UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS

JOSÉ LUCIANO SANTINHO LIMA

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE OS PROCEDIMENTOS USADOS POR ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS EM QUESTÕES BASEADAS NO ENEM E NOS VESTIBULARES DA UNESP E FUVEST

BAURU

2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

JOSÉ LUCIANO SANTINHO LIMA

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE OS PROCEDIMENTOS USADOS POR ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS EM QUESTÕES BASEADAS NO ENEM E NOS VESTIBULARES DA UNESP E FUVEST

Tese apresentada à banca examinadora como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência.

Orientador:
Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

BAURU
2016

Lima, José Luciano Santinho Lima.
Solução de problemas de matemática: um estudo sobre os procedimentos usados por estudantes universitários em questões baseadas no ENEM e nos vestibulares da UNESP e FUVEST / José Luciano Santinho Lima, 2016
241 f. : il.

Orientador: Nelson Antonio Pirola

Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2016

1. Ensino de Matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Contextualização. 4. Vestibular. 5. ENEM. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru

Faculdade de Ciências

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE JOSÉ LUCIANO SANTINHO LIMA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS.

Aos 18 dias do mês de fevereiro do ano de 2016, às 09:30 horas, no(a) Anfiteatro do prédio da Pós-graduação, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências-UNESP/Bauru, Profª Drª ZIONICE GARBELINI MARTOS RODRIGUES do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal de Educação,Ciência e Tecnologia de São Paulo, Profª Drª MARCIA REGINA FERREIRA DE BRITO do(a) Departamento de Psicologia Educacional / Universidade Estadual de Campinas, Prof. Dr. MARCELO CARLOS DE PROENÇA do(a) Departamento de Matemática / Universidade Estadual do Maringá, Profa. Dra. MARA SUELI SIMÃO MORAES do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências-UNESP/Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de JOSÉ LUCIANO SANTINHO LIMA, intitulada **SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE OS PROCEDIMENTOS USADOS POR ESTUDANTES UNIVERISTÁRIOS EM QUESTÕES BASEADAS NO ENEM E NOS VESTIBULARES DA UNESP E FUVEST.**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Profª Drª ZIONICE GARBELINI MARTOS RODRIGUES

Márcia Regina F. de Brito

Profª Drª MARCIA REGINA FERREIRA DE BRITO

Prof. Dr. MARCELO CARLOS DE PROENÇA

Profa. Dra. MARA SUELI SIMÃO MORAES

O amor é o complemento do ensino.

Santo Agostinho

AGRADECIMENTOS

A Deus Pai, Filho e Espírito Santo, pelo seu Amor incondicional, pelo dom da vida e por conduzir, com Sua Sabedoria, a elaboração desse trabalho.

À Fabiana, minha esposa, companheira amorosa, sempre me incentivando no prosseguimento desse trabalho.

A minhas filhas, Mariana e Maria Vitória, pela compreensão em minhas ausências e pelo seu amor e carinho.

A meus pais, Ieda e Lúcio, por sempre me incentivarem nos estudos, e aos meus irmãos Leda, Zéo e Leila, pelo exemplo, tanto em sua vida escolar como profissional.

Aos meus queridos sobrinhos, a meus cunhados, aos meus sogros e aos demais familiares, pela torcida pela conclusão desse trabalho.

Ao meu orientador, Nelson Antonio Pirola, pela dedicação e amizade. Suas contribuições valiosas foram primordiais para essa pesquisa.

A todos os professores, colegas e amigos do Programa de Pós-Graduação para a Ciência da UNESP-Bauru, e também aos funcionários, de uma forma especial a Denise Barbosa Felipe, pela sua solicitude, simpatia e dedicação.

A todos os alunos que participaram e colaboraram com essa pesquisa.

A Angela Sayuri Morikawa de Freitas, diretora do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia (IFSP), Campus Araraquara, por permitir a aplicação dos itens da pesquisa em sua unidade de ensino.

Ao professor Daniel Vendrúscolo, do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), que gentilmente cedeu sua aula para aplicação de parte da segunda etapa dessa pesquisa.

Ao professor Leandro Aurichi, coordenador do curso de graduação em Matemática, da Universidade de São Paulo (USP), Campus de São Carlos, por permitir a aplicação de parte da segunda etapa da pesquisa nessa Instituição.

A Silvana Kioko Iticava, assistente de diretoria da fundação VUNESP, pelo envio das provas do vestibular da UNESP, do período de 1980 a 1994.

Ao professor Fábio Kusumi Otsuka, pelo auxílio com o abstract.

RESUMO

Nos últimos anos, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) se constituiu na avaliação brasileira de larga escala com a maior participação de estudantes egressos desse nível escolar, além de ser a única via de acesso à maioria dos cursos de ensino superior das Universidades Federais de nosso país. Essa pesquisa tem como objetivo investigar quais conhecimentos de procedimento são acessados por alunos ingressantes nos cursos superiores de Matemática na solução de exercícios e de problemas com enredo (contextualizados e semicontextualizados) de Matemática, elaborados nos moldes do Exame Nacional do Ensino Médio e dos vestibulares da Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Fundação para o Vestibular (FUVEST), cujas provas foram analisadas quanto à distribuição de assuntos e contextualização. A fundamentação teórica foi pautada nos estudos de solução de problemas, contextualização e avaliação em larga escala. A pesquisa se desenvolveu em três etapas: a primeira delas se constitui como um estudo piloto para analisar a adequação dos itens e possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes na solução de problemas. Foram elaboradas 16 questões, divididas nas seguintes categorias: exercícios e problemas com enredo (contextualizados e semicontextualizados). Nessa etapa participaram 76 alunos de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino superior e de uma escola particular de Ensino Médio. A segunda etapa se constituiu de uma avaliação contendo 6 questões, selecionados a partir da primeira etapa e aplicados a 70 alunos de graduação em Matemática de três universidade públicas. A última etapa se constituiu no “pensar em voz alta”, em que participaram 3 alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática, selecionados a partir da segunda etapa, que resolveram 3 questões da primeira etapa. A metodologia foi a quanti-qualitativa e os resultados foram: 1- Os procedimentos utilizados pelos participantes ainda são baseados em fórmulas e procedimentos prontos e acabados. Não houve procedimentos criativos e inovadores; 2- O melhor desempenho dos participantes se concentrou nos problemas com enredo e não nos exercícios; a elaboração de procedimentos de solução de problemas sofreu influência de dois aspectos importantes: falta de conhecimentos de conteúdos do Ensino Médio e dados irrelevantes no enunciado de problemas; 3- houve diferença significativa entre o desempenho de homens e mulheres, com performance melhor para os primeiros; 4 – não houve diferenças significativas entre o desempenho dos alunos, quando analisada a formação escolar durante a Educação Básica.

Palavras-chave: Matemática. Ensino de Matemática. Resolução de problemas. Contextualização. Vestibular. ENEM.

ABSTRACT

During the last years, the National High School Exam (ENEM) was based on the Brazilian evaluation in large scale with a higher participation of the students egressed from this scholar level, besides being it the only access way to most of high education courses in the Federal Universities of our country. This research has as its goal to investigate which knowledge of procedures are accessed by students starting Mathematics courses during the exercises and problems solving within a context (contextualized and semi-contextualized) in Mathematics, elaborated within models of the National High School Exam and from entrance exams from São Paulo State University (UNESP) and Foundation of Vestibular (FUVEST), whose exams were analyzed over the topics distribution and contextualization. The theoretical foundation was guided in the studies of solving problems, contextualization and evaluated in large scale. The research was developed in three stages: the first one was constituted as a pilot study in order to analyze the adequacy of the items and possible difficulties presented by the students in the solving problems. Sixteen questions were elaborated, divided in the following categories: exercises and problems with a context (contextualized and semi-contextualized). Seventy-six students of License in Mathematics course from a public institution of high education and from a private high school participated in this stage. The second stage was constituted of an assessment containing six questions, selected from the first stage and applied to seventy undergraduate students in Mathematics from three public universities. The last stage was constituted from “thinking aloud”, in which three students from a License in Mathematics course participated, selected from the second stage who solved three questions from the first stage. It was a quanti-qualitative methodology and the results were: 1 – The procedures used by the participants are still based in formulas and fixed and finished procedures. There were no creative and innovative procedures; 2 – the best performance of the participants was centered in the problems with a context and not in the exercises; the elaboration of solution procedures suffered an influence from two important aspects: lack of knowledge of the content from high school and irrelevant data on the header of the problems; 3 – there was a significant difference between the performance of men and women, being better among the first ones; 4 – there were no significant differences between the students’ performance when the scholar background during the elementary education was assessed.

Keywords: Mathematics. Teaching of Mathematics. Problem solving. Contextualization. Vestibular examinations. ENEM.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNI - Banco Nacional de Itens

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DCNEM - Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio

ENCCEJA - Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

FUVEST - Fundação para o Vestibular

IFSP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

IME-SP - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB - Lei de Diretrizes e Bases

MEC - Ministério da Educação

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PCNEM+ - Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA - Programme for International Student Assessment

REDEFOR - Rede São Paulo de Formação Docente

SAT - Scholastic Aptitude Test

TRI - Teoria de Resposta ao Item

UFSCar - Universidade Federal de São Carlos

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

UNICAMP – Universidade de Campinas

USP - Universidade de São Paulo

VUNESP - Fundação Vunesp

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

APÊNDICES

ANEXOS

INTRODUÇÃO

TRAJETÓRIA PROFISSIONAL

Desde pequeno me identifico bem com a Matemática. Lembro-me de representar minha escola na Olimpíada de Matemática quando cursava a 5ª série. Quando chegou o momento de escolher um curso superior, preferi optar pela Engenharia Civil. Após a conclusão do Ensino Médio ingressei na Universidade de São Paulo (USP), no Campus de São Carlos, em 1988. Mas o ano marcante em minha vida seria o de conclusão do curso, em 1992, não porque o mercado se abria a um novo engenheiro, mas porque no segundo semestre desse ano comecei a lecionar disciplinas técnicas de engenharia (desenho técnico, materiais de construção e solos) em um curso técnico em edificações numa escola particular em Bauru-SP. Apesar de não serem disciplinas que eu dominava, me apaixonei pela profissão de professor.

No ano seguinte fui aceito no programa de pós-graduação em Engenharia de Estruturas, na mesma universidade. O conceito CAPES 7[1] imprimia grande importância à missão que deveria enfrentar. Em 1995, após cumprir todos os créditos, ser aprovado no exame de proficiência e de qualificação, decidi abandonar o curso e seguir como professor de matemática do ensino médio, cargo que já ocupava em um grande cursinho da cidade de Bauru desde o ano anterior.

Em 2000 já era licenciado em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e havia trabalhado em vários colégios nas regiões de São Carlos e Bauru. Retornei à instituição para cursar o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, terminando o processo em 2011. Nesse ano ocorreu outro marco em minha vida profissional: fui aprovado no concurso público para preenchimento de vagas no cargo de professor de Matemática do Instituto Federal de São Paulo, do qual faço parte até hoje. Entretanto, não optei pelo Regime de Dedicação Exclusiva, continuando a ministrar aulas em cursinhos pré-vestibulares.

---

[1] A cada três anos, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) avalia os cursos de pós-graduação brasileiros, que recebem um conceito, variando de 3 a 7. O conceito 7 relaciona-se a cursos de excelência em nível internacional.

Durante todos esses anos como docente no ensino médio, sempre me inquietei com os processos avaliativos. Quando prestei vestibular, me candidatei a três universidades: a USP, que oferecia 200 vagas em todas as engenharias, e na qual passei em 30º lugar, a Universidade de Bauru, onde fui aprovado em 3º lugar em Engenharia Civil, e a Universidade de Campinas (UNICAMP), não passando para a segunda fase. O fracasso nessa última realmente surpreendeu a mim e a vários amigos. Como consegui ser aprovado em tão boa colocação nas outras duas instituições, e ter sido derrotado logo na primeira fase da UNICAMP?

Muito tempo se passou até que em 2011 soube de um processo seletivo para tutor de Matemática da Rede São Paulo de Formação Docente (REDEFOR), pela Fundação de Desenvolvimento da UNICAMP (FUNCAMP). Havia 40 vagas que foram disputadas por 440 candidatos. Fiquei em segundo lugar, vencendo o "trauma" do vestibular de 1988. O primeiro colocado, José Messias, se transformou num grande amigo, sendo coautor de meu livro "Matemática Financeira: Manual prático explicativo", lançado em 2014 pela Editora Viena.

Depois desse fato, fui estudar qual seria a lógica da pergunta colocada anteriormente: porque em 1988 não consegui nem mesmo alcançar a segunda fase da UNICAMP? Tomei a prova daquela edição para compreender melhor esse paradoxo; ela continha 12 questões dissertativas, além da redação, sendo apenas 2 de matemática, uma muito simples, sobre aumento e desconto percentual, e outra sobre proporção entre volume e raio de uma bola de basquete, mais conceitual. É bastante provável que tenha acertado a primeira, mas não a segunda. Entretanto, esse não foi o fator crucial: a redação valia metade da prova, o que deve ter sido determinante para minha eliminação.

Quando o ENEM surgiu, em 1998, me incomodei demais com o nível da prova de Matemática, muito abaixo dos vestibulares da FUVEST, UNICAMP e UNESP; parecia desmerecer todo o trabalho do professor de ensino médio, nivelando o teste muito por baixo. Hoje entendo melhor sua estrutura, bastante aperfeiçoada com o advento do "Novo ENEM", estabelecido a partir de 2009, contendo 45 itens (exercício ou problema com enredo) de Matemática. Até 2008 a distribuição das questões de Matemática era muito irregular, podendo variar de 7 (nas edições de 2003 e 2007) a 17 (em 2001), o que nos parece um disparate.

Independentemente dos vários problemas da avaliação nacional, o ENEM tomou vulto e hoje é a única porta de entrada de várias universidades federais, e é utilizado parcialmente no conceito para o ingresso em outras instituições de ensino superior. No mestrado estudamos as provas da UNICAMP (1987 a 2010), da FUVEST (1977 a 2010), do vestibular da UFSCar (2000 a 2010) e do ENEM (1998 a 2009), comparando a distribuição de assuntos e a contextualização de itens[2]. Verificamos a imensa discrepância entre os diversos itens dessas provas nesses dois quesitos (Lima, 2010, p. 107-109). Foi proposta uma classificação em relação à contextualização: itens contextualizados ou semicontextualizados (situações-problemas com enredo) e exercícios. A FUVEST se mostra muito mais tendenciosa para o emprego de exercícios em detrimento dos contextualizados, muito embora tenha se aproximado desses nos últimos anos, ocorrendo o contrário com o ENEM, como veremos nesse trabalho, agora comparando-os com o vestibular da UNESP. Além disso, a distribuição de assuntos é muito distinta entre os vestibulares e o ENEM, concentrados nesse último em conteúdos de Matemática próprios do ensino fundamental. Como professor do ensino médio me decepcionei com os itens do ENEM, pois muitos deles poderiam ser facilmente resolvidos até mesmo por alunos do ensino fundamental.

Em 2012, já como professor de uma instituição federal, fui selecionado para elaborar itens para a Prova Brasil, no Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em Brasília. A partir daí participei de outras oficinas dessa monta, ora da Prova Brasil, ora do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos. Nesse ambiente aprendi a filosofia do Ministério da Educação (MEC) em relação à confecção dos itens a partir das Matrizes de Referência. Após 15 anos ensinando os alunos como enfrentar a prova do ENEM, tive pela primeira vez a experiência de ler esse documento, primordial para estruturar todo o teste, o que realmente me envergonha, pois preparava meus alunos imaginando conhecer o teste em toda sua essência. Assim também deveria ser com cursinhos que divulgam cursos preparatórios para o ENEM, que não têm ideia de como a prova foi instituída e é construída, e quais são os princípios educacionais, pedagógicos e epistemológicos envolvidos.

[2] Item, nesse trabalho, será entendido como exercício ou problema com enredo.

PROBLEMA DE PESQUISA

Não há na literatura científica muitos estudos sobre a estrutura, o conteúdo e as características inerentes às avaliações de Matemática do ENEM e dos vestibulares supracitados. A contextualização não é definida de maneira clara, provocando dúvidas e incertezas por parte dos docentes na elaboração de suas aulas e de suas avaliações em sala de aula. O INEP, órgão responsável pela elaboração da prova, enfoca justamente a contextualização como um de seus dois pilares-chave, emparelhada à interdisciplinaridade.

> Diferentemente da construção de outros itens de múltipla escolha, elaborar questões para o Enem constitui uma ação que se reveste do caráter inovador do exame, à medida que elas se organizam em torno de situações-problema, com características interdisciplinares e de contextualização, o mais próximo possível de situações do cotidiano. Além disso, os conteúdos não são solicitados para avaliar apenas a sua retenção, mas para medir como são utilizados a serviço da solução de problemas com as características exigidas para o exame mencionadas. Este fato define outra peculiaridade das situações-problema elaboradas, qual seja a de comportar em seus enunciados o máximo de informações necessárias para a sua resolução, apoiadas em conhecimentos considerados básicos na formação de jovens ao final de 11 anos de escolaridade. (BRASIL, 2002, p. 22)

Um dos objetivos do MEC com a instituição da prova nacional é introduzir uma nova ordem ao ensino médio, sobretudo com a possibilidade de alterar o currículo dessa etapa de ensino. Entretanto, essas mudanças não são claras, exigindo uma vasta gama de conhecimentos dos candidatos que intentam preencher uma vaga no ensino superior - reféns da enorme quantidade de conteúdos cobrados pelo vestibular - além de versatilidade para solucionar os itens da prova nacional, cujas características demandam habilidades e competências que diferem sensivelmente dos outros exames.

Isso posto e após todas minhas experiências profissionais, pressenti ser premente verificar como os alunos resolviam os problemas semelhantes aos inseridos no ENEM, e no estilo dos vestibulares da FUVEST e da UNESP, enfocando os processos cognitivos demandados para essa tarefa. A tese se fundamenta na metodologia de ensino de Matemática por meio da solução de problemas, seguindo os princípios de Sternberg (2000), Pozo et. al. (1998) e Brito (2006) (contidas no capítulo 2), além de outros estudiosos. O objetivo é responder à pergunta:

"Quais conhecimentos de procedimento são acessados por alunos ingressantes nos cursos superiores de Matemática na solução de exercícios e de problemas com enredo (contextualizados e semicontextualizados) de Matemática, elaborados nos moldes do ENEM e dos vestibulares da UNESP e FUVEST?"

Dessa forma, a pesquisa investigará o desempenho dos alunos na solução dos itens em relação à contextualização (contextualizado, semicontextualizado e exercício). Alguns aspectos de contorno também serão investigados, com o objetivo de encontrar possíveis relações com o desempenho, tais como a trajetória escolar do aluno na Educação Básica (Escola Pública, Particular ou Mista) e o gênero.

As pesquisas recentes sobre solução de problemas, contextualização e avaliações de larga escala diretamente relacionados ao nosso trabalho estão presentes no capítulo 1.

A fundamentação teórica sobre solução de problemas e contextualização compõe o capítulo 2.

Indiretamente buscamos oferecer à comunidade científica material para auxiliar no debate sobre a mudança do currículo do ensino médio. Também é nossa intenção trazer maiores elementos sobre a distribuição de conteúdos de Matemática no ENEM, dos quais a equipe do INEP poderá se apropriar para uma reavaliação do processo. Como subsídio, estudamos a fundo a estrutura da avaliação nacional, comparando-a com os vestibulares da FUVEST e da UNESP (capítulo 3).

A fim de responder à pergunta de pesquisa, foram elaborados 16 itens diferentes referentes a 8 assuntos da Matemática, escolhidos segundo critérios próprios (capítulo 4). Como projeto-piloto e primeira etapa da metodologia de pesquisa, eles foram aplicados a 29 alunos do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP - Campus de Araraquara-SP) e 47 estudantes da 3ª série do Ensino Médio e do pré-extensivo de uma escola particular situada na cidade de São Carlos-SP. O objetivo dessa etapa foi verificar se os itens apresentavam alguma imperfeição em sua concepção, além de verificar, ainda que de maneira superficial, os conceitos alcançados, em média, nos três aspectos que direcionam esse trabalho. Também foi importante para que alguns critérios fossem determinados, a fim de selecionar os 9 itens empregados nas 2 etapas seguintes.

Na segunda etapa da metodologia de pesquisa foram aplicados 6 itens a 70 estudantes de graduação em Matemática da UNESP-Bauru, USP-São Carlos e

UFSCar, e estudou-se o desempenho em relação à contextualização, formação escolar na Escola Básica e gênero (capítulo 5).

No capítulo 6, foram estudados os conhecimentos de procedimento empregados na solução de 3 itens escolhidos a partir dos 16 aplicados na primeira etapa, por 3 graduandos em Licenciatura em Matemática da UNESP-Bauru. Foi empregada a técnica do pensar em voz alta.

As conclusões e considerações finais do trabalho estão descritas no capítulo 7.

1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo serão destacadas algumas pesquisas recentes relacionadas à solução de problemas, contextualização e avaliações em larga escala. O objetivo da revisão bibliográfica é analisar pesquisas recentes relacionadas ao objeto de investigação com o intuito de verificar até que ponto esse trabalho contribuirá para o avanço das pesquisas na área da solução de problemas e de avaliação em larga escala. Além disso, ela é importante para o delineamento da fundamentação teórica e metodológica. Serão analisadas as pesquisas relacionadas diretamente a assuntos específicos da Matemática, dentre eles análise combinatória, logaritmos, progressões aritméticas e geométricas, equações diofantinas e algébricas, polinômios e trigonometria, alguns deles estudados nessa pesquisa.

1.1 - ALGUMAS PESQUISAS RECENTES RELACIONADAS À SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Respaldada pela metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática por meio da Solução de Problemas, Souza (2010) estudou o aprendizado de análise combinatória no ensino médio, assunto que será estudado em nosso trabalho. Sua pesquisa se estruturou primeiramente com uma introdução histórica do assunto, seguida de apreciação de alguns livros didáticos e não-didáticos do mercado editorial. A pesquisadora elaborou três projetos: um em sala de aula, com 38 alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma Escola Estadual da cidade de Rio Claro, um segundo ao ministrar um encontro de Educação Matemática, e um terceiro como pesquisadora, apresentando seus artigos em Encontros em Educação Matemática.

A primeira atividade versava sobre padrões e até um pequeno desafio de raciocínio lógico, no qual os alunos encontraram muita dificuldade[3]. Nas outras

---

[3] Trata-se de uma sequência de números inteiros, mas desenhados com sua imagem espelhada ao lado. Sou professor de cursinho e já apliquei esse desafio a alunos do ensino médio e extensivo pré-vestibular no início da aula, a fim de instigá-los. Exceto àqueles que já o conheciam previamente,

aulas foram introduzidas atividades de contagem, árvore de possibilidades, representação por meio de tabelas, arranjo, permutação e combinação. Houve preocupação em diferenciar esses últimos três conceitos entre si.

Não foi possível a confecção de fórmulas, mas ainda assim houve sucesso por parte dos alunos na busca pela resposta correta, mostrando como se pode resolver problemas do assunto sem a mecanização inicial de ideias. É evidente que após um contato inicial com os tópicos de combinatória é salutar apresentar as expressões relacionadas a esse saber, além de formalizar os conceitos apreendidos.

Para o segundo projeto foi programada uma apresentação sobre os objetivos da oficina e em seguida realizada uma dinâmica de grupo com o auxílio de 3 situações-problema, com participação de 10 professores, divididos em dois grupos. Todos eles resolveram com êxito as atividades propostas, demonstrando interesse e envolvimento.

No terceiro projeto foram enviados dois artigos para encontros científicos: um para o I Congresso Nacional das Licenciaturas: Ciência, Ensino e Aprendizagem realizado na Universidade MACKENZIE-São Paulo (com o título "Análise Combinatória no Ensino Médio Apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem–Avaliação de Matemática por meio da resolução de Problemas") e outro para o XII EBRAPEM - XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, realizado na UNESP, Campus de Rio Claro-SP (com o título "Análise Combinatória apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática por meio da resolução de problemas").

Após todos os procedimentos descritos, atestou-se a eficácia da metodologia aplicada:

> Verificamos que houve envolvimento ativo dos participantes na construção de novos conceitos e conteúdos, através da resolução dos problemas propostos, por meio de um trabalho investigativo, que proporcionou uma aprendizagem com compreensão e significado, com resultados importantes para a prática docente. (SOUZA, 2010, p. 8)

Outro estudo que enfocou a análise combinatória foi o de Rocha (2006) que analisou a aprendizagem desse conteúdo por estudantes do 4º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco,

---

nunca ninguém conseguiu resolvê-lo. Portanto não me pareceu acertado iniciar com esse item... Além disso, não observo nenhuma correlação com análise combinatória.

comparando esse processo por meios tradicionais de ensino e num segundo momento utilizando o Ciclo da Experiência de Kelly.

Na primeira etapa, o pesquisador observou as aulas de análise combinatória do professor da disciplina Fundamentos de Matemática, sem interferir na sua programação ou prática didática. Nas 2 primeiras aulas aplicou um pré-teste e um pós-teste nas duas últimas. O primeiro evidenciou a fragilidade do conhecimento dos alunos no assunto (apenas 10%, por exemplo, demonstraram competência para enunciar o Princípio Multiplicativo ou os conceitos de arranjo ou combinação simples). O desempenho no pós-teste foi bastante negativo e desanimador. Nesse ponto o pesquisador construiu uma tabela comparativa, com as notas do pré-teste (se a média fosse 5,0, todos os 9 alunos estariam reprovados) e do pós-teste (apenas 2 seriam aprovados).

Foram realizados 8 encontros na segunda etapa, distribuídos em antecipação, investimento, encontro com o acontecimento, confirmação/refutação e revisão construtiva, permeadas por avaliação escrita, conferência, aulas, discussão de textos e aula ministrada pela turma.

Para Rocha (2006), o aprendizado da contagem deve ser o mote principal do processo pedagógico em análise combinatória, e não o "confinamento" a saberes herméticos num ambiente formal de ensino, favorecendo o contato com conceitos sem seu sentido próprio: o processo de contagem. Sendo assim, defende a importância de apresentar tais conceitos já no Ensino Fundamental sob o formato de situações-problema de contagem.

A conclusão de que o Princípio Multiplicativo é um alicerce seguro para sustentar os problemas de contagem é fruto da análise da segunda etapa, momento no qual se percebeu maior reflexão crítica e "(re) construção permanente suposta na Teoria dos Construtos Pessoais" (ROCHA, 2006, p. 97).

Seguindo linha semelhante, Silva (2013) investigou os efeitos de ensino-aprendizagem de análise combinatória em alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual em Recife-PE. Durante a pesquisa foram trabalhados os tópicos básicos desse assunto, como cálculo de fatoriais, Princípio Fundamental de Contagem, arranjo, permutação e combinação.

O conteúdo favorece debates e provoca a curiosidade em direção à solução do problema. Quando bem conduzido e introduzido de forma criativa, pode auxiliar na construção de saberes e edificação de construtos.

Silva (2013) citou as benesses da formação crítica e questionadora do aluno ao adotar-se essa metodologia, como a autonomia, por exemplo. No entanto, diferentemente da maioria de pesquisas desse tipo, não foi mencionada a interação ou interesse dos alunos pelas atividades inseridas no processo.

Logaritmos é um assunto estudado com certa frequência por estudiosos brasileiros, interessados na compreensão do processo de aquisição de seus conceitos. Também será um dos assuntos investigados nesse trabalho, devido à sua grande incidência nas provas vestibulares. Clara (2007) realizou uma pesquisa qualitativa envolvendo inequações logarítmicas, empregando problemas como ferramenta sobre o assunto. Os sujeitos da investigação foram alunos da segunda série do ensino médio de uma escola pública estadual da cidade de Osasco-SP. Os encontros com os alunos ocorreram em horário extraclasse, e é bom salientar que todos eles já haviam tido contato com o assunto no ano anterior, e foram escolhidos pela disponibilidade e interesse em participar das reuniões, num total de 14 indivíduos distribuídos em três graus de desempenho (baixo, médio e alto).

Foram buscadas situações-problema desafiadoras (6, no total), a fim de "provocar nos alunos atitude investigativa" (CLARA, 2007, p. 34). Os alunos foram divididos em duplas, e poderiam trocar de parceiro durante as aulas. À pesquisadora interessava as reações ante os desafios e as discussões pertinentes à sua solução, cujos registros de expressões e falas dos alunos foram captados.

Numa das situações-problema o sucesso dos alunos foi bastante reduzido. Isso se deu porque a proposta era bastante diferente de qualquer outra presente no livro didático, analisado pela idealizadora do projeto.

Trabalhando com a teoria dos campos conceituais de Vergnaud e a teoria das representações semióticas de Duval, Silva (2012b) apresentou uma sequência didática para as funções exponenciais e logarítmicas, mas em associação com o cotidiano dos alunos (parcialmente em posição à sequência elencada pelos livros didáticos, cuja eficácia pedagógica é bastante discutível).

Participaram da pesquisa estudantes da 1º série do ensino médio do Instituto Federal do Rio Grande do Sul. Durante as atividades, foram divididos em 7 grupos com 4 integrantes, em média, que trabalharam em sala de aula ou no laboratório de informática, pois algumas tarefas exigiam a utilização de softwares.

No primeiro dia, com questões relacionadas ao conceito de função, os alunos foram capazes de traçar estratégias de solução, e se preocuparam com a clareza e certo rigor na redação matemática, como alicerce para uma argumentação sólida. No segundo e terceiro dias houve contato com funções exponenciais e logarítmicas, momento em que alguns alunos apresentaram dificuldades, pois lhes faltavam conhecimentos prévios, tais como potenciação e porcentagem, entrave prontamente sanado pelo professor, que revisou alguns desses conceitos.

No quarto dia construíram gráficos das funções estudadas com o auxílio do software livre Winplot, tarefa motivadora e com apelo pedagógico bastante positivo (sobretudo a visualização das propriedades de cada uma das funções). Finalmente no último encontro houve uma avaliação do conteúdo, em grupo, com permissão do uso de calculadora.

Após todo o processo, o autor concluiu que expor os conteúdos por meio de problemas contextualizados proporciona o diálogo, a troca de saberes e uma aprendizagem mais prazerosa e de maior qualidade, sem tolher o potencial matemático dos alunos. Também demonstrou a necessidade e possibilidade de apresentar uma sequência didática diferente da tradicional e aparentemente mais eficaz.

Milani (2011) investigou o processo de ensino-aprendizagem em progressões aritméticas e geométricas, buscando responder à pergunta: "que contribuições uma proposta de ensino baseada na solução de problemas pode trazer para a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas?" (MILANI, 2011, p. 7). Por se tratarem de dois assuntos estudados exclusivamente no ensino médio entendemos ser interessante analisar esse estudo mais detalhadamente.

Participaram da pesquisa 46 alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola particular da cidade de Ponte Nova - MG. Apresentaram-se 5 situações-problema de progressões aritméticas e geométricas sobre termo geral e soma de termos, e a solução se deu em grupos de 3 ou 4 alunos, ou ainda individualmente.

Após a realização das atividades concluiu-se que a aprendizagem dos conteúdos foi significativa para a maioria dos participantes. A metodologia de ensino por meio da solução de problemas despertou a compreensão, exploração, investigação, solução propriamente dita e conferência dos resultados, incentivando a prática das habilidades e competências características do pensamento superior.

Não houve nenhuma ocorrência de indisciplina durante as atividades, sobretudo devido ao envolvimento dos sujeitos de pesquisa (inclusive aqueles que anteriormente se mostravam desafetos com a Matemática), sempre trocando ideias e opiniões acerca das situações-problema. Os resultados apontaram para uma mudança profunda de atitude dos alunos frente aos desafios, alterando-se de passiva para ativa.

Em alguns momentos alguns grupos expunham na lousa seus resultados, num ambiente de plenária, o que contribuiu para esclarecimento de dúvidas, debates profícuos, confronto de hipóteses e resultados e até construção de alguns conceitos. Ou seja, houve um despertar para a fluidez do raciocínio lógico e a elaboração de estratégias distintas de solução para um mesmo problema.

Milani (2011) também verificou efeitos pós-pesquisa, já que é professor da turma. Houve significativa elevação nas taxas de desempenho dos alunos, além de modificar positivamente a atitude discente frente aos assuntos estudados.

Em seu trabalho, Pommer (2008) abordou a importância das equações diofantinas lineares no ensino médio, enfocando a Teoria Elementar dos Números, com referencial teórico metodológico centrado na Engenharia Didática. Citando outros pesquisadores, o autor indica que "atividades de solução de problemas, num enfoque de reutilização de conceitos como divisores e múltiplos, são propícias para o desenvolvimento de heurísticas, numa abordagem complementar e inter-relacionada com a Álgebra" (POMMER, 2008, p. 7).

Os sujeitos de pesquisa foram 12 alunos das três séries do ensino médio de uma escola pública da rede estadual na cidade de São Paulo. Além de situações-problema, foram propostos alguns jogos, sempre com o professor no papel de observador, de forma menos interveniente possível.

Um ponto positivo da realização das atividades foi a rica comunicação entre os participantes em seu grupo, evidenciando envolvimento e interesse ativo na tarefa, muito embora alguns grupos empregassem tentativa e erro para alcançar a resposta pretendida, sem equacionar o problema ou organizar sistematicamente os dados. Em alguns momentos utilizaram o conceito de paridade e divisibilidade.

Ao final da pesquisa constatou-se que os alunos buscaram estratégias para solução das equações, manipulando eficazmente os conceitos de múltiplos e divisores, com o intuito de obter soluções inteiras para cada variável. Os alunos da 3ª série obtiveram resultados melhores aos da 1ª. Observou-se satisfação da maioria dos participantes com a metodologia empregada.

A dissertação de mestrado concebida por Azevedo (2002) reforça a relevância na metodologia de ensino de Matemática por meio da solução de problemas. Focada no ensino de equações algébricas para alunos de 3ª série do ensino médio, foi aplicada em escolas públicas e particulares em Várzea Grande, Cuiabá (MT) e Rio Claro (SP). Além de entrevistas, questionários, análise de documentos, de livros didáticos e até não-didáticos, também foram apresentadas atividades a serem resolvidas pelos alunos.

Em suas conclusões alguns parágrafos defendiam a manutenção do assunto no currículo do ensino médio. Ouve-se nos corredores de inúmeros colégios particulares e em algumas escolas públicas o despropósito de se introduzir números complexos e equações algébricas nesse nível de ensino. Indagados a respeito da importância de tal assunto, os professores entrevistados apenas responderam ser um dos tópicos cobrados pelos vestibulares, sem argumentar de forma mais veemente. No entanto, é importante ressaltar que não conseguiram correlacionar a matemática do ensino médio com a praticada na educação superior.

Também foi enfatizada a necessidade do corpo docente de Matemática de empregar esforço na promoção de atividades baseadas nos conceitos de interdisciplinaridade, contextualização, solução de problemas e tecnologia (esse último não muito trabalhado na pesquisa), no intuito de motivar o aluno a estudar a Rainha das Ciências.

Outro estudo acerca da metodologia de solução de problemas foi desenvolvido por Morais (2008), investigando sua eficácia na aquisição de conceitos de polinômios, mas dessa vez utilizando técnicas de ensino contextualizado, definido pela autora como "aquele onde o professor se propõe a elaborar estratégias diferenciadas nas aulas, buscando estabelecer o maior número de relações entre o novo conteúdo e aquilo que o aluno já sabe" (MORAIS, 2008, p. 233). A pesquisadora concebeu mecanismos de ensino com material palpável (caixas de papelão), incitando o fazer Matemática por parte dos alunos.

O estudo foi dividido em duas partes, a primeira com alunos da 7ª série, e posteriormente com os mesmos estudantes, agora na 8ª série, sempre numa escola particular de Piracicaba-SP. Foram utilizadas caixas de papelão, folhas de atividade, anotações da professora-pesquisadora e gravações em áudio.

Ao longo do projeto os alunos detectaram a importância do fazer Matemática com material concreto e com as próprias mãos. As conexões com a realidade são óbvias e alicerçam a aquisição de novos conceitos. Também foram introduzidas listas com exercícios e itens semicontextualizados. A própria pesquisadora era a professora da sala, e conforme citado na dissertação, assumiu o papel de observadora, questionadora, consultora e incentivadora, sempre interferindo o mínimo possível nas ações.

Morais (2008) concluiu a importância na metodologia de ensino focada em solução de problemas a fim de incrementar a formação crítica e questionadora, permitindo ao aluno não depender do auxílio do professor.

Há também pesquisas relacionadas ao ensino da Trigonometria por meio da solução de problemas, caracterizando-se em uma alternativa com frutos bastante positivos, conforme demonstrou Huanca (2006), sobretudo na construção de conceitos trigonométricos.

O estudo foi conduzido na Escola Estadual Joaquim Ribeiro, na cidade de Rio Claro-SP e os sujeitos de pesquisa foram 27 alunos da 2ª série do ensino médio. Foram apresentados vários problemas relacionados à trigonometria, além da construção de um teodolito caseiro. Além das atividades em sala, houve também trabalhos de campo, para mostrar aos alunos a utilidade prática da trigonometria em nosso dia-a-dia.

Os alunos entrevistados ao final da pesquisa mostraram-se motivados e satisfeitos com a dinâmica das aulas, já que foram incentivados a serem sujeitos ativos da ação educativa. A aquisição de conhecimentos se deu a partir do momento em que os alunos tomaram contato com a disciplina, lançaram mão de suas competências e habilidades, compreenderam e aprenderam a fazer Matemática. Tal engajamento consolidou o processo educativo, gerando âncoras de aprendizagem

Algumas pesquisas se voltaram à solução de problemas sem se ater a um assunto em específico. No início de sua pesquisa-ação, Sosa (2011) aplicou algumas situações-problema a alunos do primeiro período de um curso de administração da Faculdade Machado Sobrinho, denominando-o como "Teste de Sondagem de Conhecimento". Constava de 11 itens (na verdade 21, pois se subdividiam), sendo apenas dois semicontextualizados (sobre porcentagem) e os demais exercícios, investigando o conhecimento em vários assuntos da Matemática: expressões numéricas, função (valor e raízes), equações do 1º e 2º graus, inequações do 1º grau e quociente e porcentagem. O objetivo do pesquisador era utilizar tópicos da disciplina Matemática I ministrado no curso supracitado, muito embora procurasse "pesquisar aplicações práticas (...), de forma a levar ao aluno, exemplos, os mais próximos possíveis de sua realidade e, principalmente, que o incentivem a querer buscar a aprendizagem da disciplina" (SOSA, 2011, p. 37). Atrelado a esse teste, também foi preenchido pelos alunos um questionário aferindo seu envolvimento no curso de administração e interesse em atuar na área.

A partir daí foram selecionados 7 participantes, separando-os em dois grupos: aqueles com maior dificuldade na solução do teste e o outro composto por estudantes com conhecimentos matemáticos necessários para obter sucesso na disciplina. Foram realizadas duas entrevistas com cada um dos selecionados, gravadas em áudio e vídeo, depois de serem explanados dois assuntos nas aulas da disciplina, a saber, funções do 1º e 2º graus e funções exponenciais e logarítmicas[4].

Concluiu-se que os alunos ficaram instigados a pensar e a raciocinar e a metodologia utilizada (Ensino por meio da Solução de Problemas) promoveu uma aprendizagem distinta da proposta pelos métodos convencionais. O desconforto e dificuldades iniciais foram gradativamente dando lugar à confiança e à curiosidade, predispondo-os à autonomia.

Alves (1999) estudou quais habilidades matemáticas são exigidas a alunos do ensino médio a fim de resolver problemas aritméticos. Um dos procedimentos docentes equivocados para essa missão é "entregar o pacote pronto" embrulhado em aulas expositivas clássicas e não permitir aos estudantes o desenvolvimento de suas virtudes matemáticas. Alguns problemas foram adaptados do vestibular da UNICAMP. Na primeira etapa participaram 53 estudantes da 3ª série do ensino médio de duas escolas, uma pública e outra privada, e na segunda 9 indivíduos.

Os instrumentos empregados foram um questionário para averiguar as habilidades e o desempenho em Matemática, uma prova contendo situações-problema (primeira etapa), vários testes para avaliar algumas habilidades importantes (percepção de relações e fatos concretos, generalizações, memória matemática), além de Prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT) e Escala de atitudes em relação à Matemática (segunda etapa).

Após análise dos dados, verificou-se melhor desempenho dos indivíduos do sexo masculino, muito embora os alunos com melhor desempenho em cada grupo sejam do sexo feminino. Quanto ao tipo de escola, a diferença foi ainda mai-

---

[4] Nessa etapa imagina-se que houve uma interação muito melhor dos alunos com os desafios propostos, pois se tratavam de itens semicontextualizados e diretamente ligados à área de Administração.

or, em favor do estabelecimento de ensino particular, mas não na primeira fase do estudo.

A auto-percepção em relação ao desempenho e habilidades, verificado através de questionário próprio, mostrou que os homens possuem maior confiança que as mulheres, o mesmo acontecendo com os alunos de escola pública em detrimento dos do colégio privado. Não houve ligação entre esse aspecto e o desempenho global.

A solução de problemas evidenciou que a maior dificuldade foi encontrada na obtenção da informação matemática, e em seguida a estratégia adotada. Pode-se observar um ponto importante: quando precisaram resolver problema sobre preços/porcentagem vários alunos obtiveram êxito, por se tratar de situação vivida no cotidiano, porém o mesmo não ocorreu em outro item que pedia o número final de coelhos adultos após um período de procriação (nenhuma resposta correta). Isso comprova, mesmo que de forma superficial, a importância da contextualização e obviamente das experiências prévias.

Algo muito semelhante ao nosso trabalho foi proposto por Alvarenga (2008) ao estudar as heurísticas relacionadas à solução de situações-problema, por meio de uma pesquisa qualitativa.

Os sujeitos de pesquisa foram 6 alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola estadual de uma pequena cidade situada no oeste paulista. As situações-problema foram extraídas do banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e de um livro didático, além de se aplicar um questionário arguindo a afinidade à Matemática, e também jogos e desafios pertinentes aos assuntos.

Alvarenga (2008) utiliza a nomenclatura: "problemas convencionais e não-convencionais" (ALVARENGA, 2008, p. 64). Os primeiros são distantes à realidade e linguagem do aluno, e cuja solução é alcançada pela aplicação de algoritmos. Já os não-convencionais:

> São aqueles abertos, com mais de uma resposta, ou sem dados, ou mesmo com falta de dados, de lógica, podem ser a partir de gravuras, gráficos, tabelas, artigos de jornais ou por jogos. Eles são apresentados em textos mais elaborados, contendo personagens, provocam a imaginação do aluno e sugerem situações inusitadas. Convidam ao raciocínio, motivam e causam encantamento, podem ser resolvidos por diferentes estratégias. (ALVARENGA, 2008, p.64)

Ao resolver os problemas os alunos conseguiram seguir a sequência estudada por Polya (1995) (compreensão, plano de execução, execução do plano e retrospecto), mas em alguns momentos falharam na primeira etapa ou no retrospecto. No entanto houve bom desempenho em direção a padrões de indução, esquemas gráficos, decomposição / trabalho por partes e verificação de solução.

O estudo critica a adoção de situações-problema que favorecem a imitação mecânica e repetitiva, numa metodologia claramente centralizada no docente. Não exime a necessidade de estudar-se a fundo as relações professor-aluno no processo, pontuando a afetividade, o contexto, o conhecimento de procedimento de cada um, a emotividade e os sentimentos. Aponta para um ensino fortemente desligado de princípios humanos, principalmente em Matemática, considerada por alguns estudantes ciência exata, mas fria e distante de seu contexto.

A partir de um bom estímulo, pode haver o esforço discente, cuja criatividade e curiosidade afloram, provocando uma situação favorável ao aprendizado e momentos ricos de interação aluno-professor-conhecimento.

Os sujeitos de nossa pesquisa serão principalmente ingressantes em cursos de Licenciatura em Matemática, semelhantemente às pesquisas de Proença (2012), que se preocupou diretamente com a formação de alunos egressos desse curso, ou seja, futuros professores de Matemática, e qual seria o impacto positivo em sua formação ao apresentar-lhes um curso de solução de problemas, entre outros aspectos.

Através de entrevistas (no início e ao final do processo) e participação no curso supracitado (com regência em aritmética, álgebra e geometria), Proença (2012) observou êxito na aquisição de conhecimentos e estratégias para sua solução com os 4 licenciandos de uma universidade pública de uma cidade localizada no interior do Estado de São Paulo (sujeitos da pesquisa).

No curso foram introduzidas várias situações-problema para serem solucionadas, a fim de se discutirem estratégias e métodos de solução dos alunos e do professor-pesquisador. O foco principal era conceber e idealizar estratégias de solução eficazes. Logo no primeiro problema não houve nenhuma proposta; o pesquisador então o resolveu na lousa, com participação dos alunos.

A partir da fala de um dos estudantes pôde-se constatar a vulnerabilidade do curso de Licenciatura no sentido de se redigir e avaliar a resposta obtida. Por si só essa é uma informação muito importante para coordenadores de curso e gestores educacionais. Houve também discussões sobre a representação simbólica e mental, num viés direcionado aos conhecimentos semântico, esquemático e linguístico, fatores primordiais ao processo de ensino-aprendizagem.

Ao apresentar uma sequência no formato de situação-problema, Proença (2012) pôde incentivar os alunos a percorrer caminhos mentais por meio do raciocínio lógico, a fim de despertar a percepção de padrões, degrau-base para o intelecto determinar generalizações, num esforço benéfico ao desenvolvimento dos construtos matemáticos.

Num dos problemas envolvendo um sistema linear possível e determinado apresentou-se a solução gráfica (duas retas concorrentes), a fim de instigar os alunos a conjecturar e idealizar outros tipos de situações. E se as retas fossem paralelas coincidentes? Ou paralelas distintas? E se fossem três incógnitas? Todas essas indagações podem ser exploradas num laboratório de informática, com softwares apropriados. Dessa forma o aluno se apropria do saber, e o processo transcende a mera transmissão de informação.

No cômputo geral, os alunos melhoraram seu desempenho, sobretudo após as discussões teóricas com o pesquisador. A partir delas puderam descobrir novas estratégias de solução, incrementando a aprendizagem.

Na etapa de regência de aulas os sujeitos de pesquisa colocaram-se no papel de professores e apresentaram situações-problema a turmas bastante ecléticas, variando da 5ª série do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio, na modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos). Encontraram-se várias dificuldades nesse processo, tais como: falta de iniciativa por parte dos alunos, inexperiência em auxiliar e motivar os alunos na busca de estratégias diferentes[5], pobreza de itens com possibilidades de várias estratégias de solução, entre outras.

Foi realizada uma entrevista final com os 4 participantes. Todos diferenciaram problema de exercício e também explicitaram a importância da metodologia de ensinar matemática por meio de Solução de Problemas, além de avaliarem estar preparados para utilizá-la na futura prática docente. Apenas foi deficitária a proposta de apresentar problemas em sala de aula com mais de uma resposta.

---

[5] Essa é uma característica de grande parte dos docentes. É mais fácil e cômodo apresentar os assuntos com fórmulas e regras mecânicas, em formato "semi-pronto", "pré-assado", sem dar oportunidade ao aluno de pensar e raciocinar.

Mas qual seria o efeito da metodologia de ensino de Matemática por meio de problemas com assuntos e alunos da educação superior? Essa pergunta foi parcialmente respondida pela tese de Ribeiro (2010), ao investigar a aprendizagem de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral com três turma do 2º ano do curso de Engenharia e uma de Computação da Faculdade de Engenharia de Sorocaba (FACENS), que é uma instituição particular sem fins lucrativos.

Separados os grupos, os alunos deveriam solucionar 9 atividades, as 4 primeiras relembrando conceitos básicos de áreas de figuras planas. Já as listas 5 e 6 referiam-se à quadratura do círculo e introdução de cálculo de áreas mais complexas, a 7 relacionava-se com funções algébricas e a partir da 8, cálculo de integrais propriamente ditas.

Observou-se a construção e o desenvolvimento do saber a partir das habilidades e competências dos participantes. Muitos alunos não lembravam as fórmulas para calcular a área de um trapézio, problema resolvido ao decompor-se a figura em triângulos. Nessa etapa também houve considerável resistência por parte dos alunos na mudança do esquema de aula expositivo e tradicional, mas aos poucos deu lugar ao entusiasmo e à curiosidade.

Os trabalhos em grupos dinamizaram os encontros, integrando os estudantes entre si, na busca das soluções dos problemas. Ao responder corretamente a um item, consolidava-se a confiança em si mesmo e no grupo. Isso os auxiliará no futuro, pois como profissionais deverão encarar situações que exigirão respostas rápidas e corretas, e para sobreviver no mercado deverão ter iniciativa para enfrentá-las.

> Assim, se se quiser engenheiros que trabalhem apenas como tecnólogos, bastam as fórmulas. Entretanto, se quisermos pensar em engenheiros criativos e não apenas seguidores dos projetos de outros, é preciso que o Cálculo Diferencial e Integral seja bem entendido e suas ideias possam ser transferidas a outras situações encontradas em seu trabalho. (RIBEIRO, 2010, p. 312)

Uma característica notada no ambiente escolar é a introdução dos conceitos de maneira mecânica, sem demonstrar sua utilidade ou sem contextualizar o assunto à realidade dos estudantes. A metodologia empregada favorece a construção do saber e o aprofundamento do assunto, numa direção segura para a consolidação da aprendizagem.

Em relação à solução de problemas, os estudos revistos mostram que:

1. é possível introduzir conceitos de análise combinatória, tais como arranjos, permutação e combinação, por meio da metodologia de solução de problemas sem emprego de fórmulas prontas e acabadas, que podem ser demonstradas posteriormente. Assim, incentiva-se a criatividade e a mudança de atitude, de passiva para ativa;
2. a falta de conhecimentos prévios dificulta a assimilação dos conceitos de logaritmos. Esse assunto não é inicialmente ensinado nas escolas por meio de problemas contextualizados, o mesmo ocorrendo com o ensino de progressão aritmética e geométrica. A metodologia de solução de problemas auxilia na compreensão e assimilação desses assuntos, próprios do Ensino Médio;
3. a atitude negativa frente à solução de problemas pode ser evitada com uma intervenção proativa do professor, promovendo a interação do aluno por meio de debates, atividades práticas e outras pedagogias que incitem o aluno a abandonar o posicionamento passivo no processo educativo.

1.2 - CONTEXTUALIZAÇÃO

A contextualização ocupa papel importante em nosso trabalho. Vários pesquisadores estudaram o tema. Spinelli (2011) estudou a contextualização como agente no aprendizado da Matemática, considerando as abstrações, a construção do conhecimento e as relações de significado referentes aos objetos de estudo.

> "O conhecimento de algum objeto é construído, portanto, a partir das relações que o sujeito estabelece entre seus diversos significados conceituais. A quantidade e a qualidade dessas relações graduam o nível de compreensão acerca do objeto de conhecimento. Assim, *conhecer* é conhecer os significados e vê-los em suas múltiplas relações." (SPINELLI, 2011, p.19)

Spinelli (2011) criticou a ausência de planejamento por parte da maioria dos docentes em direção à construção de significados dos objetos de estudo, um dos motivos pelo qual é favorável ao emprego da contextualização a fim de suprir essa e outras carências epistemológicas. Ressalta também a visão equivocada que se tem sobre a contextualização, julgada como responsável pela aquisição ou não da aprendizagem, caso seja ou não empregada para esse fim.

Um diálogo entre professor e alunos pode ser elaborado a partir de uma indagação contida em sua tese: o aluno pergunta para que serve determinado assunto, e o professor responde qual o significado do objeto de estudo, e não sua aplicação no cotidiano[6]. Rebate-se o utilitarismo da Matemática com a importância da assimilação, da aprendizagem significativa, lançando alicerces sólidos no processo de aprendizagem. Isso não exclui a contextualização, mas a incorpora nesse processo como agente importante em sua gênese e composição.

Outro ponto importante é a "maquiagem", utilizada em situações fictícias, na qual se criam questões artificiais apenas para justificar o emprego da contextualização. Essa é uma prática comum nas avaliações de larga escala, nos livros, apostilas e outros materiais didáticos. Imprime-se um esforço desmedido para transformar um exercício em "contextualizado", como o exemplo ilustrado abaixo.

> (ENEM-2012) João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 _ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu. De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de
> a) centena.
> b) dezena de milhar.
> c) centena de milhar.
> d) milhão.
> e) centena de milhão.

Merece destaque o caráter artificial do item, além de ser totalmente inadequado à série aferida (3ª do ensino médio). O intuito é remeter o aluno a uma possível situação cotidiana, até plausível. Entretanto, qual seria a utilidade de saber a nomenclatura da posição ocupada pelo algarismo omitido? Será que o aluno já vivenciou circunstância semelhante?

Um enunciado mais direto e descontextualizado poderia ser elaborado, muito embora jamais seria encontrado em prova do ENEM, pois contradiz todos seus princípios epistemológicos:

---

[6] Alguns assuntos da Matemática não têm aplicação direta na vida cotidiana, mas embasam outras teorias não menos importantes. Não é evidente a utilização cotidiana para uma equação algébrica polinomial, por exemplo, mas sem sua solução não alcançaríamos outros patamares da Ciência.

"Seja o número 1 3 _ 9 8 2 0 7, cujo terceiro algarismo foi omitido. A posição ocupada pelo algarismo omitido é a de:

a) centena.

b) dezena de milhar.

c) centena de milhar.

d) milhão.

e) centena de milhão."

Há uma busca desenfreada pela concretização dos conteúdos, ou seja, toda a Matemática deve ser ambientada no mundo real, esquecendo-se, por exemplo, que vários conceitos são abstratos, a começar pela definição de número. O número não pode ser alcançado por nenhum dos cinco sentidos humanos, mas no entanto entendemos seu significado.

Quanto ao ENEM, Spinelli (2011) pontua dois itens com problemas no emprego da contextualização. O primeiro, presente na prova de 2009, apresenta enunciado demasiadamente longo, além de informações desnecessárias à sua solução. O segundo, da mesma edição do exame, propõe uma situação prática mas cobra uma resposta equivocada. Trata-se do cálculo da área do campo de futebol, que deve ser medido por meio de uma vara cujo comprimento é conhecido. O examinador dispôs nas alternativas o comprimento da vara em função da área do campo, e não o contrário[7]. O autor entende a necessidade e as vantagens de contextualizar, mas denuncia exageros em seu mau uso.

Os contextos de ensino são concebidos num cenário externo ao ambiente escolar, e adequados conforme as características e particularidades de cada objeto de estudo. A narrativa adotada pode conter componentes metafóricos para facilitar a percepção dos significados dos objetos na estrutura textual. Essas metáforas podem ser exemplificadas no estudo das figuras geométricas, no qual alunos e professores constroem significados a partir de relações com sua vida cotidiana,

[7] O INEP produz o ENEM lançando mão de colaboradores os mais diversificados possíveis. Faço parte da equipe elaboradora da Prova Brasil e do ENCCEJA, para o 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, organizadas pelo INEP, na qual vários descritores devem ser contextualizados. No entanto, não há um treinamento específico a fim de tornar claro qual o papel da contextualização na elaboração de itens e como incorporá-la eficazmente no contexto da prova nacional. Ainda assim, há de se louvar os esforços do órgão na confecção da prova do ENEM e em outras provas de larga escala (INEP,2010).

permeada de triângulos, retângulos, quadrados e um sem número de formas distintas, desde caixas de leite a edifícios ou outros tipos de construção civil.

Spinelli (2011) apresenta contextos significativos em conteúdos de Matemática do Ensino Médio em um capítulo específico. Sem se ater à discussão, elenca discretamente alguns elementos contextuais primordiais, tais como "personagens, cenários, fenômenos, tempo histórico" (p.75), entre outros. Isso sem dúvida está presente na mente de um elaborador de itens, sobretudo das provas do INEP (e mais fortemente no ENEM). Ainda emprestando um termo utilizado pelo autor no capítulo anterior, configura-se na "roupagem" da situação-problema hipotética[8].

Ainda nesse capítulo apresenta exemplos bastante pertinentes sobre a aplicabilidade de assuntos próprios do ensino médio, como matrizes e trigonometria. Mas nenhuma das atividades propostas teriam a mínima possibilidade de compor a prova do ENEM, quer seja por apresentar enunciados longos demais, ou por depender da atividade anterior, ou ainda por trazer conceitos alheios à Matemática. Elas não foram concebidas para uma prova de larga escala, e sim para introduzir um assunto, entretanto serve de alerta aos críticos dos itens de provas de larga escala, cuja elaboração é exaustiva e laboriosa[9].

Maioli (2012) buscou resolver questões referentes ao tema. Como o termo contextualização consta nas Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio (1998), procurou explicar porque passou a se tratar de princípio pedagógico, e em qual teoria de conhecimento se embasa. Além disso, pesquisou sobre o modo pelo qual professores e alunos encaram o assunto.

Quatro hipóteses foram levantadas pela autora com o intuito de compreender as benesses incorporadas na contextualização, em sua proposta pedagógica. Uma delas se apoia no viés de rede de significados, segundo a autora princípio defendido por vários pesquisadores. Outra hipótese situa a contextualização "em teorias de aprendizagem elaboradas no marco sociointeracionista" (p. 30), mas empregada no âmbito pedagógico desvirtuou-se de sua proposta original, sendo in-

[8] Na verdade é possível evocar uma situação-problema real e adaptá-la a um item em uma prova de larga escala. Poderíamos tomar as temperaturas de hora em hora de um ponto de uma cidade em determinado dia, por exemplo, e calcular sua média. Certamente isso já é realizado na prática e faz parte do trabalho cotidiano de meteorologistas espalhados por todo o planeta. Ou seja, o item poderia ser o diálogo entre dois profissionais da área, e a pergunta em questão seria justamente a média de temperatura naquele dia.

[9] Um elaborador cria um item de determinada habilidade para o ENEM preocupando-se com a contextualização, buscando a interdisciplinaridade, mas sobretudo respeitando as regras impostas pelo INEP.

variavelmente entendida como um recurso limitado, embora traga em seu bojo enorme potencial gerador de aprendizagem significativa, teoria estudada por Ausubel (1982). Uma terceira hipótese busca a compreensão da contextualização na linguística e uma última se fundamenta na necessidade de mudanças de mentalidade por parte dos agentes de ensino, transformando a metodologia de ensino, e obviamente as técnicas e materiais empregados na sala de aula.

Seu trabalho é teórico e bibliográfico, e buscava estudar a relação entre a contextualização e a eventual melhora no processo de ensino-aprendizagem, além de elucidar dúvidas e esclarecer como empregar a contextualização no ambiente escolar.

Baseada numa questão do ENEM 2008, sobre a altura de uma cesta de lixo com faces trapezoidais, Maioli (2012) propõe algumas questões, imaginando a cesta de madeira, confeccionada por um marceneiro:

> As relações entre os marceneiros aprendizes são diferentes das relações entre os aprendizes da escola. Então, a situação (acima) não pertence ao contexto da marcenaria, já que o marceneiro não pode ter a prática de desprezar a espessura da madeira. Por outro lado, também não pertence ao contexto escolar, já que na escola não se faz cestas. Então, quais são as influências do contexto na aquisição do conhecimento matemático esperado? Ou melhor, qual é o contexto que vai influenciar? Como fica a participação periférica legítima? Assim como aprender a fazer cestas está vinculado à cultura e práticas do marceneiro, aprender matemática precisa estar vinculado à cultura e às práticas do Ensino Médio. Que cultura, e quais são as práticas do Ensino Médio? (MAIOLI, 2012, p.69-70)

A última pergunta certamente incomoda mais os pesquisadores em educação matemática. Como definir as práticas do ensino médio, já que por vezes não se trata de um ensino profissionalizante ou técnico? E mesmo que o fosse, como definir limites ou limitantes para o currículo de Matemática?

Ao afirmar que o problema não pertence ao contexto escolar, Maioli (2012) aponta a má utilização dos princípios da geometria métrica em um item da prova nacional, o que nos parece um exagero. Contextualizar não é tão somente aplicar conceitos teóricos na prática, como já vimos, e o exemplo nos parece útil para a aquisição de conhecimentos. Além disso, as medidas fornecidas são externas, não sendo influenciadas pela espessura da madeira.

Maioli (2012) cita diversos trabalhos que concluem a importância da contextualização como instrumento de motivação e acréscimo no interesse dos alunos, favorecendo a aprendizagem significativa idealizada por Ausubel (1982). Para aferir esse incremento no aprendizado, ressalta a importância da interação aluno-professor e a introdução de situações-problema ligados ao assunto. Entretanto, em nenhum momento discute esses assuntos mais profundamente. As situações-problema se configuram em questões de matemática por vezes engessadas, ou livrescas, como afirmam alguns teóricos do INEP. O aluno passa a ser treinado no assunto, e não há grande avanço no desenvolvimento do raciocínio lógico, que a nosso ver seria o grande ganho do emprego da contextualização.

O trabalho de Maioli (2012) contém excelentes informações sobre a contextualização em Matemática, sobretudo de significados (discutidos no capítulo 1 dessa tese), embora não discuta as questões de matemática em sua gênese, em sua construção particular, o que é primordial ao INEP. É visto com grande veemência o desenvolvimento cognitivo do aluno, que não se dá de forma independente ao seu contexto social, familiar e cultural.

