

RESSALVA

Atendendo solicitação do(a) autor(a), o texto completo desta tese será disponibilizado somente a partir de 23/02/2026.



Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Biociências – Câmpus de Botucatu
Programa de Pós-graduação em Biometria



Análise de modelos mistos para dados longitudinais na área da medicina veterinária via inferência Bayesiana

Alberto Frank Lázaro Aguirre

Botucatu
2024

Alberto Frank Lázaro Aguirre

Análise de modelos mistos para dados longitudinais na área da medicina veterinária via inferência Bayesiana

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Biometria da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Biometria.

Orientador: Prof(a). Dr(a). Miriam Harumi Tsunemi

Botucatu
2024

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CÂMPUS DE BOTUCATU - UNESP

BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: MARIA CAROLINA A. CRUZ E SANTOS-CRB 8/10188

Lázaro Aguirre, Alberto Frank.

Análise de modelos mistos para dados longitudinais na área da medicina veterinária via inferência *Bayesiana* / Alberto Frank Lázaro Aguirre. - Botucatu, 2024

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências, Botucatu

Orientador: Miriam Harumi Tsunemi

Capes: 90194000

1. Método longitudinal. 2. Modelos lineares (Estatística). 3. Testes de vibração. 4. Músculo - Temperatura. 5. Ultrassom.

Palavras-chave: Longitudinal; Modelagem estatística; Plataforma vibratória; Temperatura muscular; Ultrassom.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE ALBERTO FRANK LÁZARO AGUIRRE, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA, DO INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS - CÂMPUS DE BOTUCATU.

Aos 23 dias do mês de fevereiro do ano de 2024, às 08:00 horas, no(a) Sala da Pós-graduação na Central de Aulas 2, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de ALBERTO FRANK LÁZARO AGUIRRE, intitulada **ANALISE DE MODELOS MISTOS PARA DADOS LONGITUDINAIS NA AREA DA MEDICINA VETERINARIA VIA INFERENCIA BAYESIANA**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof.^a Dr.^a MIRIAM HARUMI TSUNEMI (Orientador(a) - Participação Presencial) do(a) Departamento de Biodiversidade e Bioestatística / Instituto de Biociências de Botucatu UNESP, Dr. JULIANA PETRINI (Participação Virtual) do(a) Departamento Pesquisa e Desenvolvimento / Clínica do Leite Ltda, Prof. Dr. DENISMAR ALVES NOGUEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Estatística / UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS, Profa. Dra. LICIANA VAZ DE ARRUDA SILVEIRA (Participação Presencial) do(a) Departamento de Biodiversidade e Bioestatística / Instituto de Biociências de Botucatu - UNESP, Prof. Dr. ROGERIO ANTONIO DE OLIVEIRA (Participação Presencial) do(a) Departamento de Biodiversidade e Bioestatística / Instituto de Biociências de Botucatu UNESP. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof.^a Dr.^a MIRIAM HARUMI TSUNEMI

Miriam H. Tsunemi

Dedico este tese aos meus pais.

A todas as pessoas que lutam diariamente em prol do conhecimento e do avanço científico. Que meu trabalho possa contribuir de alguma forma para a sociedade, inspirando e incentivando novas descobertas e pesquisas.

Agradecimentos

Primeiramente, desejo expressar minha gratidão a Deus por Seu amor incondicional. É graças a Ele que cheguei a este ponto da minha jornada e tive a oportunidade de estudar nesta encantadora cidade de Botucatu. Sua capacitação diária me fortalece para superar os desafios que a vida apresenta em meu caminho.

Agradeço aos meus pais, Esteban Lázaro Gomez e Clementina Aguirre Coronel, pelo apoio constante e pelas orações. Sou grato por serem meus exemplos de vida e sacrifício, por me ensinarem a ser uma pessoa de valores significativos, tanto na vida pessoal quanto profissional.

Agradeço aos meus irmãos, Julian, Cinthya, Oscar, Jhoel (em memória) e ao meu sobrinho Brayan Viera Lázaro, pelos seus amores incondicionais. Sou grato pelo constante suporte que me oferecem, pelas longas conversas telefônicas, pelas palavras de apoio nos momentos mais desafiadores, e por sempre me incentivarem e fortalecerem na busca pelos meus sonhos.

Agradeço à Professora Doutora Miriam Harumi Tsunemi por tudo o que fez por mim: sua paciência, orientação, confiança, apoio, incentivo, compreensão, motivação, dedicação, seus ensinamentos e disposição em esclarecer todas as minhas dúvidas.

A todos os professores e professoras que deixaram sua marca em minha formação acadêmica, meu sincero agradecimento. Suas aulas, conselhos e contribuições foram fundamentais para o meu crescimento profissional.

A amizade representa um dos alicerces fundamentais de nossa vida; sem ela, seríamos incompletos. Por essa razão, expresso meu sincero agradecimento a todos os meus amigos, desde os mais próximos até os mais distantes. Aos amigos de Botucatu, agradeço pela calorosa recepção, pelo acolhimento e por todos os momentos vividos. Também estendo minha gratidão aos colegas de turma do curso de Doutorado. Aos amigos no Peru, agradeço por não permitirem que a distância se tornasse uma barreira entre nós. Seria difícil mencionar todos eles, esses amigos com quem compartilhei momentos inesquecíveis: Saditt Rocio Robles, Juliana Gualberto, Mario Lucas, Lara M. pelos seus conselhos de perseverança e pelos preciosos momentos compartilhados.

O presente estudo foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Não importa o quão ruim a vida pareça ser, sempre há algo que você pode fazer e ter sucesso.

Enquanto houver vida, haverá esperança.

Stephen Hawking

En los momentos de crisis, sólo la imaginación es más importante que el conocimiento.

Albert Einstein

Resumo

Os estudos de modelos lineares mistos (LMMs) têm-se tornado o foco em análise de experimentos em que as medidas são repetidas (dados longitudinais) em diversas áreas, tais como biomédica, agrícola e afins. Nestes tipos de pesquisas as observações são provenientes da mesma unidade experimental, havendo uma correlação entre elas que deve ser considerada na estimação dos parâmetros. Por sua vez, a inferência Bayesiana para os LMMs é uma ferramenta poderosa para lidar com dados longitudinais, geralmente na modelagem de interceptos e inclinações aleatórias sem enfrentar os requisitos de tamanho de amostra rigorosos que ocorrem em abordagens frequentistas e além disso o conhecimento prévio sobre parâmetros podem ser incorporados ao modelo mediante prioris informativas ou não. O objetivo deste estudo foi aplicar modelos lineares mistos com cinco tipos de estruturas de matrizes de variância e covariância, por meio de uma abordagem Bayesiana, para analisar os dados de um estudo longitudinal na área de medicina veterinária mediante o *software R* e *JAGS*. Os resultados encontrados permitiram concluir que o uso das estruturas de covariância para as medidas repetidas de interceptos e inclinações por cada unidade experimental via inferência Bayesiana com *priori* não informativa foi adequada e que não houve alterações significativas após o exercício de plataforma das temperaturas nas regiões estudadas.

