

Satélites Estabilizados por Rotação: Torques Externos e Ângulo de Aspecto Solar

Anderson José Pereira

ANDERSON JOSÉ PEREIRA

**SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO: TORQUES
EXTERNOS E ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física na área de Dinâmica de Satélites Artificiais.

Orientador: Profa. Dra. Maria Cecília F. P. S. Zanardi

Guaratinguetá
2011

P436s Pereira, Anderson José
Satélites estabilizados por rotação: torques externos e ângulo de
aspecto solar / Anderson José Pereira - Guaratinguetá : [s.n.], 2011.
164 f. : il.

Bibliografia: f. 141-146

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.

Orientadora: Prof^a Dr^a Maria Cecília F. P. S. Zanardi

1. Satélites 2. Torque I. Título

CDU 629.783(043)

ANDERSON JOSÉ PEREIRA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Silvia Maria Giuliatti Winter
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MARIA CÉCILIA FRANÇA DE PAULA SANTOS ZANARDI
Orientadora / Unesp-Feg


Prof. Dr. ANA PAULA MARINS CHIARADIA
Unesp-Feg


Prof. Dr. SANDRO DA SILVA FERNANDES
ITA/SJC

Julho de 2011

DADOS CURRICULARES

ANDERSON JOSÉ PEREIRA

NASCIMENTO	02.01.1982 – POUSO ALEGRE/MG
FILIAÇÃO	José dos Reis Pereira Aparecida Elizabet de Paula Pereira
2003/2006	Curso de Graduação em Licenciatura em Física, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.
2007/2011	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

Dedico este trabalho aos anjos que Deus colocou na minha vida, meu pai, minha mãe e minha querida esposa Ana Cristina.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por ter me dado força, sabedoria, saúde e inteligência para elaboração deste trabalho;

Aos meus pais (José dos Reis e Aparecida Elizabet) por terem me dado a vida;

A minha querida e estimada esposa (Ana Cristina), pelo incentivo e apoio nos momentos difíceis;

Aos meus irmãos (Bruno e Cleberson) pela amizade e carinho;

Aos meus sogros (Francisco e Margarida) que sempre me apoiaram e acreditaram em mim;

A minha orientadora (Maria Cecília) por toda dedicação e auxílio nos momentos de dúvidas;

A FEG/UNESP, em especial a seção de Pós-Graduação, por oferecer a estrutura necessário para execução deste trabalho;

Aos colegas, amigos e familiares que sempre oraram por mim.

“Para cultivar a sabedoria, é preciso força interior, é difícil conquistar a autoconfiança e a coragem necessárias. Sem elas, nossa vida se complica. O impossível torna-se possível com a força de vontade.”

Dalai Lama

PEREIRA, A. J. **Satélites Estabilizados por Rotação: Torques Externos e Ângulo de Aspecto Solar**. 2011. 164f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

Uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação é apresentada, considerando os satélites em órbita elíptica e a influência conjunta do torque aerodinâmico, o torque de gradiente de gravidade, o torque magnético residual e o torque magnético devido às correntes de Foucault. Modelos matemáticos são apresentados para todos os torques e os componentes médios de cada torque são determinados para um período orbital. O torque médio já inclui os principais efeitos de cada torque sobre o movimento rotacional e são necessários nas equações do movimento. As equações do movimento são descritas em termos do módulo da velocidade angular de rotação do satélite, da declinação e da ascensão reta do eixo de rotação do satélite. Uma solução analítica para as equações do movimento rotacional é determinada, considerando os valores dos torques externos médios em um período orbital, sendo válida para um período orbital. Por esta solução observa-se que o torque gradiente de gravidade e torque magnético devido às correntes de Foucault afetam o módulo da velocidade angular de rotação, contribuindo também para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, associadas com a precessão e deriva do eixo de rotação do satélite. O torque magnético residual e o torque aerodinâmico afetam apenas a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, pois seu componente no eixo z são nulos. Aplicações são realizadas para os Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 e SCD2, através de uma primeira abordagem com atualização diária dos dados de atitude e órbita e uma segunda abordagem sem a atualização diária destes dados. Os resultados mostram uma boa concordância entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE na primeira abordagem para um período de 40 dias. Para a abordagem sem atualização os resultados mostram-se adequados apenas por três dias de simulação. Para validar a solução analítica são também verificados o erro de apontamento (desvio do eixo de rotação calculado pela teoria com o eixo de rotação real) e o ângulo de aspecto solar, sendo que os desvios obtidos encontram-se dentro das precisões requeridas para as missões destes satélites. A abordagem aqui realizada pode ser útil na análise de missões de satélites brasileiros.

PALAVRAS-CHAVE: Satélites artificiais estabilizados por rotação, torque aerodinâmico, torque de gradiente de gravidade, torques magnéticos.

PEREIRA, A. J. **Spin stabilized satellite: Environmental Torques and Solar Aspect Angle**. 2011. 164f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

An analytical approach for the rotational motion of artificial satellites stabilized by rotation is presented, considering the satellites in elliptical orbit and the influence of the aerodynamic torque, gravity gradient torque, residual magnetic torque and magnetic torque due to the Foucault currents. Mathematical models for all the torques are shown and average components of each torque are determined for an orbital period. These components are needed in the equations of rotational motion. The average torque already included the main effects of each torque upon the rotational motion. The equations of rotational motion are described in terms of the satellite's spin velocity, the declination and right ascension of the spin axis of the satellite. An analytical solution for the equations of the rotational motion is determined, considering mean values in an orbital period for the external torques. This solution is valid for an orbital period. Through this solution, it is noticed that the gravity gradient torque and the magnetic torques affects the spin velocity and the spin axis. The temporal variations of right ascension and declination of the spin axis causes the precession and drift of the spin. The residual magnetic torque and the aerodynamic torque, doesn't affect the spin velocity because its component at z-axis is null. Applications are made for the Brazilian Data Collection Satellites SCD1 and SCD2, through a first approach with daily updates of the attitude and orbit data, and a second approach without the daily update of these data. The results show a good agreement between the results obtained by theory and data supplied by the Satellite Control Center of INPE in the first approach during 10 days. For the approach without updates, the results prove to be suitable only for 3 days of simulation. To validate the analytical solution, the pointing error (deviation from the rotational axis calculated by theory with the actual rotational axis) and the solar aspect angle are checked, being that the deviations obtained were within the required precisions for the missions of these satellites. The approach accomplished in this paper can be useful in the analysis of the missions of the Brazilian satellites.

Key-Words: Spin stabilized artificial satellites, aerodynamic torque, gravity gradient torque, magnetic torques.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Representação do Sistema Equatorial O'XYZ. (REAL,2002).....pág. 37
- Figura 2 - Sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (\hat{k}) . (CHIARADIA, 2010)pág. 38
- Figura 3 - Sistema Geocêntrico $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e Sistema Orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$ (Fonte: Adaptado de Bate et al (1971)).....pág.39
- Figura 4: Sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$. (Adaptado de Chiaradia (2007)).....pág.45
- Figura 5: Esquemática do Torque Aerodinâmico.....pág.49
- Figura 6 – Definição do ângulo γ_s . (CHIARADIA,2010).....pág.52
- Figura 7: Posicionamento do elemento de massa dm em relação ao sistema orbital, sendo \vec{r}_{cm} o vetor que localiza o centro de massa do satélite em relação ao centro de massa da Terra. (CHIARADIA, 2007).....pág.60
- Figura 8 - Eixo de rotação real do satélite \hat{K}' e eixo de rotação calculado \hat{k} . Sistema equatorial OXYZ com versores $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e sistema do satélite Oxyz com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$. O erro de apontamento é o ângulo θ . (Adaptado de Chiaradia (2010)).....pág.86
- Figura 9 - Posicionamento do eixo de rotação \hat{k} e direção solar \hat{u} em relação ao Sistema Equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e o Ângulo de Aspecto Solar θ' . (Adaptado de Chiaradia, 2010).....pág.89
- Figura 10: Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1. (Adaptado de Chiaradia 2010).....pág.90
- Figura 11: Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.(Adaptado de Chiaradia (2010)).....pág.90

Figura 12 – Imagem do SCD1 (fonte: http://www.inpe.br/crc/satelite , data:02/02/2011 às 09h).....	pág.97
Figura 13 – Imagem do SCD2 (fonte: http://www.inpe.br/crc/satelite , data:02/02/2011 às 09h).....	pág.101
Figura 14 – Comparação do comportamento de α e α_{INPE} em 40 dias (SCD1).	pág.109
Figura 15 – Comparação do comportamento de δ e δ_{INPE} em 40 dias (SCD1).....	pág.110
Figura 16 – Comparação do comportamento de W e W_{INPE} em 40 dias (SCD1).....	pág.110
Figura 17 – Comportamento de $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ em 40 dias (SCD1).....	pág.111
Figura 18 – Comportamento da ΔW em 40 dias (SCD1).....	pág.111
Figura 19 – Comportamento de θ em 40 dias (SCD1).....	pág.113
Figura 20 – Comportamento do ângulo de aspecto solar θ' e θ'_{INPE} (SCD1).....	pág.113
Figura 21 – Comportamento de $\Delta\theta'$ em 40 dias (SCD1).....	pág.114
Figura 22 – Comparação do comportamento de α e α_{INPE} em 40 dias (SCD2).....	pág.118
Figura 23 – Comparação do comportamento de δ e δ_{INPE} em 40 dias (SCD2).....	pág.118
Figura 24 – Comparação do comportamento de W e W_{INPE} em 40 dias (SCD2).....	pág.119
Figura 25 – Comparação do comportamento de $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ em 40 dias (SCD2).....	pág.119
Figura 26 – Comparação do comportamento de ΔW em 40 dias (SCD2).....	pág.120
Figura 27 - Comportamento de θ em 40 dias (SCD2).....	pág.121

Figura 28 – Comparação do comportamento de θ' e θ'_{INPE} em 40 dias (SCD2).....	pág.122
Figura 29 – Comportamento de $\Delta\theta'$ em 40 dias (SCD2).....	pág.122
Figura 30 – Comportamento do erro de apontamento obtido pelo modelo teórico sem atualização do SCD1 em um período de 11 dias.....	pág.126
Figura 31 – Representação do comportamento do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização dos dados e aquele obtido pelos dados do CCS do SCD1 para um período de 11 dias.....	pág.127
Figura 32 – Comportamento da diferença do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização com o fornecido pelo CCS do SCD1 para um período de 11 dias.....	pág.127
Figura 33 – Representação do comportamento do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização dos dados e aquele obtido pelos dados do CCS do SCD2 para um período de 11 dias.....	pág.130
Figura 34 – Comportamento da diferença do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização com o fornecido pelo CCS do SCD2 para um período de 11 dias.	pág.130
Figura 35 – Comportamento do erro de apontamento obtido pelo modelo teórico sem atualização do SCD2 em um período de 11 dias.....	pág.131

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE.....	pág.98
Tabela 2 – Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE.....	pág.102
Tabela 3 – Valores de α , δ , W e θ' do SCD1 calculados pelo modelo teórico.....	pág.106
Tabela 4 – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W , θ' e θ para o SCD1.....	pág.107
Tabela 5 – Comportamento temporal da ascensão reta, declinação do eixo de rotação, velocidade angular de rotação e ângulo de aspecto solar para o SCD2.....	pág.115
Tabela 6 – Valores de $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, ΔW , $\Delta\theta'$ e θ do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.....	pág.116
Tabela 7 – Valores obtidos de α , δ , W e θ' pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 em um período de 11 dias.....	pág.125
Tabela 8 – Valores dos erros de $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, ΔW , $\Delta\theta'$ e do θ para o SCD1 no período de 11 dias.....	pág.125
Tabela 9 – Comportamento das diferenças de α , δ e W para períodos de 3, 4, 5, 7 e 9 dias para o SCD1 sem atualização.....	pág.126
Tabela 10 – Valores de α , δ , θ' e W obtidos pelo modelo teórico para um período de 11 dias sem atualização para o SCD2.....	pág.129
Tabela 11 – Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de α , δ , W e θ' assim como comportamento de θ para 11 dias do SCD2.....	pág.129

Tabela 12: Comparação das médias das diferenças da ascensão reta e a declinação do eixo de rotação para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos – SCD1, $\Delta\alpha$ representa a atuação conjunta dos torques.	pág. 132
Tabela. 13 – Comparação das médias das diferenças da velocidade de rotação entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD1. ΔW representa a atuação conjunta dos torques.	pág.132
Tabela 14 - Comparação das médias das diferenças do ângulo de aspecto solar e o erro de apontamento entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD1. $\Delta\theta'$ e θ representam a atuação conjunta dos torques.....	pág.132
Tabela 15– Comparação das médias das diferenças da ascensão reta e a declinação do eixo de rotação entre os erros associados ao real e o para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD2. $\Delta\alpha$ representa a atuação conjunta dos torques.....	pág.133
Tabela. 16 – Comparações das médias das diferenças da velocidade angular de rotação entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD2. ΔW representa a atuação conjunta dos torques.....	pág.133
Tabela 17 - Comparação das médias das diferenças do ângulo de aspecto solar e o erro de apontamento entre os erros associados ao real e o calculado pela teoria para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos – SCD2. $\Delta\theta'$ e θ representam a atuação conjunta dos torques.....	pág.133
Tabela 18 – Valores das constantes K_{nj}	pág.147
Tabela 19 – Valores das constantes a_i	pág.147
Tabela 20 – Valores das fases p_n	pág.147
Tabela 21 Ascensão reta e declinação do Sol para o período de simulação do SCD1.....	pág.155

Tabela 22 Ascensão reta e declinação do Sol para o período de simulação do SCD2.....	pág.156
Tabela 23 – Valores das diferenças entre os valores reais e valores calculados ($\Delta\alpha_{TGG_INPE}$, $\Delta\delta_{TGG_INPE}$, ΔW_{TGG_INPE} , $\Delta\theta'_{TGG_INPE}$) e o erro de apontamento θ_{TGG} do SCD1, com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.....	pág.157
Tabela 24 – Valores de α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} e θ'_{INPE} do SCD1 em um período de 40 dias.....	pág.158
Tabela 25–Valores das diferenças entre os valores reais e valores calculados ($\Delta\alpha_{TA_INPE}$, $\Delta\delta_{TA_INPE}$, ΔW_{TA_INPE} , $\Delta\theta'_{TA_INPE}$) e erro de apontamento θ_{TA} do SCD1 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.....	pág.159
Tabela 26 – Valores de α_{TA} , δ_{TA} , W_{TA} e θ'_{TA} do SCD1 em um período de 40 dias.....	pág.160
Tabela 27 – Valores de α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} e θ'_{TGG} do SCD2 em um período de 40 dias.....	pág.161
Tabela 28 – Valores de $\Delta\alpha_{TGG_INPE}$, $\Delta\delta_{TGG_INPE}$, ΔW_{TGG_INPE} , $\Delta\theta'_{TGG_INPE}$ e θ_{TGG} do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.....	pág.162
Tabela 29 – Valores de α_{TA} , δ_{TA} , W_{TA} , e θ'_{TA} do SCD2 em um período de 40 dias.....	pág.163
Tabela 30 – Valores de $\Delta\alpha_{TA_INPE}$, $\Delta\delta_{TA_INPE}$, ΔW_{TA_INPE} , $\Delta\theta'_{TA_INPE}$ e θ_{TA} do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.....	pág.164

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	Centro de Controle de Satélite
CM	Centro de Massa
CP	Centro de Pressão
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
IGRF	International Geomagnetic Reference Field
PCD	Plataforma de Coleta de Dados
SCD1	Primeiro Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
SCD2	Segundo Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
TA	Torque Aerodinâmico
TGG	Torque de Gradiente de Gravidade
TMI	Torque Magnético Induzido
TMR	Torque Magnético Residual

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Semi – eixo maior
B_r, B_ϕ, B_θ	Componentes do vetor \vec{B} no sistema equatorial
\vec{B}	Campo Geomagnético
D	Módulo da força de arrasto
e	Excentricidade
g_n^m, h_n^m	Coefficientes Gaussianos
h	Momento angular específico
I	Inclinação orbital
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	Vetores unitários do sistema do satélite
$\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$	Vetores unitários do sistema orbital
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{K}$	Vetores unitários do sistema geocêntrico e sistema equatorial
I_x, I_y, I_z	Momentos principais de inércia do satélite
\vec{L}	Momento angular
l	Módulo da força de sustentação
M	Anomalia média
\vec{M}	Soma dos momentos magnéticos individuais do satélite
M_s	Momento magnético do satélite ao longo do eixo de rotação
$\vec{m_e}$	Vetor margem estática
N_{ax}, N_{ay}, N_{az}	Componentes do torque aerodinâmico instantâneo
N_a	Torque aerodinâmico instantâneo

N_{am}	Torque aerodinâmico médio
N_{gx}, N_{gy}, N_{gz}	Componentes do torque de gradiente de gravidade instantâneo
N_g	Torque de gradiente de gravidade instantâneo
N_{gm}	Torque de gradiente de gravidade médio
N_{ix}, N_{iy}, N_{iz}	Componentes do torque magnético devido às correntes de Foucault instantâneo
N_i	Torque magnético devido as correntes de Foucault instantâneo
N_{im}	Torque magnético devido as correntes de Foucault médio
N_{rx}, N_{ry}	Componentes do torque magnético residual instantâneo
N_r	Torque magnético residual instantâneo
N_{rm}	Torque Magnético Residual Médio
n	Movimento médio
O	Centro de massa do satélite
O	Centro de massa da Terra
O'	Centro de massa do satélite
O_{xyz}	Sistema de coordenadas do satélite
O_{XYZ}	Sistema de coordenadas equatorial
$O'_{xs ys zs}$	Sistema de coordenadas orbital, associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra
O'_{xyz}	Sistema de coordenadas geocêntricas
p_o	parâmetro da órbita
p	parâmetro de Foucault

$P_n^m(\theta)$	Polinômios associados de Legendre
r	Distância entre o centro de massa do satélite e o elemento de massa dm
r'	Distância entre o centro de massa da Terra e o elemento de massa dm
r_{cm}	Distância entre o centro de massa do satélite e o centro de massa da Terra
r_T	Raio equatorial da Terra
R_X	Matriz de rotação de $(90^\circ - \delta)$ em torno do eixo O_x
R_Z	Matriz de rotação $(\alpha - 270^\circ)$ em O_z
R_I	Matriz de rotação que relaciona o sistema do satélite com o sistema geocêntrico
R_3	Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico com o sistema orbital
\hat{s}	Eixo de rotação em torno de seu centro de massa
t	Tempo
t_i	Tempo inicial
T	Período orbital
V_p	Potencial magnético
V	Módulo da velocidade orbital do satélite
W	Módulo da velocidade angular de rotação
\vec{W}	Velocidade angular de rotação

\bar{W}	Latitude verdadeira
α	Ascensão reta do eixo de rotação
$\bar{\alpha}$	Ascensão reta do vetor posição
δ	Declinação do eixo de rotação
$\bar{\delta}$	Declinação do vetor posição
θ^*	Co-latitude
$\bar{\theta}$	Ascensão reta de Greenwich no instante inicial
θ	Velocidade de rotação da Terra
θ'	Ângulo de Aspecto Solar
θ	Erro de apontamento
θ_x	Ângulo entre o eixo Ox com o eixo Ox*
v	Anomalia verdadeira
w	Argumento do perigeu
Ω	Longitude do nodo ascendente

Sumário

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	25
1.1 Objetivos	27
1.2 Justificativa e Motivação.....	27
1.3 Cronograma de trabalho	28
CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
CAPÍTULO 3 SISTEMAS DE COORDENADAS	37
3.1 Sistema de coordenadas geocêntrico equatorial - equatorial.....	37
3.2 Sistema de coordenadas equatorial centrado no satélite.....	38
3.3 Sistema de coordenadas do satélite	38
3.4 Sistema de coordenadas principal	39
3.5 Sistema de coordenadas orbital	39
3.6 Relações entre sistemas de coordenadas	40
3.6.1 Sistema de coordenadas equatorial e do satélite	40
3.6.2 Sistema de coordenadas geocêntrico e orbital.....	42
3.6.3 Sistemas de coordenadas do satélite e orbital	43
3.6.4 Sistemas de coordenadas do satélite e principal.....	45
3.6.5 Sistemas de coordenadas orbital e principal.....	46
CAPÍTULO 4 TORQUE AERODINÂMICO	48
4.1 Modelo matemático para o torque aerodinâmico	50
4.2 Os componentes da força de arrasto.....	51
4.3 Determinações dos componentes médios do torque aerodinâmico	54
4.4 Modelo TD 88 para a densidade atmosférica.....	56
CAPÍTULO 5 TORQUE DE GRADIENTE DE GRAVIDADE.....	58
5.1 Modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade.....	58
5.1.1 Componentes da força gravitacional atuante em um elemento de massa.....	58
5.1.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema principal	61
5.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema do satélite	63
5.3 Determinação dos componentes do torque de gradiente de gravidade médio.....	63
CAPÍTULO 6 TORQUE MAGNÉTICO	67
6.1 Campo Geomagnético	67
6.1.1 Componentes do Campo Geomagnético	68
6.1.2 O Modelo de Quadripolo Magnético.....	70
6.1.3 Componentes do campo geomagnético no sistema do satélite.....	72

6.2 Torque Magnético devido às Correntes de Foucault.....	73
6.2.1 Torque magnético devido as correntes de Foucault médio	74
6.3 Torque magnético residual	77
6.3.1 Torque Magnético Residual Médio.....	78
CAPÍTULO 7 ABORDAGEM ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO	
MOVIMENTO	80
7.1 Equações do movimento	80
7.2 Solução analítica para a magnitude da velocidade de rotação	83
7.3 Solução analítica para a declinação do eixo de rotação	84
7.4 Solução analítica para a ascensão reta do eixo de rotação	85
CAPÍTULO 8 - ERRO DE APONTAMENTO E ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR	
.....	87
8.1 Erro de apontamento	87
8.1.1 Cálculo do Erro de Apontamento.....	88
8.2 Ângulo de Aspecto Solar.....	89
8.2.1 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar	92
CAPÍTULO 9 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS PARA OS	
SATÉLITES SCD1 E SCD2	94
9.1 Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados	94
9.1.1 O Satélite SCD1	96
9.1.2 O Satélite SCD2	100
9.2. Abordagem com atualização diária de dados de atitude e órbita	1063
9.2.1 Algoritmo para simulação computacional.....	104
9.2.2 Resultados para o SCD1.....	106
9.2.2.1 Ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade angular de rotação para o SCD1	109
9.2.2.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar – SCD1.....	113
9.2.3 Resultados para o SCD2.....	115
9.2.3.1 Ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade angular rotacional para o SCD2	118
9.2.3.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar - SCD2	122
9.3 Abordagem sem atualização de dados.....	124
9.3.1 Resultados sem atualização da atitude para o SCD1	124
9.3.2 Resultados sem atualização da atitude para o SCD2.....	129
9.4 Comparação dos resultados com os diferentes torques	132

CAPÍTULO 10 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	136
REFERÊNCIAS	141
APÊNDICE A - Constantes para o cálculo da densidade atmosférica utilizando o Modelo TD88	147
APÊNDICE B - Componentes do torque de gradiente de gravidade médio no sistema do satélite	148
APÊNDICE C - Tabelas com as coordenadas do Sol	155
APÊNDICE D – Resultados SCD1 - TGG	157
APÊNDICE E – Resultados SCD1 – TA	159
APÊNDICE F – Resultados SCD2 - TGG	161
APÊNDICE G – Resultados SCD2 - TA	163

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Todo veículo espacial carrega um complemento de instrumentos à bordo, os quais precisam ser posicionados e direcionados com muita precisão. A resposta desta carga útil depende da orientação e posição em que estes se encontram no espaço, em relação a um sistema de referência fixo na Terra. Assim, a habilidade de se conhecer a atitude do satélite, bem como a de comandar uma atitude desejada são indispensáveis para o bom desempenho da missão a que ele se destina. Porém, a ação continuada de torques e forças, oriundas de influências do meio onde os satélites orbitam, afeta significativamente o movimento destes, ou seja, sua atitude e órbita.

Assim uma análise da atitude de satélites na presença de torques externos torna-se necessário, o que pode ser realizado através da determinação de soluções para as equações do movimento rotacional, nas quais são incluídas as parcelas dos torques ambientais. Neste trabalho o enfoque é dado aos satélites estabilizados por rotação.

As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação são descritas em termos do módulo da velocidade de rotação (W), da ascensão reta (α) e da declinação do eixo de rotação do satélite (δ). Neste trabalho é considerado que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, aproximada inicialmente pela órbita Kepleriana, sendo posteriormente incluídas as principais variações devido ao achatamento da Terra na longitude de nodo ascendente (Ω) e argumento do perigeu (w). Estas equações do movimento dependem dos componentes dos torques externos atuantes no satélite, expressas em um sistema fixo no satélite, no qual o eixo z coincide com o eixo de rotação do satélite. Neste trabalho são considerados o torque aerodinâmico, torque de gradiente de gravidade, torque magnético residual e torque magnético devido às correntes de Foucault.

As forças aerodinâmicas são criadas pela colisão das moléculas de ar rarefeito da alta atmosfera com a superfície do satélite. A resultante dessas forças atua em um ponto chamado centro de pressão (CP). A distância entre o CP e o centro de massa (CM) do satélite é chamada de margem estática (me). Quando a margem estática não é

nula, um torque, o TA, pode ser produzido pela força aerodinâmica. Este torque é predominante em satélites de baixa altitude (com perigeu menor que quatrocentos quilômetros), uma vez que depende da quantidade de moléculas de ar na atmosfera da Terra (WERTZ, 1978). A magnitude deste torque está diretamente relacionada com a altitude em que o satélite se encontra em relação à superfície terrestre, dependendo, entre outros parâmetros, da viscosidade, temperatura, densidade e velocidade do som das camadas mais baixas da atmosfera. Em termos da órbita do satélite, a atuação da força aerodinâmica diminui a velocidade do satélite no perigeu, causando, com o tempo, a diminuição do semi-eixo orbital, acarretando a circularização da órbita, diminuindo a vida útil do satélite (CHIARADIA, 2008).

As forças gravitacionais surgem devido ao campo gravitacional gerado pelos planetas e corpos que possuem massa. O torque de gradiente de gravidade (TGG) ocorre devido ao gradiente de força gravitacional existente entre diferentes pontos do satélite, dependendo da distribuição de massa e da forma do satélite (PISACANE, MOORE, 1994). O comportamento do TGG é estudado através de seus componentes médios em um período orbital, os quais são calculados, para satélites estabilizados por rotação com órbita elíptica. A magnitude do TGG é avaliada considerando dados de satélite de pequeno porte similares aos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados, (SCD1 e SCD2). Os componentes médios do TGG acoplados com os TA, TMR e TMI são então incluídos nas equações do movimento rotacional, relacionadas com a ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade de rotação do satélite (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987) e uma solução analítica aproximada é determinada, sendo válida para um período orbital (CHIARADIA, 2007).

O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético. As principais fontes causadoras do torque magnético são o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite usualmente a fonte dominante. Em geral, no projeto do satélite é selecionado um material estrutural adequado de modo que as demais fontes resultem em torques magnéticos negligenciáveis (QUIRELLI, 2002). O torque magnético residual ocorre

principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite (WERTZ, 1978) que contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação. Já o torque devido às correntes de Foucault surge devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite causando um decaimento exponencial da velocidade de rotação.

No desenvolvimento deste trabalho os componentes médios de cada torque são incluídos nas equações do movimento rotacional. Os componentes médios dos torques externos considerados são obtidos pela média dos torques externos instantâneos em um período orbital. Os componentes médios descrevem os principais efeitos de cada torque sobre o movimento rotacional e contribuem para a precessão e deriva do eixo de rotação.

1.1 Objetivos

O objetivo principal desta dissertação é determinar soluções analíticas para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação, incluindo conjuntamente os torques aerodinâmico (TA), de gradiente de gravidade (TGG), magnético residual (TMR) e magnético devido às correntes de Foucault (TMI).

Para validar as soluções analíticas são avaliados o erro de apontamento (desvio entre o eixo de rotação real e o eixo de rotação calculado pela teoria) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação teórico e a direção de incidência da luz solar sobre o satélite).

Aplicações são realizadas com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, comparando os resultados obtidos com os dados reais e também com resultados obtidos com cada torque isoladamente.

Em especial é verificado se o ângulo de aspecto solar se encontra dentro das restrições requeridas pelas missões dos satélites SCD1 e SCD2.

1.2 Justificativa e Motivação

O desenvolvimento deste trabalho se justifica pelo refinamento e pela validação das abordagens analíticas anteriormente desenvolvidas (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004; PEREIRA, 2006; GARCIA, 2007; CHIARADIA, 2007; CHIARADIA, 2010), nas quais cada torque externo foi incluído isoladamente nas equações do movimento. Deste modo estará disponível junto ao Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia da UNESP um propagador analítico de atitude mais realista para satélites estabilizados por rotação, o qual utiliza o software MATLAB para realizar as implementações numéricas necessárias.

Este propagador de atitude poderá ser útil na análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação e na estimativa de parâmetros destes satélites.

1.3 Sequência do trabalho

Na sequência deste trabalho, é apresentado no Capítulo 2 uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos relacionados com o enfoque principal desta dissertação.

No Capítulo 3 são introduzidos os sistemas de referência e matrizes de rotação que são úteis durante o desenvolvimento deste trabalho.

O Capítulo 4 introduz o TA e os diversos parâmetros envolvidos no modelo deste torque, incluindo o modelo TD88 que é utilizado para descrever a densidade atmosférica. Os componentes médios do TA no sistema de referência fixo no satélite, necessárias nas equações do movimento, são também determinados.

No Capítulo 5 é apresentado o modelo matemático para o TGG e a determinação de seus componentes no sistema de referência fixo no satélite.

O Capítulo 6 introduz os modelos matemáticos para os torques magnético residual e devido às correntes de Foucault, destacando o modelo de quadripolo para o campo geomagnético e os demais parâmetros envolvidos. Os componentes médios dos torques magnéticos no sistema fixo no satélite são determinados.

No Capítulo 7 são determinadas as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação, para as quais são obtidas soluções analíticas quando os 4 torques externos considerados atuam conjuntamente.

O Capítulo 8 apresenta a determinação do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar, respectivamente, em termos da ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite.

No Capítulo 9 é realizada a implementação numérica das soluções analíticas para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação com os dados dos satélites SCD1 e SCD2. Como as aplicações da teoria desenvolvida são realizadas para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais são atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra. Na abordagem aqui realizada todos os dados de atitude e órbita são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (CCS). O comportamento temporal do erro de apontamento e ângulo de aspecto solar é também avaliado para essa abordagem. Também são realizadas comparações entre as médias de erros relacionadas com os componentes da atitude do satélite, erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar.

Finalmente no Capítulo 10 são apresentadas as conclusões e comentários finais sobre o trabalho desenvolvido.

CAPÍTULO 2 REVISAO BIBLIOGRÁFICA

Vários estudos relacionados com a análise da atitude de satélites artificiais têm sido feitos com o objetivo de descrever as interações existentes entre as fontes de campo gravitacional, força de arrasto, pressão de radiação solar, campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo magnético da Terra. Desta forma serão introduzidos neste capítulo alguns comentários sobre trabalhos relacionados com a análise da dinâmica envolvida com o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, os quais estão mais diretamente relacionados com o desenvolvimento deste trabalho.

E. Y. Yu (1963) faz uma análise de problemas dinâmicos do satélite Telstar estabilizado por rotação, a qual é caracterizada pelo decaimento da velocidade de rotação, amortecimento da precessão e deslocamento do eixo de rotação. Os três fenômenos mencionados são gerados predominantemente pelos torques devido às correntes de Foucault e o magnético residual. O tempo característico aproximado para o decaimento exponencial da rotação do satélite é estimado para 330 dias. Isso mostra que no final de 2 anos o satélite Telstar teria uma velocidade de rotação de 20 rpm, sendo que o movimento nesta taxa de rotação é ainda relativamente estável com relação à precessão. Alguns problemas são causados essencialmente pelo momento de dipolo magnético residual e pelo torque devido às correntes de Foucault, os quais podem ser observados para um satélite estabilizado por rotação. Observa-se também que o eixo de rotação deveria ser o de máximo momento de inércia por causa da energia dissipada, visto que o satélite não é um corpo perfeitamente rígido.

Thomas e Capellari (1964) apresentam técnicas para predição e determinação de atitude para satélites estabilizados por rotação, onde são utilizados dados dos satélites Telstar I e II. Neste trabalho é utilizado o modelo de vetor de dipolo para o campo magnético da Terra e o método de cálculo da média tanto para o torque de gradiente de gravidade quanto para o torque magnético residual foram determinados para um período orbital. Também são combinados dados que são fornecidos por sensores de atitude a bordo do satélite para determinar a atitude do satélite. Todas as técnicas são

consolidadas em programas computacionais que seguem próximos a análise matemática apresentada.

Kuga, Ferreira e Guedes (1987) propõem uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento rotacional de satélites de Coleta de Dados brasileiros, que são estabilizados por rotação. O objetivo é analisar o sistema de estabilização e propor esquemas de controle de atitude, considerando a utilização de bobinas magnéticas, denominadas bobinas de torque que geram um campo paralelo ao eixo de rotação do satélite. É adotado um sistema conveniente de coordenadas esféricas para expressar as equações do movimento de atitude do eixo de rotação do satélite. Os principais torques perturbadores modelados são os torques magnéticos de controle (gerados pela ativação da bobina magnética) e residuais, torques devido às correntes de Foucault e torques devido ao gradiente de gravidade. Os resultados mostram uma natureza oscilatória na declinação do eixo de rotação, devido a três frequências que aparecem implicitamente na equação diferencial para a declinação: a frequência orbital, a frequência de rotação da Terra e a frequência de precessão do nodo ascendente da órbita. Para longos períodos de integração o efeito da precessão nodal é visivelmente pronunciado. A amplitude da oscilação tende a aumentar com o tempo devido à queda da velocidade angular. A ascensão reta do eixo de rotação contém somente uma parte de natureza oscilatória, complementada por um termo secular que depende do componente do campo geomagnético no eixo Ox do satélite o qual produz a taxa de precessão. A parte oscilatória mostra a frequência da precessão nodal mais acentuada. A velocidade angular decresce 73% após 180 dias. A constante de tempo, calculada aproximadamente de forma analítica, é da ordem de 142 dias, de forma que a velocidade angular deve diminuir 63% durante 142 dias.

Kuga, Silva e Guedes (1987) apresentam uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação. É considerado o torque magnético residual, o torque magnético devido às correntes de Foucault e o torque de gradiente de gravidade. As equações de Euler são desenvolvidas em termos das coordenadas α , δ , W e resolvidas por meio de integração numérica.

No período de 1988 até 2001 não foi detectado nenhum estudo detalhado sobre movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação em que as soluções das equações do movimento são obtidas analiticamente. Somente a partir de 2002 foram encontrados trabalhos publicados sobre o assunto.

Real (2002) analisa a variação da magnitude do TA, atuante sobre um satélite artificial, utilizando o modelo termosférico TD-88 (Sehnal & Pospisilová, 1988), em função da altitude que o mesmo se encontra em relação à superfície da Terra. Realiza uma comparação da magnitude deste torque com as magnitudes de outros torques ambientais sendo possível determinar a região em que cada torque predomina durante a órbita do satélite.

Quirelli (2002) apresenta uma abordagem analítica para a propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando a influência de torques magnéticos. É utilizado o modelo de vetor de dipolo inclinado para o campo geomagnético e o método da média é aplicado para determinar o torque ao longo de um período orbital. Os desenvolvimentos são feitos até 2ª ordem na excentricidade para o torque residual e até 1ª ordem para o torque devido às correntes de Foucault. Observa-se que o torque magnético residual não afeta o módulo da velocidade de rotação, contribuindo somente para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação. O torque magnético devido às correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade de rotação. As simulações numéricas que são realizadas apresentam uma boa concordância entre a solução analítica obtida e o comportamento real do satélite, dentro das limitações da abordagem analítica realizada.

Zanardi, Quirelli e Kuga (2003) fazem um estudo sobre o modelo do torque gerado pelas correntes de Foucault para satélites artificiais estabilizados por rotação. Neste trabalho é assumido o modelo de vetor de dipolo inclinado para o campo geomagnético e o método utilizado foi o da média do torque gerado pelas correntes induzidas sobre cada período orbital. Os desenvolvimentos são apresentados em termos da anomalia média e possuem termos até 2ª ordem na excentricidade. É observado que o torque devido às correntes de Foucault causa um decaimento

exponencial no módulo da velocidade angular. A teoria desenvolvida considera também a variação dos elementos orbitais no tempo. São usados os dados dos satélites brasileiros SCD1 e SCD2. Para o período de testes, as diferenças médias são da ordem de 0,10 rpm para o SCD1 e de 0,04 rpm para o SCD2, estando de acordo com o nível de precisão requerida pelo sistema de determinação de atitude do Centro de Controle do INPE para o módulo da velocidade angular.

Assis (2004) apresenta uma abordagem analítica para a propagação de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita circular com a inclusão do torque residual. O modelo de quadripolo é utilizado para descrever o campo magnético da Terra, sendo aplicado o método da média para determinar o torque médio em um período orbital. A partir da solução analítica apresentada é possível observar que o torque magnético residual contribui para a deriva e precessão do eixo de rotação.

Zanardi, Assis e Kuga (2004) apresentam os procedimentos necessários para se obter os componentes do torque magnético residual médio, para um período orbital, em um sistema fixo no satélite, considerando o satélite estabilizado por rotação em órbita circular e o modelo de quadripolo para o campo geomagnético. Estes componentes são importantes para fazer a propagação analítica da atitude de satélites estabilizados por rotação quando o torque magnético residual médio é incluído nas equações do movimento rotacional.

Zanardi, Quirelli e Kuga (2005) apresentam uma aproximação analítica para a predição da atitude de satélites estabilizados por rotação que sofrem a influência do torque magnético residual. É assumido um modelo de dipolo inclinado para descrever o campo geomagnético e um método analítico da média é aplicado para obter o torque residual médio em cada período orbital. A anomalia média é utilizada para calcular os componentes médios do torque residual no sistema de referência fixo no satélite. Observa-se que o torque magnético residual não possui componente ao longo do eixo de rotação, não afetando a magnitude da velocidade de rotação, mas podendo causar nutação e precessão no eixo de rotação do satélite. A teoria é aplicada para o satélite brasileiro estabilizado por rotação SCD2 havendo uma boa concordância entre a solução analítica e o comportamento real do satélite.

Pereira (2006a, 2006b) apresenta um estudo sobre a propagação de atitude de satélites estabilizados por rotação em órbita circular e analisa a influência do torque magnético devido às correntes de Foucault (torque induzido) sobre os satélites SCD1 e SCD2. Este torque depende da velocidade de rotação, do parâmetro de Foucault e do campo geomagnético, o qual é descrito pelo modelo de quadripolo. Os resultados encontrados neste trabalho mostram a influência do torque devido às correntes de Foucault no decaimento da velocidade de rotação, na deriva (causada pelas variações da declinação) e precessão (causada pelas variações da ascensão reta) do eixo de rotação. Os resultados encontrados neste trabalho são adequados para serem utilizados em uma análise prévia de missão de satélites estabilizados por rotação.

No trabalho desenvolvido por Garcia (2007) é apresentado uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando os satélites em órbita elíptica e a influência do torque magnético residual. A diferença principal deste trabalho com de Assis (2004) está no fato da órbita do satélite ser elíptica, o que acarreta em expansões analíticas na excentricidade orbital e na anomalia média. Comparações dos resultados obtidos nesta abordagem e nas abordagens de Assis (2004) e Quirelli (2002) foram realizadas, considerando os dados dos satélites brasileiros de coleta de dados. O comportamento do erro gerado na direção do eixo de rotação do satélite é também apresentado, sendo que os desvios obtidos se mostram de acordo com as precisões requeridas para as missões destes satélites.

O trabalho desenvolvido por Chiaradia (2007) determina a magnitude do TGG, levando em consideração a variação desta magnitude em relação à altitude e aos momentos principais de inércia do satélite e com a influência deste torque na atitude do satélite. Os elementos do TGG foram determinados no sistema do satélite (sistema fixo), encontrando desta maneira componentes não nulos nos três eixos coordenados, desde que os três momentos principais de inércia associados às direções x , y e z não fossem iguais entre si. Neste trabalho os componentes do TGG são estudados utilizando os componentes médios em um período orbital, satélites de pequeno e médio porte, estabilizados por rotação e descrevendo órbita circular.

Chiaradia (2010) faz um estudo sobre o torque aerodinâmico aplicado no movimento de satélites estabilizados por rotação com o intuito de obter as soluções analíticas para as equações de movimentos. Neste trabalho é avaliada a variação da magnitude do torque aerodinâmico com a altitude, a qual está relacionada com a densidade atmosférica em cada ponto da órbita do satélite, e são determinadas soluções analíticas para as equações do movimento, incluindo parcelas do torque aerodinâmico. Este realiza a implementação numérica das soluções analíticas e faz comparações dos resultados obtidos com os dados reais do SCD1 e SCD2 fornecidos pelo CCS/INPE. Nas simulações numéricas são considerados várias posições e valores para a margem estática. Devido à altitude em que se encontram o SCD1 e SCD2, aproximadamente 700 km, a magnitude do torque aerodinâmico é pequena, sendo pequena a influência deste torque no movimento rotacional destes satélites.

Zanardi et al. (2011) apresentam uma abordagem semi-analítica para a propagação de atitude de satélite artificiais estabilizados por rotação, considerando o efeito acoplado do torque aerodinâmico e de gradiente de gravidade. Somente os componentes médios destes torques são introduzidos nas equações do movimento, os quais são obtidos através de uma média de cada torque instantâneo e um período orbital. Uma solução analítica obtida pelo método de aproximações sucessivas indica que estes torques contribuem com a precessão do eixo de rotação e com a variação periódica na velocidade de rotação. Na aplicação realizada com os dados do SCD1 foi considerado que a força de arrasto se alinhava ao longo do eixo de maior momento de inércia do satélite, de modo que o componente do torque aerodinâmico no eixo z se anula e a velocidade de rotação do satélite não é influenciada por este torque. Para validar a solução analítica é também analisado o erro de apontamento (desvio angular entre o eixo de rotação real e o calculado pela teoria). Na primeira abordagem com atualização diária dos dados de atitude e órbita do satélite pelos dados fornecidos pelo INPE, os resultados apontam que para o SCD1 as diferenças nas variações da ascensão reta do eixo ultrapassam a precisão requerida pelo INPE, enquanto a declinação do eixo de rotação, a velocidade de rotação e erro de apontamento se mantêm dentro da precisão requerida (de $0,5^\circ$ e 0,5 rpm). Na abordagem sem atualização diária dos

dados, a precisão só é mantida para os três primeiros dias de simulação. Os resultados deste trabalho fizeram parte do exame de qualificação de Pereira (2011).

