



Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Ciências e Tecnologia

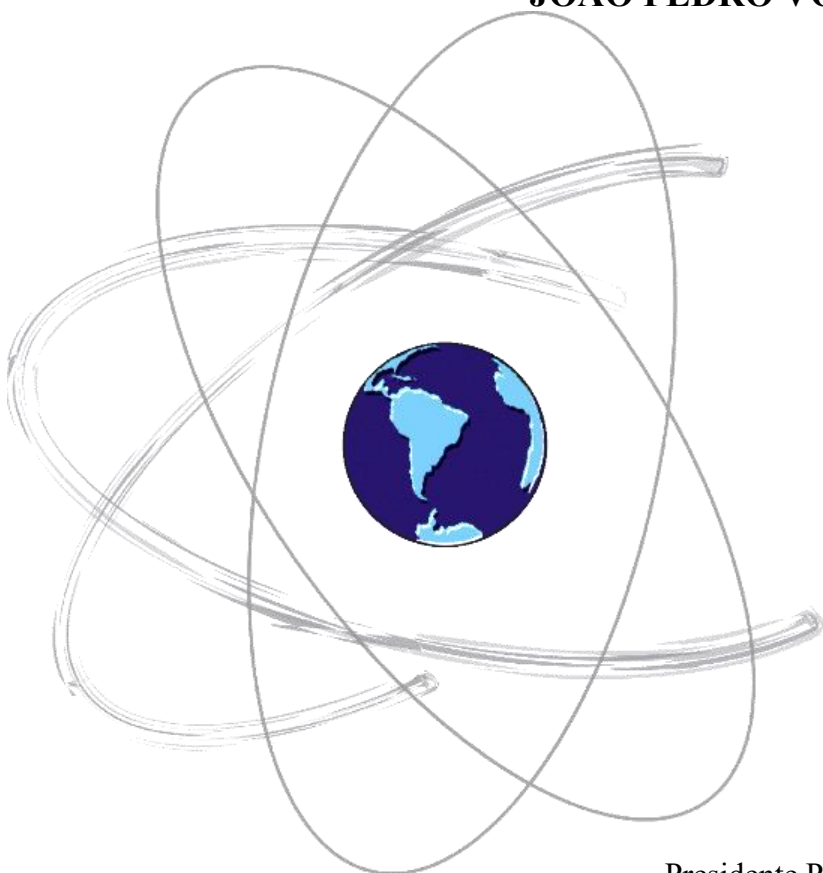


Instituto Nacional de Ciências e Tecnologia
Tecnologia GNSS no Suporte à Navegação Aérea

POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO MULTI-GNSS: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISES

Programa de Pós-Graduação
em Ciências Cartográficas

JOÃO PEDRO VOLTARE ZAUPA



Presidente Prudente, SP

2025

JOÃO PEDRO VOLTARE ZAUPA

**POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO MULTI-GNSS:
IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista para obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientadora: Profa. Dra. Daniele Barroca Marra Alves

Coorientador: Dr. Paulo de Tarso Setti Júnior

Presidente Prudente, SP

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

Z39p	Zaupa, João Pedro Voltare Posicionamento por Ponto Preciso multi-GNSS : Implementação e análises / João Pedro Voltare Zaupa. -- Presidente Prudente, 2025 140 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente Orientadora: Daniele Barroca Marra Alves Coorientador: Paulo de Tarso Setti Jr 1. PPP. 2. Multi-GNSS. 3. Tempo de Convergência. 4. Acurácia Posicional. 5. Modelagem Atmosférica. I. Título.
------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Presidente Prudente

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO MULTI-GNSS:
IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISES**

AUTOR: JOÃO PEDRO VOLTARE ZAUPA

ORIENTADORA: DANIELE BARROCA MARRA ALVES

COORDINADOR: PAULO DE TARSO SETTI JÚNIOR

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Ciências Cartográficas,
área: Aquisição, Análise e Representação de Informações Espaciais pela Comissão Examinadora:

Profa. Dra. DANIELE BARROCA MARRA ALVES (Participação Presencial)
Departamento de Cartografia / Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Faculdade de Ciências e Tecnologia

Prof. Dr. FABRÍCIO DOS SANTOS PROL (Participação Virtual)
Department of Navigation and Positioning / FGI - Finnish Geospatial Research Institute

Prof. Dr. PAULO SÉRGIO DE OLIVEIRA JÚNIOR (Participação Virtual)
Departamento de Geomática / Universidade Federal do Paraná

Presidente Prudente, 27 de junho de 2025

Impacto potencial desta pesquisa

Esta pesquisa implementa e avalia o método PPP multi-GNSS, evidenciando que a integração das constelações GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou proporciona ganhos substanciais em tempo de convergência, estabilidade e acurácia das soluções em condições típicas do território brasileiro. O desenvolvimento do software APPPOLO representa uma contribuição inédita no cenário nacional, oferecendo uma ferramenta robusta e versátil para pesquisas e aplicações em posicionamento de alta precisão. O trabalho fortalece a inserção científica do Brasil em iniciativas internacionais, com potencial de impacto em projetos de monitoramento geodésico e estudos atmosféricos, além de abrir caminho para avanços futuros no aprimoramento do método PPP.

Potential impact of this research

This research implements and evaluates the multi-GNSS PPP method, showing that the integration of GPS, GLONASS, Galileo, and BeiDou constellations provides substantial improvements in convergence time, stability, and accuracy of solutions under Brazilian atmospheric conditions. The development of the APPPOLO software represents a novel contribution at the national level, offering a robust and versatile tool for research and applications in high-precision positioning. The work strengthens Brazil's scientific role in international initiatives, with potential impact on geodetic monitoring projects and atmospheric studies, while paving the way for future advances in PPP refinement.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, fonte de esperança e força em minha vida, pela oportunidade de trilhar este caminho e pelas pessoas que me cercam. Sou especialmente grato à minha família, que sempre foi meu alicerce e apoio incondicional. À minha mãe, Maria Luisa, pelo amor incondicional, dedicação e força em todos os momentos. Ao meu pai, Roberto, pelo exemplo de trabalho, caráter e perseverança que sempre me inspirou. E ao meu irmão, Luis, pela parceria, amizade e companheirismo que tornaram essa caminhada mais leve e significativa.

Agradeço às minhas fontes de inspiração, em especial àquela que sempre cuidou de mim com tanto carinho, minha avó dona Neusa. Aos meus avós paternos, dona Cida e vô Vantim, que sempre me transmitiram valores preciosos e muito afeto. E ao meu avô Ascensio (*in memoriam*), que infelizmente não tive a oportunidade de conhecer, mas cuja memória permanece viva como parte da minha história.

Aos meus amigos — Messias, Gabriel, Watanabe, Eduardo, Takao, Isabella, Vitor, Medina, Vitória (2x), Rayane, Gustavo (na qual sou padrinho de batismo), Will e Fell — agradeço pela amizade sincera, pelas lembranças que construímos juntos e por continuarem fazendo parte da minha vida, cada um de um jeito especial. Aos demais amigos que a vida me presenteou, deixo minha sincera gratidão.

Agradeço à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (FCT/UNESP) – campus de Presidente Prudente – e ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas (PPGCC) pelo suporte, infraestrutura e ambiente que possibilitaram o desenvolvimento desta pesquisa.

Sou igualmente grato aos amigos que a UNESP me trouxe. Entre eles, agradeço especialmente a Eduardo, Felipe, Gustavo, Matheus, Alex, William, Jun, Koike, Danilo, Pedro, Guilherme, Rafael, Eric, Natalia, Allan, Bot, Max, Agatha, Fabi e Edna. Agradeço também aos amigos que o PPGCC me proporcionou: Maurycio, Emanuel, Ana Lúcia, Rosim, Ferrari, Jerez, Vini, Rahuan, Beatriz, Rebeca, Isa, Gabi, Bia, Julia, Daniel, Glória, Fernando, Vivi, Tayná, Loram, Renan, Mauro, Nelson, Wimerson, Crislaine, Weverton, Renato, Zilda, Ítalo, Poleszuk, Elmo, Lucas, Ana Paula, Afonso, Rapha, João Vitor, Letícia e Valder.

Agradeço aos meus padrinhos Ricardo e Nenê, e à minha madrinha, tia Lu. Estendo minha gratidão aos meus tios e tias, que tanto amo, e aos meus primos e primas, em especial Marcely e Heloisa. A Heloisa, junto ao Leandro, por me conceder a alegria de ser padrinho de consagração de sua filha, Maitê, que tenho imenso carinho e amor.

Registro minha profunda gratidão à Professora Daniele Barroca, que me orienta desde 2019, pela dedicação, paciência e confiança ao longo de toda a minha trajetória acadêmica. Ao meu coorientador, Dr. Paulo Setti, agradeço pelo apoio constante, pela atenção e pelas valiosas contribuições, sempre me direcionando às melhores soluções e conduzindo com cada etapa deste trabalho. Agradeço também aos Professores João Francisco Galera Monico e Haroldo Antonio Marques pela disponibilidade e pela ajuda no entendimento de conteúdos fundamentais sobre o posicionamento geodésico, assim como pelas contribuições que muito auxiliaram na implementação deste trabalho. Estendo ainda meus agradecimentos aos membros da banca, Prof. Dr. Paulo Sérgio de Oliveira Jr. e Dr. Fabrício dos Santos Prol, pelas valiosas observações e sugestões, que enriqueceram significativamente este trabalho.

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por meio da concessão da bolsa de mestrado (Processo nº 130340/2023-5). Agradeço também ao INCT GNSS-NavAer, pela infraestrutura, dados e contribuições científicas fornecidos, fundamentais para o desenvolvimento deste estudo. Agradeço ao Grupo de Estudos em Geodésia Espacial (GEGE) pelo ambiente de aprendizado, pelas discussões científicas enriquecedoras e pela convivência que tanto contribuiu para minha formação acadêmica e pessoal.

“A felicidade é uma arma quente”

- Belchior

RESUMO

Para atividades que necessitam de estimativas de posição acuradas é convencionalmente empregado o posicionamento por Sistemas Globais de Navegação por Satélite (GNSS - *Global Navigation Satellite Systems*). Dentre os métodos existentes, destaca-se o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP), que pode fornecer acurácia decimétrica a centimétrica para o usuário. Além do sistema norte-americano GPS (*Global Positioning System*), orbitam a Terra o GLONASS (*GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*), desenvolvido pela antiga União Soviética e que se encontra com constelação completa, o europeu Galileo em fase de implantação, apresentando-se com constelação completa, porém com previsão de operacionalidade para 2026, e o chinês BeiDou, que se encontra operacional. Atualmente, os quatro principais sistemas GNSS já operam de forma integrada ao nível do usuário, representando o estado da arte no posicionamento por satélites, com ganhos significativos em disponibilidade, redundância e acurácia. Esta dissertação teve como objetivo implementar e avaliar o desempenho do método PPP multi-GNSS. Os experimentos foram conduzidos com dados da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC), visando analisar o tempo de convergência, a acurácia posicional e a influência das condições atmosféricas brasileiras sobre o posicionamento. A implementação do software APPPOLO (*Advanced Precise Point Positioning software for Optimized LOcalization*) permitiu flexibilidade na exploração de diferentes estratégias de processamento, demonstrando robustez em diversos cenários. Os resultados demonstraram que o uso combinado das quatro constelações GNSS proporciona melhorias significativas em relação às soluções baseadas em sistemas individuais, apresentando os menores tempos de convergência entre todas as configurações testadas, com 7,6 minutos na componente horizontal e 12,0 minutos na componente vertical. Entretanto, constataram-se desafios específicos relacionados ao BeiDou, principalmente devido à baixa disponibilidade de observações desse sistema em algumas estações da RBMC, ocasionada por limitações de *firmware* de certos receptores. Além disso, destaca-se que os produtos orbitais e de relógio fornecidos por alguns centros de análise, como o CODE (*Center for Orbit Determination in Europe*), não incluem todos os satélites da constelação, o que impacta negativamente o desempenho da solução PPP quando se busca integrar plenamente esse sistema.

Palavras-chave: PPP, Multi-GNSS, Tempo de Convergência, Acurácia Posicional, Modelagem Atmosférica.

ABSTRACT

For activities that require accurate position estimates, Global Navigation Satellite Systems (GNSS) positioning is conventionally employed. Among the methods contained therein, the Precise Point Positioning (PPP) stands out, providing a decimeter to centimeter level accuracy for the user. In addition to the US GPS, three other systems are available: GLONASS, developed by the former Soviet Union and which is fully operational, the European Galileo in the implementation phase, presenting itself with a complete constellation, but expected to become operational in 2026, and the Chinese BeiDou, which is also operational. Currently, the four main GNSS constellations already operate in an integrated manner at the user level, representing the state of the art in satellite-based positioning, with significant gains in availability, redundancy, and accuracy. This dissertation aimed to implement and evaluate the performance of the multi-GNSS PPP method. Experiments were conducted using data from RBMC (Brazilian Network for Continuous Monitoring of the GNSS Systems) to analyze convergence time, positional accuracy, and the influence of Brazilian atmospheric conditions on positioning. The implementation of the APPPOLO (Advanced Precise Point Positioning software for Optimized LOcalization) software provided flexibility in exploring various processing strategies and demonstrated robustness across different scenarios. The results demonstrated that the combined use of the four GNSS constellations provides significant improvements over solutions based on individual systems, presenting the lowest convergence times among all tested configurations: 7.6 minutes for the horizontal component and 12.0 minutes for the vertical component. However, specific challenges were identified regarding BeiDou, mainly due to the limited availability of observations from this system at some RBMC stations, caused by firmware restrictions in certain receivers. Additionally, it is important to note that the orbital and clock products provided by some analysis centers, such as CODE, do not include all BeiDou satellites, which negatively affects the PPP performance when attempting to fully integrate this constellation.

Keywords: PPP, Multi-GNSS, Convergence Time, Positional Accuracy, Atmospheric Modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Constelação GPS representada no sistema de coordenadas GCRS (<i>Geocentric Celestial Reference System</i>). Cada satélite (PRN/SVN) é representado por um tom distinto de azul.....	25
Figura 2- Constelação GLONASS representada no sistema de coordenadas GCRS.....	29
Figura 3- Constelação Galileo representada no sistema de coordenadas GCRS.....	35
Figura 4- Constelação BeiDou representada no sistema de coordenadas GCRS, com satélites MEO (magenta), GEO (roxo) e IGSO (azul).....	39
Figura 5- Efeito Relativístico, em metros, a ser corrigido nos satélites GNSS, levando em consideração o ângulo de elevação e azimuth em relação à estação PPTE (22°07'11,65707" S, 51°24'30,72249" W), no dia 21 de junho de 2024.....	48
Figura 6- Magnitude do DCB, em metros, para diferentes observáveis e sistemas, utilizando produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan, para o dia 21 de junho de 2024.....	50
Figura 7- Magnitude do OSB, em metros, para diferentes observáveis e sistemas, utilizando produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan, para o dia 21 de junho de 2024.....	51
Figura 8- Magnitude do PCV para satélites de diferentes gerações do sistema GPS, advindos do arquivo igs20.atx.....	53
Figura 9- Magnitude do PCV para satélites de diferentes gerações do sistema GLONASS, advindos do arquivo igs20.atx.	54
Figura 10- Magnitude do PCV para o satélite PRN 10 (FOC) e 11 (IOV) do sistema Galileo, dependentes do ângulo nadir e azimuthal, em diferentes frequências, advindos do arquivo igs20.atx.....	54
Figura 11 – Magnitude do efeito de fase wind-up nas observáveis de fase de diferentes satélites GNSS, para o dia 21 de junho de 2024, em relação à estação PPTE.	57
Figura 12- Comparativo entre os valores de ZTD estimados pelo processamento PPP do software desenvolvido e os produtos fornecidos pelo IGS, para a estação POAL (30° 04' 26,55276" S; 51° 07' 11,15324" W) no dia 21 de junho de 2024.	60
Figura 13- Magnitude do efeito das marés terrestres para a estação PPTE no dia 21 de junho de 2024.....	64
Figura 14- Fluxograma de execução do software desenvolvido no projeto para PPP.	84
Figura 15- Aba Input RINEX da interface gráfica do APPPOLO.	85

Figura 16- Aba <i>Products</i> , utilizada para configuração dos produtos auxiliares.....	87
Figura 17- Aba <i>Systematic Effects</i> , com os modelos disponíveis para correção das observáveis.	88
Figura 18- Aba <i>Estimation</i> , com os parâmetros de controle e configuração do filtro de Kalman.....	88
Figura 19- Localização das estações RBMC utilizadas no experimento.....	91
Figura 20- Índices de STEC e cintilação ionosférica na fase ($\sigma\phi$) e na intensidade do sinal (S4), para as estações PRU2, POAL e TOPL, para os dias 20, 21 e 22 de junho de 2024.	92
Figura 21- Número de satélites e PDOP por época, para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL.	93
Figura 22 – Número médio de satélites por estação e por sistema.....	95
Figura 23- Erro posicional ao longo do tempo para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL, no período de 20 a 22 de junho de 2024 (APPPOLO).	96
Figura 24- Erro posicional ao longo do tempo para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL, no período de 20 a 22 de junho de 2024 (IBGE).....	97
Figura 25- Tempo de convergência da solução (em minutos), para as componentes planimétricas e altimétricas, nas estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL.....	101
Figura 26- Número médio de satélites visíveis por constelação GNSS, considerando um período de coleta de 4 horas, nas estações PPTE, POAL e TOPL, nos horários de início às 8h e 14h (horário local de Brasília).	106
Figura 27- Discrepância posicional tridimensional (em metros) nas estações PPTE, POAL e TOPL, considerando diferentes combinações GNSS, iniciando o processamento às (a) 8h e (b) 14h.	107
Figura 28- Tempo de convergência da solução (em minutos), para as componentes planimétricas e altimétricas, nas estações PPTE, POAL e TOPL, considerando diferentes combinações de constelações, para os cold starts (a) 8h e (b) 14h.	112
Figura 29- Índices de STEC e cintilação ionosférica na fase ($\sigma\phi$) e na intensidade do sinal (S4) para o período das 0h às 3h UTC dos dias 23 de março e 21 de junho de 2024, para diferentes sistemas GNSS, para a estação PRU2.....	116
Figura 30- Erros horizontal e vertical do PPP Multi-GNSS: comparação entre modo o cinemático (a) e estático (b) ao longo dos dias 20, 21 e 22 de junho de 2024. ...	117

Figura 31- Distribuição dos resíduos de pseudodistância e fase <i>Ion-Free</i> para GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, em função do ângulo de elevação dos satélites, considerando o PPP estático multi-GNSS, para os três dias de coleta.	120
Figura 32- Erro horizontal e vertical do PPP multi-GNSS em períodos de forte (a) e fraca (b) variabilidade ionosférica: comparação entre modos cinemático e estático.	121
Figura 33- Distribuição dos resíduos de pseudodistância e de fase, no PPP estático, para os dias (a) 23 de março e (b) 21 de junho de 2024.....	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Principais características dos sistemas GNSS	23
Tabela 2- Dados sobre as gerações do GPS.	26
Tabela 3- Dados sobre as gerações do GLONASS.	31
Tabela 4- Dados sobre as gerações do Galileo.	36
Tabela 5- Dados sobre as gerações do BeiDou.	39
Tabela 6- Observáveis utilizadas como referência para a solução do relógio do satélite.	49
Tabela 7 - Códigos de observáveis GNSS por sistema e frequência.	86
Tabela 8- Percentil 68% da acurácia horizontal e vertical (em centímetros) para as estações PPTE, POAL e TOPL no período de 20 a 22 de junho de 2024.	99
Tabela 9- Média da acurácia tridimensional (em centímetros) considerando as três estações (PPTE, POAL e TOPL), para diferentes combinações GNSS, horários de início (8h e 14h) e janelas de coleta (30 minutos, 1 h, 2 h e 4 h), com uma escala de cor variando de vermelho (pior) para verde (melhor).....	108
Tabela 10- Média para as três estações da discrepância tridimensional (em metros), para diferentes combinações GNSS, cold starts e janelas de coleta.	110
Tabela 11- Estatísticas de acurácia posicional para os modos de processamento PPP Multi-GNSS, considerando os três dias de coleta.....	119
Tabela 12- Estatísticas de acurácia posicional para o PPP multi-GNSS em condições de forte (dia 83) e fraca (dia 173) variabilidade ionosférica.....	123
Tabela 13 – RQM dos resíduos de pseudodistância e fase por sistema GNSS nos dias 23 de março e 21 de junho de 2024.....	126

LISTA DE SIGLAS

AMCS	Auxiliary Monitoring and Control Stations
ANTEX	Antenna Exchange Format
APC	Antenna Phase Center
APPOLO	Advanced Precise Point Positioning software for Optimized Localization
ARP	Antenna Reference Point
AS	Anti-Spoofing
BDS	BeiDou Navigation Satellite System
BDT	BeiDou Time
C/Nav	Commercial Navigation
C/N ₀	Carrier-to-Noise Density Ratio
CDMA	Code Division Multiple Access
CC-M	Central Clock
CGCS	China Geodetic Coordinate System
CM	Centro de Massa
CURL	Client URL
DCB	Differential Code Bias
DOY	Day Of Year
DOP	Dilution of Precision
EIA	Equatorial Ionospheric Anomaly
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay Service
ESA	European Space Agency
F/Nav	Free Navigation
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FI	Frequência Intermediária
G/Nav	Governmental Navigation
GAGAN	GPS Aided Geo Augmented Navigation
GA	Ground Antenna
GBAS	Ground-Based Augmentation System
GCC	Galileo Control Center
GCS	Ground Control Segment
GDOP	Geometric Dilution of Precision
GIOVE	Galileo In-Orbit Validation Element
GLONASS	GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GMF	Global Mapping Function
GMS	Ground Mission Segment
GNSS	Global Navigation Satellite Systems
GPS	Global Positioning System
GSA	European GNSS Agency
GST	Galileo System Time
GTRF	Galileo Terrestrial Reference Frame
HAS	High Accuracy Service

