UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Faculdade de Engenharia - campus de Ilha Solteira

DAVI DA SILVA OLIVEIRA DIAS

Análise dos fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica

Ilha Solteira

2026

Davi da Silva Oliveira Dias

Análise dos fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica

Dissertação, apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Orientador: Profº Dr. Sérgio Kurokawa

Ilha Solteira
2026

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Dias, Davi da Silva Oliveira.
D541a Análise dos fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica / Davi da Silva Oliveira Dias. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
76 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elérica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2026

Orientador: Sérgio Kurokawa

Inclui bibliografia

1. Velocidade de propagação. 2. Transitórios eletromagnéticos. 3. Parâmetros variáveis com a frequência. 4. Resistividade do solo. 5. Domínio da frequência. 6. Domínio do tempo.

Sandra Montibeller - CRB8/060/2025

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Este trabalho apresenta os fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Estas informações permitem a obtenção de resultados mais confiáveis e precisos no que diz respeito à análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica, permitindo que o sistema elétrico brasileiro opere de maneira mais confiável de modo a garantir e melhorar a qualidade do fornecimento de energia elétrica (ODS nº 7 da ONU).

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This study presents the factors influencing the propagation speed of traveling waves in overhead power transmission lines. Such information enables more accurate and reliable results in the analysis of electromagnetic transients, contributing to a more reliable operation of the Brazilian power system and enhancing the quality of electricity supply (UN SDG 7).

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: **Análise dos fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica**

AUTOR: DAVI DA SILVA OLIVEIRA DIAS
ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br
SERGIO KUROKAWA
Data: 21/08/2026 14:40:45-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA (Participaçao Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Ilha Solteira - FEIS

Documento assinado digitalmente
gov.br
EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA
Data: 21/08/2026 14:48:01-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos / Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Poli-USP

Documento assinado digitalmente
gov.br
JUAN PAULO ROBLES BALESTERO
Data: 21/08/2026 16:07:47-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. JUAN PAULO ROBLES BALESTERO (Participaçao Virtual)
Campus de Votuporanga / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP

Ilha Solteira, 21 de agosto de 2026.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, à minha família, ao Grupo de Análise de Transitórios Eletromagnéticos (GATE) e ao meu orientador, por todo apoio oferecido a mim para a realização deste trabalho, sou muito grato a todos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, FAPESP - Processo 2026/01364-6 e CNPq - Processo 311170/2023-4.

"O SENHOR é o meu pastor: nada me faltará."
(Bíblia. . . , 2009, Salmos 23, 1)

RESUMO

Em regime permanente senoidal, a velocidade de propagação da onda de tensão em uma linha de transmissão pode ser obtida em função da sua frequência fundamental. No entanto, durante a ocorrência de transitórios eletromagnéticos resultantes de operações de manobras/chaveamentos e da incidência de descargas atmosféricas, as ondas viajantes apresentam espectro de frequências amplo, tornando inadequada a previsão da velocidade de propagação com base na frequência fundamental. Dessa forma, este trabalho analisa os fatores que influenciam a velocidade de propagação de ondas viajantes resultantes de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas. Para isso, são analisados os espectros de frequências da energização e de descargas atmosféricas, as velocidades de propagação das ondas viajantes em uma linha de transmissão monofásica e trifásica e as ondas de tensão resultantes da energização e da incidência de descargas atmosféricas nestas linhas. Na análise é levada em consideração a influência da frequência e da resistividade do solo sobre o qual as linhas são construídas.

Palavras-Chave: velocidade de propagação; transitórios eletromagnéticos; parâmetros variáveis com a frequência; resistividade do solo; domínio da frequência; domínio do tempo.

ABSTRACT

In steady-state sinusoidal conditions, the propagation velocity of a voltage wave in a transmission line can be obtained as a function of its fundamental frequency. However, during electromagnetic transients resulting from switching operations and lightning strikes, the traveling waves exhibit a broad frequency spectrum, making it inappropriate to predict propagation velocity based solely on the fundamental frequency. Therefore, this work analyzes the factors influencing the propagation velocity of traveling waves resulting from electromagnetic transients in overhead transmission lines. For this purpose, the frequency spectra of energization and lightning discharges are analyzed, along with the propagation velocities of traveling waves in single- and three-phase lines and the resulting voltage waves from energization and lightning strikes on these lines. The analysis takes into account the influence of frequency and the resistivity of the soil over which the lines are constructed.

Keywords: propagation velocity; electromagnetic transients; frequency-dependent parameters; soil resistivity; frequency domain; time domain.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Linha de transmissão monofásica. 16
Figura 2 Linha de transmissão monofásica analisada. 19
Figura 3 Energização da linha. 20
Figura 4 Incidência de descarga atmosférica na linha. 20
Figura 5 Formas de onda para o impulso de manobra e descargas atmosféricas. . . 21
Figura 6 Vista ampliada da Figura 5. 22
Figura 7 Espectro de frequências unilateral normalizado do impulso de manobra e das descargas atmosféricas. 22
Figura 8 Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo. 23
Figura 9 Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra, para diversos tipos de solo. 24
Figura 10 Vista ampliada da Figura 9. 24
Figura 11 Tensão no terminal receptor, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diversos tipos de solo. 25
Figura 12 Vista ampliada da Figura 11 25
Figura 13 Tensão no terminal receptor, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diversos tipos de solo. 26
Figura 14 Vista ampliada da Figura 13 26
Figura 15 Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m. 27
Figura 16 Vista ampliada da Figura 15 27
Figura 17 Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 5000 Ω·m. 28
Figura 18 Vista ampliada da Figura 17 28
Figura 19 Linha de transmissão trifásica analisada. 30
Figura 20 Energização da linha trifásica. 31
Figura 21 Incidência de descarga atmosférica na linha. 31
Figura 22 Espectro de frequências unilateral normalizado do impulso de manobra e das descargas atmosféricas. 32
Figura 23 Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo, dos modos α e β. 33
Figura 24 Vista ampliada da Figura 23. 33
Figura 25 Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo, do modo zero. 34

Figura 26 Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à operação de manobra, para uma resistividade do solo de 100 Ω·m. 34
Figura 27 Vista ampliada da Figura 26. 35
Figura 28 Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à operação de manobra, para diferentes resistividades do solo. 35
Figura 29 Vista ampliada da Figura 28. 36
Figura 30 Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à operação de manobra, para diferentes resistividades do solo. 36
Figura 31 Vista ampliada da Figura 30. 37
Figura 32 Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para um solo com resistividade de 100 Ω·m. 37
Figura 33 Vista ampliada da Figura 32 38
Figura 34 Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo. . . . 38
Figura 35 Vista ampliada da Figura 34. 39
Figura 36 Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo. . . . 39
Figura 37 Vista ampliada da Figura 36. 40
Figura 38 Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m. 40
Figura 39 Vista ampliada da Figura 38 41
Figura 40 Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo. . . 41
Figura 41 Vista ampliada da Figura 40. 42
Figura 42 Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo. . . 42
Figura 43 Vista ampliada da Figura 42. 43
Figura 44 Tensão no terminal receptor, no domínio modal, do modo α, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m. 43
Figura 45 Vista ampliada da Figura 44 44
Figura 46 Tensão no terminal receptor, no domínio modal, do modo α, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m, para o modo zero. 44
Figura 47 Vista ampliada da Figura 46 45

Figura 48 Tensão no terminal receptor, no domínio das fases, na fase 1, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m, para a fase 1. 45
Figura 49 Vista ampliada da Figura 48 46
Figura 50 Tensão no terminal receptor, no domínio das fases, na fase 1, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 5000 Ω·m. 46
Figura 51 Vista ampliada da Figura 50 47
Figura 52 Condutores aéreos: vista lateral. 53
Figura 53 Condutores aéreos: vista frontal. 54
Figura 54 Condutor tubular. 56
Figura 55 Capacitâncias em uma linha de transmissão de n condutores. 60
Figura 56 Resistência longitudinal da linha. 62
Figura 57 Indutância longitudinal da linha. 62
Figura 58 Resistência (a) e indutância (b) longitudinal da fase 1 da linha. 64
Figura 59 Resistência (a) e indutância (b) longitudinal mútua entre as fases 1 e 2 da linha. 65
Figura 60 Linha de transmissão de comprimento infinitesimal 67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros α_{atm} e β_{atm} e tempos característicos para o impulso de manobra e descargas. 21

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

2 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS VIAJANTES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO 16

2.1 LINHAS SEM PERDAS 17

2.2 LINHAS COM PERDAS 18

3 CARACTERÍSTICAS DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO PARA UMA LINHA MONOFÁSICA 19

3.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA MONOFÁSICO ANALISADO 19

3.2 ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS DO IMPULSO DE MANOBRA E DESCARGAS ATMOSFÉRICAS 22

3.3 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA RESISTIVIDADE DO SOLO 23

3.4 ONDAS DE TENSÃO NO RECEPTOR 23

4 CARACTERÍSTICAS DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO PARA UMA LINHA TRIFÁSICA 30

4.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA TRIFÁSICO ANALISADO 30

4.2 ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS DO IMPULSO DE MANOBRA E DESCARGAS ATMOSFÉRICAS NA LINHA TRIFÁSICA 32

4.3 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA RESISTIVIDADE DO SOLO 32

4.4 ONDAS DE TENSÃO NO RECEPTOR 34

5 CONCLUSÃO 48

REFERÊNCIAS 50

APÊNDICE A – PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO . . 53

A.1 PARÂMETROS DE CONDUTORES AÉREOS 53

A.2 PARÂMETROS LONGITUDINAIS 54

A.2.1 Impedância Externa 55

A.2.2 Impedância interna 55

A.2.3 Impedância devido ao efeito do solo 57

A.3 PARÂMETROS TRANSVERSAIS 60

A.3.1 Capacitância aparente **60**
A.3.2 Linha de transmissão monofásica **61**
A.3.3 Linha de transmissão trifásica **63**

APÊNDICE B – DESENVOLVIMENTO DETALHADO - RELAÇÃO ENTRE CORRENTES E TENSÕES EM UMA LINHA DE TRANSMISSÃO **67**

APÊNDICE C – REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL **70**

DADOS CURRICULARES **75**

1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que a representação mais realística de uma linha de transmissão de energia elétrica é a que leva em conta que os parâmetros são distribuídos ao longo do comprimento da linha. Este é o motivo que leva as correntes e tensões na linha a terem o comportamento de ondas viajantes (Shi et al., 2024).

A velocidade de propagação das ondas de tensão e corrente em linhas de transmissão aéreas é função dos parâmetros longitudinais e transversais da linha. Uma vez que tais parâmetros estão relacionados com a frequência e com a resistividade do solo, a velocidade de propagação é em última instância função da frequência e da resistividade do solo sobre o qual a linha foi construída (Shin et al., 2000).

Para que um sistema elétrico opere com eficiência, é necessário que ele tenha um sistema eficiente de proteção (que previna danos em seus componentes) e que possa ser rapidamente restaurado em caso de faltas que levem à interrupção do fornecimento de energia elétrica (Sessa et al., 2026).

Em se tratando de linhas aéreas de transmissão, o conceito de ondas viajantes está diretamente relacionado aos sistemas de proteção, que são do tipo diferencial, e à localização de faltas neste componente do sistema elétrico (Magnago; Abur, 1998; Dong et al., 2025).

Os métodos de localização de faltas que utilizam ondas viajantes operam com base no fato de que quando há uma perturbação na linha de transmissão, surgem ondas de tensão e corrente que se propagam em direção aos extremos da linha. A partir da velocidade destas ondas é possível localizar o ponto na linha onde houve a ocorrência de uma falta (Khuziashev; Minaev; Sarychev, 2026).

Em uma linha de transmissão que opera em regime permanente, desconsiderando as distorções nas ondas de correntes e tensões, há somente uma frequência que é a frequência nominal de operação do sistema. Nestas condições a velocidade de propagação da onda é obtida, para a frequência nominal em que o sistema opera (Wentworth; Neto; Júnior, 2009).

Quando ocorrem distúrbios no sistema (tais como operações de manobras para a energização da linha ou a incidência de descargas atmosféricas na linha) as ondas de corrente e tensão na linha não são caracterizadas por uma única frequência, e sim por um espectro de frequências (Shin et al., 2000; Khuziashev; Minaev; Sarychev, 2026).

Os espectros de frequências associados a manobras de chaveamento são significativamente mais estreitos do que os espectros de descargas atmosféricas (Mitra et al., 2012). Enquanto os chaveamentos possuem espectros com largura de banda limitada a alguns quilohertz (kHz), para a descarga atmosférica a largura de banda estende-se até a faixa dos megahertz (MHz) (Li; He; Zhang, 2014).

Uma vez que a determinação da velocidade de ondas com amplo espectro de frequências utilizando somente uma frequência pode não ser adequada, este artigo pretende mostrar as carac-

terísticas das velocidades de ondas de tensão típicas que se propagam em linhas de transmissão durante a ocorrência de transitórios eletromagnéticos. Tais ondas são aquelas resultantes de operações de manobras de chaveamento da linha e as ondas resultantes da incidência de descargas atmosféricas na linha.

As velocidades de propagação das ondas serão analisadas a partir de dados de simulações de transitórios eletromagnéticos em uma linha de transmissão monofásica e trifásica.

No que diz respeito à estrutura do texto, ele está dividido em cinco capítulos. O Capítulo 1 corresponde à introdução.

No Capítulo 2, são apresentadas as principais equações para se obter a velocidade de propagação da onda viajante para linhas de transmissão de energia elétrica aérea, tanto para uma linha com perdas, quanto para uma linha sem perdas.

No Capítulo 3, a linha monofásica considerada e sua descrição são apresentadas, juntamente com as configurações para a energização e as descargas atmosféricas e seus parâmetros. Os resultados das simulações realizadas e a discussão desses resultados também são abordados neste capítulo, para a linha monofásica.

No Capítulo 4, a linha trifásica considerada e sua descrição são apresentadas, juntamente com as configurações para a energização e as descargas atmosféricas e seus parâmetros. Os resultados das simulações realizadas obtidos no domínio modal e das fases e a discussão desses resultados também são abordados neste capítulo, para a linha trifásica.

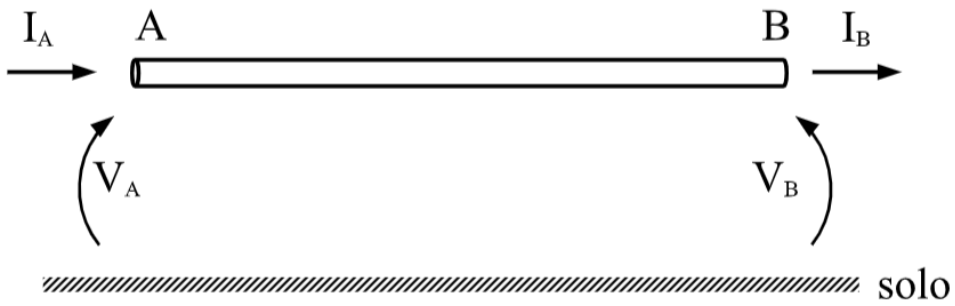
O Capítulo 5 engloba as principais conclusões do estudo. Além disso, são fornecidos os Apêndices, que auxiliam na compreensão mais detalhada do trabalho desenvolvido.

Deste trabalho um artigo intitulado “Características da Velocidade de Propagação de Ondas Viajantes em Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica” foi aceito para apresentação e publicação nos anais do XXVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2026).

2 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS VIAJANTES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

A Figura 1 mostra uma linha de transmissão monofásica, de comprimento d que está a uma altura h em relação ao solo.

Figura 1 – Linha de transmissão monofásica.



Fonte: Autoria própria.

Na linha apresentada na Figura 1, V_A e I_A são a tensão e a corrente no emissor, enquanto, V_B e I_B são a tensão e a corrente no receptor da linha. No domínio da frequência, as tensões e correntes nos terminais da linha são descritas pelas seguintes relações (Budner, 1970):

$$V_B = V_A\, cosh(\gamma d) - Z_c\, I_A\, senh(\gamma d) \tag{1}$$

$$I_B = -\frac{1}{Z_c} V_A\, senh(\gamma d) + I_A\, cosh(\gamma d) \tag{2}$$

As equações (1) e (2) levam em conta que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo do comprimento, fazendo com que a corrente e tensão tenham comportamentos de ondas que se propagam ao longo da linha.

Nas equações (1) e (2), Z_c e γ, são respectivamente, a impedância característica e a função de propagação da linha e são escritas como sendo (Creamer, 1932; Fuchs, 1977):

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \tag{3}$$

$$\gamma = \sqrt{Z\, Y} \tag{4}$$

Em (5) e (6), Z e Y são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal da linha por unidade de comprimento. A impedância Z e a admitância Y são escritas como sendo:

$$Z = R + j\omega L \tag{5}$$

$$Y = G + j\omega C \tag{6}$$

Em (5) R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinal da linha por unidade de comprimento, enquanto, em (6), G e C são a condutância e a capacitância transversal da linha por unidade de comprimento, respectivamente. Devido aos efeitos solo e pelicular, os parâmetros longitudinais da linha são variáveis em relação à frequência.

Substituindo (5) e (6) em (4), verifica-se que a função de propagação da linha é escrita como sendo:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \tag{7}$$

A equação (7), pode ser escrita na forma:

$$\gamma = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \tag{8}$$

Em (8), $\alpha(\omega)$ e $\beta(\omega)$ são, respectivamente, a função de atenuação e a função de fase (Mu et al., 2024).

A velocidade de propagação para uma onda viajante de corrente e tensão na linha de transmissão em função da sua frequência fundamental é escrita na forma (Wentworth; Neto; Júnior, 2009):

$$v_p = \frac{\omega}{\beta(\omega)} \tag{9}$$

A equação (9) mostra que, de maneira genérica, a velocidade de propagação para estas ondas de corrente e tensão depende da frequência das ondas e dos parâmetros da linha.

2.1 LINHAS SEM PERDAS

Em uma linha aérea ideal, em que o efeito pelicular sobre o condutor pode ser desconsiderado e que o solo sobre o qual a linha é construída é um condutor ideal, as perdas são nulas ($R = 0$ e $G = 0$). Para esta linha, a velocidade de propagação torna-se:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{10}$$

Em (10), L corresponde à indutância externa. A indutância L e a capacitância C são escritas na forma (Tu; Tlusty, 2003):

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r}\right) \tag{11}$$

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{1}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} \tag{12}$$

Em (11) e (12), h é a altura do condutor em relação ao solo e r é o raio do condutor. Os parâmetros μ_0 e ε_0 são, respectivamente, a permeabilidade magnética e a permissividade do vácuo (estes parâmetros, no ar e no vácuo são aproximadamente iguais).

Substituindo (11) e (12) em (10), verifica-se que a velocidade de propagação da onda em uma linha aérea sem perdas pode ser escrita como sendo:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \tag{13}$$

A equação (13) mostra que a velocidade de propagação da onda em uma linha aérea sem perdas é constante e igual à velocidade da luz no vácuo, e independe das frequências presentes nas ondas de corrente e tensão. Esta característica leva a concluir que independentemente do distúrbio que ocorra na linha (seja uma operação de manobra/chaveamento, seja a incidência de uma descarga atmosférica), as ondas de corrente e tensão se propagarão ao longo da linha com a mesma velocidade.

2.2 LINHAS COM PERDAS

Os parâmetros longitudinais de uma linha com perdas são variáveis em relação à frequência devido aos efeitos solo e pelicular. O efeito pelicular está relacionado com fato de que a corrente tende a se concentrar mais próxima à superfície do condutor à medida que a frequência aumenta (Dwight, 1918), enquanto o efeito do solo diz respeito ao fato de que o solo sobre o qual a linha é construída não ser um condutor ideal (o que leva os parâmetros longitudinais serem variáveis em relação à frequência e também em relação à resistividade do solo) (Li et al., 2016).

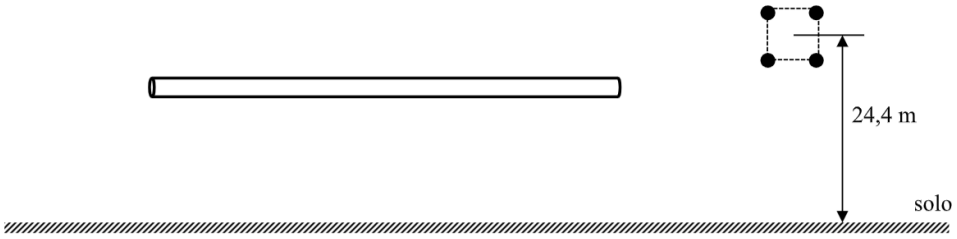
De modo diferente do que acontece em regime permanente senoidal, durante a ocorrência de transitórios eletromagnéticos as ondas de tensão e corrente possuem um amplo espectro de frequências. Nestas condições, a utilização da equação (9) pode resultar em valores que não correspondem às velocidades das ondas. A ausência de uma frequência única e a presença de um espectro abrangente fazem com que as componentes que constituem o sinal se propaguem em velocidades distintas, tornando a equação insuficiente para descrever o deslocamento da onda como um todo.

3 CARACTERÍSTICAS DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO PARA UMA LINHA MONOFÁSICA

3.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA MONOFÁSICO ANALISADO

Para obter informações referentes à velocidade de propagação das ondas de tensão que percorrem uma linha de transmissão monofásica, foi considerada a linha de transmissão monofásica hipotética de 200 km de comprimento mostrada na Figura 2.

Figura 2 – Linha de transmissão monofásica analisada.



Fonte: Autoria própria.