Todos os trabalhos acima relacionados contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, especialmente os de Quirelli (2002), Real (2002), Assis (2004), Pereira (2006), Garcia (2007), Chiaradia (2007) e Chiaradia (2010) e em especial de Pereira (2011).

CAPÍTULO 3 SISTEMAS DE COORDENADAS

Neste capítulo são introduzidos os sistemas de referência que são utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho e as matrizes de rotação que relacionam estes sistemas. Estes sistemas são necessários no desenvolvimento dos torques externos considerados e na determinação das equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação. As matrizes de rotação são definidas em termos de conjuntos de ângulos de Euler, que envolvem os elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω), inclinação orbital (i), anomalia verdadeira (v), argumento do perigeu (ω)), a ascensão reta (α) e declinação do eixo de rotação (δ) do satélite e a velocidade rotação do satélite (W).

3.1 Sistema de coordenadas geocêntrico equatorial

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico equatorial (BATE,1971), representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e o eixo $O'Y$ completa o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$.

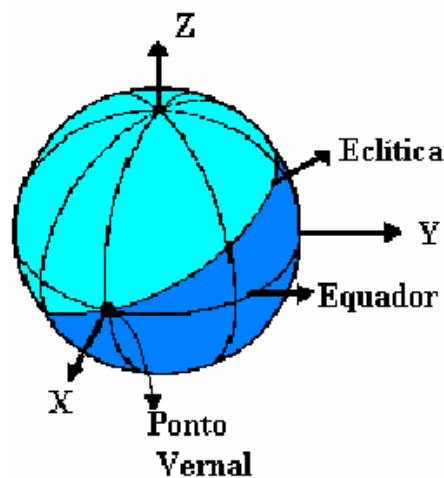


Figura 1 – Representação do Sistema Geocêntrico Equatorial $O'XYZ$. (REAL,2002)

3.2 Sistema de coordenadas equatorial centrado no satélite

Neste sistema OXYZ (KUGA et al, 1987a), a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$.

3.3 Sistema de coordenadas do satélite

O sistema do satélite Oxyz (KUGA et al, 1987a) possui sua origem no centro de massa do satélite O, com o eixo Oz na direção do eixo de rotação do satélite (\hat{k}), com o plano Oxy sendo perpendicular a Oz, com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Este sistema está representado na Figura 2, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos da ascensão reta α e declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α – ângulo que a projeção do eixo de rotação \hat{k} no plano OXY forma com o eixo OX;

δ - ângulo que o eixo de rotação \hat{k} forma com o plano OXY.

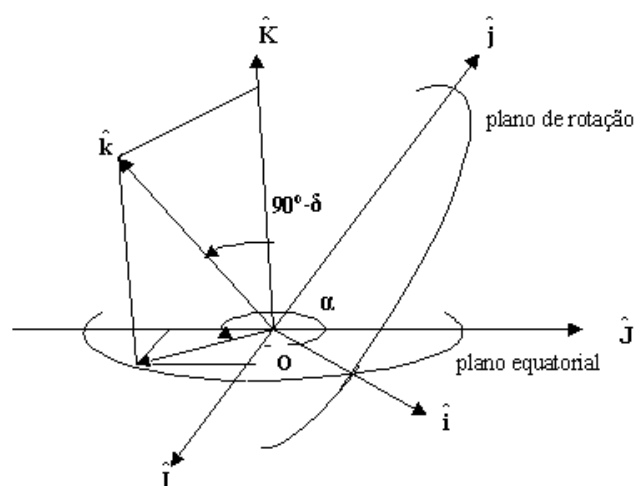


Figura 2 - Sistema equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$), sistema do satélite ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (\hat{k}) (CHIARADIA, 2010).

3.4 Sistema de coordenadas principal

O sistema de coordenadas principal $Ox^*y^*z^*$ tem sua origem no centro de massa do satélite e possui seus eixos coincidentes com as direções dos eixos principais de inércia do satélite. Se considerarmos que o eixo z^* está associado com o maior momento principal de inércia do satélite, então o eixo z do sistema do satélite é coincidente com o eixo z^* deste sistema. Esta escolha é justificada por ser um condição de estabilidade do movimento rotacional na presença de torques dissipativos. Os versores deste sistema são representados por $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$.

3.5 Sistema de coordenadas orbital

O sistema orbital $O'x_s y_s z_s$ possui sua origem no centro de massa da Terra O' e está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_s y_s$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_s$ está na direção radial (que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra), $O'z_s$ é perpendicular ao plano orbital no sentido e na direção do vetor momentum angular e $O'y_s$ completa o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$.

Este sistema está representado na Figura 3, juntamente o sistema geocêntrico e os ângulos de longitude do nodo ascendente (Ω) (ângulo formado entre o eixo OX e eixo O_{xs}), argumento do pericentro (w) (ângulo formado entre o eixo O_{xs} e a direção do pericentro), inclinação orbital (I) (ângulo formado entre o eixo de O_{zs} e o eixo OZ) e anomalia verdadeira (ν) (ângulo formado entre a direção do pericentro com o vetor posição do satélite).

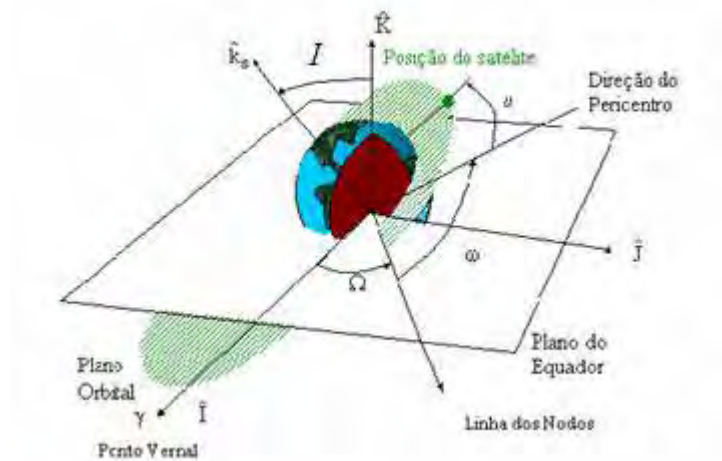


Figura 3 - Sistema Geocêntrico ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) e Sistema Orbital ($\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$). (Fonte: Adaptado de Bate et al (1971)).

3.6 Relações entre sistemas de coordenadas

São relações matemáticas que servem para relacionar um sistema de coordenadas com outro, isso é feito utilizando matrizes de rotação, que são matrizes ortogonais e possuem como característica: a matriz inversa é igual a matriz transposta.

3.6.1 Sistema de coordenadas equatorial e do satélite

Na Figura 2 observamos que o sistema do satélite $Oxyz$ (com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) é obtido do sistema equatorial $OXYZ$ (com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) por uma seqüência de duas rotações:

$(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ ;

$(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox ;

de modo que a relação entre estes dois sistemas é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}\delta & \text{cos}\delta \\ 0 & -\text{cos}\delta & \text{sen}\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\text{sen}\alpha & \text{cos}\alpha & 0 \\ -\text{cos}\alpha & -\text{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

ou seja:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

com

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\text{sen}\alpha & \text{cos}\alpha & 0 \\ -\text{cos}\alpha \text{sen}\delta & -\text{sen}\alpha \text{sen}\delta & \text{cos}\delta \\ \text{cos}\alpha \text{cos}\delta & \text{sen}\alpha \text{cos}\delta & \text{sen}\delta \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Logo substituindo a equação (3.3) em (3.2), temos:

$$\hat{i} = -\text{sen}\alpha \hat{I} + \text{cos}\alpha \hat{J}$$

$$\hat{j} = -\text{sen}\delta \text{cos}\alpha \hat{I} - \text{sen}\delta \text{sen}\alpha \hat{J} + \text{cos}\delta \hat{K} \quad (3.4)$$

$$\hat{k} = \text{cos}\delta \text{cos}\alpha \hat{I} + \text{cos}\delta \text{sen}\alpha \hat{J} + \text{sen}\delta \hat{K}$$

No desenvolvimento dos componentes dos torques externos ao longo deste trabalho muitas vezes será necessário representar os versores do sistema equatorial em termos do sistema do satélite. Assim como a matriz de rotação é ortogonal, ou seja sua inversa é igual a sua transposta, a partir da equação (3.2) tem-se:

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = R_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Assim os vetores unitários $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, utilizando a transposta da matriz R_1 , de modo que teremos:

$$\begin{aligned}\hat{I} &= -\text{sen}\alpha \hat{i} - \text{sen}\delta \text{sen}\alpha \hat{j} + \text{cos}\delta \text{cos}\alpha \hat{k} \\ \hat{J} &= \text{cos}\alpha \hat{i} - \text{sen}\delta \text{sen}\alpha \hat{j} + \text{cos}\delta \text{sen}\alpha \hat{k} \\ \hat{K} &= \text{cos}\delta \hat{j} + \text{sen}\delta \hat{k}\end{aligned}\quad (3.6)$$

3.6.2 Sistema de coordenadas geocêntrico e orbital

O sistema orbital (Figura 3) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω) , a inclinação orbital (i) , e a latitude verdadeira $(v + \omega)$), ou seja, o sistema orbital (com versores $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$) é obtido do sistema equatorial (versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) através da seqüência de ângulos de Euler 3-1-3, ou seja, são necessárias três rotações consecutivas:

- I rotação de Ω no eixo OZ;
- II rotação de I no eixo intermediário Ox';
- III $(\omega + v)$ no eixo Oz_s.

Realizando as três rotações necessárias encontramos a relação expressa por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega+v) & \text{sen}(\omega+v) & 0 \\ -\text{sen}(\omega+v) & \cos(\omega+v) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos I & \text{sen} I \\ 0 & -\text{sen} I & \cos I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega & \text{sen} \Omega & 0 \\ -\text{sen} \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}\quad (3.7)$$

Ou seja:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}\quad (3.8)$$

com

$$R_2 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

e

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos(\Omega) \cos(\omega+v) - \sin(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I) \\ r_{12} &= \sin(\Omega) \cos(\omega+v) + \cos(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I) \\ r_{13} &= \sin(\omega+v) \sin(I) \\ r_{21} &= -\cos(\Omega) \sin(\omega+v) - \sin(\Omega) \cos(\omega+v) \cos(I) \\ r_{22} &= -\sin(\Omega) \sin(\omega+v) + \cos(\Omega) \cos(\omega+v) \cos(I) \\ r_{23} &= \cos(\omega+v) \sin(I) \\ r_{31} &= \sin(\Omega) \sin(I) \\ r_{32} &= -\cos(\Omega) \sin(I) \\ r_{33} &= \cos(I) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Os versores do sistema geocêntricos em termos do sistema do satélite são também necessários na determinação dos componentes dos torques externos e são obtidos a partir da equação (3.8) através de:

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = R_2^t \begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

A relação entre o sistema orbital e o equatorial também é dada através de (3.8) e (3.9), pois as bases dos sistemas equatorial e geocêntrico são as mesmas.

3.6.3 Sistemas de coordenadas do satélite e orbital

A relação entre os sistemas de coordenadas orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$ e do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ são obtidas utilizando as relações dadas nas equações (3.5) e (3.8), de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_2 R_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Chamando a matriz $R_2 R_1^t$ de A , e a_{ij} os termos desta matriz, temos que:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

com

$$a_{11} = \left(\cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\alpha) \right) + \left(\text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\alpha) \right) \quad (3.14)$$

$$a_{12} = \left(\cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha) \right) + \left(\text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha) \right) + \left(\text{sen}(\omega+\nu) \text{sen}(I) \right) \left(\cos(\delta) \right) \quad (3.15)$$

$$a_{13} = \left(\cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\delta) \cos(\alpha) \right) + \left(\text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\delta) \text{sen}(\alpha) \right) + \left(\text{sen}(\omega+\nu) \text{sen}(I) \right) \left(\text{sen}(\delta) \right) \quad (3.16)$$

$$a_{21} = \left(-\cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\alpha) \right) + \left(-\text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\alpha) \right) \quad (3.17)$$

$$a_{22} = \left(-\cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha) \right) + \left(-\text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha) \right) + \left(\cos(\omega+\nu) \text{sen}(I) \right) \left(\cos(\delta) \right) \quad (3.18)$$

$$a_{23} = \left(-\cos(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) - \text{sen}(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\delta) \cos(\alpha) \right) + \left(-\text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega+\nu) + \cos(\Omega) \cos(\omega+\nu) \cos(I) \right) \left(\cos(\delta) \text{sen}(\alpha) \right) + \left(\cos(\omega+\nu) \text{sen}(I) \right) \left(\text{sen}(\delta) \right) \quad (3.19)$$

$$a_{31} = -\cos(\omega+\nu) \text{sen } I \text{ sen } \Omega - \cos \Omega \text{ sen } I \cos \alpha \quad (3.20)$$

$$a_{32} = \left(-\cos(\omega+\nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\alpha) \right) + \left(\cos(\Omega) \text{sen}(I) \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\delta) \right) + \left(\cos(I) \right) \left(\cos(\delta) \right) \quad (3.21)$$

$$a_{33} = \text{sen}(\Omega) \text{sen}(\delta) \cos(\alpha) - \cos(\Omega) \text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha) + \cos(\delta) \text{sen}(\Omega) \quad (3.22)$$

3.6.4 Sistemas de coordenadas do satélite e principal

O eixo z do sistema do satélite é coincidente com o eixo z* do sistema principal. Estes dois sistemas estão representados na Figura 4, na qual pode se observar que o sistema principal é obtido do sistema do satélite através de uma rotação no eixo Oz de um ângulo de rotação θ_x , ou seja

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R_3 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

com

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & -\text{sen} \theta_x & 0 \\ \text{sen} \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

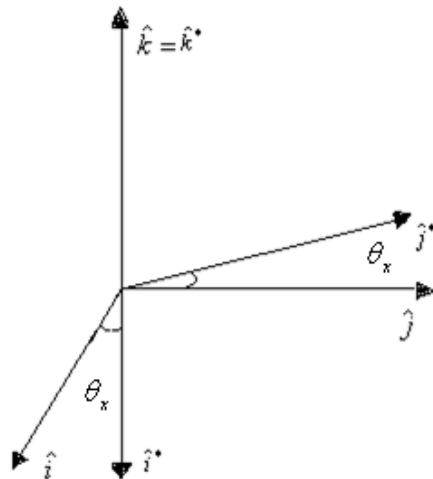


Figura 4: Sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$. (Adaptado de Chiaradia (2007)).

No instante inicial considera-se que os dois sistemas são coincidentes, de modo que o ângulo de rotação θ_x , entre o eixo x^* do sistema principal e o eixo x do sistema do satélite, no instante inicial é zero e a cada instante t é dado por

$$\theta_x = W t, \quad (3.25)$$

sendo W a velocidade de rotação do satélite ao longo do eixo de maior momento principal de inércia do satélite (I_z).

3.6.5 Sistemas de coordenadas orbital e principal

A equação (3.12) fornece a relação entre o sistema orbital e do satélite, através da matriz de rotação A . A equação (3.23) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz R_3 . Assim a relação entre o sistema orbital $(\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S)$ e principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$ é determinada substituindo (3.23) em (3.12):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = A R_3 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = A^* \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

com

$$A^* = \begin{pmatrix} a^* & d^* & g^* \\ b^* & e^* & h^* \\ c^* & f^* & i^* \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Sendo

$$a^* = a_{11} \cos \theta_x + a_{12} \sin \theta_x \quad (3.28)$$

$$b^* = a_{21} \cos \theta_x + a_{22} \sin \theta_x \quad (3.29)$$

$$c^* = a_{31} \cos \theta_x + a_{32} \sin \theta_x \quad (3.30)$$

$$d^* = -a_{11} \text{sen } \theta_x + a_{12} \text{cos } \theta_x \quad (3.31)$$

$$e^* = -a_{21} \text{sen } \theta_x + a_{22} \text{cos } \theta_x \quad (3.32)$$

$$f^* = -a_{31} \text{sen } \theta_x + a_{32} \text{cos } \theta_x \quad (3.33)$$

$$g^* = a_{13} \quad (3.34)$$

$$h^* = a_{23} \quad (3.35)$$

$$i^* = a_{33} \quad (3.36)$$

CAPÍTULO 4 O TORQUE AERODINÂMICO

Neste capítulo será introduzido o modelo do TA e seus componentes no sistema do satélite, os quais são necessários nas equações do movimento rotacional dos satélites estabilizados por rotação. São também determinados os componentes médios deste torque para um período orbital, obtidos pela média do torque instantâneo em um período orbital. Estes componentes médios serão utilizados para determinar uma solução analítica para as equações do movimento.

O conceito de torque está associado a forças que surgem em corpos que descrevem movimento rotacional no espaço. O torque definido de uma maneira generalista é o produto vetorial entre o vetor posição com o vetor força. Assim para podermos definir o torque aerodinâmico temos que partir primeiramente do conceito da força aerodinâmica e depois da margem estática.

As forças aerodinâmicas são criadas pela colisão das moléculas de ar rarefeito da alta atmosfera com a superfície do satélite. A resultante dessas forças atua em um ponto chamado Centro de Pressão (CP). A distância entre o CP e o Centro de Massa (CM) do satélite é chamada de margem estática (me). Quando a margem estática não é nula, um torque, o TA, pode ser produzido pela força aerodinâmica. Este torque é predominante em satélites de baixa altitude (com perigeu menor que 400 Km), uma vez que depende da quantidade de moléculas de ar na atmosfera da Terra (WERTZ, 1978).

A atuação da força aerodinâmica diminui a velocidade do satélite no perigeu, causando, com o tempo, a diminuição do semi-eixo orbital. Isso provoca a circularização da órbita, diminuindo a vida útil do satélite (WERTZ, 1978).

O módulo do torque aerodinâmico pode ser expresso pelo seguinte modelo (REAL e ZANARDI, 2003; ZANARDI, 2005; KUGA et al,1987a):

$$N_A = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_A \lambda \quad (4.1)$$

em que ρ é a densidade local, V é o módulo da velocidade do satélite em relação à atmosfera, S é a área da seção transversal de referência, C_A é o coeficiente aerodinâmico e λ é um comprimento característico. Todos os parâmetros envolvidos com o torque aerodinâmico são muito complexos e algumas simplificações foram assumidas neste trabalho, de modo similar ao realizado por Chiaradia (2010). O comprimento característico (λ) está relacionado com a margem estática. Para aplicações com satélites cilíndricos este comprimento pode ser associado ao raio da base ou com a altura do satélite. O módulo da velocidade (V) do satélite em relação à atmosfera é assumida como sendo a velocidade orbital, desprezando a rotação da atmosfera da Terra. A área de seção transversal depende da forma do satélite e da direção de incidência das moléculas de ar. Aqui é assumida uma seção constante e relacionada com a área da base do satélite ou com sua área lateral. A determinação do coeficiente de aerodinâmico (C_D) em escoamento de moléculas livres é complexa e está relacionado com o coeficiente de arrasto, dependendo também do mecanismo da reflexão das moléculas (CARRARA e GUEDES, 1994). Em geral, o coeficiente de arrasto pode assumir valores entre (1 e 2,5), pois as aplicações a serem realizadas consideram um satélite de forma aproximadamente cilíndrica e com altitude da ordem de 700 km. (CHIARADIA,2010)

A variação da magnitude do torque aerodinâmico com a altitude está relacionada com a densidade atmosférica em cada ponto da órbita do satélite e foi avaliada nos trabalhos de Real e Zanardi (2002) e Chiaradia (2010). A Figura 5 ilustra a decomposição da força aerodinâmica.

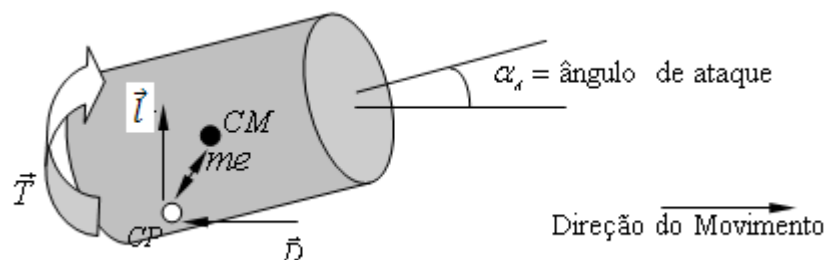


Figura 5: Esquemática do torque aerodinâmico.

a força aerodinâmica pode ser decomposta em: força de arrasto (\vec{D}) – atua na direção e no sentido contrário ao da velocidade (\vec{V}) do corpo;

a força de sustentação (\vec{L}) – atua na direção perpendicular à velocidade (\vec{V}) do corpo em movimento.

4.1 Modelo matemático para o torque aerodinâmico

O modelo matemático para o TA aqui adotado está baseado nos trabalhos de Real e Zanardi (2002), Sene (2007) e Chiaradia (2010). Neste modelo de TA é considerado apenas a contribuição da força de arrasto (\vec{D}), a qual possui mesma direção e sentido contrário à velocidade (\vec{V}) do satélite, desprezando-se a contribuição da força de sustentação. O cálculo do coeficiente de arrasto é muito complexo, tendo sido adotado $C_D = 2,2$ considerado como valor adequado para satélites artificiais segundo Wertz (1978). A velocidade em relação ao meio (\vec{V}) é assumida ser igual à velocidade orbital, assumindo uma atmosfera não girante. Para a densidade atmosférica (ρ_s), foi introduzido o modelo de densidade atmosférica TD-88 (SEHNAL, POSPISILOVÁ, 1988).

O TA é expresso pelo produto vetorial da margem estática (me) pela força de arrasto (\vec{D}):

$$\vec{N}_a = \vec{me} \times \vec{D} \quad (4.2)$$

Com:

$$\vec{me} = m_{e_x} \hat{i} + m_{e_y} \hat{j} + m_{e_z} \hat{k} \quad (4.3)$$

$$\vec{D} = D_x \hat{i} + D_y \hat{j} + D_z \hat{k} \quad (4.4)$$

Para a margem estática é considerado que seus componentes me_x e me_y são definidas em função do raio da base do satélite e o componente me_z do comprimento do satélite.

Desenvolvendo o produto vetorial da equação (4.2) temos:

$$\vec{N}_a = \vec{me} \times \vec{D} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ me_x & me_y & me_z \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix} \quad (4.5)$$

De modo que:

$$\vec{N}_a = N_{ax}\vec{i} + N_{ay}\vec{j} + N_{az}\vec{k} \quad (4.6)$$

Com

$$\begin{aligned} N_{ax} &= D_z me_y - D_y me_z \\ N_{ay} &= D_x me_z - D_z me_x \\ N_{az} &= D_y me_x - D_x me_y \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.2 Os componentes da força de arrasto

A força de arrasto no sistema orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$ é dada por Zanardi (2005):

$$\vec{D} = -D(\cos(\gamma_s)\vec{i}_s + \sin(\gamma_s)\vec{j}_s) \quad (4.8)$$

Em que γ_s é o ângulo entre o vetor posição e o vetor velocidade do satélite como mostra a Figura 6, e o D corresponde ao módulo da força de arrasto dado pela expressão a seguir.

$$D = \frac{1}{2} \rho S C_D V^2 \quad (4.9)$$

sendo V o módulo da velocidade do satélite, os versores do sistema orbital \vec{i}_s e \vec{j}_s são obtidos a partir da equação (3.12) e dados por:

$$\vec{i}_s = a_{11}\vec{i} + a_{12}\vec{j} + a_{13}\vec{k} \quad \text{e} \quad \vec{j}_s = a_{21}\vec{i} + a_{22}\vec{j} + a_{23}\vec{k}, \quad (4.10)$$

Com a_{ij} , $i = 1, 2$ e $j = 1, 2, 3$, dados nas equações (3.14) – (3.22), respectivamente.

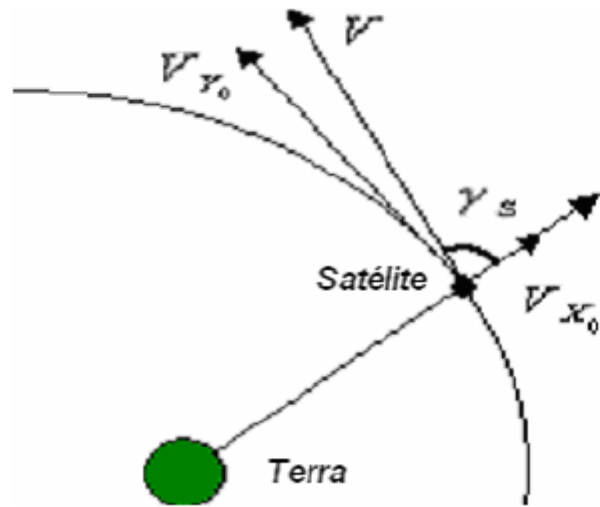


Figura 6 – Definição do ângulo γ_s . (CHIARADIA,2010)

Os componentes da força de arrasto no Sistema do Satélite são dados então por:

$$\begin{aligned} D_x &= -D[a_{11} \cos(\gamma_s) + a_{21} \text{sen}(\gamma_s)] \\ D_y &= -D[a_{12} \cos(\gamma_s) + a_{22} \text{sen}(\gamma_s)] \\ D_z &= -D[a_{13} \cos(\gamma_s) + a_{23} \text{sen}(\gamma_s)] \end{aligned} \quad (4.11)$$

ou ainda, substituindo as equações de (3.14) até (3.19) em (4.11), temos:

$$\begin{aligned} D_x &= -D\{[(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(i) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + \\ &(\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(i) \cos(\Omega)) \cos \alpha] \cos(\gamma_s) + \\ &+ [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \cos(\omega + \nu) \cos(i) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + \\ &+ (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \cos(\omega + \nu) \cos(i) \cos(\Omega)) \cos(\alpha)] \text{sen}(\gamma_s)\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} D_y &= -D\{[(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(i) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + \\ &+ (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(i) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + \\ &+ (\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(i) \text{sen}(\delta))] \cos(\gamma_s) + [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \\ &- \cos(\omega + \nu) \cos(i) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \\ &\cos(\omega + \nu) \cos(i) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(i) \text{sen}(\delta))] \text{sen}(\gamma_s)\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
D_z = & -D\{[(\cos(\omega + \nu)\cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu)\cos(i)\text{sen}(\Omega))\cos(\delta)\cos(\alpha) + \\
& + (\cos(\omega + \nu)\text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu)\cos(i)\cos(\Omega))\cos(\delta)\text{sen}(\alpha) + \\
& (-\text{sen}(\omega + \nu)\text{sen}(i))\text{sen}(\delta)]\cos(\gamma_s) + [(-\text{sen}(\omega + \nu)\cos(\Omega) - \\
& - \cos(\omega + \nu)\cos(i)\text{sen}(\Omega))\cos(\delta)\cos(\alpha) + (-\text{sen}(\omega + \nu)\text{sen}(\Omega) + \\
& \cos(\omega + \nu)\cos(i)\cos(\Omega))\cos(\delta)\text{sen}(\alpha) + (\cos(\omega + \nu)\text{sen}(i))\text{sen}(\delta)]\text{sen}(\gamma_s)\}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

O ângulo γ_s pode ser obtido através dos componentes da velocidade no sistema orbital através de:

$$\text{sen}(\gamma_s) = \frac{V_{ys}}{V} \tag{4.15}$$

$$\cos(\gamma_s) = \frac{V_{xs}}{V} \tag{4.16}$$

com (BATE,1971):

$$(V)^2 = (V_{xs})^2 + (V_{ys})^2 \tag{4.17}$$

$$V_{xs} = \left(\frac{\mu}{a(1-e^2)}\right)^{1/2} \text{sen}(v) = \left(\frac{\mu}{p_o}\right)^{1/2} \text{sen}(v) \tag{4.18}$$

$$V_{ys} = \frac{(\mu a(1-e^2))^{1/2}}{r'} = \left(\frac{\mu}{p_o}\right)^{1/2} (1 + e \cos v) \tag{4.19}$$

sendo a o semi-eixo maior da órbita, e a excentricidade da órbita, μ a constante gravitacional da Terra, r' o módulo do vetor posição do satélite e p_o o parâmetro da órbita.

Substituindo (4.18) e (4.19) em (4.15), (4.16) e (4.17) temos que:

$$V = \left(\frac{\mu}{p_o} (1 + 2e \cos(v) + e^2) \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

$$\text{sen}(\gamma_s) = \frac{1 + e \cos(v)}{(1 + 2e \cos(v) + e^2)^{1/2}} \quad (4.21)$$

$$\text{cos}(\gamma_s) = \frac{e \text{sen}(v)}{(1 + 2e \cos(v) + e^2)^{1/2}} \quad (4.22)$$

4.3 Determinações dos componentes médios do torque aerodinâmico

Para encontrar os componentes médios do TA é necessário integrar seus componentes (N_{ax} , N_{ay} , N_{az}) para um período orbital, o que envolve a determinação de valores médios de funções do movimento elíptico. Neste trabalho o instante inicial é assumido quando o satélite se encontra no pericentro. Os componentes médios do torque aerodinâmico determinados por Chiaradia (2010) serão aqui utilizados. Chiaradia (2010) considerou a margem estática como fixa e assim a determinação do torque médio está associada à determinação da força de arrasto médio. Na determinação do torque médio também foi assumido um valor numérico para a densidade, o qual é determinado pelo modelo TD88 (SEHNAL, POSPISILOVA, 1988).

Devido o cálculo da densidade ser muito complexo, esta foi obtida para cada dia de simulação levando-se em conta a altitude do satélite em relação a superfície terrestre no instante inicial, de modo que ela não interfere no cálculo da média. Faz-se os cálculos necessários para o determinado dia, depois o valor numérico obtido é

substituído nas equações do movimento rotação, sendo considerado seu valor uma constante no processo de determinação do torque médio.

A força de arrasto média é calculada por:

$$\vec{D}_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{D} dt \quad (4.23)$$

Em que T é o período orbital do satélite, dado por

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\mu^{1/2}} \quad (4.24)$$

Utilizando propriedade do movimento elíptico (BATE, 1971) e realizando uma mudança de variáveis, a média dada em (4.23) pode ser realizada na anomalia verdadeira (v), de modo que a força de arrasto média é dada por (CHIARADIA, 2010):

$$\vec{D}_m = \frac{p_0^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \vec{D} (1 + e \cos v)^{-2} dv \quad (4.25)$$

Para realizar a média em um período orbital e simplificar alguns cálculos foi necessário também expandir em série de Maclaurin até segunda ordem na excentricidade (CHIARADIA, 2010):

$$(1 + e \cos(v))^{-2} = 1 - 2e \cos(v) + 3e^2 \cos^2(v) + \theta(e^3) \quad (4.26)$$

as funções $\text{sen}(\gamma_s)$ e $\text{cos}(\gamma_s)$ dadas, respectivamente, pelas equações (4.21) e (4.22), de modo que:

$$\text{sen}(\gamma_s) = e \text{sen}(v)(1 - e \cos(v)) \quad (4.27)$$

$$\text{cos}(\gamma_s) = 1 - \frac{e^2}{2} \text{sen}^2(v) \quad (4.28)$$

Assim após substituir as equações (4.26), (4.27) e (4.28) na equação (4.25) e após um longo processo algébrico, envolvendo a resolução de dezenas de integrais, os componentes médios do arrasto obtidos por Chiaradia (2010) são dados por:

$$\begin{aligned}
D_{xm} &= \Psi \cos(\omega) [\cos \delta \cos(\Omega - \alpha) + \sin(\Omega - \alpha)] \\
D_{ym} &= \Psi \cos(\omega) [-\sin \delta \cos(\Omega - \alpha) + \cos \delta \sin(\Omega - \alpha) + \sin I \cos \delta] \\
D_{zm} &= \Psi \cos(\omega) [\cos \delta \sin(\Omega - \alpha) + \sin I \sin \delta]
\end{aligned} \tag{4.29}$$

sendo

$$\Psi = - \left(\frac{e}{4a^{3/2}} \right) \rho S C_D \mu p_0^{1/2} \tag{4.30}$$

Os componentes médios do TA são determinados substituindo a força de arrasto média, dada na equação (4.29), na equação (4.7), sendo os componentes médios do TA no sistema do satélite dados por:

$$\begin{aligned}
N_{axm} &= D_{zm} m e_y - D_{ym} m e_z \\
N_{aym} &= D_{xm} m e_z - D_{zm} m e_x \\
N_{azm} &= D_{ym} m e_x - D_{xm} m e_y
\end{aligned} \tag{4.31}$$

4.4 Modelo TD 88 para a densidade atmosférica

Para descrever a densidade atmosférica será adotado o modelo TD-88 de Sehnal e Pospíšilová (1988). Este modelo é definido no intervalo entre 150 a 750 km de altitude, e depende de vários parâmetros, entre eles: os fluxos solares, sendo F_b o fluxo solar médio em três rotações solares e F_x o fluxo solar medido no comprimento de onda de 10,7 centímetros, ambos com valores no intervalo de 60 a 220, e o índice geométrico K_p , com valores no intervalo de zero a dez.

A densidade ρ é definida pela expressão (SEHNAL; POSPISILOVÁ, 1988):

$$\rho = f_x f_0 k_0 \sum_{n=1}^7 (K_{n,0} + \sum K_{n,j} \exp \left[\frac{120 - (r' - r_T)}{29j} \right]) g_n \tag{4.32}$$

Em que $(r' - r_T)$ é a altitude do satélite em questão em relação à superfície da Terra, sendo r_T o raio terrestre, r' posição do satélite em relação ao centro de massa terrestre e $K_{n,j}$, $n = 1, 2, \dots, 7$, e $j = 0, 1, 2, 3$ são constantes numéricas. As constantes f_x , f_0 e k_0 descrevem a dependência direta da densidade com o fluxo solar, através de:

$$\begin{aligned}
f_x &= 1 + a_1(F_x - F_b) \\
k_0 &= 1 + a_3(K_p - 3) \\
f_0 &= a_2 + f_m \\
f_m &= \frac{(F_b - 60)}{160}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Os termos g_n descrevem a dependência da densidade com a latitude geográfica local (φ) e com o fluxo solar médio, através de:

$$\begin{aligned}
g_1 &= 1 \\
g_2 &= \frac{f_m}{(2 + a_4)} \\
g_3 &= \text{sen}(d - p_3)\text{sen}(\varphi) \\
g_4 &= (a_5 f_m + 1)\text{sen}[2(d - p_5)] \\
g_6 &= (a_7 f_m + 1)\text{sen}(t - p_6)\cos(\varphi) \\
g_7 &= (a_8 f_m + 1)\text{sen}[2(t - p_7)]\cos^2(\varphi)
\end{aligned} \tag{4.34}$$

sendo d o dia contado em um ano, t é a hora local, p_n , $n = 3, 4...7$, são chamadas de fases, e a_i , $i = 4, 5...8$, são constantes, definidas no modelo original TD88, e estão apresentadas no Apêndice A deste trabalho.

Utilizando a lei dos senos da trigonometria esférica, a latitude local φ é determinada a cada instante, dependendo dos elementos orbitais i (inclinação orbital), ω (argumento do perigeu) e v (anomalia verdadeira), através de (SENE, 2007):

$$\varphi = \arcsen[\text{sen}(\omega + v)\text{sen}(I)], \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ \tag{4.35}$$

Todos os valores dos parâmetros $K_{n,j}$, K_p , a_n , p_n assim como dos fluxos solares F_b , F_x e f_m podem ser obtidos em Sehnal e Pospíšilová (1988). No Apêndice A encontram os valores dos parâmetros para o cálculo da densidade atmosférica utilizando o modelo TD88.

CAPÍTULO 5 TORQUE DE GRADIENTE DE GRAVIDADE

A magnitude da força gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite não é constante, mais varia com o inverso do quadro da distância do satélite ao centro de massa da Terra. Portanto, a força gravitacional atuando em uma determinada parte de um satélite pode ser diferente da força que atua em outra parte, e esta diferença resulta em um torque, aqui denominado torque de gradiente de gravidade e representado por TGG.

Neste capítulo será introduzido um modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade e serão apresentados seus componentes médios em um período orbital no sistema do satélite, os quais serão introduzidos nas equações do movimento de um satélite estabilizado por rotação (KUGA et al,1987) para posterior obtenção de uma solução analítica. O modelo do TGG e seus componentes médios são baseados no trabalho desenvolvido por Chiaradia (2007).

5.1 Modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade

O modelo matemático a ser utilizado neste trabalho é baseado em Carrara e Guedes (1994) e em Chiaradia (2007). Para derivar uma expressão matemática para o

TGG, considera-se inicialmente a força \vec{dF} atuante sobre um elemento de massa dm do satélite com vetor-posição \vec{r} (dado no sistema orbital) em relação ao centro de massa do satélite e, em seguida, obtém-se o torque atuante neste elemento de massa através do produto vetorial entre \vec{r} e \vec{dF} . A integral sobre todo o corpo do satélite deste produto vetorial fornece o torque total atuante sobre o satélite.

5.1.1 Componentes da força gravitacional atuante em um elemento de massa

De acordo com a Lei da Gravitação Universal de Newton, um corpo de massa m nas proximidades da Terra sofre a ação de uma força de módulo igual a:

$$F = \frac{\mu m}{r'^2} \quad (5.1)$$

em que $\mu = GM_T$, em que G representa a constante gravitacional terrestre e M_T é a massa da Terra. Considera-se que o elemento de massa dm de um satélite possui coordenadas x_S, y_S, z_S em relação ao centro de massa (CM) do satélite, dadas no sistema orbital representado pelos vetores unitários $\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$, como representado na Figura 7.

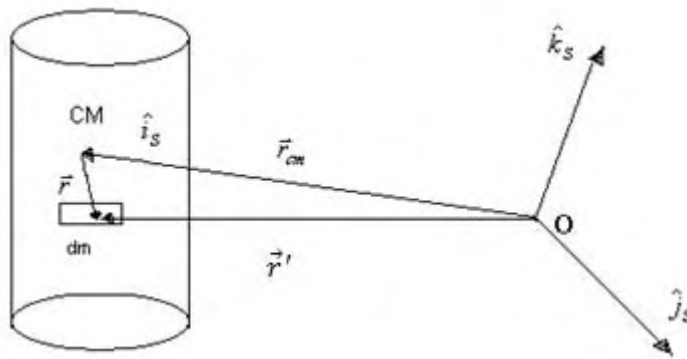


Figura 7: Posicionamento do elemento de massa dm em relação ao sistema orbital, sendo \vec{r}_{cm} o vetor que localiza o centro de massa do satélite em relação ao centro de massa da Terra (CHIARADIA, 2007).

Observando a Figura 7, tem-se:

$$\vec{r}_{cm} = r_{cm} \hat{i}_S \quad (5.2)$$

$$\vec{r} = x_S \hat{i}_S + y_S \hat{j}_S + z_S \hat{k}_S \quad (5.3)$$

$$\vec{r}' = \vec{r}_{cm} + \vec{r} \quad (5.4)$$

$$\vec{r}' = (r_{cm} + x_S) \hat{i}_S + y_S \hat{j}_S + z_S \hat{k}_S \quad (5.5)$$

$$r' = \sqrt{(r_{cm} + x_S)^2 + y_S^2 + z_S^2} \quad (5.6)$$

$$r'^3 = [(r_{cm} + x_S)^2 + y_S^2 + z_S^2]^{3/2} \quad (5.7)$$

A força gravitacional atuando sobre o elemento de massa dm do satélite é dada por:

$$d\vec{F} = - \frac{\mu dm}{r'^3} \vec{r}' \quad (5.8)$$

substituindo (5.5) e (5.7) em (5.8) temos:

$$d\vec{F} = - \mu dm \frac{(r_{cm} + x_S)\hat{i}_S + y_S\hat{j}_S + z_S\hat{k}_S}{[(r_{cm} + x_S)^2 + y_S^2 + z_S^2]^{3/2}} \quad (5.9)$$

Colocando-se em evidência $(1/r_{cm})$ no numerador e o denominador obtém:

$$d\vec{F} = - \frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \frac{\left(1 + \frac{x_S}{r_{cm}}\right)\hat{i}_S + \left(\frac{y_S}{r_{cm}}\right)\hat{j}_S + \left(\frac{z_S}{r_{cm}}\right)\hat{k}_S}{\left[\left(1 + \frac{x_S}{r_{cm}}\right)^2 + \left(\frac{y_S}{r_{cm}}\right)^2 + \left(\frac{z_S}{r_{cm}}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (5.10)$$

Devido às dimensões do satélite temos que $r_{cm} \gg x_S$, $r_{cm} \gg y_S$ e $r_{cm} \gg z_S$, o denominador da equação (5.10) pode ser expandido em série de Taylor e despreza os termos de segunda ordem tem-se: (CHIARADIA, 2007)

$$\left[\left(1 + \frac{x_S}{r_{cm}}\right)^2 + \left(\frac{y_S}{r_{cm}}\right)^2 + \left(\frac{z_S}{r_{cm}}\right)^2\right]^{-3/2} \cong 1 - 3 \frac{x_S}{r_{cm}} \quad (5.11)$$

Substituindo (5.11) em (5.10) tem-se:

$$d\vec{F} = - \frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(1 - 3 \frac{x_S}{r_{cm}}\right) \left[\left(1 + \frac{x_S}{r_{cm}}\right)\hat{i}_S + \left(\frac{y_S}{r_{cm}}\right)\hat{j}_S + \left(\frac{z_S}{r_{cm}}\right)\hat{k}_S\right] \quad (5.12)$$

Analisando separadamente cada componente da força $d\vec{F}$ da equação (5.12) e novamente desprezando termos de segunda ordem, os componentes da força atuando em dm são dados por:

$$d\vec{F}_x = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(1 - 3\frac{x_s}{r_{cm}}\right) \left(1 + \frac{x_s}{r_{cm}}\right) \hat{i}_s = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(1 - 2\frac{x_s}{r_{cm}}\right) \hat{i}_s \quad (5.13)$$

$$d\vec{F}_y = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \cdot \left(1 - 3\frac{x_s}{r_{cm}}\right) \left(\frac{y_s}{r_{cm}}\right) \hat{j}_s = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(\frac{y_s}{r_{cm}}\right) \hat{j}_s \quad (5.14)$$

$$d\vec{F}_z = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(1 - 3\frac{x_s}{r_{cm}}\right) \left(\frac{z_s}{r_{cm}}\right) \hat{k}_s = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left(\frac{z_s}{r_{cm}}\right) \hat{k}_s \quad (5.15)$$

Conclui-se que a força $d\vec{F}$ sobre um elemento de massa dm , dada no sistema orbital, é dada por:

$$d\vec{F} = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left[\left(1 - 2\frac{x_s}{r_{cm}}\right) \hat{i}_s + \left(\frac{y_s}{r_{cm}}\right) \hat{j}_s + \left(\frac{z_s}{r_{cm}}\right) \hat{k}_s \right] \quad (5.16)$$

5.1.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema principal

O torque em relação ao centro de massa do satélite é dado por:

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F} \quad (5.17)$$

Substituindo (5.3) e (5.16) em (5.17), após algumas manipulações algébricas tem-se:

$$d\vec{M} = -\frac{\mu dm}{r_{cm}^2} \left[z_s (r_{cm} - 3x_s) \hat{j}_s - y_s (r_{cm} - 3x_s) \hat{k}_s \right] \quad (5.18)$$

Observa-se que o torque de gradiente de gravidade não possui componente na direção do vetor posição do centro de massa do satélite em relação ao centro de massa da Terra (CARRARA, 1994). O torque total atuante no satélite é obtido fazendo a integração de (5.18) em todo o corpo do satélite.

