

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

HENRIQUE BARBOZA FERREIRA

Análise do comportamento aerodinâmico de asas frontais de carros de F1

São João da Boa Vista

2024

Henrique Barboza Ferreira

Análise do comportamento aerodinâmico de asas frontais de carros de F1

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Murilo Sartorato

Coorientador: Profº Dr. Daniel Sampaio Souza

São João da Boa Vista

2024

F383a	Ferreira, Henrique Barboza Análise do comportamento aerodinâmico de asas frontais de carros de F1 / Henrique Barboza Ferreira. -- São João da Boa Vista, 2024 50 p. : il., tabs. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista Orientador: Murilo Sartorato Coorientador: Daniel Sampaio Souza 1. Fluidodinâmica Computacional. 2. Aerodinâmica. 3. Automóveis de Fórmula 1. I. Título.
-------	---

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO AERODINÂMICO DE ASAS FRONTAIS DE
CARROS DE F1**

Aluno: Henrique Barboza Ferreira
Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Edemar Morsch Filho (Examinador)
- Leandra Isabel De Abreu (Examinadora)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 28 de novembro de 2024

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

HENRIQUE BARBOZA FERREIRA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO
REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "**GRADUANDO EM ENGENHARIA**
AERONÁUTICA "

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA AERONÁUTICA

Profº Dr. MURILO SARTORATO
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Profº Dr. Murilo Sartorato
Orientador/UNESP-SJBV

Profº Dr. Edemar Morsch Filho
UNESP-SJBV

Profº Dr. Leandra Isabel De Abreu
UNESP-SJBV

Novembro , 2024

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Pedro e Beatriz, e ao meu irmão, João Pedro, por todo o apoio, amor e incentivo ao longo da minha jornada.

Aos meus amigos de colégio, que me ajudaram e influenciaram na escolha do meu curso superior, deixando uma marca importante nessa etapa inicial.

Aos meus amigos de faculdade, que estiveram sempre ao meu lado, compartilhando desafios e alegrias, e me inspirando positivamente durante este período tão significativo da minha vida.

Aos professores que tive ao longo da minha trajetória, que não apenas ensinaram conteúdos diversos, mas também demonstraram que a paixão pelo conhecimento é algo que se aprende e se transmite.

Por fim, agradeço a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para minha formação pessoal e acadêmica. A cada um, minha eterna gratidão.

*“No que diz respeito ao empenho, ao compromisso, ao esforço, à dedicação, não existe meio termo.
Ou você faz uma coisa bem feita ou não faz.”
(Ayrton Senna)*

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo determinar a configuração ideal de posicionamento dos elementos de uma asa frontal de Fórmula 1, utilizando análise numérica bidimensional através de CFD (Computational Fluid Dynamics). A configuração da asa foi composta por dois aerofólios idênticos, posicionados com ângulos de ataque de 5° e 10° para o primeiro e segundo aerofólios, respectivamente. As variáveis geométricas analisadas incluíram a distância do solo, a distância vertical e a distância horizontal entre os aerofólios, cada uma avaliada em três níveis. O estudo foi conduzido sob duas condições de operação: reta (velocidade de 90 m/s) para análise de arrasto (C_d), e curva (velocidade de 30 m/s) para análise de *downforce* (C_l). A partir dos resultados, foi observado que a distância do solo tem uma influência significativa no comportamento aerodinâmico, maximizando o *downforce* conforme essa distância diminui. A distância vertical também se mostrou determinante, apresentando maior impacto sobre os coeficientes C_l e C_d do que a horizontal. A melhor configuração foi aquela que apresentou uma combinação de grande distância do solo, grande distância vertical e pequena distância horizontal, equilibrando baixo arrasto na reta e alto *downforce* na curva. Embora o estudo tenha se concentrado em uma análise simplificada, ele estabelece diretrizes aplicáveis ao desenvolvimento aerodinâmico de asas frontais de Fórmula 1, oferecendo pontos relevantes sobre o efeito solo e a interação entre aerofólios em diferentes condições operacionais.

PALAVRAS-CHAVE: fluidodinâmica computacional; aerodinâmica; automóveis de fórmula 1.

ABSTRACT

This work aimed to determine the optimal configuration for positioning the elements of a Formula 1 front wing, using two-dimensional numerical analysis through CFD (Computational Fluid Dynamics). The wing configuration consisted of two identical airfoils, positioned with angles of attack of 5° and 10° for the first and second airfoils, respectively. The geometric variables analyzed included ground clearance, vertical gap, and horizontal gap between the airfoils, each evaluated at three levels. The study was conducted under two operating conditions: a straight line (90 m/s speed) for drag analysis (C_d), and a curve (30 m/s speed) for downforce analysis (C_l). From the results, it was observed that ground clearance significantly influences aerodynamic behavior, maximizing downforce as this distance decreases. The vertical gap also proved to be a determining factor, having a greater impact on the C_l and C_d coefficients than the horizontal gap. The best configuration featured a combination of high ground clearance, a large vertical gap, and a small horizontal gap, balancing low drag on the straight and high downforce in the curve. Although the study focused on a simplified analysis, it establishes applicable guidelines for the aerodynamic development of Formula 1 front wings, offering relevant insights into ground effect and airfoil interaction under different operating conditions.

KEYWORDS: computational fluid dynamics; aerodynamic; formula 1 cars.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ferrari 158 F1 de 1964	17
Figura 2 – Esquema de forças aerodinâmicas	18
Figura 3 – Ferrari 312 F1-69 de 1969	18
Figura 4 – Ferrari SF-23 de 2023	19
Figura 5 – Volume de controle finito fixo no espaço	19
Figura 6 – Camada limite	23
Figura 7 – Fases da camada limite	24
Figura 8 – Malha Híbrida	26
Figura 9 – Exemplo de skewness em elementos 2D	27
Figura 10 – Como o tamanho do elemento influencia na predição da camada limite	28
Figura 11 – Representação do parâmetro y_p na malha	28
Figura 12 – Perfil de velocidade de uma camada limite turbulenta	29
Figura 13 – Exemplo de aplicação de overset	30
Figura 14 – Configuração dos aerofólios	35
Figura 15 – Composição do Overset	36
Figura 16 – Condição de contorno	37
Figura 17 – Simulação 1 - distribuição de y^+	39
Figura 18 – Simulação 2 - distribuição de y^+	39
Figura 19 – Configuração de Padronização - malha overset	40
Figura 20 – Configuração de Padronização - distribuição de pressão dinâmica	41
Figura 21 – Configuração de Padronização - resíduos	41
Figura 22 – Resultados de C_l (30m/s) e C_d (90m/s)	43
Figura 23 – Resultados de C_l/C_d	43
Figura 24 – Comportamento da distância do solo	44
Figura 25 – Comportamento da distância vertical	44
Figura 26 – Comportamento da distância horizontal	44
Figura 27 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância do solo.	45
Figura 28 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância vertical.	46
Figura 29 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância horizontal.	47
Figura 30 – Distribuição de pressão dinâmica - Melhor (25) e pior (1) desempenho.	48

LISTA DE TABELAS

1 – Variação das dimensões	36
2 – Definição dos resíduos	38
3 – Definição de y_p	40
4 – Definição do número de volumes	40
5 – Definição das variações de medidas	42
6 – Resultados das Configurações	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AR	Razão de aspecto
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
F1	Formula One
FIA	Federação Internacional de Automobilismo
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
SST	Shear-Stress Transport

LISTA DE SÍMBOLOS

S	Área da superfície
ρ	Densidade do fluido
V	Volume de controle
$\mathbf{V}$	Velocidade
t	Tempo
m	Massa
F	Força
g	Aceleração da gravidade
p	Pressão
μ	Viscosidade dinâmica
e	Energia interna específica
k_t	Condutividade térmica
T	Temperatura
ϕ	Dissipação viscosa
Re	Número de Reynolds
l_i	Largura do elemento
h_i	Altura do elemento
y^+	Medida adimensional de proximidade de malha
y_p	Distância entre o centroide da primeira célula de malha até a parede
u_t	Velocidade de fricção
τ_w	Força de cisalhamento
ν	Viscosidade cinemática
u^+	Velocidade adimensional do fluido
k	Energia cinética turbulenta
ϵ	Taxa de dissipação de energia

ω	Taxa de dissipação de energia turbulenta por unidade de energia cinética turbulenta
C_l	Coeficiente de sustentação
α	Angulo de ataque
h_g	Distância do solo até o primeiro aerofólio
h_v	Distância vertical entre o segundo e o primeiro aerofólio
h_h	Distância horizontal entre o segundo e o primeiro aerofólio
c	Corda
C_d	Coeficiente de arrasto

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVO	16
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
3.1	HISTÓRICO DA AERODINÂMICA NA FÓRMULA 1	17
3.2	ANÁLISES AERODINÂMICAS	18
3.2.1	Equações Base da Fluidodinâmica	18
3.2.1.1	Equação da Continuidade	18
3.2.1.2	Equação do Momento	20
3.2.1.3	Equação da Energia	21
3.2.2	Efeito solo	22
3.2.3	Camada limite	23
3.3	FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL - CFD	24
3.3.1	Malha	25
3.3.1.1	Tipos de Malha	25
3.3.1.2	Refinamento de Malha	26
3.3.1.3	Medidas de Qualidade	26
3.3.1.4	Yplus	27
3.3.1.5	Overset	29
3.3.2	Setup	31
3.3.2.1	Modelos de Turbulência	31
3.3.2.1.1	Modelo $k - \epsilon$	32
3.3.2.1.2	Modelo $k - \omega$	32
3.3.2.1.3	Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$	32
3.3.3	Resíduos	33
4	METODOLOGIA	35
4.1	PREPARAÇÃO DA GEOMETRIA E MALHA	35
4.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO	37
4.3	CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA	37
5	RESULTADOS	39
5.1	DEFINIÇÃO DO Y^+	39
5.2	INDEPENDÊNCIA DE MALHA	39
5.3	CONFIGURAÇÕES	41
6	DISCUSSÃO	49

7	CONCLUSÃO	50
	Referências	51

1 INTRODUÇÃO

Desde o início do século XX, a preocupação com a aerodinâmica tem sido uma constante nas competições de automobilismo (Katz 1995). Embora os conceitos aerodinâmicos da época fossem rudimentares em comparação com os atuais, os engenheiros já buscavam um design que permitisse aos veículos cortar o ar de forma mais eficiente, visando reduzir o arrasto. No entanto, a partir do final dos anos 60, o foco na aerodinâmica dos carros de corrida começou a mudar significativamente. O objetivo principal passou a ser a produção de downforce, ou seja, uma força de sustentação direcionada para baixo, enquanto o arrasto tornou-se uma preocupação secundária. Para atingir esse objetivo, os carros passaram a incorporar asas frontais e traseiras, que geravam downforce adicional, e seu design foi adaptado para maximizar essa força (Katz 1995).

O aumento da geração de downforce tem uma correlação direta com a melhoria nos tempos de volta das pistas ao longo da história. Isso ocorre porque o downforce pressiona o carro para baixo, aumentando a força de atrito entre os pneus e a pista. Esse aumento na aderência permite que o carro faça curvas em maiores velocidades sem perder o controle devido à força centrífuga. Além disso, o downforce possibilita que o carro seja mais leve, já que a pressão adicional sobre os pneus reduz a necessidade de um peso maior para manter a aderência, melhorando assim a eficiência geral do veículo.

Dessa forma, atualmente, a otimização de efeitos de downforce passou a ser o principal objetivo dos engenheiros de aerodinâmica em competições de automobilismo. Gerando assim, uma grande demanda de métodos e ferramentas que auxiliem no desenvolvimento dessa tecnologia. Pode-se dizer que a principal ferramenta dessa área é a análise fluidodinâmica computacional (CFD) que é amplamente usada em grande maioria das competições. Essa ferramenta tem como objetivo analisar a eficiência aerodinâmica de um elemento, ou de todo o corpo, utilizando métodos computacionais, o que, em comparação ao método de túnel de vento possui vantagens de tempo, dinheiro e complexidade.

Dessa forma, este trabalho tem como objetivo utilizar a ferramenta de CFD e suas técnicas para otimizar uma asa frontal de um carro de Fórmula 1. Utilizando o software ANSYS Fluent, o estudo busca identificar a configuração ideal que maximiza o downforce e minimiza o arrasto, considerando duas condições distintas de pista. A análise foca em um modelo simplificado composto por dois aerofólios e três parâmetros variáveis. No entanto, a abordagem adotada pode ser facilmente estendida a modelos mais complexos que representam com maior precisão as geometrias utilizadas em pistas de Fórmula 1, oferecendo insights valiosos para o design e desenvolvimento de asas de alta performance.

2 OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo determinar a configuração ideal de posicionamento dos elementos da asa frontal de um carro de Fórmula 1, utilizando análise de CFD. Para isso, foi modelada uma asa frontal bidimensional composta por dois aerofólios idênticos, fixados com ângulos de ataque de 5° (primeiro elemento) e 10° (segundo elemento). As análises consideraram variações em três parâmetros geométricos: distância do primeiro aerofólio ao solo, e as distâncias vertical e horizontal entre o segundo e o primeiro aerofólio. Cada uma dessas variáveis foram avaliadas em três níveis: baixo, médio e alto.

Foram simuladas duas condições de operação: uma de reta, com velocidade de 90 m/s, para análise de arrasto, e outra de curva, com velocidade de 30 m/s, para análise de downforce. O objetivo é identificar a configuração que melhor equilibre baixo arrasto na condição de reta e alto downforce na condição de curva, maximizando o desempenho aerodinâmico da asa frontal.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 HISTÓRICO DA AERODINÂMICA NA FÓRMULA 1

A Formula 1 surgiu em 1950 com o objetivo de estabelecer um campeonato mundial de automobilismo e desenvolver a tecnologia automotiva. Desde suas primeiras corridas, os engenheiros dos carros já se preocupavam com questões de aerodinâmicas em seus designs. Como pode ser visto na Figura 1 o carro de 1964 já tinha um perfil desenvolvido para cortar o vento, ou seja, não sentir tanto a resistência do ar, tal força é conhecida como arrasto ou *drag*. No entanto, com os avanços na engenharia outra força aerodinâmica ganhou atenção dos engenheiros da época, a sustentação ou *lift* (Katz 1995).

