

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

AUGUSTO PARAVISI

**ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO COM VARIAÇÃO DE DIMENSÕES
UTILIZANDO O SOLVER DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO
PERIDINÂMICO.**

Ilha Solteira

2024



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO COM VARIAÇÃO DE DIMENSÕES UTILIZANDO O SOLVER DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO PERIDINÂMICO.

Augusto Paravisi

***Orientador:** Prof. Dr. Marcio
Antônio Bazani*

Trabalho de Graduação
apresentado à Faculdade de
Engenharia – FE/UNESP – Câmpus
de Ilha Solteira, para cumprimento
de requisito para obtenção do Grau
de Engenheiro Mecânico

Ilha Solteira – SP

Maio/2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Paravisi, Augusto.

P224a Análise de uma placa de vidro com variação de dimensões utilizando o Solver dynamic/explicit do método peridinâmico / Augusto Paravisi. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024

49 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024

Orientador: Marcio Antonio Bazani

Inclui bibliografia

1. Peridinâmica. 2. Prognóstico. 3. Propagação de trincas. 4. Manutenção preditiva. 5. Implementação numérica. 6. Matlab.

Elaborado por Raiane da Silva Santos - CRB - 8/9999

ATA DE DEFESA

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA
FILHO” FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA
SOLTEIRA****CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TÍTULO: ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO COM VARIAÇÃO DE
DIMENSÕES UTILIZANDO O SOLVER DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO
PERIDINÂMICO.**

ALUNO: Augusto Paravisi RA: 161050344

Orientador: Prof. Dr. Marcio Antônio Bazani

Aprovado (X) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 7

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 29/05/2024 11:18:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcio Antônio Bazani

Presidente (Orientador)

Documento assinado digitalmente
 **EDUARDO PRETO**
Data: 29/05/2024 13:14:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Me. Eduardo Preto

Documento assinado digitalmente
 **LUCAS SIMON ARAUJO**
Data: 29/05/2024 14:54:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Me. Lucas Simon Araujo

Documento assinado digitalmente
 **AUGUSTO PARAVISI**
Data: 28/05/2024 18:38:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 28 de Maio de 2024.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a minha família, meu pai e minha mãe pelo apoio incondicional em todas as fases da minha vida e a todos que de alguma forma me ajudaram durante a minha graduação.

Aos professores da Unesp de Ilha Solteira que participaram da minha graduação em Engenharia Mecânica e em especial ao Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani pela paciência, apoio e disponibilidade para ajudar no que fosse possível durante a realização deste trabalho.

A todos os bons amigos e colegas que fiz durante o período que residi na cidade de Ilha Solteira.

"O sucesso é a soma de pequenos esforços repetidos dia após dia."

Robert Collier

RESUMO

Este trabalho analisa o método Peridinâmico como uma possível ferramenta de diagnóstico dentro da indústria, principalmente no intuito de manutenção preditiva de máquinas e peças. Inicialmente o trabalho aborda os tipos de manutenção existentes na indústria e as ferramentas de auxílio disponíveis para cada uma delas, seguido pelos objetivos deste trabalho desenvolvido. Em sequência, discorre-se sobre a teoria peridinâmica e seus princípios básicos, analisando pontos como o horizonte, sua abordagem não-local, energia crítica de fratura e inclusão de dano para propagação e ramificação de trincas. Na metodologia se encontra uma explicação do funcionamento do programa base utilizado para as simulações, por meio do software MATLAB. Os resultados são gerados em forma de gráficos ilustrando as deformações obtidas na peça de ensaio, sendo estes discutidos de forma qualitativa para determinar a capacidade da ferramenta para prognósticos. Finalizando, há uma conclusão discorrendo sobre os resultados obtidos, as dificuldades encontradas e atestando a eficácia do método peridinâmico como potencial ferramenta de prognóstico na manutenção preditiva.

Palavras-chave: peridinâmica; prognóstico; propagação de trincas; manutenção preditiva; implementação numérica; MATLAB.

ABSTRACT

This work analyzes the Peridynamic method as a potential diagnostic tool within the industry, mainly aimed at predictive maintenance of machines and parts. Initially, the paper discusses the types of maintenance existing in the industry and the available support tools for each of them, followed by the objectives of this developed work. Subsequently, the Peridynamic theory and its basic principles are discussed, analyzing points such as horizon, its non-local approach, critical fracture energy, and damage inclusion for crack propagation and branching. The methodology includes an explanation of the functioning of the base program used for the simulations, through MATLAB software. The results are generated in the form of graphs illustrating the deformations obtained in the test piece, which are discussed qualitatively to determine the tool's capacity for prognostics. Finally, there is a conclusion discussing the obtained results, the encountered difficulties, and attesting to the effectiveness of the Peridynamic method as a potential prognostic tool in predictive maintenance.

Keywords: peridynamics; prognosis; crack propagation; predictive maintenance; numerical implementation; MATLAB.

SUMARIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.2 Objetivos	11
2. FUNDAMENTOS TEORICOS	12
2.1 Base da Teoria Peridinâmica	12
2.2 Peridinâmica no Modelo <i>Bond-Based</i>	14
2.3 Danos na Peridinâmica	16
2.4 Modelo PMB Modificado (PMB DTT)	18
3. METODOLOGIA	20
3.1 Modelagem Numérica	20
3.2 Implementação Numérica	23
3.3 Solvers – <i>Quasi-Static & Dynamic-Explicit</i>	26
3.3.1 Solucionador Quase Estático com Tempo Implícito	26
3.3.2 Solucionador Dinâmico Explícito	27
3.4 Condições de Contorno	28
3.4.1 Restrição de Deslocamento	28
3.4.2 Restrição de Velocidade	28
3.4.3 Carregamento Externo	29
3.5 Balanço de Energia	30
3.6 Modelos Constitutivos	31
3.6.1 <i>Prototype Micro Brittle</i>	31
3.6.2 Modified PMB (PMB DTT)	31
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	32
4.1 Contextualização	33
4.2 Simulação	34
4.2.1 Simulação 1 – Placa com dimensões 1000mm x 150mm	34
4.2.2 Simulação 2 – Placa com dimensões 2000mm x 300mm	39
5. CONCLUSÃO	44

1. INTRODUÇÃO

A manutenção preventiva dentro da indústria tem como principal função monitorar o funcionamento de equipamentos, visando reduzir ou impedir falhas que possam acarretar danos materiais ou paradas na linha de produção.

Em equipamentos, danos que ocorrem de maneira imprevista, desencadeados geralmente por falta de ações ou atividades de manutenção, podem gerar como consequência quebras inesperadas, paradas bruscas, perda de tempo na produção, prejuízos financeiros e até acidentes com perdas humanas. Nesse contexto, a manutenção necessária para evitar os problemas citados pode ser entendida como um conjunto de ações. Algumas destas ações são reparos, ajustes, desmontagens, testes, alinhamentos, inspeções, lubrificação, calibração, rotinas preventivas programadas e adequadas, dentre outras (Gonçalves e Bazani, 2017).

Na literatura encontramos algumas divisões da manutenção. A mais utilizada é a divisão em dois tipos: a Manutenção Preventiva e a Manutenção Corretiva. A primeira tem como propósito evitar a falha ao máximo, através de informações do equipamento ou pelo monitoramento deste (utilizando de captadores ou fazendo medidas de desgaste). A segunda consiste em efetuar reparos e melhorias após a falha do equipamento, sendo essa uma medida curativa (Gonçalves e Bazani, 2017).

Dentro da Manutenção Preventiva existem duas subclasses: A Manutenção Preventiva Sistemática e a Manutenção Preventiva Preditiva. A primeira é baseada no tempo, são utilizados critérios estatísticos (independentemente de o equipamento precisar ou não), esta é mais utilizada, devido sua simplicidade e custos envolvidos. A segunda é baseada na condição, esta é mais complexa e exige além de conhecimento técnico, instrumentação específica para coleta e análise de dados (Gonçalves e Bazani, 2017).

Uma ferramenta recente vai ganhando espaço e se destacando para auxiliar no campo da Manutenção Preditiva. Trata-se da Peridinâmica. Através dela torna-se possível informar o desenvolvimento de trincas desde os estágios iniciais até a completa inutilização de um elemento de máquina ou de um equipamento. O método, que foi apresentado inicialmente por Stewart Silling (Silling, 2000) com expectativas de suprir as limitações do FEM (Método dos Elementos Finitos) em lidar com nucleação e propagação de trincas em elementos, baseia-se em uma reformulação não-local da Mecânica do Contínuo e deixa de lado o pressuposto ou hipótese de que um corpo continua contínuo após se deformar (Silling, 2000).

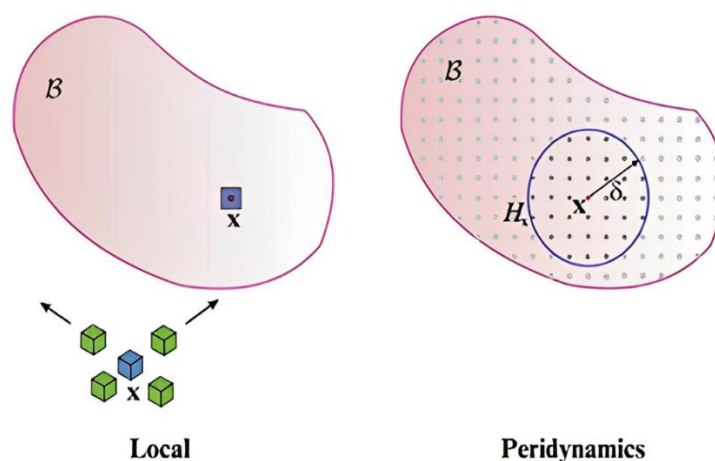
Na teoria da Mecânica Clássica do Contínuo, a estrutura básica matemática da formulação cai sempre que uma descontinuidade aparece em um corpo, pelo fato da teoria clássica ser formulada usando equações diferenciais parciais espaciais, e essas derivadas espaciais são indefinidas nas descontinuidades. Dessa forma tornando-as limitadas pois perdem a definição na presença de descontinuidades como trincas. (Madenci; Oterkus, 2014).

A teoria não-local da continuidade estabelece a conexão entre mecânica clássica do contínuo e dinâmica molecular. No caso do modelo contínuo local, o estado do ponto material é influenciado por pontos materiais localizados na proximidade imediata. No caso do modelo contínuo não-local, o estado do ponto material é influenciado por pontos materiais localizados dentro de uma região de raio finito. À medida que o raio se torna infinitamente grande, a teoria não local se torna a versão contínua do modelo dinâmico molecular. Portanto, a teoria não-local da continuidade estabelece uma conexão entre a mecânica clássica do contínuo e modelos dinâmicos moleculares (Madenci; Oterkus, 2014).

A Figura 1 apresenta uma representação prática da diferença entre modelos contínuos locais e não-locais. Nesta figura, no domínio à esquerda com a abordagem local, é possível observar que só são levadas em consideração as interações do ponto “ x ” com os pontos que ele tem contato direto, ao seu redor. Já no domínio da esquerda, com a abordagem não-local

da PD, é possível observar que são levadas em consideração todas as interações do mesmo ponto “x” com todos os pontos contidos dentro de uma “vizinhança” delimitada por um raio δ .

Figura 1 – Relação entre modelos contínuo local e não-local



Fonte: (MADENCI; OTERKUS, 2014).

A teoria Peridinâmica emprega deslocamentos em vez de derivadas de deslocamentos em sua formulação. Basicamente, é a reformulação das equações do movimento na mecânica dos sólidos que é melhor aplicada para modelar corpos com descontinuidades como trincas. A teoria usa equações integrais espaciais que podem ser aplicadas descontinuidades. As equações peridinâmicas governantes são definidas nas superfícies de fratura, além disso, dano material é parte das leis constitutivas peridinâmicas. Esses atributos permitem que inicialização de fratura e propagação sejam modeladas com caminhos aleatórios (Madenci; Oterkus, 2014).

Sendo assim, implementações numéricas com base em PD se tornam opções interessantes e eficientes em diagnosticar problemas na indústria, dentro da área da manutenção preditiva, mostrando ser um método promissor para descrever a iniciação, o crescimento e a propagação de trincas em aplicações relacionadas a fraturas de materiais.

1.1 OBJETIVOS

Esse trabalho tem como objetivo analisar o método peridinâmico como potencial ferramenta da manutenção preditiva, mais especificamente por meio de implementações numéricas em software. Nessa análise serão abordados os principais fundamentos da teoria peridinâmica e suas aplicações em ferramentas computacionais, neste caso em MATLAB.