HDOP	Horizontal Dilution of Precision
I/Nav	Integrity Navigation
ICB	Inter-Channel Bias
ICD	Interface Control Document
IGS	International GNSS Service
IONEX	Ionosphere Map Exchange Format
ISB	Intersystem Bias
ITU	International Telecommunication Union
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
LOS	Line of Sight
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MCS	Master Control Station
MEO	Medium Earth Orbit
MGEX	Multi-GNSS Experiment
MS	Monitor Station
MVC	Matriz de Variância-Covariância
NCO	Numerically Controlled Oscillator
NETRC	Arquivo de configuração de autenticação automatizada para CURL
NL	Narrow-Lane
OCX	Next Generation Operational Control System
OS	Open Service
OSB	Observable-Specific Bias
PDOP	Position Dilution of Precision
PCV	Phase Center Variation
PCO	Phase Center Offset
PHM	Passive Hydrogen Maser
PLL	Phase-Locked Loop
PPS	Posicionamento por Ponto Simples
PRN	Pseudo Random Noise
PPP	Posicionamento por Ponto Preciso
PZ90	Parametry Zemli 1990
RAIM	Receiver Autonomous Integrity Monitoring
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS
REQM	Raiz do Erro Quadrático Médio
RINEX	Receiver Independent Exchange Format
RTK	Real-Time Kinematic
RTS	Real-Time Service
SDCM	System for Differential Corrections and Monitoring
SGS	Soviet Geodetic System
SGL	Sistema Geodésico Local
SGN	Space Geodetic Network
SISRE	Signal-in-Space Range Error
SLR	Satellite Laser Ranging
SNR	Signal-to-Noise Ratio

SP3	Standard Product #3 (Órbitas precisas)
SV	Space Vehicle
SVN	Space Vehicle Number
TDOP	Time Dilution of Precision
TEC	Total Electron Content
TGD	Total Group Delay
TT&C	Tracking, Telemetry and Control
ULS	Uplink Stations
UPD	Uncalibrated Phase Delay
UTC	Coordinated Universal Time
VDOP	Vertical Dilution of Precision
WAAS	Wide Area Augmentation System
WGS84	World Geodetic System 1984
WL	Wide-Lane
ZHD	Zenith Hydrostatic Delay
ZTD	Zenith Total Delay
ZWD	Zenith Wet Delay

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	18
1.1 Objetivos.....	20
1.2 Justificativas	20
1.3 Estrutura da Dissertação	21
2 GNSS.....	23
2.1 GPS.....	24
2.1.1 Histórico do Sistema.....	24
2.1.2 Segmento Espacial.....	25
2.1.3 Segmento de Controle	26
2.1.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo	27
2.2 GLONASS.....	28
2.2.1 Histórico do Sistema.....	28
2.2.2 Segmento Espacial.....	29
2.2.3 Segmento de Controle	31
2.2.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo	32
2.3 Galileo	32
2.3.1 Histórico do Sistema.....	32
2.3.2 Segmento Espacial.....	33
2.3.3 Segmento de Controle	36
2.3.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo	37
2.4 BeiDou.....	37
2.4.1 Histórico do Sistema.....	37
2.4.2 Segmento Espacial.....	38
2.4.3 Segmento de Controle, Referencial Geodésico e Sistema de Tempo	40
3 OBSERVÁVEIS GNSS	41
3.1 Pseudodistância	41

3.2 Fase de Batimento da Onda Portadora	42
3.3 Efeitos Sistemáticos Relacionados com o Satélite	43
3.3.1 Instante de Transmissão do Sinal	43
3.3.2 Interpolação da Posição do Satélite para o Instante de Transmissão	45
3.3.3 Sincronização do Relógio do Satélite.....	48
3.3.4 Centro de Fase de Antena do Satélite.....	52
3.3.5 Fase Wind-Up.....	55
3.4 Efeitos Sistemáticos Relacionados com a Propagação do Sinal.....	57
3.4.1 Refração Neutrosférica	57
3.4.2 Variabilidade Ionosférica	60
3.4.3 Perdas de Ciclos	62
3.5 Efeitos Sistemáticos Relacionados com o Receptor e a Estação.....	63
3.5.1 Marés Terrestres	63
3.5.2 Carga das Marés Oceânicas.....	64
4 POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO	66
4.1 Conceito do Método e Modelo Funcional do PPP	66
4.2 Ajustamento das Observações GNSS.....	68
4.2.1 Método Paramétrico	69
4.2.2 Método Recursivo	70
4.2.3 Filtro de Kalman.....	72
4.2.4 Modelo Estocástico	74
4.3 Controle de Qualidade e Suavização dos Parâmetros	77
4.5 Diluição de Precisão e Acurácia Posicional no SGL.....	81
5 SOFTWARE APPPOLO	83
5.1 Funcionamento do software.....	83
5.2 Configurações e Uso do APPPOLO	84
5.3 FORMATAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SAÍDA.....	89

6 EXPERIMENTO I: AVALIAÇÃO DO PPP EMPREGANDO UM ÚNICO SISTEMA	91
6.1 Metodologia.....	91
6.2 Avaliação da Disponibilidade dos Satélites.....	93
6.3 Avaliação da Acurácia Posicional	95
6.4 Tempo de Convergência da Solução	101
6.5 Conclusão do Experimento I	103
7 EXPERIMENTO II: AVALIAÇÃO DO PPP MULTI-GNSS EM DIFERENTES PERÍODOS DO DIA.....	105
7.1 Metodologia.....	105
7.2 Avaliação da Acurácia Posicional para Diferentes Períodos do Dia.....	106
7.3 Avaliação do Tempo de Convergência.....	111
7.4 Conclusão do Experimento II	113
8 EXPERIMENTO III: COMPORTAMENTO DO PPP MULTI-GNSS ESTÁTICO E CINEMÁTICO	115
8.1 Metodologia.....	115
8.2 Avaliação da Acurácia Posicional em Três Dias de Coleta.....	116
8.3 Avaliação do Comportamento do PPP em Período de Forte e Fraca Variabilidade Ionosférica	121
8.4 Conclusão do Experimento III.....	126
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES FUTURAS	128
REFERÊNCIAS	130
ANEXOS	138
Anexo I: Valores de REQM (em metros) na última época de cada dia de observação do Experimento I	138
Anexo II: Valores da média do REQM (em metros) de cada dia de observação do Experimento I	138
Anexo III: Histogramas de frequência relativa dos resíduos de pseudodistância e fase para cada sistema GNSS.....	139

1 INTRODUÇÃO

Os Sistemas Globais de Navegação por Satélite (GNSS – *Global Navigation Satellite Systems*) constituem a infraestrutura fundamental para uma ampla gama de aplicações modernas que requerem posicionamento, navegação e sincronização temporal (PNT). Estão presentes de forma crescente em áreas como geodésia, agricultura de precisão, transporte inteligente, monitoramento ambiental, telecomunicações e ciências atmosféricas (PSYCHAS, 2022). Os principais sistemas globais atualmente operacionais incluem o GPS (*Global Positioning System* - Estados Unidos), GLONASS (*GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema* - Rússia), Galileo (União Europeia) e BeiDou (China), os quais formam, em conjunto, uma constelação global com mais de 120 satélites em órbita média (MEO – *Medium Earth Orbit*), transmitindo sinais em múltiplas frequências. Além dessas constelações globais, existem também os chamados sistemas de aumento, que visam melhorar a precisão, integridade e disponibilidade do posicionamento GNSS. Os Sistemas de Aumentação Baseados em Satélites (SBAS – *Satellite-Based Augmentation Systems*) fornecem correções diferenciais por meio de satélites geoestacionários e têm atuação regional, como o WAAS (*Wide Area Augmentation System* – América do Norte), EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service* – Europa), GAGAN (*GPS Aided Geo Augmented Navigation* – Índia) e SDCM (*System for Differential Corrections and Monitoring* – Rússia). Já os Sistemas de Aumentação Baseados em Terra (GBAS – *Ground-Based Augmentation Systems*) operam localmente, sendo empregados principalmente em aplicações aeronáuticas, como aproximações em aeroportos.

Com a consolidação das constelações Galileo e BeiDou nos últimos anos, observou-se uma mudança significativa na estratégia de utilização dos sinais GNSS. Em vez do uso isolado do GPS, a tendência atual é o uso combinado de múltiplas constelações, conhecido como posicionamento multi-GNSS. Este que vem ganhando destaque na literatura científica e em aplicações comerciais por proporcionar ganhos significativos em redundância observacional, geometria dos satélites, disponibilidade de sinais e robustez da solução em ambientes desafiadores. Estudos recentes apontam que essa abordagem contribui para a redução do tempo de convergência e para a melhoria da acurácia posicional, especialmente quando comparada à utilização isolada de uma única constelação (TEGEDOR et al., 2014; LI et al., 2015; MONTENBRUCK et al., 2017; LIU et al., 2017).

Dentre os métodos de posicionamento absoluto disponíveis, o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) destaca-se por sua elevada acurácia potencial, atingível com o uso de

apenas um receptor GNSS e produtos orbitais e de relógios precisos, geralmente fornecidos por centros como o *International GNSS Service* (IGS). Desde sua introdução (ZUMBERGE et al., 1997), o PPP tem sido intensamente estudado por seu potencial em aplicações científicas e comerciais de alta precisão. Contudo, um de seus principais desafios operacionais permanece sendo o tempo de convergência da solução, que pode atingir dezenas de minutos até alcançar acurácia centimétrica (CHOY et al., 2017; GLANER, 2022; HE et al., 2023).

Nesse contexto, a adoção do PPP multi-GNSS tem se mostrado uma das estratégias mais promissoras para acelerar esse tempo de convergência, melhorar a estabilidade da solução e aumentar sua disponibilidade em diferentes condições operacionais. Estudos apontam que a combinação de sinais de diferentes constelações reduz significativamente a dependência de condições ideais de visibilidade, o que é especialmente relevante em ambientes urbanos ou sob dossel vegetal (KOUBA et al., 2017). Adicionalmente, a diversidade de frequências oferecida pelos novos satélites favorece abordagens mais sofisticadas de modelagem ionosférica e de solução de ambiguidades, aspectos diretamente ligados à acurácia e rapidez do método (CHOY et al., 2017; PSYCHAS, 2022; GLANER, 2022).

A importância estratégica do PPP é reconhecida por agências internacionais como a ESA (*European Space Agency*) e a GSA (*European GNSS Agency*), que apontam seu potencial para aplicações de mercado em larga escala, especialmente com a consolidação de serviços PPP-RTK (*Real Time Kinematic*) e com a disseminação de dispositivos GNSS multi-frequência no setor de massa (GSA, 2017; 2019).

Apesar dos avanços recentes, o PPP multi-GNSS ainda enfrenta diversos desafios técnicos, como a correta modelagem dos vieses entre sistemas (ISB - *Intersystem bias*), a integração eficiente de múltiplas frequências e constelações e a robusta estimativa dos principais atrasos atmosféricos. No Brasil, essas questões tornam-se ainda mais críticas devido às particularidades atmosféricas do território, que apresenta intensa variabilidade neutrosférica e ionosférica, além de uma densidade de estações GNSS ainda limitada em algumas regiões (OLIVEIRA JR., 2017; SOUSA SANTOS et al., 2024).

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo estudar, desenvolver e avaliar o desempenho do método PPP multi-GNSS sob diferentes configurações de constelações e condições atmosféricas representativas do território brasileiro. A investigação se baseia em dados reais de estações de uma rede de monitoramento brasileira, modelos atualizados de correção de efeitos sistemáticos e estratégias modernas de combinação de observações.

Espera-se com isso contribuir para o avanço da pesquisa nacional em PPP e para a consolidação de soluções mais acessíveis e precisas de posicionamento de alta acurácia.

A partir dessa abordagem, busca-se não apenas validar os ganhos operacionais do PPP multi-GNSS no contexto brasileiro, mas também fornecer subsídios para o desenvolvimento de soluções nacionais mais robustas e compatíveis com as exigências atuais de aplicações de alta precisão.

1.1 Objetivos

Dando continuidade à contextualização apresentada, este trabalho tem como foco a análise aprofundada do desempenho do método PPP com múltiplos sistemas GNSS, considerando diferentes combinações de constelações e cenários atmosféricos representativos do território brasileiro. A proposta contempla avaliações tanto com sistemas isolados quanto em configuração multi-GNSS, permitindo identificar os impactos da diversidade de sinais na acurácia e no tempo de convergência das soluções.

Para atingir esse objetivo geral, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar um estudo dos sistemas que compõem o GNSS e o PPP, incluindo suas arquiteturas, observáveis, fontes de erro, modelos funcionais e estocásticos, além da estratégia de estimação recursiva dos parâmetros pelo filtro de Kalman;
- Implementar um algoritmo de PPP multi-frequência e multi-GNSS, capaz de realizar a leitura de arquivos de observação e efemérides, interpolação de órbitas, aplicação de correções sistemáticas e estimação da posição do usuário com base em observações de código e fase da portadora;
- Avaliar o desempenho do PPP com único e múltiplos sistemas, utilizando dados reais de estações GNSS localizadas em diferentes regiões do Brasil, sob variadas condições atmosféricas, considerando como métricas principais a acurácia posicional e o tempo de convergência da solução.

1.2 Justificativas

Tradicionalmente, o GPS tem sido o sistema GNSS mais utilizado em aplicações de posicionamento, em virtude de sua disponibilidade global e de sua longa trajetória operacional. No entanto, com a modernização do GLONASS e a consolidação das constelações Galileo e BeiDou, observou-se um crescimento expressivo no número de satélites disponíveis, promovendo melhorias na cobertura, geometria e robustez das soluções de posicionamento. Essa evolução tecnológica abriu caminho para a aplicação do PPP com

múltiplos sistemas GNSS, o qual tem sido tema de inúmeras pesquisas internacionais nos últimos anos (LOTFY et al., 2022; PSYCHAS, 2022; WANG et al., 2025).

O uso combinado de diferentes constelações GNSS no PPP tem potencial para reduzir o tempo de convergência, aumentar a redundância das observações e melhorar a acurácia da solução, especialmente em ambientes com visibilidade restrita. Estudos recentes demonstram que a integração entre sistemas proporciona ganhos significativos em comparação com o uso isolado de um único sistema (AN et al., 2020; PSYCHAS, 2022; GLANER, 2022; WANG et al., 2025). Contudo, muitos desses estudos ainda se concentram em regiões de latitudes médias ou em ambientes controlados, havendo uma lacuna de investigações específicas para o contexto atmosférico brasileiro, marcado por forte variabilidade ionosférica e condições neutrosféricas complexas (GOUVEIA, 2019; PROL, 2019).

Adicionalmente, observa-se que muitos dos softwares disponíveis para o processamento PPP ainda apresentam limitações quanto ao suporte simultâneo às quatro constelações globais, ou restringem o controle sobre os modelos e estratégias utilizados. Nesse contexto, a implementação de um algoritmo próprio oferece maior flexibilidade para testar diferentes abordagens de processamento, além de permitir uma análise mais aprofundada sobre a contribuição de cada constelação na solução posicional. O presente trabalho também se justifica por sua inserção em iniciativas de pesquisa consolidadas, dando continuidade ao Projeto de Pesquisa Bolsa PQ CNPq (Processo 306112/2023-0) e de Setti Jr. (2019). Além de ser integrado ao projeto INCT (Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia) (Processo CNPq: 465548/2014-2) e Políticas Públicas (Processo FAPESP: 2017/50115-0) “Tecnologia GNSS no suporte à Navegação Aérea”, parceria entre a UNESP (Universidade Estadual Paulista), o INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), o ITA (Instituto Tecnológico da Aeronáutica) e o IAE (Instituto de Aeronáutica e Espaço), e de pesquisas de IC (Iniciação Científica) realizadas no projeto “Desenvolvimento e Avaliação de um Modelo Estocástico para o Posicionamento por Ponto Multi-GNSS: GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou” (Projeto FAPESP: 2019/26669-0).

1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação tem seu conteúdo dividido em 9 capítulos. O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre os sistemas GNSS, apontando os referidos histórico, segmento espacial, segmento de controle, sinais e sistema de referência. No capítulo 3 são descritas as observáveis GNSS, bem como os efeitos que degradam sua qualidade e integridade. O Capítulo 4 é dedicado ao método de posicionamento GNSS, com ênfase

especial no PPP, descrevendo suas observáveis e os modelos matemáticos e estocásticos empregados. O Capítulo 5 detalha o desenvolvimento do software APPPOLO, explicando a implementação das técnicas e estratégias utilizadas no processamento dos dados. O Capítulo 6 apresenta a metodologia adotada para os experimentos realizados, incluindo descrição dos dados utilizados e as estratégias de avaliação dos resultados. Os Capítulos 7 e 8 são destinados à apresentação e análise dos resultados obtidos, abordando o desempenho posicional, o tempo de convergência e os efeitos atmosféricos observados nas soluções PPP multi-GNSS. Por fim, o Capítulo 9 traz as considerações finais da pesquisa, destacando as principais contribuições deste trabalho e apresentando recomendações para pesquisas futuras.

2 GNSS

As atividades geodésicas têm experimentado uma verdadeira revolução com o advento do GNSS. O GNSS teve início na década de 1970, visando a determinação instantânea de posição, velocidade e tempo de um usuário, independentemente das condições atmosféricas e de sua localização no globo (MONICO, 2008; SEEGER, 2003). Desenvolvidos de maneira concomitante e independente, o GPS e o GLONASS foram os sistemas pioneiros e ambos obtiveram as respectivas constelações completas em 1995. Integram também o GNSS os sistemas Galileo (em desenvolvimento) e BeiDou (obteve constelação completa em 2020). A Tabela 1 sumariza as principais características dos quatro sistemas globais. O presente capítulo descreve uma visão geral dos quatro sistemas globais atualmente existentes.

Tabela 1- Principais características dos sistemas GNSS

Parâmetros	GPS	GLONASS	Galileo	BDS
Desenvolvido por	EUA	Rússia	União Europeia	China
Constelação nominal	24	24+3	24+6	27 MEO
Satélites operacionais	31+1	23+4	27	27+4 MEO
Planos orbitais	6	3	3	3 MEO
Inclinação	55°	64,8°	56°	55°
Altitude (km)	20200	19100	23222	21500
Repetibilidade (dias siderais) ¹	1	8	10	7
Frequências (MHz)	L1: 1575,42 L2: 1227,60 L5: 1176,45	L1: 1597-1617 L2: 1240-1260 L3: 1202,025	E1: 1575,42 E5a: 1176,45 E5b: 1207,14 E5: 1191,795 E6: 1278,75	B1: 1561,098 B2: 1207,14 B3: 1268,52
Identificação dos satélites	CDMA	FDMA/CDMA	CDMA	CDMA
Sistema de referência	WGS84	PZ-90	GTRF	CGCS2000

Fonte: Adaptado de Langley, Teunissen e Montenbruck (2017).

¹ Um dia sideral corresponde ao período que a Terra leva para completar uma rotação de 360° em relação às estrelas fixas, aproximadamente 23 horas, 56 minutos e 4,1 segundos.

2.1 GPS

Esta seção apresenta uma visão geral do sistema estadunidense GPS. Na primeira seção, faz-se uma revisão sobre o histórico desse sistema. Posteriormente, descreve-se o segmento espacial, incluindo as características-chave dos diferentes tipos de satélites seguido por uma visão geral dos sinais GPS. Em seguida, é fornecida uma visão geral do segmento de controle, incluindo suas operações e a evolução de suas capacidades. Por fim, são descritos os sistemas de tempo e de referência utilizados.

2.1.1 Histórico do Sistema

Desenvolvido sob a gestão do Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América, o sistema teve sua origem com um foco inicial no atendimento às necessidades das forças armadas. Em 1978, os primeiros satélites foram lançados. A partir da década de 1980, houve uma expansão de sua utilização para fins civis, até que em 1995, o GPS foi declarado operacional, contando então com 24 satélites em MEO (MONICO, 2008).

Atualmente, ao empregar métodos de posicionamento com dados do sistema GPS, é possível alcançar acurácia posicional centimétrica, desde que todos os erros envolvidos sejam adequadamente modelados e/ou eliminados. No entanto, essa qualidade não foi sempre uma constante. Como parte de uma estratégia, o governo norte-americano incorporou, no sistema disponível para uso público, a Disponibilidade Seletiva (SA - *Selective Availability*), uma degradação intencional nos sinais dos satélites, alcançada por meio da manipulação de seus relógios (HENNING, 2008). A SA foi desativada em 2 de maio de 2000, marcando uma transição para uma abordagem mais orientada para fins comerciais (DOD, 2007).

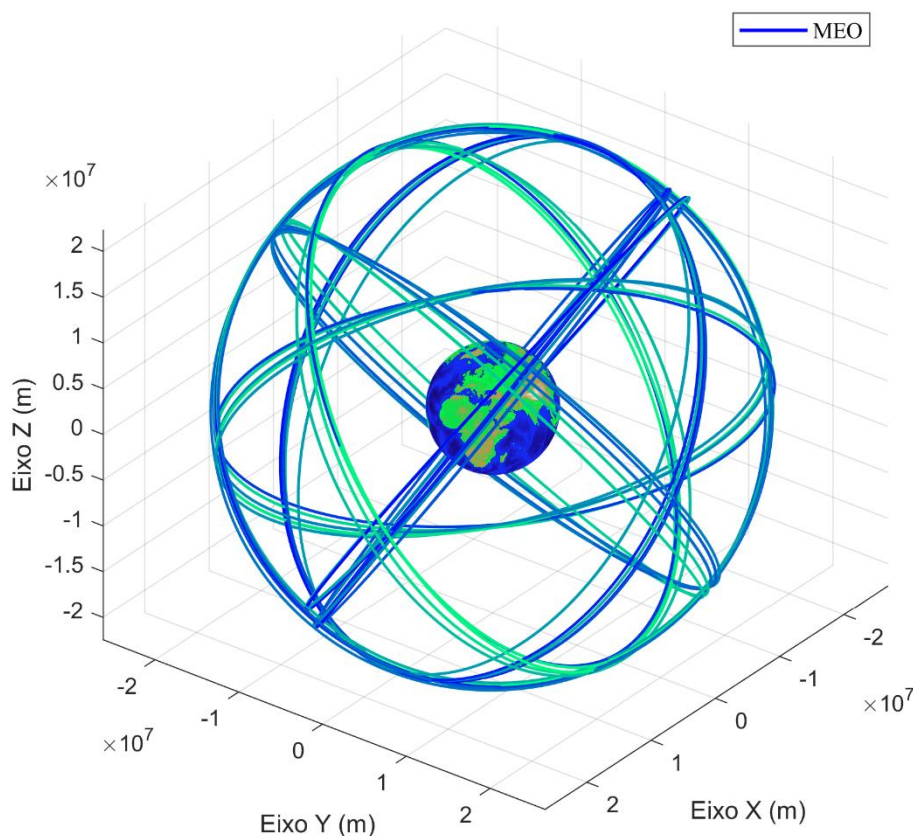
Inicialmente, o sistema contava apenas com as portadoras L1 e L2, sendo que esta última transmitia exclusivamente o sinal protegido P (*Precise or Protected*) para uso militar (SEEBER, 2003). O primeiro sinal civil adicional, denominado L2C, foi introduzido a partir do bloco IIR-M, lançado em 2005. Em seguida, o bloco IIF, cujo primeiro satélite foi colocado em órbita em 2010, trouxe a portadora L5 (L5C), destinada a aplicações de segurança da vida. Por fim, o bloco III, lançado pela primeira vez em 2018, introduziu o sinal L1C, considerado o quarto sinal civil em L1, cuja transmissão operacional começou em 2025 com a entrada em serviço do segmento de controle OCX (Next Generation Operational Control System) *Block 1*. Atualmente, 26 satélites transmitem L2C e 19 transmitem L5 (GPS, 2025).

