *BSN* pode ser descrita pela figura (5.10), onde os pontos em que as soluções se encontram é o ponto de bifurcação Sela-Nó.

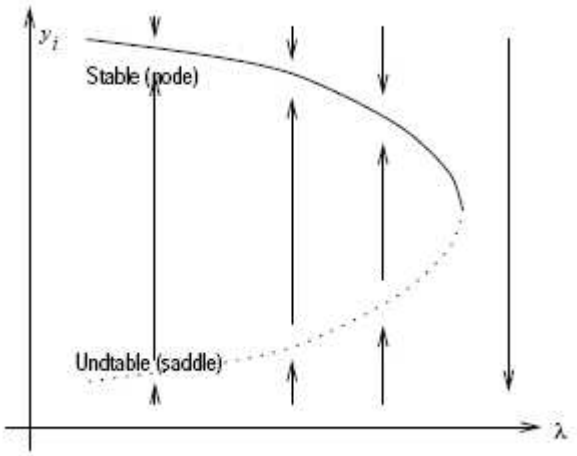

Figura 5.10: Curva de Bifurcação Sela-Nó.

5.4 Bifurcação de Hopf

Esta bifurcação corresponde ao surgimento de uma solução periódica de um ponto em equilíbrio na equação (5.1). Desta forma, a Bifurcação de Hopf (BH) é responsável pelo comportamento oscilatório nos sitemas de potência (SEYDEL, 1994).

Definição 5.4.1 *Uma bifurcação de uma ramificação de equilíbrios para uma ramificação de oscilações periódicas é chamada Bifurcação de Hopf.*

Teorema 5.4.2 *Suponha que para* $f \in \mathbb{R}^n$

1. $f(y_0, \lambda_0) = 0$;

2. *$f_y(y_0, \lambda_0)$ tem um par simples de autovalores puramente imaginários $\mu(\lambda_0) = \pm j\beta$ e nenhum outro autovalor com parte real zero;*

3. $\dfrac{d\,(Re\mu(\lambda_0))}{d\lambda} \neq 0.$

Então existe a origem (ou o término) de um ciclo-limite em (y_0, λ_0). O período inicial (da oscilação de amplitude zero) é:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\beta} \ . \tag{5.8}$$

As hipóteses (1),(2) e (3) podem ser vistas como uma definição formal da bifurcação de Hopf.

A condição (3) é a hipótese de transversatilidade, que é geralmente satisfeita. Ela é responsável pelo cruzamento transversal do eixo imaginário.

Pode-se entender melhor a bifurcação de Hopf, visualisando o que acontece no plano complexo dos autovalores $\mu(\lambda)$ (lembrando-se que $\mu(\lambda)$ são os autovalores da matriz Jacobiana f_y, considerando-se λ próximo de λ_0), conforme a figura (5.11) que mostra um possível caminho do particular par de autovalores que satisfaz $\mu(\lambda_0) = \pm j\beta$.

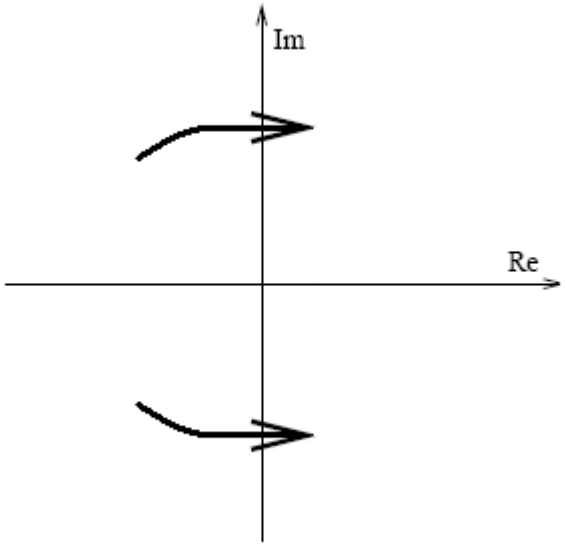

Figura 5.11: Bifurcação de Hopf.

Se todos os outros autovalores tem estritamente parte real negativa, esta figura mostra a perda de estabilidade. Para um ganho de estabilidade, basta apenas inverter as setas. A situação da bifurcação de Hopf descrita na figura (5.11) se diferencia da bifurcação estacionária, onde existe um autovalor zero (veja a figura (5.9)) Para uma bifurcação estacionária, o cruzamento do eixo imaginário é feito pelo eixo real. Próximo à bifurcação de Hopf, existe localmente somente uma solução periódica para cada λ.

No ponto de bifurcação de Hopf a estabilidade do ponto de operação é perdida através de sua interação com um ciclo-limite. Existem dois tipos de Bifurcações de Hopf, dependendo da natureza desta interação:

- *BH* subcrítica: existe um ciclo-limite instável no ponto de bifurcação;
- *BH* supercrítica: quando um ciclo-limite é criado no ponto de bifurcação.

A figura abaixo (5.12) ilustra os tipos de bifurcações de Hopf. A linha contínua representa as ramificações estáveis e a linha pontilhada representa as ramificações instáveis.

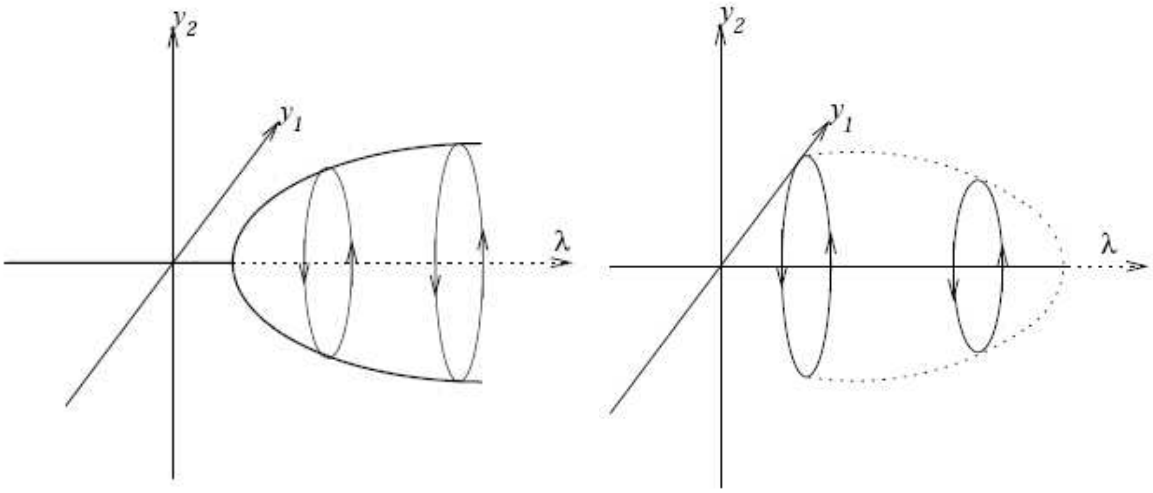

Figura 5.12: Bifurcação de Hopf: Bifurcação Supercrítica e Bifurcação Subcrítica.

Uma *BH* supercrítica tem o sinal negativo para a derivada da condição (3) no teorema (5.4.2). Geralmente, uma bifurcação de Hopf pode acontecer tipicamente como uma bifurcação subcrítica, onde o ponto de operação é estável, mas em sua região de

estabilidade é rompido pela órbita periódica instável. Em alguns casos, uma (BH) existe com outras bifurcações, e elas podem reduzir o domínio de operação do sistema.

5.5 Bifurcação de Singularidade Induzida

A bifurcação de Singularidade Induzida (BSI) é outra importante bifurcação na análise da estabilidade em sistemas de potência. Este tipo de bifurcação é caracterizado por um autovalor ilimitado no sistema Jacobiano calculado no ponto de equilíbrio.

Esta bifurcação é o resultado da singularidade das partes algébricas do modelo linearizado do sistema de potência. No ponto de bifurcação, um dos autovalores da matriz de estado do sistema ou autovalores da matriz Jacobiana torna-se infinito enquanto os outros permanecem limitados.

O movimento do autovalor particular é mostrado na figura (5.13).

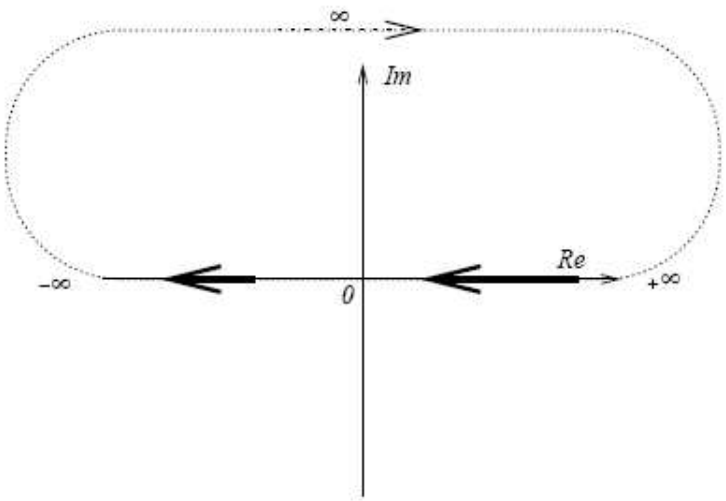

Figura 5.13: Trajetória do Autovalor na Bifurcação de Singularidade Induzida.

