

TIAGO TAKESHI KAWASE MATAYOSHI

Análise de material compósito de carbono epóxi com orifícios circulares por modelo analítico e numérico: Estudo de viabilização de redução de ensaios experimentais

Tiago Takeshi Kawase Matayoshi

Análise de material compósito de carbono epóxi com orifícios circulares por modelo analítico e numérico: Estudo de viabilização de redução de ensaios experimentais

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador (a): Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins

Coorientador (a): Me. Cassio Wallner

M425a	Matayoshi, Tiago Takeshi Kawase Análise de material compósito de carbono epóxi com orifícios circulares por modelo analítico e numérico: estudo de viabilização de redução de ensaios experimentais / Tiago Takeshi Kawase Matayoshi – Guaratinguetá, 2019. 67 f : il. Bibliografia: f. 62-63 Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019. Orientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins Co-orientador: Me. Cássio Wallner 1. Compósitos poliméricos. 2. Materiais compostos. 3. Fibras de carbono. 4. Resinas epóxi. I. Título. CDU 620.1
-------	---

Luciana Máximo

Bibliotecária CRB-8/3595

Tiago Takeshi Kawase Matayoshi

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

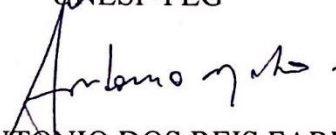
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI
UNESP-FEG


Prof. Me. ANTONIO DOS REIS FARIA NETO
UNESP-FEG

Dezembro de 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por minha vida, por minha saúde, por toda a minha família, amigos e por todas as oportunidades com as quais pude aprender e me desenvolver;

aos profissionais que me orientaram neste trabalho, Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins e Me. Cassio Wallner, pela dedicação em todos os momentos, por me orientarem sempre me ensinando e me dando suporte, e por toda motivação em continuar seguindo em frente e aprendendo com meus erros;

à minha mãe, Regina Kawase, e a minha avó, Aurora Kawase, por todo o amor que sempre recebi, pelo apoio nos momentos difíceis, por cada palavra de incentivo em meio a todas as dificuldades enfrentadas, e principalmente pela paciência, compreensão e incentivo frente as consequências de decisões que me levassem para mais perto dos meus objetivos e sonhos;

aos meus amigos e amigas que sempre me apoiaram em todas as dificuldades enfrentadas, me motivando sempre com palavras de incentivo e um carinho imenso que serviam de alicerces para me sustentar e continuar a seguir sempre em frente;

à minha amiga, Caroline Moraes Garcia que dividiu comigo essa caminhada em busca de conhecimento e desenvolvimento, enfrentando dificuldades, mas sempre me ensinando e auxiliando a aprender e me desenvolver ainda mais com cada dificuldade;

aos meus colegas de trabalho, pelo companheirismo e motivação para sempre buscar o melhor dentro de mim;

aos professores da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (UNESP), pelo compartilhamento de conhecimentos, experiências, orientações e principalmente com ensinamentos que me transformaram pessoal e profissionalmente em alguém melhor.

“Cuide de seus pensamentos, eles se converterão em suas palavras. Cuide de suas palavras, elas se converterão em seus atos. Cuide de seus atos, elas se converterão em seus hábitos. Cuide de seus hábitos, eles se converterão em seu destino.”

Mahatma Gandhi

RESUMO

A crescente utilização de materiais compósitos como alternativos aos metálicos para ganhos de desempenho tem gerado cada vez mais ensaios e testes experimentais com o objetivo de obter propriedades mecânicas dos materiais utilizados. O presente trabalho teve como objetivo analisar, obter e apresentar a estimativa do limite de resistência à tração de um compósito de carbono epóxi com furo, através do modelo analítico *Point Stress Criteria*, e um modelo numérico de elementos finitos, usando como referência, para comparação, os resultados do material compósito fabricado, ensaiado e apresentado, por Soriano e Almeida (1999), em diversas configurações de laminados e tamanhos de furos. Os resultados obtidos ficaram coerentes entre os diferentes modelos, apresentando resultados próximos para ambos, tanto em termos de resultados do limite de resistência à tração quanto de resultados conservadores ou não. O modelo numérico apresentou resultados, no geral, mais precisos, mas a aproximação do modelo analítico para laminados mais balanceados, em termos de orientação das lâminas, obteve resultados equivalentes ao modelo numérico. Conclui-se através dos resultados obtidos que para aplicações mais precisas os ensaios experimentais ainda são indispensáveis por garantirem precisões maiores, porém aplicações menos críticas, através das quais podem ser aceitos alguns desvios, estes métodos apresentam bons resultados frente ao ganho de tempo e custo dessas análises.

PALAVRAS-CHAVE: Material compósito. Fibra de carbono. Resina epóxi. Concentrador de tensão. Método de elementos finitos. Critério de tensão pontual.

ABSTRACT

The increasing use of composite materials as alternative of metals to increase the performance has generated more experimental tests to obtain mechanical properties from the tested materials. The objective of this work was to study, obtain and present the tensile strength limit estimated for a composite material with a hole, through the analytical model Point Stress Criteria and the finite element method model, using to compare, as reference, the results for the same composite material manufactured, tested and presented by Soriano e Almeida (1999), considering various configurations for laminate and different hole sizes. The results obtained were consistent between the different models, presenting a close result between them for the tensile strength limit and the conservative and not conservative consideration. The numerical model presents in general better results, being more accurate, yet the analytical model, for balanced configuration of the laminate orientation of composite, the results were equivalent to the numerical model. The results allow to conclude that for applications with strict requirements the experimental test are still needed to ensure more accuracy in tension strength limits, however for applications with less critical requirements, which some deviation may be accepted the analyzed models shown good results considering the time and cost reductions using this methods.

KEYWORDS: Composite material. Carbon fiber. Epoxi resin. Stress concentration. Finite Elements Method. Point Stress Criteria.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Composição em peso do Boeing 787 Dreamliner	14
Figura 2 - Fases do material compósito	14
Figura 3 - Razão entre a força de fadiga e rigidez dos materiais em relação ao aço	17
Figura 4 - Razão entre a resistência dos materiais em relação ao aço	17
Figura 5 - Classificação dos compósitos.....	22
Figura 6 - Tecido de fibra de carbono	23
Figura 7 - Hélice de turbina fabricada em carbono/epóxi.....	25
Figura 8 - Orientações e planos do sistema de coordenadas de referência	26
Figura 9 - Indicação das camadas de um laminado e sistema de coordenada cartesianas de referência	27
Figura 10 - Representação esquemática dos critérios ASC e PSC	32
Figura 11 - Carreira de elementos para obtenção das tensões no modelo.....	43
Figura 12 - Modelo FEM com furo de 12,7mm e detalhe da malha refinada	43
Figura 13 - Transição de 180 para 360 elementos no modelo com furo de 3,18mm.....	44
Figura 14 - Modelo com cargas e restrições aplicadas	45
Figura 15 - Resultados modelo FEM teste isotrópico.....	46
Figura 16 - Output força por comprimento na direção X demonstrando a mudança de orientação dos elementos	48
Figura 17 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 3,18mm.....	50
Figura 18 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 6,35mm.....	51
Figura 19 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 9,52mm.....	51
Figura 20 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 12,7mm.....	52
Figura 21 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 3,18mm.....	52
Figura 22 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 6,35mm.....	53
Figura 23 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 9,52mm.....	53
Figura 24 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 12,7mm.....	54
Figura 25 - Gráfico de distribuição de tensão pela razão d_0 /diâmetro	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Orientações das camadas de cada configuração de laminado.....	34
Tabela 2 – Limite de resistência à tração para placa finita [MPa].....	35
Tabela 3 - Tensão de falha $\sigma_{N\infty}$ para placas infinitas [MPa]	35
Tabela 4 - Dados experimentais e calculados das propriedades do compósito ensaiado.....	39
Tabela 5 - Propriedades Elásticas da Lâmina de Compósito.....	39
Tabela 6 - Resultados dos valores de d_0 do laminado de referência L2	40
Tabela 7 - Resultados das estimativas de $\sigma_{N\infty}$ e seus erros pelo método analítico	41
Tabela 8 - Informações de quantidade de nós e elementos dos modelos numéricos	44
Tabela 9 - Dados de teste modelo isotrópico e resultados de K_t	46
Tabela 10 - $\sigma_{N\infty}$ para placas infinitas e força por nó em função do diâmetro dos furos.....	47
Tabela 11 - Valores numéricos de distribuição de tensão com concentrador de tensão e seleção dos elementos de d_0	57
Tabela 12 - Tabela de cálculo do d_0 médio/diâmetro	58
Tabela 13 - Resultados das estimativas de $\sigma_{N\infty}$ e seus erros pelo método numérico	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Objetivo	12
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	13
2.1	MATERIAL COMPÓSITO.....	14
2.1.1	Fase do reforço.....	15
2.1.1.1	Reforço por partículas.....	15
2.1.1.2	Reforço por partículas grandes.....	15
2.1.1.3	Reforço por partículas em dispersão.....	16
2.1.1.4	Reforço por Fibras	16
2.1.1.5	Reforço por fibras contínuas	18
2.1.1.6	Reforço por fibras contínuas e alinhadas	18
2.1.1.7	Reforço por fibras descontinuas	19
2.1.1.8	Reforço por fibras descontinuas e alinhadas	19
2.1.1.9	Reforço por fibras descontinuas e aleatórias.....	20
2.1.2	A fase matriz	20
2.1.2.1	Matriz polimérica.....	20
2.1.2.2	Matriz cerâmica	21
2.1.2.3	Matriz metálica	21
2.2	Compósito multicamadas e ortotrópico	21
2.3	Fibra de Carbono	23
2.4	Matriz Epóxi.....	24
2.5	Compósito de carbono epóxi.....	25
2.6	Análise macromecânica do comportamento da lâmina de compósito.....	26
2.6.1	Caracterização da orientação do compósito	26
2.6.2	Lei de Hooke generalizada para diferentes tipos de materiais.....	28
2.7	Concentradores de Tensão	29
2.8	Critérios de falha em compósito.....	30
2.9	FEM – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	33
3	METODOLOGIA.....	34

3.1	Dados de Experimento de Referência	34
3.2	Modelo Analítico	35
3.3	Modelo Numérico.....	37
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	39
4.1	Método Analítico	39
4.2	Método Numérico – FEM – Método de elementos finitos	42
4.3	Numérico e Analítico com Tensão Unitária.....	48
4.4	Estimativa do Limite de Resistência à Tração Através dos Modelo Numérico de Tensão Unitária.....	55
5	CONCLUSÃO	60
	REFERÊNCIAS	62
	APÊNDICE A – Gráficos de $K_{t\infty}$ dos modelos analítico e numérico considerando todos elementos controlados.....	64

1 INTRODUÇÃO

O crescente desenvolvimento tecnológico demanda das indústrias cada vez mais inovações em conjunto com reduções de custos, objetivando sempre processos enxutos com menores desperdícios de tempo e matéria-prima, em conjunto com ganhos de *performance*.

Em função dessas demandas de ganhos de eficiência, a utilização de materiais compósitos tem se tornado uma alternativa para alguns materiais metálicos. Segundo Tita (2002), os materiais compósitos estão sendo utilizados em função da sua maior relação rigidez-densidade, que já tornam possível uma economia no projeto. Ainda, segundo Kaw (2006) e Jones (1999), o material compósito é uma alternativa interessante aos materiais metálicos, como no mercado aeronáutico, pois a utilização desses materiais mais leves que diminuem o peso geral da aeronave, sem que sejam diminuídas as propriedades de rigidez e resistência, fornecem ao cliente um produto mais rentável, pois o consumo de combustíveis torna-se reduzido.

Os compósitos, segundo Jones (1999), Berthelot (1999) e Kaw (2006), são uma combinação de duas ou mais fases em escala macroscópica, resultando em um produto final, que em escala microscópica possui as características desejadas de cada um dos seus constituintes, podendo além disso, apresentar características que seus constituintes isoladamente não possuem.

Dentro deste cenário de crescimento e desenvolvimento tecnológico para com os materiais novos, buscam-se cada vez mais referências e informações sobre as suas propriedades. Materiais isotrópicos apresentam propriedades bem definidas e comportamentos possíveis de serem antecipados de forma a atender os requisitos e condições impostas. Porém, como mencionado, materiais compósitos são compostos por duas ou mais fases o que garante uma característica ortotrópica, que é interessante pois possibilita configurações de rigidez e outras propriedades em direções específicas, mas ao mesmo tempo impõe um obstáculo quanto a definição exata de seu comportamento e limites de resistências. Tratando-se da análise de componentes estruturais, um dos fatores mais importantes de uma análise são os concentradores de tensão, e estes são os maiores influenciadores em relação aos limites das peças.

Concentradores de tensão existem virtualmente em todas as estruturas. É uma questão extremamente importante em ambos, isotrópico homogêneo e materiais compósitos heterogêneos, pois um ponto sobre ou próximo à concentração de tensão máxima é normalmente o local de iniciação da falha. (TAN, 1994, v. 1, p. 07-12)

Uma vez que é necessário realizar a avaliação de uma estrutura, é desejado que seja possível fazê-la de forma numérica e/ou analítica, para que não seja necessário testar e gerar gastos experimentais sempre que for necessária a obtenção de informações de comportamento

e respostas da estrutura em questão. Para os materiais metálicos, isotrópicos, existem disponíveis na literatura muitas informações analíticas, numéricas e até gráficos para auxiliar na análise dos concentradores, facilitando e otimizando o processo de análise desejado.

Os compósitos por sua vez, apresentam uma formulação mais complexa. Segundo Jones (1999), a análise micromecânica objetiva a obtenção das propriedades como módulo de elasticidade e módulo de rigidez do compósito através destas mesmas propriedades dos seus constituintes. E apenas após a definição dessas propriedades, em função da característica ortotrópica, é que se torna possível as análises do material.

Os avanços tecnológicos e os mercados cada vez mais competitivos, trazem a necessidade de adequar os processos de desenvolvimento a essa demanda de mercado. Devido a essas imposições a possibilidade de utilizar um modelo analítico ou numérico se apresenta de forma bastante atrativa devido aos ganhos de tempo nas análises assim como é possível ser realizado com materiais isotrópicos. A relevância desta pesquisa contribui para a obtenção de métodos que auxiliem a aquisição de conhecimento, fixação do mesmo, além de possibilitar a obtenção de informações que consolidem a confiabilidade nesses tipos de análises para materiais ortotrópicos.

1.1 OBJETIVO

Realizar a análise de uma placa plana de material compósito constituído de fibras de carbono e resina epóxi a fim de se obter a carga de falha quando há um concentrador de tensão circular. Analisar utilizando-se de um modelo numérico de elementos finitos, e posteriormente comparar os resultados com um modelo analítico da literatura. Podendo-se assim aferir a viabilidade e a precisão de ambos os métodos, numérico e analítico, em prol da substituição dos testes experimentais por estas análises.

2 REVISÃO DA LITERATURA

O desenvolvimento tecnológico vem ocorrendo desde a revolução industrial a passos largos, evoluindo e se adaptando às necessidades impostas pelas crescentes demandas de novas tecnologias, novos materiais, produtos mais eficientes e eficazes, novas formas de geração de energia, softwares mais sofisticados, dentre outras demandas, mas todas com o objetivo de atender aos mais diversos desejos dos consumidores.

Dentro do contexto de desenvolvimento de novos materiais, os compósitos têm sido mais amplamente estudados e aplicados. Apesar de parecerem um tipo de material novo em termos de utilização, de aplicações consideradas de alta tecnologia e de extrema importância, o material compósito possui diversas classificações e tamanha diversidade que é preciso destacar que as primeiras utilizações dele são muito antigas. Este fato ocorre devido aos compósitos considerados naturais, como a madeira e os ossos, que são materiais bem conhecidos e que são utilizados desde a antiguidade.

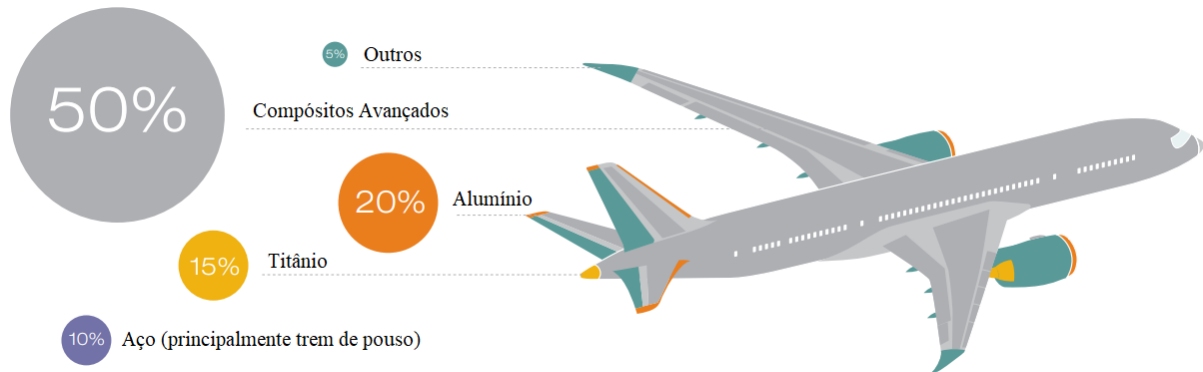
Na natureza, podemos perceber que todos os materiais biológicos são compósitos, sem exceção. Exemplos encontrados de compósitos naturais incluem madeira, em que a matriz de lignina é reforçada com fibras celulósicas, e ossos, em que a matriz composta por minerais é reforçada com fibras colagêneas. Desde a Antiguidade encontramos exemplos de compósitos feitos pelo homem, como adobes reforçados com palha para evitar a quebra da argila, e o uso de colmos de bambu no reforço de adobe e lama em paredes no Peru e China. (HIDALGO-LÓPES, 2003, v. 1, p. 163)

A grande diversidade de materiais compósitos que podem ser encontrados ocorre devido as formas diferentes com as quais eles podem ser formados. A composição deste tipo de material pode conter dois ou mais materiais que são insolúveis entre si (KAW, 2006), sendo sempre um reforço e uma matriz, no mínimo. Ambas características são primordiais para o compósito pois a combinação deles será a responsável pela caracterização das propriedades como módulo de elasticidade, módulo de rigidez, densidade, peso específico dentre outras.

As primeiras aplicações de compósitos reforçados com fibras se destinaram principalmente às indústrias aeroespacial, química e naval, devido ao custo requerido e as limitações das pesquisas (WU; EAMON, 2017). No final do ano de 2009, a indústria aeronáutica demonstrou a intensa pesquisa e exploração deste ramo em relação aos materiais compósitos quando a empresa Boeing fez o primeiro voo do Boeing 787 Dreamliner, avião este que possui como estrutura primária materiais compósitos ao invés de metais. Este avião possui em sua composição 80% de compósito, em volume, sendo que em termos de peso é composto por 50% do total da aeronave, os restantes são 20% alumínio, 15% titânio, 10% aço e 5% outros materiais (GIURGIUTIU, 2015). Estes dados demonstram o quanto há de ganho em termos de

peso para o avião utilizar materiais compósitos, reduzindo gastos de combustível, aumentando o peso da carga paga, ou seja, aumentando a sua eficiência.