O elemento diferencial do torque dado na equação (5.18) está expresso no sistema orbital, mas pode-se representá-lo em um sistema de referência fixo no satélite, utilizando uma matriz de rotação que relacione estes dois sistemas. Se considerarmos o sistema principal $Ox^*y^*z^*$ com versores $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$, podemos utilizar a matriz de rotação A^* que relaciona o sistema orbital e principal, dada em (3.27), de modo que o torque de gradiente de gravidade total no sistema principal é dado por (CHIARADIA,2007):

$$\vec{M} = 3 \frac{\mu}{r_{cm}^3} \left[d^* g^* (I_z - I_y) \hat{i}^* + a^* g^* (I_x - I_z) \hat{j}^* + a^* d^* (I_y - I_x) \hat{k}^* \right] \quad (5.19)$$

Com I_x , I_y e I_z sendo os momentos principais de inércia dados por

$$I_x = \int_M ((y^*)^2 + (z^*)^2) dm \quad (5.20)$$

$$I_y = \int_M ((x^*)^2 + (z^*)^2) dm \quad (5.21)$$

$$I_z = \int_M ((x^*)^2 + (y^*)^2) dm \quad (5.22)$$

e

$$\begin{aligned} a^* = & -\cos \theta \sin \alpha [\cos \Omega \cos \bar{W} - \sin \Omega \sin \bar{W} \cos i] + \cos \theta \cos \alpha [\sin \Omega \cos \bar{W} + \\ & \cos \Omega \sin \bar{W} \cos i] - \sin \theta \sin \delta \cos \alpha [\cos \Omega \cos \bar{W} - \sin \Omega \sin \bar{W} \cos i] - \\ & \sin \theta \sin \delta \sin \alpha [\sin \Omega \cos \bar{W} + \cos \Omega \sin \bar{W} \cos i] + \sin \theta \cos \delta \sin \bar{W} \sin i \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} d^* = & \sin \theta \sin \alpha [\cos \Omega \cos \bar{W} - \sin \Omega \sin \bar{W} \cos i] - \sin \theta \cos \alpha [\sin \Omega \cos \bar{W} + \\ & \cos \Omega \sin \bar{W} \cos i] - \cos \theta \sin \delta \cos \alpha [\cos \Omega \cos \bar{W} - \sin \Omega \sin \bar{W} \cos i] - \\ & \cos \theta \sin \delta \sin \alpha [\sin \Omega \cos \bar{W} + \cos \Omega \sin \bar{W} \cos i] + \cos \theta \cos \delta \sin \bar{W} \sin i \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} g^* = & \cos \delta \cos \alpha [\cos \Omega \cos \bar{W} - \sin \Omega \sin \bar{W} \cos i] + \cos \delta \sin \alpha [\sin \Omega \cos \bar{W} + \\ & \cos \Omega \sin \bar{W} \cos i] + \sin \delta \sin \bar{W} \sin i \end{aligned} \quad (5.25)$$

Nas expressões 5.23 até 5.25 o elemento \bar{W} representa a latitude verdadeira.

5.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema do satélite

Nas equações do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação são necessários os componentes do torque no sistema do satélite (KUGA et al., 1987). Portanto é necessário realizar uma mudança de coordenadas a partir de (5.19), que fornece o TGG no sistema principal. Para isso utilizamos a matriz de rotação R_3 , dada por (3.23), de modo que o TGG no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_g = N_{gx}\hat{i} + N_{gy}\hat{j} + N_{gz}\hat{k} \quad , \quad (5.26)$$

com:

$$\begin{aligned} N_{gx} &= 3\frac{\mu}{r_{cm}^3} \left[d^* g^* (I_z - I_y) \cos\theta - a^* g^* (I_x - I_z) \sin\theta \right] \\ N_{gy} &= 3\frac{\mu}{r_{cm}^3} \left[d^* g^* (I_z - I_y) \sin\theta + a^* g^* (I_x - I_z) \cos\theta \right] \\ N_{gz} &= 3\frac{\mu}{r_{cm}^3} \left[a^* d^* (I_y - I_x) \right] \end{aligned} \quad (5.27)$$

Com θ , a^* , d^* , g^* dados em (3.25), (5.23), (5.24), (5.25) respectivamente.

5.3 Determinação dos componentes do torque de gradiente de gravidade médio

No desenvolvimento desta teoria são considerados a influência dos torques médios. O TGG médio é aqui representado por N_{gxm} , N_{gym} , N_{gzm} , e é calculado pela média do TGG instantâneo, dado por (5.27) em um período orbital:

$$\vec{N}_{gm} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N}_g dt \quad (5.28)$$

sendo T o período orbital e t_0 o instante inicial.

A determinação dos componentes médios do TGG foi realizada por Chiaradia (2007) considerando o satélite em órbita circular, utilizando a latitude verdadeira $\bar{W} = \omega + \nu$, que no caso da órbita circular é a latitude média. Como as órbitas dos satélites que serão utilizados nas aplicações são quase circulares, os componentes médios do TGG computados por Chiaradia (2007) serão utilizados neste trabalho. Para o cálculo do torque médio, Chiaradia (2007) realizou uma mudança de variável de integração em (5.28), calculando a média na latitude verdadeira \bar{W} , utilizando relações do movimento elíptico (BATE et al., 1971) :

$$a^2 \frac{d\bar{W}}{dt} = h \Rightarrow dt = \frac{a^2}{h} d\bar{W} \quad , \quad (5.29)$$

sendo h o momento angular específico de translação, sendo que aqui $a = r$, pois a órbita circular. Ressaltamos que a equação acima se aplica para órbitas circulares (ou quase circulares).

Substituindo (5.29) em (5.28) temos:

$$\vec{N}_{gm} = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_g \frac{a^2}{h} d\bar{W} \quad (5.30)$$

Para o desenvolvimento da equação (5.30) é necessário que todos os termos do TGG instantâneo \vec{N}_g estejam representados em termos de \bar{W} . As variáveis α e δ estão relacionadas com o posicionamento do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial e são independentes de \bar{W} ao longo de um período orbital do satélite. Os elementos orbitais a, h e os ângulos i, Ω também podem ser considerados constantes em um período orbital. Assim é necessário representar o ângulo de rotação θ , dado por (3.25), como função de \bar{W} . Para isso integra-se (5.29) do instante inicial $t_0 = 0$ com $\bar{W} = 0$ até um instante t qualquer:

$$\int_0^t dt = \frac{a^2}{h} \int_0^{\bar{W}} d\bar{W} \Rightarrow t = \frac{a^2}{h} \bar{W} \quad (5.31)$$

e assim podemos expressar o tempo t como função do latitude verdadeira \bar{W} .

Substituindo (5.31) na equação (3.25), temos:

$$\theta = W \frac{a^2}{h} \bar{W} \quad (5.32)$$

Assim todos os termos dos componentes do TGG em (5.28) estão em termos da latitude verdadeira \bar{W} e, após muitas manipulações algébricas o TGG médio no sistema do satélite pode ser representado por:

$$\vec{N}_{gm} = N_{gxm} \vec{i} + N_{gym} \vec{j} + N_{gzm} \vec{k} \quad (5.33)$$

com

$$N_{gxm} = \frac{a^2}{T h} \int_0^{2\pi} N_{gx} d\bar{W} \quad (5.34)$$

$$N_{gym} = \frac{a^2}{T h} \int_0^{2\pi} N_{gy} d\bar{W} \quad (5.35)$$

$$N_{gzm} = \frac{a^2}{T h} \int_0^{2\pi} N_{gz} d\bar{W} \quad (5.36)$$

sendo N_{gx} , N_{gy} , N_{gz} dados em (5.27).

Os componentes N_{gx} , N_{gy} , N_{gz} são funções de $\alpha, \delta, \Omega, i, \theta$ e \bar{W} , das quais somente o ângulo θ depende de \bar{W} . Assim as integrais das equações (5.34), (5.35) e (5.36) se reduzem em integrais de funções de θ e \bar{W} :

$$N_{gxm} = 3 \frac{\mu}{2\pi\alpha^3} \left[(I_z - I_y) \sum_i J_i \int_0^{2\pi} f_i(\theta, \bar{W}) d\bar{W} + (I_x - I_z) \sum_l J_l \int_0^{2\pi} f_l(\theta, \bar{W}) d\bar{W} \right] \quad (5.37)$$

$$N_{gym} = 3 \frac{\mu}{2\pi\alpha^3} \left[(I_z - I_y) \sum_j J_j \int_0^{2\pi} f_j(\theta, \bar{W}) d\bar{W} + (I_x - I_z) \sum_p J_p \int_0^{2\pi} f_p(\theta, \bar{W}) d\bar{W} \right] \quad (5.38)$$

$$N_{gzm} = 3 \frac{\mu}{2\pi\alpha^3} \left[(I_y - I_x) \sum_k J_k \int_0^{2\pi} f_k(\theta, \bar{W}) d\bar{W} \right] \quad (5.39)$$

em que J_i, J_l, J_j, J_p e J_k são funções trigonométricas que dependem de combinações dos ângulos $\alpha, \delta, \Omega, i$ e são encontradas em (CHIARADIA, 2007), que não estão aqui incluídas por serem muito extensas.

Para calcular as integrais das funções $f_i(\theta, \bar{W}), f_l(\theta, \bar{W}), f_j(\theta, \bar{W}), f_p(\theta, \bar{W}), f_k(\theta, \bar{W})$, Chiaradia (2007) utilizou algumas propriedades trigonométricas de produtos entre senos e cossenos. Após um grande número de manipulações algébricas necessárias para o desenvolvimento das integrais, as expressões finais para os componentes N_{gxm}, N_{gym} e N_{gzm} do TGG médio encontram-se no apêndice B, deste trabalho.

CAPÍTULO 6 TORQUE MAGNÉTICO

Neste capítulo são introduzidos os torques magnéticos atuantes sobre o satélite. Inicialmente são discutidas algumas características do campo magnético terrestre e, a seguir, são analisados os torques magnético residual e o causado pelas correntes de Foucault, utilizando o modelo de quadripolo para descrever o campo geomagnético. Os componentes médios destes torques são determinados no sistema do satélite Oxyz, anteriormente definido e associado com o eixo de rotação do satélite. Tais componentes serão utilizadas em conjunto com os outros torques externos médio para a análise do movimento rotacional do satélite.

6.1 Campo Geomagnético

O primeiro tratado científico acerca do campo magnético terrestre foi escrito pelo físico e médico inglês Willian Gilbert (1544 – 1603) em sua obra “Magneto”, publicado em Londres em 1600. Em 1701, o físico e astrônomo Edmund Halley (1656 – 1742) também inglês, publicou a primeira carta de declinações magnéticas, que havia preparado, realizando trabalhosas e pacientes medições nas águas do Atlântico.

No século XIX, o químico e físico Michael Faraday (1791-1867) elaborou a difícil noção de campo e empregou pela primeira vez, o termo “Campo Magnético”. Em 1838, Karl Friedrich Gauss (1777 – 1855), matemático, astrônomo e físico alemão, encontrou uma representação matemática aproximada para campo magnético terrestre, que assumiu a forma de uma soma de termos conhecido com o nome de harmônicos esféricos. Como o campo magnético gira com a Terra, sendo uma indicação clara que o campo se origina da Terra, e devido à natureza esférica da Terra, o potencial magnético terrestre passou a ser convenientemente expresso em harmônicos esféricos como (WERTZ, 1978):

$$V_p(r, \phi, \theta^*) = r_T \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\theta + h_n^m \sin m\theta) P_n^m(\phi) \quad (6.1)$$

em que r_T é o raio equatorial da Terra, g_n^m, h_n^m são os coeficientes Gaussianos, $P_n^m(\phi)$ são os Polinômios associados de Legendre (WERTZ, 1978), r', ϕ, θ^* representam a distância geocêntrica, a co-latidade e a longitude geográficas de um ponto no espaço respectivamente.

Pelo truncamento do desenvolvimento da série de harmônicos esféricos da equação (6.1), é estabelecido o modelo a ser considerado para o campo geomagnético: se n vale 1, o potencial é chamado de Modelo de Dipolo; se n vale 2 então é chamado de Modelo de Quadripolo; a partir de n igual a 3, o potencial é chamado de Múltiplos Pólos. Os coeficientes Gaussianos são determinados empiricamente pelo método de mínimos quadrados para medidas do campo, os quais são encontrados no *International Geomagnetic Reference Field*, mostrados em Wertz (1978), para a época de 1975.

O plano perpendicular ao centro do dipolo magnético terrestre é chamado de equador magnético.

As linhas de fluxo do campo magnético terrestre são paralelas à superfície da Terra e formam um ângulo com o plano horizontal local, que varia com a latitude. Este ângulo recebe o nome de inclinação magnética.

O magnetismo terrestre pode estar relacionado com o fato do núcleo central da Terra ser líquido, altamente condutor e acompanhar a rotação da Terra, sendo que o raio deste núcleo representa 55% do raio da Terra (WERTZ, 1978).

Diversas propriedades relacionadas com o campo magnético da Terra podem ser obtidas em Wertz (1978).

6.1.1 Componentes do Campo Geomagnético

O campo magnético terrestre pode ser definido como o gradiente de um potencial escalar V_p , através de:

$$\vec{B} = -\nabla V_p \quad (6.2)$$

em que o potencial geomagnético V_p está representando na equação (6.1).

Em termos de coordenadas esféricas (r' , ϕ , θ), os componentes do campo geomagnético \vec{B} no sistema horizontal local, definido no trabalho de Garcia (2007), são dadas por:

$$\vec{B} = B_r \hat{r} + B_\phi \hat{\phi} + B_\theta \hat{\theta} \quad (6.3)$$

Em que \hat{r} , $\hat{\phi}$, $\hat{\theta}$ são os versores do sistema horizontal local, ϕ , θ^* , r' representam colatitude, a longitude e o módulo do raio vetor de um ponto no espaço e

$$B_r = - \frac{\partial V_p}{\partial r} \quad (6.4)$$

$$B_\phi = - \frac{1}{r} \frac{\partial V_p}{\partial \phi} \quad (6.5)$$

$$B_\theta = - \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial V_p}{\partial \theta} \quad (6.6)$$

Substituindo o potencial (V_p) dado por (6.1) nas equações (6.4) à (6.6) e desenvolvendo os cálculos, obtém-se (WERTZ, 1978):

$$B_r = \sum_{n=1}^k (n+1) \left[\frac{r_T}{r} \right]^{n+2} \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\theta^* + h^{n,m} \sin m\theta^*) P^{n,m}(\phi) \quad (6.7)$$

$$B_\phi = - \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (-g^{n,m} \cos m\theta^* + h^{n,m} \sin m\theta^*) \frac{dP^{n,m}(\phi)}{d\phi} \quad (6.8)$$

$$B_\theta = - \frac{1}{\sin \phi} \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (-g^{n,m} \sin m\theta^* + h^{n,m} \cos m\theta^*) P^{n,m}(\phi) \quad (6.9)$$

sendo que $g^{n,m}$, $h^{n,m}$ e $P^{n,m}$ são funções dos coeficientes Gaussianos e de funções auxiliares $S_{m,n}$, sendo expressos por:

$$g^{n,m} = S_{n,m} g_n^m \quad (6.10)$$

$$h^{n,m} = S_{n,m} h_n^m \quad (6.11)$$

$$P^{n,m} = S_{n,m} P_n^m \quad (6.12)$$

As funções $S_{n,m}$ não dependem de r' , ϕ , θ^* , portanto podem ser calculadas uma única vez, levando a uma economia de tempo computacional.

6.1.2 O Modelo de Quadripolo Magnético

Para o modelo de quadripolo magnético considera-se n variando de 1 a 2 e m assumindo valores de 0 até 2 nas equações (6.7) a (6.9). A diferença deste modelo quando comparado com o modelo de dipolo é a existência de mais termos nas expressões de B_r , B_ϕ e B_θ

Portanto aplicando os valores de n e m nos somatórios da equação (6.7), tem-se que (ZANARDI e REAL, 2003):

$$B_r = \sum_{n=1}^2 (n+1) \left(\frac{r_r}{r'} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\theta^* + h^{n,m} \sin m\theta^*) P^{n,m}(\phi) \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} B_r = & 2 \left(\frac{r_r}{r'} \right)^3 \{ g^{1,0} P^{1,0} + (g^{1,1} \cos \theta + h^{1,1} \sin \theta) P^{1,1} \} + \\ & + 3 \left(\frac{r_r}{r'} \right)^4 \{ g^{2,0} P^{2,0} + (g^{2,1} \cos \theta + h^{2,1} \sin \theta) P^{2,1} + (g^{2,2} \cos 2\theta + h^{2,2} \sin 2\theta) P^{2,2} \} \end{aligned} \quad (6.14)$$

em que $P^{1,0}(\phi)$, $P^{1,1}(\phi)$, $P^{2,0}(\phi)$, $P^{2,1}(\phi)$ e $P^{2,2}(\phi)$ podem ser encontrados no trabalho de Pereira (2006). E estão expressos abaixo:

$$P^{1,0}(\phi) = \cos \phi$$

$$P^{1,1}(\phi) = \sin \phi$$

$$P^{2,0}(\phi) = \cos^2 \phi - \frac{1}{3}$$

$$P^{2,1}(\phi) = \cos \phi \sin \phi$$

$$P^{2,2}(\phi) = \sin^2 \phi$$

Assim, B_r pode ser expresso na forma:

$$B_r = 2\left(\frac{r_T}{r'}\right)^3 f_1(\theta, \phi) + 3\left(\frac{r_T}{r'}\right)^4 f_2(\theta, \phi) \quad (6.15)$$

sendo

$$f_1(\theta, \phi) = \{g_1^0 \cos \phi + (g_1^1 \cos \theta + h_1^1 \sin \theta) \sin \phi\} \quad (6.16)$$

$$f_2(\theta, \phi) = -\frac{3}{2} g_2^0 \left(\cos^2 \phi - \frac{1}{3} \right) + (g_2^1 \cos \theta + h_2^1 \sin \theta) \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\phi + \\ + (g_2^2 \cos 2\theta + h_2^2 \sin 2\theta) \sqrt{\frac{3}{4}} \sin^2 \phi \quad (6.17)$$

sendo que os coeficientes gaussianos $g_1^1, g_1^0, g_2^0, g_2^1, g_2^2, h_1^1, h_2^1, h_2^2$ podem ser obtidos em Wertz (1978) e estão expressos abaixo:

$$g_1^0 = -30,186 \times 10^{-6} T$$

$$g_1^1 = -2,036 \times 10^{-6} T$$

$$h_1^1 = 5,735 \times 10^{-6} T$$

$$g_2^2 = 1,551 \times 10^{-6} T$$

$$h_2^2 = -3,7 \times 10^{-8} T$$

$$g_2^1 = 2,997 \times 10^{-6} T$$

$$h_2^1 = -2,124 \times 10^{-6} T$$

De modo similar, aplicando agora os valores de n nos somatórios da equação (6.8) e (6.9), tem-se (ZANARDI e REAL, 2003):

$$B_\phi = -\left(\frac{r_T}{r'}\right)^3 f_3(\theta^*, \phi) - \left(\frac{r_T}{r'}\right)^4 f_4(\theta^*, \phi) \quad (6.18)$$

$$B_\theta = -\frac{1}{\sin \phi} \left\{ \left(\frac{r_T}{r'}\right)^3 f_5(\theta^*, \phi) + \left(\frac{r_T}{r'}\right)^4 f_6(\theta^*, \phi) + 2\left(\frac{r_T}{r'}\right)^4 f_7(\theta^*, \phi) \right\} \quad (6.19)$$

sendo

$$f_3(\theta^*, \phi) = \{-g_1^0 \sin \phi + (g_1^1 \cos \theta^* + h_1^1 \sin \theta^*) \cos \phi\} \quad (6.20)$$

$$f_4(\theta^*, \phi) = \frac{-3}{2} g_2^0 \text{sen} 2\phi + \sqrt{3}(g_2^1 \cos \theta^* + h_2^1 \text{sen} \theta^*) \cos 2\phi + \sqrt{\frac{3}{4}}(g_2^2 \cos 2\theta^* + h_2^2 \text{sen} 2\theta^*) \text{sen} 2\phi \quad (6.21)$$

$$f_5(\theta^*, \phi) = (-g_1^1 \text{sen} \theta^* + h_1^1 \cos \theta^*) \text{sen} \phi \quad (6.22)$$

$$f_6(\theta^*, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4}}(-g_2^1 \text{sen} \theta^* + h_2^1 \cos \theta^*) \text{sen} 2\phi \quad (6.23)$$

$$f_7(\theta^*, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4}}(-g_2^2 \text{sen} 2\theta^* + h_2^2 \cos 2\theta^*) \text{sen}^2 \phi \quad (6.24)$$

em que os valores de $g_1^0, g_1^1, g_2^0, g_2^1, g_2^2, h_1^1, h_2^1, h_2^2$ assumem os valores acima dados. (WERTZ, 1978)

Estes valores mostram-se adequados para a teoria desenvolvida com modelo de quadripolo, sendo que valores mais atualizados são úteis para precisões referentes aos modelos mais refinados para o campo geomagnético (múltiplos pólos). (WERTZ, 1978)

Uma observação importante é que quanto menor a altitude do satélite em relação à superfície da Terra, maior é a diferença entre o modelo de dipolo e de quadripolo. (WERTZ, 1978)

6.1.3 Componentes do campo geomagnético no sistema do satélite

Nas equações do movimento rotacional serão necessário conhecer os componentes do campo geomagnético no sistema do satélite.

No sistema equatorial, os componentes do campo geomagnético são dados por Wertz (1978):

$$B_X = (B_r \cos \bar{\delta} + B_\phi \text{sen} \bar{\delta}) \cos \bar{\alpha} - B_\theta \text{sen} \bar{\alpha} \quad (6.25)$$

$$B_Y = (B_r \cos \bar{\delta} + B_\phi \text{sen} \bar{\delta}) \text{sen} \bar{\alpha} + B_\theta \cos \bar{\alpha} \quad (6.26)$$

$$B_z = B_r \sin \bar{\delta} - B_\phi \cos \bar{\delta} \quad (6.27)$$

em que $\bar{\alpha}$ e $\bar{\delta}$ são a ascensão reta e a declinação do vetor posição, respectivamente.

Como se conhece os componentes do campo magnético (\vec{B}) no sistema equatorial, dados pelas expressões (6.15), (6.18) e (6.19), pode-se obter seus componentes no sistema de satélite:

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (6.28)$$

em que $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ são os versores do sistema do satélite.

Utilizando a matriz de rotação R_l dada por (3.2), que relaciona o sistema do satélite com o sistema geocêntrico, e as relações (3.1), os componentes do campo geomagnético no sistema do satélite são dadas por (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1999):

$$B_x = -B_X \sin \alpha + B_Y \cos \alpha \quad (6.29)$$

$$B_y = -B_X \sin \delta \cos \alpha - B_Y \sin \delta \sin \alpha + B_Z \cos \delta \quad (6.30)$$

$$B_z = B_X \cos \delta \cos \alpha + B_Y \cos \delta \sin \alpha + B_Z \sin \delta \quad (6.31)$$

em que α e δ são a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação do satélite, respectivamente.

Os componentes B_x , B_y e B_z serão utilizados na determinação do TMI e TMR. Através das relações (6.25) a (6.27), estes componentes podem ser obtidos em termos dos componentes horizontais B_r , B_ϕ e B_θ do campo geomagnético. Nos trabalhos de Quirelli (2002) e Pereira (2006) é possível encontrar mais informações sobre o campo geomagnético.

6.2 Torque Magnético devido às Correntes de Foucault

A interação do campo geomagnético e a rotação do satélite produzem o torque magnético devido às correntes de Foucault.

Se o satélite é estabilizado por rotação (eixo de rotação alinhado com o eixo principal de inércia z, associado ao eixo de maior momento de inércia), a velocidade de rotação é dada por:

$$\vec{W} = W \hat{k} \quad (6.32)$$

Assim o TMI instantâneo aplicado em satélites estabilizados por rotação é obtido por:

$$\vec{N}_i = p W \vec{B} \times (\vec{B} \times \hat{k}) \quad (6.33)$$

em que p é o parâmetro de Foucault, W é o módulo da velocidade de rotação, \hat{k} é o vetor unitário ao longo do eixo de rotação do satélite, e \vec{B} é o campo magnético terrestre local.

Efetuada o produto vetorial em (6.33), com o Campo Magnético Terrestre \vec{B} expresso no sistema do satélite e dado por (6.28), o torque magnético devido às correntes de Foucault instantâneo no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_i = p (N_{ix} \hat{i} + N_{iy} \hat{j} + N_{iz} \hat{k}) \quad (6.34)$$

com:

$$N_{ix} = -B_x B_z W \quad (6.35)$$

$$N_{iy} = -B_y B_z W \quad (6.36)$$

$$N_{iz} = (B_y^2 + B_x^2) W \quad (6.37)$$

em que B_x , B_y e B_z estão expressos nas equações de (6.29) a (6.31), respectivamente, em termos dos componentes do Campo Magnético no Sistema Inercial B_X , B_Y , B_Z .

6.2.1 Torque magnético devido as correntes de Foucault médio

Do mesmo modo que para os demais torques externos considerados, o torque magnético devido às correntes de Foucault médio é obtido através da integração do torque magnético devido às correntes de Foucault instantâneo, dado por (6.34), em um período orbital (T), ou seja:

$$\vec{N}_{im} = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \vec{N}_i dt \quad (6.38)$$

sendo t_i o instante inicial e T o período orbital.

Assim realizando uma mudança de variáveis na integral da equação (6.38), o torque induzido médio ou torque magnético devido às correntes de Foucault médio pode ser dado pela integral na latitude verdadeira \bar{W} :

$$\vec{N}_{im} = \frac{1}{2\pi} \int_{\bar{W}_i}^{\bar{W}_i+2\pi} \vec{N}_i d\bar{W} \quad (6.39)$$

O desenvolvimento da integral (6.39) foi realizado por França (2006) e Toledo (2005), considerando, sem perda de generalidade, que $\bar{W}_i = 0$, o que corresponde ao satélite estar cruzando o plano do Equador.

Substituindo (6.34) em (6.39), o torque magnético devido as correntes de Foucault médio é expresso por:

$$\vec{N}_{im} = \frac{Wp}{2\pi} \left[\left(\int_0^{2\pi} -B_x B_z d\bar{W} \right) \hat{i} + \left(\int_0^{2\pi} -B_y B_z d\bar{W} \right) \hat{j} + \left(\int_0^{2\pi} (B_y^2 + B_x^2) d\bar{W} \right) \hat{k} \right] \quad (6.40)$$

definindo:

$$N_{xm} = -\frac{Wp}{2\pi} \int_0^{2\pi} B_x B_z d\bar{W} \quad (6.41)$$

$$N_{ym} = -\frac{Wp}{2\pi} \int_0^{2\pi} B_y B_z d\bar{W} \quad (6.42)$$

$$N_{zm} = \frac{Wp}{2\pi} \int_0^{2\pi} (B_y^2 + B_x^2) d\bar{W} \quad (6.43)$$

Para resolver as integrais de (6.41) a (6.43) foi necessário obter os componentes do campo magnético B_x , B_y e B_z em termos do ângulo \bar{W} , utilizando as matrizes de rotação introduzidas inicialmente e propriedades de trigonometria esférica, de modo similar ao realizado por Assis (2004).

Após os desenvolvimentos, o torque induzido médio pode ser representado por:

$$\vec{N}_{im} = N_{ixm}\hat{i} + N_{iym}\hat{j} + N_{izm}\hat{k} \quad (6.44)$$

Considerando o modelo de quadripolo para o campo geomagnético e o satélite em órbita circular, os componentes do torque induzido médio expresso no sistema do satélite foram obtidos por Toledo (2005) e França(2006) utilizando o manipulações algébricas com o software MATLAB:

$$N_{ixm} = \sum_{i=1}^{14712} \text{trx}(i) + \sum_{i=1}^{18426} N_x(i) \quad (6.45)$$

$$N_{iym} = \sum_{i=1}^{14712} \text{try}(i) + \sum_{i=1}^{53765} N_y(i) \quad (6.46)$$

$$N_{izm} = \sum_{i=1}^{7350} \text{trz}(i) + \sum_{i=1}^{21435} N_z(i) \quad (6.47)$$

As parcelas N_{ixm} , N_{iym} , N_{izm} dependem da velocidade de rotação W , do parâmetro de Foucault p , dos coeficientes Gaussianos associados ao campo Geomagnético, da longitude geográfica do vetor posição, do módulo do vetor posição, do raio equatorial da Terra, da latitude verdadeira \bar{W} , da inclinação, da longitude do nodo ascendente, da ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, sendo que $\text{trx}(i)$, $\text{try}(i)$, $\text{trz}(i)$ foram obtidas em França (2006) e $N_x(i)$, $N_y(i)$, $N_z(i)$ podem ser obtidas em Toledo (2005), as quais, utilizando o software MATLAB para realização da implementação computacional.

Como as excentricidades das órbitas dos satélites brasileiros SCD1 e SCD2 são muito pequenas, os componentes do torque magnético devido às correntes de Foucault médios, dados em (6.45) – (6.47) serão utilizados nas equações do movimento rotacional no Capítulo 7, para a análise conjunta da influência dos torques externos na velocidade de rotação do satélite, na ascensão e declinação do eixo de rotação do satélite.

6.3 Torque magnético residual

A interação do campo magnético do satélite com o campo magnético terrestre produz o torque magnético residual \vec{N}_r dado por (6.48).

Quando a parcela principal do momento magnético residual do satélite se alinha ao longo do eixo de rotação, o torque magnético residual instantâneo é obtido por:

$$\vec{N}_r = M_s \hat{k} \times \vec{B} \quad (6.48)$$

em que:

M_s é o momento magnético residual do satélite ao longo do eixo de rotação,

\hat{k} é o vetor unitário ao longo do eixo de rotação do satélite, e

\vec{B} é o campo magnético terrestre local .

Efetuada o produto vetorial em (6.48), com campo magnético terrestre \vec{B} expresso no sistema do satélite e dado por (6.28), o torque residual instantâneo no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_r = N_{rx} \hat{i} + N_{ry} \hat{j} \quad (6.49)$$

com:

$$N_{rx} = -B_y M_s \quad (6.50)$$

$$N_{ry} = B_x M_s \quad (6.51)$$

em que B_x e B_y estão expressos nas equações (6.29) e (6.30), respectivamente, as quais foram obtidas do trabalho de Garcia (2007).

6.3.1 Torque Magnético Residual Médio

Como para os demais torques externos, o torque residual médio é obtido da integração do torque magnético residual instantâneo, dado por (6.49), em um período orbital (T), ou seja:

$$\bar{\vec{N}}_{\text{rm}} = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \vec{N}_{\text{rm}} dt \quad (6.52)$$

sendo t o tempo e t_i o instante inicial.

Fazendo uma mudança de variáveis na integral (6.52), o torque residual médio pode ser obtido em termos da média na anomalia verdadeira v :

$$\bar{\vec{N}}_{\text{rm}} = \frac{1}{T} \int_{v_i}^{v_i+2\pi} \vec{N}_{\text{rm}} \frac{r'^2}{h} dv \quad (6.53)$$

em que:

v_i é a anomalia verdadeira no instante t_i ,

r' é o módulo do vetor posição do satélite, dado por:

$$r' = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \quad (6.54)$$

h é o momento angular específico, dado por:

$$h = \frac{2\pi a^2(1-e^2)^{1/2}}{T} \quad (6.55)$$

sendo: semi-eixo maior (a) e excentricidade (e).

Substituindo \vec{N}_r , r' e h dados pelas equações (6.49), (6.54) e (6.55) respectivamente em (6.53), tem-se o torque residual médio dado por:

$$\bar{\vec{N}}_{\text{rm}} = \frac{(1-e^2)^{3/2}}{2\pi} \int_{v_i}^{v_i+2\pi} \frac{(N_{rx} \hat{i} + N_{ry} \hat{j})}{(1-e \cos v)^2} dv \quad (6.56)$$

Para os desenvolvimentos das integrais de (6.56) foi utilizado no trabalho de Garcia (2007) as expansões do movimento elíptico (BROWER, CLEMENCE, 1961),

até 1ª ordem na excentricidade (e), de modo a obter as relações entre a anomalia média (M) e anomalia verdadeira (v). Considerando:

$$\cos v = \cos M + e (\cos 2M - 1) \quad (6.57)$$

$$dv = (1 + 2e \cos M) dM \quad (6.58)$$

O truncamento na 1ª ordem da excentricidade realizado por Garcia (2007) se justifica pelo grande volume de cálculo algébrico envolvidos, levando assim a limitações nas aplicações para satélites com órbita de pequena excentricidade. Para as aplicações aqui realizadas, estes desenvolvimentos são satisfatórios.

O torque magnético residual médio determinado por Garcia (2007) pode ser representado por:

$$\vec{N}_{rm} = N_{rxm} \hat{i} + N_{rym} \hat{j} \quad (6.59)$$

em que \vec{N}_{rm} pode ser expresso por:

$$\vec{N}_{rm} = \frac{Ms(1-e^2)^{3/2}}{2\pi} \left[\left(- \int_0^{2\pi} \frac{By(1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M + e(\cos 2M - 1)]\}^2} dM \right) \hat{i} + \left(\int_0^{2\pi} \frac{Bx(1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M + e(\cos 2M - 1)]\}^2} dM \right) \hat{j} \right] \quad (6.60)$$

Com torque residual médio dado em (6.60), observa-se que seu componente ao longo do eixo de rotação é nulo, de modo que a velocidade de rotação não é afetada por este torque.

Para evoluir as integrais em (6.60) é necessário obter os componentes do campo magnético no sistema do satélite, B_x e B_y , em termos da anomalia média, utilizando as matrizes de rotação introduzidas no Cap.3 e propriedades de trigonometria esférica, isso foi feito por Garcia (2007). Estes componentes médio serão utilizados neste trabalho para analisar os efeitos do torque magnético residual acoplado aos demais torques em estudo. Os componentes do TMR não estão contidas neste trabalho devido as suas soluções analíticas serem muito extensas, por isso, recomendamos a leitura do trabalho de Garcia (2007) para estudarem com maior profundidade.

CAPÍTULO 7 ABORDAGEM ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Neste Capítulo são introduzidas as equações que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação. Estas equações são analisadas considerando a influência do torque aerodinâmico (TA), o torque gradiente de gravidade (TGG), o torque magnético residual (TMR) e torque magnético devido às correntes de Foucault (torque magnético induzido – TMI). Uma solução analítica é proposta para estas equações, sendo válida para um período orbital, e mostra que o acoplamento destes torques causa o decaimento exponencial da velocidade angular de rotação (devido a influência do TMI) e o movimento de precessão e deriva do eixo de rotação (em consequência da influência do TMR, TGG e o TA).

7.1 Equações do movimento

Sejam Oxyz o sistema do satélite, com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e o OXYZ o sistema equatorial, com versores $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, já introduzidos no Capítulo 3.

O satélite é estabilizado por rotação, logo o eixo de rotação alinha-se com o eixo de maior momento principal de inércia (neste caso o eixo Oz do sistema do satélite), de modo que o momento angular \vec{L} é expresso por:

$$\vec{L} = I_z W \hat{k} \quad (7.1)$$

onde I_z é o maior momento principal de inércia do satélite e W é o módulo da velocidade de rotação do satélite.

Neste caso, as equações do movimento rotacional se reduzem a:

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I_z W \hat{k} + I_z W \frac{d\hat{k}}{dt} \quad (7.2)$$

sendo \vec{N} o torque externo total atuante no satélite.

Utilizando a ascensão reta α e a declinação δ do eixo de rotação do satélite, juntamente com a matriz de rotação que relaciona Oxyz e OXYZ, introduzida no Capítulo 3 pela equação (3.2), obtém-se que :

$$\hat{k} = \cos\delta \cos\alpha \hat{i} + \cos\delta \sin\alpha \hat{j} + \sin\delta \hat{k} \quad (7.3)$$

Assim podemos obter:

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \delta(-\sin\delta \cos\alpha \hat{i} - \sin\delta \sin\alpha \hat{j} + \cos\delta \hat{k}) + \dot{\alpha}(-\cos\delta \sin\alpha \hat{i} + \cos\delta \cos\alpha \hat{j}) \quad (7.4)$$

Reagrupando os termos em (7.4) e utilizando novamente a equação (3.2), tem-se que:

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \cos\delta \dot{\alpha} \hat{i} + \delta \hat{j} \quad (7.5)$$

Substituindo (7.5) em (7.2), as equações do movimento rotacional se reduzem a:

$$\vec{N} = I_z W \cos\delta \dot{\alpha} \hat{i} + I_z W \delta \hat{j} + I_z W \hat{k} \quad (7.6)$$

Introduzindo os componentes N_x , N_y e N_z do torque externo no sistema de coordenadas do satélite, as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação ficam expressas como a seguir (KUGA et al., 1987):

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_x}{I_z W \cos\delta} \quad (7.7)$$

$$\delta = \frac{d\delta}{dt} = \frac{N_y}{I_z W} \quad (7.8)$$

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z} \quad (7.9)$$

em que N_x , N_y , N_z são os componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Neste trabalho os torques externos considerados são os TA, TGG, TMR e TMI. Os principais efeitos destes torques no movimento rotacional podem ser determinados pelos seus componentes médios em um período orbital. Estes componentes foram determinados nos capítulos anteriores e são expressos em termos da velocidade de

rotação W , da ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, da longitude do nodo ascendente Ω , da inclinação orbital i e da latitude verdadeira \bar{w} . O torque externo médio levando-se em conta o acoplamento dos quatro torques estudados pode ser representado por:

$$\vec{N}_m = N'_{xm}\hat{i} + N'_{ym}\hat{j} + N'_{zm}\hat{k} \quad (7.10)$$

Neste trabalho é assumido que a margem estática situa-se ao longo do eixo longitudinal do satélite, ou seja o próprio eixo de rotação, de modo que os componentes me_x e me_y da margem estática são nulos. Com esta consideração e pela equação (4.31) verifica-se que o componente N_{zm} do TA é nulo, de modo que o TA não influenciará diretamente a velocidade de rotação do satélite. Como já discutido no Capítulo 6, o torque magnético residual (TMR) não possui componente ao longo do eixo z do sistema do satélite, de modo que também não influencia diretamente a velocidade de rotação.

Com a substituição dos componentes dos torques TA, TGG, TMR e TMI médios, dados respectivamente por (4.31), (5.33), (6.59) e (6.44), nas equações abaixo tem-se que:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N'_{xm}}{I_z W \cos(\delta)} = \frac{N_{\dot{\alpha}\alpha m} + W N_{\dot{\alpha}\Omega m} + N_{\dot{\alpha}\Omega m} + N_{\dot{\alpha}\alpha m}}{I_z W \cos(\delta)} \quad (7.11)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N'_{ym}}{I_z W} = \frac{W N_{\dot{\delta}\Omega m} + N_{\dot{\delta}\Omega m} + N_{\dot{\delta}\Omega m} + N_{\dot{\delta}\alpha m}}{I_z W} \quad (7.12)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N'_{zm}}{I_z} = \frac{N_{\dot{W}m} + W N_{\dot{W}m}}{I_z} \quad (7.13)$$

Pelas equações (7.11) e (7.12) observam-se que as equações diferenciais de primeira ordem de α e δ dependem da velocidade de rotação W , sendo que a equação diferencial de α também depende da declinação δ . Deste modo no processo de integração, inicialmente é integrada a equação diferencial de W , dada por (7.13), a seguir substitui-se a solução analítica de W em (7.12) obtendo-se a solução analítica de

δ e finalizando substitui-se as soluções de W e δ em (7.11) para se determinar a solução analítica de α . As soluções a serem obtidas são válidas para um período orbital.

O processo de integração das equações (7.11), (7.12) e (7.13) é realizado para um período orbital, considerando os valores numéricos para os componentes dos torques médios obtidos com os dados iniciais de atitude e órbita de cada satélite considerado. Durante este período orbital considera-se que permanecem constantes os elementos orbitais : excentricidade (e), semi-exo maior (a), inclinação orbital (i), a longitude do nodo ascendente (Ω) e argumento do perigeu (w).

Na aplicação da teoria desenvolvida para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais devem ser atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra, assim como devem ser atualizadas as parcelas dos torques com os valores obtidos para α , δ e W a cada período orbital.

7.2 Solução analítica para a magnitude da velocidade de rotação

A equação diferencial ordinária de primeira ordem de W , dada por (7.13), pode ser representada por:

$$\frac{dW}{dt} - k W = k_{IW} \quad (7.14)$$

sendo

$$k = \frac{N_{izm}}{I_z} \quad (7.15)$$

$$k_{IW} = \frac{N_{gzm}}{I_z} \quad (7.16)$$

Logo a solução analítica de W é dada pela soma da solução da equação diferencial homogênea, obtida de (7.14) com $k_{IW} = 0$, com uma solução particular da equação diferencial não homogênea (7.14). Assim a solução final para a velocidade de rotação é dada por:

$$W(t) = \left(W_0 + \frac{k_1 W}{k} \right) e^{kt} - \frac{k_1 W}{k} \quad (7.17)$$

com W_0 sendo a velocidade de rotação no instante inicial.

Observa-se que a influência do TMI é dada pela parte exponencial através do expoente k e a influência do TGG é dada através do coeficiente k_{1W} . Nota-se o acoplamento dos torques (TGG e TMI) através do termo $\frac{k_1 W}{k}$, contribuindo para um aumento da influência destes torques na solução analítica para a velocidade de rotação. Portanto a velocidade de rotação sofre uma variação exponencial (em geral um decaimento exponencial com $k < 0$) devido ao TMI e um incremento de mais uma constante devido ao TGG. Saliente-se que o torque mais significativo é o TMI, o que será confirmado nas aplicações a serem realizadas no Capítulo 9.