2.1.2 Segmento Espacial

O sistema GPS é composto por uma constelação nominal de 24 satélites para garantir cobertura global. Esses satélites estão distribuídos em seis planos orbitais igualmente espaçados, cada um contendo, no mínimo, quatro satélites. Cada satélite realiza duas órbitas completas ao redor da Terra por dia sideral. Os planos orbitais são inclinados a um ângulo de 55° em relação ao equador, mantendo uma altitude média de aproximadamente 20.200 km (HEGARTY, 2017).

No momento atual (abril de 2025), a constelação do GPS é composta por 31 satélites operacionais em MEO, com mais um em fase de descomissionamento (NAVCEN, 2025). A Figura 1 apresenta a disposição dos satélites GPS nos seis planos orbitais para cada *Pseudo Random Noise* (PRN) / *Space Vehicle Number* (SVN) do sistema

Figura 1- Constelação GPS representada no sistema de coordenadas GCRS (*Geocentric Celestial Reference System*). Cada satélite (PRN/SVN) é representado por um tom distinto de azul.



A Tabela 2 apresenta as principais características dos blocos de satélites desativados e dos satélites operacionais. A tecnologia utilizada para os sinais do GPS é a CDMA (*Code Division Multiple Access*), uma técnica na qual todos os satélites transmitem em uma mesma frequência. As portadoras de sinal são L1, com frequência de 1575,42 MHz, L2, com

frequência de 1227,60 MHz, e L5, com frequência de 1176,45 MHz. Cada satélite é identificado por um código único chamado PRN.

Tabela 2- Dados sobre as gerações do GPS.

Parâmetros	Bloco I	Bloco II/IIA	Bloco IIR/IIR-M	Bloco IIF	GPS III/IIIF
Lançamento	1978	1989	1997	2010	2018
Fabricante	Rockwell International	Rockwell International	Lockheed Martin	Boeing	Lockheed Martin
Vida Útil	5 anos	7,5 anos	7,5 anos	12 anos	15 anos
Massa (kg)	450	>850	1080	1630	2200
Potência	400 W	700 W	1140 W	2610 W	4480 W
Painel Solar	5 m ²	7,2 m ²	13,6 m ²	22,2 m ²	28,5 m ²
Relógios	Rb, Cs	Cs, Rb	Rb	Cs, Rb	Rb
Estabilidade do Relógio (s/s)	2×10^{-13} , 1×10^{-13}	1×10^{-13} , 5×10^{-14}	1×10^{-14}	1×10^{-13} , $0,5-1 \times 10^{-14}$	5×10^{-14}
Sinais	L1, L2	L1, L2	L1, L2	L1, L2, L5	L1, L2, L5
Satélites Operacionais	0	0	12+1	12	7

Fonte: Adaptado de GPS, 2024; Hegarty, 2017.

Os seis planos orbitais do GPS são designados de A a F, cada um contendo slots específicos para a alocação dos satélites. Os relógios atômicos de rubídio (Rb, número atômico 37) apresentam estabilidade de longo prazo² na ordem de 10^{-13} a 5×10^{-14} s/s, enquanto os de césio (Cs, número atômico 55) alcançam valores da ordem de 1×10^{-14} s/s. Isso resulta em erros acumulados inferiores a 1 μ s por dia, o que é essencial para a precisão no cálculo das efemérides e do tempo GPS. Ao longo dos anos, o sistema GPS passou por atualizações, organizadas em blocos. A primeira mudança significativa na modernização do GPS foi a desativação da Disponibilidade Seletiva, resultando em uma melhoria substancial na precisão do GPS (GPS, 2025). Conforme novas gerações de blocos foram introduzidas, foram incorporadas algumas portadoras para uso civil.

2.1.3 Segmento de Controle

Os satélites GPS são monitorados, comandados e controlados por meio de uma rede terrestre conhecida como Sistema de Controle. Este sistema inclui uma Estação de Controle

² A estabilidade de longo prazo refere-se à capacidade de um relógio manter sua frequência nominal com mínimas variações ao longo de um intervalo prolongado, geralmente de 1 a 10 dias.

Mestre (MCS – *Master Control Station*) localizada na Base da Força Aérea de Schriever (AFB) no Colorado, bem como uma extensa rede global de estações de monitoramento e antenas terrestres. As estações de monitoramento estão equipadas com receptores GPS altamente precisos, responsáveis por rastrear os sinais de navegação da banda L transmitidos por cada satélite visível, utilizando antenas com ganho hemisférico, ou seja, em todas as direções acima do horizonte local. As medições resultantes são continuamente transmitidas de volta para o MCS central (GPS, 2021).

Para a leitura de dados de telemetria dos satélites GPS e a transmissão de dados de comando e navegação, são utilizadas antenas terrestres direcionais e de alta performance. Essa função de Telemetria, Rastreamento e Comando (TT&C) é executada através de sinais em conformidade com o plano de canal Subsistema Espacial de Terra da Força Aérea (SGLS), com frequências de *uplink* de 1783,74 MHz e *downlink* de 2227,50 MHz. Devido ao tamanho considerável das antenas terrestres (aproximadamente 10 m), a sua orientação precisa para cada satélite GPS requer agendamento cuidadoso pelos operadores no MCS (HEGARTY, 2017). Atualmente, o sistema também é composto por uma Estação de Controle Mestre Alternativa (AMCS – *Alternate Master Control Station*) na Califórnia. Além disso, 11 antenas de comando e controle (GA - *Ground Antenna*) e 16 locais de monitoramento (MS – *Monitoring Sites*) integram o sistema (GPS, 2021).

2.1.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo

O sistema de referência adotado pelas efemérides transmitidas do GPS é o WGS84 (*World Geodetic System* 1984), desenvolvido pelo DoD em 1987. Atualmente, é monitorado e mantido pela NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*), tendo sua origem referenciada no geocentro, que é o centro de massa da Terra. A implementação inicial do WGS84 envolveu a utilização de mais de mil pontos cujas coordenadas foram obtidas por meio de observações realizadas pelo sistema TRANSIT. Este que foi o primeiro sistema de satélites desenvolvido pela Marinha dos EUA em colaboração com a DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*), com o lançamento do primeiro satélite ocorrendo em outubro de 1957. A precisão inicial dessas observações era da ordem de 1 a 2 m (DOD, 2014).

Ao longo do tempo, foram realizados refinamentos sucessivos no sistema WGS84, culminando em uma precisão a nível centimétrico em relação ao ITRF2000 (*International Terrestrial Reference Frame* - época 1997). Esse processo resultou na realização do WGS84 (G1150) em 2002 (DOD, 2014). A realização WGS84 é uma versão refinada do sistema, garantindo maior precisão e confiabilidade para aplicações de posicionamento global. A

última realização do WGS84 é a G2296 (NGA, 2023). Ressalta-se que o sistema GPS opera com base em seu próprio sistema de tempo, o GPST (*GPS Time*), que é contínuo e não inclui os segundos intercalares (*leap seconds*) aplicados no UTC (*Coordinated Universal Time*), apresentando uma defasagem crescente em relação ao tempo civil.

2.2 GLONASS

Esta seção apresenta uma visão geral do sistema russo GLONASS, contemplando o histórico desse sistema, bem como os segmentos espacial e de controle, incluindo suas operações e a evolução de suas capacidades. Isso é seguido por uma visão geral dos sinais atuais e futuros. Por fim, são descritos os sistemas de tempo e de referência utilizados.

2.2.1 Histórico do Sistema

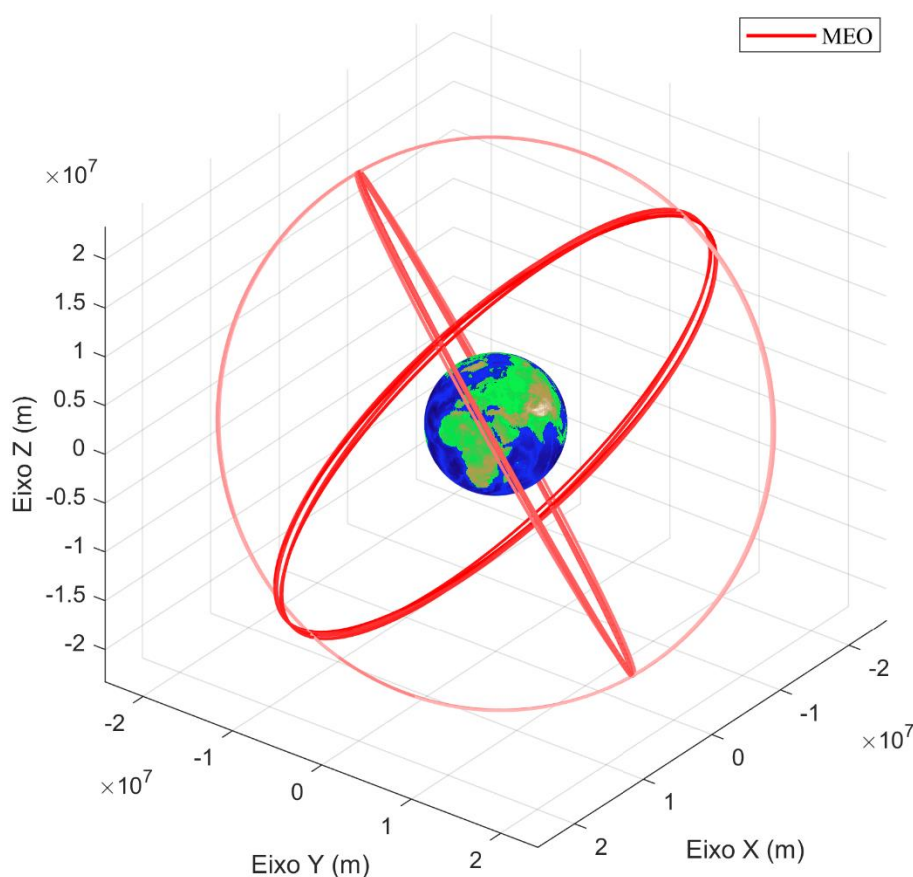
O GLONASS teve seu início com a proposta de usar satélites para navegação em 1957. Foi então concebido na União Soviética em 1976, com o objetivo de criar um sistema de navegação por satélite que pudesse competir com o GPS (JOHNSON, 1994). A ideia evoluiu para o desenvolvimento do sistema “Cicada”, que foi comissionado em 1979 e usava satélites de baixa órbita (LEO – *Low Earth Orbit*) para fornecer suporte de navegação. Chamado a priori de “Uragan”, o primeiro satélite em MEO foi lançado em 1982, e a constelação completa de 24 satélites foi alcançada em 1995 (DVORKIN et al., 2009; FSA, 2024). No entanto, devido a dificuldades políticas e econômicas, o sistema enfrentou um declínio significativo no final dos anos 1990, com apenas seis satélites operacionais em 2001 (DVORKIN et al., 2009).

Para revitalizar o GLONASS, o governo russo adotou um programa federal em 2001, visando modernizar o sistema e expandir seu uso civil (FEAIRHELLER & CLARK, 2006). Desde então, o GLONASS passou por várias atualizações, incluindo o lançamento de satélites de segunda e terceira geração, como o GLONASS-M (Modernizado ou Modificado) e o GLONASS-K (Kosmos), que melhoraram a precisão e a durabilidade do sistema (DVORKIN et al., 2009). A Rússia iniciou um novo programa de dez anos para desenvolver satélites para alta órbita elíptica (HEO – *High Elliptical Orbit*) GLONASS-V (EURASIA DAILY MONITOR, 2021). É planejado o lançamento de 6 satélites dispostos em dois planos orbitais, a partir de 2025 (HENDRICKX, 2022; RIA NOVOSTI, 2018).

2.2.2 Segmento Espacial

O segmento espacial do GLONASS é composto por uma constelação nominal de 24 satélites em MEO, distribuídos em três planos orbitais. A longitude do nó ascendente varia em 120 graus de um plano para outro. Cada plano orbital contém oito satélites, separados por 45 graus em argumento de latitude. A diferença no argumento de latitude entre satélites em posições equivalentes em dois planos orbitais diferentes é de 15 graus (FSA, 2025; REVNIVYKH et al., 2017). Cada satélite é identificado por seu número de *slot*, que define o plano orbital e sua localização dentro do plano (KARUTIN et al., 2020; REVNIVYKH et al., 2017). Atualmente (abril de 2025), a constelação do GLONASS é composta por 23 satélites operacionais em MEO (FSA, 2025). A Figura 2 apresenta a disposição dos satélites GLONASS, distribuídos em três planos orbitais.

Figura 2- Constelação GLONASS representada no sistema de coordenadas GCRS.



Os satélites carregam relógios atômicos e o equipamento necessário para lidar com os dados de navegação (recepção, processamento e transmissão). Eles também possuem refletores para permitir medições de distância a laser a partir de estações terrestres dedicadas (ESA, 2024). Uma característica distintiva do GLONASS é a utilização da FDMA na sua

concepção original para a transmissão de sinais. Nesta tecnologia, cada satélite transmite em uma frequência específica, que o identifica de forma única. A determinação das frequências é dada pela fórmula (JEREZ & ALVES, 2017; MONICO, 2008; SEEGER, 2003):

$$f_j = f_0 + k\Delta f_j \quad (2.2.1)$$

em que f_0 representa a frequência fundamental de cada onda portadora. As frequências fundamentais são: 1602 MHz para o sinal L1 com uma variação de frequência (Δf_j) de 0,5625 MHz, 1246 MHz para o sinal L2 com uma variação de 0,4375 MHz e 1204,704 MHz para o sinal L3 com uma variação de 0,4230 MHz. O parâmetro k indica o canal atribuído ao satélite, que originalmente variava de 0 a 24. No entanto, devido a interferências nas observações de radioastronomia e satélites de comunicação, as frequências foram realocadas para o intervalo de -7 a 7 (MONICO, 2008). Além disso, as relações entre as frequências das portadoras, f_{L1} , f_{L2} e f_{L3} , conforme descrito por Hofmann-Wellenhof et al. (2008), são:

$$\frac{f_{L1}}{f_{L2}} = \frac{9}{7} \quad \text{e} \quad \frac{f_{L1}}{f_{L3}} = \frac{94}{125} \quad (2.2.2)$$

A tecnologia FDMA não consegue eliminar os erros nos relógios e as ambiguidades nas duplas diferenças (SEEGER, 2003). Além disso, assim como nos primeiros satélites GPS, a portadora L1 dos satélites GLONASS inicialmente transmitia um sinal civil e um sinal para usuários autorizados, enquanto a segunda portadora L2 era destinada exclusivamente a usuários autorizados (MONICO, 2008). Para reduzir erros e melhorar a precisão, houve um avanço no desenvolvimento de satélites que utilizam a tecnologia CDMA. Atualmente, nove satélites GLONASS com tecnologia CDMA estão em operação: seis da geração GLONASS-M (para o sinal da terceira portadora L3), lançados após 2014, e três da geração GLONASS-K (1 para apenas o terceiro sinal (K1) e mais 2 com o segundo sinal (K1+)). Os satélites Kosmos 2559 e 2569, de geração K1+ e K2 (CDMA para as três portadoras), respectivamente estão em fase de teste. O satélite Kosmos 2584 de geração K2 foi lançado em 2 de março de 2025 (FSA, 2025). A Tabela 3 apresenta as principais características dos blocos de satélites desativados e dos satélites operacionais.

Tabela 3- Dados sobre as gerações do GLONASS.

Parâmetros	GLONASS	GLONASS-M/M+	GLONASS-K1/K1+	GLONASS-K2	GLONASS-V
Lançamento	1982	2003/2014	2011/2017	2016	2025
Vida Útil	3 anos	7 anos	10 anos	>10 anos	~
Massa (kg)	1500	1415	935	1645	~
Potência	1000 W	1450 W	1600 W	4370 W	~
Painel Solar	25m ²	32m ²	17m ²	34m ²	~
Tecnologia	FDMA	FDMA; CDMA	FDMA; CDMA	FDMA; CDMA	~
Relógios	Rb, Cs	Cs	Cs, Rb	Cs, Rb	~
Estabilidade do Relógio	$5 \times 10^{-13} \text{ ss}^{-1}$ $1 \times 10^{-13} \text{ ss}^{-1}$	$1 \times 10^{-13} \text{ ss}^{-1}$ $5 \times 10^{-14} \text{ ss}^{-1}$	$1 \times 10^{-13} \text{ ss}^{-1}$ $5 \times 10^{-14} \text{ ss}^{-1}$	$0,5-1 \times 10^{-14} \text{ ss}^{-1}$	~
Sinais (FDMA: F; CDMA: C)	L1(F), L2(F)	L1(F), L2(F)/ +L3(C)	L1(F), L2(F/FC), L3(C)	L1(FC), L2(FC), L3(C)	L1(C), L2(C), L3(C)
Satélites	Descomissionado	15/6	1/2	Testando	Desenvolvimento

Fonte: Adaptado de FSA, 2025; Revnivikh et al., 2017.

2.2.3 Segmento de Controle

O segmento de controle do GLONASS engloba uma rede de estações que monitoram, controlam e calibram os satélites, além de facilitar a determinação de órbitas e a sincronização de relógios. A estação de monitoramento mestre do sistema (SCC – *System Control Center*) está localizada em Krasnoznamensk, Moscou, enquanto as estações de monitoramento, que inicialmente foram distribuídas de forma homogênea pelo território da antiga União Soviética, têm sido expandidas para outros países desde 2013 (JEREZ & ALVES, 2017).

Uma característica única do GLONASS é o uso de estações de SLR (*Satellite Laser Ranging*) para medições de distância óptica de alta precisão, o que ajuda a calibrar medições radiométricas e validar a precisão das órbitas dos satélites (REVNIVYKH et al., 2017). Tem-se também uma rede de cinco estações TT&C (*Telemetry, Tracking and Command*) situadas em Schelkovo, Komsomolsk, São Petersburgo, Ussuriysk e Yenisseisk. Em Schelkovo, também se encontram o relógio central (*Central Clock* - CC-M), uma SLR, três estações de upload (*Uplink Stations* - ULS), e outras estações de monitoramento e medições (*Monitoring and Measuring Stations* - MS) (REVNIVYKH, 2008).

Além disso, o sistema está sendo modernizado com a implantação da rede SDCM. Essa rede possibilita o monitoramento contínuo do desempenho e da integridade do sistema, além de fornecer correções em tempo real para aplicações de posicionamento preciso

(STUPAK, 2012; REVNIVYKH, 2019). Com a expansão para cobrir outras regiões globais, como América do Sul, África e Ásia/Oceania, e a integração dos dados da SDCM no sistema GLONASS, espera-se que o serviço de navegação global seja ainda mais preciso e abrangente.

2.2.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo

Inicialmente, o GLONASS utilizava o sistema de referência SGS-85 (*Soviet Geodetic System* 1985), que foi posteriormente substituído pelo SGS-90 antes de ser alterado para o PZ-90 (*Parametry Zemli* 1990). O sistema de tempo do GLONASS, conhecido como GLST (*GLONASS System Time*), está alinhado com o UTC, com um deslocamento fixo de três horas devido à diferença de fusos horários entre o relógio central CC-M (Schelkovo) e Greenwich. Essa relação já considera os “*leap seconds*”, mas ainda é necessário levar em conta a utilização de diferentes relógios no monitoramento das escalas de tempo (HOFMANN-WELLENHOF et al., 2008).

2.3 Galileo

O europeu Galileo foi projetado como um sistema de posicionamento baseado em satélite independente, oferecendo serviços globais (HADAS et al., 2019). A presente seção contempla uma visão geral do sistema, apresentando o histórico, bem como os segmentos espacial e de controle, incluindo suas operações e a evolução de suas capacidades. Isso é seguido por uma visão geral dos sinais GNSS, atuais e futuros. Por fim, são descritos os sistemas de tempo e de referência utilizados.

2.3.1 Histórico do Sistema

O desenvolvimento do sistema Galileo começou depois que o governo dos Estados Unidos se recusou a compartilhar o acesso às configurações dos satélites GPS. Em resposta, a União Europeia (EU) percebeu a necessidade de ter um GNSS próprio. O sistema Galileo, desenvolvido pela Agência Espacial Europeia (ESA – *European Space Agency*), tem como objetivo fornecer uma série de serviços para usuários civis, diferentemente dos sistemas GPS e GLONASS, que foram originalmente criados para fins militares (SOUZA et al., 2023).

A ESA lançou dois satélites GIOVE (*Galileo In-Orbit Validation Element*) em 2005 e 2008, durante a fase de testes. Esses satélites garantiram as frequências provisoriamente reservadas para o Galileo pela União Internacional de Telecomunicações (ITU - *International Telecommunications Union*). Além disso, os satélites GIOVE serviram como plataforma de teste para tecnologias-chave, como relógios atômicos a bordo e geração de sinais de

navegação. Atualmente, os satélites GIOVE não estão mais ativos e foram movidos para altitudes mais altas, longe da órbita nominal do Galileo (FALCONE et al., 2017).

A fase seguinte teve como objetivo realizar a validação inicial do sistema usando uma constelação reduzida de quatro satélites IOV (*In-Orbit Validation*) em combinação com a rede de estações de controle do Galileo. Esta fase utilizou a primeira leva de satélites GSAT01XX, com lançamentos duplos em 21 de outubro de 2011 e 12 de outubro de 2012. Três destes satélites, que serviram para a validação em órbita, fazem parte da constelação operacional do Galileo, enquanto o GSAT0104 foi descomissionado em 18 de março de 2024. Em 12 de março de 2013, essa infraestrutura terrestre e espacial foi usada para realizar a primeira determinação de localização em solo exclusivamente por sinais do Galileo (FALCONE et al., 2017).

A implantação do sistema Galileo até atingir sua plena capacidade operacional (FOC – *Full Operational Capability*) está sendo realizada sob um esquema de contratação pública, inteiramente financiada pela EU (identificador GSAT02XX). Em 2007, o Parlamento Europeu e a Comissão Europeia decidiram implementar o sistema, alocando orçamento para o Galileo e para o serviço europeu de sobreposição de navegação geostacionária (EGNOS). Em 2008, foi lançada a primeira parte do processo de aquisição da plena capacidade operacional do Galileo, com o objetivo de abordar a implantação completa do sistema, operações de longo prazo e reposição (BBC NEWS, 2008).