Souza (2009) também incorre na armadilha da dupla cotidiano-contextualização, promovendo o ensino da matemática utilitarista.

> No decorrer dos anos, os professores têm notado que o interesse da maioria dos seus alunos tem aumentado consideravelmente quando se relaciona o assunto estudado em sala de aula com situações do seu cotidiano. Em função disso, foi surgindo a necessidade de cada vez mais conjugar a realidade do aluno com o ensino da matemática, algo que pode ser atingido através da contextualização da matemática. Porém, o desafio didático consiste em fazer essa contextualização sem reduzir o significado das ideias matemáticas que deram origem ao saber ensinado. Uma aula contextualizada leva o aluno a interagir com o que está sendo ministrado e isso proporciona uma maior compreensão e entendimento do conteúdo exposto. Esta aprendizagem é associada à preocupação em retirar o aluno da condição de espectador passivo, em produzir uma aprendizagem significativa e em desenvolver o conhecimento espontâneo em direção ao conhecimento abstrato. É preciso fazer os alunos verem a matemática na vida real, trazer a vida real para as aulas de matemática, ou seja, ligar a matemática que se estuda nas salas de aula com a matemática do cotidiano. (SOUZA, 2009, p.28)

Seu discurso se volta para o aspecto da criatividade - citando Ubiratan D´Ambrósio (2006) - e a necessidade da solução de problemas, já que o aluno passa a ser agente ativo na sala de aula. Também defende a ideia da contextualização como instrumento motivador da criticidade e do desenvolvimento de habilidades, tais como reconhecer problemas, buscar soluções e interferir positivamente em processos associados à matemática. Ainda menciona a aprendizagem significativa em decorrência do emprego da contextualização. Sob o mesmo título (contextualização), o autor discorre sobre solução de problemas, reafirmando a dissociação da contextualização e dos exercícios.

Ainda tratando da contextualização, Fernandes (2014) entrevistou alunos e professores de Matemática, atuantes na iniciativa privada do Distrito Federal, num total de 6 escolas, com o intuito de analisar a prática docente, sobretudo sob o aspecto da contextualização. Sua leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) a respeito desse assunto classifica-a como "experiências concretas e diversificadas, transpostas da vida cotidiana para as situações de aprendizagem" (p.2). Escolheu 3 professores que lançavam mão do ensino contextualizado, e os demais não. A contextualização por si só os auxiliava apenas de forma parcial, motivo pelo qual utilizam a história da Matemática, apesar de não detectarem nessa ação o emprego da contextualização. Aqueles que não a empregavam denunciaram a ausência de material para balizá-los, além de criticar a escassez de situações contextualizadas em sua formação.

Escrever as fórmulas no quadro negro para depois introduzir um problema ou "exercício" modelo ainda é prática comum. Os próprios professores concordam que assim é "mais fácil". Há uma grande resistência à adoção do ensino contextualizado, já que para muitos não existe garantias de sucesso pedagógico. Para esses, ensinar os alunos a realizar operações matemáticas mecânicas, como fazer contas, é o mais importante nos tempos atuais. Para fundamentar essas premissas, aludem aos "tempos passados". Fernandes (2014) relata ainda a resistência dos professores em empregar a contextualização:

> Percebe-se que boa parte destes professores desconhece o conceito de contextualização e muito menos como utilizá-la. Alguns deles disseram que as aulas de Matemática são monótonas e nada se pode fazer para melhora-las, pois os conteúdos não possibilitam interação com outras disciplinas, e nem mesmo nas atividades culturais e pedagógicas da escola é possível envolver os alunos relacionando a temas da aula. Contudo, para eles, de nada a contextualização contribui, e defendem ainda que ser exclusivamente tradicional dá ao ensino um caráter implacavelmente privilegiado. (FERNANDES,2014, p.15)

Rotular as aulas de Matemática como monótonas evidencia desinteresse por parte do docente ou falta de motivação profissional. Não contextualizar os objetos de estudo, mesmo que ainda seja possível, é no mínimo desprezar as tendências pedagógicas mundiais, cujo esforço nessa direção gerou inúmeras práticas exitosas. Afirmar que a Matemática não pode interagir com outras disciplinas fere todos os princípios e teorias de interdisciplinaridade.

Da parte dos alunos houve muitas críticas à contextualização, descrevendo a falta de clareza e objetividade de algumas atividades. Entendem que o professor está "enrolando", e que não se propõe a explicar detalhadamente o conteúdo. Também não veem conexão com sua vida cotidiana. Na verdade, defendem apenas a importância das quatro operações básicas, sem detectar utilidade para o restante dos assuntos matemáticos. Para alguns entrevistados, a Matemática não passa de um código de regras e leis sem sentido ou utilidade prática.

Outros pesquisadores investigaram os documentos oficiais em busca de respostas ao tema contextualização. Em sua dissertação de mestrado, Oliveira (2011) elaborou uma pesquisa teórica sobre o termo "contextualização" nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), referentes à Matemática, alicerçada na Hermenêutica de Profundidade (seu referencial teórico-metodológico). Verificou que a partir da redação desse documento os educadores atentaram para a contextualização, em decorrência da chancela do INEP nesse aspecto educacional (via de regra ligado à interdisciplinaridade, compondo duas pilastras-chave no edifício curricular do ENEM).

Entretanto, ressaltou a fluidez e por vezes a inconsistência da significação e do significado da contextualização, tomado pelos professores única e tão somente como um caminho seguro na direção da interação teoria-prática. O problema se estende de forma complexa, por não haver propriamente um consenso acerca do que de fato é contextualizar, causando desconforto e exageros em seu emprego.

> A naturalização da palavra contextualização pode sugerir o cumprimento da proposta dos PCNEM, pois todos acreditam estar contextualizando e como há ausência de parâmetros para essa ação, e até mesmo discussão sobre este termo, cada um “contextualiza” à sua maneira, sem uma reflexão teórica acerca desta palavra: relacionando o conteúdo ao cotidiano do aluno – por entender a contextualização dessa forma, o professor corre o risco de não contribuir com a aprendizagem dos alunos rumo ao conhecimento científico, podendo ainda, consolidar o senso comum; ainda pode relacionar o conteúdo às histórias de vida dos matemáticos, à alguma história qualquer - desde que no final possa fazer algum tipo de associação; à aplicação imediata do conteúdo a uma situação do cotidiano; ao momento histórico que surgiu determinado conteúdo; enfim, *n* possibilidades de uso. Não estamos dizendo que contextualizar um conteúdo (uma vez já estudado esse conceito) não possa partir de uma das ações acima descritas; acreditamos na possibilidade de que essas ações não tenham um fim em si mesmo. (OLIVEIRA, 2011, p.14)

Os idealizadores do PCNEM, segundo a pesquisadora, reforçam o aspecto sociocultural para o termo "contextualização". Uma análise mais profunda pôde extrair outras 3 ideias acerca desse "recurso", tais como recurso metodológico, reorganização curricular[10] e aplicação.

Ao estudar o termo "contextualização" nos PCNEM, a autora identificou 4 fins: recurso metodológico para construção do conhecimento (grupo A), reorganização curricular (eixo estruturador do currículo - grupo B), aplicação (articulação entre teoria e aplicação para o mundo do trabalho - grupo C) e uma aproximação à perspectiva sociocultural (grupo D). Em relação ao grupo A, os documentos apontam para uma visão menos fragmentada dos conteúdos, além de proporcionar a ação do aluno no processo ensino-aprendizagem (combate à passividade) e promover assuntos mais próximos da realidade do aluno. Já relacionado a B, a contextualização se constitui um dos eixos estruturadores do currículo (juntamente com a interdisciplinaridade), devendo ser explorado e utilizado amplamente na prática pedagógica. O grupo C aborda o tema como fator ligante entre teoria e prática, essa desenvolvida no mundo laboral. Nesse viés enxerga-se a aplicação e utilidade da ciência no dia-a-dia do trabalho humano[11], predominantemente com o intuito de se resolver problemas cotidianos. Finalmente o grupo D evoca "as relações entre conteúdos e contexto, no sentido de dar significado ao aprendido, de estimular a participação do aluno nas diversas e conflitantes situações da vida social, e estimular sua capacidade intelectual" (OLIVEIRA, 2011, p.99).

Pode-se identificar a preocupação dos elaboradores dos documentos oficiais em sedimentar o viés prático e utilitário da contextualização, sendo a segunda característica bastante criticada por outros estudiosos avessos à Matemática meramente utilitarista, desprendida de seu sentido científico. Isso se dá porque o ensino da disciplina apresenta caráter pragmático e se reveste de um sentido neoliberal.

Por fim conclui-se que não há efetivamente uma discussão suficiente sobre o termo "contextualização" nos PCNEM, a fim de balizar as ações do professor em sua prática diária.

---

[10] Esse aspecto é defendido pelo MEC, na fala do Ministro da Educação (TAKAHASHI,2013).

[11] Trata-se de uma das bandeiras educacionais do MEC, preocupado com a formação de mão-de-obra qualificada para ocupar postos de trabalhos nos setores básicos da sociedade. É claro que a política de expansão das instituições federais técnicas ou tecnológicas se apoiam nessa ideia. A falência do sistema público de educação traz inúmeras dificuldades aos jovens egressos do ensino médio, pois trazem no bojo conhecimento escasso e formação básica insatisfatória, não atendendo quesitos básicos para inserção no mercado de trabalho. Sendo assim, relega-se o currículo de Matemática a assuntos muito fundamentais, sobretudo aqueles introduzidos no ensino fundamental.

O tripé competências-interdisciplinaridade-contextualização foi estudado por Ricardo (2005), numa análise crítica dos documentos da Lei de Diretrizes e Bases (BRASIL, 1996) e das Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2013), além dos PCN e das Matrizes Curriculares. Referindo-se às duas primeiras e aos objetivos desejados para a educação como um todo, pontua um problema relevante:

> Busca-se fundamentalmente romper com a dicotomia entre um ensino preparatório para o vestibular e uma formação profissionalizante. Há uma tentativa de atender não só a essas duas demandas, mas também de dar mais sentido ao conhecimento escolar, através da contextualização, e superar a fragmentação desses conteúdos pela interdisciplinaridade. (RICARDO, 2005, p.12)

Esse aspecto se torna mais claro ao estudarmos as provas de larga escala. Há uma ânsia na formação de um aluno crítico e pronto para vencer os desafios profissionais com as ferramentas intelectuais apreendidas na escola. No entanto, o conhecimento científico não pode ser considerado apenas um "utensílio intelectual", relegado à solução de problemas, no caso da Matemática. Permeado à Matemática encontram-se vários motivos para entendê-la e compreendê-la afora desses problemas. Sua complexidade não se limita apenas a situações ou ações do cotidiano, mas também a abstrações e inter-relações por vezes impossíveis de contextualizações, mas úteis para a construção do conhecimento matemático.

Num primeiro capítulo, discute os conceitos de habilidades, competências, interdisciplinaridade e contextualização sob a ótica da LDB (BRASIL, 1996) e DCNEM (BRASIL, 2013), e dos elaboradores dos PCN (BRASIL, 1997) e das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2015). De início comprova o esforço dos PCN no combate à compartimentalização de conteúdos e acúmulo de informações, cuja resposta se dá na adoção da interdisciplinaridade e contextualização como seus eixos norteadores. A identificação do aluno com as atividades propostas pressupõe o ensino contextualizado, segundo os PCN (BRASIL, 1997), ao discutir o desafio de inter-relacionar o conteúdo matemático e a experiência de vida do aluno, auxiliando no sentido de um aprendizado significativo e permanente. Os DCNEM (BRASIL, 2013) reforçam essa ideia, ao sobrelevar a linguagem como componente primordial para o processo ensino-aprendizagem, combatendo a passividade do aluno. Os autores dos PCN (BRASIL, 1997) sugerem alguns caminhos para uma definição de contextualização:

> "A contextualização foi lida, pelo menos entre nós elaboradores dos Parâmetros, da seguinte forma: se eu pensar a contextualização só como aplicação eu estou empobrecendo o significado da contextualização. Significado de contextualização é trabalhar dentro de um texto, trabalhar com o texto. O que é um texto? Texto é uma situação que faz sentido, tem começo meio e fim, tem uma lógica interna. Então, a leitura de contextualização é trabalhar dentro de situações em que o aluno veja sentido. " (A7)
>
> "Nós enxergamos a contextualização como enraizar significados num texto. Então, para nós a contextualização não tem só a dimensão do como se aplica isso no contexto da vida real, até porque a gente sabe que na ciência e no ensino médio tem algumas coisas que se você levasse a "ferro e fogo" só essa ideia da contextualização como aplicação no mundo real você corria o risco dos estereótipos e corria o risco de ter coisas que você não consegue essa contextualização. Então, nós, do mesmo jeito que não entramos na armadilha do temático, não entramos na armadilha dessa contextualização vista estritamente como uma aplicação imediata. " (A6) (RICARDO, 2005, p.71)

O discurso não é diferente de outros pesquisadores, centrando-se no fato de que a contextualização não é apenas a transposição de um conteúdo para a vida cotidiana, embora não especifiquem claramente como "enraizar significados num texto." Poderia se dizer, então, que a solução de um sistema linear não é contextualizada se não estiver contida num texto explicativo, ou seja, sob a forma de um enunciado de uma situação-problema. Não há tanta clareza no assunto, já que não é exposto nenhum exemplo direto de um item contextualizado de matemática. Outro autor explicita o perigo na contextualização "utilitarista", muito embora não discorra a favor de um conceito definitivo para a questão:

> "A contextualização para nós não é simplesmente dar exemplos de fatos, de materiais, que o aluno tem contato, não é só uma exemplificação, uma ilustração. É o contexto para o aluno entender a realidade em que ele vive e até a que ele não vive necessariamente, imediatamente, mas que ele como cidadão do mundo globalizado também tem que compreender e, mais que compreender, tem que poder avaliar e tomar uma decisão." (A5) (RICARDO, 2005, p.71)

É destacado por outro autor o fato da LDB (BRASIL, 1996) tratar a contextualização meramente como aplicação, ou seja, valendo-se de relações entre teoria e prática[12], preparando o aluno para o campo do trabalho. Esse discurso está presente nos documentos do INEP dirigidos ao ENEM.

No capítulo 2, inicia um diálogo com os formadores, que têm o conceito da contextualização mais próximo de uma aplicação prática, ainda que não haja consenso nessa direção. "Cotidiano" e "dia-a-dia" são expressões comuns quando se indaga sobre contextualização, muito embora um dos formadores tenha confessado dificuldade na aplicabilidade em todo o conteúdo de matemática. Um outro formador entende que a contextualização deve partir do aluno, e não do professor. No cômputo geral, um ponto positivo reside na tendência em associar interdisciplinaridade com contextualização.

No quinto e último capítulo da pesquisa discute a interdisciplinaridade, contextualização e alfabetização científica e tecnológica, colocando de início uma observação acerca da contextualização:

> A contextualização assume papel central nos PCN e, principalmente, nos PCN+. Paradoxalmente, é pouco discutida na literatura atual. Necessita-se, portanto, de um aprofundamento teórico, em especial no campo epistemológico, associando-se a contextualização a um outro conceito: o de problematização. Nesse sentido, as contribuições de Paulo Freire são relevantes, além de conduzirem à dimensão sócio histórica da contextualização, que é a predominante naqueles documentos. Tais discussões se completam quando os fins da educação científica são questionados, bem como a relação entre a ciência e a tecnologia, especialmente quando esta passa a ter o *status* de saberes escolares. (RICARDO, 2005, p.203)

A escassez dessa discussão na literatura atual é preocupante. Por outro lado, é evidente a ligação entre contextualização e ciência e tecnologia, embora se configure em um ponto pertinaz. Um item do ENEM que trata da função trigonométrica relacionada às ondas magnéticas geradas por um aparelho celular pode ser considerado contextualizado? E se o aluno nunca viu um aparelho desse tipo ou jamais o manuseou? Essa é uma questão ainda não resolvida, nem pelos documentos oficiais, nem mesmo pelos pesquisadores em educação matemática. Talvez uma fagulha de esperança esteja na afirmação de que contextualizar é dar sentido aos conteúdos ensinados.

Por fim, o pesquisador ainda classifica o emprego da história da ciência a fim de desmistificar o mito dos conteúdos possuírem início, meio e fim, sem poderem ser recontextualizados ou reescritos. Muitos podem tomar a geometria como

[12] O que gerou inúmeras críticas de educadores brasileiros.

produto pronto e acabado, já que muito se origina da antiga Grécia e das contribuições de diversos matemáticos gregos, entre eles Euclides, em seus "Elementos", mas é justamente a geometria que possui maior potencial para discussão e reconstruções, em narrativas contemporâneas e significativas.

Muitos pesquisadores estudam a aplicação de itens contextualizados e seus resultados, como observado nesse trabalho. Propor atividades contextualizadas para formação de um cidadão crítico foi a proposta da pesquisa de Altenhofen (2008), voltada aos alunos da 5ª série do Ensino Fundamental. Esse aspecto é amplamente citado pelos documentos oficiais, talvez embasados em ideias de Paulo Freire. Aludindo a Ubiratan D´Ambrósio (2006), defende a contextualização como elemento primordial na interação escola-aluno, ao permitir a ele externar de vivências e experiências culturais, inclusive matemáticas. O trabalho do professor se destina, em parte, em apresentar atividades condizentes com a realidade de seus alunos e as mais próximas possíveis de seu cotidiano, a fim de proporcionar significado para o aluno.

A pesquisa qualitativa se desenvolveu num município do interior do Rio Grande do Sul, em uma escola pública, com a participação de 97 crianças, com o emprego de atividades escritas, orais, individuais e em grupo. Ao introduzir questões pertinentes à série escolar, percebeu-se que ao tratar de seu cotidiano, foi facilitada a comunicação, participação e exposição de opiniões. Além disso, os assuntos eram atrativos (Copa do Mundo, Olimpíada de Matemática, Dia sem impostos, IDH e aquecimento global) e próximos aos alunos.

Ao partir para práticas próximas à realidade dos alunos, a pesquisadora pôde vislumbrar comentários e comportamentos positivos acenando para uma maior aceitação das aulas, corroborando com a eficiência da apresentação de atividades contextualizadas ao invés de práticas tradicionais. Além das aulas se mostrarem mais atrativas, houve progressos relevantes no implemento e desenvolvimento do senso crítico dos pesquisados, incremento importante em sua vida social, atual e futura, como cidadão transformador da sua realidade. Formar opiniões e analisar situações são atributos essenciais na sociedade moderna, refém da manipulação midiática.

Oliveira (2009) desenvolveu um projeto com 29 grupos de 3 alunos, distribuídos em três 6ª séries do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular no município de Ponta Grossa-PR, cujo objetivo principal era desenhar a planta baixa de um quarto de uma residência, e posteriormente construir sua maquete. Nesse contexto utilizaram-se vários conhecimentos matemáticos, dentre eles razão e proporção, um dos assuntos recorrentes do ENEM. A autora concluiu a importância de uma atividade contextualizada no processo ensino-aprendizagem.

Apesar de se tratar de proposta de um laboratório didático de física para o ensino médio, há diversas colaborações no trabalho de Rosella (2010). Ao apresentar uma atividade prática em laboratório, os alunos da 2ª série do ensino médio não se mostraram aptos a executá-la, devido à escassez de atividades contextualizadas em sala de aula, não previstas anteriormente. Nota-se em seu discurso certa indignação com a inapetência do corpo discente, evocando até mesmo à pobreza de seu vocabulário, decerto detectada no momento de discorrer um relatório.

Rosella (2010) afirma que os alunos anseiam por aulas contextualizadas, em laboratórios, elucidando suas dúvidas sobre situações de seu cotidiano. É notório que se assume a contextualização como algo prático, palatável, transposto para o dia-a-dia do aluno, o que já vimos que se trata de um equívoco. Entretanto, evoca a interdisciplinaridade como princípio norteador fundamental no processo de ensino-aprendizagem, contraposto à apresentação de assuntos isolados e compartimentados.

> A pesquisa realizada por nossa equipe buscou entender a contribuição específica dos trabalhos práticos, partindo do pressuposto de que essa contribuição é significativa e contundente. Para tanto, articulamos a contextualização a trabalhos laboratoriais, investigando fenômenos reproduzidos no laboratório a fim de estabelecer relações com as experiências cotidianas pessoais, sociais e ambientais e, assim, construirmos conceitos científicos. (ROSELLA, 2010, p.80)

A ligação entre contextualização e trabalhos laboratoriais se dá sob o cimento da prática, a fim de construir significados e conceitos, o que é extremamente aceitável e positivo. No entanto, o lábaro da contextualização não pode ser hasteado apenas nas ocasiões de emprego prático da Ciência, pois fere os princípios básicos da contextualização, ainda que as atividades deem sentido e significado aos objetos de estudo. O procedimento laboratorial é bem-vindo e muito salutar, mas deve-se entender o risco de evocar a contextualização apenas nesses momentos.

Um trabalho abordando a aprendizagem significativa foi apresentado por Santos (2013), com várias atividades contextualizadas a fim de evitar o uso de fórmulas e expressões pré-concebidas da análise combinatória, muito embora o mote do estudo não fosse a contextualização em si. Ao longo da dissertação, o pesquisador discorre como pensar o ensino da álgebra com vários exemplos.

Silva (2012a) descreveu aplicações práticas de sistemas de equações lineares e empregou o termo contextualização para aplicabilidade, no caso, para o assunto supracitado, comprovando a possibilidade de empregá-lo em uma situação-problema cotidiana.

Mandarino (2014) apresentou os resultados de sua pesquisa, fundamentada na solução de problemas como estratégia metodológica, sobre a confecção de itens contextualizados por parte de 40 professores de Matemática da Educação Básica, em uma turma da PUC-RJ. As atividades versavam sobre análise combinatória e probabilidade, também mote de nosso trabalho, buscando inferir se os professores têm a habilidade de elaborar um enunciado contextualizado a partir de exercícios.

O processo se deu apresentando aos participantes 6 exercícios (segundo a autora, situação "genérica"), sem nenhuma correlação com o seu dia-a-dia. Uma delas é transcrita abaixo:

> 2 a questão (MORGADO, 1999, p.33, ex.17) a) Quantos são os anagramas da palavra CARAGUATATUBA? b) Quantos destes anagramas começam por vogal? (MANDARINO, 2014, p.4)

Os itens foram resolvidos em sala de aula, individualmente. A tarefa dos professores era elaborar itens contextualizados a partir do exemplo fornecido, entregando-os na semana seguinte. A dificuldade foi tremenda, pois não lhes foi fácil criar situações cotidianas com os mesmos princípios, e ainda houve erros conceituais (confusão entre permutação circular e com repetição). Menos da metade realizou a tarefa, e entre eles poucos entregaram a atividade corretamente, com estrutura adequada e nível de dificuldade similar.

Uma ideia talvez seria trocar as letras por cédulas de dinheiro, e perguntar de quantas maneiras elas poderiam ser dispostas dentro de uma carteira. Apesar do item ter sido " contextualizado", não incita a curiosidade do estudante em resolvê-lo, objetivo dos elaboradores das provas nacionais de larga escala e desejo do INEP. Ou seja, apenas travestir o item não garante um resultado positivo. Deve-se ter em mente a estrutura em questão: uma sequência ordenada de símbolos, objetos ou o quer que seja, com alguns deles repetidos. O interesse é introduzir ou implementar o ensino das permutações com repetição, cuja metodologia é fortemente associada à qualidade dos itens utilizados.

As pesquisas evidenciam que a contextualização:

1. auxilia na aquisição de conhecimentos dos objetos de estudo, a partir de uma didática próxima ao cotidiano dos alunos;
2. pode desempenhar um papel importante no processo ensino-aprendizagem, mas por vezes é confundido com aplicação prática. Além disso, não se deve apresentar aos alunos apenas itens contextualizados, já que o automatismo também é importante nesse processo;
3. pode ser visto como um aliado à motivação em sala de aula, ao despertar o interesse dos alunos nos mais variados assuntos de Matemática, desalojando-os de sua posição passiva na aquisição de conhecimento. Também promove comprometimento e incentiva discussões, debates e trabalhos em grupo;
4. ainda é desconhecida da maior parte de docentes, que não entendem como inseri-la em sua prática pedagógica.

1.3 - AVALIAÇÕES EXTERNAS DE LARGA ESCALA

A dissertação de mestrado apresentada por Reis (2009) mostrou-se muito próxima desse trabalho. Foram estudadas quais as estratégias empregadas por 40 alunos da terceira série do ensino médio de uma escola paulistana na solução de itens do ENEM envolvendo interpretação de tabelas e gráficos. Primeiramente os alunos foram separados em dois grupos, a saber, os que já haviam estudado estatística (G1), e aqueles que jamais haviam visto o assunto (G2). Após a coleta do perfil dos sujeitos de pesquisa através de questionário, aplicou-se uma prova com oito questões objetivas contendo tabelas e gráficos, a fim de serem analisadas as estratégias de solução. Por fim, alguns participantes foram entrevistados a fim de obter informações complementares e enriquecer o processo.

A performance dos dois grupos na solução das 8 questões foi bastante similar (39,4% para G1 contra 37,5% para G2). Para resolvê-los, lançaram mão de conceitos pré-adquiridos em sua vida escolar (sobretudo conceitos de porcentagem e probabilidade), além de "conhecimentos de vida", tidos como verdadeiros. Nesse ponto observa-se que alguns itens podem ser resolvidos por sujeitos que nunca frequentaram a escola.

A leitura e interpretação de tabelas e gráficos mostrou-se bem abaixo do esperado, revelando a fragilidade do ensino de estatística nas escolas. Quanto aos itens de estatística do ENEM, Reis (2009) evidenciou sua insatisfação, apontando a falta de qualidade e a possibilidade de indução ao erro.

Deleprani (2012) procurou em sua dissertação de mestrado analisar a prova de Matemática do ENEM nas edições de 2009 a 2011, definindo seu grau de dificuldade e verificando se a prova é adequada à democratização do acesso ao ensino superior. Foram comparados seus conteúdos com o currículo mínimo do ensino médio do estado do Rio de Janeiro. Logo na introdução observa-se forte crítica à composição da prova, no que tange aos assuntos de Matemática, como números complexos, por exemplo, jamais presentes na prova do ENEM, em decorrência da dificuldade em se idealizar e elaborar um item contextualizado sobre esse conjunto numérico.

Ao analisar a estrutura do Exame Nacional, Deleprani (2012) afirma que “muitas vezes, a resposta está na própria pergunta”. Na verdade, essa é uma ideia impetrada pela mídia com o objetivo de desmoralizar a prova, pois há inúmeros empresários interessados na sua extinção, o que nos parece pouco provável, visto sua importância no cenário educacional brasileiro. O INEP combate não só a “decoreba”, mas também a resposta fácil, extraída apenas da leitura do texto-base. Há em cada uma das 30 habilidades preocupação com a operação cognitiva empregada a fim de assinalar a alternativa correta. Os erros e deslizes de raciocínio ou de conceito matemático são igualmente aferidos, respaldados e aferidos pela Teoria de Resposta ao Item (TRI). Por essa razão há larga preocupação com a construção das alternativas erradas (distratores), que devem ser acompanhados de justificativa plausível, sob risco do item não ser incluso no Banco Nacional de Itens (BNI), do INEP.

Outro aspecto abordado é a extensão dos itens, ao considerar que “as provas de matemática do ENEM possuem textos muito longos, por isso, são cansativas” (DELEPRANI, 2012, p. 147). Esse é outro ponto espinhoso e cuja marca deixada pelo “antigo ENEM” (1997-2008) parece ser indelével. No entanto, observa-se um esforço considerável do INEP a fim de treinar elaboradores e revisores com o objetivo de obter itens mais “enxutos”, justamente para apagar essa má impressão.

A análise das provas de Matemática do ENEM de 2009 a 2011 são válidas, principalmente ao quantificar quais itens são exclusivamente ensinados no Ensino Fundamental, Médio, ou em ambos, obtendo, no geral as porcentagens 47,4%, 19,3% e 33,3%, respectivamente. Também comparou-se esses assuntos com o currículo mínimo do ensino médio do estado do Rio de Janeiro, evidenciando vários assuntos desse documento ausentes na prova nacional. Isso sinaliza como a prova se mantém alheia às prerrogativas curriculares determinadas pelas prefeituras e pelos estados, e como está longe de ser referência para a composição do currículo do ensino médio.

Deleprani (2012) destaca um item da prova da edição de 2010. O contexto sugeria duas taças, uma em formato hemisférico e outra na forma cilíndrica, e se pedia a altura do mesmo volume de champanhe em um recipiente e no outro. Segundo o pesquisador “esta questão até que seria boa, se não viesse com a fórmula no enunciado, ou seja, para resolver o aluno precisa apenas fazer conta de multiplicar” (p. 102). Entretanto é justamente essa a ideia do INEP: combater a “decoreba”. A situação em si era muito interessante e envolvia conceitos de geometria espacial de forma contextualizada e plausível, ou seja, tratava-se de uma questão prática e possível de ocorrer na vida real. Não é verdade que todos os itens do ENEM têm essa característica, infelizmente, mas é prerrogativa do INEP incentivar a elaboração de itens com esse formato, haja visto que faz parte de um dos quesitos para confecção dos testes.

Ao analisar a prova de 2011, Deleprani (2012) insiste na inadequação do ENEM como base para elaboração do currículo do Ensino Médio:

> Na prova do ano de 2011 encontram-se muitos textos, gráficos e conclui-se que o objetivo da prova é verificar o nível de concentração, leitura, interpretação e até mesmo preparo físico e mental, pois estamos falando de uma prova com noventa questões, sendo quarenta e cinco de matemática, mas dessas quarenta e cinco, apenas duas exigem um esforço matemático diferenciado, ou seja, esta prova não pode ser considerada uma avaliação matemática abrangente no conteúdo ou que consiga verificar o nível de conhecimento matemático de um aluno ao final do ensino médio, pois se um aluno do ensino fundamental tiver maturidade e disciplina para estudar, poderá se sair muito bem na prova, visto que 86,66% da prova é parte do currículo do ensino fundamental, logo um dos objetivos da prova que é o de nortear o currículo do ensino médio não pode ser alcançado. (2012, p. 133)

Em sua pesquisa, Paiva (2003) estudou a influência da prova de Matemática do ENEM no livro didático de Ensino Médio dessa disciplina.

Alguns aspectos da prova – tais como “adequação e cumprimento dos objetivos, influência no ensino público e privado, utilização nos processos vestibulares” (p.46) – foram levantados como problemáticos por dois professores doutores do IME-USP (Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo). Um dos comentários se refere à exclusão de itens descontextualizados, importantes para aferir o grau de raciocínio lógico formal dos examinandos, além de auxiliar na construção de conceitos próprios da Matemática. Ainda tecem críticas severas ao exame nacional:

> Finalmente concluem, os professores, que o ENEM: não tem contribuído para uma eventual correção de rumos da política educacional; pode levar à exclusão do ensino médio tópicos importantes para a formação do estudante, dada a sua tendência em tornar-se uma referência para os caminhos (em particular programas) a serem adotados; provoca uma certa desvalorização do saber acadêmico; é inadequado nos processos seletivos para o ensino superior, devido a sua baixa capacidade de discriminação nas faixas de desempenho mais altas, etc. (PAIVA, 2003, p. 49)

A constituição do conteúdo do ensino médio não deve ser instituída pelo livro didático, e muito menos por uma prova ou exame, mesmo que haja abrangência nacional. O papel do livro didático deve ser de apoio pedagógico, segundo o pesquisador, que motivado por essa premissa decidiu analisar quatro livros didáticos e sua relação com as competências e habilidades contidas na Matriz de Referência do Exame Nacional[13]. Foram considerados dois períodos distintos: anterior ao ENEM/98 e posterior ao ENEM/2002, com foco na forma e nos assuntos ensinados na primeira série do ensino médio.

É feita uma análise detalhada de itens do livro didático e a existência de contextualização ou não em sua concepção. Ainda que muitos sejam dissertativos, diferentemente do formato da prova nacional, discorre-se sobre uma possível similaridade entre elas. Talvez um detalhe importante seria a plausibilidade de sua utilização no ENEM, além da discussão se o item não é “livresco”[14] ou se exige mais de uma habilidade.

---

[13] Nessa época ainda não havia uma Matriz de Referência específica para Matemática.

[14] Em suas oficinas de elaboração de itens, o INEP recomenda que os elaboradores não criem questões "livrescas", ou seja, que são comuns em livros didáticos.

A introdução da teoria em quase todos os capítulos e assuntos estudados no livro didático se dá de forma mecânica, ou seja, partindo de conceitos matemáticos desconexos do mundo real, relevando a contextualização a segundo plano. Assim também acontece com as atividades propostas, dispostas a partir de modelos ou situações repetitivas. Os assuntos são tratados de forma compartimentalizada, sem interação com os demais ou com outras ciências, num caminho contrário às prerrogativas do ENEM, que prega a interdisciplinaridade como uma de suas colunas pedagógicas integradoras.

Por fim, exibe uma estatística verificada nos volumes de coleção seriada, que apresentaram uma participação de itens relacionados às habilidades e competências de 4,5% antes de 1998 e de 28%, posteriormente a 2002, aproximando-se, ainda que timidamente, do exame nacional. E termina afirmando que isso evidencia a busca por uma nova identidade da disciplina Matemática contida nos livros didáticos, alicerçadas na matriz de referência do ENEM e em suas características próprias, tais como a contextualização e interdisciplinaridade.

Em vista de relacionar o ensino de funções aos itens do ENEM, Miragem (2013) analisou a prova de Matemática e suas tecnologias, no que diz respeito ao conceito matemático e a metodologia da solução de itens.

Após apresentar solução de 10 itens presentes em provas anteriores do ENEM, o autor entrevistou três professores, indagando-os sobre a prova e o assunto de funções. A respeito da prova, todos foram unânimes em afirmar que se trata de um teste exaustivo e inadequado como avaliação, por constar de muitos itens de matemática (45), embora tenham enfatizado a ótima qualidade dos itens. Quanto às funções, observou-se o ensino descontextualizado receptado pelos docentes quando cursavam o ensino médio. Apesar disso, todos eles introduzem o assunto com exemplos práticos, e depois os conceitos propriamente ditos.

Indagados sobre como avaliavam seus alunos, um dos professores afirmou valorizar mais o aluno pensante ao invés do que escreve muito. Outro utiliza provas de múltipla escolha, como preparação para os vestibulares e para o ENEM. O terceiro também realiza trabalhos em casa e em grupos, além de tarefas em sala de aula.

Os professores admitiram mudança de postura pedagógica a partir das mudanças introduzidas pelo INEP no ENEM-2009 (INEP, 2013a), sobretudo em direção à construção de gráficos e ao estudo mais pormenorizado de estatística. Um deles leva para a sala de aula questões de provas anteriores, enquanto outro elabora itens inéditos com o perfil e o formato do exame nacional.

Ao final, o pesquisador concluiu a facilidade em elaborar testes contextualizados sobre funções e sua grande incidência no ENEM. Também enfatizou a necessidade de ouvir os professores de ensino médio, a fim de obter um modelo de prova menos exaustivo.

A partir do estudo da solução de uma situação-problema apresentado na prova do ENEM de 2009[15] por parte de 7 alunos do ensino médio de uma escola do vale do Itajaí (SC), Golle (2011) pretendia observar suas estratégias e a organização mental empregada nessa lida. Outro objetivo era compreender os mecanismos de abstração alcançados a partir da leitura do item. Segundo a autora, destacam-se algumas habilidades requeridas para a execução da tarefa, tais como "interpretação, planejamento, execução e avaliação, além de atenção, espírito crítico e reflexão (p.41)."

Após a solução do problema, foi estruturada uma entrevista para arguir dos alunos suas observações sobre o processo. A análise final dos registros possibilitou à pesquisadora notar fortes habilidades de numeramento, tanto no sentido autônomo (como domínio em conceitos pré-adquiridos) como superiores, concentradas em poder de síntese, analítico e transformativo.

O trabalho de Ubriaco (2005) centrou-se na interpretação de escalas de medidas relacionadas a avaliações de Matemática, entre elas o Programme for International Student Assesment (PISA). Um dos objetivos era compreender os boletins pedagógicos emitidos pelo INEP, a fim de alicerçar ações pedagógicas positivas e eficazes nos estabelecimentos de ensino. Ao apresentar o PISA, elaborado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômicos (OCDE), a pesquisadora discorre detalhes pedagógicos da prova:

> O caráter da avaliação do PISA é prospectivo, ou seja, focaliza a capacidade dos jovens de utilizarem seus conhecimentos e suas habilidades para enfrentar desafios na vida real e não simplesmente no domínio de um currículo escolar especifico. Dessa maneira, o que o PISA mede denomina-se letramento. (UBRIACO, 2005, p. 7)

[15] O item relacionava-se a regra de três composta, assunto introduzido no ensino fundamental, e não exclusivo do ensino médio.

Apesar da colocação sobre "enfrentar desafios na vida real", não se nota a presença do termo contextualização, não só nesse trecho ou capítulo, mas em toda dissertação. Opta-se pelo termo "contexto", que englobam três situações de uso: pessoais, educacionais e públicas. A primeira relaciona-se diretamente ao cotidiano do aluno, e como a Matemática se encontra inserida em sua vida, principalmente como ferramenta para a solução de problemas. Já as educacionais referem-se a situações extrínsecas ao mundo real, próprias da matemática e caracterizadas por técnicas, algoritmos e procedimentos puramente científicos.[16] Por fim, as públicas dizem respeito à vida social e pública, em situações vividas no comércio, indústria, bancos, transporte e locomoção, comunicação, entre outros, novamente sob a forma de problemas matemáticos.

Após discorrer pormenorizadamente acerca do Projeto GERES (Estudo Longitudinal da Geração Escolar), no que diz respeito à estrutura da prova, aos processos cognitivos envolvidos, ao desempenho dos alunos na escala de proficiência do projeto, Ubriaco (2005) conclui destacando sobre o desafio enfrentado pelos educadores e gestores em educação de nosso país em compreender os resultados das avaliações externas. Ao aludir a um modo alternativo de interpretação da escala de proficiência já utilizado em outros países, objetiva uma interpretação mais qualitativa, muito mais simples de ser empregada na prática, sobretudo pedagogicamente.

Sua contribuição é relevante e considerável ao analisar as competências e habilidades dos alunos, mote principal das avaliações de larga escala:

> Por fim, conclui-se que a presente pesquisa tratou da Competência Matemática apontando, dentro do referencial teórico utilizado, o que um aluno sabe e pode fazer, levantando também as lacunas de sua Competência Matemática. Entende-se que o uso de Níveis de Desempenho possibilita viabilizar uma comunicação mais acessível aos vários públicos, revelando o que um aluno localizado em certo nível consegue desempenhar tendo como referência determinada Competência. (UBRIACO, 2005, p. 92)

Silva (2010) elaborou uma pesquisa quantitativa (apesar de conter características qualitativas), na qual 17 alunos do ensino médio - cuja performance escolar foi previamente aferida - responderam a quatro questionários, com questões abertas e fechadas. O objetivo era compreender, por meio desses questionários, o desejo de aprender ou de não aprender Matemática, relacionando-se desempenho estudantil com o saber matemático.

[16] Tratam-se de exercícios.

Após análise dos dados, concluiu-se que os alunos desejam o saber, sobretudo pela influência dos pais, a fim de alcançar ascensão social e uma carreira profissional honrosa. Sentindo-se bem no estabelecimento escolar, o jovem interage com seus pares e com o ambiente, ocorrendo simbiose positiva, que incentiva a busca pelo conhecimento científico. A escola torna-se laboratório do futuro, local de socialização, cujo mediador centralizador é o professor. Essa preparação para o mercado laboral e a justa vivência para a cidadania é um dos estandartes do INEP ao promover cada vez mais o ENEM.

Os trabalhos estudados sobre avaliação de larga escala ressaltam que:

1. as provas do ENEM nem sempre apresentam itens cujos assuntos são ensinados exclusivamente no Ensino Médio. Ao contrário, mais da metade são estudados exclusivamente ou parcialmente no Ensino Fundamental, o que descaracteriza o objetivo da avaliação nacional;
2. o ENEM não é adequado como avaliação para o ingresso ao Ensino Superior, e nem como referência para a elaboração do currículo do Ensino Médio;
3. é consenso que a prova do ENEM é exaustiva e contém excessivo número de questões de Matemática.
4. no Brasil, houve mudança na didática da Matemática no Ensino Médio em decorrência da estrutura e distribuição de assuntos do ENEM;
5. os resultados e dados estatísticos advindos das provas de larga escala, se bem interpretados, podem ser empregados como balizadores de ações pedagógicas concretas e producentes em direção a um incremento às políticas públicas de educação.

2 - SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E CONTEXTUALIZAÇÃO

Nesse capítulo discorreremos sobre solução de problemas, sob a ótica de teóricos da Educação Matemática e da Psicologia da Educação, sobretudo utilizando estudos de Polya (1995), Pozo et. al. (1998) e Brito (2006). Também abordaremos princípios básicos sobre contextualização e suas aplicações.

2.1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O propósito dessa pesquisa é responder à pergunta: quais conhecimentos de procedimento são acessados por alunos ingressantes nos cursos superiores de Matemática na solução de exercícios e de problemas com enredo (contextualizados e semicontextualizados) de Matemática, elaborados nos moldes do ENEM e dos vestibulares da UNESP e FUVEST?

A literatura em educação matemática é farta em pesquisa sobre solução de problemas. No entanto, há uma carência nessa área em estudos relacionados ao ENEM e aos vestibulares - em nosso caso utilizaremos o estilo de provas da UNESP e da FUVEST. A técnica utilizada na terceira etapa da pesquisa relacionada a esse trabalho será o de falar em voz alta, bastante frequente no âmbito científico, utilizadas por pesquisadores do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática da UNICAMP e da UNESP-Bauru. As pesquisas nos últimos anos apontam para esse caminho:

> É necessário indagar acerca da forma como as pessoas resolvem problemas. Os estudos realizados nas últimas décadas pela psicologia cognitiva e educacional, assim como inúmeras experiências educacionais orientadas para ensinar os alunos a resolver problemas ou, num sentido mais amplo, a pensar, podem ajudar-nos a compreender melhor os processos envolvidos na solução de problemas, e como esses processos podem ser aprimorados através do ensino. (Pozo et. al., 1998, p.18)

A solução de problemas permite ao aluno o desenvolvimento e a aquisição de habilidades e competências úteis para aprender novos conhecimentos, ao se deparar com novas situações e contextos distintos. Sendo assim, o aluno estaria sendo melhor preparado para exercer a cidadania e inserir-se no mercado de trabalho com maior possibilidade de se adaptar às exigências de um mundo cada vez mais tecnológico. Pozo vai além:

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (POZO et. AL., p. 15)

Em suma, o processo de solução de problemas permite o desenvolvimento do pensamento reflexivo e do senso crítico. A solução de problemas contribui positivamente nesse intuito. Também oferece ao aluno condições para aprender a estudar, pois demanda uma postura ativa e esforço em direção à resposta correta, numa cadeia produtiva bem definida, não engessada, cujo produto final não consiste apenas na resposta do problema, mas também no incremento do arcabouço de conhecimento. É claro que para isso acontecer é necessário apresentar problemas desafiadores e interessantes, de acordo com a realidade do aluno. Por esse motivo, o INEP busca incessantemente elaboradores de itens com teor mais próximo do aluno, e que respondam à pergunta discente: professor, para que serve esse assunto? Nesse contexto, combate-se veementemente o item padrão, cuja característica proeminente é apresentar situações viciadas e repetitivas, desprezando a riqueza de um problema matemático criativo e bem elaborado.

Nesse âmbito, destacam-se os alunos que complementam problemas propostos, acrescentando outras indagações pertinentes e buscando alternativas para solucioná-los.

Inicialmente é necessário compreender no que consiste resolver um problema. Segundo Schoenfeld (1983), Stanic e Kilpatrick (1988) e Webster (1979), apud Pozo et. al. (1998), é possível discriminar 14 significados distintos para o termo "resolução de problemas", muito embora o último autor os resuma em somente dois: está interligada à atividade a ser realizada – o que se aproxima mais do que realmente ocorre em sala de aula - ou então consiste em solucionar uma "questão difícil ou surpreendente".

Para Onuchic (2005), "problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer (p. 221)." Van de Walle (2001) enfatiza que o aluno se depara com um problema quando não dispõe de métodos ou fórmulas memorizadas para chegar à solução. Brito (2006) lança luz a essa questão:

> A situação-problema refere-se à configuração do problema, é estática (por exemplo, o examinador cria uma situação-problema como questão de uma prova). Uma situação-problema só se transforma realmente em um problema quando o indivíduo que se depara com ela é motivado (ou induzido) a transformá-la. A situação-problema refere-se ao espaço do problema, embora no ensino das diferentes disciplinas e na avaliação através de provas muitas vezes apareça como sinônimo de solução de problema, referindo-se à totalidade do processo. (...) Se o estudante já conhece a solução, não se constitui em situação-problema. (BRITO, 2006, p.17-18)

Também define solução de problemas como um "processo cognitivo", com objetivo de converter uma circunstância observada pelo solucionador em outra canalizada para uma meta. Em pesquisa realizada com alunos de Licenciaturas em Matemática, Física e Química foi indagado sobre esse termo, e a devolutiva, segundo Brito (2006), evidenciou sua interligação com a " transposição de um obstáculo" (p. 20).

Para melhor caracterizar a solução de problemas, Brito (2006) discrimina quatro aspectos essenciais: "é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo" (p. 18). Todo o processo de solução de problemas exige uma reorganização de conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos prévios, a fim de superar a nova situação que é apresentada.

Pozo et. al. (1998) distingue exercícios de problemas, sendo o primeiro dividido em duas categorias. Uma delas contempla itens cuja repetição tem o objetivo de consolidar determinado conceito ou técnica por meio de procedimentos mecanizados, muito comum em livros didáticos até o final dos anos 80 (os tais exercícios de fixação), exemplificados na figura 2.1.

Figura 2.1 - Exercícios de Matemática

Resolva as equações:

1) $2x + 8 = 50$

2) $-3x + 2 = 7x - 4$

3) $-7(-x + 2) + 3 = -x + 4(x - 5)$

4) $2 + 5(x - 7) = -2x + 7$

5) $2 = 3(x - 7) + 2(-x + 1)$

Esse tipo de exercício é parte integrante na solução de inúmeros itens relacionados ao dia-a-dia e estão intrinsicamente inseridos no processo educativo, devendo ser ensinados em quantidades dosadas, observando-se o grau crescente de dificuldade, de acordo com a realidade da turma. Pozo et al. (1998) utiliza o termo pseudoproblemas, destacando suas características rotineiras, repetitivas e automatizadas, denunciando um ponto importante no processo ensino-aprendizagem: o aluno muitas vezes não compreende o resultado/resposta final, ou não lhe faz sentido nenhum.

A outra categoria de exercícios tem como característica básica a exigência de lançar mão de alguns procedimentos nos quais se empregam essas técnicas vistas no primeiro grupo. Um exemplo consistiria em solicitar o cálculo do produto de 2 por 6 de forma indireta, enunciando o exercício desse modo:

Duas fábricas produzem, por dia, 6 automóveis cada uma. Qual é a produção diária de automóveis das duas fábricas juntas?

Há distinção entre os dois, pois no segundo há necessidade de transportar a linguagem escrita em matemática, além de ser preciso dominar o conceito da multiplicação.

Já os problemas são permeados de algum obstáculo entre o proposto e o objetivo final a se alcançar:

> Para alguns autores, somente existe um problema quando não há um algoritmo conhecido que leve diretamente à solução, independentemente do fato de que numa determinada tarefa um aluno conheça ou não previamente esse algoritmo. (POZO et al., 1998, p.49)

Pozo et. al. (1998) ressalta que um item pode representar um exercício para alguns alunos e um problema para outros, de acordo com seu interesse ou motivação para resolvê-lo e dos mecanismos que dispõe para tal tarefa.

Quanto aos tipos de problemas, Pozo et. al. (1998) afirma que podem ser elencados de acordo com a área, assunto, tipo de operações e processos requeridas para sua solução, entre outros. Brito (2006) divide o problema em três estruturas distintas: enunciado[17], processo de solução e solução propriamente dita.

Diante da grande heterogeneidade de tipos de problemas, são demandadas várias habilidades e esquemas lógicos de raciocínio, dispostos de forma particular para cada um deles. Além disso, deve-se levar em conta a individualidade de cada aluno, seus conhecimentos prévios e sua bagagem cultural. Entretanto, para alcançar eficiência na solução de problemas faz-se necessário possuir conhecimentos específicos, muito mais do que uma capacidade intelectual proeminente.

> O primeiro e mais fundamental pressuposto dos estudos sobre a solução de problemas por especialistas e principiantes é que as habilidades e estratégias de solução de problemas são específicas a um determinado domínio e, por isso, dificilmente transferíveis de uma área para outra. Não haveria regras gerais úteis para a solução de qualquer problema, ou seriam insuficientes e meramente orientadoras; assim, quando diante de um problema, as quatro fases enunciadas por Polya, referidas anteriormente, somente proporcionaram um esquema geral que é necessário encher de " conteúdo", ou seja, é preciso desenvolver especificamente para cada área e tipo de problema. Em outras palavras, as regras formais do "bom pensar" não garantiriam uma solução eficaz de problemas se não estiverem acompanhadas de um conhecimento contextual específico. (POZO ET. AL., 1998, p. 30)

Baseado em Sternberg (2000), Garcia (2005) resume as atividades mentais envolvidas para solucionar um problema em duas: compreensão e execução.

> Na compreensão é ativado um sistema conceptual que permite uma representação interna do problema ou da situação, conforme o caso, enquanto que na execução, a pessoa atua sobre sua compreensão do problema e/ou da situação. (GARCIA, 2005, p. 43)

Pozo et. al. (1998) elucida que a realização de exercícios demanda habilidades sobreaprendidas, automatizadas após várias repetições onde não se encontram novos obstáculos ou desafios. O problema, em contrapartida, oferece uma nova situação que deve ser resolvida lançando-se mão das ferramentas previamente aprendidas, que são necessárias, mas não suficientes.[18] Por essa razão, alunos mais experientes ou mais estudiosos resolvem esses desafios com mais facilidade, pois para eles se configuram em um exercício, e não como um problema em si.

---

[17] Nas provas objetivas elaboradas pelo INEP, entende-se enunciado como a pergunta ou frase a se completar, ou seja, à arguição final. Os dados são dispostos no texto-base.

[18] Talvez pudéssemos afirmar que os exercícios pressupõem o despertar do raciocínio lógico.

A solução de problemas pressupõe uma sequência de passos concebida a partir de um plano com destino a uma meta. Sendo assim, Pozo et. al. (1998, p.140) assevera que solucionar um problema exige não somente o conhecimento declarativo ("saber que") – Sternberg(2000) o caracteriza como o "conhecimento dos fatos que podem ser enunciados (p.226)" - , mas saber em fazer algo, o que o configura num conteúdo de procedimento ("saber como"). O conhecimento de procedimento, segundo Anderson (1983) apud Pozo et. al. (1998) consiste em saber como resolver determinado problema, não sendo fácil de se verbalizar. Ele é adquirido aos poucos, por meio da prática, ou seja, pela aquisição de novas descobertas. Sternberg (2000) afirma que conhecimento de procedimento engloba aptidões perceptivas, motoras e cognitivas, que são incrementadas pela prática. Para Sternberg (2000), pode ser implementado e se associa a uma sequência de passos com um determinado fim. Apesar de Anderson (1983) caracterizá-lo como essencialmente automático, ao contrário do caráter controlado do conhecimento declarativo, Pozo et. al. (1998) discorda dessa ideia, pois entende que há "alguns procedimentos que só podem ser executados de modo consciente e deliberado" (p.142). Sternberg (2000) descreve o processamento de tarefas corriqueiras, que envolvem organização em rotinas e sub-rotinas, iterativas entre si, como um sistema de produção. Na solução de problemas é primordial acessar esse tipo de conhecimento, galgando cada etapa do processo.

Anderson (1980) apud Sternberg (2000) elenca três etapas da aquisição do conhecimento de procedimentos. Primeiramente é acessada a cognição, na qual se reflete sobre as regras explícitas, seguida do estágio associativo, em que essas regras são colocadas em prática, para finalmente ser atingida a etapa autônoma, em que não é necessário empregar muito esforço mental na realização da tarefa. Garcia (2005) emprega o termo automatismo para esse estágio do conhecimento de procedimento.

Vários estudos têm mostrado a importância de haver uma conexão entre o conhecimento declarativo e o de procedimento, como por exemplo o de Quintiliano (2005) e Pirola (2000).

A diferença entre as habilidades de cada indivíduo em elucidar problemas inéditos a eles foi mote de vários estudos.

> Muitos autores (Cattel, 1971; Horn, 1968; Kaufman e Kaufman, 1983; Raaheim, 1974; Snow, 1981; Sternberg, 1986a, 1986b, 1990a) salientaram a importância da habilidade para lidar com problemas e situações originais, como um aspecto da inteligência. Existe consenso entre eles ao mostrar que as pessoas mais inteligentes têm maior habilidade para atuar com sucesso em tarefas e situações originais. (GARCIA, 1995, p. 44)

Pozo et. al. (1998) cita os jogadores de xadrez mais experientes, que em nada diferem dos principiantes no quesito inteligência global, e nem mesmo no poder cerebral de memorização. A sequência de Polya (1995) não deve ser tomada como uma "receita de bolo", pois não fazemos uma mesma receita a todo momento; novos desafios requerem novas estratégias. No caso do xadrez, pode-se afirmar que o bom jogador nem sempre terá o mesmo sucesso em outras atividades, e muito possivelmente também não em outros tipos de jogos, com regras e disposições diferentes.

Essa especialidade por vezes não assegura êxito ao aluno em provas vestibulares ou no exame nacional, no qual se mede o desempenho global, apesar de que na segunda fase de alguns vestibulares são cobrados conhecimentos específicos na área de interesse. Em todas elas deve-se responder a itens de língua portuguesa, disciplina bastante valorizada no ENEM. Entretanto, Matemática também é demasiadamente valorizada, prefigurando 25% das questões objetivas, pois integra uma das 4 grandes áreas do conhecimento.

Dessa forma, há um interesse premente em "aprender a solucionar problemas matemáticos", visto toda sua importância nesse cenário. Os cursinhos pré-vestibulares treinam seus alunos para essa tarefa, e Pozo et. al. (1998) assevera que isso é possível, mediante "prática" (ou seja, repetição, adestramento), muito embora essa metodologia não resulte em êxito em todos os casos, pois depende de conceitos matemáticos e estratégias e habilidades adequadas.

Pozo et. al. (1998) afirma que os alunos imaginam que haja apenas uma estratégia de solução para cada situação-problema da Matemática, e que somente o professor saberá solucioná-lo. É frequente encontrarmos estudantes que não têm a intenção em compreender o processo de solução, entretanto, sempre esperam poder encontrar outras situações semelhantes para, com auxílio da memorização, utilizá-lo de maneira automática. Neste sentido, o uso de palavras-chave é um instrumento que os alunos utilizam para realizar a transferência de estratégias. Por exemplo: muitos alunos utilizam a palavra “mais” para caracterizar um problema de adição. Por um processo de generalização, todos os enunciados contendo essa palavra pressupõe uma operação de adição para os alunos.

Pozo et. al. (1998) se apoia em pesquisas que evidenciam a relevância da racionalidade pragmática, fator valioso para bem executar uma tarefa. O problema de aprendizagem mais intrincado consiste em transferir ou generalizar os conhecimentos adquiridos em um "novo contexto ou domínio"

Os problemas novos podem oferecer muitas dificuldades, pois vários solucionadores o resolvem alicerçados em configurações mentais que são estruturas mentais enraizadas sobre um modelo pré-concebido de representação ou contexto de um problema, ou até mesmo um esquema pronto de solução (Sternberg, 2000). Também pode ser denominado como entrincheiramento[19], termo mais condizente com seu significado, pois se relaciona fortemente com a generalização de solução. Mudanças na(s) característica(s) do "problema-padrão" emperram todo o procedimento de solução.

Sternberg (2000) cita o conceito de fixidez funcional, que constitui-se em não conseguir perceber que um conhecimento já adquirido possa ser empregado em outras funções. Além disso, há outro entrave: a transferência negativa.

> Os psicólogos cognitivos usam o termo transferência para descrever o fenômeno mais amplo de qualquer transporte de conhecimento ou de habilidades de uma situação problemática para outra. A transferência pode ser negativa ou positiva. A transferência negativa ocorre quando a resolução de um problema anterior dificulta mais a resolução de um posterior, ao passo que a transferência positiva ocorre quando a solução de um problema anterior facilita a resolução de um novo problema. (STERNBERG, 2000, p. 323-324)

Apesar dessas dificuldades, ensinar os alunos a empregar determinadas estratégias, conceitos e habilidades com o intuito de solucionar um problema específico não é um trabalho difícil. Muito mais laborioso é utilizar tais ferramentas de maneira geral, sobretudo pautado no cotidiano. Vários itens do ENEM guardam esse caráter "ineditista", exigindo além de conhecimento, tomadas de decisão e estratégias completamente novas.

Por meio de oficinas realizadas no INEP com o objetivo de elaborar e revisar itens de avaliações em larga escala, como o ENEM, foi possível notar uma tendência desse órgão em combater o ensino "em série", simbolizado pelos proble-

[19] Em inglês, entrenchment.

mas-padrão, denominados como "livrescos", ou seja, existentes em qualquer livro didático, inclusive os mais antigos. Eis um exemplo

"Numa fazenda há patos e porcos, num total de 20 cabeças e 52 pés. Quantos patos há na fazenda?".

Essa dificuldade em transferir saberes de uma situação conhecida para outra inexplorada fundamenta-se na diferença de contextos, segundo Pozo et al. (1998). Contextos semelhantes facilitam a associação, porém não é assim na dupla escola-cotidiano, cujos problemas se mostram por vezes diferentes. Por isso entendemos ser importante investigar no presente estudo a metodologia de solução de itens com contextualizações distintas, conforme veremos adiante.

Alguns algoritmos foram repetidos continuamente por meio de problemas similares. Gardner (1991) apud Pozo et. al. (1998) afirma que a aplicação rígida de algoritmos dificulta sobremaneira o processo ensino-aprendizagem.

> Parte das diferenças individuais na solução de problemas podem ser motivadas por diferenças na aprendizagem que contribuem para que as pessoas armazenem em sua memória, a longo prazo, tipos e números diferentes de regras concretas para os diferentes problemas. Grande parte dessas regras foram aprendidas através da apresentação reiterada de tarefas similares que contribuíram para automatizar métodos de solução que os alunos não possuíam previamente. Em outras palavras, uma vez descoberto um método, diante de um determinado problema, ou após ter sido exposto pelo professor, a consolidação do mesmo e a sua transformação em regra automatizada depende da sua colocação em ação em exercícios variados, apresentados em diferentes contextos. (POZO ET. AL. , 1998, p.26)

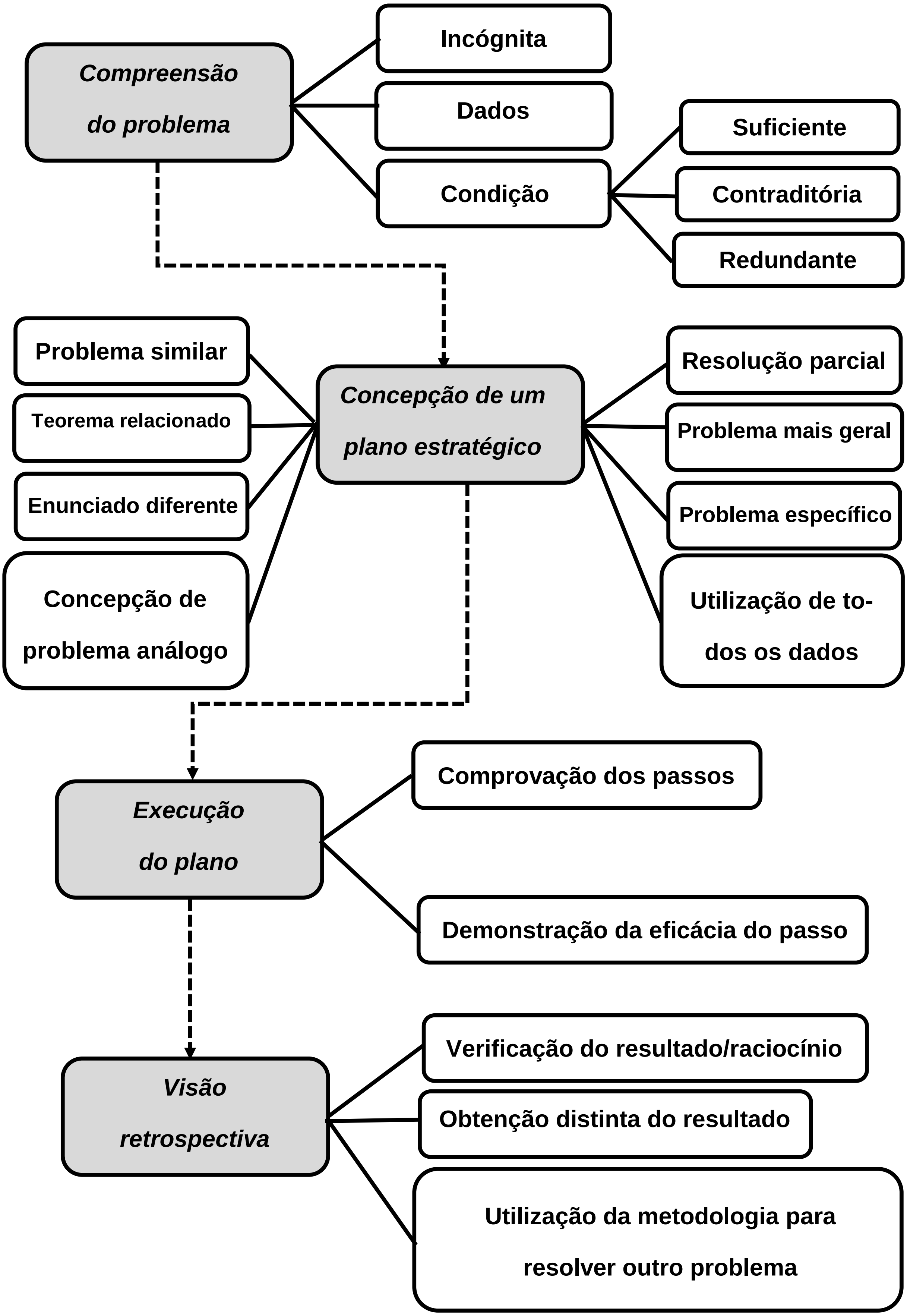
Na década de 70 e 80 os livros didáticos continham infindáveis listas de exercícios, geralmente repetitivos. Ainda hoje é comum a prática de solução de problemas pelo professor em sala de aula, sem tentativa anterior por parte dos alunos. Na avaliação, costuma-se inserir problemas similares aos apresentados durante as aulas. Brito (2006) alerta que essa prática não valoriza a aprendizagem significativa de conceitos, que poderia ser promovida por meio de ensino adequado de solução de problemas.