7.3 Solução analítica para a declinação do eixo de rotação

A equação diferencial de primeira ordem da declinação do eixo de rotação do satélite, dada por (7.12), pode ser colocada na forma:

$$\frac{d\delta}{dt} = k_{1d} + \frac{k_{2d}}{W} \quad (7.18)$$

com

$$k_{1d} = \frac{N_{iyM}}{I_z} \quad (7.19)$$

$$k_{2d} = \frac{N_{ryM} + N_{gyM} + N_{ayM}}{I_z} \quad (7.20)$$

Para obter a solução da equação (7.18) substitui-se a solução analítica da velocidade de rotação, dada em (7.17). Após a integração e algumas manipulações algébricas obtém-se:

$$\delta(t) = \delta_0 + \left(k_{1d} - \frac{k_{2d}}{k_1 W} \right) t + \frac{k_{2d}}{k_1 W} \ln \left(\frac{\left(W_0 + \frac{k_1 W}{k} \right) e^{kt} - \frac{k_1 W}{k}}{W_0} \right) \quad (7.21)$$

sendo W_0 e δ_0 são os valores iniciais para a velocidade de rotação e declinação do eixo de rotação, respectivamente. Pode-se notar a influência conjunta dos quatro

torques considerados na parcela da solução relacionada com um termo linear, no logaritmo e no coeficiente k_{2d} . O TMI contribui também com uma variação linear no comportamento da declinação do eixo de rotação.

7.4 Solução analítica para a ascensão reta do eixo de rotação

De modo similar ao realizado no item anterior, a equação diferencial de primeira ordem da ascensão reta do eixo de rotação do satélite, dada por (7.11), pode ser colocada na forma:

$$\frac{dx}{dt} = k_{1a} + \frac{k_{2a}}{W} \quad (7.22)$$

com

$$k_{1a} = \frac{N_{com}}{I_z \cos(\bar{\delta})} \quad (7.23)$$

$$k_{2a} = \frac{N_{rxm} + N_{axm} + N_{gxm}}{I_z \cos(\bar{\delta})} \quad (7.24)$$

sendo $\bar{\delta}$ um valor médio da declinação do eixo de rotação para um período orbital, dado por $\bar{\delta} = \frac{\delta + \delta_0}{2}$, em que o δ é obtido a partir da solução analítica dada na equação (7.21) para o instante igual à um período orbital e δ_0 é a declinação do eixo de rotação no instante inicial.

Para a integração da equação (7.22) deve-se substituir a solução analítica da velocidade de rotação, dada em (7.17). A integração é similar a realizada para a declinação e após algumas manipulações algébricas obtém-se:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \left(k_{1a} - \frac{k k_{2a}}{k_{1W}} \right) t + \frac{k_{2a}}{k_{1W}} \ln \left(\frac{\left(W_0 + \frac{k_{1W}}{k} \right) e^{kt} - \frac{k_{1W}}{k}}{W_0} \right) \quad (7.25)$$

sendo W_0 e α_0 os valores iniciais para a velocidade de rotação e ascensão reta do eixo de rotação.

Observa-se a influência do TMI através de k_{1a} e a influência conjunta de todos os torques através de um termo linear, do termo logaritmo e do coeficiente k_{2a} . Assim

a ação conjunta dos torques TMI, TA, TMR e TGG contribui para uma precessão no eixo de rotação.

As soluções apresentadas nas equações (7.17), (7.21) e (7.25) respectivamente para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação, são válidas para um período orbital. A cada período orbital, os dados orbitais devem ser adequados, levando em consideração as principais influências do achatamento da Terra. Do mesmo modo, os valores iniciais da velocidade de rotação, da ascensão reta e declinação do eixo de rotação devem ser atualizados pelos valores propagados a cada órbita. Com este procedimento para um intervalo de tempo maior a solução analítica ficará mais próxima do comportamento real do satélite. Para validação destas soluções serão feitas aplicações para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2, sendo que também serão avaliados o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar.

CAPÍTULO 8 - ERRO DE APONTAMENTO E ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR

8.1 Erro de apontamento

Na aplicação com os torques TMR, TMI, TGG junto com o TA são obtidos a velocidade de rotação do satélite W , os ângulos de ascensão reta α e de declinação δ do eixo de rotação (representados na Figura 8). Com ângulos α e δ pode-se determinar a direção do eixo de rotação \hat{k} . Utilizando os dados dos satélites fornecidos pelo CCS do INPE, α_{INPE} e δ_{INPE} pode-se determinar a direção real do eixo de rotação \hat{K}' , como indicado na Figura 8. O erro de apontamento θ , é o ângulo entre o eixo de rotação real \hat{K}' do satélite e o eixo de rotação \hat{k} obtido da teoria.

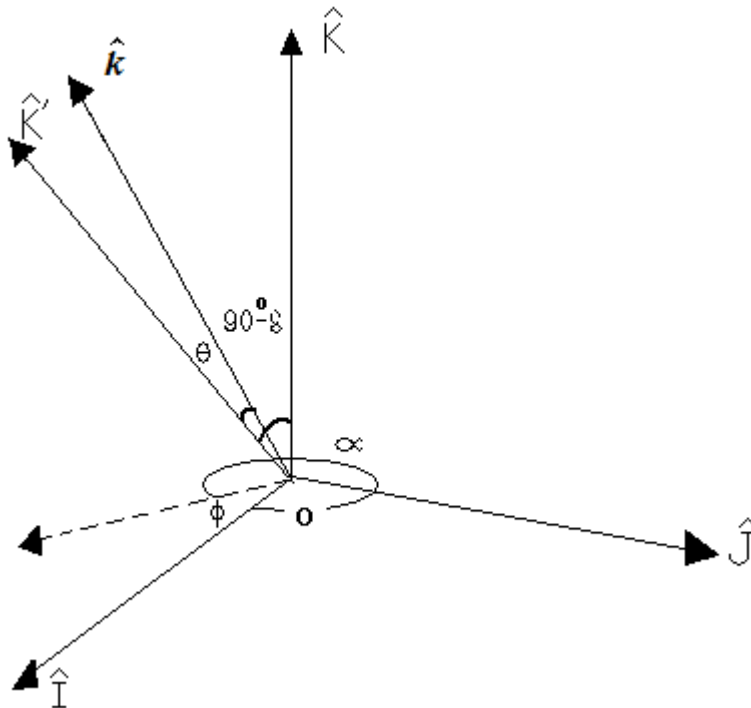


Figura 8 - Eixo de rotação real do satélite \hat{K}' e eixo de rotação calculado \hat{k} . Sistema equatorial OXYZ com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema do satélite Oxyz com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$. O erro de apontamento é o ângulo θ . (Adaptado de Chiaradia (2010)).

8.1.1 Cálculo do Erro de Apontamento

O erro de apontamento é representado pelo ângulo θ , e seu valor pode ser determinado pelo cálculo do produto escalar entre os vetores unitários \hat{k}' e \hat{k} , dados por:

$$\cos\theta = \hat{K}' \cdot \hat{k} \quad (8.1)$$

Para efetuar o produto escalar os vetores \hat{k}' e \hat{k} devem estar representados no mesmo sistema de coordenadas. Pela Figura 8 pode-se observar que a direção do eixo de rotação real \hat{k}' no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{K}' = [\cos(360^\circ - \alpha_{inpe})\sin(90^\circ - \delta_{inpe})]\hat{I} - [\sin(360^\circ - \alpha_{inpe})\sin(90^\circ - \delta_{inpe})]\hat{J} + [\cos(90^\circ - \delta_{inpe})]\hat{K} \quad (8.2)$$

Do mesmo modo a direção do eixo de rotação calculado \hat{k} no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{k}' = [\cos(360^\circ - \alpha)\sin(90^\circ - \delta)]\hat{I} - [\sin(360^\circ - \alpha)\sin(90^\circ - \delta)]\hat{J} + [\cos(90^\circ - \delta)]\hat{K} \quad (8.3)$$

Aplicando propriedades de trigonometria, as equações (8.2) e (8.3) podem ser colocadas na forma:

$$\hat{K}' = (\cos \delta_{inpe} \cos \alpha_{inpe})\hat{I} + (\sin \alpha_{inpe} \cos \delta_{inpe})\hat{J} + (\sin \delta_{inpe})\hat{K} \quad (8.4)$$

e

$$\hat{k} = (\cos \delta \cos \alpha)\hat{I} + (\sin \alpha \cos \delta)\hat{J} + (\sin \delta)\hat{K} \quad (8.5)$$

Assim efetuando o produto escalar entre \hat{K}' e \hat{k} tem-se:

$$\hat{K}' \cdot \hat{k} = (\cos \delta_{inpe} \cos \alpha_{inpe} \cos \delta \cos \alpha + \sin \alpha_{inpe} \cos \delta_{inpe} \sin \alpha \cos \delta + \sin \delta_{inpe} \sin \delta) = S \quad (8.6)$$

Então o valor do erro de apontamento θ a partir das equações (8.1) e (8.6) é dado por:

$$\theta = \arccos(S) \quad (8.7)$$

Os valores do erro de apontamento a serem obtidos neste trabalho, com a influência conjunta dos 4 torques externos considerados, deverão ser comparados com os valores obtidos quando cada torque foi considerado isoladamente nos trabalhos de Pereira (2006), Garcia (2007), Chiaradia (2007) e Chiaradia (2010), que consideraram, respectivamente, o torque magnético devido às correntes de Foucault, o torque magnético residual, o torque de gradiente de gravidade e o torque aerodinâmico.

8.2 Ângulo de Aspecto Solar

O ângulo de aspecto solar é o ângulo formado entre a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite e a direção do eixo de rotação do satélite. Neste trabalho o ângulo de aspecto solar é representado por θ' e está representado na Figura 9.

A obtenção do ângulo de aspecto solar é de suma importância para o bom desempenho da missão, pois os satélites carregam equipamentos que podem se danificar devido ao superaquecimento causado pela incidência dos raios solares. Cada satélite possui uma faixa angular ótima em que esta incidência não prejudica os equipamentos a bordo. O estudo deste ângulo tem sido importante para o êxito da missão dos dois Satélites de Coleta de Dados Brasileiros (SCD1 e SCD2), sendo que os controles de atitude podem ser acionados para realizar uma manobra de atitude sempre que necessário. Os satélites SCD1 e SCD2 são satélites estabilizados por rotação e possuem o eixo de rotação coincidente com seu eixo longitudinal.

Seja \hat{u} o vetor unitário da direção de incidência dos raios solares no satélite e \hat{k} o vetor unitário da direção do eixo de rotação do satélite. Desprezando a altitude do satélite em relação à Terra e a dimensão do satélite, a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite pode ser assumida como sendo a direção Terra - Sol. Assim, como mostra a Figura 9, em relação ao plano equatorial o vetor \hat{u} é posicionado pela

ascensão reta do Sol α_{sol} e declinação do Sol δ_{sol} , sendo que a direção \hat{k} é posicionada pela ascensão reta e declinação do eixo de rotação (α e δ , respectivamente).

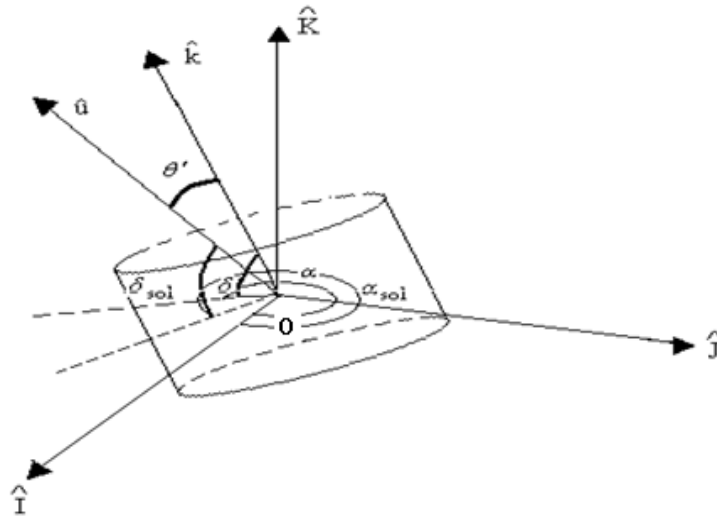


Figura 9 - Posicionamento do eixo de rotação \hat{k} e direção solar \hat{u} em relação ao sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e o ângulo de aspecto solar θ' . (Adaptado de Chiaradia, 2010).

O satélite SCD1 possui o formato de um prisma octogonal do qual apenas a face inferior não é recoberta por placas solares. Esta face é usada, pelo sistema de controle térmico, para dissipar calor. Por esse motivo, a incidência de raios solares nessa face não deve ocorrer. O ângulo de aspecto solar θ' deve ser então menor que 90° . No entanto, a análise térmica do SCD1, realizada logo após o lançamento (ocorrido em fevereiro de 1993), revelou que poderia ocorrer um superaquecimento da carga útil se o valor de θ' fosse menor que 60° . Considerando esse vínculo adicional, a faixa de variação de θ' é restrita a (WINTER e PRADO, 2007):

$$60^\circ < \theta' < 90^\circ.$$

O satélite SCD2 foi lançado em outubro de 1998 e possui características similares às do SDC1. O vínculo para o ângulo de aspecto solar é mais restritivo, sendo que os raios solares não devem incidir nos painéis superiores e inferiores do

satélite com um ângulo maior do que 10° , o que limita a variação do ângulo de aspecto solar a (CHIARADIA, 2010):

$$80^\circ < \theta' < 100^\circ.$$

As restrições para o ângulo de aspecto solar para os satélites SCD1 e SCD2 estão esquematizadas nas Figuras 10 e 11.

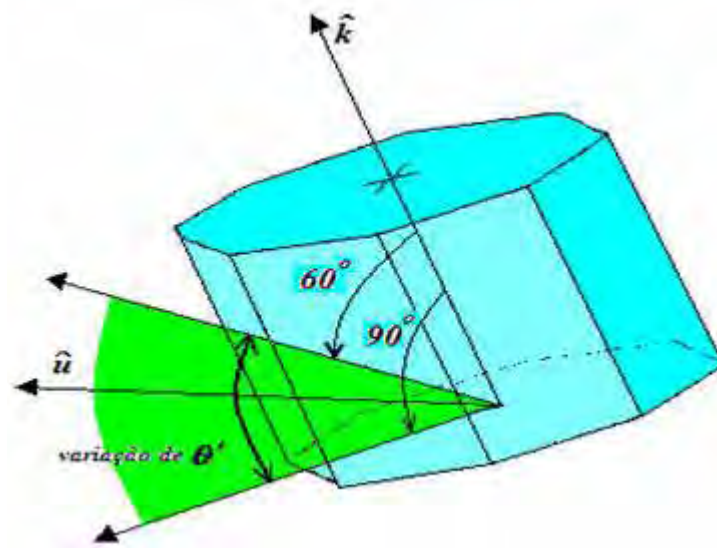


Figura 10: Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1. (Adaptado de Chiaradia 2010).

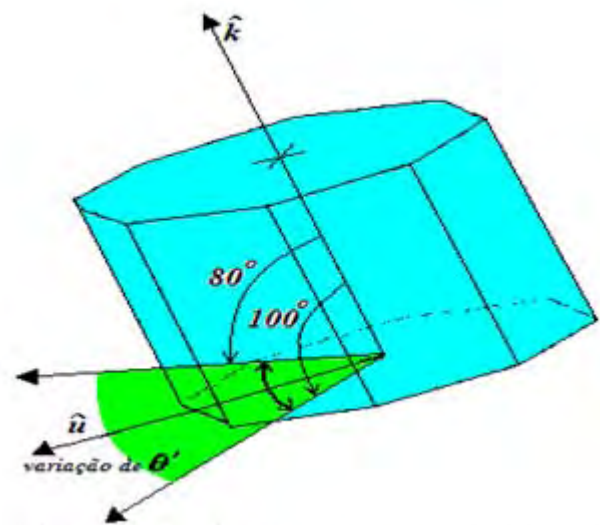


Figura 11: Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.(Adaptado de Chiaradia (2010)).

8.2.1 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar

Para determinar o valor do ângulo de aspecto solar θ' , considerando a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite como sendo a direção Terra- Sol, é necessário conhecer os valores de α_{sol} , α , δ_{sol} e δ . Os valores de α_{sol} e δ_{sol} são valores já tabelados dados por Astronomical Almanac e apresentados no Apêndice C. Neste trabalho os valores α e δ necessários para calcular θ' são obtidos das simulações numéricas das soluções analíticas já obtidas no Cap. 7, levando-se em conta as influências dos torques: TMR, TMI, TA e do TGG.

Como a direção de incidência da luz solar sobre o satélite é representada por \hat{u} e \hat{k} é o vetor unitário do eixo de rotação, então o valor do cosseno de θ' pode ser determinado pelo produto escalar dos vetores \hat{u} e \hat{k} ,

$$\cos\theta' = \hat{u} \bullet \hat{k} \quad (8.8)$$

Os vetores \hat{u} e \hat{k} estão esquematizados na Figura 9 e podem ser representados no sistema equatorial, utilizando os ângulos α_{sol} , α , δ_{sol} e δ através de:

$$\begin{aligned} \hat{k} = & [\cos(360^\circ - \alpha)\text{sen}(90^\circ - \delta)]\hat{i} - [\text{sen}(360^\circ - \alpha)\text{sen}(90^\circ - \delta)]\hat{j} \\ & + [\cos(90^\circ - \delta)]\hat{K} \end{aligned} \quad (8.9)$$

$$\begin{aligned} \hat{u} = & [\cos(360^\circ - \alpha_{sol})\text{sen}(90^\circ - \delta_{sol})]\hat{i} - [\text{sen}(360^\circ - \alpha_{sol})\text{sen}(90^\circ - \delta_{sol})]\hat{j} + \\ & [\cos(90^\circ - \delta_{sol})]\hat{K} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Pelas identidades trigonométricas, as igualdades acima podem ser simplificadas, e reescrevendo os componentes vetoriais de \hat{u} e \hat{k} , tem-se:

$$\hat{k} = \cos(\delta)\cos(\alpha)\hat{i} + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)\hat{j} + \text{sen}(\delta)\hat{K} \quad (8.11)$$

$$\hat{u} = (\cos \delta_{sol} \cos \alpha_{sol})\hat{I} + (\cos \delta_{sol} \text{sen} \alpha_{sol})\hat{J} + (\text{sen} \delta_{sol})\hat{K} \quad (8.12)$$

Substituindo as expressões (8.11) e (8.12) na equação (8.8) temos que:

$$\begin{aligned} \cos \theta' &= \cos(\delta) \cos(\alpha) \cos(\delta_{Sol}) \cos(\alpha_{Sol}) + \cos(\delta) \text{sen}(\alpha) \cos(\delta_{Sol}) \text{sen}(\alpha_{Sol}) + \\ &\text{sen}(\delta) \text{sen}(\delta_{Sol}) = M \end{aligned} \quad (8.13)$$

Assim a partir de (8.8) e (8.13), o ângulo de aspecto solar é dado por:

$$\theta' = \arccos(M) \quad (8.14)$$

com $0^\circ < \theta' < 180^\circ$.

O ângulo de aspecto solar será calculado através do software MATLAB considerando a influência dos quatro torques externos e seus valores comparados com valores obtidos com os torques atuando isoladamente, utilizando os dados dos satélites brasileiros SCD1 e SCD2, sendo representados no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 9 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS PARA OS SATÉLITES SCD1 E SCD2

Neste capítulo são apresentadas aplicações da teoria desenvolvida para os satélites brasileiros de coleta de dados SCD1 e SCD2. O software MATLAB foi utilizado para implementação numérica necessária. Duas abordagens são realizadas. Na primeira abordagem para ambos os satélites os elementos orbitais e de atitude são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo CCS, sendo que o efeito principal do achatamento da Terra (a perturbação secular) está incluído na longitude do nodo ascendente e no argumento do pericentro. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α , δ e W . Comparações com os valores calculados pela teoria para α , δ e W a cada 24 horas são realizadas com os dados de referência fornecidos pelo CCS. O período das simulações na primeira abordagem é de 40 dias para cada um dos satélites. Na segunda abordagem o processo é igual ao da primeira, porém não é realizada a atualização diária dos dados dos elementos orbitais e de atitude fornecido pelo CCS, sendo neste caso o intervalo de aplicação da teoria mais restrito (cerca de três dias). Salienta-se que as órbitas possuem pequena excentricidade o que acarreta em um simples truncamento na excentricidade.

9.1 Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados

Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 podem ser considerados como os dois marcos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, pois foram os primeiros a serem concebidos, projetados e fabricados no Brasil (WINTER, PRADO, 2007).

A missão do SCD1 e SCD2 consiste, basicamente, em retransmitir, em direção às estações receptoras (estações de rastreamento de Cuiabá-MT e Alcântara-MA, no caso), os dados obtidos por uma rede de plataformas automáticas de coleta de dados ambientais ou plataformas de coleta de dados (PCD) distribuídas ao longo do território nacional. Cada plataforma, após coletar os dados relativos à sua aplicação específica, transmite-

os na banda de frequência UHF, em aproximadamente 400 MHz. Quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance das antenas) da estação os sinais das plataformas que se encontram visíveis ao satélite são captados e retransmitidos à estação onde os dados são gravados. Após a passagem do satélite, estes dados são transmitidos ao Centro de Controle de Missão, em Cachoeira Paulista (SP), onde então são processados e distribuídos aos usuários para suas análises e pesquisas(WINTER, PRADO, 2007).

O contato entre o sistema de controle de solo e um satélite é estabelecido pelas estações de rastreo, quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance) de suas antenas. Durante períodos de visibilidade (ou passagens do satélite), o sinal transmitido pelo satélite é captado pela antena da estação, sendo estabelecido um enlace descendente de comunicação. O sinal recebido contém as informações (dados) de telemetria que revelam o estado atual de funcionamento do satélite. Uma vez estabelecido o enlace descendente, a estação estabelece também um enlace ascendente, que é utilizado para envio de telecomandos (comandos para o satélite), e execução de medidas de rastreo (distância e velocidade), utilizados para manutenção e operação do satélite (WINTER, PRADO, 2007).

O SCD1 e o SCD2 foram injetados em órbitas praticamente circulares semelhantes, da ordem de 750km de altitude, e de 25 graus de inclinação em relação ao plano do equador. Esses satélites realizam aproximadamente um total de 14 órbitas a cada 24 horas. Destas 14 passagens diárias, devido à inclinação do plano orbital, em média, apenas 8 passagens consecutivas são visíveis pela estação de Cuiabá (MT), que é a estação de rastreo primária utilizada no controle. Deste modo, a cada 24 horas, ocorre um intervalo de tempo correspondente em média a 6 órbitas (aproximadamente 10 horas) em que não há passagens de um dos satélites sobre Cuiabá (MT). Os parâmetros orbitais do SCD2 foram projetados de maneira tal que seu ciclo diário de passagens consecutivas por Cuiabá (MT) fosse complementar ao ciclo de passagens do SCD1, a fim de que o período diário em que não há passagens de um satélite seja coberto pelo outro (WINTER, PRADO, 2007).

Os dados destes satélites fornecidos pelo CCS do INPE são utilizados neste capítulo para a implementação da solução analítica aqui proposta.

9.1.1 O Satélite SCD1

O SCD1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993 às 14h42min20s UTC. Foi colocado em órbita pelo lançador norte-americano Pégasus. Este veículo possui um conceito inovador em termos de lançamento de satélites. É transportado fixo a um avião até um determinado ponto, onde então é liberado, após alguns segundos de queda livre seus propulsores são acionados, iniciando-se o lançamento (ORLANDO, LOPES, KUGA, 1997; WINTER, PRADO, 2007). Este satélite apresenta velocidade angular de rotação inicial de 120rpm e não possui controle de órbita. Tem sua atitude de órbita estabilizada inercialmente por rotação que decai ao longo do tempo sob a influência de torques ambientais, notadamente o torque magnético devido às correntes de Foucault (PEREIRA, 2006), torque magnético residual (GARCIA, 2007), torque de gradiente de gravidade (CHIARADIA, 2007) e os gerados pelo torque aerodinâmico (CHIARADIA, 2010). No ano de 2002 o SCD1 apresentava ainda rotação em torno de 50rpm. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período de início da vida do satélite, com data inicial de 24 de julho de 1993 às 0h GMT onde este experimentou um forte decaimento na sua velocidade angular de rotação de cerca de 5rpm em 40 dias. Neste período, somente torques ambientais agiram sobre o satélite, ou seja, não foram executadas manobras de controle de atitude (orientação), constituindo assim excelente fonte de dados para testes da solução analítica desenvolvida. Os parâmetros orbitais e de atitude iniciais utilizados para o teste estão apresentados a seguir. O momento magnético do satélite foi atualizado com valores fornecidos pelo CCS. Os valores do momento magnético residual do satélite e o parâmetro de Foucault são periodicamente estimados no CCS conjuntamente com a atitude em um processo denominado determinação fina de atitude.

O SCD1 possui o formato de um prisma octogonal. Apenas uma de suas faces, a octogonal inferior, não é recoberta por células solares. Esta face é usada, pelo subsistema de controle térmico, para dissipação de calor. Por esse motivo, a incidência

direta de luz solar nessa face deve ser evitado por causar problemas de sobreaquecimento com consequentes danos a seus equipamentos. Para manter o satélite em uma orientação, em que a luz solar não incida em sua face inferior, o valor do ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação do satélite e a direção de incidência da luz solar) é continuamente monitorado em solo e, quando necessário, a atitude do satélite é corrigida através da execução de uma manobra de reorientação do eixo de rotação(WINTER, PRADO, 2007).

Data: 1993-Julho-24 00:00:00 GMT (QUIRELLI,2002)

Órbita:

$$a = 7.139.615,83\text{m}$$

$$e = 0,00454$$

$$I = 25,00^\circ$$

$$\Omega = 260,43^\circ$$

$$\omega = 260,23^\circ$$

$$M = 102, 89^\circ$$

Momento de Inércia do Satélite:

$$I_x = 11,06 \text{ kg.m}^2 \quad I_y = 10,67 \text{ kg.m}^2 \quad I_z = 13,00 \text{ kg.m}^2$$

Atitude do eixo de rotação:

$$\alpha = 234,10^\circ$$

$$\delta = 77,30^\circ$$

$$W = 90,81\text{rpm}$$

Momento residual magnético:

$$M_s = -0,809 \text{ A/m}^2$$

Parâmetro de Foucault:

$$p = 311,35$$

A Figura 12 apresenta uma ilustração do SCD1. As características orbitais de atitude iniciais e momentos de inércia do satélite SCD1 são dados a seguir para a data inicial de simulação (24/julho/1993).



Figura 12 – Imagem do SCD1 (fonte: <http://www.inpe.br/crc/satelite>, data:02/02/2011 às 09h).

Os torques de controle que causam o redirecionamento do eixo de rotação são produzidos pela ativação, através de telecomandos emitidos de solo, de uma bobina magnética do subsistema de controle de atitude do satélite. Quando ativada, a bobina gera um campo magnético que interage com o campo magnético da Terra produzindo um torque que atua no sentido de redirecionar o eixo de rotação do satélite.

Hoje, dezoito anos após a expiração de seu tempo de vida nominal projetado (um ano apenas), o SCD1 apresenta ainda uma surpreendente condição de desempenho global. Apesar de uma redução da capacidade de retenção de carga de sua bateria, problema contornado através da elevação do tempo de carregamento durante períodos de iluminação solar, o SCD1 continua apresentando um desempenho totalmente satisfatório com relação ao aproveitamento de sua carga útil, tendo ultrapassado amplamente os objetivos para os quais foi concebido(WINTER, PRADO, 2007).

Na Tabela 1 são apresentados os valores das coordenadas de atitude do SCD1 fornecidas pelo CCS do INPE para o período de 40 dias.

Tabela 1 – Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE.

Dia-SCD1	α_INPE(°)	δ_INPE(°)	W_INPE(rpm)	θ'_INPE(°)
24/7/1993	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/7/1993	233,7400	77,6900	90,7100	74,7877
26/7/1993	233,5400	78,0900	90,6200	74,6027
27/7/1993	233,5300	78,5000	90,5200	74,4644
28/7/1993	233,7300	78,9300	90,4200	74,3711
29/7/1993	234,1400	79,3500	90,3300	74,3293
30/7/1993	234,8300	79,7800	90,2300	74,3409
31/7/1993	235,8000	80,2000	90,1200	74,4064
1/8/1993	237,1200	80,6000	90,0200	74,5341
2/8/1993	238,8200	80,9900	89,9100	74,7184
3/8/1993	240,8900	81,3400	89,8100	74,9601
4/8/1993	244,0400	81,8600	89,5400	75,2750
5/8/1993	246,6200	82,1200	89,3500	75,5814
6/8/1993	249,5300	82,3300	89,1600	75,9337
7/8/1993	252,7400	82,4800	88,9700	76,3321
8/8/1993	256,1500	82,5800	88,7900	76,7624
9/8/1993	259,7000	82,6000	88,5900	77,2361
10/8/1993	263,2000	82,5600	88,4100	77,7290
11/8/1993	266,5500	82,4400	88,2200	78,2482
12/8/1993	269,7000	82,2800	88,0300	78,7716
13/8/1993	272,5400	82,0600	87,8500	79,3036
14/8/1993	275,7500	81,8500	87,6100	79,8737
15/8/1993	277,4500	81,6200	87,4200	80,3016
16/8/1993	278,9000	81,3700	87,2400	80,7190
17/8/1993	280,0900	81,1000	87,0600	81,1234
18/8/1993	281,0100	80,8200	86,8800	81,5045
19/8/1993	281,7400	80,5300	86,7100	81,8688
20/8/1993	282,2400	80,2300	86,5400	82,2091
21/8/1993	282,5700	79,9300	86,3700	82,5228
22/8/1993	282,7000	79,6400	86,2100	82,7966
23/8/1993	282,6700	79,3500	86,0400	83,0397
24/8/1993	283,5000	79,2200	85,8800	83,2965
25/8/1993	283,0100	78,9500	85,8000	83,4450
26/8/1993	282,4300	78,7000	85,7300	83,5520
27/8/1993	281,7600	78,4800	85,6600	83,6109
28/8/1993	281,0100	78,2700	85,5800	83,6349
29/8/1993	280,1800	78,0800	85,5100	83,6178
30/8/1993	279,2900	77,9100	85,4400	83,5632
31/8/1993	278,3400	77,7800	85,3700	83,4627
1/9/1993	277,3600	77,6700	85,3100	83,3333

9.1.2 O Satélite SCD2

O SCD2, segundo satélite de coleta de dados, projetado, construído e operado em órbita pelo INPE, foi lançado em 22 de outubro de 1998. De maneira semelhante ao SCD1, este foi lançado pelo foguete lançador norte-americano Pégasus (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1999; WINTER, PRADO, 2007).

Exatamente às 22h12min57s (horário de Brasília) ocorreu a separação entre o satélite e o último estágio do lançador, concluindo o lançamento com êxito e garantindo a continuidade do Programa de Coleta de Dados Ambientais.

Aproximadamente 12 segundos após a separação entre o satélite e o último estágio do foguete lançador, o SCD2 entrou na região de visibilidade (alcance) da estação de rastreamento de Alcântara (MA). A antena da estação imediatamente captou o sinal transmitido pelo SCD2, o que indicava que o transmissor de telecomunicações de serviço do satélite, que deveria ser automaticamente ativado durante a separação, estava funcionando.

A estação passou então a dispor da telemetria de dados do satélite, visualizada em tempo real também no CCS, em São José dos Campos (SP). A telemetria recebida indicava que o satélite não apresentava qualquer problema de desempenho. Seus sensores solares foram ligados já nessa primeira passagem.

O lançamento do SCD2 ocorreu com muita fidelidade em relação ao que havia sido planejado. O satélite foi injetado em uma órbita com altitude média da ordem de 760 km.

A atitude do satélite SCD2 também se apresentou bem próxima ao esperado após o lançamento. Este satélite não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada autonomamente em torno de 32rpm. O sistema de bordo controla a rotação para que esta se mantenha numa faixa de 32 ± 2 rpm. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período arbitrariamente escolhido (durante o qual foram executadas manobras de reorientação de atitude do eixo de rotação), com data inicial de 01 de fevereiro de 2002 às 0h GMT.

O momento magnético do satélite foi atualizado em intervalos de tempos fornecidos pelo CCS, sendo que os instantes iniciais destes intervalos correspondem às determinações de atitude efetuadas pelo CCS durante o período considerado. O vínculo de atitude mais restrito imposto ao SCD2 é o de que os raios solares não devam incidir nos painéis octogonais superior e inferior do satélite com um ângulo superior a 10 graus. Isto significa que o ângulo de aspecto solar (que é diretamente medido pelos sensores solares) deve ser mantido na faixa entre 80 e 100 graus, como explicitado no capítulo anterior.

Data: 2002-Fevereiro-01 00:00:00 GMT (QUIRELLI, 2002)

SATÉLITE SCD2

Órbita:

$$a = 7.133.679,70\text{m}$$

$$e = 0,00175$$

$$I = 25,01^\circ$$

$$\Omega = 88,30^\circ$$

$$\omega = 288,21^\circ$$

$$M = 300,03^\circ$$

Momento de Inércia do Satélite:

$$I_x = 12,33 \text{ kg.m}^2 \quad I_y = 12,35 \text{ kg.m}^2 \quad I_z = 14,50 \text{ kg.m}^2$$

Atitude do eixo de rotação:

$$\alpha = 281,72^\circ$$

$$\delta = 62,74^\circ$$

$$W = 34,57\text{rpm}$$

Momento residual magnético:

$$M_s = 0,206 \text{ A/m}^2$$

Parâmetro de Foucault:

$p = -192,51$

A Figura 13 apresenta uma ilustração do SCD2. As características orbitais de atitude iniciais e momentos de inércia do satélite SCD2 são dados a seguir para a data inicial de simulação (01/02/2002).

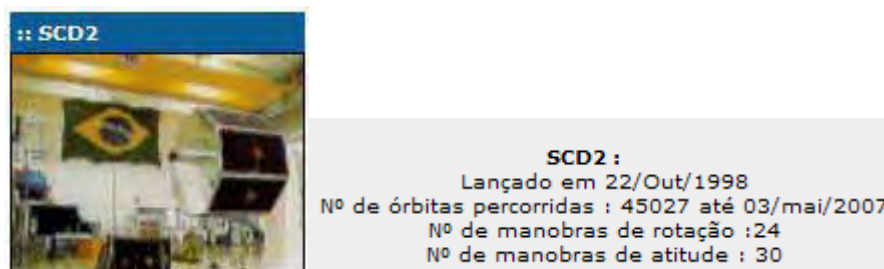


Figura 13 – Imagem do SCD2 (fonte: <http://www.inpe.br/crc/satelite>, data:02/02/2011 às 09h).

Ao completar doze anos em órbita, os subsistemas do SCD2 continuam a operar de modo amplamente satisfatório. O desempenho do subsistema de Controle de Atitude só pôde ser comprovado após a realização das primeiras manobras (WINTER, PRADO, 2007).

Diferentemente do SCD1, o SCD2 possui um sistema de controle autônomo de ajuste da velocidade de rotação, através de controle via atuação magnética. Devido a isso, ele está equipado com bobinas magnéticas com eixos longitudinais perpendiculares ao eixo de rotação do satélite (em adição às bobinas de torque para reorientação do eixo de rotação, cujos eixos longitudinais são paralelos a este mesmo eixo). Este sistema deve manter a velocidade angular de rotação dentro de uma faixa nominal de operação de 32 a 36 rpm (WINTER, PRADO, 2007).

Sempre que ela atingir o limite inferior da faixa, o controle é acionado automaticamente pelo computador de bordo, atuando no sentido de aumentar a velocidade angular de rotação. Quando o limite superior é atingido, o sistema é automaticamente desativado.

Graças à atuação desse sistema, a velocidade angular de rotação mantém-se, até o presente, confinada dentro da mencionada faixa de variação especificada (32 a 36 rpm).

Na Tabela 2 é apresentado os valores das coordenadas de atitude do SCD2 fornecidas pelo Centro de Controle de Satélites do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais para o período de 40 dias. Os dias em que o controle de atitude é acionado estão assinalados em amarelo.

Tabela 2 – Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE.

Dia	α INPE(°)	δ INPE(°)	W_INPE(rpm)	θ' INPE(°)
1/2/2002	281,7200	62,7400	34,5700	83,9311
2/2/2002	281,5300	62,9499	34,5900	84,1472
3/2/2002	281,3800	63,2019	34,6100	84,3397
4/2/2002	281,2800	63,4429	34,6300	84,5228
5/2/2002	280,0500	63,3900	34,6300	84,8004
6/2/2002	280,0600	63,4747	34,6200	84,8429
7/2/2002	280,0900	63,5517	34,6200	84,8752
8/2/2002	280,1300	63,6142	34,6100	84,8847
9/2/2002	280,1800	63,6780	34,6100	84,8778
10/2/2002	280,2500	63,7348	34,6000	84,8806
11/2/2002	280,3100	63,7863	34,6000	84,8683
12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800	85,2011
13/2/2002	278,7300	63,5146	34,4200	85,1854
14/2/2002	278,7400	63,4636	34,3700	85,1569
15/2/2002	278,7400	63,4090	34,3100	85,1537
16/2/2002	278,7200	63,3570	34,2600	85,0362
17/2/2002	278,6800	63,3160	34,2000	85,1465
18/2/2002	278,6300	63,2964	34,1400	85,1678
19/2/2002	278,5700	63,2926	34,0800	85,1732
20/2/2002	278,5000	63,3014	34,0200	85,2182
21/2/2002	278,4200	63,3170	33,9600	85,2437
22/2/2002	278,3300	63,3421	33,9000	85,2939
23/2/2002	278,2300	63,3590	33,8300	85,3446
24/2/2002	276,6000	61,2200	33,6900	85,0065
25/2/2002	276,4200	61,1443	33,6900	85,0664
26/2/2002	276,2000	60,9304	33,5500	85,1250
27/2/2002	275,9400	60,7028	33,4800	85,2245
28/2/2002	275,6400	60,4678	33,4000	85,3469
1/3/2002	273,7500	59,4002	33,4300	85,8989
2/3/2002	273,3900	59,1207	33,4100	86,0924
3/3/2002	272,9700	58,8507	33,3800	86,3097
4/3/2002	272,5200	58,5730	33,3500	86,5740
5/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400	87,0599
6/3/2002	271,1400	57,9950	33,3600	87,3923
7/3/2002	270,6300	57,7446	33,3800	87,7339
8/3/2002	270,0700	57,5159	33,4000	88,1348

9/3/2002	269,4900	57,3094	33,4200	88,5385
10/3/2002	268,8700	57,1157	33,4400	89,0128
11/3/2002	268,2400	56,9538	33,4600	89,4883
12/3/2002	267,8400	56,7966	33,5100	89,8643

9.2. Algoritmo para simulação computacional

O algoritmo para cada simulação realizada com atualização e sem atualização diária de dados pode ser esquematizado da forma a seguir:

1 – Supondo dois dias consecutivos quaisquer (i e $i+1$), tem-se para esses dias os dados de atitude e os elementos orbitais fornecidos pelo CCS/INPE, para a ascensão reta tem-se α_i e α_{i+1} , para declinação tem-se δ_i e δ_{i+1} e para a velocidade angular de rotação tem-se W_i e W_{i+1} , o mesmo valendo para os demais dados;

2 – Ao longo de cada dia tem-se aproximadamente 14 períodos orbitais dos satélites SCD1 e SCD2;

3 – Sejam para cada dia i :

- n o índice que faz a contagem dos períodos,

- α_i , δ_i e W_i os valores iniciais,

- $\alpha_{i,n}$, $\delta_{i,n}$ e $W_{i,n}$ os valores para um período n ;

4 – Utilizando as soluções apresentadas nas equações (7.14), (7.17) e (7.20) tem-se para o primeiro período, $n=1$:

$$W_{i,1} = \left(W_i + \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}} \right) e^{k_{,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}} \quad (9.1)$$

$$\delta_{i,1} = \delta_i + \left(k_{1d,1} - \frac{k_{,1} k_{2d,1}}{k_{1W,1}} \right) t + \frac{k_{2d,1}}{k_{1W,1}} \ln \frac{\left(W_i + \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}} \right) e^{k_{,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}}}{W_i} \quad (9.2)$$

$$\alpha_{i,1} = \alpha_i + \left(k_{1a,1} - \frac{k_{,1} k_{2a,1}}{k_{1W,1}} \right) t + \frac{k_{2a,1}}{k_{1W,1}} \ln \frac{\left(W_i + \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}} \right) e^{k_{,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{,1}}}{W_i} \quad (9.3)$$

5 – Atualizam-se a longitude do nodo ascendente e o argumento do pericentro, levando-se em consideração a influência principal do achatamento da Terra:

$$\Omega_{i,1} = \Omega_i + n_{\Omega}t \quad (9.4a)$$

$$\omega_{i,1} = \omega_i + n_{\omega}t \quad (9.4b)$$

$$n_{\Omega} = \frac{-1,5\mu^{1/2}J_2r_T^2 \cos(i)}{a_0^{7/2}(1-e^2)^2} \quad (9.4c)$$

$$n_{\omega} = -\frac{0,75 \mu^{1/2}J_2r_T^2 (1-5 \cos^2 i)}{a_0^{7/2}(1-e^2)^2} \quad (9.4d)$$

6 – Recalculam-se os coeficientes $k_{1a,n}$, $k_{2a,n}$, $k_{1d,n}$, $k_{2d,n}$, k_n e $k_{1W,n}$, dados pelas equações (7.14), (7.17) e (7.20) para os valores de $\alpha_{i,1}$, $\delta_{i,1}$, $W_{i,1}$, $\Omega_{i,1}$ e $\omega_{i,1}$;

7 – Calcula-se para o segundo período orbital ($n=2$):

$$W_{i,2} = (W_{i,1} + \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}}) e^{k_{1,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}} \quad (9.5)$$

$$\delta_{i,2} = \delta_{i,1} + (k_{1d,1} - \frac{k_{2,2} k_{2d,1}}{k_{1W,1}}) t + \frac{k_{2d,1}}{k_{1W,1}} \ln \frac{(W_{i,1} + \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}}) e^{k_{1,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}}}{W_{i,1}} \quad (9.6)$$

$$\alpha_{i,2} = \alpha_{i,1} + (k_{1a,1} - \frac{k_{2,2} k_{2a,1}}{k_{1W,1}}) t + \frac{k_{2a,1}}{k_{1W,1}} \ln \frac{(W_{i,1} + \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}}) e^{k_{1,1}t} - \frac{k_{1W,1}}{k_{1,1}}}{W_{i,1}} \quad (9.7)$$

8 – Repete-se os passos 5 até 7 para $n= 3, 4, 5, \dots, 14$, obtendo-se no final:

$$W_{i,14} = (W_{i,13} + \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}}) e^{k_{1,13}t} - \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}} \quad (9.8)$$

$$\delta_{i,14} = \delta_{i,13} + (k_{1d,13} - \frac{k_{2,2} k_{2d,13}}{k_{1W,13}}) t + \frac{k_{2d,13}}{k_{1W,13}} \ln \frac{(W_{i,13} + \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}}) e^{k_{1,13}t} - \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}}}{W_{i,13}} \quad (9.9)$$

$$\alpha_{i,14} = \alpha_{i,13} + (k_{1a,13} - \frac{k_{2,2} k_{2a,13}}{k_{1W,13}}) t + \frac{k_{2a,13}}{k_{1W,13}} \ln \frac{(W_{i,13} + \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}}) e^{k_{1,13}t} - \frac{k_{1W,13}}{k_{1,13}}}{W_{i,13}} \quad (9.10)$$

9 – Os resultados obtidos no passo 8, que fornecem os valores $\alpha_{i,14}$, $\delta_{i,14}$ e $W_{i,14}$, são então comparadas com α_{i+1} , δ_{i+1} e W_{i+1} ;

1ª Abordagem:

10 – O processo se reinicia para os dias $i+1$ e $i+2$, atualizando também todos os demais dados necessários fornecidos pelo CCS e se repete para todos os demais dias considerados, o que corresponde neste trabalho à $i = 1, 2, 3, \dots, 40$. (CHIARADIA, 2007).