Assim, quando se representa as características dos sistemas de potência por equações diferenciais e algébricas, o seguinte teorema nos fornece informações sobre a (BSI):

Teorema 5.5.1 *Se no ponto* $(0, 0, \lambda_0)$ *das equações:*

$$\dot{x} = f(x, y, \lambda) \tag{5.9}$$

$$0 = g(x, y, \lambda) \tag{5.10}$$

as seguintes condições são satisfeitas:

1. $f(0, 0, \lambda_0) = 0$ *e* $g(0, 0, \lambda_0) = 0$*;*
2. $\dfrac{\partial g}{\partial y}$ *tem um autovalor zero;*
3. *O sistema Jacobiano* $\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{pmatrix}$ *é não-singular;*
4. *O sistema Jacobiano expandido* $\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \Delta}{\partial x} & \frac{\partial \Delta}{\partial y} & \frac{\partial \Delta}{\partial \lambda} \end{pmatrix}$, *com* $\Delta = \det \frac{\partial g}{\partial y}$, *é não-singular,*

então, existe uma curva de equilíbrios em $\mathbb{R}^{n+m+1}$ *que passa por* $(0, 0, \lambda_0)$ *e é transversal a superfície singular em* $(0, 0, \lambda_0)$*. Quando* λ *tende para* λ_0*, um autovalor do sistema reduzido jacobiano move-se de* C^- *para* C^+ *ou vice-versa ao longo do eixo real passando pelo infinito. Os outros* $(n-1)$ *autovalores permanecem limitados (DONG, 1998).*

O comportamento do sistema não pode ser previsto perto deste ponto, uma vez que o relacionamento entre partes algébricas e diferenciais do sistema é rompido. É também impossível simular o comportamento do sistema em torno da vizinhança deste ponto para sistemas de potência representados por equações diferenciais e algébricas.

Capítulo 6

Análise das Bifurcações em Sistemas de Potência

6.1 Sistema Sem Regulador Automático de Tensão

Embora a análise da bifurcação seja uma aproximação não-linear, a análise das condições para a ocorrência das bifurcações é facilitada com referência aos modelos linearizados. Desta forma, será estudada uma condição geral para a ocorrência de bifurcações, analisando-se o modelo de Heffron-Philips (KUNDUR, 1994) para o caso do sistema máquina - barra infinita descrito anteriormente.

A equação de estado do sistema MBI contendo o laço eletromecânico e os efeitos de campo, sem considerar os efeitos do regulador automático de tensão é dada pela forma a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{E}'_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_2}{2H} \\ \omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & -\frac{1}{K_3 T'_{d0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\delta \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \tag{6.1}$$

A operação sem regulador automático de tensão é possível na prática quando as máquinas estão sob controle manual de tensão ou quando alcançaram seu limite de exci-

tação.

A análise das bifurcações é feita através do estudo dos autovalores da matriz A. Desconsiderando o coeficiente de amortecimento, tem-se:

$$det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda & \frac{K_1}{2H} & \frac{K_2}{2H} \\ -\omega_0 & \lambda & 0 \\ 0 & \frac{K_4}{T'_{d0}} & \lambda + \frac{1}{K_3 T'_{d0}} \end{vmatrix} \tag{6.2}$$

$$= \lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda + c_0 = 0 \tag{6.3}$$

com:

$$c_2 = \frac{1}{K_3 T'_{d0}} \tag{6.4}$$

$$c_1 = \frac{\omega_0 K_1}{2H} \tag{6.5}$$

$$c_0 = \frac{\omega_0 K_1}{2H K_3 T'_{d0}} - \frac{\omega_0 K_2 K_4}{2H T'_{d0}}. \tag{6.6}$$

Como visto no capítulo anterior, um autovalor zero desta matriz corresponde exatamente a uma Bifurcação Sela-Nó (BSN) do sistema original. A condição de ocorrência da BSN para o sistema sem regulador automático de tensão é obviamente $c_0 = 0$, pois desta forma tem-se:

$$\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda + 0 = \lambda\,(\lambda^2 + c_2\lambda + c_1) \tag{6.7}$$

o que implica na existência de um autovalor zero na equação característica.

Utilizando então (6.6):

$$c_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega_0 K_1}{2H K_3 T'_{d0}} - \frac{\omega_0 K_2 K_4}{2H T'_{d0}} = 0 \Leftrightarrow K_1 - K_2 K_3 K_4 = 0. \tag{6.8}$$

Conclui-se portanto que a condição para ocorrência de uma BSN é a conhecida fórmula (ANDERSON; FOUAD, 1977):

$$K_1 - K_2 K_3 K_4 = 0. \tag{6.9}$$

A máquina síncrona permanece em equilíbrio mesmo depois do ponto de bifurcação Sela-Nó, porque o coeficiente sincronizante é ainda positivo. Entretanto, se o nível de excitação é inadequado para manter a transferência de potência requerida em regime permanente, a trajetória irá partir lentamente da curva de equilíbrio. O fluxo de campo começará a cair e o ângulo da máquina irá começar a crescer lentamente. Se a correspondente queda de tensão não trás um rompimento sério da operação do sistema, eventualmente a máquina perderá a estabilidade.

Já para o o caso de uma Bifurcação de Hopf (BH), um par de autovalores complexos segue uma trajetória movendo-se para o semiplano direito cruzando o eixo imaginário. Para certo valor crítico, têm-se dois autovalores puramente imaginários, indicando transição para a instabilidade oscilatória, constituindo a bifurcação de Hopf.

Desta forma, substituindo em (6.3) λ por $j\omega$, tem-se então:

$$\begin{aligned} & \lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda + c_0 = j^3\omega^3 + j^2c_2\omega^2 + jc_1\omega + c_0 \\ = \quad & -j\omega^3 - c_2\omega^2 + jc_1\omega + c_0 = -c_2\omega^2 + c_0 + j(-\omega^3 + c_1\omega) \end{aligned}$$

Igualando-se a parte real a zero:

$$-c_2\omega^2 + c_0 = 0 \tag{6.10}$$

isto é,

$$\omega^2 = \frac{c_0}{c_2} \quad . \tag{6.11}$$

Fazendo o mesmo com a parte imaginária:

$$-\omega^3 + c_1\omega = \omega(-\omega^2 + c_1) = 0 \tag{6.12}$$

e como por hipótese a parte complexa do autovalor é diferente de zero ($\omega \neq 0$), então:

$$-\omega^2 + c_1 = 0 \tag{6.13}$$

utilizando (6.11) e com algumas operações algébricas, chega-se a

$$\frac{c_0}{c_2} = c_1 \tag{6.14}$$

Substituindo os valores encontrados em (6.4)-(6.6):

$$\frac{\dfrac{\omega_0 K_1}{2HK_3T'_{d0}} - \dfrac{\omega_0 K_2 K_4}{2HT'_{d0}}}{\dfrac{1}{K_3T'_{d0}}} = \frac{\omega_0 K_1}{2H} \tag{6.15}$$

ou seja:

$$\frac{K_2 K_4}{2HT'_{d0}} = 0 \tag{6.16}$$

Pode-se então concluir que para praticamente todas as condições de carregamento das máquinas estes coeficientes são sempre positivos, de modo que uma *BH* em máquinas sem regulador de tensão é praticamente impossível.

6.2 Sistema com Regulador Automático de Tensão

O principal efeito do Regulador Automático de Tensão (*RAT*) é forçar a tensão interna da máquina de tal forma que sua resposta possa tornar-se comparável com a das dinâmicas de eixo. Por exemplo, é conhecido que um *RAT* com uma constante de tempo rápida pode introduzir amortecimento negativo para as oscilações eletromecânicas.

Em um sistema de potência incluindo o efeito do *RAT* de primeira ordem (tipo 1), a correspondente equação matricial de estado é dada por:

$$\begin{bmatrix} \\ \Delta\dot{\delta} \\ \\ \Delta\dot{\omega} \\ \\ \Delta\dot{E}'_q \\ \\ \Delta\dot{E}_{fd} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{2H} & -\frac{D}{2H} & -\frac{K_2}{2H} & 0 \\ -\frac{K_4}{T'_{d0}} & 0 & -\frac{1}{K_3 T'_{d0}} & \frac{1}{T'_{d0}} \\ -\frac{K_R K_5}{T_R} & 0 & -\frac{K_R K_6}{T_R} & -\frac{1}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \Delta\delta \\ \\ \Delta\omega \\ \\ \Delta E'_q \\ \\ \Delta E_{fd} \\ \\ \end{bmatrix} \tag{6.17}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_R}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \tag{6.18}$$

Pode-se, então, calcular o determinante da matriz $(\lambda I - A)$:

$$det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda & \frac{K_1}{2H} & \frac{K_2}{2H} & 0 \\ -\omega_0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_4}{T'_{d0}} & \lambda + \frac{1}{K_3 T'_{d0}} & -\frac{K_3}{T'_{d0}} \\ 0 & \frac{K_R K_5}{T_R} & \frac{K_R K_6}{T_R} & \lambda + \frac{1}{T_R} \end{vmatrix}$$

$$= \lambda^4 + c_3\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda + c_0 \tag{6.19}$$

em que desconsiderando-se o coeficiente de amortecimento, tem-se:

$$c_3 = \frac{1}{T_R} + \frac{1}{K_3 T'_{d0}} \tag{6.20}$$

$$c_2 = \frac{1}{T_R T'_{d0}} \left(\frac{1}{K_3} + K_R K_6 \right) + \frac{\omega_0 K_1}{2H} \tag{6.21}$$

$$c_1 = \frac{\omega_0}{2H} \left[K_1 \left(\frac{1}{T_R} + \frac{1}{K_3 T'_{d0}} \right) - \frac{K_2 K_4}{T'_{d0}} \right] \tag{6.22}$$

$$c_0 = \frac{\omega_0}{2H T_R T'_{d0}} \left[\left(\frac{K_1}{K_3} - K_2 K_4 \right) + K_R \left(K_1 K_6 - K_2 K_5 \right) \right] \tag{6.23}$$

Bifurcação Sela-Nó

Para o estudo da bifurcação sela-nó pode ser obtida facilmente uma condição geral diretamente da equação característica (6.19), como no caso sem o RAT. É evidente que o requisito para a ocorrência da BSN é que $c_0 = 0$. Assim, substituindo c_0 pelo valor encontrado em (6.23):

$$c_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{2H T_R T'_{d0}} \left[\left(\frac{K_1}{K_3} - K_2 K_4 \right) + K_R \left(K_1 K_6 - K_2 K_5 \right) \right] = 0 \tag{6.24}$$

ou seja,

$$\left(\frac{K_1}{K_3} - K_2 K_4 \right) + K_R \left(K_1 K_6 - K_2 K_5 \right) = 0 \tag{6.25}$$

Logo, pode-se concluir que a *BSN* ocorre quando:

$$\frac{K_1}{K_3} - K_2 K_4 = 0 \tag{6.26}$$

e

$$K_1 K_6 - K_2 K_5 = 0. \tag{6.27}$$

sendo que até mesmo quando $K_1 - K_2 K_3 K_4 < 0$, uma *BSN* é evitada quando tem-se:

$$K_6 - \frac{K_2 K_5}{K_1} > 0 \tag{6.28}$$

Para cargas sensíveis a tensão, sempre encontra-se a condição anterior, desde que K_6 permaneça positivo para tais cargas e K_5 seja sempre pequeno (PAI, 1996). Para cargas constantes, foi encontrado que K_6 pode mudar de sinal através do infinito. Isto ocorre na singularidade das equações algébricas e corresponde a uma bifurcação de singularidade induzida (*BSI*).