Figura 1 - Composição em peso do Boeing 787 Dreamliner

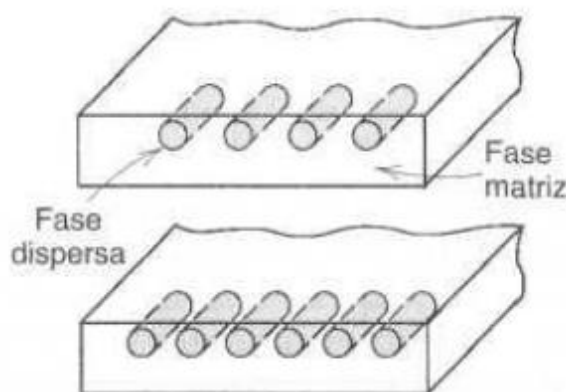


Fonte: Adaptado de Boeing (2006)

2.1 MATERIAL COMPÓSITO

Como mencionado anteriormente, o material compósito possui dois constituintes básicos, o reforço e a matriz. O reforço, como a própria denominação indica, irá contribuir para que haja um ganho nas propriedades mecânicas do material resultante, influenciando diretamente na obtenção destas propriedades através do tipo, das características do reforço e do volume utilizado. Por sua vez, o componente com a função de matriz, além da resistência também trará características para promover a fixação e a aderência entre si e os demais componentes, permitindo que os reforços interajam entre si quando submetidos a esforços. (LEVY NETO; PARDINI, 2006).

Figura 2 - Fases do material compósito



Fonte: Callister (2008)

2.1.1 Fase do reforço

O reforço, segundo Berthelot (1999), confere aos compósitos as suas características mecânicas como rigidez, dureza, resistência mecânica, além de permitir uma melhora em certas propriedades como propriedades térmicas, resistência a abrasão, ao fogo, podendo também afetar propriedades relacionadas a eletricidade.

Ainda, segundo Levy Neto e Pardini (2006), há duas classificações principais que os dividem em grupos com características bem peculiares, os reforços particulados e os reforços com fibras, ambos com subdivisões que os detalham de maneira mais completa.

2.1.1.1 Reforço por partículas

Segundo Callister Junior (2008), os compósitos reforçados com partículas, podem ser classificados de duas maneiras, os reforçados com partículas grandes e os reforçados por dispersão.

2.1.1.2 Reforço por partículas grandes

Segundo Callister Junior (2008), o reforço por partículas grandes considera que no material compósito há partículas, de um material, caracterizadas por terem aproximadamente o mesmo tamanho e as mesmas dimensões em todos os seus eixos, ou seja, partículas equiaxiais.

Esse tipo de reforço, une as propriedades da matriz e do reforço em função das suas frações volumétricas na formação do compósito, bem como considera de elevada importância a aderência do reforço à matriz. As propriedades do reforço são relevantes pois o seu tamanho é considerável em relação à proporção da matriz. Um exemplo desse tipo de material é o concreto, que utiliza da resistência de materiais cerâmicos como das britas (partículas grandes) e areia (partículas menores), unidos pela matriz que é cimento.

Para essa composição duas relações foram desenvolvidas visando a obtenção do módulo de elasticidade do material (E), um determina o módulo máximo de elasticidade que o material poderá atingir e a outra a elasticidade mínima dele, esse método é denominado “regra das misturas”. (CALLISTER JUNIOR, 2008)

Sendo E o módulo de elasticidade, V a fração volumétrica, e os subscritos c , m e p , respectivamente representam o compósito, a fase matriz e a fase particulada. Equação 1 é o módulo de elasticidade superior e a Equação 2 é o módulo de elasticidade inferior, *upper* e

lower respectivamente.

$$E_c(u) = E_m V_m + E_p V_p \quad (1)$$

$$E_c(l) = \frac{E_m E_p}{V_m E_p + V_p E_m} \quad (2)$$

2.1.1.3 Reforço por partículas em dispersão

Os compósitos reforçados por dispersão utilizam um reforço de diâmetros muito pequenos, podendo chegar a 10nm, assim o aumento de resistência ocorre em nível atômico ou molecular, e são bastante similares aos materiais endurecidos por precipitação. Neste caso a matriz suporta as cargas e o reforço é utilizado para aumentar a resistência diminuindo a movimentação das discordâncias da matriz. Podem ser utilizados como reforço tanto metais, quanto não metais, como óxidos, por exemplo o óxido de alumínio. São bastante utilizados materiais inertes e de elevada dureza, pois aumentam a resistência do compósito e diferente do que ocorre em alguns materiais endurecidos por precipitação, o compósito não perde propriedades a elevadas temperaturas justamente por não ocorrer reação entre a matriz e reforço. (CALLISTER JUNIOR, 2008)

2.1.1.4 Reforço por Fibras

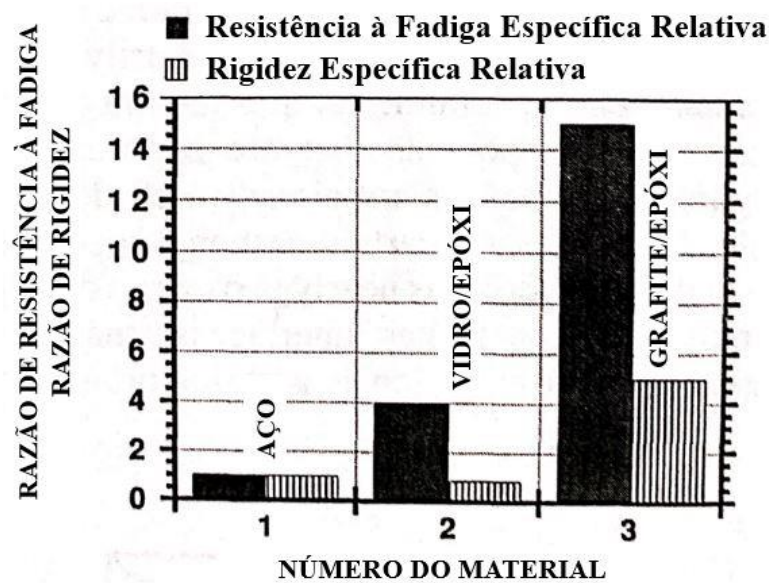
Os compósitos mais amplamente utilizados nas indústrias e em desenvolvimento, são atualmente, os compósitos reforçados com fibras, tendo ele as forma de fibra contínua ou picada, sendo que há diversas formas de se utilizar essas características. (GALLI, 2016)

As fibras são de várias formas inerentemente muito mais rígidas e resistentes do que o mesmo material em sua forma bruta (CALLISTER JUNIOR, 2008). Elas são ainda caracterizadas por possuírem uma elevada razão de diâmetro-comprimento, e essa característica está diretamente relacionada com a elevada resistência e rigidez da mesma. Segundo Callister Junior (2008), as fibras constituem um meio efetivo de reforço pois apresentam uma menor quantidade de defeitos, pois à medida que o diâmetro diminui os materiais tendem a apresentar uma menor quantidade de defeitos que possam induzir falhas no material, isso ocasiona uma aproximação da resistência teórica do material.

Entretanto as fibras não têm utilidade estrutural de forma isolada, elas precisam de um material que as aglutine que é a matriz.

Os compósitos reforçados por fibras, segundo Jones (1999), são um grande avanço pois os considerados compósitos avançados, reforçados com grafite, carbono, boro, entre outros, possuem uma elevada resistência e rigidez em relação ao baixo peso específico. Podendo ter as mesmas características que um aço, em termos de resistência, porém sendo 70% mais leve, e comparado ao alumínio aeronáutico, pode ser até três vezes mais resistente e ter apenas 60% do peso dele. As propriedades de resistência à fadiga e à tração de compósitos de fibra de vidro e grafite, em relação a alguns materiais comuns podem ser analisadas conforme Figuras 3 e 4.

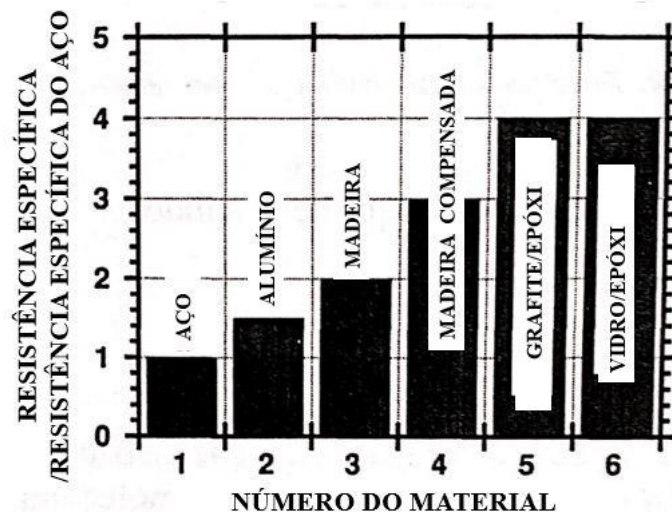
Figura 3 - Razão entre a força de fadiga e rigidez dos materiais em relação ao aço



Fonte: Adaptado de Tan (1994)

Figura 4 - Razão entre a resistência dos materiais em relação ao aço

RESISTÊNCIA À TRAÇÃO ESPECÍFICA RELATIVA



Fonte: Adaptado de Tan (1994)

Segundo Callister Junior (2008), uma das principais características que garantirá uma boa propriedade mecânica para o compósito, além da fibra propriamente dita, é a capacidade com a qual a matriz será capaz de transmitir a carga para as fibras. Essa capacidade está atrelada ao comprimento dos reforços, que possui um comprimento crítico (l_c) determinado em função do diâmetro da fibra, Equação 3.

$$l_c = \frac{\sigma_f^* \cdot d}{2 \cdot \tau_c} \quad (3)$$

σ_f^* – limite de resistência a tração da fibra

d – diâmetro da fibra

τ_c – tensão limite de escoamento cisalhante da matriz

(ou força da ligação entre a fibra e a matriz, o que for menor)

2.1.1.5 Reforço por fibras contínuas

A equação demonstrada anteriormente é utilizada para a determinação do tipo contínuo ou não do reforço. Comprimentos maiores que o crítico (l_c) são chamados de contínuos.

A característica de ser contínua contribui para uma melhor aderência do reforço e da fase de matriz, de forma que esta consiga transmitir cargas entre os reforços adjacentes ao local onde está submetido a algum tipo de esforço (CALLISTER JUNIOR, 2008). Consequentemente através disso o compósito adquire melhores propriedades mecânicas que são advindas das fibras utilizadas (que normalmente para estes casos são mais resistentes e rígidos em relação a matriz). Segundo Kaw (2006), algumas características ainda são melhoradas devido ao comprimento das fibras, como a resistência ao impacto, o material se torna menos sujeito a encolhimento, melhoras no acabamento e estabilidade dimensional melhores.

2.1.1.6 Reforço por fibras contínuas e alinhadas

As fibras contínuas e alinhadas tornam o material compósito um material com elevada anisotropia, ou seja, ele possui características diferentes para determinadas direções de aplicação de esforços, isso resulta em diferentes respostas para solicitações iguais, mas que não são aplicadas sempre no mesmo sentido (RIBEIRO et al., 2012). Isso ocorre devido as características apresentadas dos reforços, as resistências mecânicas são elevadas principalmente na direção em que as fibras estão orientadas, além de que as propriedades estão relacionadas com a fração volumétrica de cada uma das fases, suportando mais ou menos cargas em função

disso.

Quando o compósito é submetido a elevados esforços em seu sentido longitudinal (sentido de orientação das fibras), e estes ultrapassam o limite do material, as fibras podem se romper porém a falha não ocorre de forma abrupta, ela é gradativa e as fibras fraturadas não deixam de trabalhar, elas ainda podem, dependendo do comprimento, suportar cargas transmitidas pela matriz, ou se comportar como fibras descontínuas, impedindo uma elevada deformação da matriz. (CALLISTER JUNIOR, 2008)

2.1.1.7 Reforço por fibras descontínuas

É classificada como fibra descontínua, aquela que no compósito não atinge o comprimento crítico (l_c). Quando a fase dispersa não atende a esse comprimento, não há transferência de tensão da matriz para o reforço, havendo apenas a deformação da matriz em torno da fibra, os ganhos na propriedade desse tipo de compósito ocorrem apenas pela presença da fibra no meio da fase contínua, tendo o seu funcionamento muito semelhante ao compósito particulado. As vantagens das fibras descontínuas estão relacionadas ao baixo custo para sua obtenção, são mais facilmente trabalhadas e possuem ciclos mais curtos de fabricação, além de possuírem comprimentos curtos garantindo menores quantidade de falhas e defeitos, consequentemente proporcionando uma elevada resistência as estas fibras curtas. (KAW, 2006)

Deve-se atentar ainda que para os compósitos poliméricos reforçados com fibras curtas, as propriedades dependerão de diversos fatores como a interação entre as fibras e a matriz, a orientação a fração volumétrica das fibras e da razão diâmetro e comprimento das fibras. (CHAWLA, 1998)

2.1.1.8 Reforço por fibras descontínuas e alinhadas

As fibras descontínuas e alinhadas, apesar de terem uma eficiência menor do que as de fibras contínuas e alinhadas, estão crescendo em utilização no mercado, dentre elas destacam-se as fibras de vidro, carbono e aramida, devido as características mencionadas anteriormente de facilidade de fabricação, custo, dentre outras. O aumento da sua utilização ocorre pelo fato de que esse tipo de compósito consegue atingir valores de propriedades como módulo de elasticidade e limites de resistência à tração, que chegam a ser de 50 a até 90% dos valores obtidos pelos de fibra contínua (CALLISTER JUNIOR, 2008). Esses valores são determinados pelas frações com que o material será composto de fibra e matriz.

2.1.1.9 Reforço por fibras descontínuas e aleatórias

Para esse tipo de configuração, sem orientação, é comumente usada a fibra curta. O cálculo do módulo de elasticidade é muito similar a regra da mistura apresentada anteriormente. A diferença é que para a parte da fibra, no equacionamento, é adicionado um fator multiplicativo que representa a eficiência da fibra, e este fato está diretamente relacionado com a fração do volume de fibra e a razão dos módulos de elasticidade da fibra e matriz. Geralmente este fator se encontra entre 0,1 e 0,6. (CALLISTER JUNIOR, 2008)

2.1.2 A fase matriz

A princípio a matriz tem como função principal promover a união das fases de reforço, mas além disso ela é responsável também por proteger o reforço das condições do ambiente, dos danos causados pelo manuseio, além de também promover a distribuição dos esforços entre os reforços (KAW, 2006; JONES, 1999). Em termos de características mecânicas, normalmente a fase de matriz tem uma menor densidade, rigidez e menor resistência mecânica do que o reforço utilizado, mas ainda assim é responsável por determinar importantes propriedades do compósito final, como o módulo transversal de resistência, cisalhamento, a resistência à compressão, propriedades térmica de expansão, resistência térmica e até mesmo a fadiga do material.

Esta fase pode ter três tipos de origem, metálica, polimérica e matriz cerâmica, a seleção de qual tipo de matriz será utilizada está intrinsicamente relacionado com a aderência entre esta fase e a fase de reforço, pois isso influenciará e definirá as propriedades finais do compósito.

2.1.2.1 Matriz polimérica

As matrizes poliméricas, visam principalmente, suportar a fase de reforço, absorver deformações e auxiliam o material e resistir a esforços de compressão. Como o próprio nome sugere, esse tipo de matriz é composto por um componente polimérico, podendo ele ser um termoplástico, que tem característica rígida quando se encontra frio, porém tornam-se maleáveis quando aquecidos. O material pode ser também termorrígido, como resinas, que não alteram o seu estado quando aquecidos, e sim passam a se decompor perdendo propriedades. (GALLI, 2016)

As principais aplicações para as matrizes poliméricas são as indústrias automotiva,

aeronáutica, indústrias que utilizam componentes eletrônicos e até mesmo indústrias de máquinas e ferramentas.

2.1.2.2 Matriz cerâmica

As matrizes cerâmicas possuem uma elevada resistência a corrosão, bem como uma elevada dureza, por essa característica é uma matriz mais frágil e possui baixa resistência a esforços de tração, a impactos e também não são resistentes a choques térmicos. Apesar dessas características esse tipo de matriz é leve e resistente e por isso possuem diversas aplicações nos ramos de indústria aeronáutica, principalmente para aplicações em peças de turbinas, na indústria militar, compondo parte de mísseis devido à resistência a elevadas temperaturas. (FARIA, 2017)

2.1.2.3 Matriz metálica

Já as matrizes metálicas são compostas de materiais metálicos maleáveis, como alumínio, titânio ou magnésio. Normalmente são empregados reforços cerâmicos o que confere a esses compósitos uma maior resistência a condições mais severas de utilização, pois tanto a matriz quanto o reforço são mais resistentes a temperatura e a ações de fluidos orgânicos, dentre outros. Apesar dessas características aparentarem somente vantagens, a fabricação dos mesmos se torna mais complicada pois é necessário superar essa característica de resistência à altas temperaturas para ser possível fabricar os materiais, ou seja, são necessárias elevadas temperaturas no processo devido ao ponto de fusão dos metais, além de também aumentar o peso final do material pela elevada densidade dos materiais metálicos. (CALLISTER JUNIOR, 2008)

As aplicações para esse tipo de matriz, são visadas principalmente para os ramos de transporte devido as elevadas resistências que o material apresenta, pode-se citar também as aplicações aeronáuticas.

2.2 COMPÓSITO MULTICAMADAS E ORTOTRÓPICO

As configurações apresentadas até o momento, se delimitam a caracterização do que é chamado lâmina de compósito, que é a fase de reforço impregnada com a matriz utilizada. Essa denominação é mais aplicável para a configuração de fibra contínua e alinhada, pois conforme mencionado anteriormente essa configuração apresenta uma elevada anisotropia das

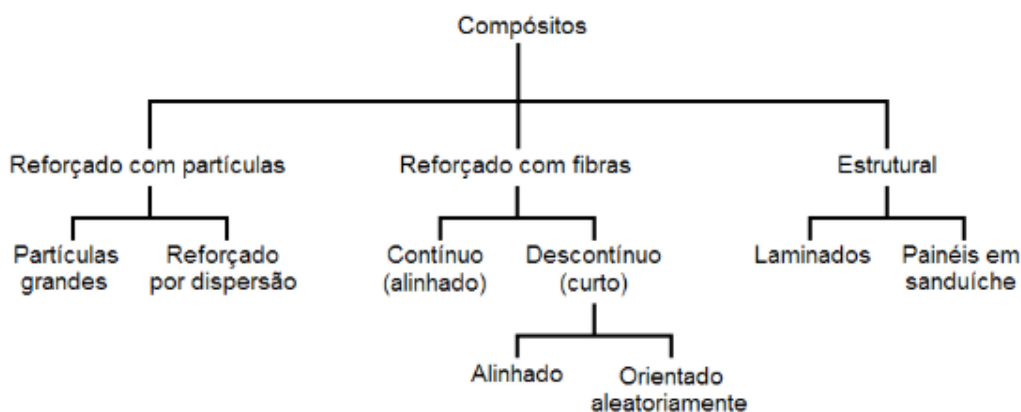
propriedades, assim pode-se dizer que o material tem uma lâmina orientada em um determinado ângulo em relação ao sistema de referência utilizado.

Quando se analisa dessa forma a lâmina apresenta características específicas e melhores mecanicamente no sentido das suas fibras, mas se necessário pode-se empilhar outra lâmina com as mesmas características da primeira, porém em um ângulo diferente e isso garante à combinação dessas duas lâminas características e respostas a esforços totalmente diferentes do que as das lâminas isoladas apresentariam. Segundo Faria (2017), as lâminas são empilhadas e dispostas de maneira previamente estabelecidas, quando possuem direções específicas, para assim formar o chamado laminado.

Quando se utiliza de materiais metálicos, faz-se uso de um material que apresenta estrutura cristalina e arranjos totalmente organizados em sua composição atômica. Isso caracteriza um material com propriedades iguais em todas as direções do sistema de coordenadas. O compósito por sua vez, quando formado por um laminado previamente estabelecido para um esforço, apresentará propriedades diferentes dependendo do sentido de esforço, isso porque as fibras são orientadas de forma prévia para sejam exigidas estruturalmente da forma mais favorável para as suas propriedades mecânicas. E é essa diferença entre as características do compósito que o tornam um material visado para aplicações mais eficientes, visto que se pode selecionar configurações de compósitos nos quais se aplicam as propriedades desejadas somente nas direções necessárias.