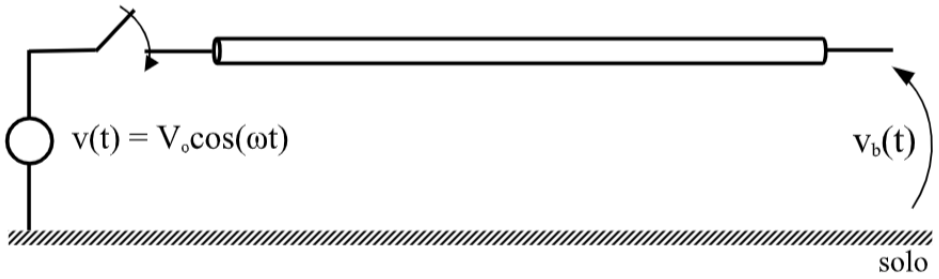
A linha mostrada na Figura 2 é constituída de 4 subcondutores do tipo Grosbeak, com raio de 12,575 mm, dispostos na forma de um quadrado de lado igual a 0,40 m. Considerou-se que o eixo de simetria desta linha está a 24,4 m de altura em relação ao solo. Os parâmetros da linha foram calculados para frequências compreendidas entre 10 Hz e 10 MHz, levando em conta os efeitos solo e pelicular, para solos com resistividades de 100, 500, 1000 e 5000 Ω·m.

Foram considerados diversos tipos de solos tais como solos de areia quartzosa (com alto teor de alumínio), que possuem resistividade em torno de 100 Ω·m (Spera et al., 1999), solos argilosos ácidos (por conta da presença de alumínio e hidrogênio), que têm resistividades de até 500 Ω·m e solos pedregosos/rochosos possuem resistividade de 1000 a 5000 Ω·m a depender de alguns fatores, como por exemplo, o teor de alumínio presente neste solo (Molina et al., 2008).

Será mostrada a influência da resistividade do solo na velocidade de propagação das ondas na linha, bem como as características das ondas de tensão resultantes de operações de manobras de chaveamento na linha e da incidência de descargas atmosféricas na linha.

Para observar as ondas de tensão resultantes de manobras de chaveamento, a linha mostrada na Figura 2 será energizada por um impulso de manobra padronizado (250/2500 μs) (Havunen; Hällström, 2021; Fang et al., 2024), cujo valor de pico da tensão é unitário (os demais parâmetros para se representar este impulso estão descritos na Tabela 1), considerando o receptor em aberto, conforme ilustra a Figura 3.

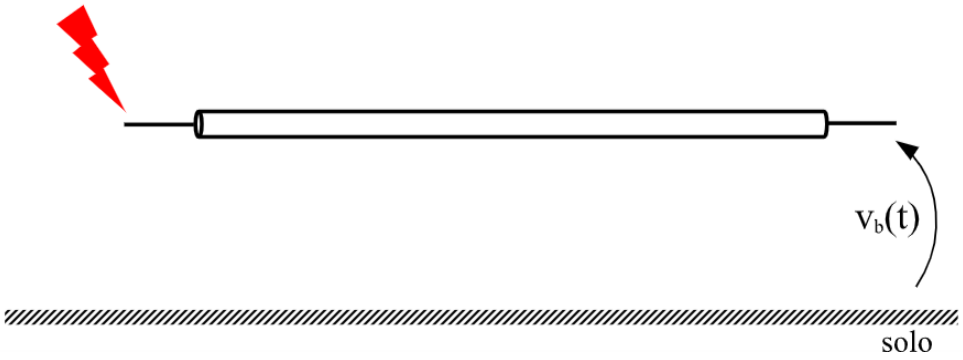
Figura 3 – Energização da linha.



Fonte: Autoria própria.

Para obter os comportamentos das ondas de tensão resultantes de descargas atmosféricas, a linha mostrada na Figura 2 foi submetida a uma descarga atmosférica em seu emissor, considerando o receptor em aberto, conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 – Incidência de descarga atmosférica na linha.



Fonte: Autoria própria.

O impulso de manobra e as descargas atmosféricas foram representados pela equação da dupla exponencial, escrita como (Jia; Xiaoqing, 2006):

$$f(t) = \frac{A_0}{e^{-\alpha_{atm}k} - e^{-\beta_{atm}k}}(e^{-\alpha_{atm}t} - e^{-\beta_{atm}t}) \tag{1}$$

Sendo:

A_0: Valor de pico.

α_{atm}: Constante relacionada com o tempo de descida.

β_{atm}: Constante relacionada com o tempo de subida.

O termo k em (1) é o valor do intervalo de tempo, do início do sinal até seu valor de pico, expresso da seguinte forma:

$$k = \frac{\ln(\frac{\beta_{atm}}{\alpha_{atm}})}{\beta_{atm} - \alpha_{atm}} \tag{2}$$

Considerando uma descarga de 1,2/50 μs e uma descarga de 30/300 μs, tendo ambas um valor de pico unitário, caracterizadas pelos parâmetros apresentados na Tabela 1 (Jia; Xiaoqing, 2006; Miki; Kudo; Saito, 2024).

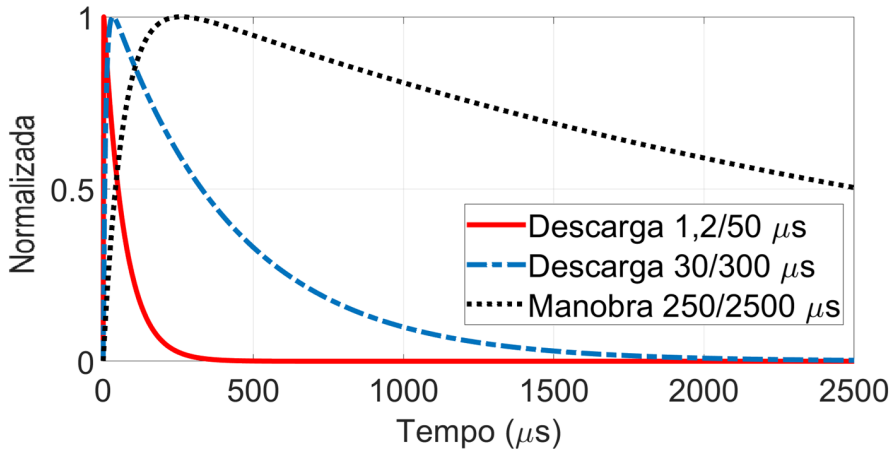
Tabela 1 – Parâmetros α_{atm} e β_{atm} e tempos característicos para o impulso de manobra e descargas.

α_{atm}	β_{atm}	Subida (μs)	Descida (μs)
$3,15 \cdot 10^2$	$1,53 \cdot 10^4$	250	2500
$2,41 \cdot 10^3$	$1,24 \cdot 10^5$	30	300
$1,47 \cdot 10^4$	$2,47 \cdot 10^6$	1,2	50

Fonte: Autoria própria.

A Figura 5 mostra as formas de onda para o impulso de manobra e descargas atmosféricas.

Figura 5 – Formas de onda para o impulso de manobra e descargas atmosféricas.

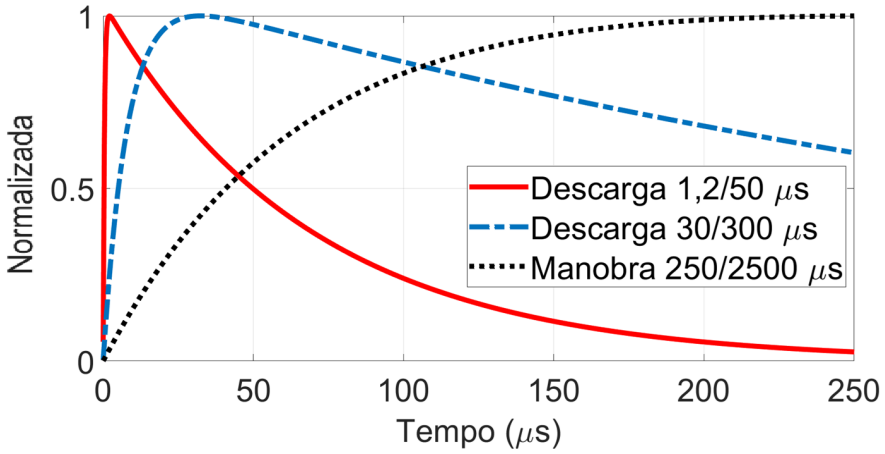


Fonte: Autoria própria.

Na Figura 5, é possível observar os diferentes tempos de descida de cada um, tendo a descarga atmosférica de 1,2/50 μs um tempo de descida menor, a descarga atmosférica de 30/300 μs, um tempo de descida maior em relação a descarga atmosférica de 1,2/50 μs e o impulso de manobra com o maior tempo de descida entre os três.

A Figura 6 apresenta uma vista ampliada da Figura 5, para o intervalo de tempo de 0 a 250 μs, para uma melhor visualização do comportamento inicial das formas de onda apresentadas na Figura 5.

Figura 6 – Vista ampliada da Figura 5.



Fonte: Autoria própria.

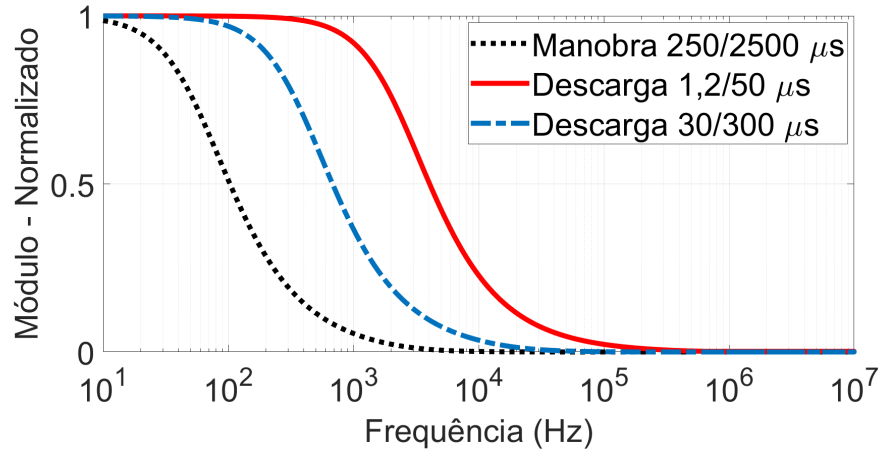
Na Figura 6, é possível observar os diferentes tempos de subida de cada um, tendo a descarga atmosférica de 1,2/50 μs um tempo de subida menor, a descarga atmosférica de 30/300 μs um tempo de subida maior em relação à descarga atmosférica de 1,2/50 μs e o impulso de manobra com o maior tempo de subida entre os três.

As tensões no receptor da linha, no domínio do tempo, foram obtidas a partir da aplicação da transformada inversa de Laplace nas equações (1) e (2).

3.2 ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS DO IMPULSO DE MANOBRA E DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

A Figura 7 mostra os espectros de frequências que constituem o impulso de manobra e descargas atmosféricas.

Figura 7 – Espectro de frequências unilateral normalizado do impulso de manobra e das descargas atmosféricas.



Fonte: Autoria própria.

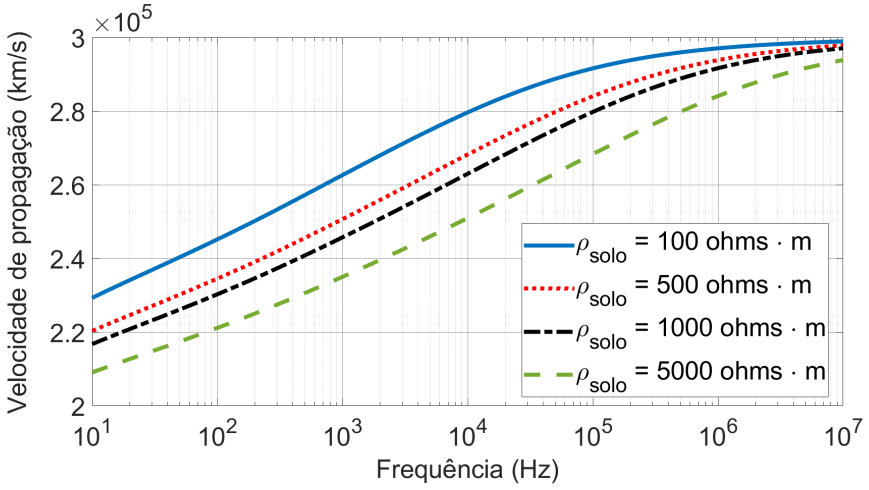
Comparando as curvas dos espectros de frequências do impulso de manobra e das descargas atmosféricas, é possível observar que os espectros de frequências das descargas atmosféricas possuem maior magnitude em frequências maiores, quando comparados com o espectro de frequências do impulso de manobra.

Entre as descargas atmosféricas, a descarga com tempos de subida e descida menores (1,2/50 μs), apresenta um espectro de frequência em maiores frequências, quando comparado com a descarga atmosférica com tempos de subida e descida maiores (30/300 μs).

3.3 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA RESISTIVIDADE DO SOLO

A velocidade de propagação para a linha mostrada na Figura 2 para cada componente da onda viajante foi calculada a partir de (9), considerando os valores de resistividade do solo previamente definidos. Os resultados são mostrados na Figura 8.

Figura 8 – Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo.



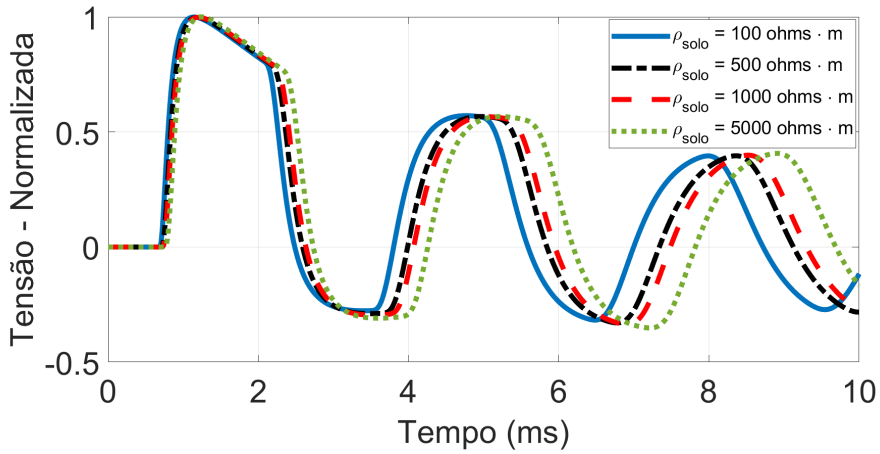
Fonte: Autoria própria.

De acordo com os resultados mostrados na Figura 8, para uma dada frequência, a velocidade de propagação diminui à medida que a resistividade do solo aumenta. À medida que a frequência aumenta, observa-se a redução da influência do solo na velocidade de propagação das ondas sendo que para frequências acima de 1 MHz a velocidade de propagação aproxima-se da velocidade da luz no vácuo. Assim conclui-se que, em frequências elevadas, uma linha real tende a comportar-se como uma linha sem perdas no que diz respeito à velocidade de propagação.

3.4 ONDAS DE TENSÃO NO RECEPTOR

A Figura 9 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha) resultantes do impulso de manobra na linha, considerando valores para a resistividade do solo compreendidos entre 100 Ω·m e 5000 Ω·m.

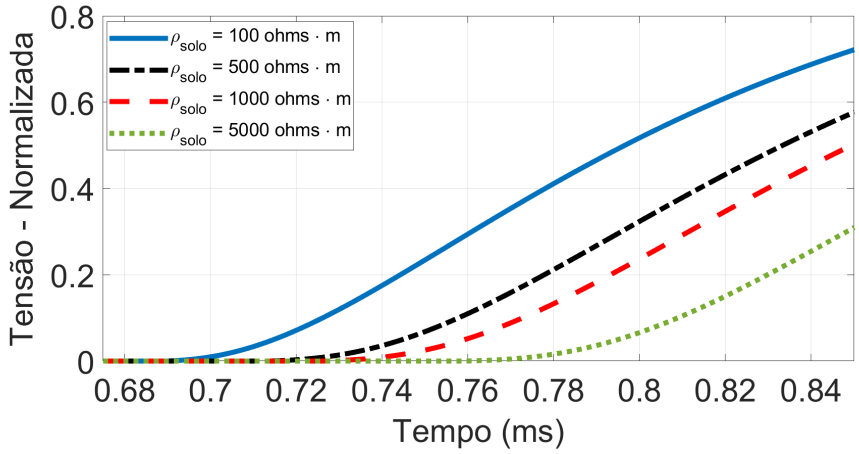
Figura 9 – Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra, para diversos tipos de solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 10 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha devido à operação de manobra na linha, para diversas resistividades de solo.

Figura 10 – Vista ampliada da Figura 9.

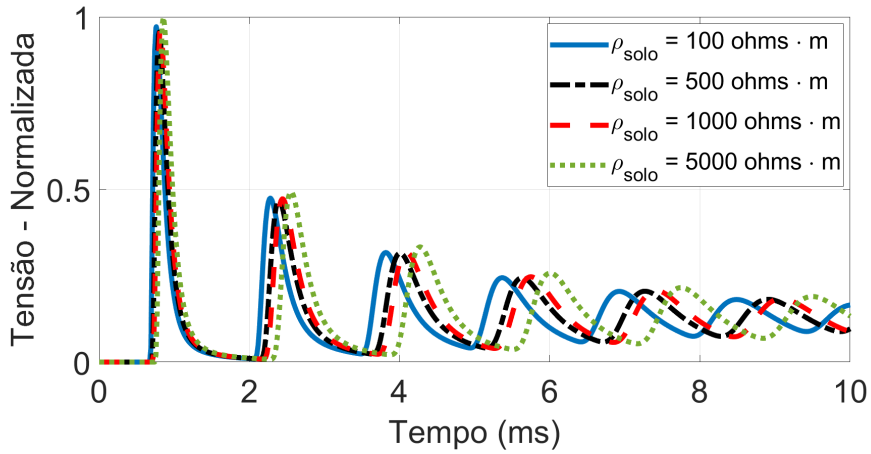


Fonte: Autoria própria.

Na Figura 10, analisando a frente de onda, verifica-se que conforme se tem um aumento na resistividade do solo, ocorre um aumento no tempo de propagação das ondas, pois, de acordo com a Figura 8 apresentada, a velocidade de propagação das componentes que constituem o sinal diminui à medida que a resistividade do solo aumenta, resultando em uma velocidade de propagação para o sinal como um todo menor conforme se tem uma resistividade do solo maior.

A Figura 11 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha) resultantes da incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, considerando solos com resistividades compreendidas entre 100 Ω·m e 5000 Ω·m.

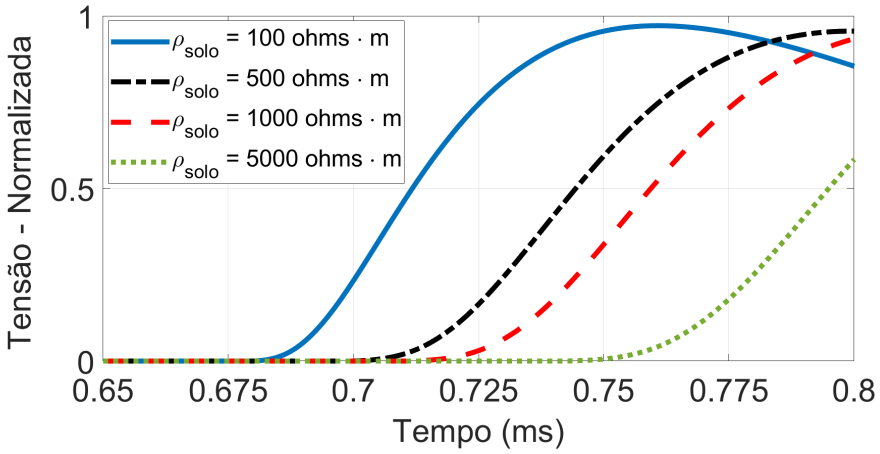
Figura 11 – Tensão no terminal receptor, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diversos tipos de solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 12 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diversas resistividades de solo.

Figura 12 – Vista ampliada da Figura 11

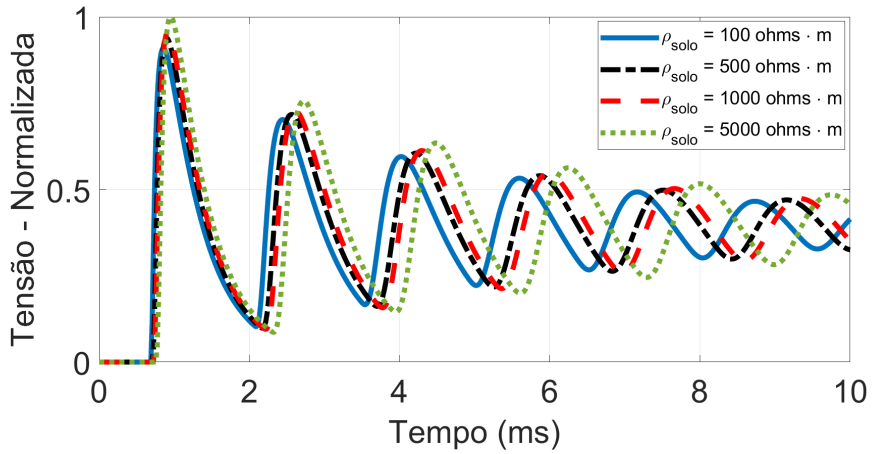


Fonte: Autoria própria.

Para as ondas apresentadas na Figura 12, o comportamento da velocidade de propagação em relação à resistividade do solo é semelhante ao comportamento observado na Figura 10, também ocorrendo uma redução na velocidade de propagação da onda conforme a resistividade do solo aumenta.