Portanto, não se espera perder a estabilidade de uma máquina síncrona com regulador automático de tensão através de uma Bifurcação Sela-Nó em todos os casos (cargas sensíveis a tensão ou de impedância constante). Por esta razão, nos estudos de simulação de estabilidade da tensão, uma perda de equilíbrio do gerador geralmente não ocorre antes que ao menos um gerador perca sua regulação de tensão devido a seu limite de excitação ser ultrapassado.

Bifurcação de Hopf

Contrário ao caso de máquina sem regulador, em que a estabilidade é perdida através de uma Bifurcação Sela-Nó, a máquina com tensão regulada, geralmente perde a estabilidade somente através de uma *BH*.

Para produzir a condição para ocorrência de *BH* é utilizada a equação característica no caso máquina - barra infinita. No ponto de *BH*, esta equação terá um par de raízes puramente imaginárias. Desta forma, substituindo em (6.3) λ por $j\omega$, tem-se então:

$$\begin{aligned} & \lambda^4 + c_3\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda + c_0 = j^4\omega^4 + c_3 j^3\omega^3 + j^2 c_2\omega^2 + j c_1\omega + c_0 \\ = \;& \omega^4 - c_3 j\omega^3 - c_2\omega^2 + j c_1\omega + c_0 = \omega^4 - c_2\omega^2 + c_0 + j(-c_3\omega^3 + c_1\omega) \end{aligned}$$

$$\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0 = 0 \tag{6.29}$$

$$-c_3\omega^3 + c_1\omega = 0 \tag{6.30}$$

isolando-se ω em (6.30)

$$-c_3\omega^3 + c_1\omega = 0 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{c_1}{c_3}} \tag{6.31}$$

e subtituindo este valor em (6.29)

$$\left(\sqrt{\frac{c_1}{c_3}}\right)^4 - c_2\left(\sqrt{\frac{c_1}{c_3}}\right)^2 + c_0 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{c_1}{c_3}\right)^2 - c_2\left(\frac{c_1}{c_3}\right) + c_0 = 0 \tag{6.32}$$

logo, se conclui que as condições são:

$$\left(\frac{c_1}{c_3}\right)^2 + c_0 = c_2\left(\frac{c_1}{c_3}\right) \tag{6.33}$$

com

$$\frac{c_1}{c_3} > 0\ . \tag{6.34}$$

Substituindo os coeficientes da equação característica na inequação anterior, tem-se:

$$\frac{\dfrac{\omega_0}{2H}\left[K_1\left(\dfrac{1}{T_R} + \dfrac{1}{K_3T'_{d0}}\right) - \dfrac{K_2K_4}{T'_{d0}}\right]}{\dfrac{1}{T_R} + \dfrac{1}{K_3T'_{d0}}} > 0 \tag{6.35}$$

e, rearranjando esta equação, chega-se a:

$$K_1 > \alpha \tag{6.36}$$

em que

$$\alpha = \frac{K_2 K_3 K_4 T_R}{K_3 T'_{d0} + T_R} \ . \tag{6.37}$$

O critério de Routh possibilita determinar a estabilidade pelos coeficientes da equação característica, sem a necessidade de se determinar as raízes. Considere-se então o diagrama a seguir:

$$\begin{array}{lccc} s^4 & 1 & a_2 & a_0 \\ s^3 & a_3 & a_1 & \\ s^2 & b_1 & b_2 & \\ s^1 & c_1 & & \\ s^0 & d_1 & & \end{array} \tag{6.38}$$

obtém-se então

$$c_1 > 0 \Rightarrow a_1 - \frac{a_3 b_2}{b_1} > 0 \Rightarrow a_1 - \frac{a_3 a_0}{\dfrac{a_2 a_3 - a_1}{a_3}} > 0 \tag{6.39}$$

com algumas manipulações algébricas, chega-se à seguinte condição de estabilidade:

$$\left(\frac{a_1}{a_3}\right)^2 + a_0 \leq \frac{a_1 a_2}{a_3} \tag{6.40}$$

sendo que o ponto de igualdade na equação anterior corresponde ao ponto de BH, como mostrado em 6.33.

Substituindo agora os coeficientes da equação característica em (6.40) e fazendo-se uso de (6.37), chega-se à seguinte condição:

$$K_R \left(\alpha K_6 - K_2 K_5\right) \leq \alpha \left[\frac{\omega_0 T_R T'_{d0}}{2H} \left(K_1 - \alpha\right) - \frac{1}{K_3}\right] + K_2 K_4 \ . \tag{6.41}$$

Analisando-se (6.41), observa-se que o lado direito da inequação é quase sempre positivo devido ao pequeno valor de α. Pode-se concluir então que o sistema é estável para qualquer valor do ganho de excitação quando K_6 é pequeno e K_5 é positivo, isto é, quando

$$\alpha K_6 - K_2 K_5 \leq 0 \tag{6.42}$$

Para os casos em que:

$$\alpha K_6 - K_2 K_5 > 0 \tag{6.43}$$

existe um valor de K_R em que o sistema perde estabilidade através de uma *BH*. Esta condição pode ser encontrada quando $K_5 < 0$ ou quando K_6 é grande, mesmo que K_5 seja positivo. O primeiro caso é caracterizado por oscilações eletromecânicas instáveis devido ao amortecimento negativo introduzido pelo (RAT), sendo o problema geralmente corrigido usando-se Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP).

Já quando K_6 é grande, mesmo quando K_5 é positivo, surge uma *BSI*, pois K_6 cresce e tende ao infinito neste caso, sendo precedida por uma *BH*, que determina o limite de estabilidade do sistema.

Assumindo-se uma constante de tempo da excitação muito pequena, ou seja, $T_R \approx 0$, obtém-se uma grande simplificação na condição para a ocorrência da *BH* fornecida pela equação (6.41). Assim, as oscilações instáveis da tensão para o último caso de uma *BH* ocorrem nas proximidades da *BSI* à medida que T_R torna-se menor e desaparece completamente quando $T_R = 0$. As condições de estabilidade para as oscilações eletromecânicas quando T_R torna-se formalmente zero, resume-se simplesmente a:

$$-K_R K_2 K_5 \leq K_2 K_4$$

ou dispondo de outra forma:

$$K_2(K_R K_5 + K_4) > 0 \ . \tag{6.44}$$

Evidentemente para sistemas de excitação rápidos a estabilidade das oscilações eletromecânicas é perdida somente quando $K_5 < 0$. A *BH* ocorre quando o torque de amortecimento negativo fornecido pelo laço de controle da tensão ($K_R K_5$) torna-se igual ao torque de amortecimento positivo fornecido pelo enrolamento de campo da máquina (K_4).

Capítulo 7

Análise da Região de Estabilidade Determinada pelo Ciclo-Limite

Os sistemas de potência envolvem várias não-linearidades, e alguns fenômenos não podem ser analisados utilizando-se exclusivamente de teoria linear. Por outro lado, a análise dos autovalores se torna importante, uma vez que ela pode fornecer informações de como o sistema original pode perder a estabilidade. Enfim, o comportamento do sistema, tratando as não-lineariadades, é analisado por meio de simulações considerando modelos algo elaborados (evidentemente não-lineares) de modo a bem representar as oscilações de ciclos-limite.

Existem algumas técnicas adequadas para o tratamento de não-linearidades, como, por exemplo, o método da função energia. Este método, porém, lida com primeira oscilação e não é útil para se analisar oscilações prolongadas.

Como se sabe, a utilização eficiente dos sistemas de potência é acompanhada por altos fluxos de potência nas linhas de transmissão que podem implicar em fenômenos de instabilidades originados das não-linearidades do sistema. Em particular, sistema de excitação rápido, como estudado anteriormente, potencializam as oscilações não-lineares, o que pode levar à ocorrência de uma Bifurcação de Hopf.

Utilizando-se então a teoria de Bifurcação de Hopf, pode ser detectado para certos casos um ciclo-limite em torno do ponto de operação, que pode afetar a estabilidade global do sistema significativamente. As análises precedentes especificaram as condições para a ocorrência de uma bifurcação de Hopf em termos dos coeficientes linearizados $K_i's$ que dependem do ponto de operação da máquina síncrona, sendo mostrado que a estrutura dos

ciclos-limite é consequência especificamente da operação do Regulador Automático de Tensão (VOURNAS; PAI; SAUER, 1996). Além disso, outros estudos mostram que eles podem resultar também das não-linearidades do coeficiente de amortecimento (ABED; VARAIYA, 1984), do efeito das cargas dentre outros, mas não serão abordados neste trabalho, pois tratam de outros modelos de sistema.

Como é conhecido, nas simulações de oscilações eletromecânicas, se a falta é mantida por tempo suficiente, o sistema chega a uma eventual perda de sincronismo, e se a falta possui uma curta duração, o sistema retorna a um ponto de equilíbrio. Isso é uma indicação indireta que a maioria das bifurcações de Hopf encontradas nos sistemas de potência são subcríticas, ou seja, existe um ciclo-limite antes da bifurcação de Hopf que desaparece no ponto de bifurcação.