A desvantagem atrelada a essa mesma característica é não ser possível formular propriedades tabeladas e relações lineares de propriedade para os compósitos como é feito para a maioria das ligas metálicas. A Figura 5, demonstra algumas classificações que diferem um compósito do outro, mostrando a grande variedade de composições.

Figura 5 - Classificação dos compósitos



Fonte: Callister (2008)

2.3 FIBRA DE CARBONO

As fibras de carbono, Figura 6, são amplamente encontradas em aplicações de altos esforços e altas demandas de resistência associados com reduções de massa total do sistema, como é muito demandando em componentes aeronáuticos. Mas além dessas características, esse reforço possui ainda características como um elevado módulo de elasticidade, baixo coeficiente de expansão térmica, alta resistência a fadiga (KAW, 2006), bem como pode-se citar também boa resistência elétrica e térmica e ainda é um material inerte, exceto à oxidação. (CALLISTER, 2008)

As fibras de carbono têm diversas classificações, quanto ao módulo de elasticidade, à resistência a tração e a temperatura de tratamento térmico final. A classificação pelo módulo de elasticidade é dividida em quatro grupos: ultra-alto módulo (UHM) para módulos maiores que 500 GPa, alto módulo (HM) para módulos entre 300 e 500 GPa possuindo razão resistência/módulo de 5 a $7 \cdot 10^{-3}$, módulo intermediário (IM) para módulos de até 300GPa com razão resistência/módulo maior que 10^{-2} e baixo módulo (LM) para módulos de até 100 GPa. A classificação através da resistência a tração é dividida entre ultra-alta resistência (UHS) com resistência à tração maior que 5 GPa e razão resistência/rigidez entre 2 e $3 \cdot 10^{-2}$, e alta resistência (HS) para fibras com resistência a tração maiores que 2,5 GPa e razão resistência/rigidez entre 1,5 e $2 \cdot 10^{-2}$. (LEVY NETO; PARDINI, 2006)

Pode-se classificar como fibras de grafite, as fibras de carbono que possuem mais de 99% de carbono em sua composição. (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006), (KAW, 2006)

Figura 6 - Tecido de fibra de carbono



Fonte: Santos (2015)

A fabricação das fibras de carbono ocorre pelo processo de pirólise controlada que utilizam de materiais orgânicos em forma de fibras como precursores, sendo os seus principais a poliacrinolonitrila (PAN), as fibras de celulose, piches e alcatrão de hulha (LEVY NETO; PARDINI, 2006). Ainda, segundo Levy Neto e Pardini (2006), no processo de pirólise, que consiste na remoção de oxigênio, nitrogênio e hidrogênio dos precursores para dar origem as fibras de carbono, quanto melhor as características do precursor utilizado, melhores serão as propriedades da fibra de carbono resultante, ou seja, para ter melhores propriedade, menos defeitos, estruturas cristalinas mais ordenadas é necessário que o precursor seja bem ordenado e que o processo permita manter essa orientação em seu início.

2.4 MATRIZ EPÓXI

A matriz, ou também chamada resina epóxi é um tipo de resina polimérica classificada como termorrígido, ou seja, são um tipo menos suscetível as variações de temperatura quando comparadas às termoplásticas, porém atingindo uma determinada temperatura este material começa a ter degradações em suas propriedades. O que caracteriza esse tipo de resina é conter pelo menos dois grupos epóxi terminais por moléculas.

Dentre as resinas epóxi mais utilizadas e conhecidas pode-se citar a DGEBA, diglicidil éter do bisfenol A, que é sinterizada através da reação entre a epicloidrina e o bisfenol-A. Sendo que a proporção entre esses componentes pode ser variável permitindo a obtenção de resinas mais líquidas ou sólidas, além disso por ser uma resina polimérica, a DGEBA contém o mero de repetição encontrado entre os grupos epóxi e a quantidade de unidades de repetição tem influência direta nas propriedades da resina. (LEVY NETO; PARDINI, 2006)

Existem também outros tipos de resinas como as de glicidil éter de novolaca, glicidil de aminas trifuncionais ou tetrafuncionais, que por sua vez apresentam características multifuncionais e maior viscosidade à temperatura ambiente, isso permite a fabricação de materiais pré-impregnados, ou seja, são *tapes*, ou tecidos de reforços que já contém a matriz, normalmente o armazenamento para esses materiais são feitos a baixas temperaturas devido a essa característica. Além disso esses tipos de resina também apresentam maior grau de reticulação comparadas a DGEBA, isso as tornam resinas mais eficientes a altas temperaturas. (LEVY NETO; PARDINI, 2006)

Podem ser citadas algumas outras vantagens e características atrativas desse tipo de matriz as boas propriedades mecânicas (tração, compressão, flexão, impacto dentre outras), o bom comportamento a temperaturas de 150 a 190°C em uso contínuo, boa resistência e

estabilidade química, baixo encolhimento no processo de moldagem e no processo de cura, e boa adesão a materiais metálicos. (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006), (BERTHELOT, 1999)

2.5 COMPÓSITO DE CARBONO EPÓXI

Os compósitos fabricados com matriz de carbono e a resina epóxi são muito utilizados nas indústrias, destacando-se as funções como elementos estruturais, devido as suas boas características mecânicas, alinhada com um baixo peso específico. Pode-se citar também aplicações em componentes sujeitos a esforços e altas rotações, como o exemplo da utilização desse material na fabricação das pás de turbinas aeronáuticas, Figura 7

Figura 7 - Hélice de turbina fabricada em carbono/epóxi



Fonte: Marsh (2012)

Esse compósito agrega muitas das características dos seus constituintes citados anteriormente, as boas propriedades mecânicas, a estabilidade química e boa resistência a fadiga fazem com que o compósito de carbono/epóxi seja muito utilizado nas indústrias aeronáutica e espacial. Apesar dessas vantagens mencionadas, é importante salientar que ambos materiais têm um elevado custo, e a resina epóxi é sensível a presença de trincas e necessita de relevantes precauções no processo de fabricação da mesma, encarecendo ainda mais a sua utilização.

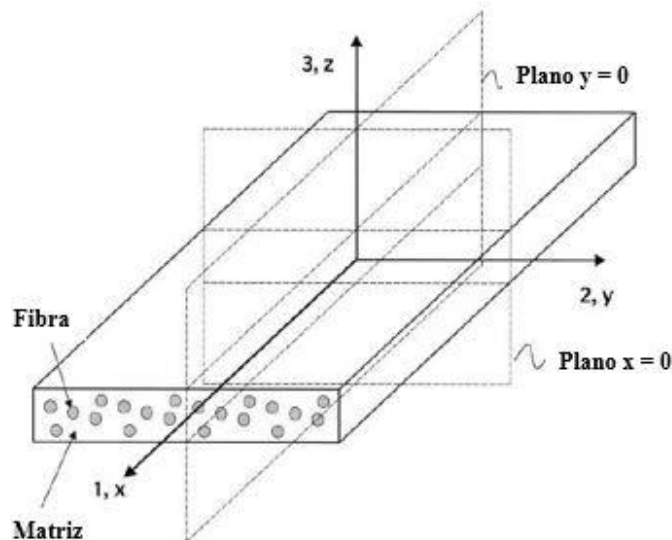
2.6 ANÁLISE MACROMECAÂNICA DO COMPORTAMENTO DA LÂMINA DE COMPÓSITO

2.6.1 Caracterização da orientação do compósito

Os materiais compósitos mais comumente utilizados, e foco deste estudo, possuem lâminas com fibras contínuas e orientadas, e para especificar corretamente a disposição e orientação das fibras é possível representá-la em função da sua orientação, quantidade de camadas e simetria.

Para a definição, desenvolvimento e escrita das propriedades dos materiais compósitos é necessário representá-lo em relação a um sistema de coordenadas, que normalmente possui a direção principal x, ou 1, como sendo a mais resistente aos esforços, ou seja, a direção das fibras, perpendicular a ela, a direção y, ou 2, e ortogonalmente a essas duas direções a z, ou 3.

Figura 8 - Orientações e planos do sistema de coordenadas de referência



Fonte: Adaptado de Knigh; Curliss (2003)

A representação da orientação de camadas ocorre conforme Equação 4, na qual θ (Theta), é o ângulo de orientação da camada em relação ao sistema de referência.

$$[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n] \quad (4)$$

Tomando a Figura 9 como referência, a sua representação é feita conforme Equação 5.

$$[0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, -45^\circ, 0^\circ] \quad (5)$$

Para laminados com simetria, em relação ao plano Z, é possível simplificar a sua representação, a Equação 6 está em sua forma completa e a Equação 7 em sua forma simplificada.

$$[0^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 0^\circ] \quad (6)$$

$$[0^\circ, 45^\circ]_s \quad (7)$$

O subscrito S, ilustrado na Equação 7, indica que o laminado após a camada de 45° possui simetria, ou seja, as camadas seguintes são um espelho das camadas indicadas.

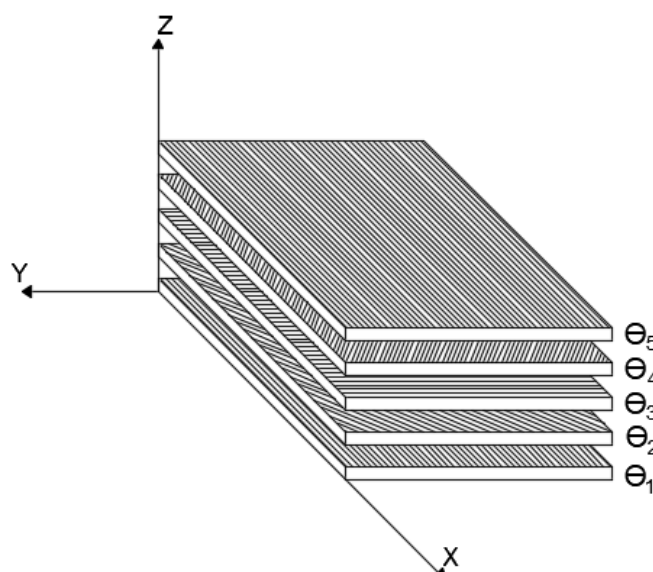
Outra forma que pode simplificar a representação indicada pela Equação 4 é utilizada quando o compósito possui sequencias de camadas na mesma orientação, por exemplo a Equação 8, e com essa condição é possível simplificar essa representação, Equação 9.

$$[0^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 90^\circ] \quad (8)$$

$$[0^\circ_2, 45^\circ_2, 90^\circ_2] \quad (9)$$

É possível unir ainda as duas formas de simplificação caso seja necessário e a sequência de lâminas possibilite a mesma.

Figura 9 - Indicação das camadas de um laminado e sistema de coordenada cartesianas de referência



Fonte: Autoria Própria (2019)

2.6.2 Lei de Hooke generalizada para diferentes tipos de materiais

Segundo Kaw (2006) e Jones (1999), a relação de tensão deformação generalizada não é linearmente elástica e isotrópica como usualmente é conhecida e vista sendo aplicada aos materiais metálicos. A relação generalizada pode ser descrita através da Equação 10, para um corpo tridimensional em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais 1-2-3.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sendo a matriz $[C]$ 6x6, conhecida como matriz de rigidez, tendo 36 constantes que podem representar os diversos tipos de materiais existentes, sendo que várias dessas constantes podem assumir o valor igual a zero dependendo das simetrias que o material possui em relação ao sistema de coordenadas, por exemplo, materiais com estrutura monoclinica possuem 13 dessas constante da matriz C , materiais anisotrópicos possuem 21, ortotrópicos 9, dentre outros tipos que podem simplificar a Equação 10. (JONES, 1999)

O interesse deste trabalho está relacionado aos materiais ortotrópicos, ou seja, que possuem três planos ortogonais entre si, que dividem simetricamente o material de estudo. Em consequência a isto a Equação 10 pode ser simplificada para a Equação 11.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Para uma lâmina de compósito ortotrópica e a consideração do estado plano de tensões as variáveis σ_3 , τ_{23} e τ_{31} , assumem o valor igual a zero. (GALLI, 2016), (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006), (KAW, 2006), (M. KNIGHT; D. CURLISS, 2003)

Com isso obtêm-se a Equação 12.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Onde, temos as seguintes relações apresentadas pelas Equações 13, 14, 15, 16 e 17.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (13)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = \frac{\nu_{21}E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (14)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (15)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (16)$$

$$\nu_{21} = \frac{\nu_{12}E_2}{E_1} \quad (17)$$

Sendo eles, E_1 o módulo de elasticidade longitudinal, E_2 o módulo de elasticidade transversal, G_{12} o módulo de cisalhamento longitudinal, G_{23} o módulo de cisalhamento transversal, ν_{12} o coeficiente de Poisson principal (XY) e ν_{23} a segunda razão de Poisson secundária (YZ). Nota-se que há quatro propriedades independentes do material nas relações, E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} .

Para casos em que o sistema de coordenadas da lâmina não esteja de acordo com o utilizado, é necessário recalcular a matriz $[Q]$ considerando os ângulos das fibras, para se obter uma nova matriz $[Q]'$. A partir disso, o empilhamento de diversas lâminas é possível desde que todas estejam utilizando a matriz $[Q]'$, correspondente ao ângulo em relação ao sistema de coordenadas de referência utilizado, e assim são obtidas as novas matrizes $[A]$, $[B]$ e $[D]$, que juntas passam a representar a rigidez do laminado, e através dela são obtidos os comportamentos mecânicos do compósito sob carregamentos (GALLI, 2016).

2.7 CONCENTRADORES DE TENSÃO

Nos equacionamentos e desenvolvimento de teorias clássicas para os mais diversos tipos de esforços, como tração, compressão, flexão, cisalhamento, dentre outros, os modelos de referências utilizados são exatos, perfeitos em termos de geometria, dimensão, e todas as características para que seja um modelo ideal. Porém sabe-se que na realidade sempre há descontinuidade nas geometrias, irregularidades, variações nos elementos reais, não só em termos de imperfeições devido a usinagem, processos de fabricação, armazenamento e manuseio, mas também devido as necessidades de utilização da peça, por exemplo um eixo

escalonado, sulcos para anéis elásticos, chavetas, furos, dentre outras geometrias que os elementos necessitem para o correto funcionamento, montagem, ajuste e as vezes para possibilitar a fabricação de determinadas geometrias mais complexas.

Esses tipos de descontinuidades e variações causam, nas regiões próximas e que as cercam, uma alteração dos valores de tensão previstos pelos modelos elementares. Essas regiões afetadas são denominadas áreas de concentração de tensão e as descontinuidades chamadas de concentradores de tensão, representados pelas siglas K_t . (BUDYNAS; NISBETT, 2011)

O concentrador de tensão é a razão entre a máxima tensão ($\sigma_{\text{máx}}$), devido a descontinuidade, e a tensão nominal teórica (σ) da secção sem a descontinuidade causadora da concentração de tensão, Equação 18.

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma} \quad (18)$$

Segundo Konish e Whitney (1975), para os materiais metálicos o efeito de um furo em uma placa sob esforço de tração é bem caracterizado pelo K_t , como sendo a razão entre as tensões mencionadas anteriormente, porém para materiais ortotrópicos essa relação não apresenta resultados apropriados. Esse fato pode ocorrer devido ao fato de que para os metais a metodologia é baseada nas condições de um ponto no contorno do furo enquanto para o laminado furado a resistência está relacionada com uma tensão no plano em uma região adjacente ao furo. (KONISH; WHITNEY, 1975)

2.8 CRITÉRIOS DE FALHA EM COMPÓSITO

Conforme apresentado no tópico de concentrador de tensão, os materiais ortotrópicos apresentam uma distribuição de tensão intrínseca ao material devido as suas características. Devido a essa diferença em relação aos materiais metálicos, isotrópicos, estudos apresentaram alguns critérios de falha do material compósito considerando descontinuidades circulares e uma distribuição de tensões nas regiões adjacentes ao furo, que assumia e considerava o fenômeno que a teoria clássica de concentrador de tensões não conseguia prever. (KONISH; WHITNEY, 1975)

Segundo Konish e Whitney (1975), a distribuição de tensão em uma placa plana, sob esforço de tração em uma única direção e no plano da placa, pode ser descrita pela Equação 19.

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{\sigma^\infty}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{r}{x}\right)^2 + \left(\frac{r}{x}\right)^3 - (K_T^\infty - 3) \left[5 \left(\frac{r}{x}\right)^6 - 7 \left(\frac{r}{x}\right)^8 \right] \right\} \quad (19)$$

No qual, r é o raio do furo, x é distância da borda do furo até um determinado ponto de medição, na direção perpendicular ao sentido de aplicação da carga de tração. O K_T^∞ é fornecido pela Equação 20 (JONES, 1999), que utiliza das propriedades do laminado apresentadas anteriormente.

$$K_T^\infty = 1 + \sqrt{\left(2 \sqrt{\frac{E_2}{E_1} - \nu_{21}} \right) + \frac{E_2}{G_{12}}} \quad (20)$$

Whitney e Nuismer (1974), desenvolveram dois critérios para abordar e explicar o efeito que os furos causavam na resistência à tração dos compósitos laminados, os critérios são o *Average Stress Criterion (ASC)* e o *Point Stress Criterion (PSC)*, ambos utilizam a distribuição de tensão ao redor de um furo descrita por Konish e Whitney (1975), e ambos foram desenvolvidos para o estudo feito por Whitney e Nuismer (1974) que demonstrava que a redução da resistência à tração nos compósitos é maior do que somente devido a redução da secção líquida da peça e menor do que devido apenas ao fator de concentração de tensão. (CALLUS, 2007)

O critério ASC supõe que o laminado de compósito com furo irá falhar quando a tensão normal média, distante da borda do furo no valor da dimensão característica a_0 atinja o valor de resistência a tração do laminado sem o furo. O critério pode ser expresso pela Equação 21.

$$\sigma_0 = \frac{1}{a_0} \int_{x=r}^{x=r+a_0} \sigma_y(x, 0) dx \quad (21)$$

No qual, a_0 é a dimensão característica medida a partir da borda do furo, σ_0 é a tensão de resistência à tração do material sem o furo, e $\sigma_y(x, 0)$ é a distribuição dada pela Equação 19.

Essa relação pode ser apresentada conforme Equação 22, advinda da substituição da distribuição de tensão na Equação 21 do critério ASC.

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_0} = \frac{2(1-\xi_1)}{2-\xi_1^2-\xi_1^4+(K_T^\infty-3)(\xi_1^6-\xi_1^8)} \quad (22)$$

Sendo, ξ_1 expresso pela Equação 23, sendo uma função de r , raio do furo, e de a_0 .

$$\xi_1 = \frac{r}{r+a_0} \quad (23)$$

Já o critério PSC, assume que o laminado de compósito irá falhar a alguma distância característica (d_0), medida a partir da borda do furo, na qual a tensão do lamino nesse ponto atinge o valor de tensão do limite de resistência a tração do material sem o furo.

O critério já expresso na forma de razão do limite de resistência do laminado furado pelo não furado é expresso conforme Equação 24.