O objetivo secundário será a implementação numérica do modelo constitutivo PMB DTT (*Modified Prototype Micro Brittle*) usado para as simulações e a comparação entre os resultados obtidos em diferentes dimensões de placas.

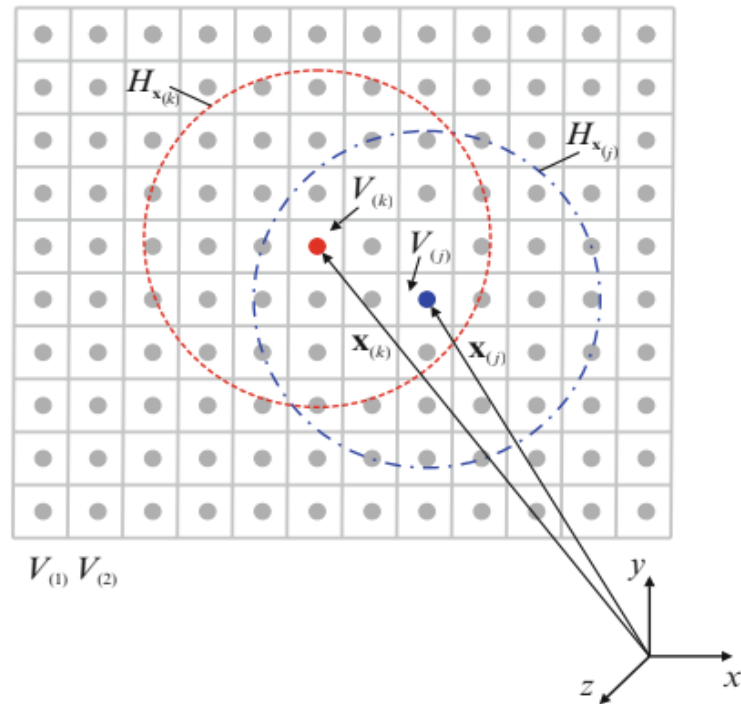
2. FUNDAMENTOS TEORICOS

2.1 BASE DA TEORIA PERIDINAMICA

Em qualquer instante de tempo, cada ponto no material denota a localização de uma partícula de material, e esses infinitos pontos de material (partículas) constituem o contínuo. Em um estado não deformado do corpo, cada ponto de material é identificado por suas coordenadas, $\mathbf{x}(\mathbf{k})$, com $(\mathbf{k} = 1, 2, \dots, 1)$, e está associado a um volume incremental, $V(\mathbf{k})$, e a uma densidade de massa de $\rho(\mathbf{x}(\mathbf{k}))$. Cada ponto de material pode ser submetido a cargas corporais prescritas, deslocamento ou velocidade, resultando em movimento e deformação. Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas, o ponto de material $\mathbf{x}(\mathbf{k})$ experimenta deslocamento, $\mathbf{u}(\mathbf{k})$, e sua localização é descrita pelo vetor posição $\mathbf{y}(\mathbf{k})$ no estado deformado. Os vetores de deslocamento e carga corporal no ponto de material $\mathbf{x}(\mathbf{k})$ são representados por $(\mathbf{u}(\mathbf{k})(\mathbf{x}(\mathbf{k}), t))$ e $(\mathbf{b}(\mathbf{k})(\mathbf{x}(\mathbf{k}), t))$, respectivamente. O movimento de um ponto de material está em conformidade com a descrição Lagrangeana (Madenci; Oterkus, 2014).

Na teoria peridinâmica proposta por Silling (2000), a análise do movimento de um corpo ocorre considerando as interações entre os pontos materiais dentro desse corpo. Cada ponto material, representado por $\mathbf{x}(\mathbf{k})$, interage com outros pontos materiais, denotados por $\mathbf{x}(\mathbf{j})$, onde $(\mathbf{j}=1, 2, \dots, \infty)$. Embora haja uma possibilidade infinita de interações entre o ponto material em $\mathbf{x}(\mathbf{k})$ e os demais pontos materiais, presume-se que a influência desses pontos além de um certo limite, chamado vizinhança ou família $H_{\mathbf{x}}(\mathbf{k})$, seja insignificante. De forma similar, cada ponto material $\mathbf{x}(\mathbf{j})$ interage com os pontos materiais dentro de sua própria família $H_{\mathbf{x}}(\mathbf{j})$, delimitada pelo seu horizonte (Madenci; Oterkus, 2014).

Figura 2 - "Pontos materiais infinitos e interação de pontos em $\mathbf{x}(k)$ e $\mathbf{x}(j)$."



Fonte: (MADENCI; OTERKUS, 2014)

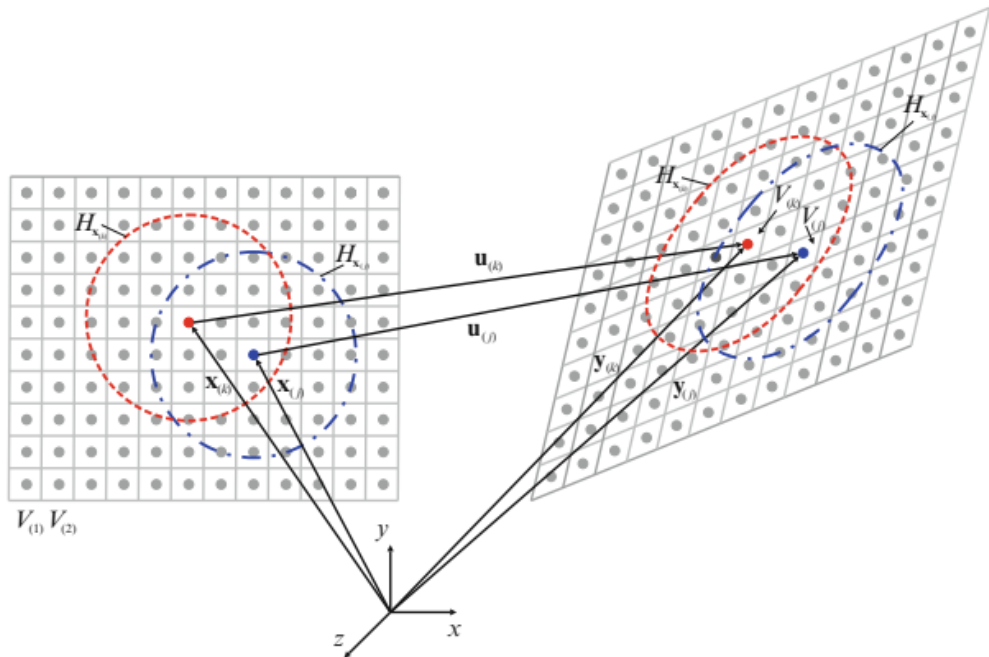
Em outras palavras, a teoria PD está preocupada com a física de um corpo material em um ponto que interage com todos os pontos dentro de sua distância, como mostrado na Figura 2. A distância do ponto material $\mathbf{x}(k)$ é definida por δ , referida como "horizonte". Além disso, os pontos materiais dentro de uma distância δ de $\mathbf{x}(k)$ são chamados de família de $\mathbf{x}(k)$, $H_{\mathbf{x}(k)}$. A interação dos pontos materiais é prescrita por meio de um micropotencial que depende das propriedades de deformação e constitutivas do material. A localidade das interações depende do horizonte, e as interações se tornam mais locais com a diminuição do horizonte (Madenci; Oterkus, 2014).

O deslocamento relativo entre dois pontos pode ser definido como:

$$\eta(k)(j) = u(j) - u(k) \quad (1)$$

O ponto material $\mathbf{x}(k)$ interage com sua família de pontos materiais, $H_{\mathbf{x}(k)}$, e é influenciado pela deformação coletiva desses pontos materiais. Similarmente, o ponto material $\mathbf{x}(j)$ é influenciado pela deformação dos pontos materiais de sua vizinhança $H_{\mathbf{x}(j)}$. No corpo deformado, o ponto material $\mathbf{x}(k)$ e $\mathbf{x}(j)$ sofrem deslocamentos, $\mathbf{u}(k)$ e $\mathbf{u}(j)$, respectivamente, como mostrado na Figura 3. O vetor de posição inicial relativa $(\mathbf{x}(j) - \mathbf{x}(k))$ anterior a deformação se torna $(\mathbf{y}(j) - \mathbf{y}(k))$ após a deformação (Madenci; Oterkus, 2014).

Figura 3 - Cinemática dos pontos materiais PD após deformação



Fonte: (MADENCI; OTERKUS, 2014)

O estiramento ou alongamento entre os pontos materiais pode ser definido da seguinte forma:

$$S(k)(j) = \frac{(|y_j - y_k| - |x_j - x_k|)}{|x_j - x_k|} \quad (2)$$

Unindo as equações (1) e (2) temos:

$$S(k)(j) = \frac{|\xi_{(k)(j)} + \eta_{(k)(j)}| - |\xi_{(k)(j)}|}{|\xi_{(k)(j)}|} \quad (3)$$

Assume-se que dentro da vizinhança $H_x(k)$ a interação dos pontos materiais segue a Segunda Lei de Newton, dessa forma a equação de movimento para a peridinâmica pode ser escrita como:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_{H_x} f(\eta, \xi) dVx + b(x, t) \quad (4)$$

Sendo ρ a densidade no ponto x , $\ddot{u}$ é a aceleração do ponto material, $f(\eta, \xi)$ é a função força interna por unidade de volume que age na ligação de dois pontos materiais. É possível notar que a Equação 4 é uma equação integral diferencial, em que o diferencial está no termo de inércia, sendo uma derivada temporal (Patriota, 2018).

2.2 PERIDINÂMICA NO MODELO *BOND-BASED*

Tendo em vista a proposta de implementar o modelo PMB (*prototype-micro-brittle*) no objeto em estudo, torna-se necessário entender a peridinâmica no modelo bond-based. Esse modelo tem como base que a interação entre dois pontos materiais depende unicamente das quantidades avaliadas nestes pontos, sendo assim, a força entre dois pontos x e x' é uma função de campo de deslocamento nesses pontos somente. Desde que esses pontos formem uma ligação (um vetor que liga esses pontos), o modelo depende somente dessa ligação e, portanto, esse ramo da peridinâmica é conhecido por bond-based (Madenci; Oterkus, 2014).

A função de interação neste modelo é chamada de força par, sendo dada por:

$$f(x, x', u) \equiv f(\xi, \eta) = f(\xi)e\langle \xi + \eta \rangle \quad (5)$$

onde

$$e\langle \xi + \eta \rangle = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \quad (6)$$

é o vetor unitário na direção da ligação deformada. A função força par c derivada de uma função micro-elástica potencial $\omega(\xi, \eta)$ como:

$$f(\xi, \eta) = \frac{d\omega}{d\eta}(\xi, \eta) \quad (7)$$

Esta função pode ser entendida como a densidade de energia de deformação de uma ligação entre dois pontos. A energia micro-elástica é definida como a soma da metade de todas as ligações micro potenciais, de tal forma:

$$W(x) = \int_{Hx} \omega(\xi, \eta) dV_{\xi} \quad (8)$$

Especificamente no modelo PMB, o vetor $\mathbf{f}$ é determinado por:

$$f(\xi) = C(\xi)S(\xi) \quad (9)$$

Onde C é uma constante de ligação ou micromódulo de elasticidade (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017). Originalmente no modelo PMB o micromódulo é constante e para determiná-lo é assumido que a clássica energia de deformação é igual a energia de deformação peridinâmica, para uma deformação homogênea. Portanto é possível relacionar o micromódulo com as clássicas constantes elásticas, que em 2D seria:

$$C = \frac{12E}{\pi t \delta^3 (1+\nu)} \quad (10)$$

Onde E é o módulo de Young, ν é o coeficiente de Poisson e t é a espessura da placa. Para caso 2D o coeficiente de Poisson possui o valor de 1/3. O módulo de Young e coeficiente de Poisson são características próprias de cada material (Patriota, 2018).

Dessa forma a densidade de energia de deformação no modelo PMB é escrita como:

$$W_{PMB}(x) = \frac{1}{4} \int_{Hx} C(\xi) S(\xi)^2 |\xi| dV_{\xi} \quad (11)$$

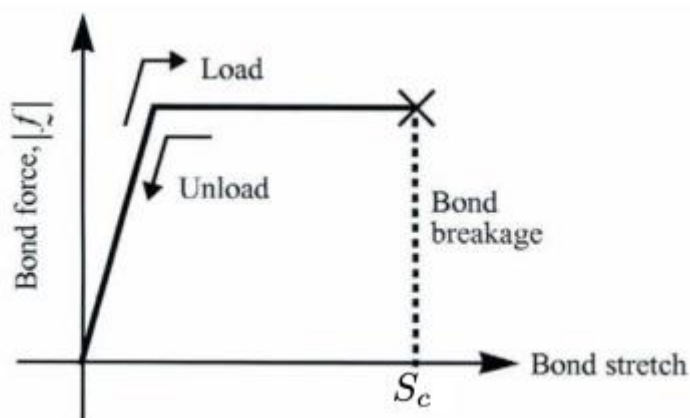
2.3 DANOS NA PERIDINAMICA

Inicialmente introduzido por Silling (2000), o dano em materiais sólidos na peridinâmica foi analisado como um modelo bond-based onde a força escalar para baixos alongamentos relativos se comporta linearmente, e

à medida que o alongamento aumenta, a resposta é constante até que ocorra a falha da ligação, assim, possuindo um comportamento quase plástico (Patriota, 2018).