Palavras-chave: Modelagem estatística, Longitudinal, Plataforma vibratória, Temperatura muscular, Ultrassom.

Abstract

Studies of linear mixed models (LMMs) have become the focus on analyzing experiments in which measurements are repeated (longitudinal data) in several areas, such as biomedical, agricultural and similar. In these types of research, the observations come from the same experimental unit, with a correlation between them that must be considered when estimating the parameters. In turn, Bayesian inference for LMMs is a powerful tool for dealing with longitudinal data, generally in modeling random intercepts and slopes without facing the stringent sample size requirements that occur in frequentist approaches and in addition the prior knowledge about parameters they can be incorporated into the model through informative or non-informative priors. The objective of this study was to apply linear mixed models with five types of variance and covariance matrix structures, using a Bayesian approach, to analyze data from a longitudinal study in the area of veterinary medicine using *software R* and *JAGS*. The results found allowed us to conclude that the use of covariance structures for repeated measurements of intercepts and slopes for each experimental unit via Bayesian inference with non-informative *priori* was adequate and that there were no significant changes after the temperature platform exercise in the regions studied.

Keywords: Statistical modeling, Longitudinal, Vibrating platform, Muscle temperature, Ultrasound.

Lista de figuras

Figura 1 – Representação da análise de convergência no gráfico de traço	23
Figura 2 – Estrutura do experimento. Figura criada em <biorender.com> e adaptado de Santos <i>et al.</i> (2019) e Santos <i>et al.</i> (2017).	27
Figura 3 – Valores observados de temperatura de bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por cão para os momentos antes e depois da sessão de WBV, o intervalo azul representa a média $\pm$ desvio padrão	39
Figura 4 – Gráficos de normalidades de QQ-Plot de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por dias e momentos.	40
Figura 5 – Média ergódica dos desvios padrões do modelo 1 para temperatura de bíceps femoral com a estrutura de matriz de variância e covariância VC.	45
Figura 6 – Média ergódica dos desvios padrões do modelo 2 para a temperatura de bíceps femoral com a estrutura de matriz de variância e covariância VC.	45
Figura 7 – Média ergódica do desvio padrão do erro e da correlação do modelo 2 para a temperatura de bíceps femoral com a estrutura de matriz de variância e covariância VC.	46
Figura 8 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 1 ajustado a temperatura de vasto lateral com a estrutura de matriz de variância e covariância autorregressiva de primeira ordem.	47
Figura 9 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 2 ajustado a temperatura de vasto lateral com a estrutura de matriz de variância e covariância autorregressiva de primeira ordem.	48
Figura 10 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 2 ajustado a temperatura de vasto lateral com a estrutura de matriz de variância e covariância autorregressiva de primeira ordem.	48
Figura 11 – Gráficos de interceptos e inclinações aleatórias por cada cão, resultantes do ajuste do modelo 1 (a) bíceps femoral e (b) vasto lateral com as estruturas de componente de variância e autorregressiva de primeira ordem.	50
Figura 12 – Gráficos de interceptos e inclinações aleatórias para cada cão, resultantes do ajuste do modelo 2 (a) bíceps femoral e (b) vasto lateral com as estruturas de componente de variância e autorregressiva de primeira ordem.	51
Figura 13 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 4 ajustado à diferença da temperatura de bíceps femoral.	57
Figura 14 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 4 ajustado à diferença da temperatura de vasto lateral.	58
Figura 15 – Média ergódica dos parâmetros do modelo 5 ajustado à diferença da variável ultrassom.	58

Figura 16 – Gráficos das diferenças de temperatura de bíceps femoral a partir do ajuste com o modelo 4 considerando como bloco aleatório os dias.	59
Figura 17 – Gráficos das diferenças de temperatura de bíceps femoral a partir do ajuste com o modelo 5 considerando como bloco aleatório os cães.	60
Figura 18 – Gráficos das diferenças de temperatura de vasto lateral a partir do ajuste com o modelo 4 considerando como bloco aleatório os dias.	61
Figura 19 – Gráficos das diferenças de temperatura de vasto lateral a partir do ajuste com o modelo 5 considerando como bloco aleatório os cães.	61
Figura 20 – Gráficos das diferenças do IR do ultrassom (Índice de resistência) a partir do ajuste com o modelo 5 considerando como bloco aleatório os cães.	62
Figura 21 – Gráficos de Boxplot de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por dias.	78
Figura 22 – Gráficos de normalidades de QQ-Plot de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por dias.	79
Figura 23 – Gráficos de Boxplot de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por cães.	80
Figura 24 – Gráficos de normalidades de QQ-Plot de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom por cães e momentos.	81
Figura 25 – Gráfico dos perfis por cada momento e dias para os 10 cães, das três variáveis em estudo, termografia bíceps femoral, termografia vasto lateral e Ultrassom.	82
Figura 26 – Gráfico dos perfis por cada momento e dias para os 10 cães, das três variáveis em estudo, termografia bíceps femoral, termografia vasto lateral e Ultrassom.	83
Figura 27 – Gráficos de perfis de termografia bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom verificando a variabilidade tanto entre como dentro dos dias da semana. . . .	84
Figura 28 – Box-plot da diferença de temperatura de bíceps femoral por dias e cães . . .	90
Figura 29 – Box-plot da diferença de temperatura de vasto lateral por dias e cães	91
Figura 30 – Box-plot da diferença de ultrassom por dias e cães	92
Figura 31 – Gráficos das diferenças de temperatura de bíceps femoral a partir do ajuste com o modelo 3, a média constante.	93
Figura 32 – Gráficos das diferenças de temperatura de vasto lateral a partir do ajuste com o modelo 3, a média constante.	94
Figura 33 – Gráficos das diferenças da variável ultrassom a partir do ajuste com o modelo 3, média constante.	94
Figura 34 – Gráficos das diferenças da variável ultrassom a partir do ajuste com o modelo 4 considerando como bloco aleatório os dias.	95

