



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de Presidente Prudente

Maria Clara Barbosa Olinó

**Integrando o Controle Estatístico de Processos à metodologia Seis Sigma para
a otimização da qualidade.**

PRESIDENTE PRUDENTE

2024

Maria Clara Barbosa Olino

Integrando o Controle Estatístico de Processos à metodologia Seis Sigma para a otimização da qualidade.

Projeto para Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Estatística da FCT/Unesp para aproveitamento na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso.

Orientador: Prof. Dr. Edilson Ferreira Flores

PRESIDENTE PRUDENTE

2024

O46i Olino, Maria Clara Barbosa
Integrando o Controle Estatístico de Processos à metodologia Seis Sigma para a otimização da qualidade. / Maria Clara Barbosa Olino. -- Presidente Prudente, 2024
63 p. : il., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Estatística) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente
Orientador: Edilson Ferreira Flores

1. Controle Estatístico de Processos. 2. Seis Sigmas. 3. Otimização da qualidade. I. Título.

TERMO DE APROVAÇÃO

Maria Clara Barbosa Olino

Integrando o Controle Estatístico de Processos à metodologia Seis Sigma para a otimização da qualidade.

Relatório Final de Trabalho de Conclusão de Curso aprovado como requisito para obtenção de créditos na disciplina Trabalho de Conclusão do curso de graduação em Estatística da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Unesp, pela seguinte banca examinadora:

Orientador: 
Assinado por:
175B914CA679486...

Prof. Dr. Edilson Ferreira Flores
Departamento de Estatística


Assinado por:
B97FDEB869004C8...

Prof. Dr. Guilherme Aparecido Santos Aguiar
Departamento de Estatística

Presidente Prudente, 05 de dezembro de 2024.

Resumo

O presente projeto busca realizar um estudo teórico das técnicas de controle estatístico de qualidade por cartas especiais como a CUSUM e a MMEP; e posteriormente aplicá-las em dados reais, com o objetivo de analisar o processo e melhorar a qualidade da produção de uma empresa do setor alimentício da região de Presidente Prudente-SP. O projeto se baseará em estudar: as técnicas utilizadas em Controle Estatístico de Processos (CEP), as principais cartas de controle tradicionais, as cartas de controle especiais CUSUM e MMEP, técnicas de geoestatística para dependência dos dados e para estimação dos parâmetros. Além disso, o projeto explorará a aplicação dessas cartas especiais dentro da metodologia Seis Sigma, que é reconhecida por sua eficácia na redução de variações e defeitos em produtos e serviços. Para implementar o Seis Sigma, será utilizado o ciclo DMAIC (Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar), assim como outros conceitos estatísticos, como o Diagrama de Pareto e o Gráfico de causa-e-efeito, para auxiliar na identificação e solução de problemas. Em síntese, este projeto pretende utilizar técnicas estatísticas avançadas, dentro do contexto do Seis Sigma, para impulsionar a qualidade dos produtos da empresa de alimentos em Presidente Prudente-SP, promovendo assim uma melhoria contínua nos processos de produção.

Palavras-chave: CEP, cartas especiais, empresa alimentícia, produção, geoestatística, Seis Sigma.

Abstract

The present project aims to conduct a theoretical study of statistical quality control techniques using special charts such as CUSUM and MMEP, followed by their application to real data with the objective of analyzing the process and improving the production quality of a food industry company in the region of Presidente Prudente-SP. The research will be based on studying: techniques used in Statistical Process Control (SPC), major traditional control charts, special control charts CUSUM and MMEP, techniques of geostatistics for data dependency and parameter estimation. Additionally, the project will explore the application of these special charts within the Six Sigma methodology, which is recognized for its effectiveness in reducing variations and defects in products and services. To implement Six Sigma, the DMAIC cycle (Define, Measure, Analyze, Improve, and Control) will be used, along with other statistical concepts such as the Pareto Diagram and Cause-and-Effect Diagram to aid in problem identification and resolution. In summary, this project aims to utilize advanced statistical techniques within the framework of Six Sigma to enhance the quality of products from the food industry company in Presidente Prudente-SP, thereby promoting continuous improvement in production processes.

Keywords: SPC, special charts, food industry company, production, geostatistics, Six Sigma.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	7
1.1. OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS	9
1.2. JUSTIFICATIVA	10
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	10
3. METODOLOGIA	11
3.1 SEIS SIGMA	12
3.1.1.- Diagrama de Pareto	14
3.1.2.- Diagrama de Ishikawa – Causa e Efeito	14
3.2. CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS	15
3.2.1. Amostragem e Estratificação:	16
3.2.2. Cartas de Controle	17
3.2.3. Cartas de Controle X e R- Cartas de Shewhart	18
3.2.4. Capacidade de Processos:	20
3.3. GEOESTATÍSTICA	21
3.3.1.Semivariogramas	22
3.3.2.Semivariograma condicionado pelo tempo	24
3.3.3.Modelos Teóricos:	25
3.3.4. Estimadores de Variância via metodologia Geoestatística	27
3.4.- CARTA ESPECIAL DA SOMA ACUMULADA –CUSUM	28
3.4.1- CUSUM Tabular	29
3.5- CARTA ESPECIAL DA MÉDIA MÓVEL EXPONENCIALMENTE PONDERADA –MMEP	30
4. RESULTADOS:	32
4.1. ETAPA DE DEFINIÇÃO:	32
4.2. ETAPA DE MEDIÇÃO:	32
4.2.1. Análise exploratória inicial	32
4.2.2. Cartas de Controle tradicionais X e R	33
4.2.3. Análise de Capacidade de Processos	35
4.3. ETAPA DE ANÁLISES DE PROBLEMAS:	37
4.4. ETAPA DE IMPLEMENTAR CORREÇÕES:	39
4.5. ETAPA DE CONTROLE E MONITORAMENTO:	43
4.5.1. Cartas Especiais CUSUM e MMEP	44
4.5.2. Estimação da Variância via Geoestatística	48
4.5.3. Comparação entre os métodos apresentados	51
5. CONCLUSÕES	53
REFERÊNCIAS	55
ANEXOS	57

1 Introdução

No contexto contemporâneo atual, empresas e indústrias investem cada vez mais recursos em busca do aperfeiçoamento da qualidade de seus produtos. Tendo em vista que não existe produção sem erros, pois toda operação está sujeita a uma variabilidade, torna-se necessário o uso de métodos estatísticos para o aprimoramento do processo.

De acordo com Montgomery (2004), “a qualidade é inversamente proporcional à variabilidade”, ou seja, a medida que a variabilidade nas características importantes de um produto decresce, a qualidade do mesmo aumenta.

O controle de processos visando a qualidade dos produtos não é novidade; na verdade, é ele tão antigo quanto a própria indústria. Durante muito tempo foi realizada como sendo uma inspeção. Porém, somente a partir de 1920 é que se desenvolveu o CEP.

Em 1923 Walter A. Shewhart introduziu o controle de tolerância de partida, porcentagem aceita de peças defeituosas na produção. Nascia então, a noção de que, além da especificação de fabricação, seria necessário criar a especificação de aceitação. A criação do controle estatístico de processos só foi possível em virtude do desenvolvimento da teoria exata da amostragem conjuntamente com o avanço das técnicas estatísticas em vários campos científicos.

A importância do CEP tornou-se evidente a partir de 1942, durante a Segunda Guerra Mundial. Em 1946 foi criada a ASQC (American Society for Quality Control), organização que através de publicações, treinamentos, palestras, conferências e congressos, promoveu a utilização do CEP em todos os tipos de produção e serviços. W. Edwards Deming e M. Juran foram enviados para supervisionar a reconstrução do Japão após a guerra, e assim, se tornaram os principais indivíduos que colaboraram para o desenvolvimento dos conceitos de qualidade modernos através de conferências sobre os métodos estatísticos e a ênfase da responsabilidade da qualidade aos japoneses. A partir disso os japoneses começaram a desenvolver novamente sua economia, chamando a atenção dos outros países com o “milagre japonês”. Desde então, os países reconheceram a importância do CEP e começaram a implementá-lo em suas indústrias.

Há dois principais ramos no CEP: os gráficos de controle, utilizados durante o processo de fabricação e os planos de amostragem, que lidam com os produtos acabados, os dois serão brevemente abordados no projeto.

Segundo Montgomery (2004) os gráficos de controle são uma das principais técnicas de CEP, “É uma técnica de monitoramento muito útil, pois, quando fontes não usuais de variabilidade estão presentes, as médias amostrais serão plotadas fora do limite de controle”. Portanto, quando um processo está fora de controle, é necessário, uma investigação para a correção do erro. Sendo assim, visando a redução da variabilidade do processo, é feito um uso sistemático das cartas de controle. Em geral, os gráficos mais utilizados são os gráficos de controle de Shewhart, porém não são os únicos.

Gráficos de controle de Shewhart são ferramentas poderosas para a análise e monitoramento de processos, porém um ponto fraco deles é o baixo poder de detecção de causas atribuíveis de baixa ou moderada magnitude, isso se dá, pois, considera-se, a cada momento, apenas a amostra mais recente (desconsiderando as amostras passadas).

Gráficos de controle da soma cumulativa (CUSUM) e da média móvel exponencialmente ponderada (MMEP) se caracterizam por incorporar aos dados coletados em um período os resultados avaliados em períodos anteriores. O CUSUM é baseado nas somas acumuladas dos desvios dos valores amostrais em relação a um valor alvo. O MMEP tem desempenho similar ao CUSUM, a diferença é que o peso atribuído aos dados de amostras passadas, diminuem conforme a distância dos momentos de coleta aumenta.

Os gráficos CUSUM e MMEP são alternativas mais poderosas que o gráfico de Shewhart na detecção de pequenas alterações nos parâmetros dos processos, particularmente (mas não exclusivamente) ao analisar amostras unitárias.

Nas amostras utilizadas no processo, é possível a ocorrência de correlação e sendo assim, não é viável a aplicação de nenhuma inferência aos dados. Para solucionar isso, será utilizado o método proposto em Mingoti e Fidelis, 2001, que consiste em estimar a variância do processo através de um procedimento que leve naturalmente em consideração a correlação existente entre as unidades do processo, no que se refere à característica de qualidade avaliada. Assim os gráficos de controle usuais de Shewhart ainda poderiam ser utilizados já que uma correção nos limites de controle seria possível via nova forma de estimação de variância. A metodologia usada na construção desses novos estimadores é a Geoestatística onde a variabilidade do processo pode ser obtida por meio do conhecimento do semi-variograma teórico do processo.

Segundo Werkema, 2012, o Seis Sigma está sendo considerado a “metodologia da qualidade para o século 21”, ademais, ela afirma que é possível defini-la como uma estratégia geral disciplinada e altamente quantitativa, que visa reduzir variações e defeitos em um produto ou serviço, buscando aperfeiçoar a qualidade e a eficiência operacional. O termo "Six Sigma"

refere-se a um objetivo de desempenho de qualidade que busca atingir um nível de qualidade extremamente alto, onde o número de defeitos é reduzido a um máximo de 3,4 por milhão de peças. A implementação dele envolve a utilização de uma série de ferramentas e técnicas, como o DMAIC (Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar), que é um ciclo de melhoria implementado utilizado para resolver problemas e aprimorar processos existentes. Também são aplicados conceitos estatísticos como: Diagrama de Pareto e Gráfico de causa-e-efeito, e em especial as cartas especiais que abrangem a baixa variabilidade exigida pela metodologia, nesse projeto, serão utilizadas as cartas CUSUM e MMEP.

O presente projeto busca realizar um estudo teórico das técnicas de CEP por cartas especiais como a CUSUM e a MMEP; e posteriormente aplicá-las em dados reais, com o objetivo de analisar o processo e melhorar a qualidade da produção de uma empresa do setor alimentício da região de Presidente Prudente-SP. A pesquisa se baseará em estudar: as técnicas utilizadas em CEP, as principais cartas de controle tradicionais, as cartas de controle especiais CUSUM e MMEP, as técnicas de Geoestatística para dependência dos dados e para estimação dos parâmetros. Além disso, será visto como podem ser utilizadas as cartas especiais e todos os processos do CEP dentro da metodologia Seis Sigma.

1.1. Objetivos geral e específicos

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um estudo teórico sobre a integração do CEP com a metodologia Seis Sigma, visando a otimização da qualidade dos produtos. O estudo incluirá a aplicação de cartas de controle tradicionais e especiais dentro da metodologia Seis Sigma, analisando a adequação de cada tipo e seu melhor uso. Além disso, serão empregadas técnicas de geoestatística para analisar a dependência espaço-temporal dos dados. Ao final, as técnicas serão aplicadas a um conjunto de dados reais de uma indústria alimentícia na região de Presidente Prudente, SP, para avaliar a qualidade do processo dessa indústria.

Os Objetivos específicos são:

1. Compreender a importância do CEP e como ele afeta as indústrias.
2. Entender as cartas de controle tradicionais e especiais e em quais casos são mais indicadas.
3. Utilizar da geoestatística para a análise de dependência e independência (na coleta dos dados/amostras ao longo do tempo) por meio do variograma, além da estimação dos parâmetros.

4. Aplicar as técnicas em dados reais e analisar os resultados obtidos, visando uma melhora na qualidade de produção da indústria.
5. Compreender a metodologia Seis Sigma e mostrar como é possível utilizar as técnicas já conhecidas e obtidas na pesquisa dentro da mesma.

1.2. Justificativa

Atualmente, são vistos desafios globais que exigem soluções eficazes para garantir o desenvolvimento sustentável e o bem-estar de todos. O CEP se destaca como uma ferramenta essencial para aprimorar a qualidade dos produtos e processos, proporcionando benefícios como a redução de custos, a melhoria contínua, a sustentabilidade e a conformidade regulatória.

Sendo assim, é notável que o CEP contribui significativamente para alcançar as Metas de Desenvolvimento Sustentável da ONU, especialmente a ODS 12, que promove padrões de produção e consumo responsáveis, visando a redução do desperdício de recursos naturais, energéticos e financeiros.

2. Revisão Bibliográfica

O CEP é uma abordagem fundamental para monitorar e melhorar a qualidade dos produtos e processos em uma variedade de indústrias. Montgomery (2004) destaca a importância do CEP e a relação inversamente proporcional entre qualidade e variabilidade. O CEP foi desenvolvido a partir da década de 1920, com a introdução de métodos estatísticos por Walter A. Shewhart e ganhou destaque durante a Segunda Guerra Mundial (Montgomery, 2004). No entanto, Shewhart e outros gráficos de controle tradicionais têm limitações na detecção de causas de baixa ou moderada variabilidade.

Os Gráficos de Controle CUSUM e MMEP são alternativas poderosas aos gráficos de controle tradicionais. Eles incorporam resultados de amostras passadas, tornando-os mais sensíveis à detecção de pequenas alterações nos parâmetros do processo (Mingoti & Yassukawa, 2008).

A Geoestatística desempenha um papel importante no CEP, especialmente quando há correlação entre as unidades do processo. Mingoti e Fidelis (2001) propuseram a aplicação da Geoestatística na estimação da variância do processo, levando em consideração a correlação existente. Isso permite a utilização de cartas de controle tradicionais, como as de Shewhart, com correções nos limites de controle (Mingoti & Fidelis, 2001).

Além das técnicas específicas de CEP, Werkema (2006) destaca as ferramentas estatísticas básicas para o gerenciamento de processos, dentro da metodologia Seis Sigma. Essas ferramentas desempenham um papel importante na análise e melhoria contínua dos processos, auxiliando na redução de defeitos e na otimização da eficiência operacional.

3. Metodologia

A metodologia desenvolvida concentra-se principalmente no CEP e na metodologia Six Sigma. O CEP monitora o desempenho do processo industrial para garantir que a produção esteja sob controle, um exemplo prático utilizando os dados do projeto atual é a verificação da presença ou não de desperdício de recursos devido ao enchimento excessivo ou insuficiente das embalagens. Já o Seis Sigma, com base nos resultados do CEP, formula um plano para reduzir a variabilidade do processo, buscando uma precisão seis vezes maior e, conseqüentemente, um aumento na eficiência da produção.

Os dados analisados foram coletados em uma indústria alimentícia localizada na região de Presidente Prudente-SP, foram mais de 15 turnos de coleta, coletando de 20 a 30 amostras em cada. As amostras vieram de diversos produtos, como potes de achocolatado em pó de 400 gramas, sacos de refresco em pó de 40 gramas e molhos embalados em frascos de 200 gramas. Para este relatório, no entanto, foram usados apenas os dados referentes ao Achocolatado em Pó de 400 gramas.

Falando um pouco sobre a estruturação dos resultados do presente projeto, que serão mostrados na seção posterior, dos Resultados Parciais, inicialmente, foi realizado um teste de normalidade das amostras, um requisito para construir as cartas de controle tradicionais. Porém, apesar de não haver a normalidade, por serem amostras grandes o suficiente, foi possível a construção das cartas sem prejuízo, visando entender a estrutura da produção.

Em seguida, foi realizada uma pesquisa sobre os limites especificados pelo regulamento de metrologia, que definem tolerâncias de variação de até 3% a mais ou a menos em cada embalagem vendida, como apresentado no anexo 1. Esses dados foram utilizados para criar gráficos de capacidade de processo e verificar se a produção estava dentro dos limites estabelecidos.

Como o resultado obtido mostrou que o processo estava sendo incapaz de cumprir as especificações desejadas, foram obtidos dados que trouxeram algumas possíveis causas para o descontrole da produção, com eles foi montado um diagrama de Pareto para uma melhor visualização dos resultados. Após a construção do diagrama de Pareto, o problema mais citado foi o Ajuste do Processo incorreto nas máquinas e a fim de analisar mais profundamente esse

problema, foi feito um diagrama de causa e efeito, também conhecido como diagrama de Ishikawa.

Após a análise feita e as possíveis causas de problemas serem apresentadas, para corrigir qualquer produção defasada dos dados, foram implementadas práticas corretivas na empresa e coletadas novas amostras para uma análise adicional, a fim de verificar se os ajustes levaram à produção para se adequarem aos padrões exigidos. Posteriormente, para iniciar o processo de monitoramento da maneira mais adequada, foi iniciada a construção dos Semivariogramas a fim de analisar a o momento ideal para a coleta das amostras de monitoramento.

3.1 Seis Sigma

A metodologia Six Sigma é uma abordagem que visa a melhora de processos, além da redução de defeitos e do aumento da eficiência nas organizações. Ela foi desenvolvida pela Motorola na década de 1980 e se tornou amplamente popular.

Ela é uma metodologia de gestão da qualidade que se concentra na identificação e eliminação de causas de defeitos e variações nos processos produtivos, utilizando métodos estatísticos e técnicas baseadas em dados. Sua principal meta é chegar a um nível de defeitos muito próximo de zero, atualmente, a metodologia garante uma qualidade onde ocorram apenas 3,4 defeitos por milhão de produtos.

A seguir será apresentada uma tabela com a diferença e evolução dos níveis de qualidade sigma e as suas porcentagens de conformidade, ou seja, o nível de confiabilidade que traz a produção e sua quantidade de defeitos.