Esse ciclo-limite instável, que existe em torno do ponto de equilíbrio estável, forma uma fronteira de estabilidade global, nesta seção mostrado para o modelo do sistema máquina - barra infinita com RAT do tipo 1, de primeira ordem. Avaliando a fronteira de estabilidade, pode ser verificado que a região estável pode ser muito menor que a região calculada na análise de estabilidade transitória determinada por métodos diretos.

Um método é proposto para estimar a estabilidade das oscilações do sistema após uma falta, em que dependendo da perturbação, as oscilações podem ser atenuadas ou, ao contrário, crescer até a perda do sincronismo. O ciclo-limite é localizado utilizando a teoria de bifurcação de Hopf. A entrada de potência mecânica (P_m) na máquina síncrona é utilizada como parâmetro. Aumentando gradativamente a potência mecânica, verifica-se o comportamento dos autovalores da matriz linearizada do sistema. Se um par de autovalores com parte real nula (puramente complexos) é encontrado, então o sistema perde sua estabilidade através de um ciclo-limite.

Existem alguns programas de código livre que calculam o ponto de bifurcação automaticamente, destacando-se entre eles os programas Auto e Bifpack, que são encontrados gratuitamente na internet, porém não foram utilizados neste trabalho, sendo o Matlab o programa usado nas simulações seguintes.

O sistema se comporta da seguinte forma: após um transitório, se a trajetória permanece interior ao ciclo-limite instável, então a oscilação se atenua e converge ao ponto de equilíbrio estável. De outra forma as oscilações divergem, tornando-se assim instáveis. Dessa forma, a área interna do ciclo-limite instável corresponde ao limite da região estável.

O ciclo-limite é aqui localizado com o auxílio da seguinte experiência de estabilidade transitória: Uma máquina está interligada ao barramento infinito, que representa um grande sistema, através de uma linha de transmissão dupla. Um curto circuito trifásico é aplicado a uma das linhas de forma que após um período de tempo t_a, a linha é aberta. Aumentando o tempo da falta gradualmente, uma trajetória crítica é obtida, que se move lentamente em torno do ciclo-limite instável. Antes do tempo crítico, o sistema retorna ao ponto de equilíbrio estável, enquanto que depois do tempo crítico, a trajetória diverge levando à perda de estabilidade.

A figura 7.1 mostra a resposta do sistema no plano de fase δ-ω. A trajetória estável é representada pela linha azul, enquanto que a trajetória instavél é representada pela linha vermelha.

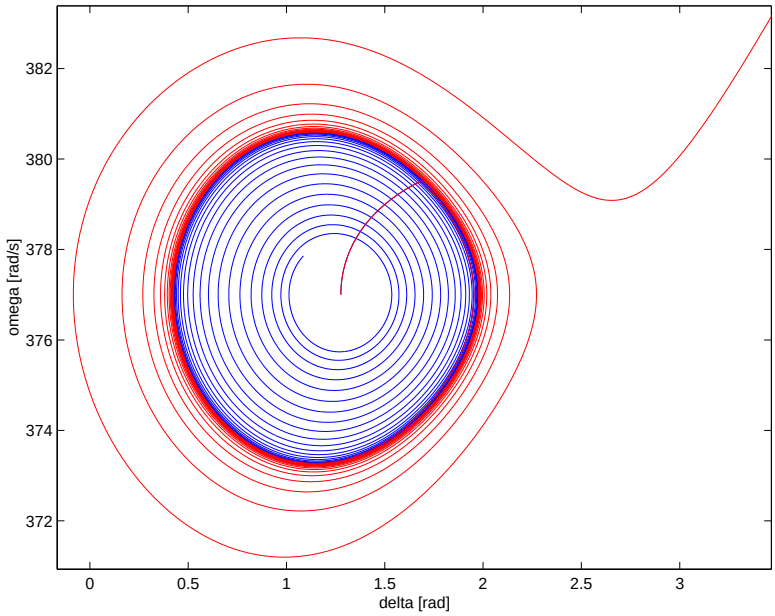

Figura 7.1: Região de Atração no Plano δ-ω.

A figura 7.2 é uma ampliação da figura 7.1, próxima ao ponto em que a falta é retirada. O ciclo-limite está localizado entre as trajetórias estável e instável do sistema, como indicado na figura 7.2. Como deve ser notado, mesmo com a trajetória do sistema iniciada dentro do ciclo-limite, mas muito próximas a ele, o sistema desloca-se da região estável para a região instável. Isso implica que a avaliação da região de estabilidade por meio do ciclo-limite instável projetado no plano de fase δ-ω não está completamente correta.

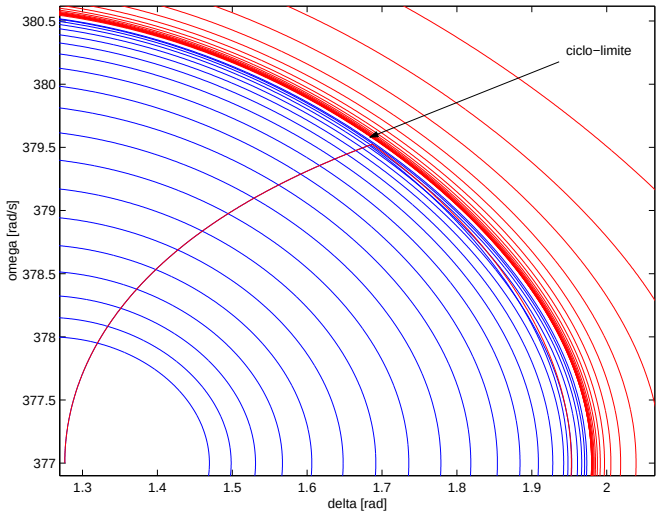

Figura 7.2: Ampliação Próximo ao Ponto em que a Falta é Retirada.

Como o ciclo-limite discutido neste texto é resultante do controle de excitação, se torna necessário considerar os efeitos da variação de fluxo no enrolamento de campo, determinada por E'_q, juntamente com as variáveis δ e ω.

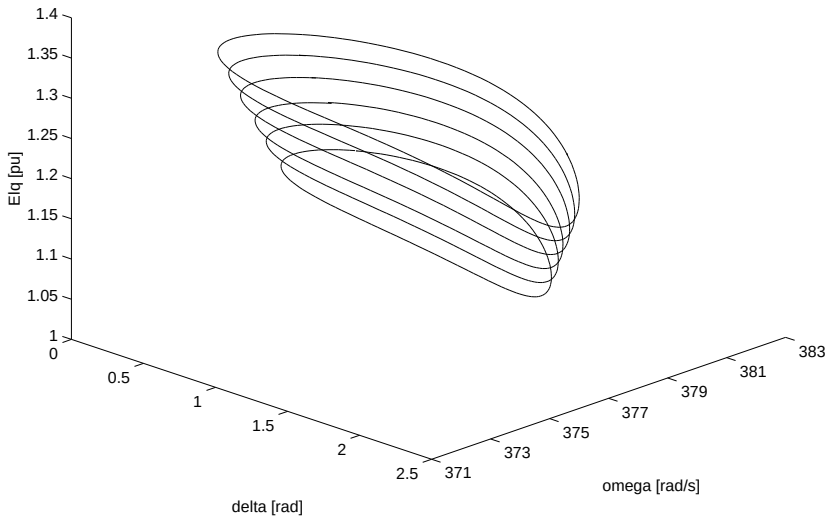

Figura 7.3: Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Fluxo no Enrolamento de Campo.

As características dinâmicas do gerador são expressas por propriedades oscilatórias do rotor representadas pelas variáveis de estado δ e ω, propriedades do enrolamento da armadura, dos enrolamentos amortecedores e do enrolamento de campo. A estabilidade transitória de sistemas de potências é determinada principalmente pela oscilação do rotor. Comparado a esta característica, respostas transitórias da armadura são amortecidas em um curto período de tempo após uma perturbação. Porém, existe uma resposta transitória do enrolamento de campo que varia com δ e ω. Como resultado, a estabilidade do sistema não pode ser avaliada corretamente considerando-se exclusivamente o plano $\delta - \omega$, visto que a análise no plano de fase $\delta - \omega$ não reflete as mudanças de fluxo no enrolamento de campo.

Diferentes níveis de ciclos-limite são formados quando o fluxo no enrolamento de campo varia como mostrado na figura 7.3. A estabilidade do sistema pode ser avaliada comparando a trajetória do sistema com o ciclo-limite no mesmo plano do fluxo de campo no ponto de retirada da falta.

Assume-se então o fluxo do enrolamento de campo como sendo quase-estático, visto que sua resposta é muito mais lenta que as variáveis que descrevem as oscilações do gerador.

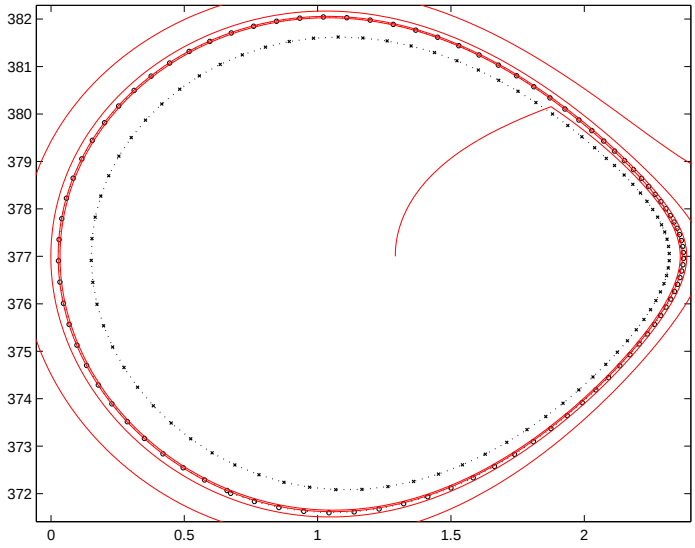

Figura 7.4: Ciclo-Limite Modificado no Plano $\delta \times \omega$.

A variação lenta de parâmetros é comumente chamada de suposição quase-estática. Os parâmetros são supostos variar quase estaticamente, isto é, os parâmetros são considera-

dos como entradas nas variáveis do sistema que ignoram a sua dinâmica. Assim, embora os parâmetros possam variar, a dinâmica do sistema é calculada supondo que os parâmetros são fixos com um valor dado.