A Figura 13 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha) resultantes da incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, considerando solos com resistividades compreendidas entre 100 Ω·m e 5000 Ω·m.

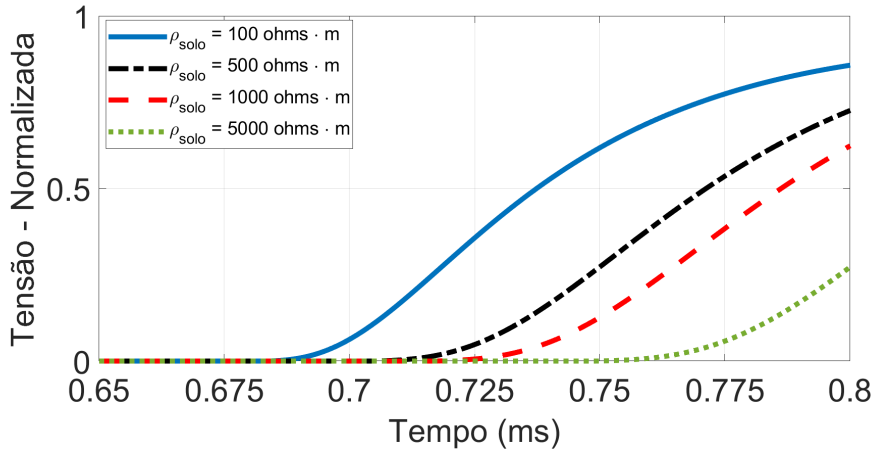
Figura 13 – Tensão no terminal receptor, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diversos tipos de solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 14 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diversas resistividades de solo.

Figura 14 – Vista ampliada da Figura 13

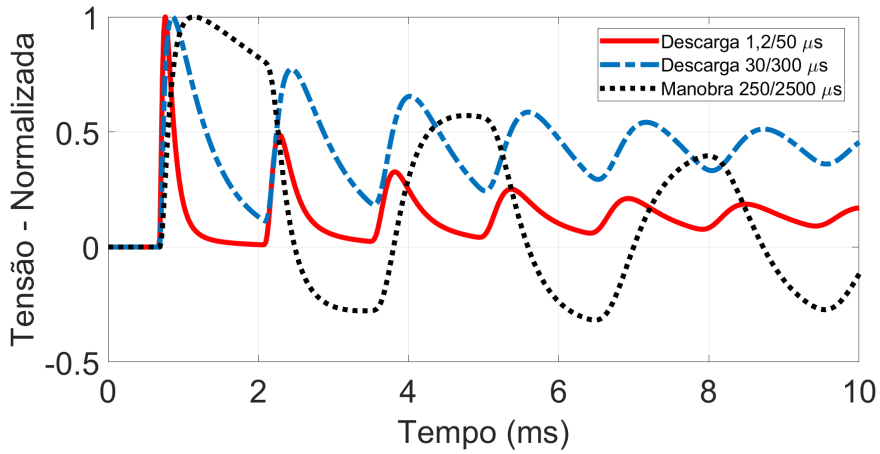


Fonte: Autoria própria.

Para as ondas apresentadas na Figura 14, o comportamento da velocidade de propagação em relação à resistividade do solo é semelhante ao comportamento observado na Figura 10 e 12, também ocorrendo uma redução na velocidade de propagação da onda conforme a resistividade do solo aumenta.

As Figuras 15 e 17 mostram as três ondas de tensão (resultantes do impulso de manobra e da incidência de descargas atmosféricas) no terminal da linha considerando solos com resistividades de 100 Ω·m e 5000 Ω·m, respectivamente.

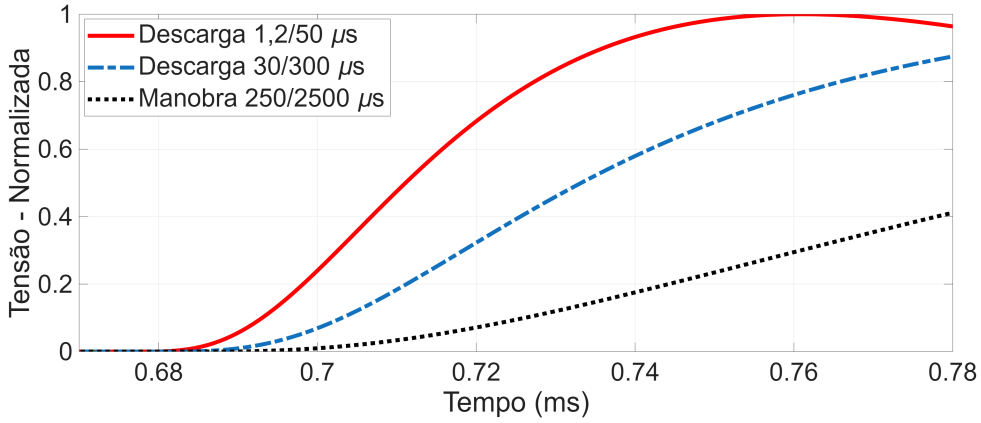
Figura 15 – Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 16 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com resistividade de 100 Ω·m.

Figura 16 – Vista ampliada da Figura 15



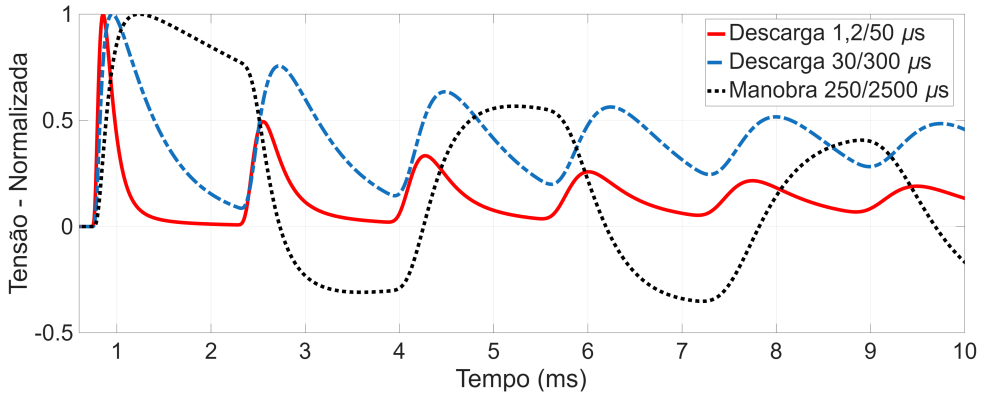
Fonte: Autoria própria.

Sendo a frente de onda que corresponde ao tempo de propagação, composta principalmente de altas frequências, conforme apresentado na Figura 7, como o espectro da descarga atmosférica 1,2/50 μs abrange maiores frequências, a velocidade de propagação da onda de tensão devida à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha é maior do que a da energização e da descarga atmosférica 30/300 μs, pois suas componentes de alta frequência viajam em maiores velocidades.

Analisando o resultado obtido mostrado na Figura 16, para a operação de manobra se obtém um tempo de propagação maior, pois o seu espectro de frequências se encontra abaixo de 10 kHz, enquanto a descarga atmosférica 1,2/50 μs possui um espectro até uma faixa de frequência que se compreende aproximadamente entre 100 kHz e 1 MHz, portanto, as componentes que

constituem a onda viajante de tensão devido à operação de manobra na linha possuem uma menor velocidade de propagação, resultando em um tempo de propagação maior para a energização em relação à descarga atmosférica 1,2/50 μs.

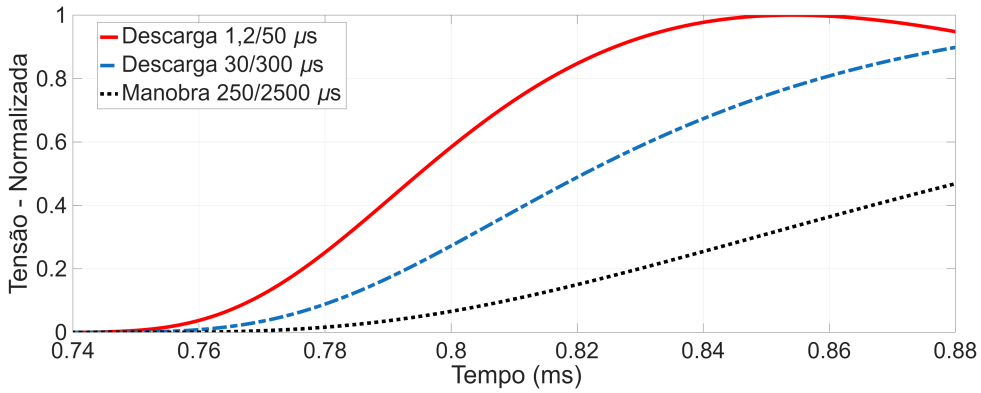
Figura 17 – Tensão no terminal receptor, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 5000 Ω·m.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 18 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com resistividade de 5000 Ω·m.

Figura 18 – Vista ampliada da Figura 17



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 17, comportamentos semelhantes são observados ao se comparar com a Figura 15, porém, como na Figura 17 a resistividade do solo considera para se obter a tensão no terminal receptor da linha é maior, e ao analisar a Figura 7, para todas as curvas com diferentes resistividades do solo conforme se aproximam de 100 kHz, os valores destas curvas começam a se tornar cada vez mais próximos. No entanto para frequências abaixo de 100 kHz, quanto maior a resistividade do solo, menor a velocidade de propagação.

Este comportamento reflete diretamente nas ondas de tensão apresentadas na Figura 18, pois como o espectro de frequências da energização se encontra abaixo dos 10 kHz e o espectro da descarga atmosférica considerada ainda possui magnitude em frequências acima de 100 kHz,

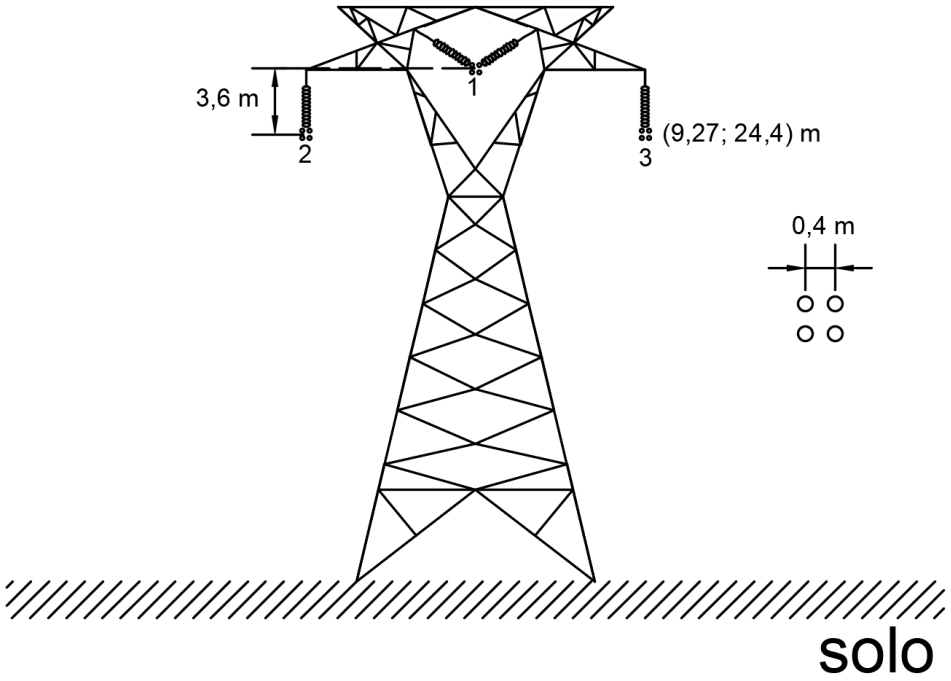
se tem um tempo de propagação da energização e das descargas atmosféricas maior, quando comparado com o caso mostrado na Figura 16, correspondendo assim a uma velocidade de propagação menor para o caso em que é considerada uma resistividade do solo de 5000 Ω·m.

4 CARACTERÍSTICAS DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO PARA UMA LINHA TRIFÁSICA

4.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA TRIFÁSICO ANALISADO

Para obter informações referentes à velocidade de propagação das ondas de tensão que percorrem uma linha de transmissão trifásica de energia elétrica serão realizadas simulações de transitórios eletromagnéticos na linha de 200 km de comprimento mostrada na Figura 19.

Figura 19 – Linha de transmissão trifásica analisada.



Fonte: Autoria própria.

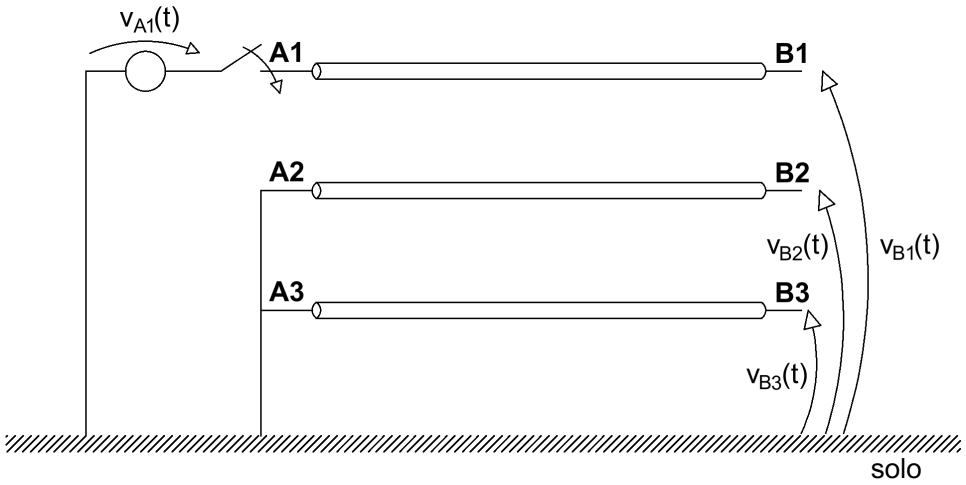
A linha mostrada na Figura 19 é constituída de 4 subcondutores do tipo Grosbeak, com raio de 12,575 mm, dispostos na forma de um quadrado de lado igual a 0,40 m. Considerou-se que o eixo de simetria da linha da fase 1 está a 28 m de altura em relação ao solo e as fases 2 e 3 estão a 24,4 m em relação ao solo. Os parâmetros da linha foram calculados para frequências compreendidas entre 10 Hz e 10 MHz, levando em conta os efeitos solo e pelicular, para solos com resistividades de 100, 500, 1000 e 5000 Ω·m.

Serão mostradas a influência da resistividade do solo na velocidade de propagação das ondas na linha no domínio modal, bem como as características das ondas de tensão resultantes de operações de manobras de chaveamento na linha e da incidência de descargas atmosféricas na linha, ambas no domínio modal e das fases.

Para observar as ondas de tensão resultantes de manobras de chaveamento, a linha mostrada na Figura 19 será energizada por um impulso de manobra (250/2500 μs), utilizado anteriormente

para a linha monofásica, cujo valor de pico da tensão é unitário, considerando os terminais receptores em aberto, conforme ilustra a Figura 20.

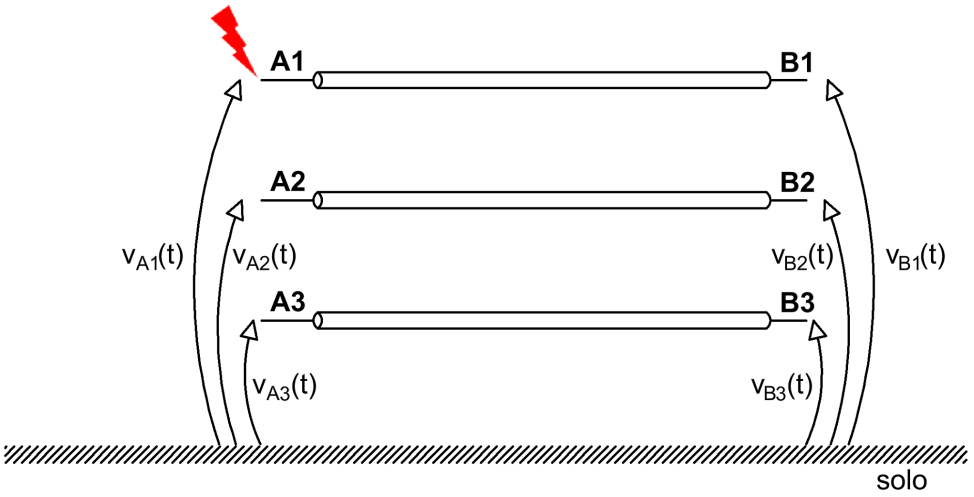
Figura 20 – Energização da linha trifásica.



Fonte: Autoria própria.

Para obter os comportamentos das ondas de tensão resultantes de descargas atmosféricas, a linha mostrada na Figura 19 foi submetida a uma descarga atmosférica na fase 1 de seu terminal emissor, considerando os terminais receptores em aberto, conforme mostra a Figura 21.

Figura 21 – Incidência de descarga atmosférica na linha.



Fonte: Autoria própria.

O impulso de manobra e as descargas atmosféricas foram representados pela equação da dupla exponencial, apresentada em (1).

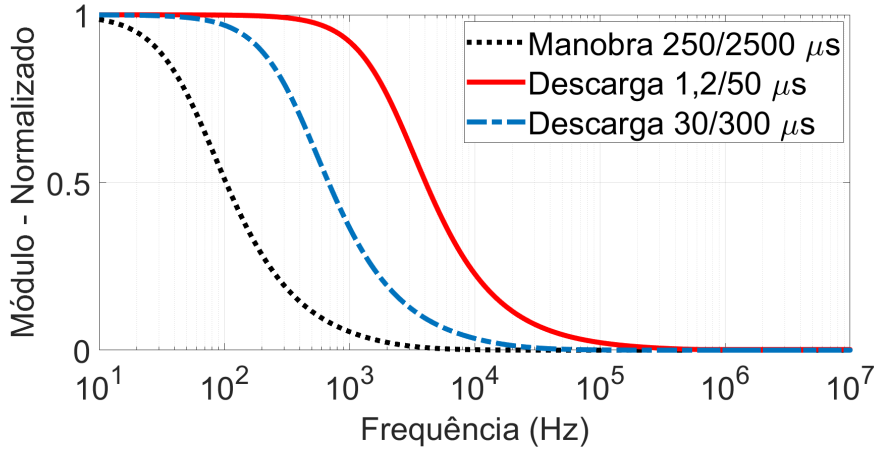
Considerando uma descarga de 1,2/50 μs e uma descarga de 30/300 μs, tendo ambas um valor de pico unitário, caracterizadas pelos parâmetros apresentados na Tabela 1.

Para obter as correntes e tensões nos terminais da linha, a mesma foi representada no domínio modal (veja Apêndice C)

4.2 ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS DO IMPULSO DE MANOBRA E DESCARGAS ATMOSFÉRICAS NA LINHA TRIFÁSICA

Sendo os dados que caracterizam o impulso de manobra e as descargas atmosféricas iguais aos apresentados para a linha monofásica, a Figura 22 mostra novamente os espectros de frequências para o impulso de manobra e para as descargas atmosféricas.

Figura 22 – Espectro de frequências unilateral normalizado do impulso de manobra e das descargas atmosféricas.



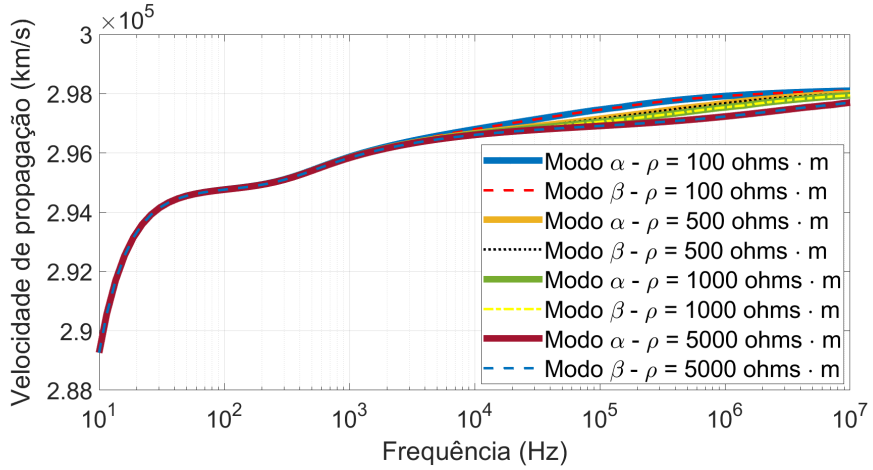
Fonte: Autoria própria.

Obtendo-se as mesmas curvas apresentadas para a linha monofásica, uma vez que os espectros de frequências dos sinais de entrada não dependem do tipo de linha.

4.3 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA RESISTIVIDADE DO SOLO

A velocidade de propagação para a linha mostrada na Figura 19 para cada componente da onda viajante foi calculada no domínio modal para cada modo a partir de (9), considerando os valores de resistividade do solo previamente definidos. Os resultados para os modos α e β são mostrados na Figura 23.