Tabela 1 – Comparação da escala sigma e seu nível de conformidade

Nível de Qualidade	Defeitos Por Milhão	% de Coformidade
1 sigma	691.463	30,85%
1.5 Sigma	500.000	50%
2 Sigma	308.537	69,15%
3 Sigma	66.807	93,32%
4 Sigma	6.210	99,38%
5 Sigma	233	99,97%
6 Sigma	3,4	99,9997%

Fonte: Werkema (2002)

Como é apresentado na tabela 2, a escala 6 sigma é a mais avançada e a que promete o melhor desempenho possível para a produção, visando uma redução de defeitos e aumento de lucratividade.

A metodologia Six Sigma em si não traz novas ferramentas, mas sim uma nova abordagem e organização das ferramentas já existentes para alcançar seus objetivos. A

organização da metodologia Six Sigma é feita através do DMAIC, um método que enfatiza a necessidade de Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar o processo produtivo, visando a sua melhoria contínua. Mais especificamente, as etapas são distribuídas da seguinte maneira:

- *D – define (definir)*: Identificar o problema, definir os objetivos do projeto e entender as necessidades do cliente.
- *M- measure (medir)*: Quantificar o problema atual e estabelecer uma linha de base.
- *A- analyze (analisar)*: Identificar as causas raiz dos problemas. (“macroproblema”)
- *I-improve (melhorar)*: Desenvolver e implementar soluções para eliminar as causas dos problemas.
- *C- control(controlar)*: Sustentar as melhorias e garantir que os problemas não voltem.

Para a etapa de definição do problema, foi observado o objetivo da empresa sem a necessidade de ferramentas estatísticas.

Para a etapa Measure, Medir, foram utilizadas ferramentas para avaliar o desempenho do processo a fim de identificar a falha na produção. Aqui foram feitas a estratificação do processo para a coleta das amostras e posteriormente foram utilizadas as cartas de controle \bar{X} e R além da Capacidade de Processos que serão descritos na subseção posterior, ‘Controle de Processos’.

Para a etapa Analyze, analisar, foram feitos diagramas a fim de identificar as causas macros por trás dos problemas encontrados na etapa Medir, ou seja, onde estava o erro no processo da produção que estava causando as perdas e divergências. Os diagramas usados nesse projeto foram o Diagrama de Pareto para determinar o problema macro, e o diagrama de Causa-Efeito para se aprofundar no problema principal encontrado pelo Diagrama de Pareto.

Para a etapa Improve, melhorar, é deixado para a empresa analisar os resultados obtidos na etapa anterior e buscar soluções para resolução.

E por fim, para a etapa de controle, será feito um monitoramento depois de o processo ajustado, para possibilitar prever defeitos antes dos mesmos acontecerem. Para isso, primeiramente serão monitorados os tempos de coleta das novas amostras, a partir do semivariograma, visando uma independência dos dados para evitar erros na construção das cartas, e posteriormente serão utilizadas as cartas especiais CUSUM e MMEP além da estimação da variância amostral via geoestatística, que são mais sensíveis a pequenas mudanças, comparadas as cartas tradicionais. A intensão é que ao final da metodologia aplicada, o processo apresente uma variabilidade extremamente baixa, como designa o seis sigma, com isso, as cartas de controle tradicionais deixam de ser eficazes para a detecção de pequenas

mudanças, pois utilizam somente a última informação da amostra. Torna-se necessário, então, o uso de cartas mais sensíveis a pequenas variações, como as cartas especiais, que utilizam o histórico das amostras, fazendo com que os resultados sejam mais precisos.

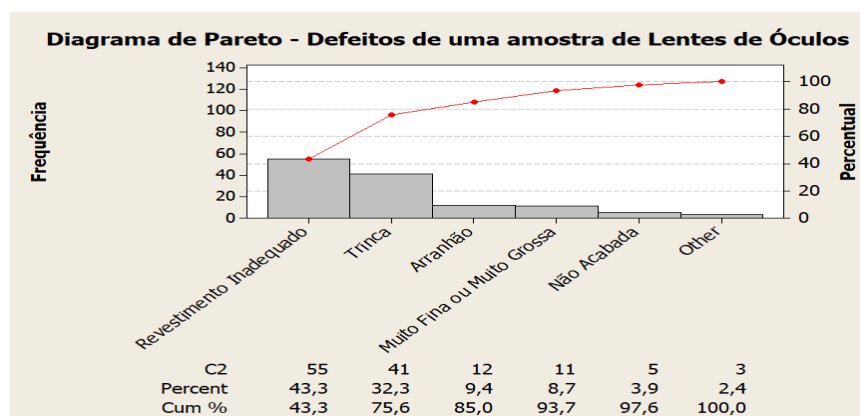
3.1.1.- Diagrama de Pareto

Ele consiste em um gráfico de barras, onde as barras são ordenadas de forma decrescente, acompanhadas por uma curva que representa as porcentagens acumuladas de cada barra. Cada barra desse gráfico traz um problema que afeta diretamente o desempenho da produção.

A finalidade desse diagrama é destacar de maneira clara e visual os problemas que precisam ser priorizados. Portanto, ao visualizar o diagrama, será mais fácil identificar quais questões merecem atenção imediata e quais podem ser abordadas posteriormente.

A seguir, um exemplo visual do Diagrama de Pareto, feito com dados retirados do livro *Ferramentas estatísticas básicas para o gerenciamento de processos- Cristina Werkema*.

Figura 1 – Diagrama de Pareto dos defeitos de uma amostra de Lentes de Óculos



Fonte: Elaboração Própria

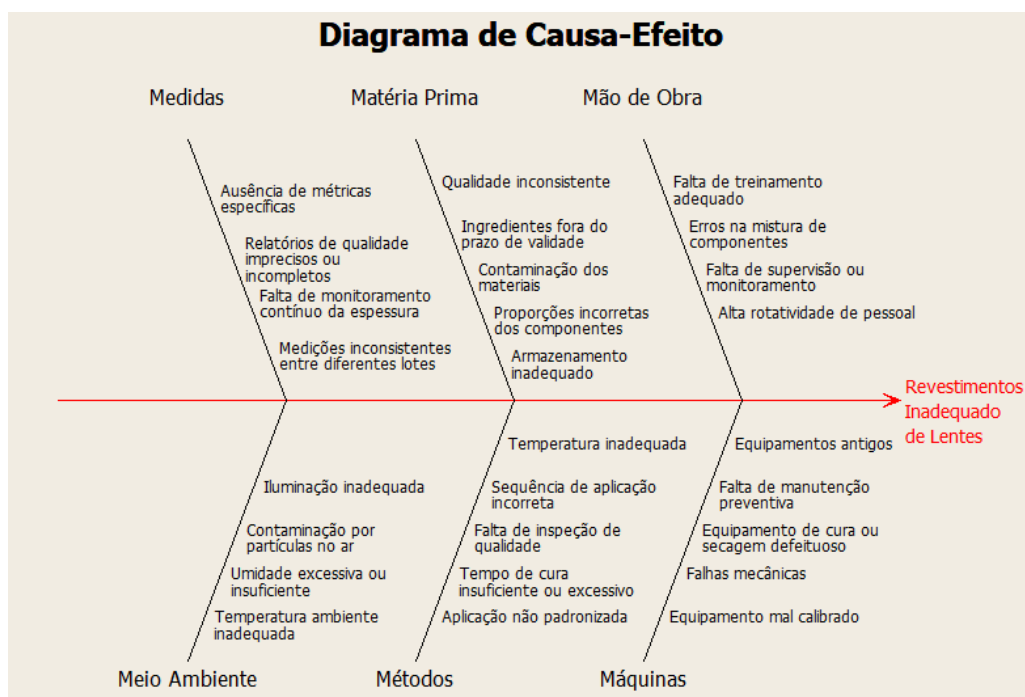
Analisando o gráfico, tem-se que os dois tipos de defeitos mais frequentes representam 75,6% dos defeitos apresentados nas lentes produzidas, portanto, “revestimento inadequado” e “trinca” são os problemas que devem ser eliminados prioritariamente.

3.1.2.- Diagrama de Ishikawa – Causa e Efeito

O Diagrama de Ishikawa, também conhecido como Diagrama de Causa e Efeito ou Diagrama Espinha de Peixe, é uma ferramenta de qualidade que ajuda a identificar, organizar e representar graficamente as possíveis causas de um problema específico. O diagrama tem a forma de uma espinha de peixe, com a "cabeça" representando o problema ou efeito e os "ossos" principais representando categorias de causas potenciais.

A seguir, é apresentado na figura 2 um exemplo detalhado do problema do revestimento inadequado nas lentes, baseado no diagrama de Pareto da figura 1, que identificou este como o maior causador de defeitos. O diagrama de causa e efeito a seguir detalha esse problema, permitindo à empresa identificar as possíveis causas e pontos de partida para os ajustes necessários.

Figura 2- Diagrama de Causa e Efeito para defeitos provenientes do Revestimento Inadequado



Fonte: Elaboração Própria

3.2. Controle Estatístico de Processos

Atualmente, melhorar a qualidade dos produtos é uma estratégia comercial fundamental para as empresas. Com investimentos crescentes nesse objetivo, as indústrias adotam métodos estatísticos para reduzir a variabilidade, elevando os padrões de qualidade. Essa dedicação não apenas busca vantagens no mercado, mas também fortalece a posição competitiva das empresas. Em ambientes complexos como uma fábrica, a variação é uma ameaça constante, parte dela controlável e parte não. Para lidar com isso, o CEP oferece um método que distingue erros evitáveis dos inevitáveis e ajuda a identificar as causas dos problemas controláveis.

Em uma visão abrangente, a qualidade de um produto pode ser comprovada sob duas perspectivas distintas: “Qualidade de Projeto” e “Qualidade de Conformação”. A qualidade do projeto refere-se à variação intencional nos níveis de qualidade dos produtos, como a diferença entre um carro de luxo e um popular, cada um projetado para um nível específico de qualidade.

Por outro lado, a “Qualidade de Conformação” diz respeito à consistência de qualidade ao produzir várias unidades do mesmo produto. O objetivo é manter uma qualidade uniforme em todas as etapas do processo de fabricação, garantindo que cada item atenda às especificações. Melhorar a "Qualidade de Conformação" implica em uma produção mais controlada.

Ao avaliar a qualidade de um produto, é visto suas características essenciais, que são os requisitos básicos para que ele funcione corretamente. Essas características são definidas por normas e padrões pré-estabelecidos, que ajudam a realizar uma análise de qualidade. Existem duas formas principais de fazer essa avaliação: por atributos ou por variáveis.

Na avaliação por atributos, é feita uma análise mais qualitativa e descritiva. Não busca por números exatos, mas sim avaliar se algo está presente ou ausente, como verificar se há defeitos em peças. Por outro lado, na avaliação por variáveis, é adotada uma abordagem mais quantitativa. Aqui, é importante a obtenção de números precisos, como medir o diâmetro de um tubo usando uma escala específica.

O CEP surge como um segmento do Controle de Qualidade, e tem como objetivo principal reduzir a variabilidade do processo, trazendo melhorias na produção e preservando a qualidade do produto, além da prevenção de defeitos, e redução de custos do mercado.

3.2.1. Amostragem e Estratificação:

A amostragem e a estratificação são dois conceitos fundamentais no CEP, desempenhando papéis distintos na coleta e análise dos dados do processo.

A amostragem é um método crucial que seleciona uma porção representativa dos dados do processo para análise, em vez de examinar cada item produzido individualmente. Essa abordagem é essencial para economizar tempo e recursos, ao mesmo tempo em que permite uma avaliação eficiente e precisa da qualidade do processo ao longo do tempo.

Por outro lado, a estratificação é uma técnica estatística que separa os dados do processo em diferentes subgrupos ou camadas, com base em características específicas, como turno de trabalho, máquina utilizada, operador, matéria-prima, entre outros. Essa segmentação dos dados é realizada antes da coleta das amostras, e é fundamental para uma compreensão mais profunda das variações no processo e a identificação de possíveis fontes de variação.

Por exemplo, em um cenário de produção de peças automotivas, a estratificação pode ser aplicada para dividir os dados por turno de trabalho, máquina, operador, etc. Em seguida, as amostras são coletadas com base nessa estratificação, permitindo uma análise detalhada para determinar se a variação na qualidade das peças está relacionada a algum desses fatores

específicos. Essa abordagem possibilita uma tomada de decisão mais precisa e a implementação de ações corretivas direcionadas para otimizar o processo de produção.

3.2.2. Cartas de Controle

As cartas de controle são uma das principais técnicas de CEP. No geral, são ferramentas usadas para monitorar as características do processo ao longo do tempo, visando identificar variações que ultrapassem o limite esperado e tomar uma medida corretiva precocemente.

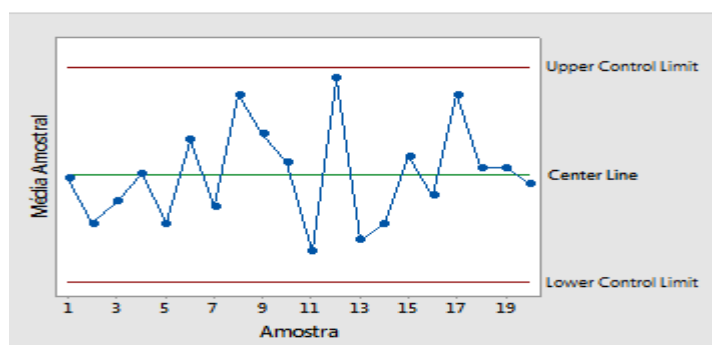
De uma forma resumida, quando um processo está fora de controle as médias amostrais são plotadas fora do limite de controle, e quando isso ocorre é necessária uma investigação para a correção do erro. Sendo assim, visando a redução da variabilidade do processo, é interessante um uso sistemático das cartas de controle.

Além disso, existem vários tipos de cartas, sendo cada um definido a partir do tipo de dados e do que está sendo monitorado. Os mais comuns são:

- *Cartas para Variáveis:* Como a Carta \bar{X} e Carta R (amplitude), usadas para monitorar dados quantitativos como medidas de comprimento, peso.
- *Cartas para Atributos:* Como a Carta P (proporção de defeitos), usada para monitorar dados qualitativos como número de defeitos em um lote ou em uma linha de produção.

As cartas de controle são representadas por uma linha central (ou linha média, LM) a qual é determinada pela média μ da produção estudada, e além dela, por mais duas linhas de limite, o limite superior de controle (LSC) determinado por $\mu + 3\sigma$ e o limite inferior de controle (LIC) determinado por $\mu - 3\sigma$. A seguir será apresentado um exemplo do esquema de uma carta de controle:

Figura 3- Esquema geral das cartas de controle



Fonte: Suporte Minitab16

A produção é dita estar sob controle quando não há nenhum ponto fora dos limites especificados (LSC e LIC), quando há um ponto fora dos limites, é necessária uma investigação minuciosa do produto e uma iniciativa corretiva a fim reduzir a variação do processo.

3.2.3. Cartas de Controle \bar{X} e \bar{R} - Cartas de Shewhart

As cartas de controle tradicionais, ou também cartas de Shewhart, elas são comumente utilizadas para o controle de variáveis e as mais conhecidas e abordadas neste projeto são: a carta da média, \bar{X} e a carta para amplitude, R . O gráfico \bar{X} é utilizado para controlar a média do processo, enquanto o gráfico R é utilizado para o controle da variabilidade do processo.

Para a construção das cartas, é necessário a suposição de normalidade. Supondo que a variável de interesse seja a variável X e que ela tem uma distribuição Normal com média μ e desvio padrão σ , além disso X_1, X_2, \dots, X_n seja uma amostra de tamanho n dessa distribuição. Pelo teorema central do limite (TCL) temos que a média tenderá a μ e o desvio padrão a $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, ou seja, $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Além disso, pelas propriedades da distribuição normal, tem-se que, para uma distribuição normal da média amostral \bar{X} , tem-se um intervalo de confiança dado por: $\mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para o limite superior e $\mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para o limite inferior, que trazem uma confiança de $1 - \alpha$ (%).

Para as cartas de controle, em geral é utilizado o sistema 3σ , que consiste em fazer $Z_{\alpha/2} = 3$. Em termos numéricos, tem-se que a partir disso, 99,73% da amostra observada estará no intervalo acima, e quando um valor da média amostral estiver fora desses limites, significa que o processo está sofrendo alterações de causas externas e desconhecidas.

Para controle de processos, em geral, é utilizado um quantidade amostral $m=20$ ou 25 e um tamanho de cada amostra, $n=4,5$ ou 6 , ou seja, há 20 amostras com 5 observações em cada, por exemplo.

Os valores de μ e de σ são desconhecidos e podem ser estimados por:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_m}{m} = \sum_{i=1}^m \bar{X}_i \quad (2.1)$$

$$R = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} = \sum_{i=1}^m R_i \quad (2.2)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.3)$$

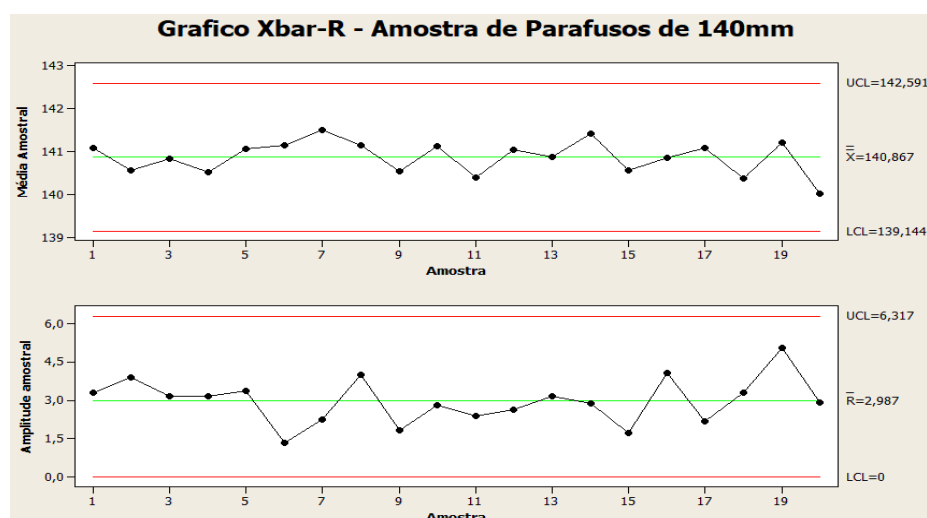
Onde R_i representa a amplitude de cada amostra e R a soma das amplitudes de todas as amostras que é usada para calcular o desvio padrão amostral, além disso d_2 é um fator de correção, tabelado em função do tamanho da amostra n de cada amostra. Um fato importante a se considerar é que a estimação do desvio padrão pela amplitude, é eficaz somente quando $n \leq 10$.

Para a carta de controle \bar{X} tem-se um Limite Inferior de Controle (LIC) de $\bar{X} - A_2\bar{R}$, um Limite Médio (LM) de \bar{X} e um Limite Superior de Controle (LSC) de $\bar{X} + A_2\bar{R}$.

Já para a carta de controle R tem-se LIC de $D_3\bar{R}$, uma LM de \bar{R} e um LSC de $D_4\bar{R}$. Sendo A_2, D_3 e D_4 também medidas tabuladas e estão presentes no anexo 10.