Na figura 7.4 o ciclo-limite modificado é representado por ($\times$) e o ciclo-limite original é denotado por pequenos círculos ($\circ$), onde pode ser observado que o ciclo-limite modificado avalia corretamente a estabilidade do sistema.

A figura 7.5 deixa claro que o ciclo-limite reduz consideravelmente a região de estabilidade do sistema. O ponto de equilíbrio estável e o ponto de equilíbrio instável são descritos por um ($\times$). Como pode ser observado, o ciclo-limite está dentro da separatriz convencional determinada na análise pelos métodos diretos. Isto implica que o ciclo-limite instável forma uma fronteira de estabilidade global.

Enquanto a trajetória do sistema permanece dentro da região de estabilidade obtida pelo modelo clássico, mas exterior ao ciclo-limite, o ciclo-limite parece ainda atrair a trajetória do sistema, evitando que ela se afaste rapidamente dele. Quando a trajetória finalmente cruza a fronteira de estabilidade calculada no modelo clássico, a trajetória afasta-se da região de estabilidade indefinidamente.

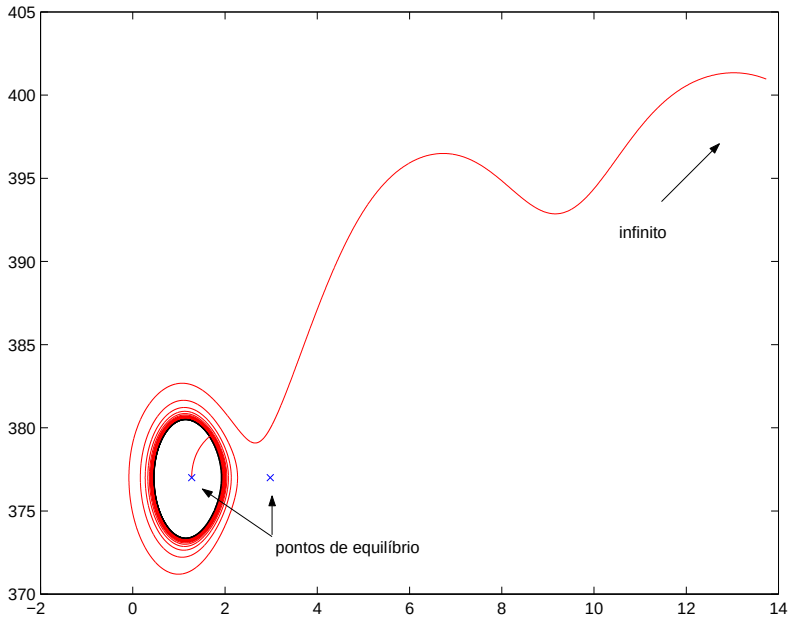

Figura 7.5: Região de Atração no Plano $\delta \times \omega$.

Portanto, quando não é considerada a existência do ciclo-limite e se não houver nenhuma intervenção, como a utilização de outros dispositivos que auxiliam à estabilidade, a utilização da metodologia clássica resulta em falha. Logo, pode-se concluir que o ciclo-limite calculado com a variação de fluxo de campo é a verdadeira fronteira de estabilidade.

A figura 7.6 mostra o ciclo-limite instável e a trajetória no espaço δ, ω e E'_q. O resultado mostra que E'_q aumenta gradativamente durante a oscilação de potência, o que certifica que o ciclo-limite calculado baseado nas condições iniciais do sistema não pode ser um critério correto para avaliar a fronteira de estabilidade.

Deve-se sempre lembrar que o espaço de estado do modelo estudado nesta seção é de dimensão 4, e, desta forma, a projeção do ciclo-limite no plano $\delta - \omega$ não é a verdadeira fronteira da região de atração. A inclusão da variação de fluxo no enrolamento de campo juntamente às variáveis δ e ω, fornece uma resultado razoável, visto que se a trajetória do sistema cruza o ciclo-limite modificado, o sistema se torna instável.

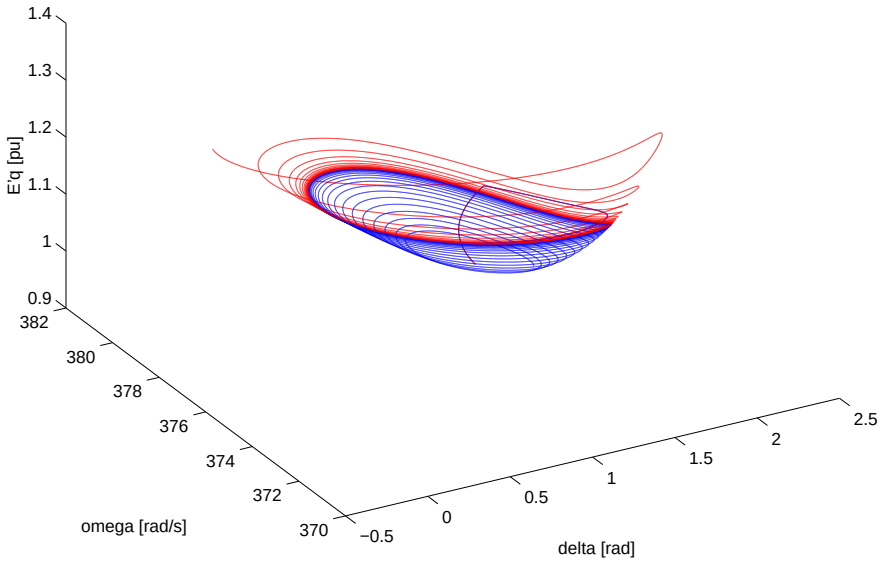

Figura 7.6: Comportamento do Sistema no Subespaço δ, ω e E'_q.

Como pode ser observado o ciclo-limite não é uma curva plana. Em todas as figuras, a trajetória divergente é representada pela linha vermelha, enquanto a trajetória estável é

denotada pela linha azul. O tempo de abertura da linha é $t_a = 0,2920s$ para o caso instável e $t_a = 0,2919s$ para o caso estável. O tempo de simulação é de 30 s.

Como ilustrado na figura 7.3, ciclos-limite maiores podem ser obtidos com o aumento da tensão de campo da máquina. Este fato é utilizado na seção subsequente para se ampliar a região de estabilidade delimitada pelo ciclo-limite.

7.1 Ciclos-Limite em Sistemas Multimáquinas

Uma bifurcação de Hopf pode ocorrer em sistemas de potência multimáquinas quando o sistema possui a instabilidade de modo dominante, ou seja, quando várias máquinas tornam-se instáveis ao mesmo tempo. Assim, torna-se difícil analisar sistemas em que várias máquinas tornam-se instáveis simultaneamente. Porém, quando o sistema apresenta modo oscilatório de baixa frequência com amortecimento lento e pode tornar-se instável quando o fluxo de potência aumenta, mesmo em sistemas multimáquinas, o modo oscilatório é equivalentemente explicado como no caso do sistema máquina-barra infinita e, portanto, um método similar pode ser aplicado (WATANABE, et al. 2002).

Quando se estuda sistemas multimáquinas, uma máquina como referência de ângulo de fase ou o centro de ângulo (COA) deve ser utilizado para eliminar as dinâmicas do centro de inércia . O centro de ângulo é então adotado como ângulo de referência e dessa forma o sistema é avaliado no plano de fase $\tilde{\delta}_i = \delta_i - \delta_0$ e $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_0$. As análises dos ciclos-limite são realizadas no modelo radial de três máquinas idênticas e o sistema New England.

7.1.1 Três Máquinas Radiais

A figura 7.7 mostra o sistema radial utilizado, constituído de 3 máquinas e 9 barras. As três máquinas síncronas são idênticas, sendo cada gerador equipado com Regulador Automático de Tensão do tipo 2 descrito como no capítulo anterior.

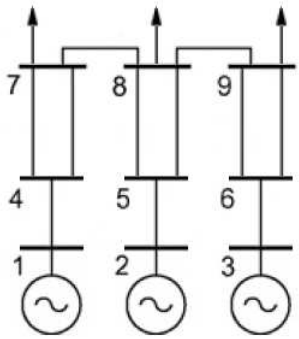

Figura 7.7: Sistema Radial de Três Máquinas.

Um curto-circuito trifásico é aplicado na linha entre as barras 6 e 9, nas proximidades da barra 6, de forma que se possa considerar que o curto tenha ocorrido na própria barra. Supõe-se que a linha possui um circuito duplo e a falta é retirada após alguns instantes por desligamento da linha em falta.

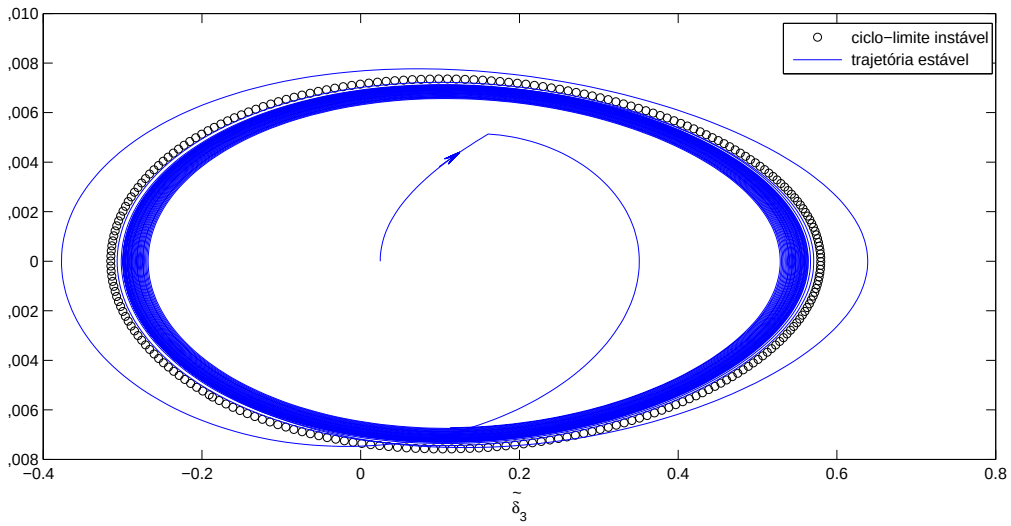

Figura 7.8: Ciclos-Limite e Trajetória Estável do Sistema.