Lista de tabelas

Tabela 1	– Passos do algoritmo Metropolis-Hastings	16
Tabela 2	– Passos do algoritmo de amostrador de Gibbs	17
Tabela 3	– Estruturas de variância e covariância para os efeitos aleatórios dos interceptos e inclinações para os modelos 1 e 2, descritos nas equações (4.2) e (4.3) . . .	30
Tabela 4	– Evidências e interpretações para o fator Bayes BF_{12}	34
Tabela 5	– Estatísticas descritivas da temperaturas de bíceps femoral (TBF), vasto lateral (TVL) em °C e IR do ultrassom (US) por momentos e dias da semana. . . .	38
Tabela 6	– Comparação dos modelos ajustados para a termografia de bíceps femoral e vasto lateral com diferentes estruturas de variância-covariância utilizando os critérios DIC, WAIC e p-WAIC.	41
Tabela 7	– Estimativas <i>a posteriori</i> dos parâmetros dos modelos selecionados, Intervalos de credibilidade HPD, critérios de convergência e valores de Fator de Bayes para os modelos 1 e 2 das estruturas de covariâncias selecionadas para termografia de bíceps femoral.	43
Tabela 8	– Estimativas <i>a posteriori</i> dos parâmetros dos modelos selecionados, Intervalos de credibilidade HPD, critérios de convergência e valores de Fator de Bayes para os modelos 1 e 2 das estruturas de covariâncias selecionadas para termografia de vasto lateral.	44
Tabela 9	– Estatísticas descritivas de diferença da temperatura bíceps femoral (DBF), vasto lateral (DVL) e ultrassom (DUS).	53
Tabela 10	– Estimativas <i>a posteriori</i> dos parâmetros dos modelos 3, 4 e 5 ajustados à diferença da temperatura de bíceps femoral, intervalos de credibilidade HPD e critérios de convergência das cadeias.	54
Tabela 11	– Estimativas <i>a posteriori</i> dos parâmetros dos modelos 3, 4 e 5 ajustados à diferença da temperatura de vasto lateral, intervalos de credibilidade HPD e critérios de convergência das cadeias.	55
Tabela 12	– Estimativas <i>a posteriori</i> dos parâmetros dos modelos 3, 4 e 5 ajustados à diferença de utrassom, intervalos de credibilidade HPD e critérios de convergência das cadeias.	56
Tabela 13	– Comparação dos modelos ajustados às diferença das temperaturas de bíceps femoral, vasto lateral e a variável ultrassom utilizando os critérios DIC, WAIC, p-WAIC e Fator de Bayes.	57
Tabela 14	– Estimativas (média <i>a posteriori</i>) dos parâmetros do modelo 1 (4.2), com as diferentes estruturas de variância-covariância, de temperatura termográfica de bíceps femoral.	85

Tabela 15 – Estimativas (média <i>a posteriori</i>) dos parâmetros do modelo 1 (4.2), com as diferentes estruturas de variância-covariância, de temperatura termográfica de vasto lateral.	86
Tabela 16 – Estimativas (média <i>a posteriori</i>) dos parâmetros do modelo 2 (4.3), com as diferentes estruturas de variância-covariância, de temperatura termográfica de bíceps femoral.	87
Tabela 17 – Estimativas (média <i>a posteriori</i>) dos parâmetros do modelo 2 (4.3), com as diferentes estruturas de variância-covariância, de temperatura termográfica de vasto lateral.	88
Tabela 18 – Valores de Fator de Bayes (FB) calculadas a partir dos modelos 1 e 2 considerando as combinações entre as diversas estruturas de covariâncias. .	89

Lista de abreviaturas e siglas

JAGS	<i>Just Another Gibbs Sampler</i>
LMM	<i>linear mixed-effects model</i> (modelo linear de efeitos mistos)
DIC	<i>Deviance information criterion</i> (critério de informação de desvio)
TBF	Temperatura de bíceps femoral
TVL	Temperatura de vasto lateral
US	Ultrassom
IR	Índice de resistência
DBF	Diferença da temperatura de bíceps femoral
DVL	Diferença da temperatura de vasto lateral
DUS	Diferença de ultrassom
RSS	<i>Sum of Squares of Residuals</i> (Soma de Quadrados de Resíduos)
VC	<i>Variance Components</i> (Componentes de Variância)
UN	<i>Unstructured</i> (Não estruturado)
CSH	<i>Heterogeneous Composite Symmetry</i> (Simetria de Composta Heterogênea)
AR(1)	<i>Autoregressive (1)</i> (Autorregressiva de 1ª ordem)
CS	<i>Compound Symmetry</i> (Simetria Composta)
HPD	<i>Highest Posterior Density</i>

Sumário

1	INTRODUÇÃO	2
1.1	Objetivos	4
2	CONCEITOS PRELIMINARES	5
2.1	Modelos lineares	5
2.2	Modelos lineares mistos	6
2.2.1	Estimação de β e b	8
2.3	Estruturas de variância e covariância	10
2.4	Modelos mistos longitudinais	12
3	INFERÊNCIA BAYESIANA EM MODELOS MISTOS	14
3.1	Distribuição <i>a priori</i>	14
3.2	Distribuição <i>a posteriori</i>	15
3.3	Métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC)	16
3.3.1	Metropolis-Hastings	16
3.3.2	Amostrador de Gibbs	17
3.4	Distribuição normal multivariada e Wishart invertida	18
3.4.1	Distribuição normal multivariada	18
3.4.2	Distribuição Wishart e Wishart-invertida	19
3.5	Estimação dos parâmetros	21
3.6	Diagnóstico de convergência	23
4	MATERIAL E MÉTODOS	27
4.1	Modelos mistos para temperatura termográfica e a medida de IR do ultrassom	28
4.2	Modelos mistos para a diferença da temperatura termográfica entre os momentos antes e depois	31
4.3	Obtenção da distribuição <i>a posteriori</i>	31
4.4	Critério para seleção de modelo	33
4.4.1	Fator de Bayes (FB)	33
4.4.2	Critério de informação de desvio (DIC)	35
4.4.3	Watanabe – Critério de Informação de Akaike (WAIC)	35
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	37
5.1	Análise descritiva	37
5.2	Ajustes dos modelos 1 e 2 para as variáveis TBF e TVL	41

5.3	Análise dos modelos para a diferença entre os momentos para as variáveis DBF, DVL e DUS	52
6	CONCLUSÕES	64
6.1	Trabalhos futuros	65
	REFERÊNCIAS	66
	APÊNDICES	76
APÊNDICE A	GRÁFICOS DESCRITIVOS	78
APÊNDICE B	TABELAS DOS MODELOS 1 E 2	85
APÊNDICE C	GRÁFICOS DA DIFERENÇA ENTRE OS MOMENTOS	90
APÊNDICE D	CÓDIGOS DE MODELAGEM	96

1 Introdução

Os modelos mistos são extensivamente empregados em várias áreas, incluindo biologia, medicina, economia, psicologia e outras disciplinas. Eles proporcionam a capacidade de modelar dados com estruturas hierárquicas ou correlações intraclases, o que implica que os dados podem ser agrupados em diferentes níveis ou unidades, como indivíduos, famílias, empresas ou países.

A modelagem através dos modelos mistos é amplamente utilizada na área de Bioestatística, pois confronta-se com experimentos cuja coleta de dados geralmente é correlacionada. Este termo genérico abrange uma infinidade de estruturas de dados, como observações multivariadas, dados agrupados, medições repetidas, dados longitudinais e dados espacialmente correlacionados. Os estudos de medidas repetidas são frequentemente denominados quando uma mesma unidade experimental é mensurada várias vezes ao longo de uma dimensão (tempo ou espaço). Quando é ao longo do tempo, refere-se como dados longitudinais (DIGGLE; LIANG; ZEGER, 1994; DIGGLE *et al.*, 2002; ARIYO *et al.*, 2020; GÓMEZ-RUBIO, 2020; LIN; WANG, 2020).