A seguir, na figura 4, um exemplo visual das cartas de Controle \bar{X} e R sendo utilizadas em conjunto:

Figura 4- Exemplo das cartas de controle \bar{X} e R para amostra de parafusos de 140 mm



Fonte: Elaboração Própria

A carta \bar{X} monitora a média do processo, enquanto a carta R monitora a variabilidade do processo. Ao analisar ambas em conjunto, é possível entender se o processo está produzindo itens consistentes em termos de média e variabilidade, além de possibilitar a identificação de mudanças ou ajustes necessários. No exemplo apresentado na figura 2, os dados são referentes a uma produção de parafusos de 140 mm, presentes anexo 2, tem-se que o processo está estável e sob controle, com valores dentro da média e variabilidade esperada, além disso, o processo apresenta uma média de 140,867 mm e um desvio padrão de 1,28 mm.

3.2.4. Capacidade de Processos:

É possível que um processo visivelmente sob controle produza itens defeituosos. Portanto, controlar um processo e mantê-lo sob controle não é suficiente. Para uma análise complementar surge a capacidade de processos, a qual fornece uma visão objetiva da capacidade de um processo de produção em atender às especificações do produto, permitindo identificar áreas de melhoria e garantir a qualidade e consistência dos produtos fabricados.

Existem várias estatísticas comumente usadas para essa análise, sendo as mais conhecidas o Cp (Process Capability Index) e o Cpk (Process Capability Index centrado):

Cp (Índice de Capacidade de Processo): Avalia a capacidade potencial do processo em relação às especificações do produto. Quanto maior o valor de Cp, menor é a variabilidade do processo em relação à faixa de planejamento, o que indica uma maior capacidade de produção de produtos dentro das especificações.

$$Cp = \frac{LSC - LIC}{6\sigma} \quad (2.4)$$

Tabela 2- Intervalos de referência para análise do índice Cp.

Cp	Itens Não Conformes (PPM)	Interpretação
$Cp < 1$	Acima de 2700	Processo Incapaz
$1 \leq Cp \leq 1.33$	64 a 2700	Processo Aceitável
$Cp \geq 1.33$	Abaixo de 64	Processo Potencialmente Capaz

Fonte: Montgomery (2004)

Cpk (Índice de Capacidade de Processo centrado): O Cpk leva em conta o quão bem o processo está centrado em relação ao valor alvo do produto. Um valor de Cpk maior ou igual a 1,30 indica que a média do processo está próxima do valor alvo, enquanto valores menores indicam que o processo está deslocado em relação ao alvo.

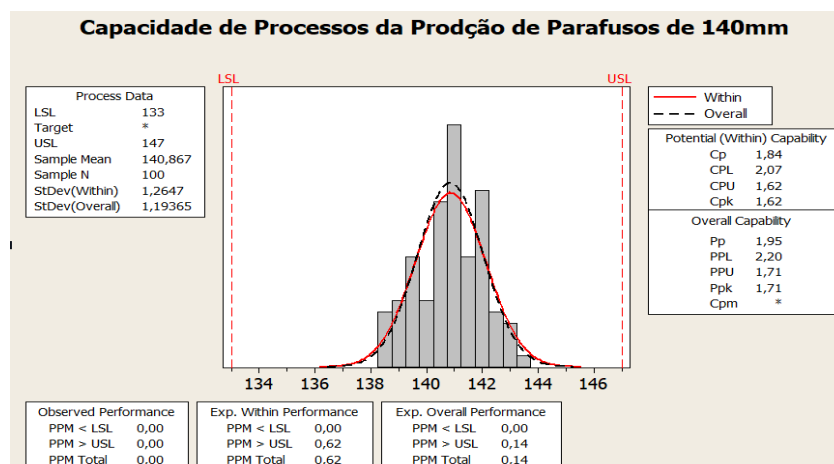
$$Cpk = \min \left(\frac{LSC - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIC}{3\sigma} \right) \quad (2.5)$$

A análise gráfica da capacidade de processos é feita através de uma comparação do histograma construído para a característica de interesse da produção com os limites de especificação, sejam esses limites especificados por lei ou pelo cliente.

Na figura 5, é apresentado um exemplo de como é feita a análise gráfica da capacidade de processos, os dados utilizados foram os mesmos usados no exemplo das cartas de controle Xbar-R, apresentado na figura 4. Além disso, supondo que as especificações para os parafusos

de um limite de 5% de variabilidade, ou seja, o limite inferior é dado por 133 mm e o superior 147 mm.

Figura 5- Gráfico da capacidade de processos da produção de Parafusos de 140 mm



Fonte: Elaboração Própria

Pelo gráfico apresentado na figura 5, é possível observar que a produção está toda dentro dos limites de especificação, representados pelas linhas vermelhas tracejadas; além disso, é obtido um Cp de 1,84, indicando que o processo é altamente capaz, além disso, sugere que a variação do processo é pequena em comparação com a faixa de especificação, o que significa que a grande maioria dos produtos produzidos está dentro dos limites desejados. Já o Cpk de 1,62 indica que o processo está bem centrado em torno do peso alvo, com pouca variação em relação a esse valor.

Usar o Cp e o Cpk juntos permite uma avaliação mais completa da capacidade do processo de produção, abordando tanto a variabilidade total quanto a centralização em relação ao valor alvo do produto. Isso ajuda a garantir a consistência e a qualidade dos produtos fabricados.

3.3. Geoestatística

A presença de correlação entre as amostras é muito comum em processos de monitoramentos, e ao desprezar a sua presença, é possível que processos fora de controle não sejam detectados, trazendo uma falsa impressão de controle. Uma alternativa para corrigir isto, é a utilização da geoestatística, por ela é possível a construção de semivariogramas, tendo em vista observar o tempo adequado entre a coleta das amostras, e também é possível estimar o desvio-padrão do processo e incorporá-los nos gráficos de controle de Shewhart (Mingoti e Fidelis,2001).

3.3.1.Semivariogramas

O semivariograma é uma técnica utilizada em geoestatística para descrever a dependência espaço temporal das amostras. Em geral, o semivariograma mede a variabilidade entre amostras em função da distância que as separa. Sua função é dada por:

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x) - Z(x + h)]^2\} = Var[Z(x) - Z(x + h)] \quad (2.6)$$

E a função do semivariograma estimado é dada por:

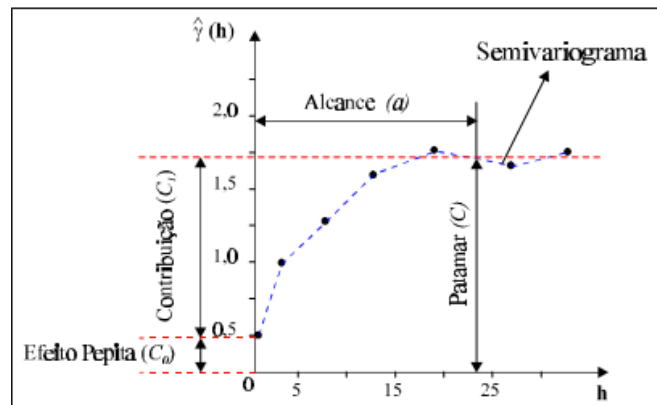
$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x) - Z(x + h)]^2 \quad (2.7)$$

Onde:

- $2\hat{\gamma}(h)$ é o variograma estimado;
- $N(h)$ - é o número de pares de valores medidos entre $Z(x)$ e $Z(x + h)$, separados por um vetor distância h ;
- $Z(x)$ e $Z(x + h)$ - são valores da i -ésima observação da variável regionalizada, coletados nos pontos x e $x + h$ ($i = 1, \dots, n$), separados pelo vetor h .

O gráfico de $\hat{\gamma}(h)$ versus h representa o semivariograma, ele permite obter a estimativa do valor da semivariância para diferentes pares de pontos e analisar o grau de dependência espacial entre eles.

Figura 6- Exemplo de Semivariograma



Fonte: Camargo (1997, pág.13)

Na figura 6 é apresentado um exemplo de variograma com características muito próximas do ideal. É esperado que observações mais próximas geograficamente tenham um comportamento semelhante, e a medida que a distância entre elas aumentar, as diferenças também aumentem, ou seja, é esperado que $\hat{\gamma}(h)$ aumente com a distância h . Quando essas diferenças têm seu pico e se estabilizam, é dito que é o momento ideal para a coleta de amostras, onde não haverá correlação entre as mesmas.

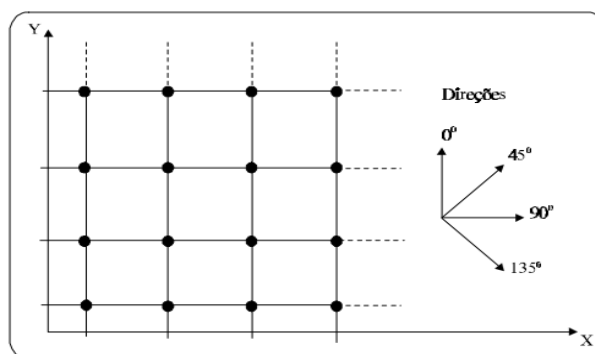
As medidas presentes no gráfico significam:

- Alcance (α)- distância onde as amostras possuem correlação
- Patamar (C) – é o valor atingido no semivariograma correspondente ao seu alcance (α)- a partir daqui, é dito que as amostras não possuem mais correlação
- Efeito Pepita (C_0 – Idealmente, quando calculada a semivariância para $h=0$, ela seria igual a 0, ou seja, $\hat{\gamma}(0) = 0$, porém isso não acontece, logo, na prática, quando h tende a 0, tem-se que a semivariância tende a um valor positivo chamado efeito pepita, que revela a descontinuidade do semivariograma para distâncias menores do que a menor distância entre as amostras. Este efeito pode ocorrer por diversas causas, como erros de medição ou microvariabilidade.
- Contribuição (C_1 – diferença entre o patamar e o efeito pepita.

Há dois tipos de cálculos de semivariogramas, os calculados a partir de amostras regularmente espaçadas e os calculados a partir de amostras irregularmente espaçadas.

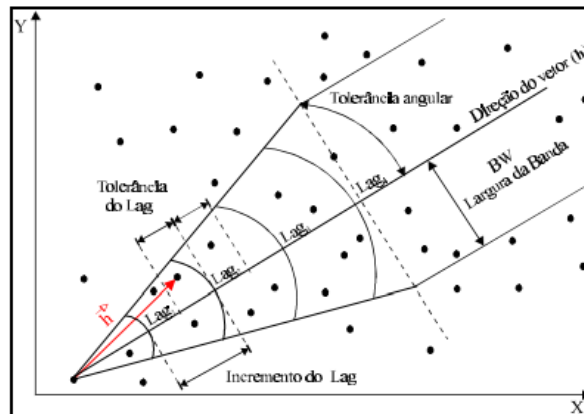
Para as amostras regularmente espaçadas, utilizam-se as direções ($0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ e 135°), essas amostras permitem um cálculo mais direto e uma interpretação mais clara da variabilidade espaço-temporal. Na figura 7 a seguir é apresentado o esquema utilizado para o cálculo de amostras regularmente espaçadas:

Figura 7- Amostras Regularmente Espaçadas



Fonte: Camargo (1997,pág.14)

Já para amostras irregularmente espaçadas, são utilizados dados do mundo real, logo, é fato que os dados não possuem uma direção exata, são irregulares, sendo necessário a delimitação da tolerância para cada direção e distância. Como ilustrado na figura 8 a seguir essa delimitação é feita por lags.

Figura 8 – Amostras Irregularmente Espaçadas

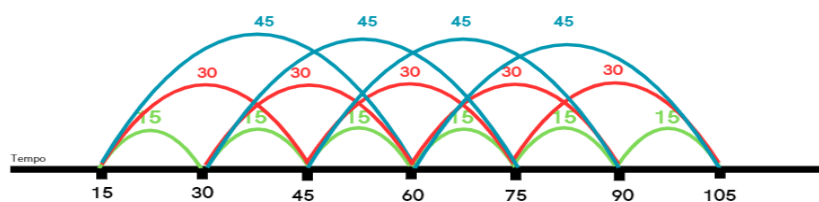
Fonte: Camargo (1997,pág.15)

3.3.2.Semivariograma condicionado pelo tempo

Como falado anteriormente, os semivariogramas são baseados nas distancias, porém, neste projeto, o espaço foi convertido em tempo e calculado o semivariograma $\hat{\gamma}(h)$. Similiarmente ao semivariograma espacial, espera-se que amostras coletadas em intervalos de tempo de menor distância tenham um comportamento semelhante, e a medida que o intervalo de tempo aumente as semelhanças diminuam.

Aqui, o semivariograma será utilizado para determinar qual o período ideal para a coleta das amostras, visando amostras independentes.

A seguir, na Figura 9, tem-se amostras de produtos aleatórios que foram coletadas de 15 em 15 minutos:

Figura 9 – Pares de Pontos no Tempo

Fonte: Elaborado pela autora

Exemplo de cálculo, considerando $h=15$

$$\hat{\gamma}(15) = \frac{1}{2 \times 6} [2 \times (15 - 30)^2 + (30 - 45)^2 + (45 - 60)^2 + (60 - 75)^2 + (75 - 90)^2 + (90 - 105)^2] = 225$$

Considerando $h=30$:

$$\hat{\gamma}(30) = \frac{1}{2 \times 5} [2 \times (15 - 45)^2 + (30 - 60)^2 + (45 - 75)^2 + (60 - 90)^2 + (75 - 105)^2]$$

$$= 900$$

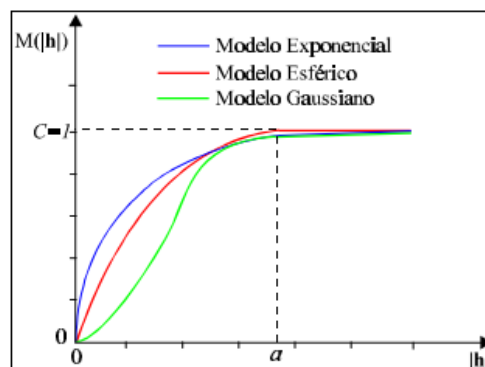
Como observado nos cálculos, a medida que a distância h cresce, a semivariância também aumenta, quando a mesma tiver seu alcance máximo, é dito que a partir daquele tempo, as amostras devem ser coletadas para não haver correlação, por exemplo, supondo que o alcance máximo aqui se dê no ponto $h=30$ minutos, logo, tem-se que as amostras devem ser coletadas de 30 em 30 minutos para evitar a correlação.

3.3.3. Modelos Teóricos:

O gráfico da semivariância estimada $\hat{\gamma}(h)$ calculado pela equação 2.5 é formado por uma serie de valores, sobre as quais se tem o objetivo de ajustar uma função. O procedimento de ajuste não é direto e automático como na regressão, mas sim interativo, ou seja, o ajuste vai sendo testado nos diversos tipos de modelos teóricos até achar o modelo que se ajuste adequadamente aos dados, além disso, é importante que o modelo escolhido represente bem a tendência de $\hat{\gamma}(h)$ e h .

Os modelos considerados básicos são divididos em dois tipos: os modelos transitivos e os intransitivos. Os modelos transitivos são modelos com patamar (C) e alguns casos chegam a atingí-lo assintoticamente, além disso, para tais modelos, o alcance (α) é definido como 95% do patamar. Já os modelos intransitivos são modelos sem patamar e continuam aumentando conforme a distância aumenta; tais modelos são usados para a modelagem de dados com uma dispersão infinita. Os modelos transitivos mais utilizados são: modelo esférico (Sph), modelo exponencial (Exp) e modelo gaussiano (Gau), apresentados na figura 10:

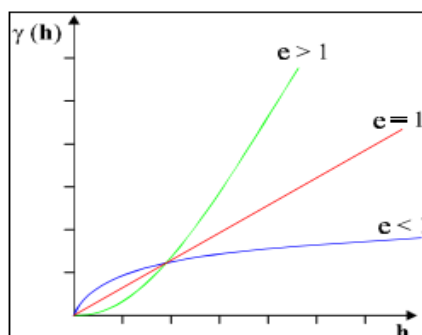
Figura 10 – Representação gráfica dos modelos transitivos normalizados:



Fonte: Modificada de Isaaks e Srivastava (1989)

Já para os modelos intransitivos, tem-se que os mais comuns são os modelos de potência, apresentados na figura 11 a seguir:

Figura 11 – Representação gráfica do modelo de potência



Fonte: Modificada de Isaaks e Srivastava (1989).

Para este projeto, foram utilizados apenas os modelos transitivos, e testados os três tipos descritos a seguir, a fim de verificar qual melhor se encaixava no semivariograma teórico encontrado

3.3.3.1. Modelo Esférico:

O modelo esférico geralmente é o mais utilizado dos modelos transitivos. Na figura 7 é o modelo representado pela linha vermelha, e sua equação normalizada é dada pela fórmula:

$$Sph(|h|) = \begin{cases} 0, & |h| = 0 \\ 1,5 \left(\frac{|h|}{\alpha}\right) - 0,5 \left(\frac{|h|}{\alpha}\right)^3, & 0 < |h| \leq \alpha \\ 1, & |h| > \alpha \end{cases} \quad (2.8)$$

3.3.3.2. Modelo Exponencial:

Outro modelo transitivo muito utilizada é o modelo exponencial, representado pela linha azul na figura 7. Este modelo atinge o patamar assintoticamente, com o alcance definido como a distância na qual o valor do modelo é 95% do patamar (Isaaks e Srivastava, 1989).

Sua equação normalizada é dada pela fórmula:

$$exp(|h|) = \begin{cases} 0, & |h| = 0 \\ 1 - exp\left(\frac{-|h|}{\alpha}\right), & |h| \neq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

3.3.3.3. Modelo Gaussiano:

O modelo gaussiano é um modelo transitivo, muitas vezes usado para modelar fenômenos extremamente contínuos (Isaaks e Srivastava, 1989). Uma característica peculiar

deste modelo é o seu comportamento parabólico próximo a origem, como é visto na figura 7, onde ele está representado pela linha verde.

Sua equação normalizada é dada por:

$$Gau(|h|) = \begin{cases} 0, & |h| = 0 \\ 1 - \exp\left(\frac{-|h|}{\alpha}\right)^2, & h \neq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

3.3.4. Estimadores de Variância via metodologia Geoestatística

Foi comprovado por Mingoti e Neves (1999) que os estimadores contruídos baseados na geoestatística são mais eficientes em estimar a variância amostral em processos autocorrelacionados. A estimativa é aplicada diretamente no desvio padrão das cartas, e não na amplitude R.

O semivariograma amostral é calculado por:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-h} \frac{(X_i - X_{i+h})^2}{n-h} \quad (2.11)$$

Onde :

- X_i é a característica de qualidade do i-ésimo item amostrado
- n é o tamanho amostral

Já a autocorrelação amostral de ordem h é dada por:

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\sum_{i=1}^{n-h} (X_i - \bar{X})(X_{i+h} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n-h} (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.12)$$

Sendo \bar{X} a média amostral das n observações.