Isso não quer dizer que o automatismo em si seja nocivo. A inteligência encerra a habilidade de processar a informação de forma controlada, mas também automaticamente.

> Muitas tarefas complexas e originais, que são vistas como indicadores da inteligência, só podem ser realizadas adequadamente quando o sujeito possui uma variedade abrangente de automatismos. A falta de automatismos ou a presença de automatismos inadequados, muitas vezes, faz com que o processamento seja interrompido ou desviado, porque a atenção deve ser distribuída entre muitos elementos que estão além da capacidade de atenção dos sujeitos. (GARCIA, 1995, p. 44-45)

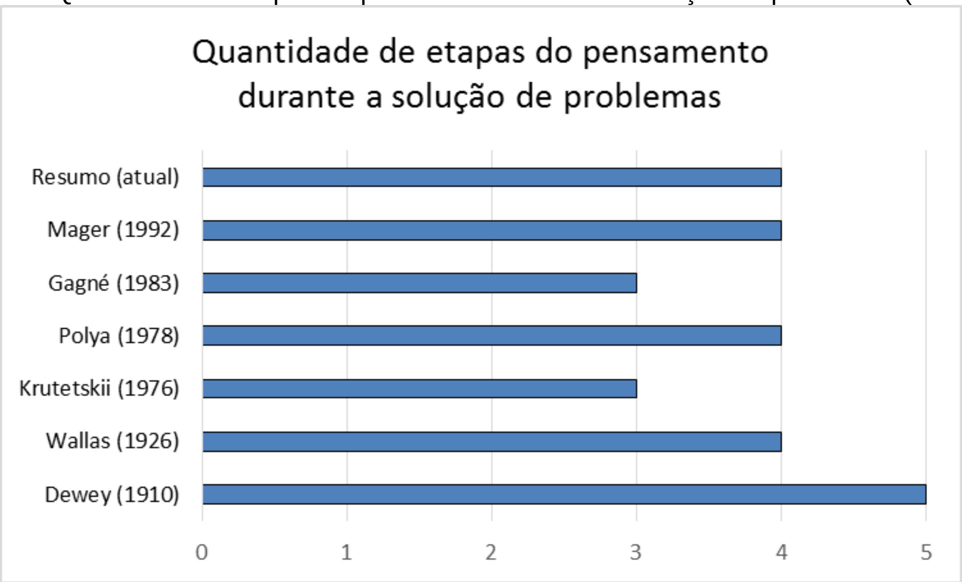
Os passos necessários para a solução de problemas baseados em Polya (1995) é citado por Pozo et. al. (1998), cujo resumo é mostrado na figura 2.2.

Figura 2.2 - Sequência de procedimentos de solução de problemas sugeridos por Polya



Brito (2006) lista as etapas de solução de problemas elaboradas por pesquisadores na área de Psicologia, cujas quantidades de etapas em função do autor estão ilustradas no gráfico 2.1.

Gráfico 2.1 - Quantidade de etapas do pensamento durante a solução de problemas (1910 - atual)



O resumo atual elaborado pela pesquisadora contém 4 etapas, a saber: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Sobre esse assunto em especial, Pozo et. al. (1998) lista procedimentos heurísticos a fim de compreender o problema com maior facilidade, através de questionamentos, mas com mesmo teor observado na figura 2.2. Primeiramente ressalta a importância de conhecer todas as palavras e compreender corretamente o que está sendo pedido. A dificuldade da questão deve ser percebida, a fim de ser determinada a meta ou metas para a sua solução. No entanto, assevera que o sucesso não ocorrerá apenas no emprego de uma estratégia, pois dependerá de como ela se adequa à estrutura do problema e do respeito às regras inerentes ao processo. Polya (1995) entende que essas perguntas auxiliam o aluno na busca da solução, alicerçando suas estratégias e procedimentos. Diante do exposto, durante o processo de solução podem ser elaboradas as perguntas abaixo, a fim de auxiliar o aluno:

- O que eu não sei? - Determinação de quantas e quais são as incógnitas.

- O que eu sei? - Extração de dados.

- Como tudo isso se relaciona? - Determinação de equações, inequações ou outra estrutura/operação matemática.

- Quais conhecimentos/algoritmos devo utilizar em meu arcabouço de conhecimentos matemáticos? - Solução das estruturas/operações matemáticas.

- Qual é a resposta e qual seu significado? - Redação e verificação da resposta.

Sternberg (2000) discorre sobre o ciclo de solução de problemas, não propriamente matemáticos, composto por uma sequência de 7 passos que se inter-relacionam harmonicamente. Em relação ao processo de solução de problemas de Matemática, os estudiosos recomendam compreendê-lo inicialmente e traduzi-lo em símbolos, representações ou expressões matemáticas. Nesse passo é de suma importância acessar o conhecimento verbal a fim de transmutar o texto escrito para a linguagem própria da Matemática.

Como vimos na figura 2.2, os conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos devem ser acionados nessa etapa. Nas orientações para a construção de questões elaboradas pelo INEP é enfatizada a necessidade de se evitarem termos regionais, rebuscados ou pouco comuns no texto-base, enunciado e alternativas de suas provas de larga escala. Nas provas do INEP, a inserção de dados irrelevantes ou insignificantes para a solução da questão é outro fator proibido na concepção do órgão nacional. Há um rigor até exacerbado na elaboração dos itens, que passam por uma revisão pormenorizada antes de compor o BNI.

O conhecimento semântico é de extremo valor na solução de problemas, sobretudo do ENEM, já que diz respeito ao reconhecimento do contexto no qual os fatos são dispostos. A leitura de dados extraídos de um gráfico ou tabela pode ser realizada de forma mecânica, dependendo do texto-base; em contrapartida inserir-se no contexto do item via de regra auxilia em sua solução.

Brito (2006) destaca a importância da compreensão verbal do enunciado do problema, referenciando-se a suas pesquisas em parceria com Fini e Garcia (1994), na qual conclui-se a relevância desse aspecto na compreensão global do problema.

Em seguida pode-se classificar o tipo de problema, além de discernir quais dados são úteis para sua solução, ficando a cargo do conhecimento esquemático. Também é responsável pela determinação das ações a serem tomadas. Polya (1995) ressalta que mesmo após a leitura do problema ainda é possível que não se conceba claramente toda a situação, alterando-se em seguida quando se inicia o processo estratégico, e ainda mais quando se determina a resposta.

Depois da leitura, compreensão e tradução do problema, inicia-se o processo estratégico, no qual são exigidas técnicas a fim de atingir o objetivo. Todos os recursos para essa empreitada são reunidos e organizados com o intuito de vencer submetas e metas. Esses recursos não abrangem apenas o saber matemático, pois é necessário compreender como e quando serão acionados, ou seja, deve-se haver uma integração entre os recursos disponíveis e o plano estratégico. Conhecer o algoritmo da divisão, por exemplo, não conduz à meta, se as etapas iniciais (leitura, compreensão e tradução) não forem realizadas, ou se o plano concebido for equivocado. Polya (1995) destaca a importância de perceber a inter-relação entre os diversos itens do enunciado, qual é a incógnita e como se liga aos dados, a fim de conduzir a uma estratégia eficaz.

Pozo et. al. (1998), baseado em Gardner (1991), empreendeu estudos no sentido de compreender porque os alunos têm a ânsia em transformar os dados em símbolos, equações, expressões ou operações matemáticas conhecidas, sem refletir muito sobre sua ação. Segundo o autor, isso é devido ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática equivocado, que supervaloriza o emprego de algoritmos em detrimento do pensamento criativo. Dessa forma, entende-se todas as tarefas matemáticas como exercícios, ao invés de problemas. A resposta é buscada com todo esforço e a todo custo, sem o emprego de técnicas e estratégias ordenadas e bem delineadas. Isso se agrava quando não se conhece um problema correlato.

Na fase de elaboração de estratégias para enfrentar o problema busca-se consciente e deliberadamente os recursos necessários e suficientes para empreender tal tarefa, de forma planejada e organizada. Sem essa organização não há como executar eficientemente as estratégias e técnicas da próxima fase de solução de problemas (Sternberg, 2000). Todo o arcabouço intelectual é reunido em torno de técnicas que auxiliem a atingir submetas e metas propostas. As indagações buscando semelhanças com outros problemas resolvidos anteriormente são muito importantes nessa fase, segundo Polya (1998).

Nesse aspecto percebe-se a grande diferença entre exercício e problema; o primeiro não exige um plano para resolvê-lo, já que seu caráter é padronizado e cuja solução se resume a aplicação de algoritmos repetitivos.

Estudando esses processos de concepção de estratagemas para seguir adiante com a solução do problema, Sternberg (2000) observou procedimentos não-excludentes, mas nem sempre presentes ao mesmo tempo: o analítico, colaborando com a "decomposição da totalidade de um problema complexo em elementos manuseáveis (p.307)", e o sintético, responsável pela "reunião dos vários elementos para organizá-los em algo útil" (p. 306).

Ao executar o plano de solução de problemas, os detalhes são muito relevantes e precisam ser estudados com atenção. Na verdade, essa etapa é bem mais simples que a anterior, desde que o plano tenha sido bem concebido. Na maioria das vezes, demanda cálculos que devem ser verificados passo a passo, a fim de evitar divergir da resposta final.

A última fase do algoritmo de Polya (1998) reside no retrospecto ou visão retrospectiva, pouco utilizado por bons alunos que conseguem determinar a resposta final. O pesquisador entende que nessa etapa pode-se enraizar conceitos e conteúdos, além de aprimorar as suas habilidades em resolver problemas. É possível encontrar equívocos, sobretudo em problemas com solução longa ou intrincada; por isso a verificação é importante. Entretanto, em alguns poucos casos, não há como verificar a resposta diretamente.

As etapas propostas por Polya (1998) (assim como as de outros autores apresentadas nesse capítulo) são caminhos que podem orientar o processo de solução, independente da sua natureza, ou seja, se é contextualizado ou não. Vejamos uma questão constante da prova de 2012, como exemplo

> As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:
>
> $$Q_O = -20 + 4P$$
> $$Q_D = 46 - 2P$$
>
> em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto. A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os

> economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam.
> Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?
> a) 5 b) 11 c) 13 d) 23 e) 33
> (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS, 2013b)

Solução:

1º Passo) Compreensão do problema

Primeiramente o aluno não necessariamente deveria compreender a primeira frase para seguir adiante no processo, nem entender nada a respeito de oferta e demanda ou de mercado. Saber que as duas equações dadas se configuram em funções do primeiro grau não o ajudaria muito na solução, já que adiante o problema informa que Q_0 se iguala a Q_D, ou seja, basta essa informação e entender que a incógnita é P para solucioná-lo (cabe ressaltar que a incógnita P relaciona-se com preço, pergunta do item). Esses seriam os dados essenciais que deveriam ser extraídos do enunciado.

2º Passo) Concepção de um plano estratégico

É possível que o aluno já tenha vislumbrado algum item semelhante, na qual era suficiente igualar a ordenada de duas funções, ação corriqueira para determinar ponto de intersecção de curvas distintas em geometria analítica, ou até mesmo em álgebra, como é o caso. O problema poderia ter sido enunciado de forma diferente, mas cuja resposta é idêntica:

" Determine o valor de x de forma que as funções $f(x) = -20 + 4x$ e $g(x) = 46 - 2x$ assumam o mesmo valor."

Outra estratégia, bem menos comum, consiste em traçar as duas retas sobre o plano cartesiano e solucioná-lo lançando mão do conceito de semelhança de triângulos.

3º Passo) Execução do plano

Nesse ponto, provavelmente o aluno igualaria as duas funções e calcularia o valor de P, como segue:

$$Q_0 = Q_D$$

$$-20 + 4P = 46 - 2P$$
$$P = 11$$

4º Passo) Visão retrospectiva

Para certificar-se da veracidade da resposta, basta agora substituir o valor de P = 11 nas duas equações dadas, a fim de verificar a igualdade.

$$\text{Para } P = 11 \rightarrow Q_O = -20 + 4.11 = 24$$
$$\text{Para } P = 11 \rightarrow Q_D = 46 - 2.11 = 24$$

Também é salutar ressaltar que em muitos casos não há apenas um meio de solucionar um problema. Um exemplo clássico são os cálculos de termos gerais de progressão aritmética, como o item a seguir extraído do exame de 2011.

> O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
> Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
> a) 38.000 b) 40.500 c) 41.000
> d) 42.000 e) 48.000
> (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS, 2013b)

Uma forma de resolvê-lo envolveria a expressão do termo geral da progressão aritmética. Inicialmente seriam efetuadas as subtrações 34.500 - 33.000 e 36.000 - 34.500 a fim de certificar-se de que se tratam de valores iguais a 1.500, sendo a razão (r) da progressão, com primeiro termo (a_1) igual a 33.000. Para julho (mês 7) seria calculado o 7º termo:

$$a_7 = a_1 + 6r = 33000 + 6.\ 1500 = 42000$$

Sendo então a alternativa D a correta.

A sequência está associada a uma função do 1º grau, visto que as diferenças são constantes. Sua equação na incógnita x é dada por:

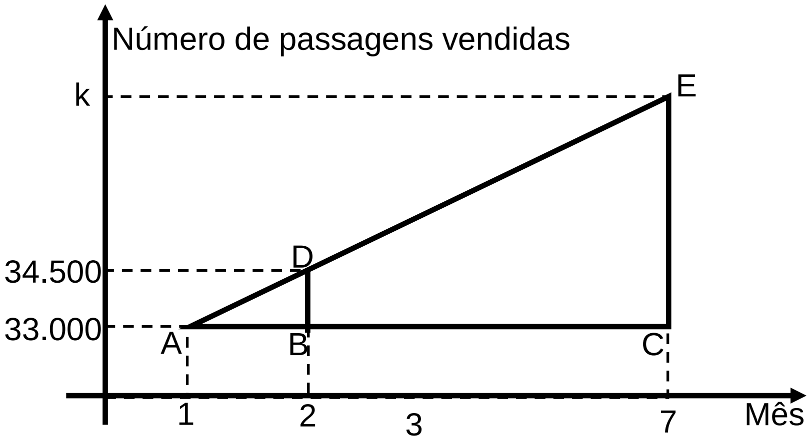
$$f(x) = ax + b$$
$$f(x) = 1500x + 33000$$

Sendo f(x) o número de passagem vendidas no mês x, com x ≥ 0 (janeiro equivale ao mês no qual x assume o valor nulo). Para julho (x = 6), tem-se:

$$f(6) = 1500.6 + 33000 = 42000$$

A solução gráfica também seria possível:

Figura 2.3 - Solução gráfica de item do ENEM-2011



Por semelhança dos triângulos ABD e ACE:

$$\frac{34500 - 33000}{2 - 1} = \frac{k - 33000}{7 - 1}$$

$$k = 42000$$

Existem vários modos de resolvê-lo, mas certamente uma estratégia empregada pelos alunos para calcular a quantidade de passagens vendidas em julho seria calcular as quantidades mês a mês:

Tabela 2.1 - Quantidade de passagens vendidas mês a mês

Mês	Quantidade de passagens vendidas (em milhares)
Jan	33
Fev	34,5
Mar	36
Abr	37,5
Mai	39
Jun	40,5
Jul	**42**

Esse procedimento exige apenas os conceitos de soma e subtração. Cabe ressaltar a conduta de alguns professores que não admitem esse tipo de solução, o que nos parece um retrocesso, pois comporta uma estratégia válida, apesar de menos direta. Não é difícil evitar esse tipo de solução: basta exigir um termo mais distante do primeiro.

Diante do exposto, conclui-se que o ensino por meio da solução de problemas desenvolve vários aspectos cognitivos, despertando a criticidade, a criatividade, o raciocínio lógico, a iniciativa, a tomada de decisões, a análise matemática, entre outros. Basta serem propostos problemas interessantes, criativos e contextualizados.

2.2 - CONTEXTUALIZAÇÃO E AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA

2.2.1 - AVALIAÇÃO - ASPECTOS GERAIS

Os resultados das avaliações de larga escala tomaram grandes proporções no âmbito educacional brasileiro nos últimos anos, entre elas a Prova Brasil e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Nesse trabalho estudaremos esse último de forma detalhada - na disciplina Matemática - observando suas especificidades e peculiaridades.

Vianna (2014c) destaca que na época da criação do ENEM havia grande expectativa nos meios educacionais com uma avaliação para egressos do ensino médio.

> A nossa expectativa, considerando o conhecimento de outros contextos e experiências pessoais, centrou-se na possibilidade de um exame, obrigatório para todos os aspirantes a estudos superiores, que tivesse alguma identidade com as grandes linhas do SAT – Scholastic Aptitude Test, desenvolvido e aprimorado no Educational Testing Service (Princeton, New Jersey, USA), e que, considerando-se as peculiaridades do nosso sistema educacional, tivesse diferentes normas de interpretação. (VIANNA, 2014c, p. 210-211)

Idealizado a partir dos anos 20 do século passado, o Scholastic Aptitude Test (SAT) é utilizado pelo College Entrance Examination Board (CEEB), nos Estados Unidos, para verificar habilidades de raciocínio, nas áreas verbal e numérica, e bastante eficaz como instrumento avaliativo.

> As pesquisas demonstraram que o SAT, que é uma medida padronizada em uma escala comum, possui alta validade preditiva dos melhores desempenhos nos colleges e nas universidades, acrescentando algo mais aos elementos de informação que integram a equação final usada para fins de seleção e classificação. (VIANNA, 2014b, p. 213)

O SAT, em sua essência e concepção, influenciou fortemente a elaboração da prova do ENEM. Isso se deu, em parte, pela vinda de cientistas educacionais americanos em meados dos anos 60, e também pelas obras de Anne Anastasi e em um teste de autoria de Nícia M. Bessa, sob os moldes do lowa Basic Skills, segundo Vianna (2014a).

Também se faz necessário compreender o sentido conceitual de avaliação, que consiste num dilema para a grande parte de educadores, não só no Brasil, mas ao redor do mundo. Enquanto muitos estudam maneiras justas e eficazes de avaliação escolar, outros imaginam a sua extinção, como por exemplo a proposta elaborada pelo Conselho Superior dos Programas, órgão do Ministério da Educação francês. A ideia veiculada nos meios de comunicação sinalizam para uma análise das competências dos alunos, tais como: " o domínio da língua francesa, a capacidade de comunicação, formas e métodos de aprendizado, a postura dos estudantes como cidadãos, sua compreensão e observação do mundo, entre outros."[20]

Para Vianna (2014b), avaliação está interligado a medição:

> A definição mais divulgada de avaliação é a que identifica esta última com o processo de medida. A disseminação dessa concepção resultou, em parte, da divulgação, nos meios profissionais, de obras de cientistas com formação básica no campo da psicometria, como, por exemplo, Robert L. Thorndike e Robert L. Ebel. (VIANNA, 2014b, p. 76)

Avaliar, no contexto escolar, pode assumir vários significados, conforme estudado por Junior (2012): calcular, computar, fazer ideia de, determinar o valor, ajuizar, estimar, fixar aproximadamente, entre outros. Esse autor alude a Hadji (1994; 2001), que define avaliação escolar como "uma relação de comparação entre um referente e um referido, sendo o referente o modelo ideal ou, como diz o próprio

---

[20] FRANCO, D. **França debate a abolição das notas nas escolas.** Disponível em: <http://www.portugues.rfi.fr/geral/20141211-franca-debate-abolicao-das-notas-nas-escolas>. Acesso em 29/12/2014.

autor, a “grelha de leitura” da realidade, ou seja, do referido" (p. 22). Apesar de parecer evocar comparação entre alunos, opção execrada pela maioria de educadores especializados em educação, refere-se à performance do aluno em relação ao que denomina "grelha de leitura", ligada diretamente à expectativa do professor.

Buriasco (2002) também corrobora essa ideia, ainda que focada no "processo de produção" da situação aferida. A subjetividade é citada como dificultador não do processo em si, mas da elaboração de propostas pertinentes, e contribui para a parcialidade da metodologia.

Muitos pesquisadores em Educação Matemática defendem a associação entre avaliação e os processos de aprendizagem, dentre eles Hoffmann (2010), que evoca a importância da problematização e reflexão no processo avaliativo. A ação transformativa em direção ao incremento das habilidades e competências perpassa pela ação docente, cujo papel diante da avaliação deve ser dinâmico, ou seja, o professor precisa compreender o processo cognitivo de cada turma, de cada aluno, e em cada momento distinto do ano letivo. A avaliação em si não permite mudanças substanciais na prática pedagógica, mas uma análise crítica dos resultados pode sinalizar pontos positivos e negativos em sua confecção[21]. Ou seja, é possível aferir a qualidade do ensino e quais atitudes podem ser (re) tomadas a fim de um êxito ainda maior, conforme nos elucida Luckesi (2010)[22], apud Cenci (2013).

Os participantes do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação – GEPEMA, do departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, defendem a utilização de vários instrumentos de avaliação[23], com o objetivo de coletar mais informações sobre o processo ensino-aprendizagem.

As avaliações centradas em exames consistem em práticas execráveis para Piaget (1998), Luckesi (2011), Hoffmann (2010) e vários outros autores. O resultado final numérico, não traduz o conhecimento ou as dificuldades epistemológicas do aluno, consistindo em um objeto dissociado do ensino, com forte caráter classificatório. Isso também se aplica aos exames em larga escala, cujo intuito comparativo, quer seja entre alunos ou estabelecimentos de ensino, truncam sobremaneira as medidas de ações públicas com o objetivo de melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Na realidade, os gestores de ensino não se comportam de

---

[21] Esse ponto em específico ocupará parte de nossos esforços nesse trabalho.
[22] LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar.** 21. Ed. São Paulo: Cortez, 2010. 180 p.
[23] Essa ideia é reforçada no trabalho de Andrade (2007, p. 50).

forma proativa nesse assunto, mostrando inapetência na leitura e tradução dos índices apresentados após a realização da prova.

Luckesi (1995) apresenta os três fatores que dificultam a democratização do ensino: a não-permanência na escola, a questão da terminalidade do período escolar e a má qualidade de ensino. Nesse âmbito, a avaliação assume papel importante, pois pode gerar repetência e evasão escolar, se mal planejada e aplicada com fins meramente classificatórios. Imbuída dessas ideias, Barros (2007) apresenta um argumento que se contrapõe à avaliação com função classificatória, referindo-se às avaliações escolares, muito embora seja cabível aludir aos exames de larga escala de forma análoga:

> A avaliação da aprendizagem deveria existir propriamente para garantir a qualidade da aprendizagem do aluno. Ela tem a função de qualificação da aprendizagem do educando e não de classificação como nos mostra a práxis escolar. O modo de utilização classificatória da avaliação é fazer da avaliação do aluno um instrumento de ação contra a democratização do ensino, na medida em que ela não serve para auxiliar o avanço e o crescimento do educando, mas sim para assegurar a sua estagnação, em termos de apropriação dos conhecimentos e habilidades necessárias para o desenvolvimento de sua escolarização. (BARROS, 2007, p. 32)

Há também um viés punitivo e discriminatório inerentes a esses exames, gerando um desserviço à educação como um todo. O fracasso nas provas de larga escala, assim como nas avaliações escolares, por vezes engessa o avanço do aluno, nos âmbitos pessoal, psíquico, profissional, entre outros. Baixa estima, ansiedade e depressão são algumas das "heranças" deixadas pelos conceitos insatisfatórios.

Silva (2010) destaca uma questão importante: o aluno compreende seu papel diante do processo avaliativo?

> Veja-se o paradoxo a seguir: as avaliações internas aplicadas nas salas de aula e as avaliações externas em larga escala perseguem os níveis de desempenho que os avaliadores desejam encontrar, mas que nem sempre o aluno deseja demonstrar, muitas vezes, por não ter a consciência de seu papel. Deve-se ficar atento para que pressões oriundas da instalação de avaliações em massa não provoquem deslocamento da atenção do professor do objetivo principal que é a aprendizagem. (SILVA, 2010, p. 64-65)

Não se deve responsabilizar o aluno por essa postura passiva e desinteressada, que parece esclarecer os baixos desempenhos nas avaliações externas, sobretudo daqueles provenientes das escolas públicas. Na verdade, não é esse o motivo principal, haja visto a performance no ENEM, prova que beneficia os melhores colocados com vagas em diversas instituições de ensino superior, e na qual naturalmente há um interesse claro em alcançar bons conceitos. Isso não se dá, por exemplo, na Prova Brasil, ou em outros instrumentos avaliativos de larga escala. O fracasso escolar não pode se explicar a partir de provas ou testes, assim como as práticas pedagógicas não podem se pautar tão somente em seus resultados. A busca por índices ou números mágicos da educação emperram o avanço da educação brasileira, pois não podem ser obtidos a partir das avaliações.

Silva (2010) ainda lembra a importância de ressaltar ao docente o caráter subjetivo da avaliação[24], e o quanto isso pode ser empregado a favor do processo ensino-aprendizagem, desmistificando o duo prova-punição. A avaliação deve justamente contribuir para esse processo, a partir de ações pedagógicas do professor.

Quanto à psicometria, Vianna (2014a) destaca a importância dos trabalhos de Robert Thorndike:

> A partir do trabalho de Thorndike e Hagen (1961)[25], iniciamos estudos para uma maior fundamentação estatística dos instrumentos de medida, graças a obra de Thorndike (1949)[26] em que aborda grande variedade de problemas psicométricos ligados à teoria clássica das medidas, especialmente à questão da validade preditiva, assunto raramente considerado em nosso contexto, inclusive no processo de seleção de recursos humanos para a Universidade. (VIANNA, 2014b, pp. 89-90)

2.2.2 - CONTEXTUALIZAÇÃO: DEFINIÇÕES E PRINCÍPIOS BÁSICOS

Com o advento da globalização, do avanço da informática e do surgimento da internet, passamos a nos integrar e interagir em rede; o conhecimento está ao alcance de um clique. Entretanto, essas mudanças não alcançaram os livros didáticos e a sala de aula, ou se o fizeram foi de forma tênue e discreta. Por esse mo-

---

[24] Está posto, assim, novo desafio aos elaboradores de provas externas. Deve-se com urgência inserir esse assunto no treinamento e capacitação de professores designados para tais funções. Trata-se de tarefa hercúlea, pois os testes via de regra possuem itens de múltipla escolha.

[25] THORNDIKE, R. L.; HAGEN, E. **Measurement and Evaluation in Psychology and Education.** New York: John Wiley and Sons, 1961.

[26] THORNDIKE, R. L.**Personnel Selection Test and Measurement Techniques.** New York: John Wiley and Sons, Inc., 1949.

tivo os educadores e pesquisadores ligados ao ensino e à pedagogia insistem em mudanças urgentes a fim de construir uma escola mais moderna e funcional.

No Brasil notam-se avanços na utilização dos recursos da tecnologia, mas ainda há resistência por parte dos docentes a mais tempo na rede escolar, além de não haver ainda uma formação adequada dos professores. Lousas digitais, salas de informática e outros hardwares são fornecidos às escolas, com a preocupação de qualificar os usuários a utilizá-los tecnicamente, mas não pedagogicamente.

> O Brasil precisa melhorar a competência dos professores em utilizar as tecnologias de comunicação e informação na educação. A forma como o sistema educacional incorpora as TIC afeta diretamente a diminuição da exclusão digital existente no país. (UNESCO, 2015)

Ainda, pairam algumas dúvidas: o uso das Tecnologias e Informação e Comunicação (TIC) satisfazem as exigências educacionais do início do século XXI? Promovem o ensino contextualizado, tão desejado por boa parte dos educadores? Não há tantos esforços em direção à elucidação de dúvidas e interrogações do emprego da contextualização, um dos pilares principais da educação brasileira moderna, segundo o MEC. Presente em todos os documentos oficiais do órgão há mais de uma década, ainda hoje é tema nebuloso para a grande maioria dos educadores brasileiros.

Não nos ateremos a definir o estudo do termo contextualização a ponto de esgotá-lo, pois trata-se de assunto complexo e espinhoso. Também não é escopo desse trabalho descortiná-lo sob a ótica da Linguística Textual. Inter-relação, entrelaçamento, reunião, teia, composição, textualização, contexto, são alguns vocábulos que remetem ao termo contextualização. Apesar do seu conceito ser um tanto impreciso e controverso, sob diversos pontos de vista, apresentamos a visão de alguns pesquisadores a fim de nos aproximarmos de um denominador comum.

Spinelli (2011) lança luz sobre a questão:

> Em concordância com essas clássicas definições, entendemos contextos como conjuntos de circunstâncias capazes de estimularem relações entre significados conceituais. A viabilização desta ação ocorre, principalmente, quando essas circunstâncias caracterizam-se a partir de elementos que podem ser claramente associados à cultura dos sujeitos envolvidos. (p. 29)

A contextualização, por si só, pode dar margem a inúmeras interpretações, tais como um instrumento ou recurso pedagógico que se presta a facilitar o entendimento do estudante na realidade em que está inserido, localmente ou globalmente. Para que ocorra essa dinâmica, o aluno pode lançar mão do seu arcabouço cultural e de seus conhecimentos, com ou sem aplicação imediata em sua vida, em sua prática diária. Esse ponto em especial é fartamente explorado pelos documentos oficiais, mas muito mal interpretados por educadores, docentes e demais profissionais de ensino da Educação Básica.

A contextualização pode nos remeter à compreensão de conceitos e significados, e até a um encadeamento de disciplinas distintas. Ou então pode servir como estratégia de ensino-aprendizagem mais dinâmica e menos enfadonha para os educandos. Muito frequentemente confunde-se contextualização com exemplificação, ou seja, ensina-se um conteúdo de maneira descontextualizada e depois colocam-se exemplos de aplicação relacionados ao assunto em questão.

Paiva (2003) questiona a ideia enraizada de que contextualizar é tão somente apresentar uma situação em um cenário artificial, relacionado ao nosso mundo real.

> Uma mesma contextualização tem significados diferentes, dependendo do sujeito e de sua condição social. As relações de poder, inerentes à contextualização, devem ser consideradas, sob pena de se ensinar à luz da ideologia de uma classe e, portanto, sem caráter científico. Destaque-se, ainda, que nem todo o conhecimento pode ser contextualizado, devido ao caráter histórico da produção científica. (PAIVA, 2003, p.18)

Na visão de Santos (2007), deve-se introduzir uma questão problemática do mundo real em sala de aula e a partir daí buscar soluções e estratégias a fim de solucioná-las, desenvolvendo-se para isso os conhecimentos necessários de forma reflexiva e argumentativa. Outro objetivo é o afloramento do espírito crítico dos estudantes, a fim de promover o processo de questionamento, sobretudo a nível social e político.

Pavanello, apud Vasconcelos (2010), interliga contextualização com problematização, aproximando-se da classificação de itens introduzida por Lima (2011). Já Vasconcelos (2010) tem uma visão semelhante, ainda aludindo à problematização.

> Pavanello (2004) afirma que contextualizar é apresentar o conteúdo por meio de uma situação problematizadora. Para nós, contextualizar é apresentar em sala de aula situações que deem sentido aos conhecimentos que desejamos que sejam aprendidos, por meio da problematização, resgatando

> os conhecimentos prévios e as informações que os alunos trazem criando, dessa forma, um contexto que dará significado ao conteúdo, isto é, que os conduza à sua compreensão. O que queremos enfatizar é que a contextualização é uma alternativa que poderá auxiliar na construção do significado, apesar de não ser a única possibilidade para que isso aconteça. (VASCONCELOS, 2010, p.6)

Nesse trabalho, adotaremos essa definição de Vasconcelos (2010) para nortear nossas pesquisas.

Uma crítica direta aos PCNEM, mais especificamente ao duo contextualização-cotidiano, é realizada por Lopes (2002), recorrendo ao aspecto político-cultural da educação.

> De forma mais tênue, a ideia de contextualização também aparece associada à valorização do cotidiano: os saberes escolares devem ter relação intrínseca com questões concretas da vida dos alunos. Falta um sentido mais político ao conceito de cotidiano. (...) Os saberes prévios e cotidianos são incluídos em uma noção de contexto mais limitada em relação ao âmbito da cultura mais ampla. Contexto restringe-se ao espaço de resolução de problemas por intermédio da mobilização de competências. (LOPES, 2002, p.7-8)

Pode-se observar o descontentamento com a pedagogia centrada na solução de problemas em favor do despertar ou do desenvolvimento de habilidades e aferição de performances. No mesmo artigo, Lopes (2012) promove uma discussão a respeito do caráter híbrido apresentado em relação à contextualização, com características próprias do eficientismo social.

Westphal (2014) destaca a desconexão entre contextualização e sua origem nos documentos oficiais, preconizada pelo Dicionário Interativo da Educação Brasileira, evocando o cotidiano do aluno, mas esquecendo-se de situá-lo nos períodos históricos.

> Quando os documentos norteadores do Ensino Médio no Brasil tratam de contextualização, estão expressamente apontando para uma contextualização sociocultural ambientada no cotidiano do aluno em detrimento da contextualização histórica que atuaria como uma âncora ao período de construção do conhecimento. (WESTPHAL, 2014, p.2)

Apesar da alusão à Física, a crítica se destina ao ensino de Ciências como um todo, ou seja, inclui a Matemática. Seu desenvolvimento passou por uma série de processos metamórficos, com mudanças de interesses, linguagens e rigores. O Triângulo Ciência-Sociedade-Progresso Científico se fundamenta em raízes e acontecimentos históricos, com suas particularidades e necessidades. Aproximar o conteúdo à história, segundo o autor, aproxima o aluno ao descobridor de determinado conhecimento, gerando motivação pelo objeto de estudo. Talvez seja um viés interessante para se trabalhar não só nas aulas acadêmicas, mas também nas avaliações de larga escala.

Oliveira (2011) cita a aprendizagem situada, na qual os alunos (talvez fosse mais salutar denominá-los de aprendizes) constroem o conhecimento em ambiente de trabalho ou na vida cotidiana. A aquisição do aprendizado se dá de maneira não-convencional e sob especificidades totalmente distintas das de uma sala de aula, como por exemplo em um shopping center, aferindo preços e tomando decisões quantitativas mais econômicas e vantajosas, ou numa marcenaria, estimando a metragem cúbica gasta na confecção de um móvel. Isso vem de encontro a todos os documentos oficiais que enfocam a contextualização e estimulam seu emprego pelos professores e educadores em geral.

Fica clara a dinâmica desse princípio educativo: aprender em situações e locais "não-controlados" por meio de ações e atividades práticas, muitas vezes isentas de teorias matemáticas como arrimo desse construto intelectual e empírico. O gatilho estimulador consiste na solução de um problema do dia-a-dia, cujo êxito perpassa a utilização de princípios matemáticos, via de regra pouco sofisticados, porém eficazes para determinada situação e para determinados fins.

A contextualização, de acordo com os PCNEM, se configura em "recurso" eficaz no combate a passividade do espectador, impulsionando-o à ação educativa e proporcionando uma aprendizagem significativa e mais consistente, já que o aproxima de sua realidade, mais palpável e menos "acadêmica". Isso se dá num ambiente povoado de termos como cidadania, trabalho, mercado e cotidiano. Leva-se em conta o conhecimento adquirido na prática diária e nas interações com o meio em que se vive, ou seja, as experiências de vida têm um valor considerável no processo de aprendizagem. A contextualização assume caráter de mera aplicação da teoria na prática laboral, ou ainda segundo o documento, como agente reestruturador do currículo ou estratégia de aprendizagem.

Os PCNEM também entendem a importância do trabalho como contexto primordial na formação do aluno do ensino médio. Nesse cenário, a Matemática ocupa papel importante na construção do pensamento lógico-dedutivo e na solução de problemas, permitindo a elaboração de estratégias úteis na lida profissional.

Entretanto, Pires (2011), apud Maioli (2012) preocupa-se com o emprego arbitrário da contextualização em Matemática, centrando-o apenas na aplicação prática e cotidiana da Ciência, desencadeando a supressão de alguns assuntos nos currículos escolares. Barbosa (2004) reforça essa ideia:

> Tenho um antigo conflito ontológico com o sentido geralmente usado para o termo “contextualização”, pois seu emprego tem remetido à ideia de que existem atividades na matemática escolar sem contexto. (MAIOLI, 2012, p. 2)

Ainda defende a tese de que todos conteúdos de matemática estão inseridos em determinados contextos. Para consolidar seus argumentos, buscou em Skovsmose (2000) os 3 contextos que permeiam as atividades escolares: matemática pura, semi-realidade e realidade, classificação que retomaremos mais adiante. Isso não quer dizer que se deve descartar a relação da Matemática ao cotidiano dos alunos.

Vasconcelos (2010) reforça essa ideia:

> A contextualização pode ser um dos caminhos para favorecer a produção do significado dos conceitos que desejamos que os alunos aprendam. No entanto, em pesquisa que envolve análise da concepção dos professores sobre contextualização, verificamos que estes possuem uma compreensão limitada sobre o que é contextualizar, associando-a apenas às situações do cotidiano. (VASCONCELOS, 2010, p.1)

Mais à frente alerta para o possível descarte de alguns assuntos da Matemática por não poderem ser relacionados ao cotidiano do aluno, como se a construção de significados a partir de assuntos intrínsecos e internos à Rainha das Ciências fosse impossível ou nocivo.

Incorporar a contextualização no ambiente escolar não é tarefa simples ou corriqueira. Professores há mais tempo na profissão tendem a repudiá-la, pois foram formados na corrente da Matemática Moderna, com seus "exercícios de fixação" monótonos para a grande maioria dos alunos, ou mesmo nas situações-problema dos anos 80, por vezes descontextualizados e com enunciados pouco atrativos ou demasiadamente distantes do cotidiano dos alunos. Para esses docentes formados nessa época, a resistência à adoção da contextualização é evidente, por vários motivos: temeridade do novo, acomodação com sua própria metodologia de ensino, indisposição em aprender em final de carreira, entre outros. Mas um ponto saliente nessa discussão é o esforço dispendido para a elaboração de itens contextualizados. É muito mais simples ensinar a "matemática mecânica" do que criar situações próximas ao dia-a-dia dos alunos. É claro que as editoras e os autores de livro corroboram essa ideia. Elaborar um item contextualizado requer tempo, pesquisa e esforço, dependendo do assunto requerido[27].

Já os docentes mais novos não têm o traquejo necessário para trilhar um caminho seguro e pedagogicamente eficaz rumo à contextualização, preferindo não se arriscar nessa direção, acompanhando as ideias dos mais experientes. Quando têm alguma ideia pedagógica a favor do emprego da contextualização, via de regra são desestimulados pelos mais velhos, pois "dá muito trabalho, é melhor ensinar da maneira tradicional". Esse pensamento tradicionalista é um câncer nas escolas, e prejudica sobremaneira o avanço e o sucesso do processo ensino-aprendizagem em Matemática.

Apoiando-se em ideias de Paulo Freire, sob uma perspectiva crítico-social, Santos (2007) discute a contextualização em ciência-tecnologia-sociedade-ambiente (CTSA), temas correntes na prova do ENEM. Segundo o autor, os objetivos propostos pela prova nacional convergem para uma contextualização sociocultural. No entanto, o ensino de Ciências não segue essas determinações, tratando os assuntos do ensino médio de forma pragmática e descontextualizada, como sempre se fez. Surge daí uma crítica sobre o ensino de Ciências praticado nas escolas brasileiras:

> Muitos professores consideram o princípio da contextualização como sinônimo de abordagem de situações do cotidiano, no sentido de descrever, nominalmente, o fenômeno com a linguagem científica. Essa abordagem é desenvolvida, em geral, sem explorar as dimensões sociais nas quais os fenômenos estão inseridos. (...) Para muitos, a simples menção do cotidiano já significa contextualização. Mas será que a simples menção de processos físicos, químicos e biológicos do cotidiano torna o ensino dessas ciências mais relevante para o aluno? Será que o aluno aprenderá ciência mais facilmente com tal ensino? Muitas vezes, essa aparente contextualização é colocada apenas como um pano de fundo para encobrir a abstração excessiva de um ensino puramente conceitual, enciclopédico, de cultura de almanaque. Nessa visão, são adicionados cada vez mais conteúdos ao currículo, como se o conhecimento isolado por si só fosse a condição de preparar os estudantes para a vida social. (SANTOS, 2007, p. 4-5)

---

[27] Participando de oficinas no INEP-MEC, em Brasília ou à distância, como elaborador de itens de Matemática para a Prova Brasil, compreendi a dificuldade em se criar um item contextualizado, com todas as exigências desse órgão, além das regras inerentes à Teoria de Resposta ao Item (TRI).

O cotidiano por si só não pode ser a única referência para a transmissão de conceitos, inclusive de Matemática, não mencionada no fragmento. A contextualização também pressupõe um discurso situado em outras dimensões que se interligam entre si, fornecendo ao aluno informações completas, mas sobretudo atrativas, para incitar o processo de questionamento e discussão. Deve-se ter claro que o simples fato de se introduzir situações contextualizadas não vai resolver o problema da passividade do alunato, cada vez mais controlado e "hipnotizado" pelos aparelhos tecnológicos (celulares, tablets, computadores, entre outros).

O aluno está conectado a um mundo globalizado e estabelece, por suas escolhas e possibilidades individuais, um universo particular, num contexto próprio, modificando-o, criando-o, recriando-o e criticando-o frequentemente, sem acomodação ou passividade. Quando encontra no ambiente escolar modelos pedagógicos enfadonhos e antiquados, ou pouco atraentes, reage exatamente ao contrário, rechaçando qualquer ação interativa.

Oliveira (2009) relaciona a contextualização com fatos, evidenciando o seu teor prático:

> O aluno de hoje necessita muito mais do que saber as quatro operações básicas da matemática. Necessita se comunicar com diferentes canais de informações, conectar-se com outras áreas do conhecimento para viver no mundo globalizado. Para enfrentar este desafio, precisamos potencializar nossa sala de aula com atividades significativas para os alunos, favorecendo a contextualização das aprendizagens matemáticas a partir da articulação com fatos históricos, políticos, sociais, econômicos, científicos, estatísticos e outros. (...) A escola não é mais um espaço de apenas ensinar conhecimentos indispensáveis para a vida cotidiana, mas é, sobretudo, um lugar em que se desenvolve o pensar, de modo a formar sujeitos capazes de se adaptarem às condições imprevisíveis que o futuro reserva. (OLIVEIRA, 2009, p. 3-4)

Ao mesmo tempo em que atesta a versatilidade da prática docente, no procedimento pedagógico, lança luz a uma questão relevante: a necessidade de incitar o pensamento e o raciocínio lógico (no caso da Matemática) do corpo discente, sem deixar de lado o despertar de seu espírito crítico. Esse mecanismo favorece a proximidade professor-aluno, aspecto essencial e altamente salutar no processo de ensino-aprendizagem, e previne a "entrega de pacotes de conteúdos prontos e acabados", para alunos calados e taciturnos.

Já a respeito da descontextualização, Maioli (2012) afirma:

> Estar descontextualizado, a nosso entender, não significa que não esteja associado a alguma experiência do cotidiano. Significa que o conceito não foi compreendido no ambiente de ocorrência, no caso, no ambiente matemático. O aluno traz uma bagagem cognitiva que, como diz Koch (2003)[28], já é um contexto, que precisa ser ampliado, alterado e ajustado ao novo contexto. Talvez pudéssemos dizer que estar descontextualizado seria não estar ajustado ao contexto considerado, em nosso caso, ao contexto matemático. (MAIOLI, 2012, p. 51)

Não nos parece essa a visão do MEC em relação ao assunto. Se assim fosse, como elaborar itens de Matemática a fim de aferir o conhecimento de alunos tão díspares nas diversas regiões do território nacional? Nesse sentido os documentos federais indicam o veto a vocábulos e expressões próprias de um determinado grupo cultural, étnico ou regional. É impossível prever ou compreender a "bagagem cognitiva" de cada indivíduo participante de uma prova de larga escala. E é nesse âmbito em que ocorrem as maiores críticas à metodologia e objetivos das provas de larga escala, das quais concordamos inteiramente. Entretanto, não se pode apenas censurar esses instrumentos sem externar argumentos válidos, acompanhados de soluções para esse impasse.

A proposta de contextualização no ensino de Matemática é salutar em diversos aspectos, sobretudo no aspecto de retirar o aluno da condição passiva no discurso e colocá-lo como agente do diálogo emissor-receptor, algo não evidenciado na maioria das aulas atuais, na qual o professor exerce a condição de detentor e emissor da informação absoluta, sem maiores discussões ou reflexões, que se configuram na bandeira da pedagogia construtivista. Mas mesmo os adeptos do construtivismo não se deram conta da eficácia ou dos resultados positivos do ensino contextualizado.

Isso não significa que o ensino contextualizado por si só resolve o problema da passividade dos alunos, que envolve uma série de atributos sociais, culturais, afetivos, entre outros. Certa vez, uma diretora de escola em que eu trabalhava externou um conceito aprendido num congresso de educação, dizendo: "se a boa escola é aquela que reprova, o bom hospital é aquele que permite a morte dos pacientes". Ora, essa afirmação não poderia ser mais equivocada! Sendo a doença curável, ainda que se leve o paciente doente no melhor hospital, com os melhores médicos e medicamentos, é impossível curá-lo se não tomar as medicações prescritas nos horários indicados. Engolir o remédio é decisão de cada indivíduo. A com-

---

[28] KOCH, I. G. V. **Desvendando os segredos do texto.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

paração também se aplica às escolas. As duas colunas mestras regentes no aprendizado são esforço e estímulo. O segundo é responsabilidade do professor, mas o primeiro deve ser impelido pelo aluno. É claro que um bom estímulo auxilia no esforço do aluno, mas não é condição suficiente para provocar a aprendizagem significativa, defendida por Ausubel e Novak.

Para muitos professores e educadores, a contextualização traz novas perspectivas ao ensino da Matemática, com resultados eficazes na aprendizagem dessa Ciência. Isso se dá notadamente pela proximidade com a linguagem do aluno, já que as situações contextualizadas apresentadas nos materiais didáticos introduzem assuntos outrora puramente mecânicos de forma mais tênue. É comprovado que os "exercícios de fixação" repetitivos, muito em voga nas décadas de 60, 70 e 80, não atraem os alunos para a Matemática, ao contrário, apresentam-na como algo intangível ou que demanda tempo e intelectualidade hercúleos para seu aprendizado. A "robotização matemática" provocada por listas de exercícios se caracteriza pela apresentação de um modelo pronto e acabado, solucionado por meio de algoritmos ou fórmulas por vezes introduzidas sem sentido ou significado, seguida da utilização de procedimentos ou algoritmos, a fim de sedimentar o conteúdo. Esse é um dos pontos principais atacados por educadores e profissionais de ensino realmente preocupados e comprometidos com a compreensão e assimilação dos conteúdos matemáticos. Infelizmente ainda é prática corrente nos diversos cursos de ensino médio espalhados em todo território nacional.

Em maio de 2014 foi realizada uma entrevista com o professor João Luiz Horta Neto, coordenador geral de concepções e análises pedagógicas do INEP, área pertencente à Diretoria de Avaliação de Educação Básica, responsável pela elaboração de itens, revisão de Matrizes de Referência e interpretação das escalas de proficiência. Ele respondeu algumas perguntas sobre contextualização e o ENEM. Esse relato se encontra no anexo 1.

De maneira geral essa entrevista possibilita verificar que é importante para o INEP a elaboração de itens contextualizados, que promovem a inter-relação entre o conhecimento escolar e a situações vividas no cotidiano do aluno. O desequilíbrio na distribuição de assuntos de Matemática do Ensino Médio na prova nacional é decorrência, de acordo com Neto, da escassa discussão da Matriz de Referência na qual o teste é alicerçado.

2.2.3 - OS TRÊS TIPOS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA EM RELAÇÂO À CONTEXTUALIZAÇÃO

Ao apresentar um item contextualizado a um grupo de 40 professores, Mandarino (2014) utilizou essa nomenclatura.

> 1 a questão (MORGADO, 1999, p.34, ex.30) Empregando dez consoantes e cinco vogais, calcule o número de palavras de seis letras que se podem formar sem usar consoantes nem vogais adjacentes: a) Se são permitidas repetições; b) Se não são permitidas repetições. (MANDARINO,2014, p.4)[29]

Nota-se claramente que o item é um exercício; para tal a autora utiliza o termo "genérico". Mais à frente relaciona contextualizado a concreto, e descontextualizado a abstrato. Sobre esse assunto, Skovsmose (2000) apresentou estudo sobre cenário de investigação e ambiente de aprendizagem, introduzindo três tipos de referência em relação a esse último, a saber: matemática pura, semirrealidade e realidade.

> Em Filosofia, muitos esforços têm sido realizados para clarificar a noção de significado em termos de referências. Esses esforços têm inspirado educadores matemáticos a discutirem significado no tocante às referências possíveis dos conceitos matemáticos. (...) Em minha interpretação, as referências também incluem os motivos das ações; em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objetivo de uma ação (realizada pelo aluno na sala de aula de Matemática). Quando, no que se segue, falo sobre os diferentes tipos de referência, estarei geralmente aludindo à produção de significado na educação matemática.
> Diferentes tipos de referência são possíveis. Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semirrealidade; não se trata de uma realidade que "de facto" observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real. (SKOVSMOSE,2000, p.7)

Imbuído desses princípios, Lima (2011) classificou os itens em três categorias: mecânico (exercício), semicontextualizado e contextualizado.

---

[29] Uma análise mais criteriosa nos leva a pensar se as vogais e consoantes são todas distintas entre si, o que poderia confundir sobremaneira os professores envolvidos na atividade proposta.

2.2.3.1 - EXERCÍCIO

Os livros das décadas de 60, 70 e início dos anos 80 estão repletos desse tipo de item, cujo enunciado não menciona nada relacionado ao mundo real, tais como objetos, pessoas, moeda, entre outros. Via de regra são apresentados por meio de expressões, equações, inequações ou funções numéricas/algébricas, ou exigem cálculos de medidas e grandezas geométricas. Nessa categoria incluem-se as demonstrações matemáticas.

Pode-se vislumbrar um item com esse perfil na prova da 1ª fase do vestibular da UNESP de 2013, cujo assunto era logaritmos.

> Todo número inteiro positivo n pode ser escrito em sua notação científica como sendo $n = k \cdot 10^x$, em que $k \in IR^*$, $1 \leq k < 10$ e $x \in Z$. Além disso, o número de algarismos de n é dado por $(x + 1)$. Sabendo que $\log 2 \cong 0{,}30$, o número de algarismos de 2^{57} é
> a) 16. b) 19. c) 15. d) 17. e) 18.
> (VUNESP,2013,1ª fase)

Não há nenhuma ligação com o cotidiano ou mundo concreto, configurando-se em um "objeto intrínseco à Matemática". Seria possível inserir contexto se relacionássemos o número 2^{57} a uma distância astronômica real, ou se pesquisássemos outra distância entre planetas, por exemplo, ainda que não utilizássemos exatamente esse numeral. O elaborador dessa questão empregou o expoente 57 propositalmente, porque seu produto com 0,30 resulta em 17,1, cuja aproximação para 17 é muito plausível. Por esse motivo, em muitas oportunidades é mais simples confeccionar um exercício.

Já na segunda fase da prova ainda desse ano, a banca criou um exercício sobre funções trigonométricas:

> Sabendo-se que $\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$, para quais valores de x a função $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}\cdot\cos(2x)$ assume seu valor mínimo no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?
> (VUNESP,2013, 2ª fase)

Novamente não há referência a nenhum elemento do cotidiano, apenas exige do aluno habilidade em lidar com fórmulas (é necessário além da expressão do arco duplo utilizar a expressão fundamental da trigonometria: $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$) e o conceito de mínimo de funções de 2º grau, em contraposição diametral ao pensamento do INEP sobre memorização de fórmulas.

A geometria plana permite muitas possibilidades na elaboração de itens contextualizados. No entanto, é opção da banca de vestibular utilizar esse "artifício" ou introduzi-lo de forma mecânica. Dos três tipos de coleção de provas analisadas nesse trabalho, a FUVEST é sem dúvida aquela com maior incidência de exercícios, como o exemplar abaixo, cobrado na prova da 1ª fase de 2012.

Na figura, tem-se AE paralelo a CD, BC paralelo a DE, AE = 2, $\alpha = 45^0$ e $\beta = 75^0$. Nessas condições, a distância do ponto E ao segmento AB é igual a:

a) $\sqrt{3}$

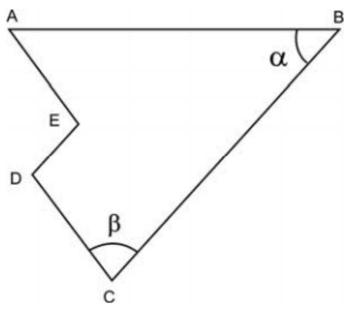
b) $\sqrt{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(FUVEST, 2012, 1a fase)



Havia várias oportunidades de relacioná-lo ao mundo real, como por exemplo um problema de topografia (bastante incidente e recorrente, mas a nosso modo de ver melhor que algo frio e direto), ou talvez a confecção de um outdoor, cujas medidas deveriam obedecer determinados limites. A criatividade é sem dúvida um instrumento de bolso do elaborador pertinaz.

Na história do ENEM apenas dois itens de Matemática continham características mecânicas: um deles da prova de 2009, versando sobre trigonometria, e o exercício ilustrado abaixo, da prova de 2012.

O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

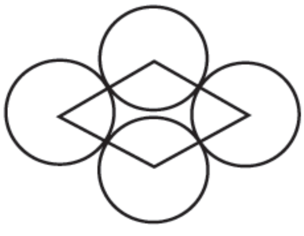
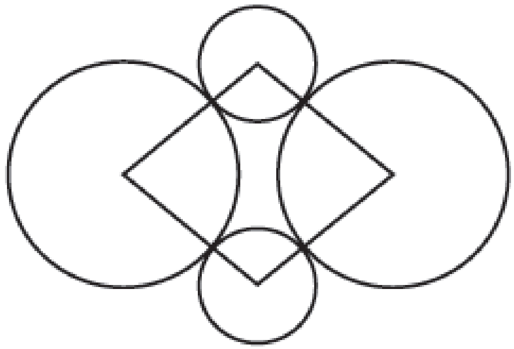


Figura 1

> Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.
>
> 
>
> Figura 2
>
> O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de
> a) 300%. b) 200%. c) 150%. d) 100%. e) 50%.
> (ENEM, 2009)

É surpreendente que o INEP tenha permitido a inclusão desse item na prova do ENEM, pois não alude em momento algum ao mundo real ou ao dia-a-dia dos candidatos. Não seria tão complexo inserir um contexto, ainda que artificialmente, a fim de preservar a filosofia do teste nacional, talvez imaginando cada circunferência como o limite de alcance de estações retransmissoras de rádio localizadas em seu centro e ainda a serem construídas, por exemplo. Deve-se ressaltar que apesar de ser um exercício, não há necessidade do aluno saber fórmulas matemáticas[30].

2.2.3.2 - SEMICONTEXTUALIZADO

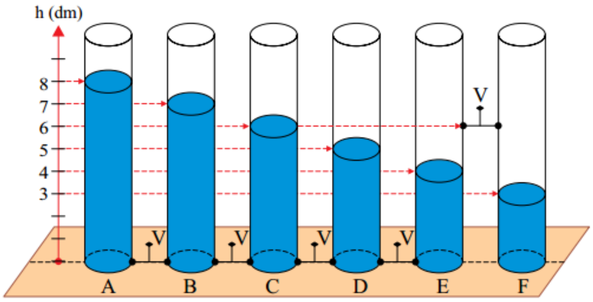
São itens que de alguma forma se relacionam com a realidade, mas seus dados são fictícios e sua composição se mostra artificial. Em outras palavras, são situações-problema sem referência direta a nenhum dado concreto e real.

Um desses tipos de itens consta da edição do vestibular da UNESP de 2013. O elaborador lançou mão da criatividade e nos brindou com uma situação contextualizada bastante interessante, apesar de ser artificial, mas plausível de ocorrer no dia-a-dia de um laboratório, por exemplo.

---

[30] Assim também ocorreu com o item de 2012.

Seis reservatórios cilíndricos, superiormente abertos e idênticos (A, B, C, D, E e F) estão apoiados sobre uma superfície horizontal plana e ligados por válvulas (V) nas posições indicadas na figura. Com as válvulas (V) fechadas, cada reservatório contém água até o nível (h) indicado na figura. Todas as válvulas são, então, abertas, o que permite a passagem livre da água entre os reservatórios, até que se estabeleça o equilíbrio hidrostático. Nesta situação final, o nível da água, em dm, será igual a



a) 5,5 em todos os reservatórios.
b) 6,0 em todos os reservatórios.
c) 5,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.
d) 6,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.
e) 5,5 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F
(VUNESP,2013, 1a fase)

É possível ocorrer essa situação na realidade, mas notoriamente o problema foi criado artificiosamente, a fim de atender a um descritor específico ou a uma demanda da banca examinadora.

Função de 2º grau é um dos assuntos mais desafiadores na confecção de situações-problema. A 2ª fase da FUVEST continha um item contextualizado sobre o assunto.

Um empreiteiro contratou um serviço com um grupo de trabalhadores pelo valor de R$ 10.800,00 a serem igualmente divididos entre eles. Como três desistiram do trabalho, o valor contratado foi dividido igualmente entre os demais. Assim, o empreiteiro pagou, a cada um dos trabalhadores que realizaram o serviço, R$ 600,00 além do combinado no acordo original.
a) Quantos trabalhadores realizaram o serviço?
b) Quanto recebeu cada um deles?
(FUVEST, 2013, 2a fase)

Mais uma vez nota-se o viés hipotético do problema, bastante comum em livros didáticos, ou seja, bastante conhecido e combatido pelo INEP, simpatizante da originalidade e criatividade.

A mesma questão poderia ser apresentada sob o formato de exercício:

"Seja a equação: $\frac{10800}{x+3} + 600 = \frac{10800}{x}$.

a) Calcule o valor de x.

b) Calcule o valor de $\frac{10800}{x}$."

As provas do ENEM sempre trazem itens semicontextualizados sobre grandezas proporcionais envolvendo escalas, como a ilustrada abaixo, da edição de 2011:

> Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1 : 250.
> Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?
> a) 4,8 e 11,2 b) 7,0 e 3,0 c) 11,2 e 4,8
> d) 28,0 e 12,0 e) 30,0 e 70,0

As dimensões foram estipuladas artificiosamente, a fim de proporcionar cálculos simples e rápidos. Esse é um expediente importante para uma prova com 45 testes de Matemática na qual o tempo de solução é escasso.

2.2.3.3 - CONTEXTUALIZADO

Nessa categoria encontram-se as situações-problema com relação clara e direta com a realidade, dividindo-se em dois grupos: os reais, com dados provenientes de jornais, revistas, internet, manuais técnicos, entre outros, e os conceituais, cujo enunciado traz alguma definição ou informação relevante e conceitual.