Para viabilizar o futuro do sistema Galileo, a ESA assinou dois contratos no valor total de €1,47 bilhões para projetar e construir o primeiro lote de satélites de segunda geração (G2) do sistema europeu de navegação por satélite (ESA, 2021). A produção em série dos seis primeiros satélites G2 teve início na Airbus, em Friedrichshafen, na Alemanha, com previsão de entrega em menos de dois anos (AIRBUS, 2023). Os satélites G2 estão programados para lançamento a partir de 2026, a bordo do foguete Ariane 6, marcando o início da fase de implantação e validação em órbita (ARIANESPACE, 2025; ESA, 2025).

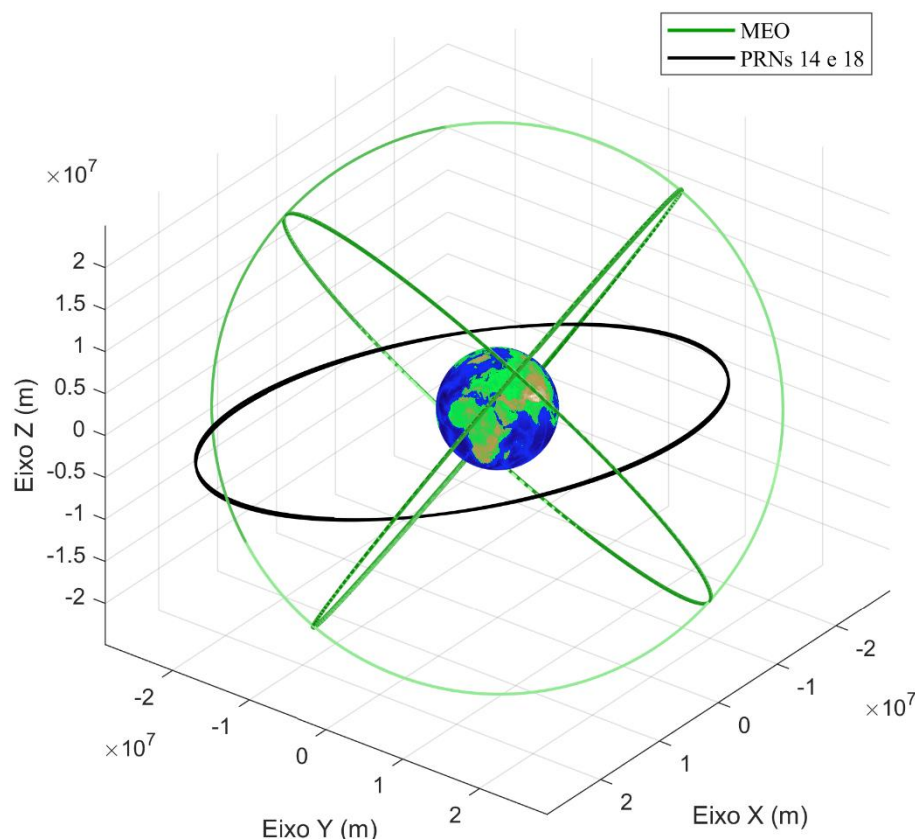
2.3.2 Segmento Espacial

O segmento espacial do Galileo consiste em uma constelação nominal de 30 satélites em MEO, distribuídos em 3 planos orbitais, nomeados A, B e C. Cada plano orbital deve ser ocupado nominalmente por 8 satélites operacionais em órbitas circulares com um período orbital de 14h. A inclinação é de 56° em relação ao equador e a altitude é de 23222 km. Essa configuração garante que a constelação se repetirá a cada 10 dias siderais, ou seja, a cada 17 órbitas (ESA, 2022; FALCONE et al., 2017).

O primeiro satélite da atual constelação Galileo foi lançado no final de 2011. Após um processo de povoamento orbital muito lento, os últimos anos trouxeram um progresso significativo. O primeiro par de satélites FOC (E14, E18) não atingiu a órbita planejada e estão em órbitas elípticas (HADAS et al., 2019). Os satélites E14 e E18 possuem excentricidade anormal, com uma variação no semieixo maior em relação ao valor nominal de 0,16 e 1620 km, respectivamente. Por essa razão, os almanaques para E14 e E18 não são transmitidos, pois esses dois parâmetros orbitais não se encaixam na faixa de valores prevista no ICD (*Galileo Interface Control Document*) (STEIGENBERGER & MONTENBRUCK, 2017). Adicionalmente, outros dois satélites, E20 e E22, não estão em serviço. O primeiro transmite sinais de simples frequência (STEIGENBERGER & MONTENBRUCK, 2017), enquanto o último foi removido do serviço ativo para fins de gerenciamento da constelação. No dia 05 de setembro de 2021 às 05:45 UTC, o satélite Galileo E01 (GSAT0210) apresentou um problema a bordo, causando um erro de medição do sinal no espaço (SISRE - *Signal-in-Space Ranging Error*). O problema está atualmente sob investigação, e o satélite é constado como inoperante/não utilizável (GSC, 2025).

Atualmente, a constelação Galileo é composta por 27 satélites operacionais em órbita média (MEO), incluindo os lançamentos mais recentes dos satélites E29 e E06, ocorridos em 28 de abril de 2024, e do satélite E16, lançado em 17 de setembro de 2024. A Figura 3 apresenta a disposição dos satélites Galileo nos três planos orbitais para cada PRN/SVN do sistema, demonstrando também a excentricidade anormal dos satélites E14 e E18 (Preto).

Figura 3- Constelação Galileo representada no sistema de coordenadas GCRS.



Os satélites Galileo transmitem diferentes tipos de dados em quatro mensagens de navegação: a gratuita F/NAV (*Free NAVigation message*), a I/NAV (*Integrity*), a comercial (C/NAV) e a Governamental (G/NAV). A Tabela 4 apresenta as principais características dos blocos de satélites desativados, operacionais, projetados e em fase de comissionamento (FALCONE et al., 2017). Assim como no sistema GPS, todos os satélites do sistema Galileo utilizam as mesmas frequências, diferenciando-se pelos sinais através da técnica CDMA. São estes nomeados por: E1 (1575,420 MHz, alinhada com o GPS L1), E5 (1191,795 MHz) e E6 (1278,750 MHz). O sinal E5 é dividido em duas sub-bandas, E5a (1176,450 MHz, alinhada com o GPS L5) e E5b (1207,140 MHz), que podem ser rastreadas e utilizadas separadamente, funcionando como duas portadoras distintas na banda E5 (HOFMANN-WELLENHOF et al., 2008). Esses sinais podem conter canais de dados e canais piloto. Ambos os canais fornecem códigos de medição, mas os canais de dados também incluem informações de navegação. Os canais piloto são sinais sem dados, ou seja, não ocorrem transições de bits, o que facilita o rastreamento de sinais fracos (SUBIRANA et al., 2013).

Esses sinais e componentes são a base de quatro serviços de posicionamento: *Open Service* (OS), um serviço de posicionamento oferecido gratuitamente nas bandas E1, E5a e E5b; *High Accuracy Service* (HAS), que é complementar ao OS, na banda E6 com um

terceiro sinal criptografado (E6b), com acesso gratuito; *Public Regulatory Service* (PRS), um serviço restrito, disponível apenas para usuários autorizados pelo governo europeu, que deve permanecer operacional mesmo em situações de crise em que outros serviços possam ser interrompidos; e o serviço de busca e resgate (*Search and Rescue Service* – SAR), que é um serviço de suporte ao COSPAS-SARSAT, um serviço internacional de busca e resgate (FALCONE et al., 2017; SOUZA et al., 2023).

Tabela 4- Dados sobre as gerações do Galileo.

Parâmetros	GIOVE A/B	IOV	FOC	G2
Lançamento	2005/08	2011	2014	2025
Vida Útil	2-4 anos	12 anos	>12 anos	15–20 anos
Massa (kg)	602/525	640	732,8	2200–2400
Potência	600-700 W	1335-1420 W	1900 W	>2500 W
Relógios	RAFS/ PHM	RAFS, PHM	PHM	~
Satélites	Lançados: 2 Planejados: 0 Comissionados: 0 Operacionais: 0	Lançados: 4 Planejados: 0 Comissionados: 0 Operacionais: 3	Lançados: 28 Planejados: 30 Comissionados: 2 Operacionais: 24	Lançados: 0 Planejados: 12 Comissionados: 0 Operacionais: 0

Fonte: Adaptado de Ai et al., 2020; GSC, 2025.

2.3.3 Segmento de Controle

O segmento de controle do Galileo é composto por dois centros de controle (GCC – *Galileo Control Centers*), uma rede global de estações de transmissão e recepção que realizam funções de monitoramento e controle, e uma série de instalações de suporte que apoiam a prestação dos serviços (FALCONE et al., 2017). Cada GCC gerencia funções de controle apoiadas pelo segmento de controle (GCS) e funções de missão, apoiadas por um segmento de missão (GMS). O GCS e o GMS interagem com os satélites por meio de uma rede mundial de estações terrestres que implementam funções de controle e monitoramento (ESA, 2024):

- GSS (*Galileo Sensor Stations*): responsáveis por coletar e enviar em tempo real as medições dos dados do sistema de informação;
- ULS: responsáveis pela distribuição e *uplink* dos dados de missão para a constelação;
- TT&C (*Telemetry Tracking and Control*): responsáveis por coletar e enviar os dados de telemetria gerados pelos satélites Galileo, além de distribuir e enviar os comandos de controle necessários para manter os satélites e a constelação.

2.3.4 Referencial Geodésico e Sistema de Tempo

O GGSP (*Galileo Geodetic Service Provider*), um consórcio liderado pelo GFZ (*GeoForschungsZentrum Potsdam*), desenvolveu o GTRF (*Galileo Terrestrial Reference Frame*) como uma realização independente do ITRS (*International Terrestrial Reference System*), baseada nas coordenadas estimadas das GSS. O GTRF é essencial para o sistema Galileo, garantindo que as discrepâncias posicionais em relação ao ITRF não excedam 3 cm (GENDT et al, 2011). O GTRF inclui tanto as GSS quanto estações do IGS, que são usadas para alinhar o GTRF ao ITRF e densificar a rede para melhorar a precisão dos resultados (SUBIRANA et al., 2013). O sistema de tempo do Galileo, conhecido como GST (*Galileo System Time*), é baseado em relógios atômicos que são gerenciados pelo segmento de controle, similar ao sistema de tempo do GPS. Cada satélite do sistema possui um relógio atômico principal baseado em um *maser* de hidrogênio passivo (PHM - *Passive Hydrogen Maser Clock*), que mede o tempo com uma precisão de 0,45 ns ao longo de 12 horas. Além disso, cada satélite conta com um relógio secundário de rubídio (RAFS - *Rubidium Atomic Frequency Standard*), que possui uma precisão de 1,8 ns em 12 horas (AI et al., 2020; ESA, 2024; FALCONE et al., 2017).

2.4 BeiDou

Desenvolvido e operado pela China, o BeiDou visa atender às necessidades de segurança nacional e desenvolvimento econômico e social do país, além de ser utilizado em diversos setores, como transporte, previsão meteorológica, comunicação etc. O governo chinês pretende continuar promovendo o desenvolvimento do mesmo. Assim, a presente seção contempla uma visão geral do sistema, apresentando o histórico, bem como os segmentos espacial e de controle, incluindo suas operações e a evolução de suas capacidades. Isso é seguido por uma visão geral dos sinais GNSS, atuais e futuros. Por fim, são descritos os sistemas de tempo e de referência utilizados.

2.4.1 Histórico do Sistema

Quando a China começou a desenvolver seu próprio sistema de navegação por satélite, o nome BeiDou foi escolhido, também conhecido como COMPASS. Nos anos 1980, a China iniciou o projeto em três fases: BDS-1 (*BeiDou Navigation Satellite Demonstration System*), BDS-2 (*BeiDou Regional Navigation Satellite System*) e BDS-3 (BeiDou GNSS). Na primeira fase, três satélites geoestacionários (GEO – *Geostationary Earth Orbit*) foram lançados entre 2000 e 2003 para testar o sistema. Na segunda fase, esses satélites foram substituídos por 14

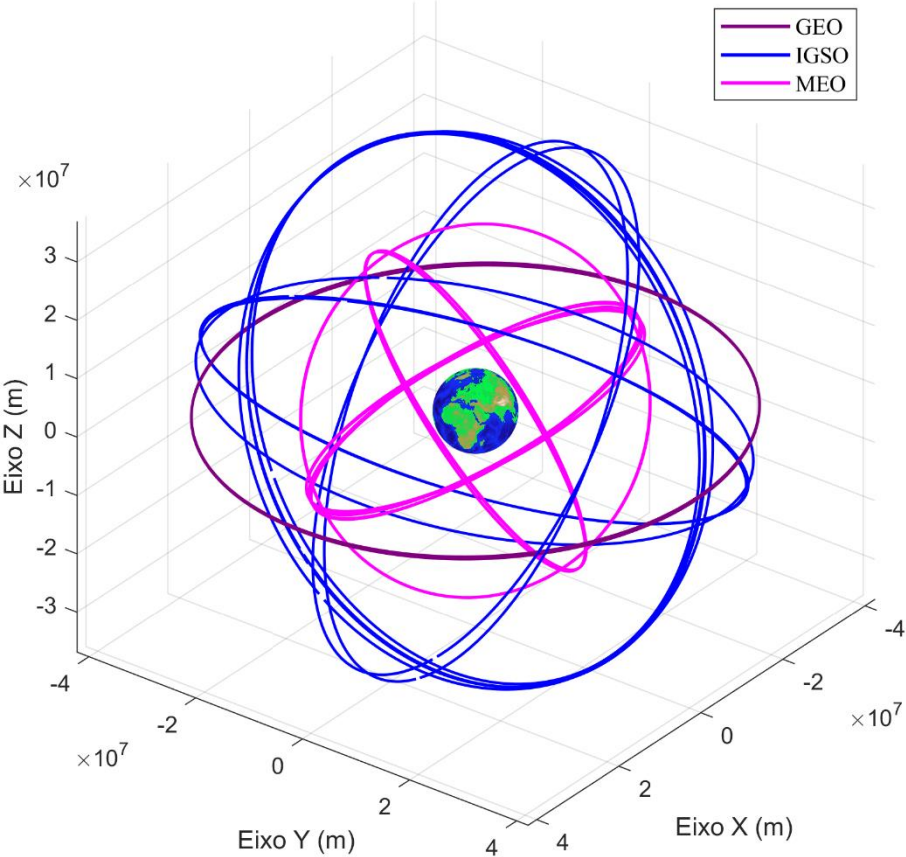
novos satélites (5 em GEO, 5 em IGSO (*Inclined Geo-Synchronous Orbit*) e 4 em MEO), criando uma cobertura regional que abrangeu toda a China e partes da Ásia e do Pacífico, desenvolvida entre 2004 e 2012 (YANG et al., 2017). Em 30 de março de 2015, o primeiro satélite da geração BDS-3 (17º no total) foi lançado com sucesso e atualmente consta como inoperante (CSNO, 2024). Em 23 de junho de 2020, com o lançamento do satélite GEO-03 o sistema foi finalmente considerado operacional, de acordo com a constelação nominal.

2.4.2 Segmento Espacial

A constelação nominal inclui 35 satélites: 5 GEO, 3 IGSO e 27 MEO. O número de órbitas IGSO é 3, com um IGSO por plano. Os satélites em MEO são alocados como uma constelação Walker: 24 satélites espalhados em 3 planos orbitais e mais 3 reservas. Atualmente a constelação BeiDou contém 33 satélites em MEO, sendo destes 27 operacionais, dois como satélites de testes, constando como experimentais (MEO-1S e MEO-2S), e mais quatro em fase de testes. Além disso, o sistema conta com 9 satélites em GEO, com 3 transmitindo correções SBAS e mais dois em fase de teste. Quanto aos satélites IGSO, apresenta-se 12 na constelação, sendo dois satélites de testes e os outros 10 constando como operacionais (CSNO, 2025).

O sistema BeiDou disponibiliza sinais fornecidos pelos satélites por meio de dois serviços: o serviço aberto e o serviço autorizado. O serviço aberto do sistema BDS oferece a banda B1 na fase BDS-2, com frequência de 1561,098 MHz, e uma frequência atualizada de 1575,42 MHz no BDS-3. As bandas B2 (1207,14 MHz) e B3 (1268,52 MHz) também suportam sinais abertos para uso civil. Por outro lado, o serviço autorizado, reservado exclusivamente para uso militar e governamental chinês, utiliza as bandas B1, B2 e B3 com sinais criptografados, indisponíveis para o público (CSNO, 2021). A Figura 4 apresenta a disposição dos satélites BeiDou em MEO, IGSO e GEO para cada PRN/SVN do sistema.

Figura 4- Constelação BeiDou representada no sistema de coordenadas GCRS, com satélites MEO (magenta), GEO (roxo) e IGSO (azul).



A Tabela 5 apresenta as principais características dos blocos de satélites desativados, operacionais, projetados e em fase de comissionamento do BeiDou.

Tabela 5- Dados sobre as gerações do BeiDou.

Parâmetros	BDS-1	BDS-2	BDS-3
Lançamentos	2000-2006	2007-2019	2015-
Vida Útil	5-8 anos	12 anos	~
Massa (kg)	2200	640	~
Fabricante	CAST	CAST	CAST/ SECM
Relógios	~	RAFS, PHM	RAFS, PHM
Satélites	Lançados: 4 Planejados: 0 Experimento: 0 Operacionais: 0	Lançados: 20 Planejados: 0 Experimento: 0 Operacionais: 15	Lançados: 38 Planejados: 4 Experimento: 4 Operacionais: 29
Sinais	C, L e S	B1, B2 e B3	B1I, B3I, B1C, B2a, B2b
Órbitas	GEO	GEO, IGSO, MEO	GEO, IGSO, MEO

Fonte: Adaptado de CSNO, 2025; Yang et al., 2017.

2.4.3 Segmento de Controle, Referencial Geodésico e Sistema de Tempo

O segmento de controle terrestre do BeiDou (OCS – *Operational Control Segment*) é responsável por monitorar e controlar os satélites da constelação, processar e prever correções orbitais e de relógio, além de modelar atrasos ionosféricos. Também cabe ao OCS manter a integridade do sistema de tempo do BeiDou (BDT – *BeiDou Time*) e garantir a coerência com o referencial geodésico adotado, atualmente o CGCS2000 (*China Geodetic Coordinate System 2000*). O segmento de controle terrestre é composto pela estação de controle principal (MCS – *Master Control Station*), de sincronização de tempo/upload (TS/US) e de monitoramento (MS). A MCS coleta dados de observação dos sinais de navegação, processa esses dados e gera as mensagens de navegação para os satélites, realiza o planejamento e agendamento de missões, conduz operações de gerenciamento e controle do sistema, observa e calcula o desvio do relógio dos satélites (CSNO, 2013). As TS/US medem os desvios do relógio dos satélites e carregam mensagens de navegação, enquanto as MS observam continuamente os sinais dos satélites e fornecem dados em tempo real para a MCS (CSNO, 2013).

3 OBSERVÁVEIS GNSS

As principais observáveis GNSS contidas nos arquivos de observação são: a pseudodistância estimada entre o satélite e o receptor, a frequência Doppler, a fase de batimento da onda portadora do sinal recebido e a razão sinal-ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) (WON & PANY, 2017). No contexto do posicionamento GNSS, diversas fontes de erro podem impactar a qualidade da determinação da posição. Entre essas fontes, destacam-se os erros relacionados à determinação da órbita e do relógio dos satélites, os efeitos decorrentes da propagação do sinal, além de contribuições sistemáticas associadas ao receptor, à antena e à própria estação de rastreamento. Esses erros, classificados como sistemáticos, podem ser minimizados e/ou modelados por meio de técnicas matemáticas adequadas (SEEBER, 2003). O presente capítulo discorre sobre as observáveis básicas para o posicionamento geodésico, além de apresentar os erros contidos nas mesmas e descrever os modelos utilizados para correção de efeitos sistemáticos.

3.1 Pseudodistância

A pseudodistância é uma medida fundamental nos sistemas de navegação por satélite. Representando a estimativa da distância entre a antena de um receptor, no instante de recepção (t_k), e os satélites em órbita, no instante de transmissão (t_t^s), a pseudodistância é derivada do atraso do código do sinal recebido em relação a um sinal réplica gerado localmente (RAO et al., 2012). O modelo funcional das observações de pseudodistância pode ser encontrado na Equação 3.1.1, dado pelo instante t_k , frequência j , receptor r , satélite s e constelação G (MONICO, 2008; ODJIK, 2017):

$$PD_{r,j}^s = \rho_r^s(t_k, t_t^s) + C[\delta t_r(t_k) + \delta_{r,j}^G(t_k) + \Delta\delta_{r,j}^G(t_k)] - C[\delta t^s(t_t^s) + \delta_j^{s,G}(t_t^s)] + T_r^s(t_k) + \mu_j^G I_r^s(t_k) + \varepsilon_{PD_{r,j}}^G \quad (3.1.1)$$

em que:

PD_r^s : observação de pseudodistância (m);

ρ_r^s : distância geométrica entre o satélite e o receptor (m);

C : constante nominal da velocidade da luz no vácuo (299792458 m/s);

δt_r : erro do relógio do receptor em relação ao tempo do sistema G (s);

$\delta_{r,j}^G$: tendência do código no hardware do receptor (s);

$\Delta\delta_{r,j}^G$: tendência intercanal do código (s);

δt^s : erro do relógio do satélite (s);

$\delta_j^{S,G}$: tendência do código no hardware do satélite em relação ao tempo do sistema G (s);

T_r^S : atraso neutrosférico (m);

μ_j^G : coeficiente ionosférico;

I_r^S : atraso ionosférico (m);

$\varepsilon_{PD,r,j}^G$: erros aleatórios na medida do código e outros erros não modelados.

A tendência no hardware do receptor ($\delta_{u,j}^G$) é, a princípio, diferente para cada constelação, mesmo quando os sinais são rastreados em bandas que se sobrepõem (L1 GPS e E1 Galileo, por exemplo). Tal tendência é denominada de ISB (ODJIK, 2017). No caso da constelação GLONASS, que se utiliza da técnica FDMA para transmissão de seus sinais, as observações de pseudodistância são ainda contaminadas pela tendência intercanal do código ($\Delta\delta_{r,j}^G$) (ICB – *interchannel bias*).