Entretando, a escolha dos estimadores para σ^2 depende do grau de autocorrelação presente no processo e serão apresentados os possíveis casos na tabela 3 a seguir:

Tabela 3 – Estimadores da variância via Geoestatística

V_1	$\hat{\sigma}_{g_1}^2 = \frac{\hat{\gamma}_1}{1 - \hat{\rho}_1}$
V_2	$\hat{\sigma}_{g_2}^2 = \frac{\sum_{h=1}^3 \frac{\hat{\gamma}_h}{3}}{1 - \sum_{h=1}^3 \frac{\hat{\rho}_h}{3}}$
V_3	$\hat{\sigma}_{g_3}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{\gamma}_h$

V_4	$\hat{\sigma}_{g_4}^2 = \frac{\sum_{i=1}^M \hat{\gamma}_h}{\sum_{i=1}^M (1 - \hat{\rho}_h)}$
V_5	$\hat{\sigma}_{g_5}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\hat{\gamma}_h}{(1 - \hat{\rho}_h)}$

Fonte: Mingoti e Neves(2005)

Onde $M = \frac{n}{2}$ e n é o tamanho amostral.

O estimador denotado por V_1 é função da autocorrelação de ordem 1 sendo apropriado para situações nas quais essa é a correlação mais relevante entre as unidades do processo. Os estimadores V_2, V_4 e V_5 são opções para as situações nas quais as correlações de ordem maior que 1 também são significativas. O estimador V_3 é uma média dos semi-variogramas amostrais de ordem 1 até M (maior inteiro de $\frac{n}{2}$).

Os estimadores via Geoestatística serão aplicados na etapa de monitoramento do processo, após os ajustes realizados, visando uma maior sensibilidade a pequenas variações

3.4.- Carta Especial da Soma Acumulada –CUSUM

Os gráficos de controle tradicionais, como as cartas \bar{X} e R , são amplamente utilizados devido à sua eficiência básica. No entanto, com a crescente demanda por redução de variabilidade nos processos, novas técnicas de CEP foram desenvolvidas, incluindo a carta CUSUM.

A carta CUSUM é uma ferramenta estatística utilizada para monitorar pequenas mudanças nos processos de produção ao longo do tempo. Diferente das cartas tradicionais que avaliam cada ponto individualmente, a carta CUSUM acumula as diferenças entre os valores observados e uma média de referência (μ_0), destacando desvios persistentes da média. O cálculo é feito através da equação a seguir:

$$C_i = \sum_{j=1}^i X_j - \mu_0 = C_{i-1} + (X_j - \mu_0) \quad (2.13)$$

Onde X_j é a média da j -ésima amostra, e C_i é o valor do desvio.

Enquanto a Média se manter ajustada ao valor alvo, C_i se manterá em torno de 0, porém quando houver um deslocamento da média, a estatística C_i aumentará (ou decrescerá), conforme o deslocamento da média.

Uma propriedade interessante do gráfico CUSUM é que além de sinalizar o deslocamento da média, ele informa quando este ocorreu.

3.4.1- CUSUM Tabular

O método utilizado para o cálculo para a carta CUSUM é o método tabular, este, trata os desvios de maneira separada. Para todas as amostras são calculados os desvios acima da média e os abaixo da média, que são chamados de CUSUMs unilaterais, e são apresentados pelas equações a seguir:

$$C_i^+ = \text{máx}[0; X_i - (X_i - k) + C_{i-1}^+] \quad (2.14)$$

$$C_i^- = \text{máx}[0; (X_i - k) - X_i + C_{i-1}^-] \quad (2.15)$$

Além disso, para a construção da carta, é importante a definição das variáveis K e H.

A constante K é usada para reduzir o impacto das pequenas mudanças quando o processo está sob controle. Ela é calculada como sendo a metade da diferença entre a média histórica e o deslocamento que se deseja observar, ou seja:

$$k = \frac{|\mu_0 - \mu_1|}{2} \quad (2.16)$$

Porém, em casos em que a empresa não sabe qual o deslocamento que se deseja detectar rapidamente, deslocamento utilizado é dado por 1σ , sendo sigma o desvio padrão da produção, logo, o cálculo pode se torna:

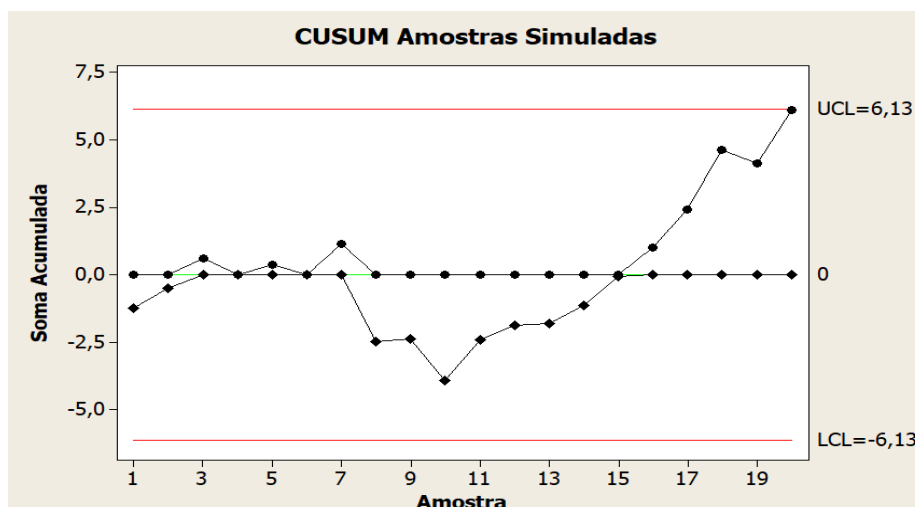
$$k = \frac{|1\sigma|}{2} \quad (2.16)$$

Já para H, tem-se, de acordo com Montgomery (2009), que um valor razoável para H é de h vezes o desvio padrão, ou seja, $H = h\sigma$, sendo um padrão a utilização de h=4 ou h=5. Os limites de Controle são dados por $LC = H\sigma$.

Em geral, utilizando um h=4 ou h=5 e um k=0,5, é obtido um CUSUM com propriedades satisfatórias de número médio de amostras necessárias ,NMA, com o objetivo de que o gráfico CUSUM sinalize que o processo está fora de controle após ocorrer uma mudança na média do processo, contra uma mudança na média do processo de $1,5\sigma$ (erro padrão).

A seguir, para a construção de um gráfico CUSUM de exemplo, foi simulada uma amostra de média igual a 150 e desvio padrão igual a 1,5, que está presente no anexo 9. Em seguida, o k escolhido foi de 0,5, o deslocamento que é desejado observar, e o h foi igual a 4. A representação gráfica foi a seguinte:

Figura 12- Exemplo de Gráfico CUSUM para amostras Simuladas



Fonte: Elaboração Própria

As linhas vermelhas representam os limites de controle superior e inferior do processo, além disso, a linha central traz o valor 0 que é o ponto de partida dos desvios esperado. Analisando o gráfico, tem-se que nenhum dos valores ultrapassa o limite de controle de +6,13 e -6,13, ou seja, não há evidência de que a média do processo tenha se deslocado significativamente. Além disso embora haja variação nos valores, a ausência de pontos fora dos limites sugere que a variação observada está dentro do esperado, considerando o desvio padrão e o valor de k .

3.5- Carta Especial da Média Móvel Exponencialmente Ponderada –MMEP

O gráfico da média exponencialmente ponderada é também uma alternativa poderosa quanto a detecção de pequenas mudanças no processo. Além disso, ele é capaz de fornecer uma previsão da localização da próxima medida do processo, permitindo, assim, a adoção de um controle por antecipação.

Também conhecida como Média Móvel Geométrica, a MMEP atribui pesos as observações, e o maior peso é destinado as observações mais recentes, ao passo que os pesos distribuídos às observações anteriores diminuem em uma progressão geométrica à medida que se distanciam da observação atual. O procedimento de controle é determinado por:

$$Z_i = \lambda x_i + (1 + \lambda)Z_{i-1} \quad (2.17)$$

Onde:

- $Z_0 = \mu_0$
- μ_0 é o valor alvo da média
- λ é uma constante de ponderação que varia de $0 \leq \lambda \leq 1$

- x é a amostra i

Além disso, se as amostras x_i são amostras independentes, tem-se que sua variância pode ser calculada como sendo :

$$\sigma_{z_i}^2 = \left(\sigma^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{z_i}] \quad (2.18)$$

E a partir disso, é possível obter os limites de controle para a construção do gráfico por meio as equações:

$$LIC = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{z_i}]} \quad (2.19)$$

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{z_i}]} \quad (2.20)$$

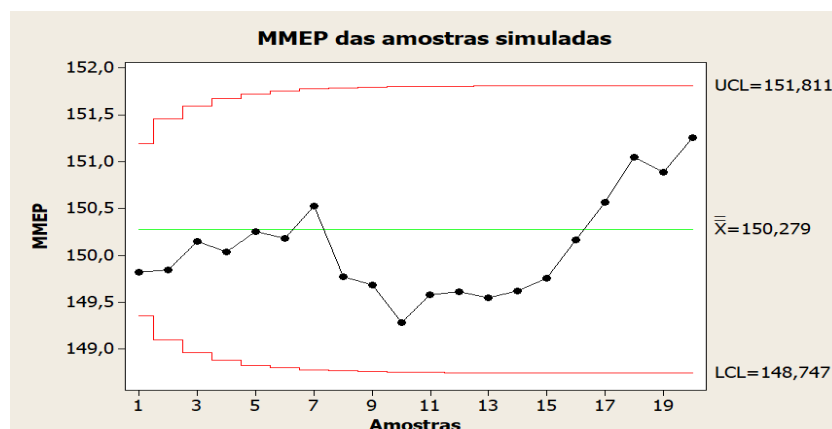
$$LC = \mu_0 \quad (2.21)$$

Em que σ é o desvio padrão e L é a largura dos limites de controle.

Um passo de extrema importância para a construção da carta MMEP é a determinação de L e λ . Em geral, as medidas populares mais utilizadas são: $L=3$ e $0,05 \leq \lambda \leq 0,25$, por seu bom funcionamento.

A seguir, será apresentado um exemplo da carta MMEP feita a partir dos mesmos dados usados para construir a figura 13, e presentes no anexo 9.

Figura 13- Carta de Controle MMEP das amostras simuladas



Fonte: Elaboração Própria

Neste exemplo, o λ usado foi igual a 0,2. Analisando o gráfico é visível que as variações não ultrapassam os limites de controle, ou seja, o processo está dentro de controle estatístico. Não houve nenhuma mudança significativa detectada pelas médias móveis exponencialmente

ponderadas. A variação observada no gráfico pode representar flutuações normais ao redor da média de 150. Essas flutuações podem ser devido ao ruído aleatório ou variações naturais do processo, mas não são grandes o suficiente para indicar uma mudança significativa no processo.

A utilização do lambda (λ) de 0,2 determina o quanto cada observação recente afeta a média móvel. Um valor maior de λ daria mais peso às observações mais recentes, enquanto um valor menor faria com que a média móvel fosse menos sensível às mudanças recentes nos dados.

4. Resultados:

Os resultados obtidos serão apresentados diretamente no contexto da metodologia Seis Sigma, separados em cada uma das etapas do DMAIC.

4.1. Etapa de Definição:

Para iniciar a metodologia Seis Sigma, primeiro foi definido o objetivo da empresa, que era avaliar o comportamento de sua produção e melhorá-lo, em busca da redução de custos e desperdícios.

4.2. Etapa de Medição:

Em seguida, foi necessário a obtenção dos dados para o início da análise do comportamento da produção. Os dados utilizados no projeto foram fornecidos por uma empresa alimentícia da região de Presidente Prudente – SP. Para um melhor monitoramento, foi feita uma estratificação de como seria coletada a amostra, para isso elas foram separadas em turnos, sendo o 1º turno na parte da manhã, o 2º na parte da tarde e o 3º na parte da noite; em cada turno, foram coletadas de 20 a 30 amostras de cada produto e organizados em uma planilha, como a mostrada nos Anexos 3,4 e 5. O projeto conta com o estudo de 3 produtos, embalagens de achocolatados em pó de 400g, embalagens de catchup de 200g, e embalagens de refrescos em pó de 50g, presentes nos anexos 3,4 e 5 respectivamente.

4.2.1. Análise exploratória inicial

Para iniciar a análise, a partir das amostras descritas acima, foi feita uma análise exploratória a fim de verificar o comportamento da produção, se elas eram normais, e se estavam sob controle, além de conferir se atendiam as especificações e estavam em uma boa capacidade de processos.

Para a verificação de normalidade, foi realizado o teste de Shapiro Wilk que tem por premissa testar se a distribuição é normal ou não, os resultados obtidos estão presentes na tabela 4 abaixo.

Tabela 4- Teste de normalidade dos dados das amostras

Produto	Shapiro Wilk (p-valor)
Refrescos em Pó,50g	0.03665
Catchup, 200g	0.177
Achocolatado em Pó, 400g	0.04522

Fonte: Elaboração Própria

Para um nível de significância de 5%, tem-se que apenas a amostra de Catchup segue uma distribuição normal, enquanto os demais não apresentam normalidade.

É importante destacar que, embora a normalidade dos dados seja uma das premissas para a construção das cartas de controle, essa característica não foi observada nos dados analisados. No entanto, o estudo será mantido, pois o tamanho da amostra é suficientemente grande, permitindo, com base no Teorema Central do Limite, que a distribuição das médias das amostras seja considerada aproximadamente normal, mesmo que a distribuição original dos dados não o seja.

Seguindo na análise exploratória, foram vistas algumas medidas estatísticas importantes a fim de verificar seu comportamento, que serão apresentadas na tabela 5:

Tabela 5- Análise descritiva das produções

Produto	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
Refrescos em Pó,50g	50.3	51.66	52.6	0.47
Catchup, 200g	194.76	207.1	217.17	4.38
Achocolatado em Pó, 400g	396	406.5	420	4.75

Fonte: Elaboração Própria

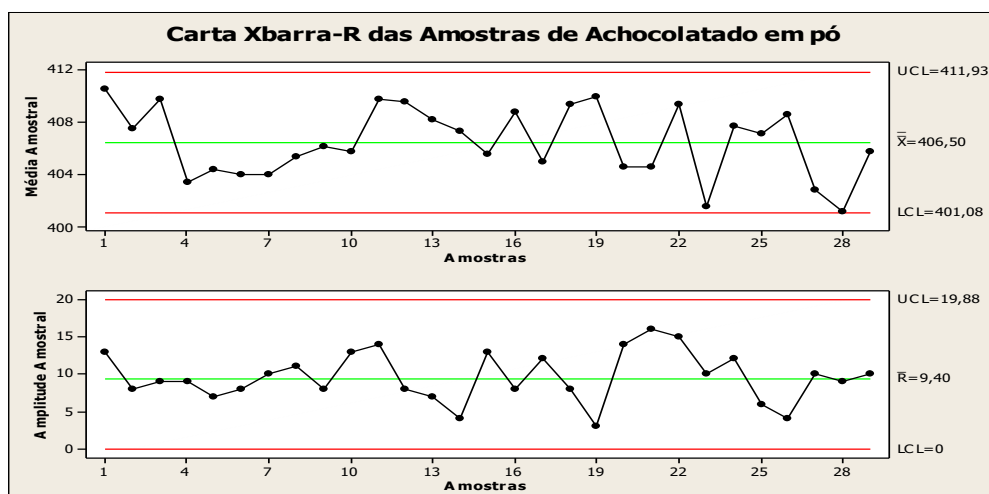
Observou-se uma grande variação nos pesos das embalagens, especialmente nas de catchup e achocolatadas em pó. Em ambos os casos, os valores mínimos estão bem abaixo da média, enquanto os máximos se mostram significativamente superiores. Essa variabilidade traz indícios de uma instabilidade da produção.

4.2.2. Cartas de Controle tradicionais \bar{X} e R

Após essa etapa inicial, a equipe avançou na análise do processo produtivo da empresa. Primeiramente, foram construídas as cartas de controle tradicionais \bar{X} e R, para as amostras trazendo uma visão preliminar do processo e a identificação de possíveis irregularidades.

É crucial analisar essas cartas em conjunto pois enquanto a carta \bar{X} nos alerta sobre mudanças na média do processo, a carta R nos informa sobre a variabilidade. Juntas, elas fornecem uma visão abrangente da estabilidade e desempenho do processo.

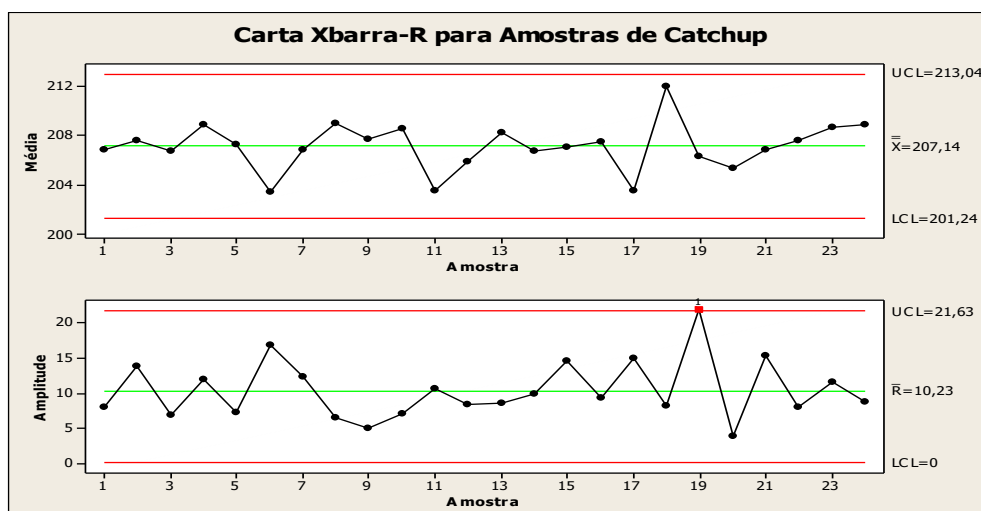
Figura 15 – Carta de Controle $\bar{X}e\bar{R}$ das amostras de achocolate em pó



Fonte: Elaboração Própria.

Conforme apresentado na figura 15, as amostras de **achocolatado em pó** na carta \bar{X} apresentaram uma média de 406g, com limites de controle estabelecidos entre 411g e 401g. Para a carta R, o valor de \bar{R} foi de 9,4, com limites variando entre 0 e 19g. Observa-se que todas as amostras permanecem dentro dos limites de especificação em ambas as cartas, sem nenhum caso de outlier. No entanto, a alta variabilidade do processo sugere que ainda há espaço para melhorias, visando reduzir desperdícios e aumentar a eficiência da produção.