Figura 1 – Ferrari 158 F1 de 1964



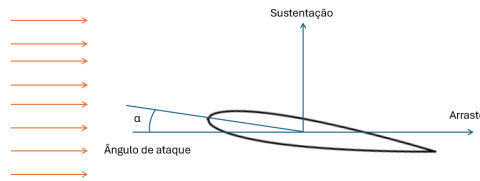
Fonte: (Ferrari 2024)

A sustentação nada mais é do que uma força gerada por uma superfície aerodinâmica, que tem sua direção perpendicular ao fluido em movimento (Figura 2). Essa força era amplamente conhecida na época de 1960, visto que era ela que fazia os aviões voarem. No entanto, percebeu-se que, se colocar uma asa de avião invertida, essa força será feita em direção ao solo, e não ao céu, conhecida assim por *downforce*. Assim, com esse carregamento maior nos pneus, os carros possuíam maior manobrabilidade em curvas, visto que podiam fazê-las mais rapidamente sem o risco de sair pela tangente.

O próximo passo então foi anexar elementos geradores de forças aerodinâmicas nos carros de formula 1. E, a resolução desse problema em 1969 segue sendo a mesma dos dias atuais, pensando nas estruturas primárias, foram colocadas asas de aeronaves invertidas na parte traseira e na parte frontal dos carros, como mostra a Figura 3. Conhecidas como *front wing* e *rear wing*, essas duas estruturas são as principais formas de geração de *downforce* em carros de formula 1 até a atualidade (Katz 1995).

Desde então, vários avanços tecnológicos foram feitos, novas geometrias foram desenvolvidas e a aerodinâmica dos carros de Formula 1 se tornou prioridade dentro das equipes. Dentro dos

Figura 2 – Esquema de forças aerodinâmicas



Fonte: elaborada pelo autor

regulamentos impostos pela FIA (Federação Internacional de Automobilismo), os engenheiros se desdobram para obter asas cada vez mais eficientes, desde alterando seu perfil de aerofólio, introduzindo novos elementos sustentadores, ou variando a posição de cada elemento, tudo para chegar no modelo que existe nos tempos atuais (Figura 4), alcançando o melhor desempenho possível para o carro.

Figura 3 – Ferrari 312 F1-69 de 1969



Fonte: (Ferrari 2024)

3.2 ANÁLISES AERODINÂMICAS

3.2.1 Equações Base da Fluidodinâmica

O desenvolvimento da análise fluidodinâmica computacional foi possível devido ao avanço tecnológico e a possibilidade de resolução numérica das equações de Navier-Stokes. Essas equações descrevem o comportamento de fluidos em movimento, baseadas em princípios básicos da física, como a conservação de massa, segunda lei de Newton e conservação da energia (Anderson 1995).

3.2.1.1 Equação da Continuidade

Se utilizarmos o princípio físico de conservação de massa e aplicarmos ele em um problema descrevendo o comportamento de um fluido, então, chegamos na equação da continuidade. Assim,

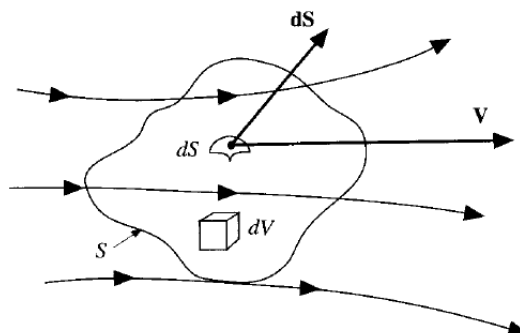
Figura 4 – Ferrari SF-23 de 2023



Fonte: (Ferrari 2024)

considerando a Figura 5, temos um volume finito, fixo no espaço e um fluxo passa por ele através de sua superfície de controle.

Figura 5 – Volume de controle finito fixo no espaço



Fonte: (Anderson 1995)

Considerando que a massa é conservada, o fluxo líquido de massa que sai do volume de controle através da superfície S deve ser igual à taxa de variação da massa dentro do volume de controle V . Portanto, a variação de massa no tempo pode ser expressa como:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1)$$

Onde ρ é a densidade do fluido. Isso representa a taxa de variação da massa dentro do volume de controle. O fluxo de massa através da superfície S é dado pela integral da densidade e da velocidade $\mathbf{V}$

normal ao longo da superfície:

$$\int_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} \quad (2)$$

De acordo com a conservação de massa, a taxa de variação de massa dentro do volume deve ser igual ao fluxo de massa que sai pela superfície. Portanto, a equação de conservação de massa é expressa como:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (3)$$

Agora, podemos aplicar o teorema da divergência de Gauss para transformar a integral de superfície em uma integral de volume. Segundo o teorema, temos:

$$\int_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV \quad (4)$$

Substituindo na equação de conservação de massa, obtemos:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV = 0 \quad (5)$$

Como essa equação deve ser válida para qualquer volume de controle, a expressão dentro da integral de volume deve ser zero. Assim, a equação diferencial de conservação de massa, ou equação da continuidade, é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (6)$$

Essa é a equação da continuidade, que descreve a conservação de massa em um escoamento. Ela afirma que qualquer variação na densidade de um fluido em um ponto ao longo do tempo deve ser compensada por um fluxo de massa associado a esse ponto.

Ainda, se considerarmos que o escoamento é incompressível, ou seja, $\frac{\partial(\rho)}{\partial t} \approx 0$, obtemos a seguinte equação:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (7)$$

3.2.1.2 Equação do Momento

A equação do momento é uma aplicação direta da segunda lei de Newton ao fluido, que afirma que a taxa de variação do momento linear de um corpo é igual à soma das forças atuando sobre ele. Para

uma partícula de fluido, podemos escrever:

$$\sum \mathbf{F} = m \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (8)$$

Onde $\sum \mathbf{F}$ representa a soma das forças aplicadas, m é a massa do elemento de fluido, e $\frac{d\mathbf{V}}{dt}$ é a aceleração. Considerando que trabalhamos com fluidos, é conveniente utilizar a densidade ao invés da massa, dividindo a equação pelo volume da partícula, e, também, deixamos a aceleração no lado esquerdo, assim temos (White 2005):

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{f} = \mathbf{f}_{corpo} + \mathbf{f}_{superficie} \quad (9)$$

Sendo $\mathbf{f}$ uma força aplicada por unidade de volume e dividida em duas forças, uma de corpo e outra de superfície. A força de corpo é aquela aplicada em toda a massa do elemento de fluido, consideraremos aqui apenas a força da gravidade.

$$\mathbf{f}_{corpo} = \rho \mathbf{g} \quad (10)$$

Agora, é necessário implementar as forças que atuam na superfície. Sendo elas a força de pressão e as forças viscosas. Para as seguintes equações estaremos considerando o escoamento como incompressível e, também, com viscosidade constante:

$$\mathbf{f}_{superficie} = \mathbf{f}_{pressao} + \mathbf{f}_{viscosa} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (11)$$

Sendo p a pressão e μ a viscosidade dinâmica. Assim chegamos na equação geral Navier-Stokes para fluidos incompressíveis e com viscosidade constante:

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g} \quad (12)$$

Esse é o termo geral da equação de Navier-Stokes para a conservação do momento. Vale ressaltar que é válido apenas para fluidos incompressíveis e com viscosidade constante.

3.2.1.3 Equação da Energia

E, por último temos a equação da energia, que descreve a sua conservação dentro de um fluido. Para um fluido incompressível e não viscoso, a equação pode ser derivada a partir do princípio da conservação da energia, considerando tanto a energia interna quanto a energia cinética do fluido.

Essa equação possui um desenvolvimento mais longo que não será completamente representada aqui, porém pode ser vista em (White 2008).

Chegamos na seguinte equação utilizando a primeira lei da termodinâmica, a equação de Fourier sobre fluxo de calor e uma manipulação utilizando a equação da continuidade. Com isso temos a equação da conservação da energia em fluidos sendo:

$$\rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\nabla \cdot \mathbf{V}) = \nabla \cdot (k_t \nabla \mathbf{T}) + \Phi \quad (13)$$

onde:

- ρ é a **densidade** do fluido.
- $\frac{d\hat{u}}{dt}$ é a **derivada substancial** da energia interna específica e , que representa a variação da energia interna de uma partícula de fluido à medida que ela se move no escoamento.
- p é a **pressão** do fluido.
- $\nabla \cdot \mathbf{V}$ é a **divergência do campo de velocidade**, representando o trabalho de compressão ou expansão volumétrica do fluido.
- $\nabla \cdot (k_t \nabla T)$ é o termo de **condução de calor**, onde k_t é a **condutividade térmica** e T é a **temperatura**.
- Φ é o termo de **dissipação viscosa**, que representa a conversão de energia mecânica em calor devido à fricção interna no fluido.

Sendo essa equação é válida para um fluido newtoniano sob condições gerais de escoamento não permanente, compressível, viscoso e com condução de calor, porém, desprezando a transferência de calor por radiação e as fontes internas de calor que podem ocorrer durante uma reação química ou nuclear. (White 2008)

3.2.2 Efeito solo

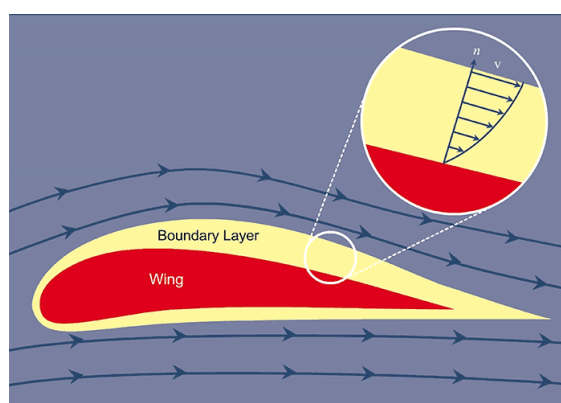
O efeito solo é um fenômeno que altera o fluxo gerado por um corpo aerodinâmico ao se aproximar do solo, ou uma superfície plana em geral. Esse efeito foi notado no século XX, quando aviões voando baixo, em pouso ou decolagem, sentiam um aumento na sustentação gerada pela aeronave (Recant 1940). Consequentemente, estudos sobre esse efeito foram conduzidos e determinaram que esse aumento na geração de sustentação também era visto quando o aerofólio estava invertido, ou seja, aumentava-se o *downforce* da mesma maneira (Wright 1982).

No caso da geração de *downforce*, o aerofólio, quando suficientemente próximo do chão, forçava a passagem de ar em uma pequena região entre seu extradorso e o solo, aumentando a velocidade do escoamento por causa do princípio de Bernoulli. Esse aumento de velocidade, gera uma diminuição na pressão que, por consequência, aumenta a geração de *downforce* do aerofólio. (Katz 2016)

3.2.3 Camada limite

Embora muitas teorias na aerodinâmica considerem um fluido como invíscido, ou seja, sem viscosidade, é importante reconhecer que, no mundo real, os fluidos possuem viscosidade. Esta característica é crucial na análise de fluidos próximos a superfícies, devido à condição de não escorregamento. Quando um aerofólio, por exemplo, está submetido a um escoamento de ar, uma fina camada do fluido adere à superfície do aerofólio e permanece em repouso, resultando em uma velocidade zero na interface com a superfície. Assim, ao analisar o perfil de velocidade perpendicular à superfície, Figura 6, observamos uma região com velocidade nula próxima à parede, que gradualmente aumenta até atingir a velocidade do escoamento do fluido. A região entre esses dois limites de velocidade é conhecida como camada limite (Katz e Plotkin 2001).

Figura 6 – Camada limite



Fonte: (Air e Institution n.d.)

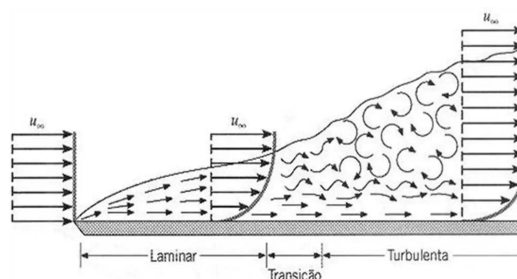
Essa camada limite normalmente inicia-se com um comportamento linear, ou seja, com um movimento suave a ordenado das camadas e com velocidade paralela ao escoamento. No entanto conforme a camada se desenvolve ao longo da superfície, como mostra a Figura 7, ela pode adquirir um caráter turbulento. Isso ocorre pois pequenas perturbações surgem e crescem ao longo do fluxo laminar, sendo derivadas de irregularidades na superfície ou variações externas. Essas perturbações vão aumentando e atingem uma certa intensidade que faz com que se tornem turbulências no escoamento.

Existem diversas formas de prever o comportamento da camada limite, sendo a mais comum o uso do número de Reynolds, uma grandeza adimensional que relaciona a inércia do fluido com suas forças viscosas. A transição de laminar para turbulento ocorre em valores específicos do número de Reynolds, dependendo das condições do escoamento e das características da superfície. Para escoamentos sobre superfícies planas, a transição costuma ocorrer em torno de $Re \approx 3 \times 10^5$ (Anderson 1995). Modelos matemáticos e correlações empíricas também são amplamente utilizados para prever o desenvolvimento da camada limite, como as equações de Blasius para escoamento laminar e modelos de turbulência, como o modelo $k - \epsilon$ e $k - \omega$, para descrever o comportamento na região turbulenta (Katz e Plotkin 2001).

A importância da camada limite em uma análise fluidodinâmica está ligada, principalmente, à sua influência direta nas forças atuantes sobre um corpo imerso em um fluido. A distribuição de pressão e o arrasto estão intimamente relacionados ao comportamento da camada limite, especialmente em regiões

onde a separação do fluxo pode ocorrer. Além disso, a interação da camada limite com as forças viscosas determina a eficiência aerodinâmica do projeto, impactando diretamente no desempenho e na estabilidade de veículos, como carros de Fórmula 1. Assim, a compreensão e o controle da camada limite são cruciais para otimizar o desempenho aerodinâmico em aplicações práticas.

Figura 7 – Fases da camada limite



Fonte: (Banihani e Assad 2018)

3.3 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL - CFD

A Fluidodinâmica Computacional (CFD) é uma ferramenta amplamente utilizada em diversas áreas da engenharia para simular e analisar o comportamento de fluidos em escoamentos complexos. Sua aplicação vai desde a indústria aeroespacial até o design automotivo, como no presente trabalho. A introdução da CFD representou um avanço significativo na área de fluidodinâmica, pois, antes de sua criação, as análises eram realizadas predominantemente por meio de experimentos físicos em túneis de vento e outras instalações experimentais. Embora esses métodos ainda sejam utilizados, a CFD permite uma abordagem mais flexível, acessível e detalhada (Anderson 1995).