Os modelos de efeitos mistos ou aleatórios para dados longitudinais permitem que os coeficientes da regressão variem entre os indivíduos. Esses modelos têm dois componentes: um intra-individual e outro entre indivíduos. Nos modelos mistos, há variação nos parâmetros de regressão entre os indivíduos, cada um apresentando sua própria trajetória média. Dessa forma, um subconjunto dos parâmetros de regressão são tomados como aleatórios, sendo específico por indivíduo e os efeitos fixos são compartilhados por todos os indivíduos (VERBEKE, 1997; PUSPONEGORO *et al.*, 2017).

A consideração das matrizes de variância e covariância desempenha um papel fundamental na modelagem longitudinal. Essas matrizes contêm informações essenciais sobre a dispersão e as interações entre as variáveis em um conjunto de dados, sendo ferramentas indispensáveis na análise de dados em diversos campos, como econometria, ciência de dados e análise multivariada. Portanto, a correta especificação dessas matrizes é crucial para realizar uma análise estatística robusta e obter informações valiosas sobre a distribuição e as relações entre as variáveis no conjunto de dados (DIGGLE; LIANG; ZEGER, 1994; ARIYO *et al.*, 2020; LIN; WANG, 2020).

O interesse em explorar os modelos mistos reside na capacidade não apenas de descrever a tendência temporal através da correlação entre medidas sucessivas, mas também de estimar

a variação na medida inicial e a taxa de mudança ao longo do tempo. No caso dos dados longitudinais, o comportamento da variável resposta é observado ao longo de uma direção específica, sendo o tempo a mais comum. Uma característica dos dados longitudinais é a falta de independência entre as observações. Isso significa que, quando as medidas são tomadas em intervalos temporais diferentes, a correlação pode ser baixa ou até mesmo inexistente, uma vez que as mesmas são realizadas em uma mesma unidade experimental. Outra possível característica é a heterogeneidade de variâncias nas diversas ocasiões observadas, as quais não precisam ser igualmente espaçadas e balanceadas. Além disso, as análises podem ser conduzidas com os dados de indivíduos com perda de seguimento total ou parcial (ausência de informação em algum momento do estudo) (FAUSTO *et al.*, 2008; CABRAL; GONÇALVES, 2011).

Após definida a estrutura do experimento e a família de modelos a ser estudada, o próximo passo é a inferência dos parâmetros. Na abordagem frequentista, os parâmetros são considerados fixos e a análise é baseada exclusivamente nas informações contidas nos dados amostrais. Por outro lado, na abordagem Bayesiana, pode-se atribuir uma distribuição de probabilidade para o comportamento de cada parâmetro, visto que são considerados aleatórios, então todas as incertezas, incluindo aquelas associadas aos efeitos fixos, são quantificadas por meio de distribuições de probabilidade especificado como uma distribuição *a priori*. Neste caso, o conhecimento prévio sobre o comportamento da distribuição do parâmetro é de fundamental importância sendo incorporada na análise através de uma informação *a priori* (CONGDON, 2007; ALBERT, 2009; BOX; TIAO, 2011; PUZA, 2015).

Dessa forma, a abordagem Bayesiana, permite a integração de informações prévias (*a priori*) e amostrais (verossimilhança) na análise. Ao contrário da abordagem frequentista, que se concentra em estimar os valores fixos dos parâmetros, a abordagem Bayesiana permite obter a distribuição *a posteriori* dos parâmetros a partir da combinação de distribuição *a priori* e a verossimilhança (WAKEFIELD, 2013; SEIDE; JENSEN; KIESER, 2020).

Na modelagem Bayesiana de modelos mistos, tanto os efeitos fixos quanto os aleatórios são considerados como variáveis aleatórias com uma distribuição *a priori* especificada. Essa distribuição *a priori* pode ser baseada no conhecimento prévio do pesquisador. A obtenção da distribuição *a posteriori* dos parâmetros deve ser feita utilizando métodos computacionais, como o algoritmo de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC). O MCMC é uma técnica que possibilita amostrar de maneira aproximada a distribuição *a posteriori* sem a necessidade de calcular a função de densidade de probabilidade, especialmente quando a distribuição *a posteriori* não pode ser calculada de forma analítica. Isso permite inferências em situações complexas onde não é viável obter soluções analíticas. Os resultados da análise incluem estimativas dos parâmetros e suas incertezas, assim como medidas da adequação do modelo, como a probabilidade preditiva posterior.

Neste trabalho, utilizaram-se informações experimentais na área de medicina veterinária. O tratamento veterinário utiliza exames laboratoriais, como exames de sangue e temperatura,

para avaliar a saúde dos animais. A plataforma vibratória é uma ferramenta amplamente utilizada em medicina veterinária para diversos tratamentos, trazendo vários benefícios para a saúde dos animais. É importante ressaltar que o uso dessa ferramenta deve ser supervisionado por profissionais qualificados (SILVA, 2016; GOMES *et al.*, 2018; GOMES, 2019; MARTINS, 2020; OLIVEIRA *et al.*, 2020; JUNIOR *et al.*, 2020; WUTZKE *et al.*, 2020).

Neste cenário, foram realizadas avaliações por Santos *et al.* (2017) sobre o impacto da plataforma vibratória de corpo inteiro nos músculos das pernas e no índice de resistência femoral. Neste trabalho, utilizando-se a análise de variância, constataram-se alterações significativas nas temperaturas da pele nas regiões dos músculos bíceps femoral e vasto lateral, além do aumento do índice de resistência (IR) do ultrassom.

6 Conclusões

A partir dos resultados verificou-se que os modelos ajustados com as diferentes estruturas de matrizes de variância-covariância obtiveram um bom desempenho, reforçando a importância de testar vários tipos de estruturas das matrizes. Assim, as matrizes autorregressivo de primeira ordem e componentes de variância que adequaram-se aos dados de temperatura termográfica.

A análise da correlação entre o intercepto e a inclinação aleatória em modelos mistos é importante porque ela reflete a relação entre o nível inicial da temperatura e sua taxa de mudança ao longo do tempo. Desta forma, observou-se que o coeficiente de correlação entre intercepto e inclinação aleatórios por cães (ρ_b) foi próximo de zero para o modelo 1. Logo os cães que começam com um nível mais alto da temperatura tendem a ter uma taxa de mudança significativa ao longo do tempo. Pelos resultados obtidos a partir do ajuste do modelo 2, os coeficientes de correlação entre inclinação e intercepto aleatórios por cães e dias (ρ_{b_j} e ρ_{δ_k}), foram positivos e próximos a zero.

O estudo da correlação entre o intercepto e a inclinação aleatória é importante pois se a correlação entre o intercepto e a inclinação aleatória é positiva, então os efeitos das variáveis explicativas nas taxas de mudança ao longo do tempo podem ser afetados pela distribuição inicial da temperatura. Nesse caso, pode ser necessário considerar modelos que levem em conta essa correlação para obter estimativas confiáveis dos efeitos das variáveis explicativas.

Portanto o estudo da variabilidade das temperaturas entre os momentos em cães pode ser importante para monitorar a saúde, detectar problemas precocemente, compreender a resposta ao estresse e garantir o controle adequado da temperatura corporal dos cães, pois a observação de mudanças significativas ao longo do tempo pode indicar a presença de doenças ou distúrbios, como infecções, inflamações, desequilíbrios hormonais ou doenças metabólicas.