Figura 16 – Carta de Controle $\bar{X}e\bar{R}$ das amostras de catchup

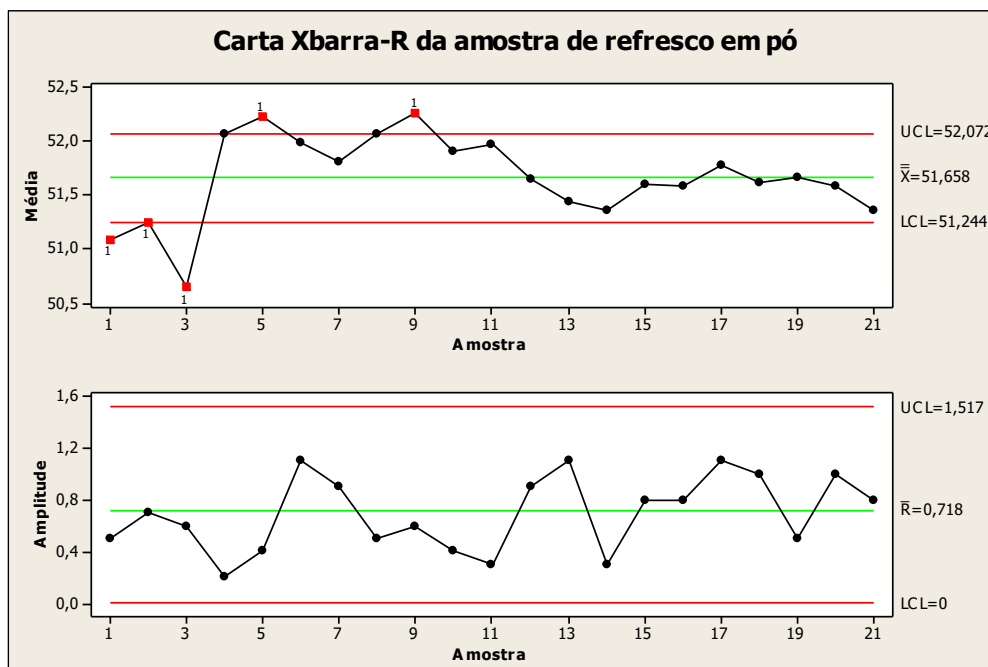


Fonte: Elaboração Própria.

Através da figura 16, é possível verificar que as amostras de **Catchup** na carta \bar{X} apresentaram uma média de 207,14g, com limites de controle estabelecidos entre 213,04g e 201,24g. Todos os pontos na carta \bar{X} estão dentro desses limites, indicando que a média do processo está sob controle. Para a carta R, o valor de \bar{R} foi de 10,23g, com limites de controle variando entre 0 e

21,63g, além disso, um ponto fora dos limites especificado foi observado, sugerindo uma variação anormal na variabilidade do processo. Esse desvio na carta R indica que, embora o processo seja estável em termos de média, existem flutuações na variabilidade.

Figura 17 – Carta de Controle \bar{X} e \bar{R} de uma amostra de refrescos em pó



Fonte: Elaboração Própria.

Já na figura 17, tem-se que as amostras de **Refrescos em pó** na carta \bar{X} apresentaram uma média de 51,66g, com limites de controle estabelecidos entre 52,01g e 51,44g. Para a carta R, o valor de \bar{R} foi de 0,78g, com limites variando entre 0g e 1,57g. Embora a variabilidade do processo esteja controlada, conforme indicado pela ausência de pontos fora dos limites na carta R, a presença de pontos fora dos limites na carta \bar{X} sugere que o processo pode não estar totalmente sob controle em termos de sua média.

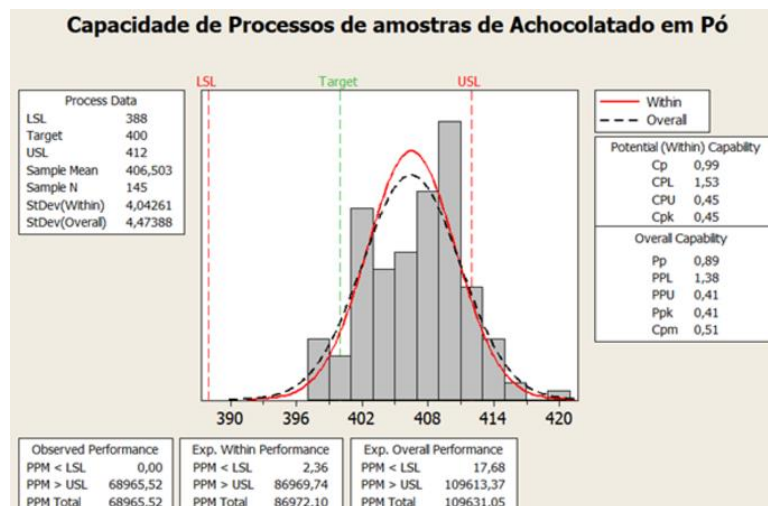
Após analisar os dados obtidos na análise exploratória e nas cartas apresentadas nas figuras 15,16 e 17, conclui-se que todos os produtos apresentam processos que necessitam de melhorias para uma produção mais consistente em termos de média e variabilidade, visando uma maior eficácia e redução de perdas.

4.2.3. Análise de Capacidade de Processos

Em seguida, como complemento ao estudo, foi realizada uma análise de capacidade de processos. Dado que o principal objetivo do projeto era verificar se a produção estava em conformidade com as normas regulatórias do Inmetro, os limites utilizados para construir os gráficos da capacidade de processos são baseados nas especificações detalhadas no Anexo 1, que estabelecem limites de variabilidade para os produtos estudados de: 3% para achocolatado

em pó, 9% para refrescos em pó e 9g para catchup. Esses valores representam a variabilidade máxima permitida conforme as diretrizes do Inmetro.

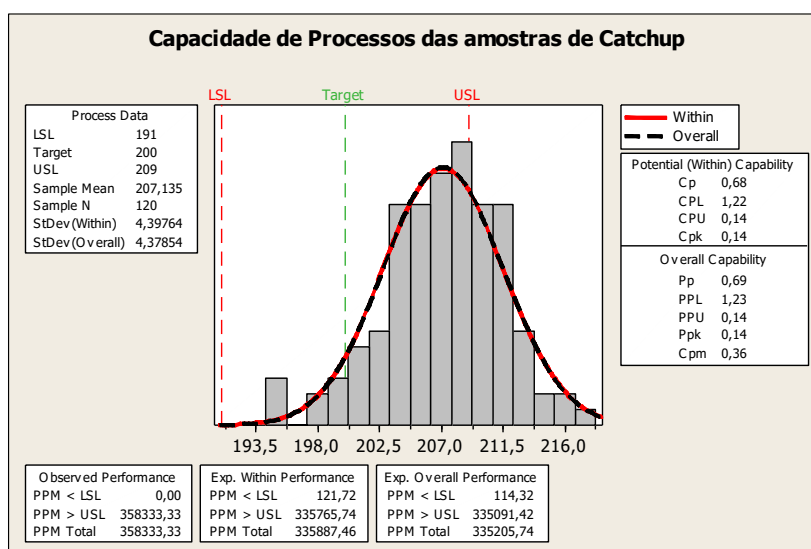
Figura 18 – Capacidade do Processo da amostra de chocolate em pó



Fonte: Elaboração Própria.

No gráfico apresentado acima na figura 18, observa-se um Cp de 0,97 e um Cpk de 0,44 para as amostras de achocolatado em pó, indicando que o processo não é capaz de produzir dentro das especificações desejadas, pois além de apresentar uma variação muito alta, o processo não está centrado no alvo desejado, ou seja, há uma discrepância entre a média do processo e o peso alvo (400g), resultando em uma capacidade limitada de produzir produtos dentro das especificações.

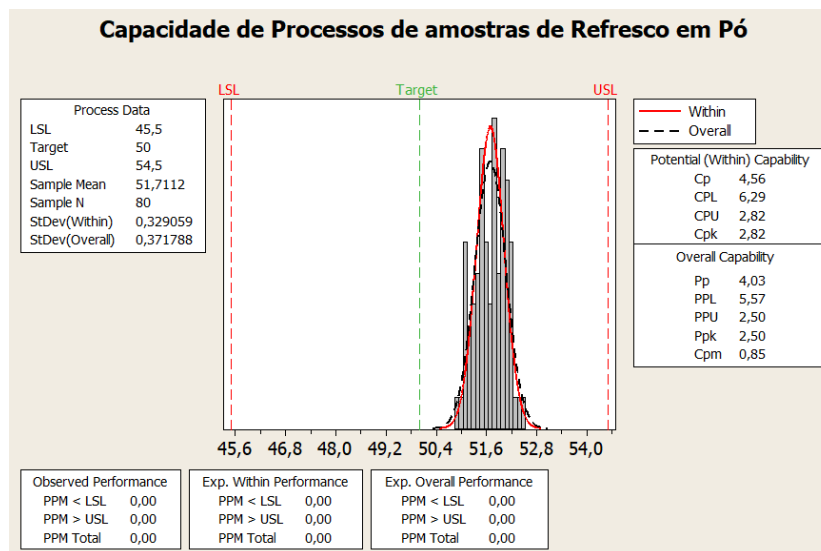
Figura 19 – Capacidade do Processo da amostra de catchup



Fonte: Elaboração Própria.

Para as amostras de catchup, observa-se, através da figura 19, um Cp de 0,68 e um Cpk de 0,14, de forma similar as amostras de achocolatado, este processo não é capaz de produzir dentro das especificações desejadas, com uma variação muito alta e com a média descentralizada do alvo.

Figura 20 – Capacidade do Processo da amostra de refresco em pó



Fonte: Elaboração Própria.

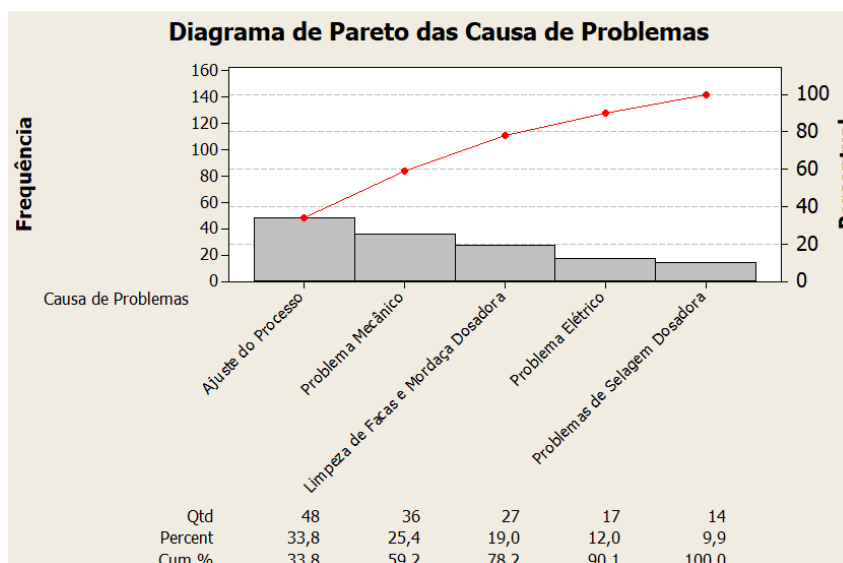
Para as amostras de Refresco em pó, apresentadas na figura 20, observam-se altos índices de Cp e Cpk, acima de 2, indicando que o processo tem uma capacidade excepcional para produzir dentro das especificações e está bem centrado no alvo pretendido em termos das normas regulatórias. No entanto, todas as amostras estão acima da média esperada. Isso sugere que, apesar da alta capacidade e baixa variabilidade do processo, a média está deslocada para cima em relação ao alvo desejado. Esse deslocamento indica um viés sistemático que precisa ser ajustado para recentralizar a média em torno dos 50g, garantindo que a produção esteja não apenas dentro das especificações regulatórias, mas também alinhada com o alvo desejado.

Assim, nessa etapa, analisando as cartas conjuntamente com sua capacidade de processos é observado que o processo é incapaz e precisa de uma investigação voltada para as causas dos problemas apresentados.

4.3. Etapa de Análises de Problemas:

Para prosseguir com o ajuste, foi necessário um estudo mais específico das possíveis ações que poderiam desregular o controle da produção, considerando causas relacionadas aos maquinários, funcionários ou clima. Para isso, foram utilizados novos dados, que apresentavam algumas causas mensais para este problema. Esses dados estão apresentados no Diagrama de Pareto a seguir:

Figura 17- Diagrama de Pareto para causas de Desregulagem das Máquinas:

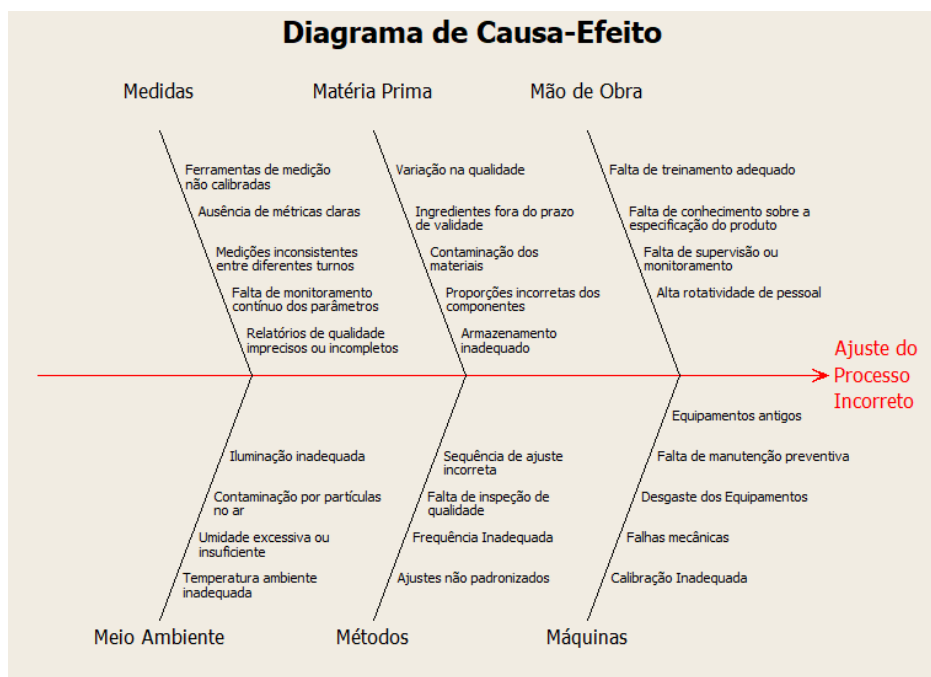


Fonte: Elaboração Própria

Após a análise do gráfico, é visto que os problemas "Ajuste do Processo", "Problema Mecânico" representam 59% das possíveis razões de desregulagem na produção, portanto, esses problemas são de alta prioridade.

Em seguida, tendo em base que o problema com maior percentual mostrado no diagrama de pareto foi o Ajuste de Processo Inadequado, este problema foi analisado de maneira mais minuciosa, com o objetivo de trazer para a empresa, um ponto de partida para a melhora da produção.

Figura 18- Diagrama de Causa – Efeito para Ajuste do Processo Incorreto



Fonte: Elaboração Própria

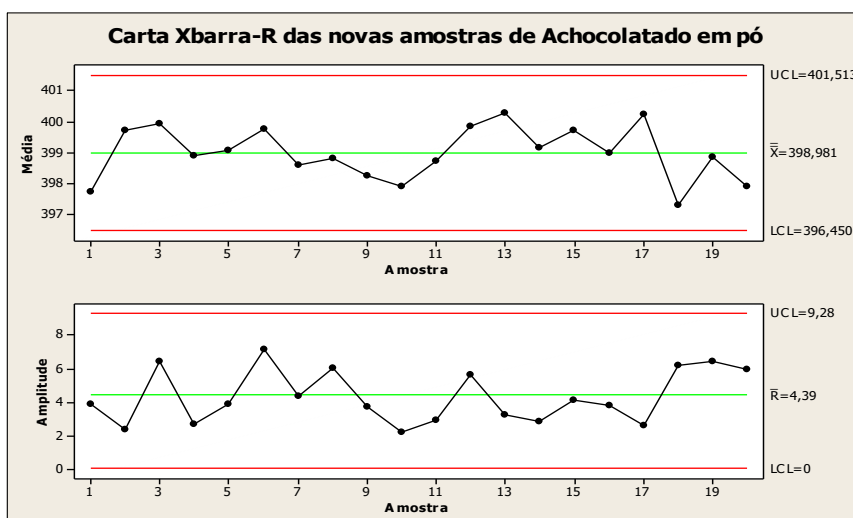
Como foi apresentado no Diagrama, as causas para o ajuste incorreto podem variar muito, e cabe a empresa ver a que está mais afetando sua produção e corrigi-la.

Dois dos problemas relatados pela empresa foram a umidade excessiva do ambiente e falta de treinamento adequado, esses fatores estavam afetando diretamente a produção e com o conhecimento da empresa, foram tomadas ações corretivas.

4.4. Etapa de Implementar Correções:

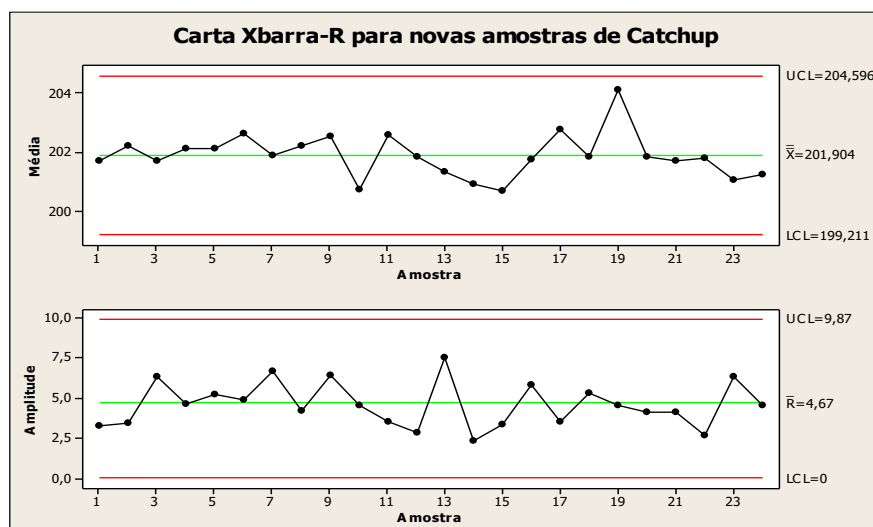
Em seguida, novas amostras foram simuladas para representar o ajuste das máquinas, uma vez que a partir desta etapa, não foi possível acompanhar o processo diretamente na empresa. A simulação foi realizada com base em uma distribuição normal, considerando a média e a variância histórica do processo. Para simbolizar melhorias, a variação foi propositalmente reduzida. Essas amostras simuladas, apresentadas nos anexos 6, 7 e 8, serão denominadas como amostras "Corrigidas". O objetivo é verificar se as alterações supostamente implementadas no processo resultaram em melhorias em comparação com os resultados anteriores.