Com o avanço tecnológico ao longo do século XX, em particular no que diz respeito ao aumento da capacidade de processamento computacional, tornou-se possível resolver as complexas equações que descrevem o comportamento dos fluidos utilizando métodos numéricos. Dessa forma, a CFD foi gradualmente ganhando espaço como uma ferramenta essencial para análises fluidodinâmicas, permitindo que engenheiros e pesquisadores realizassem estudos de alta precisão com custos e tempos de desenvolvimento significativamente reduzidos em comparação aos métodos experimentais tradicionais (Anderson 1995).

A ferramenta CFD utiliza, como base, as equações de Navier-Stokes, que governam o movimento dos fluidos. Essas equações foram apresentadas em capítulos anteriores e representam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia em um fluido. Diferentes softwares de CFD, como o ANSYS Fluent utilizado neste trabalho, seguem uma metodologia semelhante para realizar as análises:

1. **Modelagem Geométrica:** Inicialmente, é necessário criar o modelo geométrico que será analisado. Esse modelo inclui tanto a geometria do objeto de estudo quanto o domínio ao seu redor, que representa o fluido.
2. **Geração de Malha:** Após a modelagem geométrica, o próximo passo é a geração da malha, um processo crítico que discretiza o domínio de escoamento em pequenas células onde as equações

de Navier-Stokes serão resolvidas. A qualidade e a densidade da malha têm impacto direto na precisão e eficiência da simulação.

3. **Definição das Condições de Contorno e Parâmetros de Simulação:** Com a malha gerada, é necessário definir as condições de contorno, como velocidades de entrada, pressão, e características das paredes, além de escolher os modelos de turbulência e outros parâmetros importantes para o estudo.
4. **Resolução das Equações** A partir desse ponto, o software de CFD resolve numericamente as equações governantes dentro do domínio discretizado, permitindo a análise do comportamento do fluido.
5. **Pós-processamento e Análise dos Resultados:** Por fim, os resultados são analisados e visualizados em termos de distribuições de pressão, velocidades, e outras grandezas de interesse. Essas informações são essenciais para avaliar o desempenho aerodinâmico da geometria estudada.

A principal vantagem da CFD em comparação com métodos experimentais está na sua capacidade de explorar um amplo espectro de condições e geometrias com maior agilidade. Além disso, a CFD oferece a possibilidade de estudar regiões do escoamento que seriam de difícil acesso em experimentos físicos, como dentro da camada limite e regiões de separação de fluxo. Dessa forma, ela se consolidou como uma ferramenta fundamental no desenvolvimento de soluções aerodinâmicas avançadas.

3.3.1 Malha

Se pensarmos que a análise de CFD é o cálculo numérico do estado do fluido em determinados pontos do sistema, então o conjunto desses pontos através de todo o domínio é conhecido como malha ou *grid*. A geração de malhas no contexto de análises fluidodinâmicas computacionais é tão importante que pode ser a razão de uma solução numérica dar certo ou não. (Anderson 1995)

Dada a sua importância, a geração de malhas é uma etapa fundamental em uma análise de CFD. Existem diversas ferramentas, métodos e abordagens que podem ser aplicadas para a criação de malhas, cada uma com características específicas que influenciam diretamente a qualidade e a precisão dos resultados. Por isso, é essencial entender como esses diferentes métodos afetam as propriedades das malhas, de modo a garantir que a malha gerada seja adequada para o problema em questão.

3.3.1.1 Tipos de Malha

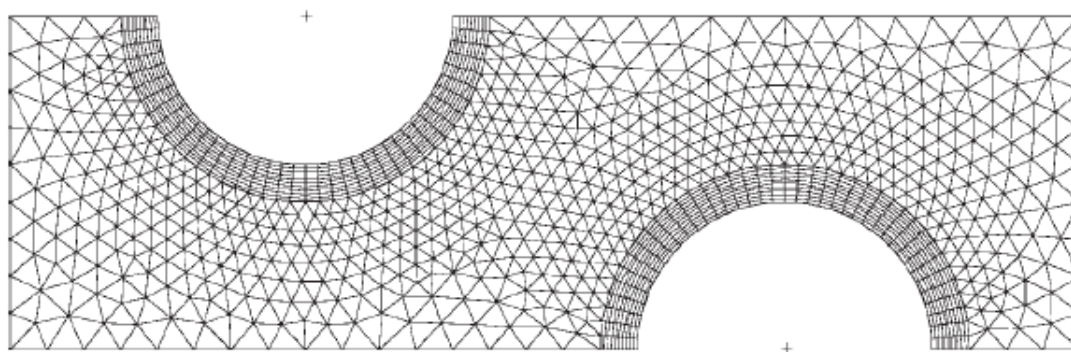
Uma importante característica das malhas é no que diz respeito a sua estruturação, podendo ser de dois tipos diferentes:

- **Malha Estruturada:** Caracterizada por uma organização regular e alinhada das células, como quadrados ou hexaedros, as malhas estruturadas são frequentemente utilizadas em geometrias simples. Elas têm a vantagem de gerar menos erros numéricos e são mais eficientes em termos computacionais. No entanto, podem apresentar dificuldades em representar geometrias complexas de forma precisa.

- **Malha Não Estruturada:** Utilizadas para geometrias complexas, as malhas não estruturadas são compostas por células com formas variadas, como triângulos (em 2D) ou tetraedros (em 3D). Essas malhas oferecem maior flexibilidade na modelagem de superfícies complexas, mas costumam exigir maior poder computacional e apresentam maior dificuldade na análise de qualidade.

Ainda temos a **Malha Híbrida** que combina regiões de malhas estruturadas e não estruturadas. Sendo essa abordagem usada para aproveitar as vantagens de ambas as técnicas, garantindo eficiência computacional em regiões simples e flexibilidade em áreas mais complexas. Existem alguns métodos para a geração de malha híbrida como por exemplo o *overset*, que será discutido mais adiante.

Figura 8 – Malha Híbrida



Fonte: (Versteeg e Malalasekera 2007)

3.3.1.2 Refinamento de Malha

O refinamento da malha é necessário em regiões onde há gradientes elevados, como próximos a superfícies, nas bordas de ataque, em regiões de separação de fluxo e em vórtices. O objetivo do refinamento é capturar com precisão os detalhes do escoamento sem aumentar excessivamente o custo computacional. Para isso, pode-se aumentar a densidade de elementos em uma determinada região, ou utilizar de uma ferramenta conhecida como *inflation* que refina a malha perto de superfícies a fim de captar o comportamento de camada limite.

3.3.1.3 Medidas de Qualidade

A fim de determinar se uma malha possui uma boa qualidade ou não, existem algumas características geométricas dos elementos que podemos olhar para tirar conclusões a respeito da malha em geral. Dentre as principais métricas temos: a razão de aspecto, ortogonalidade e skewness (Sadrehaghighi 2019)

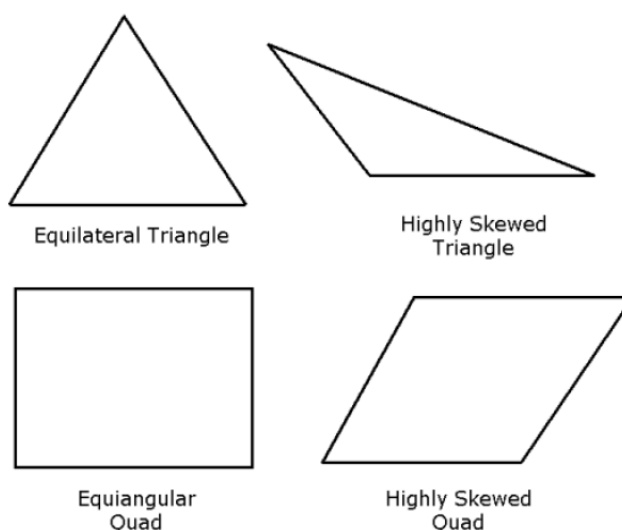
- **Razão de aspecto (AR)** Define a razão entre as dimensões das células, sendo a máxima espessura pela sua menor altura. Sendo válido para elementos 3D também, temos a formula 14. Células com uma alta razão de aspecto podem causar erros numéricos, especialmente em

regiões com gradientes de pressão elevados. Normalmente, uma razão de aspecto acima de 5 não é recomendável.

$$AR = \frac{Max(l_i)}{Min(h_i)} \quad (14)$$

- **Skewness:** Mede o desalinhamento das células em relação às direções principais do escoamento, ou seja, o quão perto do ideal a célula é (equilateral ou equiangular), exemplo na Figura 9 (ANSYS Inc. 2024). Um valor elevado de skewness pode levar a instabilidades e erros na solução.

Figura 9 – Exemplo de skewness em elementos 2D



Fonte: (ANSYS Inc. 2024)

- **Ortogonalidade:** Avalia o quão próximo o ângulo formado entre as células adjacentes estão de um ângulo ótimo (90° para quadriláteros e 60° para triângulos)(Sadrehaghighi 2019). Células ortogonais são desejáveis, pois minimizam erros de interpolação e aumentam a precisão da simulação.

Ainda, existem diversos outros parâmetros que podem ser verificados para atestar a qualidade de malha. No entanto, deve-se entender como cada um deles funciona antes de levá-los em consideração, caso contrário pode ser que algum parâmetro que esteja tentando otimizar não gere, de fato, uma melhora na malha para um determinado problema.

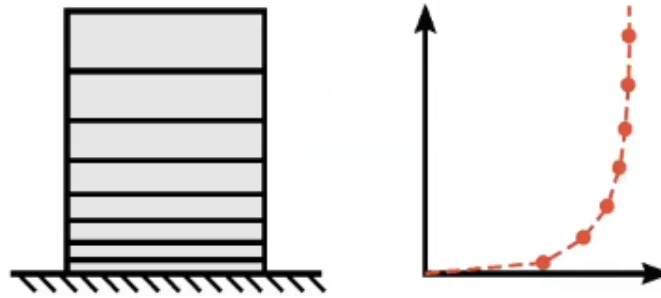
3.3.1.4 Yplus

O y^+ é uma medida adimensional utilizada no contexto de CFD para avaliar a resolução da malha próxima a superfícies, especialmente em escoamentos turbulentos. O objetivo principal para se atentar ao valor de y^+ é atingir uma boa representação da camada limite em sua simulação.(Wilcox 2006)

Como visto anteriormente, a camada limite possui um gradiente de velocidade elevado. Dessa forma, pelo fato das células da malha considerarem o gradiente entre elas sempre linear, a grande variação de velocidade na camada limite pode não ser identificada se os elementos forem demasiadamente

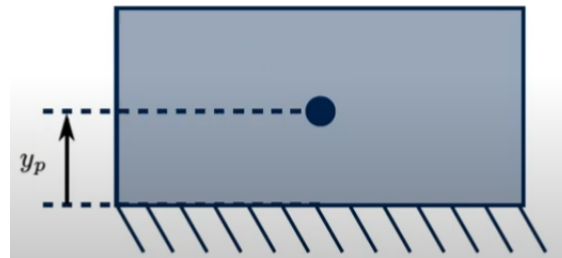
grandes, a Figura 10 mostra como pequenos elementos ajudam na detecção da camada limite. Assim, utiliza-se o y^+ como um parâmetro para conseguir captar o comportamento da camada limite.

Figura 10 – Como o tamanho do elemento influencia na predição da camada limite



Fonte: (Wimshurst 2019)

Figura 11 – Representação do parâmetro y_p na malha



Fonte: (Wimshurst 2019)

A formulação do y^+ é dada por:

$$y^+ = \frac{y_p u_\tau}{\nu} \quad (15)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (16)$$

Onde:

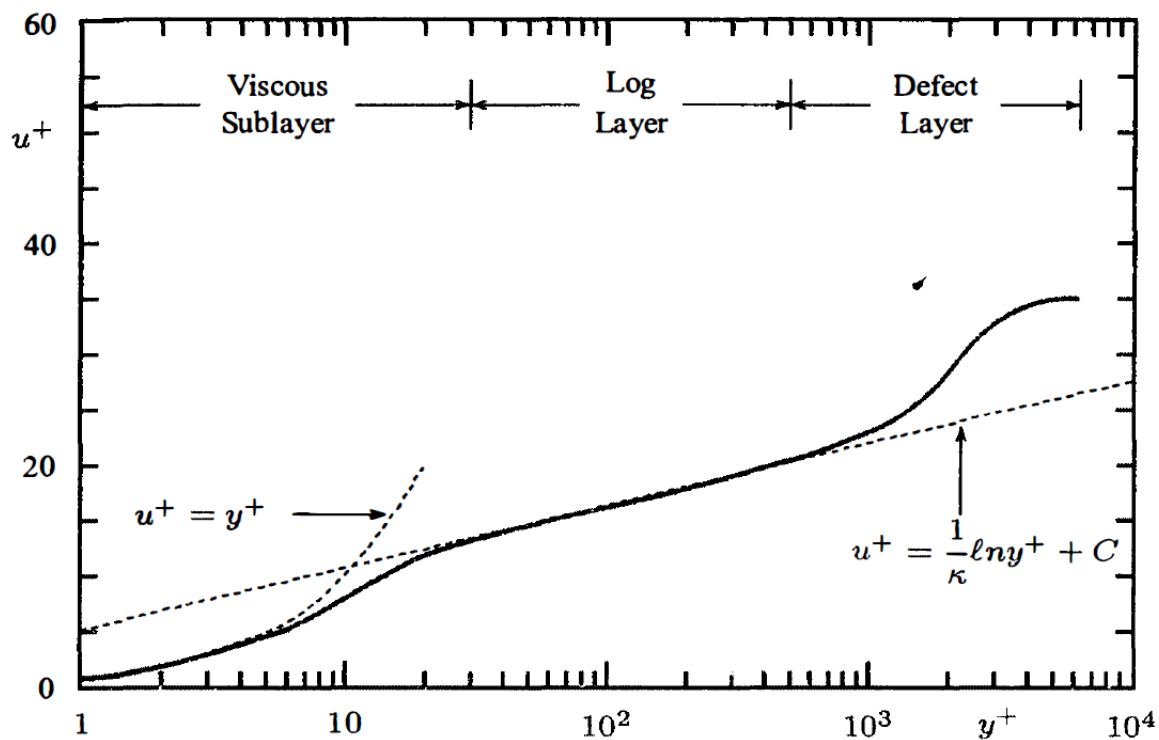
- y_p é a distância normal entre o centroide da primeira célula de malha até a parede. Parâmetro que podemos ajustar na malha (importante ressaltar que normalmente podemos variar a altura da célula y_h e que $y_p = y_h/2$).
- u_τ é a velocidade de fricção, relacionada ao cisalhamento de parede.
- τ_w é a força de cisalhamento.
- ν é a viscosidade cinemática do fluido.
- ρ é a densidade do fluido.