3.2 Fase de Batimento da Onda Portadora

Além de fornecer medições da pseudodistância, os receptores GNSS podem rastrear a fase da portadora, cuja precisão é consideravelmente superior à das medições de código. Uma das principais causas da melhoria da acurácia do PPS para o PPP é a utilização da observável fase de batimento da onda portadora, que nada mais é que a diferença entre a fase gerada pelo satélite, no instante de transmissão do sinal, medida em ciclos, junto a sua réplica, gerada pelo receptor, ao receber o sinal, de acordo com a sua frequência (MARQUES, 2012).

Essa observável é calculada como a diferença entre a fase do NCO (*Numerically Controlled Oscillator*) e o aumento nominal (quando a frequência intermediária FI = 0). As medições de fase da onda portadora são obtidas simultaneamente com as medições de código, com técnicas de interpolação aplicadas se o ponto de medição estiver entre duas amostras (WON & PANY, 2017). A ambiguidade da fase é um dos efeitos que mais degradam a qualidade dessa observável, sendo essa uma medida fracionária obtida, impossibilitando a contagem de um número inteiro de ciclos (MARQUES, 2012). A equação da fase da onda portadora é dada por (ODIJK, 2017):

$$\begin{aligned} \varphi_{r,j}^S = & p_r^S(t_k, t_t^S) + C[\delta t_r(t_k) + \delta_{r,j}^G(t_k) + \Delta\delta_{r,j}^G(t_k)] - C[\delta t^S(t_t^S) + \delta_j^G(t_t^S)] + T_r^S(t_k) - \\ & \mu_j^G I_r^S(t_k) + \lambda_j^G N_r^S + \varepsilon_{\varphi_{r,j}}^G, \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

em que:

φ_r^S : observação de fase da onda portadora (m);

$\delta_{r,j}^G$: tendência da fase no hardware do receptor (s);

$\Delta\delta_{r,j}^G$: tendência intercanal da fase (s);

δ_j^G : tendência da fase no hardware do satélite (s);

λ_j^G : comprimento de onda (m);

N_r^s : ambiguidade da fase da onda portadora (ciclos);

$\varepsilon_{\varphi_{r,j}}^G$: erros aleatórios na medida da fase da onda portadora (m).

Além de fornecer medições da pseudodistância, um receptor também disponibiliza informações sobre a fase da portadora do sinal por meio de seu loop de controle de fase (PLL - *Phase Lock Loop*). Quando a distância entre o usuário e o satélite varia em mais de um ciclo, o receptor conta os ciclos completos, resultando em uma medição contínua. Devido ao curto comprimento de onda da fase da portadora, dependendo da frequência, a medição da fase da portadora é significativamente mais precisa em comparação com a pseudodistância (HAUSCHILD, 2017). No entanto, essa vantagem vem acompanhada da limitação de não fornecer uma medição precisa da distância aparente entre o satélite e o receptor, ao contrário da pseudodistância. Enquanto na pseudodistância os dados de navegação são utilizados para obter uma medição inequívoca, o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor no início do rastreamento da fase da portadora permanece desconhecido (HAUSCHILD, 2017).

3.3 Efeitos Sistemáticos Relacionados com o Satélite

Na presente seção disserta-se sobre os erros no processo de determinação de órbitas. Por isso, serão apresentados os modelos de determinação das coordenadas do satélite no tempo de transmissão do sinal, os efeitos relativísticos no relógio e na distância, a correção devido à rotação da Terra (efeito de Sagnac) e correção da fase *wind-up*. Além destes, os erros de variação do centro de fase das antenas dos satélites também são apresentados.

3.3.1 Instante de Transmissão do Sinal

As efemérides precisas fornecem, em intervalos regulares de tempo padronizados no sistema de tempo GPST, a posição do veículo espacial (SV) no sistema de coordenadas ECEF (*Earth-Centered, Earth-Fixed*), bem como o erro de relógio do satélite relativo ao sistema de tempo. Ao estimar a posição do SV para uma determinada observação, esta é dada no tempo de recepção do sinal. Para obter uma estimativa acurada da posição do usuário, necessita-se da posição do SV no instante de transmissão (PANY, 2010).

A priori, faz-se necessário estimar o intervalo de transmissão (τ_r^s). Para isso, duas estratégias podem ser adotadas. A primeira é baseada em um algoritmo puramente geométrico, e a segunda na observável de pseudodistância (SUBIRANA et al., 2013). Para essa segunda abordagem, considera-se R_k^s e $\dot{R}_k^s$ os vetores de posição e velocidade ECEF de um satélite “s”, no instante “k”. A velocidade de um satélite GNSS pode ser determinada por dois métodos principais. O primeiro envolve a diferenciação das posições do satélite obtidas em épocas consecutivas, levando em consideração o intervalo de amostragem. Este método é amplamente utilizado ao se trabalhar com efemérides precisas, pois a interpolação dessas posições permite a estimativa de valores de velocidade e aceleração (Equação (3.3.14)). O segundo método utiliza a mecânica orbital por meio dos elementos Keplerianos ou Cartesianos do satélite. Ao aplicar modelos de força precisos e técnicas de integração numérica, como os métodos de Runge-Kutta ou Adams, as equações de movimento do satélite são resolvidas, fornecendo dados precisos de velocidade e aceleração. Este método é especialmente vantajoso para mitigar erros de interpolação perto dos limites dos dados das efemérides, como demonstrado em estratégias de ajuste e integração orbital (REMONDI, 2004; SONG et al., 2024; THOMPSON et al., 2019). Os índices $R_{r,k}$ e $\dot{R}_{r,k}$ denotam a posição e velocidade (caso cinemático) aproximada do receptor “r” na mesma época, o intervalo de transmissão τ_r^s pode ser obtido por:

$$\tau_r^s = \frac{\rho_r^s}{C}, \quad (3.3.1)$$

sendo ρ_r^s a distância geométrica entre o receptor e o satélite, dada por (PATOVELLO & CURRAN, 2017):

$$\rho_r^s = \rho_0 + \dot{\rho}_0 \tau_0 + \Delta \rho_r^s. \quad (3.3.2)$$

Os índices ρ_0 e $\dot{\rho}_0$ denotam a distância topocêntrica do satélite para o usuário, no instante de recepção e sua derivada em relação ao tempo, respectivamente, e são dados por:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \|R_k^s - R_{r,k}\| \\ \tau_0 &= \frac{\rho_0}{C} \\ \dot{\rho}_0 &= \begin{cases} [(R_k^s - R_{r,k})/\rho_0]^T \cdot (\dot{R}_k^s - \dot{R}_{r,k}) \rightarrow \text{Receptor Cinemático} \\ [(R_k^s - R_{r,k})/\rho_0]^T \cdot (\dot{R}_k^s) \rightarrow \text{Receptor Estático.} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

O termo $\Delta\rho_r^s$ indica o efeito relativístico de segunda ordem causado na distância geométrica, devido à curvatura do espaço-tempo causado pelo campo gravitacional da Terra, dado por (ASHBY, 2003):

$$\Delta\rho_r^s = \frac{2GM}{C^2} \ln \left[\frac{\|R_k^s\| + \|R_{r,k}\| + \rho_0}{\|R_k^s\| + \|R_{r,k}\| - \rho_0} \right], \quad (3.3.4)$$

sendo GM a constante nominal da força gravitacional terrestre, considerada $3,986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Assim, o tempo de transmissão do sinal do satélite (t_t^s) é dado por (HAUSCHILD, 2017):

$$t_t^s = t_k - \tau_r^s - (\delta t_r - \delta t^s) - \Delta\tau_r, \quad (3.3.5)$$

sendo δt^s o erro do relógio do satélite, fornecido na efeméride precisa ou em um arquivo CLK do IGS, com intervalo amostral de 30 segundos. O índice $\Delta\tau_r$ denota o efeito relativístico no relógio (seção 3.3.3). Quanto ao algoritmo baseado em observações de pseudodistâncias, o tempo de transmissão do sinal é dado por (SUBIRANA et al., 2013):

$$t_t^s = t_k - \frac{PD_r^s}{C} - \delta t^s - \Delta\tau_r. \quad (3.3.6)$$

O algoritmo puramente geométrico utilizado para calcular o tempo de transmissão do sinal apresenta alta eficiência e modularidade, uma vez que não depende de medições de pseudodistância. Porém este necessita de iterações para uma melhor estimativa da distância geométrica e do erro do relógio do receptor, apresentando assim uma menor eficácia comparado ao método baseado na pseudodistância.

3.3.2 Interpolação da Posição do Satélite para o Instante de Transmissão

Nota-se que para realizar este cálculo, faz-se necessário realizar a estimativa da posição do usuário. Para a obtenção do parâmetro $R_{r,k}$ e o erro do relógio δt_r utiliza-se do método de Bancroft (SUBIRANA et al, 2013; CHEN et al, 2022). Esse algoritmo se baseia no modelo funcional da observável GNSS pseudodistância, negligenciando diversos efeitos sistemáticos, considerando apenas a distância geométrica e o erro do relógio:

$$PD_r^s = \|R_k^s - R_{r,k}\| + C\delta t_r \quad (3.3.7)$$

$$\|R_k^s - R_{r,k}\| = \sqrt{(x_k^s - x_{r,k})^2 + (y_k^s - y_{r,k})^2 + (z_k^s - z_{r,k})^2},$$

sendo $x_{r,k}$, $y_{r,k}$, $z_{r,k}$ e x_k^s , y_k^s , z_k^s as coordenadas ECEF do receptor e do satélite, respectivamente. Desenvolvendo a Equação (3.3.7), têm-se:

$$\begin{aligned} & [x_k^{s^2} + y_k^{s^2} + z_k^{s^2} - PD_r^{s^2}] - 2[x_k^s \cdot x_{r,k} + y_k^s \cdot y_{r,k} + z_k^s \cdot z_{r,k} - PD_r^s \cdot C\delta t_r] + \\ & [x_{r,k}^2 + y_{r,k}^2 + z_{r,k}^2 - C\delta t_r] = 0, \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

assim, compactando para:

$$\underbrace{\frac{1}{2} \left\langle \begin{matrix} R_k^s & R_k^s \\ PD_r^s & PD_r^s \end{matrix} \right\rangle}_{\alpha^s} - \left\langle \begin{matrix} R_k^s & R_{r,k} \\ PD_r^s & C\delta t_r \end{matrix} \right\rangle + \underbrace{\frac{1}{2} \left\langle \begin{matrix} R_{r,k} & R_{r,k} \\ C\delta t_r & C\delta t_r \end{matrix} \right\rangle}_{\Lambda} = 0, \quad (3.3.9)$$

a notação $\langle \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \rangle$ denota o produto interno de Lorentz, dado por (SUBIRANA et al, 2013):

$$\langle \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \rangle = a^T M b, \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.3.10)$$

Dado o modelo funcional na Equação (3.3.8), pode-se escrever uma matriz contendo as informações dadas nas efemérides precisas:

$$B = \begin{pmatrix} x_k^1 & y_k^1 & z_k^1 & PD_r^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k^s & y_k^s & z_k^s & PD_r^s \end{pmatrix}. \quad (3.3.11)$$

Considerando as notações $\vec{1} = [1 \quad \dots \quad 1]^T$ e $\alpha = [\alpha^1 \quad \dots \quad \alpha^s]^T$, as equações reduzidas de pseudodistâncias para “s” satélites podem ser expressas por:

$$B^T \alpha - B^T B M \begin{bmatrix} R_{r,k} \\ C\delta t_r \end{bmatrix} + \Lambda B^T \vec{1} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} R_{r,k} \\ C\delta t_r \end{bmatrix} = M(B^T B)^{-1} B^T (\Lambda \vec{1} + \alpha), \quad (3.3.12)$$

assim sobrando a incógnita Λ . Esta que é representada por uma equação polinomial de segundo grau, que pode ser resolvida pelo teorema de Bhaskara, resultando em dois valores (raízes), em que um será a posição e erro de relógio aproximados e outro apresentará um valor fora da superfície terrestre (SUBIRANA et al, 2013):

$$\langle (B^T B)^{-1} B^T \vec{1}, (B^T B)^{-1} B^T \vec{1} \rangle \Lambda^2 + 2 \left[\langle (B^T B)^{-1} B^T \vec{1}, (B^T B)^{-1} B^T \alpha \rangle - 1 \right] \Lambda \quad (3.3.13)$$

$$+ \langle (B^T B)^{-1} B^T \alpha, (B^T B)^{-1} B^T \alpha \rangle = 0,$$

tornando possível o cálculo da distância topocêntrica e, por consequência, o intervalo de transmissão.

Os valores de posição ECEF dos satélites GNSS são interpolados para o tempo de transmissão, possibilitando o cálculo da velocidade dos satélites. O interpolador utilizado para as coordenadas é o *Moving Window Lagrange Interpolation*, dado pela Equação (3.3.14):

$$R_k^s(t_t^s) = \sum_{i=1}^n R_k^s(t_i) \prod_{k=1, k \neq i}^n \frac{t_t^s - t_k}{t_i - t_k} \quad (3.3.14)$$

$$\dot{R}_k^s = \frac{R_k^s(t_t^s) - R_k^s(t_t^s - 10^{-3} s)}{10^{-3} s},$$

sendo “n” a ordem do interpolador, que no caso é 9 (FENG & ZHENG, 2005; PUSTOSHILOV & TSAREV, 2017), e t_i o tempo de recepção dado na efeméride precisa. A escolha do intervalo de diferenciação igual a 1 milissegundo, na obtenção da velocidade, visa balancear precisão e estabilidade numérica na estimativa da velocidade. Além do interpolador de Lagrange, utilizado neste trabalho, outras técnicas têm sido empregadas para a interpolação de efemérides GNSS, como os polinômios de Chebyshev, a interpolação de Neville, os métodos de Hermite e as *splines* cúbicas, cada um com vantagens específicas quanto à precisão, suavidade e estabilidade numérica (SCHENEWERK, 2003; YOUSIF & EL-RABBANY, 2007).

Uma vez que o intervalo de transmissão do sinal é conhecido e considerando que o referencial ECEF leva em conta uma terra fixa, assim acompanhando sua rotação, deve-se atualizar a posição do satélite para a época dada em seu referido referencial, de acordo com a Equação (3.3.15) (ASHBY, 2004).

$$R_k^s = R_3(\omega_E \cdot \tau_t^s) R_k^s(t_t^s)$$

$$R_3(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.3.15)$$

sendo:

ω_E : a velocidade de rotação angular da Terra ($7,2921159 \times 10^{-5}$ rad/s);

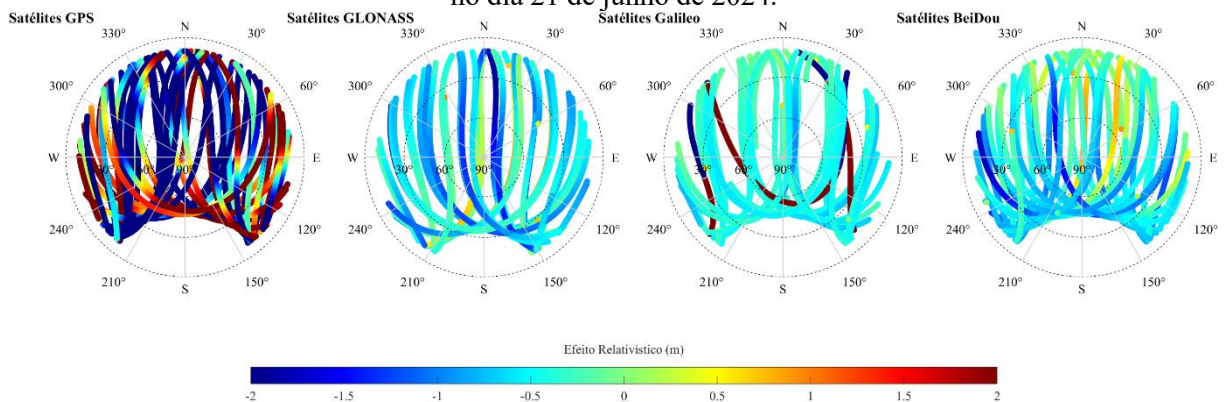
ϕ : a latitude geodésica do receptor.

3.3.3 Sincronização do Relógio do Satélite

Os satélites GNSS estão equipados com relógios atômicos de alta precisão que operam em condições extremas de velocidade e gravidade. Essas condições provocam efeitos relativísticos significativos, que devem ser considerados para garantir a precisão do sistema (HAUSCHILD, 2017; MARQUES, 2012).

De acordo com a relatividade geral, o potencial gravitacional mais fraco em órbitas de satélites faz com que os relógios a bordo operem mais rapidamente do que os relógios na Terra. Por outro lado, a relatividade especial considera o efeito do movimento relativo entre o satélite e um observador na Terra, que faz com que o relógio do satélite funcione mais lentamente devido à dilatação do tempo (HAUSCHILD, 2017). Esses dois efeitos não se anulam, pois o impacto do potencial gravitacional é maior. Por exemplo, no caso do GPS, os relógios dos satélites são ajustados antes do lançamento para compensar esse efeito, reduzindo a frequência de operação para 10,22999999543 MHz, de forma que os sinais sejam percebidos na frequência esperada de 10,23 MHz por observadores na superfície terrestre (ASHBY, 2003; MONICO, 2008). Adicionalmente, há um efeito relativístico periódico relacionado à excentricidade das órbitas dos satélites. Durante o movimento orbital, a velocidade e a posição do satélite em relação ao centro de gravidade da Terra variam, causando alterações periódicas na frequência do relógio (Figura 5).

Figura 5- Efeito Relativístico, em metros, a ser corrigido nos satélites GNSS, levando em consideração o ângulo de elevação e azimute em relação à estação PPTE (22°07'11,65707" S, 51°24'30,72249" W), no dia 21 de junho de 2024.



Quando o satélite está mais próximo da Terra (perigeu), sua velocidade aumenta e o potencial gravitacional diminui, reduzindo ainda mais a taxa do relógio. Assim, esse efeito pode ser compensado por (ASHBY, 2003; KAPLAN, 1996; MONICO, 2008; MARQUES, 2012)

$$\Delta\tau_r = - \left[\mathbf{R}_k^s \cdot (\dot{\mathbf{R}}_k^s)^T \right] \times 2C^{-2} \quad (3.3.16)$$

O índice $\Delta\tau_r$ denota o efeito relativístico no relógio (em segundos). Essa correção deve ser realizada pelo usuário, visto que é uma correção para o tempo de coordenadas transmitido pelo satélite. A correção é necessária em razão de uma combinação de efeitos no relógio do satélite, resultante do deslocamento gravitacional de frequência e do deslocamento Doppler de segunda ordem, que variam com a excentricidade da órbita. Quando o produto escalar entre a velocidade e a posição do satélite é multiplicado pelo fator $2C^{-2}$, é ajustada a diferença entre os tempos medidos no relógio do satélite e no relógio na superfície da Terra de acordo com as previsões da teoria da relatividade (ASHBY, 2003).

O modelo de observação de pseudodistância descrito na seção 3.1 inclui vieses para contabilizar os atrasos instrumentais, que ocorrem devido à sincronização imperfeita dos sinais ao longo do caminho do sinal do gerador ao receptor. O viés dependente do satélite resulta de diferenças nos atrasos dos caminhos analógicos e digitais do sinal, e é importante notar que o atraso absoluto de um único sinal não é observável (HAUSCHILD, 2017). A Tabela 6 demonstra quais as observáveis utilizadas como referência para a solução do relógio do satélite na combinação linear *Ion-Free* nas efemérides precisas (seção 3.4.2).

Tabela 6- Observáveis utilizadas como referência para a solução do relógio do satélite.

Sistema	Sinais	Canal/Código
GPS	L1 & L2	P(Y): C1W, C2W
GLONASS	L1 & L2	P: C1P, C2P
Galileo	E1 & E5a	B+C: C1X; Q: C5Q
BeiDou	B1 & B3	I: C2I, C6I

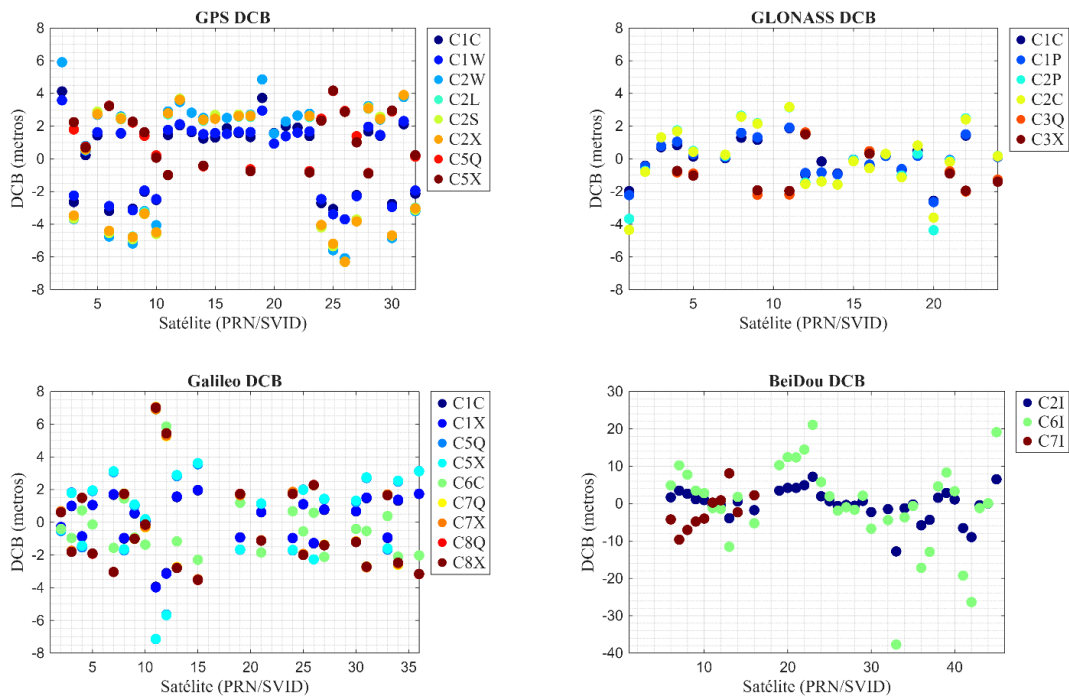
Fonte: Adaptado de BRACK et al., 2021.