Figura 21- Carta de Controle \bar{X} e \bar{R} das novas amostras de Aço de pó



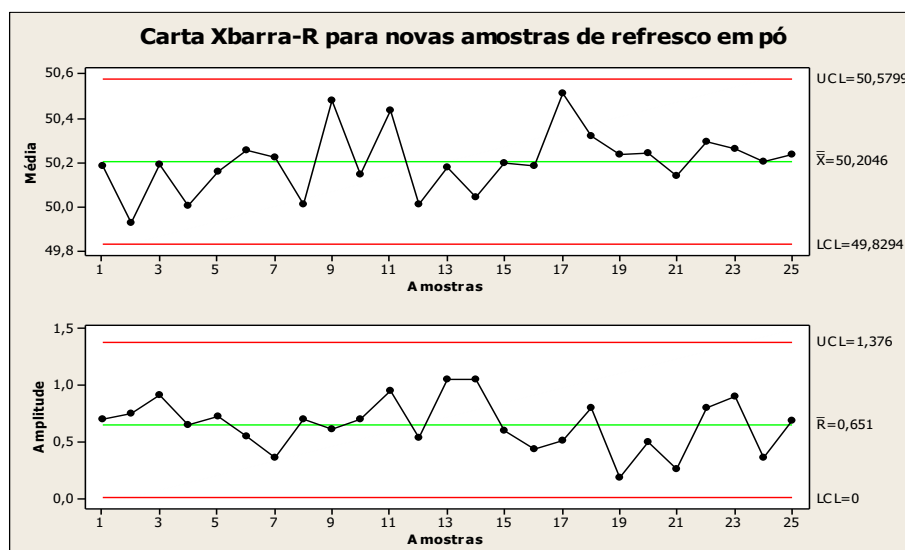
Fonte: Elaboração própria

Figura 22- Carta de Controle \bar{X} e \bar{R} das novas amostras de Catchup



Fonte: Elaboração própria

Figura 23- Carta de Controle \bar{X} e \bar{R} das novas amostras de Refresco em pó



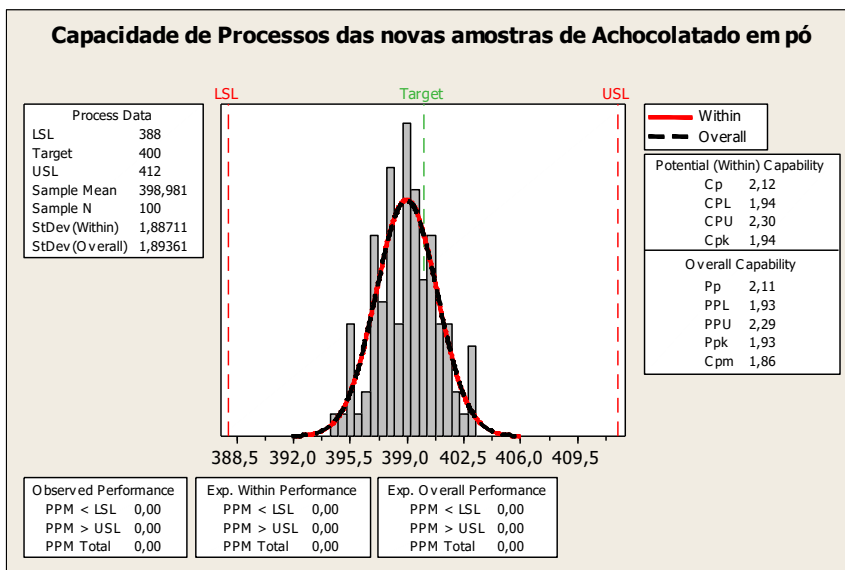
Fonte: Elaboração própria

Aqui, observa-se uma melhoria significativa nas cartas em relação aos exemplos anteriormente mencionados, pelas figuras 15,16 e 17.

Para todos os produtos, considerando a carta \bar{X} o processo agora demonstra uma média mais próxima do valor desejado e os limites de controle apresentam uma variação mais baixa, trazendo uma faixa estreita de controle. O mesmo ocorre para a carta R, a amplitude média caiu e seu processo está estável.

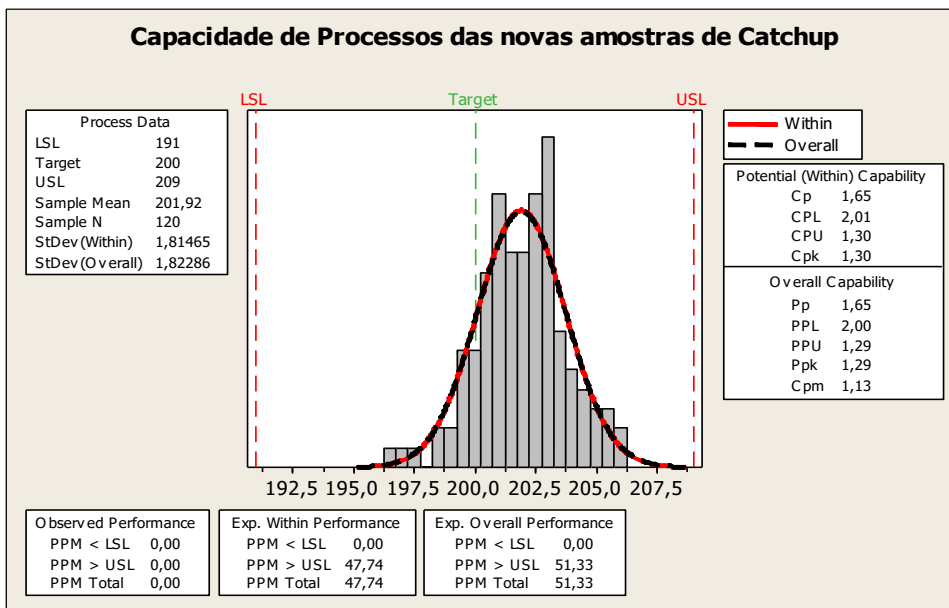
Essa redução na variabilidade e na média do processo sugere uma maior consistência na produção, indicando que o processo está mais estável e próximo das especificações desejadas, se mostrando resultados promissores.

Figura 24 - Capacidade de Processos das novas amostras de Achocolatado em pó



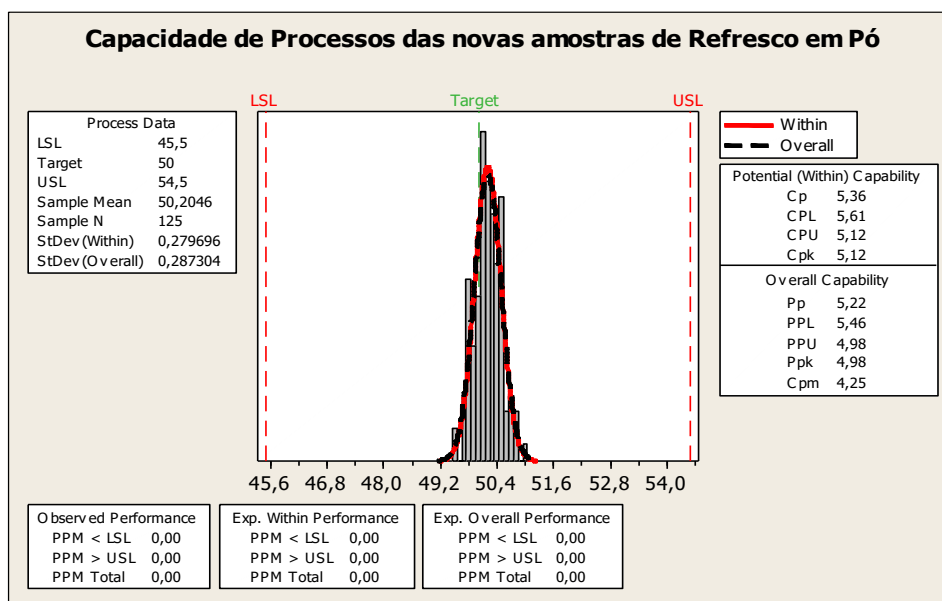
Fonte: Elaboração própria

Figura 25 - Capacidade de Processos das novas amostras de Catchup



Fonte: Elaboração própria

Figura 26 - Capacidade de Processos das novas amostras de Refresco em pó



Fonte: Elaboração própria

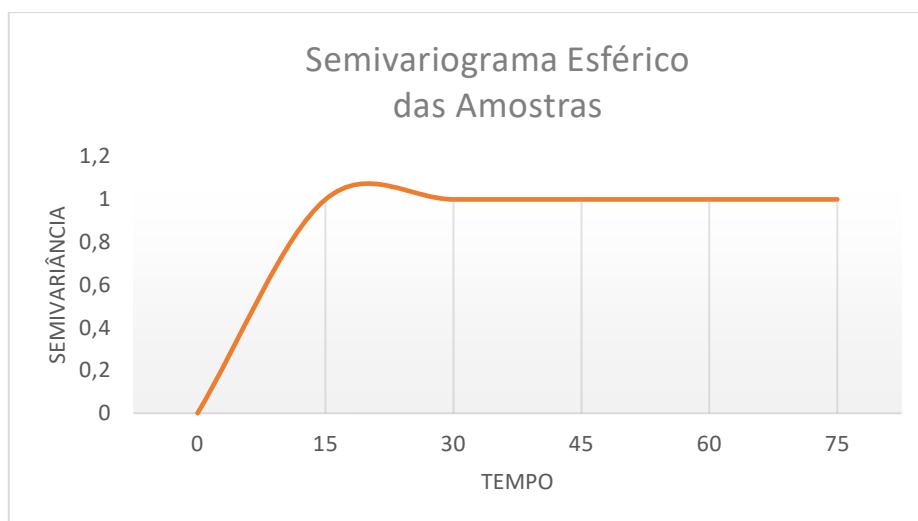
Visualmente, os processos mostram uma melhoria significativa na capacidade, em comparação com os exemplos anteriores, presentes nas figuras 18,19 e 20. Além disso, os índices Cp e Cpk aumentaram consistentemente, indicando que o processo não apenas se tornou altamente capaz, mas também está bem centrado em torno do peso alvo. A variação do processo foi reduzida em relação à faixa de especificação, resultando na grande maioria dos produtos dentro dos limites desejados.

No caso do Refresco em pó, sua produção se tornou mais centrada no seu peso alvo de 50g, fazendo com que a produção esteja em sua melhor performance.

Em resumo, a correção do processo trouxe valores que refletem uma operação mais eficiente e consistente, capaz de produzir produtos de alta qualidade de maneira confiável e dentro das especificações estabelecidas.

Para finalizar esta etapa e iniciar a etapa de monitoramento, foi realizado um semivariograma da amostra. O objetivo do semivariograma foi verificar se o intervalo de tempo entre as coletas de dados é adequado para evitar correlações indesejadas, e fazer com que os gráficos de monitoramento sejam extremamente precisos. Caso contrário, uma nova definição dos intervalos de coleta será necessária.

A seguir, na Figura 27 é apresentado o semivariograma normalizado com a normalização esférica. Vale destacar que, após a normalização, todos os produtos exibiram o mesmo semivariograma. Por esse motivo, será mostrado apenas um exemplo. Além disso, logo abaixo, será exibida a tabela 6 contendo os valores teóricos e normalizados de cada produto.

Figura 27 - Semivariograma Esférico

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 6- Valores dos Semivariogramas

Tempo (min)	Achocolatado em pó (Alcance $\alpha=15$)		Refresco em pó (Alcance $\alpha=15$)		Catchup (Alcance $\alpha=15$)	
	Valores Teóricos	Valores Normalizados	Valores Teóricos	Valores Normalizados	Valores Teóricos	Valores Normalizados
0	1,339745	0	0,0000000	0	0,0000000	0
15	1,221032	1	0,0466833	1	1,0269196	1
30	1,624768	1	0,0248373	1	0,9478386	1
45	1,361604	1	0,0532697	1	1,1985519	1
60	2,010482	1	0,0386976	1	1,7840925	1
75	1,339745	1	0,0545115	1	1,5756871	1

Fonte: Elaboração Própria

Os semivariogramas teóricos foram calculados e ajustados ao modelo esférico. Foram testados também os modelos exponencial e gaussiano, mas o modelo esférico apresentou o melhor desempenho quanto ao ajuste aos dados.

Observou-se que o pico da semivariância dos produtos ocorre logo no período atual de coleta, que é de 15 minutos. Portanto, o intervalo de coleta de amostras destinado ao monitoramento do processo, já estabelecido em 15 minutos, permanece adequado e ideal para garantir a eficácia do acompanhamento.

4.5. Etapa de Controle e Monitoramento:

Esta é a etapa final da metodologia, que consiste em sustentar as melhorias implementadas e garantir que os problemas não retornem. Para isso, foi realizado um monitoramento

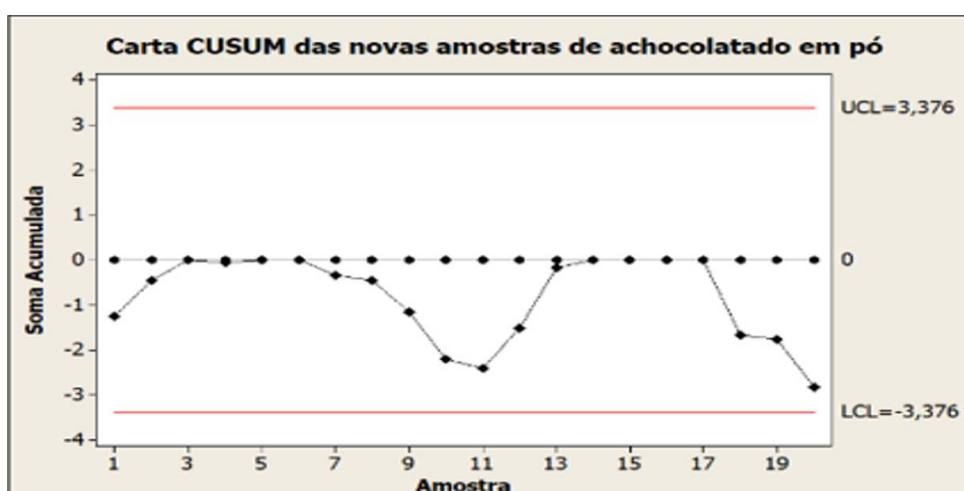
contínuo após o ajuste do processo, com o objetivo de prever possíveis defeitos antes que atinjam os limites máximos de variabilidade. Aqui foram usadas as amostras corrigidas de cada produto, presentes nos anexos 6,7 e 8.

Nesta etapa, serão apresentadas duas metodologias específicas: as cartas de controle Especiais (CUSUM e MMEP) e as cartas construídas com a estimação da variância através da geoestatística, ambas reconhecidas por sua grande eficácia. O objetivo é demonstrar o potencial de cada abordagem, evidenciando também os diferentes níveis de complexidade envolvidos. Ao final, será apresentado um quadro comparativo entre essas metodologias e as cartas tradicionais anteriormente desenvolvidos, destacando os principais pontos de convergência e diferenciação.

4.5.1. Cartas Especiais CUSUM e MMEP

Após a construção dos semivariogramas e da informação dos tempos ideais de coleta das amostras a fim de evitar as autocorrelações presentes nos processos, foi iniciado as construções das cartas especiais CUSUM e MMEP.

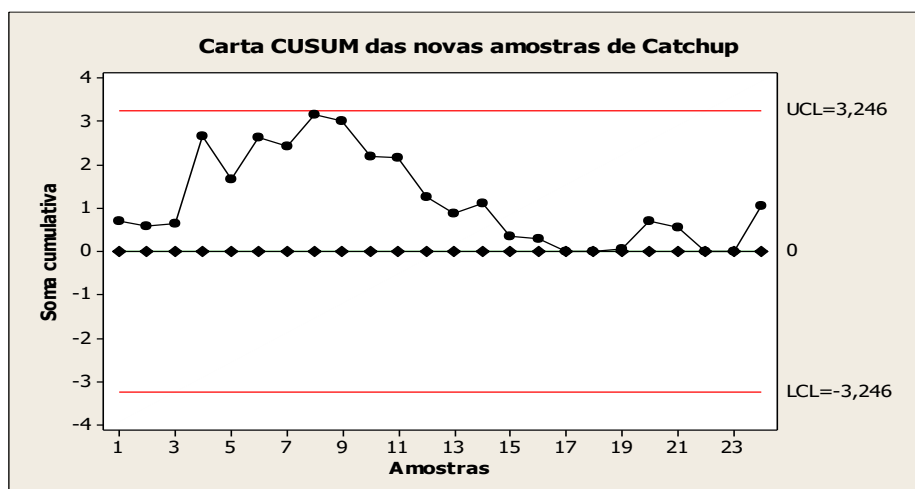
Figura 28 – Carta CUSUM para as amostras de achocolatado em pó



Fonte: Elaboração Própria

A primeira carta CUSUM, referente às amostras de **achocolatado em pó**, presente no anexo 6, mostra que o processo está relativamente estável. As medidas utilizadas foram de $H=4$ e $K=1,25$. A soma acumulada das amostras oscila em torno de zero, o que indica que não há desvios significativos no processo. Nenhum dos pontos ultrapassa os Limites de Controle Superior (UCL = 3,376) e Inferior (LCL = -3,376), e não há tendências claras de subida ou descida. Portanto, é possível concluir que o processo está sob controle e não apresenta sinais de deslocamento significativo na média.

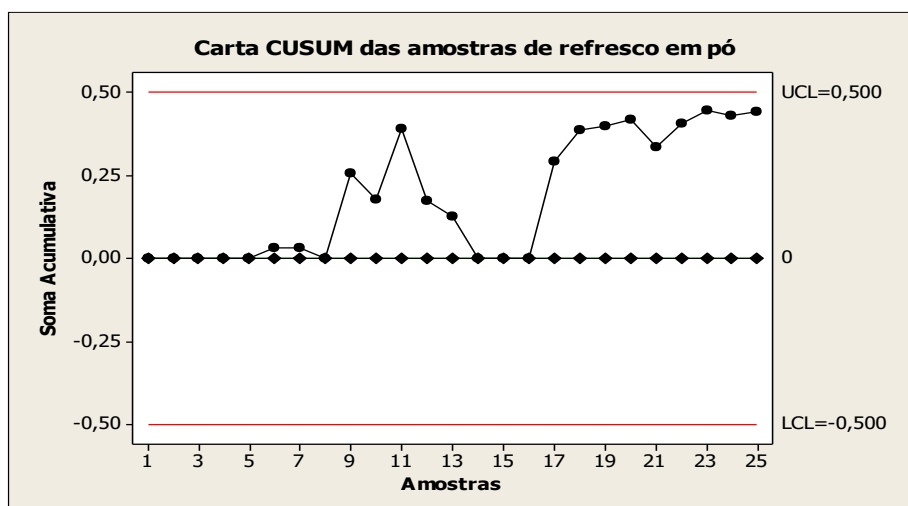
Figura 29 – Carta CUSUM para as amostras de catchup



Fonte: Elaboração Própria

Para as amostras de **catchup**, presentes no anexo 7, as medidas usadas foram: $H=4$ e $K=2,5$, para estas, observa-se uma maior variabilidade comparada ao achocolatado. Embora existam pontos que se aproximam dos Limites de Controle Superior ($UCL = 3,246$) e Inferior ($LCL = -3,246$), nenhum ponto excede esses limites, sugerindo que o processo ainda está sob controle. Essa maior variabilidade pode ser um indicativo de flutuações na média do processo, exigindo monitoramento contínuo para detectar rapidamente qualquer mudança significativa.