Neste modelo, não há histerese: os caminhos de esforço e descarregamento são os mesmos. O estado crítico de alongação relativa, S_c , está então relacionado aos valores experimentais da tenacidade à fratura. Essa relação é obtida considerando que a energia necessária para romper todas as ligações que atravessam uma superfície é a energia superficial para a fratura de um material frágil. A figura 4 exemplifica essa proposição.

Figura 4 - Estado de força escalar micro-elástico frágil vs. estiramento de ligação.

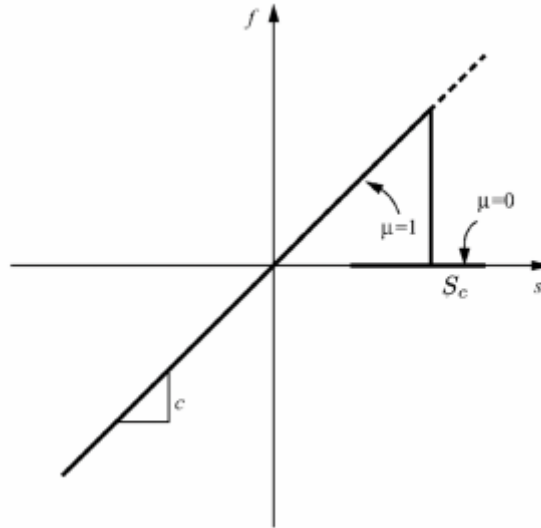


Fonte: (Patriota,2018)

Na Peridinâmica, falha ou dano ocorrem quando são anuladas as interações ou micropotenciais entre os pares de pontos materiais inseridos em um horizonte (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017). Se o deslocamento ou estiramento, S , for maior que um valor crítico, S_c , os pares de força de contato desaparecem, os pontos materiais não interagem mais entre si, a trinca se formou (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

Uma ilustração de um gráfico da força de ligação f versus o estiramento da ligação S para este modelo é mostrada na Figura 5, onde μ é o fator de dano, C é o micromódulo e S_c é o alongamento crítico.

Figura 5 - Força de ligação como função do estiramento da ligação para o modelo PMB com dano.



Fonte: (Patriota,2018)

Pode se redefinir a força escalar PMB para contabilizar ligações partidas:

$$f(\xi) = \begin{cases} u(S(\xi))C(\xi)S(\xi), & \text{se } -1 < S(\xi) < S_c \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (12)$$

O fator de dano u é definido por:

$$u(x) = \begin{cases} 1, & x < S_c \\ 0, & x \geq S_c \end{cases} \quad (13)$$

O valor de S_c pode ser determinado por meio da relação abaixo:

$$S_c = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (14)$$

Onde G_0 é a energia crítica de fratura do material.

2.4 MODELO PMB MODIFICADO (PMB DTT)

Alguns anos atras, DU; TAO; TIAN (2018) propuseram uma versão modificada do modelo **PMB**, onde consideraram que tanto a função de força de interação quanto o fator de dano são contínuos. Esse modelo foi chamado de **PMB DTT**. Para essa finalidade eles introduziram os parâmetros S_0^- , S_1^- , S_0^+ e S_1^+ , satisfazendo as desigualdades abaixo.

$$-1 < S_1^- < S_0^- < 0 \leq S_0^+ < S_1^+ < \infty$$

A função das forças internas é dada por:

$$f = C\mu(S)F(S) \quad (15)$$

Onde:

$$F(x) = \begin{cases} S_0^- \frac{x-S_1^-}{S_0^- - S_1^-}, & \text{se } x \in (S_1^-, S_0^-), \\ x, & \text{se } x \in [S_0^-, S_0^+], \\ S_0^+ \frac{S_1^+ - x}{S_0^+ - S_1^+}, & \text{se } x \in (S_0^+, S_1^+), \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (16)$$

E

$$\mu = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in (-1, S_0^+), \\ \frac{S_1^+ - x}{S_0^+ - S_1^+}, & \text{se } x \in [S_0^+, S_1^+], \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (17)$$

Percebe-se que os valores de S_0^- e S_1^- são maiores que -1. O alongamento relativo é -1 quando $\eta = -\xi$, ou seja, quando o ponto material $x(j) = x(k) + \xi$ ocupar o valor de $x(k)$ após a deformação. Essa aproximação é conservativa no sentido de que a utilização usual de modelos de dano é relacionada a testes de tensão para nucleação de trincas e propagação e, portanto, o alongamento nunca chegaria a -1. Em geral o comportamento de forças de interação deve ser modificado para ficarem próximas de -1 para contabilizar forças de contato. (Patriota, 2018).

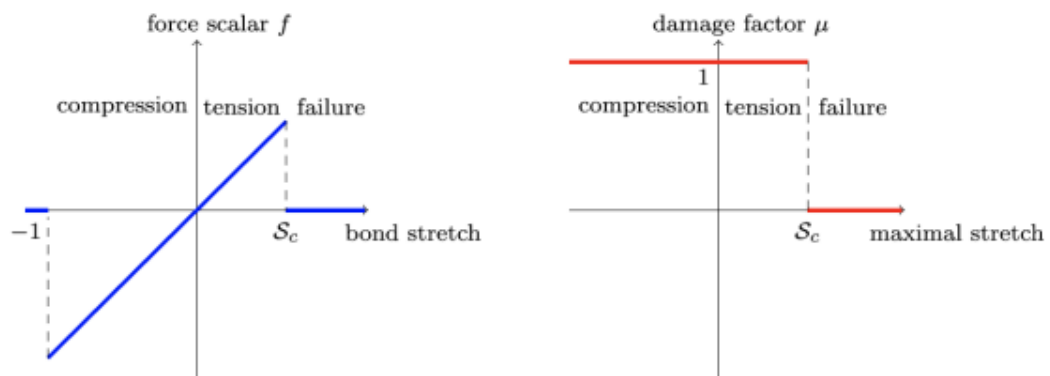
Com base em dados numéricos, DU; TAO; TIAN (2018) sugeriram que os valores das constantes **S** sejam:

$$S_0^+ = 0.95S_c, \quad S_1^+ = 1.05S_c$$

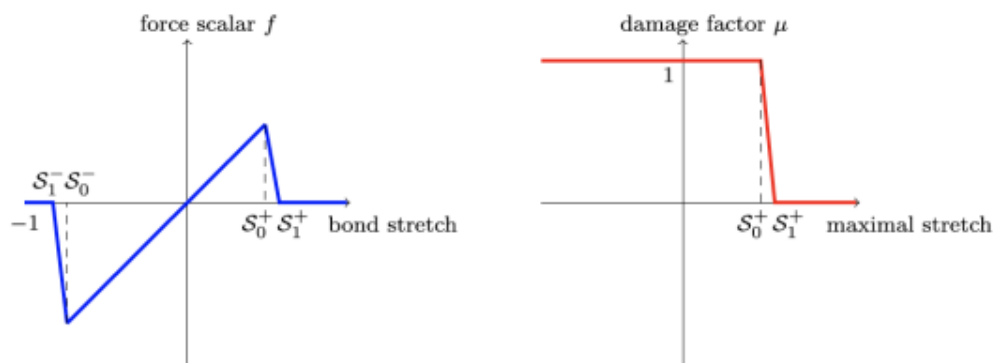
$$S_0^- = -0.98, \quad S_1^- = 0.99$$

A figura a seguir compara os modelos PMB tradicional e o modelo PMB DTT, que apresenta mudanças sutis que garantem uma proximidade entre os modelos.

Figura 6 - Comparação entre o estado escalar de força e o fator de dano para ambos os modelos PMB e PMB modificado.



(a) Force scalar and damage factor for the original PMB model.



(b) Force scalar and damage factor for the modified PMB model.

Fonte: (Patriota,2018)

3. METODOLOGIA

3.1 MODELAGEM NUMÉRICA

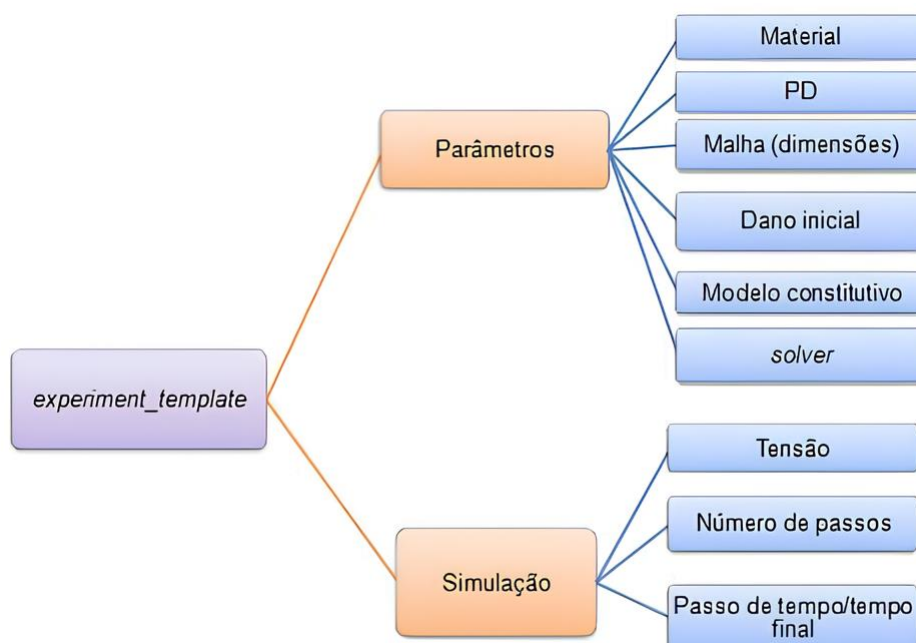
Este Trabalho de Graduação foi fundamentado na investigação da teoria Peridinâmica, por meio da análise de diversos trabalhos acadêmicos como *papers*, artigos, teses, dissertações e literatura especializada sobre o tema. Além disso, incluiu-se um estudo e análise de dois programas de computador desenvolvidos em *Matlab* por Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018) e por André Moraes de Vinha (Vinha, 2022).

A implementação numérica no próprio *Matlab* é bastante ramificada, contendo diversas funções. De início, o usuário acessa três templates como

funções principais: ***experiment_template***, ***generateMesh*** e ***prescribedBC***, os quais serão explicados a seguir.