A Figura 12 mostra o perfil de velocidade adimensional u^+ em função do y^+ em uma camada limite turbulenta, destacando as diferentes regiões onde o y^+ desempenha um papel crítico na modelagem do escoamento. Nesta figura, observa-se duas curvas principais: uma representando a subcamada viscosa, válida para $y^+ < 5$, e outra representando a região logarítmica, válida para valores mais altos de y^+ .

Assim, fica mais claro de entender como o valor de y^+ influencia diretamente na escolha do modelo de turbulência e das funções de parede (*wall functions*) aplicadas na simulação. Dependendo do intervalo em que y^+ se encontra, diferentes aproximações são utilizadas para prever o comportamento do escoamento, normalmente, escolhe-se uma das duas regiões:

- $y^+ < 5$, a primeira célula de malha está localizada dentro da subcamada viscosa, onde o escoamento é dominado pelos efeitos de viscosidade. Neste caso, não são necessárias funções de parede, e o escoamento é resolvido diretamente.
- $30 < y^+ < 200$, a primeira célula de malha está localizada na região logarítmica do perfil de velocidade. Aqui, as funções de parede são empregadas para aproximar o comportamento do escoamento, assumindo que a camada limite turbulenta segue a lei logarítmica. Figura 12

Figura 12 – Perfil de velocidade de uma camada limite turbulenta



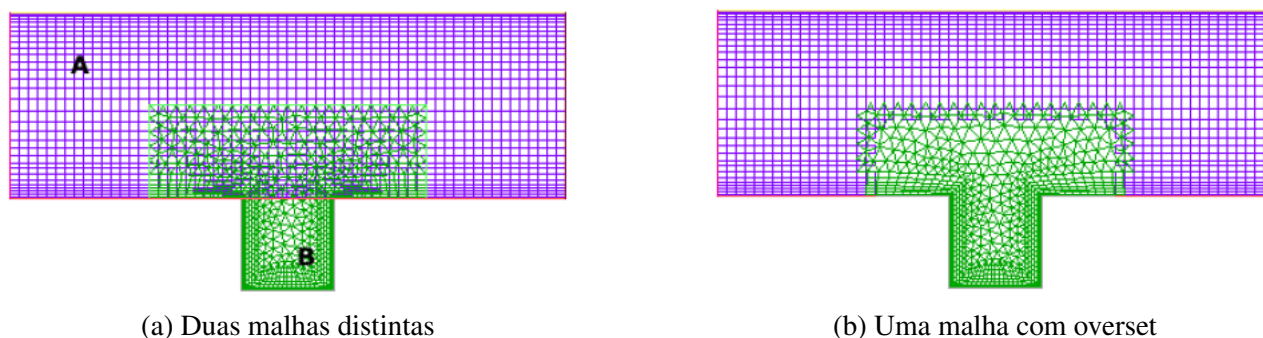
Fonte: (Wilcox 2006)

3.3.1.5 Overset

Uma outra forma de definir o domínio da simulação é utilizando uma sobreposição de malhas, conhecida como *overset*. Essa ferramenta permite a criação de uma malha utilizando uma malha de back-

ground e, pelo menos, uma malha de *overset* (componente), que será sobreposta ao *background* e, então, integrada à ele, formando uma nova malha, como exemplificado na Figura 13 (ANSYS Inc. 2024)

Figura 13 – Exemplo de aplicação de *overset*



(a) Duas malhas distintas

(b) Uma malha com *overset*

Fonte: (ANSYS Inc. 2024)

Essa ferramenta possui muitas aplicações, principalmente em simulações com geometrias complexas, onde é muito complicado gerar um bom domínio utilizando uma única malha, ou com partes que fazem movimentos relativos ao domínio, podendo utilizar malhas específicas para as partes móveis e outra para o domínio da simulação. Ainda, outra vantagem é a reutilização de malhas em diferentes configurações, que permite diminuir o trabalho do usuário em análises semelhantes de um mesmo componente, por exemplo.

Para realizar essa sobreposição de malhas o software, que no caso estamos nos baseando é o **ANSYS Fluent**, precisa receber uma malha de *background* e uma outra malha (componente) que o usuário marcará como *overset*. Após isso, ele analisa as malhas e classifica cada uma das células em uma das seguintes categorias:

- *dead cells*: São células que são eliminadas da malha final, seja porque estão fora do domínio ou porque serão substituídas por outras células naquela região.
- *solve cells*: São células que estarão na malha final e serão utilizadas na simulação, ou seja, são células ativas na malha.
- *receptor cells*: São, também, *solve cells* porém serão as células que receberão os dados das células de outra malha
- *donor cells*: São as células que fornecerão dados para as *receptor cells*, também sendo consideradas *solve cells*

A comunicação entre as malhas é realizada através de algoritmos de interpolação que permitem a transferência de variáveis de escoamento (como velocidade, pressão, etc.) entre os pontos das malhas sobrepostas. Durante a simulação, o solver CFD utiliza essas informações para calcular os fluxos em cada ponto, garantindo a continuidade do escoamento entre as malhas. Isso requer que as malhas sejam suficientemente refinadas e bem alinhadas nas regiões de sobreposição para evitar erros de interpolação, sendo a principal desvantagem dessa ferramenta

3.3.2 Setup

A etapa de *setup* em uma simulação CFD é uma das fases importantes no processo de modelagem numérica, porém, não demanda muito tempo de trabalho, quando comparada as outras etapas. Durante o *setup*, o usuário vai definir os parâmetros e condições que o solver numérico utilizará para resolver as equações de Navier-Stokes e outras equações governantes que descrevem o comportamento do escoamento. Um *setup* bem-feito é essencial para garantir a precisão e a confiabilidade dos resultados, caso contrário, a simulação não corresponderá exatamente ao problema físico analisado.

O *setup* abrange várias etapas importantes, que incluem a definição do domínio de simulação, a escolha do modelo de turbulência, a aplicação de condições de contorno, e a determinação dos critérios de convergência. Cada uma dessas etapas exige uma consideração cuidadosa para garantir que o problema físico esteja sendo adequadamente representado no modelo computacional.

A escolha correta do modelo de turbulência, por exemplo, é fundamental para capturar corretamente os efeitos da turbulência no escoamento, especialmente em simulações onde o comportamento turbulento desempenha um papel significativo. Modelos como $k - \epsilon$ e $k - \omega$, que serão discutidos posteriormente, são selecionados durante o *setup* e influenciam diretamente a precisão da simulação em diferentes tipos de escoamentos.

Além disso, é nessa etapa que temos a definição das condições de contorno, como entradas de velocidade, pressão e temperaturas, que afetam diretamente como o fluido interage com o domínio simulado. A escolha apropriada dessas condições que será responsável por garantir a representatividade física do problema a ser simulado.

Por fim, a definição dos critérios de convergência garante que o solver continue a iterar até que os resíduos e outras métricas indiquem que a solução atingiu um estado estável, algo que será discutido mais a frente. Isso é fundamental para assegurar que a solução obtida atinja um critério de qualidade e tolerância determinados pelo usuário.

3.3.2.1 Modelos de Turbulência

Embora a turbulência esteja prevista nas equações de Navier-Stokes, é computacionalmente inviável calculá-las diretamente utilizando o método de *Direct Numerical Simulation (DNS)*. Isso porque as variáveis de interesse, como velocidade e pressão, flutuam caoticamente, aumentando muito o custo computacional. (ANSYS Inc. 2024)

Dessa forma, utiliza-se as equações de Navier-Stokes em formato de "médias" no tempo ou no espaço para separar as componentes médias das flutuações turbulentas. Essas equações são chamadas de *Reynolds Averaged Navier-Stokes* ou equações de RANS. Nesse processo todas as estruturas turbulentas são eliminadas do escoamento e é possível obter uma variação suave das médias de velocidade e pressão. No entanto, o processo de cálculo da média introduz termos desconhecidos adicionais nas equações de transporte (tensões e fluxos de Reynolds) que precisam de ser fornecidos por modelos de turbulência adequados. (ANSYS Inc. 2024)

É nesse contexto que surgem os modelos de turbulência. A qualidade da simulação pode depender crucialmente do modelo de turbulência selecionado e é importante fazer a escolha correta do modelo,

bem como fornecer uma malha adequada para o modelo selecionado. Assim, falaremos um pouco sobre alguns modelos amplamente utilizados.

3.3.2.1.1 *Modelo $k - \epsilon$*

O modelo $k - \epsilon$ é um dos modelos de turbulência mais utilizados em CFD devido à sua simplicidade e eficácia em uma ampla gama de escoamentos. Este modelo é baseado em duas equações de transporte: uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a taxa de dissipação de energia (ϵ). (ANSYS Inc. 2024)

- **Energia Cinética Turbulenta (k):** Representa a quantidade de energia armazenada nos movimentos turbulentos do fluido.
- **Taxa de Dissipação (ϵ):** Reflete a taxa na qual a energia cinética turbulenta é convertida em energia térmica devido à viscosidade.

As equações de transporte para k e ϵ são resolvidas junto com as equações de Navier-Stokes para determinar o campo de velocidade turbulenta. Este modelo é particularmente eficaz para escoamentos em que a turbulência está bem desenvolvida e isotrópica, como escoamentos externos, mas pode ter limitações em regiões onde o escoamento é fortemente anisotrópico ou em escoamentos de separação.

3.3.2.1.2 *Modelo $k - \omega$*

O modelo $k - \omega$ também é um modelo de turbulência baseado em duas equações de transporte, mas neste caso, além da equação para k , ele utiliza uma equação para a dissipação específica de energia turbulenta (ω), que é a razão entre a taxa de dissipação ϵ e a energia cinética k .

- **Dissipação Específica de Energia (ω):** Reflete a taxa de dissipação de energia turbulenta por unidade de energia cinética turbulenta.

Este modelo é particularmente eficaz para resolver escoamentos próximos a superfícies, onde a camada limite é crucial. Uma das principais vantagens do modelo $k - \omega$ sobre o $k - \epsilon$ é a sua melhor precisão em regiões de grande gradiente de velocidade, como em escoamentos com separação ou escoamentos transientes. No entanto, ele pode ser mais sensível às condições de contorno longe da parede.

3.3.2.1.3 *Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$*

O modelo SST $k - \omega$ foi desenvolvido para combinar as vantagens dos modelos $k - \epsilon$ e $k - \omega$, superando algumas das limitações de cada um quando usados individualmente. Ele utiliza uma abordagem híbrida, onde o modelo $k - \omega$ é aplicado nas regiões próximas à parede, onde a precisão na resolução da camada limite é crucial, enquanto o modelo $k - \epsilon$ é utilizado nas regiões mais afastadas da parede, onde a turbulência é bem desenvolvida.

Uma das principais características do modelo SST $k - \omega$ é a inclusão da tensão de cisalhamento (**Shear Stress**) em sua formulação, que melhora a precisão na predição de escoamentos com separação. Esse modelo é mais robusto em casos onde ocorre uma grande variação de gradientes, e é indicado na maioria dos problemas que possuem esse tipo de aerodinâmica, como é dito por (Menter 1994).

3.3.3 Resíduos

Ao realizar uma simulação de CFD, um dos aspectos mais críticos para garantir a qualidade dos resultados é o monitoramento dos resíduos (*residuals*). Os resíduos são uma medida do erro nas equações de transporte, indicando o quanto as soluções numéricas se afastam da solução exata das equações de Navier-Stokes. São, também, uma evidencia de convergência da simulação.

Como se trata de uma solução numérica, o software de CFD realiza diversas iterações, com cada uma delas obtendo resultados para as equações de conservação (massa, momento, energia, etc.). A cada iteração, o solver calcula um resíduo para cada célula do domínio computacional. Esses resíduos podem ser agregados de duas formas principais: como resíduos absolutos e resíduos médios. Essa distinção é importante para entender diferentes aspectos da simulação. (Ferziger e Perić 2002)

- **Resíduo absoluto:** Corresponde ao valor bruto do erro em cada célula do domínio. Ele mostra o quanto a solução em uma iteração específica se desvia da solução anterior, célula por célula. Resíduos absolutos são especialmente úteis para identificar regiões problemáticas na simulação onde o erro pode estar concentrado.
- **Resíduo médio:** Esse valor é obtido ao se calcular uma média dos resíduos em todas as células do domínio, o que oferece uma visão mais geral do comportamento da simulação. O resíduo médio pode ser mais adequado para monitorar o progresso global da convergência, pois suaviza flutuações locais e mostra a tendência geral do erro ao longo das iterações.

Existem diferentes tipos de resíduos que são comumente monitorados durante uma simulação CFD:

- **Resíduos de Continuidade:** Representam o erro na conservação de massa do fluido, essencial para garantir que a quantidade de fluido em um domínio não está sendo artificialmente criada ou destruída.
- **Resíduos de Momento:** Correspondem ao erro na conservação do momento linear nas direções x , y , e z . É crucial para garantir que as forças e movimentos no fluido estão sendo corretamente resolvidos.
- **Resíduos de Energia:** Relacionados ao erro na conservação de energia no domínio. Importante em escoamentos onde há troca significativa de calor.
- **Resíduos das Equações de Turbulência:** Incluem os resíduos das equações de transporte para os modelos de turbulência (como $k - \epsilon$ ou $k - \omega$). Esses resíduos indicam o quão bem o solver está resolvendo os termos relacionados à energia cinética turbulenta e sua dissipação.

Durante uma simulação, os resíduos são monitorados e exibidos em gráficos para avaliar o progresso da convergência. A convergência é atingida quando os resíduos atingem valores baixos e se estabilizam (definidos na etapa de *setup*). Tipicamente, uma redução de três a cinco ordens de magnitude nos resíduos é desejável para garantir uma solução confiável. No entanto, se os resíduos oscilam ou aumentam ao longo das iterações, isso pode indicar problemas de estabilidade na simulação, como um passo de tempo muito grande ou uma malha inadequada. Um decaimento contínuo dos resíduos é um sinal positivo de que a simulação está progredindo para uma solução estável, mas a ausência de convergência completa pode exigir ajustes no modelo ou na malha.