2ª Abordagem:

11 - O processo se reinicia para os dias $i+1$ e $i+2$, não realizando as atualizações dos dados da atitude (W, α, δ) da órbita e nem dos elementos orbitais (Ω, w) sendo usados os valores obtidos pela teoria no propagador de atitude. São atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo INPE, o momento residual (M_s), o parâmetro de Foucault (p), e os elementos orbitais (a, e, I). Repete-se este processo para todos os demais dias considerados, o que corresponde neste trabalho à $i = 1, 2, 3, \dots, 40$.

9.3. Abordagem com atualização diária de dados de atitude e órbita

Nesta primeira abordagem tanto os elementos orbitais quanto a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação são atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido juntamente com os elementos orbitais, momento magnético residual e o parâmetro de Foucault. Os resultados obtidos a partir no modelo teórico através das simulações são comparados com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e analisados de modo a verificar se a precisão requerida pelo INPE é atendida, o que corresponde aos erros em angulares serem menores do que $0,5^\circ$ e o erro em velocidade angular de rotação ser menor do que 0,5 rpm.

É importante salientar que o efeito conjunto dos torques não ocorre apenas nas soluções analíticas para α, δ e W , mas também no propagador de atitude quando todos os coeficientes envolvidos nas soluções analíticas são recalculados a cada período orbital.

9.3.1 RESULTADOS PARA O SCD1

As Figuras 14, 15, 16 e 20 apresentam a comparação entre os resultados da implementação numérica da teoria com TMR, TMI, TGG e TA acoplados os dados reais fornecidos pelo INPE (indicados com o índice INPE) com abordagem de atualização diária, respectivamente, para a ascensão reta, declinação do eixo de rotação, velocidade angular de rotação e o ângulo de aspecto solar. O período de simulação foi de 40 dias, correspondentes ao período de 24/07/1993 a 01/09/1993. O valor da densidade atmosférica foi calculado com o modelo TD88 para cada dia, sendo que no apêndice A encontram-se os valores dos parâmetros necessários para os cálculos da densidade atmosférica. Baseado na análise realizada por Chiaradia (2010), o valor da margem estática para implementação computacional foi de 0,1m ($m_e=0,1m$), ou seja, foi considerada a posição do centro de pressão na direção do eixo de rotação, com $m_{e_z}=0,1m$ e $m_{e_x}=m_{e_y}=0m$. Os dados de referência para a atitude fornecida pelo INPE se encontram na Tabela 1, enquanto os valores das coordenadas da atitude calculados pela teoria encontram se na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores de α , δ , W e θ' do SCD1 calculados pelo modelo teórico.

SCD1	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	W(rpm)	$\theta'(^{\circ})$
24/07/93	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/07/93	234,3939	77,1920	91,0704	75,1096
26/07/93	234,1107	77,6024	91,0297	74,8908
27/07/93	234,0284	77,9861	91,0216	74,7357
28/07/93	234,1446	78,3288	90,9993	74,6446
29/07/93	234,5292	75,3956	91,0623	75,6813
30/07/93	235,1482	78,8019	91,0113	74,6976
31/07/93	235,9718	78,9909	90,9532	74,8030
01/08/93	237,0464	79,1847	90,8531	74,9532
02/08/93	238,4058	79,4410	90,7125	75,1338
03/08/93	240,2496	79,6595	90,5769	75,4063
04/08/93	242,3206	80,0145	90,3712	75,6641
05/08/93	245,4348	80,6680	89,9498	75,9621
06/08/93	247,9815	81,0225	89,6205	76,2526
07/08/93	250,7788	81,3731	89,2837	76,5602
08/08/93	253,8482	81,6530	88,9666	76,9125
09/08/93	257,0566	81,8891	88,6969	77,2812
10/08/93	260,3769	82,0424	88,4570	77,6849
11/08/93	263,6375	82,1477	88,2863	78,0914
12/08/93	266,7460	82,2075	88,1455	78,4943
13/08/93	269,6833	82,2580	88,0229	78,8752
14/08/93	272,3640	82,2579	87,9059	79,2530
15/08/93	275,4195	82,3214	87,7296	79,6242
16/08/93	277,0738	82,2400	87,5550	79,9428
17/08/93	278,5190	82,0692	87,3683	80,3001
18/08/93	279,7357	81,7950	87,1649	80,7041
19/08/93	280,6977	81,4429	86,9536	81,1333
20/08/93	281,4808	81,0118	86,7490	81,5939

21/08/93	282,0261	80,5544	86,5485	82,0402
22/08/93	282,4114	80,0878	86,3538	82,4658
23/08/93	282,5778	79,6617	86,1783	82,8270
24/08/93	282,5495	79,3714	86,0086	83,0640
25/08/93	283,4037	79,1523	85,8371	83,3777
26/08/93	282,9309	78,8319	85,7543	83,5505
27/08/93	282,3670	78,5778	85,6839	83,6527
28/08/93	281,7092	78,3790	85,6163	83,6920
29/08/93	280,9688	78,2092	85,5451	83,6866
30/08/93	280,1470	78,0491	85,4813	83,6475
31/08/93	279,2642	77,9012	85,4181	83,5765
01/09/93	278,3205	77,7840	85,3550	83,4655

Na Tabela 4, no período de 40 dias, são apresentados os valores das diferenças entre os valores calculados e os valores reais para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, a velocidade angular de rotação e o ângulo de aspecto solar, assim como os valores obtidos para o erro de apontamento no período. Nesta tabela são também incluídos a média e o desvio padrão para cada variável no período.

Tabela 4 – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de α , δ , W , θ' e θ para o SCD1.

SCD1	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
24/07/93	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/07/93	-0,6539	0,4104	-0,3604	-0,3218	0,5179
26/07/93	-0,5707	0,3837	-0,4097	-0,2880	0,5022
27/07/93	-0,4984	0,3427	-0,5016	-0,2713	0,5239
28/07/93	-0,4146	-2,9332	-0,5793	-0,2736	0,6067
29/07/93	-0,3892	3,4063	-0,7323	-1,3520	3,9553
30/07/93	-0,3182	0,1890	-0,7813	-0,3567	0,9799
31/07/93	-0,1718	0,1938	-0,8332	-0,3966	1,2095
01/08/93	0,0736	0,2563	-0,8331	-0,4191	1,4154
02/08/93	0,4142	0,2185	-0,8025	-0,4154	1,5506
03/08/93	0,6404	0,3550	-0,7669	-0,4462	1,6838
04/08/93	1,7194	0,6535	-0,8312	-0,3891	1,8650
05/08/93	1,1852	0,3545	-0,5998	-0,3807	1,4627
06/08/93	1,5485	0,3506	-0,4605	-0,3189	1,3264
07/08/93	1,9612	0,2799	-0,3137	-0,2281	1,1405
08/08/93	2,3018	0,2361	-0,1766	-0,1501	0,9791
09/08/93	2,6434	0,1533	-0,1069	-0,0451	0,7952
10/08/93	2,8231	0,1053	-0,0470	0,0441	0,6409
11/08/93	2,9125	0,0598	-0,0663	0,1568	0,4877
12/08/93	2,9540	0,0505	-0,1155	0,2773	0,4052
13/08/93	2,8567	-0,0001	-0,1729	0,4284	0,4371
14/08/93	3,3860	0,0635	-0,2959	0,6206	0,6207
15/08/93	2,0305	-0,0814	-0,3096	0,6774	0,7565
16/08/93	1,8262	-0,1708	-0,3150	0,7762	0,9080

17/08/93	1,5710	-0,2743	-0,3083	0,8233	0,9960
18/08/93	1,2743	-0,3520	-0,2849	0,8004	0,9937
19/08/93	1,0423	-0,4311	-0,2436	0,7356	0,9274
20/08/93	0,7592	-0,4575	-0,2090	0,6151	0,7915
21/08/93	0,5439	-0,4666	-0,1785	0,4826	0,6311
22/08/93	0,2886	-0,4260	-0,1438	0,3308	0,4506
23/08/93	0,0922	-0,2904	-0,1383	0,2127	0,3122
24/08/93	0,9505	-0,2191	-0,1286	0,2325	0,2326
25/08/93	-0,3937	-0,3203	-0,0371	0,0673	0,2157
26/08/93	-0,5009	-0,2542	-0,0243	0,0015	0,1641
27/08/93	-0,6070	-0,1988	-0,0239	-0,0417	0,1553
28/08/93	-0,6992	-0,1698	-0,0363	-0,0571	0,1786
29/08/93	-0,7888	-0,1602	-0,0351	-0,0689	0,2073
30/08/93	-0,8570	-0,1479	-0,0413	-0,0843	0,2263
31/08/93	-0,9242	-0,1172	-0,0481	-0,1138	0,2293
01/09/93	-0,9605	-0,1037	-0,0450	-0,1322	0,2338
Média =	0,7263	0,0122	-0,3084	0,0183	0,7929
Desvio =	1,3160	0,7724	0,2756	0,4507	0,6967

As Figuras 17, 18, 19 e 21 apresentam o comportamento das diferenças entre os resultados obtidos pela teoria (α , δ , W , θ e θ') e os dados fornecidos pelo INPE.

As médias dos erros obtidos em módulo, foram:

de $(0,7263^\circ \pm 1,3160^\circ)$ para ascensão reta,

de $(0,0122^\circ \pm 0,7724^\circ)$ para declinação do eixo de rotação,

de $(0,3084\text{rpm} \pm 0,2756\text{rpm})$ para a velocidade angular de rotação,

de $(0,0183^\circ \pm 0,4507^\circ)$ para a diferença entre o ângulo de aspecto solar com dados do INPE e o valor obtido pela teoria,

de $(0,7929^\circ \pm 0,6967^\circ)$ para o erro de apontamento.

9.3.1.1 Ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade angular de rotação

Observa-se que o comportamento da ascensão reta calculada pela teoria se defasa da ascensão reta real para quase todo o período da simulação devido as aproximações realizadas (com exceção do 4º ao 10º dia), enquanto que para a declinação apenas nos

5°, 6° e o 12° dias ocorre uma defasagem acima dos 0,5°, ultrapassando a tolerância requerida pelo INPE. Já o comportamento da velocidade de rotação calculado acompanha o comportamento real, com o erro médio da diferença entre o real e calculado em torno de 0,3084rpm e permanecendo dentro da precisão do CCS/INPE de 0,5rpm. Saliente-se que o TMR e o TA não estão afetando a velocidade de rotação do satélite, pois seus componentes no eixo z são nulos devido as considerações realizadas nesta dissertação.

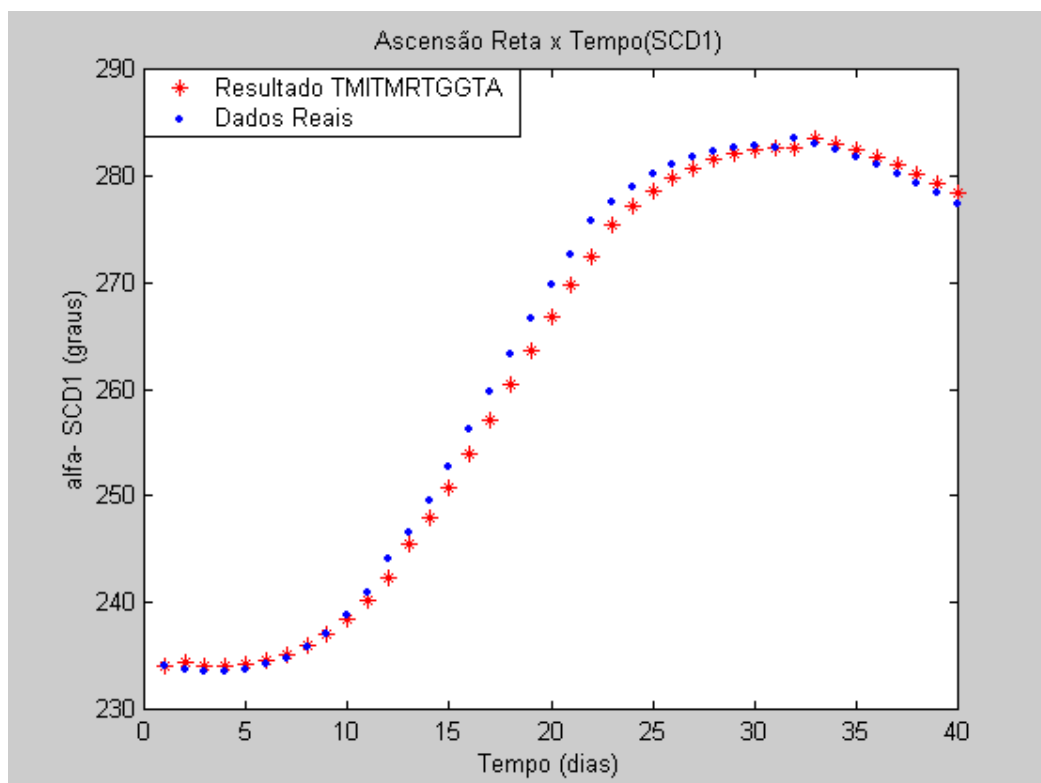


Figura 14 – Comparação do comportamento de α e α_{INPE} em 40 dias (SCD1).

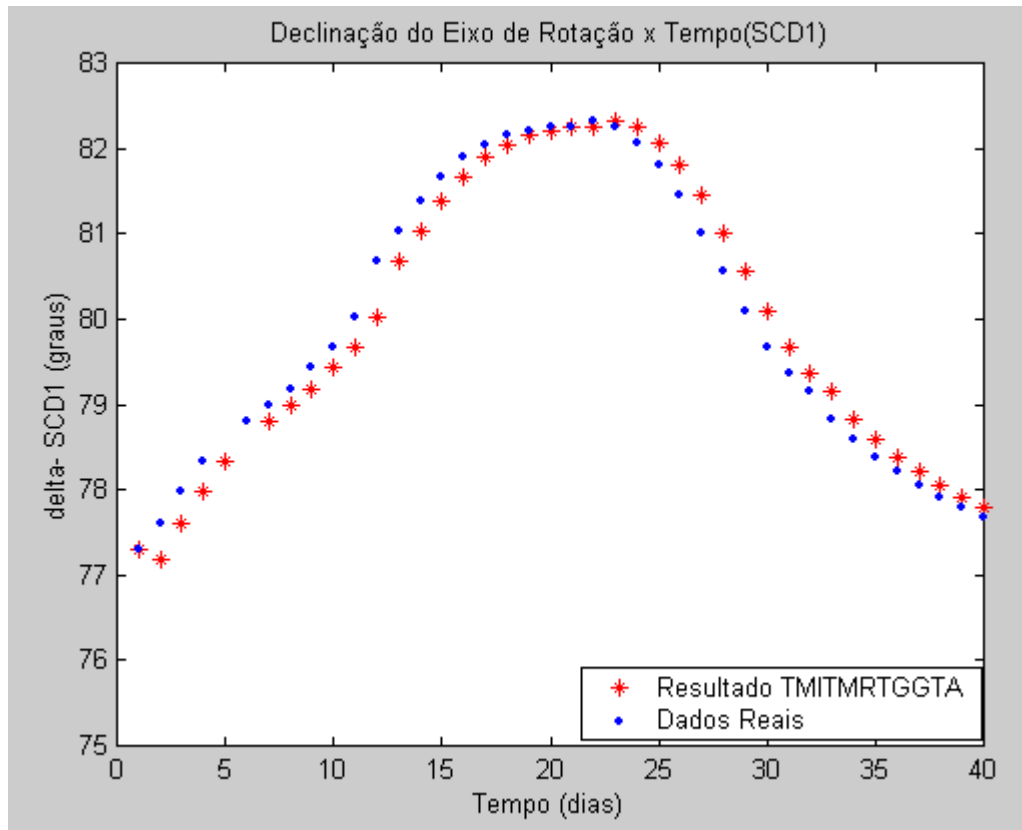


Figura 15 – Comparação do comportamento de δ e δ_{INPE} em 40 dias (SCD1).

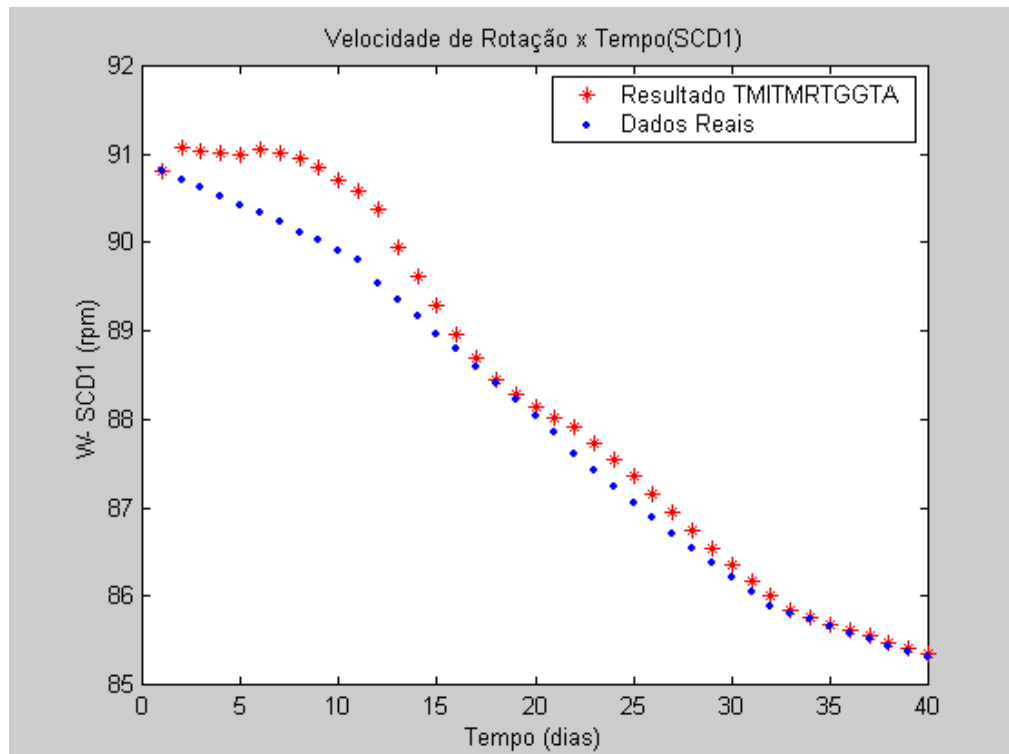


Figura 16 – Comparação do comportamento de W e W_{INPE} em 40 dias (SCD1).

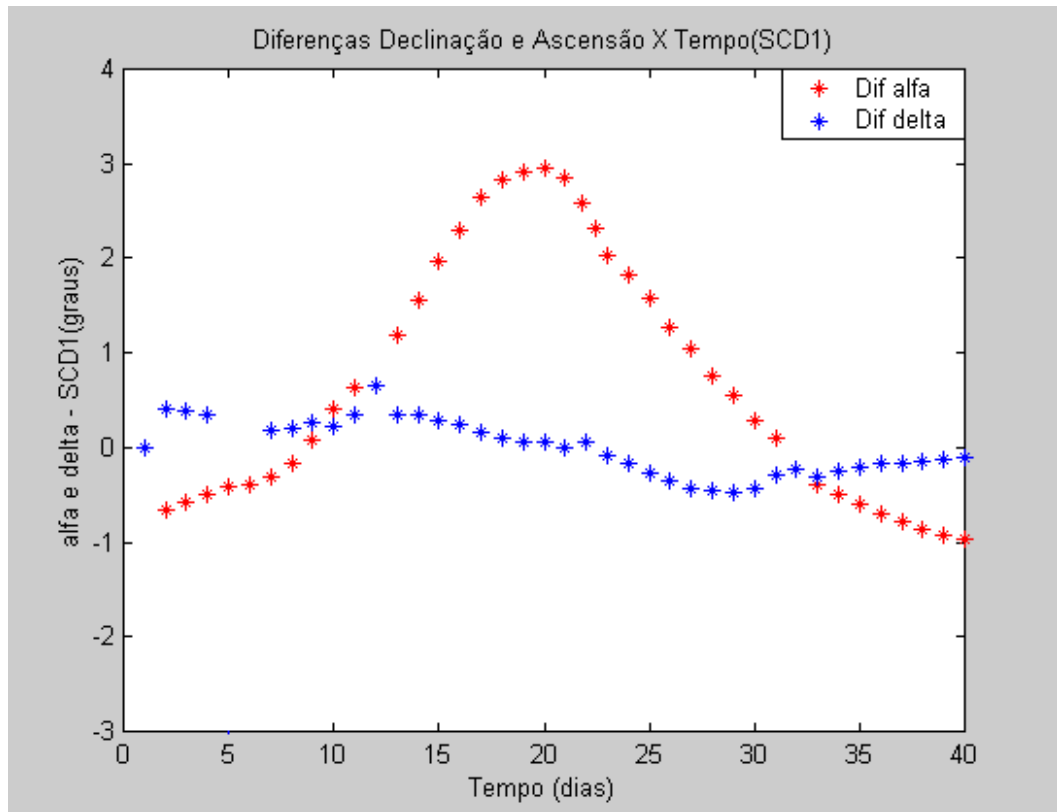


Figura 17 – Comportamento de $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ em 40 dias (SCD1).

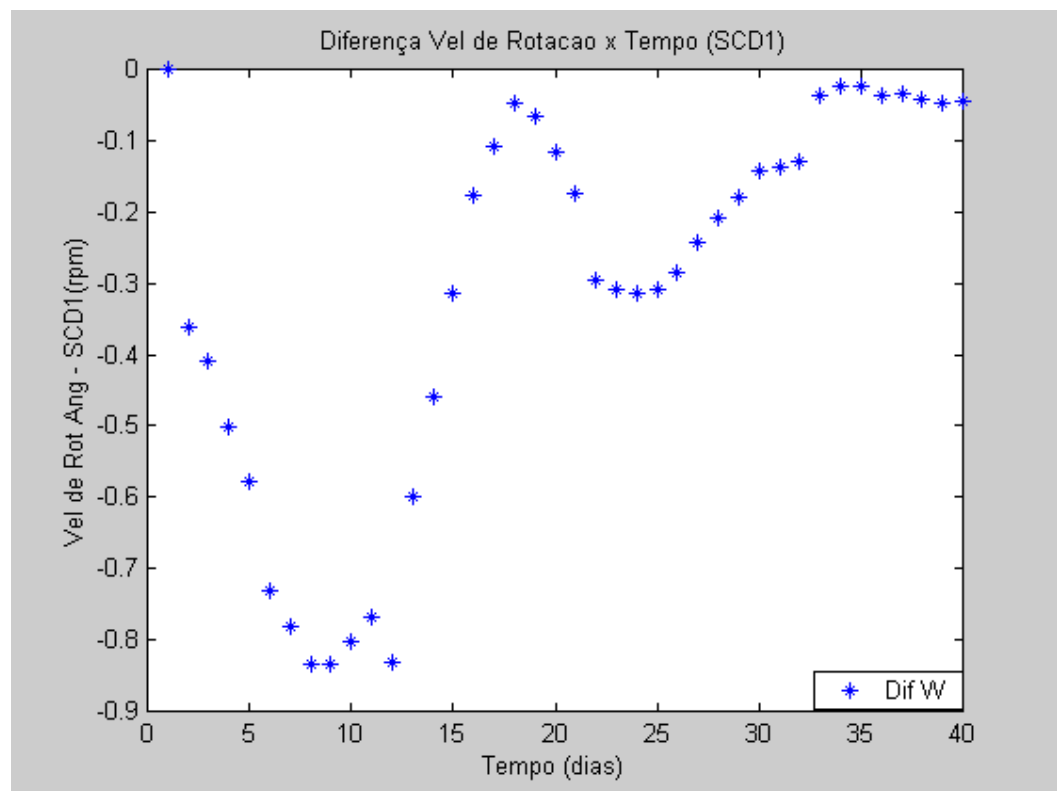


Figura 18 – Comportamento da ΔW em 40 dias (SCD1).

9.3.1.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

O erro de apontamento (desvio angular entre eixo de rotação calculado e eixo de rotação real) obtido, levando-se em conta a influência dos torques TMI, TMR, TGG e TA conjuntamente, é calculado utilizando a ascensão reta e declinação do eixo de rotação fornecida pelo CCS/INPE para o período de 40 dias e os respectivos valores calculados pela teoria, utilizando a equação (8.9).

A Figura 19 mostra o comportamento do erro de apontamento para um período de 40 dias. Podese observar que no 6º dia e do 22º ao 28º dia os resultados apresentam valores acima dos 0,5º, portanto acima da tolerância requerida. Porém a partir do 29º dia os resultados obtidos ficam dentro da precisão requerida, com a média e desvio padrão do erro de apontamento para estes 11 últimos dias assumindo o valor de $0,2697^\circ \pm 0,1384^\circ$.

Os resultados das simulações do ângulo de aspecto solar comparam os valores calculados com os dados reais fornecidos pelo CCS/INPE e com os valores calculados com a teoria, através da equação (8.17). Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice C.

O comportamento temporal do ângulo de aspecto solar está representado na Figura 20 para os dados reais e para os valores simulados. No Capítulo 8 foi dito que a restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1 está entre $60^\circ < \theta' < 90^\circ$, portanto para este intervalo de simulação o ângulo de aspecto solar se manteve dentro do intervalo desejado.

A Figura 21 apresenta a diferença entre o valor real e o valor simulado para o ângulo de aspecto solar. Os resultados obtidos mostram que, a média do erro da diferença entre o valor real e o valor simulado ($\theta'_{\text{INPE}} - \theta'$) é de $0,0183^\circ \pm 0,4507^\circ$. Apenas nos dias 29/07/93 e no período 14/08/93 a 20/08/93 a variação do ângulo de

aspecto solar apresentaram valores iguais $-1,3520^\circ$ e $0,7212^\circ$, respectivamente, ou seja, um resultado acima do exigido para precisão do CCS.

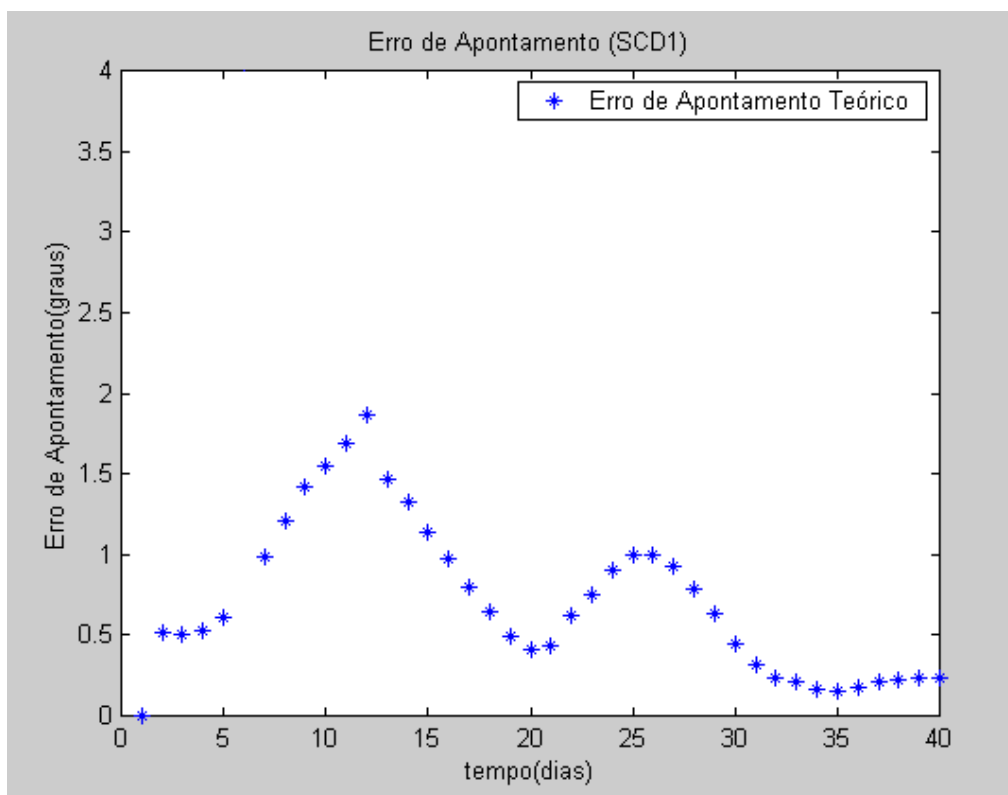


Figura 19 – Comportamento de θ em 40 dias (SCD1).

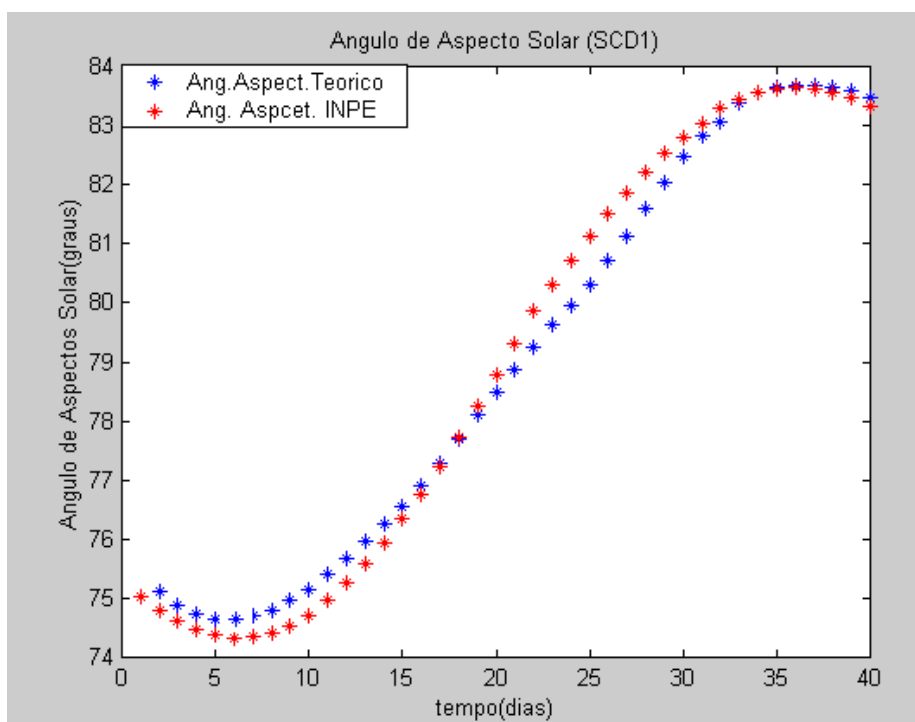


Figura 20 –Comportamento do ângulo de aspecto solar θ^* e θ^*_{INPE} (SCD1).

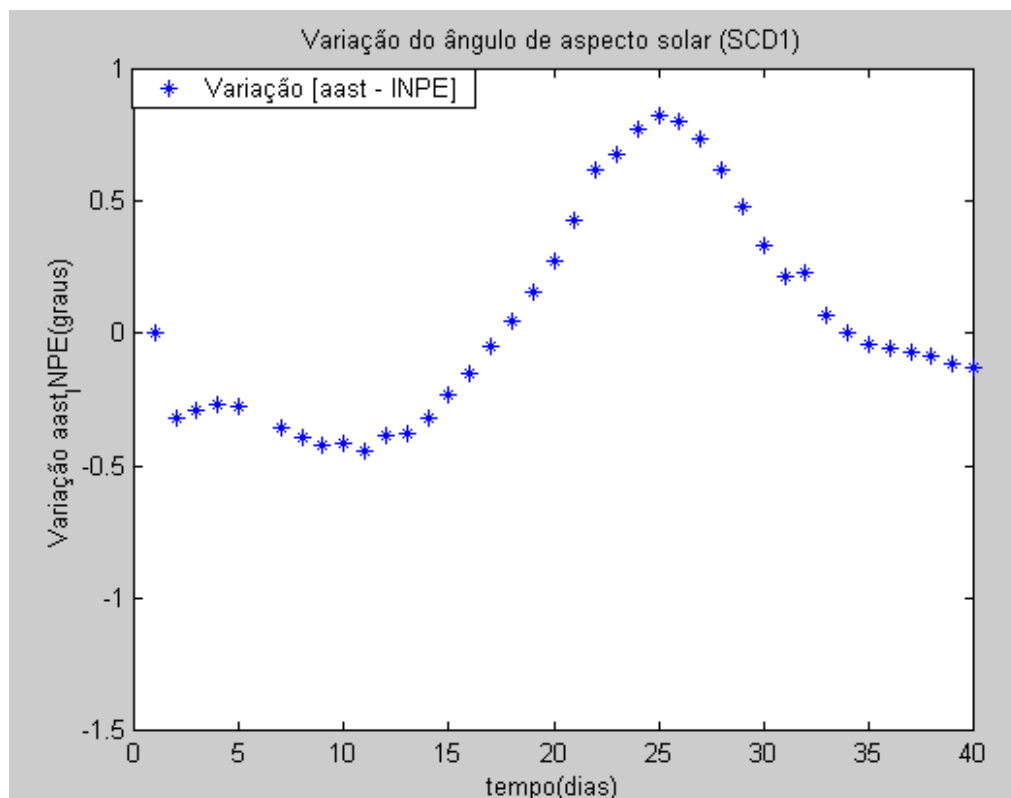


Figura 21 – Comportamento de $\Delta\theta'$ em 40 dias (SCD1).

9.3.2 RESULTADOS PARA O SCD2

As Figuras 22, 23 e 24 apresentam para o SCD2 a comparação entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo INPE para a ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade angular de rotação, respectivamente, para 40 dias correspondentes ao período de 01/02/02 a 12/03/02. As discontinuidades observadas nestas figuras ocorrem, pois o satélite SCD2 possui um sistema autônomo de controle de atitude. Nos dias referentes às discontinuidades são realizadas manobras de atitude para que o valor da velocidade angular de rotação fique compreendido entre 32 e 37 rpm. A Tabela 5 representa os valores calculados pela teoria no período de 40 dias das coordenadas de atitude do SCD2 assim como os valores para cada dia do ângulo de aspecto solar.

Tabela 5 – Comportamento temporal da ascensão reta, declinação do eixo de rotação, velocidade angular de rotação e ângulo de aspecto solar para o SCD2.

DiaSCD2	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	W(rpm)	$\theta(^{\circ})$
01/02/02	281,7000	62,7400	34,5700	83,9311
02/02/02	281,7000	62,7400	34,5702	83,9042
03/02/02	281,5391	62,9496	34,5903	84,0843
04/02/02	281,3833	63,2015	34,6102	84,3101
05/02/02	281,2747	63,4430	34,6296	84,5105
06/02/02	280,0500	63,3900	34,6295	84,7913
07/02/02	280,0536	63,4747	34,6192	84,8432
08/02/02	280,0839	63,5517	34,6191	84,8767
09/02/02	280,1258	63,6142	34,6090	84,8821
10/02/02	280,1789	63,6780	34,6091	84,9079
11/02/02	280,2551	63,7348	34,5993	84,9103
12/02/02	280,3349	63,7863	34,5996	84,9085
13/02/02	278,7100	63,4700	34,4802	85,2055
14/02/02	278,7642	63,5146	34,4210	85,2119
15/02/02	278,7815	63,4636	34,3721	85,1877
16/02/02	278,7863	63,4090	34,3133	85,0447
17/02/02	278,7703	63,3570	34,2645	85,1318
18/02/02	278,7292	63,3160	34,2054	85,1362
19/02/02	278,6787	63,2964	34,1464	85,1378
20/02/02	278,6144	63,2926	34,0870	85,1894
21/02/02	278,5377	63,3014	34,0272	85,2291
22/02/02	278,4489	63,3170	33,9670	85,2916
23/02/02	278,3497	63,3421	33,9064	85,3589
24/02/02	278,2408	63,3590	33,8355	85,4304
25/02/02	276,6000	61,2200	33,6934	85,0806
26/02/02	276,4182	61,1443	33,6926	85,1750
27/02/02	276,1961	60,9305	33,5518	85,2485
28/02/02	275,9353	60,7030	33,4811	85,3336
01/03/02	275,6377	60,4684	33,4005	85,4478
02/03/02	273,7508	59,4044	33,4301	86,0240
03/03/02	273,3858	59,1068	33,4100	86,1960
04/03/02	272,9660	58,8367	33,3800	86,4360
05/03/02	272,5167	58,5607	33,3500	86,7020
06/03/02	271,6300	58,2500	33,3400	87,2060
07/03/02	271,1390	57,9972	33,3601	87,5276
08/03/02	270,6275	57,7460	33,3801	87,8894
09/03/02	270,0662	57,5173	33,4001	88,2709
10/03/02	269,4850	57,3123	33,4201	88,7152
11/03/02	268,8624	57,1147	33,4399	89,1750
12/03/02	268,2323	56,9535	33,4597	89,6702

Esta dissertação não inclui os torques de controle para a manutenção da velocidade de rotação, ou seja o propagador de atitude não conseguiria acompanhar as correções em W , α e δ . Assim nestes dias o propagador de atitude é reiniciado, correspondendo a assumir os valores fornecidos pelo CCS. Portanto, nos dias 01/02/02, 05/02/02, 12/02/02, 24/02/02 e 05/03/02 os valores da ascensão reta,

declinação do eixo de rotação, e velocidade rotação obtidos da teoria devem ser substituídos pelos valores fornecidos pelo CCS/INPE.

As Figuras 25 e 26 apresentam o comportamento da diferença entre os resultados obtidos pela teoria e os dados do INPE para ascensão reta e declinação do eixo de rotação e para a velocidade angular de rotação, respectivamente.

Na Tabela 6 são apresentados os valores das diferenças entre os valores calculados e os valores de referência do INPE para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, velocidade de rotação, ângulo de aspecto solar e os valores do erro de apontamento, da simulação obtida a partir do modelo teórico. Desta maneira temos acesso aos valores para cada dia e o valor médio junto com os respectivos desvios.

Tabela 6 – Valores de $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, ΔW , $\Delta\theta'$ e θ do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.

Dia-SCD2	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
01/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
02/02/02	-0,1700	0,2096	0,0198	0,2255	0,2522
03/02/02	-0,1591	0,2519	0,0197	0,2546	0,2702
04/02/02	-0,1033	0,2415	0,0198	0,2273	0,2331
05/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/02/02	0,0100	0,0847	-0,0095	0,0648	0,0701
07/02/02	0,0364	0,0770	0,0008	0,0493	0,0576
08/02/02	0,0461	0,0625	-0,0091	0,0337	0,0349
09/02/02	0,0542	0,0638	0,0010	0,0308	0,0288
10/02/02	0,0711	0,0568	-0,0091	0,0192	0,0325
11/02/02	0,0549	0,0516	0,0007	0,0193	0,0424
12/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/02/02	0,0200	0,0446	-0,0602	0,0227	0,0219
14/02/02	-0,0242	-0,0511	-0,0510	-0,0267	0,0953
15/02/02	-0,0415	-0,0546	-0,0621	-0,0220	0,0759
16/02/02	-0,0663	-0,0520	-0,0533	-0,0104	0,0573
17/02/02	-0,0903	-0,0409	-0,0645	0,0062	0,0487
18/02/02	-0,0992	-0,0196	-0,0654	0,0236	0,0450
19/02/02	-0,1087	-0,0038	-0,0664	0,0370	0,0493
20/02/02	-0,1144	0,0088	-0,0670	0,0468	0,0562
21/02/02	-0,1177	0,0156	-0,0672	0,0516	0,0737
22/02/02	-0,1189	0,0251	-0,0670	0,0568	0,0937
23/02/02	-0,1197	0,0169	-0,0764	0,0518	0,1243
24/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/02/02	-0,1800	-0,0757	-0,0034	0,0362	0,2089
26/02/02	-0,2182	-0,2139	-0,1426	-0,0091	0,3317
27/02/02	-0,2561	-0,2275	-0,0718	0,0061	0,3347
28/02/02	-0,2953	-0,2346	-0,0811	0,0262	0,3180
01/03/02	-1,8877	-1,0640	0,0295	0,4518	1,4420
02/03/02	-0,3608	-0,2977	-0,0201	0,0647	0,3474
03/03/02	-0,4158	-0,2701	-0,0300	0,1097	0,3422
04/03/02	-0,4460	-0,2760	-0,0300	0,1314	0,3532

05/03/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/03/02	-0,4900	-0,2528	0,0200	0,1786	0,3598
07/03/02	-0,5090	-0,2512	0,0199	0,1991	0,3666
08/03/02	-0,5575	-0,2287	0,0199	0,2394	0,3744
09/03/02	-0,5762	-0,2050	0,0199	0,2632	0,3732
10/03/02	-0,6150	-0,1976	0,0199	0,2951	0,3897
11/03/02	-0,6224	-0,1612	0,0201	0,3126	0,3811
12/03/02	-0,3923	-0,1606	0,0503	0,1968	0,2822
media =	-0,2216	-0,0782	-0,0211	0,0916	0,1992
desvio =	0,3422	0,2149	0,0420	0,1152	0,2483

As médias dos erros obtidas foram:

de $-0,2216^\circ \pm 0,3422^\circ$ para variação da ascensão reta;

de $-0,0782^\circ \pm 0,2149^\circ$ para variação da declinação do eixo de rotação;

de $-0,0211\text{rpm} \pm 0,0420\text{rpm}$ para variação da velocidade angular de rotação;

de $0,0916^\circ \pm 0,1152^\circ$ para a diferença do ângulo de aspecto solar real e simulado;

de $0,1992^\circ \pm 0,2483^\circ$ para variação do erro de apontamento.