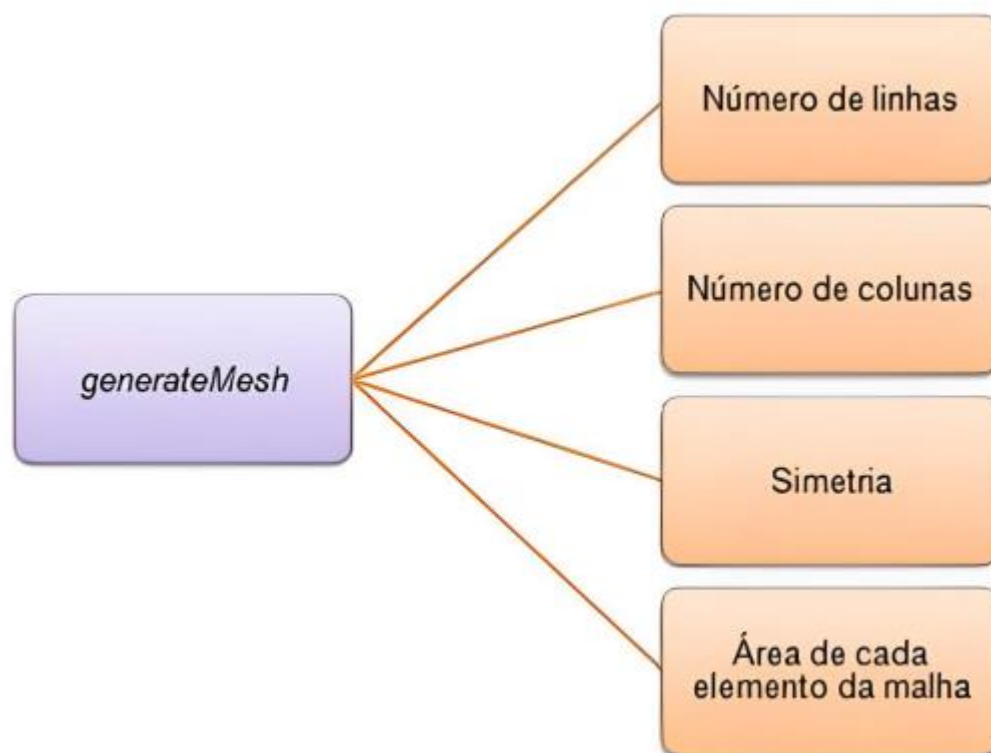
A função principal entre as três é a ***experiment_template***, onde o usuário escolhe os parâmetros importantes para a simulação, como as características físicas do material (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade, energia crítica de deformação), geometria, parâmetros peridinâmicos (raio do horizonte, razão de malha), dano ou entalhe inicial, tipo de modelo constitutivo para cálculo de forças internas e a energia de deformação, o tipo de solver (solucionador), tensão aplicada, número de passos, passo de tempo e tempo final. A figura abaixo com um organograma exemplifica o funcionamento:

Figura 7 – Organograma da função *experiment_template*



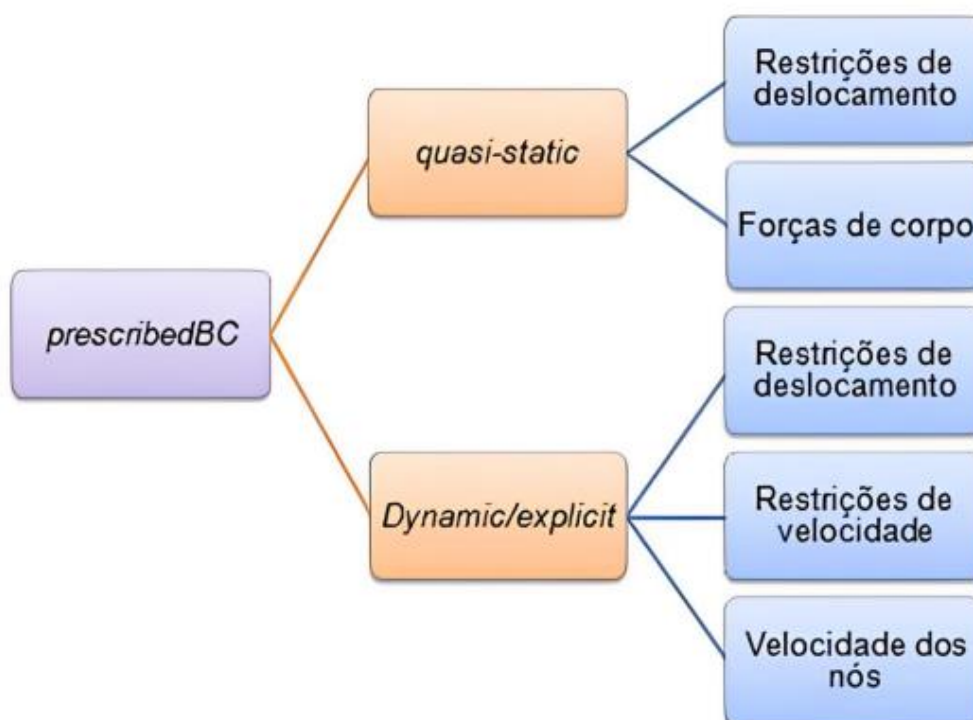
Fonte: (Vinha,2022)

A partir dessa função, dando sequência na estrutura do programa, a malha utilizada no experimento será gerada pela ***generateMesh***, sendo esse o template mais simples dos três. Basicamente manipula-se alguns detalhes da malha, influenciando tanto a simulação quanto o pós-processamento, este último com os resultados sendo representados graficamente. As malhas ou domínios dentro do programa se limitam a geometrias quadradas e retangulares somente. A figura abaixo apresenta outro organograma, agora para a função ***generateMesh***, onde o usuário pode modificar número de linhas, número de colunas, simetria e área de cada elemento de malha.

Figura 8 – Organograma da função *generateMesh*

Fonte: (Vinha,2022)

A última das três funções, ***prescribedBC***, serve para manipular as condições de fronteira da simulação. A escolha dessas condições irá depender do *solver* utilizado. Caso o *solver* seja o *quasi-static*, o usuário deverá inserir as restrições de deslocamento e as forças do corpo. Caso utilize o *solver dynamic/explicit*, deve-se inserir as restrições de deslocamento e velocidade, além da velocidade prescrita de cada nó ou ponto material. A figura abaixo apresenta um organograma da função ***prescribedBC***.

Figura 9 – Organograma da função *prescribedBC*

Fonte: (Vinha,2022)

Nessa etapa será criado um objeto utilizando a função ***BoundaryCondition*** para manipular as condições de contorno desejadas. Após criado o objeto das condições de contorno, é necessário criar um objeto para definir qual modelo constitutivo a ser utilizado, através da função *model* do programa. Um dos objetivos desse trabalho também é adicionar o modelo constitutivo ***PMB DTT***. Na etapa de pós processamento dos dados serão utilizadas as variáveis retornadas pela função *solver* para a plotagem dos gráficos utilizados, podendo plotar gráficos de deslocamentos, tanto na direção x quanto y e deslocamento da malha utilizando a função ***plot_displacement***, gráficos de densidade de energia de deformação com a função ***plot_energy***, gráficos de deformações no material com a função ***plot_strain***, e o índice de dano com a função ***plot_damage***.

3.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMERICA

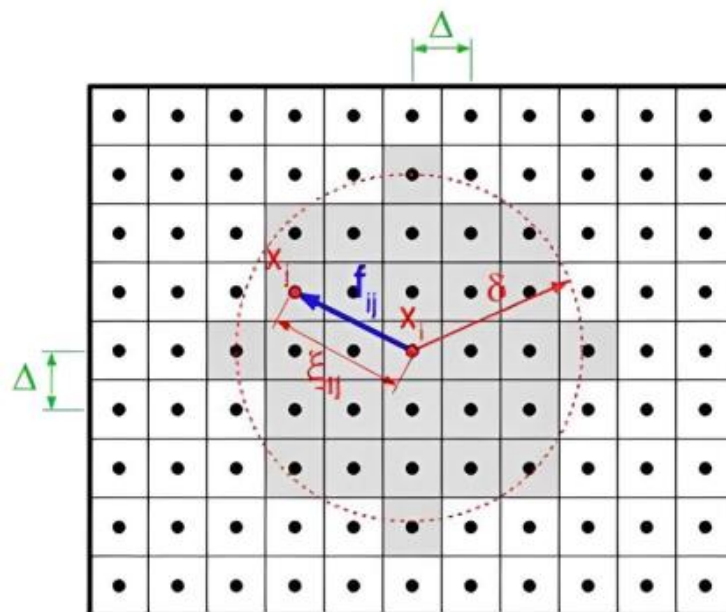
As soluções analíticas para problemas peridinâmicos normalmente são desconhecidos devido por serem complexas, portanto, é necessária uma

simulação numérica para obter uma solução aproximada desses problemas para se avançar no entendimento ou aplicação prática (Patriota, 2018).

Neste tópico serão apresentados de forma geral os pontos mais importantes da implementação numérica realizada pelo autor do programa, Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018).

Tomando como base a Figura 9, a malha total em questão pode ser representada como um domínio bidimensional discretizado $\mathcal{B}_D$, enquanto $\mathcal{B}$ representa o domínio bidimensional de referência. $\mathcal{B}_D$ pode ser aproximado a $\mathcal{B}$ por uma malha homogênea. Neste esquema, cada ponto i possui uma posição descrita por x_i , situada no centro de uma célula quadrada τ_i (parte discretizada do domínio total) de lado $\Delta = h$, densidade ρ_i e área h^2 . Também estão presentes na Figura 9 o termo das forças internas (f_{ij}), exercidas entre os pontos materiais i e j , o raio δ , denotando o tamanho do horizonte, a posição relativa (ξ_{ij}) entre os dois pontos e Δ , que é a distância entre dois pontos materiais vizinhos (Patriota, 2018).

Figura 10– Esquema de discretização de um domínio na Peridinâmica



Fonte: (Vinha, 2022)

As variáveis físicas do problema estão colocadas nestes pontos e a equação da Segunda Lei de Newton (Equação 4) é ligada espacialmente com

a regra de quadratura do ponto médio. Considerando o ponto $x_i \in BD$ tem-se a equação governante de movimento da Peridinâmica discretizada como (Patriota, 2018):

$$\rho_i \ddot{v}_i = \sum_{j \in \mathcal{F}_i} f_{ij} \Delta V_{ij} + b_i \quad (18)$$

Na equação, estão representados $\ddot{v}_i = \ddot{v}_i(x_i)$ como aceleração, $b_i = b(x_i)$ como a força ou carregamento externo, $\mathcal{F}_i$ é a família de índices correlacionadas com o nó i e, por fim, ΔV_{ij} como o volume do ponto material j dentro do horizonte do ponto material i .

É importante ressaltar que o tamanho do horizonte δ é um parâmetro material, portanto não deve depender da geometria. Em microestruturas, o horizonte pode ser visto como a distância de interação microscópica entre átomos. Para macroestruturas, seu tamanho é escolhido sendo pequeno o suficiente para ter resultados conclusivos sem ter desnecessários custos computacionais (Patriota, 2018). Para se obter uma medida ideal do tamanho do horizonte em uma simulação numérica, é preciso contabilizar a razão de malha ou *mesh ratio*:

$$d = \frac{\delta}{h} \quad (19)$$

Segundo o autor, quanto maior o valor dessa taxa, mais precisas serão as informações obtidas na vizinhança de raio δ do ponto material analisado. Além disso ele também fornece referencias para garantir a precisão da integração numérica:

$$\begin{cases} 4 < d < 6, & \text{para simulações em 2D,} \\ 6 < d < 9, & \text{para simulações em 3D} \end{cases}$$

Em seguida é feita uma análise **δ -convergence** para escolher um tamanho de horizonte adequado, em que d é mantido fixo e δ vai variando e aproximando de zero, desse modo a solução aproximada converge para a

solução clássica local. Um pequeno horizonte com uma pequena razão de malha pode levar a soluções incorretas (Patriota, 2018).

3.3 SOLVERS – QUASI-STATIC & DYNAMIC-EXPLICIT

Dentro do código do programa existem duas opções de *solvers* ou solucionadores a serem escolhidas para realizar a simulação, sendo estes o *solver quasi-static* e o *solver dynamic-explicit*. O foco deste trabalho é no segundo, o modelo dinâmico/explicito.

3.3.1 SOLUCIONADOR QUASE ESTATICO COM TEMPO IMPLICITO

Para experimentos em regime permanente, em que o termo da inércia $\ddot{u}$ é igual a zero, a equação governante discreta assume a forma:

$$\sum_{j \in Fi} f_{ij} \Delta V_{ij} + b(x_i) = 0 \quad (20)$$

Admitindo o primeiro e segundo componentes Cartesianos do campo de deslocamento do nó i , tendo como l e k graus de liberdade do sistema, a equação acima pode ser reescrita na forma de vetor para o sistema:

$$\bar{f}_{int} + \bar{b} = 0 \quad (21)$$

As componentes l e k do vetor $\bar{f}_{int}$ ficam na forma:

$$\bar{f}_{int,l} = \sum_{j \in Fi} f_{ij,1} \Delta V_{ij}, \quad \bar{f}_{int,k} = \sum_{j \in Fi} f_{ij,2} \Delta V_{ij} \quad (22)$$

Com $f_{ij,1}$ e $f_{ij,2}$ sendo componentes cartesianos da força de interação f_{ij} . Para especificar cada notação, as variáveis de vetor com sobrelinha referem-se ao índice de um nó, enquanto as que não têm sobrelinha referem-se ao índice do grau de liberdade. De acordo com o autor Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), a formulação por vetor traz mais vantagens que a matricial, pois permite uma abordagem mais simples das restrições cinemáticas.

Para este caso estático, usa-se um solver ***quasi-static implicit time***, baseado no método de Newton. As condições de carregamento são atualizadas a cada passo ao invés do passo de tempo, conduzindo assim para uma configuração desbalanceada que implica em uma solução atualizada do campo de deslocamento.

3.3.2 SOLUCIONADOR DINÂMICO EXPLÍCITO

Para soluções dinâmicas, existe uma integração no tempo realizada por meio do método da diferença central, com um esquema de tempo explícito denominado **Velocity-Verlet**, apresentado na tese do autor Tulio V. B. Patriota.