Embora o monitoramento dos resíduos seja uma ferramenta importante para avaliar a qualidade de uma simulação CFD, não é o único fator a ser considerado. Resíduos baixos e convergentes indicam estabilidade numérica, mas não garantem necessariamente que os resultados sejam fisicamente corretos. Por isso é importante comparar com resultados experimentais e, até mesmo, julgar se condiz com o comportamento esperado.

4 METODOLOGIA

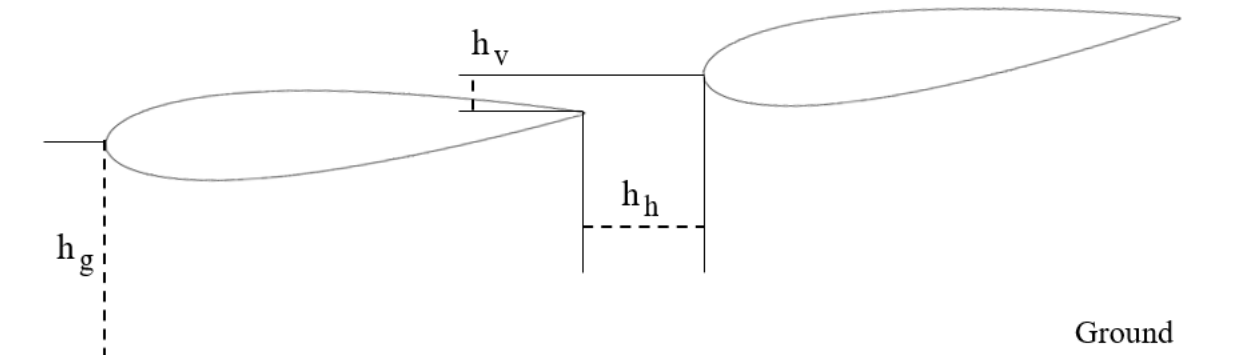
Este capítulo descreve os procedimentos adotados para realizar simulações numéricas confiáveis do modelo de asa frontal em diferentes configurações aerodinâmicas. A metodologia é dividida em três etapas principais: preparação da geometria e malha, definição das condições de contorno e critérios de avaliação da simulação. Tais etapas garantem que os modelos numéricos desenvolvidos sejam representações fiéis do fenômeno físico, assegurando a qualidade e a confiabilidade dos resultados.

4.1 PREPARAÇÃO DA GEOMETRIA E MALHA

Como aerofólios utilizados por equipes na Fórmula 1 são de difícil acesso, o aerofólio escolhido para análise foi o perfil NACA 66018, comumente utilizado em competições de Fórmula Student devido ao seu desempenho aerodinâmico e disponibilidade na literatura.

A configuração geral dos dois elementos aerodinâmicos pode ser vista na Figura 14. O primeiro aerofólio foi posicionado com um ângulo de ataque de 5° e o segundo aerofólio com 10° , sendo os valores positivos no sentido anti-horário. Esses valores foram selecionados com base em suas curvas de $C_l \times \alpha$ que indicam um bom equilíbrio entre sustentação e arrasto para as condições de operação consideradas. Ambos os aerofólios possuem uma corda de 0,3 metros.

Figura 14 – Configuração dos aerofólios



Fonte: elaborada pelo autor

As dimensões variáveis analisadas foram: a distância do solo até o primeiro aerofólio (h_g), a distância vertical (h_v) entre o segundo e o primeiro aerofólio, e a distância horizontal (h_h) entre os dois aerofólios, sendo elas escolhidas devido a influencia no desempenho aerodinâmico da asa. Essas três variáveis foram testadas em três níveis: baixo, médio e alto, com valores estabelecidos com base em restrições impostas pela FIA para a Fórmula 1 (10). A tabela 1 resume os valores dessas variáveis.

O domínio de escoamento foi configurado de forma a minimizar os efeitos das condições de contorno, com as fronteiras adequadamente distantes da asa frontal. A entrada do domínio foi posicionada a 20 cordas ($c = 0.3m$) do primeiro aerofólio, com uma altura de 20 cordas, e a saída a 40 cordas da asa, de modo a garantir que o fluxo seja plenamente desenvolvido antes de atingir o aerofólio e que os efeitos de recirculação não interfiram nos resultados de escoamento.

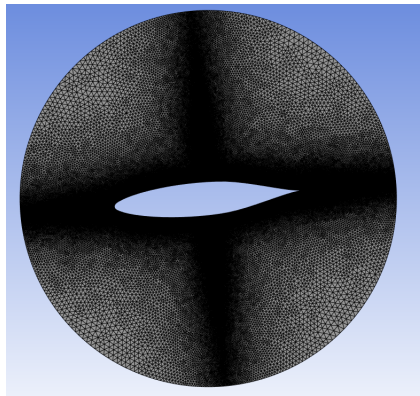
Tabela 1 – Variação das dimensões

Dimensão	Mínimo (mm)	Médio (mm)	Máximo (mm)
h_g	100	150	200
h_v	5	10	15
h_h	5	10	15

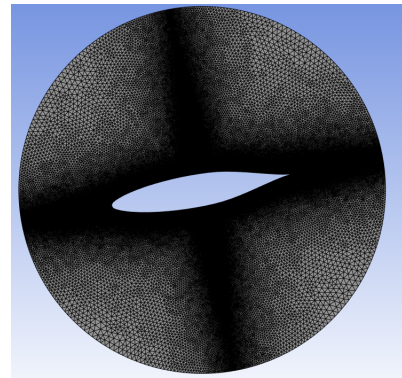
Fonte: elaborada pelo autor

Para a criação da malha, foi utilizada uma abordagem overset, na qual as malhas ao redor de cada aerofólio são geradas independentemente e, em seguida, combinadas com a malha de fundo que envolve o domínio principal (ver Figura 15). Essa metodologia permite a variação das posições relativas dos aerofólios sem a necessidade de gerar uma nova malha para cada configuração, facilitando a análise das 27 configurações possíveis e garantindo uma maior flexibilidade no estudo. Ao todo, foram criadas 9 malhas diferentes (considerando os 3 níveis de h_v , h_h e h_g)

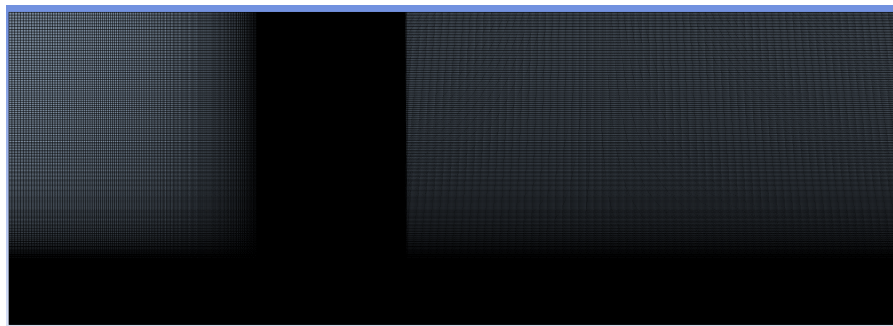
Figura 15 – Composição do Overset



(a) Malha Aerofólio 1



(b) Malha Aerofólio 2



(c) Malha Domínio

Fonte: elaborada pelo autor

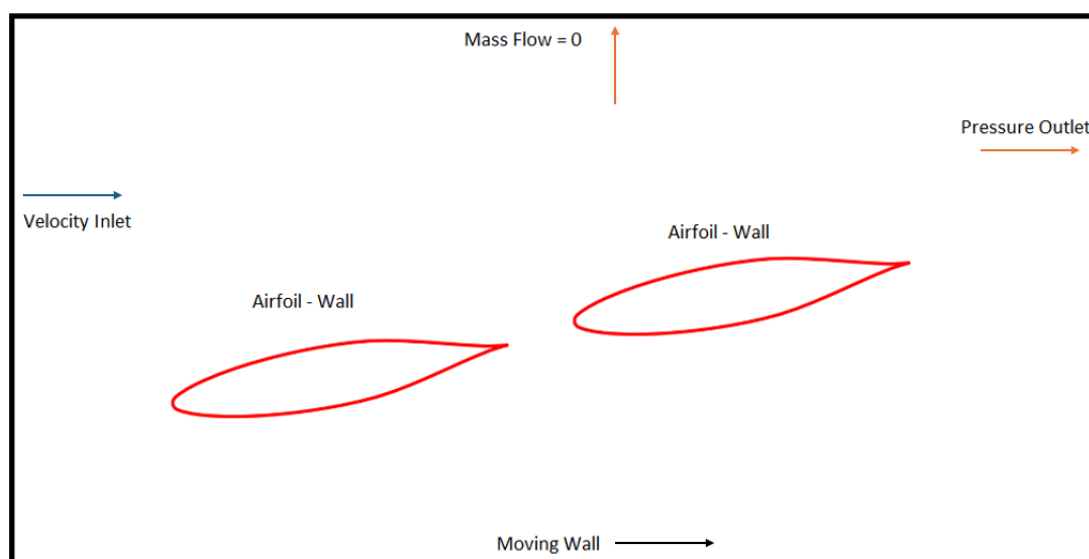
A malha foi refinada nas proximidades dos aerofólios para capturar adequadamente os gradientes de pressão e velocidade nas regiões de camada limite e nas regiões de separação do fluxo. Foram feitos testes de refinamento para definir qual o valor de y_p que a malha deve ter ao redor dos aerofólios para que atinja os valores de $y+$ dentro de uma faixa adequada, que foi definida como $y+ < 5$. Após isso, uma análise de independência de malha foi feita para determinar o número mínimos de volumes na malha final que possua um baixo custo computacional mas ainda garanta uma independência de malha,

ou seja, um maior refinamento não trará melhorias significativas aos resultados.

4.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno adotadas para as simulações são baseadas nas condições típicas encontradas em carros de Fórmula 1, tanto em situação de reta quanto de curva. A velocidade de entrada será definida em 90 m/s para a condição de reta e 30 m/s para a condição de curva. A simulação assume escoamento incompressível e estacionário. As superfícies dos aerofólios são tratadas como paredes sem deslizamento, e a fronteira de saída é definida com pressão ambiente. O solo é tratado como uma parede em movimento, com mesma velocidade e direção do escoamento para gerar o efeito solo.

Figura 16 – Condição de contorno



Fonte: elaborada pelo autor

Será utilizado o modelo de turbulência $k-\omega$ SST (Shear Stress Transport), amplamente utilizado em estudos aerodinâmicos de veículos devido à sua capacidade de capturar com precisão o comportamento da camada limite em diferentes condições de escoamento. A determinação do parâmetro y^+ será realizada para garantir que a malha esteja adequadamente refinada na região próxima à parede, respeitando os valores adequados para o modelo de turbulência selecionado.

4.3 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

A convergência das simulações foi definida utilizando dois critérios principais. O primeiro critério está relacionado aos resíduos das equações de conservação (massa, momento e energia). Para garantir a estabilidade e a precisão da solução numérica, foi estabelecido que os resíduos devem atingir valores abaixo de um limite considerado suficientemente pequeno para cada grandeza, conforme mostrado na Tabela 2. Além disso, espera-se que o gráfico dos resíduos apresente um comportamento assintótico, indicando a estabilização das variáveis de fluxo.

O segundo critério utilizado refere-se à estabilização de uma variável monitorada, no caso o coeficiente de sustentação (C_l). Para evitar o uso desnecessário de recursos computacionais e assegurar

maior consistência entre as diferentes simulações, o ANSYS Fluent foi configurado para interromper a simulação quando a variação ponderada do C_l entre iterações sucessivas fosse inferior a 1.0×10^{-4} (fórmula de *stop criterion* descrita no manual do ANSYS (ANSYS Inc. 2024)). Esse valor foi escolhido para garantir que a solução final apresentasse uma flutuação mínima, caracterizando a convergência da variável de interesse.

Tabela 2 – Definição dos resíduos

Grandeza	Valor Mínimo
continuidade	1.0×10^{-3}
x - velocidade	1.0×10^{-6}
y - velocidade	1.0×10^{-7}
k	1.0×10^{-3}
ω	1.0×10^{-3}

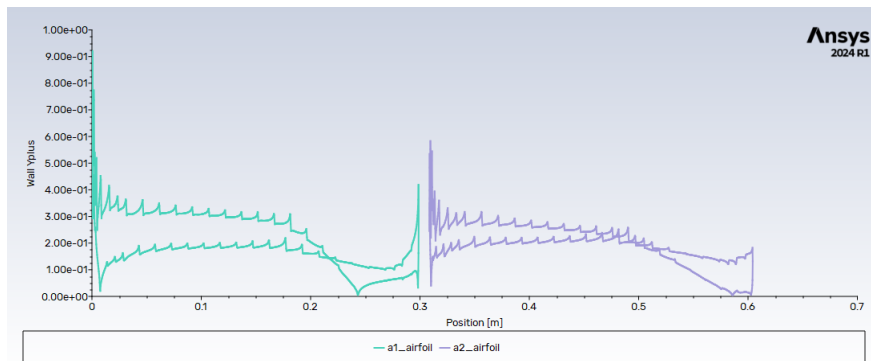
Fonte: elaborada pelo autor

5 RESULTADOS

5.1 DEFINIÇÃO DO y^+

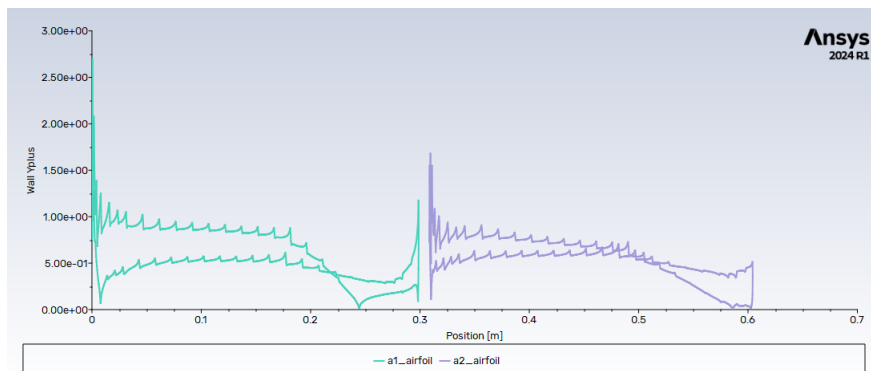
Foi feita uma análise inicial para determinar qual a altura da primeira linha de elementos na malha dos aerofólios para constatar que o y^+ está no valor aceitável, que no caso será $y^+ < 5$. Sendo esse valor definido pois melhor representa a camada limite no problema analisado. Assim temos a Figura 17 que demonstra o valor de y^+ da primeira simulação. A tabela 3 demonstra o ajuste da altura da primeira camada com a amplitude de y^+ obtido. Assim, foi definido o valor de y_p para as próximas simulações com intuito de melhorar a performance computacional sem prejudicar a qualidade dos resultados.