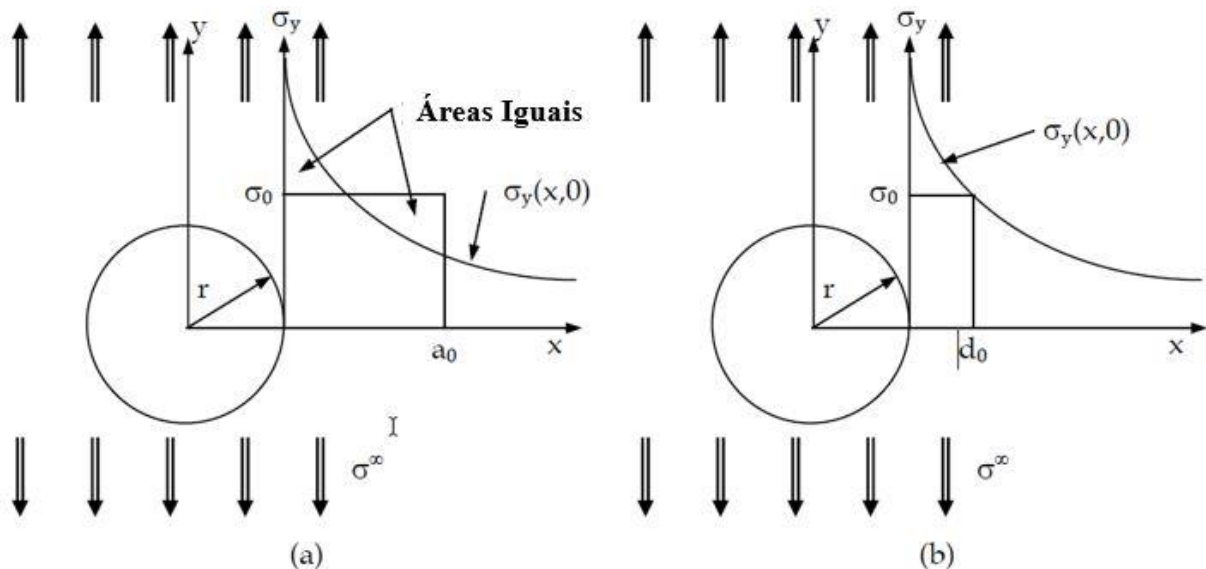
$$\frac{\sigma_N^\infty}{\sigma_0} = \frac{2}{2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 - (K_T^\infty - 3)(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8)} \quad (24)$$

Onde ξ_1 neste caso é expresso pela Equação 25, função do raio do furo r e da dimensão característica d_0 .

$$\xi_1 = \frac{r}{r + d_0} \quad (25)$$

A Figura 10, apresenta em (a) o critério ASC e em (b) o critério PSC, ambos representados em função da dimensão característica, do raio e da distribuição de tensão para um laminado de compósito com furo.

Figura 10 - Representação esquemática dos critérios ASC e PSC



Fonte: Adaptado de Callus (2007)

2.9 FEM – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O FEM é um método numérico, uma técnica computacional que é muito disseminada e utilizada na engenharia para realizar análise de esforços em corpos, principalmente, de geometrias complexas, podendo se estender para diversas áreas como transferência de calor, vibrações mecânicas, eletromagnetismo e mecânica dos fluidos. (TAVARES; PADILHA, 1998)

Este método visa analisar o sistema como um todo, sob as condições de contorno previamente estabelecida, porém dividindo-o em elementos finitos de dimensões menores com geometrias simples, como quadriláteros, triângulos, que são elementos simples, e interligando tais elementos através de seus vértices, que são denominados nós. Quando o sistema sob análise é totalmente dividido em outras pequenas geometrias que unidas obtém uma forma muito aproximada do sistema original, denomina-se esse conjunto de pequenos elementos de malha.

Ainda, segundo Tavares e Padilha (1998), apesar deste método considerar cada um dos elementos como contínuos, o procedimento é em sua essência uma discretização por considerar os deslocamentos em qualquer ponto do elemento contínuo em termos dos deslocamentos dos pontos nodais multiplicados por funções de interpolação apropriadas.

A utilização deste método deve considerar um balanço entre tamanho dos elementos da malha e quantidade dos mesmos, pois como mencionado, a malha tem elementos de dimensões inferiores aos dos componentes em análise e quando diminui-se o tamanho de cada um dos elementos que compõe a malha, obtém-se uma malha cada vez mais ajustada, em termos de geometria, em relação ao componente real e consequentemente obtém-se um resultado mais próximo da resposta real do sistema através deste método. Apesar desse fato, é necessário atentar-se que quando se diminui o tamanho dos elementos, obrigatoriamente para se ter a mesma área de malha o número de elementos será aumentado, portanto demandará muito mais processamento do computador e do software utilizado como *solver* para processar as condições de comportamento de cada um dos elementos sob as devidas condições de contorno.

3 METODOLOGIA

O efeito de redução do limite de resistência à tração, devido a um concentrador de tensão, em um material compósito de fibra de carbono e resina epóxi foi analisado através de um modelo analítico, *Point Stress Criteria*, desenvolvido por Whitney e Niusmer (1974), em conjunto com modelos numéricos de elementos finitos (FEM, *finite element method*) a fim de se aferir a proximidade dos resultados entre os diferentes métodos.

3.1 DADOS DE EXPERIMENTO DE REFERÊNCIA

Para a análise destes métodos foram utilizados resultados experimentais obtidos e apresentados por Soriano e Almeida (1999), o qual realizou e analisou os resultados de ensaios de tração em corpos de provas de materiais compósitos, de fibras de carbono e resina epóxi, com diferentes configurações de orientações das camadas de tecido, bem como configurações com determinados tamanhos de furos nas placas de corpo de prova, e para obter um parâmetro de referência também ensaiou as mesmas configurações sem furo.

As placas utilizadas foram desenvolvidas utilizando tecidos Hexcel F584, de especificação F4G584, com seis configurações distintas do laminado, apresentados na Tabela 1, variando desde placas sem furo, até quatro diferentes tamanhos de furos, 3,18mm, 6,35mm, 9,52mm e 12,7mm de diâmetro em todas as configurações, totalizando um total de 120 amostras no ensaio.

Tabela 1 - Orientações das camadas de cada configuração de laminado

Configurações dos Laminados	
Laminado 1	$(0)_5$
Laminado 2	$(0_2, 45, 0_0)$
Laminado 3	$(0, 45, 0, 45, 0)$
Laminado 4	$(45, 0, 45, 0, 45, 0)$
Laminado 5	$(45_2, 0, 45_2)$
Laminado 6	$(45)_5$

Fonte: Adaptado de Soriano; Almeida (1999)

Os ensaios realizados nos corpos de prova foram executados para a obtenção dos dados experimentais dos limites de resistência à tração para as diferentes configurações de orientação de camadas, considerando a presença de furos (σ_N^∞) de diferentes tamanhos e também para o

material sem o concentrador de tensão (σ_0).

Os resultados foram obtidos através de placas de dimensões 50 milímetros de largura e 250 milímetros de comprimento, e devido aos efeitos causados pela dimensão finita da placa, para a correção e obtenção dos limites equivalentes a uma placa infinita, os fatores de correção de largura propostos por Carlsson, Adams e Pipes (2014) foram utilizados.

Os resultados obtidos estão dispostos nas Tabelas 2 e 3, sendo respectivamente os limites obtidos experimentalmente e os limites corrigidos para a aproximação de uma placa infinita.

Tabela 2 – Limite de resistência à tração para placa finita [MPa]

Laminado	Não Entalhado (sem furo) σ_0	Diâmetro do furo [mm]			
		3,18	6,35	9,52	12,7
(0) ₅	943	654	536	460	427
(0 ₂ , 45, 0 ₀)	833	594	520	434	398
(0, 45, 0, 45, 0)	747	531	449	387	353
(45, 0, 45, 0, 45, 0)	653	463	408	346	308
(45 ₂ , 0, 45 ₂)	405	354	314	283	255
(45) ₅	278	219	211	184	159

Fonte: Adaptado de Soriano; Almeida (1999)

Tabela 3 - Tensão de falha σ_N^∞ para placas infinitas [MPa]

Laminado	Diâmetro do furo [mm]			
	3,18	6,35	9,52	12,7
(0) ₅	657	545	479	460
(0 ₂ , 45, 0 ₀)	596	529	452	428
(0, 45, 0, 45, 0)	533	457	403	380
(45, 0, 45, 0, 45, 0)	465	415	360	332
(45 ₂ , 0, 45 ₂)	355	319	294	274
(45) ₅	220	215	191	171

Fonte: Adaptado de Soriano; Almeida (1999)

3.2 MODELO ANALÍTICO

O modelo analítico utilizado, como mencionado anteriormente, foi o *Point Stress Criteria*, para utilizar esse modelo é necessário possuir o valor de resistência a tração do material compósito sem furo (σ_0) na condição de placa infinita, pois conforme apresentado pela Equação 24, este modelo é uma razão entre a resistência a tração do material com furo pela

resistência do material sem furo, considerando-se alguns fatores, como o K_t^∞ , a distância da borda do furo (d_0) no sentido perpendicular ao de aplicação de carga, considerando que a mesma passa pelo centro do furo, além do tamanho do furo da placa.

Para ser possível estimar através deste modelo os valores de resistência a tração de outras configurações, foi selecionado uma configuração de orientação do laminado 2 (L2), e com as informações de ensaio de todas as condições de orientação com e sem furos, foram obtidos, através do modelo analítico, um valor da dimensão característica d_0 para cada configuração, e pela média destes valores obteve-se o comprimento características de referência utilizado para estimar os valores de resistência à tração com o furo (σ_N^∞) de outras configurações pela Equação 24.

Com o valor estimado do limite de resistência à tração pelo critério de tensão utilizado, monta-se uma tabela com os valores estimados para cada tamanho de furo de cada uma das configurações de orientação do laminado e compara-se o resultado com os valores do artigo de referência, que contém os limites de resistência para todas as condições, conforme Tabela 2 e 3, sendo possível analisar se o modelo está muito divergente do experimental e até mesmo se os valores obtidos são conservadores ou não.

Segundo Carlsson, Adams e Pipes (2014), a relação entre o limite de resistência a tração com concentrador pelo limite sem concentrador do critério pode ser simplificada, para placas infinitas, como sendo a razão de 1 sobre o valor do concentrador de tensão, para furos de tamanhos grandes, Equação 26.

$$\sigma_N^\infty / \sigma_0 = \frac{1}{K_T^\infty} \quad (26)$$

Utilizando essa razão e uma condição de tensão unitária, ou seja, σ_0 com valor igual a 1 Pascal, é possível obter o valor do concentrador de tensão ao longo da direção perpendicular da aplicação de carga, sendo possível elaborar uma curva de decaimento do valor de tensão conforme a distância entre o ponto de tensão analisado se afasta da borda do furo. Com essa curva elaborada para todas as condições de orientação e tamanhos de furos analisa-se o comportamento e a influência dessas características no valor de resistência do material.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Os modelos numéricos de elementos finitos foram utilizados, pois através do software selecionado é possível simular os ensaios experimentais realizados para obtenção das propriedades. No FEM (*Finite Element Method*) simula-se a geometria da placa ensaiada, considerando aproximações por pequenos elementos simples, quadriláteros ou triângulos, através dos quais se tenta manter as características principais da geometria, formando assim o que se denomina malha do modelo de elementos finitos. No caso das placas, a geometria característica são os furos no centro delas. No software, além da geometria definem-se também as propriedades referentes ao material desejado, aplicam-se as condições de contorno do ensaio realizado, tanto em termos de carga quanto de restrições de movimentos dos elementos, para que assim o software tenha as condições mais próximas do real ocorrido.

Na modelagem, atentou-se para que os elementos ao redor do furo sejam os mais uniformes possíveis, isso possibilitou a criação de uma fileira de elementos sobre um eixo de referência, com origem no centro do furo, perpendicular ao sentido de aplicação da carga, de forma que este eixo divide simetricamente tal fileira possibilitando a obtenção do valor de tensão sobre o eixo do sistema de coordenada.

Com a elaboração geométrica da malha pôde-se criar os demais elementos importantes mencionados, materiais, cargas, propriedades dentre outras, e aplicá-las na malha pronta.

Depois que o modelo numérico estava condizente tanto em geometria quanto em condições de contorno e propriedades, gerou-se um arquivo padronizado de input no formato que o software utilizado como solver necessitada para analisar todas as informações contidas no arquivo e gerar outro arquivo de outputs com todas as informações solicitadas no arquivo inicial.

Diferentemente do modelo analítico, que necessita dos valores de limite de resistência sem entalhe, σ_0 , e valores de características geométricas do modelo de placa analisado, o modelo numérico precisa dos valores de carga aplicados no modelo para que seja possível obter os resultados de tensão no compósito.

O objetivo do modelo numérico é possibilitar uma análise do compósito furado, considerando ter somente as informações de ensaio de uma configuração de laminado com e sem os furos, e as demais configurações ensaiadas somente sem o furo, ou seja, possuindo todos os limites de resistência a tração sem furos e os limites de resistência de apenas uma configuração com tamanhos de furos diferentes, os limites de resistência com concentrador de tensão. O cálculo para definição da carga a ser aplicada no material depende do limite de

resistência do material, assim para as configurações de laminados com furo que não foram ensaiados, não se torna possível a obtenção dos valores de tensão diretamente no modelo numérico, sendo necessário aplicar um método de tensão unitária no modelo.

O método de tensão unitária consiste em obter o valor de amplificação que a tensão terá, devido ao concentrador de tensão (furo), quando se aplica no modelo uma carga de forma que a tensão nominal para as dimensões (espessura e largura) da placa seja igual a um Pascal. Pois a definição de concentrador de tensão, dada pela Equação 18, é uma razão entre a tensão máxima encontrada pela tensão nominal, como a tensão nominal tem um valor unitário, a tensão máxima será o valor de amplificação devido ao furo, ou seja, o valor do K_t .

Através da obtenção desses valores numéricos com os quais é possível obter a curva de decaimento da tensão, podem ser estimados os valores de resistência à tração dos laminados sem ensaio usando como referência a configuração de laminado ensaiado. Esse método visa ao invés de utilizar a carga limite, que ocasione a falha do material, diretamente no modelo, usar somente a curva de concentrador de tensão, ou decaimento de tensão de cada um dos tamanhos de furo através da tensão unitária.

Tendo os valores numéricos de K_t^∞ dos elementos dos modelos, é possível multiplicá-los pelo valor limite de resistência a tração com concentrador (σ_N^∞) correspondente ao tamanho de furo, obtido do experimento, e consequentemente obter a curva de tensão para o tamanho de furo no laminado de referência, e através dessa distribuição de tensão, é possível identificar a posição em que o modelo apresenta o valor do limite de resistência sem concentrador, que segundo critério do *Point Stress Criteria*, define a dimensão característica d_0 . A partir da obtenção dos valores de d_0 , estima-se com a posição do elemento e com o limite de resistência à tração sem concentrador de tensão os valores de limite com concentrador para as demais configurações de laminado. Sendo possível tabelá-los e compará-los aos resultados experimentais, da mesma maneira que o método analítico.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iniciou-se a análise através da organização dos dados experimentais contidos no artigo de referência, dispondo-se dos dados de limite de resistência à tração com e sem furos, Tabela 2 e 3, dos fatores de concentração de tensão experimentais (calculado através das propriedades experimentais) e teóricos, módulos de elasticidade, módulo de cisalhamento e coeficiente de Poisson, dispostos na Tabela 4 e 5. As informações contidas no artigo apresentavam somente os valores de módulo de Elasticidade na direção principal (E1), porém como o material compósito ensaiado utilizou um tecido que possui características iguais em ambas direções, assumiu-se que o módulo de Elasticidade na direção secundária (E2) é igual ao da direção primária, utilizou-se nos cálculos também o módulo de cisalhamento principal calculado.

Tabela 4 - Dados experimentais e calculados das propriedades do compósito ensaiado

Laminados	E1 exp. [Pa]	E2 exp. [Pa]	E1 calc. [Pa]	E2 calc. [Pa]	G12 calc. [Pa]	v12 exp.	v12 calc.	Kt _∞ exp.	Kt _∞ calc.
L1	7,30E+10	7,30E+10	7,30E+10	7,30E+10	6,60E+09	4,50E-02	4,50E-02	4,60	4,60
L2	6,66E+10	6,66E+10	6,63E+10	6,63E+10	1,23E+10	1,40E-01	1,33E-01	3,67	3,67
L3	5,65E+10	5,65E+10	5,84E+10	5,84E+10	1,79E+10	2,43E-01	2,37E-01	3,16	3,19
L4	4,75E+10	4,75E+10	4,88E+10	4,88E+10	2,36E+10	3,65E-01	3,61E-01	2,81	2,83
L5	3,51E+10	3,51E+10	3,72E+10	3,72E+10	2,93E+10	5,49E-01	5,14E-01	2,45	2,50
L6	2,24E+10	2,24E+10	2,25E+10	2,25E+10	3,49E+10	8,68E-01	7,06E-01	1,95	2,11

Fonte: Adaptado de Soriano; Almeida (1999)

Tabela 5 - Propriedades Elásticas da Lâmina de Compósito

Propriedades Elásticas da Lâmina				
Lâmina a 0°	E11 [Pa]	E22 [Pa]	G12 [Pa]	v12
	7,30E+10	7,30E+10	6,60E+09	0,045

Fonte: Adaptado de Soriano; Almeida (1999)

4.1 MÉTODO ANALÍTICO

O modelo analítico foi desenvolvido inicialmente, tabelando-se e organizando os dados em grupos por configuração de laminado, e dentro destes grupos por tamanho dos furos.

Inicialmente a tabela criada, no *software* Microsoft Excel, foi somente para a configuração do Laminado 2, que é o laminado de referência do modelo.

No qual as células da coluna de ξ_1 , da Tabela 5, contém a Equação 25, e as células da coluna PSC contém a Equação 24. Como ξ_1 depende do valor de d_0 , utilizou-se a função “Atingir Meta” do software Microsoft Excel, para que fossem feitas iterações dos valores de d_0 até que célula contendo a equação 24, *Point Stress Criteria*, atingisse o valor mais próximo possível da célula $\sigma_{N^\infty}/\sigma_0$. Assim foram obtidos os valores de d_0 para cada tamanho de furo e com isso para utilizar o critério como estimativa, foi utilizada a média dos valores obtidos.

Tabela 6 - Resultados dos valores de d_0 do laminado de referência L2

Laminado 2					
ξ_1	R [mm]	d_0 [mm]	σ_{N^∞}	$\sigma_{N^\infty}/\sigma_0$	PSC
0,6352	1,59	0,9131	5,96E+08	0,7155	0,7153
0,7120	3,175	1,2840	5,29E+08	0,6351	0,6347
0,7896	4,76	1,2684	4,52E+08	0,5426	0,5426
0,8124	6,35	1,4667	4,28E+08	0,5138	0,5137
d_0 médio [mm]		1,2330			

Fonte: Autoria própria (2019)

Com o valor de d_0 médio estimou-se para as outras configurações de laminados os valores de σ_{N^∞} , através da utilização de d_0 na equação 24, multiplicando o valor do critério pelo σ_0 da respectiva configuração do laminado.

Para comparação com o valor ensaiado, o laminado 2 de referência, também foi estimado para verificação do impacto de assumir o valor de d_0 médio.

O cálculo do erro foi feito relacionando o valor experimental, dos ensaios, com o valor estimado, Equação 27.

$$\% \text{ Erro} = \frac{\sigma_{N^\infty \text{ exp.}} - \sigma_{N^\infty \text{ calculado}}}{\sigma_{N^\infty \text{ exp}}} \times 100 \quad (27)$$

A partir dessa relação observa-se que os a porcentagem de erros positiva obtida indica que o valor estimado está abaixo do valor real, ou seja o erro associado é conservador, indicando que o material tem uma resistência menor que a real (ensaiada), os valores negativos por sua vez indicam o contrário, que o método está superestimando o valor real de resistência, indicando valores superiores aos ensaiados, fato este que deve ser considerado pois superestimar os valores de limite do material pode ocasionar o dimensionamento incorreto dos componentes e consequentemente a falha inesperada dos mesmo.

A Tabela 6, apresenta os resultados referentes as estimativas do limite de resistência obtidos para os laminados, usando L2 como referência.