Na análise das diferenças nas medições das temperaturas termográficas nas regiões de bíceps femoral, vasto lateral e ultrassom, observa-se que os modelos 4 e 5 foram os mais adequados. Isso se deve ao fato de que nesses modelos foram considerados como bloco aleatório os dias e os cães, respectivamente. Com base na análise de DIC, conclui-se que o modelo mais adequado para as medições nas regiões de bíceps femoral e vasto lateral é o modelo 4. No entanto, pela natureza do experimento realizado e pela visualização dos gráficos, percebe-se que o modelo adequado é o modelo 5.

Desta forma percebe-se a importância dos análises adequada aos dados obtidos em

experimentos com esta ferramenta, assim a modelagem utilizando a inferência Bayesiana com as diferentes estruturas de matrizes de variância e covariância obtiveram resultados importantes. Além disso, a análise com a diferença das temperaturas de bíceps femoral, vasto lateral e IR do ultrassom reafirma a importância de modelar considerando diferentes efeitos aleatórios.

Finalmente, este estudo introduz uma abordagem inovadora na área de medicina veterinária, explorando os exames de vibração de corpo inteiro em cães e propondo uma modelagem alternativa à análise conduzida por Santos *et al.* (2017).

6.1 Trabalhos futuros

Com base nos resultados alcançados neste estudo, são propostas algumas direções para orientar futuros desenvolvimentos de pesquisas:

- Sugere-se realizar uma exploração mais abrangente considerando uma variedade maior de momentos, e matrizes de variância e covariância em relação ao tempo (momentos).
- Recomenda-se realizar uma busca cuidadosa das *prioris* informativas e não informativas para melhorar o ajuste dos modelos Bayesianos.
- Realizar uma análise de modelos mistos longitudinais para as informações de exames de sangue dos estudo de Santos *et al.* (2017) e desse modo, verificar de uma forma mais abrangente a eficiência da terapia WBV em cães.

REFERÊNCIAS

- ADHIKARI, S. Generalized wishart distribution for probabilistic structural dynamics. **Computational Mechanics**, Springer, v. 45, p. 495–511, 2010. 19, 20
- ALBERT, J. **Bayesian computation with R**. [S.l.]: Springer Science and Business Media, 2009. 3
- ARIYO, O. *et al.* Bayesian model selection in linear mixed models for longitudinal data. **Journal of Applied Statistics**, Taylor & Francis, v. 47, n. 5, p. 890–913, 2020. 2, 7, 13, 35
- BARBOZA, R. d. C. O. *et al.* Análise de medidas repetidas em ovinos da raça santa inês por meio de modelos mistos. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 779–783, 2019. 49
- BASU, S. **Bayesian and Frequentist Regression Methods**. [S.l.]: JSTOR, 2016. 14
- BASU, S.; CHIB, S. Marginal likelihood and bayes factors for dirichlet process mixture models. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, v. 98, n. 461, p. 224–235, 2003. 35
- BERRY, D. A.; STANGL, D. **Bayesian biostatistics**. [S.l.]: CRC Press, 2018. 14
- BESAG, J. Discussion: Markov chains for exploring posterior distributions. **The Annals of Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 22, n. 4, p. 1734–1741, 1994. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2242479>>. Acesso em: 27 Julho. 2019. 21
- BOLSTAD, W. M.; CURRAN, J. M. **Introduction to Bayesian statistics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016. 14, 15
- BOOTH, D. Bayesian biostatistics and diagnostic medicine. **Technometrics**, American Society for Quality, v. 52, n. 3, p. 367, 2010. 14, 15
- BOX, G. E.; TIAO, G. C. **Bayesian inference in statistical analysis**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2011. v. 40. 3, 15
- BROOKS, S. P.; GELMAN, A. General methods for monitoring convergence of iterative simulations. **Journal of computational and graphical statistics**, Taylor & Francis, v. 7, n. 4, p. 434–455, 1998. 25
- BROWN, H.; PRESCOTT, R. **Applied mixed models in medicine**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. 7
- BURGHOFF, T. **Linear-Mixed Models—A Practical Guide Using Statistical Software**, BT West, KB Welch, and AT Galecki.(2015). Boca Raton, FL: Taylor and Francis/CRC Press. 440 pages, ISBN-10: 1466560991, ISBN-13: 978-1466560994. 2016. 12
- CABRAL, M. S.; GONÇALVES, M. H. Análise de dados longitudinais. **Sociedade Portuguesa de Estatística**, 2011. 3
- CARLIN, B. P.; LOUIS, T. A. **Bayesian methods for data analysis**. [S.l.]: CRC Press, 2008. 14, 16

- CARLO, M. C. M. Stochastic simulation for bayesian inference. **CRC Texts in Statistical Science Series**, 2006. 33
- CASELLA, G.; GEORGE, E. I. Explaining the gibbs sampler. **The American Statistician**, Taylor & Francis, v. 46, n. 3, p. 167–174, 1992. 17
- CELEUX, G. *et al.* Deviance information criteria for missing data models. **Bayesian Analysis**, International Society for Bayesian Analysis, v. 1, n. 4, p. 651 – 673, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1214/06-BA122>>. 35
- CHATTERJEE, D.; BHATTACHARYA, S. Convergence of pseudo-bayes factors in forward and inverse regression problems. **arXiv preprint arXiv:2006.06020**, 2020. 33
- CHIB, S. Marginal likelihood from the gibbs output. **Journal of the american statistical association**, Taylor & Francis, v. 90, n. 432, p. 1313–1321, 1995. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1995.10476635>>. 34
- CHICKERING, D. M.; HECKERMAN, D. Efficient approximations for the marginal likelihood of bayesian networks with hidden variables. **Machine learning**, Springer, v. 29, p. 181–212, 1997. 34
- COHEN, L. On the mean ergodic theorem. **Annals of Mathematics**, JSTOR, p. 505–509, 1940. 26
- CONGDON, P. **Bayesian statistical modelling**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2007. 3
- DAI, C.; LIU, J. S. Monte carlo approximation of bayes factors via mixing with surrogate distributions. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, v. 117, n. 538, p. 765–780, 2022. 35
- DEMIDENKO, E. **Mixed models: theory and applications with R**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. 10
- DIGGLE, P. *et al.* **Analysis of longitudinal data**. [S.l.]: Oxford university press, 2002. 2, 10
- DIGGLE, P.; LIANG, K.-Y.; ZEGER, S. L. Longitudinal data analysis. **New York: Oxford University Press**, v. 5, p. 13, 1994. 2
- DO, C. B. The multivariate gaussian distribution. **Section Notes, Lecture on Machine Learning, CS**, v. 229, 2008. 18
- DONG, C.; WEDEL, M. Banova: Hierarchical bayesian anova models. 2020. 12
- DOORN, J. van *et al.* Bayes factors for mixed models. **Computational Brain & Behavior**, Springer, p. 1–13, 2021. 33, 34
- _____. Bayes factors for mixed models: Perspective on responses. **Computational Brain & Behavior**, Springer, v. 6, n. 1, p. 127–139, 2023. 33, 34
- DU, H. *et al.* Comparing dic and waic for multilevel models with missing data. **Behavior Research Methods**, Springer, p. 1–20, 2023. 36
- DUNFORD, N. A mean ergodic theorem. 1939. 26