Por utilizar um método explícito o programa, o incremento de tempo Δt deve ser pequeno o suficiente para manter a estabilidade. Silling & Askari (2005), propuseram uma expressão para definir o incremento de tempo crítico:

$$\Delta t_{crit} = \min \left(\sqrt{\frac{2p}{\sum_{j \in Fi} C_{ij} \Delta V_{ij}}} \right) \quad (23)$$

Onde C_{ij} é o micro-módulo avaliado na ligação $\xi = x_j - x_i$. Tal expressão é derivada para o caso unidimensional. Para maiores dimensões, é um estimador conservador. Se o material for não-linear, a expressão do micromódulo pode ser derivada de:

$$C_{ij} = |C_{ij}| \quad C_{ij} = \left. \frac{\partial f}{\partial \eta} \right|_{\eta=0, \xi=\xi_{ij}} \quad (24)$$

Na equação acima, f é uma função da ligação dos pontos materiais e do deslocamento relativo entre dois pontos η . Com esta Equação (24) e a Equação (14), pode-se chegar a:

$$C(\xi) = \frac{c_{\omega\delta}(|\xi|)}{|\xi|^3} \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_2 \xi_1 \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Nesta Expressão, os subscritos de ξ são componentes cartesianos do vetor de ligação (posição relativa inicial) ξ . C ainda representa uma constante de ligação ou micromódulo de elasticidade, sendo calculado pela Equação (10).

3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Existem três condições de contorno que podem ser aplicadas: restrição de deslocamento, restrição de velocidade e carga externa (Madenci; Oterkus, 2014).

As condições de contorno estão diretamente relacionadas com os solucionadores ou solvers. Tanto o dinâmico quanto o estático utilizam a restrição de deslocamento, mas o primeiro só funciona com a restrição de velocidade e o segundo com o carregamento externo.

3.4.1 RESTRIÇÃO DE DESLOCAMENTO

No código do autor as restrições são aplicadas diretamente nos pontos materiais ou nós e somente deslocamentos constantes podem ser prescritos. Para essa situação, há um vetor que contém os componentes de deslocamentos em um determinado tempo. Esse vetor pode ser representado como:

$$\bar{u}^n(\Gamma_d) = u_p \quad (26)$$

Na expressão o termo Γ_d representa o conjunto de graus de restrição de liberdade, na qual o deslocamento é estabelecido, n é um instante discreto de tempo e u_p , é o vetor que carrega os deslocamentos prescritos.

3.4.2 RESTRIÇÃO DE VELOCIDADE

Este caso é semelhante ao anterior, com a principal diferença que Γ_v é o conjunto de graus de liberdade de restrição, no qual a velocidade constante é estabelecida, v_p é um vetor que contém as velocidades prescritas no conjunto e Δt é o incremento de tempo (Patriota, 2018).

$$\bar{u}^n(\Gamma_v) = \bar{u}^{n-1}(\Gamma_v) + v_p \Delta t \quad (27)$$

A expressão representa o vetor que contém as componentes de deslocamento em Γ_v para determinado instante discreto de tempo n . Esta relação rege o **Dynamic/Explicit Solver**, assim como a possibilidade de incluir trincas na simulação.

3.4.3 CARREGAMENTO EXTERNO

Forças de contato externas são aplicadas como força de tração, por unidade de área, em rotinas baseadas em modelos da mecânica clássica. Já na peridinâmica, as forças de interação entre pontos materiais agem a distância, portanto, não podem ser impostas na superfície.

Na simulação utilizada, as forças mencionadas são aproximadas como forças de corpo por unidade de volume, atuando em uma camada fina próxima à fronteira. Na Equação (28) abaixo, Ωt representa o conjunto de nós na fronteira do domínio discretizado $\mathcal{B}_D$ onde as forças são prescritas, Δx é o comprimento da célula normal à força que se encontra na fronteira ou condição de contorno, d é a razão de malha e $A_{\Omega t} = h^2$.

$$b(X_{\Omega t}) = \frac{T\Delta x}{dA_{\Omega t}} \quad (28)$$

A força de tração (T) representada contém o tensor σ e o vetor unitário normal em relação à superfície N:

$$T = \sigma N \quad (29)$$

3.5 BALANÇO DE ENERGIA

O balanço total de energia do sistema não deve aumentar e nem dissipar para este caso, permanecendo constante. A evolução de energia através do tempo ajuda com a percepção de estabilidade da simulação (Patriota, 2018). A energia total do sistema é dada pelo somatório das energias cinética, potencial e do trabalho externo:

$$E(t^n) = K(t^n) + P(t^n) - W^E(t^n) \quad (30)$$

Onde todas as quantidades são avaliadas no tempo $t^n = n\Delta t$.

A energia cinética é dada por:

$$K(t^n) = \sum_{i \in BD} \rho_i |v_i^n|^2 V_i \quad (31)$$

A energia potencial é dada por:

$$P(t^n) = \sum_{i \in BD} W(x_i, t^n) V_i \quad (32)$$

Com V_i sendo o volume da célula i , v_i é o vetor velocidade para cada ponto e W é função densidade de energia de deformação.

Para o trabalho externo $W^E t^n$ depende das condições de contorno aplicadas. Caso seja aplicada como carregamento externo e constante no tempo, a equação a seguir pode ser aplicada:

$$W^E(t^{nfinal}) = \sum_{n=2}^{nfinal} \sum_{i \in BD} b_i^n \cdot v_i^{n-\frac{1}{2}} V_i \Delta t \quad (33)$$

A equação torna-se mais complexa caso a condição de contorno seja a velocidade. Tendo restrição de velocidade surge de forma implícita uma prescrição de força externa, colocando em evidência o carregamento externo. Essa situação não será abordada neste trabalho, porém o autor Tulio V. B. Patriota (Patriota, 2018) apresenta mais detalhes dentro de sua tese.

Tendo em vista que o sistema não possui dissipação de energia, todo o trabalho externo é desviado para acelerar os pontos, deformando o material, tendo o balanço de energia total como:

$$E(t) = 0, \quad \forall t \in [0, t_{final}] \quad (34)$$

Caso ocorra dissipação, então espera-se que:

$$\frac{dE}{dt} < 0 \quad (35)$$

A dissipação neste caso é considerada apenas decorrente da nucleação e propagação de trincas nos modelos de dano.

3.6 MODELOS CONSTITUTIVOS

Para que um modelo constitutivo seja implementado no código, é necessário implementar uma rotina com o objetivo de avaliar a força de interação f_{int} e avaliar densidade da energia de deformação.

Dessa forma, nesta seção serão abordados algoritmos para a determinação da força de interação para os modelos analisados, como também a avaliação dos parâmetros elásticos. O modelo que foi base deste trabalho simula em 2D com condição de tensão plana.

3.6.1 *Prototype Micro Brittle (PMB)*

Neste modelo a força de interação pode ser escrita como:

$$f_{int}(x_i) = \sum_{j \in Fi} C_{PMB} \omega_\delta(|\xi_{ij}|) \mu(S_{ij,max}) \frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|} e_{ij} \Delta V_{ij} \quad (36)$$

Onde μ é a função de dano, C_{PMB} é o micro módulo, e_{ij} é o vetor unitário na direção da ligação deformada e $S_{ij,max}$ é o alongamento relativo máximo da ligação entre nós i e j no tempo atual da simulação (Patriota, 2018).

O termo para a densidade de energia de deformação é dado por:

$$W_{PMB}(x_i) = \frac{1}{4} \sum_{j \in Fi} C_{PMB} \omega_\delta(|\xi_{ij}|) \mu(S_{ij,max}) (S_{ij})^2 |\xi_{ij}| \Delta V_{ij} \quad (37)$$

Com este modelo já é possível realizar simulações com a adição de dano ou trinca inicial. Isso ocorre graças à adição de uma função binária que também é chamada de fator de dano μ (Patriota, 2018):

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x < S_c \\ 0, & x \geq S_c \end{cases} \quad (38)$$

3.6.2 *Modified PMB- (PMB DTT)*

A função da força de interação é dada pela Equação 39 (Patriota, 2018):

$$f_{int}(x_i) = \sum_{j \in Fi} C_{PMB} \omega_\delta(|\xi_{ij}|) \bar{\mu}(S_{ij,max}) F(\underline{S}_{ij}) \underline{e} \langle \xi_{ij} + \eta_{ij} \rangle \Delta V_{ij} \quad (39)$$

Onde $F(\underline{S}_{ij})$ é dado pela Equação (16) e $\bar{\mu}(S_{ij,max})$ é dado pela Equação (17).

A densidade de energia de deformação neste modelo é descrita pela função abaixo:

$$W_{DTT}(x_i) = \frac{1}{4} \sum_{j \in Fi} C_{PMB} \omega_\delta(|\xi_{ij}|) \mu(S_{ij,max}) p\left(\frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|}\right) |\xi_{ij}| \Delta V_{ij} \quad (40)$$

Onde o termo p é descrito por:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{S_0^-}{S_0^- - S_1^-} \left(\frac{x^2}{2} - S_1^- x + A_1 \right), & x \in [S_0^-, S_1^-), \\ \frac{x^2}{2}, & x \in [S_1^-, S_0^+), \\ \frac{S_0^+}{S_1^+ - S_0^+} \left(S_1^+ x - \frac{x^2}{2} \right) + A_3, & x \in (S_0^+, S_1^+], \\ A_4, & x \in (S_1^+, \infty) \end{cases} \quad (41)$$

As constantes A_1 , A_3 e A_4 devem ser determinadas aplicando condições de continuidade (Patriota, 2018).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados abordados neste trabalho são focados na comparação de duas simulações utilizando o solver *Dynamic-Explicit* e o modelo constitutivo *PMB DTT* em placas sem danos iniciais.

Dentro do campo de pesquisa de propagação de trincas, o material **soda-lime glass** é um dos mais utilizados, tanto na abordagem da peridinâmica quanto nas do Método de Elementos Finitos.

O material citado acima foi utilizado nesta simulação, sendo conhecido por ser um vidro grosso, amplamente utilizado na fabricação de garrafas como de cervejas e de refrigerantes. As propriedades deste material estão descritas na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1: Propriedades materiais do *soda-lime glass*

Propriedade	Valor
Modulo de Young E (GPa)	72
Densidade ρ (kgm^{-3})	2440
Coeficiente de Poisson	0.3
Energia Crítica de Fratura (Jm^{-2})	3.8

Fonte: (Patriota, 2018)

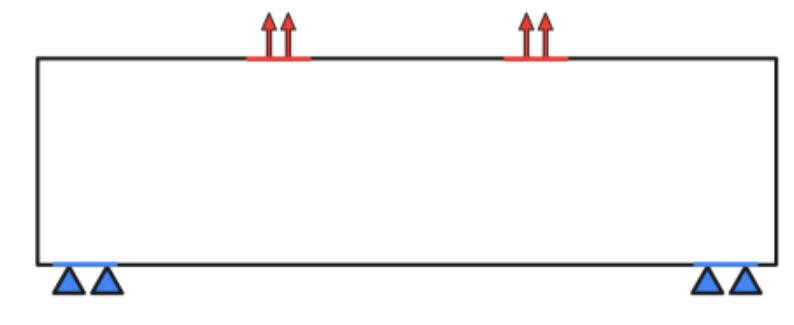
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

As duas simulações foram realizadas em uma placa retangular, porém com variação em suas dimensões. A primeira simulação feita com uma placa de vidro de dimensões 1000mm x 150mm e a segunda simulação foi feita com ambas as dimensões aumentadas em 100%, sendo então 2000mm x 300mm, ambos os casos considerando somente 2D.

Um mesmo modelo de estudo foi padronizado para as duas simulações, onde a parte inferior da placa foi fixada em dois pontos sendo um em cada extremidade, à esquerda e à direita, enquanto a parte superior foi tracionada em dois pontos separados, também à esquerda e à direita. A placa não possui dano inicial em ambas as simulações.

A figura abaixo apresenta um esquema da placa de vidro, onde as setas em vermelho identificam os pontos tensionados e os triângulos azuis identificam os pontos de fixados:

Figura 11 – Esquema padronizado das simulações



Fonte (Urbinatti, 2024)

Para os parâmetros de peridinâmica foram utilizados o horizonte $\delta = 5$ mm e a razão de malha $d = 5$, resultando em um tamanho de célula para cada nó com tamanho de $h = 1$ mm. Pelo fato de o horizonte ter um tamanho grande em relação as dimensões da placa, considera-se que a malha é grosseira.