A figura 7.8 ilustra no plano fase $\tilde{\delta}_3 - \tilde{\omega}_3$, o ciclo-limite instável e uma trajetória estável, descrita pela linha contínua. Deve-se observar que apenas a parte inicial da trajetória após o distúrbio permanece fora do ciclo-limite. Logo após, as oscilações são gradativa-

mente amortecidas e a trajetória do sistema cruza o ciclo-limite retornando ao seu interior, de forma que após um período de tempo, o sistema converge ao seu ponto de operação pós-falta.

Nos estudos de estabilidade transitória, na maioria das vezes, se está interessado em saber se as máquinas irão resistir ao primeiro impacto, ou seja, à primeira oscilação. Assim, como no caso MBI, não se pode avaliar a estabilidade global por meio do ciclo-limite original, visto que, a trajetória do sistema estável atravessa o ciclo-limite, e somente após algumas oscilações ela retorna para a área interna do ciclo-limite. Mas, uma estratégia similar à utilizada para o modelo MBI pode ser aplicada para o modelo multimáquinas em análise.

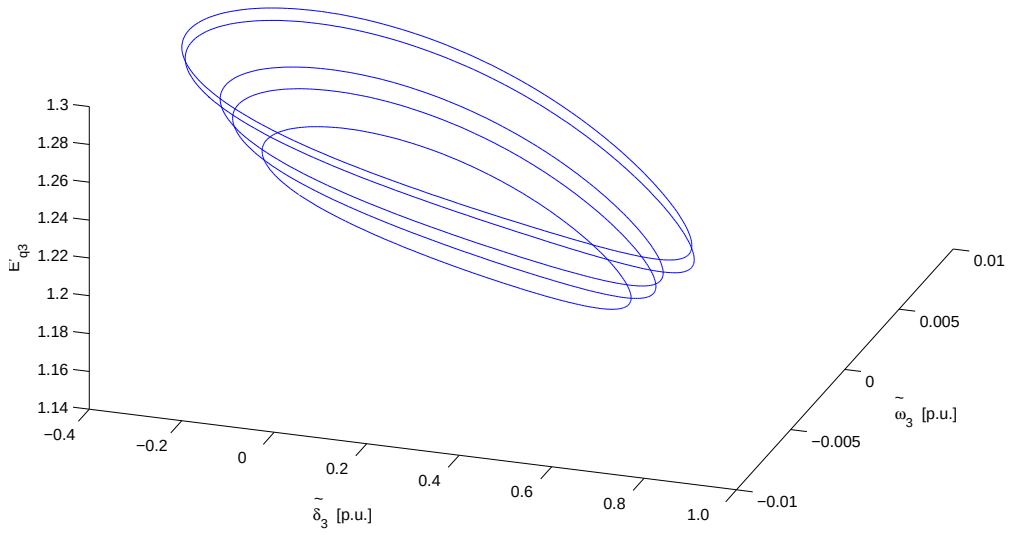

Figura 7.9: Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Tensão de Campo.

Como visto, a variação do fluxo no enrolamento de campo forma diferentes ciclos-limite. Nos sistemas multimáquinas também ocorre da mesma maneira, e desta forma, aumentando-se ou reduzindo-se a tensão de campo na máquina 3, consegue-se produzir ciclos-limite em vários níveis como mostrado na figura 7.9.

Portanto, através da variação de E'_{q3}, podem-se obter diferentes níveis de ciclos-limite e, assim, a estabilidade é avaliada comparando a trajetória com o ciclo-limite no mesmo nível de fluxo de campo. Os resultados podem ser observados na figura 7.10 onde o ciclos-limite original (descrito por pequenos círculos) e modificado (descrito por x) são ilustrados.

Com a possibilidade de se obter ciclos-limite maiores, uma estratégia para tentar manter a trajetória do sistema na área interior ao ciclo-limite pode ser aplicada. Um laço de controle da tensão de referência é aplicado nos reguladores automáticos de tensão, de forma que a tensão de referência seja aumentada assim que ocorrer uma falta, elevando-se assim a tensão de campo da máquina. Dessa forma, pode-se obter um aumento na região de estabilidade, como mencionado anteriormente.

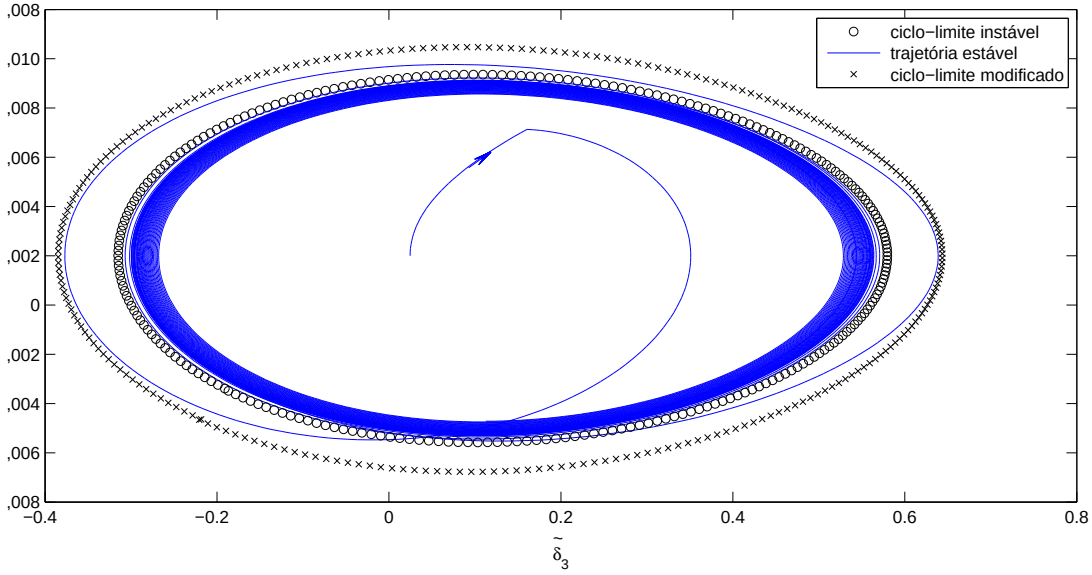

Figura 7.10: Ciclos-Limite Original e Modificado.

Na figura 7.11 mostram-se 3 simulações da contingência considerada, sendo que na primeira não ocorre controle adicional algum, com o sistema evoluindo para a perda de sincronismo. Na segunda, aplica-se uma acréscimo de 0,01 p.u. na tensão de referência de todas máquinas, resultando em movimento estável. Finalmente, na terceira simulação, com acréscimo de 0,01 p.u. na tensão de referência apenas da máquina 3 observa-se movimento estável, praticamente coincidente com o anterior.

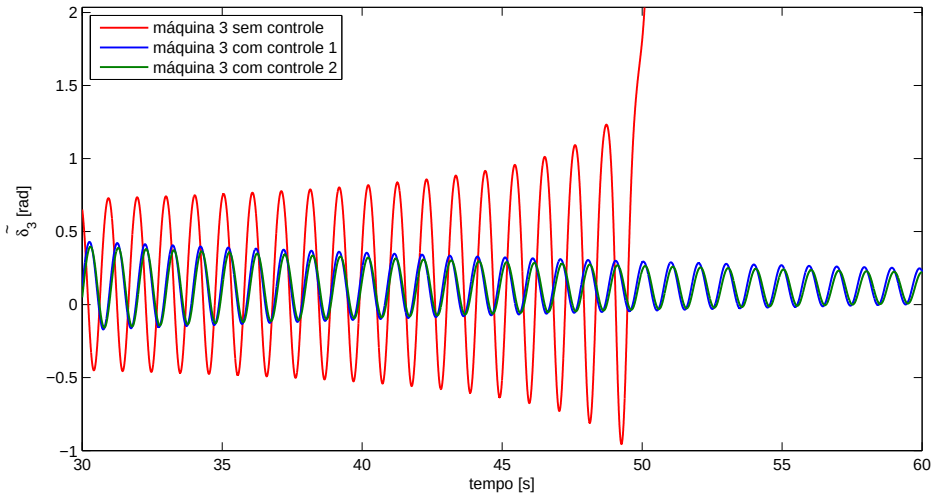

Figura 7.11: Trajetórias da Máquina 3.

Utilizando-se o limitador de tensão de campo no sistema de excitação, o sistema passa a apresentar uma Bifurcação de Hopf Supercrítica. Os limites máximo (E_{fd}^{max}) e mínimo (E_{fd}^{min}) são impostos para a saída de tensão de campo da seguinte forma:

$$E_{fd} = \begin{cases} E_{fd}^{min} & se \quad E_{fd} \leq E_{fd}^{min} \\ E_{fd} & se \quad E_{fd}^{min} \leq E_{fd} \leq E_{fd}^{max} \\ E_{fd}^{max} & se \quad E_{fd} \geq E_{fd}^{max} \end{cases} \tag{7.1}$$

Estes limites são de 5 p.u. acima ou abaixo da tensão de campo pré-falta, como em Oliveira e Bretas (2005):

$$E_{fd}^{min} = E_{fd0} - 5.0 \ (p.u.) \tag{7.2}$$

e

$$E_{fd}^{max} = E_{fd0} + 5.0 \ (p.u.) \ . \tag{7.3}$$

Assim, qualquer trajetória na vizinhança do ciclo-limite estável, é atraída e permanece no ciclo-limite indefinidamente. Isso implica que as trajetórias das máquinas síncronas passam a ter oscilações sustentadas, porém não perdem a estabilidade, como mostrado na figura 7.12.