- DUNN, P. K.; SMYTH, G. K. *et al.* **Generalized linear models with examples in R**. [S.l.]: Springer, 2018. v. 53. 6
- ESCOFFRE, J.-M.; BOUAKAZ, A. **Therapeutic ultrasound**. [S.l.]: Springer, 2015. v. 880. 28
- FALCONER, J. R. *et al.* Methods for eliciting informative prior distributions: A critical review. **Decision Analysis**, INFORMS, 2022. 15
- FAUSTO, M. A. *et al.* O modelo de regressão linear misto para dados longitudinais: uma aplicação na análise de dados antropométricos desbalanceados. **Cadernos de Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 24, p. 513–524, 2008. 3
- FERRO, M. M. Modelos mistos na experimentação animal. 2018. 10
- FITZMAURICE, G. *et al.* **Longitudinal data analysis**. [S.l.]: CRC press, 2008. 12, 13
- FOUEDJIO, F. *et al.* Conditional simulation of categorical spatial variables using gibbs sampling of a truncated multivariate normal distribution subject to linear inequality constraints. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**, Springer, v. 35, p. 457–480, 2021. 18
- FRIEL, N.; PETTITT, A. N. Marginal Likelihood Estimation via Power Posteriors. **Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology**, v. 70, n. 3, p. 589–607, 04 2008. ISSN 1369-7412. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1467-9868.2007.00650.x>>. 34
- GAMERMAN, D. **Simulação estocástica via cadeias de Markov**. [S.l.]: ABE, 1996. 23, 24, 25, 33
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference**. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2006. 16, 17, 25
- GAUSSORGUES, G.; CHOMET, S. **Infrared thermography**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1993. v. 5. 28
- GELFAND, A. E.; SMITH, A. F. Sampling-based approaches to calculating marginal densities. **Journal of the American statistical association**, Taylor & Francis, v. 85, n. 410, p. 398–409, 1990. 17
- GELMAN, A. *et al.* **Bayesian data analysis**. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 1995. 23, 24, 25
- GELMAN, A.; HILL, J. **Data analysis using regression and multilevel/hierarchical models**. [S.l.]: Cambridge university press, 2006. 29
- GELMAN, A.; HWANG, J.; VEHTARI, A. Understanding predictive information criteria for bayesian models. **Statistics and computing**, Springer, v. 24, n. 6, p. 997–1016, 2014. 36
- GELMAN, A.; RUBIN, D. B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. **Statistical science**, JSTOR, p. 457–472, 1992. 23, 25
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. **IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence**, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984. 16, 17
- GEWEKE, J. Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculations of posterior moments. **Bayesian statistics**, Oxford University Press, v. 4, p. 641–649, 1992. 23

- GHOSAL, S.; GHOSH, J.; RAMAMOORTHY, R. Non-informative priors via sieves and packing numbers. In: **Advances in statistical decision theory and applications**. [S.l.]: Springer, 1997. p. 119–132. 15
- GHOSH, J. K.; DELAMPADY, M.; SAMANTA, T. **An introduction to Bayesian analysis: theory and methods**. [S.l.]: Springer, 2006. v. 725. 15
- GILLE, S. *et al.* Dog owners' perceptions of canine body composition and effect of standardized education for dog owners on body condition assessment of their own dogs. **Veterinary Sciences**, MDPI, v. 10, n. 7, p. 447, 2023. 52
- GOMES, M. V. *et al.* Applicability of whole-body vibration exercises as a new tool in veterinary medicine. **Revista Hospital Universitário Pedro Ernesto (HUPE)**, v. 17, n. 1, 2018. 4, 62
- GOMES, M. V. F. Avaliação dos músculos quadriceps femoris de cães diagnosticados com displasia coxofemoral após o uso de plataforma vibratória. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2019. 4, 62
- GOMES, M. V. F. *et al.* Long-term effects of whole-body vibration on hind limb muscles, gait and pain in lame dogs with borderline-to-severe hip dysplasia—a pilot study. **Animals**, MDPI, v. 13, n. 22, p. 3456, 2023. 52
- GÓMEZ-RUBIO, V. **Bayesian inference with INLA**. [S.l.]: CRC Press, 2020. 2
- GRAFAREND, E.; AWANGE, J. **Linear and Nonlinear Models: Fixed effects, random effects, and total least squares**. [S.l.]: Springer, 2012. 22
- HAN, C.; CARLIN, B. P. Markov chain monte carlo methods for computing bayes factors: A comparative review. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, v. 96, n. 455, p. 1122–1132, 2001. 35
- HASTINGS, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. Oxford University Press, 1970. 16
- _____. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. **Biometrika**, v. 57, n. 1, p. 97–109, 1970. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/biomet/57.1.97>>. Acesso em: 20 Dez. 2018. 21
- HEIDELBERGER, P.; WELCH, P. D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. **Operations Research**, v. 31, p. 97–109, 1983. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.31.6.1109>>. Acesso em: 02 Mai. 2018. 23, 24
- HENDERSON, C. General flexibility of linear model techniques for sire evaluation. **Journal of Dairy Science**, Elsevier, v. 57, n. 8, p. 963–972, 1974. 9
- _____. Statistical methods in animal improvement: historical overview. **Advances in statistical methods for genetic improvement of livestock**, Springer, p. 2–14, 1990. 9
- HOLGERSSON, T.; PIELASZKIEWICZ, J. A collection of moments of the wishart distribution. **Recent Developments in Multivariate and Random Matrix Analysis: Festschrift in Honour of Dietrich von Rosen**, Springer, p. 147–162, 2020. 20
- IBARRA-CASTANEDO, C.; MALDAGUE, X. P. Infrared thermography. **Handbook of Technical Diagnostics: Fundamentals and Application to Structures and Systems**, Springer, p. 175–220, 2013. 28