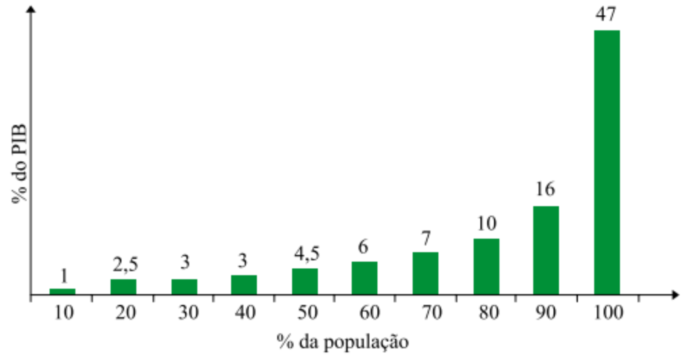
Um exemplo de item contextualizado real pode ser observado no ENEM-2011, cujos dados foram extraídos de uma revista:

> **Café no Brasil**
> O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.
> **Veja**. Ed. 2158, 31 mar. 2010.
> Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 mL de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em 1/5 do que foi consumido no ano anterior.
> De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010?
> a) 8 bilhões de litros.
> b) 16 bilhões de litros.
> c) 32 bilhões de litros.
> d) 40 bilhões de litros.
> e) 48 bilhões de litros.

O incômodo de criar uma situação-problema contextualizada reside no fato de que os números extraídos do texto-base nem sempre resultam em cálculos simples. Nesse ponto pode-se entender a importância e necessidade de se permitir a utilização de calculadora nesse nível de ensino.

A análise de gráficos e tabelas não é exclusividade do ENEM. Na prova da UNESP de 2012 podemos observar um item que exigia leitura de gráficos e conhecimento de porcentagem. O contexto criado é interessante, real e atrativo, e utiliza dados concretos veiculados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

O gráfico representa a distribuição percentual do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil por faixas de renda da população, também em percentagem.



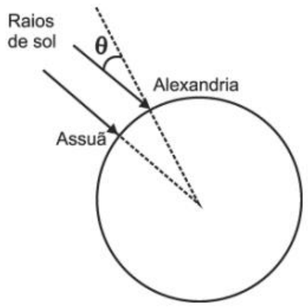
(IBGE e Atlas da Exclusão Social. Adaptado.)

Baseado no gráfico, pode-se concluir que os 20% mais pobres da população brasileira detêm 3,5% (1%+2,5%) da renda nacional. Supondo a população brasileira igual a 200 milhões de habitantes e o PIB brasileiro igual a 2,4 trilhões de reais (Fonte: IBGE), a renda per capita dos 20% mais ricos da população brasileira, em reais, é de

a) 2.100,00.
b) 15.600,00.
c) 19.800,00.
d) 37.800,00.
e) 48.000,00

(VUNESP,2012, 1ª fase)

Na 1ª fase da prova da FUVEST de 2013 apresentou-se um exemplo de item contextualizado conceitual, na qual se discorria sobre o cálculo estimativo do raio da Terra, idealizado por Eratóstenes, numa feliz alusão à história da Matemática. Nesse item há o objetivo nítido de introduzir ou relembrar um conceito geométrico.



Uma das primeiras estimativas do raio da Terra é atribuída a Eratóstenes, estudioso grego que viveu, aproximadamente, entre 275 a.C. e 195 a.C. Sabendo que em Assuã, cidade localizada no sul do Egito, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical não apresentava sombra, Eratóstenes decidiu investigar o que ocorreria, nas mesmas condições, em Alexandria, cidade no norte do Egito. O estudioso observou que, em Alexandria, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical apresentava sombra e determinou o ângulo θ entre as direções do bastão e de incidência dos raios de sol. O valor do raio da Terra, obtido a partir de θ e da distância entre Alexandria e Assuã foi de, aproximadamente, 7500 km. O mês em que foram realizadas as observações e o valor aproximado de θ são

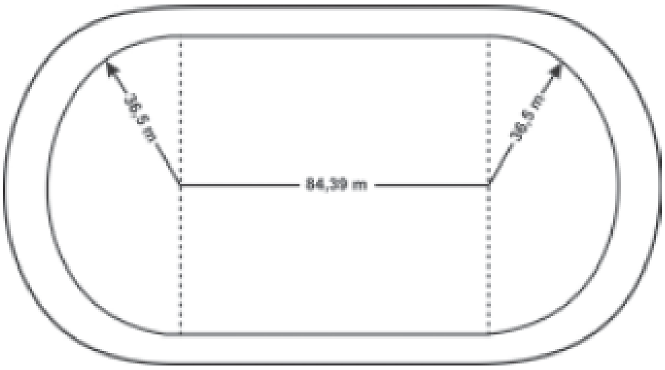
a) junho; 7º.
b) dezembro; 7º.
c) junho; 23º.
d) dezembro; 23º.
e) junho; 0,3º.

Note e adote:
Distância estimada por Eratóstenes entre Assuã e Alexandria $\doteq$ 900 km.
$\pi = 3$

(FUVEST, 2013, 1a fase)

No ENEM-2011 um dos itens tratava sobre a pista de atletismo, fornecendo suas dimensões oficiais e ensinando indiretamente ao aluno o porquê da largada não ser alinhada perpendicularmente à pista. O assunto é atraente, envolve conceito ligado à geometria da pista, muito embora deveria evidenciar na ilustração sua largura (9,76 m).

O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76 m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais.



BIEMBENGUT, M. S. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus.** 1990. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP, Rio Claro,1990 (adaptado).

Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

a) 1 b) 4 c) 5 d) 7 e) 8

A maioria dos professores não utiliza itens contextualizados em suas avaliações em decorrência da dificuldade de elaborá-los, sobretudo porque incidem em cálculos complicados de serem efetuados sem calculadora, além de exigirem tempo e criatividade em sua confecção.

Nessa pesquisa serão utilizados itens dessas três categorias, estudando-se o desempenho dos alunos em cada um deles, de acordo com suas especificidades.

3 - BREVE ESTUDO ESTATÍSTICO DOS VESTIBULARES DA FUVEST, DA UNESP E DO ENEM

Neste capítulo analisaremos as estatísticas das provas de Matemática dos vestibulares da FUVEST (1977 a 2013), UNESP (1981 a 2013) e da prova do ENEM (1998 a 2012), quanto à distribuição de assuntos, mudanças estruturais, número de itens por prova e assuntos mais cobrados. A nomenclatura utilizada para cada um dos assuntos do Ensino Médio se encontra no anexo 2.

3.1 - FUVEST

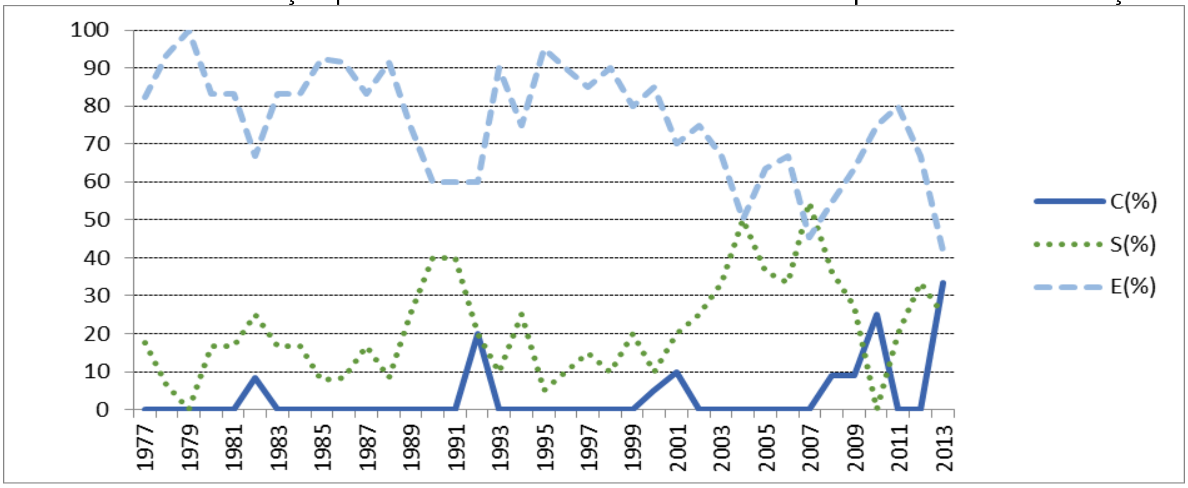
As provas de 1977 a 2011 da FUVEST já foram estudadas na ocasião em que cursei o mestrado. Nesse estudo será expandida essa análise até 2013, inserindo dados dos dois últimos exames e introduzindo uma ótica um pouco diferente da apresentada naquela ocasião. Desde 1977 foram elaboradas 37 provas, num total de 964 itens, sendo 499 na 1ª fase (múltipla escolha) e 465 na 2ª (dissertativas).

3.1.1 - CONTEXTUALIZAÇÃO

Utilizando a classificação estudada no capítulo 2 e apresentada pela primeira vez na dissertação de mestrado, serão discriminados alguns aspectos da disposição dos itens da prova da FUVEST no que diz respeito à contextualização.

Uma interrogação importante pode ser posta de início: quais as prerrogativas da equipe da FUVEST na elaboração dos itens da 1ª fase? De 1977 a 2006 os exercícios dominavam a prova, sempre com 60% ou mais de participação na prova de matemática (exceto em 2004, quando metade dos problemas foram semicontextualizados). Em 2007, pela primeira vez, as questões semicontextualizadas foram mais frequentes que os exercícios. Tudo indicava que a FUVEST passaria a elaborar mais situações-problema, em vez de exercícios, com as palavras-chave de sempre (calcule, resolva, demonstre...). Mas de 2007 a 2011 observou-se uma curva crescente em favor desses tipos de questão, como comprova o gráfico 3.1 (utilizaremos C para itens contextualizados, S para semicontextualizados e E para exercícios).

Gráfico 3.1 - Distribuição percentual de itens da 1ª fase da FUVEST quanto à contextualização

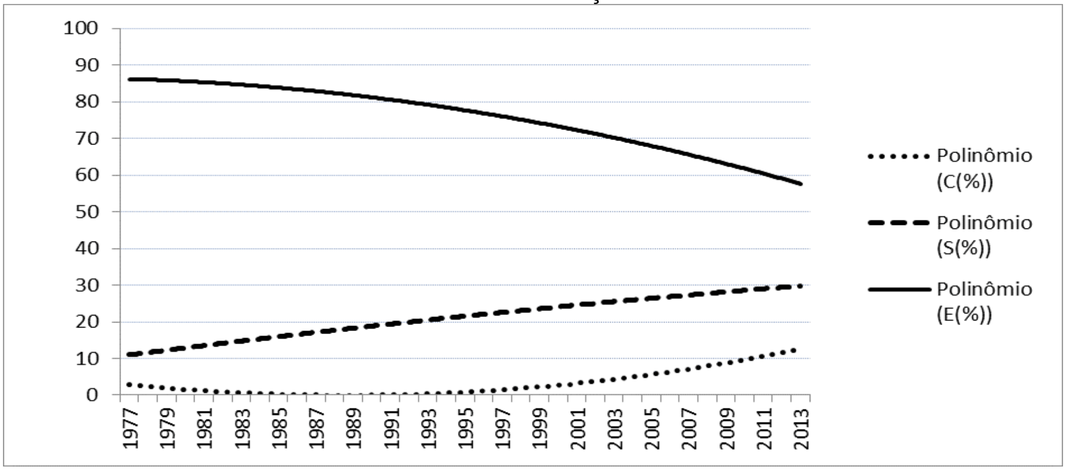


No entanto, em 2012 e 2013 verificou-se a novamente a diminuição dos exercícios e, em contrapartida, aumento na frequência dos semicontextualizados e contextualizados.

Se tomarmos o período de 1977 até 2013, pode-se ter uma ideia da evolução dos itens semicontextualizados e contextualizados, conforme a linha de tendência polinomial quadrática[31], ao mesmo tempo em que vislumbramos uma curva decrescente consideravelmente acentuada para os exercícios.

31 Foram utilizadas linhas de tendência polinomiais quadráticas, aplicadas diretamente no software Excel 2008, já que esse modelo "proporciona um melhor ajuste para a série temporal do que o modelo de tendência linear" (LEVINE, D. et allil, p. 574). Esse padrão se manterá ao longo desse trabalho.

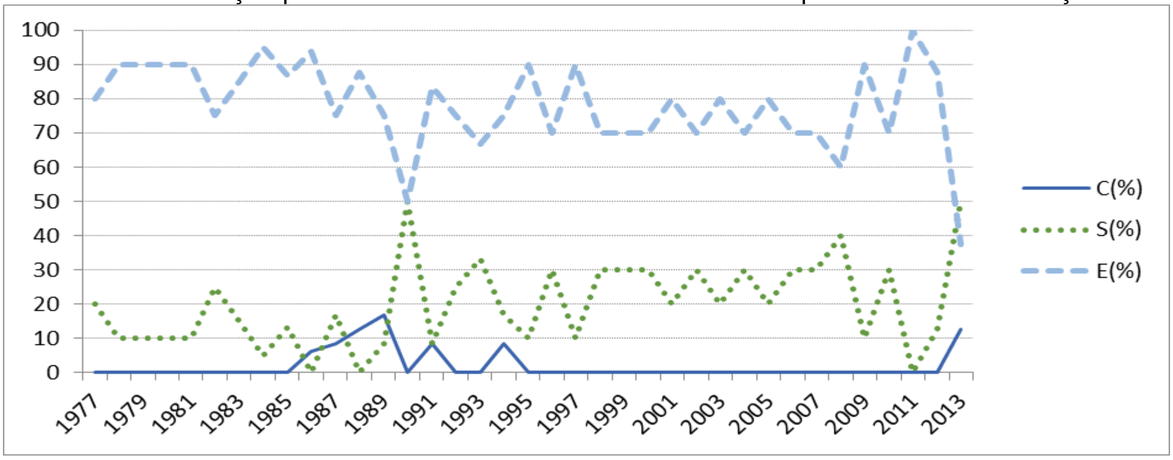
Gráfico 3.2 - Linhas de tendência da distribuição percentual de itens da 1ª fase da FUVEST quanto à contextualização



A prova da 1ª fase de 2013 apresentou a maior frequência de itens contextualizados num exame desse vestibular, com incidência de 33,3% (percentual esperado se cada uma das três categorias fossem igualmente divididas). Pela segunda vez desde 1977 esse tipo de questão ultrapassou os itens semicontextualizados (a outra vez foi em 2010). Também nessa edição os exercícios atingiram seu menor índice de incidência - 41,7% - atingindo pela segunda vez uma porcentagem inferior a 50% (a primeira ocorreu em 2007).

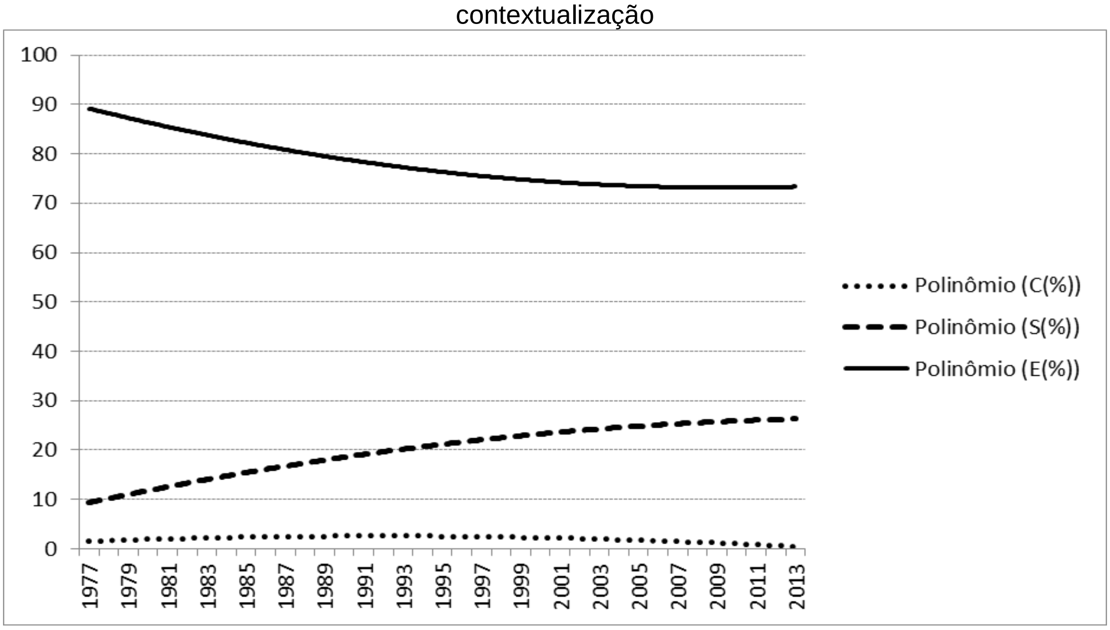
Na prova da 2ª fase de 2013, percebeu-se um fato ainda mais notório ao se analisar a distribuição dos itens somente sob o aspecto da contextualização. Desde 1977, pela primeira vez os itens semicontextualizados foram mais pedidos que os exercícios. Quanto aos contextualizados, verificou-se apenas uma situação-problema (envolvendo logaritmos e radioatividade do isótopo do Tecnécio 99), mas esse fato também merece destaque, se levarmos em conta que desde 1994 esse tipo de questão não constava da prova dissertativa.

Gráfico 3.3 - Distribuição percentual de itens da 2ª fase da FUVEST quanto à contextualização



Novamente as linhas de tendência polinomiais indicam monotonicidade decrescente para os exercícios, mas sob uma curva muito menos acentuada que a apresentada na 1ª fase. Assim também acontece com a evolução crescente dos itens semicontextualizados, com curvatura mais branda. Os itens contextualizados, com participação pouco expressiva, foram associados a uma função praticamente constante.

Gráfico 3.4 - Linhas de tendência da distribuição percentual de itens da 2ª fase da FUVEST quanto à contextualização



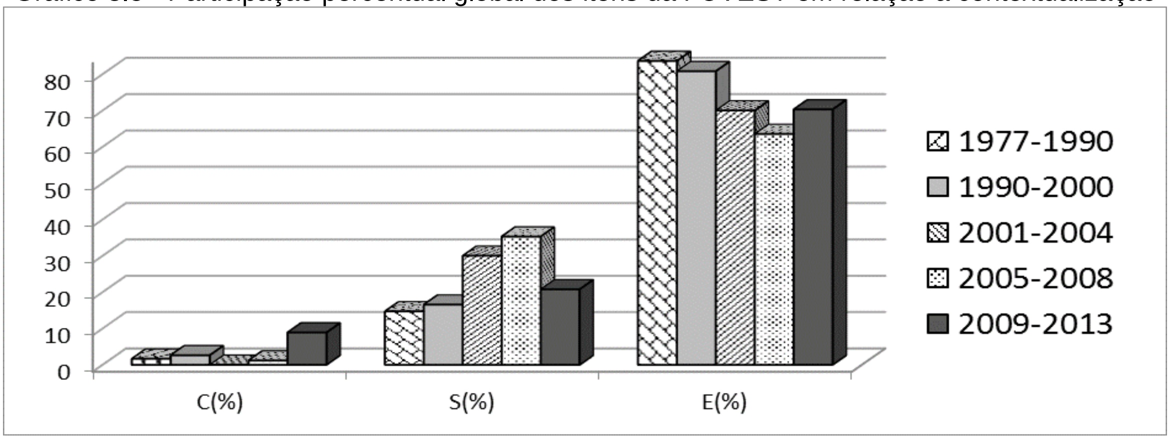
Na 2ª fase, em 2011, pela primeira e única vez 100% dos itens foram exercícios. A menor taxa ocorreu em 2013, com apenas 37,5%, edição em que ocorreu a maior participação de semicontextualizados (50%).

Tabela 3.1 - Incidência percentual máxima e mínima de cada tipo de item em relação à contextualização nas provas de matemática da FUVEST

FUVEST		C (% e ano)	S (% e ano)	E (% e ano)
1ª FASE	MÁXIMO	33,3% (2013)	54,5% (2007)	100% (1979)
	MÍNIMO	0% (vários anos)[32]	0% (1979 e 2010)	41,7% (2013)
2ª FASE	MÁXIMO	16,7% (1989)	50,0% (2013)	100% (2011)
	MÍNIMO	0% (vários anos)[33]	0% (1986, 88 e 2011)	37,5% (2013)

Dividindo a prova da FUVEST por períodos, é possível ter clareza sobre a distribuição percentual global (considerando os itens de múltipla escolha e dissertativos) em relação à contextualização. Os itens semicontextualizados aumentaram sua participação gradativamente, declinando no último período (2009-2013). Inversamente, os exercícios, outrora com maior incidência nas edições de 1977 a 1990, diminuíram sua participação até o intervalo de 2009-2013, período em que se verifica discreto incremento crescente. Já as questões contextualizadas, com baixa frequência até esse último período, demonstraram maior participação a partir de 2009.

Gráfico 3.5 - Participação percentual global dos itens da FUVEST em relação à contextualização



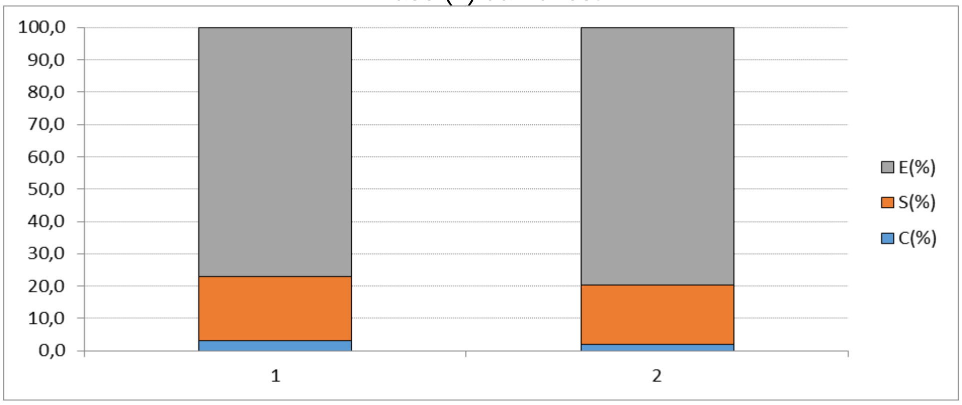
Um fator que se destaca é a participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas objetivas e dissertativas. Desde sua criação até 2013, não há grande diferença ao se considerar as duas fases. A tabela e os histogramas "quase gêmeos" ilustram bem essa situação. Observou-se que os exercícios são mais frequentes na prova dissertativa do que na objetiva.

[32] 1977 a 1981, 1983 a 1991, 1993 a 1999, 2002 a 2007, 2011 e 2012
[33] Todas as edições de 1977 a 2013, exceto 1986 a 1989, 1991, 1994 e 2013.

Tabela 3.2 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas da 1ª fase e 2ª fase da Fuvest.

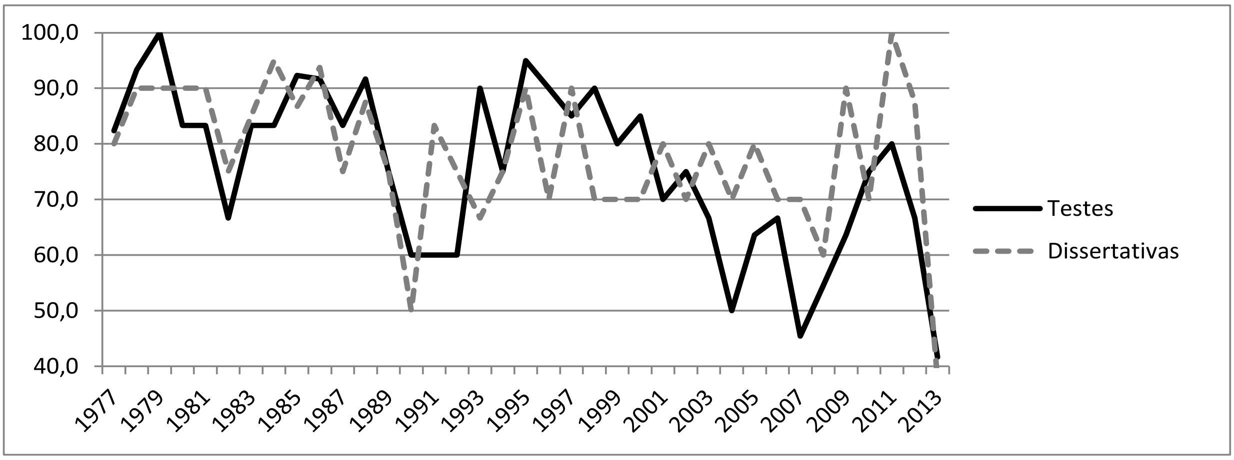
FUVEST (1977-2013)	C(%)	S(%)	E(%)
1ª fase	3,0	19,8	77,2
2ª fase	1,9	18,3	79,8

Gráfico 3.6 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas da 1ª fase (1) e 2ª fase (2) da Fuvest.



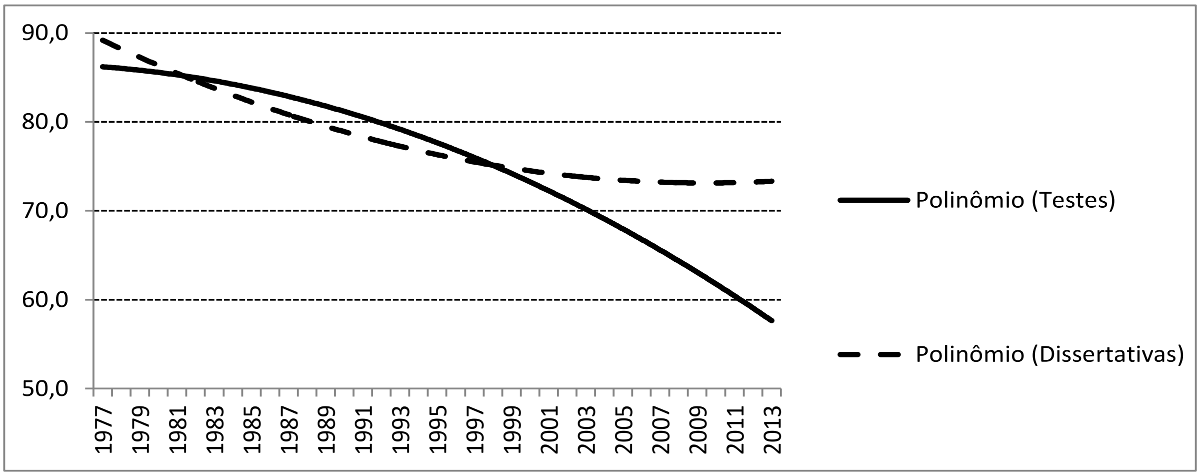
Analisando separadamente cada categoria de item quanto à contextualização, pode-se discretizar ano após ano a participação percentual dos exercícios. A sensação visual momentânea sugere uma diminuição ao longo de 1977 a 2013 das duas distribuições, mais evidente para as questões de múltipla escolha.

Gráfico 3.7 - Participação percentual dos exercícios nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



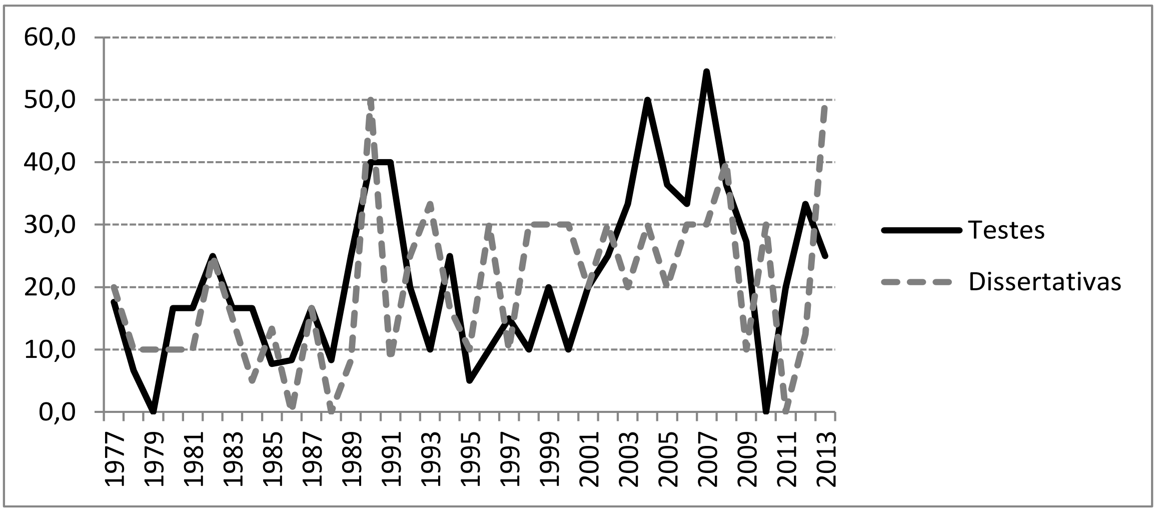
Isso se comprova quando são traçadas as linhas de tendência polinomiais quadráticas de cada conjunto de dados. Ainda que se modifique o tipo da regressão (exponencial, linear ou logarítmica), os perfis permanecem muito similares. Os itens de múltipla escolha apresentam forte decrescimento no período. A curva ilustrando as dissertativas também sinaliza decréscimo, dessa vez muito mais tênue.

Gráfico 3.8 - Linhas de tendência da participação percentual dos exercícios nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



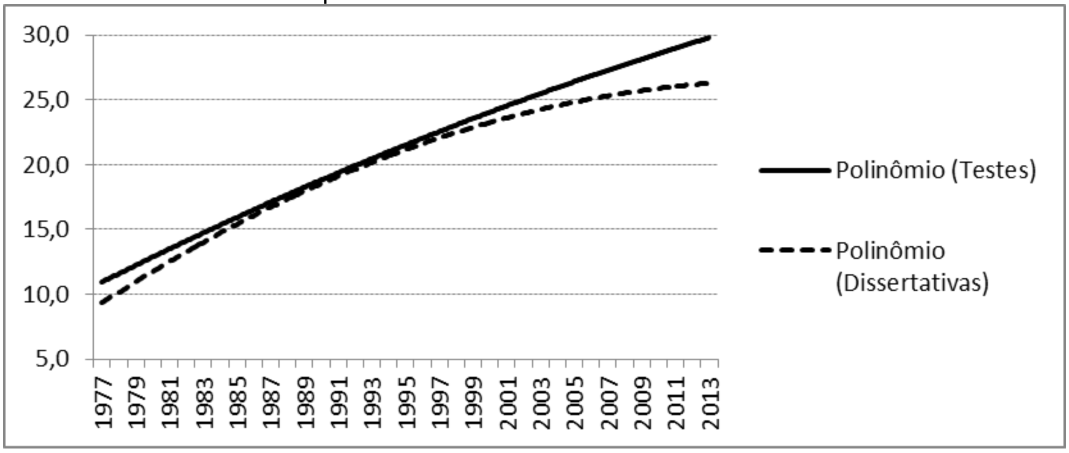
Os itens semicontextualizados também estão dispostos de forma desordenada, formando curvas com monotonicidades que praticamente se alternam ano a ano. Diferentemente dos exercícios, não é tão simples determinar grandes diferenças entre as provas de múltipla escolha e as dissertativas, muito embora seja possível imaginar linhas de tendência crescentes para ambas.

Gráfico 3.9 - Participação percentual dos itens semicontextualizados nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



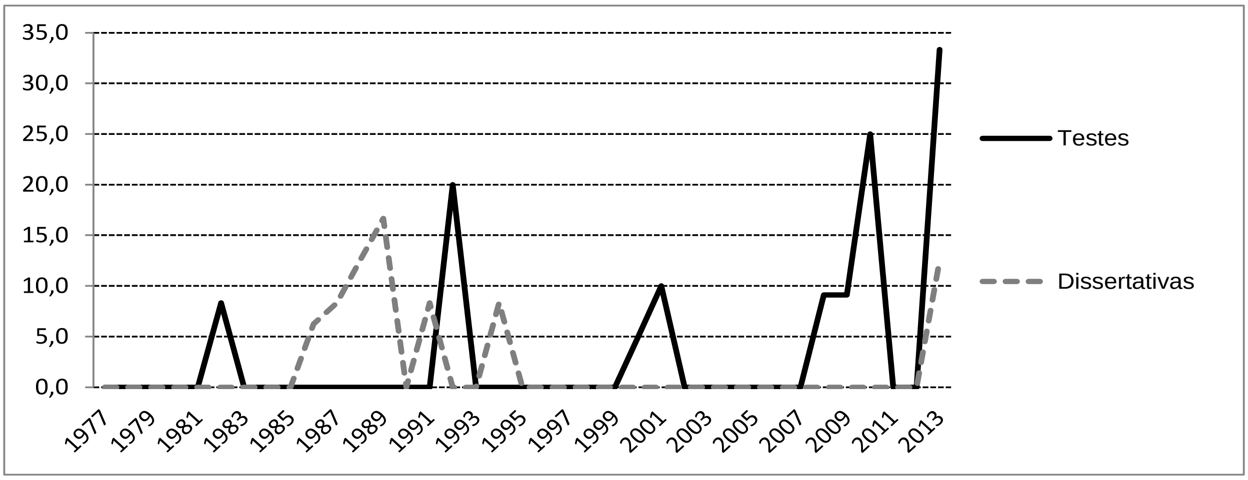
Ao traçar essas linhas, constatamos o porquê de tais dificuldades. As duas curvas realmente são crescentes, mas por muito pouco não têm uma conformação idêntica.

Gráfico 3.10 - Linhas de tendência da participação percentual dos itens semicontextualizados nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



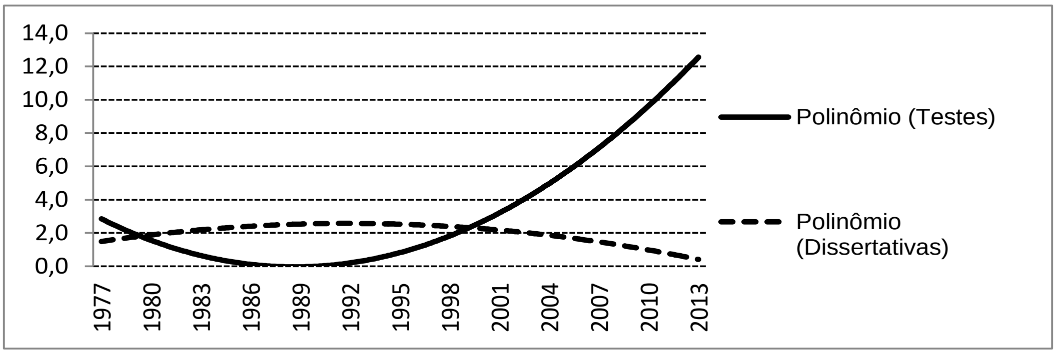
Relegados a segundo plano, os itens contextualizados não ultrapassaram a linha de 35% de participação em nenhuma edição, mas apresentaram boa incidência na prova da 1ª fase da FUVEST. Já nas provas dissertativas não é possível tecer muitos comentários apenas observando o gráfico 3.11.

Gráfico 3.11 - Participação percentual dos itens contextualizados nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



As linhas de tendência enfatizam essa análise, indicando participação crescente nos testes e praticamente distribuição constante nos exames dissertativos.

Gráfico 3.12 - Linhas de tendência da participação percentual dos itens contextualizados nas provas da 1ª e 2ª fases da FUVEST



3.1.2 - ASSUNTOS MAIS INCIDENTES

Não menos importante é a incidência de assuntos nas provas da primeira e segunda fases. Veremos que esse aspecto é primordial para demarcarmos algumas fronteiras entre os vestibulares da FUVEST e da VUNESP, em contraposição à prova do ENEM.

Desde sua criação até 2013, os 4 itens mais cobrados pela FUVEST representam 21,7% de todos os itens até então, divididos igualmente entre álgebra (porcentagem e logaritmos) e geometrias (plana-3 e trigo-3). Expandindo a classificação para os 7 itens mais pedidos, elevamos essa porcentagem para 35,3%, mas não mais de forma equitativa entre álgebra (2 assuntos) e geometrias (5).

Tabela 3.3 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova da FUVEST de 1977 a 2013

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO FUVEST	ASSUNTOS - FUVEST 1977-2013	C	S	E	TOTAL	%	% acumulada	alg/geo
5	1	PLANA-3	1	4	57	62	6,4		g
2	2	PORCENTAGEM	6	34	9	49	5,1		a
4	3	LOGARITMOS	3	0	46	49	5,1		a
6	4	TRIGO-3	0	2	47	49	5,1	**21,7**	g
7	5	PLANA-1	0	5	43	48	5,0		g
12	6	PLANA-2	2	8	34	44	4,6		g
10	7	GA-2	0	1	38	39	4,0	**35,3**	g
14	8	GA-3	0	1	37	38	3,9		g
3	9	PROBABILIDADE	0	30	8	38	3,9		a
11	10	2o GRAU	0	5	33	38	3,9	**7,4**	a

A tabela mostra a posição global de cada assunto, tomando-se todos os itens da FUVEST, VUNESP e ENEM analisados nesse trabalho. Na média, obtemos a posição 7,4[34], que indica distribuição de assuntos alinhada com a posição global de itens. Quanto maior for esse valor, mais a prova se afasta da distribuição global de itens, ou seja, significa que a prova está privilegiando assuntos não tão importantes, segundo análise global de questões.

Nas últimas 5 edições esse índice aumentou para 9,7, indicando ainda distribuição próxima do que foi mais pedido nas provas estudadas nesse trabalho. No entanto, ela não se comporta de forma tão homogênea ao se estudarem o período todo e as 5 últimas provas, essas com concentração maior de itens no top 4 e top 7 (os 4 e 7 assuntos mais frequentes, respectivamente). Nesse período há uma concentração maior de assuntos, ultrapassando 50% se tomarmos os 7 mais incidentes.

Tabela 3.4 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova da FUVEST de 2009 a 2013

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO FUVEST	ASSUNTOS - FUVEST 2009-2013	C	S	E	TOTAL	%	% acu mulada	alg/ geo
5	1	PLANA-3	0	1	10	11	10,9		g
6	2	TRIGO-3	0	2	8	10	9,9		g
3	3	PROBABILIDADE	0	8	1	9	8,9		a
19	4	PIRÂMIDE	0	0	8	8	7,9	**37,6**	g
14	5	GA-3	0	0	7	7	6,9		g
4	6	LOGARITMOS	2	0	5	7	6,9		a
1	7	MATEMÁTICA BÁSICA	3	0	1	4	4,0	**55,4**	a
22	8	1o GRAU	1	2	1	4	4,0		a
12	9	PLANA-2	1	2	1	4	4,0		g
11	10	2o GRAU	0	1	3	4	4,0	**9,7**	a

Colocando-as lado a lado pode-se ter uma ideia melhor das mudanças ocorridas, como ilustra a tabela 3.5.

Cálculo de regiões planas (plana-3) continua dominando a atenção dos elaboradores de itens da FUVEST. Mas porcentagem, assunto que favorece o aparecimento de itens contextualizados e semicontextualizados e segundo colocado do período de 1977 a 2013, desaparece no período mais recente, assim como plana-1 e GA-2, sendo substituídos por pirâmide, matemática básica e 1º grau. Dessa forma apenas 3 assuntos deixam a lista, demonstrando uma tendência tradicional da FUVEST. Curiosamente o décimo colocado, assim como o primeiro, são os únicos que mantêm suas posições em ambos os períodos.

---

[34] Se os 10 assuntos mais incidentes da FUVEST coincidissem com os 10 mais incidentes globais, esse parâmetro assumiria o valor 5,5 (média dos números inteiros de 1 a 10).

Tabela 3.5 - Os 10 assuntos mais pedidos nas provas da FUVEST, por períodos

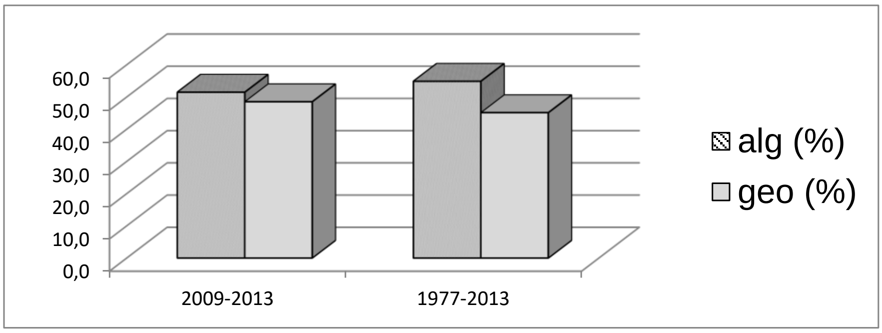
POSIÇÃO FUVEST	ASSUNTOS - FUVEST 1977-2013	ASSUNTOS - FUVEST 2009-2013
1	PLANA-3	PLANA-3
2	PORCENTAGEM	TRIGO-3
3	LOGARITMOS	PROBABILIDADE
4	TRIGO-3	PIRÂMIDE
5	PLANA-1	GA-3
6	PLANA-2	LOGARITMOS
7	GA-2	MATEMÁTICA BÁSICA
8	GA-3	1o GRAU
9	PROBABILIDADE	PLANA-2
10	2o GRAU	2o GRAU

Ao estudar as categorias álgebra e geometria, observa-se um equilíbrio entre elas. Isso se dá tão somente na FUVEST, cuja característica principal é a valorização das geometrias, sobretudo a plana.

Tabela 3.6 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas da FUVEST, por períodos

FUVEST	álgebra (%)	geometria (%)	álgebra questões	geometria questões
2009-2013	51,5	48,5	52	49
1977-2013	54,9	45,1	529	435

Gráfico 3.13 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas da FUVEST, por períodos



Não é a toa que plana-3 é o assunto mais cobrado pela FUVEST. Esse é um dos aspectos principais do bom equilíbrio entre as duas categorias ilustradas no gráfico 3.13.

3.2 - UNESP

A Fundação VUNESP é responsável pela elaboração, aplicação, correção e divulgação dos resultados de vários concursos e avaliações aplicadas no território nacional. Um deles é o vestibular para ingresso à Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, mote de nossos estudos nesse trabalho.

Seu vestibular é elaborado desde janeiro de 1981, ano posterior à separação da FUVEST, instituição responsável pela seleção dos vestibulandos da UNESP no período de 1977 a 1980, além de outras instituições. Em sua primeira edição foram aplicadas provas de conhecimentos específicos[35], conhecimentos gerais (ambas sob o formato de testes de múltipla escolha e estudadas nesse trabalho), Comunicação e Expressão (analítico-expositiva), além das provas de aptidão aos candidatos do Instituto de Artes do Planalto.

Até 1986 o formato se manteve com pequenas mudanças, e por isso os gráficos relativos a provas dissertativas contêm dados a partir de 1987. Nessa edição, foram aplicadas provas de Conhecimentos Gerais (múltipla escolha), Conhecimentos Específicos e Comunicação e Expressão (dissertativas), além das provas de Aptidão.

A distribuição de questões no período se comportou conforme a tabela 3.7.

Tabela 3.7 - Número de questões de matemática nas provas do vestibular da VUNESP, de 1987 a 2013

<table>
<tr><th>Ano</th><th>Gerais (múltipla escolha)</th><th>Específicas (Candidatos de Biológicas)</th><th>Específicas (Candidatos de Exatas)</th></tr>
<tr><td>1987</td><td rowspan="2">9</td><td>10</td><td>18</td></tr>
<tr><td>1988-1990</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>1991-1992</td><td rowspan="3">10</td></tr>
<tr><td>1993-1995</td><td rowspan="3">4</td><td>12</td></tr>
<tr><td>1996</td><td rowspan="2">10</td></tr>
<tr><td>1997-2009 (julho)</td><td>12</td></tr>
<tr><td>2010, 2011 e 2012 (julho)</td><td>7</td><td rowspan="4" colspan="2">3</td></tr>
<tr><td>2010 (julho) e 2012</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2011 (julho)</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2013</td><td>7</td></tr>
</table>

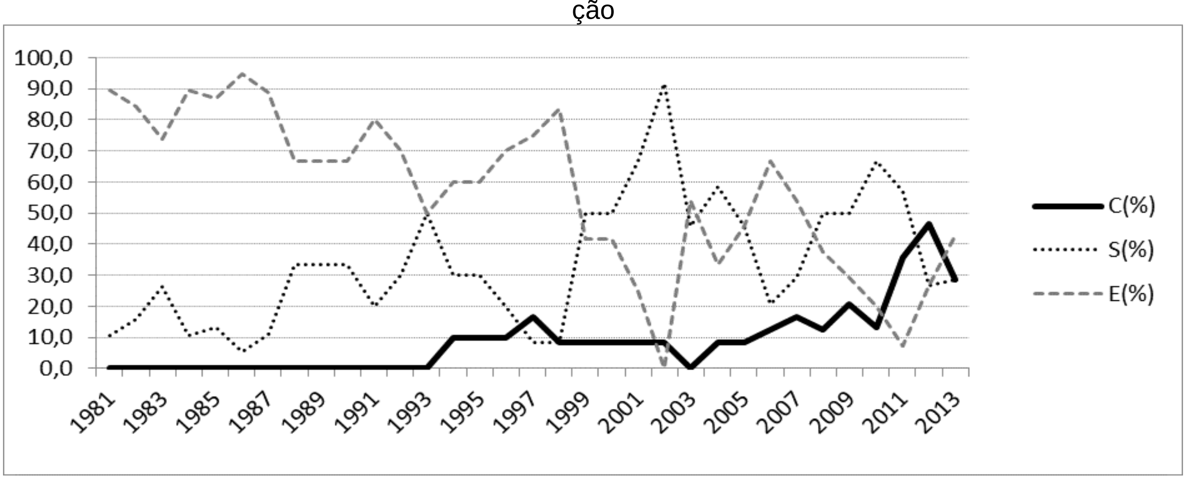
[35] Apenas os candidatos das áreas de Ciências Biológicas e Ciências Exatas resolviam questões de Matemática na prova de conhecimentos específicos.

A partir de 2003 foram aplicados vestibulares de inverno, sempre no mês de julho. Nesse trabalho estudamos todas essas avaliações, desde 1981 até 2013 (exceto o vestibular de inverno desse ano). Nesse período foram elaboradas 43 provas, num total de 1109 itens, sendo 615 de múltipla escolha e 494 dissertativos.

3.2.1 - CONTEXTUALIZAÇÃO

O gráfico 3.14 ilustra a distribuição percentual de itens da prova objetiva da VUNESP quanto à contextualização, transparecendo um comportamento diferente do observado no gráfico referente à primeira fase da FUVEST, muito embora haja semelhanças se analisá-los do início até 1993. Até esse ano não há participação de questões contextualizadas. A partir daí as curvas se entrelaçam, alternando a supremacia no aspecto contextualização entre exercícios e semicontextualizados, e pode-se até observar maior frequência de itens contextualizados, na edição de 2012, fato jamais ocorrido nas provas da FUVEST.

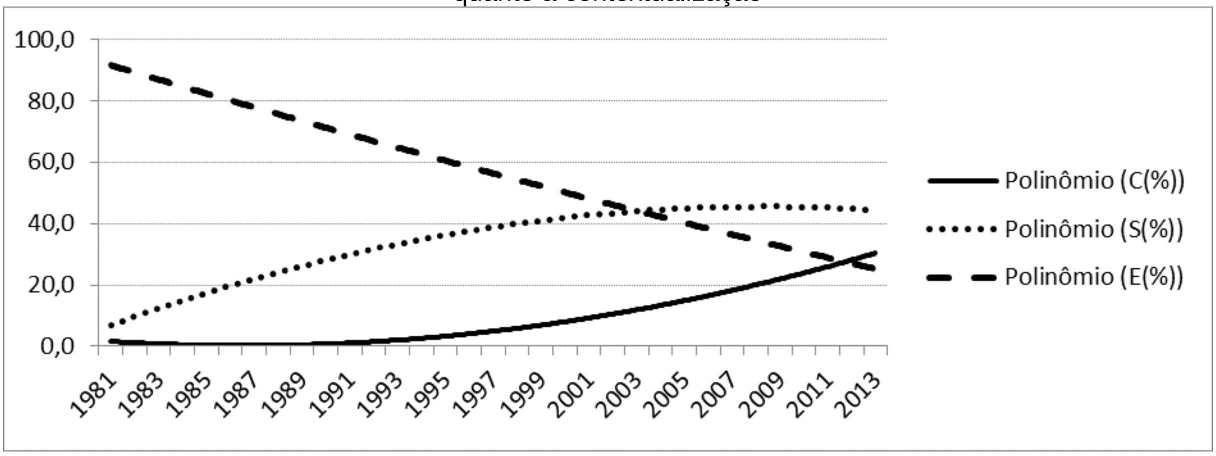
Gráfico 3.14 - Distribuição percentual de itens da prova objetiva da VUNESP quanto à contextualização



A prova de 2002 também reservou uma particularidade: os exercícios não constam dessa edição. Sendo assim, os semicontextualizados alcançaram sua participação máxima (91,7%).

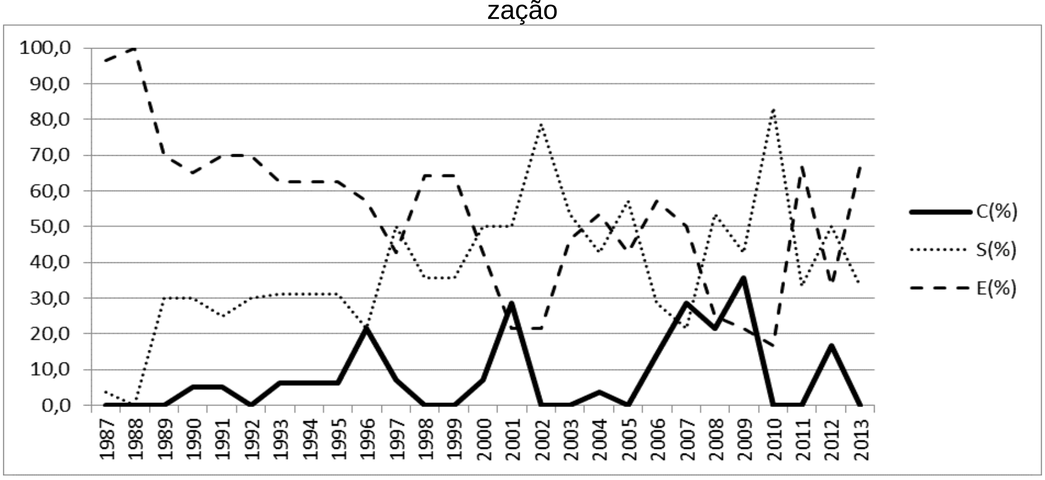
Analisando o gráfico com atenção, percebe-se facilmente evolução dos itens contextualizados, sem necessidade de se traçar a linha de tendência. Não se pode afirmar o mesmo em relação às outras duas curvas, e para definir seus comportamentos (crescente ou decrescente) lançou-se mão das linhas de tendências, como ilustra o gráfico 3.15.

Gráfico 3.15 - Linhas de tendência da distribuição percentual de itens da prova objetiva da VUNESP quanto à contextualização



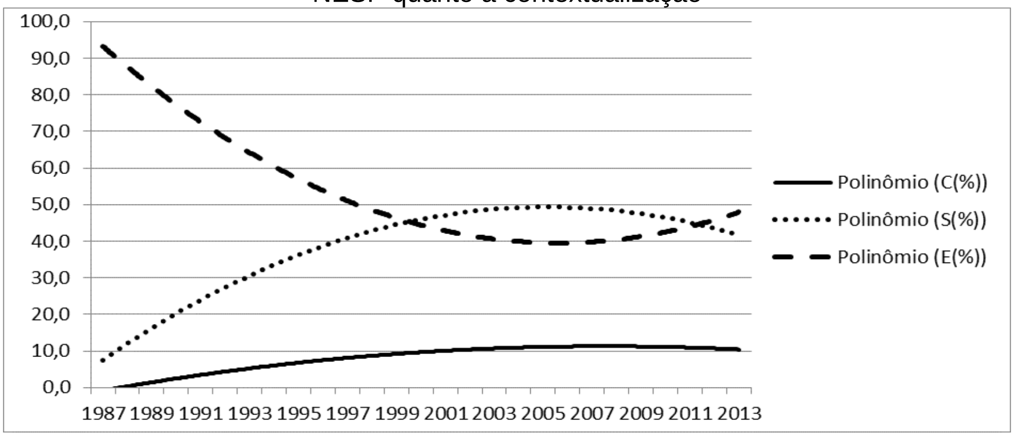
A curva de tendência relacionada aos exercícios se mostra acentuadamente decrescente, muito mais do que o estudado na prova de múltipla escolha da FUVEST. Até 2003 pode-se constatar forte monotonicidade crescente da curva relacionada a questões semicontextualizadas, tornando-se praticamente constante daí em diante.

Gráfico 3.16 - Distribuição percentual de itens da prova dissertativa da VUNESP quanto à contextualização



Já a distribuição percentual de itens da prova dissertativa da VUNESP, ao contrário das provas da FUVEST, é expressa por uma série de intersecções entre as três curvas, intercalando o predomínio quanto à contextualização entre exercícios e questões semicontextualizadas (como na prova objetiva). Entretanto em nenhuma edição os itens contextualizados são os mais frequentes, percentualmente. Destaque para o período considerado - início em 1987 - já que não havia questões dissertativas anteriormente.

Gráfico 3.17 - Linhas de tendência da distribuição percentual de itens da prova dissertativa da VUNESP quanto à contextualização



As linhas de tendência dos exercícios e itens semicontextualizados parecem se espelhar em relação a uma linha horizontal, com ordenada em aproximadamente 45%. No primeiro nota-se forte queda até 2005, seguido de discreta progressão até 2013; no segundo obviamente o inverso. Já os contextualizados são dispostos com característica crescente - de 0% a 10%, no período considerado - o que é um acréscimo relevante para essa categoria de contextualização, sobretudo para itens dissertativos.

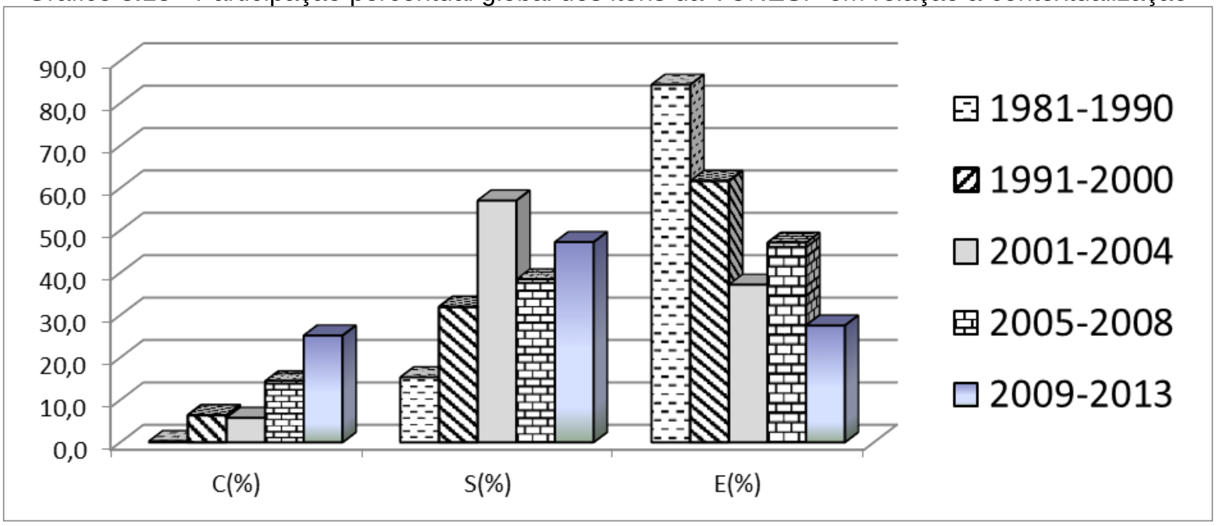
A partir de meados dos anos 90, pela relativa heterogeneidade da distribuição dos itens em relação à contextualização pela VUNESP, não são percebidos grandes disparates ou grande predomínio de uma categoria em detrimento das outras. Tomando-se os valores máximo e mínimo de cada uma em cada tipo de prova (objetivas e dissertativas) da VUNESP desde sua criação, não se discriminam diferenças tão significativas entre exercícios e semicontextualizadas como acontece ao estudarmos o mesmo quadro indicativo da FUVEST. Entretanto a diferença entre semicontextualizados e contextualizados é muito similar.

Tabela 3.8 - Incidência percentual máxima e mínima de cada tipo de item em relação à contextualização nas provas de matemática da VUNESP

VUNESP		C (% e ano)	S (% e ano)	E (% e ano)
OBJETIVAS	MÁXIMO	46,7% (2012)	91,7% (2002)	94,7% (1986)
	MÍNIMO	0% (1981 a 1993)	5,3% (1986)	0% (2002)
DISSERTATIVAS	MÁXIMO	35,7% (2009)	83,3% (2010)	100% (1988)
	MÍNIMO	0% (vários anos)[36]	0% (1988)	16,7% (2010)

Nas provas objetivas a participação percentual máxima é crescente se tomarmos a sequência C, S e M, mas com valores maiores de C e S e menores de M do que os estudados na FUVEST. Em dicotomia a essa prova, jamais os itens semicontextualizados estiveram ausentes da prova objetiva. Já nas dissertativas, em nenhuma edição os exercícios foram suprimidos.

Gráfico 3.18 - Participação percentual global dos itens da VUNESP em relação à contextualização



O gráfico 3.18 evidencia o crescimento da participação percentual dos itens contextualizados por períodos, acontecendo o mesmo com os semicontextualizados. Já com os exercícios ocorre o inverso. Sempre mais incidentes de 1981 a 1990, sua participação diminuiu ao longo dos anos, subindo um pouco de 2005 a 2008, mas decaindo no período seguinte (praticamente pareando com as questões contextualizadas), no qual se observa predomínio das questões semicontextualizadas.

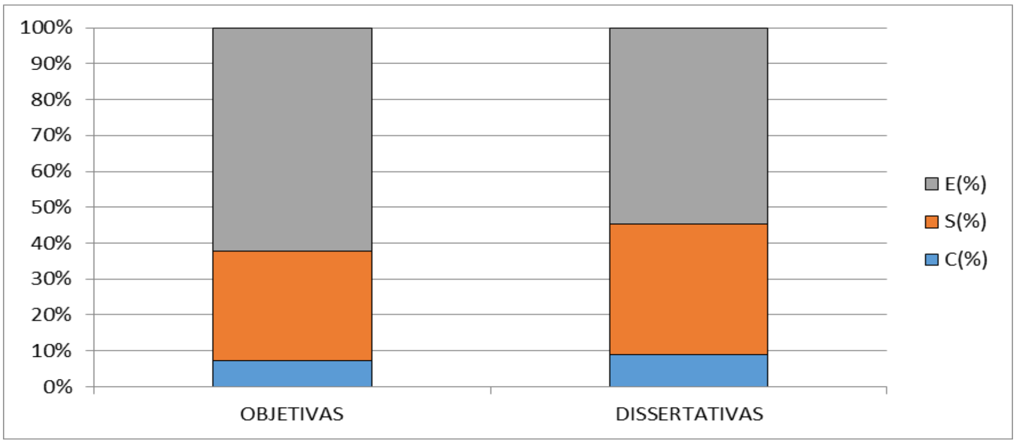
[36] 1987 a 1989, 1992, 1998, 1999, 2002, 2003, 2005, 2010, 2010, 2011 e 2013.

Tabela 3.9 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP.

VUNESP (1981-2013)	C(%)	S(%)	E(%)
OBJETIVAS	7,3	30,6	62,1
DISSERTATIVAS	8,9	36,4	54,7

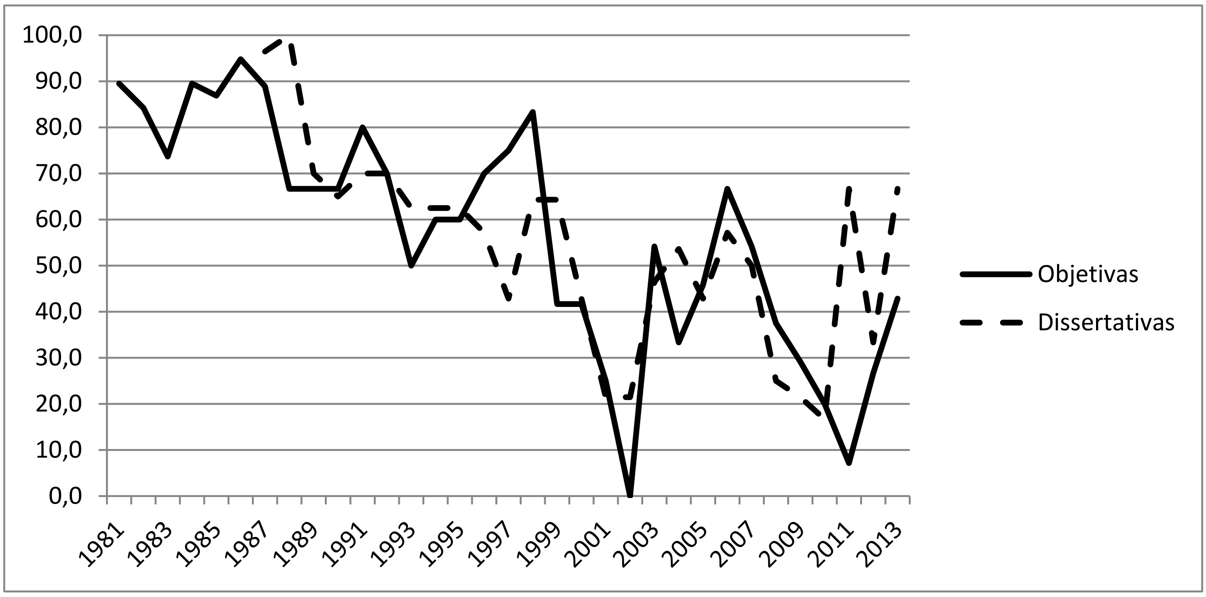
A participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP se comporta de forma inversa ao da FUVEST, na qual os itens contextualizados e semicontextualizados são mais frequentes na prova de múltipla escolha e os exercícios nas dissertativas. Outra diferença são os valores mais díspares entre os itens semicontextualizados e exercícios dos dois tipos de prova em relação à FUVEST. No entanto, esse aspecto não é tão perceptível ao se observar o gráfico 3.19.