Figura 17 – Simulação 1 - distribuição de y^+



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 18 – Simulação 2 - distribuição de y^+



Fonte: elaborada pelo autor

5.2 INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Em seguida, foi feita uma comparação em malhas com diferentes valores de refinamento para determinar qual o mínimo valor de volumes necessários na malha para atingir uma independência nos resultados. O refinamento foi feito nas malhas dos aerofólios e, também, na malha do domínio,

Tabela 3 – Definição de y_p

Simulação	y_p (metros)	y^+
1	1.4×10^{-6}	0.002 - 0.9
2	4.0×10^{-6}	0.1 - 2.6

Fonte: elaborada pelo autor

como mostra a tabela 4. Para determinar a independência foi analisado os valores de C_l e C_d de cada simulação e levado em conta o número de volumes presente na malha.

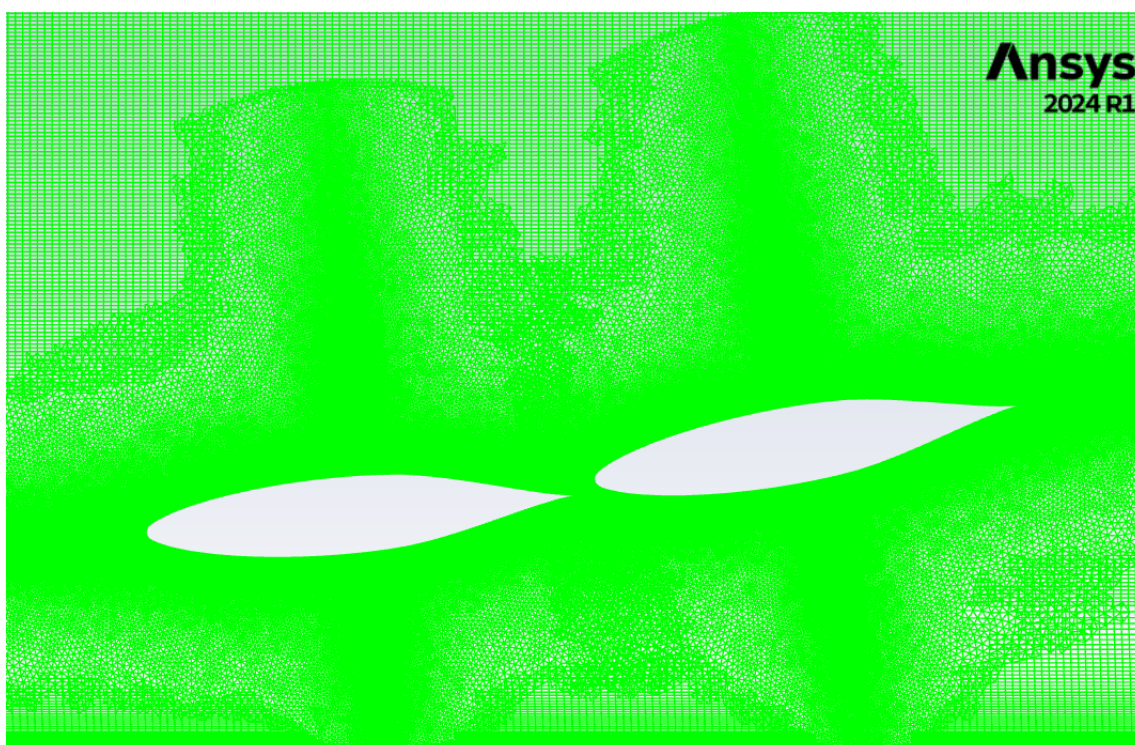
Tabela 4 – Definição do número de volumes

Configuração	Volumes				Resultados	
	Domínio	Aerofolio 1	Aerofolio 2	Solver Cells	C_l	C_d
1	406980	201082	199725	731129	1.71153	0.029753
2	406980	261806	260029	833265	1.69740	0.030055
3	579040	201082	199725	903171	1.71372	0.029826
4	579040	261806	260029	1005320	1.69670	0.030922

Fonte: elaborada pelo autor

Devido a baixa variação nos resultados entre cada configuração de independência de malha foi definido a configuração 1 como padrão, por possuir o menor número de volumes. Assim, a Figura 19 mostra como ficou a malha após a criação do overset, juntando as 3 malhas em uma única.

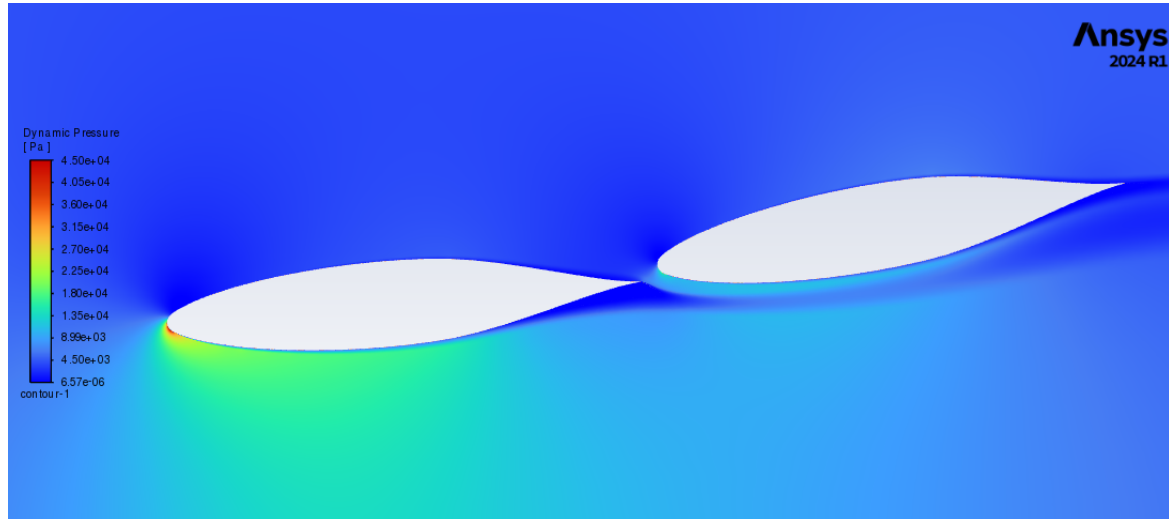
Figura 19 – Configuração de Padronização - malha overset



Fonte: elaborada pelo autor

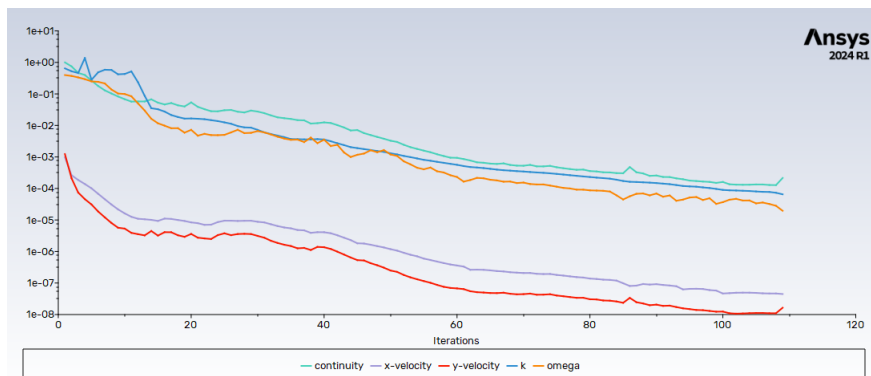
Como o processo de padronização foi feito em uma das configurações analisadas ($h_h, h_v, h_g =$ valor médio), temos os seguintes gráficos de resultados, que será o comportamento esperado de forma semelhante nas demais configurações analisadas.

Figura 20 – Configuração de Padronização - distribuição de pressão dinâmica



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 21 – Configuração de Padronização - resíduos



Fonte: elaborada pelo autor

5.3 CONFIGURAÇÕES

Assim, após ter definido o padrão de simulação, partiu-se para a simulação das diferentes configurações. Para facilitar a visualização, os níveis de cada medida variável está demonstrado na tabela 5. Os resultados obtidos de cada configuração está mostrado na tabela 6

A fim de facilitar a visualização, temos o gráfico da Figura 22 e, também, o gráfico da Figura 23, que demonstra o valor de C_l/C_d de cada uma das configurações, sendo o C_l da simulação que representa a curva (30m/s) e o C_d da simulação que representa a reta (90m/s)

Tabela 5 – Definição das variações de medidas

Medida	1	2	3
Distância do solo	100 mm	150 mm	200 mm
Distância vertical	5 mm	10 mm	15 mm
Distância horizontal	5 mm	10 mm	15 mm

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 6 – Resultados das Configurações

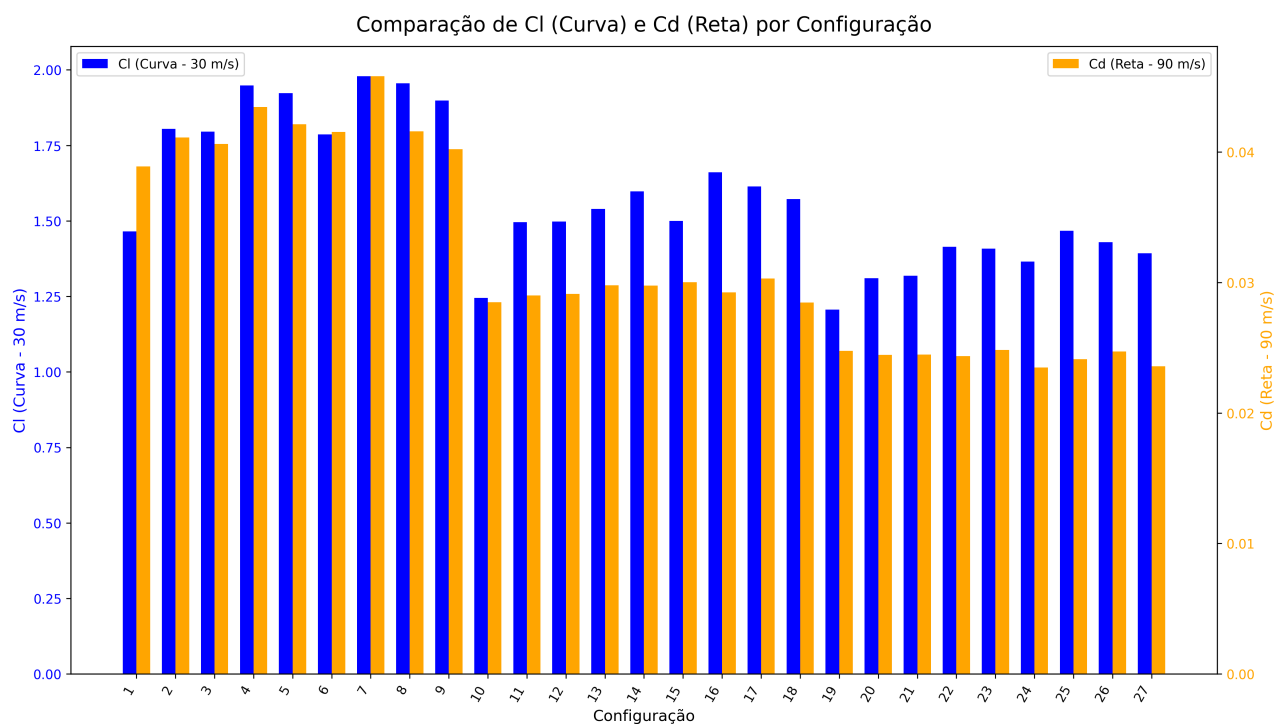
Configuração				Resultados			
Número	Distância do solo	Distância vertical	Distância horizontal	90 m/s		30 m/s	
				Cl	Cd	Cl	Cd
1	1	1	1	1.813	0.0389	1.465	0.0475
2	1	1	2	2.034	0.0411	1.805	0.0497
3	1	1	3	2.002	0.0406	1.796	0.0495
4	1	2	1	2.162	0.0434	1.948	0.0521
5	1	2	2	2.120	0.0421	1.923	0.0515
6	1	2	3	2.032	0.0415	1.786	0.0462
7	1	3	1	2.187	0.0458	1.979	0.0554
8	1	3	2	2.117	0.0416	1.956	0.0526
9	1	3	3	2.036	0.0402	1.898	0.0494
10	2	1	1	1.535	0.0285	1.245	0.0372
11	2	1	2	1.629	0.0290	1.496	0.0338
12	2	1	3	1.628	0.0291	1.497	0.0349
13	2	2	1	1.732	0.0297	1.540	0.0393
14	2	2	2	1.712	0.0298	1.598	0.0366
15	2	2	3	1.676	0.0300	1.500	0.0345
16	2	3	1	1.794	0.0292	1.661	0.0378
17	2	3	2	1.713	0.0303	1.614	0.0361
18	2	3	3	1.702	0.0285	1.572	0.0357
19	3	1	1	1.349	0.0247	1.206	0.0295
20	3	1	2	1.435	0.0244	1.311	0.0304
21	3	1	3	1.432	0.0245	1.318	0.0298
22	3	2	1	1.519	0.0244	1.414	0.0300
23	3	2	2	1.459	0.0248	1.408	0.0306
24	3	2	3	1.469	0.0235	1.366	0.0306
25	3	3	1	1.539	0.0241	1.467	0.0308
26	3	3	2	1.495	0.0247	1.429	0.0301
27	3	3	3	1.483	0.0236	1.393	0.0306

Fonte: elaborada pelo autor

Ainda, para melhor analisar o comportamento de cada grandeza separadamente, temos os gráficos das Figura 24, Figura 25 e Figura 26. Nelas, cada conjunto de 3 valores representa 3 configurações com medidas iguais, exceto a analisada pelo gráfico.