- INGLIS, A. *et al.* Jags: just another gibbs sampler. 2018. 23
- JEFFREYS, H. **Theory of Probability**. 3rd. ed. Oxford: Oxford University, 1961. 33, 34
- _____. **The theory of probability**. [S.l.]: OuP Oxford, 1998. 33, 34
- Jl, Y.; SHI, H. Bayesian variable selection in linear quantile mixed models for longitudinal data with application to macular degeneration. **Plos one**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 15, n. 10, p. e0241197, 2020. 7, 13
- JUNIOR, J. V. *et al.* Exercício em plataforma vibratória aumenta a perfusão sanguínea da articulação do joelho e a temperatura retal de cães saudáveis. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, SciELO Brasil, v. 72, p. 305–311, 2020. 4, 63
- JUNIOR, L. L. M. M. *et al.* A inverted-wishart distribution approach for the noise covariance matrix estimation applied to target tracking problems. 2019. 20
- KASS, R. E.; RAFTERY, A. E. Bayes factors. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor and Francis, v. 90, n. 430, p. 773–795, 1995. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1995.10476572>>. Acesso em: 07 Jun. 2019. 33
- _____. Bayes factors. **Journal of the american statistical association**, Taylor & Francis, v. 90, n. 430, p. 773–795, 1995. 34
- KNILL, D. C.; RICHARDS, W. **Perception as Bayesian inference**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996. 14
- LAHIRI, B. B. *et al.* Medical applications of infrared thermography: a review. **Infrared physics & technology**, Elsevier, v. 55, n. 4, p. 221–235, 2012. 28
- LAIRD, N. M.; WARE, J. H. Random-effects models for longitudinal data. **Biometrics**, JSTOR, p. 963–974, 1982. 13
- LESAFFRE, E.; LAWSON, A. Statistics in practice. **Bayesian Biostatistics, Bayesian Methods in Practical Applications: Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd**, p. 375–89, 2012. 23
- LESAFFRE, E.; LAWSON, A. B. **Bayesian biostatistics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. 14, 15
- LETAC, G.; MASSAM, H. A tutorial on non central wishart distributions. **Technical Paper, Toulouse University**, 2004. 19
- LEWIS, S. M.; RAFTERY, A. E. Estimating bayes factors via posterior simulation with the laplace—metropolis estimator. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, v. 92, n. 438, p. 648–655, 1997. 33
- LIN, T.-I.; WANG, W.-L. Multivariate-t linear mixed models with censored responses, intermittent missing values and heavy tails. **Statistical methods in medical research**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 29, n. 5, p. 1288–1304, 2020. 2
- LITTELL, R. C.; HENRY, P.; AMMERMAN, C. B. Statistical analysis of repeated measures data using sas procedures. **Journal of animal science**, Oxford University Press, v. 76, n. 4, p. 1216–1231, 1998. 10

- LOTFI, S. *et al.* Bayesian model selection, the marginal likelihood, and generalization. In: PMLR. **International Conference on Machine Learning**. [S.l.], 2022. p. 14223–14247. 35
- MARTINS, D. J. d. C. Avaliação do ácido hialurônico reticulado, isolado e associado a vibração de corpo inteiro em cães com osteoartrose secundária à displasia coxofemoral. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2020. 4
- MARTINS, E.; LOPES, P.; SILVA, M. R. Aj modelo linear misto. **Viçosa: Imprensa Universitária**, 46p, 1993. 9, 10
- MCCULLOCH, C. E.; SEARLE, S. R. Generalized, linear, and mixed models, vol. 1. Wiley-Interscience, 2001. 22
- _____. **Generalized, linear, and mixed models**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. 8
- METODIEV, M. *et al.* Easily computed marginal likelihoods from posterior simulation using the thames estimator. **arXiv preprint arXiv:2305.08952**, 2023. 34
- METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. **The journal of chemical physics**, American Institute of Physics, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953. 16
- _____. Equation of state calculations by fast computing machines. **The journal of chemical physics**, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1699114>>. Acesso em: 16 Ago. 2019. 21
- MOLENBERGHS, G.; VERBEKE, G. **Lineal Mixed Models for longitudinal data**. [S.l.]: Springer Séries in statistics, 2000. 10, 21, 22
- MONTGOMERY, D.; PECK, E.; VINING, G. Simple linear regression model. **Introduction to Linear Regression Analysis**. 6th ed. John Wiley & Sons, Inc, p. 12–69, 2021. 5
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to linear regression analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2021. 5
- MOREY, R. D. *et al.* Using mcmc chain outputs to efficiently estimate bayes factors. **Journal of Mathematical Psychology**, v. 55, n. 5, p. 368–378, 2011. ISSN 0022-2496. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022249611000666>>. 33, 34
- NANDRAM, B.; KIM, H. Marginal likelihood for a class of bayesian generalized linear models. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, Taylor & Francis, v. 72, n. 4, p. 319–340, 2002. 35
- NEAL, R. M. *et al.* Handbook of markov chain monte carlo. **Press C, editor**, v. 22011, 2011. 16
- NEWMAN, P. G.; ROZYCKI, G. S. The history of ultrasound. **Surgical clinics of north America**, Elsevier, v. 78, n. 2, p. 179–195, 1998. 28
- NOGUEIRA, D. A. *et al.* Análises clássica e bayesiana de um modelo misto aplicado ao melhoramento animal: uma ilustração. **Ciência e Agrotecnologia, Lavras**, v. 27, p. 1614–1624, 2003. 24
- NTZOUFRAS, I. **Bayesian modeling using WinBUGS**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2011. 21
- O'HAGAN, A.; FORSTER, J. J. **Kendall's advanced theory of statistics, volume 2B: Bayesian inference**. [S.l.]: Arnold, 2004. v. 2. 33

- OLIVEIRA, M. d. C. *et al.* Efeito do treinamento com plataforma vibratória na morfologia do músculo diafragma em ratos com obesidade hipotalâmica. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2020. 4
- OUIMET, F. A symmetric matrix-variate normal local approximation for the wishart distribution and some applications. **Journal of Multivariate Analysis**, Elsevier, v. 189, p. 104923, 2022. 19, 20
- PARDOE, I. **Applied regression modeling**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020. 6
- PATTERSON, H. D.; THOMPSON, R. Recovery of inter-block information when block sizes are unequal. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 58, n. 3, p. 545–554, 1971. 9, 10
- PETERSEN, K. E. **Ergodic theory**. [S.l.]: Cambridge university press, 1989. v. 2. 26
- PINHEIRO, J.; BATES, D. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. 13
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. Linear mixed-effects models: basic concepts and examples. **Mixed-effects models in S and S-Plus**, Springer, p. 3–56, 2000. 10, 29
- PLUMMER, M. **JAGS Version 3.3.0 user manual**. [S.l.]: Lyon, France, 2012. 23
- PLUMMER, M. *et al.* Coda: convergence diagnosis and output analysis for mcmc. **R news**, v. 6, n. 1, p. 7–11, 2006. 21
- POURAHMADI, M. Maximum likelihood estimation of generalised linear models for multivariate normal covariance matrix. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 87, n. 2, p. 425–435, 2000. 18
- PUSPONEGORO, N. H. *et al.* Linear mixed model for analyzing longitudinal data: A simulation study of children growth differences. **Procedia computer science**, Elsevier, v. 116, p. 284–291, 2017. 2
- PUZA, B. **Bayesian Methods for Statistical Analysis**. [S.l.]: ANU Press, 2015. 3
- R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2022. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. 23
- RÁCZ, M. Z.; RICHEY, J. A smooth transition from wishart to goe. **Journal of Theoretical Probability**, Springer, v. 32, p. 898–906, 2019. 19, 20
- RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. **How many iterations in the gibbs sampler?** JM Bernardo, MJ Bayarri, JO Berger, AP Dawid, AFM Smith, eds., **BAYESIAN STATISTICS**, vol. 4. [S.l.]: Oxford University Press, 1992. 23, 24
- RANGANATHAN, S.; NAKAI, K.; SCHONBACH, C. **Encyclopedia of bioinformatics and computational biology: ABC of bioinformatics**. [S.l.]: Elsevier, 2018. 15
- ROBERT, C. P.; CASELLA, G.; CASELLA, G. **Introducing monte carlo methods with r**. [S.l.]: Springer, 2010. v. 18. 16
- ROBERT, C. P. *et al.* The metropolis—hastings algorithm. **Monte Carlo statistical methods**, Springer, p. 267–320, 2004. 16