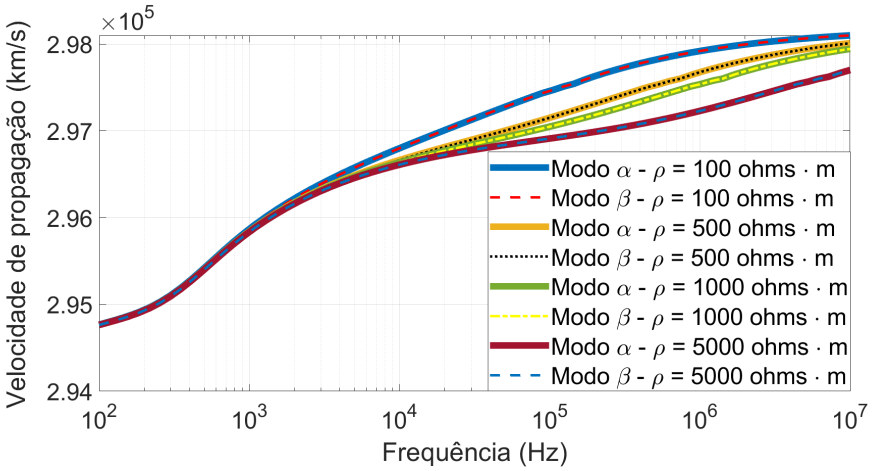
Figura 23 – Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo, dos modos α e β.



Fonte: Autoria própria.

De acordo com os resultados mostrados na Figura 23, para frequências acima dos 100 Hz, conforme se aumenta a frequência se torna evidente a existência de diferentes velocidades para dadas resistividades do solo, característica essa que é possível se visualizar melhor na Figura 24.

Figura 24 – Vista ampliada da Figura 23.

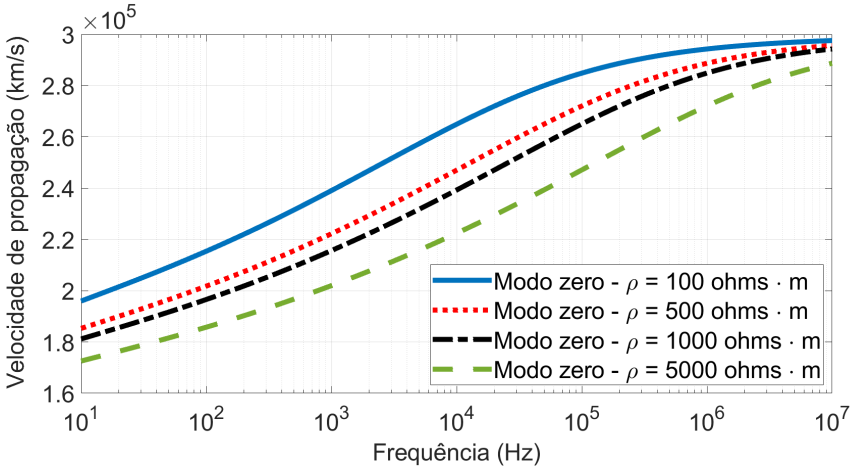


Fonte: Autoria própria.

Na Figura 24, a velocidade de propagação diminui à medida que a resistividade do solo aumenta. Já em relação aos modos, os modos α e β dada a mesma resistividade de solo, possuem os mesmos valores em função da frequência.

O resultado do modo zero é mostrado na Figura 25.

Figura 25 – Velocidade de propagação da onda viajante para diferentes resistividades do solo, do modo zero.



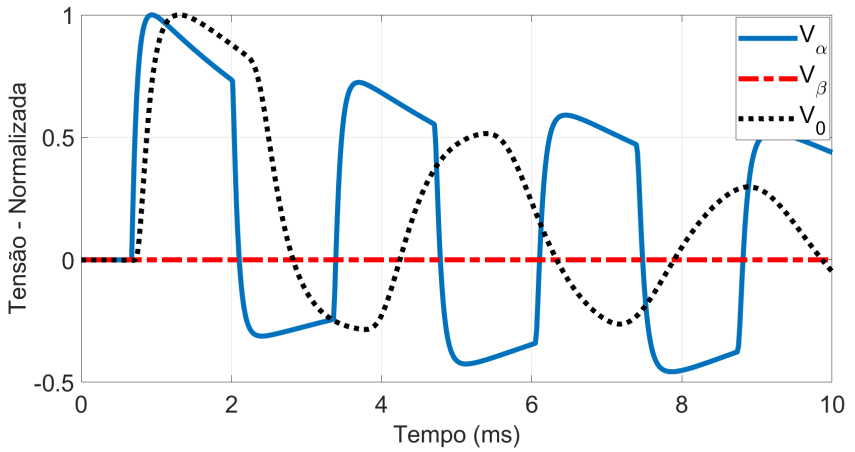
Fonte: Autoria própria.

A Figura 25 mostra que o modo zero possui uma maior variação na velocidade de propagação em função da frequência quando comparado com o resultado obtido na Figura 23 para os modos α e β dada a mesma faixa de frequência. O modo zero abrange velocidades menores a maiores, para a faixa de frequência apresentada, quando comparado com os modos α e β.

4.4 ONDAS DE TENSÃO NO RECEPTOR

A Figura 26 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, resultantes do impulso de manobra na linha, considerando o valor para a resistividade do solo de 100 Ω·m.

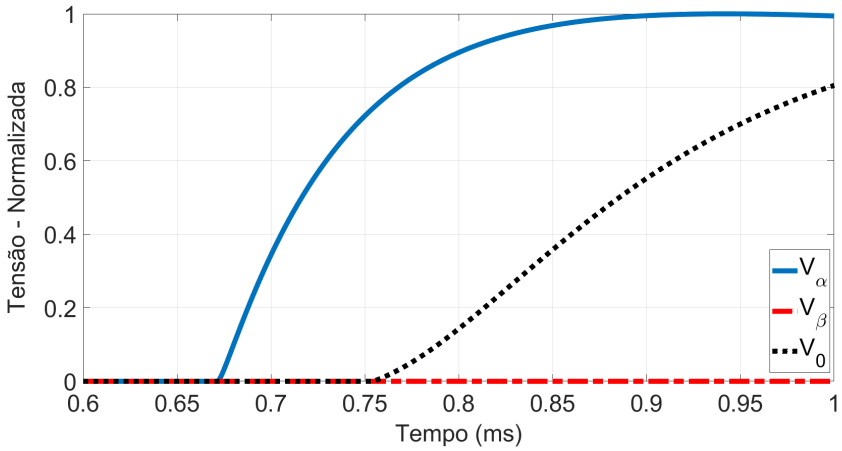
Figura 26 – Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à operação de manobra, para uma resistividade do solo de 100 Ω·m.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 27 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha devido à operação de manobra na linha, para uma resistividade de solo de 100 Ω·m.

Figura 27 – Vista ampliada da Figura 26.

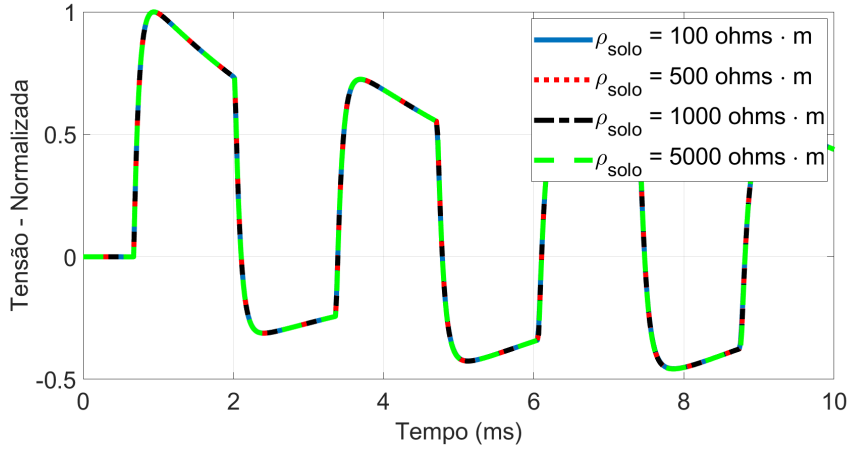


Fonte: Autoria própria.

Devido à diferença entre os valores de velocidade de propagação da onda, dada uma mesma frequência, entre os modos α e β e o modo zero, apresentada na seção 4.3, esta característica implica diretamente na velocidade de propagação dos modos, em que, para as ondas resultantes de operação de manobra, no domínio modal, o modo α apresenta uma velocidade de propagação maior do que a velocidade de propagação do modo zero, já o modo β para a operação de manobra apresentada é nulo.

A Figura 28 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo α, resultantes do impulso de manobra na linha, para diferentes resistividades do solo.

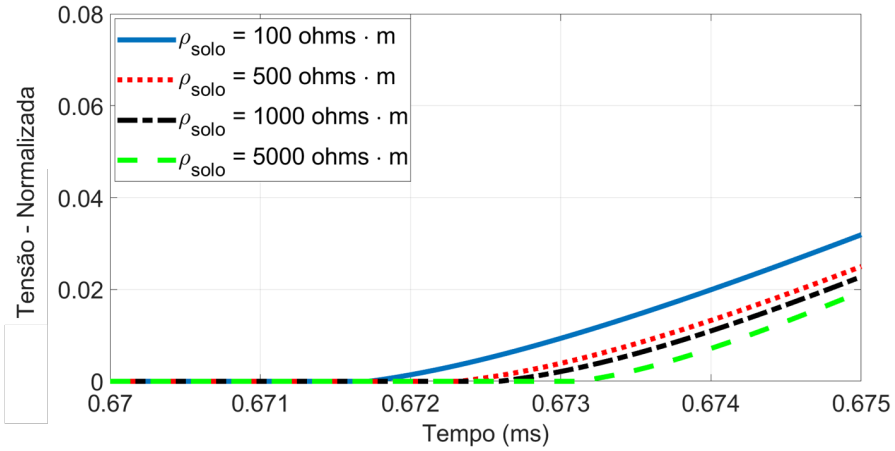
Figura 28 – Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à operação de manobra, para diferentes resistividades do solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 29 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha devido à operação de manobra na linha, do modo α, para diferentes resistividades do solo.

Figura 29 – Vista ampliada da Figura 28.

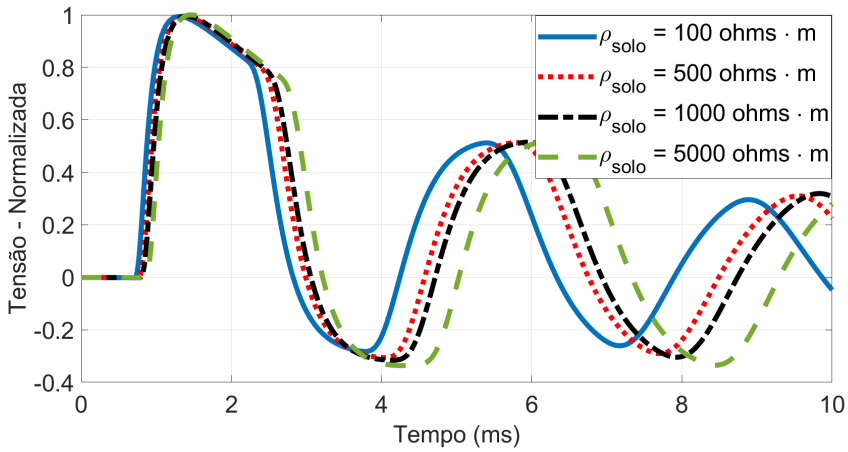


Fonte: Autoria própria.

O resultado apresentado na Figura 29 condiz com os resultados obtidos na Figura 24, relacionando este resultado com o espectro da manobra que abrange frequências em torno de até 1 kHz, é observada uma pequena diferença na velocidade de propagação do modo α, fato este que está de acordo com a faixa de frequência do espectro da manobra e o resultado obtido para a velocidade de propagação do modo α em função da frequência, onde se tem o inicio do efeito do solo em que, quanto maior a resistividade do solo, menor é a velocidade de propagação, correspondendo assim ao resultado obtido na Figura 24.

A Figura 30 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo zero, resultantes do impulso de manobra na linha, para diferentes resistividades do solo.

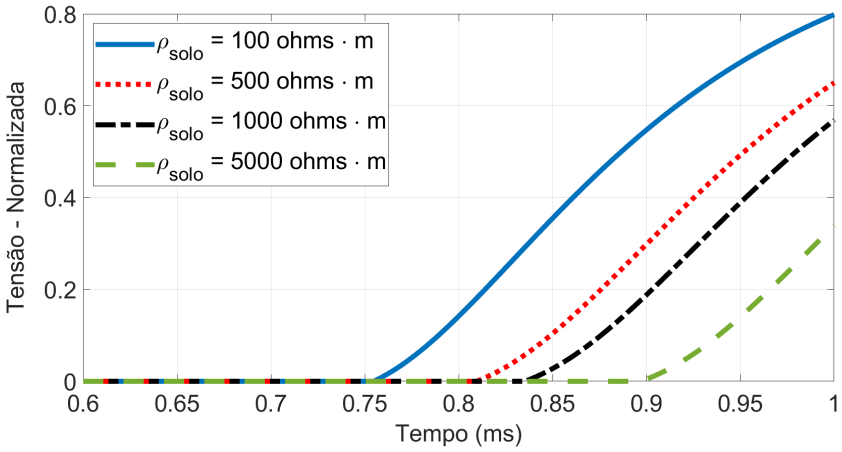
Figura 30 – Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à operação de manobra, para diferentes resistividades do solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 31 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, no domínio modal, do modo zero, devido à operação de manobra na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 31 – Vista ampliada da Figura 30.

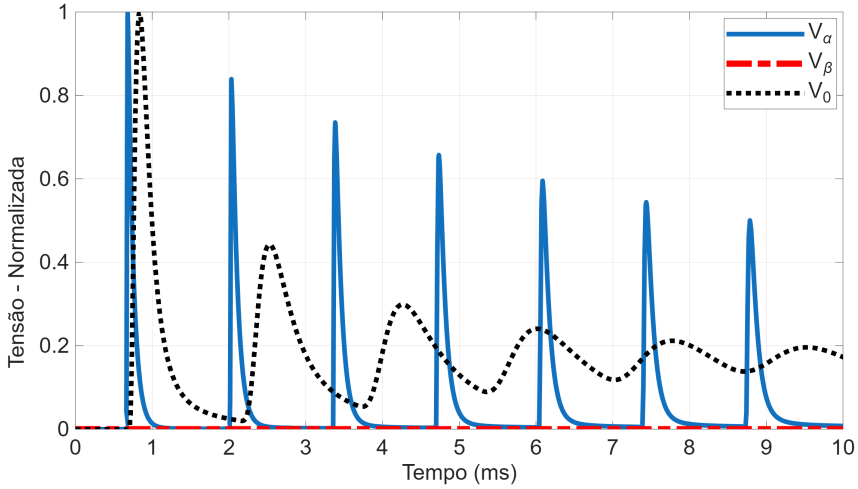


Fonte: Autoria própria.

O resultado apresentado na Figura 31 condiz com os resultados obtidos na Figura 25, relacionando este resultado com o espectro de manobra que abrange frequências em torno de até 1 kHz, é possível observar uma maior diferença na velocidade de propagação do modo zero em comparação com o modo α, onde, quanto maior a resistividade do solo, menor é a velocidade de propagação também, porém, no modo zero se tem uma maior diferença entre as velocidade de propagação para dada resistividade do solo.

A Figura 32 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, resultantes da incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m.

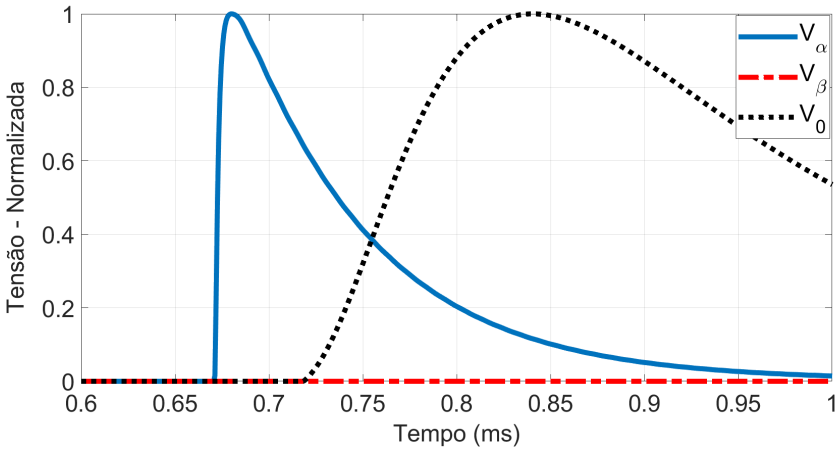
Figura 32 – Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para um solo com resistividade de 100 Ω·m.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 33 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para um solo com resistividade de 100 Ω·m.

Figura 33 – Vista ampliada da Figura 32

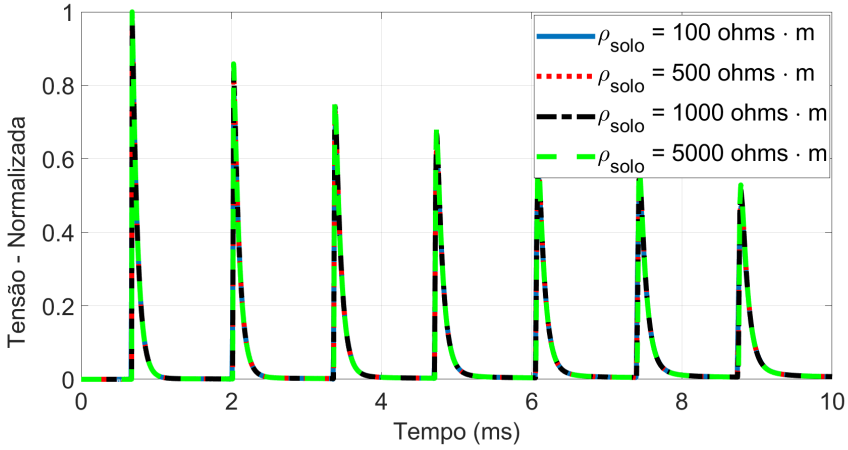


Fonte: Autoria própria.

Para as ondas apresentadas na Figura 33, o comportamento da velocidade de propagação em relação aos modos, ao se comparar com a Figura 27, é possível observar uma velocidade de propagação maior para o modo zero, pelo fato da descarga atmosférica 1,2/50 μs possuir um espectro em maiores frequências do que a manobra.

A Figura 34 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

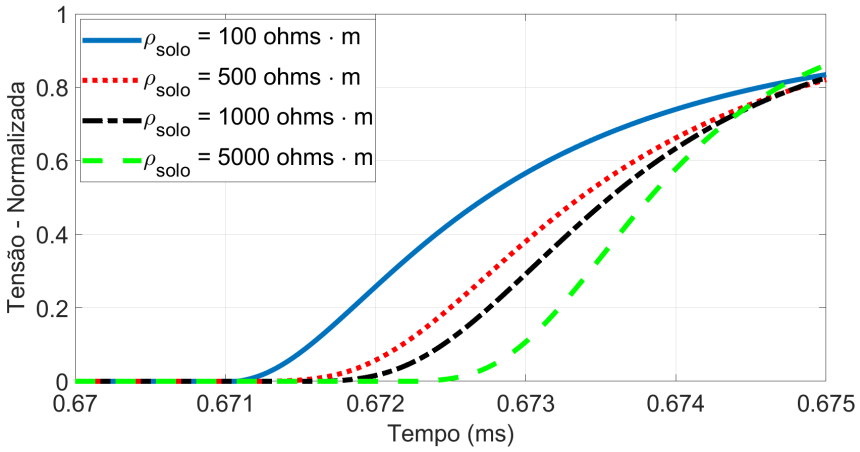
Figura 34 – Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 35 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, no domínio modal, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 35 – Vista ampliada da Figura 34.

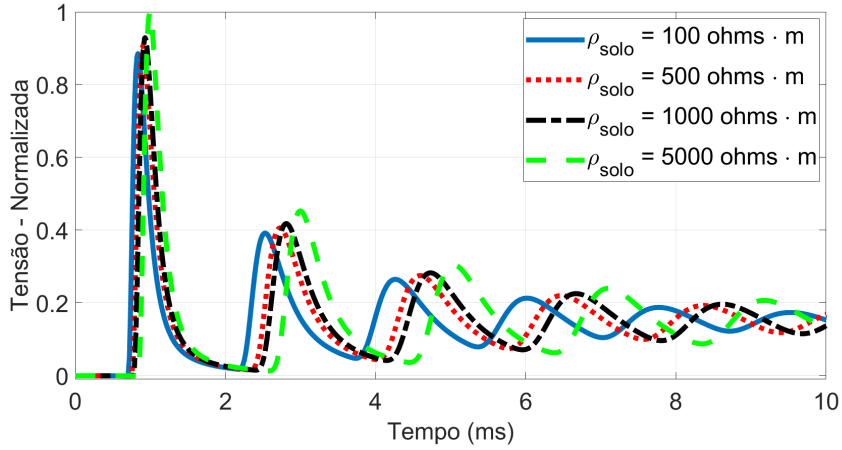


Fonte: Autoria própria.

Para o resultado apresentado na Figura 35, como a descarga atmosférica 1,2/50 μs possui um espectro em maiores frequências do que a manobra, relacionando este resultado com o espectro da descarga 1,2/50 μs que abrange frequências em torno de 100 kHz, é possível observar uma maior diferença na velocidade de propagação do α para esta descarga em relação a manobra, e um maior efeito na velocidade de propagação devido a resistividade do solo, o que corresponde com o resultado obtido na Figura 24, em que para frequências acima de 1 kHz se observa um maior efeito da resistividade do solo na velocidade de propagação, fazendo com que quanto maior a resistividade do solo, menor é a velocidade de propagação da onda viajante.