Durante a medição das distâncias entre o receptor e o satélite, é necessário compensar os atrasos de hardware específicos de cada satélite e receptor. Esses atrasos são divididos em duas partes: o DCB (*Differential Code Bias*) do satélite e do receptor. Este é estimado através das observações de pseudodistância e da aplicação de combinações lineares que ajudam a isolar os efeitos dos atrasos específicos de cada satélite e receptor (*geometry-free*) (LOU et al., 2023). Os produtos DCB são disponibilizados pelos centros de análises do IGS. Assim, dependendo da observável de uma frequência “j” (c_j) utilizada no posicionamento, deve-se corrigir essa tendência ($\delta_j^{S,G}$) na observável de pseudodistância por (GE et al., 2017; KOUBA et al., 2017):

$$\delta_j^{s,G} = \begin{cases} \text{se } j=1: \frac{f_2^2}{f_2^2-f_1^2} \text{DCB}_{C_1,C_2}^{s,G} + \text{DSB}_{C_1,c_j}^{s,G} \\ \text{se } j=2: \frac{f_1^2}{f_1^2-f_2^2} \text{DCB}_{C_1,C_2}^{s,G} + \text{DSB}_{C_2,c_j}^{s,G} \\ \text{se } j \neq 1 \text{ ou } 2: -\frac{f_1^2}{f_1^2-f_2^2} \text{DCB}_{C_1,c_j}^{s,G} + \frac{f_2^2}{f_2^2-f_1^2} \text{DCB}_{C_2,c_j}^{s,G} \end{cases} \quad \text{ou } \delta_j^{s,G} = \text{OSB}_{c_j}^{s,G}. \quad (3.3.17)$$

Sendo DSB o viés entre sinais (*Differential Signal Bias*) (KOUBA et al., 2017). Caso a observável c_j for igual à observável de referência, o DSB é anulado. Vale ressaltar que o valor calculado para as frequências 1 e 2 para os sistemas Galileo e BeiDou apresentam sinais opostos. Em aplicações de pós-processamento, como o PPP, é preferível utilizar os produtos DCB obtidos de centros de análise, como o IGS, devido à sua maior precisão. Para aplicações em tempo real, as correções de TGD (*Time Group Delays*) transmitidas nas efemérides transmitidas são amplamente utilizadas. No entanto, é importante observar que os TGD e DCB podem apresentar desvios sistemáticos, como um deslocamento constante entre os parâmetros transmitidos e os produtos DCB precisos. A Figura 6 apresenta a magnitude do efeito do DCB para diferentes observáveis e sistemas, no processamento de frequência única, advindos de produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan.

Figura 6- Magnitude do DCB, em metros, para diferentes observáveis e sistemas, utilizando produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan, para o dia 21 de junho de 2024.



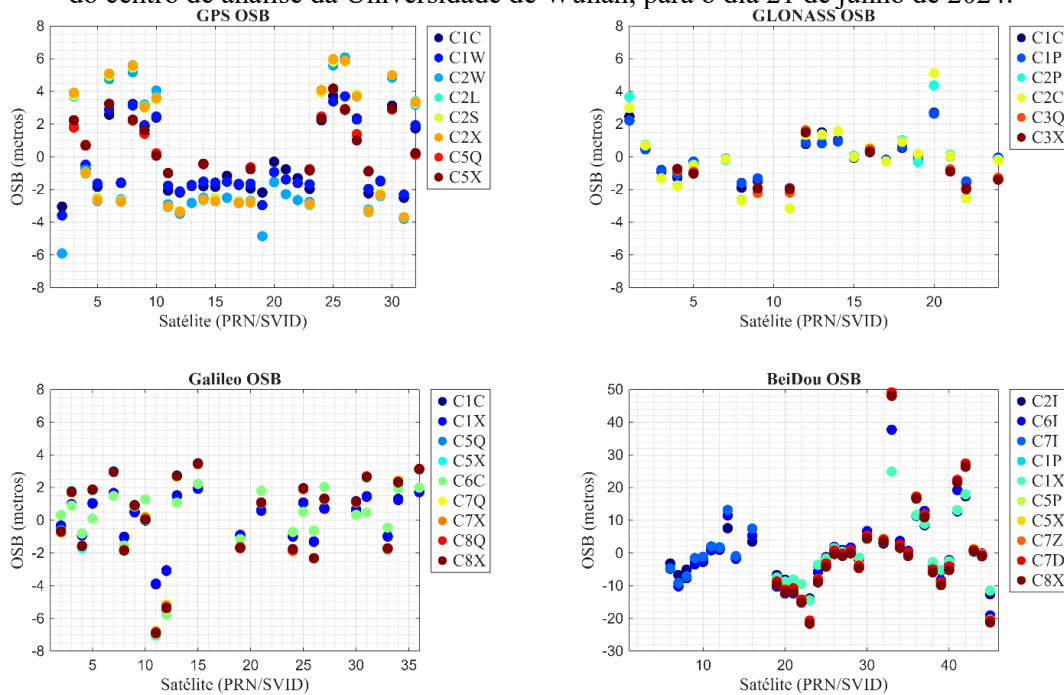
Vale ressaltar que esses valores são variáveis de acordo com o dia processado. No PPP, o atraso de hardware do receptor pode ser incorporado no parâmetro estimado do erro do relógio do receptor, o que significa que o resultado apresenta uma correção que engloba ambos os efeitos (ELSHEIKH et al., 2023). Assim, a Equação (3.3.18) apresenta o erro do relógio do satélite a ser utilizado na observável de pseudodistância no posicionamento:

$$\delta t_{cj}^{s,G} = \delta t^s + \delta_j^{s,G} + \Delta \tau_r. \quad (3.3.18)$$

Para a observável de fase, o viés $\delta_j^{s,G}$ pode ser negligenciado e absorvido na estimativa das ambiguidades, ou corrigido através dos UPD (*Uncalibrated Phase Delays*). Esses índices podem ser obtidos através de produtos dos centros de análise do IGS.

Outra abordagem para a sincronização do relógio do satélite é a utilização dos OSB (*Observable-Specific Biases*). Os OSB representam uma solução para lidar com os atrasos instrumentais específicos de cada satélite e frequência, permitindo a aplicação de correções diretamente às observáveis brutas do GNSS. Diferentemente do modelo DCB, que foca nas diferenças entre frequências, os OSB são projetados para corrigir individualmente os vieses específicos de cada sinal, seja para pseudodistância ou fase (LI & YUAN, 2021). A Figura 7 apresenta a magnitude do efeito do OSB para observáveis brutas, advindos de produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan.

Figura 7- Magnitude do OSB, em metros, para diferentes observáveis e sistemas, utilizando produtos do centro de análise da Universidade de Wuhan, para o dia 21 de junho de 2024.



3.3.4 Centro de Fase de Antena do Satélite

O centro de fase do satélite é um conceito essencial no processamento de observações GNSS, representando o ponto de referência virtual de onde os sinais são transmitidos ou recebidos. No entanto, devido à separação entre o centro de massa do satélite (CM) e o centro de fase da antena (APC – *Antenna Phase Center*), correções específicas são necessárias para garantir a acurácia das posições calculadas. Essas correções incluem os PCO (*Phase Center Offsets*) e as PCV (*Phase Center Variations*), disponibilizadas nos arquivos ANTEX (*Antenna Exchange Format*), que são o padrão internacional para disseminação dessas informações (ELSHEIKH et al., 2023; MARQUES, 2012). O PCO é definido como a distância entre o centro de massa do satélite e o centro de fase da antena. Esta medida é expressa no sistema de coordenadas fixo ao corpo do satélite, cujas definições são:

e_z : está alinhado com o *boresight* da antena, apontando para a Terra;

e_y : está alinhado com o eixo de rotação dos painéis solares;

e_x : completa o sistema dextrogiro.

Durante condições normais de operação, os satélites GNSS empregam o modo de controle de atitude conhecido como *yaw-steering*, no qual a orientação do satélite é continuamente ajustada para manter uma rotação constante em torno dos eixos Z e Y (MONTENBRUCK et al., 2015). Para aplicar os PCOs no processamento GNSS, é necessária a transformação dos valores do sistema fixo ao satélite para o sistema geocêntrico ECEF. A transformação é descrita matematicamente por (MONTENBRUCK et al., 2015):

$$\Delta R^s = R \cdot PCO \quad (3.3.19)$$

onde R é a matriz de rotação construída a partir de vetores unitários que descrevem a orientação do satélite:

$$R = [e_x \ e_y \ e_z] \quad (3.3.20)$$

$$e_x = e_y \times e_z, \ e_y = \frac{e_z \times e_s}{\|e_z \times e_s\|}, \ e_z = \frac{R^s}{\|R^s\|}.$$

Para calcular os vetores unitários é necessário o conhecimento da posição do satélite e a posição do Sol (R_{sol}), ambas expressas no sistema de coordenadas geocêntrico ECEF. A posição do Sol pode ser determinada por efemérides planetárias ou modelos simplificados (MONTENBRUCK & GILL, 2005). O vetor unitário e_s , que aponta do satélite em direção ao Sol, é calculado como:

$$\mathbf{e}_s = \frac{\mathbf{R}_{\text{sol}} - \mathbf{R}^s}{\|\mathbf{R}_{\text{sol}} - \mathbf{R}^s\|}. \quad (3.3.21)$$

A posição corrigida do satélite, levando em consideração os offsets do centro de fase da antena, é então calculada como:

$$\mathbf{R}_{\text{APC}}^s = \mathbf{R}_{\text{CM}}^s + \Delta \mathbf{R}^s \quad (3.3.22)$$

As variações do centro de fase descrevem as mudanças do APC em função do ângulo de nadir (θ). Este ângulo é definido como o ângulo entre o vetor que aponta para o centro da Terra e a linha de visão (LOS – *Line of Sight*) do satélite ao receptor, dado por:

$$\theta = \arccos(\text{LOS} \cdot \mathbf{e}_z), \text{ LOS} = \frac{\mathbf{R}_r - \mathbf{R}_{\text{CM}}^s}{\|\mathbf{R}_r - \mathbf{R}_{\text{CM}}^s\|}. \quad (3.3.23)$$

Os valores de PCV para um dado ângulo de nadir são fornecidos no arquivo ANTEX e obtidos por interpolação linear. Esses valores corrigem tanto as observações de código quanto as de fase, sendo particularmente relevantes para aplicações que requerem alta precisão, como o cálculo de órbitas e relógios precisos. As Figura 8, 9 e 10 demonstram a magnitude (em mm) da correção PCV para satélites GPS e GLONASS em diferentes blocos, e Galileo em diferentes frequências, respectivamente.

Figura 8- Magnitude do PCV para satélites de diferentes gerações do sistema GPS, advindos do arquivo igs20.atx.

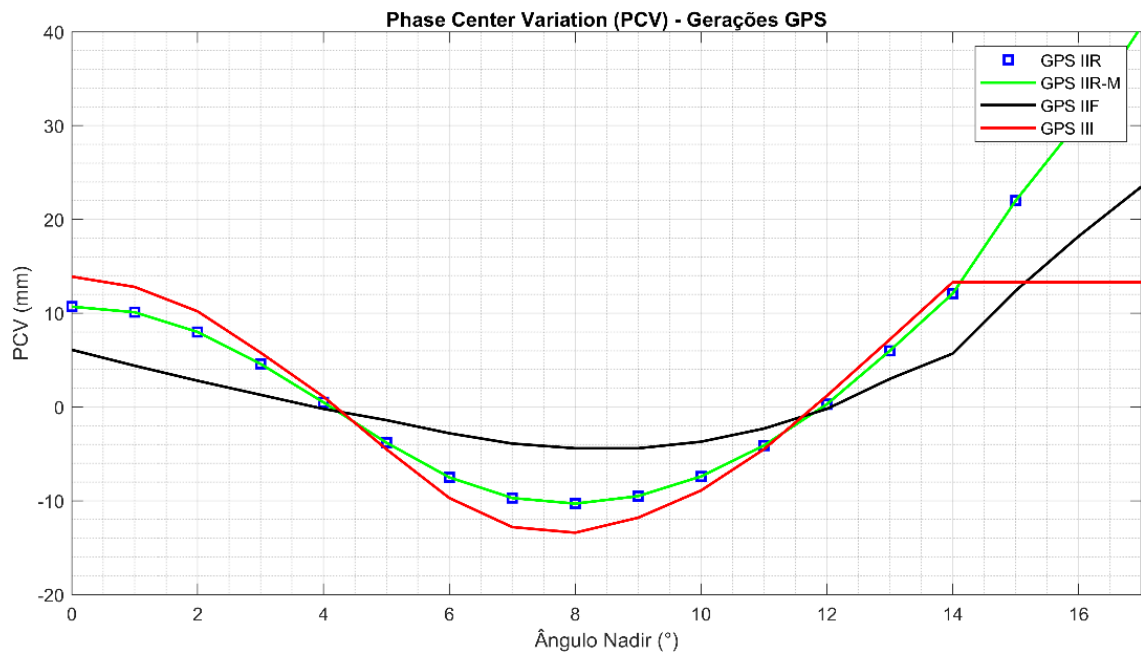


Figura 9- Magnitude do PCV para satélites de diferentes gerações do sistema GLONASS, advindos do arquivo igs20.atx.

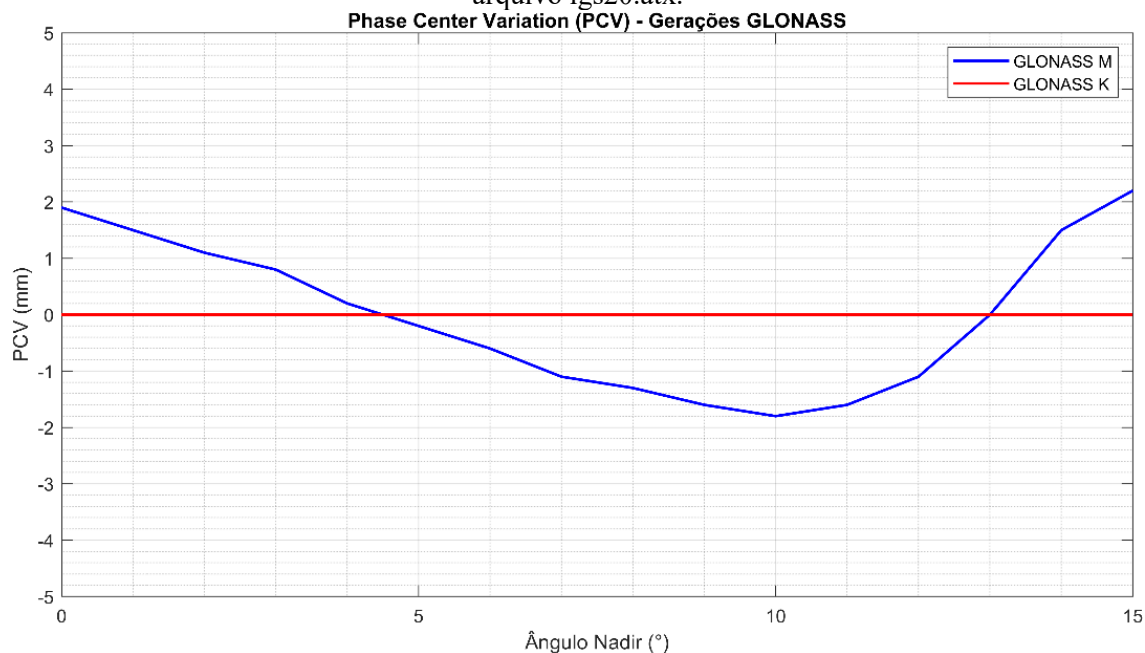
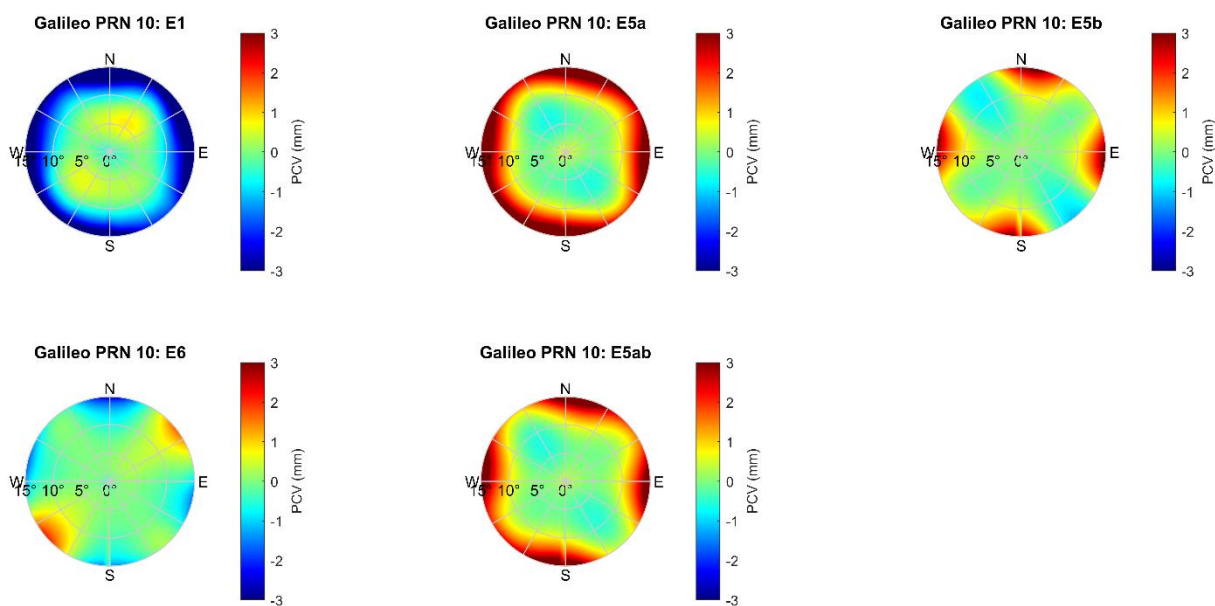
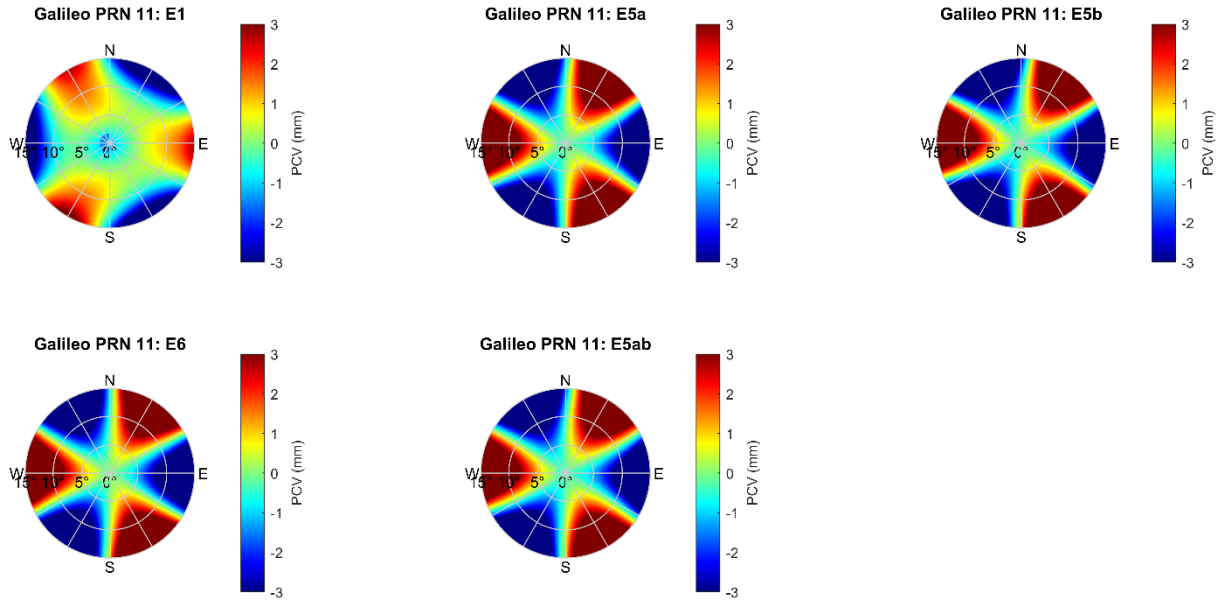


Figura 10- Magnitude do PCV para o satélite PRN 10 (FOC) e 11 (IOV) do sistema Galileo, dependentes do ângulo nadir e azimutal, em diferentes frequências, advindos do arquivo igs20.atx.





Os offsets e variações do centro de fase têm impacto direto na precisão das soluções GNSS. Embora as variações de centro de fase geralmente estejam na faixa de milímetros, os offsets de centro de fase podem variar entre 0,5 e 3 metros. Se não corrigidos, esses offsets podem introduzir erros, podendo atrasar a convergência da solução.

3.3.5 Fase Wind-Up

Os sinais transmitidos pelos satélites GNSS são polarizados circularmente à direita, o que significa que o vetor campo elétrico rotaciona 360° a cada comprimento de onda. Esse movimento pode causar alterações na fase da onda recebida devido à rotação relativa entre as antenas do satélite e do receptor (HAUSCHILD, 2017; MARQUES, 2012). A orientação da antena do satélite muda, especialmente durante o "giro do meio-dia e da meia-noite", quando os painéis solares são reposicionados em relação ao Sol. Essas rotações, tanto lentas quanto rápidas, afetam a fase observada da onda portadora (WU et al., 1993).