Ao analisar os valores obtidos nota-se que nos laminados com mais camadas a 45° apresentaram aproximações com erros consideráveis, apresentando menor influência para o furo menor, de 3,18mm, porém ainda sendo valores consideráveis.

Tabela 7 - Resultados das estimativas de σ_{N^∞} e seus erros pelo método analítico

Laminado 1							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	7,61E+08	6,57E+08	0,8074	-15,89	
0,7203	3,175	1,2330	6,24E+08	5,45E+08	0,6622	-14,58	
0,7943	4,76	1,2330	5,25E+08	4,79E+08	0,5571	-9,68	
0,8374	6,35	1,2330	4,57E+08	4,60E+08	0,4847	0,63	
Laminado 2							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	6,51E+08	5,96E+08	0,7814	-9,21	
0,7203	3,175	1,2330	5,21E+08	5,29E+08	0,6254	1,52	
0,7943	4,76	1,2330	4,47E+08	4,52E+08	0,5367	1,09	
0,8374	6,35	1,2330	4,01E+08	4,28E+08	0,4813	6,32	
Laminado 3							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	5,74E+08	5,33E+08	0,7685	-7,71	
0,7203	3,175	1,2330	4,54E+08	4,57E+08	0,6079	0,64	
0,7943	4,76	1,2330	3,93E+08	4,03E+08	0,5267	2,37	
0,8374	6,35	1,2330	3,58E+08	3,80E+08	0,4796	5,73	
Laminado 4							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	4,96E+08	4,65E+08	0,7592	-6,62	
0,7203	3,175	1,2330	3,89E+08	4,15E+08	0,5954	6,31	
0,7943	4,76	1,2330	3,39E+08	3,60E+08	0,5195	5,77	
0,8374	6,35	1,2330	3,12E+08	3,32E+08	0,4783	5,93	
Laminado 5							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	3,04E+08	3,55E+08	0,7508	14,34	
0,7203	3,175	1,2330	2,37E+08	3,19E+08	0,5844	25,81	
0,7943	4,76	1,2330	2,08E+08	2,94E+08	0,5130	29,33	
0,8374	6,35	1,2330	1,93E+08	2,74E+08	0,4771	29,48	
Laminado 6							
ξ_1	R [mm]	d0 [mm]	σ_{N^∞} calculado	σ_{N^∞} exp.	PSC	% Erro	
0,5632	1,59	1,2330	2,06E+08	2,20E+08	0,7413	6,33	
0,7203	3,175	1,2330	1,59E+08	2,15E+08	0,5720	26,03	
0,7943	4,76	1,2330	1,41E+08	1,91E+08	0,5057	26,40	
0,8374	6,35	1,2330	1,32E+08	1,71E+08	0,4757	22,67	

Fonte: Autoria Própria (2019)

Para as configurações em que as camadas são mais balanceadas em quantidade de 0° e 45° , laminados 3 e 4, pode-se notar que os erros máximos associados não ultrapassaram valores de dez por cento (10%), considerando inclusive o erro do Laminado 2 de referência que também foi recalculado utilizando o valor d_0 médio obtido. Já o laminado 1, que é uma configuração não usual por possuir todas as camadas orientadas da mesma maneira o resultado obtido não foi tão baixo quanto os laminados de configuração intermediária e nem tão elevado quanto os laminados 5 e 6, tendo seus resultados variando de 0,6% até 15%.

Em termos de médias os erros do laminado 1 se encontram em torno de 10%, do 2 e 3 a média de aproximadamente 4%, o laminado 4 com 6% e os laminado 5 e 6 com respectivamente 25% e 24%. Pode-se notar que a partir do laminado 4, que possui 60% das camadas orientadas a 45° em relação a carga, os erros associados a resistência do material cresceram de forma considerável.

A escolha do d_0 médio pode ter influenciado tais resultados, visto que o valor utilizado foi uma média simples, há a possibilidade de se elaborar a obtenção de um d_0 que minimize o erro para o laminado de referência porém, o d_0 médio utilizado foi considerado devido ao modelo numérico, sendo possível a obtenção por este outro método um d_0 médio da mesma maneira, visto que a minimização de erros para o método numérico não é viável.

4.2 MÉTODO NUMÉRICO – FEM – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

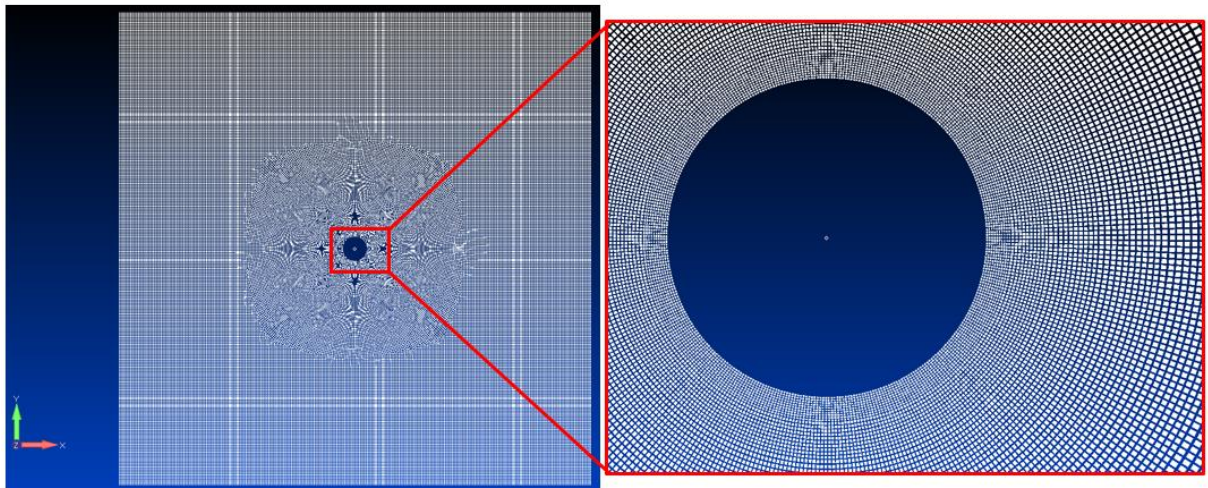
O modelo de elementos finitos teve algumas considerações em relação às geometrias das placas ensaiadas mencionadas no artigo de referência de Soriano e Almeida (1999). Nos ensaios foram utilizadas placas com dimensões de 50 milímetros de largura e 250 milímetros de comprimento e no modelo de elementos finitos para atenuar os efeitos de bordas causados por uma placa de dimensão finita, a largura do modelo foi de 250 milímetros assim como o comprimento da placa.

A elaboração da malha foi feita através do software CATIA V5, módulo *Advanced Meshing Tools*. Como o importante do modelo era a obtenção dos valores de tensão ao longo do comprimento da placa, no sentido perpendicular da carga, os elementos ao redor do furo das placas foram criados de forma controlada e com uma carreira posicionada de forma estratégica para a obtenção dos valores de tensão desejados.

Os modelos das placas de 6,35mm, 9,52mm e 12,7mm tiveram o contorno dos furos divididos em 360 nós para que fossem criados também 360 elementos no contorno do furo. Com as divisões foram criadas fileiras de elementos com tamanhos definidos e a cada 10 fileiras

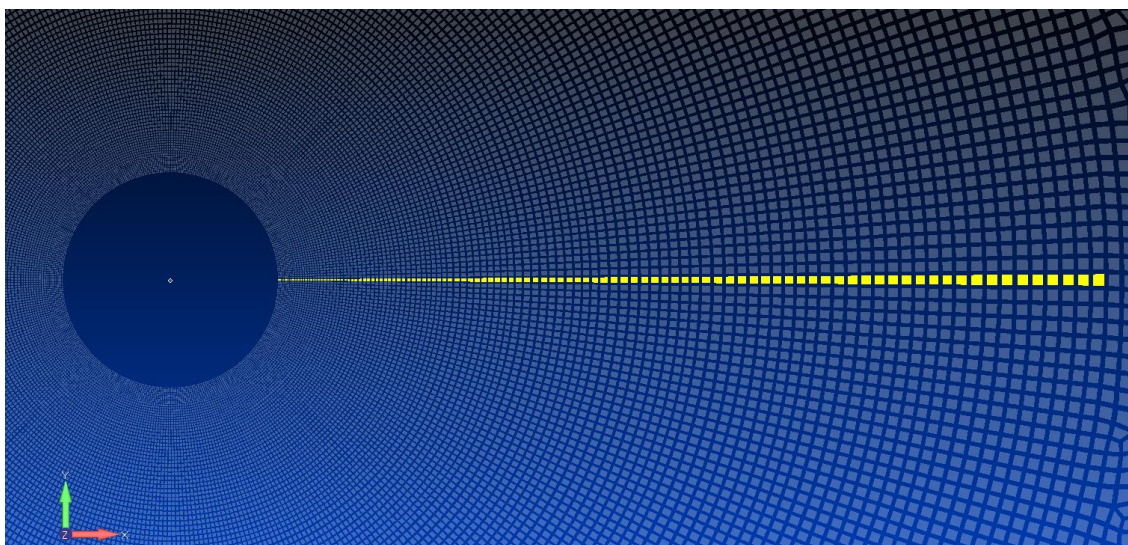
incrementava-se o tamanho dos elementos. As primeiras fileiras de elementos possuem tamanho de 0.1 milímetros, as próximas 10 tiveram incremento de 0.05 milímetros no tamanho, e esse incremento se manteve a cada 10 fileiras até que o elemento atingisse o tamanho de 0.3 milímetros, após isso os incrementos passaram a ser de 0.1 milímetros também a cada 10 fileiras até que os elementos da malha atingissem tamanho de 1 milímetro, que foi definido como tamanho padrão dos elementos da malha. A partir dessa fileira os elementos foram criados de forma automática pelo software, respeitando os limites do tamanho da placa e do tamanho padrão dos elementos. Foram criadas um total de 110 fileiras de elementos criados de forma controlada, cada fileira contendo 360 elementos.

Figura 11 - Modelo FEM com furo de 12,7mm e detalhe da malha refinada



Fonte: Autoria Própria (2019)

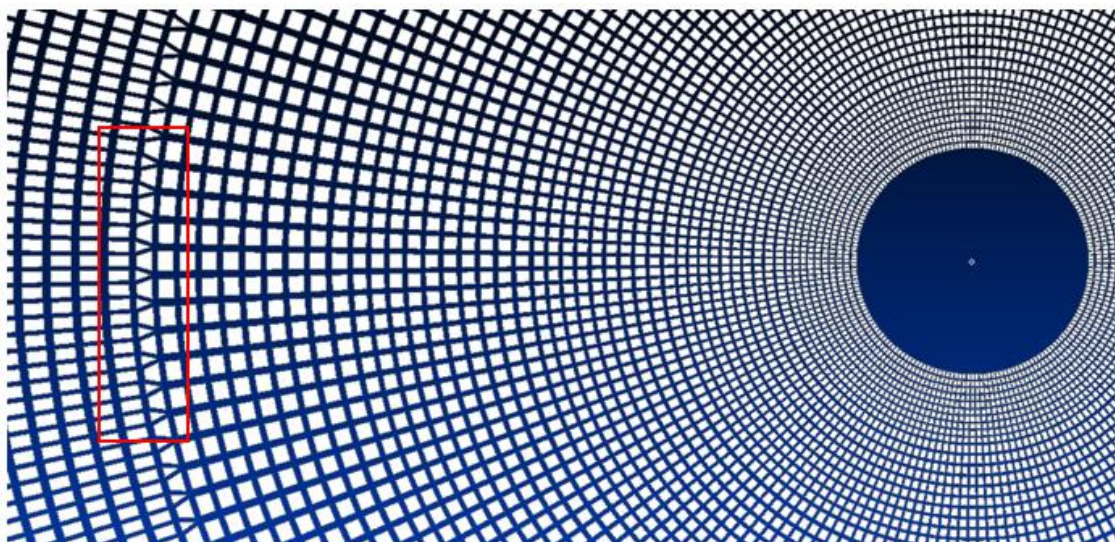
Figura 12 - Carreira de elementos para obtenção das tensões no modelo



Fonte: Autoria Própria (2019)

O modelo da placa de 3,18 milímetros, diferentemente dos outros três não se iniciou com uma divisão de 360 elementos no contorno do furo, como o tamanho de furo é menor o software indicava que esta divisão criava elementos de baixa qualidade, o que poderia impactar o resultado do *solver*. Assim para este modelo iniciou-se a divisão, ao redor do furo, com 180 elementos sendo que o tamanho dos elementos e os incrementos a cada 10 fileiras se mantiveram como indicado nos demais modelos e somente a partir da transição do tamanho de elemento de 0,3 para 0,4 milímetros é que foi possível passar a dividir a quantidade de elementos no contorno em 360.

Figura 13 - Transição de 180 para 360 elementos no modelo com furo de 3,18mm



Fonte: Autoria Própria (2019)

Devido as variações de tamanho de furos e divisões a quantidade de elementos e nós não foram iguais para os modelos, mas todos ficaram em torno de 90 mil nós e 90 mil elementos para cada placa. O modelo de placa com furo de 3,18 milímetros apresentou menores quantidades tanto de nós quanto de elementos em relação aos demais modelos e pode-se considerar que tal diferença ocorreu devido ao fato de que próximo à borda do furo este modelo tem metade da quantidade de elementos e de nós do que os demais modelos elaborados.

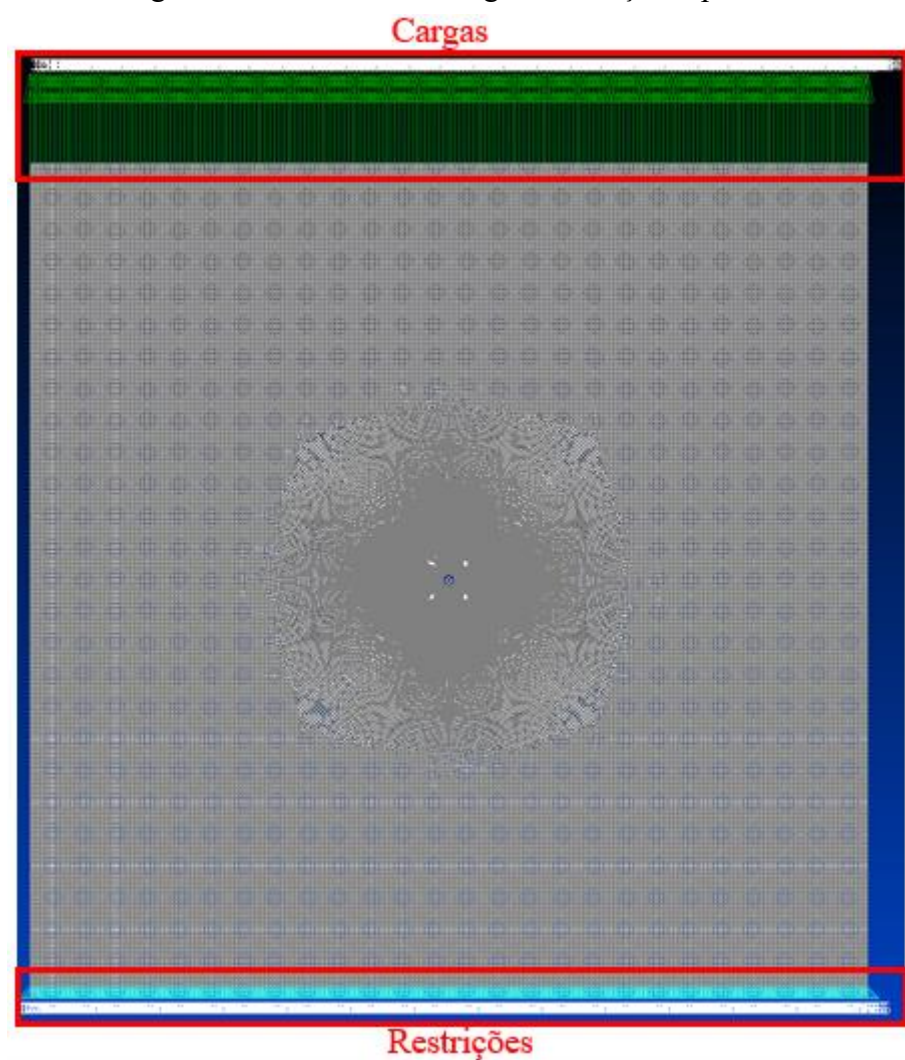
Tabela 8 - Informações de quantidade de nós e elementos dos modelos numéricos

Modelo FEM	Quantidade de Nós	Quantidade de Elementos
Furo 3,18mm	85945	85446
Furo 6,35mm	94378	93698
Furo 9,52mm	93773	93096
Furo 12,7mm	93072	92398

Fonte: Autoria Própria (2019)

Para simular o ensaio realizado selecionou-se a direção Y do modelo como sentido de aplicação de carga e nos nós inferiores foram aplicadas restrições nos graus de liberdade, impedindo que eles se deslocassem em qualquer sentido, consequentemente impedindo as extremidades dos elementos dessa borda de se moverem. Já a carga de tração foi aplicada na extremidade superior dos modelos, como o modo de aplicação de carga é através dos nós o valor de carga que deveria ser aplicado nos modelos é dividido de forma igual para todos os nós da extremidade superior dos modelos, coincidentemente todos os modelos possuem 251 nós na parte superior.

Figura 14 - Modelo com cargas e restrições aplicadas



Fonte: Autoria Própria (2019)

Para verificar a qualidade e representatividade dos modelos elaborados, foi simulada a aplicação de uma carga e considerado que o material possui característica isotrópica, assim pela teoria de concentradores de tensão, para placas infinitas o valor do K_t deverá ser 3, ou seja, a

carga na borda do furo apresenta 3 vezes o valor da tensão nominal esperada devido a carga aplicada (BUDYNAS; NISBETT, 2011). E este valor foi encontrado para os 4 modelos elaborados com variações apenas na casa centesimal.