A Figura 36 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 36 – Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

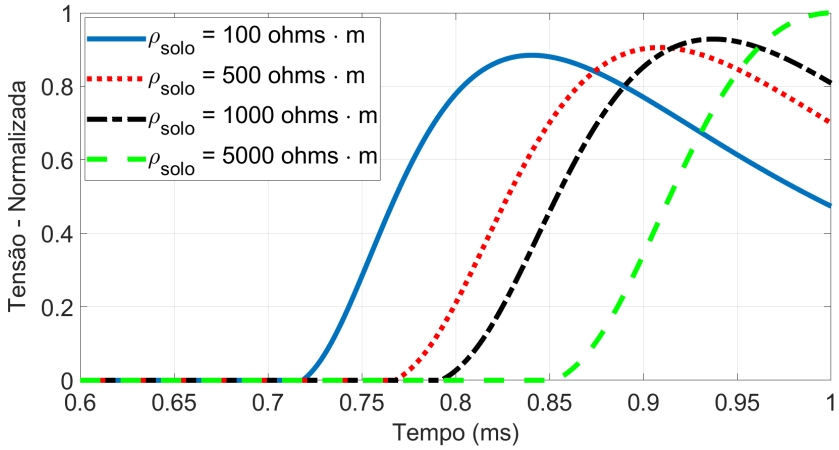


Fonte: Autoria própria.

A Figura 37 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no

terminal receptor da linha, no domínio modal, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 1,2/50 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 37 – Vista ampliada da Figura 36.

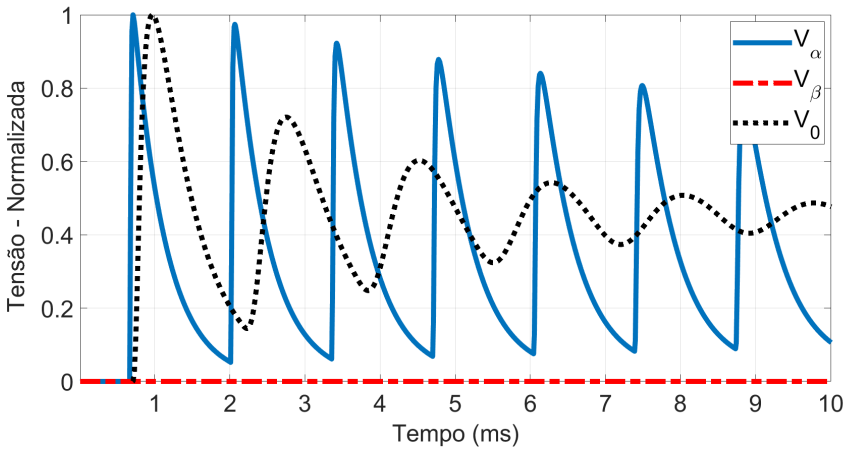


Fonte: Autoria própria.

O resultado mostrado na Figura 37, possui um comportamento semelhante ao apresentado para a manobra em relação à resistividade do solo, apresentando de modo geral uma velocidade de propagação maior do que para a manobra, característica esta que está atrelada ao espectro de frequências da descarga atmosférica 1,2/50 μs, pois esta descarga possui um espectro em maiores frequências em comparação com a manobra.

A Figura 38 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m.

Figura 38 – Tensão no terminal receptor, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m.

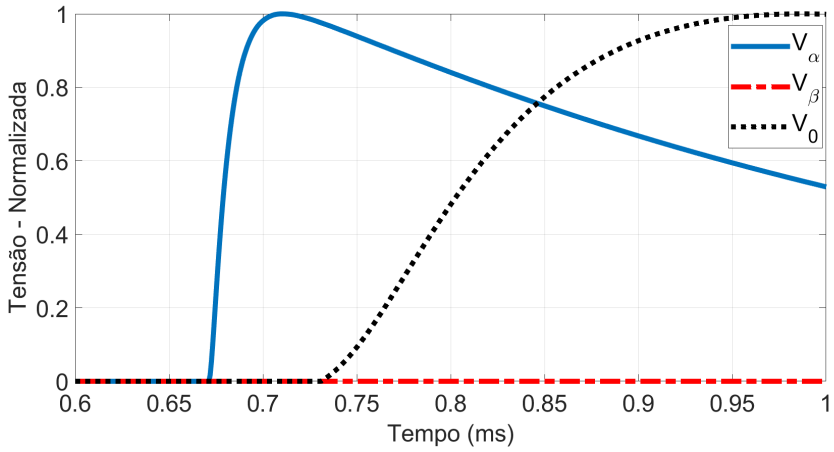


Fonte: Autoria própria.

A Figura 39 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no

terminal receptor da linha, no domínio modal, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m.

Figura 39 – Vista ampliada da Figura 38

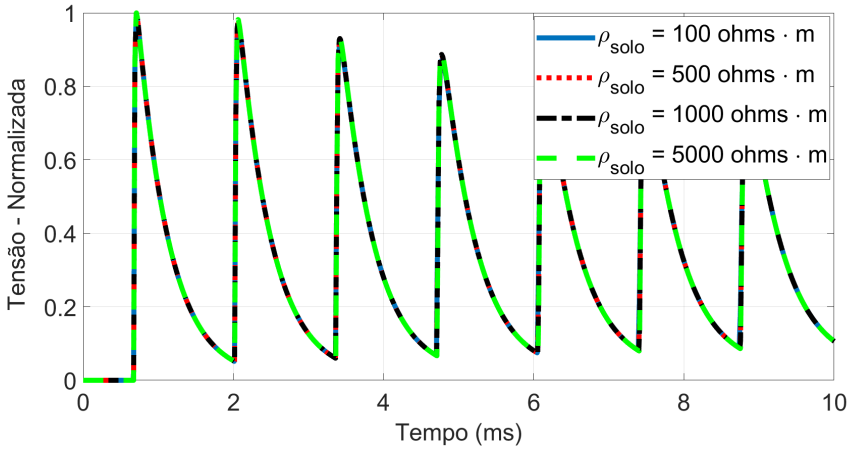


Fonte: Autoria própria.

Para as ondas apresentadas na Figura 39, como nos resultados para a manobra e para a descarga 1,2/50 μs, é possível observar que o modo zero, apresenta uma velocidade de propagação menor ao ser comparado com o modo α, o que condiz com os espectros de cada agente e com o resultado obtido na Figura 23 e na Figura 25 para a linha considerada.

A Figura 40 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

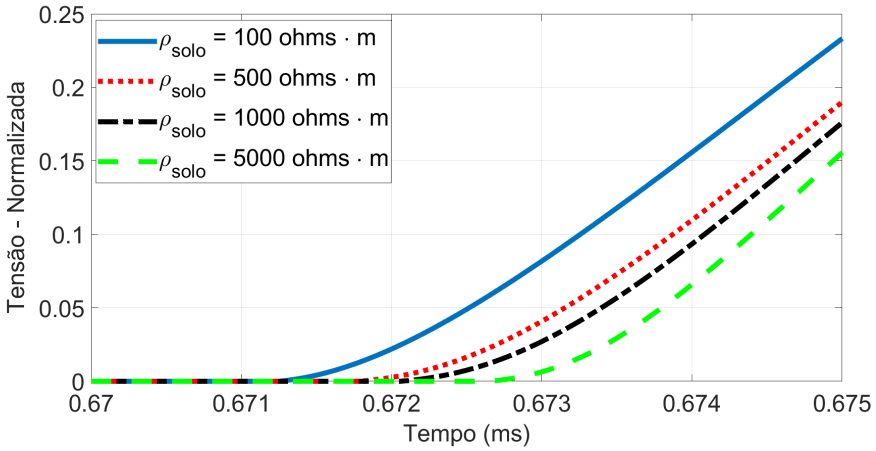
Figura 40 – Tensão no terminal receptor, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 41 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, no domínio modal, do modo α, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 41 – Vista ampliada da Figura 40.

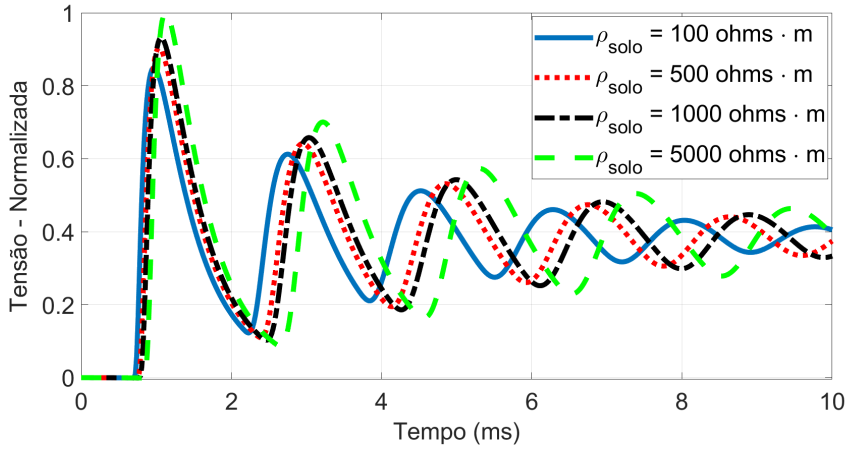


Fonte: Autoria própria.

Para o resultado apresentado na Figura 41, relacionando este resultado com o espectro da descarga 30/300 μs que abrange frequências em torno de 10 kHz, é possível observar no modo α, o mesmo efeito causado na velocidade de propagação devido à resistividade do solo de forma semelhante ao apresentado para a descarga 1,2/50 μs, em que, quanto maior a resistividade do solo, menor é a velocidade de propagação da onda viajante.

A Figura 42 mostra as ondas de tensão (no receptor da linha), no domínio modal, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

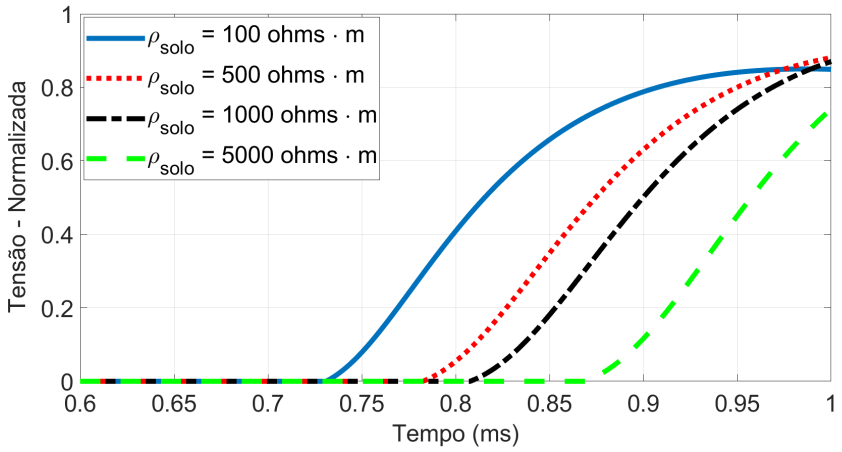
Figura 42 – Tensão no terminal receptor, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 43 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, no domínio modal, do modo zero, devido à incidência da descarga atmosférica 30/300 μs na linha, para diferentes resistividades do solo.

Figura 43 – Vista ampliada da Figura 42.

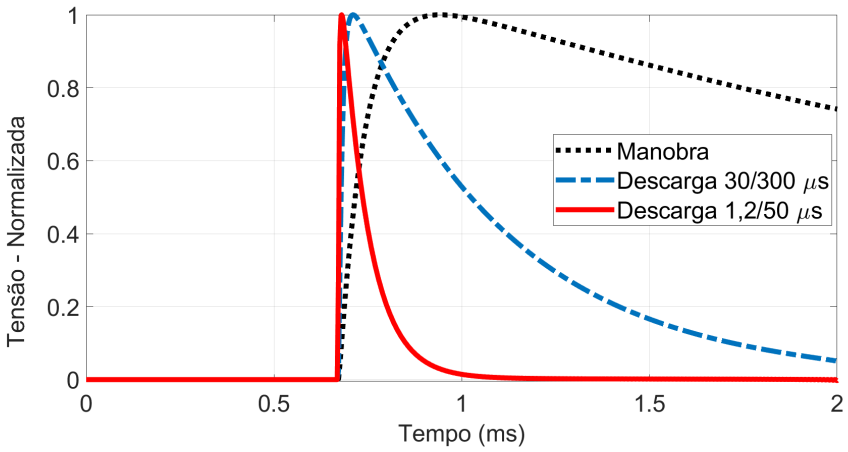


Fonte: Autoria própria.

O resultado apresentado na Figura 43 possui um comportamento semelhante ao apresentado para a manobra e para a descarga 1,2/50 μs em relação a resistividade do solo, apresentado de modo geral uma velocidade de propagação maior em comparação com as ondas viajantes devido à manobra, porém, apresenta uma velocidade de propagação menor em comparação com as ondas viajantes devido à descarga atmosférica 1,2/50 μs, resultado este que corresponde aos resultados obtidos na Figura 22, onde é apresentado o espectro de cada agente e com os resultados obtidos na Figura 25, onde, é mostrada a velocidade de propagação de cada componente da onda viajante em função da frequência para a linha de transmissão considerada.

A Figura 44 mostra as três ondas de tensão (resultantes do impulso de manobra e da incidência de descargas atmosféricas) no terminal da linha considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m, para o modo α.

Figura 44 – Tensão no terminal receptor, no domínio modal, do modo α, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m.

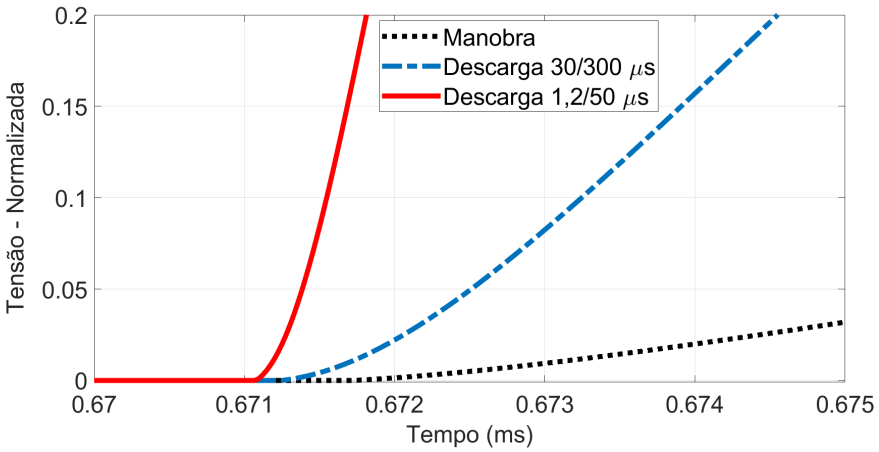


Fonte: Autoria própria.

A Figura 45 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no

terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com resistividade de 100 Ω·m, para o modo α.

Figura 45 – Vista ampliada da Figura 44

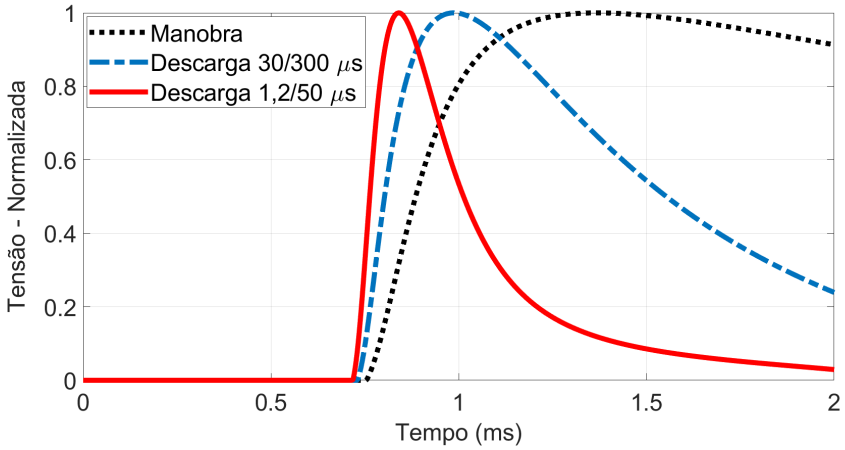


Fonte: Autoria própria.

A Figura 45 mostra que existe uma diferença na velocidade de propagação de cada onda correspondente a um fenômeno transitório, para o modo α, e as diferentes velocidades condizem com o resultado obtido na Figura 23, onde é mostrada uma variação da velocidade de propagação em função da frequência.

A Figura 46 mostra as três ondas de tensão (resultantes do impulso de manobra e da incidência de descargas atmosféricas) no terminal da linha considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m, para o modo zero.

Figura 46 – Tensão no terminal receptor, no domínio modal, do modo α, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m, para o modo zero.

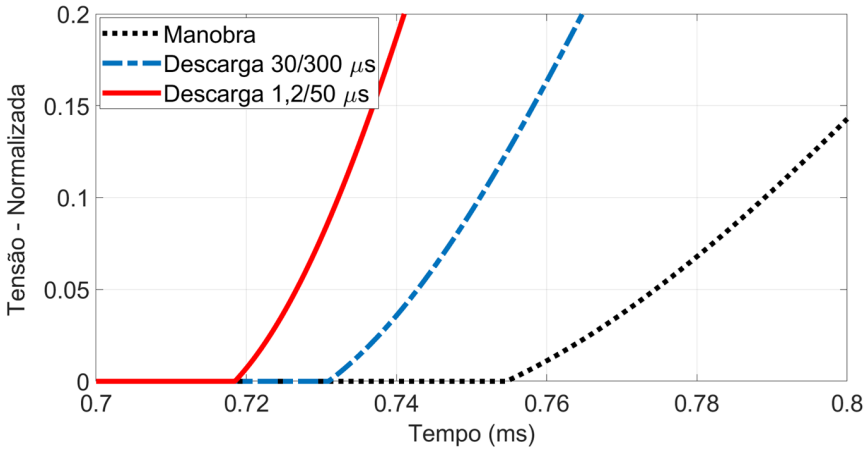


Fonte: Autoria própria.

A Figura 47 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com

resistividade de 100 Ω·m, para o modo zero.

Figura 47 – Vista ampliada da Figura 46

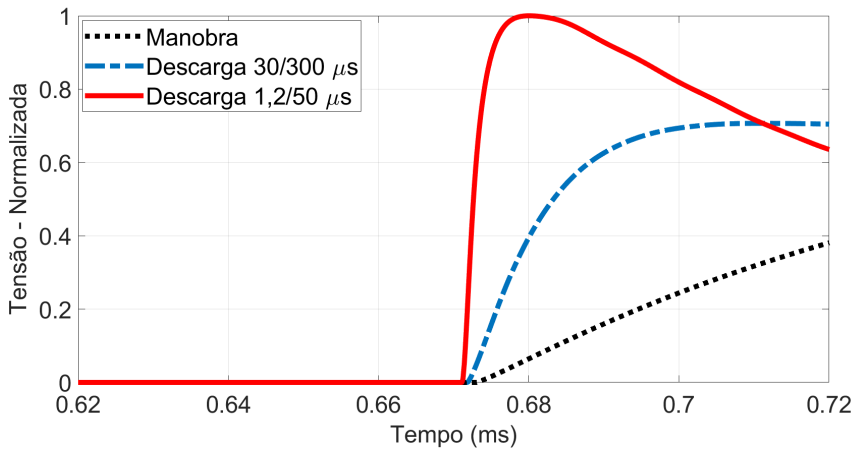


Fonte: Autoria própria.

A Figura 47 mostra que existe uma diferença na velocidade de propagação de cada onda correspondente a um fenômeno transitório, para o modo zero, e as diferentes velocidades condizem com o resultado obtido na Figura 25, onde é mostrada uma variação da velocidade de propagação em função da frequência para dada resistividade do solo, variação esta em relação a resistividade do solo que é maior para o modo zero, desta forma o resultado mostrado na Figura 47 apresenta um diferencial na velocidade de propagação entre os três fenômenos maior, em comparação com o resultado apresentado na Figura 45.

A Figura 48 mostra as três ondas de tensão (resultantes do impulso de manobra e da incidência de descargas atmosféricas) no terminal da linha considerando um solo com resistividade de 100 Ω·m, no domínio das fases, na fase 1.

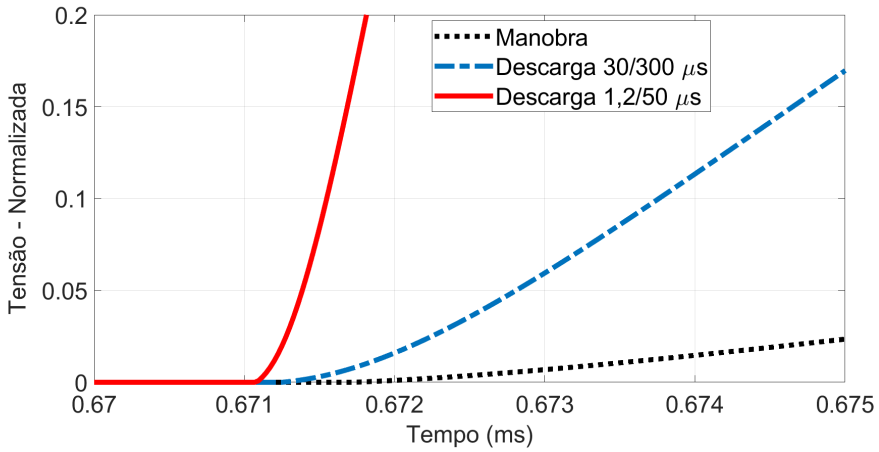
Figura 48 – Tensão no terminal receptor, no domínio das fases, na fase 1, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 100 Ω·m, para a fase 1.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 49 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com resistividade de 100 Ω·m, no domínio das fases, na fase 1.