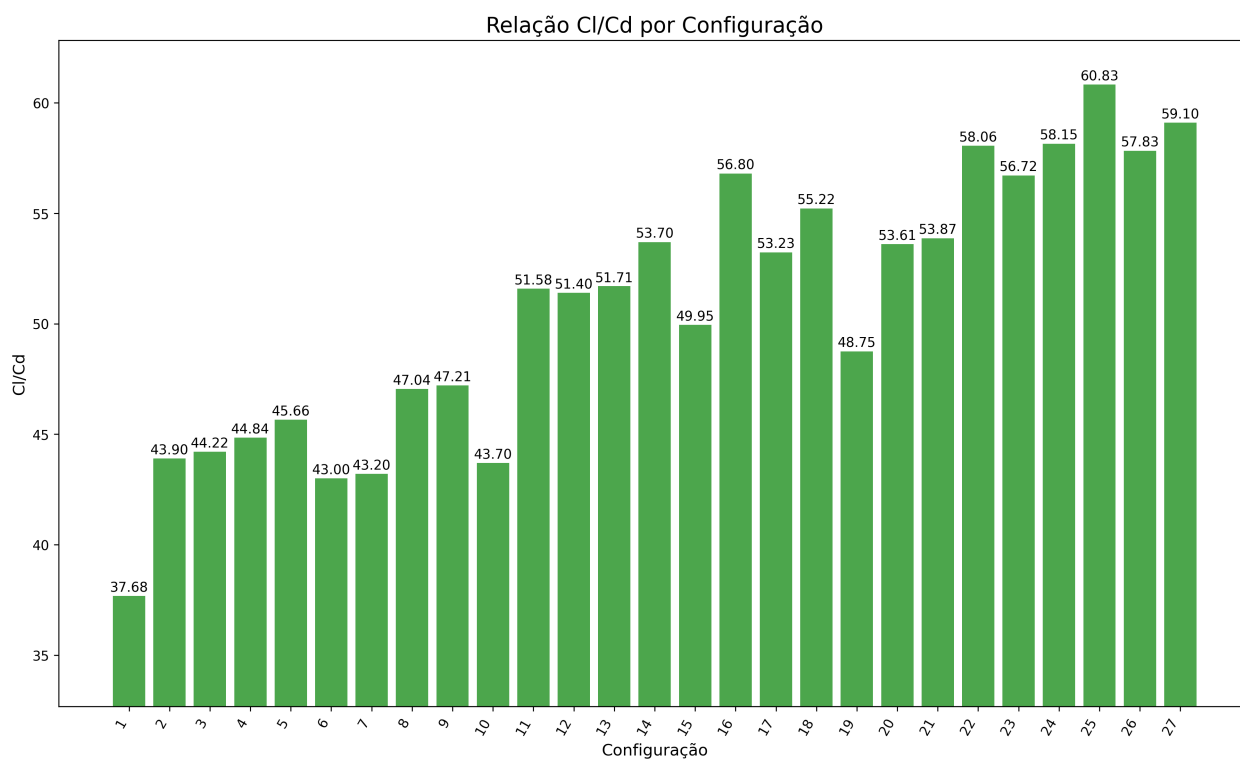
As imagens de distribuição de pressão dinâmica de diferentes configurações apresentadas nas figuras de 27 a 30, ajudam visualizar o comportamento de cada uma das variáveis e como elas afetam o escoamento.

Figura 22 – Resultados de C_l (30m/s) e C_d (90m/s)



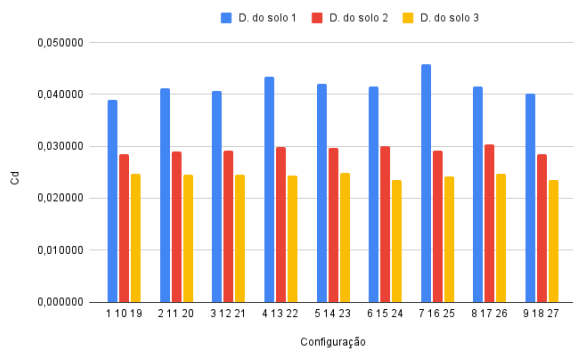
Fonte: elaborada pelo autor

Figura 23 – Resultados de C_l/C_d

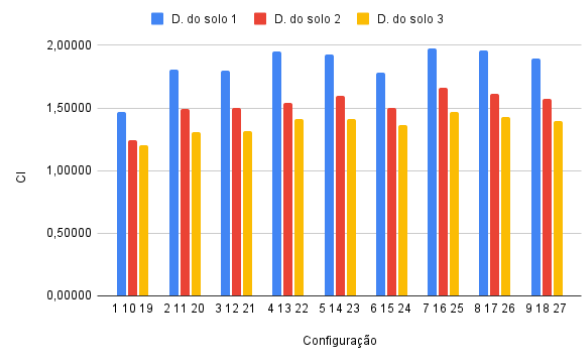


Fonte: elaborada pelo autor

Figura 24 – Comportamento da distância do solo



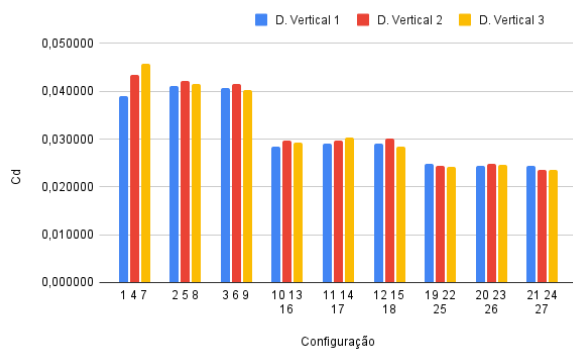
(a) Variação do Cd



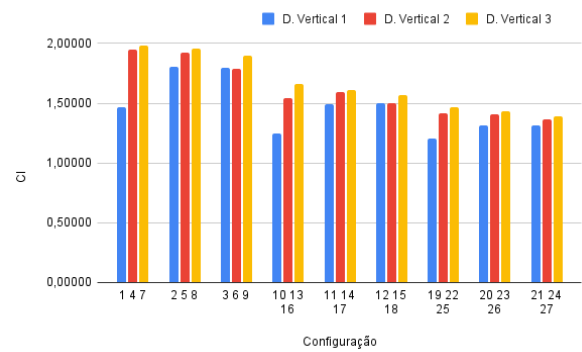
(b) Variação do Cl

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 25 – Comportamento da distância vertical



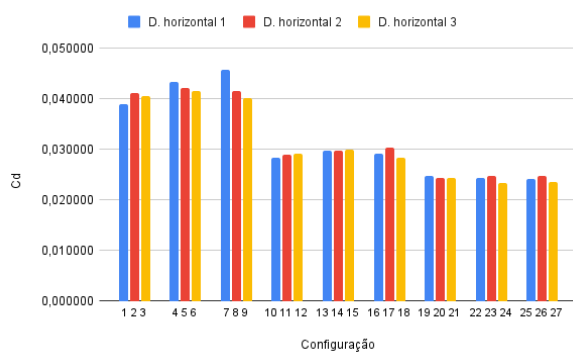
(a) Variação do Cd



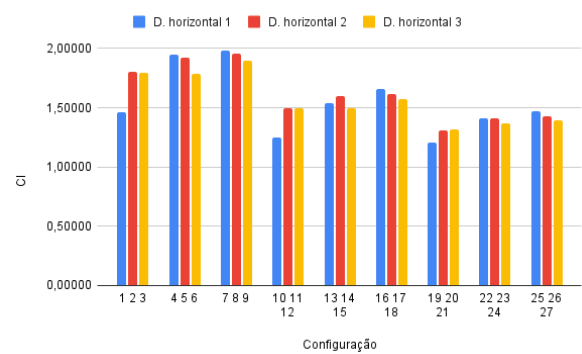
(b) Variação do Cl

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 26 – Comportamento da distância horizontal



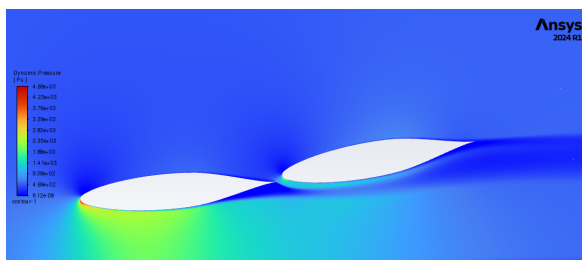
(a) Variação do Cd



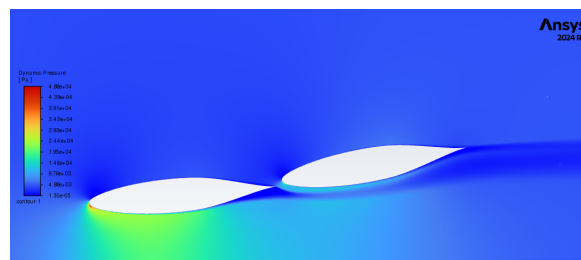
(b) Variação do Cl

Fonte: elaborada pelo autor

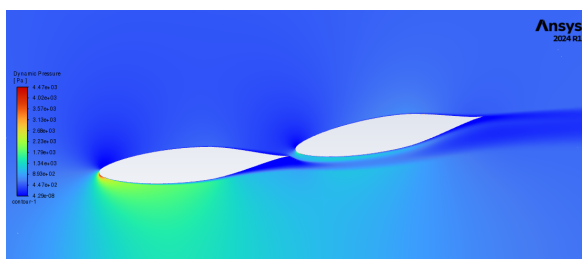
Figura 27 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância do solo.



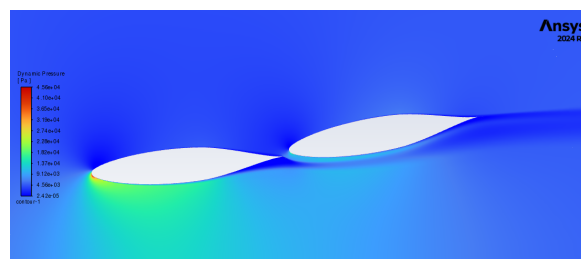
(a) Configuração 5, D. solo 1 - 30 m/s



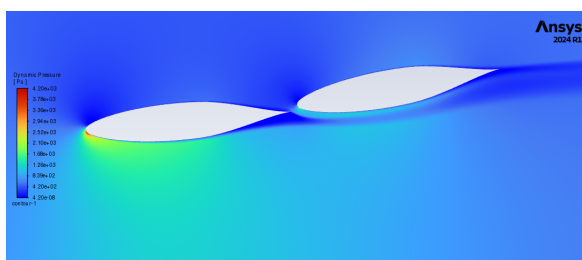
(b) Configuração 5, D. solo 1 - 90 m/s



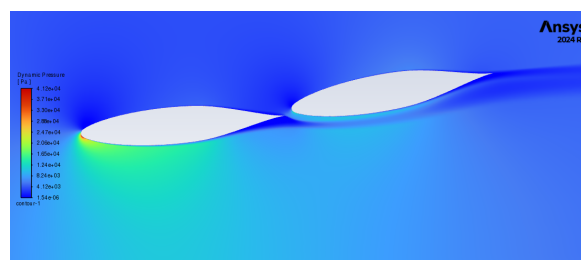
(c) Configuração 14, D. solo 2 - 30 m/s



(d) Configuração 14, D. solo 2 - 90 m/s



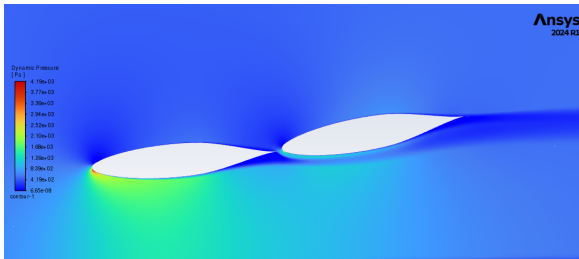
(e) Configuração 23, D. solo 3 - 30 m/s



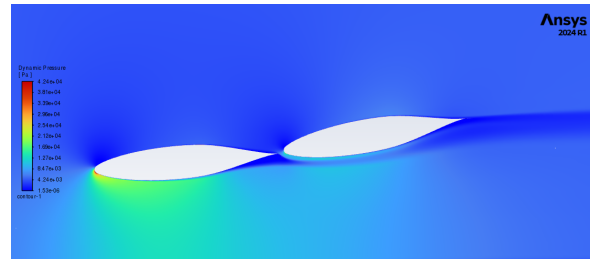
(f) Configuração 23, D. solo 3 - 90 m/s

Fonte: elaborada pelo autor

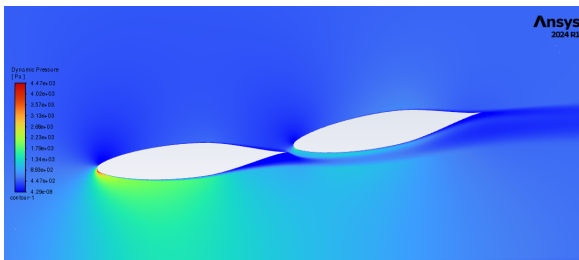
Figura 28 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância vertical.