Figura 30 – Carta CUSUM para as amostras de refresco em pó



Fonte: Elaboração Própria

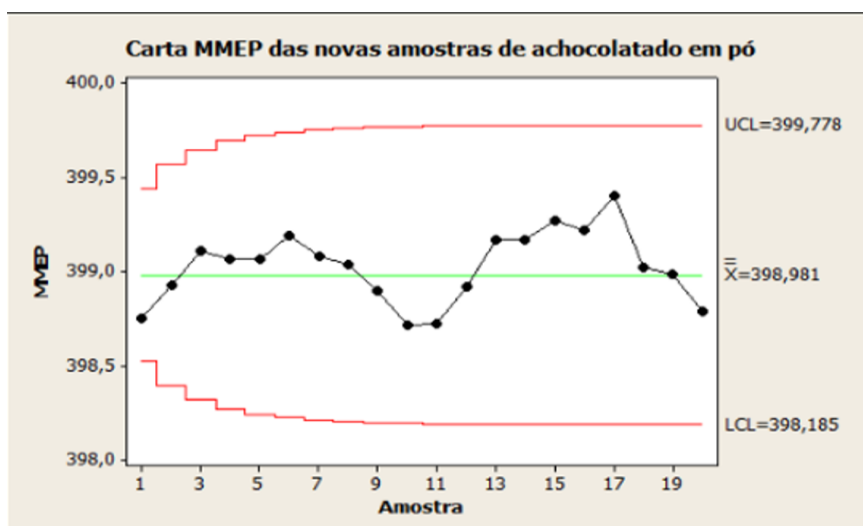
Por fim, para as amostras de **refresco em pó**, presentes no anexo 8, foram utilizados $H=4$ e $K=1,8$, nela é vista uma tendência crescente na soma acumulada, aproximando-se do Limite de Controle Superior ($UCL = 0,500$). Este aumento constante indica um possível deslocamento na média do processo, sugerindo que o processo pode sair de controle.

Inicialmente, os valores de **K** foram ajustados de acordo com os limites de desvio permitidos para cada produto: 12g para o achocolatado, 9g para o catchup e 4,5g para os refrescos. No entanto, com essa configuração, não era possível identificar pequenas alterações, o que dificultava a correção precoce de desvios menores. Para resolver esse problema, os valores de **K** foram reduzidos, tornando as cartas de controle mais sensíveis. Assim, passaram a detectar variações menores, como até 2,5g para o achocolatado, 5g para o catchup e 3,6g para os refrescos. Esse ajuste foi baseado no fato de que o desvio padrão (σ) é calculado como o dobro de **K** ($\sigma=2K$). Com essa sensibilidade aumentada, foi possível identificar e corrigir pequenas alterações no processo antes que elas atingissem os limites de controle. Essa mudança aprimorou o monitoramento preventivo, evitando que os desvios se tornassem significativos e garantindo uma maior estabilidade no processo de produção.

Após a construção das cartas CUSUM foram feitas também para complementar o estudo as cartas MMEP a qual tem por finalidade a detecção de pequenas mudanças no processo, Além de fornecer uma previsão da localização da próxima medida do processo, permitindo, assim, a adoção de um controle por antecipação.

Para todos os produtos o valor de λ foi de 0,18 visando dar mais peso as 10 primeiras amostras para uma detecção mais rápida das variações.

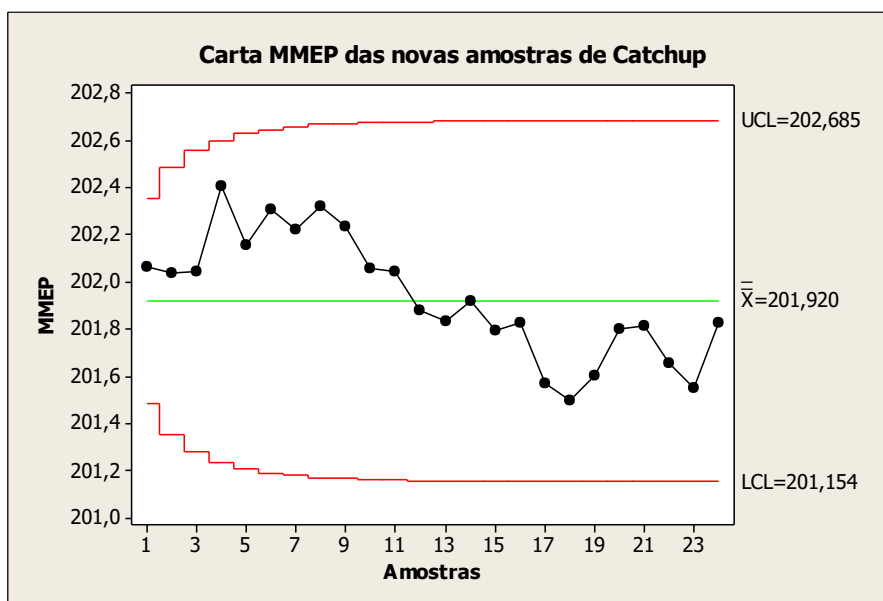
Figura 31 – Carta MMEP para as amostras de Achocolatado em pó



Fonte: Elaboração Própria

Para as amostras de Achocolatado em Pó a carta MMEP revela um processo bastante estável. As amostras variam em torno da média ponderada sem apresentar tendências de alta ou baixa que comprometam a estabilidade do processo.

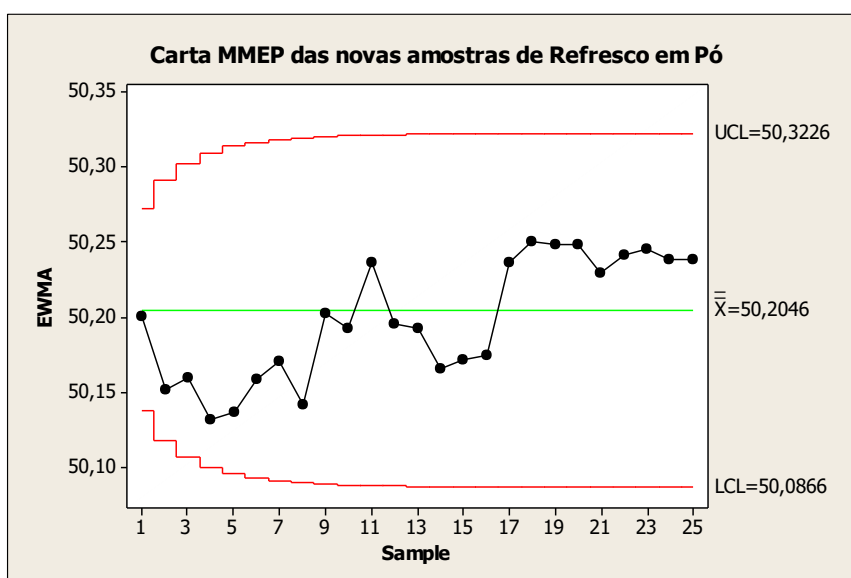
Figura 32 – Carta MMEP para as amostras de Catchup



Fonte: Elaboração Própria

Para as amostras de Catchup a carta MMEP das amostras de apresenta uma leve tendência descendente que pode ser um indicativo de uma possível alteração no processo ao longo do tempo. Apesar de todas as amostras estarem dentro dos limites de controle, a média ponderada mostra um leve deslocamento para baixo ao longo das amostras que merece atenção a fim de evitar problemas futuros.

Figura 33 – Carta MMEP para as amostras de Refresco em pó



Fonte: Elaboração Própria

Para as amostras de Refresco em Pó a carta MMEP mostra um processo de produção estável e sob controle. Todas as amostras se mantêm bem dentro dos limites de controle superior

e a média ponderada centrada. A leve variabilidade observada ao redor da média é normal e esperada, indicando a presença de variações comuns dentro do processo.

Concluindo, todas as cartas MMEP indicam que os processos de produção estão, em grande parte, sob controle estatístico. A principal observação é a tendência descendente na carta de catchup, que deve ser monitorada para garantir que o processo permaneça dentro dos limites aceitáveis. As cartas de achocolatado em pó e refresco em pó não mostram padrões de preocupação, sugerindo estabilidade nas suas respectivas produções.

Ao avaliar simultaneamente as cartas CUSUM e MMEP, é possível obter uma visão mais abrangente e precisa do comportamento do processo. As **cartas CUSUM** são sensíveis a pequenas mudanças cumulativas, ajudando a detectar desvios graduais ao longo do tempo, enquanto as **cartas MMEP** são eficazes para capturar variações recentes no processo, permitindo uma detecção rápida de tendências. Quando usadas em conjunto, essas cartas proporcionam uma análise mais robusta, identificando tanto desvios sutis e acumulativos quanto mudanças mais imediatas. Isso permite uma detecção precoce de problemas e facilita a tomada de decisões corretivas com maior precisão e confiabilidade, garantindo a manutenção da qualidade e a estabilidade do processo ao longo do tempo.

4.5.2. Estimação da Variância via Geoestatística

Uma alternativa para detectar pequenas variações no processo, sem a necessidade de realizar o estudo do semivariograma, é a utilização da estimativa da variância por meio da geoestatística. Esse método é vantajoso porque não exige que as amostras sejam independentes ou não correlacionadas. Durante o cálculo, as possíveis correlações entre as amostras já são consideradas e ajustadas, permitindo uma análise mais flexível e adaptada à realidade dos dados. Há 5 possíveis estimadores de variância, como apresentados na tabela 3, aqui os mesmos serão testados para verificar sua eficácia e escolher o melhor.

Após a construção dos estimadores, o monitoramento da média do processo é feito através do gráfico usual de Shewhart, considerando a estimativa de geoestatística para o desvio padrão do processo ao invés do desvio-padrão amostral S . Com esta correção, a autocorrelação está automaticamente incorporada nos limites de controle.

Primeiramente são feitos os valores da semivariância e das autocorrelações de cada amostra para o cálculo dos estimadores, os mesmos estão presentes na tabela 7 a seguir:

Tabela 7- Valores das semivariâncias e autocorrelações

h	Achocolatado Em pó		Catchup		Refrescos em pó	
	$\gamma(h)$	$\rho(h)$	$\gamma(h)$	$\rho(h)$	$\gamma(h)$	$\rho(h)$
1	1,339744619	0,015826978	1,026919562	0,062904772	0,04668334	-0,144317223
2	1,221032008	0,116329123	0,94783857	0,138157535	0,024837311	0,338167921
3	1,624768265	-0,211230194	1,198551906	-0,031417029	0,053269742	-0,278185952
4	1,361604213	-0,211230194	1,784092522	-0,444379478	0,038697609	0,039109836
5	2,010481986	-0,063264706	1,575687118	-0,223095555	0,054511505	-0,249963009
6	1,626325799	-0,354623483	1,262473103	-0,157893145	0,030112204	0,273843568
7	1,757993092	-0,193884356	1,291520642	-0,128085824	0,058139694	-0,211570571
8	1,232582865	-0,207815724	0,857936299	0,158863555	0,032139324	0,246022514
9	0,554026205	-0,013146728	1,355362438	-0,116131297	0,047410671	-0,147770452
10	0,775218798	0,273844255	0,789403505	0,136690671	0,035723378	0,07568948

Fonte: Elaboração Própria

A partir desses valores foram calculados os valores das variâncias estimadas, conforme apresentado na tabela 8 a seguir:

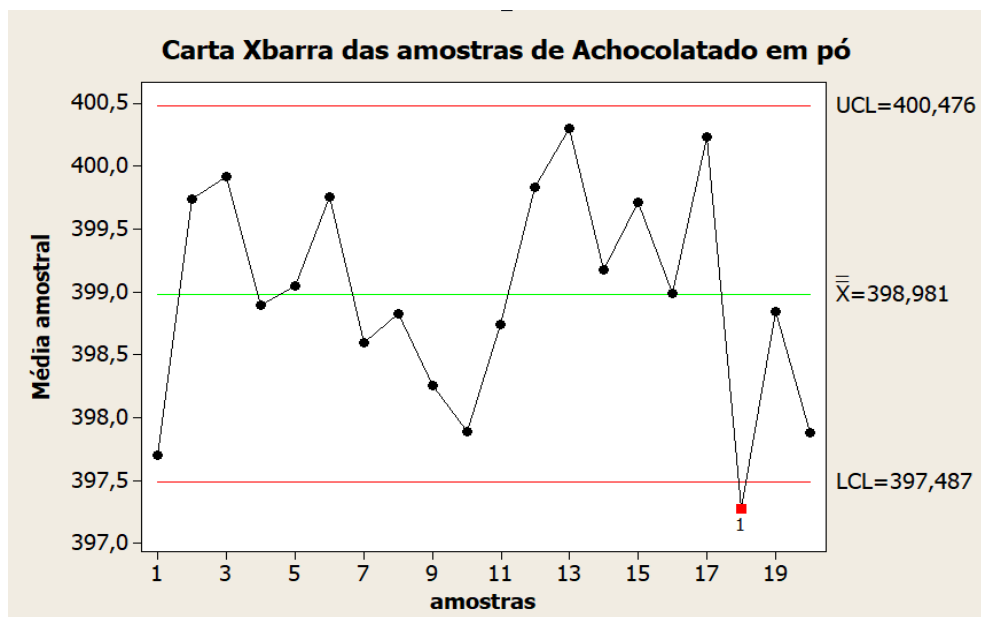
Tabela 8- Valores das variâncias estimadas

	Achocolatado em pó	Catchup	Refrescos em pó
	V1	1,361289721	1,095854009
V2	1,359351794	1,121170436	0,040459413
V3	1,350377785	1,208978567	0,042152478
V4	1,244680164	1,140074107	0,041905346
V5	1,240747023	1,12650562	0,041591991

Fonte: Elaboração Própria

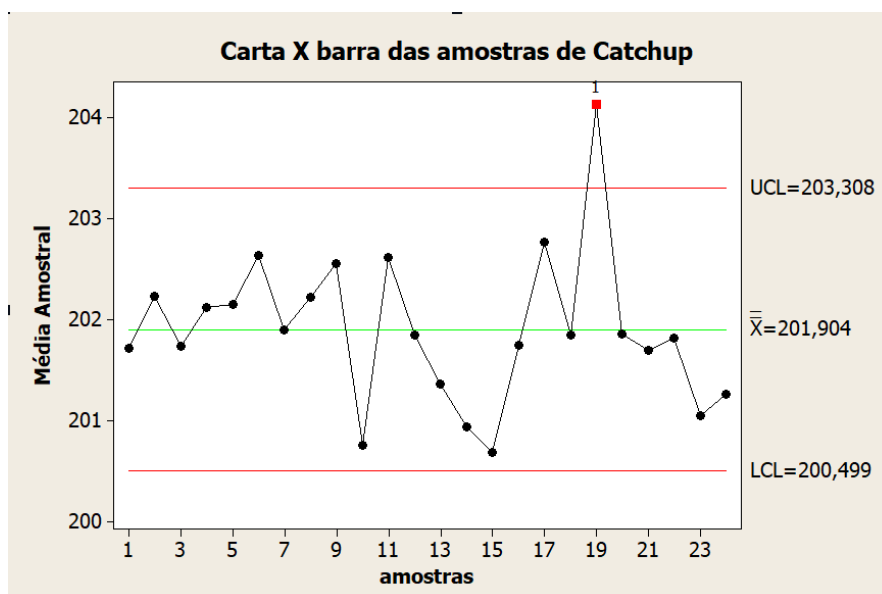
Para mostrar sua eficiência máxima, será utilizado os estimadores mais sensíveis, ou seja, os menores, assim, para o achocolatado será utilizado o V5, para o catchup o V1 e para o refresco o V2.

Figura 34 – Carta \bar{X} para as amostras de Açoalado em pó com estimação da variância



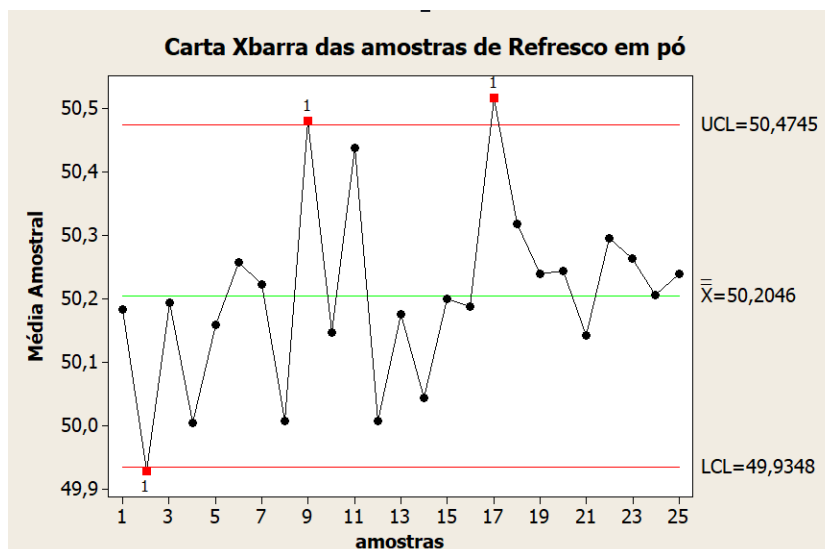
Fonte: Elaboração Própria

Figura 35 – Carta \bar{X} para as amostras de Catchup com estimação da variância



Fonte: Elaboração Própria

Figura 36 – Carta \bar{X} para as amostras de Refresco em pó com estimação da variância



Fonte: Elaboração Própria

Para todas as amostras, observou-se que os limites inferiores e superiores ficaram mais estreitos, conforme desejado. No entanto, foram identificados pontos fora dos limites, evidenciando que a produção não está sob controle. Assim, embora as Figuras 21,22 e 23 inicialmente mostrarem que a amostra estava sob controle, a redução dos limites revelou que as produções apresentam desvios, os quais, a carta tradicional não foi capaz de detectar devido à baixa variabilidade.

Vale ressaltar que, embora as produções não contenham controle para essas variabilidades, elas ainda permanecem dentro dos limites de variabilidade propostos pelo Inmetro. Aqui, adota-se uma abordagem mais cautelosa, com foco na manutenção preventiva das máquinas, a fim de evitar que o processo retorne às condições observadas no início.

4.5.3. Comparação entre os métodos apresentados

As cartas tradicionais (\bar{X} -R), as cartas especiais (CUSUM e MMEP) e as estimativas de variância por meio da geoestatística são ferramentas complementares e poderosas no controle de processos, cada uma com aplicações específicas para garantir eficácia.

No início do estudo da produção, quando a variabilidade é maior, as cartas tradicionais se mostram mais eficazes, sendo ferramentas poderosas para detectar grandes variações. À medida que o processo se estabiliza, a estimação de variância por geoestatística apresenta-se como uma alternativa eficiente, permitindo o uso das cartas tradicionais mesmo em condições de baixa variabilidade, além de corrigir automaticamente a autocorrelação, eliminando a necessidade de verificá-la separadamente.

Por outro lado, as cartas especiais, como CUSUM e MMEP, também são opções relevantes, especialmente em cenários de baixa variabilidade, apesar de nelas ser necessário que as amostras não apresentem autocorrelação, ao contrário da abordagem geoestatística, que resolve essa questão de forma intrínseca.

Aqui, serão comparadas as **cartas \bar{X} -R**, construídas na etapa de correção (figuras 21, 22 e 23), com as **cartas CUSUM e MMEP**, construídas na etapa de monitoramento (figuras 28 a 33), e posteriormente com as cartas tradicionais utilizando a estimação da variância (figuras 34,35,36). Vale ressaltar que ambas as cartas foram criadas a partir das mesmas amostras.

Nas figuras 21, 22 e 23 (as cartas \bar{X} -R), é possível ver que os processos estão estáveis, com uma variação mínima. Isso indica que, nesta etapa de correção, os processos de produção estão sob controle, pois tanto as médias (\bar{X}) quanto as amplitudes (R) encontram-se dentro dos limites aceitáveis.