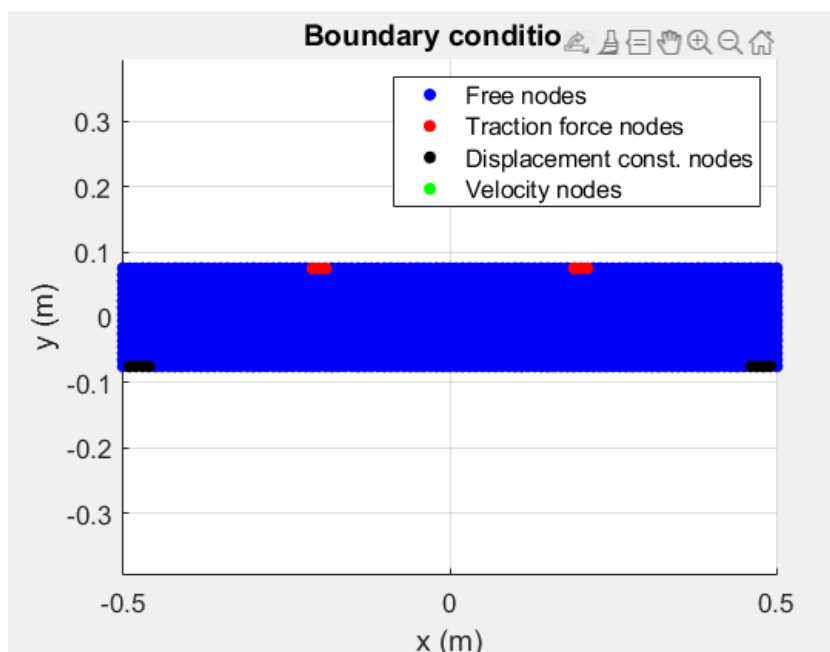
Também serão comparadas as deformações em ambas as simulações, com dimensões diferentes, para entender a influência desta característica inicial na placa de vidro.

4.2 SIMULAÇÃO

Dois pontos muito importantes para uma simulação com o *solver* **Dynamic-Explicit** são o incremento de tempo e o tempo final. As duas simulações foram realizadas com um incremento de tempo de $5\mu s$ e um tempo final de $500\mu s$.

O primeiro gráfico gerado desta simulação (Figura 12), mostra as condições de contorno prescritas na malha. Os pontos azuis indicam nós da malha que estão livres, os pontos pretos indicam os que estão restritos e os vermelhos indicam os nós com carregamento externo prescrito:

Figura 12 – Condições de contorno da simulação



Fonte: (próprio autor)

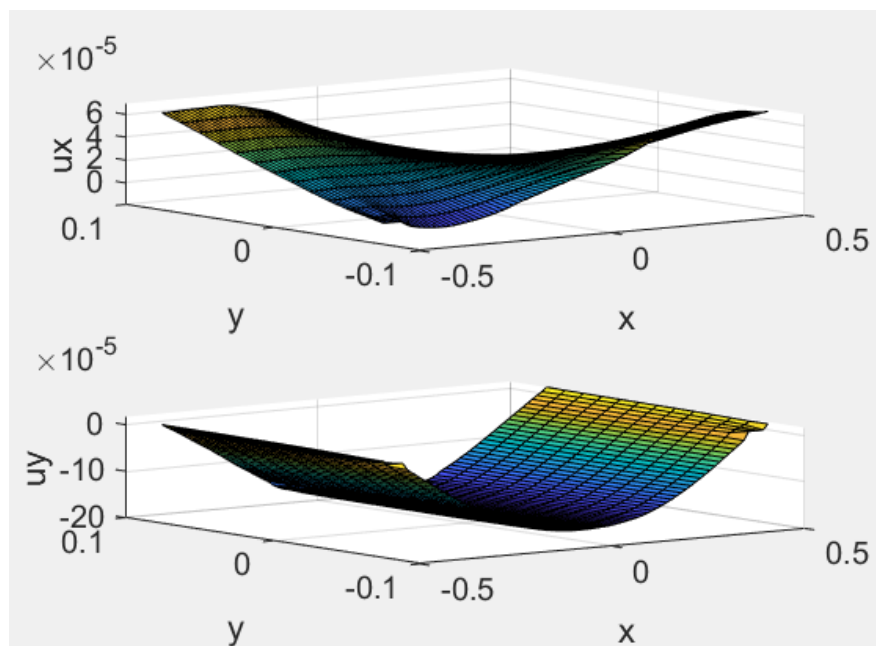
A prescrição de uma restrição de velocidade irá causar um erro no programa. A tensão nominal utilizada nas duas simulações foi de $\sigma = 6$ Mpa com direção vertical e sentido para cima, valor que pode ser alterado dentro da função ***experiment_template*** dentro do código.

4.2.1 SIMULAÇÃO 1 – PLACA COM DIMENSÕES **1000mm x 150mm**

A figura 13 apresenta um gráfico com o campo de deslocamento no eixo cartesiano para x e para y decorrente da tensão aplicada.

É possível notar que para o solver dynamic/explicit os efeitos de superfície não são muito notáveis. O deslocamento entre pontos máximo e mínimo do eixo x é de $\bar{u}_x = 1,936 \cdot 10^{-5}$ m, sendo que o valor diminui gradativamente no sentido dos pontos mais longe de onde é aplicada a tração. No eixo y o valor de deslocamento máximo é de $\bar{u}_y = 1,125 \cdot 10^{-5}$ m.

Figura 13 - Campo de deslocamento por eixo cartesiano simulação 1

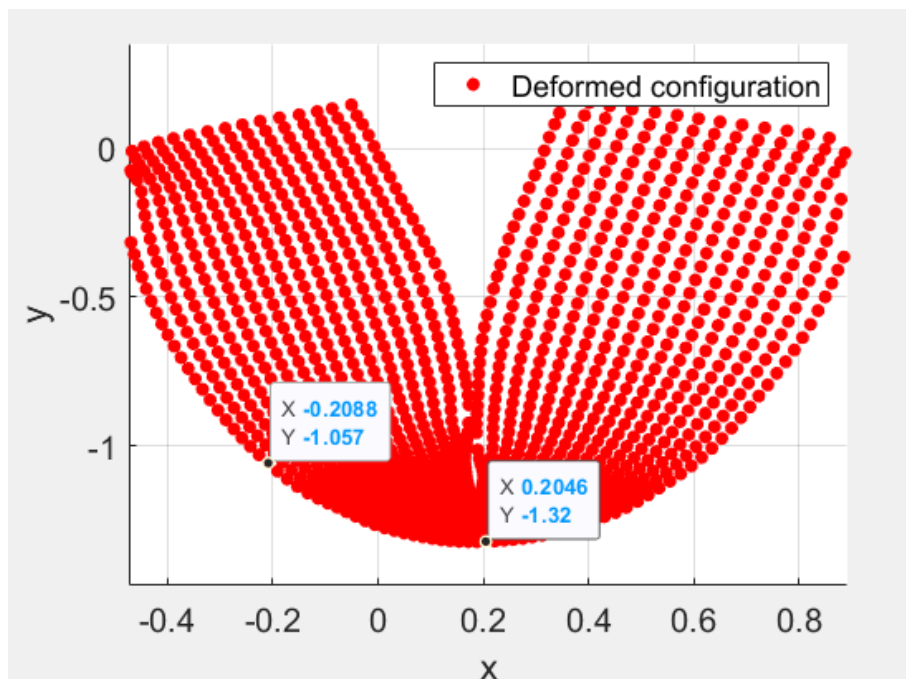


Fonte: (próprio autor)

A Figura 14 abaixo mostra um gráfico que representa a configuração da malha deformada, após sofrer os deslocamentos causados pela força aplicada nos nós. Neste caso, a malha está representada por pontos vermelhos dispersos. Em certos pontos a dispersão dos pontos é bem maior.

Nesta é possível visualizar muito bem a aplicação da força para cima nos pontos determinados, assim como os pontos fixos que impediram a deformação nos pontos inferiores externos. A deformação máxima e mínima, nos pontos $x = -0,2$ e $x = 0,2$ é de $y = -1,057$ mm e $y = -1,32$ mm, respectivamente.

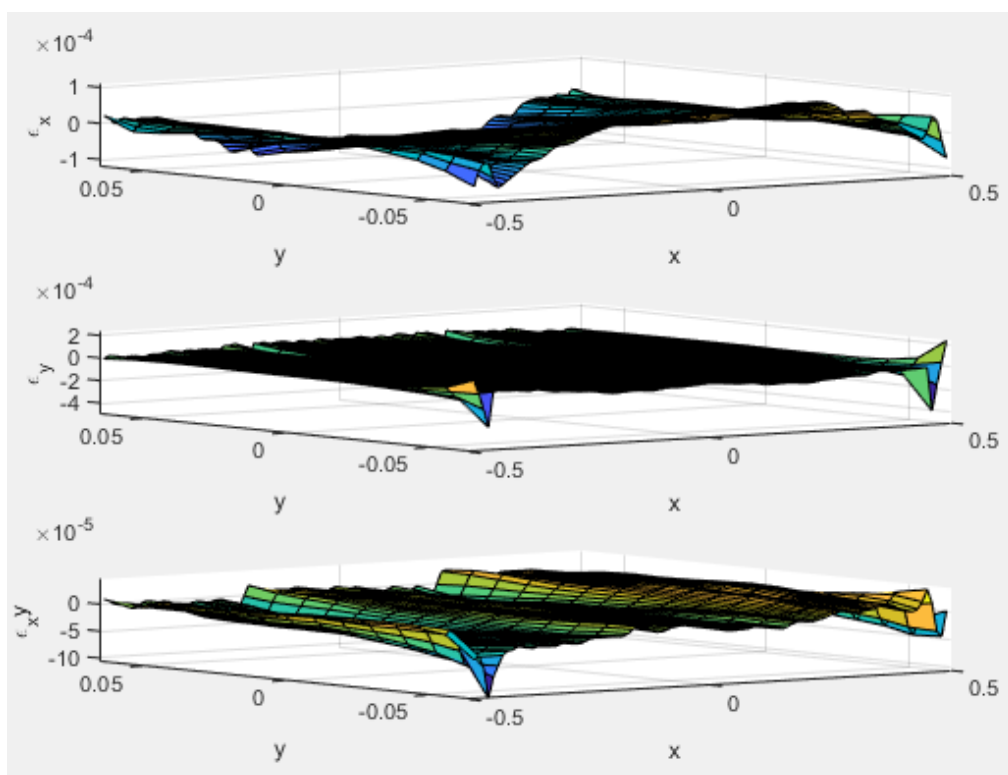
Figura 14 - Representação em pontos da deformação sem trinca



Fonte: (próprio autor)

Na sequência, a Figura 15 apresenta os gráficos de deformação adimensional em relação aos eixos cartesianos para esta simulação. Note que esta representação mostra um terceiro gráfico da deformação de y em relação a x . No primeiro gráfico, os valores máximos são de $\epsilon_x = |1,05 \cdot 10^{-4}|$, no segundo gráfico $\epsilon_y = |-1,229 \cdot 10^{-4}|$, enquanto no terceiro, $\epsilon_{xy} = |-2,221 \cdot 10^{-5}|$.

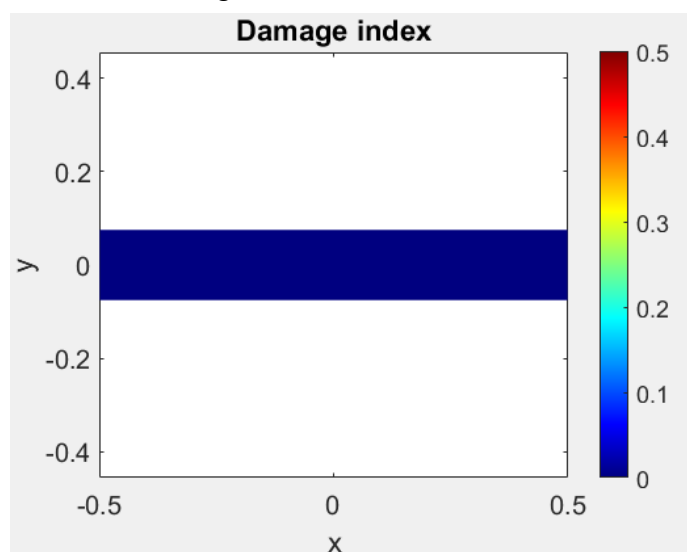
Figura 15 – Deformação em relação aos eixos cartesianos simulação 1



Fonte: (próprio autor)

A próxima figura gerada na simulação pode ser considerado um resultado “nulo”, visto que não ocorrem trincas no material analisado. Este é o gráfico de índice de dano, representado por cores e, como é possível observar, nesta simulação não há dano inicial de nucleação e propagação de trincas.