Figura 49 – Vista ampliada da Figura 48

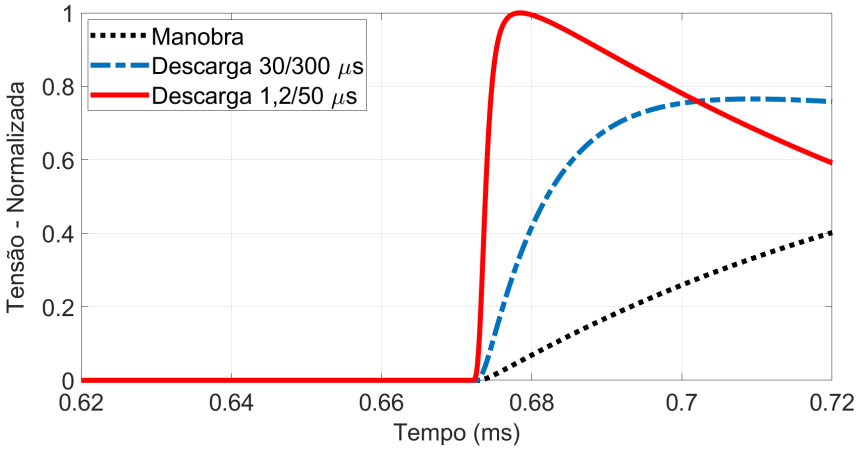


Fonte: Autoria própria.

A Figura 49 mostra que no domínio das fases a velocidade de propagação é a mesma que a velocidade de propagação obtida para o modo α de cada fenômeno, pelo fato de, para se obter as ondas viajantes no domínio das fases se tratar de uma combinação linear (conforme apresentado no Apêndice C).

A Figura 50 mostra as três ondas de tensão (resultantes do impulso de manobra e da incidência de descargas atmosféricas) no terminal da linha considerando um solo com resistividade de 5000 Ω·m, no domínio das fases, na fase 1.

Figura 50 – Tensão no terminal receptor, no domínio das fases, na fase 1, devido à operação de manobra e descargas atmosféricas, para um solo com resistividade de 5000 Ω·m.

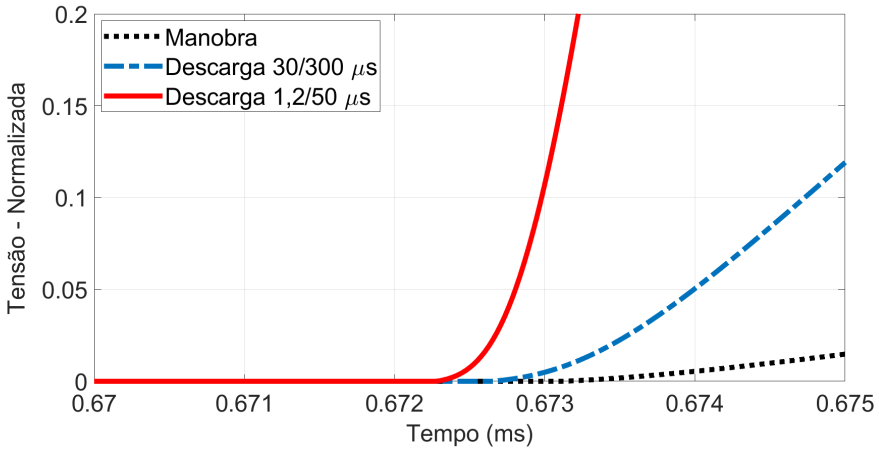


Fonte: Autoria própria.

A Figura 51 mostra uma vista ampliada do comportamento transitório inicial da tensão no terminal receptor da linha, para os três fenômenos transitórios considerados, dado um solo com

resistividade de 5000 Ω·m, no domínio das fases, na fase 1.

Figura 51 – Vista ampliada da Figura 50



Fonte: Autoria própria.

O resultado apresentado na Figura 51 mostra que da mesma forma que o resultado apresentado na Figura 49, as ondas no domínio das fases possuem a mesma velocidade de propagação que o modo α, neste caso, considerando um solo com resistividade de 5000 Ω·m.

5 CONCLUSÃO

Com o estudo desenvolvido para se obter a velocidade de propagação da onda viajante para uma linha de transmissão monofásica sem perdas e com perdas, constatou-se que a linha sem perdas depende somente do meio, obtendo-se para este caso a velocidade de propagação aproximadamente igual à velocidade de propagação da luz no vácuo.

Os resultados apresentaram o comportamento da velocidade de propagação das ondas em frequências de 10 Hz a 10 MHz para a linha proposta, sendo possível observar que as ondas viajantes possuem diferentes velocidades para cada resistividade do solo considerada, tal que quanto menor a resistividade do solo, maior é a velocidade de propagação das ondas viajantes e quanto maior a frequência, a velocidade de propagação das ondas viajantes se torna cada vez mais próxima da velocidade de propagação da luz no vácuo. Esclarecendo assim a influência da resistividade do solo sobre a velocidade de propagação de ondas viajantes.

Para os distúrbios propostos de energização e descargas atmosféricas para uma linha monofásica, foi possível observar a atenuação na velocidade de propagação causada pelo aumento da resistividade do solo, que corresponde com o resultado obtido para a velocidade de propagação das ondas viajantes. Ao se analisar o resultado obtido para a operação de manobra para a energização da linha dadas diversas resistividades do solo, conforme se considerou um solo de menor resistividade, se obteve uma velocidade de propagação maior, ao se comparar o resultado obtido para o mesmo distúrbio mas para uma resistividade do solo maior. Este mesmo comportamento analisado na energização, também foi observado em ambas as descargas atmosféricas, tendo para um mesmo distúrbio tempos de propagação diferentes dada uma resistividade do solo, em que, quanto menor a resistividade do solo, maior a velocidade de propagação.

Ao se comparar os distúrbios propostos para a linha monofásica apresentada sobre um mesmo tipo de solo, também foi possível observar a influência do tipo de agente do distúrbio sobre a velocidade de propagação de ondas viajantes, o agente que possui um espectro de frequências que abrange maiores frequências, apresentou uma velocidade de propagação para a onda viajante maior em relação aos demais, o que corresponde aos gráficos da velocidade de propagação das ondas viajantes para a linha proposta, em que este resultado obtido demonstra que, quanto maior a frequência, maior a velocidade de propagação da onda viajante.

Para a linha trifásica foi possível observar o efeito do agente e da resistividade do solo sobre a velocidade de propagação da onda viajante, no domínio modal, em que se obteve uma velocidade de propagação em função da frequência. Para o modo α, a linha trifásica apresentou pouca variação em comparação com o resultado obtido para o modo zero.

Para a velocidade em função da frequência, o modo zero para a linha trifásica apresentada, considerando a mesma faixa de frequência considerada no modo α, o modo zero apresenta velocidades menores e maiores em comparação com o modo α, para os distúrbios apresentados, nenhum distúrbio apresentou um espectro de frequências que faça com que o modo zero

ultrapasse a velocidade do modo α.

Como para a linha de transmissão trifásica no domínio das fases a velocidade de propagação fica a cargo do modo com a maior velocidade de propagação, pelo fato de, do domínio modal para o domínio das fases ser uma combinação linear, como citado anteriormente, para os agentes apresentados, nenhum apresentou um espectro em que a velocidade de propagação do modo zero ultrapasse a velocidade de propagação do modo α, portanto, o modo α possui a mesma velocidade de propagação do que as ondas no domínio das fases.

Conclui-se que, foi possível analisar o comportamento da velocidade de propagação de ondas viajantes e os fatores que a influenciam, sendo para uma linha sem perdas um valor constante, possibilitando sua previsão e para uma linha com perdas em regime permanente também é possível prevê-la utilizando a frequência fundamental do sistema, no entanto, para a linha com perdas em regime transitório, não é possível prevê-la, pois as componentes que formam a onda viajante resultante de uma manobra para a energização da linha ou devido à incidência de uma descarga atmosférica, viajam em velocidades diferentes e ao compor o sinal resultante, se tem uma velocidade de propagação imprevisível, que segue um padrão, conforme apresentado neste estudo, mas sem uma forma concreta para calculá-la.

REFERÊNCIAS

BORAS, V.; VUJEVIć, S.; LOVRIć, D. Definition and computation of cylindrical conductor internal impedance for large parameters. In: **2010 Conference Proceedings ICECom, 20th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–4.

BRUSILOWICZ, B.; HERLENDER, J. Transmission line modelling and simulating for transient analysis. In: **2019 Modern Electric Power Systems (MEPS)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–6.

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 88–97, 1970.

BíBLIA Sagrada. Edição revista e corrigida. Barueri: Sociedade Bíblica do Brasil, 2009. Almeida Revista e Corrigida (ARC).

CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **The Bell System Technical Journal**, v. 5, n. 4, p. 539–554, 1926.

CREAMER, W. J. Propagation constant of a transmission line. **Electrical Engineering**, v. 51, n. 2, p. 128–129, 1932.

DOMMEL, H. **EMTP Theory Book**. Microtran Power System Analysis Corporation, 1996. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=szAJHAAACAAJ.

DONG, X. et al. Traveling wave differential protection technology and its application in ultra-long-distance uhvdc transmission line. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 40, n. 2, p. 1078–1088, 2025.

DWIGHT, H. B. Skin effect in tubular and flat conductors. **Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 37, n. 8, p. 977–998, 1918.

FANG, Y. et al. Experimental study of streamer inception and transition characteristics for live working gap under switching impulse. **Journal of Applied Physics**, v. 136, n. 19, p. 193301, 11 2024. ISSN 0021-8979. Disponível em: https://doi.org/10.1063/5.0234724.

FUCHS, R. D. **Transmissao de energia eletrica: linhas aereas; teorias das linhas em regime permanente**. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1977.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. **Power system analysis and design**. 5. ed. -. ed. Stamford: Cengage Learning, 2012. ISBN 9781111425777.

GRAINGER, J. J.; JR., W. D. S. **Power system analysis**. New York: McGraw-Hill, 1994. ((Electrical and computer engineering series)). ISBN 0070612935.

HAVUNEN, J.; HäLLSTRöM, J. Reference switching impulse voltage measuring system based on correcting the voltage divider response with software. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 70, p. 1–8, 2021.

IEEE Guide for the Parameter Measurement of AC Transmission Lines. **IEEE Std 1870-2019**, p. 1–99, 2019.

JIA, W.; XIAOQING, Z. Double-exponential expression of lightning current waveforms. In: **The 2006 4th Asia-Pacific Conference on Environmental Electromagnetics**. [S.l.: s.n.], 2006. p. 320–323.

KHUZIASHEV, R. G.; MINAEV, I. A.; SARYCHEV, D. V. Error components of traveling wave fault location complex in branched distribution networks. In: **2026 IEEE PES International Meeting (PES IM)**. [S.l.: s.n.], 2026. p. 1–5.

KUROKAWA, S. **Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase**. 2003. Tese (Doutorado) — [sn], 2003.

LI, H.-l. et al. Time-domain response analysis of non-uniform coupled transmission lines based on the precise integration method. In: **2016 9th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 950–953.

LI, Z.; HE, J.; ZHANG, B. The influence of frequency dependent soil parameters on transmission line. In: **2014 International Conference on Lightning Protection (ICLP)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1010–1013.

LI, Z. et al. Influence of frequency characteristics of soil parameters on ground-return transmission line parameters. **Electric Power Systems Research**, v. 139, p. 127–132, 2016. ISSN 0378-7796. Progress on Lightning Research and Protection Technologies. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779615002813.

MAGNAGO, F.; ABUR, A. Fault location using wavelets. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 13, n. 4, p. 1475–1480, 1998.

MARTINEZ, J.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part i: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 20, n. 3, p. 2038–2044, 2005.

MIKI, T.; KUDO, A.; SAITO, M. Recent update on lightning parameters for downward and upward flashes observed at tokyo skytree. In: **ICLP 2024; 37th International Conference on Lightning Protection**. [S.l.: s.n.], 2024. p. 798–803.

MITRA, P. et al. Analysis of harmonics in switching transients of an integrated steel plant — a case study. In: **2012 Annual IEEE India Conference (INDICON)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 643–648.

MOLINA, F. H. et al. Mapa de resistividades CELESC. In: ABRADEE. **XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI 2008)**. Pernambuco, 2008. p. 01–09.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: A review task force on frequency domain methods for emt studies, working group on modeling and analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, ieee power engineering society. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n. 4, p. 2599–2609, 2008.

MU, D. et al. A novel fault location method for hvdc transmission lines based on the wavefront characteristics of line-model component of fault voltage. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 39, n. 6, p. 3407–3418, 2024.

PINEDA, J. T. R.; KUROKAWA, S. Estimation of parameters for faulted transposed transmission lines. In: **2018 IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–6.

SESSA, S. D. et al. Experimental validation of a novel travelling wave based fault location method for unearthed overhead line networks. **IEEE Access**, p. 1–1, 2026.

SHI, Q. et al. Automatic modeling method of transmission line for electromagnetic simulation of power system considering traveling wave transmission and integration step size. In: **2024 IEEE 8th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)**. [S.l.: s.n.], 2024. p. 3127–3132.

SHIN, Y. et al. Effects of dispersion on disturbance propagation on high voltage transmission lines. In: **2000 Power Engineering Society Summer Meeting (Cat. No.00CH37134)**. [S.l.: s.n.], 2000. v. 2, p. 851–854 vol. 2.

SPERA, S. T. et al. **Solos areno-quartzosos no Cerrado: características, problemas e limitações ao uso**. Planaltina, DF, 1999. 48 p.

STEVENSON, W. D. **Elements of power system analysis**. 4. ed. -. ed. New York: McGraw-Hill, 1982. ((Mcgraw-Hill series in electrical engineering. Power and energy)). ISBN 0070665842.

TU, V. P.; TLUSTY, J. The calculated methods of a frequency-dependent series impedance matrix of overhead transmission lines with a lossy ground for transient analysis problem. In: **Large Engineering Systems Conference on Power Engineering, 2003**. [S.l.: s.n.], 2003. p. 159–163.

WENTWORTH, S. M.; NETO, F. H. S.; JúNIOR, A. P. **Eletromagnetismo aplicado : abordagem antecipada das linhas de transmissão**. Porto Alegre: Bookman, 2009. ISBN 9788577802906.

APÊNDICE A – PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

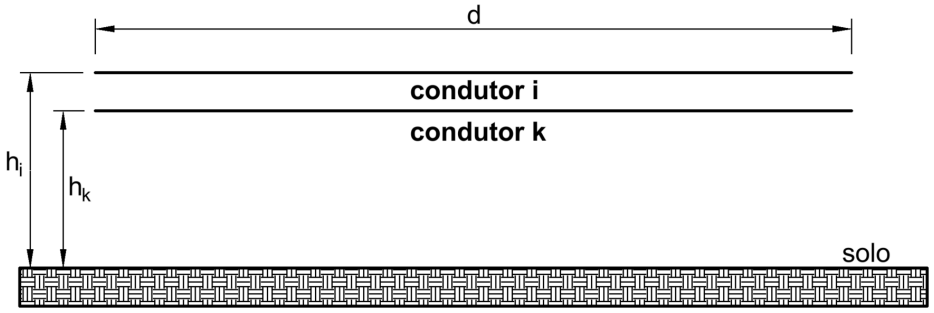
O primeiro passo para a análise de linhas de transmissão é o cálculo de seus parâmetros baseados em suas características físicas e do solo onde a linha de transmissão se encontra, estas características físicas estão relacionadas ao tipo de torre (em linhas de transmissão aéreas) e do tipo de condutor (Brusilowicz; Herlender, 2019).

A linha de transmissão possui quatro parâmetros: resistência, indutância, capacitância e condutância, que estão distribuídos ao longo da linha e são variáveis com a frequência, no entanto o terceiro parâmetro pode ser considerado constante e o quarto parâmetro geralmente é considerado nulo (Grainger; Stevenson Junior, 1994; Martinez *et al*., 2005).

A.1 PARÂMETROS DE CONDUTORES AÉREOS

Considerando condutores cilíndricos, com comprimento d e dispostos a uma altura média h em relação ao solo, conforme ilustrados na Figura 52.

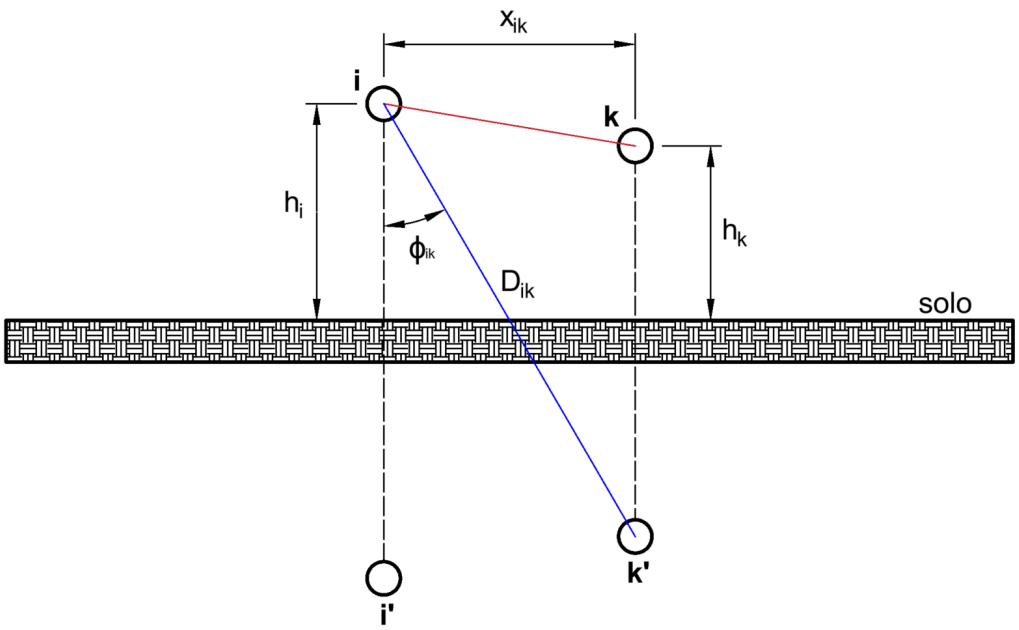
Figura 52 – Condutores aéreos: vista lateral.



Fonte: Autoria própria.

Estes condutores cilíndricos possuem raio r. Nas seções seguintes, para definir a impedância externa, a impedância devido ao efeito do solo e a capacitância, alguns outros parâmetros são utilizados, tais parâmetros são apresentados conforme mostra a Figura 53.

Figura 53 – Condutores aéreos: vista frontal.



Fonte: Autoria própria.

Onde:

h_i e h_k: alturas do condutor i e k, respectivamente, em relação ao solo

d_{ik}: distância entre o condutor i e o condutor k

D_{ik}: distância entre o condutor i e a imagem do condutor k

i': imagem do condutor i

k': imagem do condutor k

O ângulo ϕ é um parâmetro que será utilizado para o cálculo da impedância devido ao efeito do solo, que será detalhado na subseção 2.3.3.

A.2 PARÂMETROS LONGITUDINAIS

Os parâmetros longitudinais da linha de transmissão, resistência $R(\omega)$ e indutância $L(\omega)$, formam a impedância longitudinal da linha de transmissão $Z(\omega)$, responsável pela queda de tensão na linha, e o parâmetro $R(\omega)$ afeta as perdas de potência por $I^2R(\omega)$ na linha (Glover *et al.*, 2012).

A impedância longitudinal é composta pela impedância externa Z_{ext}, a impedância interna Z_{int} e a impedância devido ao efeito do solo Z_{solo} (Carson, 1926; IEEE, 2019):

$$Z(\omega) = Z_{\text{ext}}(\omega) + Z_{\text{int}}(\omega) + Z_{\text{solo}}(\omega) \tag{1}$$

Geralmente expressa em Ω/km.

A.2.1 Impedância Externa

A impedância externa $Z_{ext}(\omega)$ tem em sua parte imaginária a indutância externa L_{ext}, este parâmetro relaciona a tensão induzida pela mudança do fluxo com a taxa de variação da corrente nos condutores (Stevenson, 1982).

A impedância externa na forma matricial, pensando em mais de um condutor na linha de transmissão aérea, possui impedâncias próprias e mútuas:

$$[Z_{ext}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{ext_{11}}(\omega) & Z_{ext_{12}}(\omega) & \cdots & Z_{ext_{1n}}(\omega) \\ Z_{ext_{21}}(\omega) & Z_{ext_{22}}(\omega) & \cdots & Z_{ext_{2n}}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{ext_{n1}}(\omega) & Z_{ext_{n2}}(\omega) & \cdots & Z_{ext_{nn}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Sendo n o número de fases da linha de transmissão aérea.

Em (2), os elementos da diagonal principal, $Z_{ext_{ii}}(\omega)$, sendo i = 1, 2, ..., n, são as impedâncias próprias dos i-ésimos condutores, que são dados por (IEEE, 2019):

$$Z_{ext_{ii}}(\omega) = j\omega L_{ext_{ii}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} \tag{3}$$

Sendo:

μ_0: permeabilidade magnética do vácuo, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-4}$H/km

h_i: altura do condutor i (em m)

r_i: raio do condutor i (em m)

Caso a linha de transmissão possua condutores com alturas diferentes (como ilustrado na Figura 53), e/ou raios diferentes, a impedância própria deste condutor deve ser calculada conforme a seguinte equação:

$$Z_{ext_{kk}}(\omega) = j\omega L_{ext_{kk}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_k}{r_k} \tag{4}$$

Já os elementos fora da diagonal, $Z_{ext_{ik}}(\omega)$, sendo $k = 1, 2, ..., n$ são as impedâncias mútuas entre os condutores i e os condutores k, que são expressas como sendo (IEEE, 2019):

$$Z_{ext_{ik}}(\omega) = j\omega L_{ext_{ik}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \tag{5}$$

Onde, $Z_{ext_{ii}}(\omega)$, $Z_{ext_{kk}}(\omega)$ e $Z_{ext_{ik}}(\omega)$ são geralmente expressos em Ω/km.