9.3.2.1 Ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade angular rotacional para o SCD2

Observa-se que as maiores aproximações entre os resultados obtidos e os dados fornecidos pelo INPE ocorreram nos intervalos de tempo em que os dados de atitude do SCD2 tiveram suas menores variações. A ordem de grandeza dos torques considerados para o SCD2 é pequena, da ordem de $2,0014 \times 10^{-6} \text{N.m}$, que corresponde a um valor médio para k_{1a} , k_{2a} , k , k_{1d} e k_{2d} , respectivamente $-1,5652 \times 10^{-9}$, $-0,3685$, $-1,4622 \times 10^{-9}$, $4,6488 \times 10^{-9}$ e $-0,4052$. Os erros médios foram menores que aqueles obtidos pelo SCD1, devido a reinício do propagador de atitude nos dias de atuação do controle.

Assim de acordo com a Figura 25, para o SCD2 os erros em ascensão reta e declinação do eixo de rotação permanecem dentro da precisão de $0,5^\circ$ requerida pela

CCS, o mesmo ocorrendo com os erros obtidos para velocidade angular de rotação, a precisão se encontra na faixa de $-0,0211\text{rpm} \pm 0,0420\text{rpm}$, de acordo com a Tabela 6.

Apenas do dia 01/03/02 o erro associado a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação atingirem um valor acima do grau de precisão exigido para missões espaciais, que foram de $-1,8877^\circ$ e $-1,0640^\circ$, respectivamente.

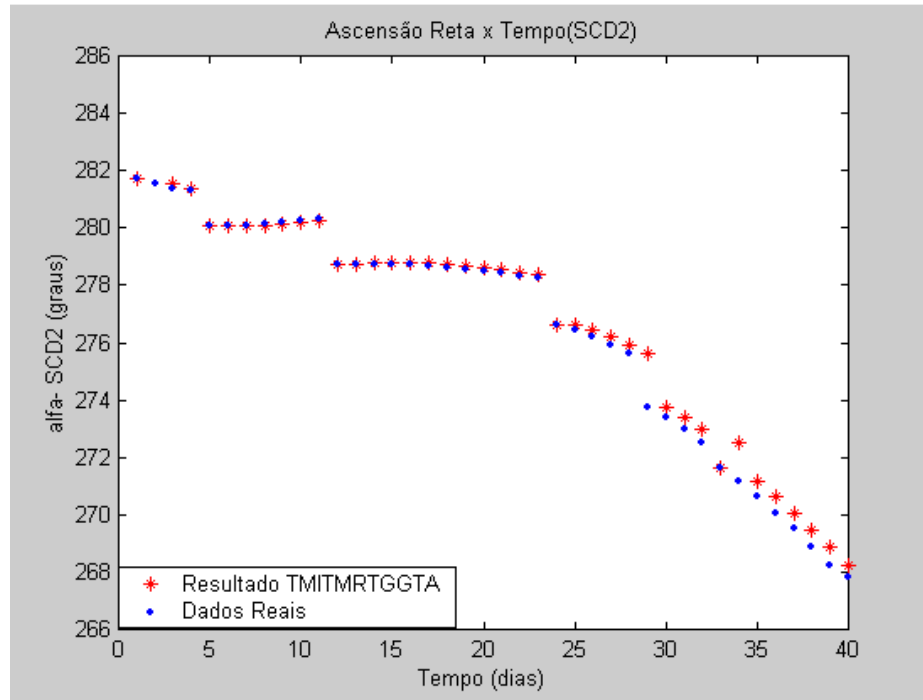


Figura 22 – Comparação do comportamento de α e α_{INPE} em 40 dias (SCD2).

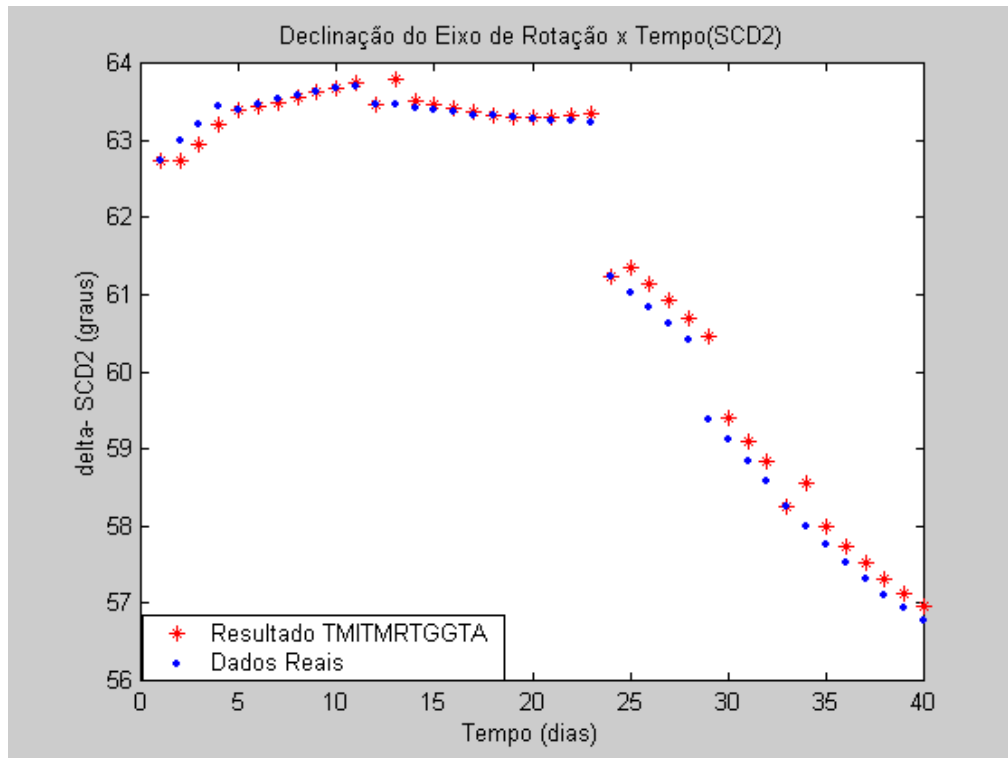


Figura 23 – Comparação do comportamento de δ e δ_{INPE} em 40 dias (SCD2).

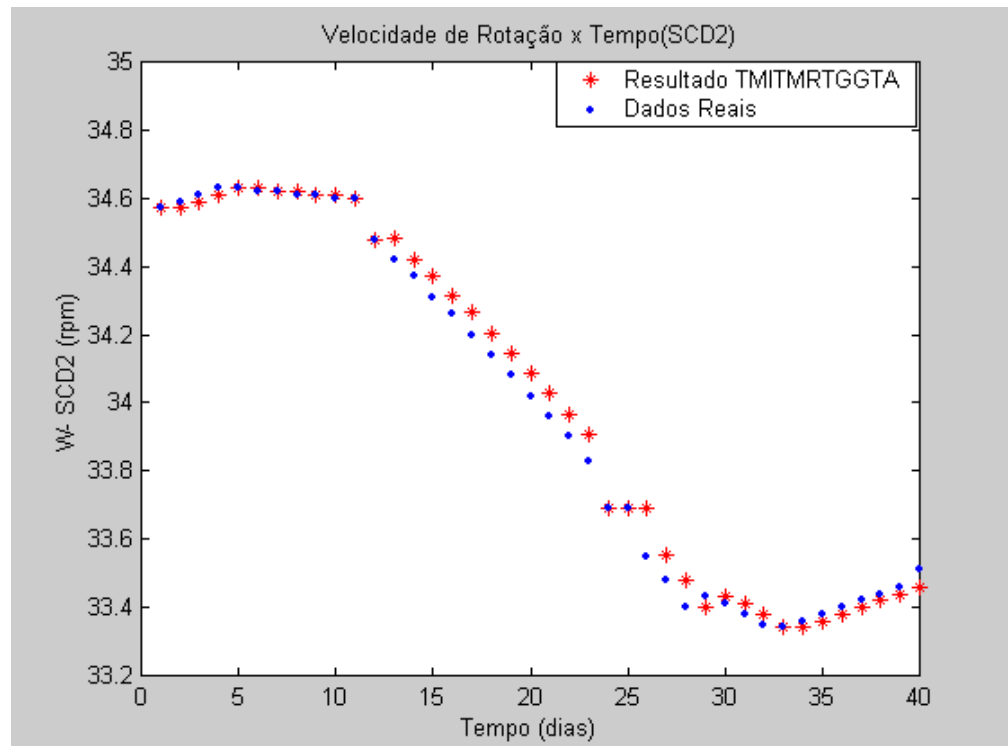


Figura 24 – Comparação do comportamento de W e W_{INPE} em 40 dias (SCD2).

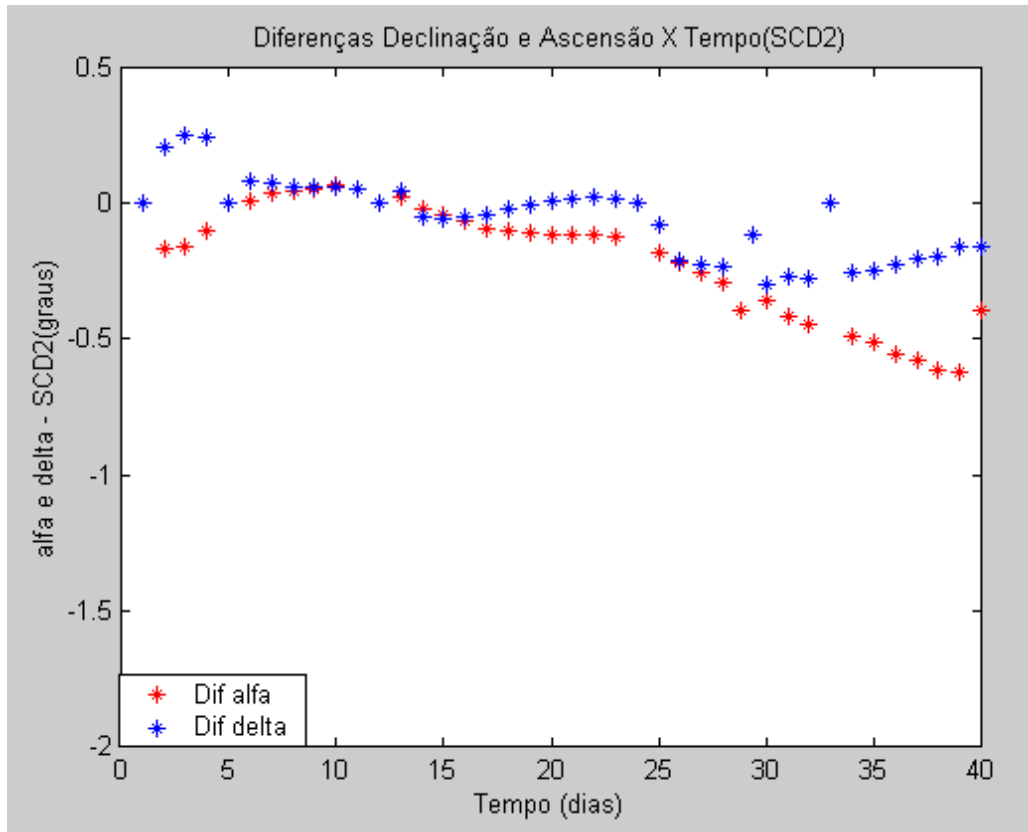


Figura 25 – Comparação do comportamento de $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ em 40 dias (SCD2).

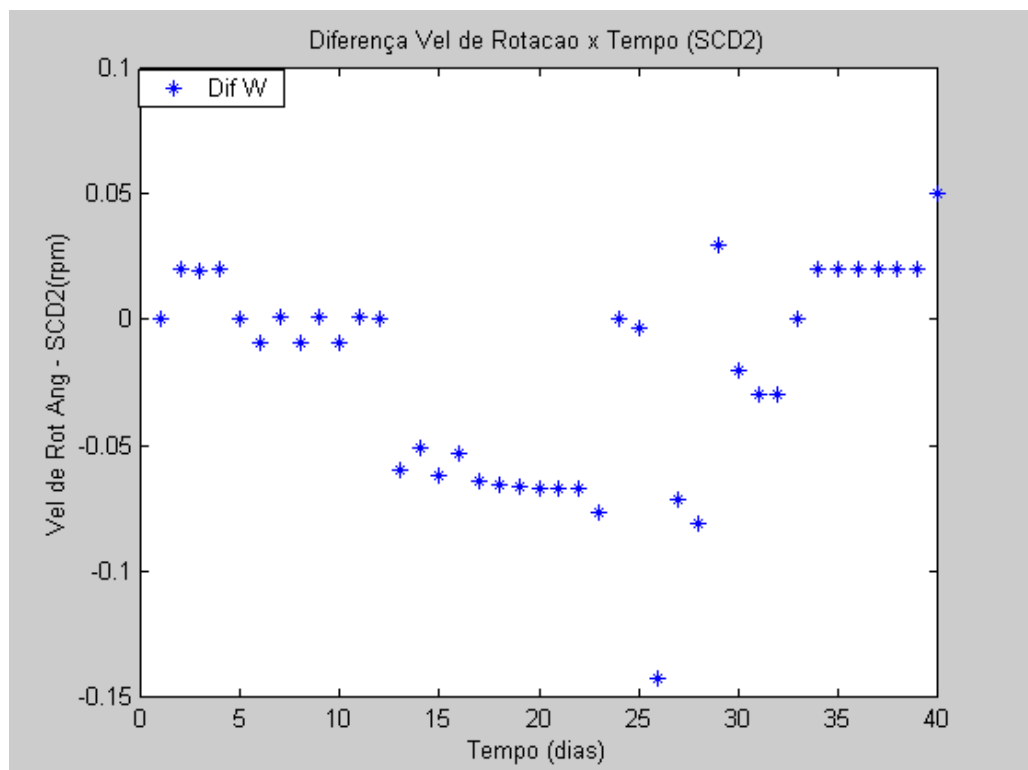


Figura 26 – Comparação do comportamento de ΔW em 40 dias (SCD2).

9.3.2.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar com o SCD2

Os valores que mostram o erro de apontamento igual a zero correspondem aos dias em que foi efetuado o controle de atitude pelo CCS/INPE. A Figura 27 mostra o comportamento do erro de apontamento no período de 40 dias.

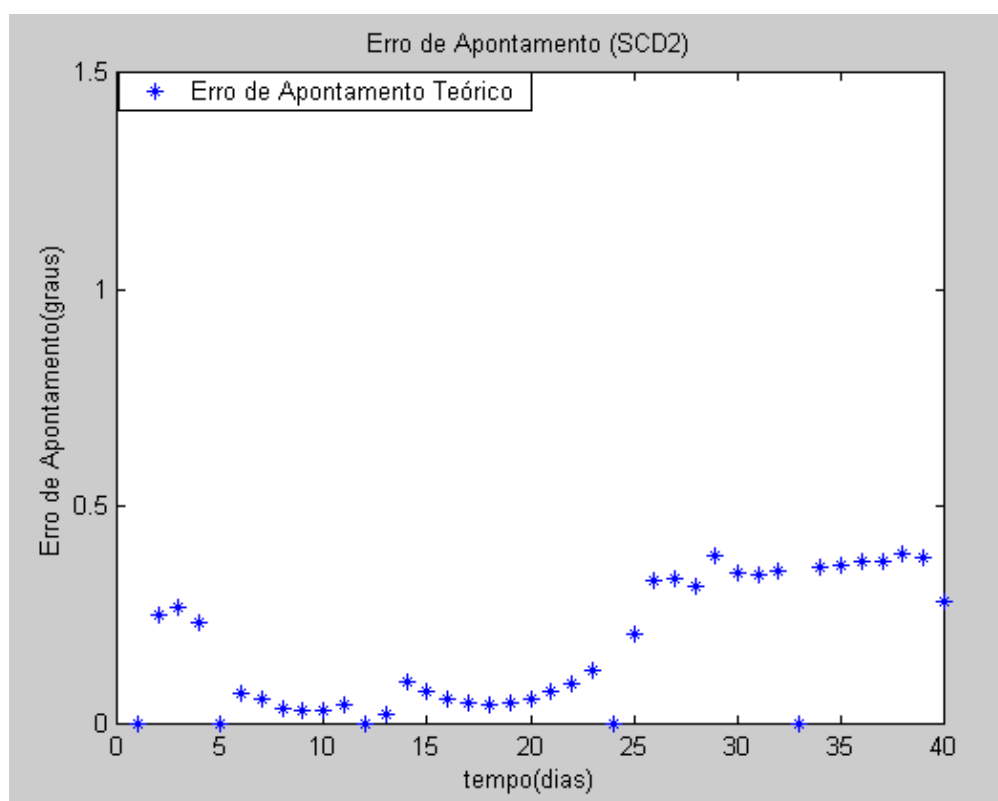


Figura 27 - Comportamento de θ em 40 dias (SCD2).

A média do erro de apontamento obtido na simulação para o SCD2 foi melhor que aquela obtida para o SCD1, valendo $0,1992^\circ$ com desvio padrão de $0,2483^\circ$.

Do mesmo modo que para o SCD1, os resultados das simulações para o ângulo de aspecto solar mostram a comparação entre o valor computado com dados reais e com valores simulados pela teoria. Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice C.

As Figuras 28 e 29 mostram o ângulo de aspecto solar real comparado com o calculado pela teoria e as diferenças entre o real e o simulado, respectivamente.

Os resultados obtidos com o SCD2 mostram que o ângulo de aspecto solarsimulado pela teoria fica na faixa pré-estabelecida para este satélite($80^\circ < \theta' < 100^\circ$). Pela Figura 28 observa-se que este ângulo variou entre $83,9042^\circ$ e $89,6702^\circ$. A média da diferença ($\theta'_{INPE} - \theta'$) é menor do que o SCD1 e vale $0,0916^\circ$, como consta na Tabela 6.

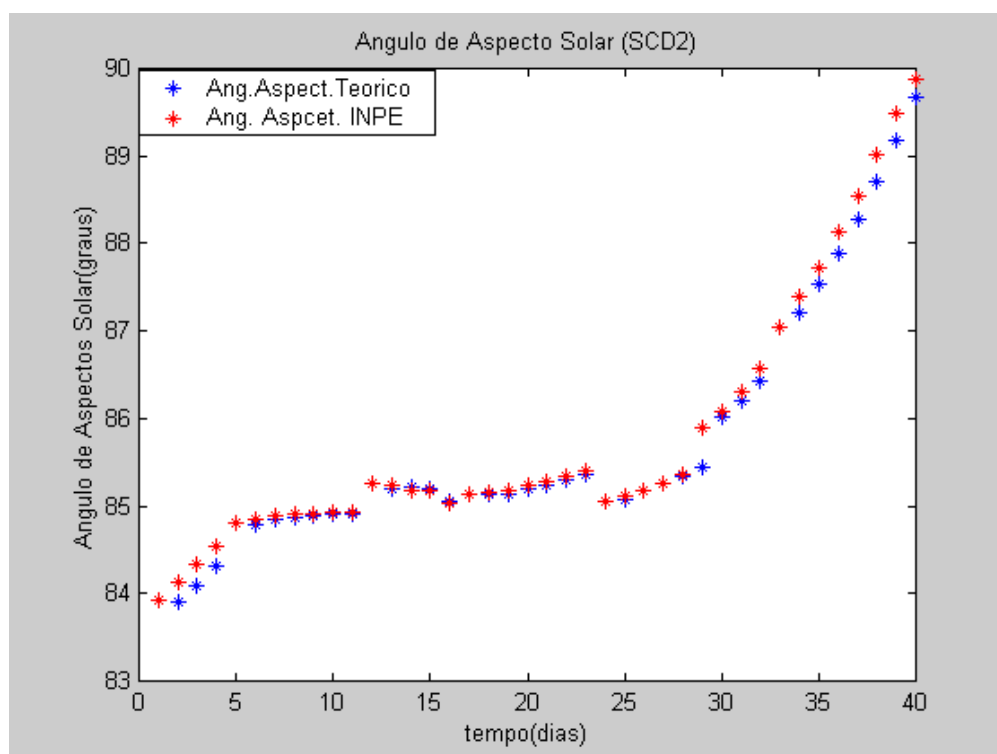


Figura 28 – Comparação do comportamento de θ' e θ'_{INPE} em 40 dias (SCD2).

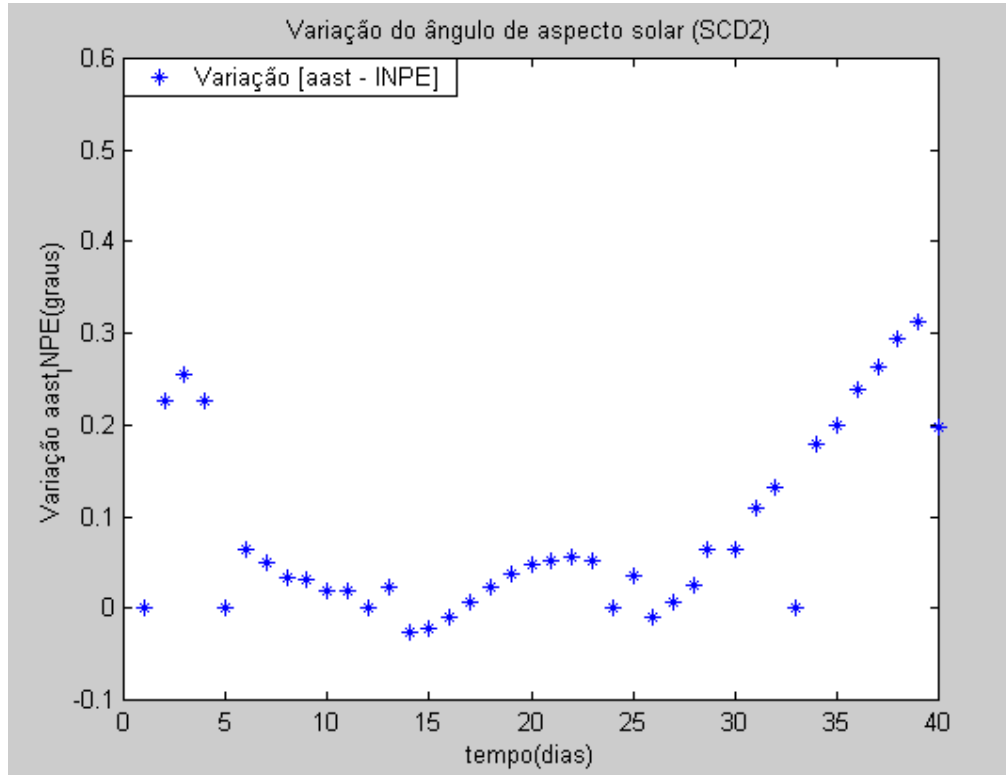


Figura 29 – Comportamento de $\Delta\theta'$ em 40 dias (SCD2).

9.4 Abordagem sem atualização de dados

Nesta segunda abordagem são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo INPE apenas o momento magnético residual M_5 , o parâmetro de Foucault p e os elementos orbitais a, e, i , sendo a velocidade de rotação W , a ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, assim com a longitude do nodo ascendente Ω e argumento do perigeu ω dados pelos valores obtidos pela teoria propagador de atitude. Esta etapa corresponde ao item onze do algoritmo desenvolvido para a realização da implementação computacional.

9.4.1 Resultados sem atualização da atitude para o SCD1

A análise é feita durante um período de 11 dias, de 24/07/1993 à 03/08/1993, os quais se mostraram mais adequados perante os resultados obtidos dentro do período de 40 dias da simulação com atualização diária dos dados.

Na Tabela 7 são apresentados os valores das α , δ , W e θ' do SCD1 obtidos pela teoria. Na Tabela 8 são apresentados os valores obtidos dos erros associados à α , δ , W e θ' e também para o erro de apontamento no mesmo período.

Para o intervalo de tempo de 11 dias, poder-se observar que embora os valores médios das diferenças da ascensão reta ($1,0432 \pm 2,3908^\circ$), da declinação do eixo de rotação ($2,2161 \pm 1,4531^\circ$), da velocidade angular de rotação ($0,6744 \pm 0,3298 \text{rpm}$) e do erro de apontamento ($2,2467 \pm 1,4844^\circ$) ultrapassem a precisão requerida pela missão do SCD1, o do ângulo de aspecto solar se mantém dentro da precisão desejada, com média e desvio padrão de ($0,4870 \pm 2,2614^\circ$). Percebe-se que os valores dos erros de α e δ apresentaram valores de cerca 108% e 443%, respectivamente, acima do valor tolerado pelo CCS, enquanto a velocidade de rotação apresentou valor aproximado de 34% acima do tolerado pelo CCS, ou seja com resultado melhor do que os valores de α e δ .

Na Tabela 9 são apresentados a média e desvios padrão considerando intervalos de 3, 4, 5, 7 e 9 dias. O comportamento da ascensão reta α para o período de 9 dias apresentou melhor resultado do que todos os demais períodos, pois incluiu o dia 30/7/1993 no qual o valor obtido pela teoria se aproxima muito do valor fornecido pelo CCS. Já os valores médios para δ e W para este período ultrapassaram a precisão requerida.

Observa-se que as médias para a velocidade de rotação se mantêm dentro da precisão para os intervalos de 3, 4, 5, e 7 dias, excedendo a precisão apenas nos intervalos de 9 e 11 dias.

A declinação do eixo de rotação é que apresenta os piores resultados, excedendo a precisão a partir de 4 dias de simulação, incluindo o intervalo de 9 dias.

De um modo geral pode-se considerar que para o SCD1 os resultados da teoria estariam dentro da precisão desejada para um intervalo de 3 dias.

Na Figura 30 temos o comportamento do erro de apontamento para o período de 11 dias e observamos um crescimento próximo do linear no período de estudo sem atualização, sendo que estes valores não satisfazem a precisão requerida. Pelos resultados da Tabela 8, verifica-se que para os 3 primeiros dias de simulação a média do erro de apontamento estaria dentro da precisão desejada. Observa-se também que o erro de apontamento sofre uma variação maior devido aos valores da declinação do eixo de rotação, o que pode ser também indicado pelo cálculo de seu valor através da equação (8.6). Nota-se que no dia 30/7/1993 enquanto o erro em ascensão reta é de $0,3712^\circ$, o erro em declinação é de $2,7029^\circ$ e, erro de apontamento é $2,7039^\circ$.

Nas Figuras 31 e 32 são apresentados os valores obtidos para o ângulo de aspecto solar no período de 11 dias. Nota-se que os valores da teoria embora na média permaneçam dentro da precisão do CCS, durante 7 dias excedem a precisão de $0,5^\circ$. De qualquer forma seu comportamento está dentro da faixa requerida pela missão, que é de $60^\circ < \theta' < 90^\circ$.

Tabela 7 – Valores obtidos de α , δ , W e θ' pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 em um período de 11 dias.

Dia	$\alpha(^\circ)$	$\delta(^\circ)$	W(rpm)	$\theta'(^\circ)$
24/7/1993	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/7/1993	234,3906	77,1872	91,1190	75,1108
26/7/1993	234,4006	77,1846	91,1290	75,1039
27/7/1993	234,4137	77,1815	91,1411	75,0963
28/7/1993	234,4268	77,1784	91,1532	75,0873
29/7/1993	234,4342	77,1735	91,1673	75,0761
30/7/1993	234,4588	77,0771	91,1858	75,0954
31/7/1993	234,4866	77,0618	91,2051	75,0873
1/8/1993	234,5183	77,0401	91,2255	75,0802
2/8/1993	234,5501	77,0183	91,2459	75,0715
3/8/1993	234,5851	76,9904	91,2664	75,0631

Tabela 8 – Valores dos erros de $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, ΔW , $\Delta\theta'$ e do θ para o SCD1 no período de 11 dias.

Dia	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
24/7/1993	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/7/1993	-0,6506	0,5028	-0,4090	-0,3230	0,5223
26/7/1993	-0,8606	0,9054	-0,5090	-0,5012	0,9239
27/7/1993	-0,8837	1,3185	-0,5211	-0,6319	1,3315
28/7/1993	-0,6968	1,7516	-0,5332	-0,7162	1,7575
29/7/1993	-0,2942	2,1765	-0,6473	-0,7468	2,1773
30/7/1993	0,3712	2,7029	-0,7658	-0,7545	2,7039
31/7/1993	1,3134	3,1382	-0,8751	-0,6809	3,1487
1/8/1993	2,6017	3,5599	-0,9955	-0,5462	3,5946
2/8/1993	4,2699	3,9717	-1,0159	-0,3531	4,0517
3/8/1993	6,3049	4,3496	-1,1464	-0,1030	4,5018
Média =	1,0432	2,2161	-0,6744	-0,4870	2,2467
Desvio =	2,3908	1,4531	0,3298	0,2614	1,4844

Tabela 9 – Comportamento das diferenças de α , δ e W para períodos de 3, 4, 5, 7 e 9 dias para o SCD1 sem atualização.

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$
média(3dias)	-0,5037	0,4694	-0,3060
desvio(3dias)	0,4487	0,4536	0,2697
média(4dias)	-0,5987	0,6817	-0,3598
desvio(4dias)	0,4127	0,5634	0,2451
média(5dias)	-0,6183	0,8957	-0,3945
desvio(5dias)	0,3601	0,6834	0,2260
média(7dias)	-0,4307	1,3368	-0,4836
desvio(7dias)	0,4754	0,9498	0,2417
média(9dias)	0,1000	1,7840	-0,5840
desvio(9dias)	1,1757	1,2145	0,2905

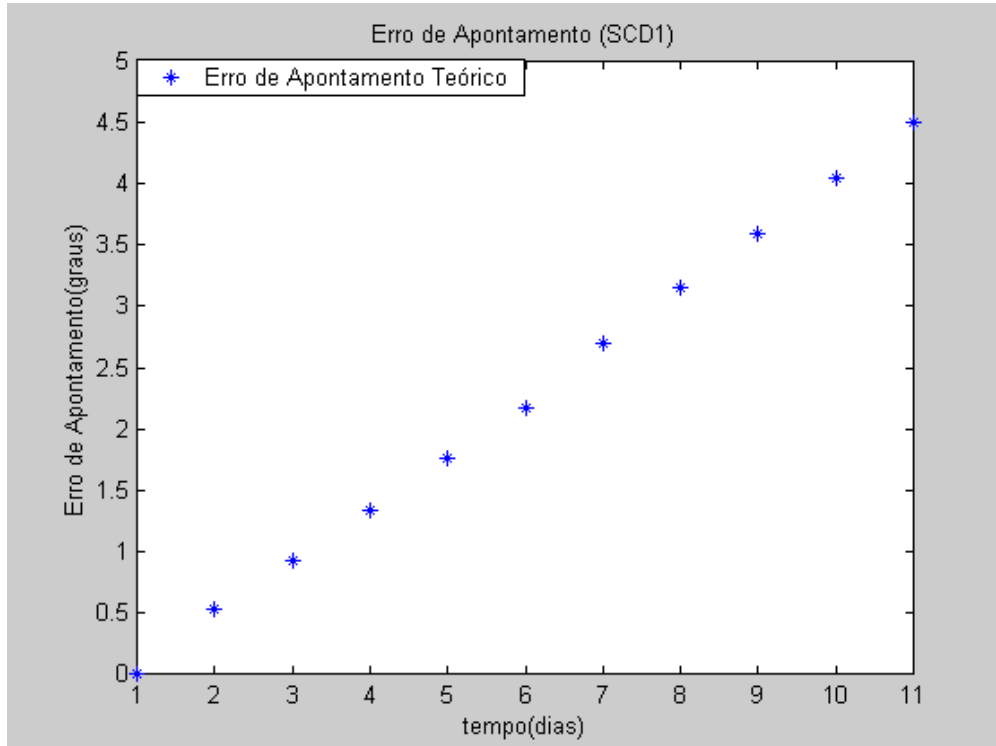


Figura 30 – Comportamento do erro de apontamento obtido pelo modelo teórico sem atualização do SCD1 em um período de 11 dias.

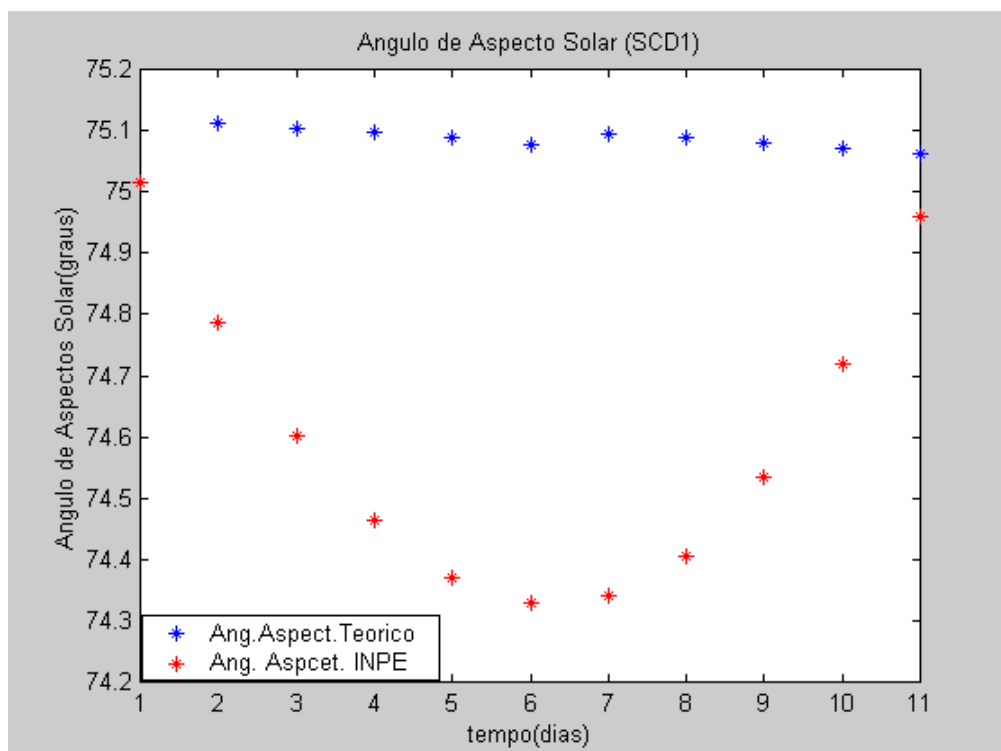


Figura 31 – Representação do comportamento do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização dos dados e aquele obtido pelos dados do CCS do SCD1 para um período de 11 dias.

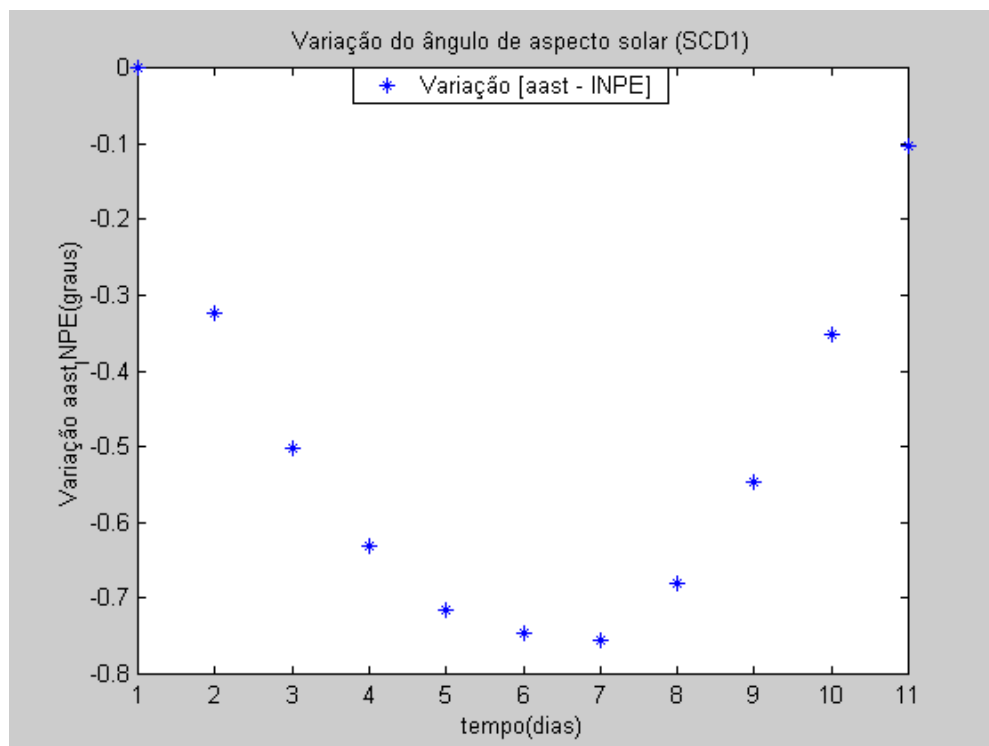


Figura 32 – Comportamento da diferença do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização com o fornecido pelo CCS do SCD1 para um período de 11 dias.

9.4.2 Resultados sem atualização da atitude para o SCD2

Nesta segunda abordagem o satélite SCD2, período considerado abrangeu 11 dias, de 12/02/2002 à 23/02/2002, correspondendo ao 3º trecho entre as atuações do controle de atitude. A escolha deste período se justifica pelo fato da melhor concordância entre os resultados da teoria com os do CCS na abordagem com atualização diária dos dados.

Na Tabela 10 são apresentados os valores da ascensão reta, da declinação do eixo de rotação, da velocidade angular de rotação e do ângulo de aspecto solar, obtido a partir da teoria para um período de 11 dias.

A Tabela 11 apresenta os valores das diferenças dos valores obtidos da teoria com aqueles fornecidos pelo CCS para a ascensão reta, declinação, velocidade angular de rotação, ângulo de aspecto solar e do erro de apontamento. Pode-se constatar que a média da diferença da ascensão reta foi de $0,3553 \pm 0,3273^\circ$, o qual que está dentro do

exigido pelo CCS/INPE. O valor obtido para declinação do eixo de rotação apresentou uma média de $-0,3069^\circ$, enquanto a velocidade angular de rotação resultou de 0,538rpm para o período de estudo sem atualização. Portanto a velocidade de rotação ultrapassa em 7,7% a precisão requerida de 0,5rpm, tendo 50% de seus valores acima de 0,5rpm neste período.

O ângulo de aspecto solar como observado na tabela 9 apresenta valores dentro da faixa recomendada $80^\circ < \theta' < 100^\circ$ para o SCD2, com a média da diferença sendo de $0,4998^\circ$ que está dentro dos valores exigidos pelo CCS. Na Figura 33 é possível acompanhar o comportamento do ângulo de aspecto solar teórico com o do CCS no período de análise e na Figura 34 a variação da diferença.

Na Tabela 11 temos o comportamento do erro de apontamento para cada dia de estudo assim como sua média. Na Figura 34 temos a representação do erro de apontamento e nota-se que a partir do 5º dia os valores obtidos ficam dentro do padrão exigido pelo CCS. Assim a teoria aqui desenvolvida poderia ser utilizada em um processo sem atualização dos dados para a análise da missão do satélite SCD2, até 12 dias, uma vez que o erro médio ficou próximo da precisão requerida pelo CCS.

Tabela 10 – Valores de α , δ , θ' e W obtidos pelo modelo teórico para um período de 11 dias sem atualização para o SCD2.

Data	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	W(rpm)	$\theta'(^{\circ})$
12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800	85,2882
13/2/2002	278,7367	63,5455	34,4816	85,3279
14/2/2002	278,7708	63,6087	34,4921	85,3461
15/2/2002	278,8122	63,6512	34,5136	85,3592
16/2/2002	278,8584	63,6696	34,5470	85,3495
17/2/2002	278,9084	63,6666	34,5932	85,3280
18/2/2002	278,9571	63,6529	34,6498	85,2953
19/2/2002	279,0483	63,6425	34,7898	85,2492
20/2/2002	279,0844	63,6735	34,8655	85,2372
21/2/2002	279,1114	63,7391	34,9392	85,2766
22/2/2002	279,1287	63,8384	35,0073	85,3317
23/2/2002	279,1366	63,9627	35,0667	84,7853

Tabela 11 – Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de α , δ , W e θ' assim como comportamento de θ para 11 dias do SCD2.

Data	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
12/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/2/2002	-0,0067	-0,0309	-0,0616	-1,1983	1,3779
14/2/2002	-0,0308	-0,1451	-0,1221	-1,0071	1,2340
15/2/2002	-0,0722	-0,2422	-0,2036	-0,8218	1,1215
16/2/2002	-0,1384	-0,3127	-0,2870	-0,5376	0,6002
17/2/2002	-0,2284	-0,3506	-0,3932	-0,4720	0,5528
18/2/2002	-0,3271	-0,3565	-0,5098	-0,4028	0,5186
19/2/2002	-0,4783	-0,3499	-0,7098	-0,3388	0,4848
20/2/2002	-0,5844	-0,3722	-0,8455	-0,3243	0,4882
21/2/2002	-0,6914	-0,4221	-0,9792	-0,3496	0,5091
22/2/2002	-0,7987	-0,4964	-1,1073	-0,4022	0,5401
23/2/2002	-0,9066	-0,6038	-1,2367	-0,1431	0,4321
Média =	-0,3553	-0,3069	-0,5380	-0,4998	0,5859
Desvio =	0,3273	0,1780	0,4282	0,3472	0,2004

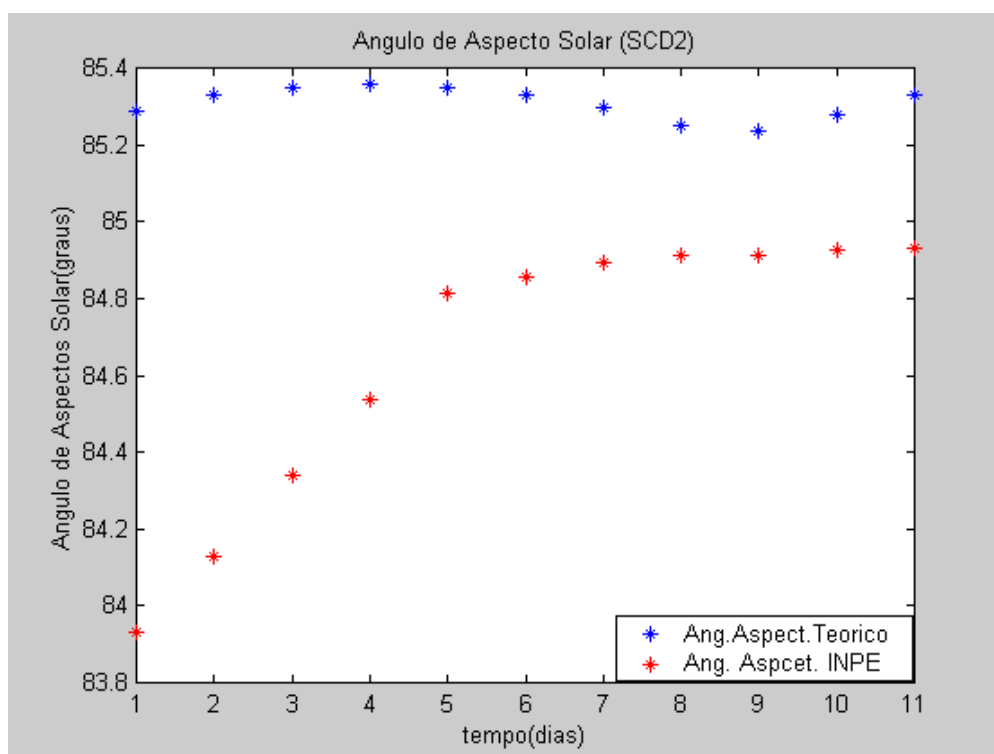


Figura 33 – Representação do comportamento do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização dos dados e aquele obtido pelos dados do CCS do SCD2 para um período de 11 dias.