ROBERTH, C. **The Bayesian choice: from decision-theoretic foundations to computational implementation**. Paris: Springer Science and Business Media, 2007. 21

ROBINSON, G. K. That blup is a good thing: the estimation of random effects. **Statistical science**, JSTOR, p. 15–32, 1991. 10

ROUDER, J. N.; LU, J. An introduction to bayesian hierarchical models with an application in the theory of signal detection. **Psychonomic bulletin & review**, Springer, v. 12, n. 4, p. 573–604, 2005. 15

SANTOS, I. *et al.* Whole-body vibration on leg muscles thermography and femoral resistive index of in adult healthy dogs. **Research in veterinary science**, Elsevier, v. 122, p. 118–123, 2019. 27

SANTOS, I. F. C. *et al.* Whole-body vibration exercise on hematology and serum biochemistry in healthy dogs. **Topics in companion animal medicine**, Elsevier, v. 32, n. 2, p. 86–90, 2017. 4, 27, 65

SEARLE, S.; CASELLA, G.; MCCULLOCH, C. Variance components john wiley and sons. **Inc. New York**, 1992. 10

SEARLE, S. R.; MCCULLOCH, C. E.; NEUHAUS, J. M. **Generalized, linear, and mixed models**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. 8

SEIDE, S. E.; JENSEN, K.; KIESER, M. A comparison of bayesian and frequentist methods in random-effects network meta-analysis of binary data. **Research synthesis methods**, Wiley Online Library, v. 11, n. 3, p. 363–378, 2020. 3

SHEMYAKIN, A. Hellinger distance and non-informative priors. **Bayesian Analysis**, International Society for Bayesian Analysis, v. 9, n. 4, p. 923–938, 2014. 15

SHEN, J.; LIU, C. C. Bayesian analysis for random effects models. **Bayesian Inference on Complicated Data**, IntechOpen, 2020. 13

SILVA, B. M. *et al.* Effects of whole-body vibration in hematobiochemical and hemogasometric parameters in adult and elderly healthy dogs. **Acta Scientiae Veterinariae**, v. 48, 2020. 52

SILVA, F. L. Parâmetros de vibração imposta em plataformas vibratórias estocásticas de corpo inteiro utilizadas em reabilitação e treinamento. 2016. 4, 62

SILVA, S. d. S. *et al.* Modelos lineares generalizados. **Bioestatística quantitativa aplicada. Porto Alegre: UFRGS, 2020. Cap. 11, p. 217-231**, 2020. 5

SIMPSON, S. L. *et al.* A linear exponent ar (1) family of correlation structures. **Statistics in medicine**, Wiley Online Library, v. 29, n. 17, p. 1825–1838, 2010. 49

_____. Kronecker product linear exponent ar (1) correlation structures for multivariate repeated measures. **PloS one**, Public Library of Science San Francisco, USA, v. 9, n. 2, p. e88864, 2014. 49

SPIEGELHALTER, D. J. *et al.* Bayesian measures of model complexity and fit. **Journal of the royal statistical society: Series b (statistical methodology)**, v. 64, n. 4, p. 583–639, 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353>>. Acesso em: 04 Nov. 2022. 33, 35

- STEIN, C. M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution. **The annals of Statistics**, JSTOR, p. 1135–1151, 1981. 18
- STONE, J. V. **Bayes' rule: A tutorial introduction to Bayesian analysis**. [S.l.]: Sebtel Press, 2013. 15, 21
- STROUP, W. W. **Generalized linear mixed models: modern concepts, methods and applications**. [S.l.]: CRC press, 2012. 8
- SU, Y.-S.; YAJIMA, M. R2jags: Using r to run jags; 2015. URL [https://CRAN.R-project.org/package= R2jags](https://CRAN.R-project.org/package=R2jags). R package version 0.5-7, 2018. 23
- SZENTKUTI, A.; KAVANAGH, H. S.; GRAZIO, S. Infrared thermography and image analysis for biomedical use. **Periodicum biologorum**, Hrvatsko prirodoslovno društvo, v. 113, n. 4, p. 385–392, 2011. 28
- TENAN, S. *et al.* Bayesian model selection: The steepest mountain to climb. **Ecological Modelling**, v. 283, p. 62–69, 2014. ISSN 0304-3800. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304380014001690>>. 33, 34
- TONG, Y. L. **The multivariate normal distribution**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. 18
- VEHTARI, A.; GELMAN, A.; GABRY, J. Practical bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and waic. **Statistics and computing**, Springer, v. 27, p. 1413–1432, 2017. 35
- VERBEKE, G. Linear mixed models for longitudinal data. In: **Linear mixed models in practice**. [S.l.]: Springer, 1997. p. 63–153. 2, 7, 13, 22, 30
- VERBEKE, G.; MOLENBERGHS, G. **Linear mixed models in practice: a SAS-oriented approach**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 126. 30
- VERBEKE, G.; MOLENBERGHS, G.; RIZOPOULOS, D. Random effects models for longitudinal data. In: **Longitudinal research with latent variables**. [S.l.]: Springer, 2010. p. 37–96. 13
- VERBEKE, G.; MOLENBERGHS, G.; VERBEKE, G. **Linear mixed models for longitudinal data**. [S.l.]: Springer, 1997. 30
- WAKEFIELD, J. **Bayesian and frequentist regression methods**. [S.l.]: Springer, 2013. v. 23. 3, 14
- WANG, X.; YUE, Y.; FARAWAY, J. J. **Bayesian regression modeling with INLA**. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2018. 14
- WATANABE, S. **Mathematical theory of Bayesian statistics**. [S.l.]: CRC Press, 2018. 35
- _____. Waic and wbic for mixture models. **Behaviormetrika**, Springer, v. 48, p. 5–21, 2021. 36
- WATANABE, S.; OPPER, M. Asymptotic equivalence of bayes cross validation and widely applicable information criterion in singular learning theory. **Journal of machine learning research**, v. 11, n. 12, 2010. 35

WEST, B. T.; WELCH, K. B.; GALECKI, A. T. **Linear mixed models: a practical guide using statistical software**. 2. ed. [S.l.]: A Chapman & Hall Book, 2006. 7, 12

WUTZKE, M. L. S. *et al.* Efeito da plataforma vibratória na remobilização de ratos wistar. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2020. 4

YILDIRIM, I. Bayesian inference: Metropolis-hastings sampling. **Dept. of Brain and Cognitive Sciences, Univ. of Rochester, Rochester, NY**, 2012. 16

ZHAN, P. *et al.* Using jags for bayesian cognitive diagnosis modeling: A tutorial. **Journal of Educational and Behavioral Statistics**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 44, n. 4, p. 473–503, 2019. 23