Gráfico 3.19 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP.



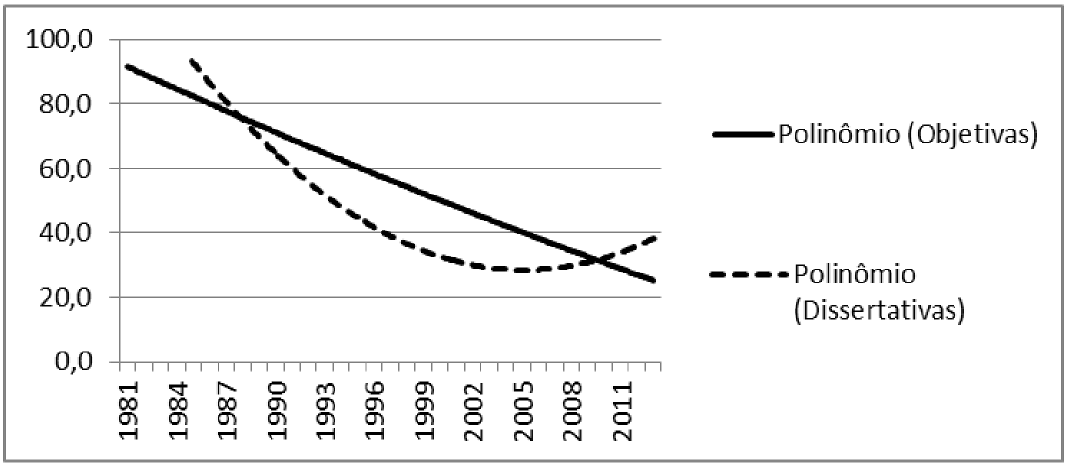
Os exercícios, conforme já visto, tiveram uma queda na participação percentual nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP desde sua criação até 2013. Uma análise ano a ano descortina um perfil mais detalhado. Por exemplo, em 2013 houve evolução nos dois tipos de prova. As curvas são relativamente semelhantes, assim como na FUVEST.

Gráfico 3.20 - Participação percentual dos exercícios nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP



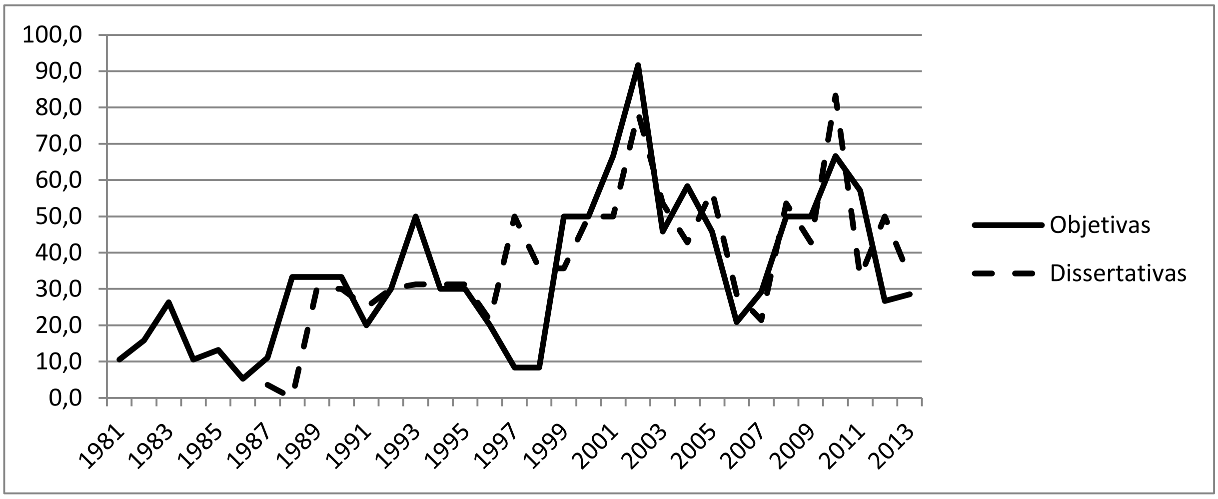
As curvas de tendência confirmam a queda dos exercícios nas provas objetivas, mas evidencia crescimento nas dissertativas, nos últimos anos do período.

Gráfico 3.21 - Linhas de tendência da participação percentual dos exercícios nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP



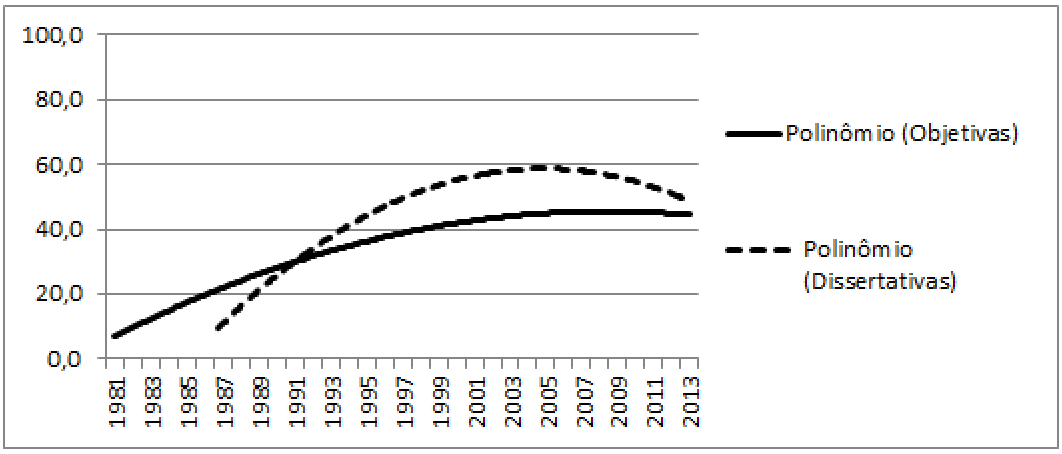
Os itens semicontextualizados, ao contrário, exibem um perfil crescente, mas aparentemente menos acentuado que os da FUVEST, embora alternando a monotonicidade em várias edições.

Gráfico 3.22 - Participação percentual dos itens semicontextualizados nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP



As questões objetivas exibem linha de tendência crescente até 2005, aproximadamente, tornando-se praticamente constante a partir dessa edição. A curva que representa os itens dissertativos tem comportamento progressivo até 2004, e a partir daí decai até o fim do período.

Gráfico 3.23 - Linhas de tendência da participação percentual dos itens semicontextualizados nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP



Com pouca participação nas primeiras avaliações, os exercícios foram mais explorados nas provas mais recentes, principalmente entre os itens objetivos. A linha de tendência associada a essa categoria indica crescimento iniciado no fim dos anos 80. Já as dissertativas regrediram nos últimos anos, com perfil quase constante de 2005 até 2013.

Gráfico 3.24 - Participação percentual dos itens contextualizados nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP

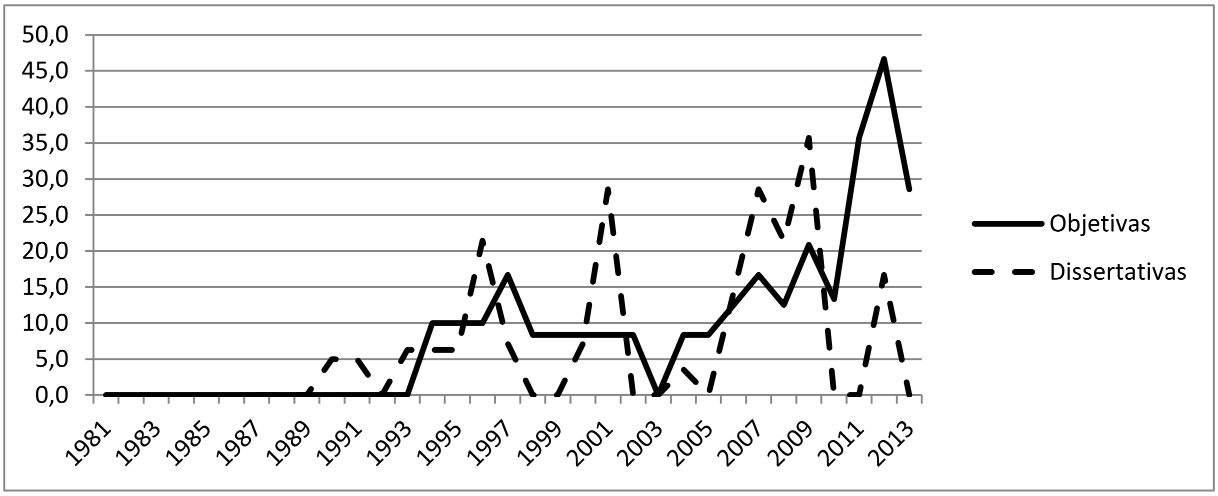
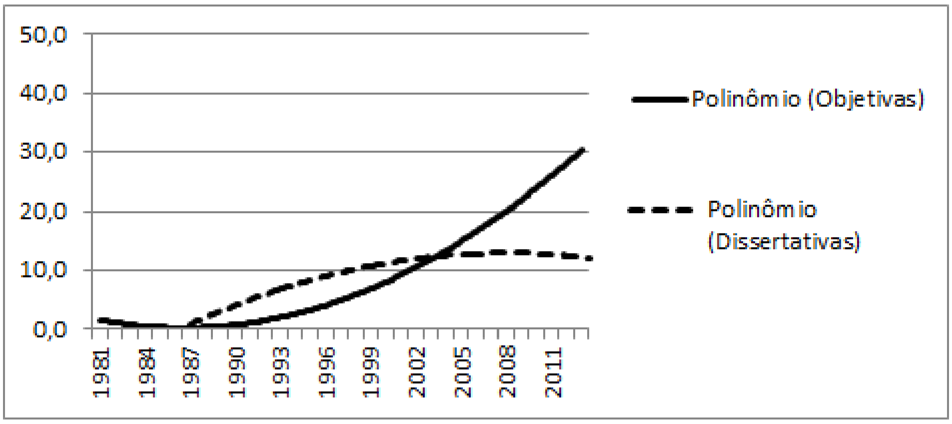


Gráfico 3.25 - Linhas de tendência da participação percentual dos itens contextualizados nas provas objetivas e dissertativas da VUNESP



3.2.2 - ASSUNTOS MAIS INCIDENTES

É significante a semelhança numérica entre FUVEST e VUNESP ao se analisarem os assuntos mais incidentes desde seu início. Os quatro assuntos mais pedidos na VUNESP representam 21,7%, exatamente o mesmo valor que a FUVEST, e divididos igualmente entre álgebras e geometrias. Entretanto, dois assuntos são diferentes aos da lista desse último vestibular: probabilidade e matemática básica. Já os 7 mais pedidos concentram 32,5% do total dos itens pedidos, valor inferior aos 35,3% da FUVEST.

É clara a ampla predominância de álgebra nos 5 assuntos mais pedidos, e mesmo entre o top 7, evidenciando tendência para essa categoria de item.

Tabela 3.10 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova da VUNESP de 1981 a 2013

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO VUNESP	ASSUNTOS - VUNESP 1981-2013	C	S	E	TOTAL	%	% acu-mulada	alg/geo
4	1	LOGARITMOS	9	8	51	68	6,1		a
3	2	PROBABILIDADE	5	52	4	61	5,5		a
2	3	PORCENTAGEM	15	40	4	59	5,3		a
1	4	MATEMÁTICA BÁSICA	9	32	12	53	4,8	**21,7**	a
9	5	COMBINATÓRIA	2	27	12	41	3,7		a
5	6	PLANA-3	3	14	23	40	3,6		g
10	7	GA-2	0	4	34	38	3,4	**32,5**	g
18	8	TRIGO-1	3	19	15	37	3,3		g
6	9	TRIGO-3	1	8	27	36	3,2		g
11	10	2o GRAU	1	13	21	35	3,2	**6,9**	a

A média dos 10 assuntos mais cobrados, tomando-se em consideração sua posição global, atinge o valor 6,9, ligeiramente abaixo do valor da FUVEST (7,4).

Tabela 3.11 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova da VUNESP de 2009 a 2013

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO VUNESP	ASSUNTOS - VUNESP 2009-2013	C	S	E	TOTAL	%	% acu-mulada	alg/geo
3	1	PROBABILIDADE	2	6	0	8	6,3		a
1	1	MATEMÁTICA BÁSICA	3	4	1	8	6,3		a
18	3	TRIGO-1	2	5	0	7	5,5		g
17	3	EQUAÇÕES ALGÉBRICAS	0	1	6	7	5,5	**23,6**	a
9	5	COMBINATÓRIA	0	5	1	6	4,7		a
2	5	PORCENTAGEM	2	4	0	6	4,7		a
23	5	PG	1	3	2	6	4,7	**37,8**	a
28	5	CILINDROS	4	2	0	6	4,7		g
4	9	LOGARITMOS	3	1	1	5	3,9		a
12	9	PLANA-2	1	2	2	5	3,9	**11,7**	g

Uma análise dos últimos 5 anos não nos proporciona números muito diferentes, apesar de haver troca entre os assuntos mais incidentes. Logaritmos, até então em primeiro na tabela, cai para nono, e porcentagem, antes em terceiro, desce para quinto. Trigo-1 e equações algébricas passam a ocupar o top 4, que contém 3 assuntos de álgebra e somente um de geometrias. Entre os 10, apenas 3 são de geometrias.

Tabela 3.12 - Os 10 assuntos mais pedidos nas provas da VUNESP, por períodos

POSIÇÃO VUNESP	**ASSUNTOS - VUNESP 1981-2013**	**ASSUNTOS - VUNESP 2009-2013**
1	LOGARITMOS	PROBABILIDADE
2	PROBABILIDADE	MATEMÁTICA BÁSICA
3	PORCENTAGEM	TRIGO-1
4	MATEMÁTICA BÁSICA	EQUAÇÕES ALGÉBRICAS
5	COMBINATÓRIA	COMBINATÓRIA
6	PLANA-3	PORCENTAGEM
7	GA-2	PG
8	TRIGO-1	CILINDROS
9	TRIGO-3	LOGARITMOS
10	2o GRAU	PLANA-2

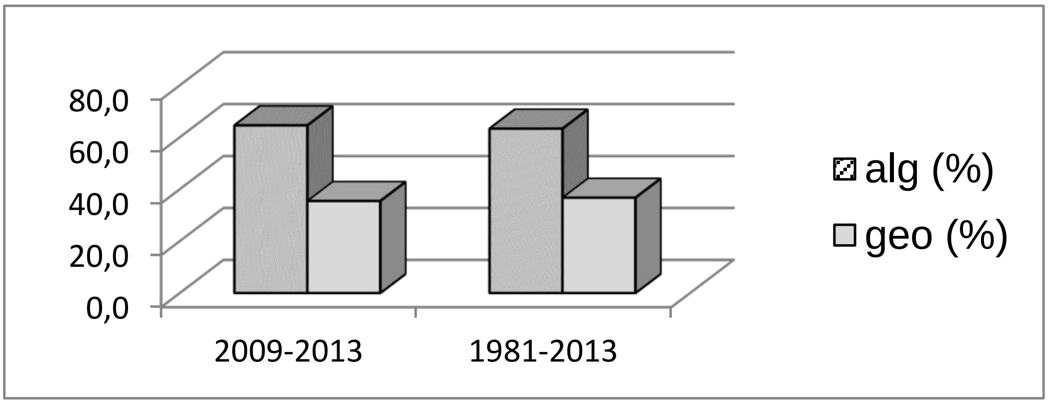
É evidente que probabilidade se configura na "menina dos olhos" da VUNESP, assim como matemática básica. Seis assuntos se mantêm nas duas listas (assim como na FUVEST), e curiosamente análise combinatória ocupa a mesma posição. Equações algébricas, em terceiro, certamente é a grande surpresa da lista de 2009 a 2013, já que não se destaca entre os assuntos mais incidentes em nenhum dos outros dois grandes vestibulares do estado de São Paulo (UNICAMP e FUVEST). Plana-3, assunto amis frequente da FUVEST, não tem grande relevância na história recente da VUNESP (nem consta no top 10, os dez assuntos mais incidentes). Entretanto, trigo-1 atingiu o terceiro lugar, com todos os itens semicontextualizados ou contextualizados, explorando a aplicabilidade das relações trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente) no cotidiano.

Tabela 3.13 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas da VUNESP, por períodos

VUNESP	**álgebra (%)**	**geometria (%)**	**álgebra questões**	**geometria questões**
2009-2013	**64,6**	**35,4**	**82**	**45**
1981-2013	**63,3**	**36,7**	**702**	**407**

Em termos percentuais a participação de álgebra e geometria não diferem muito entre períodos distintos, a primeira com 64% de participação, e a segunda com 36%. Isso justifica a grande semelhança nos gráficos abaixo.

Gráfico 3.26 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas da VUNESP, por períodos



3.3 - ENEM

A primeira prova do ENEM foi aplicada em 30 de agosto de 1998, e composta por 63 itens, formato utilizado até a edição de 2008. Em 2009 foi criado o "novo ENEM", com 180 questões. A matriz de referência foi bastante reformulada, instituindo 4 grandes áreas do conhecimento: Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, conferindo dessa forma maior importância à disciplina de Matemática, agora com 45 itens próprios.

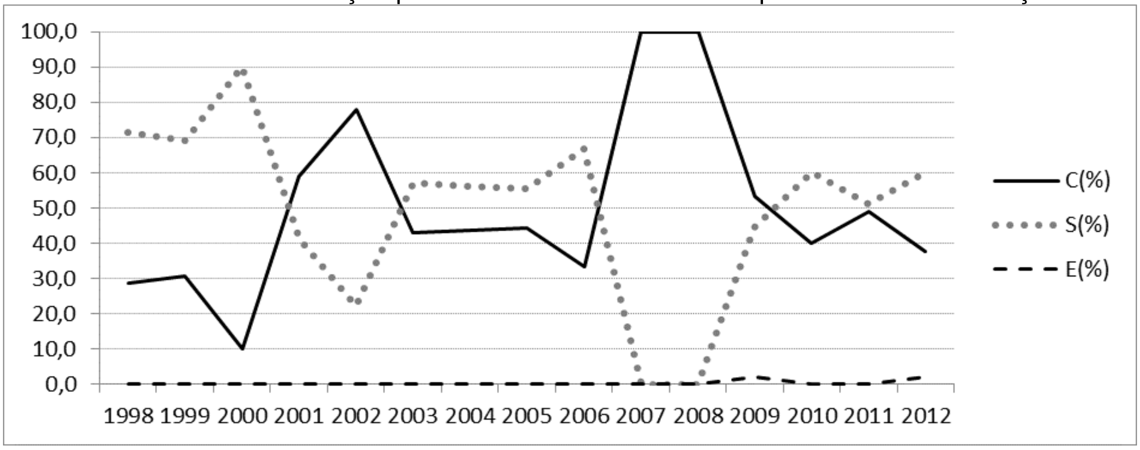
Nesse trabalho foram analisados os 126 itens do período de 1998 a 2008 e os 180 do novo ENEM (2009 a 2012), num total de 306 questões.

3.3.1 - CONTEXTUALIZAÇÃO

Para se obter um panorama geral da distribuição de cada categoria em relação à contextualização será estudada a prova em todo o período (1998 a 2013). Contextualizados e semicontextualizados se contrapõem, com curvas se entrelaçando em diversos pontos. Não há um comportamento notoriamente crescente ou decrescente em nenhuma delas, apenas equilíbrio, muito embora as edições de 2007 e

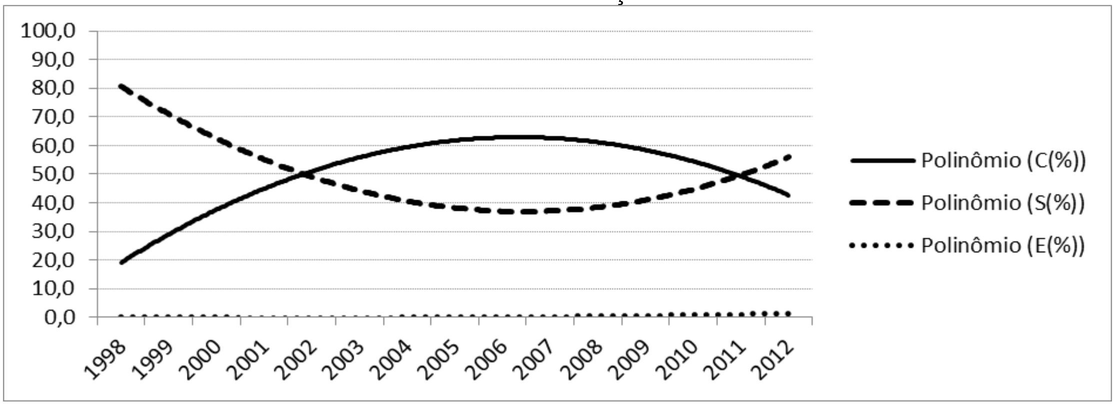
2008 saltem aos olhos, pela configuração 100% contextualizada. Como os exercícios em todo o período são apenas dois, sua participação é irrelevante.

Gráfico 3.27 - Distribuição percentual de itens do ENEM quanto à contextualização



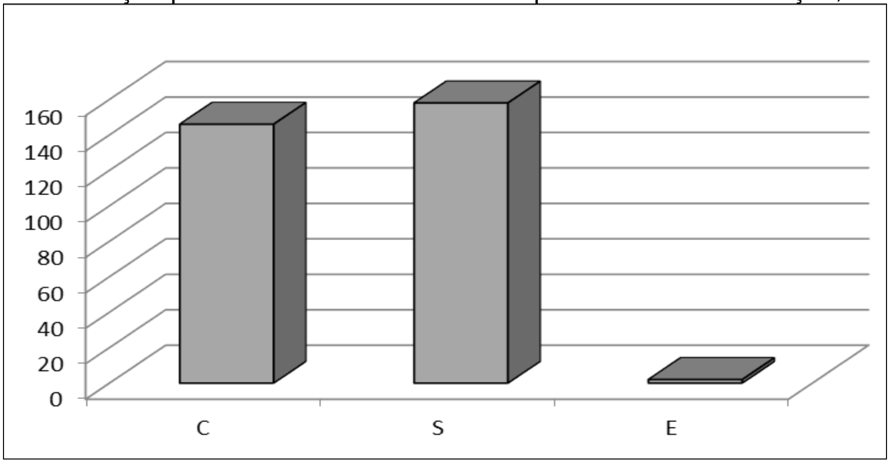
As curvas de tendência confirmam esse equilíbrio, mas é possível detectar leve vantagem dos itens contextualizados sobre os semicontextualizados, porém não nos extremos do gráfico.

Gráfico 3.28 - Linhas de tendência da distribuição percentual de itens da prova do ENEM quanto à contextualização



Para dirimir quaisquer dúvidas foi elaborado o gráfico 3.29, que ilustra a maior incidência de itens semicontextualizados.

Gráfico 3.29 - Distribuição percentual de itens do ENEM quanto à contextualização, de 1998 a 2013



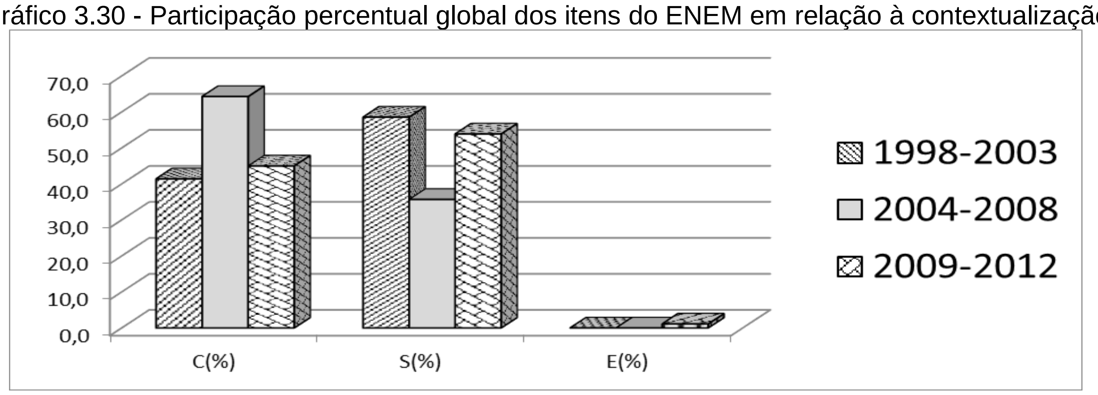
Dividindo o ENEM em dois períodos de muita importância para esse trabalho - de 1998 a 2008 e de 2009 a 2012 (Novo ENEM) - pode-se ter ideia do equilíbrio entre itens contextualizados e semicontextualizados nas últimas edições. Não há grandes extremos entre máxima e mínima participação percentual de cada item em relação à contextualização.

Tabela 3.14 - Incidência percentual máxima e mínima de cada tipo de item em relação à contextualização nas provas de matemática do ENEM

ENEM		C (% e ano)	S (% e ano)	E (% e ano)
1998-2008	MÁXIMO	100% (2007 e 2008)	90% (2000)	---
	MÍNIMO	10% (2000)	0% (2007 e 2008)	0% (Todos)
NOVO ENEM 2009-2012	MÁXIMO	53,3% (2008)	60% (2010 e 2012)	2,2% (2009 e 2012)
	MÍNIMO	37,8% (2012)	44,4% (2009)	0% (2010 e 2012)

Fracionando as provas do ENEM em três períodos observa-se novamente o equilíbrio entre as categorias C e S. Não há uma tendência crescente nem decrescente, como já discutido, ainda que feita essa divisão por períodos.

Gráfico 3.30 - Participação percentual global dos itens do ENEM em relação à contextualização

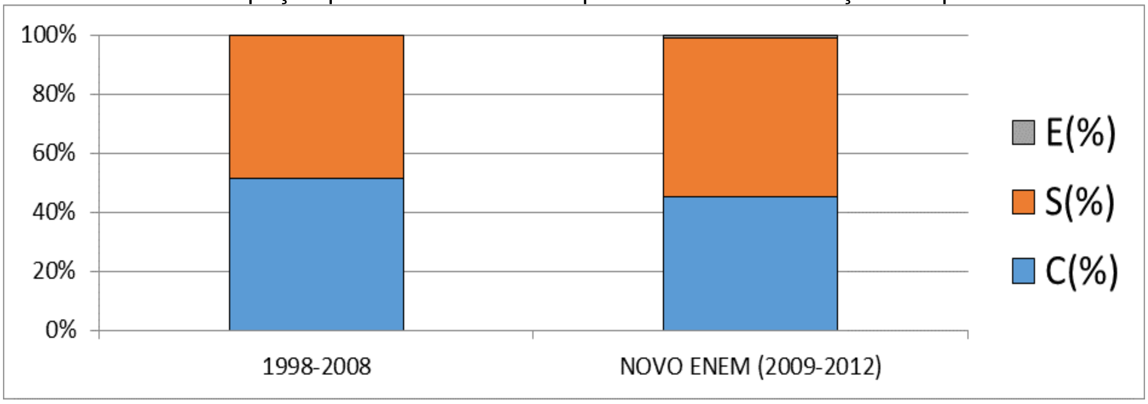


Apesar de porcentagens semelhantes, pode-se destacar ligeira preferência pelas questões semicontextualizadas no Novo ENEM, o que não ocorre de 1998 a 2008.

Tabela 3.15 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas do ENEM

ENEM	C(%)	S(%)	E(%)
1998-2008	51,6	48,4	0,0
NOVO ENEM (2009-2012)	45,0	53,9	1,1

Gráfico 3.31 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização nas provas do ENEM



Destaque para os dois exercícios do Novo ENEM, um deles em sua primeira edição (2009), sobre trigonometria, e o outro em 2012, referente a plana-1.

3.3.2 - ASSUNTOS MAIS INCIDENTES

Um ponto espinhoso na prova do ENEM é a escolha dos assuntos contidos na prova. Em suas primeiras provas, de 1998 a 2008, os 4 assuntos mais cobrados respondiam por mais de 75% de todos itens, a saber: matemática básica (mais de um terço), gráfico, porcentagem e probabilidade. O top 7 era responsável por 87,3% de todas as questões. Isso significa que se um aluno fosse especialista nesses 7 assuntos obteria uma nota elevada na avaliação.

Tabela 3.16 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova do ENEM de 1998 a 2008

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO ENEM	ASSUNTOS - ENEM 1998-2008	C	S	E	TOTAL	%	% acu-mulada	alg/geo
1	1	MATEMÁTICA BÁSICA	22	25	0	47	37,3		a
27	2	GRÁFICO	16	2	0	18	14,3		a
2	3	PORCENTAGEM	12	5	0	17	13,5		a
3	4	PROBABILIDADE	5	8	0	13	10,3	**75,4**	a
8	5	GRANDEZAS	2	4	0	6	4,8		a
5	6	PLANA-3	1	4	0	5	4,0		g
9	7	COMBINATÓRIA	4	0	0	4	3,2	**87,3**	a
12	8	PLANA-2	0	3	0	3	2,4		g
16	9	PRISMA	1	1	0	2	1,6		g
28	10	CILINDROS	0	2	0	2	1,6	**11,1**	g

Apesar de serem 6 assuntos de álgebra contra 4 de geometria no top 10, o predomínio percentual do primeiro é evidente (83,4% contra 9,6%). O índice indicador da distribuição de assuntos em relação à posição global de itens é maior que os da FUVEST e da VUNESP (exceto nas provas de 2009 a 2013 desse último).

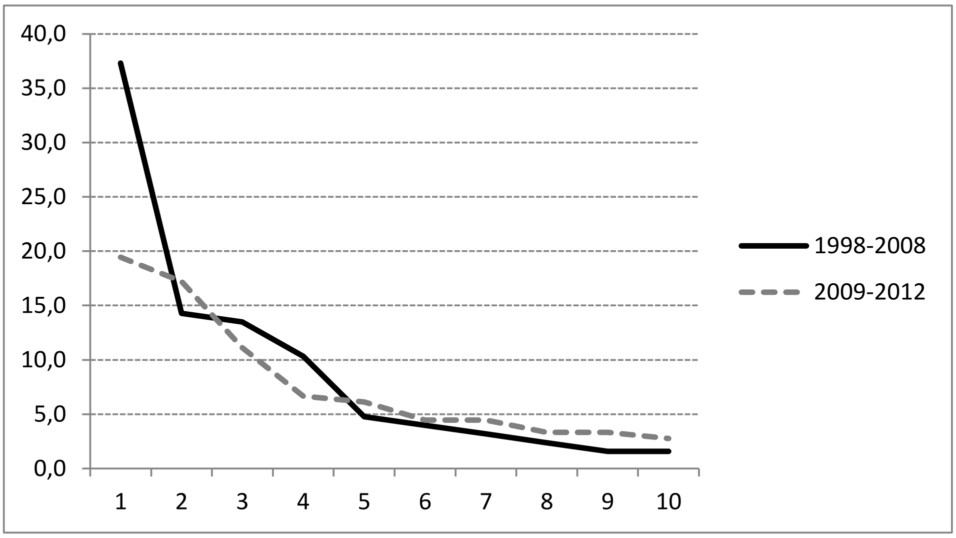
Tabela 3.17 - Incidência dos 10 assuntos mais frequentes na prova do ENEM de 1998 a 2008

POSIÇÃO GLOBAL	POSIÇÃO ENEM	ASSUNTOS - ENEM 2009-2012	C	S	E	TOTAL	%	% acu-mulada	alg/geo
1	1	MATEMÁTICA BÁSICA	21	14	0	35	19,4		a
8	2	GRANDEZAS	20	11	0	31	17,2		a
2	3	PORCENTAGEM	8	12	0	20	11,1		a
3	4	PROBABILIDADE	4	8	0	12	6,7	**54,4**	a
22	5	1o GRAU	4	7	0	11	6,1		a
27	6	GRÁFICO	5	3	0	8	4,4		a
5	7	PLANA-3	2	6	0	8	4,4	**69,4**	g
16	8	PRISMA	2	4	0	6	3,3		g
43	9	ESTATÍSTICA	1	5	0	6	3,3		a
9	10	COMBINATÓRIA	1	4	0	5	2,8	**13,6**	a

O novo ENEM distribuiu um pouco melhor os assuntos, mas a porcentagem de 54,4% do top 4 ainda é muito elevada, assim como no top 7 (69,4%). Mais uma vez nota-se predomínio absoluto de álgebra nos 10 assuntos mais cobrados (71,1%, contra 7,7% de geometria), ainda mais do que no período anterior. Em decorrência da presença de 1º grau e principalmente de estatística na nova lista, o índice de posição global eleva-se para 13,6.

O gráfico 3.32, com a participação percentual dos 10 assuntos mais pedidos comparando-os nos dois períodos, ilustra como o ENEM distribuiu melhor os assuntos nos últimos 4 anos.

Gráfico 3.32 - Comparativo entre os 10 assuntos mais pedidos na prova do ENEM, por períodos



Apesar da alteração expressiva de sua matriz de referência, houve poucas alterações nos assuntos mais cobrados pelo INEP, e certa rigidez nesse ponto. Matemática básica ocupa a mesma posição - isso se dá também com porcentagem (em 3º) e probabilidade (em 4º) - e se não fosse pela presença de 1º grau (assunto que entra para o top 10, em 5º), gráfico e grandezas teriam invertido de lugar. Plana-2 e cilindros deixam a lista, dando lugar a estatística, em decorrência da nova matriz de referência.

Tabela 3.18 - Os 10 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, por períodos.

POSIÇÃO ENEM	**ASSUNTOS - ENEM 1998-2008**	**ASSUNTOS - ENEM 2009-2012**
1	MATEMÁTICA BÁSICA	MATEMÁTICA BÁSICA
2	GRÁFICO	GRANDEZAS
3	PORCENTAGEM	PORCENTAGEM
4	PROBABILIDADE	PROBABILIDADE
5	GRANDEZAS	1o GRAU
6	PLANA-3	GRÁFICO
7	COMBINATÓRIA	PLANA-3
8	PLANA-2	PRISMA
9	PRISMA	ESTATÍSTICA
10	CILINDROS	COMBINATÓRIA

O novo segundo colocado na lista do novo ENEM se destaca, consequência direta da alteração na matriz de referência, que reserva 2 competências e 11 habilidades exclusivamente para grandezas proporcionais:

> Competência III - Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para enfrentar situações-problema, segundo uma visão crítica com vista à tomada de decisões.(...)
> Competência IV - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
> (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAISANÍSIO TEIXEIRA, 2013a, p.10)

Deleprani (2012) estudou detalhadamente a distribuição de assuntos das edições de 2009, 2010 e 2011 da prova de Matemática do ENEM e constatou a fragilidade da composição do exame:

> Quando as três últimas provas são analisadas juntas, consegue-se ver claramente que a prova não tem a real intenção de orientar o currículo do ensino médio, pois temos 47,40% das provas com questões exclusivas do ensino fundamental e se for somado aos 33,33% das questões que apesar de fazerem parte do currículo do ensino médio, tiveram uma abordagem como de ensino fundamental, temos mais de 80% da prova podendo ser considerada como de baixo nível. (p. 145-146)

A tabela 3.19, elaborada a partir de dados de sua dissertação, ilustra bem a situação descrita:

Tabela 3.19 - Distribuição do total de itens nas provas do ENEM (2009-2011) em relação à etapa de ensino

Edição do ENEM	Assunto concernente ao ensino fundamental	Assunto concernente ao ensino fundamental ou médio	Assunto concernente ao ensino médio	Assuntos pertencentes ao currículo[37] que não constam da prova
2009	24	13	18	21
2010	15	18	12	22
2011	25	14	6	20

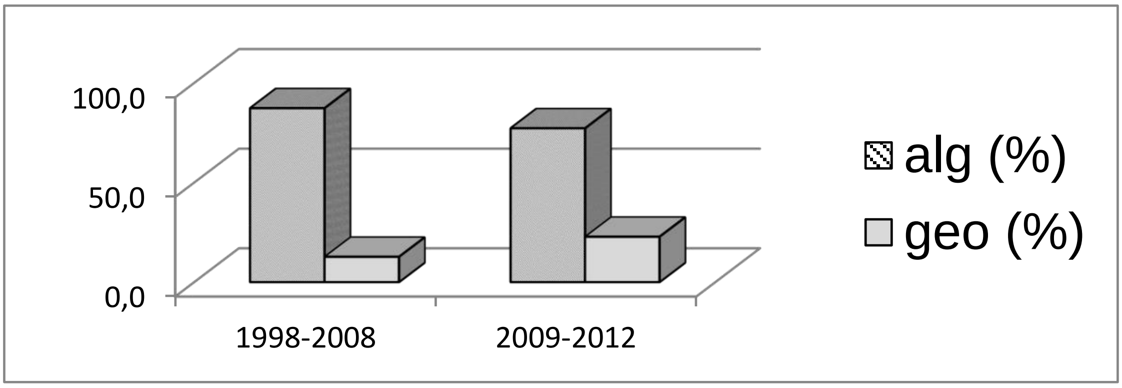
O predomínio de álgebra, como já comentado, é nítido (muito embora tenha diminuído no novo ENEM), o que parece contraditório, já que geometria deveria oferecer muito mais possibilidades de elaboração de itens referentes ao cotidiano do aluno.

[37] Currículo mínimo elaborado pela secretaria de educação estadual do Rio de Janeiro.

Tabela 3.20 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas da VUNESP, por períodos

ENEM	algebra (%)	geometria (%)	álgebra questões	geometria questões
1998-2008	87,3	12,7	110	16
2009-2012	77,2	22,8	139	41

Gráfico 3.33 - Participação percentual de assuntos por categorias nas provas do ENEM, por períodos



Não custa lembrar que a Matemática se originou basicamente do estudo de problemas relacionados à geometria.

3.4 - COMPARAÇÃO ENTRE AS PROVAS DOS VESTIBULARES DA VUNESP, DA FUVEST E O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

A discussão sobre qualidade da avaliação transcende o estudo puro e direto de seus itens ou a estrutura de apresentação da prova. Entretanto, analisar tão somente os resultados e a performance das escolas ou dos alunos individualmente não atende com eficiência pré-requisitos básicos de excelência de educação.

Após toda essa análise preliminar, fica evidente que cada uma das instituições responsáveis pelas três grandes provas conceberam um modelo avaliativo particular, alterando-o conforme as mudanças no cenário educacional brasileiro, por vezes de forma brusca, outra vezes de maneira mais tênue. Algumas tendências, no entanto, não passam despercebidas, definindo o perfil de cada uma delas.

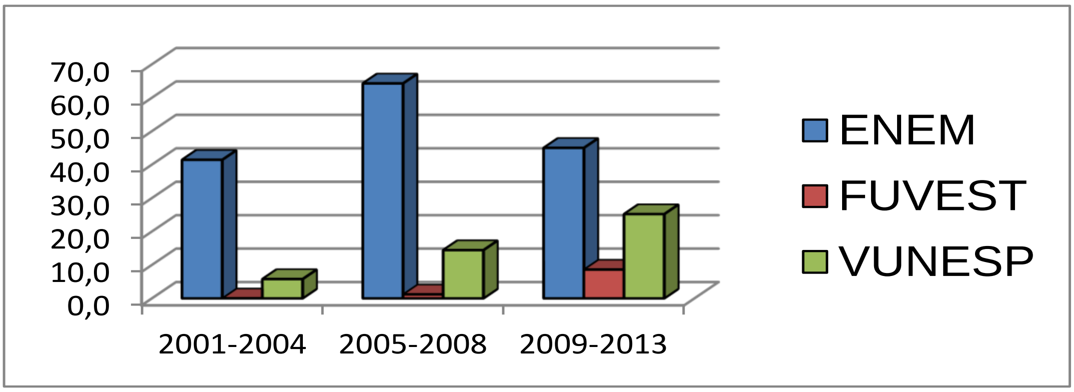
A comparação entre elas pode nos revelar aspectos surpreendentes, como o distanciamento entre o ENEM e a FUVEST, com a VUNESP situando-se entre ambos, mas muito mais próxima da FUVEST. Lima (2011) provou que dentre os 3 maiores vestibulares de São Paulo (FUVEST, VUNESP e UNICAMP), esse último foi o que mais se aproximou do ENEM .

O gráfico 3.34 evidencia essa afirmação. É discrepante o estilo dos dois primeiros gráficos, referentes aos vestibulares, em relação ao ENEM, ainda que os períodos considerados sejam diferentes.

Gráfico 3.34 - Participação percentual dos itens quanto à contextualização por períodos, na FUVEST, VUNESP e ENEM, nessa ordem

Tomando-se períodos idênticos, não é difícil situar ENEM e FUVEST como extremos, por exemplo, ao se estudarem apenas os itens contextualizados.

Gráfico 3.35 - Participação percentual dos itens contextualizados nas três provas a partir de 2001, por períodos



O gráfico 3.36 referente aos itens semicontextualizados distingue dois comportamentos bastante diferenciados: de 2001-2004/2009-2013, com predomínio do ENEM, seguido de perto pela VUNESP, e o período 2005-2008, com equilíbrio entre as três provas.

Gráfico 3.36 - Participação percentual dos itens semicontextualizados nas três provas a partir de 2001, por períodos

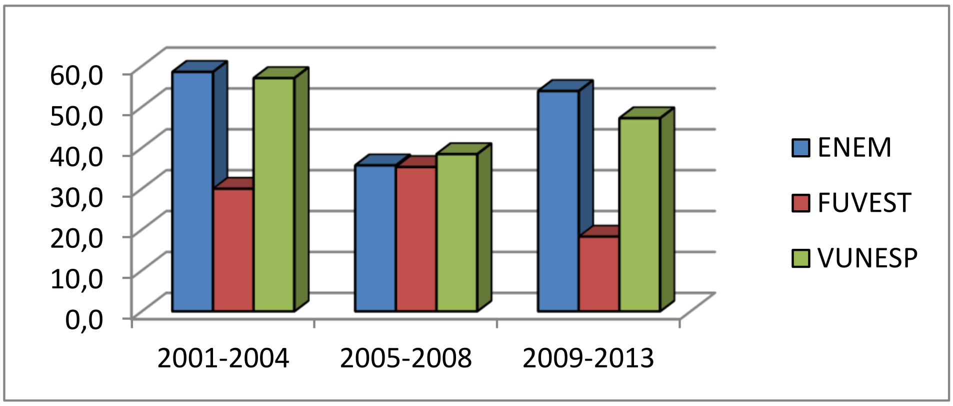
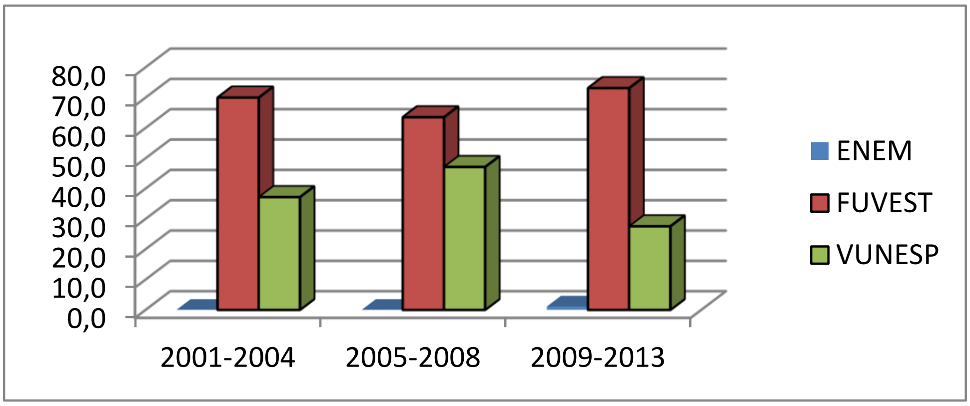


Gráfico 3.37 - Participação percentual dos exercícios nas três provas a partir de 2001, por períodos



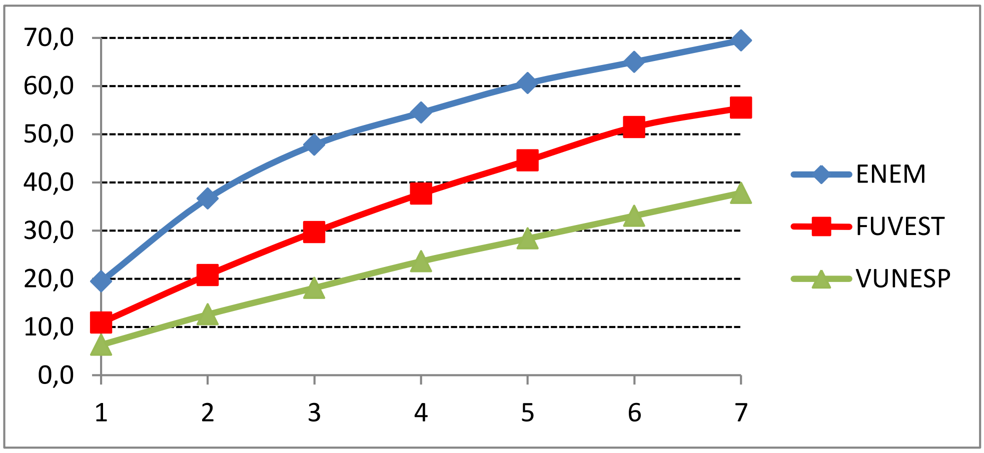
O gráfico 3.37 reflete nitidamente o predomínio dos exercícios na FUVEST. A VUNESP, como já estudado, optou por um estilo de prova mais concentrado na solução de problemas, assim como o ENEM, que não dá crédito a esse tipo de item.

A participação percentual acumulada dos assuntos constantes no top 7 a partir de 2009 descortina uma realidade bastante preocupante, se tomarmos as provas da FUVEST e sobretudo do ENEM. Não nos parece cabível concentrarmos mais da metade dos itens apenas em 7 assuntos de Matemática, num total de 43. A VUNESP não concentrou tanto a prova em determinados assuntos.

Tabela 3.21 - Participação percentual acumulada dos 7 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, da FUVEST e da VUNESP, de 2009 a 2013

2009-2013	ENEM	FUVEST	VUNESP
1	19,4	10,9	6,3
2	36,7	20,8	12,6
3	47,8	29,7	18,1
4	54,4	37,6	23,6
5	60,6	44,6	28,3
6	65,0	51,5	33,1
7	69,4	55,4	37,8

Gráfico 3.38 - Participação percentual acumulada dos 7 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, da FUVEST e da VUNESP, de 2009 a 2013

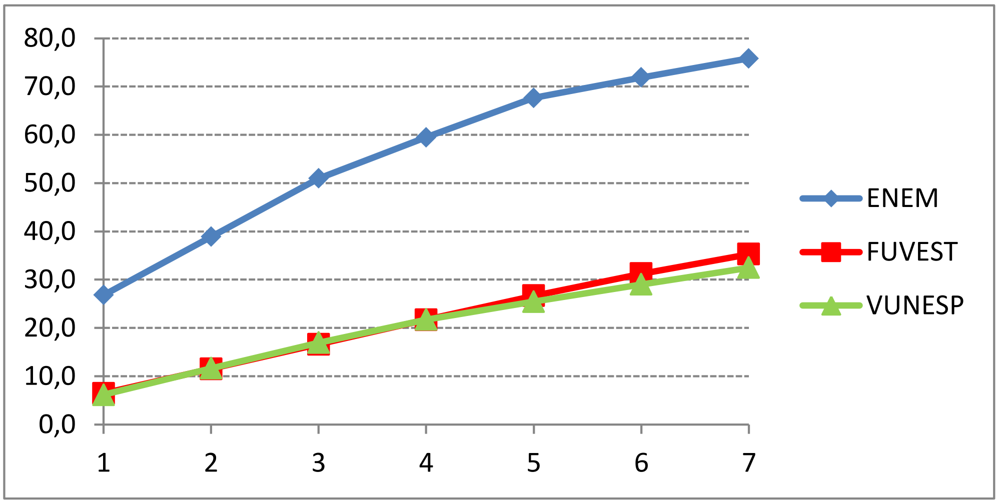


Esse fenômeno não acontece ao estudarmos a participação percentual acumulada dos 7 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, da FUVEST e da VUNESP, desde sua criação. Há um claro afastamento do ENEM em relação aos 2 vestibulares paulistas, que se mantêm muito próximos.

Tabela 3.22 - Participação percentual acumulada dos 7 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, da FUVEST e da VUNESP, desde sua criação

INÍCIO-2013	ENEM	FUVEST	VUNESP
1	26,8	6,4	6,1
2	38,9	11,5	11,6
3	51,0	16,6	17,0
4	59,5	21,7	21,7
5	67,6	26,7	25,4
6	71,9	31,2	29,0
7	75,8	35,3	32,5

Gráfico 3.39 - Participação percentual acumulada dos 7 assuntos mais pedidos nas provas do ENEM, da FUVEST e da VUNESP, desde sua criação

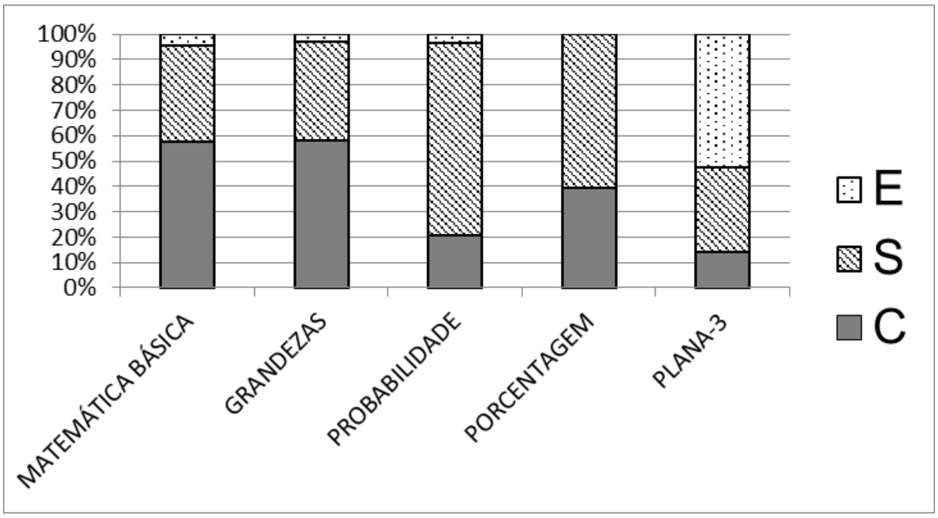


Como se comportam os 5 assuntos mais pedidos nas 3 provas, no período de 2009 a 2013? A tabela 3.23 enumera cada um deles, e o gráfico 3.40 traça o seu perfil, cuja distribuição tendencia ligeiramente para os itens semicontextualizados. Novamente geometria chama a atenção, já que é o assunto com maior porcentagem de exercícios. Nos outros 4 assuntos essa porcentagem não ultrapassa o patamar de 5%.

Tabela 3.23 - Os 5 assuntos mais cobrados nas provas do ENEM, FUVEST e VUNESP, de 2009 a 2013

TODOS	2009-2013	C (%)	S (%)	E (%)
1	MATEMÁTICA BÁSICA	57,4	38,3	4,3
2	GRANDEZAS	58,3	38,9	2,8
3	PROBABILIDADE	20,7	75,9	3,4
4	PORCENTAGEM	39,3	60,7	0,0
5	PLANA-3	14,3	33,3	52,4

Gráfico 3.40 - Os 5 assuntos mais cobrados nas provas do ENEM, FUVEST e VUNESP, de 2009 a 2013



Toda essa análise alicerçou nossas decisões para a elaboração do teste aplicado aos alunos no estudo piloto, descrito detalhadamente no próximo capítulo. Primeiramente foram escolhidos 8 assuntos mais relevantes, a saber:

- ✓ Os 4 únicos assuntos frequentes nas três provas dentre os 12 mais pedidos: Matemática básica, probabilidade, plana-2 e combinatória, segundo a tabela 3.24.
- ✓ Os 3 assuntos frequentes em duas provas e mais bem colocados no Top12 (os 12 assuntos mais frequentes): Plana-3, porcentagem e grandezas.
- ✓ Logaritmos, assunto mais frequente do vestibular da UNESP e 3º colocado da FUVEST desde suas criações.

Tabela 3.24 - Os 12 assuntos mais cobrados nas provas do ENEM, FUVEST e VUNESP, de 2009 a 2013

	ENEM - 2009 a 2013	**FUVEST - 2009 a 2013**	**VUNESP - 2009 a 2013**
1	MATEMÁTICA BÁSICA	PLANA-3	PROBABILIDADE
2	GRANDEZAS	TRIGO-3	MATEMÁTICA BÁSICA
3	PORCENTAGEM	PROBABILIDADE	TRIGO-1
4	PROBABILIDADE	PIRÂMIDE	EQUAÇÕES ALGÉBRICAS
5	1o GRAU	GA-3	COMBINATÓRIA
6	GRÁFICO	LOGARITMOS	PORCENTAGEM
7	PLANA-3	MATEMÁTICA BÁSICA	PG
8	PRISMA	1o GRAU	CILINDROS
9	ESTATÍSTICA	PLANA-2	LOGARITMOS
10	COMBINATÓRIA	2o GRAU	PLANA-2
11	PLANA-2	PLANA-1	GRANDEZAS
12	PLANA-1	COMBINATÓRIA	TRIGO-3

Num segundo momento, determinou-se um total de 16 itens, dois para cada um dos 8 assuntos supracitados. Para distribui-los quanto à contextualização, decidiu-se por 6 contextualizados, 7 semicontextualizados e 3 exercícios, seguindo a distribuição percentual das provas de 2009 em diante, segundo a tabela 3.25.

Tabela 3.25 - Distribuição de itens quanto à contextualização nas provas do ENEM, FUVEST e VUNESP, de 2009 a 2013

2009-2013	**C**	**S**	**E**	**TOTAL**
ENEM	81	97	2	180
FUVEST	9	21	71	93
VUNESP	32	60	35	127
Total	**122**	**178**	**108**	**400**
%	30,5	44,5	27,0	100,0
nº de questões	5	7	4	16

A divisão correta indica 5 itens contextualizados e 4 exercícios, mas a opção de 6 e 3 foi escolhida a fim de se observar a performance dos alunos na solução de problemas propriamente ditos. No próximo capítulo estudaremos os resultados obtidos.

4 - METODOLOGIA DA PESQUISA

Para responder à pergunta de pesquisa, três etapas serão desenvolvidas:

- ✓ **Etapa 1:** Aplicação de questionário a alunos ingressantes e do terceiro semestre do curso superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus Araraquara e a alunos da 3ª série do Ensino Médio e do curso extensivo de uma escola particular de São Carlos

- ✓ **Etapa 2:** Aplicação de questionário a alunos ingressantes do curso superior de Licenciatura em Matemática da UNESP-Bauru, e em Matemática na USP-São Carlos e UFSCar.

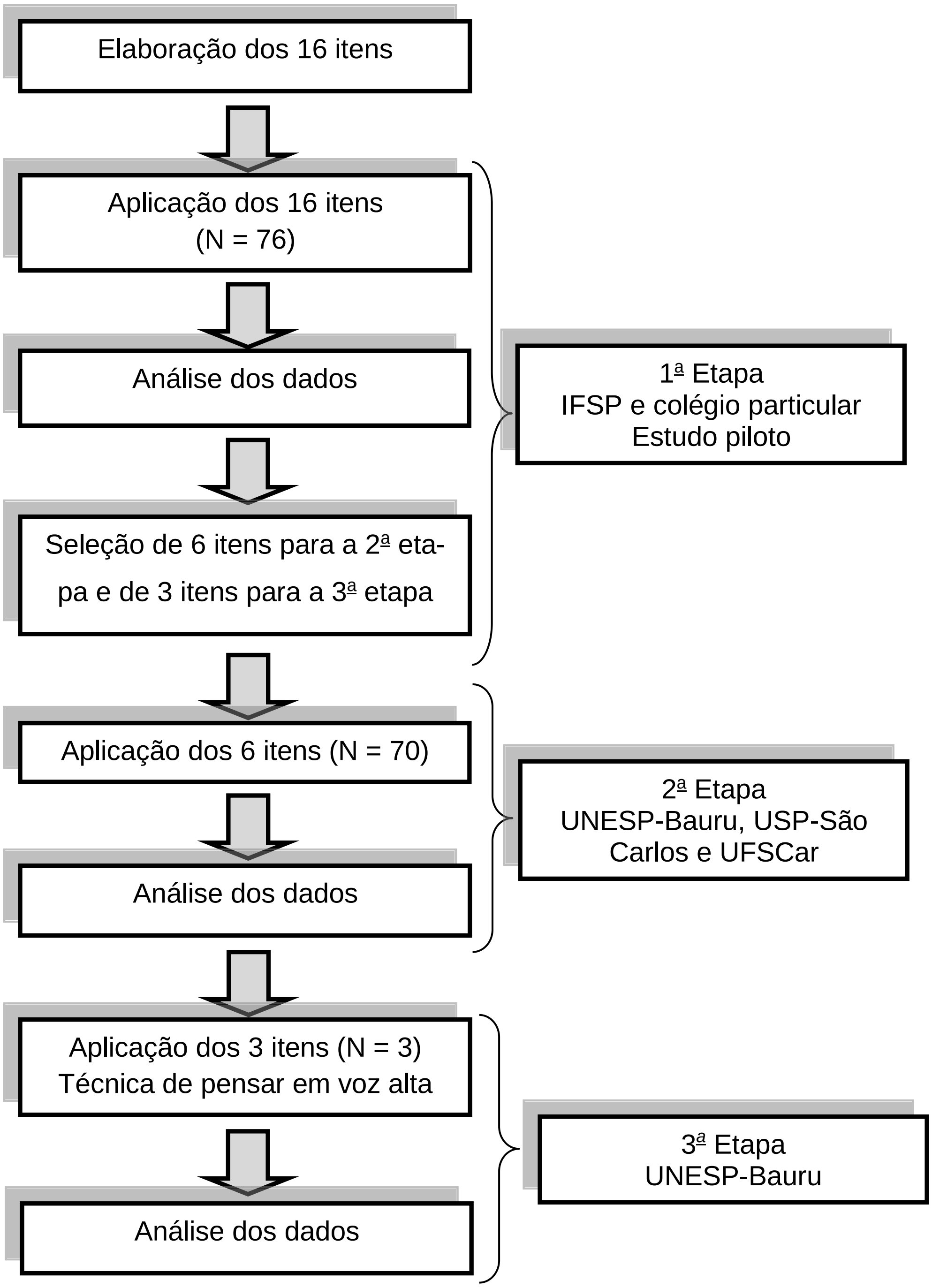
- ✓ **Etapa 3:** Aplicação de testes de vestibulares a alguns alunos selecionados entre os alunos da UNESP-Bauru que participaram da etapa 2, utilizando o método de pensar em voz alta.

A figura 4.1 ilustra a metodologia utilizada nesse trabalho (N = número de participantes). Trata-se de uma pesquisa quali-quantitativa; qualitativa em decorrência da técnica de pensar em voz alta empregada na terceira etapa e quantitativa haja visto as estatísticas e análises numéricas elaboradas a partir do desempenho dos alunos nas duas primeiras etapas.

4.1 – PRIMEIRA ETAPA

A primeira etapa se configurou como um estudo piloto, cujo objetivo era de investigar a adequação de cada um dos 16 itens e detectar dificuldades dos alunos em sua solução. Foram propostas 16 questões de Matemática (constantes no apêndice 1), que foram criadas levando em consideração minha experiência como professor de Ensino Médio e de cursos extensivos, além de elaborador e revisor de itens para o INEP. Também foi levado em conta as distribuições de assuntos mais frequentes nas provas do ENEM e dos vestibulares da FUVEST e UNESP, estudados no capítulo 3. Os assuntos escolhidos foram: Matemática Básica, probabilidade, plana-2, plana-3, porcentagem, grandezas, combinatória e logaritmos.