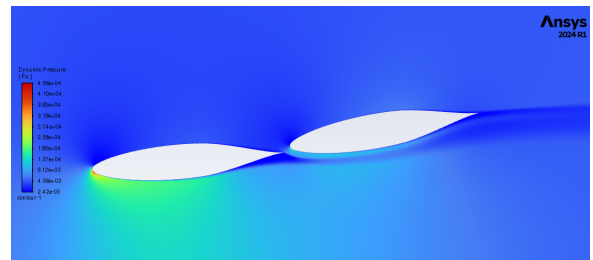
(a) Configuração 11, D. vertical 1 - 30 m/s



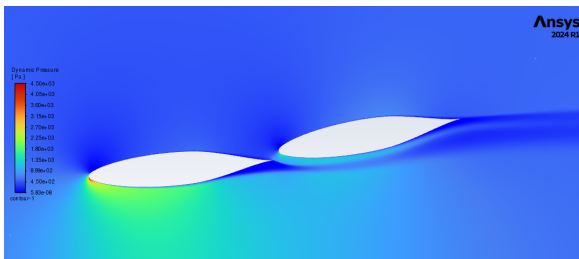
(b) Configuração 11, D. vertical 1 - 90 m/s



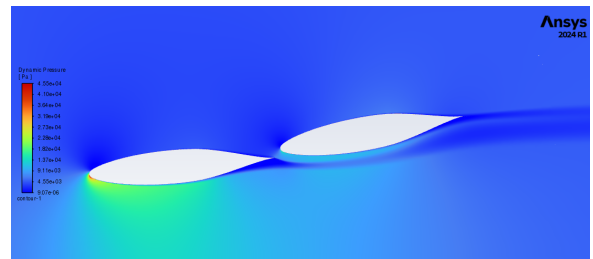
(c) Configuração 14, D. vertical 2 - 30 m/s



(d) Configuração 14, D. vertical 2 - 90 m/s



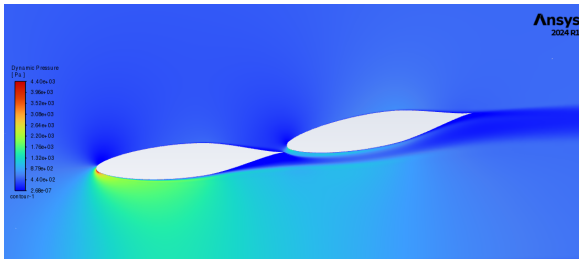
(e) Configuração 17, D. vertical 3 - 30 m/s



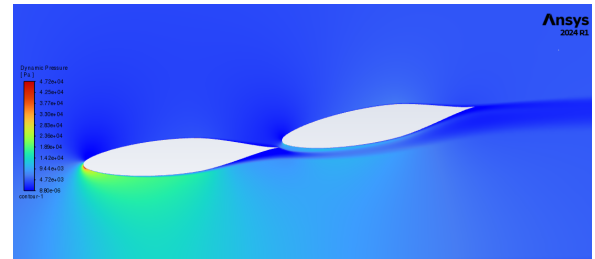
(f) Configuração 17, D. vertical 3 - 90 m/s

Fonte: elaborada pelo autor

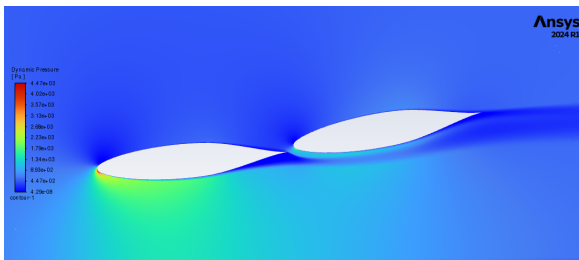
Figura 29 – Distribuição de pressão dinâmica - comparação da distância horizontal.



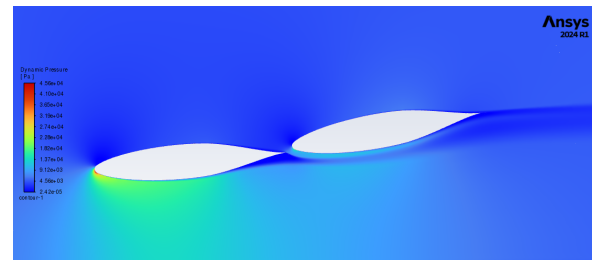
(a) Configuração 13, D. horizontal 1 - 30 m/s



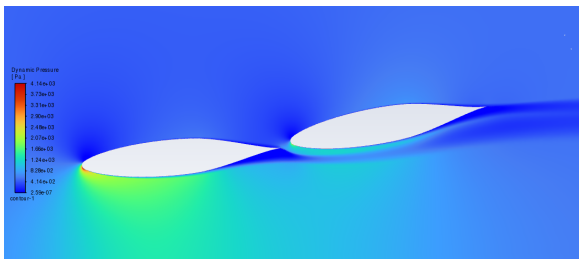
(b) Configuração 13, D. horizontal 1 - 90 m/s



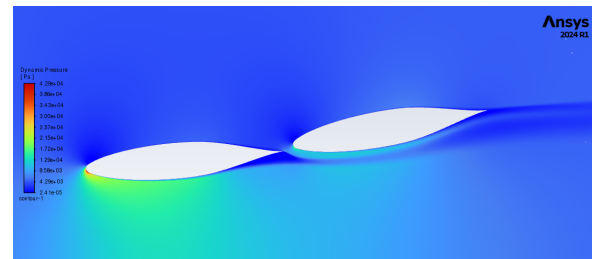
(c) Configuração 14, D. horizontal 2 - 30 m/s



(d) Configuração 14, D. horizontal 2 - 90 m/s



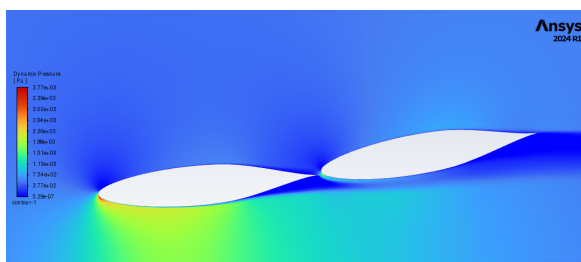
(e) Configuração 15, D. horizontal 3 - 30 m/s



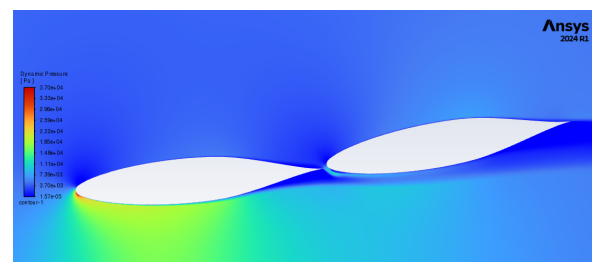
(f) Configuração 15, D. horizontal 3 - 90 m/s

Fonte: elaborada pelo autor

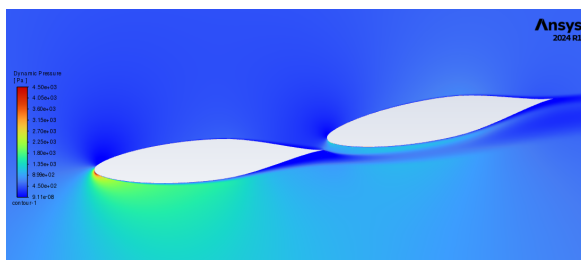
Figura 30 – Distribuição de pressão dinâmica - Melhor (25) e pior (1) desempenho.



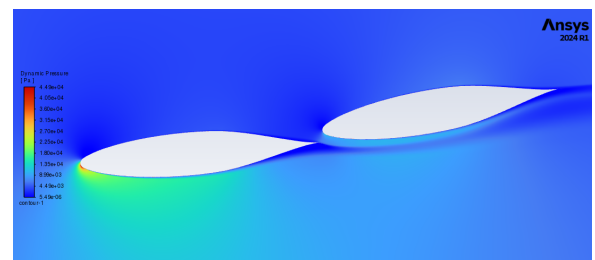
(a) Configuração 1 - 30 m/s



(b) Configuração 1 - 90 m/s



(c) Configuração 25 - 30 m/s



(d) Configuração 25 - 90 m/s

Fonte: elaborada pelo autor

6 DISCUSSÃO

Primeiramente temos as variações dos valores adimensionais (C_l e C_d) entre duas condições diferentes (30 m/s e 90 m/s) para uma mesma configuração. Embora adimensionais, esses valores são alterados conforme o número de Reynolds do escoamento, que por sua vez é alterado com a velocidade.

Na figura 30b podemos ver uma bolha de separação laminar no bordo de ataque do segundo aerofólio, que comprometeu o desempenho dessa configuração. Ainda a figura 30d mostra a configuração com melhor desempenho, nela fica claro como se dá a interação do escoamento no bordo de fuga do primeiro aerofólio com o bordo de ataque do segundo e como a camada limite se comporta.

A partir dos resultados obtidos, ao analisar a tabela 6 e as figuras que foram extraídas dela (Figura 22, Figura 23, Figura 24, Figura 25 e Figura 26) é possível identificar algumas tendências no comportamento aerodinâmico das diferentes configurações.

No que diz respeito aos parâmetros analisados, conforme o esperado, a distância do solo tem um impacto significativo tanto no C_l quanto no C_d . É possível notar que nas configurações onde o valor da distância ao solo era mínima os valores de C_l e C_d aumentavam, comparativamente. Isso se deve ao fato da amplificação do efeito solo, que, neste caso de geração de *downforce*, ajuda a diminuir a pressão entre o solo e os aerofólios, intensificando as forças aerodinâmicas. Essa característica pode ser facilmente observada na Figura 27.

Ainda, a distância vertical mostrou-se uma variável de maior influência sobre os resultados do que a horizontal, tendo um comportamento um pouco mais padronizado como é mostrado na Figura 25. O aumento da distância vertical resultou em valores mais elevados de C_l e C_d . Isso pode ser atribuído a otimização do escoamento entre os aerofólios (Figura 28).

A distância horizontal, por outro lado, apresentou um efeito menos expressivo. Embora as variações nesse parâmetro tenham gerado mudanças sutis nos coeficientes C_l e C_d , como pode ser visto na tabela 6 e na Figura 26, ele teve um papel crucial na interação do escoamento entre os aerofólios. Esse comportamento é detalhado na Figura 30.

A Figura 23 apresenta os valores de C_l/C_d para cada configuração, destacando maior eficiência aerodinâmica nas configurações com maior distância do solo. Embora o critério de eficiência baseado na razão C_l/C_d seja válido neste estudo, ele não reflete completamente a complexidade dos critérios utilizados em aplicações reais de Fórmula 1, onde múltiplos fatores operacionais são considerados. Ainda assim, esse critério forneceu uma métrica simplificada e eficaz para avaliar o desempenho relativo das configurações.

7 CONCLUSÃO

Assim, o trabalho atingiu seu objetivo principal, que era determinar a configuração ideal de posicionamento dos elementos da asa frontal de um carro de Fórmula 1, por meio de uma análise bidimensional utilizando CFD. As simulações realizadas permitiram avaliar as influências das variáveis geométricas estudadas — distância do solo, distância vertical e horizontal — sobre os coeficientes aerodinâmicos de sustentação C_l e de arrasto C_d .

Os resultados confirmam que o efeito solo tem um impacto significativo no comportamento aerodinâmico, particularmente na maximização do *downforce*, onde a proximidade do solo amplifica a geração de forças aerodinâmicas. Além disso, foi identificado que a distância vertical exerce uma influência mais expressiva do que a distância horizontal sobre os coeficientes C_l e C_d , possivelmente devido à interação do escoamento entre o bordo de fuga do primeiro aerofólio e do bordo de ataque do segundo.

A configuração de número 25 destacou-se por apresentar o melhor equilíbrio entre as condições de reta (90 m/s) e curva (30 m/s), obtendo alto *downforce* (C_l) em baixa velocidade e baixo arrasto (C_d) em alta velocidade. Essa configuração otimizou o desempenho aerodinâmico ao combinar uma maior distância do solo e vertical elevado com uma distância horizontal mínima. De forma geral, outras configurações com características semelhantes (alto valor de h_g e h_v) também apresentaram um bom desempenho na razão C_l/C_d .

Embora a análise tenha identificado uma configuração ideal dentro das simplificações adotadas, é importante reconhecer as limitações do estudo. O uso da razão C_l/C_d como métrica principal, embora útil, não reflete completamente os desafios enfrentados em aplicações reais de Fórmula 1. Fatores como variações nas condições da pista, estilo de pilotagem e estratégias de corrida podem demandar configurações aerodinâmicas diferentes.

Ainda assim, os resultados apresentados fornecem contribuições significativas para o entendimento e otimização do posicionamento de elementos aerodinâmicos em asas frontais. Este estudo estabelece diretrizes que podem ser exploradas em análises futuras e reforça a importância de ferramentas numéricas como o CFD no desenvolvimento de projetos aerodinâmicos de alta performance.

REFERÊNCIAS

- AIR, N.; INSTITUTION, S. M. S. **Boundary Layer**. n.d. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://howthingsfly.si.edu/media/boundary-layer-0>>.
- ANDERSON, J. D. **Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications**. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 1995.
- ANSYS INC. **ANSYS Fluent Theory Guide**. [S.l.], 2024. Versão 2024R1. Disponível em: <<https://www.ansys.com/resource-center>>.
- ANSYS INC. **ANSYS Fluent User's Guide**. [S.l.], 2024. Versão 2024R1. Disponível em: <<https://www.ansys.com/resource-center>>.
- BANIHANI, E.; ASSAD, M. E. H. Boundary-layer theory of fluid flow past a flat-plate: Numerical solution using matlab. **International Journal of Computer Applications**, v. 180, 02 2018.
- FERRARI. **158 F1**. 2024. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://www.ferrari.com/en-BR/formula1/158-f1>>.
- FERRARI. **312 F1-69**. 2024. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://www.ferrari.com/en-BR/formula1/312-f1-69>>.
- FERRARI. **SF-23**. 2024. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://www.ferrari.com/en-BR/formula1/sf-23>>.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3. ed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2002.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE L'AUTOMOBILE (FIA). **2024 Formula 1 Technical Regulations**. [S.l.], 2024. Disponível em: <<https://www.fia.com/regulation/category/110>>.
- KATZ, J. **Race Car Aerodynamics: Designing for Speed**. [S.l.]: Bentley Publishers, 1995.
- KATZ, J. **Automotive Aerodynamics**. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2016.
- KATZ, J.; PLOTKIN, A. **Low-Speed Aerodynamics**. Second. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001. ISBN 9780521665520.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **AIAA Journal**, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, August 1994.
- RECANT, I. G. **Wind-tunnel investigation of ground effect on wings with flaps**. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, 1940.
- SADREHAGHIGHI, I. **Mesh Generation in CFD**. Cham, Switzerland: Springer, 2019.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 2. ed. Harlow, England: Pearson Education, 2007.
- WHITE, F. M. **Viscous Fluid Flow**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2005.
- WHITE, F. M. **Mecânica dos Fluidos**. 6. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2008.
- WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3. ed. La Cañada, CA, USA: DCW Industries, 2006.

WIMSHURST, A. **What is the difference between y^+ and y^* ?** 2019. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://www.fluidmechanics101.com/pages/lectures.html>>.

WRIGHT, P. G. The influence of aerodynamics on the design of formula one racing cars. **International Journal of Vehicle Design**, v. 34, n. 4, p. 383–397, 1982.