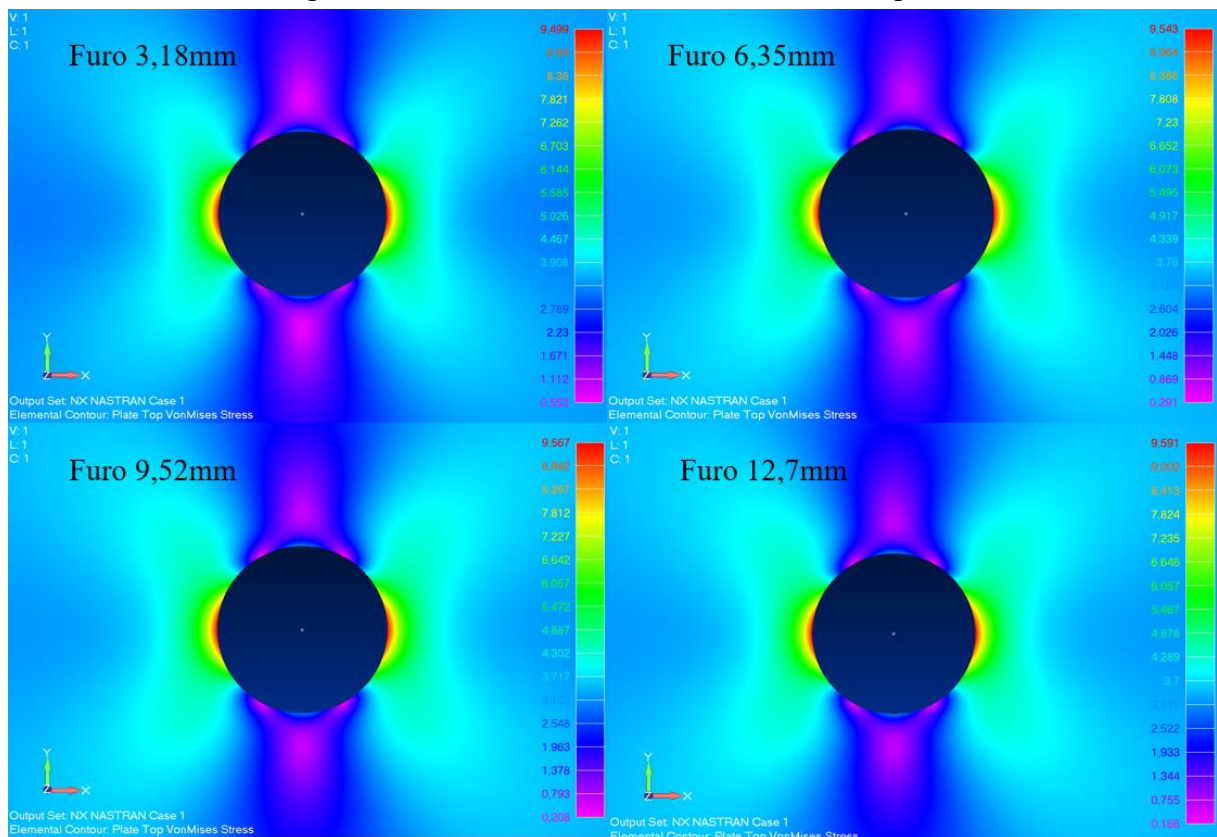
Tabela 9 - Dados de teste modelo isotrópico e resultados de K_t

Força [N]	Comprimento [mm]	Espessura [mm]	Área [mm ²]	Tensão Nominal [MPa]
1000	250	1,27	317,5	3,1496

Modelo FEM	Tensão Máxima	K_t
Furo 3.18mm	9,499	3,016
Furo 6.35mm	9,543	3,030
Furo 9.52mm	9,567	3,038
Furo 12.7mm	9,591	3,045

Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 15 - Resultados modelo FEM teste isotrópico



Fonte: Autoria Própria (2019)

Após a verificação dos modelos de elementos finitos utilizando um material isotrópico, o material e a propriedade, do material compósito, foram aplicados aos modelos, bem como

foram criadas todas as configurações de laminados através de criação de *layups* para serem aplicados nas propriedades do compósito do modelo FEM.

Inicialmente para testar e verificar os *outputs* do modelo FEM com características de compósitos, calculou-se através do limite de resistência à tração do compósito os valores de cargas em função da configuração do laminado e do tamanho do furo.

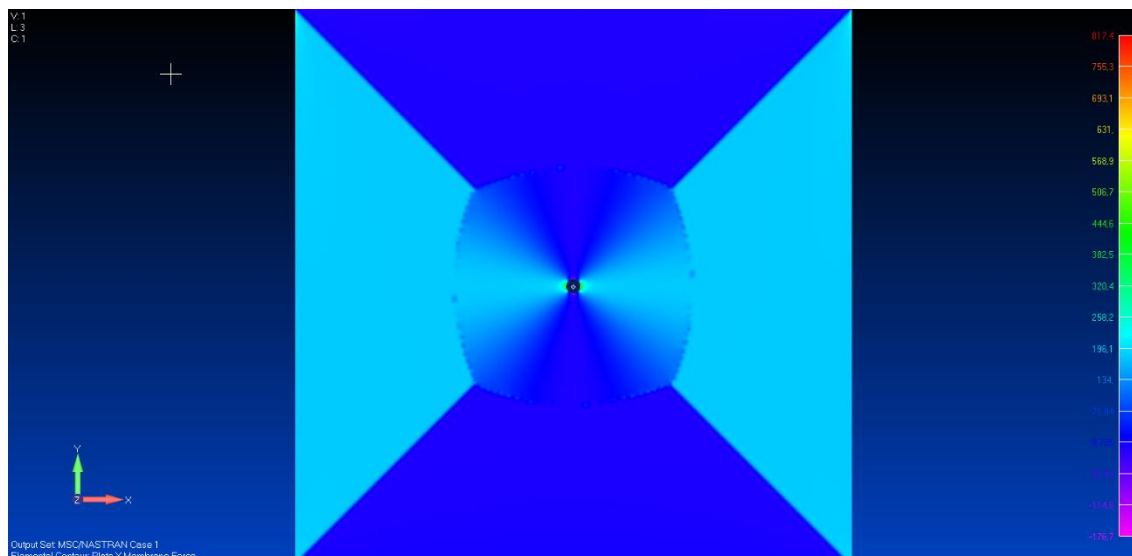
Tabela 10 - $\sigma_{N\infty}$ para placas infinitas e força por nó em função do diâmetro dos furos

Laminados	Furo 3,18mm		Furo 6,35mm		Furo 9,52mm		Furo 12,7mm	
	$\sigma_{N\infty}$ [Pa]	Força por Nó [daN]	$\sigma_{N\infty}$ [Pa]	Força por Nó [daN]	$\sigma_{N\infty}$ [Pa]	Força por Nó [daN]	$\sigma_{N\infty}$ [Pa]	Força por Nó [daN]
L1	6,57E+08	124,6599	5,45E+08	103,4089	4,79E+08	90,8860	4,60E+08	87,2809
L2	5,96E+08	113,0857	5,29E+08	100,3730	4,52E+08	85,7629	4,28E+08	81,2092
L3	5,33E+08	101,1320	4,57E+08	86,7117	4,03E+08	76,4656	3,80E+08	72,1016
L4	4,65E+08	88,2296	4,15E+08	78,7425	3,60E+08	68,3068	3,32E+08	62,9940
L5	3,55E+08	67,3581	3,19E+08	60,5274	2,94E+08	55,7839	2,74E+08	51,9890
L6	2,20E+08	41,7430	2,15E+08	40,7943	1,91E+08	36,2405	1,71E+08	32,4457

Fonte: Autoria Própria (2019)

Ao aplicar as cargas foi observado no instante da primeira obtenção de resultados para o método numérico, que não era possível obter os valores de tensão dos elementos quando as propriedades utilizadas eram de compósitos, a tensão desejada era a tensão do laminado compósito inteiro, porém o *output* de tensão fornecido era apenas de camada por camada. Analisando os possíveis *outputs* que podiam ser utilizados, foi selecionado o *output* que indicava o valor de força por unidade de comprimento em uma direção do sistema de referência. E para se obter o valor de tensão a partir deste *output* bastou dividir o valor informado pelo *output* pela espessura do material, tornando este *output* uma razão de força por área, ou seja, tensão. O fator que tornou-se preocupante ao usar esse método foi que ele dependia da direção de orientação de cada elemento, e os modelos apresentaram nos elementos criados de forma automática sistemas de coordenadas diferentes, assim o resultado de força por comprimento obtido se alterava, nas direções X e Y do sistema de referência, nas diagonais que dividiam o modelo de placas, conforme apresentado na Figura 16. A mudança ocorre na transição das cores azul claro para azul escuro.

Figura 16 - *Output* força por comprimento na direção X demonstrando a mudança de orientação dos elementos



Fonte: Autoria Própria (2019)

Ao se analisar mais criteriosamente e alterando-se o eixo do output, verificou-se que os valores resultantes para a análise não eram afetados por essa mudança de sistema de coordenada, um fato numérico que se observou foi o de que a carga utilizada para o modelo foi a carga que geraria a tensão limite de resistência do material ensaiado σ_N^∞ , e no modelo os resultados de tensão nos elementos mais distantes do furo, decaíam até se estabilizarem muito próximo desse limite de resistência, conforme esperado. Outro fator a ser considerado foi de que na transição dos elementos de uma orientação para outra, caso a direção de referência do *output* fosse alterada assim que o elementos mudasse de direção o valor de tensão se mantinha de forma uniforme mesmo havendo a mudança de sistema de coordenada, ou seja, os resultados numéricos de tensão não estavam sendo afetados por esse fator.

4.3 NUMÉRICO E ANALÍTICO COM TENSÃO UNITÁRIA

Para comparação direta dos resultados de tensão do método numérico com o método analítico ambos foram calculados considerando-se um valor de tensão unitária, ou seja, σ_0 assumiu valor igual a um Pascal.

Conforme mencionado anteriormente, será considerada uma aproximação feita por Carlsson, Adams e Pipes (2014), que assume que a razão σ_N^∞/σ_0 do critério de tensão analítico é também igual a 1 dividido pelo K_t^∞ , Equação 28, para furos muito grandes onde d_0 é muito menor que o valor do raio do furo.

$$\sigma_N^\infty / \sigma_0 = \frac{1}{K_T^\infty} \quad (28)$$

Pela consideração de que o critério de tensão visa fornecer um limite de resistência através do valor de limite do material sem concentrador de tensão, verifica-se uma semelhança com a definição de concentrador de tensão, que é um fator de amplificação da tensão devido ao efeito de uma descontinuidade, pode-se verificar assim que como o critério determina um fator de atenuação da tensão, é intuitivo assimilar que o critério considera o inverso do fator de amplificação. Uma segunda abordagem é considerar que o valor de d_0 é tão pequeno em relação ao raio do furo que o fator ξ_1 , da Equação 24, assume valor igual a 1, substituindo no critério e simplificando-o obtém-se o inverso do concentrador de tensão.

Neste caso, para o modelo numérico o cálculo da carga é exclusivamente através da secção transversal da peça, visto que a tensão é unitária, assim a carga aplicada foi calculada e aplicada para todos os modelos. Os resultados obtidos nos elementos do modelo numérico já são diretamente os valores de concentrador de tensão, o K_t^∞ que é o fator de amplificação da carga em relação a carga nominal aplicada.

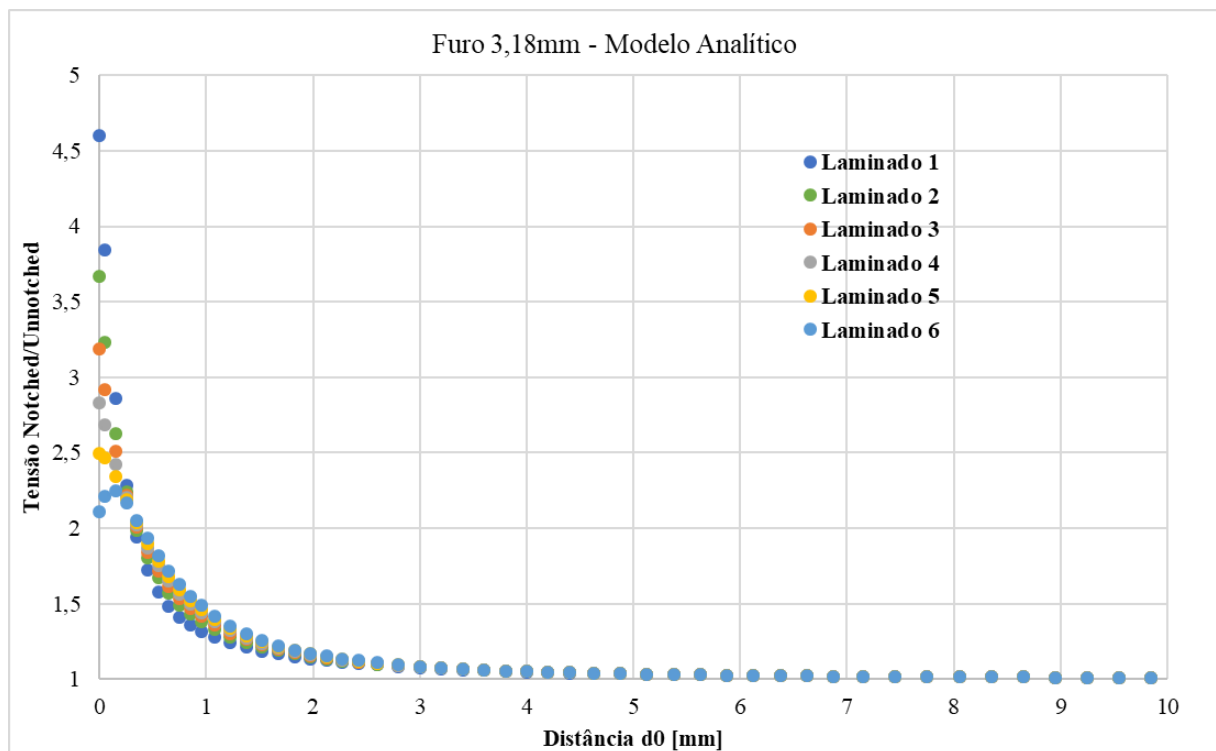
Com ambos os métodos feitos em função de uma carga unitária é possível comparar o comportamento do decaimento de tensão ao longo do distanciamento da borda do furo. Para se ter os mesmos parâmetros de comparação com os modelos numéricos que apresentam as tensões em função da distância do centro de seus elementos, os valores de d_0 para o modelo analítico utilizaram exatamente o valor referente a esta distância do centro dos elementos do modelo numérico. Assim criou-se uma tabela contendo os valores de K_t^∞ pelo método analítico e pelo modelo numérico, sendo possível criar gráficos representando o decaimento e comparando-os.

Nota-se pelos gráficos algumas características semelhantes e algumas diferentes entres os modelos apresentados. Como esperado, em ambos houve uma atenuação no decaimento de tensão conforme aumentava-se o tamanho do furo, característica essa que ocorre devido a influência que o concentrador de tensão gera no material, furos pequenos tendem a afetar áreas menores ao seu redor, consequentemente o efeito da concentração de tensão atenua-se mais rapidamente conforme aumenta-se a distância da borda do furo. O critério PSC considera esse efeito pois o material analisado possui uma dimensão característica fixa d_0 , resultante das propriedades e configuração do material, e a esta distância o máximo que o material suporta é o valor do limite de resistência sem concentrador de tensão. Para um decaimento que ocorre mais lentamente na distribuição de tensão conclui-se que o valor inicial, ou máximo no caso,

deve ser menor do que o valor inicial de um furo pequeno, o qual apresentará um decaimento mais acentuado.

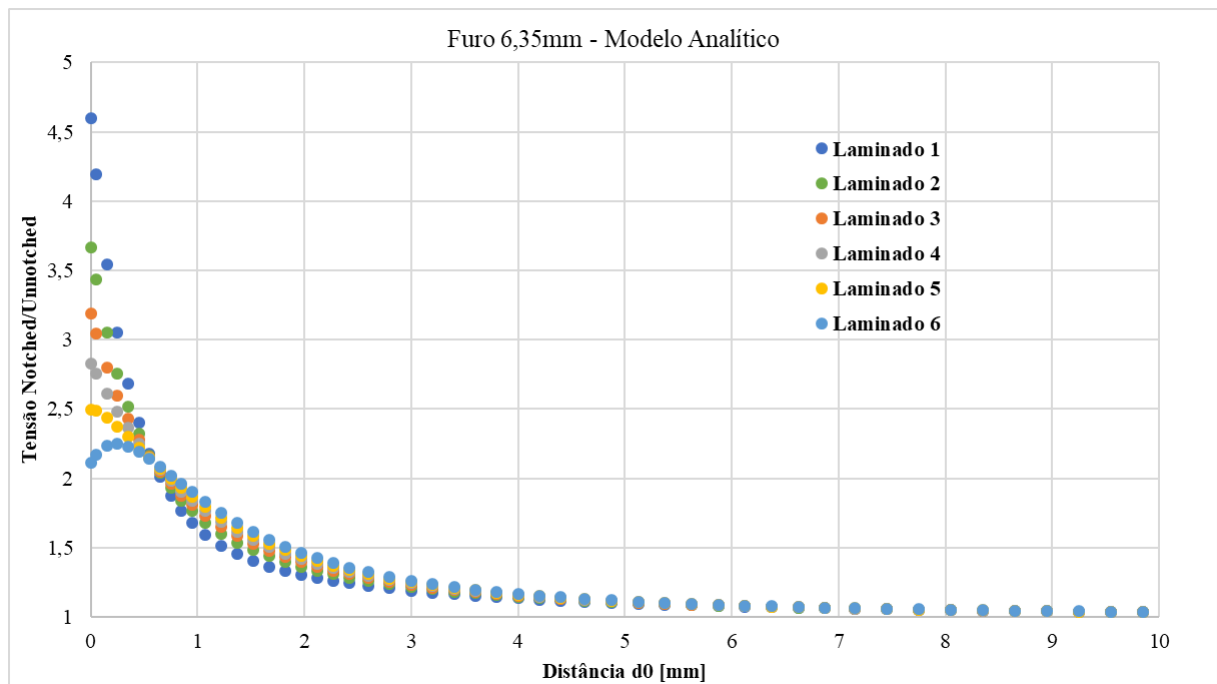
Esse fato também pode ser analisado partindo-se do princípio de que as descontinuidade moleculares do próprio material, como vacâncias, imperfeições na estrutura, dentre outras facilitam a ocorrência de uma falha nesse ponto, como o concentrador de tensão causa um aumento de tensão local, para furos onde a influência do mesmo é maior espera-se que a resistência do material seja menor, ou seja, o material suporta uma tensão limite menor, que está diretamente associado com o decaimento mais lento conforme se distância da borda do furo.