Figura 4.1 –Etapas da pesquisa



4.1.1 - PERFIL DOS PARTICIPANTES DA PRIMEIRA ETAPA

Para a aplicação dos 16 itens elaborados elegeram-se 4 conjuntos de alunos para compor a primeira etapa:

- ✓ Graduandos do 1º módulo (semestre) do curso superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus Araraquara, denotados por IF1.
- ✓ Graduandos do 3º módulo (semestre) do curso superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus Araraquara, denominados nesse trabalho por IF3.
- ✓ Estudantes da 3ª série do Ensino Médio de uma escola particular de São Carlos (cuja identidade será preservada a pedido de seu diretor), que serão chamados de 3EM.
- ✓ Alunos do curso extensivo (cursinho pré-vestibular) da escola supracitada, denotados por EXT. Quando se tratar de alunos do 3EM e EXT juntos será utilizada a sigla 3EXT.

4.1.2 - INSTITUIÇÕES DE ENSINO E METODOLOGIA DA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DA PRIMEIRA ETAPA

Primeiramente todos receberam o termo de consentimento livre e esclarecido (constante do anexo 3), pré-requisito obrigatório para participação na pesquisa. Os menores de idade trouxeram-no devidamente assinados pelo responsável, a fim de seguir as regras estabelecidas pelo Comitê de Ética da UNESP. O projeto também foi devidamente aprovado pelo Ministério da Saúde[38].

No termo de consentimento constava o seguinte texto: "Estou ciente de que a autorização para publicação de dados ou informações minhas ou oriundas do

---

[38] A pesquisa foi intitulada como "Investigação de situações-problema de matemática a nível de ensino médio", sob o registro CAAE: 14092813.0.0000.5398, e está disponível para consulta no site: http://aplicacao.saude.gov.br/plataformabrasil/.

projeto é voluntária e que dela poderei desistir, a qualquer momento antes da publicação, sem explicar os motivos e sem perda da pesquisa". Dessa forma, fica claro que haverá publicação dos resultados, mas será respeitada a privacidade dos alunos, ou seja, seu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa identificá-lo de alguma forma serão mantidos em sigilo.

O aluno, sujeito da pesquisa, poderá se recusar a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sem precisar se justificar. Estará ciente de que sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade. Também estará ciente de que a autorização para publicação de dados ou suas informações ou oriundas do projeto é voluntária e que poderá desistir da pesquisa a qualquer momento antes da publicação, sem explicar os motivos e sem perda da mesma.

Além de ser apresentado o projeto de pesquisa, foi aplicado um teste com 16 problemas inéditos de matemática, construídos pelo pesquisador, cuja capa está ilustrada pela figura 4.1. Todas as questões eram dissertativas e o entrevistado deveria respondê-las no caderno de questões. Para os alunos do IFSP isso se realizou em dois dias, para os alunos da escola particular em apenas um dia.

Figura 4.2 - Apresentação da pesquisa na capa do caderno entregue aos alunos do IFSP-Araraquara no 1º dia

unesp
Campus Bauru

Faculdade de Ciências

NPrograma de Pós-Graduação em Educação para a Ciência

PESQUISA EM ENSINO DE MATEMÁTICA - DIA 1

IFSP - CAMPUS ARARAQUARA

Licenciatura em Matemática

Olá, sou o Professor Santinho, doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, vinculado à Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Bauru.

Esse teste faz parte de minha pesquisa de doutorado, cujo intuito é estudar a resolução de situações-problema de matemática por parte de ingressantes em cursos superiores de licenciatura em matemática. Ele será aplicado em dois dias distintos. Em cada dia, serão apresentadas 8 situações- problema diferentes.

Já adianto que seus dados pessoais não serão divulgados em nenhum meio de divulgação pública, quer seja escrito ou eletrônica.

Por gentileza, queira responder as perguntas abaixo, antes de iniciar o teste.

Na capa do caderno dos alunos da escola particular foram suprimidas as duas frases grifadas na figura 4.2.

Também foi preenchido um breve questionário, a fim de registrar a trajetória escolar do entrevistado, conforme a figura 4.3. Foi pedido ainda que escolhessem um pseudônimo ou número identificador para preservar sua identidade.

Figura 4.3 - Questionário na capa do caderno

QUESTIONÁRIO

NOME:

IDADE:

GÊNERO : ☐ MASCULINO ☐ FEMININO

1) Onde você cursou o ensino fundamental?

a) Integralmente em escola pública.

b) Integralmente em escola particular.

c) A maior parte em escola pública.

d) A maior parte em escola particular.

2) Onde você cursou o ensino médio?

a) Integralmente em escola pública.

b) Integralmente em escola particular.

c) A maior parte em escola pública.

d) A maior parte em escola particular.

3) Assinale todos os assuntos vistos em sua trajetória escolar:

☐ Regra de três

☐ Médias

☐ Porcentagem

☐ Logaritmos

☐ Análise Combinatória

☐ Probabilidade

☐ Teorema de Pitágoras

☐ Cálculo de áreas (Geometria Plana)

4.1.2.1 - INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO (IFSP) - CAMPUS ARARAQUARA

Como o pesquisador trabalha no IFSP-Campus São Carlos, foi escolhida tal instituição para realizar essa etapa (em São Carlos não há Licenciatura, então foi escolhido o Campus de Araraquara). Para realizar a pesquisa nessa cidade, contatei a diretora em exercício Angela Sayuri Morikawa de Freitas, a qual concordou com a aplicação dos testes com alunos do Campus.

O teste da primeira fase foi aplicado em dois dias distintos, com um intervalo de uma semana entre eles, no período matutino. No primeiro dia, foram apresentados os 8 primeiros itens, que deveriam ser respondidos no período das 8h15min até 9h40min para os alunos do IF1) e para o IF3 das 10h10min às 11h35min, durante o período das aulas, com autorização dos professores e da direção do campus. No dia 2, repetiu-se o processo, alterando-se apenas os itens (os alunos receberam os cadernos com os itens 9 a 16). Dessa forma, foram disponibilizados aproximadamente 10 minutos e 30 segundos para solução de cada item.

Participaram da pesquisa 29 alunos no total, sendo 17 do IF1 e 12 do IF2. Uma aluna do IF1 não quis responder ao teste nos dois dias e pôde livremente sair da sala. Vários alunos resolveram apenas 8 itens, pois faltaram ou no primeiro dia, ou no segundo, fenômeno devidamente ilustrado na tabela 4.1. Apenas 10 pessoas resolveram todos os itens.

Tabela 4.1 - Número de participantes no teste aplicado no IFSP- Campus Araraquara

	Alunos participantes	**Só resolveram os itens 1 a 8**	**Só resolveram os itens 9 a 16**	**Resolveram todos os itens**
IF1	17	5	6	6
IF2	12	2	6	4
Total	29	7	12	10

Dois alunos responderam ter cursado a Educação Básica exclusivamente em escola particular, apontado por outro aluno seu ambiente escolar em quase a totalidade desse período.

Tabela 4.2 - Ambiente escolar na escola básica (alunos do IFSP - Campus Araraquara)

Ensino básico	Número de alunos
Exclusivamente em escola particular	2
Exclusivamente em escola pública	20
A maior parte em escola particular	1
A maior parte em escola pública	2
Misto	4
Total	**29**

4.1.2.2 - COLÉGIO PARTICULAR - SÃO CARLOS-SP

O colégio particular foi escolhido porque intuímos ser interessante comparar os resultados de alunos com vida escolar predominantemente em instituições particulares com os de escola pública. Todos eles estavam cursando o Ensino Médio ou o pré-vestibular. Como eu trabalho nesse colégio, houve uma facilidade a mais para motivar os estudantes a participar da pesquisa, pois eram meus alunos.

Diferentemente da metodologia aplicada no IFSP, os 16 itens foram aplicados em um único dia, no período vespertino, já que as aulas regulares são no período diurno. Iniciou-se às 14h30min, com término às 17h30min, dispondo-se dessa forma pouco mais de 11 minutos por questão, com a participação de 47 alunos.

Tabela 4.3 - Ambiente escolar na escola básica (alunos do Colégio Particular)

Ensino básico	Número de alunos
Exclusivamente em escola particular	26
Exclusivamente em escola pública	3
A maior parte em escola particular	8
A maior parte em escola pública	1
Misto	9
Total	**47**

Ao todo 47 alunos responderam ao teste, 24 do 3EM e 23 do EXT. A grande maioria frequentou a educação básica em instituições particulares.

Todos os 16 itens aplicados nessa pesquisa foram estudados detalhadamente (seus enunciados estão descritos no apêndice 1), desde sua elaboração, aplicação e os resultados apresentados pelos alunos. Alguns deles foram escaneados e colocados nesse trabalho. Salientamos que a identidade dos alunos foi preservada, e seus nomes foram substituídos pelo número ou pseudônimo identificador por eles criados na capa do questionário (transcritos entre parênteses na legenda das figuras).

Em todos os itens foi necessário criar uma escala avaliativa (que se encontra no apêndice 2), com o intuito de comparar o desempenho das mais variadas formas possíveis. Dividiu-se a escala de correção em 5 valores inteiros, de 0 a 4.

4.1.3 - ESTATÍSTICAS GLOBAIS DA PRIMEIRA ETAPA

A primeira etapa revelou muitos dados, cuja análise criteriosa conduz a algumas conclusões.

Primeiramente pode-se comparar o desempenho médio por nível de ensino. Um panorama global é descortinado pela tabela 4.4. A diferença entre os conceitos dos alunos do IFSP e do colégio particular é considerável (quase 150% de vantagem em favor do último). A menor média dos conceitos indica IF1 com menor desempenho, seguido em ordem crescente por IF3, 3EM e EXT.

Tabela 4.4- Desempenho médio global, por nível de ensino

NÍVEL DE ENSINO	MÉDIA DOS CONCEITOS		
IF1	15,8	IFSP	18,2
IF3	21,7		
3EM	41,3	COLÉGIO PARTICULAR	44,8
EXT	50,0		

Para confirmar essa discrepância, foram construídas as figuras 4.4 e 4.5, mostrando o desempenho médio por nível de ensino e por cada questão.

Figura 4.4 - Desempenho médio, por nível de ensino (itens 1 a 8)

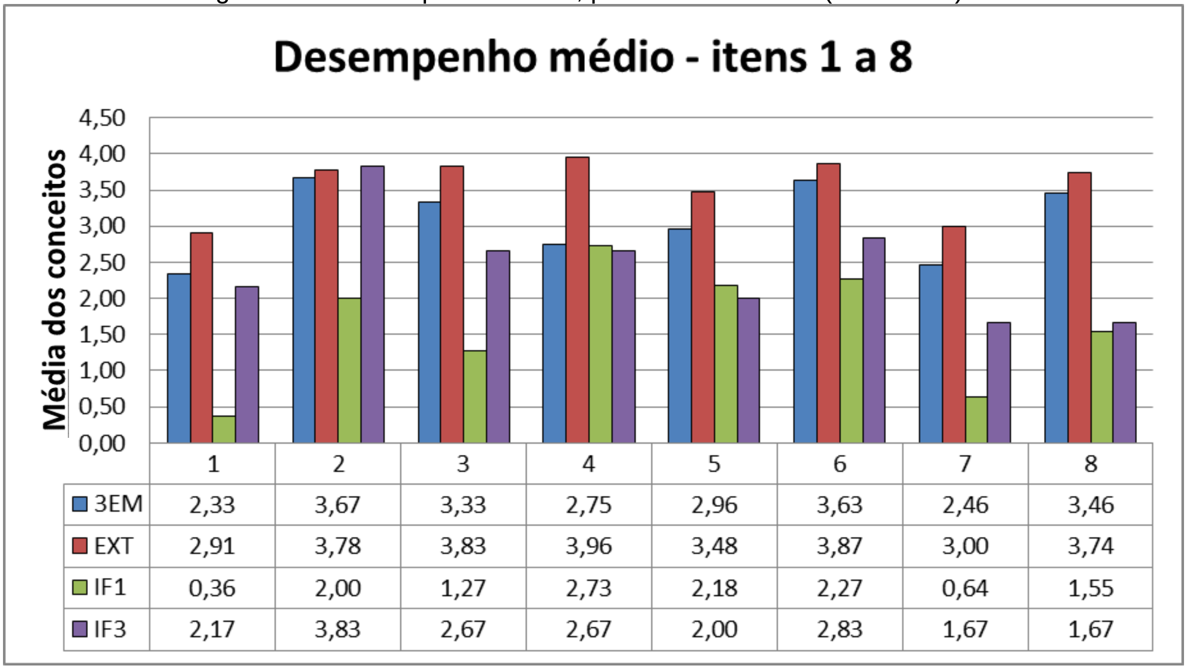
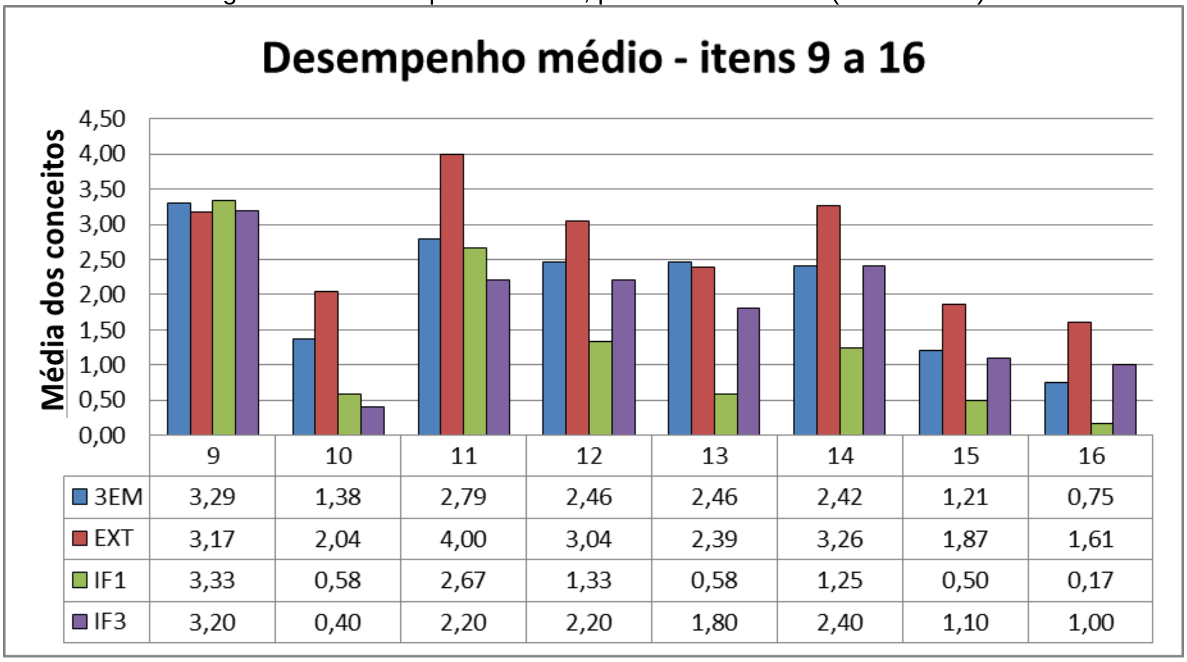


Figura 4.5 - Desempenho médio, por nível de ensino (itens 9 a 16)



A diferença entre PART e PÚB é bastante semelhante a estudada entre IFSP e o colégio particular, com vantagem da primeira de pouco mais de 122%.

Tabela 4.5 - Desempenho médio global, por formação no ensino fundamental e médio

ESTABELECIMENTO DE ENSINO	CONCEITO MÉDIO
PÚB	20,00
PART	44,41
MISTO	38,15

As figuras 4.6 e 4.7 confirmam essa informação.

Figura 4.6 - Desempenho médio, por tipo de formação escolar (itens 1 a 8)

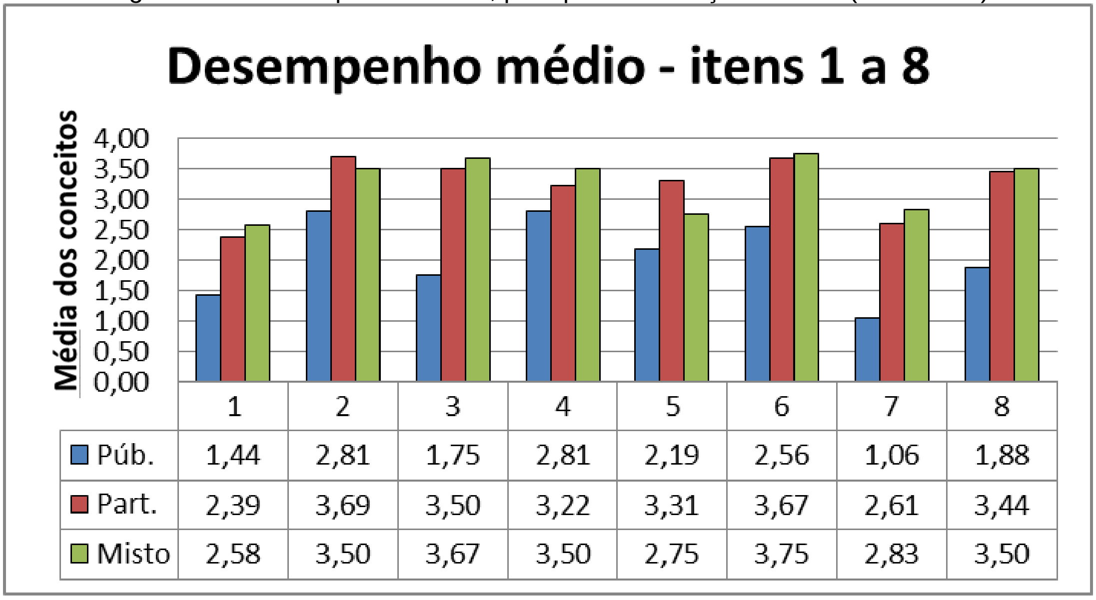
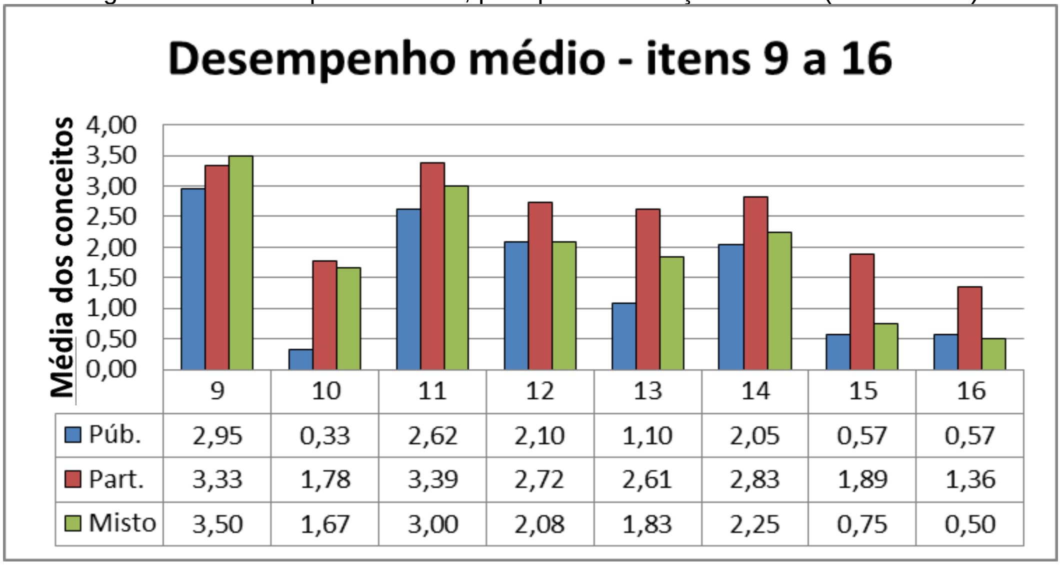


Figura 4.7 - Desempenho médio, por tipo de formação escolar (itens 9 a 16)



Nessa etapa, a média dos conceitos dos homens foram superiores aos das mulheres.

Foram apenas 4 itens em que as mulheres alcançaram conceitos mais elevados que dos homens. Esse resultado corrobora com os obtidos pela OCDE nos exames do PISA, para alunos de 15 a 16 anos (FRANÇA, 2015).

Tabela 4.6 - Desempenho médio global, por gênero

	MULHERES	HOMENS
ITENS 1 a 8	22,68	24,00
ITENS 9 a 16	14,61	17,96
NÚMERO DE ITENS EM QUE FORAM MELHORES	4 (1,2,4,6)	12 (3,5,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16)

As figuras 4.8 e 4.9 mostram o desempenho médio por gênero e nível de ensino.

Figura 4.8 - Desempenho médio, por gênero / nível de ensino (itens 1 a 8)

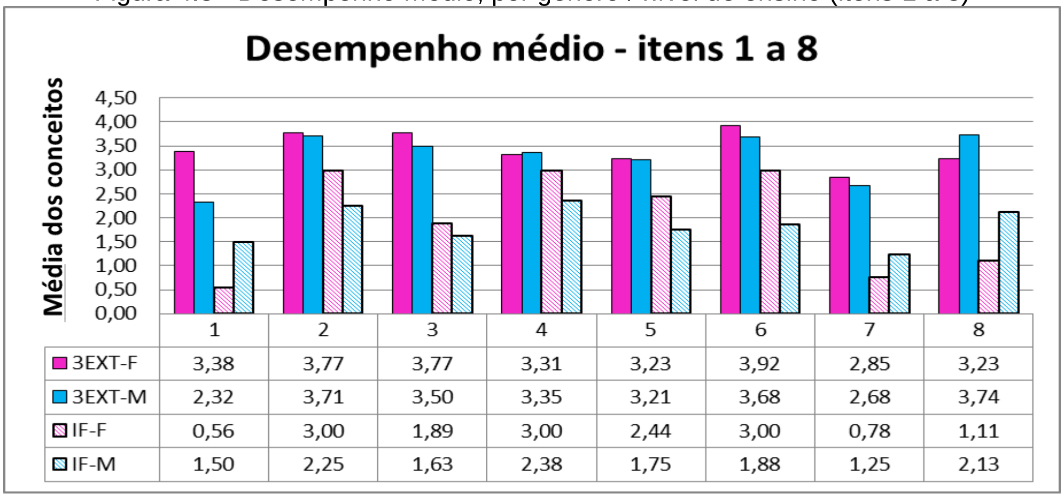
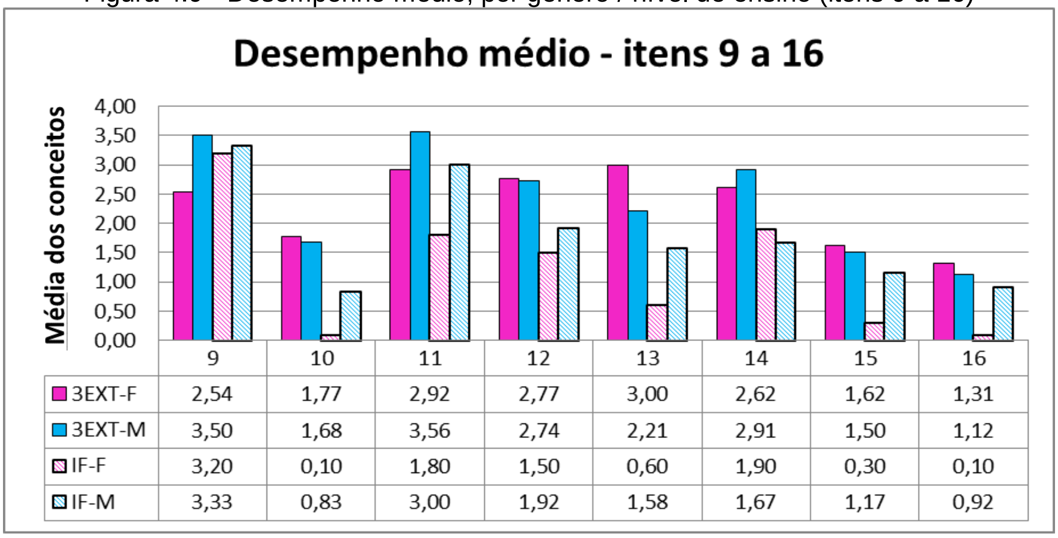


Figura 4.9 - Desempenho médio, por gênero / nível de ensino (itens 9 a 16)



A dificuldade de solução em cada item foi semelhante se considerarmos os gêneros? Isso não se observa nos 8 primeiros itens dispostos em ordem decrescente de desempenho por gêneros. Já nos 8 últimos há praticamente a mesma sequência, com ligeiras distinções.

Tabela 4.7 - Sequência decrescente média dos conceitos nos 16 itens, por gênero

Item	**6**	**2**	**4**	**3**	**5**	**9**	**11**	**8**	**14**	**1**	**12**	**7**	**13**	**10**	**15**	**16**
F	3,55	3,45	3,18	3,00	2,91	2,83	2,43	2,36	2,30	2,23	2,22	2,00	1,96	1,04	1,04	0,78
M	3,46	3,43	3,43	3,41	3,33	3,17	3,14	2,93	2,59	2,52	2,40	2,17	2,04	1,46	1,41	1,07
Item	**9**	**2**	**8**	**11**	**6**	**4**	**3**	**5**	**14**	**12**	**7**	**1**	**13**	**10**	**15**	**16**

Quanto à contextualização, houve maior facilidade nos itens contextualizados, e menos nos exercícios, muito embora a diferença entre eles não tenha sido tão relevante (20% no IFSP e 15% no colégio particular). Esse era um resultado importante para a nossa pesquisa, já que é um dos aspectos de contorno de nossa análise.

Tabela 4.8 - Desempenho médio global, em relação à contextualização

Item	**IFSP**	**COLÉGIO PARTICULAR**
Contextualizado	1,89	2,95
Semicontextualizado	1,58	2,88
Exercício	1,58	2,57

Os 8 assuntos tiveram índices de acertos bem dispersos. Os participantes encontraram bastante dificuldade para resolver os itens concernentes a logaritmos, e menos em grandezas proporcionais e matemática básica. Logaritmos é um assunto essencialmente de Ensino Médio, enquanto os outros dois são ensinados no ensino fundamental.

Tabela 4.9 - Desempenho médio global, por assuntos e níveis de ensino

	Plana-2	**Grandezas**	**Mat. Bás.**	**Combinat.**	**%**	**Probabil.**	**Plana-3**	**log**
3EM	3,00	3,04	3,29	2,96	2,33	2,63	2,44	0,98
EXT	3,35	3,89	3,67	3,37	2,61	3,52	2,83	1,74
IF1	1,18	2,00	2,23	1,09	1,96	2,00	0,92	0,33
IF3	3,00	2,67	2,42	1,67	1,80	2,20	2,10	1,05

As médias dos conceitos nos itens de geometria e álgebra foram muito similares: 2,52 e 2,50, respectivamente, evidenciando bom equilíbrio entre os tipos de questões de cada tipo.

4.1.4 – SELEÇÃO DE ITENS PARA AS PRÓXIMAS ETAPAS

Para escolha das 9 questões constantes no teste da segunda e terceira etapa foram utilizados os seguintes critérios:

- ✓ Deveriam ser selecionados 9 itens, dentre os 16 da primeira fase da pesquisa, de preferência sem repetição de assuntos. Entretanto, um dos 8 assuntos deveria constar duas vezes no teste, e grandezas proporcionais foi o escolhido por sua larga incidência no ENEM.
- ✓ Dois itens contextualizados, dois semicontextualizados e dois exercícios foram selecionados para a 2ª etapa.
- ✓ Dentre os 16 itens da primeira etapa, 3 são exercícios (o item 2, sobre plana-2, o item 16, englobando logaritmos e o item 14 versando sobre plana-3). Esse último foi reservado para a terceira etapa, na qual foram utilizados 3 itens, um de cada tipo quanto à contextualização. Os outros dois compuseram a segunda etapa.
- ✓ A fim de não se repetirem assuntos, foram descartados os itens 1, 13 e 15. Além disso, no item 1 foi colocado o ângulo reto na figura, o que induziu alguns alunos ao erro.
- ✓ Restaram 4 contextualizados, devendo-se escolher 3 para as duas etapas. Os estudantes de sexo masculino alcançaram melhor desempenho no item 9, referente a porcentagem. Além disso, nesse item observa-se a menor diferença entre PUB e PART. O fator que motivou a seleção do número 4 - sobre grandezas proporcionais - foi o desempenho semelhante entre os gêneros, além do assunto. O item 3 entrou na terceira etapa, por apresentar a maior diferença entre PUB e PART na primeira etapa. Segundo esses critérios, a questão 5 foi descartada.

- ✓ Novamente, com o intuito de não haver assuntos duplicados, descartou-se a questão 10.
- ✓ Em relação às 5 questões semicontextualizadas, optou-se pela questão de número 6 (matemática básica), por ser o de melhor desempenho dos estudantes de sexo feminino na primeira etapa (além disso, a questão 5, sobre o mesmo assunto, havia sido descartada). Entre as questões 11 e a 12, ambas relacionadas a análise combinatória, optou-se pela primeira, pois na primeira etapa apresentou maior diferença percentual entre gêneros. Os itens 7 e 8 tratavam de situações-problema de probabilidade, e optou-se pela segunda, já que na primeira fase exibiu a maior diferença de conceito entre gêneros, e constou da terceira etapa.

Três estudantes do Instituto Federal não compreenderam a informação 325=13.25 (colocada propositadamente para facilitar os cálculos), imaginando que 325 equivaleria a 13,25. Um outro "corrigiu" o dado do problema, riscando o algarismo 1 (325=3.25). Para evitar esses equívocos no 3EM e EXT, modificamos a redação do item, escrevendo 325 = 13x25. Não houve nenhuma ocorrência dessa natureza depois da alteração. Por esse motivo foi colocado na terceira etapa.

4.2 – SEGUNDA ETAPA

Na etapa 2 foi aplicado um teste contendo 6 dos 16 itens elaborados para a etapa 1, incluindo caderno semelhante (contendo também capa com identificação da pesquisa e breve questionário). Os sujeitos da pesquisa foram 28 alunos ingressantes do curso superior de licenciatura em matemática da UNESP-Bauru, 21 do curso de graduação em Matemática da USP-São Carlos e 21 da UFSCar, num total de 70 estudantes.

Foi esclarecido aos alunos que sua participação era voluntária e livre. Foi entregue termo de consentimento a todos os participantes, semelhantemente ao da etapa 1.

4.2.1 - UNIVERSIDADES

Além de sua excelência reconhecida em educação, as três universidades (USP-São Carlos, UFSCar e UNESP-Bauru) foram escolhidas de acordo com a facilidade de aplicação, já que o pesquisador mora na cidade de São Carlos-SP, sendo que, dessa forma, as instituições foram escolhidas por conveniência.

4.2.1.1 - UNESP (CAMPUS BAURU)

A Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" foi criada em 1976, oriunda da união dos 7 Institutos Isolados de Ensino Superior do Estado de São Paulo localizadas em várias cidades do interior paulista.

O Campus da UNESP localizado na cidade de Bauru, interior paulista, resulta do encampamento da Universidade de Bauru (UB), em 15 de agosto de 1988. A universidade engloba três faculdades: a Faculdade de Engenharia (FEB), a Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação (FAAC) e a Faculdade de Ciências (FC), além da Administração Geral. Conta com aproximadamente 420 professores e

500 servidores, que prestam serviços diários a cerca de 7.000 alunos. Também fazem parte do complexo o Colégio Técnico "Isaac Portal Roldán", com cursos de segundo grau, o IPMet (Instituto de Pesquisas Meteorológicas) e a Rádio Universitária UNESP FM.

O curso de Licenciatura em Matemática no Campus de Bauru foi regulamentado em 3 de dezembro de 2013. São oferecidas 40 vagas no período noturno, com duração de 8 semestres.

Nas dependências da UNESP foi aplicado o teste, no decorrer de duas aulas cedidas pela coordenadora do curso. Vinte e oito alunos concordaram em participar da pesquisa, cujas formações escolares foram organizadas na tabela 5.1.

Tabela 4.10 - Ambiente escolar na escola básica (alunos da UNESP - Campus Bauru)

Ensino Básico	**Número de alunos**
Exclusivamente em escola particular	6
Exclusivamente em escola pública	19
A maior parte em escola particular	2
A maior parte em escola pública	0
Misto	1
Total	**28**

4.2.1.2 - USP (CAMPUS SÃO CARLOS)

Apesar de já existirem a muitos anos, foi em 1934 que as Faculdades de Direito, Medicina, Farmácia e Odontologia, Filosofia, Ciências e Letras e Escolas Politécnica e Superior de Agricultura Luiz de Queiroz foram unidas para formar a Universidade de São Paulo. Sete campi compõem sua estrutura, situados na capital paulista, Bauru, São Carlos, Lorena, Piracicaba, Pirassununga e Ribeirão Preto.

Em São Carlos, a USP iniciou suas atividades acadêmicas em 1953, cinco anos após a criação da EESC (Escola de Engenharia de São Carlos). Atualmente conta com mais 4 unidades de ensino, pesquisa e inovação: o Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), Instituto de Física de São Carlos

(IFSC), Instituto de Química de São Carlos (IQSC) e o Instituto de Arquitetura e Urbanismo (IAU).

Contribuíram para nossa pesquisa 21 alunos ingressantes no curso de Matemática[39], submetendo-se ao teste e respondendo ao questionário. A tabela 5.2 traz informações sobre a sua formação na Educação Básica.

Tabela 4.11 - Ambiente escolar na escola básica (alunos da USP - Campus São Carlos)

Ensino Básico	Número de alunos
Exclusivamente em escola particular	7
Exclusivamente em escola pública	9
A maior parte em escola particular	1
A maior parte em escola pública	1
Misto	3
Total	**21**

4.2.1.3 - UFSCar (SÃO CARLOS)

A Universidade Federal de São Carlos foi fundada em 1968 e é a única instituição federal de Ensino Superior situada no interior paulista. São quatro campi, localizados nas cidades de São Carlos, Sorocaba, Araras e Buri. Somente para a graduação presencial, a universidade oferece 62 cursos, num total de 2.807 vagas. Em 1975 iniciou-se o curso de Licenciatura em Ciências, com habilitação em Matemática. Já o curso de Bacharelado teve início em 1978.

O teste utilizado em nossa pesquisa foi respondido por 21 alunos do curso de Matemática, durante aula de um dos professores. A tabela 5.3 mostra a distribuição dos alunos em relação à sua formação no Ensino Básico.

[39] Convém ressaltar que ao ingressar no primeiro semestre curso de Matemática na USP-São Carlos e na UFSCar, o aluno ainda não escolhe entre Licenciatura e Bacharelado.

Tabela 4.12 - Ambiente escolar na escola básica (alunos da UFSCar)

Ensino Básico	Número de alunos
Exclusivamente em escola particular	4
Exclusivamente em escola pública	12
A maior parte em escola particular	1
A maior parte em escola pública	1
Misto	3
Total	**21**

4.2.2 - OS 6 ITENS APLICADOS E O DESEMPENHO DOS ALUNOS

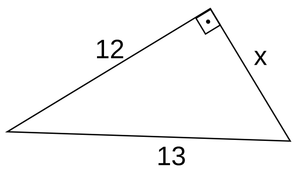
Os 6 itens aplicados nessa etapa foram selecionados conforme descrito no final do capítulo 4. Nessa etapa foi utilizada a mesma escala de valores de correção empregada na primeira etapa, bem como a escala avaliativa (apêndice 2).

4.2.2.1 - ITEM 2

Trata-se de um exercício, sobre plana-2.

Figura 4.10 - Exercício 2, sobre plana-2

2) Qual o valor de x na figura abaixo?



Alguns alunos cometeram erros de cálculos ou de conceito, tais como:

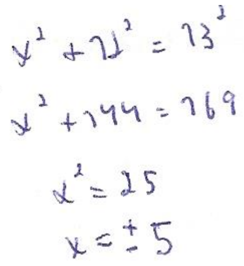
169 -144 =21

13^2 = 199 (dois alunos)

13^2 = 156 (justamente o produto entre 12 e 13, as medidas dos lados do triângulo)

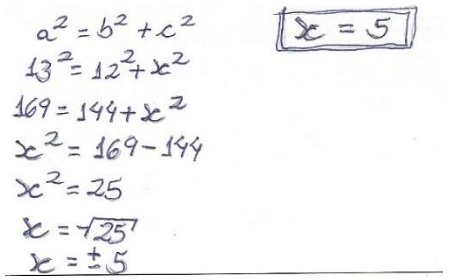
Entretanto, foi significativa a quantidade de respostas incluindo -5 como resposta correta, ilustrado na figura 5.2 e extraído da prova do aluno FAOA, da UFSCar:

Figura 4.11 - Solução do item 2 (FAOA)



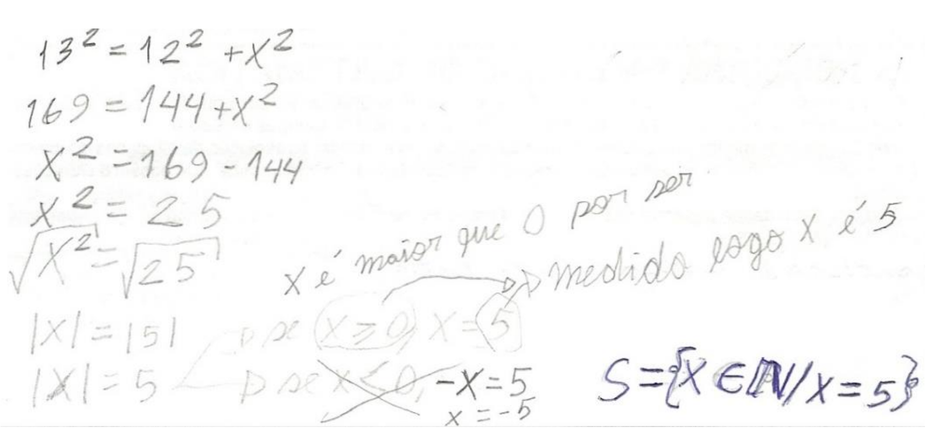
Alguns descartaram x = -5 como solução afirmando que "o valor de x não pode ser negativo pois é medida" ou " x é um lado do triângulo, portanto x = -5 não é solução".

Figura 4.12 - Solução do item 2 (P19MN)



O aluno MRSH, da UFSCar, incluiu o conjunto solução à resposta:

Figura 4.13 - Solução do item 2 (MRSH)



O aluno SMUZ, da USP, anotou após resolver o exercício: "triângulo conhecido (5, 12, 13)". Não há muitas possibilidades de triângulos retângulos com três lados medindo números naturais, com valores não muito elevados. Os mais comuns em provas de vestibular são os de medidas dos lados equivalendo a 3, 4 e 5 - e seus semelhantes - além do já citado 5,12 e 13.

A tabela 5.4 ilustra o desempenho nesse item, por universidade.

Tabela 4.13 - Desempenho no item 2, por universidades

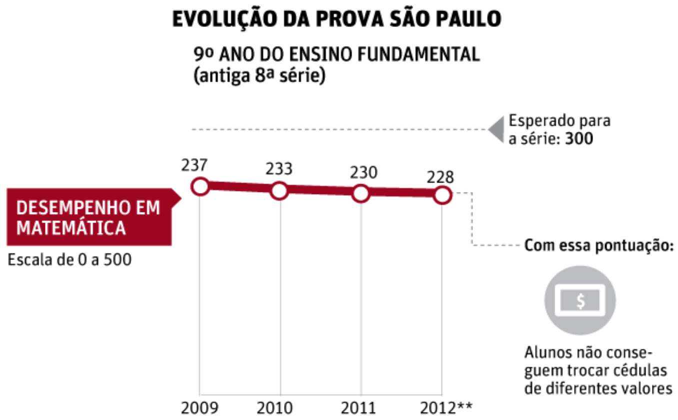
Universidade	**Média dos conceitos**
UNESP	3,75
USP	4,00
UFSCar	3,62
MÉDIA	**3,79**

Nota-se que todos os alunos da USP obtiveram êxito nesse item. A média dos conceitos considerando-se todos os participantes foi o 2º melhor nessa etapa. Em relação aos gêneros, assim como na primeira etapa, não houve disparidade: os homens alcançaram média dos conceitos equivalente a 3,79, enquanto as mulheres obtiveram 3,78. Quanto à vida escolar, todos os alunos da categoria MISTO acertaram a questão e quase todos da PART (com média dos conceitos igual a 3,95). Já os alunos que declararam ser da categoria PÚB atingiram 3,67 pontos, em média.

4.2.2.2 - ITEM 4

Figura 4.14 - Questão contextualizada 4, sobre grandezas proporcionais

4) "O desempenho em matemática dos alunos que se formam nas escolas municipais de São Paulo sofreu ano passado a terceira piora seguida na avaliação da própria rede. Assim, o estudante da nona série do ensino fundamental (alunos com 14 anos) possui conhecimento equivalente ao que se espera para um da quinta série (de 10 anos)."



TAKAHASHI, F. **Pelo terceiro ano, desempenho de aluno em matemática recua em SP**. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/educacao/1210485-pelo-terceiro-ano-desempenho-de-aluno-em-matematica-recua-em-sp.shtml. Acesso em 08.01.2013.

De acordo com a ilustração, qual é o valor médio do desempenho em matemática dos alunos do 9º ano do ensino fundamental da rede municipal de São Paulo no período de 2009 a 2012?

Assim como na primeira fase da pesquisa, houve erros de cálculo, na soma dos dados ou na divisão. Um aluno errou a soma, o que resultou média 257, superior ao maior dado. Outro estudante efetuou erroneamente a divisão, obtendo média 132, inferior ao menor dos dados. Entretanto, também ocorreram vários equívocos conceituais. Dois alunos calcularam a mediana, ao invés da média (figura 5.6).

Figura 4.15 - Solução do item 4 (SFIZ)

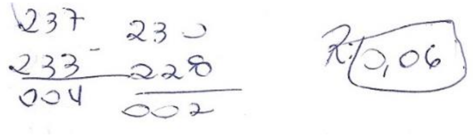
O valor médio equivale à mediana de um conjunto de dados. Para calcular, primeiro colocamos o conjunto de dados em ordem, que pode ser crescente ou decrescente, e depois localizamos o valor central.

Se o conjunto de dados tem quantidade par de elementos, fazemos a média dos dois valores centrais

Logo: 228, (230, 233), 237 => (230 + 233) / 2 = 231,5 é o valor médio.

Um aluno somou o incremento entre os dois primeiros dados e os dois últimos, conforme ilustra a figura 5.7.

Figura 4.16 - Solução do item 4 (P18LL)



Ainda houve um estudante que calculou a amplitude (237 - 228 = 9).

Na tabela 5.5 pode-se observar a performance dos participantes da pesquisa.

Tabela 4.14 - Desempenho no item 4, por universidades

Universidade	**Média dos conceitos**
UNESP	3,61
USP	3,76
UFSCar	3,62
MÉDIA	**3,66**

O item 4 apresentou a terceira maior média dos conceitos nessa etapa, com resultados melhores dos alunos da USP. É importante destacar que os universitários da UFSCar conservaram a mesma pontuação que a questão 2, muito próximos aos da UNESP. Diferentemente da primeira etapa da pesquisa, os estudantes do sexo masculino atingiram média dos conceitos superior aos do sexo feminino (3,95 e 3,31, respectivamente). Novamente os alunos com formação escolar do tipo MISTO alçaram melhor desempenho (conceito 3,86), muito embora bastante próximo à média de PART (3,81). Os universitários de PÚB obtiveram média dos conceitos de 3,55.

4.2.2.3 - ITEM 6

Figura 4.17 - Questão semicontextualizada 6, sobre matemática básica

6) Um estudante escreveu em seu caderno os primeiros versos do hino nacional. Embaixo de cada palavra escreveu o número de letras de cada uma das 28 palavras. Depois somou o número de letras de cada linha, como descrito abaixo:

Ouviram do Ipiranga as margens plácidas

7 2 8 2 7 8 SOMA:34

De um povo heroico o brado retumbante,

2 2 4 4 1 5 10 SOMA:31

E o sol da Liberdade, em raios fúlgidos,

1 1 3 2 9 2 5 8 SOMA:31

Brilhou no céu da Pátria nesse instante.

7 2 3 2 6 5 8 SOMA:33

Decidiu fazer uma placa de metal com esses versos em relevo. Para tal, consultou o orçamento de 3 empresas, conforme quadro abaixo:

	Placa (R$)	Texto (R$)
Empresa 1	110,00	0,20 por letra
Empresa 2	105,00	1,00 por palavra
Empresa 3	105,00	7,50 por linha

O preço total de cada empresa é obtido pela soma do preço da placa e do texto. Qual empresa é mais vantajosa para o estudante?

Esse item foi o que apresentou menos ocorrências de erros nessa etapa. Um aluno da UNESP calculou corretamente o custo da placa nas empresas 1 e 2, mas se equivocou na 3, multiplicando o preço por linha pelo número de palavras. Outro da mesma instituição desprezou o preço da placa, aferindo apenas o valor do texto.

O desempenho dos alunos por universidade é descrito na tabela 5.6.

Tabela 4.15 - Desempenho no item 6, por universidades

Universidade	**Média dos conceitos**
UNESP	3,82
USP	4,00
UFSCar	3,62
MÉDIA	**3,81**

Essa foi a questão em que houve a melhor média de conceitos, no total de participantes. Todos os universitários da USP resolveram a situação-problema corretamente, e os estudantes da UNESP alcançaram desempenho melhor do que os da UFSCar[40]. Diferentemente da etapa anterior não houve diferença relevante entre a pontuação média dos homens (3,82) e as mulheres (3,81). Dessa vez, os participantes com vida escolar PART alcançaram melhor desempenho: 3,95. Os alunos com histórico escolar predominantemente em escola pública obtiveram média dos conceitos de 3,81, superior aos de MISTO (3,43).

4.2.2.4 - ITEM 9

Figura 4.18 - Questão contextualizada 9, sobre porcentagem

9) A ilustração faz parte da notícia extraída da revista Veja: "Acabou o imposto invisível. As notas fiscais vão exibir o valor dos tributos pagos na compra de mercadorias e serviços. A mudança vai dar um susto em muita gente que se achava livre desses encargos." ALVARENGA, B. **Acabou o imposto invisível.** Revista Veja, ed. 2300, 19.12.2012. Disponível em: http://veja.abril.com.br/acervodigital/home.aspx.

Com seus conhecimentos sobre porcentagem e sem o auxílio de calculadora, responda: dos 9 itens ilustrados, quais os dois itens em que incidem os maiores impostos percentuais? Justifique brevemente.

Alguns participantes perceberam que os dois únicos produtos cujo imposto é maior que 50% do valor final e não realizaram quaisquer cálculos. No entanto, a argumentação de um deles (P29RC) confunde a ideia de porcentagem e juros.

Figura 4.19 - Solução do item 9 (P29RC)

R: Refrigerante e cerveja incidem os maiores juros, produtos com menor valor sofrem taxas de juros mais elevadas

[40] Nessa etapa, esse fato só ocorrerá precisamente nesse item.

Nesse item houve um bom desempenho por parte dos estudantes, conforme verificado na tabela 5.7.

Tabela 4.16 - Desempenho no item 9, por universidades

Universidade	Média dos conceitos
UNESP	3,29
USP	3,90
UFSCar	3,52
MÉDIA	**3,54**

Os universitários do sexo masculino atingiram pontuação 3,87, superior às estudantes, com média 3,16. A diferença percentual entre os dois valores (22%) é exatamente igual à observada na primeira etapa. Como na etapa 1, a média dos conceitos dos alunos que estudaram predominantemente em escola pública foi superior aos que cursaram o Ensino Básico em escola particular, com pontuações 3,55 e 3,43, respectivamente. Entretanto, os universitários da categoria MISTO conseguiram média melhor: 3,86.

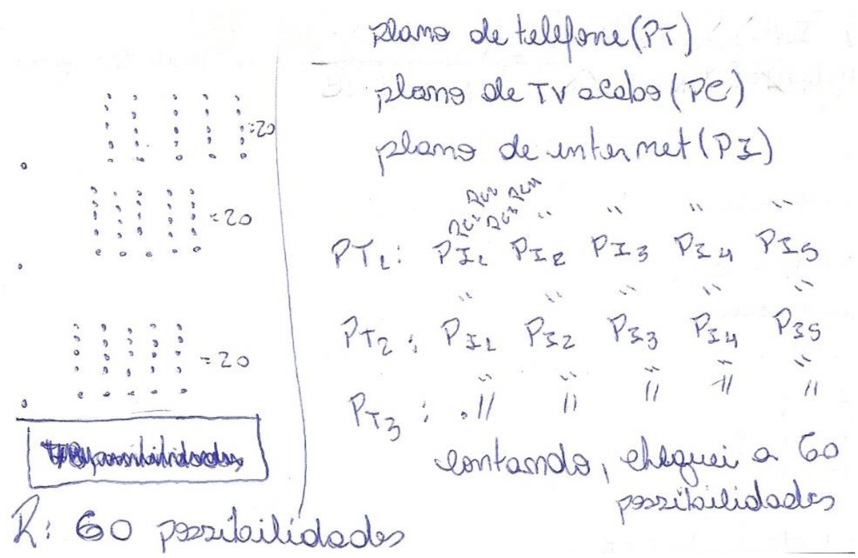
4.2.2.5 - ITEM 11

Figura 4.20 - Questão semicontextualizada 11, sobre análise combinatória

11) Patrícia deseja contratar um plano de telefone, um de internet e um de televisão a cabo para sua residência. A empresa Fonenetv disponibiliza 3 planos de telefone, 5 de internet e 4 de TV, todos distintos entre si. Se contratar a Fonenetv, qual o total de possibilidades de escolha de Patrícia?

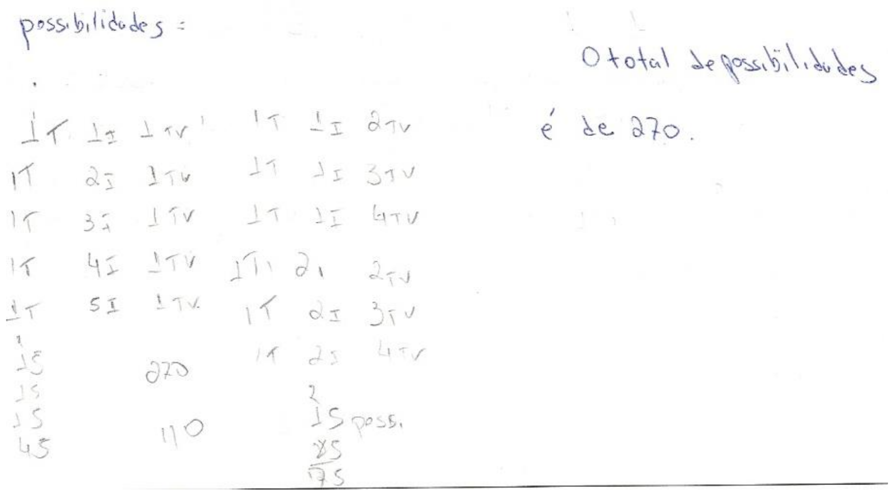
Em três resoluções foi construída com êxito a árvore de possibilidades, e em outra folha de respostas pôde-se observar todas as 60 possibilidades, como ilustra a figura 5.12. Essa estratégia foi utilizada também pelos alunos que participaram da pesquisa de Souza (2010).

Figura 4.21 - Solução do item 11 (SMUZ)



O aluno P18FS, da Unesp, também desenhou um esquema com o intento de auxiliar na solução, mas não obteve sucesso.

Figura 4.22 - Solução do item 11 (P18FS)



Em análise combinatória é comum ocorrerem erros conceituais. Um aluno calculou as combinações simples $C_{3,1}$, $C_{5,1}$ e $C_{4,1}$ de forma correta, mas somou os 3 valores. Outro utilizou a expressão de arranjo $A_{12,3}$. Um respondente lançou mão da expressão de permutação simples, e inexplicavelmente multiplicou 2! por 4! e 3!, obtendo 288 como resultado. Já o participante P18LL somou os planos de TV e internet (5 + 4 = 9) e multiplicou a soma pelos 3 planos distintos de internet, obtendo o produto 27.

As universidades apresentaram média de conceitos distintos.

Tabela 4.17 - Desempenho no item 11, por universidades

Universidade	Média dos conceitos
UNESP	3,11
USP	3,81
UFSCar	3,43
MÉDIA	**3,41**

Dezesseis alunos alegaram nunca ter estudado análise combinatória anteriormente, muito embora todos os 5 alunos da USP que o fizeram acertaram a questão. Dos 6 da UFSCar nessa situação, 5 acertaram a questão, bem como 4 alunos dos 5 da UNESP que afirmaram a mesma deficiência. As pontuações de homens e mulheres foram respectivamente de 3,63 e 3,16. Os alunos oriundos de escola pública e declarados como MISTO praticamente tiveram a mesma média de pontos (3,55 e 3,57, nessa ordem), enquanto os alunos da categoria PART alcançaram apenas 3,10 em pontos.

4.2.2.6 - ITEM 16

Figura 4.23 - Exercício 16, sobre logaritmos

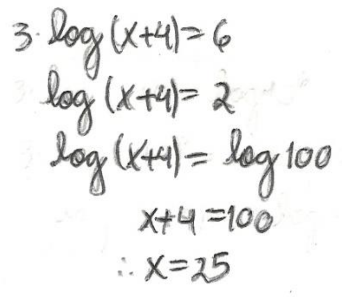
16) Resolva a equação:

$$3.\log(x+4) = 6$$

Os erros conceituais nesse item foram bastante frequentes. Novamente um aluno utilizou a "propriedade" $\log(x + 4) = \log x + \log 4$. Outro erro semelhante à essa etapa ocorreu: um estudante elevou 6 ao cubo. Dois participantes "esqueceram" de aplicar a definição de logaritmos, e após dividirem 6 por 3 corretamente, resolveram a equação de 1º grau dada por: $x + 4 = 2$ (um deles afirmou desconhecer logaritmos, no questionário).

O aluno P20MD preferiu não aplicar a definição de logaritmos, e lembrou que $\log 100 = 2$. Infelizmente confundiu-se na solução da equação do 1º grau.

Figura 4.24 - Solução do item 16 (P20MD)



Alguns alunos apresentaram deficiência no manejo da base 10, que foi omitida por convenção matemática. Um estudante resolveu a equação logarítmica assumindo 1 como base, enquanto outro observou equivocadamente que "apesar de ser uma notação corrente em materiais de Ensino Médio que $\log_{10}x = \log x$, em muitos livros de matemática de nível superior e de pós-graduação, o "log" é usado na base e". Na verdade, o logaritmo neperiano de x pode ser expresso por $\log_e x$ ou simplesmente lnx.

Quatro alunos adotaram uma metodologia diferente de cálculo, mas nenhum deles intentou em sucesso. Ao invés de dividir 6 por 3, elevaram o logaritmando por 3:

$$\log(x + 4)^3 = 6$$
$$(x + 4)^3 = 10^6$$
$$(x + 4)^3 = 1.000.000$$

Ao desenvolverem o cubo perfeito e passando um milhão para a direita, obtiveram uma equação de 3º grau:

$$x^3 + 12x^2 + 48x - 999.936 = 0$$ [41]

A partir daí nenhum deles conseguiu desenvolver de forma correta cada passo de solução.

A tabela 5.9 resume a performance dos alunos pesquisados.

---

[41] Como não é possível fatorá-la, deve-se utilizar o teorema das raízes racionais. Para tal, deve-se determinar os divisores inteiros do coeficiente independente de x (desprezando seu sinal) e os do coeficiente dominante (no caso ±1), e depois de dividir os 240 divisores de 999.936 por esses dois valores, obtém-se as 240 possíveis raízes racionais. Ao testá-las, observa-se que 96 é uma das raízes. Utilizando o dispositivo prático de Briott-Ruffini, determina-se as outras duas raízes, complexas (a saber: $-54 \pm \sqrt{3}.i$). É evidente que resolver o item 16 dessa forma incorre em uma série de inconvenientes.

Tabela 4.18 - Desempenho no item 16, por universidades

Universidade	Média dos conceitos
UNESP	0,86
USP	3,29
UFSCar	1,81
MÉDIA	**1,87**

Como na primeira etapa da pesquisa, o índice de acertos foi o menor dentre os 6 itens do teste. Um dos motivos que colaboraram com esse resultado foi o fato de 18 alunos alegarem jamais terem visto logaritmos no Ensino Médio (um deles demonstrou sua indignação: "não aprendi logaritmo no Ensino Médio. Que absurdo!"). Entretanto, dos 4 alunos da USP nessa situação, 3 acertaram o exercício. Seis da UFSCar e 8 da UNESP alegaram a mesma coisa, e todos eles erraram o item. Diferentemente do fracasso no problema introduzido por Clara (2007), o exercício proposto não apresentava nenhuma originalidade, e poderia ser encontrada em apostilas e livros didáticos. A diferença entre a performance dos universitários da USP foi expressiva. Os homens obtiveram média dos conceitos de 2,16, superior às mulheres (1,53), sendo a maior diferença percentual nessa etapa (40,9%). Os alunos que estudaram em escola pública abarcaram uma média maior de pontos (2,67), enquanto MISTO e PÚB alcançaram 2,29 e 1,40 pontos, respectivamente.

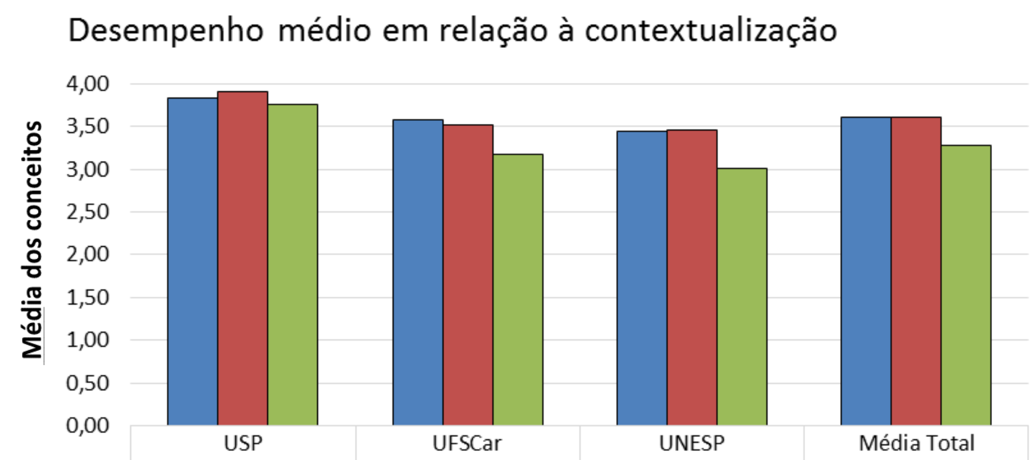
4.2.3 - ESTATÍSTICAS GLOBAIS DA SEGUNDA ETAPA

Após análise de cada uma das 6 questões e do desempenho dos alunos, faz-se necessário um estudo estatístico mais profundo, que será dividido em duas etapas: análise descritiva e teste de hipótese.

4.2.3.1 - ANÁLISE DESCRITIVA

Estudando o desempenho geral dos alunos somente em relação à contextualização, não percebemos diferença de performance nos itens contextualizados e semicontextualizados (média de conceitos de 3,60 e 3,61, respectivamente), mas há indícios que em exercícios se mostraram menos efetivos, com média dos conceitos global 3,28.

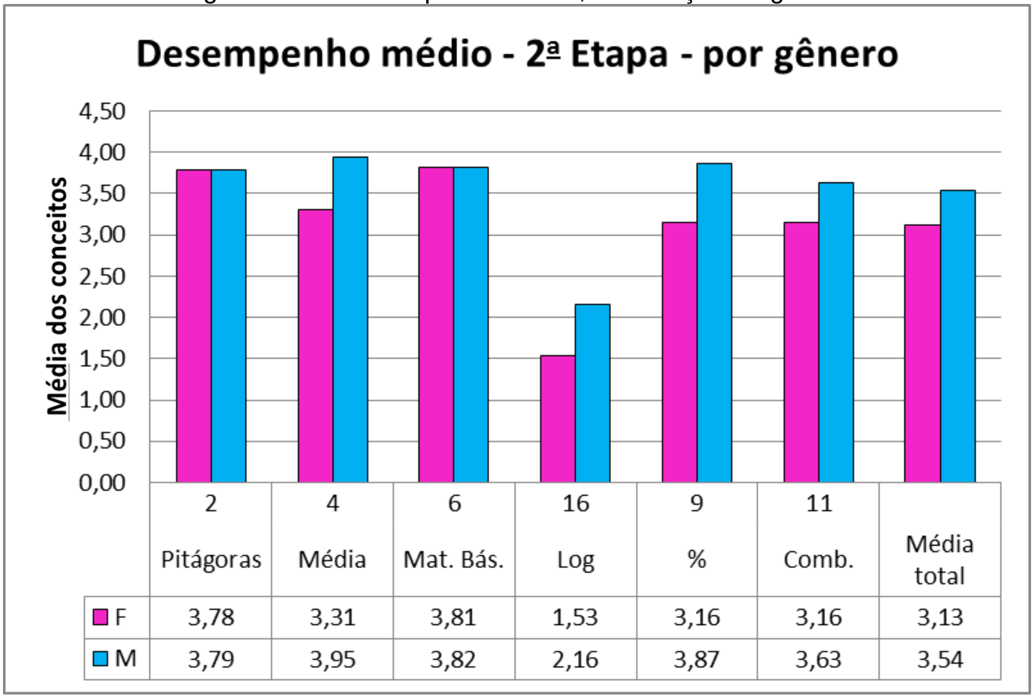
Figura 4.25 - Desempenho médio, em relação à contextualização



	USP	UFSCar	UNESP	Média Total
Contextualizado	3,83	3,57	3,45	3,60
Semicontextualizado	3,90	3,52	3,46	3,61
Exercício	3,76	3,17	3,01	3,28

Em todos os itens, os universitários do sexo masculino se sobressaíram em relação às do sexo feminino (muito embora tenham quase obtido mesmo escore nos itens 2 e 6), e na média total os homens alcançaram 3,63 pontos, superior à pontuação das mulheres (3,13).