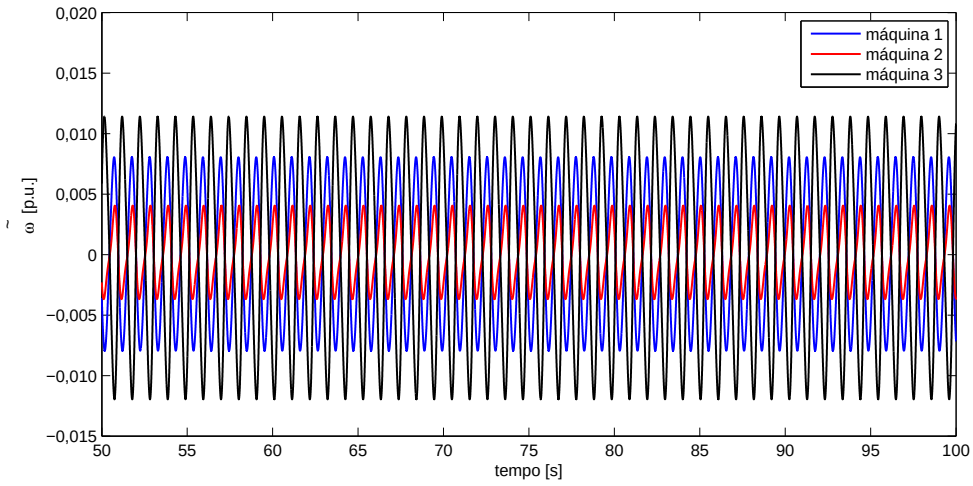

Figura 7.12: Comportamento do Sistema Impondo-se Limites de Tensão.

No caso com o limitador de tensão de campo, mesmo após a trajetória da máquina 3 cruzar o ciclo-limite como mostrado na figura 7.13, ela retorna ao ciclo-limite e permanece oscilando indefinidamente. Esta é uma importante informação sobre a estabidade do sistema, uma vez que o ciclo-limite instável reduz consideravelmente a região de estabilidade.

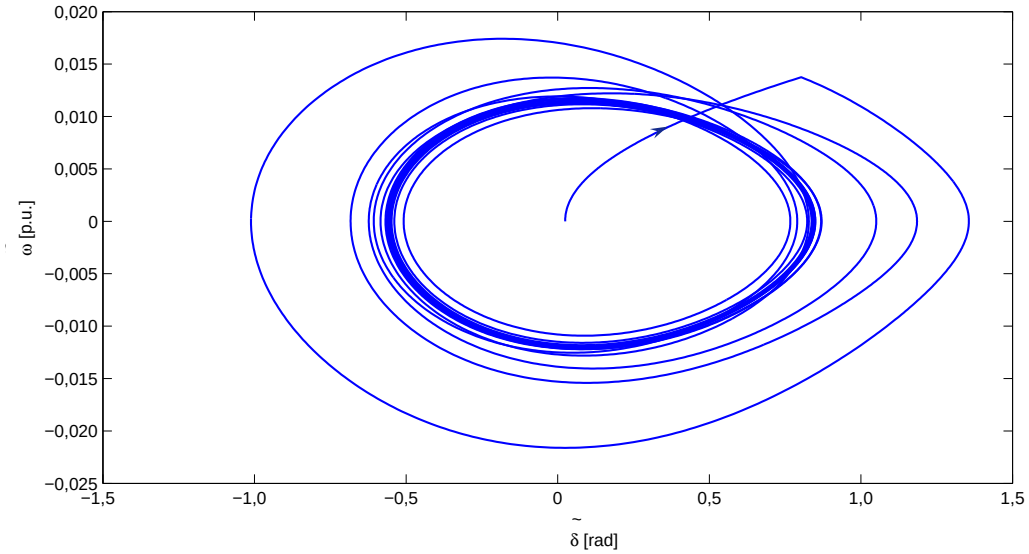

Figura 7.13: Trajetória da Máquina 3 no plano de fase $\tilde{\delta}_3$ - $\tilde{\omega}_3$.

7.1.2 Sistema New England

O método é então aplicado ao sistema de testes New England que é constituido de 10 máquinas e 39 barras, descrito na Figura (7.14) e demais dados obtidos de Padiyar (1996).

Nas simulações realizadas neste sistema, um curto-circuito trifásico é aplicado à linha de transmissão entre as barras 35 e 36, próximo à barra 35, de forma que após alguns instantes, a falta é retirada por desligamento da linha.

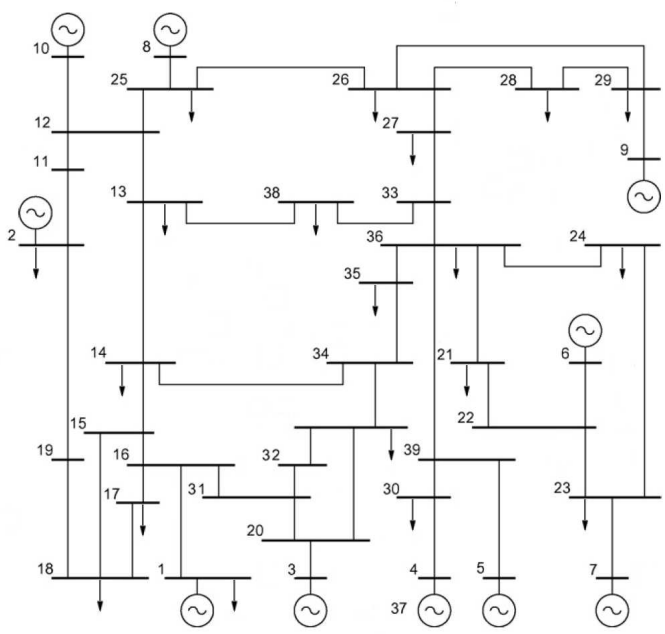

Figura 7.14: Sistema de Testes New England.

As máquinas 4, 5, 6 e 7 se encontram em uma mesma área e, durante o transitório e após a eliminação do curto-circuito por desligamento da linha, essa região fica conectada ao resto do sistema apenas pela linha de transmissão entre as barras 33 e 36, fazendo com que esses geradores sejam os mais afetados. Essas máquinas fornecem grande quantidade de potência ao resto do sistema, e o sincronismo desses geradores é perdido quase simultaneamente em relação as demais máquinas, sendo que o gerador 6 por estar mais próximo do defeito, apresenta aceleração pouco maior que as máquinas 4, 5 e 7. Por isso, a análise é realizada com o gerador 6, sendo que resultados semelhantes podem ser obtidos da mesma

forma com os geradores 4, 5 e 7.

A figura 7.15 ilustra a resposta da máquina 6 no plano de fase $\tilde{\delta}_6 - \tilde{\omega}_6$. A trajetória estável é representada pela linha tracejada e o ciclo-limite é descrito por pequenos círculos. Como pode ser observado, para o caso considerado, apenas a parte inicial da trajetória permanece fora do ciclo-limite, deslocando-se em seguida para a região interior. Isso implica que a avaliação da região de estabilidade por meio do ciclo-limite instável projetado no plano de fase $\tilde{\delta}_6 - \tilde{\omega}_6$ não está completamente correta.

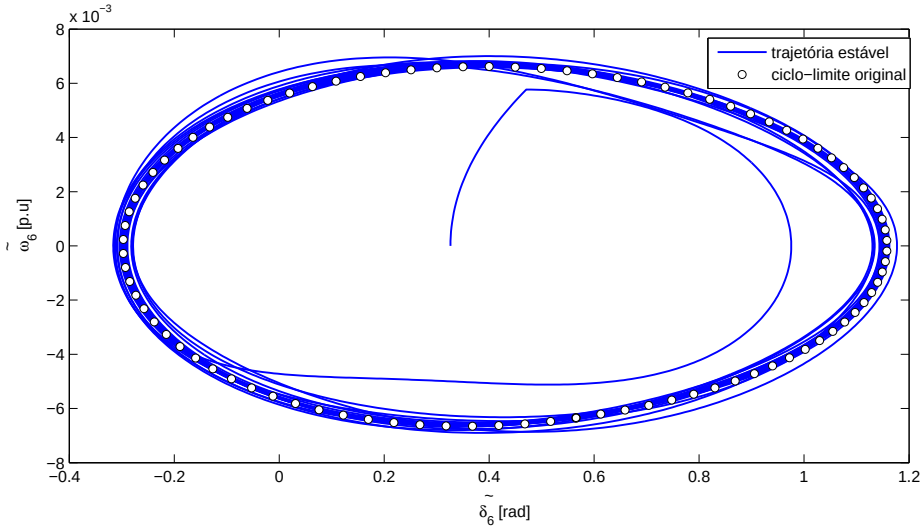

Figura 7.15: Ciclo-Limite Original e Trajetória Estável.

Assim como nos outros casos estudados anteriormente, torna-se importante considerar os efeitos da variação de fluxo no enrolamento de campo juntamente com as variáveis δ e ω. A figura 7.16 mostra que para diferentes níveis de fluxo no enrolamento de campo (E'_q) podem ser obtidos ciclos-limite modificados aumentando-se a tensão de campo da máquina. Isso é feito através do controle da tensão de referência na entrada do regulador de tensão, sendo no primeiro caso aumentada após o transitório em 0,010 p.u., e 0,005 p.u. para o segundo caso nas máquinas críticas.

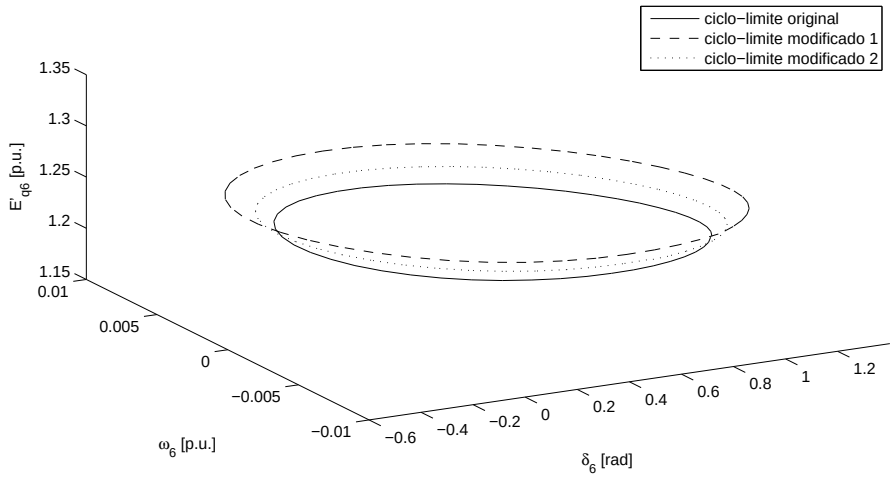

Figura 7.16: Ciclos-Limite para Diferentes Níveis de Fluxo no Enrolamento de Campo.