Figura 17 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 3,18mm



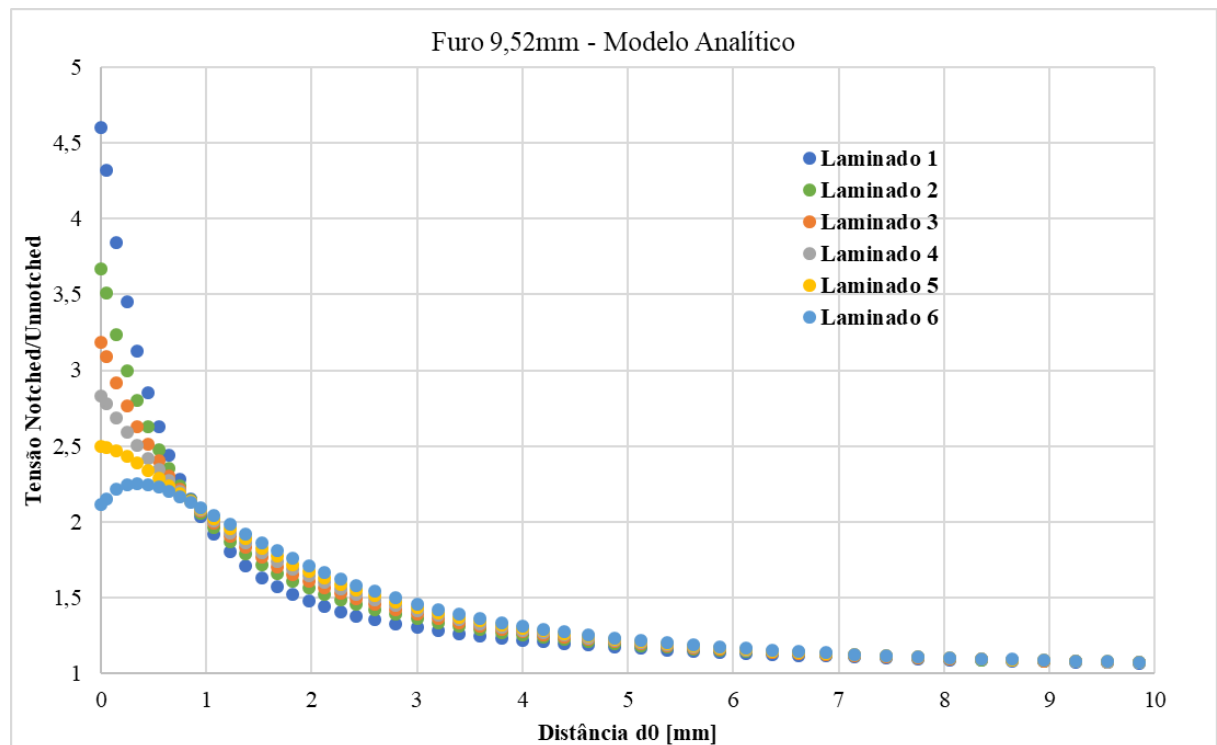
Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 18 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 6,35mm



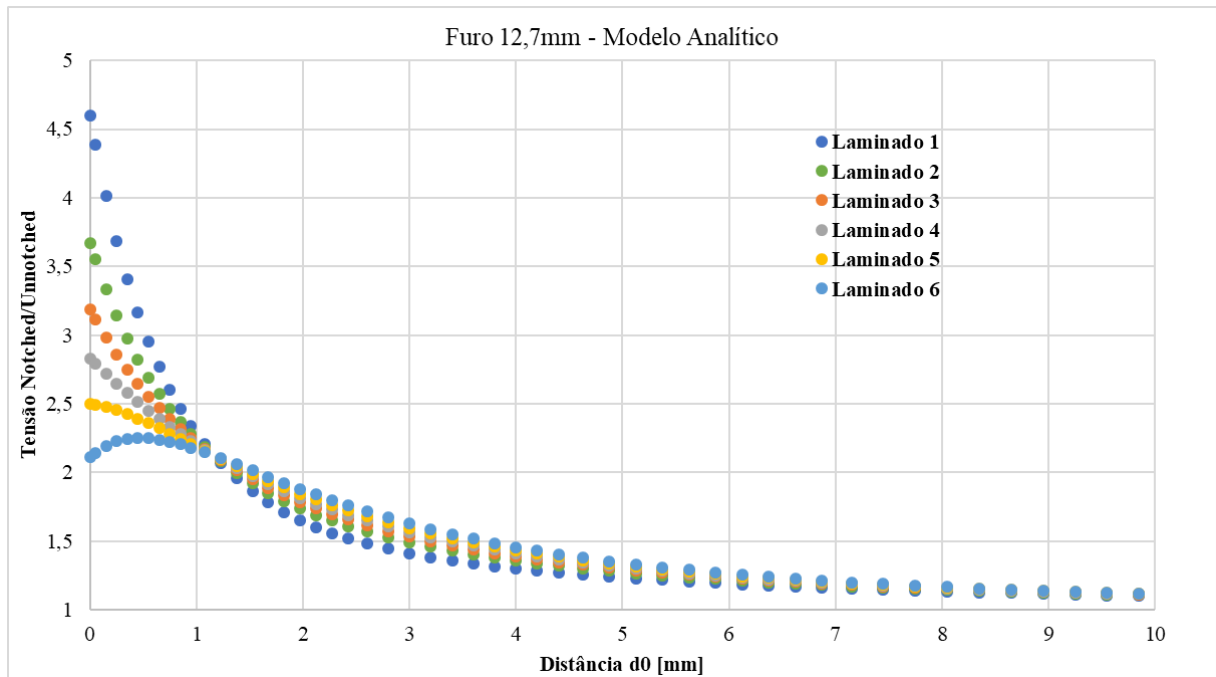
Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 19 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 9,52mm



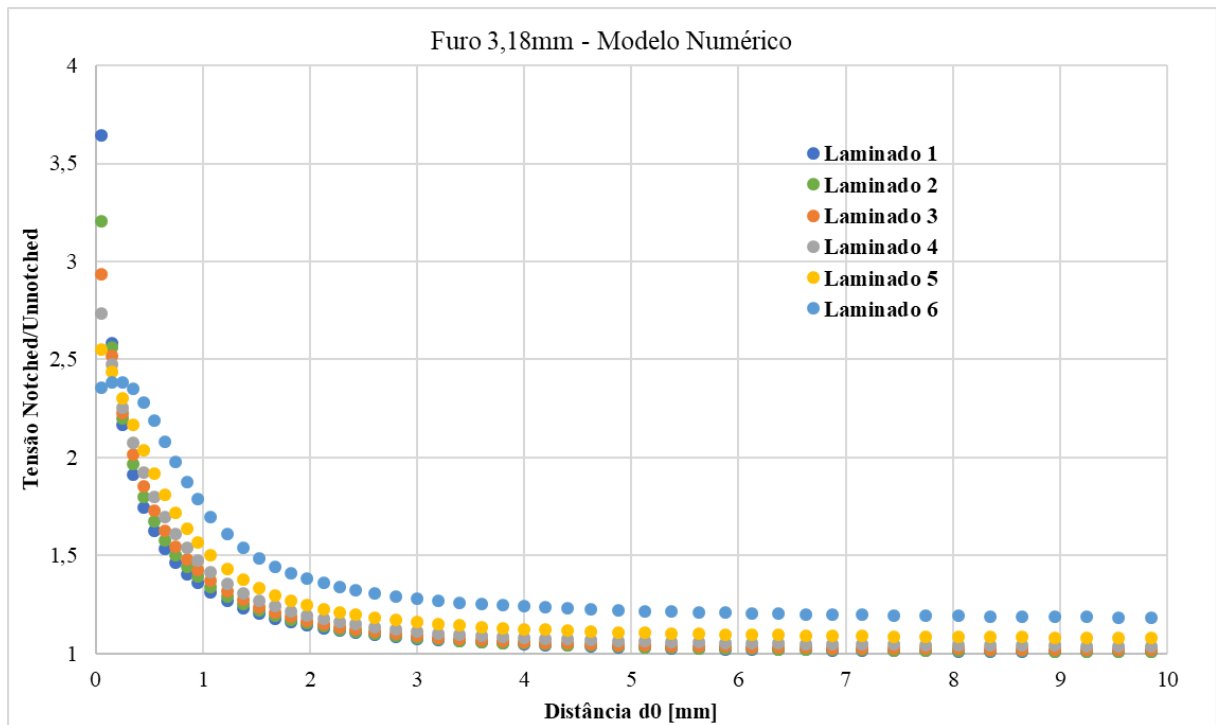
Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 20 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo analítico com furo de 12,7mm



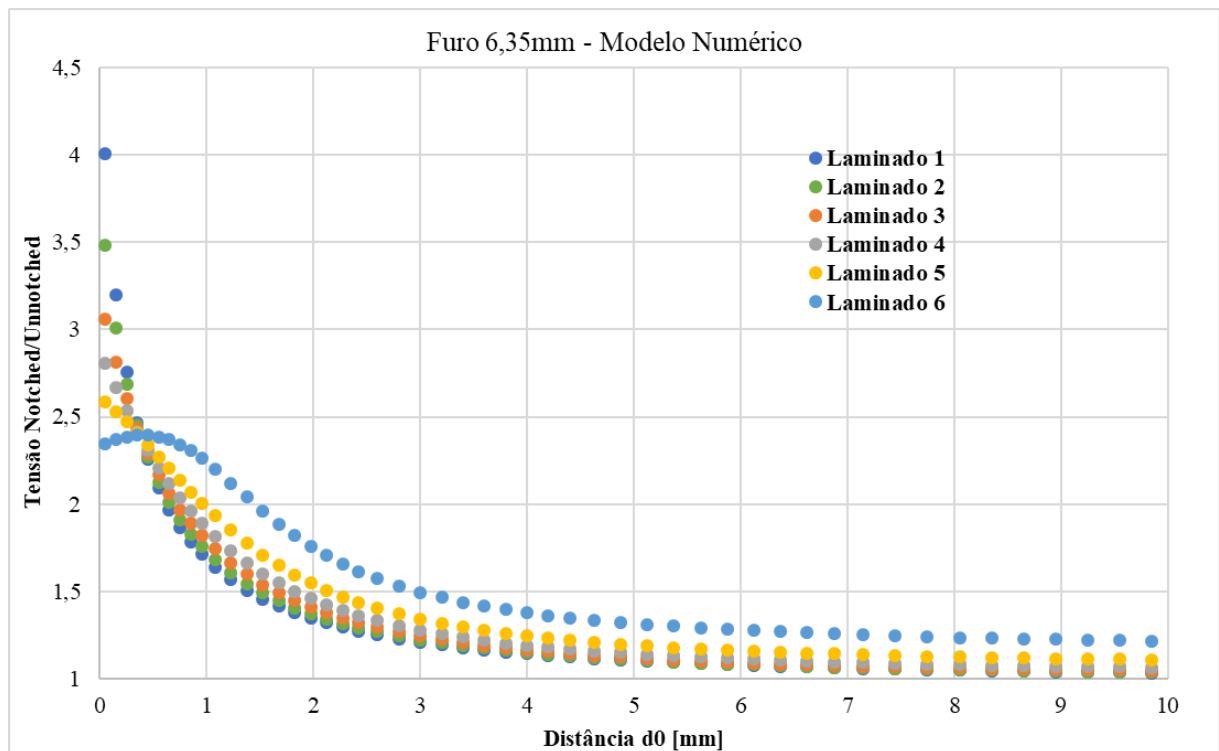
Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 21 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 3,18mm



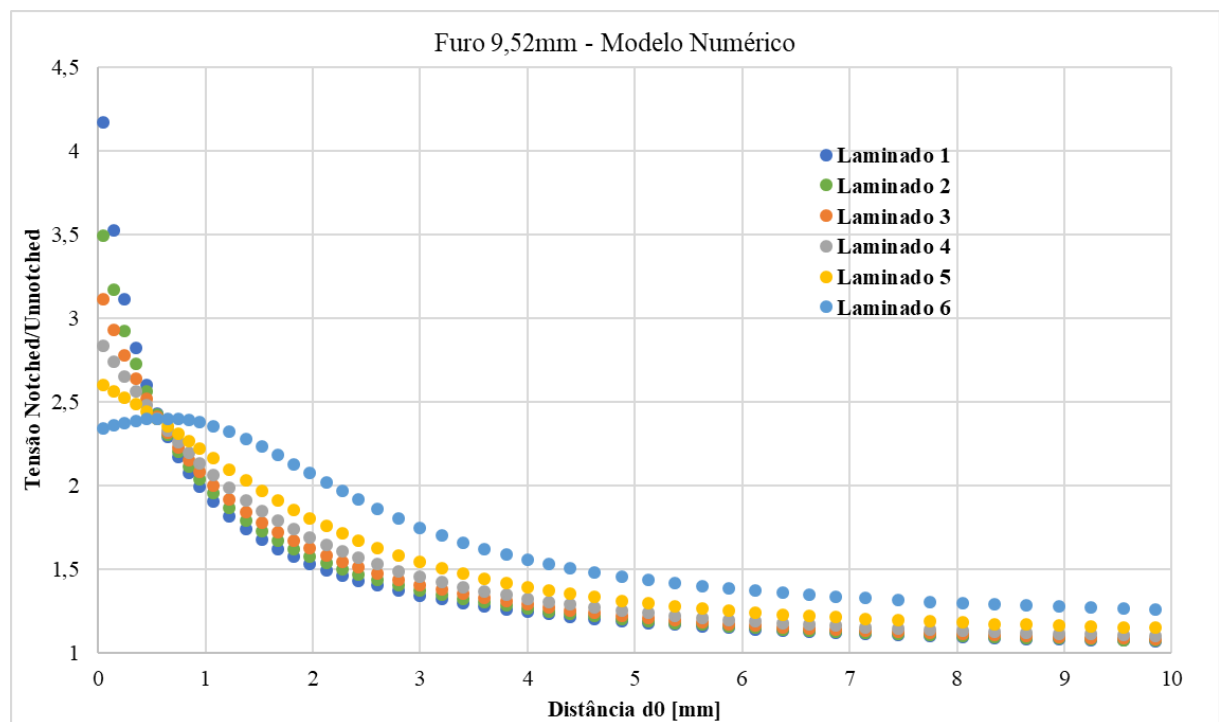
Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 22 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 6,35mm

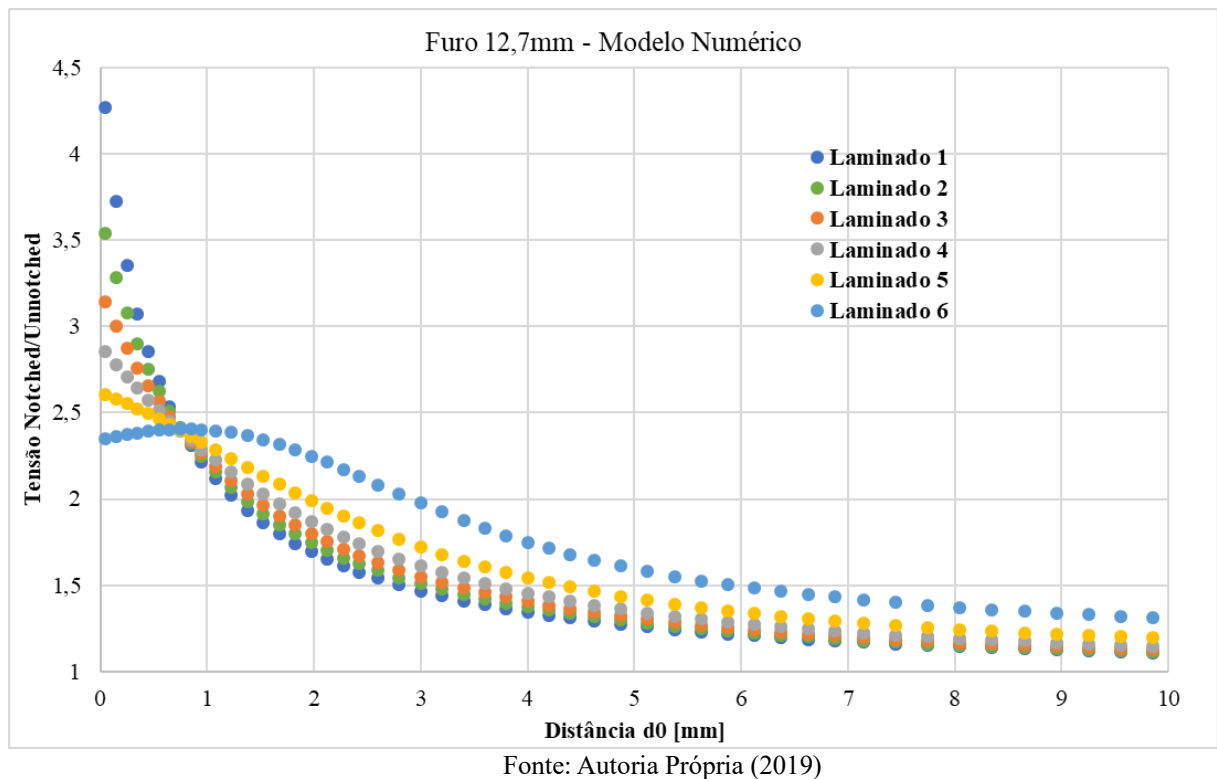


Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 23 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 9,52mm



Fonte: Autoria Própria (2019)

Figura 24 - Gráfico de $K_{t\infty}$ para modelo numérico com furo de 12,7mm

Uma das diferenças dos gráficos dos diferentes métodos é o primeiro valor do concentrador de tensão, para o modelo analítico devido ao equacionamento foi possível obter o valor na borda do furo, que é o ponto de maior concentração, porém o modelo numérico utiliza do valor de tensão no centro do elemento, ou seja, o modelo numérico apresenta como primeiro valor um ponto a uma pequena distância (0,05 milímetros) da borda do furo. Apesar da pequena distância o valor do concentrador de tensão já decaiu notavelmente, essa diferença é mais notável quando se possui mais camadas orientadas no sentido de aplicação de carga. Sendo a diferença no laminado 1 com furo de 3,18mm, que é a configuração no qual o decaimento é mais acentuado, de 4,6 para aproximadamente 3,84 somente com essa variação de 0,05mm. As demais configurações apresentam essa diferença, porém é menos acentuada, sendo notável apenas pois o mesmo destaca-se por ser o primeiro ponto dos gráficos analíticos.

O Laminado 6 apresentou um comportamento de aumento de tensão para pequenas valores de d_0 , aumentando um pouco em relação a borda do furo, ou seja, ocorreu um aumento de K_t ao se afastar do furo. Este fato pode ter ocorrido devido ao laminado não possuir nenhuma lâmina que se encontra orientada no sentido da carga, ou seja, não há nenhuma lâmina sujeita a carga em sua direção mais resistente e com melhores propriedades. Tal comportamento ainda pode ter sido ocasionado pois o elemento mais crítico poderia se encontrar em uma posição

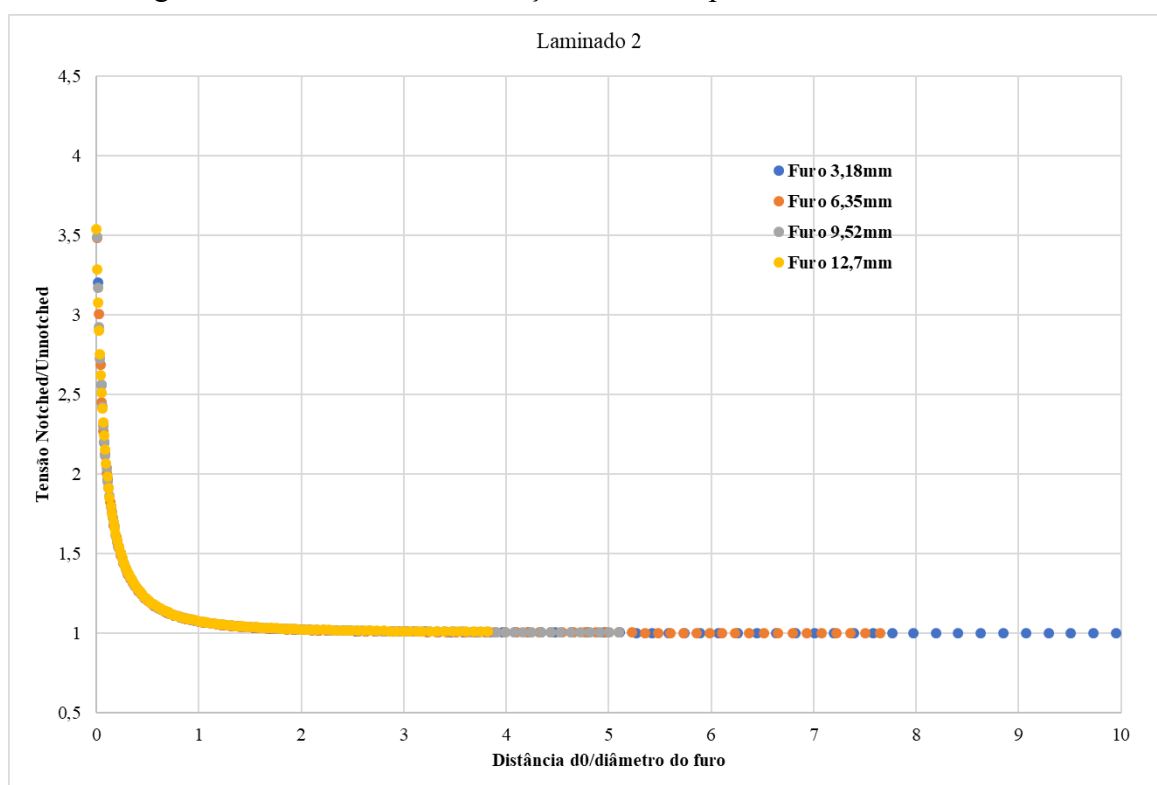
angular diferente da analisada, que é a fileira criada sobre uma linha que passa sobre o centro do furo e está direcionada perpendicularmente ao sentido de aplicação de carga.

Outro comportamento que foi possível notar está relacionado com o decaimento das curvas, o modelo analítico apresentou um decaimento um pouco mais rápido do que o laminado do modelo numérico, quando comparado laminado 1 analítico com o laminado 1 numérico, apesar da diferença ser mínima é possível notar nos gráficos que o modelo analítico apresenta um decaimento um pouco mais rápido, em relação ao modelo numérico, pois as curvas se apresentam mais estreitas.