Figura 4.26 - Desempenho médio, em relação ao gênero



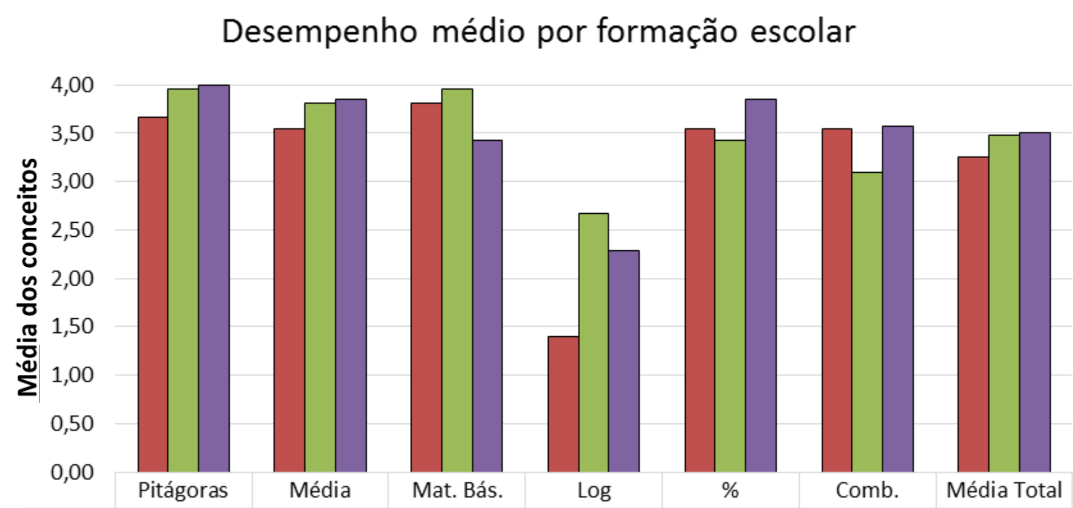
Isso condiz com as pesquisas de Andrade et al. (2006), que estudaram os resultados obtidos em Matemática por alunos da 3ª série do Ensino Médio do Brasil entre 1999 e 2003, de ambos os gêneros e residentes na área urbana. Em suas conclusões, destaca esse ponto:

> (a) Há diferença entre o desempenho em Matemática de meninos e meninas, em favor dos meninos, mantendo-se invariante nos dois períodos.
> (b) Parte da diferença deve-se a efeito composicional: como meninos tendem a sair mais cedo da escola, a população de concluintes do Ensino Médio inclui mais meninas pobres de que meninos pobres, não houve mudanças significativas.
> (c) Mesmo controlando-se por este efeito composicional, ainda resta diferença entre meninos e meninas, em favor dos meninos. (p. 12-13)

Na prova de Matemática do PISA, em 2012, os estudantes brasileiros com idades de 15 a 16 anos do sexo masculino obtiveram 18 pontos a mais do que as mulheres, na média. Essa diferença se manteve estável desde a edição de 2003. Na média considerando-se todos os países participantes, os homens também alcançaram resultados melhores do que as mulheres.

Os alunos advindos da escola pública obtiveram desempenho global levemente inferior aos participantes com formação escolar em escola particular ou misto.

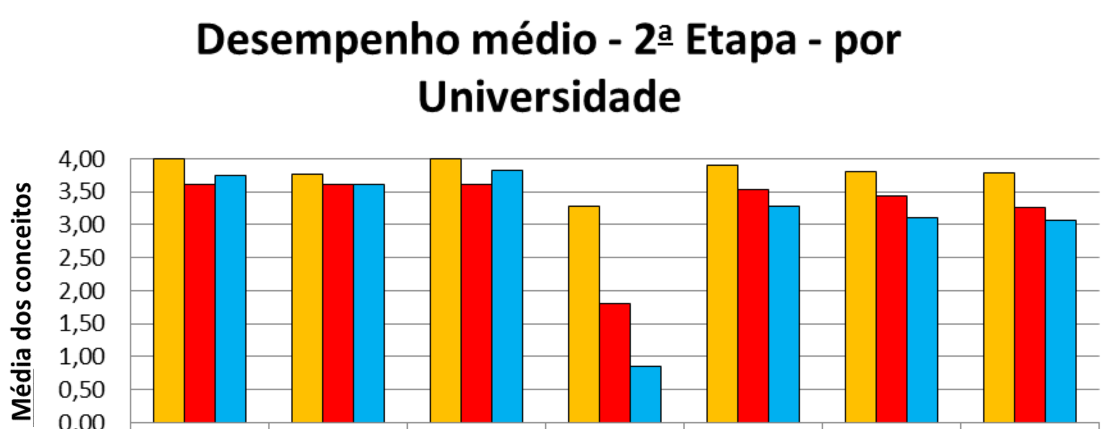
Figura 4.27 - Desempenho médio, por formação escolar



	Pitágoras	Média	Mat. Bás.	Log	%	Comb.	Média Total
Púb	3,67	3,55	3,81	1,40	3,55	3,55	3,25
Part	3,95	3,81	3,95	2,67	3,43	3,10	3,48
Misto	4,00	3,86	3,43	2,29	3,86	3,57	3,50

Quando ao desempenho por Instituição de Ensino, os universitários da USP auferiram média global igual a 3,79, superiores aos da UFSCar e da UNESP (3,27 e 3,07, respectivamente), alcançando o maior escore em todos os 6 itens.

Figura 4.28 - Desempenho médio, por universidade



	Pitágoras	Média	Mat. Bás.	Log	%	Comb.	Média total
USP	4,00	3,76	4,00	3,29	3,90	3,81	3,79
UFSCar	3,62	3,62	3,62	1,81	3,52	3,43	3,27
UNESP	3,75	3,61	3,82	0,86	3,29	3,11	3,07

4.2.3.2 - TESTE DE HIPÓTESE

Os dados foram armazenados em planilha eletrônica e apresentados em forma de tabela. Para o tratamento e análise dos dados, foi considerado o seguinte formato:

Tabela 4.19 - Formato utilizado para tratamento e análise de dados

Nota	Tipo Questão	Gênero	IE	Formação
4	E	F	USP	PB
4	E	M	USP	PA
4	E	M	USP	PB
4	E	F	USP	PA
4	E	F	USP	PA
4	E	M	USP	PB

Ou seja, para cada indivíduo, temos 5 medidas observadas:

Nota: nota atribuída à questão realizada

Tipo Questão: C= contextualizada / S= semicontextualizada / E= exercício

Gênero: F= feminino / M= masculino

IE: Instituição de Ensino: UFSCar / UNESP / USP

Formação: M= misto / PA= particular / PB= pública

Além disso, foi considerado que cada aluno contribuiu com 6 notas para análise, sendo 2 para cada tipo de questão (estas consideradas independentes). Assim, totalizamos o total de 420 observações

4.2.3.2.1 - OBJETIVO DA ANÁLISE

Tem-se interesse em verificar se o tipo de questão, gênero, IE e formação podem influenciar na nota obtida na questão.

4.2.3.2.2 - ANÁLISE DESCRITIVA SIMPLIFICADA

As figuras 5.20, 5.21 e 5.22 ilustram a distribuição de conceitos, quando estudados cada aspecto, a saber: contextualização, gênero e formação escolar.

Figura 4.29 - Distribuição de conceitos em relação à contextualização

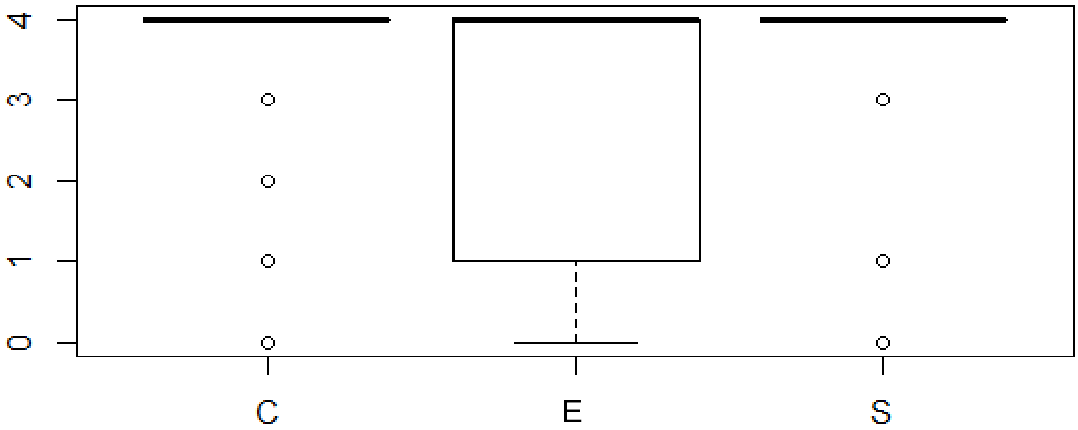


Figura 4.30 - Distribuição de conceitos em relação ao gênero

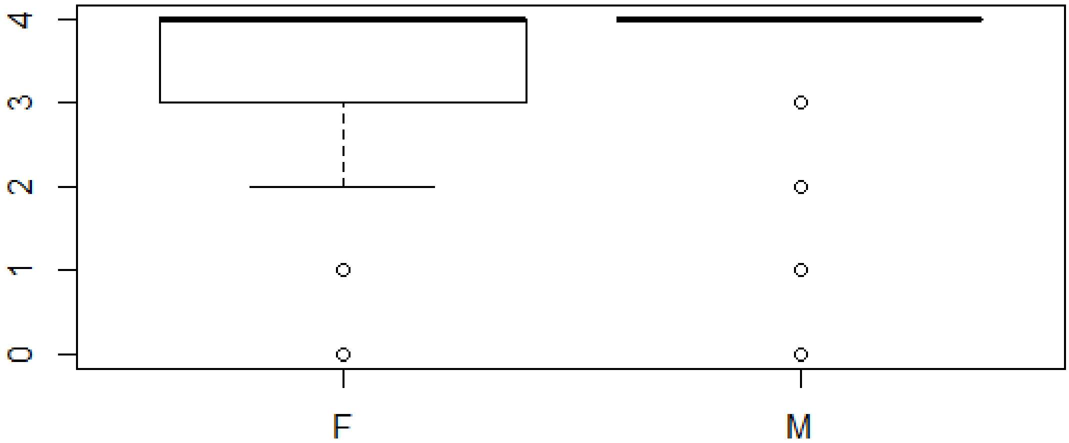
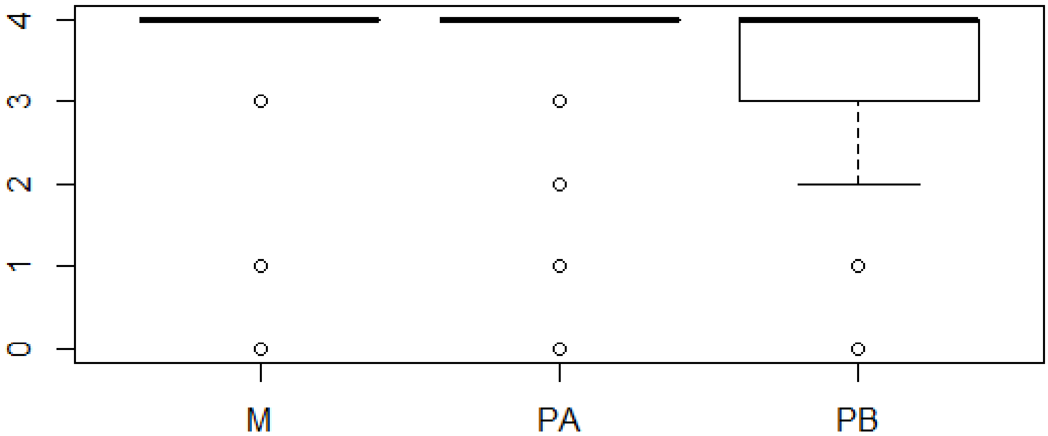


Figura 4.31 - Distribuição de conceitos em relação à formação escolar



Verificamos uma baixa variabilidade nos dados, sendo a maioria próxima do score 4. Deste modo não temos como verificar um comportamento aparente pelos mesmos. Apenas podemos verificar que para os exercícios apresentou-se uma maior variabilidade dos dados, o que se repetiu para sexo feminino e formação pública. Por este motivo, observa-se que uma análise de variância convencional, utilizando como suposição a normalidade da variável resposta não pode ser utilizado. Dessa forma, propõe-se utilizar um modelo linear generalizado ordinal, que considera a variável resposta como categórica, porém com uma ordem estabelecida.

4.2.3.2.3 - AJUSTE DO MODELO LINEAR GENERALIZADO

Será utilizado um modelo linear generalizado logístico ordinal. Deste modo, temos interesse em estimar a probabilidade de tirar notas de 0 a 4 (pontuais), e com este modelo realizarmos a interpretação de como cada fator influência nessa probabilidade.

Tomamos como modelo maximal:

$$\begin{aligned} logit\big(p(Y \leq g|Y \geq g+1)\big) \\ = \beta_{0_g} - (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_4 X_3 X_4 + \beta_5 X_3 X_5 \\ + \beta_6 X_4 X_5 + \beta_7 X_3 X_4 X_5 \end{aligned}$$

g = nota tirada, sendo g =0, ..., 4

X_3: Formação

X_4: Gênero

X_5: Tipo de Questão

$X_i X_j$: interações entre as variáveis duas a duas

$X_3 X_4 X_5$: interação entre as três variáveis

Para esta análise utilizou-se o software estatístico livre R. Chegamos a um modelo reduzido, removendo as variáveis com significância menor que 0.06. Deste modo, obtemos:

Tabela 4.20 - Resultados excluindo-se variáveis com significância menor que 0,06

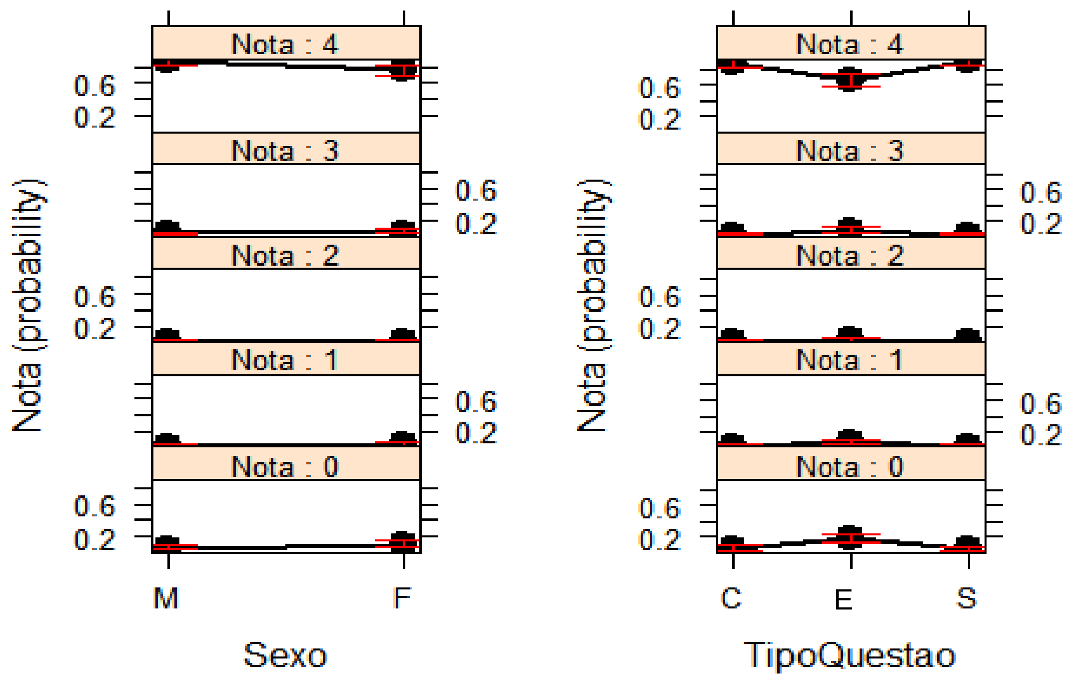
	LRChisq	Df	Pr(>Chisq)
Gênero	6,6544	1	0,009891
Tipo Questão	28,2378	2	$7{,}38.10^{-7}$
IE	26,7617	2	$1{,}54.10^{-6}$

Obtemos que Gênero, com nível de significância menor do que (0,01) é significativo nas notas obtidas, bem como o tipo de questão aplicada, com significância de $7{,}38.10^{-7}$. Dessa forma, verifica-se que esses dois fatores estão influenciando nas notas que cada aluno obteve. Nota-se que Instituição de Ensino também foi considerada significativa, porém não será estudada, pois foi incorporada como efeito de bloco (reduzir a soma de quadrado dos erros cometidos). A formação escolar mostrou-se não significativa para a nota obtida nas questões, ou seja, não há evidencia para dizer que existe diferença entre a formação dos alunos em questão e sua performance.

4.2.3.3 - AJUSTE DE PROBABILIDADES

Inicialmente, temos a seguinte representação gráfica do ajuste das probabilidades:

Figura 4.32 - Probabilidades estimadas



Deste modo, considerando as probabilidades acima estimadas, temos as seguintes conclusões (considerando os resultados mais evidentes, ou seja, os que causaram a diferença significativa):

1) A probabilidade de tirar quatro em um exercício (0,66) (independente de gênero) é significativamente menor quando comparada à tirar 4 em uma questão contextualizada ou semicontextualizada (0,86 e 0,89 respectivamente). Comportamento contrário (probabilidade do exercício é maior que as demais) acontece quando consideramos a probabilidade de tirar zero, sendo 0,17 para exercício, aproximadamente 0,05 para as demais.

2) A probabilidade de um homem tirar quatro (0,86) é significativamente maior em relação à uma mulher (0,77). O inverso acontece para nota zero, sendo 0,06 para homem e 0,11 para mulher.

4.2.3.4 - RAZÃO DE CHANCES

Outra interpretação para este modelo se resume à razão de chances. Leva-se em consideração a chance de acrescentar um ponto em sua nota, por exemplo, a chance de se aumentar um ponto na nota dado que é um exercício. Observamos que:

1) Tem-se que a chance de acrescentar um ponto em sua nota sendo do sexo masculino é 1,97 vezes maior quando comparado ao sexo feminino.

2) Tem-se que a chance de acrescentar um ponto em sua nota sendo uma questão do tipo contextualizada é 3,39 maior quando comparado à um exercício.

3) Tem-se que a chance de acrescentar um ponto em sua nota sendo uma questão do tipo semicontextualizada é 1,22 maior quando comparado à uma questão contextualizada.

4.2.4 – DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA SEGUNDA ETAPA

De maneira geral, a análise dessa segunda etapa mostra:

1- Segundo vários autores que se dedicaram ao estudo dos processos de solução de problemas, como Sternberg (2000), Brito (2006) e Polya (1998) parece ser consenso que a parte final desse processo é a verificação do resultado. Entretanto, quando tratamos do item 2, dois alunos consideraram o -5 como medida aceita para o comprimento de um dos lados do triângulo retângulo. Os alunos que mobilizaram um conhecimento da estrutura cognitiva, como o aluno SMUZ, pode ter utilizado um processo de transferência negativa, quando disse que o triângulo em questão já era conhecido, não aplicando nenhum tipo de procedimento para o cálculo, podendo ser fruto do automatismo;

2- Em termos de conhecimentos de procedimentos foi possível observar que nenhum deles apresentou algo criativo, ou seja, que se diferenciasse dos procedimentos usuais, limitando-se- somente à aplicação de fórmulas, algoritmos prontos e acabados. Esses resultados estão de acordo com os estudos de Pirola (2000) que investigou processos de solução de problemas, tendo como participantes estudantes da licenciatura em Matemática em que, uma vez que as fórmulas são esquecidas, ou não aprendidas, isso se constitui em um fator que contribui para o fracasso na solução. Isso ficou evidente na questão que envolvia o logaritmo em que 18 alunos afirmaram não terem aprendido esse conteúdo. Em relação à análise combinatória, podemos perceber que três alunos utilizaram outro procedimento (árvore de possibilidades) para a solução de problemas. De acordo com Brito (2006) e Proença (2012), a solução de problemas instiga a criatividade de solução de problemas. A análise combinatória tradicionalmente tem sido ensinada enfatizando-se as fórmulas de arranjo, combinação e permutação. Entretanto, a experiência com o ensino desse conteúdo tem mostrado que a grande parte dos problemas dessa área podem ser resolvidos por meio de conhecimentos da aritmética sem utilizar o recurso de fórmulas, como aconteceu com os alunos

SMUZ e P18FS que apresentaram um procedimento alicerçado em um diagrama (capacidade pictórica).

3- Pirola (2000) destacou que o desconhecimento de um conceito (relacionado ao conhecimento declarativo) pode impossibilitar a solução, como foi percebido na questão de logaritmos;
4- Nos exercícios, a média dos conceitos foi inferior ao das questões semicontextualizadas e contextualizadas (que não apresentaram diferença considerável entre si), confirmando os resultados verificados na primeira etapa.
5- Quanto ao gênero, o desempenho dos homens foi superior ao das mulheres, confirmando pesquisas, como por exemplo de Alves (1999) e França (2015).
6- A análise estatística demonstrou que não há relevância o fato dos alunos terem formação escolar na Educação Básica em estabelecimentos de ensino públicos, particulares ou em ambos.
7- Além de erros de cálculos, alguns alunos apresentaram erros de conceito, tais como confundir mediana com média aritmética, ao analisar dados estatísticos. Outro erro semelhante ocorreu entre as definições de porcentagem e juros. Em análise combinatória, alguns alunos utilizaram equivocadamente fórmulas para resolver um item em que deveria ser empregado o Princípio Multiplicativo. Por fim, verificou-se que alguns alunos não dominam o conceito de logaritmo.

4.3 - TERCEIRA ETAPA – PENSAR EM VOZ ALTA

Na terceira e última etapa de nossa investigação convidamos os mesmos alunos de licenciatura em Matemática da UNESP-Bauru que participaram da segunda etapa. O procedimento ocorreu em setembro de 2015, nas dependências da própria universidade.

Na técnica pensar em voz alta o estudante soluciona o problema apresentado verbalizando suas ideias e seus conhecimentos sobre determinado tema, além de questionar-se nesse processo, facilitando a compreensão do pesquisador/professor em cada etapa de solução, principalmente no que diz respeito às estratégias utilizadas no processo. Trata-se de um conjunto de procedimentos qualitativos, muito embora possa ser empregado a fim de corroborar os dados estatísticos ou outros indicativos quantitativos, como mostram as pesquisas de Brito (2002).

O pesquisador ou professor que acompanha o processo pode arguir o aluno em alguns momentos da solução. Dessa forma, pode-se detectar possíveis lacunas no conhecimento prévio do aluno ou falhas na construção de sua bagagem cultural e educacional.

Os estudantes submetidos a essa técnica aprendem a serem mais reflexivos, compreendendo e fixando seus próprios processos de solução de problemas. Consequentemente, quantificam suas próprias limitações e são estimulados a estudar e conhecer mais profundamente o tema investigado.

4.3.1 – PERFIL DOS PARTICIPANTES DA TERCEIRA ETAPA

Nesta fase foi levado em consideração a conveniência (aceite pelos alunos) e não o desempenho na segunda etapa como havíamos pensado inicialmente. A princípio, foram selecionados 6 alunos, dois deles com pontuação acima da média geral dos participantes da UNESP na segunda fase (18,43), dois abaixo desse valor e os outros dois com pontuação próxima a esse valor. Foram enviados e-mails a esses estudantes, não ocorrendo devolutiva.

Durante uma aula do professor Dr. Nelson Antonio Pirola para essa turma, foi colocado o convite para contribuir com a pesquisa. Três alunos (P18FS, P18EZ e P19WS) se dispuseram espontaneamente em colaborar com o processo; seus perfis se encontram na tabela 6.1.

Tabela 4.21 - Perfil dos três participantes da 3ª etapa

Participante	Gênero	Formação escolar	Código (3ª etapa)	Pontuação na 2ª etapa
P18FS	M	PART	FS	19
P18EZ	F	PART	EZ	20
P19WS	M	PÚB	WS	21

Antes de apresentar as 3 questões, o pesquisador elaborou algumas perguntas sobre a trajetória escolar e o relacionamento de cada participante com a Matemática, no Ensino Fundamental e Médio (utilizaremos a letra P para indicar a fala do pesquisador):

P : Porque você escolheu o curso de Licenciatura em Matemática?

EZ : Desde que eu estava na 5ª série eu gostava muito do meu professor e eu sentia que eu gostava da matéria, que eu tinha muita facilidade e a partir daí fiquei com muita vontade de estar no lugar dele, de passar tudo aquilo que eu sabia para alguém.

WS : Eu tive um ótimo professor no 3º ano [do Ensino Médio] e ele forçava a querer aprender. Eu tentei ir para a Computação, mas daí veio a Matemática que era algo que eu também gostava. Fui para Matemática também porque era um curso mais fácil de entrar.

Os depoimentos evidenciam que o estímulo e a motivação oferecidos pelos seus professores, além da empatia e facilidade com a disciplina, determinaram a escolha pela área de Exatas. O aluno FS respondeu que sua primeira opção não era o curso de Licenciatura, mas de Engenharia (infelizmente não alcançou pontuação para tal, no vestibular).

A opção por um curso de licenciatura foi investigada por vários pesquisadores e, entre eles destacamos Pirola (2000) e Proença (2012) que chegaram à conclusão que, muitos alunos fazem a opção pela licenciatura em matemática não porque querem ser professores, mas porque é a única opção.

P : Qual sua relação com a Matemática no Ensino Fundamental e Médio?

FS : No Ensino Fundamental era a matéria que eu mais tinha dificuldade. Mas tanto que eu estudava, batalhava, comecei a gostar da Matemática, entender um pouco mais. Até o final do Ensino Médio, é a matéria com a qual mais eu me identifiquei. Até a 8ª série eu não gostava muito.

EZ : Eu sempre gostei, era a matéria que eu mais gostava.

WS : No Fundamental, desde o começo já tinha uma relação muito boa com a Matemática. Tinha um mercadinho perto de casa, e o cara me dava o troco errado para mim falar pra ele: olha, tá errado, tá faltando, tem a mais. Ele fazia isso comigo. No Ensino Fundamental tinha professores que gostavam do que faziam. Na 1ª série do Ensino Médio nós ficamos meio sem professor, mas o que levou a me fazer Matemática foi mesmo o professor do 3º ano [do Ensino Médio].

É importante que para FS a Matemática se configurava na disciplina em que encontrava mais dificuldade, e que esse quadro mudara no Ensino Médio. Não é o caso dos demais, que sempre gostaram de Matemática. Pelo depoimento de WS, novamente notamos outro agente estimulador, o dono do mercadinho próximo à sua residência. Esses resultados estão de acordo com as pesquisas de Brito (1996) e de Gonçalez (2000, 1995) que mostraram que as atitudes em relação à Matemática não são estáticas e também mostraram as contribuições dos professores no desenvolvimento de atitudes positivas em relação à essa disciplina.

P : Você se lembra de qual assunto da Matemática você mais gostava?

FS: Me interessava mais com a área financeira, acho que na oitava série.

EZ : Geometria Analítica é uma área que eu gosto bastante, que eu sinto bastante facilidade.

WS : O que eu mais tive foi Álgebra, não tive praticamente nada de Geometria no Ensino Fundamental. Se eu pegasse um exercício de Geometria para fazer para achar o ângulo que estava ali eu não sabia fazer. No Ensino Médio foi mais a fundo isso [aprendeu um pouco de Geometria]. Álgebra eu gosto mais, e não tem um assunto específico que eu gosto mais.

Não há um consenso, mas nos causa surpresa a escolha de EZ por Geometria Analítica, assunto no qual os alunos apresentam grandes dificuldades, sobretudo se o exercício não exige aplicação direta de fórmulas. Sobre a geometria, descrita por WS está de acordo com o que Pirola (1995) destaca: ênfase a álgebra e pouca a geometria.

P : Como você se sentia diante de problemas? Confiante?

FS : Você batia o olho...texto...você meio que ia decifrando, interpretando, não gostava, mas depois você vai começando a entender um pouco lendo, acho que eu gostava, fazia um pouco mais fácil.

EZ : Depende do problema. Tinha alguns problemas que eu não conseguia resolver e eu ficava meio insegura, tanto na questão de eu pensar como que eu poderia resolver isso quando eu estivesse no lugar dele [professor que ela gostava].

WS : Sim, tentar interpretar aquilo de uma maneira correta, ver o que foi passado, tentando pegar o que eu realmente ia usar daquilo.

O intuito dessa pergunta era extrair a opinião sobre os problemas de Matemática. O participante FS utiliza o termo decifrar, e em seguida interpretar, remetendo à necessidade de percepção e assimilação do enunciado, configurando-se numa situação a ser solucionada e da qual não se dispõe de um caminho rápido à solução (Lester,1983, Pozo et. al., 1998), ou seja, configurando-se em um problema. Já EZ se preocupa não só com a solução, mas como a exporia quando fosse docente, demonstrando vocação para o curso escolhido. Finalmente WS relaciona situação-problema com aplicação prática ("o que eu realmente ia usar daquilo").

P : Que tipo de problema você se dá melhor: aqueles que se resolvem por aplicação de fórmulas ou os relacionados ao cotidiano? Qual te desperta mais interesse?

FS : Eu acho que na parte das fórmulas. Aquelas que demoravam um pouco mais dava preguiça de resolver.

EZ : Me sentia mais confiante com os de fórmula, mas eu não gosto de decoreba, gosto mais de entender. Me interesso mais por problemas, eu gosto mais de entender, que envolve muito mais que a Matemática, envolve interpretação de textos do aluno. Quem não sabe interpretar, não sabe resolver.

WS : Sempre foi mais a questão de equações. Acho mais interessante a situação-problema, mas em questão de facilidade digamos assim é a equação.

Nesse ponto, nos importa verificar a preferência por exercícios ou itens semicontextualizados e contextualizados. Os exercícios são mais “confortáveis” para os participantes, mas EZ se interessa pelas situações-problema, por transcender a própria Matemática.

A fala dos 3 alunos se refere a procedimentos prontos e acabados (Sternberg, 2000; Brito, 2006). Talvez os problemas que tenham sido ensinados sejam aqueles do tipo padrão, ou seja, aqueles que exigem uma aplicação imediata de um procedimento já aprendido (que no nosso caso, se configura em um exercício), como afirma Pozo et. al. (1998).

Segundo Sternberg (2000) o processo de solução de problemas está relacionado com a criatividade, ou seja, por meio de problemas (que são situações inéditas), o aluno tem a possibilidade de criar novas estratégias, procedimentos, testar hipóteses, conjecturar, etc...,que geralmente não é possível quando se tem um procedimento já determinado para a solução de problemas.

P : E quanto ao tamanho do enunciado? Você desanima quando é extenso, ou persiste?

FS : Depende do caso. Por exemplo, se for do ENEM, questões longas ou vestibular, queria entender para poder resolver. Mas se fosse mais de colegial, fundamental, para quê ler tudo isso aqui?

EZ : Por exemplo, quando eu fazia o ENEM eu desanimava, era aquele negócio enorme, mas acho que na escola persistia. Quando tudo aquilo faz sentido, daí é legal de ler.

WS : A maioria das vezes tentava resolver.

Merece destaque o fato de que dois universitários tenham citado o ENEM, que carrega o estigma de conter questões longas, cuja leitura é cansativa e desmotivadora.

4.3.2 – ANÁLISE DA SOLUÇÃO DOS 3 ITENS APLICADOS

Inicialmente foi explicado a cada um deles que iriam resolver 3 questões de Matemática no nível do Ensino Médio e que sua participação era voluntária. Também foi feita uma breve explicação sobre a técnica empregada, evidenciando claramente o interesse de nossa análise: o processo de pensamento para a solução do problema, e não o seu êxito na obtenção do resultado correto.

Novamente foi apresentado o termo de consentimento, já que nessa fase da pesquisa a solução seria gravada em áudio e analisada posteriormente, conforme o modelo no anexo 3.

A pesquisa constava de três itens utilizados na primeira etapa, a saber, o número 3, 8 e 14, cujo processo de escolha já foi discorrido no início do capítulo 5. Convém relembrar que o primeiro era contextualizado, o segundo semicontextualizado e o terceiro era um exercício. Não havia limite de tempo, mas nenhum dos estudantes ultrapassou 1 hora de solução. Utilizou-se a técnica do pensar em voz alta, e todos os procedimentos de solução foram gravados em mídia eletrônica, mantendo-se a linguagem dos alunos. Antes do início da solução de cada item o pesquisador fez as seguintes perguntas:

P : Tem alguma dúvida? Teve dificuldade na compreensão do enunciado? Você se acha confiante para resolvê-lo?

Discorreremos sobre a solução de cada um deles na visão de cada participante.

4.3.2.1 - ITEM 3

Conforme visto na primeira etapa, o item 3 versava sobre grandezas proporcionais.

Figura 4.33 - Questão 3

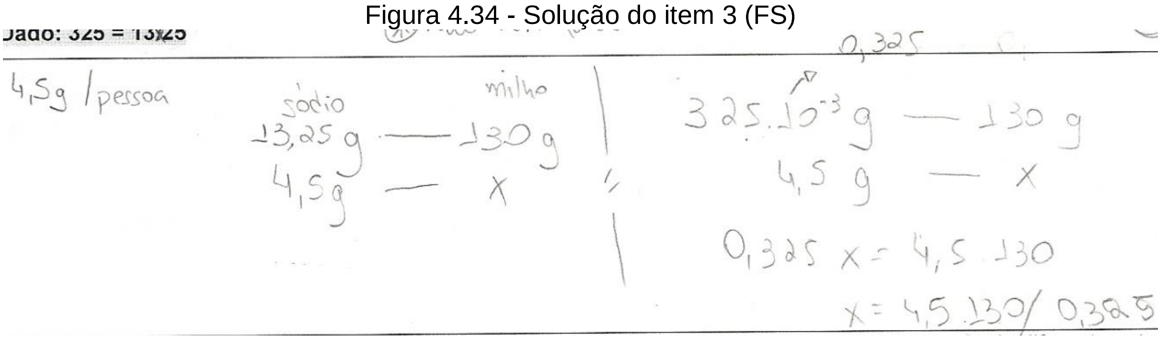
3) "O consumo diário de sódio pela população brasileira está duas vezes e meia acima do limite preconizado pela OMS (Organização Mundial da Saúde).(...) Os dados são de uma pesquisa realizada na Faculdade de Saúde Pública da Universidade de São Paulo e publicada neste mês na Revista de Saúde Pública. Os pesquisadores apontam que a quantidade diária de sódio disponível para consumo é de 4,5 g por pessoa, sendo que a ingestão máxima recomendada pela OMS é de 2 g." BASSETE, F. **Brasileiro consome o dobro do sódio indicado pela OMS.** 12.03.2009. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/folha/equilibrio/noticias/ult263u533419.shtml. Acesso em 09.01.2013.

Uma lata de milho verde em conserva apresenta em sua embalagem a informação nutricional: 325 mg de sódio para uma porção de 130g do produto. Quanto deveria ser a massa, em gramas, de uma lata desse produto, de forma a atender exatamente o limite de ingestão máxima de sódio recomendada pela OMS?

Dado: 325 = 13.25

Foi perguntado ao primeiro participante (FS) se entendera o dado final, uma vez que de forma equivocada foi impressa a informação conforme a figura 6.1 (ao invés de 325 = 13x25), proporcionando confusão entre 13.25 e 13,25 (FS iniciou a regra de três equivocadamente, como mostrado do lado esquerdo do traço vertical na figura 6.2). O pesquisador explicou que se tratava de uma fatoração do número 325, para auxílio nos cálculos.

Figura 4.34 - Solução do item 3 (FS)



A partir desse lapso, o dado foi reescrito e não houve outros problemas dessa natureza. Perguntado sobre a fatoração, FS disse não ter conseguido ligá-lo com a solução do problema. Apenas EZ utilizou esse dado para simplificar as operações básicas.

O universitário FS esboçou a regra de três, mas ao invés de tomar 2 g por pessoa como o limite de ingestão máxima diária de sódio recomendada pela OMS, considerou 4,5 g por pessoa, que corresponde à quantidade diária de sódio disponível para consumo. Pozo et. al. (1998) descreve alguns fatores que dificultam a tradução de problemas matemáticos, sendo um deles a presença de dados irrelevantes para solucioná-lo. Por se tratar de um recorte de uma notícia, não é possível retirar o dado relativo à quantidade diária de sódio disponível para consumo (4,5 g por pessoa), utilizado indevidamente por FS. Brito (2006) afirma que os estudantes convertem as informações advindas do problema em representação mental interna, englobando o enunciado, objetivos e demais operações necessárias à sua solução. A falha de FS se deu na obtenção e organização dos dados indispensáveis à solução do problema, ou seja, na compreensão verbal. Polya (1995) ressalta a importância na identificação das partes principais do problema, após o entendimento do enunciado verbal. A representação do problema não foi elaborada perfeitamente, e um dos motivos pode ter sido a desatenção na leitura do enunciado. Apesar disso, o plano de execução foi concebido corretamente. Pirola et al.(2006) comprovaram que alunos com menor desempenho utilizam dados supérfluos, comprometendo a solução de problemas.

P : Explica para mim o que você pensou para fazer isso?

FS : Eu pensei que...o exercício pede qual deveria ser a massa da lata do produto em que fosse ingerido uma pessoa que é...com limite 4,5 g por pessoa.

Dessa forma, obteve equivocadamente o valor $1{,}8.10^3$ g para a massa da lata. Quanto à maior dificuldade encontrada, declarou ter sido a conversão de mg para g e a transformação para decimal. Entretanto, empregou uma propriedade de potenciação pouco utilizada pelos alunos (transformar 10^{-3} no denominador para 10^3 no numerador):

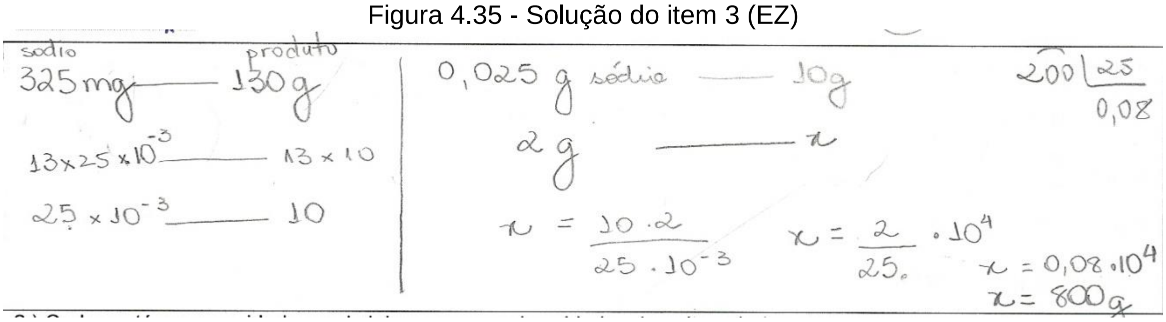
FS : Eu fiz 4,5 vezes 130 então aqui era 0,325 [no denominador] e era muito mais difícil resolver por decimal. Aí deixei por 325, só dividi por 325 que era o inicial, 325 mg, fiz como se fosse mg, mas aí no final deu 1,8 e sobrou mg embaixo [da fração] eu passei para cima com o sinal trocado.

O cálculo a que FS se refere é o que segue abaixo:

$$4{,}5 \text{ g} \,.\, 130 \text{ g} / 0{,}325 \text{ g} = 585 \text{ g}^2 / 0{,}325 \text{ g} = 585 \text{ g}^2 / 325 \text{ mg} = 1{,}8 \text{ g}^2 / \text{mg} =$$
$$= 1{,}8 \text{ g}^2 / 10^{-3}\text{g} = 1{,}8.10^3 \text{ g}$$

Após a leitura, a participante EZ discorreu que não tinha uma estratégia inicial para resolver o problema, embora soubesse que se tratava de uma regra de três, e que iria utilizar todos os dados – citou a quantidade diária de sódio disponível (4,5 g por pessoa). Ela foi a única dos três participantes a utilizar o dado final (325 = 13x25), e foi simplificando as proporções:

Figura 4.35 - Solução do item 3 (EZ)

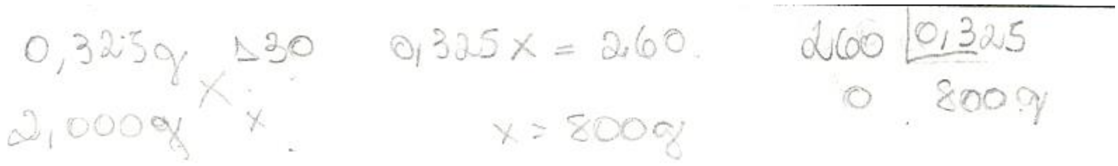


EZ : Eu tenho 325 mg para 130 g do produto. Então 325 equivale a 13x25x10^{-3} g, que eu transformei de miligrama para grama, e 13x10 que é a quantidade do produto. Eu simplifiquei o 13 que eu tinha dos dois lados, aí ficou 25x10^{-3} que está para 10 g do produto. O 10^{-3} eu coloquei em decimal, ficou 0,025g de sódio para 2 g do produto.

Montada a regra de três, calculou corretamente a massa da lata solicitada. Arguida se imaginaria outra maneira de resolver a situação-problema, afirmou que não pensaria em outra estratégia para realizar a tarefa. Sua maior dificuldade foi relacionar tudo: a quantidade máxima que as pessoas podem ingerir e a quantidade que tem de sódio no produto. A princípio, a estudante demonstrou concepção incompleta do problema, mas após compreendê-lo e retirar do enunciado os dados necessários, iniciou a elaboração de um plano de solução, por meio da inter-relação entre eles, confirmando as ideias de Polya (1998).

O estudante WS sabia que inicialmente iria lançar mão da regra de três, e afirmou não imaginar outra forma de solução. Foi o aluno que apresentou a solução mais condensada, não observando nenhuma dificuldade. A divisão de 260 por 0,325 foi realizada de forma concisa e eficaz:

Figura 4.36 - Solução do item 3 (WS)



WS : Eu fiz uma regra de três: 0,325 g que tinha numa porção de 130 g do produto. Daí eu peguei as 2 g que eram recomendadas, equivalente a x. Realizei 2x130 = 260, dividido por 0,325, deu 800 g.

P : O dado final do exercício você não usou para nada?

WS : Não.

Não se verificou nenhuma estratégia criativa na solução do problema, mas todos elaboraram uma representação e formularam um plano de solução, empregando regra de três simples, resgatado da memória de procedimento (Brito, 2006).

4.3.2.2 - ITEM 8

Essa questão semicontextualizada tratava de probabilidade.

Figura 4.37 - Questão 8

8) Carlos está em sua cidade e vai viajar para uma das cidades descritas abaixo. Em decorrência do diferente estado de conservação das estradas, são dadas as velocidades médias a serem desempenhadas.

Cidade	velocidade média (km/h)	distância até a cidade de Carlos (km) (exceto trecho urbano)
1	80	176
2	90	171
3	100	190
4	110	231
5	120	180

Ao escolher apenas uma cidade para visitar e manter constante a velocidade média dada, qual a probabilidade de dirigir por menos de 2 horas na estrada?

Todos os alunos conseguiram resolver a situação-problema, mas o aluno FS calculou erroneamente a velocidade média relativa à cidade 1 (escreveu 22h, ao invés de 2,2 h). Como o tempo excedia 2 horas, a cidade 1 não foi computada no cálculo da probabilidade, não interferindo na resposta final.

Assim como na primeira etapa, nenhum deles atentou para o fato de que era mais simples dobrar o valor da velocidade média para obter a distância referente a duas horas de trajeto até cada uma das cidades. Daí em diante bastava comparar se a distância descrita na tabela era inferior aos valores obtidos.

A participante EZ observou que não gostava de probabilidade e afirmou não estar tão confiante como no primeiro exercício, mas obteve êxito no problema proposto. Os demais declararam estar confiantes para resolvê-lo, e nenhum deles apresentou dúvidas a respeito do enunciado.

P : Explica para mim o raciocínio que você usou.

FS : Meio que quando eu li o exercício eu acho que já veio a Física, pra lembrar a fórmula de velocidade média.

P : Você resgatou fácil da sua memória essa fórmula?

FS : Essa aqui sim, para mim foi uma coisa fácil. Eu coloquei Δs sobre Δt e calculei o tempo de cada cidade. Três cidades davam tempo menor de 2 horas, e coloquei a probabilidade: 3/5. São 5 cidades e só 3, então 3 entre 5 cidades ...

P : Para resolver esse exercício, vamos supor que você não lembrasse a fórmula da velocidade. Você teria dificuldade para fazer?

FS : Ia dar mais trabalho, podia fazer uma regra de três, eu acho que daria certo.

P : Como você faria a regra de três para a primeira cidade?

FS : Em 1 hora, ele anda 80 km, 176 km ele anda em x horas.

Isso demonstra que os conceitos matemáticos envolvidos no problema foram apreendidos de forma satisfatória durante a trajetória escolar de FS, ainda que tenha optado em solucioná-lo empregando uma fórmula clássica da Cinemática.

A participante EZ utilizou a mesma estratégia de FS, embora não tenha escrito explicitamente a fórmula de velocidade média.

P : Se não fosse por esse caminho, você acha que teria outro?

EZ : Eu acho que sim, mas não saberia dizer qual.

P : Qual foi a sua maior dificuldade nesse problema?

EZ : Não tive, pois era só uma questão de fazer a conta e ver qual dava menos de 2 horas.

O universitário WS também acertou a questão e estava confiante quanto à sua solução:

P : Se não fosse por esse caminho que você trilhou, você imagina outro caminho?

WS : Acredito que possa ter um jeito, mas não mais fácil do que eu fiz, mais rápido.

P : Me explica, então, como você resolveu.

WS : Eu peguei a distância e dividi pela velocidade média para ter o tempo em horas que ele percorreria nessa quantidade de quilômetros com a velocidade máxima permitida para cada cidade. E aí, achando para cada cidade, eu peguei os menores resultados que 2 horas.

P : Porque?

WS : Porque ele pede a probabilidade de dirigir por menos de 2 horas na estrada. Daí a probabilidade que seriam 3 em 5, que é o total de visitas que ele poderia visitar.

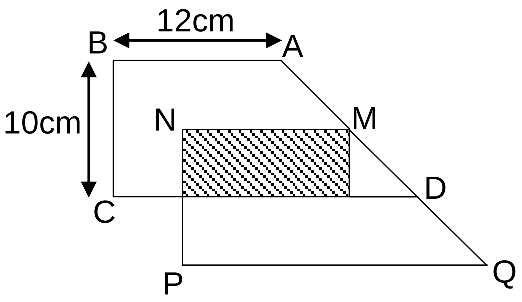
Ainda afirmou não encontrar nenhuma dificuldade no item. Em nenhum momento ele citou a fórmula de velocidade média, talvez por estar bastante arraigada e bem assimilada após inúmeros exercícios de Física, no Ensino Médio. Isso denota a transferência positiva (Sternberg, 2000; Brito, 1996), na qual a solução de um problema anterior auxilia na solução de um novo problema.

4.3.2.3 - ITEM 14

Esse exercício tratava de semelhança de figuras planas.

Figura 4.38 - Questão 14

14) Dois trapézios retângulos congruentes (ABCD e MNPQ) são sobrepostos conforme a figura:



Sendo M o ponto médio do segmento AD, qual a área hachurada, em cm^2?

Esse foi o item em que os alunos mostraram maior dificuldade. Dewey (1910) descreve a primeira etapa na solução de um problema como “sentir dificuldade”, verificada na solução desse item. Pozo et. al. (1998) destaca a dificuldade de se transferir um conhecimento adquirido para um contexto inédito, como ocorreu com esse problema. O teorema de Tales deveria ser conhecido de todos os universitários, mas nenhum deles conseguiu aplicá-lo a fim de solucionar o problema. Ainda que a solução de WS tenha sido mais rápida e desejável, só foi obtida após um longo tempo de reflexão (por volta de 25 minutos). O participante FS não conseguiu concluir a questão corretamente, apesar de se mostrar inicialmente confiante.

P : O que mais te dá menos confiança: quando você vê um problema de Álgebra, em que se emprega uma fórmula, ou de Aritmética, em que se pode ficar jogando com as operações, ou de Geometria?

FS : Acho mais difícil são as continhas, Álgebra. Mas acho que a Geometria, ponto médio, triângulos, quadrados, acho mais fácil.

P : Como foi o ensino de Geometria no Ensino Médio?

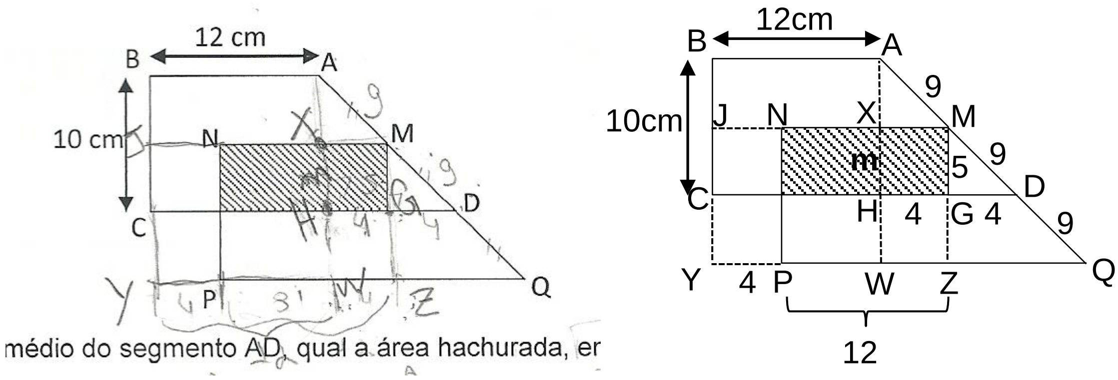
FS : Estou na escola considerada a melhor de Jaú [interior de São Paulo], acho que foi dado bastante coisa.

P : Você estaria confiante para resolver a situação-problema apresentada? Você já traçou uma estratégia de solução?

FS : Sim, não sei se vai dar certo as contas. Quando você vai lendo, vai meio que analisando e meio que montando...

Na figura 6.7 segue o desenho elaborado por FS – difícil de compreender – e ao lado uma imagem mais nítida de seu esquema.

Figura 4.39 - Esquema de solução do item 14 (FS)



FS : Tô tentando uma forma de descobrir o segmento AM, MD e DQ. Se eu conseguir esse valor, consigo descobrir a altura dessa área hachurada (MG).

P : Aqui você colocou triângulo retângulo. Tem outro conceito que você pode usar aí?

FS : Semelhança de triângulos. Tô tentando recordar como que eu vou conseguir resolver. Eu consegui ver que são semelhantes.

P : Você sabe a diferença – ou você acha que é a mesma coisa - entre congruência e semelhança de figuras planas? Porque no problema ele diz que os trapézios são congruentes... O que significa congruente?

FS : Congruente é quando eles têm a mesma medidas e tamanhos semelhantes. Não. Semelhantes é quando eles têm a mesma estrutura e determinados valores. Congruente é que tem a mesma forma e mesma medida.

P : Os trapézios são congruentes. Você acha que isso é uma informação relevante?

FS : Sim, se ele lembrar o que é congruente, ele consegue já definir algumas coisas.

P : O quê, por exemplo, você consegue definir?

Nesse momento, esperava-se que o participante identificasse, pela figura, a congruência entre os segmentos AB e MN. Entretanto, ele parou para pensar um pouco mais sobre o problema (cerca de 4 minutos).

P : O que você pensou para resolver o problema?

FS : Eu pensei nesses dois quadrados BACH e JXYW, que fossem semelhantes. Como eu sei que BA é 12 cm, eu fiz que YW fosse 12. Como eu sei que os retângulos são congruentes, eu sei que PZ também é 12. Três quadrados são congruentes: BACH, JMWY e NMPZ.

Na verdade, os "quadrados" são retângulos com pares de lados distintos. Entretanto, FS descobre uma das dimensões de que precisa sem se atentar a isso, pois PZ é congruente a MN, medindo 12 cm.

FS : De Y a W é 12, e P a Z também é 12, e aí eu fiz uma conta pra saber que Y a P é 4 e que de P a W é 8.

P : Porque você acha que está certo isso? Porque você dividiu em 4 e 8?

FS : Defini assim porque de P a W é maior que P a Y. Considerei que de Y a P fosse metade que PW.

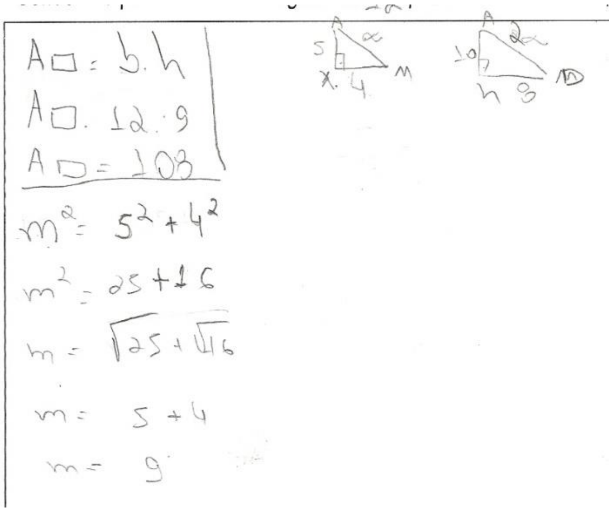
Esse é um expediente muito comum nas aulas de Geometria: aferir medidas visualmente. Após determinar essas duas medidas erroneamente, FS determina o valor de AX corretamente. Bastava a ele subtrair 10 cm de 5 cm, para determinar MG, a altura da área hachurada. No entanto, empregou outra técnica, de forma equivocada:

FS : Aí fiz dois triângulos por semelhança, que é o AXM e AHD. Achei que AX é 5.

P : Porque?

FS : Pela construção consegui definir que M é um ponto médio do segmento, eu consegui definir nesse mesmo ponto J....fosse o ponto médio de BC. Fiz Pitágoras nos triângulos. O valor de m seria XH.

Figura 4.40 - Solução do item 14 (FS)



O Teorema de Pitágoras é uma das fórmulas mais recorrentes em vestibulares e provas de larga escala. No entanto, não é necessária para a solução da situação estudada. Após aplicar a fórmula e cometer um erro clássico de radiciação ($\sqrt{25+16} = \sqrt{25} + \sqrt{16}$ = 9), utilizou esse valor como a altura da área hachurada, m. Pelo menos a base da área hachurada foi colocada corretamente (12 cm).

P : Você acha que tem outro caminho?

FS : Tem diversos caminhos. Só que por não tentar lembrar [na verdade, ele tentou, mas não relacionou algumas medidas corretas] eu tentei tirar várias coisas. Mas não sei se eu fiz no achômetro. Eu não sei se J é o ponto médio de BC.

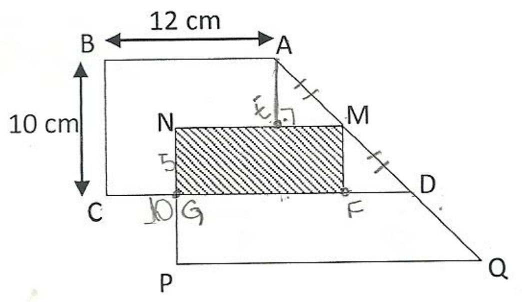
Esse último conceito está correto, mas FS não identificou o porquê.

A aluna EZ cometeu uma inconsistência no início da situação-problema, mas logo descobriu que estava errado.

P : No terceiro, como você resolveu?

EZ : Como ele fala que o M é o ponto médio do segmento AD, então eu coloquei que o AM é congruente ao MD. Eu não lembro muito da definição de congruência de trapézios, então eu fui meio no que eu achava.

Figura 4.41 - Esquema de solução do item 14 (EZ)

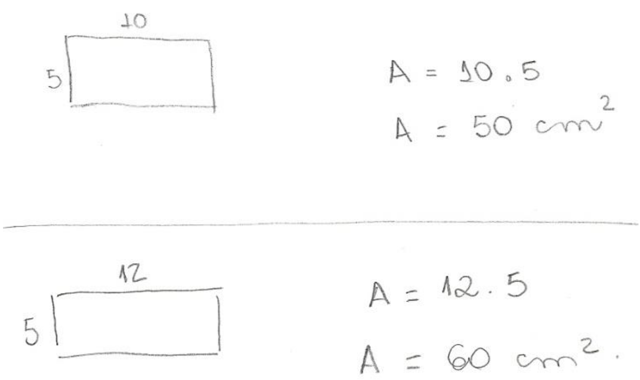


P : O que você acha que é?

EZ : Eu acho que trapézio congruente é a mesma coisa que...[interrompe o raciocínio e percebe algo errado, conforme ilustrado na parte superior da figura 6.9]...nossa, fiz errado. Se é congruente, aqui é 12 [em NM], não 10. Eu acho que eu me confundi com o 10 da altura e eu coloquei o MN como 10, sendo a largura, a base menor, é AB, porque eles são congruentes.

Na figura 6.10 estão ilustradas as duas resoluções: a errada na parte superior e a correta abaixo do traço horizontal.

Figura 4.42 - Solução do item 14 (EZ)



P : E esses lados são correspondentes?

EZ : Sim.

P : [voltando à pergunta anterior] O que você acha que são trapézios congruentes?

EZ : Eu acho que são trapézios com os lados congruentes e os ângulos também.

Em seguida, continua a descrever sua linha de raciocínio:

EZ : Se eu colocar um ponto E, e descer do A até o E perpendicularmente, eu consigo colocar o AM e MD, como eles têm a mesma medida, se eu tirar esse triângulo AEM e encaixar no triângulo MDF, eu completo o retângulo. Sendo assim, o AE teria a mesma medida de MF. Então, o M não seria só ponto médio do AD, também seria ponto médio do BC.

A ideia de “encaixar” um triângulo no outro só é plausível pela congruência dos triângulos, não comprovado, pelo menos formalmente, pela participante.

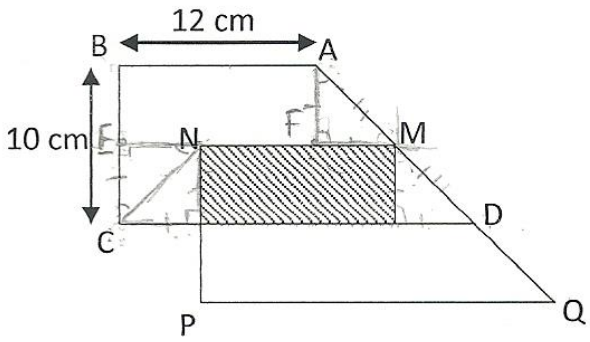
P : Porque você tem certeza que isso dá certo?
EZ : Porque AM tem a mesma medida que MD, então se eu virar ele 180 graus, ele encaixa ali.

Ela considerou que era possível resolver o problema de outra maneira, e sua maior dificuldade foi não lembrar os conceitos de congruência. Então pensou em semelhança, assunto que ela estava estudando na universidade, na disciplina Geometria Plana.

Desde de que se deparou com o item 3, WS apresentou bastante desconforto. Perguntado se estava confiante para solucioná-lo, respondeu negativamente, pois teria que usar conceitos de Geometria Plana, área da Matemática em que confessou ter bastante defasagem. Surpreendentemente acertou o item, e acabou as três questões com o menor tempo dentre os três participantes dessa etapa da pesquisa.

P : Qual foi sua maior dificuldade?
WS : Foi usar os conceitos dos quais não tenho muito conhecimento.
P : Me fala o que você fez...
WS : Como M é o ponto médio de A a D, tracei uma reta de M a N, chegando no lado BC [ponto E], onde o ponto E é o ponto médio do segmento BC.

Figura 4.43 - Esquema de solução do item 14 (WS)



P : Porque?

WS : Porque como M é o ponto médio de AD, na mesma reta estaria o ponto médio de BC.

P : Na mesma reta como?

WS : Na mesma reta no sentido MN. Eu percebi que teria um triângulo [AMF] que seria congruente ao outro triângulo ECN.

P : Porque eles são congruentes?

WS : Pelo ângulo reto, pelo lado AF que é congruente ao lado EC....

P : Porque?

WS : [pensando] Por ele estar na mesma altura...não na mesma altura...mas, o lado BC que foi dividido em dois tem esse lado EC e o AF e aqui nós temos...temos EC e AF congruentes e dois triângulos isósceles, no ângulo A, M e no ângulo C e N.

P : Que ângulos seriam?

WS : Seriam MAF e AMF.

P : Porque esses ângulos são congruentes?