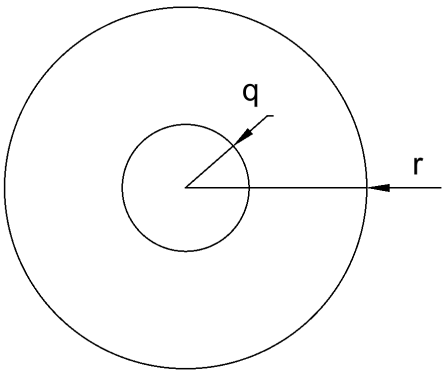
A.2.2 Impedância interna

Em um condutor que transporta corrente alternada, o campo magnético ao redor do eixo do condutor produz variações na densidade da corrente. A corrente tende a fluir mais densamente

nas partes mais externas, mais distantes do eixo do condutor. Nomeado efeito pelicular, ele é mais pronunciado à medida que a frequência aumenta (Dwight, 1918).

Cabos de alumínio com alma de aço são geralmente aproximados como condutores tubulares (Dommel, 1996), conforme a Figura 54.

Figura 54 – Condutor tubular.



Fonte: Autoria própria.

A impedância interna, ou impedância devido ao efeito pelicular, é expressa na forma:

$$[Z_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{int_{11}}(\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{int_{22}}(\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{int_{nn}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{6}$$

Considerando uma linha de transmissão de n fases, com seus condutores possuindo as mesmas características, $Z_{int_{ii}}(\omega)$ (em Ω/km) é escrita como sendo (IEEE, 2019):

$$Z_{int_{ii}}(\omega) = R_{int_{ii}}(\omega) + j\omega L_{int_{ii}}(\omega) \tag{7}$$

$R_{int}(\omega)$ é a resistência interna do condutor (em Ω/km) e $L_{int}(\omega)$ a indutância interna (em H/km).

A impedância $Z_{int_{ii}}(\omega)$ para condutores sólidos e tubulares, levando em consideração o efeito pelicular sem levar em conta o efeito de proximidade nos condutores, pode ser expressa utilizando as funções modificadas de Bessel (Boras *et al*., 2010; Dommel, 1996):

$$Z_{int_{ii}}(\omega) = \frac{\rho_m}{2\pi r} \cdot \frac{I_0(mr)K_1(mq) + K_0(mr)I_1(mq)}{I_1(mr)K_1(mq) - K_1(mr)I_1(mq)} \tag{8}$$

Onde:

ρ: resistividade do condutor (em $\Omega \cdot km$)

r: raio externo do condutor i (Figura 54) (em km)

q: raio interno do condutor i (Figura 54) (em km)

I_0: função modificada de Bessel de primeira espécie e ordem zero

I_1: função modificada de Bessel de primeira espécie e primeira ordem
K_0: função modificada de Bessel de segunda espécie e ordem zero
K_1: função modificada de Bessel de segunda espécie e primeira ordem

Caso se tenha uma linha de transmissão com os condutores de cada fase com raios diferentes, para a impedância interna em (8), os raios r e q devem ser, o raio externo do condutor k e o raio interno do condutor k, respectivamente.

Outra variável que influência no resultado das funções modificadas de Bessel além de r e q é o parâmetro m, que é escrito como sendo:

$$m = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\rho}} \tag{9}$$

Onde:
μ: permeabilidade magnética do condutor (em H/km)

A.2.3 Impedância devido ao efeito do solo

O solo por ser um condutor exerce influência na corrente que circula no condutor cilíndrico, esta influência pode ser representada por uma impedância, sendo esta impedância variável com a frequência (Dommel, 1996; Li *et al*., 2016).

A impedância devido ao efeito do solo, para uma linha de n fases, é dada por:

$$[Z_{solo}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{solo_{11}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{12}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{1n}}(\omega) \\ Z_{solo_{21}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{22}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{2n}}(\omega) \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{solo_{n1}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{n2}}(\omega) & \cdots & Z_{solo_{nn}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{10}$$

Cada elemento da matriz $[Z_{solo}(\omega)]$ (em Ω/km) pode ser escrito da seguinte forma:

$$Z_{solo_{ii}}(\omega) = R_{solo_{ii}}(\omega) + jX_{solo_{ii}}(\omega) \tag{11}$$

$$Z_{solo_{kk}}(\omega) = R_{solo_{kk}}(\omega) + jX_{solo_{kk}}(\omega) \tag{12}$$

$$Z_{solo_{ik}}(\omega) = R_{solo_{ik}}(\omega) + jX_{solo_{ik}}(\omega) \tag{13}$$

Onde, $X_{solo_{ii}}(\omega) = \omega L_{solo_{ii}}(\omega)$, $X_{solo_{kk}}(\omega) = \omega L_{solo_{kk}}(\omega)$ e $X_{solo_{ik}}(\omega) = \omega L_{solo_{ik}}(\omega)$.

A influência das características do solo e da geometria da linha de transmissão nas impedâncias devido ao efeito do solo é expressa por meio do parâmetro a, escrito na forma (Carson, 1926; Dommel, 1996):

$$a = D\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\rho_{solo}}} \tag{14}$$

Sendo:

μ_0: permeabilidade magnética do vácuo (em H/m)

ρ_{solo}: resistividade do solo (em $\Omega \cdot m$)

O termo D, em (14), está relacionado à geometria da linha, como a apresentada na Figura 53.

Para a impedância própria $Z_{solo_{ii}}$:

$$D = 2h_i \tag{15}$$

Para a impedância própria $Z_{solo_{kk}}$:

$$D = 2h_k \tag{16}$$

Para a impedância mútua $Z_{solo_{ik}}$:

$$D = D_{ik} \tag{17}$$

Com o parâmetro a, as séries de Carson são definidas de maneiras distintas para $a \leq 5$ e para $a > 5$.

Para $a \leq 5$, tem-se:

$$\begin{aligned} R_{solo}(\omega) = 4\omega \cdot 10^{-4} \{ & \frac{\pi}{8} \\ & - b_1 a \cdot \cos\phi \\ & + b_2[(c_2 - \ln a)a^2 \cos 2\phi + \phi a^2 \sin 2\phi] \\ & + b_3 a^3 \cos 3\phi \\ & - d_4 a^4 \cos 4\phi \\ & - b_5 a^5 \cos 5\phi \\ & + b_6[(c_6 - \ln a)a^6 \cos 6\phi + \phi a^6 \sin 6\phi] \\ & + b_7 a^7 \cos 7\phi \\ & - d_8 a^8 \cos 8\phi \\ & - \dots \} \end{aligned} \tag{18}$$

$$
\begin{aligned}
X_{solo}(\omega) = 4\omega \cdot 10^{-4} \{ & \frac{1}{2}(0,6159315 - \ln a) \\
& + b_1 a \cdot \cos\phi \\
& - d_2 a^2 \cos 2\phi \\
& + b_3 a^3 \cos 3\phi \\
& - b_4[(c_4 - \ln a)a^4 \cos 4\phi + \phi a^4 \sin 4\phi] \\
& + b_5 a^5 \cos 5\phi \\
& - d_6 a^6 \cos 6\phi \\
& + b_7 a^7 \cos 7\phi \\
& - b_8[(c_8 - \ln a)a^8 \cos 8\phi + \phi a^8 \sin 8\phi] \\
& + \ldots \}
\end{aligned} \tag{19}
$$

A cada 4 termos das equações (18) e (19) o padrão apresentado se repete. Os coeficientes b_i, c_i e d_i são obtidos através das equações (20) a (25).

$$b_1 = \sqrt{\frac{2}{6}} \tag{20}$$

$$b_2 = \frac{1}{\sqrt{16}} \tag{21}$$

$$b_i = |b_{i-2}| \frac{sign}{i(i+2)} \tag{22}$$

$$c2 = 1,3659315 \tag{23}$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \tag{24}$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \tag{25}$$

Em (22), a função $sign$, também conhecida como função sinal, deve ser +1 para i = 1, 2, 3, 4 e -1 para i = 5, 6, 7, 8, e assim sucessivamente.

E para $a > 5$, tem-se:

$$R_{solo}(\omega) = \left(\frac{\cos\phi}{a} - \frac{\sqrt{2}\cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} - \frac{45\cos 7\phi}{a^7} \right) \cdot \frac{4\omega \cdot 10^4}{\sqrt{2}} \tag{26}$$

$$X_{solo}(\omega) = \left(\frac{\cos\phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} + \frac{45\cos 7\phi}{a^7} \right) \cdot \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \tag{27}$$

As equações (18), (19), (26) e (27), além de dependerem do parâmetro a, também dependem do ângulo ϕ (ângulo ϕ_{ik}, apresentado na Figura 53). Para as impedâncias próprias $Z_{solo_{ii}}$ e $Z_{solo_{kk}}$, o ângulo $\phi = 0$ e para as impedâncias mútuas $Z_{solo_{ik}}$, o ângulo $\phi = \phi_{ik}$.

A.3 PARÂMETROS TRANSVERSAIS

Os parâmetros transversais da linha são a condutância e a capacitância (Grainger; Stevenson Júnior, 1994), como citado no início deste capítulo, a condutância é geralmente desprezível, por conta disto a admitância transversal pode ser escrita como:

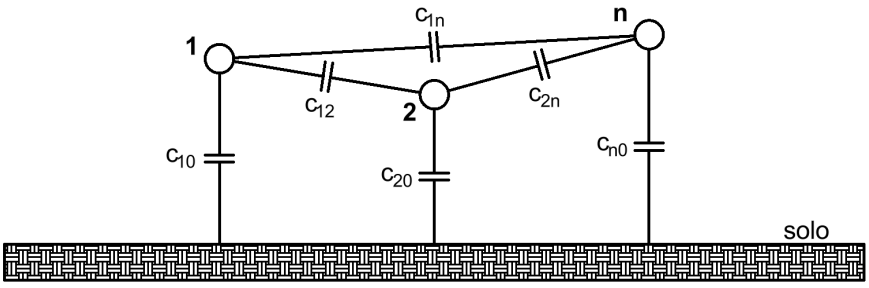
$$[Y(\omega)] = j\omega[C_{ap}] \tag{28}$$

Sendo obtida em S/km.

A.3.1 Capacitância aparente

Para uma linha de transmissão de n condutores, tem-se as capacitâncias entre cada condutor e o solo e as capacitâncias entre condutores (Dommel, 1996), conforme ilustrado na Figura 55.

Figura 55 – Capacitâncias em uma linha de transmissão de n condutores.



Fonte: Autoria própria.

A matriz de capacitâncias aparentes C_{ap}, pode ser escrita da seguinte forma:

$$[C_{ap}] = \begin{bmatrix} c_{10} + c_{12} + \cdots + c_{1n} & -c_{12} & \cdots & -c_{1n} \\ -c_{12} & c_{20} + c_{12} + \cdots + c_{2n} & \cdots & -c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{1n} & -c_{2n} & \cdots & c_{n0} + c_{1n} + \cdots + c_{(n-1)n} \end{bmatrix} \tag{29}$$

A matriz de capacitâncias aparentes, é obtida por:

$$[C_{ap}] = [P]^{-1} \tag{30}$$

Sendo, P a matriz com os coeficientes de potenciais em seus elementos, apresentada da seguinte forma (IEEE, 2019):

$$[P] = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \tag{31}$$

Cada elemento da matriz $[P]$, pode ser escrito conforme as seguintes equações:

$$p_{ii} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} \tag{32}$$

$$p_{kk} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h_k}{r_k} \tag{33}$$

$$p_{ik} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \tag{34}$$

Estes elementos geralmente são obtidos em km/F.

E a permissividade do vácuo ϵ_0:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^6} \tag{35}$$

Se encontra em F/km, desta forma é computada a capacitância aparente em F/km.

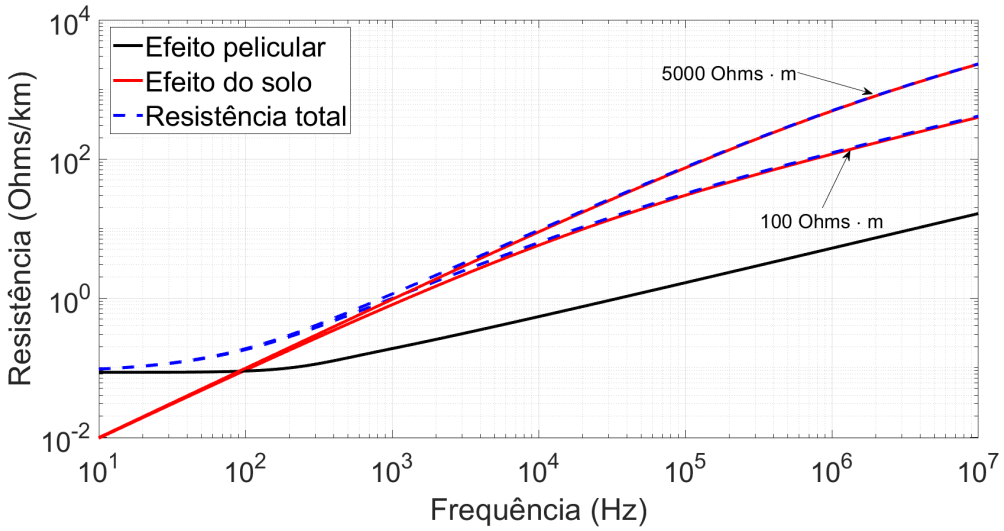
A.3.2 Linha de transmissão monofásica

Com os dados e a linha apresentada na seção 3.1, os parâmetros para esta linha monofásica foram calculados.

Para a indutância externa, que é considerada não variável com a frequência, se obtém um $L_{ext} = 1,1165$ mH/km.

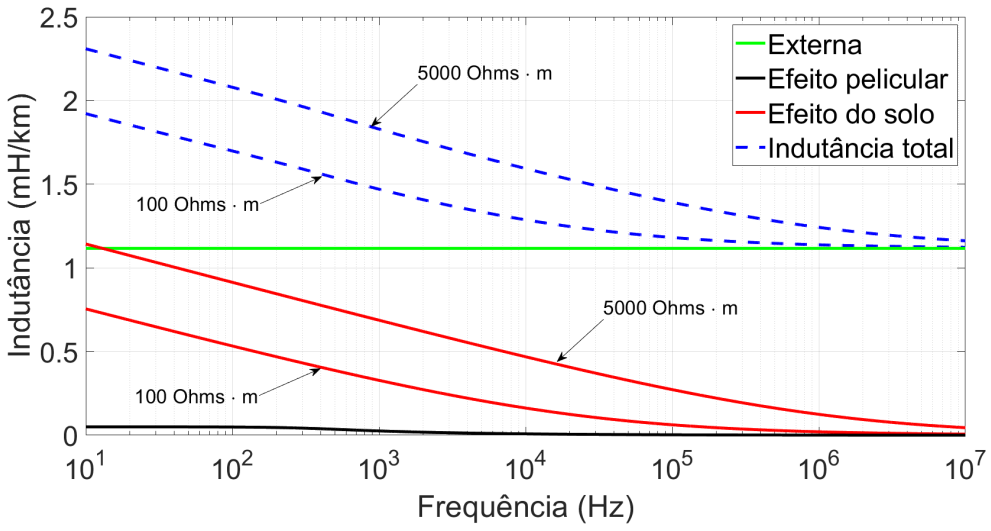
Utilizando a equação da impedância externa, as funções modificadas de Bessel e as séries de Carson, é possível verificar em que faixa de frequência cada efeito é predominante, conforme apresentado na Figura 56 e na Figura 57.

Figura 56 – Resistência longitudinal da linha.



Fonte: Autoria própria.

Figura 57 – Indutância longitudinal da linha.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 56, é possível observar que, em frequências inferiores a 100 Hz, a resistência devido ao efeito do solo é muito menor que a resistência devido ao efeito pelicular, por conta disso, na maior parte desta faixa de frequência a resistência devido ao efeito pelicular é predominante, fazendo com que a resistência longitudinal (resistência total por km) da linha seja praticamente igual a resistência devido ao efeito pelicular, é importante notar que, para o condutor proposto, em frequências por volta de 60 Hz, não se deve negligenciar a resistência devido ao efeito do solo, pois a mesma, é uma parcela significativa na resistência longitudinal. Para frequências acima de 100 Hz, a resistência devido ao efeito do solo se torna mais predominante, fazendo com que a resistência longitudinal seja praticamente igual a resistência devido ao efeito do solo.

A Figura 57 mostra que a indutância longitudinal da linha não varia muito em relação a frequência quanto a resistência longitudinal, tendo praticamente uma influência relevante da indutância externa e da indutância devido ao efeito do solo.

Para a capacitância, que é considerada não variável com a frequência, se obtém um $C = 9,9658$ nF/km.

A.3.3 Linha de transmissão trifásica

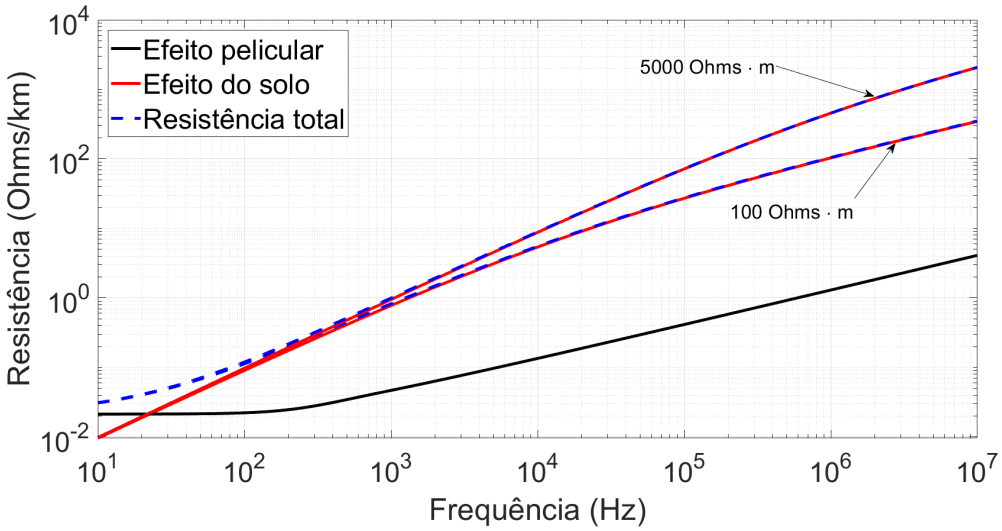
Com os dados e a linha apresentada na seção 4.1, os parâmetros para esta linha trifásica foram calculados.

Para a indutância externa da linha de transmissão trifásica, é obtida a seguinte matriz:

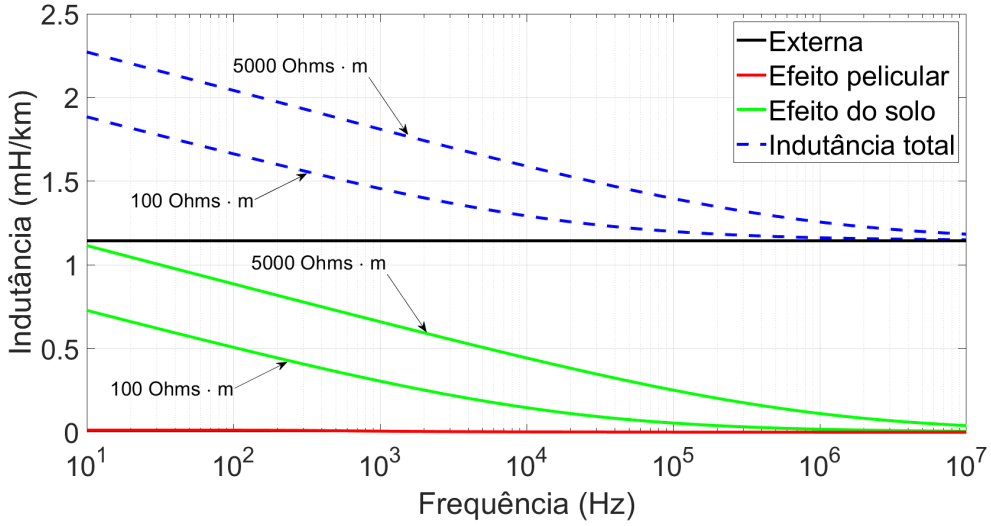
$$[L_{ext}] = \begin{bmatrix} 1,1440 & 0,3355 & 0,3355 \\ 0,3355 & 1,1165 & 0,2070 \\ 0,3355 & 0,2070 & 1,1165 \end{bmatrix} \text{ mH/km} \tag{36}$$

A Figura 58 mostra a resistência longitudinal (a) e a indutância longitudinal (b) da fase 1 da linha de transmissão trifásica.

Figura 58 – Resistência (a) e indutância (b) longitudinal da fase 1 da linha.