4.4 ESTIMATIVA DO LIMITE DE RESISTÊNCIA À TRAÇÃO ATRAVÉS DOS MODELO NUMÉRICO DE TENSÃO UNITÁRIA

Para a estimativa dos valores de limite de resistência com concentrador, verificou-se que é possível tornar adimensional o parâmetro d_0 , dividindo-o pelo valor do diâmetro do furo. Essa divisão foi feita para os modelos com diferentes tamanhos de furos considerando sempre o laminado 2, e conforme esperado, a curva de σ_N^∞/σ_0 pela razão $d_0/\text{diâmetro}$, apresentou a mesma curva para todos os modelos, independentemente do tamanho do furo, conforme Figura 25

Figura 25 - Gráfico de distribuição de tensão pela razão $d_0/\text{diâmetro}$



Fonte: Autoria Própria (2019)

Nota-se pelo gráfico da Figura 25, que as curvas obtidas com a adimensionalização são as mesmas, porém o furo maior será um denominador maior na razão feita, assim para a mesma quantidade de elementos controlados (mesmo número de d_0 utilizados) a curva adimensional obtida será mais precisa para furos maiores, sendo possível notar que para o furo de 12,7mm a curva termina antes das demais, acontecendo o mesmo efeito para as demais diferenças de tamanhos de furos.

Como a densidade de elementos para o modelo de 12,7mm é maior para uma mesma quantidade de elementos, o resultado numérico do mesmo foi utilizado para obter os resultados de estimativas de resistência das outras configurações.

Através das informações do laminado de referência (laminado 2), as tensões de limite de resistência a tração com concentrador de tensão são multiplicadas por cada um dos valores numéricos dos FEM, sendo possível obter a curva de decaimento de tensão para o laminado 2 considerando-se os tamanhos de furos, conforme Tabela 11. A partir desses valores da curva, busca-se o elemento que contenha o valor de tensão mais próximo do limite de resistência do material sem concentrador, que segundo o modelo e o método utilizado indicarão a razão de d_0 /diâmetro característico do modelo para a configuração em questão.

Ao obter o valor de d_0 /diâmetro é necessário multiplicar o valor pelo tamanho do furo e assim obter o valor de d_0 para o laminado furado, propriamente dito. Após obter d_0 de todas configurações, calcula-se a média dos mesmos, conforme executado no modelo analítico. E posteriormente o d_0 médio calculado é dividido por cada um dos tamanhos de furo, apresentando assim novos valores de razão sendo d_0 médio/diâmetro, Tabela 12, a partir dos quais busca-se na tabela do modelo os elementos que mais se aproximem dos valores de razão obtidos, e através destes determina-se o fator numérico que representa o concentrador de tensão.

Com o valor de concentração de tensão e os limites de resistência à tração sem concentrador dos laminados para os quais deseja-se estimar o limite de resistência à tração com concentrador, divide-se σ_0 , que é o limite de resistência sem concentrador, pelo valor de K_t^∞ obtido, resultado numérico do FEM, e estima-se assim os valores de σ_N^∞ pelo modelo de elementos finitos, e de maneira semelhante a utilizada no método analítico. É necessário ressaltar que os valores médios de d_0 estão sendo utilizados pois ele pode ser aplicado para outras configurações que podem ter tamanhos de furos diferentes dos mencionados e ainda assim permitir a estimativa da resistência à tração do material.

Tabela 11 - Valores numéricos de distribuição de tensão com concentrador de tensão e seleção dos elementos de d0

Distância d0 [mm]	Laminado 2 - Referência					
	FEM de 12,7mm		$\sigma_{N\infty}$ 3,18mm	$\sigma_{N\infty}$ 6,35mm	$\sigma_{N\infty}$ 9,52mm	$\sigma_{N\infty}$ 12,7mm
	Numérico	d0/Diâm.	5,96E+08	5,29E+08	4,52E+08	4,28E+08
0,05	3,53971	0,00394	2,11E+09	1,87E+09	1,60E+09	1,51E+09
0,15	3,28490	0,01181	1,96E+09	1,74E+09	1,48E+09	1,41E+09
0,25	3,07578	0,01969	1,83E+09	1,63E+09	1,39E+09	1,32E+09
0,35	2,90056	0,02756	1,73E+09	1,53E+09	1,31E+09	1,24E+09
0,45	2,75131	0,03543	1,64E+09	1,46E+09	1,24E+09	1,18E+09
0,55	2,62245	0,04331	1,56E+09	1,39E+09	1,19E+09	1,12E+09
0,65	2,50995	0,05118	1,50E+09	1,33E+09	1,13E+09	1,07E+09
0,75	2,41082	0,05906	1,44E+09	1,28E+09	1,09E+09	1,03E+09
0,85	2,32276	0,06693	1,38E+09	1,23E+09	1,05E+09	9,94E+08
0,95	2,24397	0,07480	1,34E+09	1,19E+09	1,01E+09	9,60E+08
1,075	2,15714	0,08465	1,29E+09	1,14E+09	9,75E+08	9,23E+08
1,225	2,06513	0,09646	1,23E+09	1,09E+09	9,33E+08	8,84E+08
1,375	1,98499	0,10827	1,18E+09	1,05E+09	8,97E+08	8,50E+08
1,525	1,91456	0,12008	1,14E+09	1,01E+09	8,65E+08	8,19E+08
1,675	1,85217	0,13189	1,10E+09	9,80E+08	8,37E+08	7,93E+08
1,825	1,79656	0,14370	1,07E+09	9,50E+08	8,12E+08	7,69E+08
1,975	1,74668	0,15551	1,04E+09	9,24E+08	7,90E+08	7,48E+08
2,125	1,70172	0,16732	1,01E+09	9,00E+08	7,69E+08	7,28E+08
2,275	1,66098	0,17913	9,90E+08	8,79E+08	7,51E+08	7,11E+08
2,425	1,62393	0,19094	9,68E+08	8,59E+08	7,34E+08	6,95E+08
2,6	1,58492	0,20472	9,45E+08	8,38E+08	7,16E+08	6,78E+08
2,8	1,54470	0,22047	9,21E+08	8,17E+08	6,98E+08	6,61E+08
3	1,50870	0,23622	8,99E+08	7,98E+08	6,82E+08	6,46E+08
3,2	1,47630	0,25197	8,80E+08	7,81E+08	6,67E+08	6,32E+08
3,4	1,44703	0,26772	8,62E+08	7,65E+08	6,54E+08	6,19E+08
3,6	1,42046	0,28346	8,47E+08	7,51E+08	6,42E+08	6,08E+08
3,8	1,39628	0,29921	8,32E+08	7,39E+08	6,31E+08	5,98E+08
4	1,37419	0,31496	8,19E+08	7,27E+08	6,21E+08	5,88E+08
4,2	1,35394	0,33071	8,07E+08	7,16E+08	6,12E+08	5,79E+08
4,4	1,33530	0,34646	7,96E+08	7,06E+08	6,04E+08	5,72E+08
4,625	1,31615	0,36417	7,84E+08	6,96E+08	5,95E+08	5,63E+08
4,875	1,29673	0,38386	7,73E+08	6,86E+08	5,86E+08	5,55E+08
5,125	1,27907	0,40354	7,62E+08	6,77E+08	5,78E+08	5,47E+08
5,375	1,26294	0,42323	7,53E+08	6,68E+08	5,71E+08	5,41E+08
5,625	1,24822	0,44291	7,44E+08	6,60E+08	5,64E+08	5,34E+08

Fonte: Autoria Própria (2019)

Tabela 12 - Tabela de cálculo do d_0 médio/diâmetro

Furo	3,18	6,35	9,52	12,7
d_0/Diâm.	0,29921	0,20472	0,13189	0,12008
d_0	0,95150	1,30000	1,25559	1,52500
d_0 médio		1,25802		
d_0 médio/diâm.	0,39560	0,19811	0,13215	0,09906
d_0 médio/diâm. mais próximo do modelo	0,403543	0,204724	0,13189	0,120079

Fonte: Autoria Própria (2019)

A partir dos novos d_0 médio/diâmetro calculou-se os valores de limites de resistência à tração *notched* (σ_N^∞) para cada um dos laminados e para cada um dos tamanhos de furos, e tais valores foram utilizados em conjunto com a Equação 27, para calcular o erro associado a estas aproximações. A Tabela 13 apresenta os resultados dispostos em conjunto com a % de Erro da aproximação, o valor de d_0 médio/diâmetro utilizado, o valor numérico de K_t^∞ correspondente ao fator obtido pelo FEM.

A Tabela 13 foi elaborada desta maneira para comparação com a Tabela 7 apresentada, que dispõe dos resultados das aproximações e estimativas calculadas pelo método analítico utilizados. A comparação da % de Erro indica que o método numérico, em termos de médias gerais e considerando os valores absolutos, apresenta uma aproximação melhor do que o método analítico, pois o seu desvio em relação ao valor experimental é menor na maioria das configurações, apresentando apenas uma média de erros superiores ao método analítico para o Laminado 3.

É possível notar que para os laminados mais balanceados, como o 2, 3 e 4, houve uma boa aproximação por ambos os métodos, sendo que para alguns tamanhos de furos de certas configurações, a aproximação do método numérico apresentou menor erro, porém para outros tamanhos o método analítico obteve resultados melhores, portanto nas configurações intermediárias ambos métodos apresentam uma boa aproximação para a estimativa da resistência do material.

O método numérico se destacou para os laminados menos usuais, que são os laminados 1, 5 e 6, nos quais se destaca a utilização de mais camadas em uma direção diferente da de aplicação de carga e também laminados que possuem a mesma orientação para todas as lâminas. Para estes laminados o modelo numérico apresentou erros menores para todas configurações de tamanhos de furos, do que o método analítico.

Tabela 13 - Resultados das estimativas de σN_{∞} e seus erros pelo método numérico

Laminado 1					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	7,37E+08	6,57E+08	1,2791	-12,22
6,35	0,2047	5,95E+08	5,45E+08	1,5849	-9,17
9,52	0,1319	5,09E+08	4,79E+08	1,8522	-6,29
12,7	0,1201	4,57E+08	4,60E+08	2,0651	0,73
Laminado 2					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	6,51E+08	5,96E+08	1,2791	-9,27
6,35	0,2047	5,26E+08	5,29E+08	1,5849	0,65
9,52	0,1319	4,50E+08	4,52E+08	1,8522	0,50
12,7	0,1201	4,03E+08	4,28E+08	2,0651	5,76
Laminado 3					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	5,84E+08	5,33E+08	1,2791	-9,57
6,35	0,2047	4,71E+08	4,57E+08	1,5849	-3,13
9,52	0,1319	4,03E+08	4,03E+08	1,8522	-0,08
12,7	0,1201	3,62E+08	3,80E+08	2,0651	4,81
Laminado 4					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	5,11E+08	4,65E+08	1,2791	-9,79
6,35	0,2047	4,12E+08	4,15E+08	1,5849	0,72
9,52	0,1319	3,53E+08	3,60E+08	1,8522	2,07
12,7	0,1201	3,16E+08	3,32E+08	2,0651	4,76
Laminado 5					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	3,17E+08	3,55E+08	1,2791	10,81
6,35	0,2047	2,56E+08	3,19E+08	1,5849	19,90
9,52	0,1319	2,19E+08	2,94E+08	1,8522	25,63
12,7	0,1201	1,96E+08	2,74E+08	2,0651	28,43
Laminado 6					
Furo [mm]	d0 médio/diâm	σN_{∞} calculado	σN_{∞} exp.	Numérico	% Erro
3,18	0,4035	2,17E+08	2,20E+08	1,2791	1,21
6,35	0,2047	1,75E+08	2,15E+08	1,5849	18,42
9,52	0,1319	1,50E+08	1,91E+08	1,8522	21,42
12,7	0,1201	1,35E+08	1,71E+08	2,0651	21,28

Fonte: Autoria própria (2019)

5 CONCLUSÃO

Através da análise numérica em conjunto com a analítica, foi possível avaliar os resultados comparando-os com os resultados experimentais de referência utilizados. A comparação de ambos os métodos sob as mesmas condições de análise apresentou pequenas variações para algumas configurações de laminados e tamanhos de furos, porém avaliando os mesmos através do critério de *Point Stress Criteria*, os resultados demonstraram coerência e bastante proximidade em termos de erros, valores conservadores e não conservadores, conforme resultados dispostos nas Tabelas 7 e 13.

A coerência dos resultados, em termos de estimativas conservadoras ou não, se mantiveram as mesmas para ambos os métodos, sendo o laminado 1 uma configuração na qual os resultados estimados estavam acima dos valores experimentais, ou seja, foram valores sempre não conservadores, e também os laminados 5 e 6, para ambos os métodos também demonstraram, em totalidade, a coerência de ambos modelos, sendo todos os valores de resistência estimados de forma conservadora por ambos. As configurações intermediárias apresentaram resultados semelhantes, porém somente o tamanho de furo de 3,18mm apresentou resultados não conservadores para todos os laminados intermediários (L2, L3 e L4) podendo ser um efeito devido à menor influência que esse tamanho de concentrador de tensão apresenta, ou sendo uma consequência associada ao fato de ter sido utilizado um d_0 médio com o furo possuindo um d_0 característico menor, e assim consequentemente apresentando maior erro associado.

De uma forma geral, pode-se concluir através das análises dos resultados que ambos os métodos apresentam muita coerência entre seus resultados e comportamentos, observados desde a Figura 17 até a Figura 24, obtendo resultados em termos de aproximações muito semelhantes, porém sendo o modelo numérico mais preciso de uma forma geral. Apesar da pequena diferença a utilização do método numérico agrega menos erros associados considerando-se todas as configurações de laminados. Mas para aplicações reais, ambos os métodos apresentariam resultados satisfatórios, pois as configurações mais usuais de laminados (L2, L3 e L4) foram estimados de forma muito semelhante tanto em comportamento quanto em resultados numéricos por ambos os métodos, sempre apresentando erros máximos abaixo de 10%, o que é uma porcentagem de erro aceitável para análises de materiais compósitos.

A substituição de alguns ensaios pelas análises teóricas, objetivo de análise do presente trabalho, pode ser uma alternativa quando o julgamento de engenharia leva em consideração as dispersões e erros que os resultados podem ter em relação aos resultados experimentais,

considerando e ponderando os erros máximos possíveis, demonstrados nos resultados, as médias de erros, as configurações e tamanhos de furos. Não é possível definir, ou afirmar que os resultados de tais análises podem substituir os ensaios experimentais totalmente, pois para as aplicações mais críticas ou que demandem maior precisão para redução de peso, ou devido a outros requisitos, torna-se mais interessante um resultado mais exato e próximo do real, obtidos com maior eficiência através dos ensaios, entretanto para aplicações menos críticas e que as considerações de engenharia permitam os erros associados aos resultados pelos métodos estudados, torna-se bastante interessante visto que ganha-se em termos de custo, pois não há gastos com materiais, máquinas, tempo de máquinas e funcionários, além de ser uma análise pela qual serão obtidos resultados de forma mais rápida, diminuindo os tempos dos processos de desenvolvimento.

REFERÊNCIAS

SORIANO, Eugênio de Azevedo; ALMEIDA, Sérgio Frascino Müller de. Notch sensitivity of carbon/epoxy fabric laminates. **Composites Science and Technology**, Oxford, v. 59, n. 8, p. 1143-1151. jun. 1999.

GALLI, Cecília Antunes. **Caracterização das propriedades mecânicas de compósitos de matriz de epóxi com fibras de carbono unidirecionais**. 2016. 40 f. Monografia (Especialização em Engenharia de Materiais) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

KNIGHT, M.; CURLISS, D.. Composite Materials. In: MEYERS, Robert A. **Encyclopedia of physical science and technology**. 3. ed. San Diego: Academic Press, 2003. p. 455-468.

JONES, Robert M. **Mechanics of composite materials**. 2. ed. New York: Taylor & Francis Group, 1999. 538 p.

KAW, Autar K. **Mechanics of composite materials**. 2. ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2006. 490 p.

AGARWAL, Bhagwan D.; BROUTMAN, Lawrence J.; CHANDRASHEKHARA, K. **Analysis and performance of fiber composites**. 3. ed. New Delhi: Wiley India, 2006. 562 p.

WU, Hwai-chung; EAMON, Christopher D. **Strengthening of concrete structures using fiber reinforced polymers (FRP)**. Cambridge: Woodhead Publishing, 2017. 340 p.

GIURGIUTIU, Victor. **Structural health monitoring of aerospace composites**. San Diego: Academic Press, 2015. 470 p.

LEVY NETO, Flaminio; PARDINI, Luiz Claudio. **Compósitos estruturais: ciência e tecnologia**. São Paulo: Blucher, 2006. 336 p.

HIDALGO-LÓPEZ, Oscar. **Bamboo: the gift of gods**. Bogotá: Autor, 2003. 553 p.

BERTHELOT, Jean-marie. **Composite materials: mechanical behavior and structural analysis**. New York: Springer, 1999. 646 p.

CALLISTER JUNIOR, William D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2008. 724 p.

CHAWLA, Krishan K. **Composite materials: science and engineering**. 2. ed. New York: Springer, 1998. 483 p.

FARIA, Alfredo R. de. **Introdução a compósitos**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2017. 59 slides, color. Disponível em: http://www.mec.ita.br/~arfaria/MT717_11.pdf. Acesso em: 02 jun. 2019.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. **Elementos de máquinas de shigley**. 8. ed. Porto Alegre: Amgh Editora Ltda, 2011. 1096 p.

KONISH, Harold J.; WHITNEY, James M. Approximate stresses in an orthotropic plate containing a circular hole. **Journal Of Composite Materials**. London, v. 9, cap. 2, p. 157-166. fev. 1975.

WHITNEY, J.M.; NUISMER, R.J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. **Journal Of Composite Materials**. Wright-patterson Afb, Ohio, v. 8, n. 3, p. 253-265. jul. 1974.

CALLUS, Paul J. **The effects of hole-size and environment on the mechanical behaviour of a quasi-isotropic AS4/3501-6 laminate in tension, compression and bending**. Melbourne: Air Vehicles Division Dsto Defence Science And Technology Organisation, 2007.

TAVARES, João Manuel R. S.; PADILHA, Armando J. **Introdução ao método dos elementos finitos**. 1998. 103 f. Monografia (Especialização em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1998.

AERO Magazine. Seattle: boeing commercial airplanes, 2006. Disponível em: https://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_4_06/AERO_Q406.pdf. Acesso em: 26 jul. 2019.

TAN, Seng C. **Stress concentration in laminated composites**. Lancaster: Technomic Publishing, 1994. 482 p.

RIBEIRO, Alonso Pinho *et al.* **Compósitos reforçados com partículas e compósitos reforçados com fibras**. Pato Branco, 2012. Disponível em: <https://pt.scribd.com/doc/262913087/Compositos-Reforcados-Com-Particulas-e-Compositos-Reforcados-Com-Fibras-4>. Acesso em: 26 maio 2019.

SANTOS, Alberto Lima. **Estudo da modificação superficial de fibras de carbono por meio de tratamentos a plasma para o aumento da adesão na interface de compósitos de fibra de carbono/pps**. 2015. 155 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Mecânica) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, 2015.

MARSH, George. Aero engines lose weight thanks to composites. **Reinforced Plastics**, Oxford, v. 56, n. 6, p. 32-35, nov. 2012.

CARLSSON, Leif A.; ADAMS, Donald F.; PIPES, R. Byron. **Experimental characterization of advanced composite materials**. 4. ed. Boca Raton: Crc Press Taylor & Francis Group, 2014. 350 p.

APÊNDICE A – Gráficos de $K_{t\infty}$ dos modelos analítico e numérico considerando todos elementos controlados