[nesse ponto, para e fala consigo mesmo...eu não mostrei que eles têm os dois lados iguais....]

P : Não tem problema. Então você acha que não está tão certo isso?

WS : Não.

P : Continue seu raciocínio.

WS : Como eu tinha dois triângulos isósceles, com ângulo, lado e ângulo congruentes, caso ALA, esses dois triângulos são congruentes. Logo, a medida de FM é congruente com a medida de EN, que seria a distância que essa área que está deslocada para o lado.

Figura 4.44 - Solução do item 14 (WS)

$$\frac{BC}{2} = 5 \qquad 5 \cdot 12 = 60\ cm^2$$

Merece destaque o fato do aluno que se declarara pouco conhecedor da Geometria Euclidiana tenha sido o único a citar corretamente um caso de semelhança (e a congruência entre os dois triângulos citados realmente se verifica). No final, arrematou o item de forma surpreendente, deslocando a área hachurada para a esquerda.

WS : Como BC vale 10 cm, EC vale 5, e trazendo essa área para a esquerda, eu não alteraria a área, tendo altura 5 e comprimento 12, com área 60.

Como os trapézios são congruentes, não está incorreto realizar essa translação. A estratégia de solução, apesar de um pouco complexa, foi inusitada e criativa.

Arguidos sobre a elaboração, FS, EZ e WS não detectaram incoerências, ou seja, todos os problemas apresentavam caminhos claros para a solução, se configurando em bem-estruturados (STERNBERG, 2000). Ao serem indagados sobre qual delas seria mais apropriada para a prova do ENEM, indicaram a primeira como mais adequada, “por causa do texto longo (FS)”, “bastante informação (EZ)” e “tem cara do ENEM (WS)”. Para a prova da VUNESP, FS e EZ escolheram o item 8, porque “eles vão dar um pouco mais de base para você resolver o exercício (FS)” e o item 14 para a FUVEST, “porque sempre joga você lá e você tem que saber tudo (FS)” e “porque a prova é mais difícil”. Já WS considerou a terceira mais ao estilo da VUNESP, pois foi “a mais difícil”. FS prestou as três provas e considerou a FUVEST mais difícil; EZ e WS prestaram as 2 primeiras.

Ao analisarmos as resoluções dos três itens, notamos que o item 8 foi solucionado sem muitos problemas, ainda que FS tenha cometido um pequeno deslize. Quanto ao item 3, verifica-se que o dado relativo à fatoração de 325 só foi utilizado por EZ, denotando que os alunos não têm costume de simplificar frações ou fatores em ambos os lados de uma igualdade. Na verdade, em minha experiência docente, percebo que a fatoração não é muito explorada pelos alunos para simplificação de cálculos.

O item 14 com certeza foi a “pedra no sapato” nessa etapa. Na primeira fase da pesquisa foi o 8º na escala de dificuldade, num total 16 itens. Em problemas com figuras, Polya (1998) ressalta a necessidade de se indicar a incógnita no desenho e utilizar nomenclatura adequada e segundo as regras da Geometria. Talvez esse tenha sido um dos motivos pelo qual FS não conseguiu acertar a questão, pois não expôs os conhecimentos declarativos com clareza.

Nota-se que cada um deles empregou uma estratégia distinta, que decorre das diferenças de aprendizagem e a maneira como armazenaram os conceitos e regras em sua memória (POZO ET. AL.,1998). Muitas dessas regras foram assimiladas por meio da solução de inúmeros exercícios com contextos semelhantes, a fim de automatizar e fixar métodos de solução. Garcia (2005) reforça a importância dessa metodologia, mas ressalta que a eficiência na solução de problemas dependerá de como os acionará. A figura apresentada era inédita para os participantes e os obrigou a ativar seus conhecimentos em Geometria Euclidiana.

O desempenho dos três participantes foi satisfatório, apesar de evidenciar algumas defasagens na assimilação de conceitos, sobretudo de Geometria Euclidiana.

5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo dessa pesquisa foi responder à seguinte pergunta: *"Quais conhecimentos de procedimento são acessados por alunos ingressantes nos cursos superiores de Matemática na solução de exercícios e de problemas com enredo (contextualizados e semicontextualizados) de Matemática, elaborados nos moldes do ENEM e dos vestibulares da UNESP e FUVEST?"*

Os conhecimentos de procedimentos puderam ser verificados de forma mais clara na 3ª etapa, quando se utilizou a técnica do pensar em voz alta. Não se observaram soluções criativas ou inéditas; a maioria dos alunos ainda se prende à aplicação de fórmulas ou a adoção de algoritmos previamente aprendidos. Houve dificuldade com os itens que versavam sobre logaritmos, evidenciando a fragilidade ou inexistência de sua aprendizagem no Ensino Médio.

O conhecimento de procedimento, de acordo com a literatura apresentada, implica em um conhecimento que envolve o "como" realizar uma determinada tarefa. No processo da solução de problemas, esse tipo de conhecimento é acessado para mobilizar mecanismos cognitivos, como memória, conceitos, princípios, habilidades, entre outros para a elaboração de um plano de solução. Geralmente, quando os alunos se deparam com um exercício, o conhecimento de procedimento acessado é um algoritmo, entendido aqui como uma sequência de passos, na maioria das vezes, envolvendo uma fórmula pronta e acabada. Essas características foram verificadas ao observarmos os protocolos dos alunos na 2ª etapa, sobretudo no exercício sobre logaritmos. Já nos problemas com enredo, foram acessados os conhecimentos de procedimento, mas ainda assim buscou-se o emprego de fórmulas (como no item sobre análise combinatória).

Esse parece ser o procedimento mais utilizado pelos alunos na solução de problemas. Um exemplo foi a declaração do participante FS que afirmou gostar mais de problemas que envolvem fórmulas. Isso é o que acontece com frequência no ensino da Matemática escolar em que se espera do aluno que ele "calcule", "resolva", "encontre o valor", entre outras ações. Nesse caso, também se espera do aluno a aplicação de procedimentos aprendidos previamente e isso parece servir de indicativo para o professor saber se o aluno aprendeu ou não.

Os problemas de enredo utilizados nessa pesquisa (contextualizados e semicontextualizados) requerem dos solucionadores a elaboração de procedimentos que tem início com a interpretação dos dados e obtenção da informação matemática. A partir dessa fase inicial que envolve a mobilização dos conhecimentos linguísticos, os solucionadores podem elaborar um plano de resolução. Nesse caso, os conhecimentos de procedimento (como fazer) deve estar articulado ao conhecimento declarativo (o que é).

A análise dos protocolos dos alunos mostrando a solução de problemas na terceira etapa (pensar em voz alta) evidenciou que o conhecimento de procedimento dos alunos envolvidos tem embasamento na procura por procedimentos prontos e acabados, resgatados da memória. O item 14 teve um grau de dificuldade elevado para os participantes, pois os problemas de geometria com suporte de figuras exigem dos alunos um conhecimento de procedimento que tem como embasamento a relação entre seus elementos (que nem sempre são dadas pela aplicação de fórmulas), como ângulos, medidas de comprimentos, paralelismos, perpendicularismos, entre outros. Além disso, os alunos devem acessar o seu arcabouço de conceitos e princípios, como a semelhança e congruência de triângulos.

Esses elementos (relações e conhecimento conceitual e de princípios) são componentes do conhecimento de procedimento e deveriam ser acessados pelos estudantes na solução do item 14. Por exemplo: o participante WS alegou que a dificuldade de resolver o problema tinha sido em usar conceitos de que não tinha muito conhecimento, os conceitos a serem utilizados eram de geometria plana que deveriam ter sido aprendidos no ensino fundamental.

Assim, apesar da classificação quanto à contextualização indicar o item 14 como um exercício, a análise da sua solução na terceira etapa utilizando a técnica de pensar em voz alta evidenciou que nenhum dos participantes dispunha de uma estratégia rápida e direta para solucioná-lo, configurando-o como um problema.

Não foi possível aplicar teste de hipótese com os resultados da primeira etapa, pois a aplicação no IFSP se deu em dois dias, enquanto que na escola particular ocorreu em um período. Por esse motivo, o tempo de solução não foi equivalente nos dois estabelecimentos de ensino (2 horas e 50 minutos no primeiro e 3 horas no segundo), viciando a amostra. Além disso, houve o problema de informação equivocada no item 3 (325 = 13.25), alterada quando da aplicação no colégio particular (325 = 13x25). Três alunos do IFSP não interpretaram corretamente esse dado, trocando 325 por 13,25.

Também foram investigados o desempenho dos alunos na solução dos itens em relação à contextualização, à trajetória escolar do aluno na Educação Básica e ao gênero. Quanto ao primeiro, não houve diferenças consideráveis na média dos conceitos entre os problemas contextualizados e semicontextualizados, sendo superiores às apresentadas nos exercícios. Segundo os estudos estatísticos, não houve diferença significativa na performance de alunos oriundos exclusivamente de escola pública ou particular, ou de ambas. Quanto ao gênero, a média dos conceitos dos homens foi superior à das mulheres.

Há consenso entre os pesquisadores destacados nesta pesquisa que a solução de problemas é ponto de partida para o ensino de Matemática, mas em algumas escolas ainda predominam as aulas centradas em exercícios, bem como nas avaliações internas. Nesse ponto, o ENEM contribuiu positivamente, no sentido de incentivar um novo olhar sobre a importância dos problemas com enredo no processo ensino-aprendizagem, principalmente os problemas contextualizados e semicontextualizados

É importante destacar a distribuição de assuntos da prova do ENEM, que abrange boa parte do currículo do Ensino Fundamental (PCN, 1997) e poucos assuntos recomendados pelo PCNEM (2000). Os alunos com mais de 18 anos que atingirem 450 pontos em cada uma das áreas de conhecimento e 500 pontos na redação na avaliação nacional podem solicitar a certificação de conclusão do Ensino Médio, de acordo com a Portaria MEC nº 10, de 20 de maio de 2012 e da Portaria INEP nº 179, de 28 de abril de 2014. Sendo assim, muitos estudantes recebem o certificado sem necessariamente comprovar real proficiência nos conteúdos próprios do Ensino Médio, conteúdos esses já dispostos nas Propostas Curriculares dos diferentes estados e nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Não há exercícios na prova de Matemática do ENEM, cujos 45 itens são contextualizados ou semicontextualizados. No entanto, a solução de exercícios, na grande parte dos casos, permite ao aluno utilizar técnicas sobreaprendidas, ou seja, adquiridas após a repetição de procedimentos contínuos. O automatismo consolida habilidades instrumentais básicas, como por exemplo, o emprego das operações básicas. É necessário um equilíbrio entre a distribuição dos itens em relação à contextualização. Se há por parte dos agentes responsáveis pelas medidas tomadas pelo Governo Federal e do Ministério de Educação um balizamento dos currículos brasileiros a partir do ENEM, é urgente repensar a distribuição de assuntos no exame. Isso é perfeitamente possível, desde que se altere a sua Matriz de Referência, cujas habilidades e competências determinam a inserção de alguns assuntos na prova, além de impedir a presença de outros.

Nas escolas preparatórias de Ensino Médio são comuns turmas específicas para a preparação no ENEM, na qual apenas alguns assuntos são estudados, deixando-se de lado conteúdos importantes para a formação do aluno, como logaritmos.

Quanto aos vestibulares, pode-se notar a diferença entre a FUVEST e o vestibular da UNESP. No primeiro, há maior incidência de exercícios, enquanto que o segundo prefere os problemas com enredo, como o ENEM, mas não abre mão de alguns exercícios. De 2009 a 2013, a FUVEST ainda concentrou mais da metade dos itens de suas provas (55,4%) em apenas 7 assuntos. Já na UNESP a distribuição foi mais homogênea no mesmo período, com uma porcentagem de 37,8% para os 7 assuntos mais pedidos. Isso indica a preocupação com a banca de elaboração do vestibular da UNESP em diversificar os conteúdos, sem privilegiar em demasia nenhum conteúdo, nos últimos anos. No entanto, ainda considerando o mesmo período, a distribuição entre as áreas (álgebra e geometrias) é mais equilibrada na FUVEST (51,5% e 48,5%, respectivamente), do que na UNESP (64,6% e 35,4%, respectivamente).

Novas questões podem surgir após a conclusão desse trabalho. Uma experiência possível seria aplicar a prova do ENEM para alunos egressos do Ensino Fundamental, e determinar o nível de desempenho na prova nacional. Também poderiam ser verificados o conhecimento de procedimento e as diferenças/similaridades entre esses alunos e os estudados nessa pesquisa.

Pode-se discutir, a partir do estudo das avaliações, de que forma o ENEM modificou a prática escolar, no que diz respeito ao ensino dos assuntos preconizados no PCNEM (2000), e qual seu impacto futuro na mudança do currículo do Ensino Médio.

O Exame Nacional necessita ser revisto e reelaborado com urgência, haja visto sua relevância no cenário nacional. Por se tratar da única via de acesso a diversas universidades brasileiras (e até algumas portuguesas) merece estudos e discussões aprofundadas por parte da comunidade científica. É primordial que sua

Matriz de Referência contemple mais assuntos de Matemática específicos do Ensino Médio, a fim de atingir – ainda que em parte - o objetivo de selecionar adequadamente os futuros universitários.

6 - REFERÊNCIAS

ALTENHOFEN, M. E. **Atividades contextualizadas nas aulas de matemática para a formação de um cidadão crítico.** 2008. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

ALVARENGA, R. C. M. **O raciocínio lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio.** 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2008.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio.** 1999. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

ANDERSON, J.R. **The architeture of cognition.** Cambridge, Ma: Harvard University Press, 1983.

ANDRADE, A. M. **Avaliação, ciclo e progressão no ensino de matemática:** uma conseqüência refletida ou uma saída aleatória? 2007. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

ANDRADE, M.; FRANCO, C.; CARVALHO, J. P. Gênero e Desempenho em Matemática ao final do Ensino Médio: Quais as relações? In: ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS POPULACIONAIS, 15., 2006, Caxambu-MG. **Anais...**Disponível em < http://www.abep.nepo.unicamp.br/encontro2006/docspdf/ABEP2006_249.pdf>. Acesso em 13.10.2015.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas.** 2002. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a modelagem na educação matemática do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

BARROS, L. A. P. **Desenvolvimento do conceito de avaliação na formação inicial de professores em atividade colaborativa.** 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

BRASIL. Diretoria de Avaliação para Certificação de Competências – DACC. **Exame Nacional do Ensino Médio**: Documento Básico. Brasília, 2002. 27 p.

__________________ Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei no 9.394/96. 1996.

__________________. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**.** Brasília, 2000. 58 p.

__________________. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Brasília, 2013. 562 p.

__________________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília, 1997. 142p.

__________________. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 2ed. Brasília, 2005. v.2, 141 p.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, Maria Regina Ferreira (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, Alínea, 2006, p. 13-53.

__________________. **Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus.** 1996. Tese (Livre-Docência em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

__________________; Fini, L. D. T.; Garcia, V. J. N. Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. **Pró-posições**. n. 13 (4), p. 37-44, 1994.

BRITO, Márcia. R. F.. O “pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática. **Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**, Brasil, 2002, p. 15-35.

BURIASCO, R. L. C. Sobre avaliação em matemática: uma reflexão. **Educação em Revista.** Belo Horizonte, n. 36, p. 255-263, dez 2002.

CENCI, D. **Avaliação em matemática:** Concepções de professores da Educação Básica. 2013. 73 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

CLARA, M. S. H. C. **Resolução de inequações logarítmicas:** um olhar sobre a produção dos alunos. 2007. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

D’AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 13ª ed., Campinas: Papirus, 2006. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

DELEPRANI, M. **As provas de matemática do ENEM:** conteúdos, dificuldades e influências para o currículo do ensino médio. 2012. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy” (UNIGRANRIO), Duque de Caxias, 2012.

DEWEY, J. **How we think**. New York: C. Heath & Co., 1910. 228 p.

FERNANDES, S. S. **Contextualização no ensino de matemática – um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do distrito federal**. Disponível em <https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/SusanadaSilvaFernandes.pdf>. Acesso em 17.mai.2014.

GARCIA, V. J. N. **Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria do processamento de informações de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas de Krutetskii.** 2005. 212 f. Tese (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2005.

GARDNER, H. **The unscholed mind:** how children think and how schools should teach. Harper, 1991. (Trad. port. Carlos Alberto S. N. Soares. A criança préescolar: como pensa e como a escola pode ensiná-la). Porto Alegre: Artmed, 2001, 258 p.

GOLLE, P. **Sentidos de numeramento construídos na resolução de situações-problema no ensino médio:** um estudo a partir de uma questão do ENEM. 2011. 82 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Ciências da Educação, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2011.

GONÇALEZ, M. H. C. C. **Atitudes (des)favoráveis com relação à matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1995.

__________________. Relações entre a família, o gênero, o desempenho, a confiança e as atitudes em relação à Matemática. 2000. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GOULART, A. **O discurso sobre os conceitos probabilísticos para a escola básica.** 2007. 88 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

HADJI, C. **A avaliação desmistificada.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

HADJI, C. **Avaliação, regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. Porto Alegre: Ed. Porto, 1994.

HOFFMANN, J. M. L. **Avaliar:** respeitar primeiro, educar depois. 2. Ed. Porto Alegre: Mediação, 2010. 182 p.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula.** 2006. 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Guia de elaboração e revisão de itens.** Brasília, 2010.

___________________. **Matriz de referência para o ENEM 2009.** Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf>. Acesso em 18.11.2013b.

____________________. **Provas do ENEM.** Disponível em: <http://www.enem.inep.gov.br>. Acesso em 14.abr.2013a.

JUNIOR, O. P. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem em matemática.** 60 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

LESTER, F. K. Trends and issues in mathematical problem solving research. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematical concepts and processes.** New York: Academic Press, 1983.

LOPES, A. C. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. **Educação e Sociedade**, Campinas-SP ,v.23, n.80, p. 386-400, 2002.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem:** componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

____________________. **Avaliação da aprendizagem:** estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 1995.

MAIOLI, M. **A contextualização na Matemática do Ensino Médio.** 2012. 211 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MANDARINO, M. C. F. Os professores e arte de formular problemas contextualizados. In: BIENAL DA SBN, 2., 2014, Salvador-BA. **Anais...**Disponível em <http://www.bienasbm.ufba.br/OF12.pdf>. Acesso em 29/07/14.

MILANI, W. N. **A resolução de problemas como ferramenta para a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas no ensino médio.** 2011. 129 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

MIRAGEM, F. F. **Vozes de professores acerca do ensino de matemática:** ênfase em Funções nas provas do ENEM. 2013. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2013.

MORAIS, R. S. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado.** 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Departamento de Metodologia de Ensino, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

ORGANISATION FOR ECONOMIC COOPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). **Results from PISA 2012:** Brazil. Disponível em: <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-brazil.pdf>. Acesso em 25.07.2015.

OLIVEIRA, G. A. **A Matemática no Ensino Médio:** diferentes abordagens do termo contextualização na perspectiva dos PCNEM. 2011. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT), Cuiabá, 2011.

OLIVEIRA, J. A.; PINHEIRO, N. A. M. Contextualizando a matemática por meio de projetos de trabalho. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 7., 2009, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, UFSC, 2009. Disponível em: <http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viienpec/pdfs/311.pdf>. Acesso em: 04/04/14.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005, p.213-231.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA (UNESCO). **TIC na educação do Brasil.** Disponível em: <http://www.unesco.org/new/pt/brasilia/communication-and-information/access-to-knowledge/ict-in-education/>. Acesso em 14.07.2015.

PAIVA, M. R. **A matemática escolar e o ENEM (1998 – 2002)**: o aparecimento de uma nova vulgata? 2003. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PAVANELLO, R. M. Contextualizar: o que é isso? In: NOGUEIRA, Clélia; BARROS, Rui (orgs.). **Conversas com quem gosta de ensinar matemática.** Paraná: Manoni, 2004.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 14 ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1998.

PIRES, C. M. C. **Currículo, avaliação e aprendizagem matemática na educação básica.** Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos – INEP. Artigo encomendado. 2011.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos:** dificuldades e perspectivas. 245p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

___________________. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1o grau.** 1995. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Campinas, Campinas, 1995.

PIROLA. N. A. et al. Resolução de problemas com informações supérfluas: uma análise do desempenho de alunos sob a ótica da teoria de Krutetskii. In: SIPEM, 3, 2006. Águas de Lindóia - SP. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

POLYA, J. I. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POMMER, W. M. **Equações diofantinas lineares:** um desafio motivador para alunos do ensino médio. 2008. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

POZO, J. I. et al. **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. 177 p.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do Ensino Médio.**. 203 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008.

___________________. **A resolução de problemas na Licenciatura em Matemática:** análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru. 2012.

QUINTILIANO, L. C. **Conhecimento Declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

REIS, R. M. **Tratamento da informação e o Enem:** a matemática na trama da avaliação. 2009. 138 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

RIBEIRO, M. V. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da Matemática e da resolução de problemas.** 2010. 324 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2010.

RICARDO, E. C. **Competências, interdisciplinaridade e contextualização:** dos Parâmetros Curriculares Nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências. 2005. 257 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

ROCHA, J. A. **Investigando a aprendizagem da resolução de problemas combinatórios em licenciandos em matemática.** 2006. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2006.

ROSELLA, M. L. A. **Contextualização e laboratório didático no ensino médio:** as contribuições do trabalho prático no ensino de física. 2010. 195 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2010.

SANTOS, P. F. **Uma abordagem da análise combinatória sem o uso abusivo de fórmulas.** 2013. 55 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.

SANTOS, W. L. P. Contextualização no ensino de ciências por meio de temas CTS em uma perspectiva crítica. **Ciência & Ensino**, São Paulo, v. 1, número especial, p. 1-7, nov. 2007.

SCHOENFELD, A. H. Episodes and executive decisions in mathematical problem solving. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and process.** Nova York: Academic Press, 1983.

SILVA, A. P. **Ensino-aprendizagem de análise combinatória através da resolução de problemas: um olhar para a sala de aula.** 2013. 91 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

SILVA, L. C.; FEITOZA, S. A. C.; DALL'AGNOL, L. Aplicações práticas de sistemas de equações lineares. **Fiar Científica**, Ariquemes-RO, v. 1, n.2, p.1-3, mai.2012a.

SILVA, R. S.. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica.** 2012. 159 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012b.

SILVA, V. C. **A relação de estudantes do ensino médio de uma escola pública de Mariana-MG com o saber matemático e suas implicações no desempenho escolar em Matemática.** 2010. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOSA, J. M. B. **Resolução de problemas – uma metodologia no primeiro período de um curso de administração: possibilidades e limitações na prática educativa em matemática.** 2011. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas.** 2010. 343 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

SOUZA, E. V. **Um estudo exploratório das relações entre memória, desempenho e os procedimentos utilizados na solução de problemas matemáticos.** 2007. 181 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SOUZA, J. F. **Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática.** 2009. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Agronomia, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica-RJ, 2009.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o Abstrair e o contextualizar:** O caso do ensino da matemática. 2011. 138 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

STANIC, G.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, R.; SILVER, E. **The teaching and assesing of mathematical problem solving.** Reston V.A.: National Council of teachers of Mathematics, 1988.

STERNBERG, R. **Psicologia cognitiva**. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000, 494p.

TAKAHASHI, F. MEC vai propor a fusão de disciplinas do ensino médio. **Folha de São Paulo,** São Paulo, 16.ago.2012. Disponível em: ttp://www1.folha.uol.com.br/educacao/1138074-mec-vai-propor-a-fusao-de-disciplinas-do-ensino-medio.shtml. Acesso em jun.2013.

UBRIACO, F. E. C. A. **Interpretação de Escalas de Medida da Competência Matemática.** 2009. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics.** 4 ed. New York: Longman, 2001.

VASCONCELOS, M. B. F.; RÊGO, R. G.. A contextualização como recurso para o ensino e a aprendizagem da matemática. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2010, Monteiro-PB. **Anais...** Disponível em: < http://www.sbempb.com.br/epbem>. Acesso em 01/04/14.

VIANNA, H. M. Avaliação e o avaliador educacional: depoimento. **Estudos de Avaliação Educacional**. 2014a, vol.25, n.60, pp. 83-103. Disponível em: < http://educa.fcc.org.br/pdf/eae/v25n60/1984-932X-eae-25-60-00196.pdf>. Acesso em 4.4.2015.

__________________. Avaliação educacional: problemas gerais e formação do avaliador. **Estudos de Avaliação Educacional**. 2014b, vol.25, n.60, pp. 74-84. Disponível em: < http://educa.fcc.org.br/pdf/eae/v25n60/1984-932X-eae-25-60-00196.pdf>. Acesso em 4.4.2015.

__________________. Avaliações nacionais em larga escala: análises e propostas. **Estudos de Avaliação Educacional**. 2014c, vol.25, n.60, pp. 196-232. Disponível em: < http://educa.fcc.org.br/pdf/eae/v25n60/1984-932X-eae-25-60-00196.pdf>. Acesso em 4.4.2015.

WEBSTER. **New Universal Unabridged Dictionary**. Segunda edição. Nova Iorque: Simon & Schuster, 1979.

WESTPHAL, M.; PINHEIRO, T. C., TEIXEIRA, C. S. **PCNEM:** Contextualização ou Recontextualização. Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/dados/snef/_pcn-emcontextualizacaoou.trabalho.pdf>. Acesso em: 12.abr.2014.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – OS 16 ITENS UTILIZADOS NESSA PESQUISA

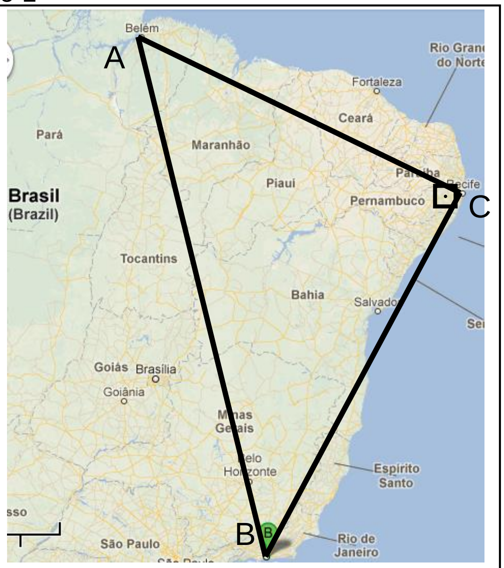
A.1.1 - ITEM 1

O item 1 tratava de plana-2, sendo um item contextualizado.

Figura A.1.1 - Questão 1

1) Ao analisar um mapa de parte do território brasileiro, um estudante desenhou um triângulo ABC com vértices nas cidades de Belém (A), Rio de Janeiro (B) e Recife (C), conforme a figura. Mediu as distâncias em linha reta entre as cidades em determinada escala e obteve os seguintes resultados:

	Distância em linha reta (km)
Belém - Rio de Janeiro	2400
Belém - Recife	1700
Rio de Janeiro - Recife	1900



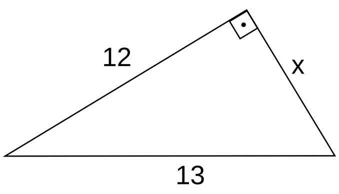
Depois disso, afirmou que o ângulo ACB era reto. Essa afirmação está correta? Justifique sua resposta.

A.1.2 - ITEM 2

Novamente um item de plana-2, mas dessa vez um exercício, ainda fundamentado na aplicação do teorema de Pitágoras.

Figura A.1.2 - Questão 2

2) Qual o valor de x na figura abaixo?



A.1.3 - ITEM 3

Mudando de assunto, o item 3 está relacionado a grandezas proporcionais (regra de três), e é contextualizado.

Figura A.1.3 - Questão 3

3) "O consumo diário de sódio pela população brasileira está duas vezes e meia acima do limite preconizado pela OMS (Organização Mundial da Saúde).(...) Os dados são de uma pesquisa realizada na Faculdade de Saúde Pública da Universidade de São Paulo e publicada neste mês na Revista de Saúde Pública. Os pesquisadores apontam que a quantidade diária de sódio disponível para consumo é de 4,5 g por pessoa, sendo que a ingestão máxima recomendada pela OMS é de 2 g." BASSETE, F. **Brasileiro consome o dobro do sódio indicado pela OMS.** 12.03.2009. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/folha/equilibrio/noticias/ult263u533419.shtml. Acesso em 09.01.2013.

Uma lata de milho verde em conserva apresenta em sua embalagem a informação nutricional: 325 mg de sódio para uma porção de 130g do produto. Quanto deveria ser a massa, em gramas, de uma lata desse produto, de forma a atender exatamente o limite de ingestão máxima de sódio recomendada pela OMS?

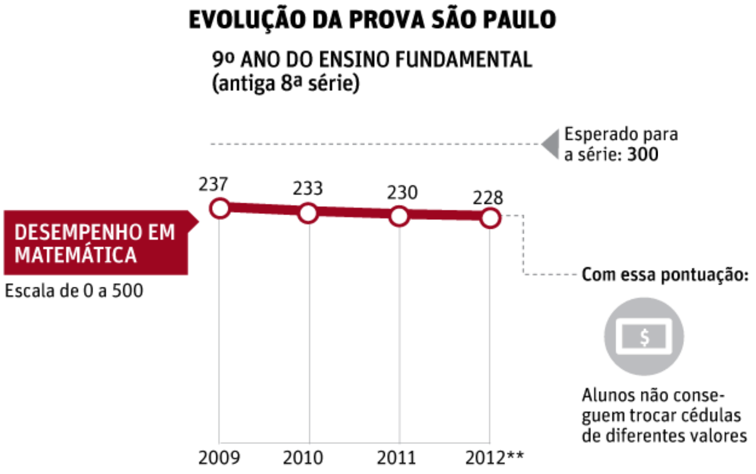
Dado: 325 = 13.25

A.1.4 - ITEM 4

Esse item sobre médias é classificado como contextualizado, pois utiliza dados reais retirados de notícia fidedigna.

Figura A.1.4 - Questão 4

4) "O desempenho em matemática dos alunos que se formam nas escolas municipais de São Paulo sofreu ano passado a terceira piora seguida na avaliação da própria rede. Assim, o estudante da nona série do ensino fundamental (alunos com 14 anos) possui conhecimento equivalente ao que se espera para um da quinta série (de 10 anos)."



TAKAHASHI, F. **Pelo terceiro ano, desempenho de aluno em matemática recua em SP**. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/educacao/1210485-pelo-terceiro-ano-desempenho-de-aluno-em-matematica-recua-em-sp.shtml. Acesso em 08.01.2013.

De acordo com a ilustração, qual é o valor médio do desempenho em matemática dos alunos do 9º ano do ensino fundamental da rede municipal de São Paulo no período de 2009 a 2012?

A.1.5 - ITEM 5

Configura-se em item contextualizado, ilustrando a aplicação de expressão utilizada no mundo real para cálculo da área da superfície da pele de um ser humano, sendo o primeiro a enfocar matemática básica.

Figura A.1.5 - Questão 5

5) Uma expressão matemática aceita pelos médicos fisiologistas para se calcular a área da superfície da pele de um corpo humano (A), em m^2, é dada por:

$$A = \sqrt{\frac{m.h}{3600}}$$

Sendo m a massa do corpo humano, em kg e h a altura do indivíduo, em cm.

Um rapaz com 80 kg de massa e 1,80m de altura sofreu queimaduras em 1/4 da superfície de sua pele. Qual a área da queimadura na pele desse rapaz, em m^2?

A.1.6 - ITEM 6

Outro item de matemática básica, dessa vez semicontextualizado.

Figura A.1.6 - Questão 6

6) Um estudante escreveu em seu caderno os primeiros versos do hino nacional. Embaixo de cada palavra escreveu o número de letras de cada uma das 28 palavras. Depois somou o número de letras de cada linha, como descrito abaixo:

Ouviram do Ipiranga as margens plácidas

7 2 8 2 7 8 SOMA:34

De um povo heroico o brado retumbante,

2 2 4 4 1 5 10 SOMA:31

E o sol da Liberdade, em raios fúlgidos,

1 1 3 2 9 2 5 8 SOMA:31

Brilhou no céu da Pátria nesse instante.

7 2 3 2 6 5 8 SOMA:33

Decidiu fazer uma placa de metal com esses versos em relevo. Para tal, consultou o orçamento de 3 empresas, conforme quadro abaixo:

	Placa (R$)	Texto (R$)
Empresa 1	110,00	0,20 por letra
Empresa 2	105,00	1,00 por palavra
Empresa 3	105,00	7,50 por linha

O preço total de cada empresa é obtido pela soma do preço da placa e do texto. Qual empresa é mais vantajosa para o estudante?

A.1.7 - ITEM 7

Probabilidade, mote dessa questão semicontextualizada, é assunto frequente nas provas dos grandes vestibulares.

Figura A.1.7 - Questão 7

7) Numa gaveta em um quarto escuro há 3 pares de sapatos: um preto, um azul e um marrom. Carlos entrou nesse quarto, retirou dois sapatos da gaveta sem verificar sua cor, e ao sair percebeu que um era preto e o outro azul. Regressou ao quarto escuro e retirou mais um sapato, novamente sem observar qual era. Após as duas retiradas, qual é a probabilidade de Carlos possuir um par de sapatos da mesma cor?

A.1.8 - ITEM 8

Mais um item versando sobre probabilidade, e novamente semicontextualizado.

Figura A.1.8 - Questão 8

8) Carlos está em sua cidade e vai viajar para uma das cidades descritas abaixo. Em decorrência do diferente estado de conservação das estradas, são dadas as velocidades médias a serem desempenhadas.

Cidade	velocidade média (km/h)	distância até a cidade de Carlos (km) (exceto trecho urbano)
1	80	176
2	90	171
3	100	190
4	110	231
5	120	180

Ao escolher apenas uma cidade para visitar e manter constante a velocidade média dada, qual a probabilidade de dirigir por menos de 2 horas na estrada?

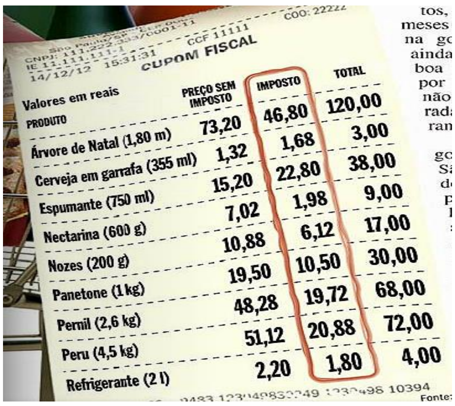
A.1.9 - ITEM 9

O item 9 configura-se numa situação-problema contextualizada, tratando da definição básica de porcentagem.

Figura A.1.9 - Questão 9

9) A ilustração faz parte da notícia extraída da revista Veja:

"Acabou o imposto invisível. As notas fiscais vão exibir o valor dos tributos pagos na compra de mercadorias e serviços. A mudança vai dar um susto em muita gente que se achava livre desses encargos." ALVARENGA, B. **Acabou o imposto invisível.** Revista Veja, ed. 2300, 19.12.2012. Disponível em: http://veja.abril.com.br/acervodigital/home.aspx.



Com seus conhecimentos sobre porcentagem e sem o auxílio de calculadora, responda: dos 9 itens ilustrados, quais os dois itens em que incidem os maiores impostos percentuais? Justifique brevemente.

A.1.10 - ITEM 10

A questão 10, também sobre porcentagem e semicontextualizada, foi concebida despretensiosamente, mas foi alvo de dupla interpretação.

Figura A.1.10 - Questão 10

10) Leia a notícia abaixo sobre matrículas em academias de ginástica:
"30% é o aumento no número médio de matrículas nas academias de ginástica do país entre janeiro e março, segundo a Associação Brasileira de Academias. 20% desses novos alunos vão abandonar a atividade em menos de três meses." Revista Veja, ed. 2253, 25.01.2012. Disponível em: http://veja.abril.com.br/acervodigital/home.aspx. Acesso em 08.01.2013.
Se houver apenas esse aumento de 30% e a diminuição de 20%, qual será o aumento percentual efetivo no número médio de matrículas nas academias de ginástica do país nesse período?

A.1.11 - ITEM 11

Questão semicontextualizada de análise combinatória concebida artificialmente com o objetivo claro de aferir o conhecimento dos alunos sobre o teorema fundamental da contagem.

Figura A.1.11 - Questão 11

11) Patrícia deseja contratar um plano de telefone, um de internet e um de televisão a cabo para sua residência. A empresa Fonenetv disponibiliza 3 planos de telefone, 5 de internet e 4 de TV, todos distintos entre si. Se contratar a Fonenetv, qual o total de possibilidades de escolha de Patrícia?

A.1.12 - ITEM 12

Probabilidade é um assunto intimamente ligada à teoria de jogos, pela sua origem e desenvolvimento inicial como Ciência. A questão 12, semicontextualizada, é relacionada a um jogo de cartas, mas o questionamento se refere a análise combinatória.

Figura A.1.12 - Questão 12

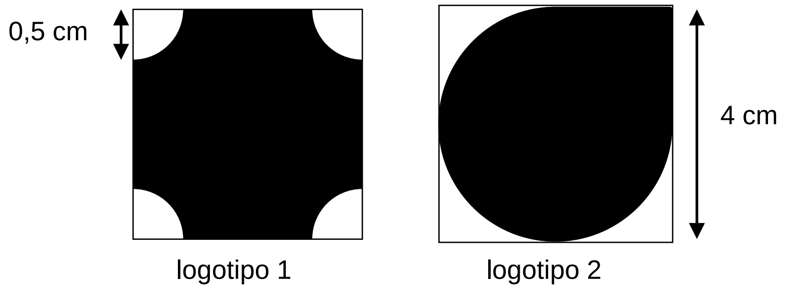
12) "Eleven" é um jogo composto por 11 cartas, numeradas de 1 a 11, e dispostas aleatoriamente em uma mesa com as faces numeradas voltadas para baixo. O jogador deve escolher simultaneamente apenas duas cartas, e vence o jogo caso ambas contenham números ímpares. Qual é o total de combinações distintas de cartas escolhidas, que resulta em vitória?

A.1.13 - ITEM 13

A questão 13 engloba os conhecimentos geométricos de área de figuras circulares, sendo semicontextualizado.

Figura A.1.13 - Questão 13

13) Uma agência de publicidade criou dois logotipos para um cliente escolher para sua empresa. Ambos foram inscritos em um quadrado de lado 4 centímetros, conforme a figura (fora de escala).



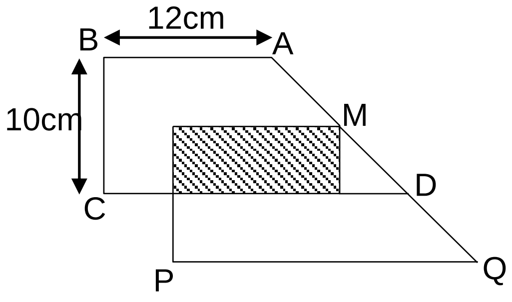
Há um setor circular de raio 0,5 cm em cada um dos quatro vértices do quadrado no logotipo 1. Já o logotipo 2 apresenta a região escura em forma de gota, tangente aos lados do quadrado. O cliente deve imprimir centenas de milhares de cópias do logotipo para sua empresa e por motivos econômicos deseja escolher o logotipo que acarrete maior economia de tinta, ou seja, com a menor região sombreada. Qual logotipo deve ser selecionado pelo cliente? (Adote $\pi = 3$)

A.1.14 - ITEM 14

Trata-se de um exercício de cálculo de áreas, que exige conhecimentos de congruência de figuras planas.

Figura A.1.14 - Questão 14

14) Dois trapézios retângulos congruentes (ABCD e MNPQ) são sobrepostos conforme a figura:



Sendo M o ponto médio do segmento AD, qual a área hachurada, em cm^2?

A.1.15 - ITEM 15

Assunto exclusivo do Ensino Médio, logaritmos tem uma ampla aplicabilidade. No item contextualizado, procurou-se medir o domínio dos alunos na função logarítmica.

Figura A.1.15 - Questão 15

15) A altura de uma determinada espécie de árvore depende de seu tempo de vida e pode ser expresso pela função logarítmica:

$$h(t) = 2.\log(t+1)$$

Sendo h(t) sua altura em metros após t anos a partir da plantação de sua semente. A quantos anos foi plantada a semente da árvore, se hoje ela tem 2 metros?

A.1.16 - ITEM 16

O último item era um exercício e continha uma equação logarítmica.

Figura A.1.16 - Questão 16

16) Resolva a equação:

$$3.\log(x+4) = 6$$

APÊNDICE 2 – ESCALA AVALIATIVA UTILIZADA PARA CORREÇÃO DE CADA ITEM

A.2.1 - ITEM 1

Tabela A.2.1 - Escala avaliativa utilizada no item 1

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado incorretamente	0
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, mas não escreveu a expressão ou a escreveu erroneamente	1
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, escreveu a expressão, mas inverteu cateto com hipotenusa	2
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, escreveu a expressão, mas errou o cálculo • Calculou corretamente, mas não soube responder à pergunta ou escreveu conclusão incorreta	3
• Solução correta	4

A.2.2 - ITEM 2

Tabela A.2.2 - Escala avaliativa utilizada no item 2

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, mas não escreveu a expressão ou a escreveu erroneamente	1
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, escreveu a expressão, mas inverteu cateto com hipotenusa	2
• Detectou que se utilizaria o teorema de Pitágoras, escreveu a expressão, mas errou o cálculo	3
• Resolução correta	4

A.2.3 - ITEM 3

Tabela A.2.3 - Escala avaliativa utilizada no item 3

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Apenas esboçou corretamente a regra de três, sem resolvê-la • Esboçou erroneamente a regra de três, invertendo grandezas	1
• Errou a conversão de unidades (mg para g) • Arredondou 325mg para 0,32 • Utilizou 350 mg de sódio, em vez de 325 mg • Utilizou 13,25 mg em vez de (13.25) mg para 325 mg • Utilizou 3,25 mg em vez de (13.25) mg para 325 mg	2
• Esboçou corretamente a regra de três, mas errou o cálculo	3
• Solução correta	4

A.2.4 - ITEM 4

Tabela A.2.4 - Escala avaliativa utilizada no item 4

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
Calculou a média, mas não dos 4 dados (por exemplo, dos dados de 2009 e 2012)	1
Somou os 4 dados, mas dividiu o total por 5	2
Esboçou corretamente a média, mas errou o cálculo Deixou cálculo indicado, sem resolvê-lo até o final	3
Solução correta	4

A.2.5 - ITEM 5

Tabela A.2.5 - Escala avaliativa utilizada no item 5

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Substituiu corretamente as variáveis na expressão, mas não realizou os cálculos • Não calculou a raiz quadrada e ainda errou os cálculos • Dividiu o radicando por 4 e cometeu erros de cálculo • Dividiu m, h e 3600 por 4	1
• Errou a conversão de unidades (metros para centímetros) • Substituiu corretamente as variáveis na expressão, mas errou o cálculo e esqueceu de dividir a área por 4 • Não calculou a raiz quadrada	2
• Esqueceu de dividir a área por 4 • Substituiu corretamente as variáveis na expressão, mas errou o cálculo	3
• Solução correta	4

A.2.6 - ITEM 6

Tabela A.2.6 - Escala avaliativa utilizada no item 6

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Calculou o valor do texto utilizando apenas o valor dado na tabela, sem multiplicá-lo pela quantidade de letras/palavras/linhas • Utilizou um mesmo valor para a quantidade de letras/palavras/linhas	1
• Esqueceu de somar o preço da placa ao preço final	2
• Cometeu erro de cálculo do preço final • Subtraiu 3 do número de palavras, provavelmente "descontando" as vírgulas	3
• Solução correta	4

A.2.7 - ITEM 7

Tabela A.2.7 - Escala avaliativa utilizada no item 7

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Montou um esquema ou alguma representação correta e calculou a probabilidade de forma errada	1
• Escreveu 2/3 na resposta final, argumentando que havia 3 cores (contabilizando apenas um sapato marrom) e 2 interessavam (azul e preto) • Escreveu 1/4, alegando seria uma chance num total de 4 sapatos restantes	2
• Calculou corretamente 2/4, mas somou esse resultado a 2/6 (suposta probabilidade da primeira retirada)	3
• Solução correta	4

A.2.8 - ITEM 8

Tabela A.2.8 - Escala avaliativa utilizada no item 8

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Confundiu 2,2 com 2h20min no cálculo do tempo gasto e ainda errou a probabilidade	1
• Inferiu que o valor da distância deveria ser menor que o dobro do valor da velocidade média, mas concluiu erradamente • Cometeu algum erro ao calcular a distância percorrida em 2 horas com as 5 velocidades médias ou o tempo gasto para percorrer a distância até cada cidade	2
• Calculou a distância percorrida em 2 horas com as 5 velocidades médias ou o tempo gasto para percorrer a distância até cada cidade, mas errou o cálculo da probabilidade • Determinou corretamente as 3 cidades favoráveis, mas concluiu a probabilidade como sendo 1/3	3
Solução correta	4

A.2.9 - ITEM 9

Tabela A.2.9 - Escala avaliativa utilizada no item 9

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Calculou as porcentagens de cada produto, mas errou no cálculo	1
• Acertou um dos dois produtos, com argumentação plausível	2
• Calculou todos os percentuais, mas concluiu incorretamente	3
• Solução correta	4

A.2.10 - ITEM 10

Tabela A.2.10 - Escala avaliativa utilizada no item 10

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Calculou corretamente apenas o aumento de 30%	1
• Calculou redução de 20% de 30%, resultando em 24%	2
• Calculou todos os percentuais, mas concluiu incorretamente	3
• Solução correta	4

A.2.11 - ITEM 11

Tabela A.2.11 - Escala avaliativa utilizada no item 11

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Montou um esquema ou alguma representação correta e não calculou o total de possibilidades ou o fez erroneamente	1
• Calculou corretamente 3.5.4 = 60, mas dividiu o resultado por 3	2
• Escreveu 3.5.4, mas não acertou o resultado	3
• Solução correta	4

A.2.12 - ITEM 12

Tabela A.2.12 - Escala avaliativa utilizada no item 12

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Escreveu os 6 números ímpares, mas calculou as combinações erradamente	1
• Calculou $A_{6,2}$ • Contabilizou também os pares (1,1), (3,3), (5,5), (7,7), (9,9) e (11,11)	2
• Escreveu a expressão $C_{6,2}$, mas não obteve o resultado correto	3
• Solução correta	4

A.2.13 - ITEM 13

Tabela A.2.13 - Escala avaliativa utilizada no item 13

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Calculou a área dos quadrados, mas errou as áreas circulares	1
• Utilizou a expressão do perímetro ($2\pi R$) ao invés da área (πR^2) • Calculou corretamente apenas a área de um logotipo	2
• Calculou corretamente as áreas dos logotipos, mas concluiu erroneamente • Utilizou as fórmulas adequadamente, mas errou cálculos	3
• Solução correta	4

A.2.14 - ITEM 14

Tabela A.2.14 - Escala avaliativa utilizada no item 14

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Detectou uma das dimensões do retângulo hachurado	1
• Detectou uma das dimensões do retângulo hachurado, mas calculou a área erradamente	2
• Detectou corretamente as dimensões, mas calculou o perímetro	3
• Solução correta	4

A.2.15 - ITEM 15

Tabela A.2.15 - Escala avaliativa utilizada no item 15

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Desenvolveu até 2 = 2.log(t + 1)	1
• Desenvolveu até log(t + 1) = 1	2
• Desenvolveu até t + 1 = 10	3
• Solução correta	4

A.2.16 - ITEM 16

Tabela A.2.16 - Escala avaliativa utilizada no item 16

Procedimentos e estratégias de solução do item	Pontuação
• Em branco ou conceito aplicado erroneamente	0
• Desenvolveu até log(x + 4) = 2	1
• Desenvolveu até $x + 4 = 10^2$	2
• Desenvolveu até x + 4 = 100	3
• Solução correta	4

ANEXOS

ANEXO 1 – CONCEPÇÃO DE CONTEXTUALIZAÇÃO: ENTREVISTA COM JOÃO LUIZ HORTA NETO

Em 29 de maio de 2014, nas dependências do INEP, em Brasília, tive a felicidade de entrevistar o pesquisador João Luiz Horta Neto, mestre em Educação e Doutor em Política Social. Ele trabalha na coordenação geral de concepções e análises pedagógicas, área pertencente à Diretoria de Avaliação de Educação Básica responsável pela elaboração de itens, revisão de Matrizes de Referência e interpretação das escalas de proficiência. Nosso encontro foi possível, pois estávamos trabalhando em uma oficina de elaboração de itens de Matemática para a Prova Brasil.

Foram elaboradas 5 perguntas pertinentes à prova do ENEM e à contextualização; a primeira foi sobre a definição da contextualização sob a ótica do INEP:

Qual a definição de contextualização, no olhar do INEP e na sua, e qual seu impacto no ensino de Matemática nas escolas?

Neto citou a importância dos itens serem contextualizados, questão advinda de várias discussões anteriores de grandes educadores e estudiosos, a fim de mesclar o conhecimento escolar com o proveniente das construções mentais construídas no ambiente externo, relacionadas ao cotidiano do aluno, de forma conexa e interligada. Como o ENEM exige do aluno o máximo esforço, já que decide o futuro do candidato, quer seja pela inserção numa universidade federal, quer seja com o intuito de aumentar sua nota em outros vestibulares que parcialmente consideram a pontuação no exame nacional, ou por qualquer outro motivo, o INEP entende que é importante apresentar itens interessantes, merecedores da atenção do aluno, e que despertem sua curiosidade e esforços para resolvê-lo. Ou seja, busca-se um item gratificante e motivador, além de desafiador. É exatamente nesse cenário que a contextualização desempenha seu papel, de mãos dadas à interdisciplinaridade, compondo as duas colunas-mestras do ENEM.

No final da entrevista voltamos a essa pergunta e Neto colocou a dificuldade em definir a contextualização, pois não há um consenso nem clareza sobre esse conceito. Ao se observar um item do ENEM, será encontrado um pretexto, ou seja, para introduzir uma situação fictícia cria-se uma situação irreal, que se for substituída por uma situação mais sintética, não trará prejuízo para a compreensão do aluno, além de diminuir o tempo de compreensão do problema.

Segundo Neto, há muitos itens com textos muito longos, sem necessidade, problema decorrente da má compreensão do que é contextualizar, pois muitos elaboradores entendem esse princípio como "contar uma história". Neto entende que contextualizar, em testes de Matemática, consiste em trazer uma situação do cotidiano para dentro do item, ou seja, compreender como um determinado problema ou tema da Matemática se apresenta no cotidiano e introduzir uma situação ao aluno para que, com seus conhecimentos matemáticos, resolva o item.

A segunda pergunta de nossa entrevista foi a respeito da possível ligação entre contextualização e a matemática utilitarista:

Os documentos oficiais do MEC/INEP apresentam a contextualização como um dos princípios estruturadores do currículo no ensino médio. Mas considerar o ensino de Matemática dessa forma apenas sob esse prisma não promove uma supervalorização da matemática prática ou utilitarista, fortemente criticada pelos educadores matemáticos?

Neto discordou, citando alguns descritores da Matriz de Referência do SAEB direcionados especificamente a alguns procedimentos operacionais (nas provas da Prova Brasil, por exemplo), cujo objetivo é verificar seu ensino em sala de aula. No entanto, enfatizou que a própria constituição da matriz de Referência do ENEM dificulta a elaboração de itens com contexto puramente matemático e desconectado com o dia-a-dia.

Nossa terceira indagação referia-se à distribuição desequilibrada de temas de matemática na prova do ENEM:

A prova do ENEM de forma excessiva privilegia em suas competências e habilidades o que denotamos no ensino médio como "grandezas proporcionais"(C3 e 4, H10-18), além da tríade combinatória-probabilidade-estatística (C7-H27 ao 30), excluindo assuntos como determinantes, sistemas lineares (exceto 2x2), números complexos, progressão geométrica, equações algébricas, função modular; polinômios, teoria dos conjuntos, em GA: ponto médio e distância entre pontos, cálculo de área de triângulo, circunferência. É um direcionamento, ainda tímido, mas que aponta para uma mudança no currículo de Matemática do EM desejado pelo Ministro da Educação Aloizio Mercadante em vários depoimentos? Há a intenção em descartar alguns assuntos, tais como os citados?

O pesquisador do INEP concordou com nossa colocação, explicando que esse problema advém da escassa discussão antes da elaboração da matriz de Referência do novo ENEM. Outro agravante reside na amplitude de cada dos descritores, motivo pelo qual os elaboradores de itens preferem alguns temas mais fáceis ou simples para a confecção das questões, preterindo assuntos mais perniciosos. O INEP pretende alterar futuramente as Matrizes do exame nacional, muito embora esteja claro entre os pesquisadores do instituto que não haverá uma mudança radical na estrutura desses documentos.

Um ponto importante na elaboração do item reside na rigidez de alguns descritores, que engessam a elaboração de itens diferentes e criativos, resultando em problemas semelhantes, “fabricados em série”. O próprio descritor pode impedir ou dificultar a elaboração de itens de múltipla escolha (ou seja, o entrave não seria apenas o fator contextualização). Outro aspecto que interessa ao INEP é prestigiar assuntos da Matemática ausentes nas edições da prova, ou então com incidência muito pequena, pois preocupa ao órgão o desequilíbrio de assuntos.

Neto também expôs um motivo pelo qual alguns assuntos fiquem de fora da prova: a calibração. Os itens são pré-testados em escolas ao redor do Brasil inteiro a fim de atender às especificidades da Teoria de Resposta ao Item (TRI), e obviamente vários assuntos nunca foram ensinados nesses estabelecimentos de ensino. Nota-se aí a fragilidade dos currículos do ensino médio e da educação brasileira, como um todo.

Não está claro quais assuntos devem ser incorporados no exame, pergunta que ao ser colocada aos educadores matemáticos provoca discussões acaloradas, sem um desfecho consensioso. Isso deveria estar bem especificado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois nenhuma prova ou teste, mesmo do vulto e importância do ENEM deve nortear a educação no Ensino Médio.

A esse respeito, Neto indaga: é possível a partir de um teste você induzir o ensino? Ele entende que não, mas denuncia o lado pernicioso do processo: a preparação de alunos para resolvê-lo, por parte das escolas e cursinhos pré-vestibulares. Não se estrutura o ensino para a aprendizagem significativa do aluno, orbitando em torno dos vestibulares e do ENEM, que hoje nada mais é do que outro vestibular, mas sem a "pegadinha", fator negativo em qualquer avaliação, além de não exigir a memorização de fórmulas.

A penúltima e a última perguntas novamente foram sobre a distribuição de assuntos:

Em relação ainda aos assuntos contidos nas provas do ENEM, há forte predominância daqueles ensinados a partir do ensino fundamental, e na lista dos 10 mais pedidos, apenas um é ensinado exclusivamente no ensino médio. Isso não evidencia uma fragilidade na distribuição dos assuntos da prova, ou ainda pior, uma desconfiança na metodologia de ensino aplicada nas escolas brasileiras de ensino médio?

A função logarítmica possui importância irrefutável na história da matemática e é bastante cobrada em exames vestibulares (é assunto campeão da história do vestibular da VUNESP e terceiro mais frequente na FUVEST), no entanto só se fez presente na prova do ENEM em uma ocasião. Há algum motivo para isso?

O entrevistado entende que inserir itens cujos assuntos são estudados desde o ensino fundamental não se configura em problema, pois o contexto, o texto e a situação apresentada ao aluno é diferente do que seria em um teste dirigido para o ensino fundamental. Tratam-se de características inerentes ao nível de um aluno do ensino médio, adequadas a esse nível de ensino.

ANEXO 2 – NOMENCLATURA DE ASSUNTOS DO ENSINO MÉDIO UTILIZADOS NESSE TRABALHO[42]

Os assuntos relativos a álgebra estão descritos a seguir:

- ✓ 1º grau: engloba exercícios de equação ou função do 1º grau.
- ✓ 2º grau: envolve questões de equação ou função do 2º grau.
- ✓ Conjuntos: definição de conjuntos, conjunto vazio, subconjunto, inclusão e pertinência, conjunto de partes, união, intersecção e subtração de conjuntos.
- ✓ Equações algébricas: teorema fundamental da álgebra, relações de Girard, teorema das raízes complexas e das raízes irracionais, teorema de Bolzano.
- ✓ Função: não se trata de todo tipo de função, mas abrange produto cartesiano, relação binária, definição de função, domínio, contradomínio e imagem, classificação (sobrejetora, injetora, bijetora, par, ímpar), monotonicidade, função periódica, função limitada, função composta e inversa.
- ✓ Gráfico: análise e interpretação de gráficos.
- ✓ Grandezas: razão e proporção, regra de três simples e composta, médias.
- ✓ Matemática básica: aritmética elementar e raciocínio lógico.
- ✓ Numéricos: conjuntos numéricos (IN, Z, Q, IR), números primos, critérios de divisibilidade, múltiplos e divisores, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, sistemas de base não-decimal.
- ✓ PA: Progressão aritmética
- ✓ PG: Progressão geométrica
- ✓ Pot e Rad: Potenciação e radiciação.
- ✓ Porcentagem: porcentagem, juro simples e composto.
- ✓ Sistemas: sistemas lineares com até três incógnitas.

Alguns assuntos de geometria foram agrupados, haja visto seu volume de conceitos. Assim sendo, as questões de geometria plana serão nomeadas conforme a tabela A.3.1:

[42] LIMA, 2011, p. 140-142.

Tabela A.3.1 - Distribuição dos assuntos de geometria plana

Plana-1	✓ Conceitos básicos: ponto, reta, plano, ângulos ✓ Triângulos: conceito, classificação, elementos, condição de existência, congruência, semelhança ✓ Teorema de Tales ✓ Teorema da bissetriz interna e externa ✓ Polígonos
Plana-2	✓ Triângulos retângulos: teorema de Pitágoras ✓ Pontos notáveis dos triângulos: baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro ✓ Círculo e circunferência ✓ Arcos e ângulos na circunferência ✓ Potência de ponto
Plana-3	✓ Áreas de figuras planas

Isso também foi feito para as outras "geometrias", a saber, trigonometria e geometria analítica:

Tabela A.3.2 - Distribuição dos assuntos de trigonometria e geometria analítica

Trigo-1	✓ Relações trigonométricas no triângulo retângulo ✓ Seno, cosseno e tangente de 30^0, 45^0 e 60^0 ✓ Relações fundamentais e auxiliares ✓ Arcos de circunferência ✓ Medida de arcos em radianos
Trigo -2	✓ Ciclo trigonométrico ✓ Funções seno, cosseno e tangente ✓ Funções circulares inversas ✓ Equações trigonométricas ✓ Inequações trigonométricas
Trigo -3	✓ Soma e subtração de arcos ✓ Arco duplo ✓ Lei dos senos e dos cossenos ✓ Equações de Prostaférese

GA-1	✓ Plano cartesiano ✓ Distância entre dois pontos ✓ Ponto médio ✓ Área e baricentro de triângulo
GA-2	✓ Retas e semiplanos
GA-3	✓ Circunferência
Cônicas	✓ Elipse ✓ Parábola ✓ Hipérbole

Por fim, geometria espacial compreende todos os exercícios referentes a prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, poliedro e geometria de posição (denominado nesse trabalho por "posição"). Diferentemente das outras geometrias, tais assuntos serão elencados separadamente e não em uma única categoria.

ANEXO 3 - TERMOS DE CONSENTIMENTO

Figura A.3.1 - Termo de consentimento – etapas 1 e 2

Faculdade de Ciências

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS – CAMPUS DE BAURU
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇAO

IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO
Nome:
Data de nascimento: / /

Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia do Projeto: **Investigação de situações-problema de matemática a nível de ensino médio** bem como as atividades envolvidas. Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar, serão mantidos em sigilo.

Estou ciente de que posso me recusar a participar, retirar meu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sem precisar justificar.

Estou ciente de que a participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade. Também estou ciente de que a autorização para publicação de dados ou informações minhas ou oriundas do projeto é voluntária e que dela poderei desistir, a qualquer momento antes da publicação, sem explicar os motivos e sem perda da pesquisa.

Declaro que concordo com a minha participação, como voluntário (a) da pesquisa acima descrita.

Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

_____________, ___/___/______

____
Assinatura

Figura A.3.2 - Termo de consentimento– etapa 3

Faculdade de Ciências

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIËNCIAS – CAMPUS DE BAURU
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

IDENTIFICAÇAO DO VOLUNTARIO
Nome :
Data de nascimento: / /
Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia do Projeto: **Investigação de situações-problema de matemática a nível de ensino médio** bem como as atividades envolvidas. Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar, serão mantidos em sigilo. Estou ciente de que posso me recusar a participar, retirar meu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sem precisar justificar. Estou ciente de que a participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade. Também estou ciente de que a autorização para publicação de dados ou informações minhas ou oriundas do projeto é voluntária e que dela poderei desistir, a qualquer momento antes da publicação, sem explicar os motivos e sem perda da pesquisa. Também estou ciente de que a minha resolução das 3 situações-problema apresentados em material à parte será gravada em mídia audiovisual e será analisada, mantendo minha identidade em sigilo. Declaro que concordo com a minha participação, como voluntário (a) da pesquisa acima descrita. Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas. Bauru, ___/ 11 /2015 __________________________ Assinatura