O efeito fase *wind-up* pode resultar em erros consideráveis no posicionamento se não for devidamente corrigido, especialmente em aplicações de alta precisão como o PPP. Embora em técnicas de posicionamento relativo, como as duplas diferenças, esse efeito possa ser compensado ou negligenciado, em observações absolutas a correção é crucial. A fase *wind-up* (w_k) é calculada usando uma abordagem vetorial, considerando os vetores dipolos das antenas e a direção do sinal (WU et al., 1993):

$$w_k = 2N\pi + \delta\phi, \quad (3.3.24)$$

sendo $\delta\phi$ uma parte fracional do ciclo dada por:

$$\delta\phi = \text{sign}(\zeta) \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{d}' \cdot \mathbf{d}}{\|\mathbf{d}'\| \|\mathbf{d}\|} \right), \quad (3.3.25)$$

em que $\mathbf{d}$ e $\mathbf{d}'$ são vetores dipolos efetivos do satélite e receptor calculados a partir de (MARQUES, 2012):

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{Z}^r (\mathbf{Z}^r \cdot \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{Z}^r \times \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{d}' &= \mathbf{X}_N - \mathbf{Z}^r (\mathbf{Z}^r \cdot \mathbf{X}_N) + \mathbf{Z}^r \times \mathbf{Y}_T, \end{aligned} \quad (3.3.26)$$

em que:

$\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{y}}$ são vetores unitários, respectivamente, na direção leste e norte do sistema local no receptor;

$\mathbf{X}_N$ e $\mathbf{Y}_T$ são vetores unitários no sistema de coordenadas do satélite;

$\mathbf{Z}^r$ é o vetor unitário apontando do satélite para o receptor;

sign denota um operador de direção, sendo: 1 para $\zeta > 0$, 0 para $\zeta = 0$ e -1 para $\zeta < 0$. O índice ζ é calculado por:

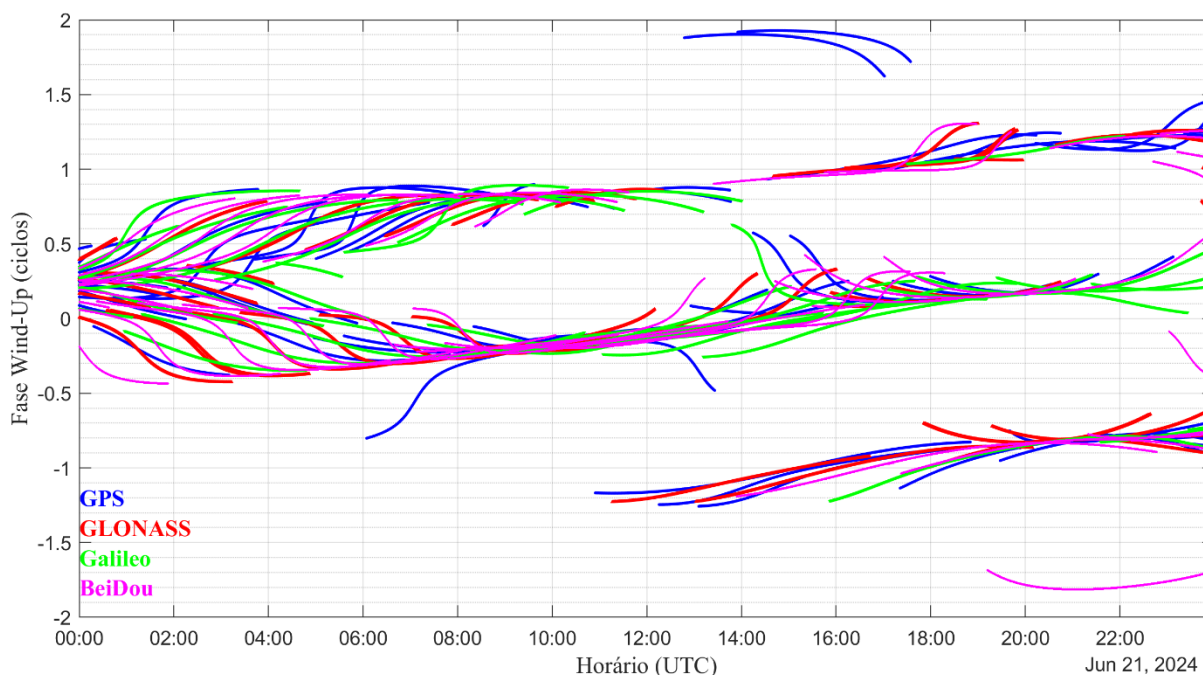
$$\zeta = \mathbf{Z}^r (\mathbf{d}' \times \mathbf{d}). \quad (3.3.27)$$

O índice N é um número inteiro dado recursivamente por (WU et al., 1993):

$$N = \text{inteiro} \left[\frac{\mathcal{W}_{k-1} - \delta\phi}{2\pi} \right] \quad (3.3.28)$$

Desde 1994, centros de análise de dados, como o IGS, aplicam sistematicamente essa correção para melhorar a precisão dos dados de órbita e relógio dos satélites. (HAUSCHILD, 2017). A negligência dessa correção pode levar a erros da ordem de décimos, afetando significativamente a precisão dos resultados, como pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 – Magnitude do efeito de fase wind-up nas observáveis de fase de diferentes satélites GNSS, para o dia 21 de junho de 2024, em relação à estação PPTe.



3.4 Efeitos Sistemáticos Relacionados com a Propagação do Sinal

Os sinais GNSS, ao viajarem do satélite até a antena do receptor, passam pela atmosfera dinâmica, atravessando camadas com características e condições variadas. Nesse trajeto, eles estão sujeitos a diversas influências que podem alterar a polarização, a potência, a direção e a velocidade de propagação do sinal (LEICK, 1995). Entre os principais efeitos sistemáticos relacionados à propagação, destacam-se a refração neutrosférica e ionosférica, e as perdas de ciclo, que podem ocorrer devido a variações abruptas no sinal ou falhas temporárias na sua recepção.

3.4.1 Refração Neutrosférica

A atmosfera neutra, no contexto do posicionamento por GNSS, refere-se às camadas da atmosfera compostas majoritariamente por gases neutros, que afetam a propagação dos sinais GNSS de maneira não dispersiva. Ela engloba principalmente a troposfera e a estratosfera, estendendo-se desde a superfície terrestre até altitudes de aproximadamente 50 km (GOUVEIA, 2019). Para simplificação, no estudo dos efeitos atmosféricos no GNSS, essas camadas serão tratadas no presente trabalho como "neutrosfera" ou "atmosfera neutra".

Devido à sua natureza não dispersiva nas faixas de frequência dos sinais GNSS, o atraso causado pela atmosfera neutra é independente da frequência (SEEBER, 2003). Este atraso pode ser dividido em duas componentes principais: a componente hidrostática (ou seca)

e a componente úmida. A componente seca representa cerca de 80% a 90% do total do atraso e pode ser modelada com elevada precisão a partir da pressão atmosférica local. Por outro lado, a componente úmida, associada ao vapor d'água, é altamente variável no tempo e no espaço, e representa um desafio à modelagem precisa. A estimativa do atraso zenital hidrostático (ZH_D) é comumente realizada pelo modelo de Saastamoinen (SAASTAMOINEN, 1972; DAVIS et al., 1985), dado por:

$$ZH_D = \frac{0,0022768 \cdot P_s}{1 - 0,00266 \cdot \cos(2\varphi_{\text{rad}}) - 0,00000028 \cdot H_h} \quad (3.4.1)$$

sendo:

H_h : a altura elipsoidal da estação (em metros);

P_s : a pressão superficial em milibares do ar seco;

φ_{rad} : a latitude geodésica em radianos.

Já o atraso zenital úmido (ZW_D) pode ser modelado a partir da equação de Askne e Nordius (1987), que considera o conteúdo de vapor d'água:

$$ZW_D = 10^{-6} \cdot \left(k'_2 + \frac{k_3}{T_s} \right) \cdot \frac{R_d \cdot e_s}{g_m \cdot (\lambda_a + 1)} \quad (3.4.2)$$

sendo:

k'_2 e k_3 : constantes empíricas da refratividade;

T_s : a temperatura em Kelvin;

e_s : pressão de saturação do vapor d'água em hPa;

R_d : a constante dos gases secos, equivalente a 287,0464 J/(kgK);

g_m : o valor nominal da gravidade média na Terra 9,80665 m/s²;

λ_a : o fator de decaimento vertical do vapor d'água.

Para estimar o atraso total em outras direções que não o zênite, utilizam-se funções de mapeamento que relacionam o atraso zenital com o atraso ao longo da linha de visada do satélite. Neste trabalho, adota-se a função empírica GPT3 (*Global Pressure and Temperature 3*), desenvolvida por Landskron e Böhm (2018), que fornece coeficientes empíricos para as funções de mapeamento hidrostática e úmida a partir de dados climatológicos e modelos numéricos de previsão do tempo. A função de mapeamento utilizada segue a forma proposta por Herring (1992):

$$m_{f_i} = \frac{1+a_i}{1 + \frac{b_i}{1 + \frac{c_i}{\sin(E_r^s)}}}, \quad (3.4.3)$$

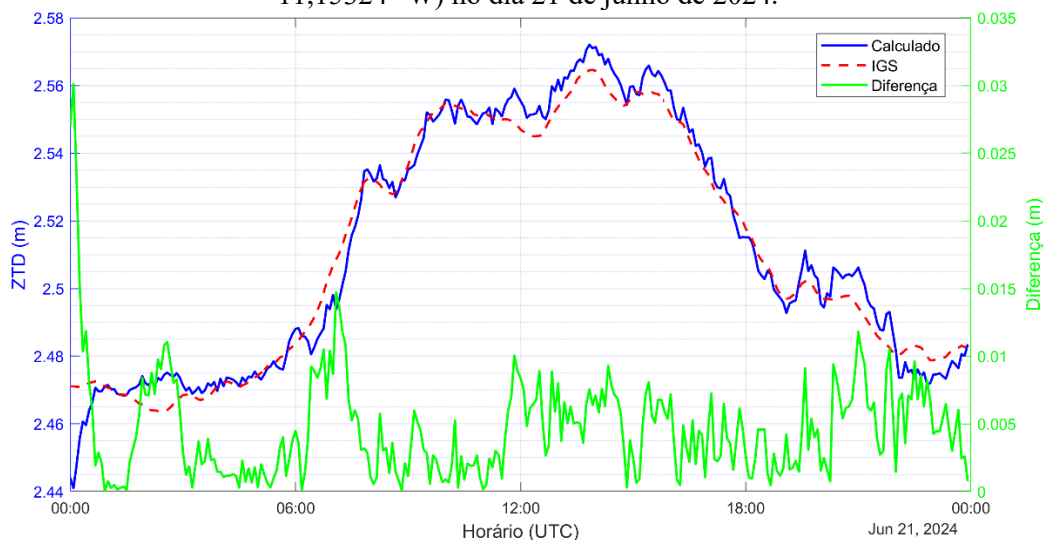
sendo a_i , b_i e c_i : coeficientes hidrostáticos ($i = h$) ou úmidos ($i = w$), dependentes da latitude. O símbolo E_r^s denota a elevação do satélite em relação ao receptor. Assim, o atraso neutrosférico total ao longo da linha de visada é calculado por:

$$T_r^s = m_{f_H} ZH_D + m_{f_w} ZW_D, \quad (3.4.4)$$

em que m_{f_H} e m_{f_w} são as funções de mapeamento hidrostática e úmida, cujos coeficientes são interpolados espacial e temporalmente a partir da base de dados do modelo GMF (*Global Mapping Function*). Os coeficientes fornecidos pelo GPT3 incluem as variações sazonais e semi-sazonais de forma harmônica, com amplitude e fase ajustadas por harmônicos anuais e semianuais, em grade global com resolução de 1° ou 5° . O modelo GPT3 e os dados correspondentes estão disponíveis publicamente no repositório da *Technische Universität Wien*: <https://vmf.geo.tuwien.ac.at/>.

Os produtos de atraso neutrosférico total zenital (ZTD) fornecidos pelo IGS são amplamente utilizados em aplicações meteorológicas e geodésicas devido à sua elevada precisão e consistência com o referencial geodésico global ITRF. Essas estimativas são disponibilizadas em intervalos de 5 minutos, baseadas no processamento PPP com o uso de órbitas e relógios finais de alta precisão gerados pelo IGS. Esses produtos são fundamentais para a mitigação dos efeitos atmosféricos em observações GNSS e para estudos meteorológicos, como a determinação do conteúdo de vapor d'água integrado na atmosfera, uma variável crítica para a previsão do tempo e o monitoramento climático. A Figura 12 ilustra um comparativo dos valores de ZTD obtidos pelo processamento PPP utilizando o software desenvolvido neste projeto e os índices fornecidos pelo IGS.

Figura 12- Comparativo entre os valores de ZTD estimados pelo processamento PPP do software desenvolvido e os produtos fornecidos pelo IGS, para a estação POAL (30° 04' 26,55276" S; 51° 07' 11,15324" W) no dia 21 de junho de 2024.



A figura mostra que o modelo implementado no software consegue capturar a tendência geral do ZTD, mas há diferenças em relação aos produtos do IGS, especialmente em momentos do dia em que há maior variação atmosférica.

3.4.2 Variabilidade Ionosférica

A formação de íons na ionosfera resulta do fenômeno de fotoionização, no qual os principais gases da atmosfera superior absorvem radiação solar no espectro do ultravioleta extremo e raios-X. A ionosfera pode ser subdividida em quatro subcamadas: D, E, F1 e F2, abrangendo altitudes aproximadas de 50 a 1000 km. A camada D, conhecida como baixa ionosfera, possui uma concentração de aproximadamente 10^3 elétrons por centímetro cúbico e se estende de 50 a 85 km de altitude (VEETIL et al., 2020). A camada E (entre 85 e 140 km), juntamente com a F1 (de 140 a 200 km), contribui com cerca de 10% do atraso ionosférico, apresentando uma densidade de até 5×10^5 elétrons por centímetro cúbico (KLOBUCHAR, 1987). Por fim, a camada F2, composta principalmente pela ionização do átomo de oxigênio, está localizada entre 200 e 1000 km de altitude, atingindo uma densidade máxima de $5,2 \times 10^{11}$ elétrons por centímetro cúbico. A quantidade de elétrons na ionosfera varia ao longo do dia e da noite, além de depender da latitude, sazonalidade, atividade solar e magnética (MATSUOKA et al., 2013; ZAUPA et al., 2022).

Para a correção dos efeitos ionosféricos de primeira ordem em receptores de simples frequência são recomendados modelos matemáticos, tais como modelo de Klobuchar, NeQuick-G e mapas regionais ou globais, gerados com base no TEC (*Total Electron Content*)

e dados por arquivos IONEX (SETTI JR., 2019). Para receptores de dupla frequência, considera-se a utilização da combinação *Ion-Free*, que elimina os efeitos de primeira ordem da ionosfera. A combinação pode ser aplicada tanto para as observáveis de pseudodistância quanto para as de fase da onda portadora, sendo expressa, respectivamente, por (MARQUES, 2012):

$$\begin{aligned} PD_{IF,r}^s &= m_{j1} PD_{j1,r}^s(t_k) + m_{j2} PD_{j2,r}^s(t_k) \\ \varphi_{IF,r}^s &= m_{j1} \varphi_{j1,r}^s(t_k) + m_{j2} \varphi_{j2,r}^s(t_k) \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

sendo:

$\varphi_{IF,r}^s$: combinação *Ion-Free* da observável fase (m);

$PD_{IF,r}^s$: combinação *Ion-Free* da observável pseudodistância (m);

$PD_{j1,r}^s$, $PD_{j2,r}^s$, $\varphi_{j1,r}^s$ e $\varphi_{j2,r}^s$: as medidas de pseudodistância e fase de diferentes sinais j1 e j2, respectivamente (m).

Os índices m_{j1} e m_{j2} são os coeficientes multiplicadores da combinação. Considerando f_{j1} e f_{j2} as frequências dos sinais j1 e j2 (Hz), estes índices podem ser obtidos por:

$$m_{j1} = \frac{f_{j1}^2}{f_{j1}^2 - f_{j2}^2}; \quad m_{j2} = \frac{f_{j2}^2}{f_{j2}^2 - f_{j1}^2}. \quad (3.4.6)$$

Apesar de eficaz para eliminar os efeitos ionosféricos de primeira ordem, a combinação *Ion-Free* apresenta maior amplificação de ruído em relação às observáveis individuais. Essa amplificação é especialmente evidente em combinações com frequências mais próximas, como L2 e L5 no GPS, resultando em um fator de ruído amplificado. Por outro lado, em combinações como L1 e L5, o ruído é menor, tornando-se mais adequado para aplicações como o PPP (TEGEDOR & ØVSTEDAL, 2014; DEO & EL-MOWAFY, 2017).

A influência da camada ionosférica no posicionamento GNSS depende da frequência do sinal emitido pelos satélites e é proporcional ao valor do TEC. Um efeito que agrava a acurácia no PPP é a cintilação ionosférica, causada pelas bolhas de plasma ionosféricas e podendo ocasionar perda do sinal. Estudos evidenciam que a amplitude da cintilação é intensificada em torno dos picos da EIA (*Equatorial Ionospheric Anomaly*) e que a densidade de elétrons na região F da ionosfera controla a severidade da cintilação (SOUSASANTOS et al., 2024).

3.4.3 Perdas de Ciclos

Outro efeito que deve ser considerado são as perdas de ciclos (do inglês *cycle-slip*). Há diversas metodologias para a detecção desse fenômeno, e o presente trabalho utiliza o algoritmo *TurboEdit*, apresentado por Blewitt em 1990. Utilizam-se combinações lineares com faixas de frequências amplas (*Wide-Lane* - WL) para a fase e de frequências mais estreitas (*Narrow-Lane* - NL) para a pseudodistância. Assim, as combinações WL e NL são dadas por (BLEWITT, 1990):

$$\begin{aligned}\phi_{WL,u}^s &= \frac{f_{j1}}{f_{j1}-f_{j2}} \phi_{j1,u}^s - \frac{f_{j2}}{f_{j1}-f_{j2}} \phi_{j2,u}^s; \lambda_{WL}^G = \frac{C}{f_{j1}-f_{j2}} \\ PD_{NL,u}^s &= \frac{f_{j1}}{f_{j1}+f_{j2}} PD_{j1,u}^s - \frac{f_{j2}}{f_{j1}+f_{j2}} PD_{j2,u}^s\end{aligned}\quad (3.4.8)$$

sendo:

$\phi_{WL,u}^s$: combinação WL da observável fase (m);

$PD_{NL,u}^s$: combinação NL da observável pseudodistância (m);

f: frequência de uma determinada portadora “j” (Hz);

λ_{WL}^G : comprimento de onda da observável WL da fase da onda portadora (m).

Realiza-se uma estimativa a priori da ambiguidade WL ($N_{WL,u}^s$) por:

$$N_{WL,u}^s = \frac{\phi_{WL,u}^s - PD_{NL,u}^s}{\lambda_{WL}^G}. \quad (3.4.9)$$

A ambiguidade WL é estimada de forma independente a cada época. Logo, sua incerteza a priori é de $\sigma_N = 0,5\lambda_{WL}^G$. Considerando uma estimativa recursiva da ambiguidade como um estado em uma época k ($\langle N_{WL,u}^s \rangle_k$) e sua incerteza ($\sigma_{N,k}^2$) dada por:

$$\langle N_{WL,u}^s \rangle_k = \langle N_{WL,u}^s \rangle_{k-1} + k^{-1} [N_{WL,u}^s - \langle N_{WL,u}^s \rangle_{k-1}] \quad (3.4.10)$$

$$\sigma_{N,k}^2 = \sigma_{N,k-1}^2 + k^{-1} \left\{ [N_{WL,u}^s - \langle N_{WL,u}^s \rangle_{k-1}]^2 - \sigma_{N,k-1}^2 \right\}. \quad (3.4.11)$$

Os valores anômalos isolados são eliminados, e quaisquer dois valores anômalos consecutivos situados dentro de 1 ciclo são considerados como uma indicação de perdas de ciclos. A detecção também é dada quando o critério $|\langle N_{WL,u}^s \rangle_{k+1}| < \langle N_{WL,u}^s \rangle_k + 4\sigma_{N,k}$ não é atendido (BLEWITT, 1990), assim, uma nova estimativa da ambiguidade deve ser calculada, considerando esse parâmetro como um processo *White Noise* (seção 4.2.4).

3.5 Efeitos Sistemáticos Relacionados com o Receptor e a Estação

No contexto do PPP, é essencial considerar os efeitos sistemáticos relacionados ao receptor e à estação para garantir a compatibilidade com sistemas de referência globais, como o ITRF, e para minimizar erros sistemáticos nas coordenadas obtidas. Os principais efeitos abordados nesta seção são: marés terrestres e carga das marés oceânicas. Efeitos como movimento do polo, deslocamentos associados ao PCO/PCV dos receptores, multicaminho e a correção do ARP (*Antenna Reference Point*) foram negligenciados, uma vez que ainda não foram implementados na versão atual do software.

3.5.1 Marés Terrestres

As marés de corpos terrestres (*Earth Body Tides*), resultam da atração gravitacional do Sol e da Lua sobre a Terra. Essa força gera deslocamentos periódicos, tanto verticais quanto horizontais, que podem ser modelados por meio de uma expansão em harmônicos esféricos caracterizados pelos números de Love (h) e Shida (ℓ) (adota-se 0,6078 e 0,0847, respectivamente) (ELSHEIKH et al., 2023). Para modelar essas variações com uma precisão de até 5 mm, é suficiente considerar apenas as marés de grau 2 e um fator de correção de altura. A equação de deslocamento resultante é expressa em coordenadas cartesianas como (KOUBA et al., 2017):

$$\Delta \mathbf{r}_{\text{solid}}^{\text{EOP}} = \sum_{j=\text{sol}, \text{lua}} \frac{GM_j}{GM} \frac{\|\mathbf{R}_r\|}{\|\mathbf{R}_j\|} \left\{ [3\ell(\hat{\mathbf{R}}_j \cdot \hat{\mathbf{R}}_r)] \hat{\mathbf{R}}_j + \left[3\left(\frac{h}{2} - 1\right) (\hat{\mathbf{R}}_j \cdot \hat{\mathbf{R}}_r)^2 - \frac{h}{2} \right] \hat{\mathbf{R}}_r \right\} + \hat{\mathbf{R}}_r [-0,025 \sin(\phi) \cos(\phi) \sin(\theta_g + \lambda)], \quad (3.5.1)$$

sendo:

GM_j : constante nominal da força gravitacional do sol, ou lua (m^3/s^2);

R_j : posição do sol ou da lua;

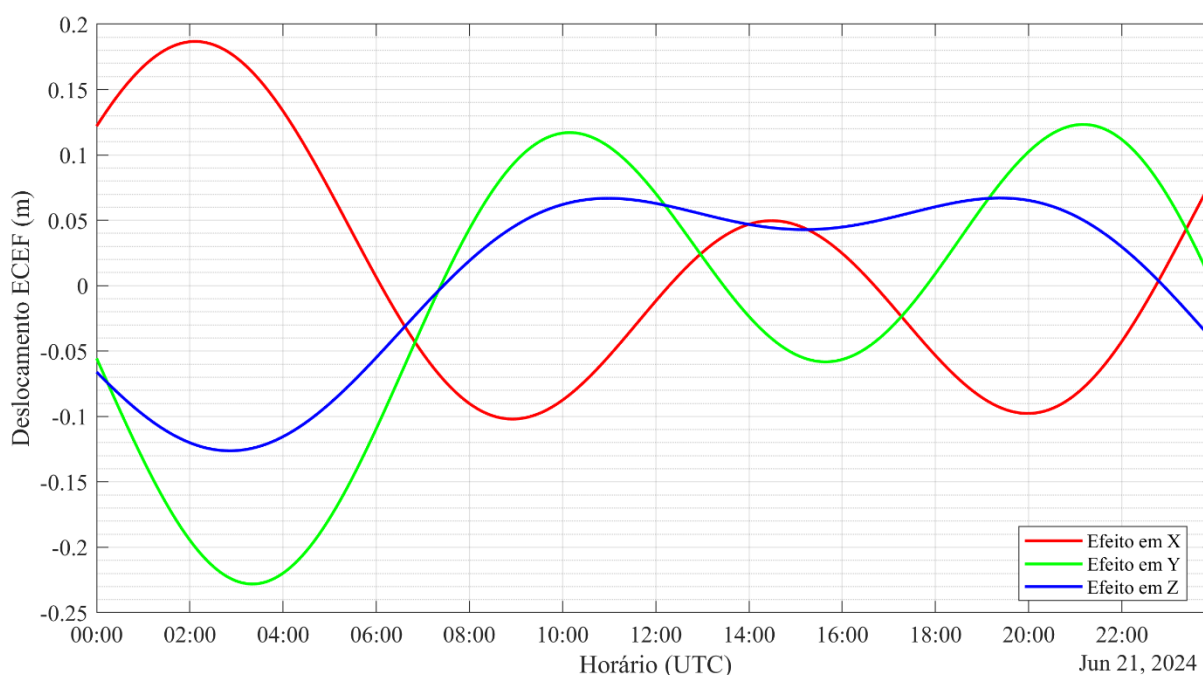
$\hat{\mathbf{R}}_r$ e $\hat{\mathbf{R}}_j$: vetor unitário do geocentro apontando para o receptor “r”, para o sol (caso $j = \text{sol}$) ou para lua (caso $j = \text{lua}$), respectivamente;

ϕ e λ : latitude e longitude do receptor (m);

θ_g : tempo sideral médio de Greenwich.