Agora, ao observar as figuras 16 a 21 (cartas CUSUM e MMEP), que representam a etapa de monitoramento, percebe-se uma sensibilidade maior para captar pequenas mudanças que podem passar despercebidas nas cartas tradicionais, como desvios que podem ser futuros problemas. O exemplo mais notável é o do **Catchup**: nas cartas tradicionais, o processo aparenta estar funcionando adequadamente, sem grandes desvios. Porém, nas cartas CUSUM e MMEP, é visível a necessidade de maior atenção, pois há indícios de que o processo poderá sair de controle em breve. Isso mostra que, embora o controle pareça estar garantido pelas cartas tradicionais, as cartas especiais revelam tendências sutis que podem passar despercebidas, mas que precisam ser corrigidas para evitar problemas futuros.

Por fim, comparando as cartas tradicionais das figuras 21,22 e 23 com as cartas utilizando a estimação da variância, presentes nas figuras 34,35 e 36, é notável a diminuição dos limites de controle, bem como é notável a falta de controle da produção em termos de baixa variabilidade, fatos que não foram possíveis de detectar nas cartas tradicionais.

5. Conclusões

A aplicação da metodologia Seis Sigma teve como objetivo avaliar e melhorar o comportamento da produção, visando a redução de custos e desperdícios.

As análises iniciais revelaram uma variabilidade significativa no peso das amostras, evidenciada pelas cartas de controle \bar{X} e R que mostraram alta variação. Além disso, a análise de capacidade de processos inicial sugeriu que o processo não estava dentro das especificações desejadas e não estava centrado no alvo.

A investigação das causas das variações, utilizando um Diagrama de Pareto, identificou problemas de ajuste de processo e problemas mecânicos como as principais causas, e para um aprofundamento maior no problema de ajuste de processos incorreto foi usado um diagrama de causa e efeito, que apresentou várias possíveis causas.

Após a implementação das correções necessárias, as novas amostras mostraram melhorias significativas. As cartas de controle \bar{X} e R apresentaram menor variação e uma média mais próxima do valor desejado, além de haver uma melhora na análise de capacidade de processos, demonstrando um processo mais capaz e centrado.

Posteriormente, a realização de um semivariograma indicou que o intervalo ideal para a coleta de amostras, a fim de evitar a correlação dos dados, era de 15 minutos para todos os produtos, visando garantir a precisão das novas amostras para os gráficos de monitoramento futuros. Com essas melhorias, o processo tornou-se mais eficiente e consistente, atendendo melhor às especificações desejadas e reduzindo desperdícios.

Com o processo estabilizado, foi possível implementar as cartas especiais CUSUM e MMEP, que permitiram um monitoramento mais sensível a pequenas variações. Apesar do controle obtido, observou-se que algumas tendências ainda precisavam ser monitoradas, especialmente no caso do produto Catchup, para evitar problemas futuros.

Em paralelo a isso, uma outra alternativa para monitoramento em uma escala de baixa variabilidade, foi a estimação da variância via geoestatística. Ao incorporar a estimativa da variância nas cartas, foi visível que, embora os limites de controle das cartas tradicionais sugerissem estabilidade, a variabilidade do processo ainda era mais alta do que o desejado. Esse ajuste na análise permitiu identificar desvios que não foram detectados pelas cartas tradicionais, demonstrando a importância de utilizar técnicas mais sensíveis em contextos de baixa variabilidade para um controle de qualidade mais eficaz e preciso.

Concluindo, todos os objetivos propostos para este trabalho foram cumpridos. Foi possível desenvolver um estudo teórico e prático das técnicas estatísticas de controle de

qualidade, analisando as cartas especiais (CUSUM e MMEP), as tradicionais (\bar{X} -R) e aplicando conceitos geoestatísticos nas mesmas. Além disso, todas essas técnicas foram aplicadas a um conjunto de dados reais, o que permitiu avaliar de forma prática a eficácia de cada uma. Assim, ao atingir todos os objetivos específicos delineados, o trabalho evidencia a importância dessas metodologias no aprimoramento da qualidade, na redução de desperdícios e na otimização dos processos produtivos, fornecendo um modelo robusto e eficaz.

Referências

CELSO, E.; CAMARGO, G. 5-1 5 GEOESTATÍSTICA: FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES. [s.l: s.n.].

Disponível em: https://www.dpi.inpe.br/gilberto/tutoriais/gis_ambiente/5geoest.pdf

CAMARGO, E.C.G. Desenvolvimento, Implementação e teste de Procedimentos Geoestatísticos (Krigagem) no sistema de Processamento de Informações Georeferenciadas (SPRING) 1997. 105 p. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1997.

FLORES, E. F. Ferramentas estatísticas aplicadas à qualidade. [S. l.: s. n.]. 51 p. Minicurso de Estatística da FCT/UNESP, Presidente Prudente, SP, 2020

ISAAKS, EH; SRIVASTAVA, RM Uma Introdução à Geoestatística Aplicada . Nova York: Oxford University Press, 1989.

MINGOTI, A. S.; FIDELIS, T.M. Aplicando a Geoestatística no Controle Estatístico de Processos. Revista Produto & Produção, v.5, n.2, p. 55-70, 2001.

MINGOTI, A. S.; YASSUKAWA, F.R.S. Uma Comparação de Gráficos de Controle para a média de processos correlacionados. Revista Eletronica Sistema de Gestão, 3, (1), p.55-73, 2008.

MONTGOMERY, D.C. Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade. Tradução Ana Maria Lima de Farias, Vera Regina Lima de Farias e Flores; revisão técnica: Luiz da Costa Laurencel. 4. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

OLIVEIRA, B.F.V. Estudo de Cartas Especiais e Geoestatística no controle Estatístico de Processos. 2015, 78 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Júlio Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2015.

WERKEMA, C.. Ferramentas estatísticas básicas para o gerenciamento de processos. Belo Horizonte, MG: Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, 2006. 302 p. (Série Ferramentas da Qualidade).

WERKEMA, C.. Criando a Cultura Seis Sigma. Belo Horizonte, MG, 2002. 264p. Vol I. (Série Seis Sigma).

JURAN, J. M. & GRYNA, F. M. Controle da Qualidade: componentes básicos da função qualidade. São Paulo: Mc Graw Hill/ Makron, 1991. Vol. II

Anexos

Anexo 1- Limites de tolerância classificados pelo Inmetro

Conteúdo Nominal Qn (g/ml/cm ³)	Tolerância	
	Percentual de Qn	g ou ml ou cm ³
0 a 50	9	-
50 a 100	-	4,5
100 a 200	4,5	-
200 a 300	-	9
300 a 500	3	-
500 a 1000	-	15
1000 a 10000	1,5	-
10000 a 15000	-	150
Maior ou igual a 15000	1	-

Fonte: Portaria Inmetro nº248 de 2008

Anexo 2- Dados de uma Produção de Parafusos de 140mm

Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	Amostra 4	Amostra 5
140.8062	142.9929	139.6895	141.1188	140.7848
142.2373	140.803	138.3216	140.634	140.7787
142.0205	140.914	138.8885	140.2601	142.0795
141.9273	140.9769	140.4473	140.5048	138.766
138.6129	142.0085	141.7009	141.3557	141.5886
141.9653	141.4302	140.6074	140.661	141.106
141.8189	142.8229	140.5676	140.7216	141.5284
138.9024	139.9869	142.4542	142.9236	141.4818
140.711	141.1249	140.5889	139.2845	141.0124
142.146	142.0538	139.3271	140.9992	141.053
141.4081	139.0231	141.1265	141.1764	139.2028
141.7082	140.9842	139.4199	140.9926	142.0671
140.5474	139.9063	140.0186	140.8158	143.0933
142.5902	140.5807	139.6824	142.055	142.1751
141.2702	140.4151	140.5668	141.0605	139.5253
142.3573	139.6466	141.9095	142.1249	138.265
140.2126	140.8896	141.0469	142.4059	140.8581
139.8399	139.2946	139.5086	142.6015	140.6456
143.7473	139.7479	142.0374	141.8874	138.6726
141.3368	140.1068	139.0642	138.39	141.2367

Anexo 3- Dados de Achocolatado em pó

Pacotes de chocolate em pó 400gs.						
Amostras	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Horário
1	403	414	412	408	416	14:50
2	410	408	410	408	402	15:05
3	408	412	405	414	410	15:20
4	404	401	401	401	410	15:35
5	401	405	403	408	405	15:50
6	409	401	408	401	401	16:05
7	402	404	410	404	400	16:20
8	401	403	412	405	406	16:35
9	402	408	410	407	404	16:50
10	407	409	410	397	406	17:05
11	405	409	406	410	419	17:20
12	404	411	412	410	411	17:35
13	407	409	411	404	410	17:50
14	405	408	406	409	409	18:05
15	408	401	406	400	413	18:20
16	410	405	408	413	408	18:35
17	410	398	405	403	409	18:50
18	412	409	413	405	408	19:05
19	412	409	410	410	409	19:20
20	408	411	403	397	404	19:35
21	398	408	414	402	401	19:50
22	401	412	409	416	409	20:05
23	407	401	402	397	401	20:20
24	411	406	413	408	401	20:35
25	404	407	408	407	410	20:50
26	409	410	406	408	410	21:05
27	400	402	404	409	399	21:20
28	398	403	398	407	400	21:35
29	411	402	401	406	409	21:50

Anexo 4 – Amostras de Catchup de 200g

Produto	Pacotes de Catchup de 200g					Horário
	X1	X2	X3	X4	X5	
1	210.8386	202.9991	203.8093	208.8024	207.6556	13:30
2	212.0849	203.6946	198.612	212.2881	211.2161	13:45
3	207.2892	205.1686	210.204	207.389	203.508	14:00
4	208.3802	211.8288	200.7104	212.5404	211.155	14:15
5	210.4288	203.3538	205.2571	210.5761	207.0445	14:30
6	203.5042	204.621	212.3813	195.5815	200.8974	14:45
7	206.2869	212.082	207.2955	208.8247	199.8041	15:00

8	209.2557	208.3979	209.8291	211.9049	205.5747	15:15
9	205.9085	206.4259	209.2093	206.3281	210.7222	15:30
10	205.9013	212.6761	205.6401	209.2461	209.4084	15:45
11	206.3707	202.6777	202.2153	197.9008	208.4621	16:00
12	200.8623	209.1165	203.8767	206.4434	208.9085	16:15
13	209.4733	210.9745	205.2079	203.5844	212.1572	16:30
14	209.1516	202.2412	203.5431	212.0404	206.6315	16:45
15	206.2476	205.6708	200.059	208.5932	214.626	17:00
16	206.9899	212.6968	204.81	203.5427	209.5536	17:15
17	208.7357	202.5519	209.5954	194.7631	201.7297	17:30
18	211.9782	216.7112	209.6889	213.0879	208.628	17:45
19	217.1719	200.7405	210.7344	195.3124	207.9146	18:00
20	204.5181	206.5805	205.0564	207.2733	203.5641	18:15
21	199.371	208.3462	206.4543	205.5957	214.6912	18:30
22	203.2618	206.9975	211.1456	210.6002	205.8334	18:45
23	204.4973	208.9931	208.974	215.9765	205.2198	19:00
24	211.4863	211.6572	208.3138	210.3223	202.9791	19:15

Anexo 5 – Amostras de Refresco em pó de 50g

Amostras de Refresco em pó de 50g						
Amostra	X1	X2	X3	X4	X5	Horário
1	51.1	51.2	50.8	51.3	51	14:00
2	51	51.4	51.3	51.6	50.9	14:15
3	50.9	50.9	50.3	50.5	50.6	14:30
4	52.2	52	52	52.1	52	14:45
5	52.3	52.2	52	52.4	52.2	15:00
6	52.5	52.4	51.4	51.6	52	15:15
7	51.9	51.4	52.2	51.3	52.2	15:30
8	52.1	51.9	51.8	52.3	52.2	15:45
9	52.4	52.6	52	52.1	52.2	16:00
10	51.8	52.1	52.1	51.7	51.8	16:15
11	52.1	51.8	51.8	52	52.1	16:30
12	51.6	51.8	52.2	51.3	51.3	16:45
13	51.7	50.9	51.2	52	51.4	17:00
14	51.2	51.4	51.2	51.5	51.5	17:15
15	51.6	51.1	51.6	51.8	51.9	17:30
16	51.6	51.1	51.8	51.9	51.5	17:45
17	52	52.2	51.1	51.7	51.9	18:00
18	51.5	51.1	51.4	52	52.1	18:15
19	51.5	51.8	51.5	52	51.5	18:30
20	51.5	51.1	51.5	51.7	52.1	18:45
21	51.6	51.1	51.8	51.3	51	19:00

Anexo 6- Amostras corrigidas de Achocolatado em pó

Pacotes de chocolate em pó 400gs.						
Amostras	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Horário
1	395.7213	398.3054	397.9325	396.9493	399.6015	18:45
2	401.1513	399.9978	398.8041	399.3098	399.412	19:00
3	403.1914	403.0595	396.8121	398.4014	398.1388	19:15
4	399.0645	399.5227	399.1379	399.7025	397.0404	19:30
5	397.1617	397.9845	399.0475	400.0856	400.9627	19:45
6	397.9041	402.7374	400.5834	401.9263	395.6492	20:00
7	400.8617	398.7845	398.793	398.0174	396.5446	20:15
8	395.4164	401.3979	399.7579	397.1661	400.4016	20:30
9	398.9285	399.5523	395.8519	398.1077	398.8501	20:45
10	398.0261	397.9194	398.7804	398.0681	396.6457	21:00
11	400.3762	398.4922	397.4564	397.6766	399.6929	21:15
12	397.2928	402.8627	397.307	398.9161	402.7888	21:30
13	401.2162	402.2488	399.3947	399.611	399.0242	21:45
14	398.674	400.8346	400.1252	398.0068	398.2431	22:00
15	399.266	400.1394	401.4013	397.3073	400.4512	22:15
16	400.6276	398.3466	399.2101	399.915	396.854	22:30
17	400.4237	401.4406	398.8898	400.1027	400.3233	22:45
18	395.7012	397.1492	397.1999	401.2584	395.0954	23:00
19	397.2698	401.7204	399.3632	400.5654	395.2901	23:15
20	397.1505	398.8782	400.5956	398.1549	394.6483	23:30

Anexo 7 – Amostras corrigidas de Catchup 200g

Amostras de Catchup de 200g						
Amostras	X1	X2	X3	X4	X5	Horário
1	202.5149	200.6749	199.9344	202.285	203.1997	08:00
2	202.2865	201.7271	202.9509	203.8008	200.4269	08:15
3	204.6176	200.3675	204.011	198.3179	201.353	08:30
4	199.3915	203.9804	203.2893	200.0953	203.8602	08:45
5	204.9889	201.8739	202.7257	199.771	201.378	09:00
6	199.8029	204.2236	204.6168	201.3408	203.2123	09:15
7	198.9039	203.5658	199.3207	205.5735	202.1205	09:30
8	201.1781	202.8914	204.5614	200.417	202.0924	09:45
9	198.9078	201.5812	203.5109	205.3103	203.4943	10:00
10	201.8439	202.4985	200.1586	201.3106	197.9718	10:15
11	200.6443	202.8632	202.2727	203.1468	204.1407	10:30
12	202.3093	200.6339	203.4841	201.0654	201.7392	10:45
13	200.4351	198.5501	206.0709	203.0278	198.7208	11:00
14	202.1176	200.9826	200.9096	199.8088	200.9002	11:15
15	201.0852	200.218	201.8695	198.526	201.7535	11:30
16	199.5957	205.1258	199.5162	205.1392	199.3435	11:45

17	203.9282	201.6867	202.9119	204.3939	200.9436	12:00
18	202.7564	204.0345	201.0322	198.7453	202.6639	12:15
19	203.3927	202.4546	206.4648	201.9161	206.4678	12:30
20	201.3911	202.5067	199.1455	203.1914	203.0367	12:45
21	203.1298	201.2139	199.4598	203.5047	201.1729	13:00
22	202.0422	200.2693	201.0628	202.7729	202.9226	13:15
23	201.9118	202.6267	201.8881	196.3063	202.5354	13:30
24	199.706	204.0684	201.8795	199.5783	201.0864	13:45

Anexo 8 – Amostras corrigidas de Refresco em pó de 50g

Amostras de Refresco em pó de 50g						
Amostra	X1	X2	X3	X4	X5	Horário
1	49.80468	50.13669	50.50249	50.0007	50.47156	09:10
2	50.41897	50.12164	49.75079	49.67406	49.67907	09:25
3	50.77885	49.91072	49.87282	50.29939	50.11081	09:40
4	50.06757	49.97036	50.03816	50.29875	49.65129	09:55
5	49.74043	50.1709	50.382	50.03633	50.46453	10:10
6	50.60363	50.44174	50.1407	50.05493	50.05241	10:25
7	50.17569	50.40775	50.3873	50.09965	50.04667	10:40
8	50.48391	49.78764	49.81637	49.84702	50.10689	10:55
9	50.67023	50.50578	50.24296	50.79745	50.18935	11:10
10	50.15714	50.0944	50.51156	50.15965	49.81191	11:25
11	50.08375	51.02904	50.52592	50.32085	50.23537	11:40
12	49.77085	50.3004	49.80486	49.93186	50.23513	11:55
13	50.50369	49.51469	50.56346	50.37065	49.93029	12:10
14	50.54808	50.26739	49.85115	49.49747	50.05865	12:25
15	50.325	50.11692	50.39628	50.36318	49.79826	12:40
16	50.35216	50.12706	50.24396	49.91882	50.29894	12:55
17	50.44109	50.29451	50.49072	50.80909	50.54878	13:10
18	50.62853	50.49012	49.83195	50.46283	50.17803	13:25
19	50.22137	50.1766	50.27885	50.35238	50.17103	13:40
20	50.4703	50.34582	49.96925	50.3532	50.08067	13:55
21	50.22562	50.04488	50.29863	50.10687	50.03954	14:10
22	49.88368	50.68395	50.45374	50.25283	50.20686	14:25
23	49.83192	50.72948	50.12268	50.52798	50.11145	14:40
24	50.15548	50.32108	49.96904	50.29023	50.29714	14:55
25	50.73122	50.04535	50.09033	50.23102	50.10147	15:10

Anexo 9 – Amostras simuladas para a construção de exemplo da CUSUM e MMEP

Amostras Simuladas	X1
1	148.0003
2	149.9587

3	151.3704
4	149.5771
5	151.1317
6	149.8737
7	151.9064
8	146.7518
9	149.3512
10	147.6876
11	150.751
12	149.756
13	149.2982
14	149.8921
15	150.3311
16	151.7746
17	152.1809
18	152.9822
19	150.2566
20	152.7457

Anexo 10- Constantes para a construção dos gráficos de controle para variáveis

APÊNDICE VI Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis

Observações na Amostra, n	Gráfico para Médias			Gráficos para Desvios Padrão						Gráficos para Amplitudes							
	Fatores para Limites de Controle			Fatores para Linha Central		Fatores para Limites de Controle				Fatores para Linha Central		Fatores para Limites de Controle					
	A	A ₂	A ₃	c ₄	1/c ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	d ₂	1/d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575	
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924	
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864	
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816	
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744	
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717	
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693	
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672	
15	0.775	0.224	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653	
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637	
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622	
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608	
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597	
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585	
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575	
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548	
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541	

Para n > 25.

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$