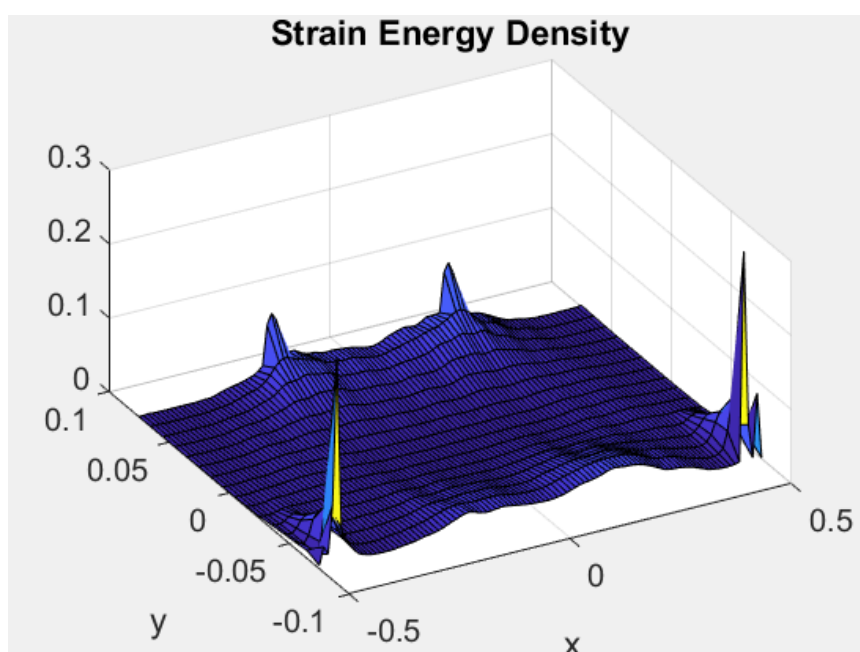
Figura 16 – Índice de dano



Fonte: (próprio autor)

Na figura 17 é apresentado o gráfico de densidade de energia de deformação em relação ao domínio. A densidade de energia de tensão segue o padrão dos gráficos mostrados anteriormente, sendo semelhante ao segundo gráfico da deformação adimensional em relação ao eixo y. Dessa forma, pode-se afirmar que esta configuração segue um resultado compatível com o desejado, já que o cálculo da energia de deformação é diretamente proporcional ao deslocamento relativo entre os pontos. O valor máximo obtido no gráfico é de 0,1039.

Figura 17 – Densidade de energia de deformação sem trincas

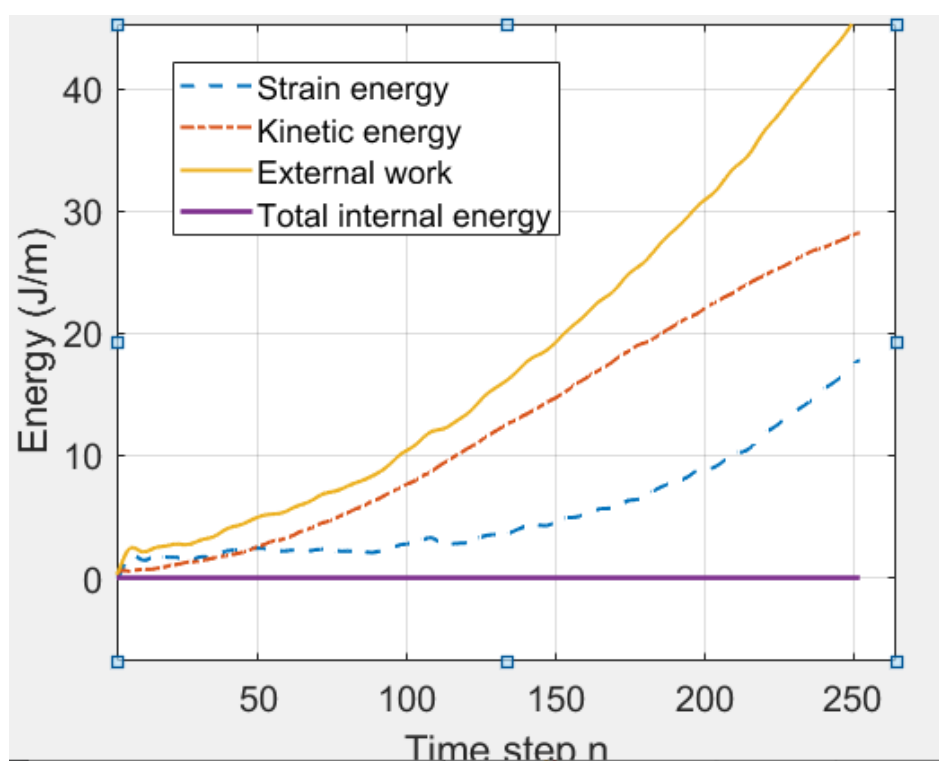


Fonte: (próprio autor)

O último gráfico gerado na simulação, apresentado na Figura 18, descreve o balanço de energia em função do tempo prescrito. Observa-se que o trabalho externo aumenta mais rápido no início, estabilizando depois, porém sendo a curva com maior valor durante toda a simulação. A energia cinética acompanha o trabalho externo, em menor escala, e a energia de deformação apresenta uma subida acentuada no começo, ficando estável durante a simulação, e mais um incremento da valor já próximo do final do gráfico. O crescimento geral mais acentuado destas curvas indica uma maior força de ligação dos nós do material no início, fazendo com que todos se movam mais no começo da simulação e, conforme se afastam, essa ligação

entre eles vai se enfraquecendo. A curva de energia total permanece constante e nula durante toda a simulação, dado que não ocorre dissipação de energia durante o processo, dessa forma não havendo a nucleação de trincas no material analisado.

Figura 18 – Balanço de energia para a simulação 1



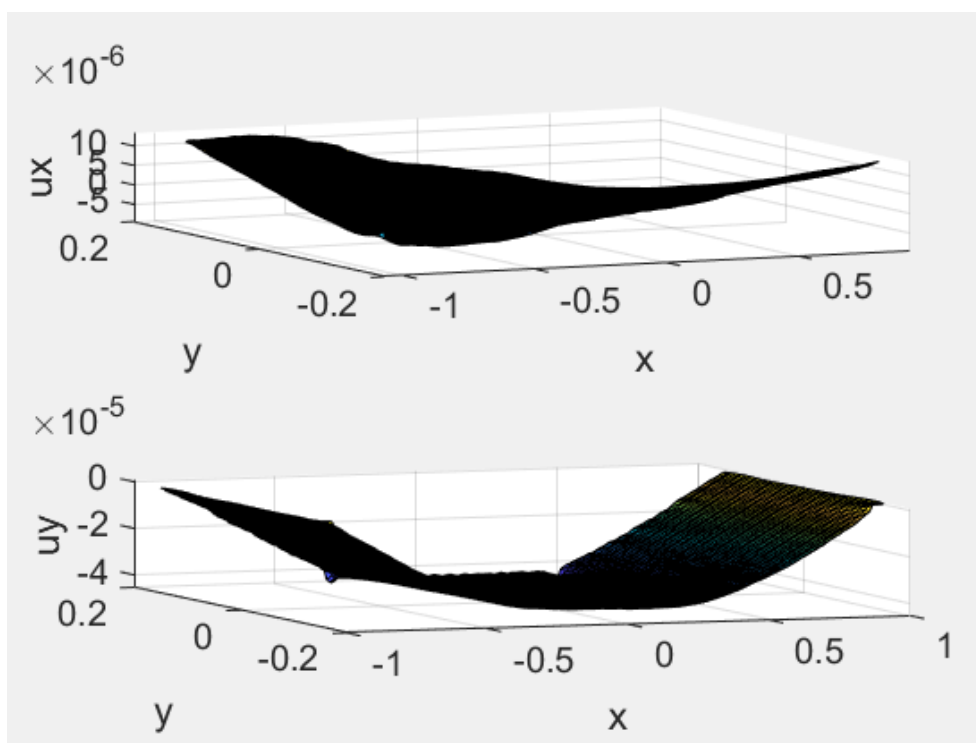
Fonte: (próprio autor)

4.2.2 SIMULAÇÃO 2 – PLACA COM DIMENSÕES 2000mm x 300mm

Para a segunda simulação todo o procedimento foi realizado da mesma forma, sendo a única mudança as dimensões da placa, que foram aumentadas em 100%. Todas as condições de contorno utilizadas foram as mesmas da simulação anterior, dessa forma espera-se um comportamento similar nos gráficos obtidos, com variação em escala.

Da mesma forma como na simulação anterior, a figura 19 apresenta o primeiro gráfico gerado, do campo de deslocamento no eixo cartesiano para x e para y decorrente da tensão aplicada.

Figura 19 - Campo de deslocamento por eixo cartesiano simulação 2



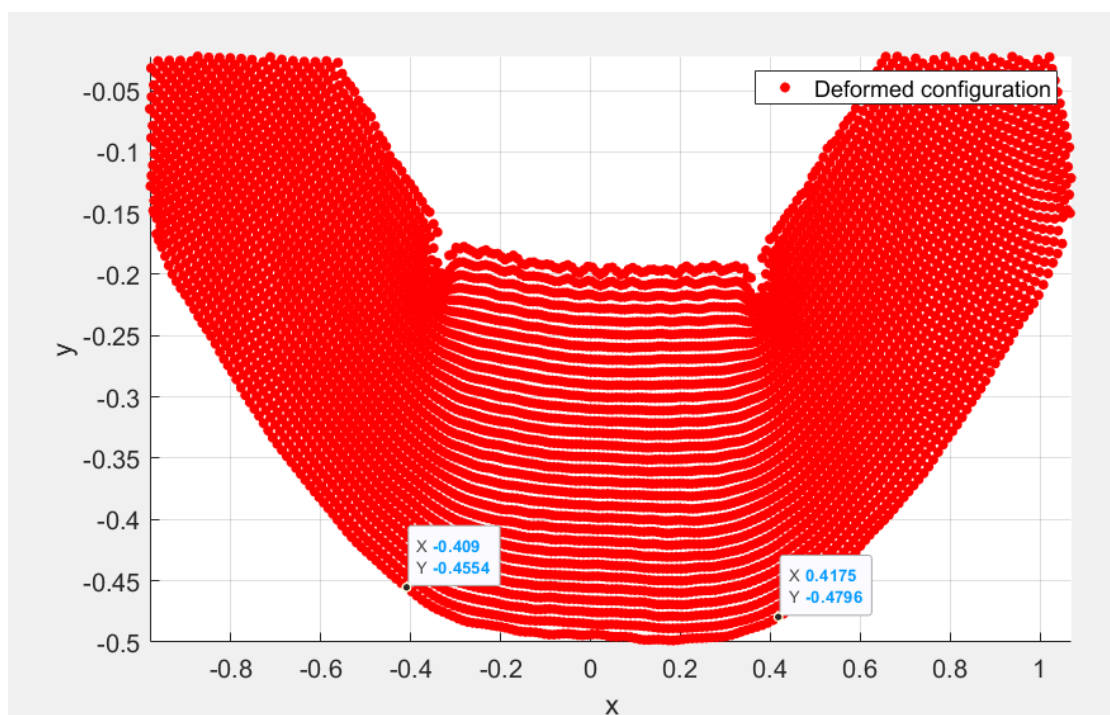
Fonte: (próprio autor)

O deslocamento entre pontos máximo e mínimo do eixo x é de $\bar{u}_x = 2,394 \cdot 10^{-6}$ m, sendo que o valor diminui gradativamente no sentido dos pontos mais longe de onde é aplicada a tração. No eixo y o valor de deslocamento máximo é de $\bar{u}_y = 3,975 \cdot 10^{-7}$ m.

O próximo gráfico gerado, dos nós presentes na malha, fica mais precisa e com mais pontos do que na simulação 1, onde os pontos tracionados são agora $x = -0,4$ e $x = 0,4$. O comportamento geral permanece similar, o que condiz com o esperado.

A figura 20 apresenta a malha deformada, após sofrer os deslocamentos causados pela força aplicada nos nós. A deformação máxima e mínima, nos pontos $x = -0,4$ e $x = 0,4$ é de $y = -0,4554$ mm e $y = -0,4796$ mm, respectivamente.