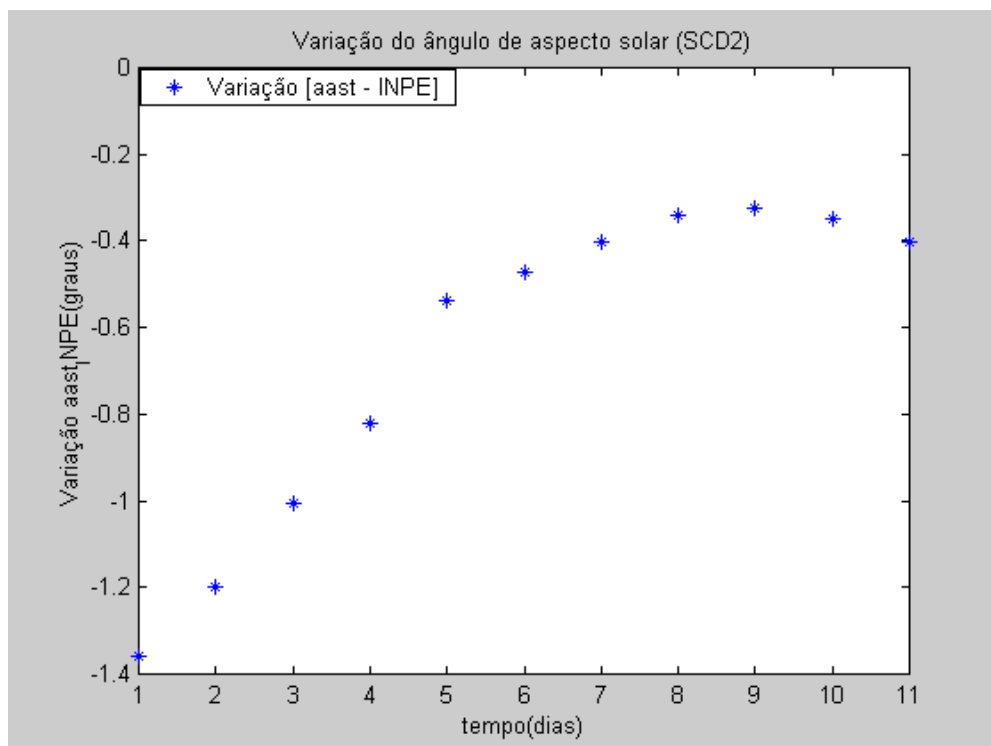


Figura 34 – Comportamento da diferença do ângulo de aspecto solar calculado sem atualização dos dados fornecidos pelo CCS do SCD2 para um período de 11 dias.

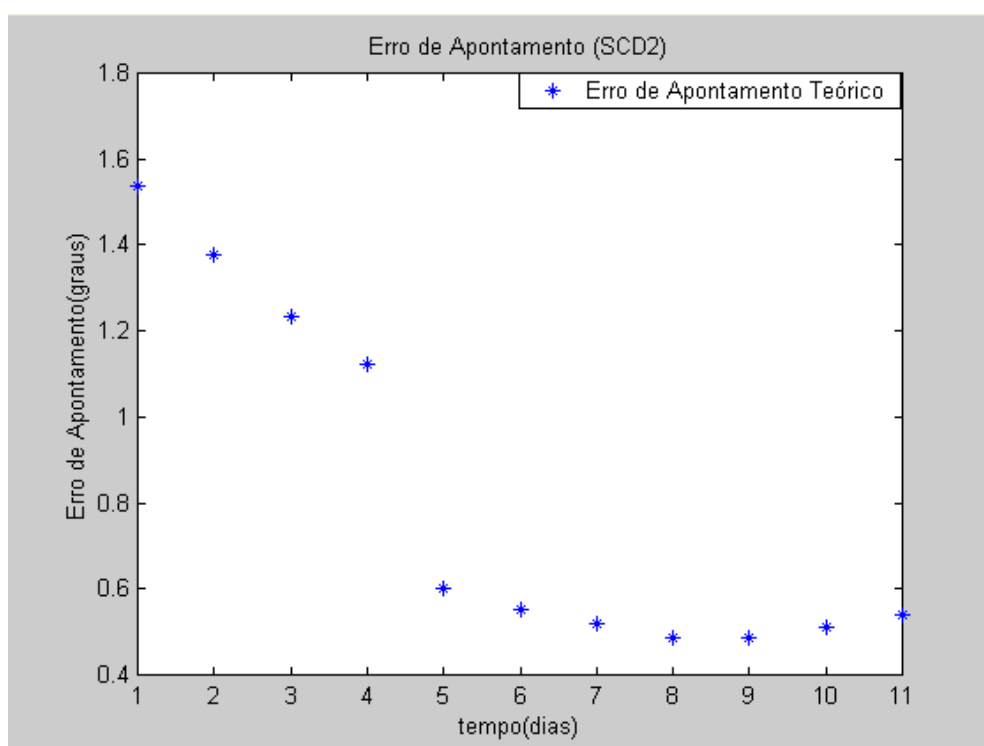


Figura 35 – Comportamento do erro de apontamento obtido pelo modelo teórico sem atualização dos dados para o SCD2 em um período de 11 dias.

9.5 Comparação dos resultados com os diferentes torques

Nos Apêndices D (Resultados SCD1 – TGG), E (Resultados SCD1 – TA), F (Resultados SCD2 – TGG) e G (Resultados SCD2 – TA) deste trabalho encontram-se os valores obtidos para ascensão reta, declinação do eixo de rotação, velocidade angular de rotação, ângulo de aspecto solar e para o erro de apontamento para os casos em que os torques de gradiente de gravidade e aerodinâmico são considerados individualmente, utilizando respectivamente as soluções analíticas das abordagens realizada Chiaradia (2007) e Chiaradia (2010) .

Nas Tabelas 12, 13, 14, 15, 16 e 17 são apresentados os valores dos erros associados com a abordagem com atualização diária dos dados as variáveis de atitude, ângulo de aspecto solar e o erro de apontamento, respectivamente, para o SCD1 e SCD2, para os casos dos torques estudados atuando separadamente e acoplados. Para a velocidade angular de rotação não são incluídos os valores com o TA e TMR uma vez que estes torques não estão influenciando esta variável. Os valores para o erro de apontamento e ângulo de aspecto solar também não foram também computados por Pereira (2006) e Garcia (2007). Os símbolos $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ e ΔW representam as diferenças entre o valor obtido da teoria com os valores fornecidos pelo CCS para as coordenadas de atitude. Já o $\Delta\theta$ e θ representam a variação do ângulo de aspecto solar calculado usando os dados obtido da teoria e calculado com os valores fornecido pelo CCS e o erro de apontamento calculado com os valores obtidos do modelo teórico, respectivamente.

Tabela 12: Comparação das médias das diferenças da ascensão reta e a declinação do eixo de rotação para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos – SCD1, $\Delta\alpha$ representa a atuação conjunta dos torques.

SCD1	$\Delta\alpha_{TMR}(^{\circ})$	$\Delta\alpha_{TMI}(^{\circ})$	$\Delta\alpha_{TGG}(^{\circ})$	$\Delta\alpha_{TA}(^{\circ})$	$\Delta\alpha_{TGGTA}(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$
Média	1,0004	1,0393	1,1032	1,3670	1,5960	0,7263
Desvio	1,4735	1,4738	1,5285	1,6106	1,7909	1,3160
SCD1	$\Delta\delta_{TMR}(^{\circ})$	$\Delta\delta_{TMI}(^{\circ})$	$\Delta\delta_{TGG}(^{\circ})$	$\Delta\delta_{TA}(^{\circ})$	$\Delta\delta_{TGGTA}(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
Média	0,0093	0,0316	0,0164	0,0107	0,0214	0,0122
Desvio	0,2874	0,3363	0,3089	0,2863	0,3186	0,7724

Tabela. 13 – Comparação das médias das diferenças da velocidade de rotação entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD1. ΔW representa a atuação conjunta dos torques.

SCD1	$\Delta W_{TMI}(rpm)$	$\Delta W_{TGG}(rpm)$	$\Delta W_{TGGTA}(rpm)$	$\Delta W(rpm)$
Média	0,4473	0,1378	0,1409	0,3084
Desvio	0,7679	0,0579	0,0579	0,2756

Tabela 14 - Comparação das médias das diferenças do ângulo de aspecto solar e o erro de apontamento entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD1. $\Delta\theta'$ e θ representam a atuação conjunta dos torques.

SCD1	$\Delta\theta'$ (°) TGG	$\Delta\theta'$ (°) TA	$\Delta\theta'$ (°) TGGTA	$\Delta\theta'$ (°)	θ (°) TA	θ (°) TGG	θ (°) TGGTA	θ (°)
Média	0,1596	0,1589	0,2228	0,0183	0,3994	0,4036	0,4377	0,7929
Desvio	0,2004	0,1991	0,2314	0,4507	0,1172	0,1168	0,1531	0,6967

Tabela 15- Comparação das médias das diferenças da ascensão reta e a declinação do eixo de rotação entre os erros associados ao real e o calculo para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos - SCD2. $\Delta\alpha$ representa a atuação conjunta dos torques.

SCD2	$\Delta\alpha_{TMR}$ (°)	$\Delta\alpha_{TMI}$ (°)	$\Delta\alpha_{TGG}$ (°)	$\Delta\alpha_{TA}$ (°)	$\Delta\alpha_{TGGTA}$ (°)	$\Delta\alpha$ (°)
Média	0,1660	0,2219	0,1611	0,1683	0,0842	0,2216
Desvio	0,2182	0,3421	0,2150	0,5720	0,2845	0,3422
SCD2	$\Delta\delta_{TMR}$ (°)	$\Delta\delta_{TMI}$ (°)	$\Delta\delta_{TGG}$ (°)	$\Delta\delta_{TA}$ (°)	$\Delta\delta_{TGGTA}$ (°)	$\Delta\delta$ (°)
Média	0,0309	0,2037	0,0554	0,1520	0,0182	0,0782
Desvio	0,1406	0,3709	0,2083	0,2813	0,1682	0,2149

Tabela 16 – Comparação das médias das diferenças da velocidade angular de rotação entre os erros associados ao real e o calculado para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos -SCD2. ΔW representa a atuação conjunta dos torques.

SCD2	ΔW_{TMI} (rpm)	ΔW_{TGG} (rpm)	ΔW_{TGGTA} (rpm)	ΔW (rpm)
Média	0,0880	-0,0218	-0,0202	-0,0211
Desvio	0,1652	0,0382	0,0404	0,0420

Tabela 17 - Comparação das médias das diferenças do ângulo de aspecto solar e o erro de apontamento entre os erros associados ao real e o calculado pela teoria para cada torque e com a ação conjunta dos mesmos – SCD2. $\Delta\theta'$ e θ representam a atuação conjunta dos torques.

SCD2	$\Delta\theta'$ (°) TGG	$\Delta\theta'$ (°) TA	$\Delta\theta'$ (°) TGGTA	$\Delta\theta'$ (°)	θ (°) TA	θ (°) TGG	θ (°) TGGTA	θ (°)
Média	0,0680	0,1290	0,0367	0,0916	0,1143	0,0523	0,1247	0,1992
Desvio	0,1016	0,3008	0,0865	0,1152	0,1968	0,1411	0,1400	0,2483

Quando fazemos um estudo analisando os torques TMR, TMI, TA, TG, TGGTA e os torques acoplados podemos chegar a algumas observações interessantes.

Para o SCD1, pelos resultados das Tabelas 12, 13 e 14, o erro associado à ascensão reta apresentou melhor resultado quando leva-se em conta a ação conjunta dos torques, o mesmo ocorrendo para o ângulo de aspecto solar. Já em relação a

declinação do eixo de rotação o resultado mais preciso foi com o TMR, embora as diferenças entre as médias não sejam muito significativas. Para velocidade de rotação o TGG apresentou melhor resultado, com diferenças significativas entre as médias. Com respeito ao erro de apontamento o melhor comportamento foi observado para o TA, com uma diferença significativa entre as médias dos torques isolados e a ação conjunta dos torques.

Já quando estudamos o SCD2, como se observa nas Tabelas 15, 16 e 17, os melhores resultados para ascensão reta, declinação do eixo de rotação, a velocidade angular de rotação e o ângulo de aspecto solar foi para a ação conjuntado TGG e TA, enquanto que para o erro de apontamento o melhor resultado se deve a atuação isolada do TGG.

Na abordagem sem a atualização diária dos dados, todas as teorias desenvolvidas (com ação isolada de cada torque ou ação conjunta dos torques) apontam para um intervalo de validade de cada teoria para no máximo 3 dias para o SCD1 e de até 12 dias para o SCD2 (mesmo intervalo de análise sem atuação de controle).

Destaca-se o melhor desempenho da ação conjunta dos torques no ângulo de aspecto solar para o SCD1.

CAPÍTULO 10 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foi analisada a influência dos torques magnético devido às correntes de Foucault, magnético residual, gradiente de gravidade e aerodinâmico acoplados na atitude de um satélite estabilizado por rotação em órbita com pequena excentricidade.

Para o modelo do torque aerodinâmico foram consideradas simplificações de modo a ser possível uma abordagem semi-analítica na busca de uma solução para as equações do movimento rotacional. Tais simplificações consideraram o torque aerodinâmico associado apenas à força de arrasto, com o coeficiente de arrasto e a área de superfície transversal constantes, a atmosfera da Terra estática, a densidade atmosférica assumindo um valor numérico fornecido pelo modelo TD88 e a margem estática fixa.

Devido à simetria do satélite, o torque magnético residual possui apenas componentes nos eixos x e y do sistema do satélite e, portanto, não afeta o módulo da velocidade de rotação. Já o torque magnético devido às correntes de Foucault possui componentes nos três eixos do sistema do satélite e seu principal efeito é o decaimento exponencial do módulo da velocidade de rotação.

Os componentes de cada torque externo considerado foram determinados em um sistema fixo no satélite e dependem da velocidade angular de rotação (W), da latitude verdadeira (\bar{W}), da longitude do nodo ascendente (Ω), do módulo do vetor posição (r'), da inclinação orbital (I), da ascensão reta (α) e da declinação (δ) do eixo de rotação. Os componentes médios de cada torque externo foram determinados para um período orbital, envolvendo o cálculo de diversas integrais, que se tornam independentes da latitude verdadeira.

O volume de cálculos realizados foi bastante grande, por isso optou-se por utilizar uma órbita de pequena excentricidade com expansões até a 1ª ordem na excentricidade (e), de modo que os resultados aqui obtidos só podem ser aplicados

para satélites em órbitas quase circulares, mostrando-se adequados para aplicações aos Satélites Brasileiros de Coletas de Dados (SCD1 e SCD2).

No estudo da atitude, além de soluções analíticas válidas para um período orbital para a velocidade angular de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação também foram apresentadas a determinação do erro de apontamento do eixo de rotação, tendo sido dada especial atenção ao ângulo de aspecto solar.

A propagação da atitude foi realizada em uma abordagem analítica. As soluções analíticas foram determinadas para um período orbital considerando valores numéricos para as parcelas dos torques externos médios considerados, calculadas no instante inicial. Com esta abordagem verificou-se que o acoplamento dos quatro torques considerados provoca uma lenta deriva e precessão do eixo de rotação além do decaimento exponencial da velocidade angular de rotação.

Para comprovar a validade da teoria apresentada foram realizadas simulações numéricas com os dados dos Satélites de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, utilizando dados fornecidos pelo CCS/INPE. Para as altitude dos satélites SCD1 e SCD2, a magnitude dos torques acoplados é da ordem de 10^{-5} N.m, devido também a pequena dimensão destes satélites, de modo que a influência destes torques sobre o movimento do satélite é pequena.

Duas abordagens foram realizadas, uma com a atualização diária dos dados de atitude e órbita com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e uma segunda abordagem sem a atualização destes dados, mantendo-os iguais aos valores propagados pela teoria ao final de cada período orbital. Em ambas as abordagens a cada período orbital são propagados a longitude do nodo ascendente e o argumento do perigeu com o efeito do achatamento da Terra. A primeira abordagem foi realizada para um período de 40 dias para cada um dos satélites. Observa-se que as maiores aproximações entre os resultados obtidos e os dados do INPE ocorreram nos intervalos de tempo em que os dados de atitude do INPE tiveram a suas menores variações. Isto pode ser justificado pela pequena ordem de grandeza de cada torque tanto para o SCD1 quanto para o SCD2.

De um modo geral, a aplicação para o SCD2 apresentou melhores resultados que aqueles obtidos para o SCD1, sendo que a margem estática utilizado para ambos foi de 0,1m. Os melhores resultados para o SCD2 se justificam pelo fato que nos instante de atuação do controle o propagador de atitude foi reiniciado, uma vez que a teoria não inclui um torque de controle. Para ascensão reta, por exemplo, o SCD1 apresentou média do erro de $0,7263^\circ$ (ultrapassando a precisão de $0,5^\circ$ requerida pelo CCS/INPE) enquanto para o SCD2 essa média vale $0,2216^\circ$ sendo possível observar este comportamento ao longo do período analisado nas Figuras 18 e 29, respectivamente. Já a declinação do eixo de rotação e a velocidade angular de rotação apresentaram as médias dos erros das diferenças para ambos os satélites resultados dentro da precisão requerida pelo CCS/INPE ($0,5^\circ$ para declinação e $0,5\text{rpm}$ para a velocidade de rotação). Isso pode ser observado com mais detalhe nas Figuras 14 e 25 para declinação e nas Figuras 15 e 26 para velocidade angular de rotação.

Nas simulações para o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar com o acoplamento dos torques são obtidos bons resultados para ambos satélites. O valor médio do erro de apontamento para 40 dias de simulação para o SCD1 apresentou valor de $0,7929^\circ$ e um desvio padrão de $0,6967^\circ$, resultados estes um pouco acima da precisão exigida pelo CCS, e de melhor qualidade que o SCD2 que teve uma média de $0,1992^\circ$ para o erro de apontamento e um desvio padrão de $0,2483^\circ$. As Figuras 18 e 29 apresentam o comportamento do erro de apontamento ao longo de 40 dias para o SCD1 e SCD2, respectivamente.

O ângulo de aspecto solar apresentou bons resultados com o acoplamento dos torques tanto para o SCD1 quanto para o SCD2, com a média da diferença entre o valor real e o calculado sendo de $0,0183^\circ$ e desvio de $0,4507^\circ$ para o SCD1 no período de simulação de 40 dias. Para o SCD2 o valor encontrado para diferença entre o valor real e o calculado foi de $0,0916^\circ$ com um desvio padrão de $0,1152^\circ$. Para ambos os satélites os valores do ângulo de aspecto solar ficaram dentro da faixa de restrição estabelecida pelo CCS/INPE, que é de $60^\circ < \theta' < 90^\circ$ para o SCD1 e de $80^\circ < \theta' < 100^\circ$ para o SCD2.

Na segunda abordagem sem a atualização diária da atitude para o satélite SCD1 a análise foi feita durante um período de 11 dias. No intervalo de tempo de 24/07/1993 a 03/08/1993 o erro de apontamento obtido foi de $2,2467^\circ$, mais de 200% acima do tolerado pelo CCS/INPE. Porém para períodos mais curtos (três dias) o erro de apontamento médio foi de $0,4694^\circ$, dentro do tolerável.

O ângulo de aspecto solar no período de 11 dias apresenta um resultado melhor cerca de $0,4870^\circ$ com um desvio de $0,2614^\circ$, ficando dentro dos valores de tolerância. No entanto, de modo geral a teoria poderia ser aplicada para um intervalo de até três dias, de modo a se manter dentro da precisão requerida.

A análise feita para o satélite SCD2 compreendeu 12 dias. Dos resultados obtidos para as coordenadas de atitude destaca-se a variação da declinação do eixo de rotação, que apresentou valor médio de $0,3069^\circ$ com um desvio de $0,1780^\circ$, apresentando um bom resultado. O erro de apontamento está dentro do exigido pelo CCS/INPE, com valor de $0,4859^\circ$ e desvio de $0,2004^\circ$, o mesmo ocorrendo com o ângulo de aspecto solar, com o valor médio da diferença entre o valor real e o calculado sendo de $0,4998^\circ$ e desvio padrão de $0,3472^\circ$. Estes erros médios se encontram dentro da precisão requerida para a missão do SCD1 e SCD2.

Saliente-se que em ambas as abordagens para a propagação da atitude o acoplamento dos torques se dá não apenas nas soluções analíticas obtidas para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação, mas também no propagador de atitude para um tempo maior do que um período orbital, uma vez que todos os coeficientes das soluções analíticas são recalculados com os valores obtidos na teoria após cada período orbital.

As comparações dos resultados da abordagem realizada com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação por um período de até três dias para o SCD1 e de até 12 dias para o SCD2.

Assim a análise do movimento rotacional com os torques magnéticos, torque de gradiente de gravidade e aerodinâmico deve ser realizada com alguma restrição para

satélite de pequeno porte, devido à pequena ordem de grandeza destes torques, sendo necessários incluir outros torques externos para obter soluções analíticas que melhor se aproximem do comportamento real do satélite.

A teoria poderia ser aprimorada através da remoção das simplificações realizadas nos torques aerodinâmicos ou com a utilização de outro modelo para o campo geomagnético. Saliente-se que o modelo de vetor de dipolo mostrou-se bastante adequado na análise realizada por Quirelli (2002) e Garcia et al. (2009).

Nesta dissertação as expansões na excentricidade foram truncadas em 1ª ordem da excentricidade e embora envolva muitos cálculos algébricos, a expansão até a 2ª ordem na excentricidade poderá refinar a solução analítica proposta.

A análise também pode ser complementada com a inclusão de outros torques externos, como o torque de pressão de radiação solar e torque devido às forças de Lorentz. Saliente-se que as aplicações da teoria podem ser feitas para satélites de dimensões maiores e em altas altitudes, para os quais a influência do torque de pressão de radiação solar torna-se significativa.

As maiores contribuições deste trabalho estão relacionadas com:

- a teoria analítica envolvendo a análise da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita excêntrica, incluindo ação conjunta do torque magnético residual, o torque magnético devido às correntes de Foucault, o torque de gradiente de gravidade e o torque aerodinâmico;
- a comparação dos resultados obtidos para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação com os trabalhos anteriores e
- a validação da teoria desenvolvida para um período de vários dias.

Salienta-se também que a teoria analítica aqui desenvolvida pode ser útil para a análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação podendo também auxiliar na estimativa de parâmetros destes satélites.

REFERÊNCIAS

ASTRONOMICAL ALMANAC. Software. Disponível em: <http://www.jb.man.ac.uk/almanac/>>. Acesso em: agosto, 2009.

ASSIS, S. C. **Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético.** Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2004.

ASSIS, S. C.; REAL, F. F.; ZANARDI, M. C. **Modelo de dipolo e quadripolo para o campo magnético da Terra.** In: Jornada de Iniciação Científica e Pós-graduação, 2003. Guaratinguetá-SP. Anais. 1 CD-ROM. Guaratinguetá: UNESP, 2003.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. J., **Fundamentals of Astrodynamics**, 1971. Ed. Dover Publications, INC.

BROUWER, O.; CLEMENCE, G. M. **Methods of Celestial Mechanics.**, New York: Academic Press, 1961.

CARRARA, V.; GUEDES, U. T. V. G. **Attitude control aspects for SCD1 and SCD2**, RBCM – Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences, v. 16, p. 421-425, 1994.

CARRARA, V.; KUGA, H. K.; RAO, K. R.; **Satélites Artificiais – Movimento Orbital**, SJC-INPE, 2000.

CHIARADIA, C.E., PEREIRA, A. J., ZANARDI, M. C. **Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação com torque devido as correntes de Foucault.** Resumo dos trabalhos, XIII Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, 2006, Bertioga, p.23, 2006.

CHIARADIA, C.E. **Influência do Torque de Gradiente de Gravidade na Atitude de Satélites Artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação de Licenciatura em Física. Guaratinguetá, 2007.

CHIARADIA, J.E., ZANARDI, M.C., CHIARADIA, C.E. **Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação: abordagem analítica para a propagação de atitude com torque de gradiente de gravidade** In: Anais do CBDO2008, Águas de Lindóia, Guaratinguetá: FEG/UNESP, p.49, 2008.

CHIARADIA, J. E. **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por rotação com o Torque Aerodinâmico**. Relatório Final de Iniciação Científica, PIBIC 2007/2008. FEG/UNESP. Guaratinguetá, 2008.

CHIARADIA, J. E., **Torque Aerodinâmico e o Movimento Rotacional de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação**, 2010. 123f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2010.

CHIARADIA, J.E., ZANARDI, M.C., CHIARADIA, C.E. **Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação: abordagem analítica para a propagação de atitude com torque de gradiente de gravidade**. In: Anais do CBDO2008, Águas de Lindóia, Guaratinguetá: FEG/UNESP, p.49, 2008.

FELIPE, G. **Introdução à Mecânica Celeste**. 9^a Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá: FEG, UNESP, 2006.

FRANÇA, L. V. G. **Torque Magnético Induzido com Parcelas f_5 , f_6 e f_7 do Modelo de Quadripolo para o Campo Geomagnético**, Relatório Final do PIBIC 2004/2005. FEG/UNESP, 2005.

FRANÇA, L. V. G. **Propagação Analítica da Orientação Espacial de Satélites Estabilizados por Rotação com Torque Induzido**, Trabalho de Conclusão de Curso, Licenciatura em Matemática, Faculdade de Engenharia, UNESP, Guaratinguetá, 2005.

FRANÇA, L. V. G. **Dinâmica de Atitude de Satélites Artificiais**, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2006.

GARCIA, R. V., **Satélites Estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual**, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

GARCIA, R. V., ZANARDI, M. C., KUGA, H. K. **Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque**, *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2009, article ID 242396, 18 pag., Hindawi Publishing Corporation, 2009.

HARA, M. **Effects of magnetic and gravitational torques in spinning satellite attitude**. *AIAA Journal*, vol. II, no. 12, pp. 1737-1742, 1973.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D.; GUEDES, U. T. V. **Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação**. Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987b.

KUGA, H. K.; ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the inpe's second enviromental data collecting satellite SCD2**. *RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, v.21-SP ISS, p.339-344, 1999.

KUGA, H. K., RAO, K. R., CARRARA, V., **Satélites Artificiais: Movimento Orbital**. Apostila do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos - SP, 2000.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**. São José dos Campos – SP, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275. INPE – 1987a.

ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F.; KUGA, H. K. **INPE'S flight dynamics team experience thought four years of scd1 in orbit operations: main issues, improvements and tends**, *ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics*. Darmstadt, Alemanha, p.433-437, 1997.

PARKINSON, W. B.; KASDIN, N. J. **A Magnetic Attitude Control System for Precision Pointing of the Rolling GP-B Spacecraft.** *Acta Astronautica*. Vol. 21, n° 617, pp. 477-486, 1990.

PEREIRA, A. J. **Dinâmica de atitude de satélites artificiais.** Relatório Final do PIBIC/CNPq-2005/2006, Guaratinguetá: FEG/UNESP, 2006a.

PEREIRA, A. J. **Propagação de atitude satélites estabilizados por rotação Torque Magnético Induzido.** Trabalho de Conclusão de Curso, Licenciatura em Física, Guaratinguetá: FEG/UNESP, 2006b.

PISACANE, V. L., MOORE, R. C. **Fundamentals of Space System.** New York: Oxford University Press, p.772, 1994.

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica de atitude de satélite estabilizados por rotação.** Dissertação de Mestrado (mestrado em Física). Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratingueta, UNESP. Guaratinguetá-SP, 2002.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA, H. K. **Torques magnéticos: aplicações à satélites estabilizados por rotação.** In: DINCOM, 2003. Rio de Janeiro – RJ. 1 CD-ROM. Anais Rio de Janeiro: UNESP, 2003.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA, H. K. **Residual torque magnetic acting in the spin-stalized satellites.** *Advances in Space Dynamics 4: Celestial Mechanics and Astronautics 4*, 151-169, São José dos Campos-SP, 2004.

REAL, F. F. **Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial.** Relatório Final Bolsa PIBIC/CNPq. Guaratinguetá-SP, 2001a.

REAL, F. F. **Análise do Torque Aerodinâmico aplicado em Satélites Artificiais através do modelo Termosférico TD-88.** Jornada de Iniciação Científica, FEG/UNESP. Guaratinguetá-SP, 2001b.

REAL, F. F.; ZANARDI, M. C. F. P. S. **Comparasion of external torques magnitudes acting on the spacecraft**. In: WINTER, O. C.; PRADO, A. F. A. *Advances in space dynamics 3*. São José dos Campos – SP, INPE, p. 503-516. 2002.

REAL, F. F. **Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial**. Trabalho de Conclusão de Curso. Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá-SP, 2002.

SEHNAL, L., POSPÍSILOVÁ, L. **Thermospheric model TD88**. Preprint No. 67 of the Astronomical Institute of Czechoslovakian Academy of Sciences, 1988.

SENE, L. T. F. **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação com Quatérnios**. 2007. 115f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

THOMAS, L. C.; CAPPELARI, J. O. **Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites**. *Bell System Technical Journal*. New York, v. 43, n. 42p., p. 1654, July 1964.

TOLEDO, F. A. **Torque Induzido com Parcelas f_1 , f_2 , f_3 e f_4 do Modelo de Quadripolo do Campo Geomagnético**, Relatório Final do PIBIC 2004/2005. FEG/UNESP, 2005.

TOLEDO, F. A. **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2005.

YU, E. Y. **Spin decay, spin-precession damping, and spin-axis drift of the telstar satellite**, *The Bell Sys. Tecn. Journ.*, PP. 2169-2193, set., 1963.

WERTZ, J. R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London - UK, Reidel, vol.73, 1978.

WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A., **A Conquista do Espaço do Sputnik à Missão Centenário**, V. único, 1ª edição, editora: Livraria da Física, São Paulo - SP, 2007.

ZANARDI, M.C. **Fundamentos da Astronáutica**. Apostila do ITA, 1990.

ZANARDI, M. C. F. P. S., **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**. 2005. Tese de Livre Docência, Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá – SP, 2005.

ZANARDI, M. C.; ASSIS, S. C.; KUGA, H. K. **Torque magnético residual com modelo de quadripolo**. In: DINCOM, 2, 2004. Ilha Solteira-SP. 1 CD-ROM. Anais. Ilha Solteira: UNESP, 2004.

ZANARDI, M. C.; CHIARADIA, J. E. **Análise do erro de apontamento para o satélite brasileiro de coleta de dados – SCD1**. Anais do XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada, p. 411-412, Cuiabá-MT, 2009.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecraft perturbed by magnetic residual torque**. Adv. Spa. Res., v. 36, p. 460-465, 2005.

ZANARDI, M. C., REAL, F.F. **Environmental torques acting on a low earth orbiter cylindrical spacecraft**, Adv. Spa. Res., vol. 31, no. 8, p. 1981-1986, 2003.

ZANARDI, M. C., PEREIRA, A. J., CHIARADIA, J. E. **SPIN STABILIZED SATELLITE'S ATTITUDE ANALYTICAL PREDICTION**, Proceeding of the 22nd International Symposium on SpaceFlight Dynamic, p.1-10, São José dos Campos – SP, 2011.

APÊNDICE A - Constantes para o cálculo da densidade atmosférica utilizando o Modelo TD88

Tabela 18 – Valores das constantes K_{nj}

<i>Constantes K_{nj}</i>	<i>j</i>			
	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>n</i>				
1	2,96815e-15	7,66373e-9	1,65738e-10	3,87086e-11
2	2,81456e-14	-4,40149e-9	3,34283e-10	9,35229e-11
3	-1,233e-14	1,18107e-10	-1,47817e-10	1,51755e-12
4	-1,14892e-17	-1,59664e-11	6,46708e-12	2,04955e-12
5	-3,90065e-16	-2,40755e-10	-1,39856e-11	-3,05949e-12
6	7,42439e-15	6,43785e-11	1,36185e-10	3,517e-11
7	-3,41594e-16	7,44666e-12	4,5416e-12	2,07975e-12

Tabela 19 – Valores das constantes a_i

<i>i</i>	<i>a_i</i>
1	0,007
2	0,2875
3	0,04762
4	0,0471
5	7,0
6	7,0
7	0,3333
8	15,0

Tabela 20 – Valores das fases p_n .

<i>n</i>	<i>p_n</i>
3	263
4	-263
5	-29,41
6	8,0913
7	10,0813

APÊNDICE B - Componentes do torque de gradiente de gravidade médio no sistema do satélite

Os componentes médios do torque de gradiente de gravidade são determinados pelas expressões (5.64), (5.65) e (5.66) válidas para um período orbital e foram obtidas por Chiaradia (2007) e são dadas a seguir, em que C representa co-seno e S representa seno e o coeficiente b é dado em (5.58). Esta solução depende também dos momentos principais de inércia do satélite (I_x, I_y, I_z) da longitude do nodo ascendente (Ω), da inclinação orbital ($i = I$), da distância geocêntrica (a), da velocidade angular de rotação (W, através do parâmetro b), da ascensão reta (α) e da declinação do eixo de rotação (δ).

Realizando uma adequação nas notações:

$$N_{gxm} = N_{xm}$$

$$N_{gym} = N_{ym}$$

$$N_{gzm} = N_{zm}$$

os componentes médias do torque de gradiente de gravidade são dados por:

$$\begin{aligned}
N_{xm} = & \frac{3\mu}{2\pi a^3} [(I_z - I_y) \{ [\frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta(1+C2\Omega) - \frac{1}{4} C\Omega S\Omega C\delta(1+C2\alpha) + \frac{1}{4} C\Omega S\Omega C\delta(1-C2\alpha) \\
& - \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta(1-C2\Omega)] [\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{1}{8(b+1)} - \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b-1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)}] \\
& + [-2C\Omega S\Omega C\alpha S\alpha C\delta C I - \frac{1}{4} C\delta C I(1+C2\alpha)(1+C2\Omega) - \frac{1}{2} C2\Omega C\delta C I(1+C2\alpha) \\
& - \frac{1}{4} C\delta C I(1-C2\alpha)(1-C2\Omega) + \frac{1}{4} C\delta C I(1-C2\alpha)(1+C2\Omega) - 2C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega C\delta C I + S\delta S I C\Omega S\alpha \\
& - C\alpha S\Omega S I S\delta] [\frac{S[4\pi(b-1)]}{16(b-1)} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{16(b+1)}] + [\frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta(1-C2\Omega)(1+C2I) \\
& + \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta(1+C2\alpha)(1+C2I) - \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta(1-C2\alpha)(1+C2I) - \frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta(1+C2\Omega)(1+C2I) \\
& - \frac{1}{2} C I S I S\Omega S\alpha S\delta - \frac{1}{2} C I S I C\Omega C\alpha S\delta] [\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} \\
& - \frac{1}{8(b-1)}] + [-\frac{1}{8} C\delta S\delta(1+C2\alpha)(1+C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega - \frac{1}{16} C\delta S\delta(1-C2\alpha)(1-C2\Omega)] \\
& [2\pi + \frac{S(4\pi b)}{2b} + \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} + \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)}] + [\frac{1}{2} C\Omega S\Omega C\delta S\delta(1+C2\alpha) C I \\
& - \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C I(1+C2\Omega) + \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C I(1-C2\Omega) + \frac{1}{4} C\Omega C\alpha S I(1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C I(1-C2\Omega) - \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C I(1+C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\Omega S\Omega C I(1-C2\alpha) \\
& + \frac{1}{4} S\Omega S I S\alpha(1+C2\delta) - \frac{1}{4} C\Omega C\alpha S I(1-C2\delta) - \frac{1}{4} S\Omega S I S\alpha(1-C2\delta)] [-\frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b+1)} \\
& - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} + \frac{1}{8(b-1)}] \\
& + [-\frac{1}{32} C\delta S\delta(1+C2\alpha)(1-C2\Omega)(1+C2I) + \frac{1}{8} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega(1+C2I) - \frac{1}{8} C I S I C\alpha C\Omega(1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta S\delta C\Omega S\Omega(1+C2I) - \frac{1}{32} C\delta S\delta(1-C2\alpha)(1+C2\Omega)(1+C2I) + \frac{1}{8} C I S I C\Omega S\alpha(1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{8} C I S I C\alpha S\Omega(1-C2\delta) - \frac{1}{8} C I S I C\Omega S\alpha(1-C2\delta) + \frac{1}{8} C\delta S\delta(1-C2I)] [2\pi + \frac{S(4\pi b)}{2b} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} \\
& - \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)}] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (I_x - I_z) \left\{ \left[\frac{1}{4} C_\alpha S_\alpha C \delta (1 + C 2\Omega) - \frac{1}{4} C \Omega S \Omega C \delta (1 + C 2\alpha) + \frac{1}{4} C \Omega S \Omega C \delta (1 - C 2\alpha) \right. \right. \\
& - \left. \frac{1}{4} C_\alpha S_\alpha C \delta (1 - C 2\Omega) \right] \left[\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{1}{8(b+1)} - \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b-1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} \right] \\
& + \left[-2C_\alpha S_\alpha C \Omega S \Omega C \delta C I - \frac{1}{4} C \delta C I (1 + C 2\alpha) (1 + C 2\Omega) + \frac{1}{4} C \delta C I (1 + C 2\alpha) (1 - C 2\Omega) \right. \\
& - \left. \frac{1}{4} C I C \delta (1 - C 2\alpha) (1 - C 2\Omega) + \frac{1}{4} C \delta C I (1 - C 2\alpha) (1 + C 2\Omega) - 2C_\alpha S_\alpha C \Omega S \Omega C \delta C I \right. \\
& + \left. S \delta S I S_\alpha C \Omega - C_\alpha S \Omega S \delta S I \right] \left[\frac{S[4\pi(b-1)]}{16(b-1)} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{16(b+1)} \right] \\
& + \left[\frac{1}{8} C_\alpha S_\alpha C \delta (1 - C 2\Omega) (1 + C 2I) + \frac{1}{8} C \Omega S \Omega C \delta (1 + C 2\alpha) (1 + C 2I) \right. \\
& - \left. \frac{1}{8} C \Omega S \Omega C \delta (1 - C 2\alpha) (1 + C 2I) - \frac{1}{8} C_\alpha S_\alpha C \delta (1 + C 2\Omega) (1 + C 2I) - \frac{1}{2} C I S I S \Omega S_\alpha S \delta \right. \\
& - \left. \frac{1}{2} C I S I C_\alpha C \Omega S \delta \right] \left[\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} - \frac{1}{8(b-1)} \right] \\
& \left[\frac{1}{16} C \delta S \delta (1 + C 2\alpha) (1 + C 2\Omega) + \frac{1}{2} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C \Omega S \Omega + \frac{1}{16} C \delta S \delta (1 - C 2\alpha) (1 - C 2\Omega) \right] \\
& \left[2\pi - \frac{S(4\pi b)}{2b} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)} \right] + \left[-\frac{1}{2} C \delta S \delta C \Omega S \Omega C I (1 + C 2\alpha) \right. \\
& + \frac{1}{4} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C I (1 + C 2\Omega) - \frac{1}{4} C_\alpha S_\alpha C \delta S \delta C I (1 - C 2\Omega) - \frac{1}{2} C \delta S \delta C \Omega C_\alpha S I \\
& - \frac{1}{4} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C I (1 - C 2\Omega) + \frac{1}{4} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C I (1 + C 2\Omega) + \frac{1}{2} C \delta S \delta C \Omega S \Omega C I (1 - C 2\alpha) \\
& - \frac{1}{4} S \Omega S I S_\alpha (1 + C 2\delta) + \frac{1}{4} C \Omega C_\alpha S I (1 - C 2\delta) + \frac{1}{4} S \Omega S_\alpha S I (1 - C 2\delta) \left] \left[\frac{C[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{1}{4(b+1)} \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{C[4\pi(1-b)]}{4(1-b)} - \frac{1}{4(1-b)} \right] + \left[\frac{1}{32} C \delta S \delta (1 + C 2\alpha) (1 - C 2\Omega) (1 + C 2I) - \right. \right. \\
& \left. \frac{1}{8} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C \Omega S \Omega (1 + C 2I) + \frac{1}{8} C I S I C_\alpha S \Omega (1 + C 2\delta) - \frac{1}{8} C \delta S \delta C_\alpha S_\alpha C \Omega S \Omega (1 + C 2I) \right. \\
& \left. \frac{1}{4} C I S I C_\alpha S \Omega (1 - C 2\delta) - \frac{1}{4} C I S I C \Omega S_\alpha (1 - C 2\delta) + \frac{1}{4} C \delta S \delta (1 - C 2I) \right] \left[\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} \right. \\
& \left. - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} - \frac{1}{8(b-1)} \right]
\end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
N_{ym} = & \frac{3\mu}{2\pi a^3} [(I_z - I_y) \{ [\frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta (1+C2\Omega) - \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta (1+C2\alpha) + \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta (1-C2\alpha) \\
& - \frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta (1-C2\Omega)] [2\pi - \frac{S(4\pi b)}{2b} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)}] \\
& + [-C\Omega S\Omega C\alpha S\alpha C\delta CI - \frac{1}{8} C\delta CI (1+C2\alpha)(1+C2\Omega) + \frac{1}{8} C\delta CI (1+C2\alpha)(1-C2\Omega) \\
& - \frac{1}{8} C\delta CI (1-C2\alpha)(1-C2\Omega) + \frac{1}{8} C\delta CI (1-C2\alpha)(1+C2\Omega) - C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega C\delta CI + \frac{1}{2} S\delta SIC\Omega S\alpha \\
& - \frac{1}{2} C\alpha S\Omega SIS\delta] [\frac{C[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{1}{4(b+1)} + \frac{C[4\pi(1-b)]}{4(1-b)} - \frac{1}{4(1-b)}] + [\frac{1}{16} C\alpha S\alpha C\delta (1-C2\Omega)(1+C2I) \\
& + \frac{1}{16} C\Omega S\Omega C\delta (1+C2\alpha)(1+C2I) - \frac{1}{16} C\Omega S\Omega C\delta (1-C2\alpha)(1+C2I) \\
& - \frac{1}{16} C\alpha S\alpha C\delta (1+C2\Omega)(1+C2I) - \frac{1}{4} CISIS\Omega S\alpha S\delta - \frac{1}{4} CISIC\Omega C\alpha S\delta] [2\pi - \frac{S(4\pi b)}{2b} \\
& + \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} + \frac{S[4\pi(1-b)]}{4(1-b)}] + [-\frac{1}{8} C\delta S\delta (1+C2\alpha)(1+C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega \\
& - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega - \frac{1}{8} C\delta S\delta (1-C2\alpha)(1-C2\Omega)] [\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{1}{8(b+1)} \\
& - \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b-1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)}] + [C\Omega S\Omega C\delta S\delta (1+C2\alpha) CI \\
& - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1+C2\Omega) + \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1-C2\Omega) + \frac{1}{2} C\Omega C\alpha SI (1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1-C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1+C2\Omega) - C\delta S\delta C\Omega S\Omega CI (1-C2\alpha) \\
& + \frac{1}{2} S\Omega SIS\alpha (1+C2\delta) - \frac{1}{2} C\Omega C\alpha SI (1-C2\delta) - \frac{1}{2} S\Omega SIS\alpha (1-C2\delta)] [\frac{S[4\pi(b-1)]}{16(b-1)} \\
& - \frac{S[4\pi(b+1)]}{16(b+1)}] \\
& + [-\frac{1}{16} C\delta S\delta (1+C2\alpha)(1-C2\Omega)(1+C2I) + \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega (1+C2I) - \frac{1}{4} CISIC\alpha S\Omega (1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta S\delta C\Omega S\Omega (1+C2I) - \frac{1}{16} C\delta S\delta (1-C2\alpha)(1+C2\Omega)(1+C2I) + \frac{1}{4} CISIC\Omega S\alpha (1+C2\delta) \\
& + \frac{1}{4} CISIC\alpha S\Omega (1-C2\delta) - \frac{1}{4} CISIC\Omega S\alpha (1-C2\delta) + \frac{1}{4} C\delta S\delta (1-C2I)] [\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} \\
& - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} - \frac{1}{8(b-1)}] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (I_x - I_z) \left\{ \left[-\frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta (1 + C2\Omega) + \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta (1 + C2\alpha) - \frac{1}{8} C\Omega S\Omega C\delta (1 - C2\alpha) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{8} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\Omega) \right] \left[2\pi + \frac{S(4\pi b)}{2b} + \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} + \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)} \right] \right. \\
& \left. + \left[C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega C\delta CI + \frac{1}{8} C\delta CI (1 + C2\alpha) (1 + C2\Omega) - \frac{1}{8} C\delta CI (1 + C2\alpha) (1 - C2\Omega) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{8} C\delta CI (1 - C2\alpha) (1 - C2\Omega) - \frac{1}{8} C\delta CI (1 - C2\alpha) (1 + C2\Omega) + C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega C\delta CI \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} S\delta S\alpha C\Omega + \frac{1}{2} C\alpha S\Omega S\delta SI \right] \left[-\frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b+1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} + \frac{1}{8(b-1)} \right] \right. \\
& \left. + \left[-\frac{1}{16} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\Omega) (1 + C2I) - \frac{1}{16} C\Omega S\Omega C\delta (1 + C2\alpha) (1 + C2I) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{16} C\Omega S\Omega C\delta (1 - C2\alpha) (1 + C2I) + \frac{1}{16} C\alpha S\alpha C\delta (1 + C2\Omega) (1 + C2I) + \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\Omega) (1 + C2I) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 + C2\Omega) (1 + C2I) + \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\Omega) (1 + C2I) \right] \right. \\
& \left. \left[-\frac{1}{8} C\delta S\delta (1 + C2\alpha) (1 + C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{8} C\delta S\delta (1 - C2\alpha) (1 - C2\Omega) \right] \right. \\
& \left. \left[-\frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{1}{4b} - \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b+1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} + \frac{1}{8(b-1)} \right] + \left[C\delta S\delta C\Omega S\Omega CI (1 + C2\alpha) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1 + C2\Omega) + \frac{1}{2} C\alpha S\alpha C\delta S\delta CI (1 - C2\Omega) + C\delta S\delta C\Omega C\alpha SI \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1 - C2\Omega) - \frac{1}{2} C\delta S\delta C\alpha S\alpha CI (1 + C2\Omega) - C\delta S\delta C\Omega S\Omega CI (1 - C2\alpha) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{2} S\Omega S\alpha (1 + C2\delta) - \frac{1}{2} C\Omega C\alpha SI (1 - C2\delta) - \frac{1}{2} S\Omega S\alpha SI (1 - C2\delta) \right] \left[\frac{S[4\pi(b-1)]}{16(b-1)} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{16(b+1)} \right] \right. \\
& \left. + \left[-\frac{1}{16} C\delta S\delta (1 + C2\alpha) (1 - C2\Omega) (1 + C2I) + \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega (1 + C2I) - \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 + C2\delta) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{4} C\delta S\delta C\alpha S\alpha C\Omega S\Omega (1 + C2I) - \frac{1}{16} C\delta S\delta (1 + C2\Omega) (1 + C2I) (1 - C2\alpha) + \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 + C2\delta) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\delta) - \frac{1}{4} C\alpha S\alpha C\delta (1 - C2\delta) + \frac{1}{4} C\delta S\delta (1 - C2I) \right] \left[\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} - \frac{1}{8(b-1)} \right] \right.
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
N_{zm} = & 3 \frac{\mu}{2\pi a^3} (I_y - I_x) \left\{ \left[-\frac{1}{2} S \alpha^2 C \Omega^2 - \frac{1}{2} C \alpha^2 S \Omega^2 + \frac{1}{2} S \delta^2 C \alpha^2 C \Omega^2 + \frac{1}{2} C \alpha S \alpha S \delta^2 C \Omega S \Omega \right. \right. \\
& + \frac{1}{2} C \alpha S \alpha S \delta^2 C \Omega S \Omega + \frac{1}{2} S \delta^2 S \alpha^2 S \Omega^2 \left. \right] \left[-\frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{1}{4b} - \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} \right] + \frac{1}{8(b+1)} - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} \\
& + \frac{1}{8(b-1)} \left. \right] + [2C\Omega S \Omega S \alpha^2 C I + C\alpha S \alpha C \Omega S \Omega + C\Omega^2 C \alpha S \alpha C I - S\Omega^2 C \alpha S \alpha C I + C\alpha S \alpha C \Omega S \Omega \\
& - C\alpha S \alpha S \Omega^2 C I + C\alpha S \alpha C \Omega^2 C I - 2C\alpha^2 C \Omega S \Omega C I - 2C\alpha^2 S \delta^2 C \Omega S \Omega C I + C\alpha S \alpha S \delta^2 C \Omega^2 C I \\
& - S\Omega^2 C \alpha S \alpha S \delta^2 C I - C \delta S \delta C \Omega S I C \alpha - C \alpha S \alpha S \delta^2 S \Omega^2 C I + C \alpha S \alpha S \delta^2 C \Omega^2 C I + \\
& 2S \delta^2 S \alpha^2 C \Omega S \Omega C I - S \delta S \alpha C \delta S I S \Omega - C \delta S \delta C \alpha C \Omega S I - C \delta S \delta S I S \alpha S \Omega] \\
& \left[\frac{S[4\pi(b-1)]}{16(b-1)} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{16(b+1)} \right] \left[-\frac{1}{2} S \alpha^2 S \Omega^2 C I^2 - \frac{1}{2} C \alpha S \alpha C \Omega S \Omega C I^2 - \frac{1}{2} C \alpha S \alpha C \Omega S \Omega C I^2 \right. \\
& - \frac{1}{2} C \alpha^2 C \Omega^2 C I^2 + \frac{1}{2} C \alpha^2 S \delta^2 S \Omega^2 C I^2 - \frac{1}{2} S \delta^2 C \alpha S \alpha C \Omega S \Omega C I^2 + \frac{1}{2} C \delta S \delta C \alpha S I C I S \Omega \\
& - \frac{1}{2} C \alpha S \alpha S \delta^2 C \Omega S \Omega C I^2 + \frac{1}{2} S \delta^2 S \alpha^2 C \Omega^2 C I^2 - \frac{1}{2} S \alpha S \delta C \delta S I C \Omega C I + \frac{1}{2} C \delta S \delta C I S I C \alpha S \Omega \\
& \left. - \frac{1}{2} C \delta S \delta C I S I C \Omega S \alpha + \frac{1}{2} S I^2 C \delta^2 \right] \left[\frac{1}{4b} - \frac{C(4\pi b)}{4b} + \frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} - \frac{1}{8(b+1)} + \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} \right. \\
& \left. - \frac{1}{8(b-1)} \right] + \left[\frac{1}{4} C \alpha S \alpha C \Omega^2 S \delta - \frac{1}{4} C \alpha^2 S \delta C \Omega S \Omega - C \alpha S \alpha S \delta S \Omega^2 - C \alpha S \alpha S \delta S \Omega^2 \right] \\
& \left[2\pi + \frac{S(4\pi b)}{2b} + \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} + \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)} \right] + [-C\alpha S \alpha S \delta C \Omega S \Omega C I + \frac{1}{2} S \alpha^2 C \Omega S \Omega S \delta \\
& + \frac{1}{2} S \alpha^2 S \delta C \Omega^2 C I - \frac{1}{2} S \alpha^2 S \Omega^2 C I S \delta - \frac{1}{2} C \delta S \alpha C \Omega S I - \frac{1}{2} C \alpha^2 S \delta C \Omega^2 C I \\
& - C \alpha S \alpha S \delta C \Omega S \Omega C I + \frac{1}{2} C \alpha C \delta S I S \Omega + \frac{1}{4} C \alpha^2 S \delta S \Omega^2 C I] \left[-\frac{C[4\pi(b+1)]}{8(b+1)} + \frac{1}{8(b+1)} \right. \\
& \left. - \frac{C[4\pi(b-1)]}{8(b-1)} + \frac{1}{8(b-1)} \right] + \left[\frac{1}{4} C \alpha S \alpha C \delta S \Omega^2 C I^2 - \frac{1}{4} S \alpha^2 C I^2 C \Omega S \Omega S \delta + C \delta S \alpha S \Omega S I C I \right. \\
& + \frac{1}{4} C \alpha^2 S \delta C \Omega S \Omega C I^2 - \frac{1}{4} C \alpha S \alpha S \delta C \Omega^2 C I^2 + \frac{1}{4} C \delta C \alpha C I S I C \Omega] \left[2\pi + \frac{S(4\pi b)}{2b} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} \right. \\
& \left. - \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)} \right] + \left[-\frac{1}{4} C \alpha S \alpha S \delta C \Omega^2 - \frac{1}{4} S \delta S \alpha^2 C \Omega S \Omega + \frac{1}{4} S \delta S \alpha^2 C \Omega S \Omega + \frac{1}{4} S \delta C \alpha S \alpha S \Omega^2 \right] \\
& \left[2\pi - \frac{S(4\pi b)}{2b} - \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{S[4\pi(b-1)]}{4(b-1)} \right] + [C\alpha S \alpha S \delta C \Omega S \Omega C I + \frac{1}{2} C \alpha^2 S \delta C \Omega S \Omega \\
& + C \Omega^2 C I C \alpha^2 S \delta - C \alpha^2 S \delta S \Omega^2 C I - \frac{1}{2} S \alpha^2 S \delta C \Omega^2 C I + \frac{1}{2} S \alpha^2 S \delta S \Omega^2 C I + \\
& C \alpha S \alpha S \delta C \Omega S \Omega C I + \frac{1}{2} C \delta S I S \alpha C \Omega - \frac{1}{2} C \delta S I C \alpha S \Omega] \left[\frac{C[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} - \frac{1}{4(b+1)} + \frac{C[4\pi(1-b)]}{4(1-b)} \right. \\
& \left. - \frac{1}{4(1-b)} \right] + \left[-\frac{1}{4} C \alpha S \alpha S \delta S \Omega^2 C I^2 - \frac{1}{4} C \alpha^2 S \delta C \Omega S \Omega C I^2 + \frac{1}{4} S \alpha^2 S \delta C \Omega S \Omega C I^2 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} C_{\alpha} S_{\alpha} S_{\delta} C_{\Omega}^2 C I^2 - \frac{1}{4} C_{\delta} C I S I S_{\alpha} S_{\Omega} - \frac{1}{4} C_{\delta} S I C_{\alpha} C_{\Omega} C I \left[2\pi - \frac{S(4\pi b)}{2b} + \frac{S[4\pi(b+1)]}{4(b+1)} \right] \\
& \frac{S[4\pi(1-b)]}{4(1-b)}
\end{aligned}$$

(B.3)

APÊNDICE C - Tabelas com as coordenadas do Sol

Tabela 21 Ascensão reta e declinação do Sol para o período de simulação do SCD1.

DATA – SCD1	Ascensão Reta do Sol(°)	Declinação do Sol (°)
24/07/93	124,25	19,7
25/07/93	125,25	19,5
26/07/93	126,25	19,3
27/07/93	127,25	19,1
28/07/93	128,25	18,9
29/07/93	129,25	18,7
30/07/93	130,25	18,5
31/07/93	131,25	18,3
01/08/93	132,25	18,1
02/08/93	133,25	17,9
03/08/93	134,25	17,7
04/08/93	135,25	17,5
05/08/93	136,25	17,3
06/08/93	137,25	17,1
07/08/93	138,25	16,9
08/08/93	139,25	16,7
09/08/93	140,25	16,5
10/08/93	141,25	16,3
11/08/93	142,25	16,1
12/08/93	143,25	15,9
13/08/93	144,25	15,7
14/08/93	145,25	15,5
15/08/93	146,25	15,3
16/08/93	147,25	15,1
17/08/93	148,25	14,9
18/08/93	149,25	14,7
19/08/93	150,25	14,5
20/08/93	151,25	14,3
21/08/93	152,25	14,1
22/08/93	153,25	13,9
23/08/93	154,25	13,7
24/08/93	155,25	13,5
25/08/93	156,25	13,3
26/08/93	157,25	13,1
27/08/93	158,25	12,9
28/08/93	159,25	12,7
29/08/93	160,25	12,5
30/08/93	161,25	12,3
31/08/93	162,25	12,1
01/09/93	163,25	11,9

Tabela 22 Ascensão reta e declinação do Sol para o período de simulação do SCD2.

DATA – SCD2	Ascensão Reta do Sol (°)	Declinação do Sol (°)
1/2/2002	315,43	-16,92
2/2/2002	316,45	-16,63
3/2/2002	317,45	-16,33
4/2/2002	318,48	-16,03
5/2/2002	319,48	-15,73
6/2/2002	320,48	-15,43
7/2/2002	321,48	-15,12
8/2/2002	322,48	-14,80
9/2/2002	323,45	-14,47
10/2/2002	324,45	-14,15
11/2/2002	325,43	-13,82
12/2/2002	326,43	-13,48
13/2/2002	327,40	-13,15
14/2/2002	328,38	-12,80
15/2/2002	329,35	-12,47
16/2/2002	330,33	-12,00
17/2/2002	331,28	-11,77
18/2/2002	332,25	-11,42
19/2/2002	333,20	-11,05
20/2/2002	334,18	-10,70
21/2/2002	335,13	-10,33
22/2/2002	336,08	-9,97
23/2/2002	337,03	-9,60
24/2/2002	337,98	-9,23
25/2/2002	338,93	-8,87
26/2/2002	339,88	-8,48
27/2/2002	340,80	-8,12
28/2/2002	341,75	-7,73
1/3/2002	342,68	-7,35
2/3/2002	343,63	-6,97
3/3/2002	344,55	-6,58
4/3/2002	345,48	-6,20
5/3/2002	346,40	-5,82
6/3/2002	347,35	-5,43
7/3/2002	348,28	-5,03
8/3/2002	349,20	-4,65
9/3/2002	350,10	-4,25
10/3/2002	351,03	-3,87
11/3/2002	351,95	-3,47
12/3/2002	352,88	-3,08

APÊNDICE D – Resultados SCD1 - TGG

Resultados obtidos das simulações levando-se em conta apenas a influência do TGG para o SCD1. Tabelas com os valores das variações α_{TGG} , δ_{TGG} , θ'_{TGG} e θ_{TGG} para o SCD1.

Tabela 23 – Valores de $\Delta\alpha_{TGG_INPE}$, $\Delta\delta_{TGG_INPE}$, ΔW_{TGG_INPE} , $\Delta\theta'_{TGG_INPE}$ e θ_{TGG} do SCD1 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.

dia-SCD1	$\Delta\alpha_{TGG}(^\circ)$	$\Delta\delta_{TGG}(^\circ)$	$\Delta W_{TGG}(rpm)$	$\Delta\theta'_{TGG}(^\circ)$	$\theta_{TGG}(^\circ)$
24/07/93	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/07/93	0,3429	-0,3940	0,1063	-0,2184	0,4010
26/07/93	0,1806	-0,4044	0,0959	-0,1800	0,4062
27/07/93	-0,0117	-0,4147	0,1055	-0,1379	0,4147
28/07/93	-0,2241	-0,4350	0,1049	-0,0981	0,4372
29/07/93	-0,4365	-0,4252	0,0942	-0,0524	0,4331
30/07/93	-0,7189	-0,4354	0,1035	-0,0052	0,4544
31/07/93	-1,0014	-0,4254	0,1128	0,0421	0,4597
01/08/93	-1,3538	-0,4054	0,1021	0,0975	0,4640
02/08/93	-1,7361	-0,3952	0,1114	0,1473	0,4830
03/08/93	-2,1083	-0,3548	0,1008	0,1978	0,4804
04/08/93	-3,1902	-0,5243	0,2704	0,2643	0,7014
05/08/93	-2,6230	-0,2635	0,1901	0,2455	0,4506
06/08/93	-2,9545	-0,2127	0,1900	0,2859	0,4528
07/08/93	-3,2555	-0,1518	0,1900	0,3271	0,4562
08/08/93	-3,4560	-0,1007	0,1802	0,3547	0,4604
09/08/93	-3,5959	-0,0196	0,2003	0,3945	0,4641
10/08/93	-3,5451	0,0414	0,1805	0,4108	0,4596
11/08/93	-3,3936	0,1225	0,1905	0,4351	0,4594
12/08/93	-3,1914	0,1634	0,1905	0,4384	0,4545
13/08/93	-2,8788	0,2242	0,1802	0,4465	0,4516
14/08/93	-3,2458	0,2148	0,2399	0,4851	0,5023
15/08/93	-1,7327	0,2352	0,1893	0,3424	0,3425
16/08/93	-1,4793	0,2555	0,1788	0,3337	0,3363
17/08/93	-1,2158	0,2755	0,1784	0,3229	0,3320
18/08/93	-0,9423	0,2855	0,1780	0,3024	0,3216
19/08/93	-0,7488	0,2954	0,1677	0,2890	0,3193
20/08/93	-0,5153	0,3052	0,1674	0,2686	0,3171
21/08/93	-0,3420	0,3049	0,1673	0,2464	0,3105
22/08/93	-0,1389	0,2945	0,1573	0,2113	0,2955
23/08/93	0,0241	0,2941	0,1674	0,1854	0,2942
24/08/93	-0,8330	0,1337	0,1576	0,2045	0,2046
25/08/93	0,4897	0,2733	0,0776	0,0977	0,2886
26/08/93	0,5822	0,2529	0,0680	0,0622	0,2769
27/08/93	0,6744	0,2225	0,0684	0,0204	0,2594
28/08/93	0,7564	0,2121	0,0788	-0,0087	0,2612
29/08/93	0,8382	0,1918	0,0692	-0,0439	0,2574
30/08/93	0,8998	0,1714	0,0695	-0,0754	0,2538
31/08/93	0,9611	0,1311	0,0697	-0,1159	0,2411
01/09/93	0,9922	0,1108	0,0599	-0,1396	0,2383
média=	-0,7909	0,1268	0,1575	0,2012	0,4036
desvio=	1,5093	0,2876	0,0572	0,1979	0,1168

Tabela com os valores dos componentes da atitude α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} , ângulo de aspecto solar θ'_{TGG} e erro apontamento θ_{TGG} para o SCD1.

Tabela 24 – Valores de α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} e θ'_{TGG} do SCD1 em um período de 40 dias.

SCD1	$\alpha_{TGG}(^\circ)$	$\delta_{TGG}(^\circ)$	$W_{TGG}(\text{rpm})$	$\theta'_{TGG}(^\circ)$
24/07/93	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/07/93	234,0829	77,2960	90,8163	75,0061
26/07/93	233,7206	77,6856	90,7159	74,7828
27/07/93	233,5183	78,0853	90,6255	74,6023
28/07/93	233,5059	78,4950	90,5249	74,4692
29/07/93	233,7035	78,9248	90,4242	74,3818
30/07/93	234,1111	79,3446	90,3335	74,3461
31/07/93	234,7986	79,7746	90,2328	74,3643
01/08/93	235,7662	80,1946	90,1221	74,4366
02/08/93	237,0839	80,5948	90,0214	74,5711
03/08/93	238,7817	80,9852	89,9108	74,7624
04/08/93	240,8498	81,3357	89,8104	75,0107
05/08/93	243,9970	81,8565	89,5401	75,3359
06/08/93	246,5755	82,1173	89,3500	75,6478
07/08/93	249,4845	82,3282	89,1600	76,0050
08/08/93	252,6940	82,4793	88,9702	76,4077
09/08/93	256,1041	82,5804	88,7903	76,8417
10/08/93	259,6549	82,6014	88,5905	77,3182
11/08/93	263,1564	82,5625	88,4105	77,8131
12/08/93	266,5086	82,4434	88,2205	78,3332
13/08/93	269,6612	82,2842	88,0302	78,8571
14/08/93	272,5042	82,0648	87,8499	79,3885
15/08/93	275,7173	81,8552	87,6093	79,9592
16/08/93	277,4207	81,6255	87,4188	80,3854
17/08/93	278,8742	81,3755	87,2384	80,8005
18/08/93	280,0677	81,1055	87,0580	81,2021
19/08/93	280,9912	80,8254	86,8777	81,5798
20/08/93	281,7247	80,5352	86,7074	81,9404
21/08/93	282,2280	80,2349	86,5373	82,2763
22/08/93	282,5611	79,9345	86,3673	82,5854
23/08/93	282,6941	79,6441	86,2074	82,8543
24/08/93	282,6670	79,3537	86,0376	83,0920
25/08/93	283,4997	79,2233	85,8776	83,3474
26/08/93	283,0122	78,9529	85,7980	83,4897
27/08/93	282,4344	78,7025	85,7284	83,5906
28/08/93	281,7664	78,4821	85,6588	83,6436
29/08/93	281,0182	78,2718	85,5792	83,6616
30/08/93	280,1898	78,0814	85,5095	83,6387
31/08/93	279,3011	77,9111	85,4397	83,5786
01/09/93	278,3522	77,7808	85,3699	83,4730

APÊNDICE E – Resultados SCD1 – TA

Tabelas com os valores das variações α_{TA} , δ_{TA} , θ'_{TA} e θ_{TA} para o SCD1.

Tabela 25 – Valores de $\Delta\alpha_{TA_INPE}$, $\Delta\delta_{TA_INPE}$, ΔW_{TA_INPE} , $\Delta\theta'_{TA_INPE}$ e θ_{TA} do SCD1 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.

dia-SCD1	$\Delta\alpha_{TA}(^\circ)$	$\Delta\delta_{TA}(^\circ)$	$\Delta W_{TA}(rpm)$	$\Delta\theta'_{TA}(^\circ)$	$\theta_{TA}(^\circ)$
24/07/93	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/07/93	0,3625	-0,3887	0,1000	-0,2203	0,3965
26/07/93	0,1998	-0,4001	0,0900	-0,1823	0,4023
27/07/93	0,0034	-0,4120	0,1000	-0,1399	0,4120
28/07/93	-0,2076	-0,4317	0,1000	-0,1002	0,4336
29/07/93	-0,4360	-0,4245	0,0900	-0,0523	0,4323
30/07/93	-0,7140	-0,4331	0,1000	-0,0054	0,4520
31/07/93	-1,0037	-0,4231	0,1100	0,0432	0,4577
01/08/93	-1,3813	-0,4038	0,1000	0,1024	0,4648
02/08/93	-1,7379	-0,3913	0,1100	0,1487	0,4800
03/08/93	-2,1556	-0,3508	0,1000	0,2060	0,4823
04/08/93	-3,2042	-0,5193	0,2700	0,2678	0,6989
05/08/93	-2,6436	-0,2576	0,1900	0,2503	0,4494
06/08/93	-2,9869	-0,2053	0,1900	0,2928	0,4531
07/08/93	-3,2469	-0,1467	0,1900	0,3280	0,4534
08/08/93	-3,4662	-0,0931	0,1800	0,3591	0,4599
09/08/93	-3,5713	-0,0164	0,2000	0,3932	0,4607
10/08/93	-3,5142	0,0436	0,1800	0,4084	0,4557
11/08/93	-3,3561	0,1225	0,1900	0,4310	0,4547
12/08/93	-3,1502	0,1601	0,1900	0,4321	0,4483
13/08/93	-2,8404	0,2173	0,1800	0,4383	0,4438
14/08/93	-3,2138	0,2070	0,2400	0,4769	0,4951
15/08/93	-1,7145	0,2241	0,1900	0,3332	0,3332
16/08/93	-1,4767	0,2424	0,1800	0,3247	0,3263
17/08/93	-1,2148	0,2646	0,1800	0,3154	0,3229
18/08/93	-0,9814	0,2693	0,1800	0,2959	0,3103
19/08/93	-0,7673	0,2847	0,1700	0,2841	0,3107
20/08/93	-0,5630	0,2927	0,1700	0,2662	0,3075
21/08/93	-0,3922	0,2942	0,1700	0,2458	0,3019
22/08/93	-0,1731	0,2869	0,1600	0,2108	0,2885
23/08/93	-0,0473	0,2859	0,1700	0,1900	0,2860
24/08/93	-0,8633	0,1289	0,1600	0,2058	0,2058
25/08/93	0,4428	0,2694	0,0800	0,1021	0,2822
26/08/93	0,5484	0,2502	0,0700	0,0657	0,2718
27/08/93	0,6537	0,2204	0,0700	0,0224	0,2555
28/08/93	0,7332	0,2107	0,0800	-0,0057	0,2573
29/08/93	0,8285	0,1901	0,0700	-0,0431	0,2549
30/08/93	0,8978	0,1693	0,0700	-0,0761	0,2521
31/08/93	0,9635	0,1285	0,0700	-0,1176	0,2402
02/09/93	0,9968	0,1077	0,0600	-0,1419	0,2378
média=	-0,8153	0,1255	0,1600	0,2059	0,3994
desvio=	1,4993	0,2827	0,0577	0,1966	0,1172

Tabela com os valores dos componentes da atitude α_{TA} , δ_{TA} , W_{TA} , θ'_{TA} e erro apontamento θ_{TA} para o SCD1.

Tabela 26 – Valores de α_{TA} , δ_{TA} , W_{TA} e θ'_{TA} do SCD1 em um período de 40 dias.

SCD1	$\alpha_{TA}(^\circ)$	$\delta_{TA}(^\circ)$	$W_{TA}(\text{rpm})$	$\theta'_{TA}(^\circ)$
24/07/93	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/07/93	234,1025	77,3013	90,8100	75,0080
26/07/93	233,7398	77,6899	90,7100	74,7850
27/07/93	233,5334	78,0880	90,6200	74,6043
28/07/93	233,5224	78,4983	90,5200	74,4713
29/07/93	233,7040	78,9255	90,4200	74,3816
30/07/93	234,1160	79,3469	90,3300	74,3463
31/07/93	234,7963	79,7769	90,2300	74,3632
01/08/93	235,7387	80,1962	90,1200	74,4317
02/08/93	237,0821	80,5987	90,0200	74,5697
03/08/93	238,7344	80,9892	89,9100	74,7541
04/08/93	240,8358	81,3407	89,8100	75,0072
05/08/93	243,9764	81,8624	89,5400	75,3311
06/08/93	246,5431	82,1247	89,3500	75,6409
07/08/93	249,4931	82,3333	89,1600	76,0041
08/08/93	252,6838	82,4869	88,9700	76,4032
09/08/93	256,1287	82,5836	88,7900	76,8430
10/08/93	259,6858	82,6036	88,5900	77,3206
11/08/93	263,1939	82,5625	88,4100	77,8172
12/08/93	266,5498	82,4401	88,2200	78,3396
13/08/93	269,6996	82,2773	88,0300	78,8653
14/08/93	272,5362	82,0570	87,8500	79,3968
15/08/93	275,7355	81,8441	87,6100	79,9684
16/08/93	277,4233	81,6124	87,4200	80,3943
17/08/93	278,8752	81,3646	87,2400	80,8080
18/08/93	280,0286	81,0893	87,0600	81,2085
19/08/93	280,9727	80,8147	86,8800	81,5848
20/08/93	281,6770	80,5227	86,7100	81,9429
21/08/93	282,1778	80,2242	86,5400	82,2770
22/08/93	282,5269	79,9269	86,3700	82,5858
23/08/93	282,6227	79,6359	86,2100	82,8497
24/08/93	282,6367	79,3489	86,0400	83,0907
25/08/93	283,4528	79,2194	85,8800	83,3429
26/08/93	282,9784	78,9502	85,8000	83,4862
27/08/93	282,4137	78,7004	85,7300	83,5885
28/08/93	281,7432	78,4807	85,6600	83,6406
29/08/93	281,0085	78,2701	85,5800	83,6609
30/08/93	280,1878	78,0793	85,5100	83,6394
31/08/93	279,3035	77,9085	85,4400	83,5802
01/09/93	278,3568	77,7777	85,3700	83,4752

APÊNDICE F – Resultados SCD2 - TGG

Tabelas com os valores α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} , θ'_{TGG} , α_{INPE} , δ_{INPE} , W_{INPE} , θ'_{INPE} para o SCD2 no intervalo 01/02/2002 à 12/03/2002.

Tabela 27 Valores de α_{TGG} , δ_{TGG} , W_{TGG} e θ'_{TGG} do SCD2 em um período de 40 dias.

dia_SCD2	$\alpha_{TGG}(^\circ)$	$\delta_{TGG}(^\circ)$	$W_{TGG}(\text{rpm})$	$\theta'_{TGG}(^\circ)$
1/2/2002	281,7000	62,7400	34,5700	83,9311
2/2/2002	281,6923	62,7423	34,5701	83,9080
3/2/2002	281,5230	62,9819	34,5901	84,1150
4/2/2002	281,3738	63,2114	34,6101	84,3207
5/2/2002	280,0500	63,3900	34,6300	84,8004
6/2/2002	280,0453	63,3908	34,6300	84,7932
7/2/2002	280,0560	63,4605	34,6200	84,8317
8/2/2002	280,0866	63,5303	34,6200	84,8597
9/2/2002	280,1272	63,5801	34,6100	84,8563
10/2/2002	280,1778	63,6300	34,6100	84,8730
11/2/2002	280,2482	63,6700	34,6000	84,8655
12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800	85,2011
13/2/2002	278,7089	63,4700	34,4800	85,2059
14/2/2002	278,7290	63,4500	34,4200	85,1805
15/2/2002	278,7391	63,4200	34,3700	85,1736
16/2/2002	278,7390	63,3900	34,3100	85,0488
17/2/2002	278,7189	63,3600	34,2600	85,1517
18/2/2002	278,6787	63,3300	34,2000	85,1627
19/2/2002	278,6283	63,3099	34,1400	85,1640
20/2/2002	278,5679	63,2897	34,0800	85,2048
21/2/2002	278,4975	63,2695	34,0201	85,2260
22/2/2002	278,4169	63,2492	33,9601	85,2663
23/2/2002	278,3263	63,2388	33,9001	85,3126
24/2/2002	276,6000	61,2200	33,6900	85,0065
25/2/2002	276,5948	61,2183	33,6901	85,0820
26/2/2002	276,4142	61,0278	33,6901	85,1231
27/2/2002	276,1936	60,8273	33,5501	85,2041
28/2/2002	275,9330	60,6168	33,4801	85,2983
1/3/2002	273,7500	59,3800	33,4300	85,8989
2/3/2002	273,7420	59,3760	33,4301	86,0180
3/3/2002	273,3816	59,1055	33,4101	86,1976
4/3/2002	272,9613	58,8351	33,3801	86,4378
5/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400	87,0599
6/3/2002	271,6208	58,2446	33,3401	87,2093
7/3/2002	271,1306	57,9945	33,3601	87,5313
8/3/2002	270,6205	57,7445	33,3801	87,8928
9/3/2002	270,0604	57,5146	33,4000	88,2734
10/3/2002	269,4804	57,3049	33,4200	88,7165
11/3/2002	268,8604	57,1052	33,4400	89,1748
12/3/2002	267,8400	56,7700	33,5100	89,8643

Tabela 28 Valores de $\Delta\alpha_{TGG_INPE}$, $\Delta\delta_{TGG_INPE}$, ΔW_{TGG_INPE} , $\Delta\theta'_{TGG_INPE}$ e θ_{TGG} do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.

dia_SCD2	$\Delta\alpha_{TGG2}$	$\Delta\delta_{TGG2}$	ΔW_{TGG2}	$\Delta\theta'_{TGG2}$	$\theta_{TGG}(^\circ)$
1/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2/2/2002	0,1623	-0,2377	-0,0199	-0,2392	0,2490
3/2/2002	0,1430	-0,2281	-0,0199	-0,2247	0,2371
4/2/2002	0,0938	-0,2186	-0,0199	-0,2021	0,2226
5/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6/2/2002	-0,0147	-0,0692	0,0100	-0,0497	0,0695
7/2/2002	-0,0340	-0,0695	0,0000	-0,0435	0,0711
8/2/2002	-0,0434	-0,0497	0,0100	-0,0250	0,0533
9/2/2002	-0,0528	-0,0499	0,0000	-0,0215	0,0551
10/2/2002	-0,0722	-0,0400	0,0100	-0,0076	0,0512
11/2/2002	-0,0618	-0,0300	0,0000	-0,0028	0,0406
12/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/2/2002	-0,0211	0,0200	0,0600	0,0205	0,0221
14/2/2002	-0,0110	0,0300	0,0500	0,0236	0,0304
15/2/2002	-0,0009	0,0300	0,0600	0,0199	0,0300
16/2/2002	0,0190	0,0300	0,0500	0,0126	0,0312
17/2/2002	0,0389	0,0300	0,0600	0,0052	0,0347
18/2/2002	0,0487	0,0200	0,0600	-0,0051	0,0296
19/2/2002	0,0583	0,0199	0,0600	-0,0092	0,0329
20/2/2002	0,0679	0,0197	0,0600	-0,0134	0,0364
21/2/2002	0,0775	0,0195	0,0601	-0,0177	0,0399
22/2/2002	0,0869	0,0092	0,0601	-0,0276	0,0402
23/2/2002	0,0963	0,0088	0,0701	-0,0320	0,0443
24/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/2/2002	0,1748	0,1883	0,0001	0,0156	0,2063
26/2/2002	0,2142	0,1978	0,1401	-0,0019	0,2235
27/2/2002	0,2536	0,2073	0,0701	-0,0204	0,2415
28/2/2002	0,2930	0,1968	0,0801	-0,0486	0,2440
1/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2/3/2002	0,3520	0,2660	0,0201	-0,0744	0,3212
3/3/2002	0,4116	0,2655	0,0301	-0,1121	0,3399
4/3/2002	0,4413	0,2651	0,0301	-0,1362	0,3505
5/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6/3/2002	0,4808	0,2446	-0,0199	-0,1830	0,3526
7/3/2002	0,5006	0,2445	-0,0199	-0,2026	0,3615
8/3/2002	0,5505	0,2245	-0,0199	-0,2420	0,3705
9/3/2002	0,5704	0,2046	-0,0200	-0,2651	0,3691
10/3/2002	0,6104	0,1949	-0,0200	-0,2963	0,3837
11/3/2002	0,6204	0,1652	-0,0200	-0,3135	0,3759
12/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
media =	0,1514	0,0527	0,0218	-0,0680	0,0523
desvio=	0,2105	0,1335	0,0377	0,1016	0,1411

APÊNDICE G – Resultados SCD2 - TA

Tabela 29 Valores de α_{TA} , δ_{TA} , W_{TA} , e θ'_{TA} do SCD2 em um período de 40 dias.

dia-SCD2	$\alpha_{TA} (^{\circ})$	$\delta_{TA} (^{\circ})$	$W_{TA}(\text{rpm})$	$\theta'_{TA} (^{\circ})$
1/2/2002	281,7000	62,7400	34,5700	83,9311
2/2/2002	281,7068	62,7415	34,5700	83,9036
3/2/2002	281,5414	62,9818	34,5900	84,1103
4/2/2002	281,3963	63,2118	34,6100	84,3150
5/2/2002	281,2800	63,4300	34,6300	84,8004
6/2/2002	280,0771	63,3906	34,6300	84,7841
7/2/2002	280,0919	63,4593	34,6200	84,8204
8/2/2002	280,1254	63,5275	34,6200	84,8464
9/2/2002	280,1677	63,5755	34,6100	84,8409
10/2/2002	280,2179	63,6236	34,6100	84,8562
11/2/2002	280,2864	63,6619	34,6000	84,8480
12/2/2002	280,3100	63,7000	34,6000	85,2011
13/2/2002	278,7388	63,4605	34,4800	85,1896
14/2/2002	278,7523	63,4409	34,4200	85,1667
15/2/2002	278,7550	63,4126	34,3700	85,1634
16/2/2002	278,7480	63,3852	34,3100	85,0427
17/2/2002	278,7218	63,3587	34,2600	85,1498
18/2/2002	278,6771	63,3326	34,2000	85,1648
19/2/2002	278,6243	63,3168	34,1400	85,1696
20/2/2002	278,5634	63,3006	34,0800	85,2128
21/2/2002	278,4946	63,2833	34,0200	85,2349
22/2/2002	278,4169	63,2658	33,9600	85,2755
23/2/2002	278,3302	63,2572	33,9000	85,3210
24/2/2002	278,2300	63,2300	33,8300	85,0065
25/2/2002	276,6056	61,2370	33,6900	85,0864
26/2/2002	276,4283	61,0456	33,6900	85,1252
27/2/2002	273,7500	59,3800	33,4300	85,8989
28/2/2002	273,7588	59,3863	33,4300	86,0137
1/3/2002	273,3900	59,1100	33,4100	86,3097
2/3/2002	272,9757	58,8426	33,3800	86,4330
3/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400	87,0599
4/3/2002	271,6314	58,2504	33,3400	87,2054
5/3/2002	271,1400	58,0000	33,3600	87,7339
6/3/2002	270,6261	57,7495	33,3800	87,8909
7/3/2002	270,0636	57,5197	33,4000	88,2727
8/3/2002	269,4811	57,3103	33,4200	88,7170
9/3/2002	268,8586	57,1113	33,4400	89,1766
10/3/2002	268,2264	56,9427	33,4600	89,6723
11/3/2002	268,2154	56,7523	33,4700	89,5720
12/3/2002	268,1900	56,4300	33,4800	89,4711

Tabela 30 – Valores de $\Delta\alpha_{TA_INPE}$, $\Delta\delta_{TA_INPE}$, ΔW_{TA_INPE} , $\Delta\theta'_{TA_INPE}$ e θ_{TA} do SCD2 com suas respectivas médias e desvios em um período de 40 dias.

dia-SCD2	$\Delta\alpha_{TA(^{\circ})}$	$\Delta\delta_{TA(^{\circ})}$	$\Delta W_{TA(rpm)}$	$\Delta\theta'_{TA(^{\circ})}$	$\theta_{TA(^{\circ})}$
1/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2/2/2002	-0,0068	-0,0015	0,0000	0,2436	0,2518
3/2/2002	-0,0114	-0,0018	0,0000	0,2294	0,2396
4/2/2002	-0,0163	-0,0018	0,0000	0,2078	0,2244
5/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6/2/2002	-0,0271	-0,0006	0,0000	0,0588	0,0698
7/2/2002	-0,0319	0,0007	0,0000	0,0548	0,0708
8/2/2002	-0,0354	0,0025	0,0000	0,0383	0,0525
9/2/2002	-0,0377	0,0045	0,0000	0,0369	0,0547
10/2/2002	-0,0379	0,0064	0,0000	0,0244	0,0485
11/2/2002	-0,0364	0,0081	0,0000	0,0203	0,0395
12/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/2/2002	-0,0288	0,0095	0,0000	-0,0042	0,0112
14/2/2002	-0,0223	0,0091	0,0000	-0,0098	0,0217
15/2/2002	-0,0150	0,0074	0,0000	-0,0097	0,0236
16/2/2002	-0,0080	0,0048	0,0000	-0,0065	0,0282
17/2/2002	-0,0018	0,0013	0,0000	-0,0033	0,0343
18/2/2002	0,0029	-0,0026	0,0000	0,0030	0,0310
19/2/2002	0,0057	-0,0068	0,0000	0,0036	0,0362
20/2/2002	0,0066	-0,0106	0,0000	0,0054	0,0418
21/2/2002	0,0054	-0,0133	0,0000	0,0088	0,0473
22/2/2002	0,0031	-0,0158	0,0000	0,0184	0,0469
23/2/2002	-0,0002	-0,0172	0,0000	0,0236	0,0527
24/2/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/2/2002	-0,0056	-0,0170	0,0000	-0,0200	0,2256
26/2/2002	-0,0083	-0,0156	0,0000	-0,0002	0,2425
27/2/2002	2,4500	1,4500	0,1200	0,0000	0,0000
28/2/2002	-0,0088	-0,0063	0,0000	0,0787	0,3345
1/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2/3/2002	-0,0057	-0,0026	0,0000	0,1410	0,3610
3/3/2002	0,8900	0,3200	0,0100	0,0000	0,0000
4/3/2002	-0,0014	-0,0004	0,0000	0,1869	0,3606
5/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6/3/2002	0,0039	0,0005	0,0000	0,2439	0,3759
7/3/2002	0,0064	0,0003	0,0000	0,2658	0,3734
8/3/2002	0,0089	-0,0003	0,0000	0,2958	0,3868
9/3/2002	0,0114	-0,0013	0,0000	0,3117	0,3778
10/3/2002	0,0136	-0,0027	0,0000	0,1920	0,2729
11/3/2002	-0,0054	0,0477	-0,0200	0,1022	0,2533
12/3/2002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
média=	-0,0008	0,0000	0,0000	0,0136	0,1247
desvio=	0,4154	0,2366	0,0196	0,0982	0,1400