(a)



(b)

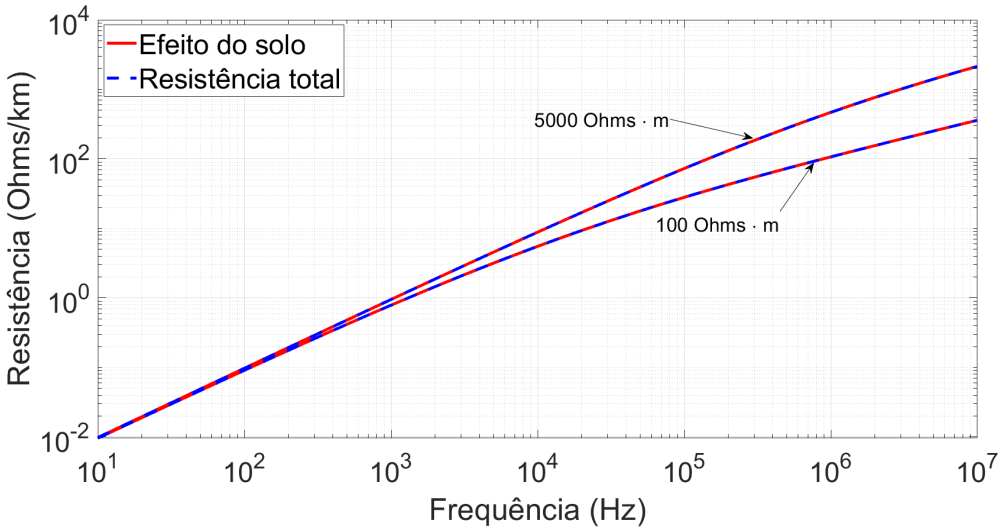
Fonte: Autoria própria.

Sendo seu comportamento semelhante ao apresentado para a linha monofásica.

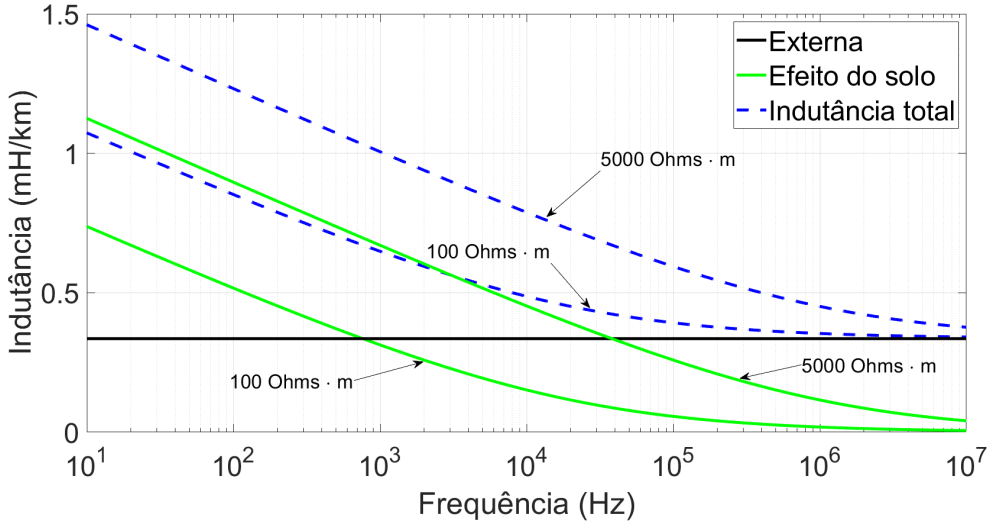
Na análise da linha de transmissão trifásica, se tem as resistências mútuas e as indutâncias mútuas, entre as fases.

A Figura 59 mostra a resistência (a) e a indutância (b) longitudinal mútuas entre as fases 1 e 2 da linha de transmissão trifásica.

Figura 59 – Resistência (a) e indutância (b) longitudinal mútua entre as fases 1 e 2 da linha.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

Tanto a resistência quanto a indutância longitudinal mútuas não possuem o efeito pelicular, pois, como apresentado em (6), o efeito pelicular está relacionado com as impedâncias próprias dos condutores.

A resistência longitudinal mútua entre as fases 1 e 2 (Figura 59 (a)), é igual a resistência mútua entre as fases 1 e 2 devido ao efeito do solo, e para a indutância longitudinal mútua entre as fases 1 e 2 (Figura 59 (b)), seu comportamento é muito similar a indutância mútua entre as fases 1 e 2 devido ao efeito do solo com um deslocamento que ocorre por conta da indutância externa.

Para a capacitância da linha trifásica, o resultado obtido na análise de um único condutor não será o mesmo para a fase 1 da linha de transmissão trifásica, pois, como apresentado na Figura 55 e em (29), agora se trata da capacitância aparente da fase 1, sendo, $C_{ap_{11}} = 11,4243$

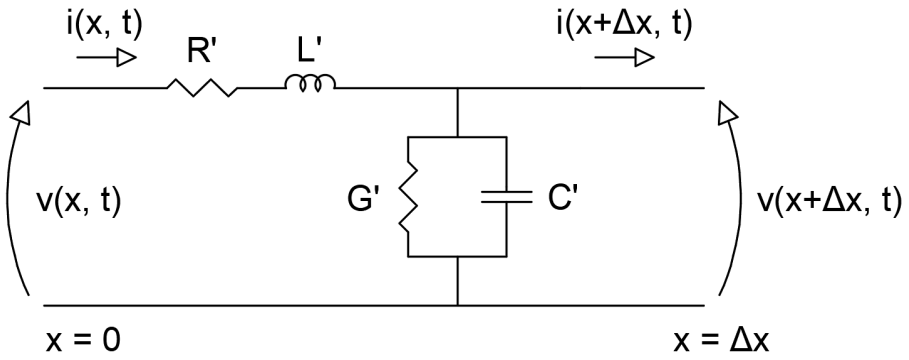
nF/km, para esta linha a seguinte matriz é obtida:

$$[C_{ap}] = \begin{bmatrix} 11,4243 & -2,8956 & -2,8956 \\ -2,8956 & 11,0547 & -1,1800 \\ -2,8956 & -1,1800 & 11,0547 \end{bmatrix} \text{ nF/km} \tag{37}$$

APÊNDICE B – DESENVOLVIMENTO DETALHADO - RELAÇÃO ENTRE CORRENTES E TENSÕES EM UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Para que a relação entre correntes e tensões nos terminais da linha sejam encontrados, é importante levar em consideração que seus parâmetros são distribuídos ao longo de seu comprimento, e para tal, é analisado um comprimento infinitesimal Δx da linha de transmissão, onde neste comprimento infinitesimal os parâmetros podem ser considerados concentrados (Martinez *et al*., 2005), conforme ilustrado na Figura 60.

Figura 60 – Linha de transmissão de comprimento infinitesimal



Fonte: Autoria própria.

Aplicando as leis de Kirchhoff no circuito da Figura 60, obtém-se:

$$v(x,t) - R\,\Delta x\,i(x,t) - L\,\Delta x\,\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - v(x+\Delta x,t) = 0 \tag{1}$$

$$i(x,t) - i(x+\Delta x,t) - G\,\Delta x\;\; v(x+\Delta x,t) - C\,\Delta x\,\frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} = 0 \tag{2}$$

Manipulando (1) e (2):

$$v(x+\Delta x,t) - v(x,t) = -R\,\Delta x\;\; i(x,t) - L\,\Delta x\,\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{3}$$

$$i(x+\Delta x,t) - i(x,t) = -G\,\Delta x\,v(x+\Delta x,t) - C\,\Delta x\,\frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} \tag{4}$$

Dividindo (3) e (4) por Δx:

$$\frac{v(x+\Delta x,t) - v(x,t)}{\Delta x} = -R\,i(x,t) - L\,\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{5}$$

$$\frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} = -G\,v(x+\Delta x,t) - C\,\frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} \tag{6}$$

E calculando o limite para Δx$\rightarrow$ 0 em (5) e (6), as equações de tensão e corrente em um ponto genérico da linha, são escritas como:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -Ri(x,t) - L\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{7}$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -Gv(x,t) - C\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{8}$$

As equações (7) e (8) são as equações gerais das linhas de transmissão, conhecidas como equações do telégrafo, cujas soluções representam ondas que podem viajar ao longo de uma linha com uma certa velocidade (Fuchs, 1977; Li *et al*., 2016).

Aplicando a transformada de Laplace em (7) e (8):

$$\frac{dV(x,s)}{dx} = -R\, I(x,s) - sL\, I(x,s) \tag{9}$$

$$\frac{dI(x,s)}{dx} = -G\, V(x,s) - sC\, V(x,s) \tag{10}$$

Colocando $I(x,s)$ em evidência em (9):

$$\frac{dV(x,s)}{dx} = -(R+sL)I(x,s) \tag{11}$$

E colocando $V(x,s)$ em evidência em (10):

$$\frac{dI(x,s)}{dx} = -(G+sC)V(x,s) \tag{12}$$

Sendo:

$$Z(s) = R + sL \tag{13}$$

$$Y(s) = G + sC \tag{14}$$

Onde, $Z(s)$ é a impedância longitudinal e $Y(s)$ a admitância transversal da linha.

Substituindo (13) em (11) e (14) em (12):

$$\frac{dV(x,s)}{dx} = -Z(s)I(x,s) \tag{15}$$

$$\frac{dI(x,s)}{dx} = -Y(s)V(x,s) \tag{16}$$

Derivando (15) e (16) em relação à x, obtêm-se:

$$\frac{d^2V(x,s)}{dx^2} = -Z(s)\frac{dI(x,s)}{dx} \tag{17}$$

$$\frac{d^2I(x,s)}{dx^2} = -Y(s)\frac{dV(x,s)}{dx} \tag{18}$$

Substituindo (15) em (18) e (16) em (17):

$$\frac{d^2V(x,s)}{dx^2} = Z(s)Y(s)V(x,s) \tag{19}$$

$$\frac{d^2I(x,s)}{dx^2} = Y(s)Z(s)I(x,s) \tag{20}$$

As equações (19) e (20) descrevem o comportamento da tensão e da corrente, no domínio da frequência, respectivamente, em uma linha de transmissão.

APÊNDICE C – REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL

As fases da linha de transmissão estão de forma elétrica e magneticamente acopladas, para uma linha de transmissão trifásica, a mesma é caracterizada por suas matrizes de impedâncias longitudinais $Z(s)$ e de admitâncias transversais $Y(s)$ (Kurokawa, 2003), apresentadas a seguir:

$$[Z(s)] = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) & Z_{13}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) & Z_{23}(s) \\ Z_{31}(s) & Z_{32}(s) & Z_{33}(s) \end{bmatrix}; \quad [Y(s)] = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) & Y_{13}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) & Y_{23}(s) \\ Y_{31}(s) & Y_{32}(s) & Y_{33}(s) \end{bmatrix} \tag{1}$$

Para a linha de transmissão trifásica, se tem (Kurokawa, 2003):

$$\frac{d^2[V(x,s)]}{dx^2} = [Z(s)][Y(s)][V(x,s)] \tag{2}$$

$$\frac{d^2[I(x,s)]}{dx^2} = [Y(s)][Z(s)][I(x,s)] \tag{3}$$

Tanto (2) quanto (3) se encontram acopladas, considerando que a linha de transmissão trifásica é idealmente transposta, a matriz de Clarke é utilizada para desacoplá-las, possibilitando que as equações (1) e (2) possam representar cada modo de propagação da linha de transmissão trifásica, procedimento este chamado de transformação modal, a matriz de Clarke para uma linha de transmissão trifásica é apresentada a seguir (Kurokawa, 2003):

$$[T_{clarke}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{4}$$

Ao se considerar uma linha de transmissão idealmente transposta, as matrizes de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais em (1), são expressas da seguinte forma (Dommel, 1996; Pineda; Kurokawa, 2018):

$$[Z(s)] = \begin{bmatrix} Z_p(s) & Z_m(s) & Z_m(s) \\ Z_m(s) & Z_p(s) & Z_m(s) \\ Z_m(s) & Z_m(s) & Z_p(s) \end{bmatrix}; \quad [Y(s)] = \begin{bmatrix} Y_p(s) & Y_m(s) & Y_m(s) \\ Y_m(s) & Y_p(s) & Y_m(s) \\ Y_m(s) & Y_m(s) & Y_p(s) \end{bmatrix} \tag{5}$$

Sendo:

$Z_P(s)$: Impedância própria.

$Z_m(s)$: Impedância mútua.

$Y_P(s)$: Admitância própria.

$Y_m(s)$: Admitância mútua.

Para obter as tensões e correntes da linha de transmissão trifásica, primeiramente é preciso obter as impedâncias longitudinais e as admitâncias transversais dos modos, da seguinte forma (Kurokawa, 2003):

$$[Z_m(s)] = [T_{clarke}]^T [Z(s)][T_{clarke}] \tag{6}$$

$$[Y_m(s)] = [T_{clarke}]^{-1} [Y(s)][T_{clarke}] \tag{7}$$

As matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais, no domínio modal, para uma linha de transmissão idealmente transposta, são apresentadas a seguir (Kurokawa, 2003):

$$[Z_m(s)] = \begin{bmatrix} Z_{m11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m22}(s) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m33}(s) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$[Y_m(s)] = \begin{bmatrix} Y_{m11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m22}(s) & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m33}(s) \end{bmatrix} \tag{9}$$

Portanto, a linha de transmissão trifásica será representada no domínio modal por seus três modos de propagação, sendo cada modo de propagação representado por uma linha de transmissão monofásica (Kurokawa, 2003).

O modo de propagação 1 (modo α), possui as seguintes equações de tensão e corrente:

$$V_{mB1}(s) = V_{mA1}(s)\ cosh(\gamma_{m1} d) - Z_{Cm1} I_{mA1}(s)\ senh(\gamma_{m1} d) \tag{10}$$

$$I_{mB1}(s) = -\frac{1}{Z_{Cm1}} V_{mA1}(s)\ senh(\gamma_{m1} d) + I_{mA1}(s)\ cosh(\gamma_{m1} d) \tag{11}$$

Onde:

V_{mA1}: Tensão modal do terminal emissor do modo de propagação 1.

V_{mB1}: Tensão modal do terminal receptor do modo de propagação 1.

I_{mA1}: Corrente modal do terminal emissor do modo de propagação 1.

I_{mB1}: Corrente modal do terminal receptor do modo de propagação 1.

Z_{Cm1}: Impedância característica do modo de propagação 1.

γ_{m1}: Função de propagação do modo de propagação 1.

Nas equações (10) e (11), γ_{m1} é expressão da seguinte forma:

$$\gamma_{m1} = \sqrt{Z_{m11}(s) Y_{m11}(s)} \tag{12}$$

E Z_{Cm1} é dada por:

$$Z_{Cm1} = \sqrt{\frac{Z_{m11}(s)}{Y_{m11}(s)}} \tag{13}$$

O modo de propagação 2 (modo β), possui as seguintes equações de tensão e corrente:

$$V_{mB2}(s) = V_{mA2}(s)\ cosh(\gamma_{m2}d) - Z_{Cm2}I_{mA2}(s)\ senh(\gamma_{m2}d) \tag{14}$$

$$I_{mB2}(s) = -\frac{1}{Z_{Cm2}}V_{mA2}(s)\ senh(\gamma_{m2}d) + I_{mA2}(s)\ cosh(\gamma_{m2}d) \tag{15}$$

Onde:

V_{mA2}: Tensão modal do terminal emissor do modo de propagação 2.

V_{mB2}: Tensão modal do terminal receptor do modo de propagação 2.

I_{mA2}: Corrente modal do terminal emissor do modo de propagação 2.

I_{mB2}: Corrente modal do terminal receptor do modo de propagação 2.

Z_{Cm2}: Impedância característica do modo de propagação 2.

γ_{m2}: Função de propagação do modo de propagação 2.

Nas equações (14) e (15), γ_{m2} é expressão da seguinte forma:

$$\gamma_{m2} = \sqrt{Z_{m22}(s)Y_{m22}(s)} \tag{16}$$

E Z_{Cm2} é dada por:

$$Z_{Cm2} = \sqrt{\frac{Z_{m22}(s)}{Y_{m22}(s)}} \tag{17}$$

O modo de propagação 3 (modo zero), possui as seguintes equações de tensão e corrente:

$$V_{mB3}(s) = V_{mA3}(s)\ cosh(\gamma_{m3}d) - Z_{Cm3}I_{mA3}(s)\ senh(\gamma_{m3}d) \tag{18}$$

$$I_{mB3}(s) = -\frac{1}{Z_{Cm3}}V_{mA3}(s)\ senh(\gamma_{m3}d) + I_{mA3}(s)\ cosh(\gamma_{m3}d) \tag{19}$$

Onde:

V_{mA3}: Tensão modal do terminal emissor do modo de propagação 3.

V_{mB3}: Tensão modal do terminal receptor do modo de propagação 3.

I_{mA3}: Corrente modal do terminal emissor do modo de propagação 3.

I_{mB3}: Corrente modal do terminal receptor do modo de propagação 3.

Z_{Cm3}: Impedância característica do modo de propagação 3.

γ_{m3}: Função de propagação do modo de propagação 3.

Nas equações (18) e (19), γ_{m3} é expressão da seguinte forma:

$$\gamma_{m3} = \sqrt{Z_{m33}(s)Y_{m33}(s)} \tag{20}$$

E Z_{Cm3} é dada por:

$$Z_{Cm3} = \sqrt{\frac{Z_{m33}(s)}{Y_{m33}(s)}} \tag{21}$$

Ao calcular todas as tensões e correntes dos modos de propagação, estas grandezas que se encontram no domínio modal devem ser convertidas para o domínio das fases, e para tal, é preciso utilizar as seguintes equações:

$$[V_A(s)] = ([T_{clarke}]^{\mathrm{T}})^{-1}[V_{mA}(s)] \tag{22}$$

$$[V_B(s)] = ([T_{clarke}]^{\mathrm{T}})^{-1}[V_{mB}(s)] \tag{23}$$

$$[I_A(s)] = [T_{clarke}][I_{mA}(s)] \tag{24}$$

$$[I_B(s)] = [T_{clarke}][I_{mB}(s)] \tag{25}$$

Sendo:

$$[V_A(s)] = \begin{bmatrix} V_{A1}(s) \\ V_{A2}(s) \\ V_{A3}(s) \end{bmatrix}; \quad [I_A(s)] = \begin{bmatrix} I_{A1}(s) \\ I_{A2}(s) \\ I_{A3}(s) \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$[V_B(s)] = \begin{bmatrix} V_{B1}(s) \\ V_{B2}(s) \\ V_{B3}(s) \end{bmatrix}; \quad [I_B(s)] = \begin{bmatrix} I_{B1}(s) \\ I_{B2}(s) \\ I_{B3}(s) \end{bmatrix} \tag{27}$$

$$[V_{mB}(s)] = \begin{bmatrix} V_{mB1}(s) \\ V_{mB2}(s \\ V_{mB3}(s) \end{bmatrix}; \quad [I_{mB}(s)] = \begin{bmatrix} I_{mB1}(s) \\ I_{mB2}(s) \\ I_{mB3}(s) \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$[V_{mA}(s)] = \begin{bmatrix} V_{mA1}(s) \\ V_{mA2}(s) \\ V_{mA3}(s) \end{bmatrix}; \quad [I_{mA}(s)] = \begin{bmatrix} I_{mA1}(s) \\ I_{mA2}(s) \\ I_{mA3}(s) \end{bmatrix} \tag{29}$$

Ao se obter os resultados de tensões e correntes no domínio das fases, no domínio da frequência, é aplicada a transformada inversa de Laplace para se obter as tensões e correntes no domínio do

tempo (Moreno; Ramirez, 2008). Desta forma, sendo possível analisar o comportamento das tensões e correntes de uma linha de transmissão trifásica.

DADOS CURRICULARES

IDENTIFICAÇÃO	
	Davi da Silva Oliveira Dias Data nasc. 05/02/1998
Nacionalidade	Brasileira
Nome em citações bibliográficas	Dias, Davi da Silva Oliveira DIAS, D. S. O.
Currículo Lattes	http://lattes.cnpq.br/1255265013478467
ORCID	https://orcid.org/0009-0008-1822-0083
Outro identificador	https://www.webofscience.com/wos/author/record/QZR-9928-2026 https://scholar.google.com/citations?hl=pt-BR&user=AQbXlwoAAAAJ
FORMAÇÃO ACADÊMICA	
2026 (ano de início)	Doutorado em andamento em Engenharia Elétrica Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Campus Ilha Solteira, UNESP
2024/2026	Mestrado em Engenharia Elétrica Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Campus Ilha Solteira, UNESP
2020/2024	Graduação em Engenharia Elétrica Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus Votuporanga, IFSP
PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA	
DIAS, D. S. O.; KUROKAWA, S. Características da velocidade de propagação de ondas viajantes em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica (artigo aceito). *In:* XXVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2026), São Paulo, 2026.	
DIAS, D. S. O. .; VALLE, D. B.; SEIXAS, C. M. Estudo e Implementação Computacional do MSP Considerando um Barramento Intermediário. *In:* CONICT - Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia, 14., 2023, Capivari. **Anais** [. . .]. Capivari: IFSP, 2023. p. 1-6.	
DIAS, D. S. O.; CAMARINI, G. C.; RODRIGUES, L. C. Integração de software, hardware, projeção e acompanhamento do professor: jogo de perguntas e respostas no estilo ‘passa ou repassa’. *In:* MOSTRA CIENTÍFICA, CULTURAL E TECNOLÓGICA DO IFSP, CÂMPUS PRESIDENTE EPITÁCIO, 2022, Presidente Epitácio. **Anais** [. . .]. Presidente Epitácio: IFSP, 2022. p. 141-142.	

PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS CIENTÍFICOS
CONICT - Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia, 14., 2023, (Capivari). Estudo e Implementação Computacional do MSP Considerando um Barramento Intermediário. 2023.
MOSTRA CIENTÍFICA, CULTURAL E TECNOLÓGICA DO IFSP, CÂMPUS PRESIDENTE EPITÁCIO, 2022, Presidente Epitácio. Integração de software, hardware, projeção e acompanhamento do professor: jogo de perguntas e respostas no estilo ‘passa ou repassa’. 2022.