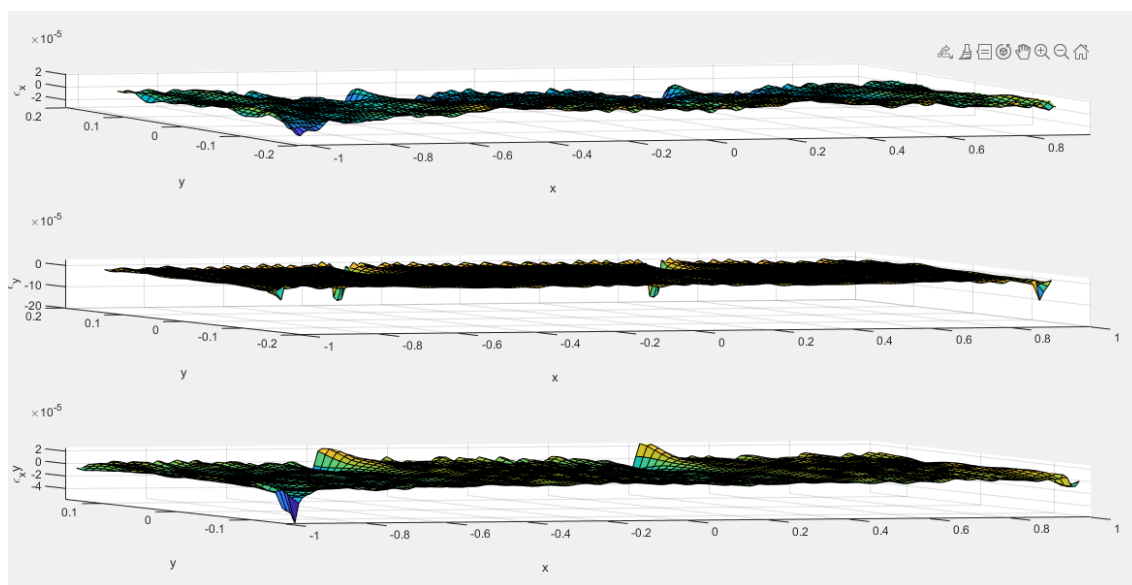
Figura 20 - Representação em pontos da deformação sem trinca



Fonte: (próprio autor)

Na sequência, a Figura 21 apresenta os gráficos de deformação adimensional em relação aos eixos cartesianos para esta simulação. No primeiro gráfico, os valores máximos são de $\epsilon x = |1,529 \cdot 10^{-6}|$, no segundo gráfico $\epsilon y = |-1,571 \cdot 10^{-4}|$, enquanto no terceiro, $\epsilon xy = |-5,042 \cdot 10^{-6}|$.

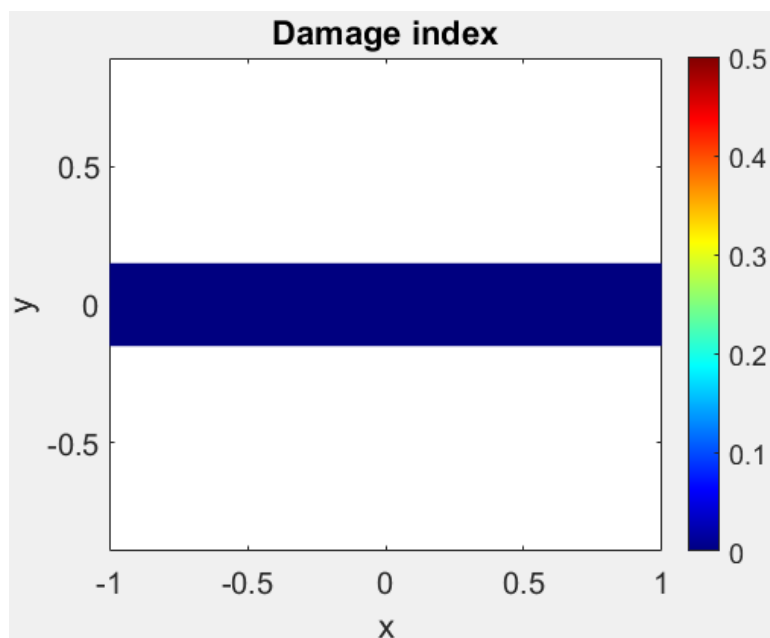
Figura 21 – Deformação em relação aos eixos cartesianos simulação 2



Fonte: (próprio autor)

O gráfico gerado de índice de dano se apresenta exatamente igual ao da simulação 1, já que não existe propagação de trincas no material, sendo novamente um resultado nulo.

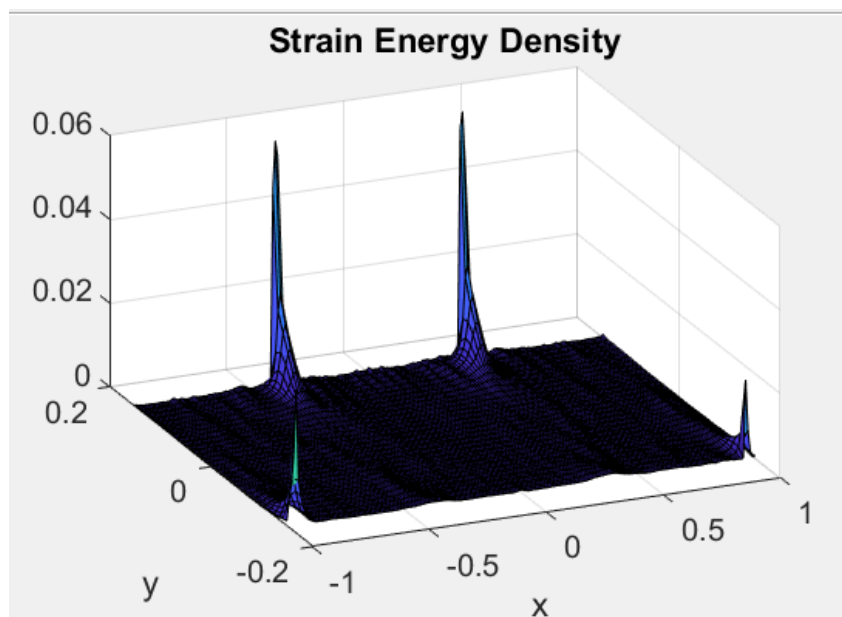
Figura 22 – Índice de dano



Fonte: (próprio autor)

Já o gráfico de densidade de energia de deformação em relação ao domínio apresenta picos mais acentuados nesta simulação com maiores dimensões, possivelmente pela escala deste gráfico ser menor, mas segue o padrão dos gráficos mostrados anteriormente, sendo semelhante ao segundo gráfico da deformação adimensional em relação ao eixo y. O valor máximo obtido para a simulação 2 é de 0,05891.

Figura 23 – Densidade de energia de deformação sem trincas

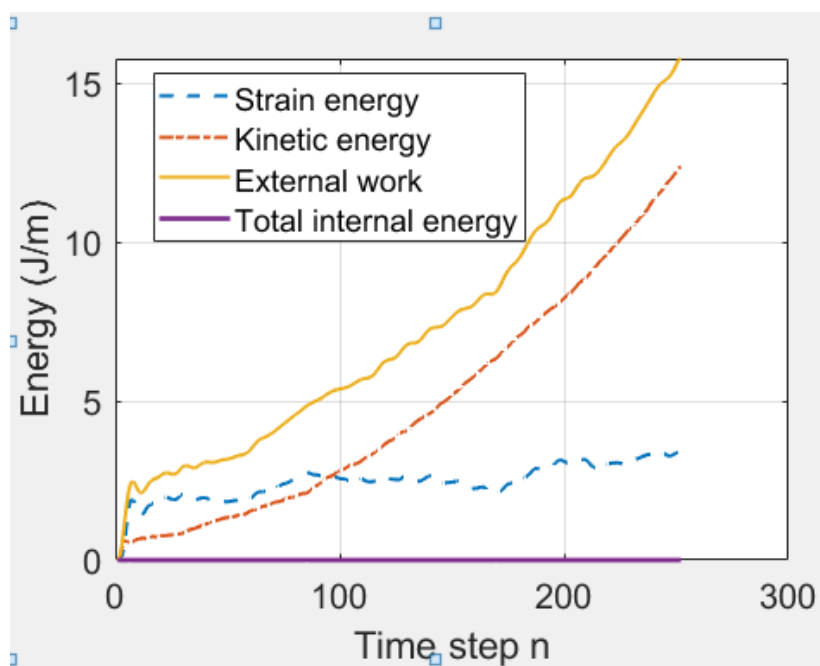


Fonte: (próprio autor)

Para o último gráfico obtido, do balanço de energia no passo do tempo, as curvas descrevem comportamentos semelhantes ao gráfico da primeira simulação, onde o trabalho externo aumenta mais rápido no início, estabilizando depois, porém sendo a curva com maior valor durante toda a simulação.

A energia de deformação é a curva que apresenta leve variação comparada ao modelo da simulação 1, ficando mais estável próximo ao final sem um acréscimo de valor como observado na anterior. A energia cinética teve comportamento bastante próximo ao da primeira simulação e a energia total permanece nula e constante durante toda a análise. A única variação entre os gráficos está presente na escala do eixo de energia. Da mesma forma como na anterior, não ocorre nucleação nem propagação de trinca no material.

Figura 24 – Balanço de energia para a simulação 2



Fonte: (próprio autor)

5. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi reafirmar a eficácia do método peridinâmico como possível ferramenta de campo para manutenção preditiva. Para isso, a ferramenta utilizada foi um programa computacional completo escrito no software MATLAB. Sem dúvidas, a implementação numérica em si é de grande qualidade e bem detalhada. Ela apresenta resultados muito satisfatórios especialmente nos gráficos apresentados no pós-processamento, dadas as devidas proporções e limitações para simulações em 2D e para a construção da malha com geometrias diferentes da quadrada ou retangular.

Sobre os *solvers* presentes no código, seja ***quasi-static*** ou ***dynamic/explicit***, a escolha de uma simulação utilizando um ou outro vai depender diretamente do problema a ser abordado. No caso deste trabalho, a utilização do ***dynamic/explicit*** foi definida e mostrou-se eficaz em gerar resultados semelhantes para ambas as simulações, podendo ser até mais completo para casos em que ocorre a propagação de trincas.

A respeito das simulações analisadas e seus respectivos resultados, pode-se afirmar que os dados obtidos foram satisfatórios e a comparação dos dois testes corroborou com a expectativa, com comportamentos similares em todos os gráficos gerados. Dado que a única variação entre as simulações é a dimensão da placa do material, esperava-se um padrão semelhante descrito nos gráficos.

Algumas das dificuldades encontradas durante a realização deste trabalho foram inicialmente em entender o funcionamento do programa criado por Túlio V. B. Patriota e suas capacidades, devido ao fato de ser uma ferramenta nova. Além disso também existe uma dificuldade grande em encontrar literaturas que apresentem valores tabelados de energia crítica de deformação, G_0 , para outros tipos de materiais além do ***soda-lime glass***. Com isso, pode-se afirmar que uma maior exploração do método peridinâmico pode se tornar uma ferramenta valiosa para aprimorar a manutenção preditiva na indústria.

SUGESTOES PARA TRABALHOS FUTUROS

Deixo como sugestão para próximos trabalhos o aperfeiçoamento da ferramenta no MATLAB, possibilitando o trabalho com novas geometrias para simulações, também uma melhora na interface para facilitar o entendimento para novos usuários e a tentativa de utilização de novos materiais para análise.

REFERÊNCIAS

S. A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48.1(2000), 175-209.

T. V. B. Patriota, Numerical investigation of damage models in two-dimensional peridynamics using MATLAB. 2018. 174 f. Tese (Mestrado de ciências em Engenharia Mecânica) – Politecnico di Milano, School of Industrial and Information Engineering, 2018.

VINHA, André de Moraes. ANÁLISE DO MÉTODO PERIDINÂMICO COMO POTENCIAL FERRAMENTA DE MANUTENÇÃO PREDITIVA. 2022. Ilha Solteira.

URBINATTI, Pedro Mendonça. ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO SOB TENSÃO UTILIZANDO O SOLVER DYNAMIC-EXPLICIT DO MÉTODO PERIDINÂMICO. 2024. Ilha Solteira.

J. P. Dias, M.A. Bazani, A.T. Paschoalini, L. Barbanti, A Review of Crack Propagation Modeling using Peridynamics, 2017, Springer, New York.

E. Madenci and E. Oterkus, Peridynamic Theory and Its Applications, Springer, New York, 2014.

A. C. Gonçalves and M. A. Bazani, UTILIZAÇÃO DA PERIDINÂMICA COMO FERRAMENTA DE MANUTENÇÃO PREDITIVA PARA ACOMPANHAMENTO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Unesp, Ilha Solteira, 2018.

DU, Q.; TAO, Y.; TIAN, X. A peridynamic model of fracture mechanics with bond-breaking. *Journal of Elasticity*, v. 132, p. 197–218, 2018.