A estabilidade do sistema pode ser avaliada comparando a trajetória do sistema com o ciclo-limite no mesmo plano do fluxo de campo, como no exemplo anterior. Na figura 7.17 o ciclo-limite modificado é representado pela linha tracejada e a trajetória do sistema é mostrada pela linha contínua, onde pode ser observado que o ciclo-limite modificado avalia corretamente a estabilidade do sistema, incluindo a trajetória estável na parte interior do ciclo-limite.

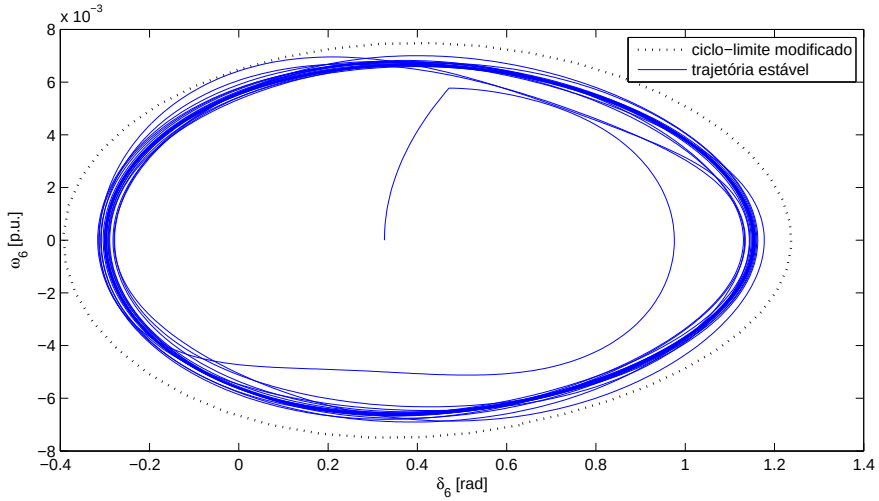

Figura 7.17: Ciclo-Limite Modificado e Trajetória Estável.

Como visto nas simulações anteriores, a região de estabilidade pode ser ampliada, aumentando a variação de fluxo no enrolamento de campo (E'_q), que pode ser realizada através do aumento da tensão de campo.

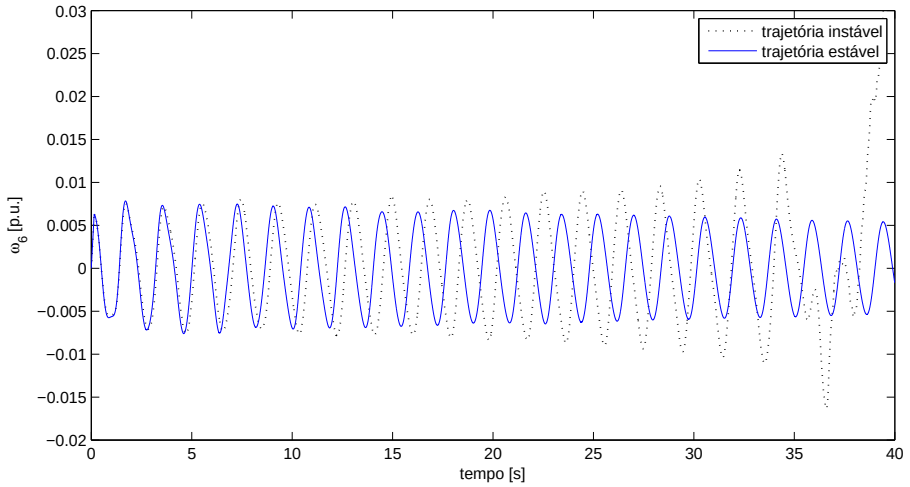

Figura 7.18: Trajetória Aplicando-se o Controle (Estável) e Sem o Controle (Instável).

Como no exemplo de três máquinas radiais, uma estratégia de controle pode ser aplicada através de um laço de controle da tensão de referência (V_{ref}) nos reguladores automáticos de tensão, de forma que a tensão de referência seja aumentada assim que ocorrer uma falta. Dessa forma, pode-se obter um aumento na região de estabilidade.

A figura 7.18 mostra a trajetória instável do sistema no domínio do tempo, e a mesma falta é simulada, aplicando-se o controle, aumentando-se 0,01 p.u. na tensão de referência em todas as máquinas durante o transitório. Como pode ser notado, as oscilações passam a ser amortecidas, e a máquina síncrona 6 retorna à velocidade síncrona após alguns segundos.

Capítulo 8

Conclusão

Neste trabalho foi estudada a análise de estabilidade transitória introduzindo conceitos de teoria de bifurcação. Foi demonstrado que no sistema máquina - barramento infinito uma máquina síncrona sem regulador de tensão perde sua estabilidade através de uma bifurcação Sela-Nó, envolvendo inicialmente as dinâmicas de fluxo. Por outro lado, a bifurcação típica em máquinas síncronas com regulador automático de tensão é a bifurcação de Hopf.

Foram revistos os aspectos de modelagem utilizados nas simulações e os principais métodos de análise de estabilidade transitória.

Foi examinado o ciclo-limite instável existente interior à fronteira de estabilidade calculada no modelo descrito por uma fonte de tensão constante, que ocorre através de uma bifurcação de Hopf, sendo verificado que ele forma uma nova fronteira global de estabilidade.

A avaliação da estabilidade é realizada no plano de fase $\delta - \omega$ em que foi mostrada a necessidade de incluir a variação de fluxo no enrolamento de campo para uma correta análise da estabilidade.

A importância da consideração da existência de ciclos-limite foi demonstrada através de aplicações ao caso MBI e aos casos de sistema multimáquinas para os sistemas radial de 3 máquinas idênticas e 9 barras, onde foi verificado que se a tensão de campo da máquina for limitada, o ciclo-limite torna-se estável e ainda com o sistema New England de 10 geradores e 39 barras.

Uma técnica de controle foi utilizada para se obter o aumento da região de estabili-

dade na presença de um ciclo-limite, elevando-se a tensão de campo das máquinas através de um pequeno aumento da tensão de referência nos reguladores automáticos de tensão.

Referências

[1] ABED, E. H.; VARAIYA, P. P. Nonlinear oscillations in power systems, **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, vol 06, n. 01, pp. 37-43, 1984.

[2] ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. Iowa: The Iowa State Press, 1977.

[3] ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. **Computer analysis of power systems**. Chichester: John Wiley & Sons, 1990.

[4] ATHAY, T.; PODMORE, R.; VIRMANI, S. A Practical method for the direct analysis of transient stability. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v.PAS-98, pp. 573-584, 1979.

[5] BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos**. São Carlos: USP/EESC, 2000.

[6] COLVARA, L. D. Sistemas dinâmicos. In: Congresso de Dinâmica e Controle da SBMAC, 3, 2004, Ilha Solteira. **Anais...** Ilha Solteira: SBMAC, 2004. (Mini-Curso)

[7] DONG Z. Y. **Advanced methods for small signal stability analysis and control in modern power systems**,1998. 217 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)-The University of Sydney, New South Wales, Australia, 1998.

[8] ELGERD, O. I. **Introdução à teoria de sistemas de energia elétrica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1976.

[9] KOKOTOVIC, P. V.; SAUER, P. W. Integral manifold as a tool for reduced-order modeling of nonlinear systems: a synchronous machine case study. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, New york, v.36, n.3, p.403-410, 1989.

[10] KUNDUR, P. **Power system stability and control**. New York: McGraw-Hill, 1994.

[11] OLIVEIRA, R. V.; BRETAS, N. G. Controlador robusto multiobjetivo para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência. **Revista Controle e Automação**, Campinas, v.16, n.3, p.290-302, 2004.

[12] PADIYAR, K. R.; RAJESH, K. G. Bifurcation analysis of a three node power system with detailed models. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v.21, p.375-393, 1999.

[13] PADIYAR, K. R. **Power system dynamics and control**, Singapore: John Wiley, 1996.

[14] PAI, M. A.; SAUER, P. W.; VOURNAS, C. D. The effect of automatic voltage regulation on the bifurcation evolution in power systems. **IEEE Transaction on Power Systems**, New York, v.11, n.04, p.1683-1688, 1996.

[15] PAI, M. A. **Power system stability, analysis by the direct method of lyapunov**. Amsterdan: North-Holland Publishing Company, 1931.

[16] ROSEHART, W. D.; CAÑIZARES, C. A. Bifurcation analysis of various power system models, **International Journal of Electrical Power & Energy Systems** , Oxford, n.21, p.171-182, 1999.

[17] SLOTINE, J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control**. Prentice-Hall, 1991.

[18] SEYDEL, R. **Practical bifurcation and stability analysis:** from equilibrium to chaos. 2.ed. New York: Springer-Verlag, 1994.

[19] STEVENSON JR, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill, 1978.

[20] WATANABE, M.; MITANI, Y.; TSUJI, K. Assessment of power system global stability determined by unstable limit cycle. In: POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE, 2002, Sevilla. **Power System ...** Sevilla: PSCC, 2002.

[21] WATANABE, M.; MITANI, Y.; TSUJI, K.; MIAO, P. Assessment and control of power system global stability determined by unstable limit cycle. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE PORTO POWER TECH CONFERENCE, 2001, Porto. **Proceedings of the...** Porto: IEEE, 2001. (CD-ROM).

[22] WIGGINS, S. **Introduction to applied nonlinear dynamical system and chaos**. New York, Springer-Verlag, 1990.