A magnitude desses deslocamentos varia até 30 cm na direção vertical e 5 cm na direção horizontal, com uma componente permanente dependente da latitude e outra periódica, associada a ciclos diurnos e semidiurnos, como pode-se observar na Figura 13.

Figura 13- Magnitude do efeito das marés terrestres para a estação PPTE no dia 21 de junho de 2024.



3.5.2 Carga das Marés Oceânicas

A carga das marés oceânicas é um efeito secundário das marés, causado pela resposta elástica da crosta terrestre à carga variável de água dos oceanos. Esse fenômeno resulta na deformação do fundo do mar e no deslocamento superficial das regiões adjacentes (McCARTHY & PETIT, 2003). Embora a magnitude desse deslocamento seja mais pronunciada na direção vertical, atingindo valores de até 10 cm em regiões costeiras, é aproximadamente uma ordem de grandeza menor que os deslocamentos causados pelas marés de corpos terrestres (LANGLEY et al., 2017). Por convenção, a carga das marés oceânicas não possui uma componente permanente e apresenta periodicidades predominantemente semidiurnas e diurnas (KOUBA et al., 2017).

Apesar de ser um fenômeno mais localizado do que as marés terrestres, a carga das marés oceânicas precisa ser considerada em aplicações que exigem precisão centimétrica, como o posicionamento em regiões costeiras, ou em soluções cinemáticas. Para posicionamento estático em estações a mais de 1000 km dos oceanos e em intervalos superiores a 24 horas, esse efeito pode ser negligenciado (KOUBA & HÉROUX, 2000).

Os deslocamentos devido à carga das marés oceânicas ($\Delta r_{c,ocean}^{EOP}$) em uma estação específica podem ser descritos por meio de uma série harmônica para cada um dos três eixos (c) do sistema de coordenadas local da estação (PETIT & LUZUM, 2010):

$$\Delta \mathbf{r}_{c, \text{ocean}}^{\text{EOP}} = \sum_j^{11} A_{c_j} \cos(\chi_j(t) - \Phi_{c_j}) \quad (3.5.2)$$

onde:

$\Delta \mathbf{r}_{c, \text{ocean}}^{\text{EOP}}$: vetor de deslocamento do local em coordenadas locais (radial, leste, sul);

A_{c_j} : amplitude específica da estação para cada onda de maré;

Φ_{c_j} : fase específica da estação;

χ_j : combinação linear de argumentos astronômicos dependentes do tempo, como as longitudes médias do Sol e da Lua;

j : representa as 11 ondas de maré, incluindo semidiurnas (M2, S2, N2, K2), diurnas (K1, O1, P1, Q1) e de longo período (Mf, Mm, Ssa).

As amplitudes e as fases são obtidas a partir de modelos globais de marés oceânicas e variam de acordo com a localização da estação. Esses valores podem ser calculados por serviços especializados, como os disponibilizados por M. S. Bos e H.-G. Scherneck (<https://barre.oso.chalmers.se/loading/1.php>) (Acesso em 20 dez. 2024).

Além disso, a carga das marés oceânicas também induz variações periódicas no centro de massa (CM) da Terra em relação a um sistema fixo na crosta, alinhado com o centro médio da Terra. No entanto, tais deslocamentos do CM normalmente não são relevantes para usuários de PPP, uma vez que os produtos orbitais do GNSS, como os fornecidos pelo IGS, são referidos a um sistema fixo na crosta, como o ITRF.

4 POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO

O posicionamento refere-se à determinação da localização de um objeto em relação a um referencial específico (MONICO, 2008). Dependendo do método utilizado, pode ser classificado de diversas maneiras. Quando as coordenadas são determinadas diretamente em relação ao geocentro, o processo é denominado posicionamento absoluto ou por ponto. Por outro lado, se as coordenadas são estimadas em relação a um ponto cuja posição já é conhecida, trata-se de um posicionamento relativo (MONICO, 2008; SEEBER, 2003). Este capítulo está organizado em quatro seções. A seção 4.1 apresenta o conceito do PPP, destacando seu funcionamento geral e o modelo funcional adotado. A seção 4.2 descreve o processo de ajustamento das observações GNSS, com ênfase na formulação matemática e no modelo estocástico aplicado. A seção 4.3 aborda os procedimentos de controle de qualidade utilizados na validação das observações, assim como as estratégias de suavização aplicadas aos parâmetros estimados. Por fim, a seção 4.4 trata da análise da Diluição de Precisão (DOP) e da avaliação da acurácia posicional com base no Sistema Geodésico Local (SGL).

4.1 Conceito do Método e Modelo Funcional do PPP

Quando um receptor coleta simultaneamente observações de pseudodistância de pelo menos quatro satélites (considerando apenas um sistema), é possível estimar sua posição tridimensional. Cada observação coletada gera uma equação, que será parte do sistema de equações do ajustamento pelo método paramétrico (seção 4.2.1), fundamentado na equação da pseudodistância (Equação (3.1.1)), assim caracterizando o PPS (Posicionamento por Ponto Simples). O PPP surge como alternativa ao posicionamento relativo, sendo necessário para tal o uso de apenas um receptor a nível de usuário (ODIJK, 2017). Para obter uma melhor acurácia, utilizam-se dados de fase de batimento da onda portadora e de pseudodistância com dupla ou até tripla frequência. Este método pode ser aplicado tanto em tempo real quanto no modo pós-processado (TEUNISSEN, 2020).

Para estimar o erro do relógio do receptor em relação ao tempo de recepção, é necessário realizar um ajustamento das observações das pseudodistâncias dos sinais dos satélites. Essa estimativa é uma combinação de fatores, incluindo o atraso de hardware do receptor e o erro verdadeiro do relógio, conforme descrito na Equação (4.1.1) (ODIJK, 2017).

$$\delta t_{r,j}^G = \delta t_r(t_k) + \delta_{r,j}^G(t_k). \quad (4.1.1)$$

Para realizar o PPS, é necessário calcular tanto a posição tridimensional (X^s, Y^s e Z^s) quanto o erro do relógio do satélite no momento da transmissão do sinal (t_t^s), ajustado para compensar os efeitos relativísticos e o atraso de hardware do satélite (DACH, MONTENBRUCK e PRANGE, 2014; KOUBA, 2009). Além disso, deve-se corrigir os efeitos sistemáticos que afetam as medições, como o atraso neutrosférico, atraso ionosférico e TGD/DCB. No caso do PPP, necessita-se de correções precisas para os relógios dos receptores, da estimativa de uma componente residual do atraso neutrosférico zenital total e das ambiguidades da fase (DAVIS et al., 1985; TEUNISSEN, 2020). Essas correções podem ser estimadas utilizando o Filtro de Kalman, um método de estimação que considera o comportamento estocástico das variáveis envolvidas (seção 4.2.4). Quando se dispõe de receptores de dupla frequência, é possível aplicar a combinação linear livre de ionosfera (*Ion-Free*), que é uma técnica eficaz para eliminar os efeitos ionosféricos de primeira ordem (seção 3.4.2). A distância geométrica é então calculada com base na diferença entre as coordenadas do satélite (no instante da transmissão) e as coordenadas do receptor (X_r, Y_r, Z_r), conforme descrito por (MONICO, 2008):

$$\rho_r^s = \sqrt{(X^s(t_t^s) - X_r(t_k))^2 + (Y^s(t_t^s) - Y_r(t_k))^2 + (Z^s(t_t^s) - Z_r(t_k))^2} \quad (4.1.2)$$

A equação da pseudodistância e da fase livre da ionosfera é dada de modo simplificado por (KOUBA et al., 2017):

$$\begin{aligned} PD_{IF,r}^s &= \rho_r^s(t_k, t_t^s) + C[\delta t_{r,j}^G(t_k) - \delta t_{IF}^{s,G}(t_t^s)] + T_r^s(t_k) + m_f^s Zwd_r^s(t_k) + \varepsilon_{PD,r,IF}^G \\ \varphi_{IF,r}^s &= \rho_r^s(t_k, t_t^s) + C[\delta t_{r,j}^G(t_k) - \delta t_{IF}^{s,G}(t_t^s)] + T_r^s(t_k) + m_f^s Zwd_r^s(t_k) + \lambda_{IF}^G N_{IF,r}^s + \varepsilon_{\varphi,r,IF}^G, \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

em que:

$\delta t_{IF}^{s,G}$: erro do relógio do satélite

$N_{IF,r}^s$: ambiguidade da observável *Ion-Free* da fase da onda portadora (ciclos);

$\varepsilon_{PD/\varphi,r,IF}^G$: erro da pseudodistância/fase *Ion-Free* devido aos efeitos não modulados e aleatórios;

Zwd_r^s : resíduo da componente úmida do atraso de propagação da atmosfera neutra na direção do zênite;

m_f^s : função de mapeamento de Zwd_r^s para a direção receptor-satélite.

A linearização da equação da fase e da pseudodistância *Ion-Free*, considerando o receptor r e o satélite s será então dada por (MARQUES, 2012; MONICO, 2008; ODJIK, 2017):

$$\begin{aligned} E\{\Delta PD_{IF,r}^s\} &= -\frac{X^s - X_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta X_r) - \frac{Y^s - Y_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta Y_r) - \frac{Z^s - Z_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta Z_r) + C(\delta t_{r,j}^G) + m_f^s Zwd_r^s \\ E\{\Delta \phi_{IF,r}^s\} &= -\frac{X^s - X_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta X_r) - \frac{Y^s - Y_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta Y_r) - \frac{Z^s - Z_r^0}{(\rho_r^s)^0} (\Delta Z_r) + C(\delta t_{r,j}^G) + m_f^s Zwd_r^s + \lambda_{IF}^G N_{IF,r}^s, \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

em que:

ΔPD : diferença entre a pseudodistância observada e a calculada (vetor L para pseudodistância).

$\Delta \phi$: diferença entre a fase de batimento da onda portadora observada e a calculada (vetor L para fase).

ρ_r^s é a distância geométrica calculada em função dos parâmetros aproximados e $E\{\cdot\}$ representa operador de esperança matemática.

A Equação (4.1.4) linearizada pode então ser escrita na forma matricial para o PPP por (ODJIK, 2017):

$$E\left\{\begin{matrix} \Delta PD_{IF,r}^s \\ \Delta \phi_{IF,r}^s \end{matrix}\right\} = AX = \begin{bmatrix} -\frac{X^s - X_r^0}{(\rho_r^s)^0} & -\frac{Y^s - Y_r^0}{(\rho_r^s)^0} & -\frac{Z^s - Z_r^0}{(\rho_r^s)^0} & 1 & m_f^s & 0 \\ -\frac{X^s - X_r^0}{(\rho_r^s)^0} & -\frac{Y^s - Y_r^0}{(\rho_r^s)^0} & -\frac{Z^s - Z_r^0}{(\rho_r^s)^0} & 1 & m_f^s & \lambda_{IF}^G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_r \\ \Delta Y_r \\ \Delta Z_r \\ C(\delta t_{r,j}^G) \\ Zwd_r^s \\ N_{IF,r}^s \end{bmatrix}. \quad (4.1.5)$$

Os termos $(\Delta X_r, \Delta Y_r, \Delta Z_r, \delta t_{r,j}^G, Zwd_r^s$ e $N_{IF,r}^s)$ são as correções aos parâmetros incógnitos (coordenadas e erro do relógio do receptor, resíduo da componente úmida do atraso neutrosférico e ambiguidades). Deste modo, o número de parâmetros a ser estimado é igual a $4 + G + s$, sendo G o número de sistemas utilizados e s o número de satélites (uma ambiguidade para cada SV).

4.2 Ajustamento das Observações GNSS

Os modelos matemáticos utilizados na realização do ajustamento recursivo são descritos em Camargo (1992), Gemael (1994), Marques (2012) e Teunissen (2001). A formulação que será apresentada segue a metodologia do MMQ (Método dos Mínimos

Quadrados). Um sistema caracterizado como inconsistente com n equações e m parâmetros incógnitos, torna-se consistente com a introdução do vetor dos resíduos ${}_nV_1$:

$$L_b = AX + V, n > m = \text{Car}[A]; D\{L_b\} = \Sigma_{L_b}, \quad (4.2.1)$$

sendo L_b o vetor de observações originais, A a matriz Jacobiana (ou Design), X o vetor de parâmetros incógnitos, Σ_{L_b} a MVC (Matriz Variância-Covariância) das observações originais, $D\{.\}$ o operador de dispersão e $\text{Car}[A]$: Característica da matriz A (*rank*).

4.2.1 Método Paramétrico

Para realizar o cálculo dos parâmetros ajustados (X_a), o número de observações (n) deve ser no mínimo, igual ao número de parâmetros (m). A maioria das equações de posicionamento geodésico são não lineares, por isso, deve-se realizar uma linearização através de séries de Taylor, assim como demonstra-se na equação (GEMAEL, 1994):

$$L_a = F(X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} X. \quad (4.2.2)$$

L_a representa o vetor das observações ajustadas ($n \times 1$), dado pela soma das observações originais ($n \times 1$) com o vetor dos resíduos ($n \times 1$): $L_a = L_b + V$. Designando $L_0 = F(X_0)$ como uma função do vetor dos parâmetros aproximados, de tamanho ($n \times 1$) e a matriz A (matriz das derivadas parciais de tamanho $n \times m$) como $\left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0}$. Logo, pode-se escrever uma equação da seguinte forma, sabendo que $L = L_0 - L_b$:

$$L_b + V = L_0 + AX \rightarrow V = AX + L. \quad (4.2.3)$$

Então deve-se recorrer ao princípio do MMQ, ao qual tem como princípio de que a soma do quadrado dos resíduos deve ser o mínimo. Quando se utiliza uma ponderação, inclui-se uma matriz peso ($n \times n$) (seção 4.2.4). Logo, a equação do MMQ para o método paramétrico é descrita por uma função densidade de probabilidade (ϕ) como:

$$\phi = V^t P V = X^T A^T P A X + X^T A^T P L + L^T P A X + L^T P L = \min, \quad (4.2.4)$$

sendo P a matriz peso. Em matemática, considera-se mínimo como um número tendendo a zero. Para adotar o resultado como zero, deve-se realizar a derivada parcial primeira em relação ao vetor dos parâmetros dessa equação, resultando em:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 2A^T P A X + 2A^T P L = 0. \quad (4.2.5)$$

Logo, com essa equação, adotando a matriz normal N (tamanho $m \times m$) $= A^T P A$ e uma auxiliar U (tamanho $m \times 1$) $= A^T P L$, pode-se obter o vetor das correções dos parâmetros e posteriormente o vetor dos parâmetros ajustados, de ordem $m \times 1$:

$$X_a = X_0 + X \rightarrow X = -N^{-1}U. \quad (4.2.6)$$

Para obter o resultado da qualidade do ajustamento, deve-se calcular o fator de variância sigma a posteriori. Para realizar este cálculo, deve-se seguir a Equação (4.2.7). A variável “r” representa os graus de liberdade, ou redundância, que é calculado pela subtração do número de observações pelo número de parâmetros, logo $r = n - m$.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{r}. \quad (4.2.7)$$

Sabe-se que a variância a posteriori é um número escalar, logo sua ordem é de 1×1 . Com este elemento calculado, pode-se calcular a MVC dos parâmetros ajustados de ordem $m \times m$, através da Equação (4.2.8).

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1}. \quad (4.2.8)$$

4.2.2 Método Recursivo

Encontrar um valor para X que minimize o comprimento do vetor ${}_n V_1 = (L_b - AX)$ é o objetivo do MMQ quando generalizado pela introdução da matriz Peso (P). Logo, a solução única para o estimador de X ($\hat{X}$) é dada por (GEMAEL, 1994):

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L_b. \quad (4.2.9)$$

Ao supor que $E\{V\}=0$, aplicando a esperança matemática na Equação (4.2.1), tem-se:

$$E\{L_b\} = AX. \quad (4.2.10)$$

Considerando que dois conjuntos diferentes de observações foram coletados, sendo estes representados por L_{b_1} e L_{b_2} , com base na Equação (4.2.9), considera-se o seguinte modelo:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} L_{b_1} \\ L_{b_2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} X; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} L_{b_1} \\ L_{b_2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{L_{b_1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{b_2}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.11)$$

Assumindo que os conjuntos de observações L_{b_1} e L_{b_2} são não correlacionados, a solução por MMQ ($\hat{X}_{(2)}$) pode ser calculada do seguinte modo (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_{(2)} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} + A_{(2)}^T \Sigma_{L_{b_{(2)}}}^{-1} A_{(2)} \right)^{-1} \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} \hat{X}_{(1)} + A_{(2)}^T \Sigma_{L_{b_{(2)}}}^{-1} L_{b_{(2)}} \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_{(2)}} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} + A_{(2)}^T \Sigma_{L_{b_{(2)}}}^{-1} A_{(2)} \right)^{-1}, \end{cases} \quad (4.2.12)$$

em que $\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}$ é a MVC da estimativa de $\hat{X}_{(1)}$, utilizando apenas a primeira observação do conjunto $L_{b_{(1)}}$. Logo, aplicando na Equação (4.2.11), tem-se:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(1)} \\ L_{b_2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} I \\ A_2 \end{bmatrix} X; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(1)} \\ L_{b_2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{(1)}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{b_2}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.13)$$

Observando o conjunto de Equações (4.2.12) e (4.2.13), nota-se que o modelo particionado presente na Equação (4.2.11) pode ser resolvido em dois passos. O primeiro passo é realizar a estimativa de $\hat{X}_{(1)}$ e $\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}$. O segundo utiliza-se dessa estimativa em conjunto ao vetor de observações L_{b_2} e $\Sigma_{L_{b_2}}$, assim permitindo a obtenção de $\hat{X}_{(2)}$ e sua MVC $\Sigma_{\hat{X}_{(2)}}$. Então demonstrando que para a obtenção da estimativa dos parâmetros em $\hat{X}_{(2)}$ não é necessário realizar o armazenamento de observações passadas, como por exemplo o conjunto L_{b_1} (TEUNISSEN, 2001). Ao considerar o conjunto de observações L_{b_i} ($i=1,2,\dots,k$), tem-se que:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{b_k} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} I \\ A_k \end{bmatrix} X; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{b_k} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{b_k}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.14)$$

A primeira estimativa dos parâmetros ($\hat{X}_{(0)}$) é realizada pelo MMQ padrão, assim inicializando o processo recursivo. O estimador $\hat{X}_{(k)}$ pode então ser obtido em relação à

estimativa anterior $\hat{X}_{(k-1)}$ e da observação atual L_{b_n} . Logo, aplicando na Equação (4.2.12), tem-se a equação de atualização de medida:

$$\begin{cases} \hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + \underbrace{\Sigma_{\hat{X}_{(k)}} A_{(k)}^T \Sigma_{L_{b(k)}}^{-1}}_{K_k} \underbrace{(L_{b(k)} - A_{(k)} \hat{X}_{(k-1)})}_{V_k} \\ \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}}^{-1} + A_{(k)}^T \Sigma_{L_{b(k)}}^{-1} A_{(k)} \right)^{-1}, \end{cases} \quad (4.2.15)$$

sendo V_k o vetor de resíduo predito, $A_{(k)} \hat{X}_{(k-1)}$ a predição da observação atual $L_{b(k)}$ e K_k a matriz ganho, assim:

$$\begin{cases} \hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + K_k V_k \\ \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} = (I - K_k A_k) \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} \end{cases}. \quad (4.2.16)$$

4.2.3 Filtro de Kalman

Muitas aplicações da Geodésia requerem a determinação de estados que variam no tempo, como é o caso da estimativa da trajetória de satélites ou de receptores em movimento. Nesses contextos, os parâmetros a serem determinados (como a posição e a velocidade) são modelados como variáveis dinâmicas, dependentes do tempo. Assim, deve-se considerar a estimativa da posição em um determinado instante, determinando o “vetor estado” $X_{(t)}$. O Filtro de Kalman é um método recursivo para estimar o vetor estado de um sistema dinâmico, de maneira que o erro médio quadrático predito é minimizado. Assumindo que $X_{(t)}$ pode ser modelado pela equação diferencial do estado linear variando de acordo com o tempo e $Z_{(t)}$ um vetor de ruídos, tem-se (BROWN; HWANG, 1997; CAMARGO, 1992; GELB et al., 1974; GEMAEL, 1994):

$$\dot{X}_{(t)} = F_{(t)} X_{(t)} + G_{(t)} Z_{(t)}, \quad (4.2.17)$$

no qual $F_{(t)}$ e $G_{(t)}$ são matrizes retangulares cujos elementos variam com o tempo. Para uma dada época t_k , a solução da Equação (4.2.17) é dada por:

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \underbrace{\int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau} G_{(\tau)} Z_{(\tau)} d\tau}_{W_k}, \quad (4.2.18)$$

em que $\Phi_{k,k-1}$ é a matriz estado de transição de um tempo t_{k-1} para t_k , relacionando os vetores estados X_{k-1} e X_k . W_k é o vetor de diferenças para épocas $k = (1, 2, \dots)$ no modelo dinâmico. Assumindo $Z_{(\tau)}$ e W_k como observáveis, suas matrizes covariância são dadas por:

$$\Sigma Z_{(t_{k-1}, t_k)} = \sigma^2 Z_{t_{k-1}} \delta_{(t_{k-1}, t_k)} \quad (4.2.19)$$

$$\Sigma W_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau} G_{(\tau)} \sigma^2 Z_{\tau} G_{(\tau)}^T \Phi_{k,\tau}^T d\tau, \quad (4.2.20)$$

sendo $\delta_{(t_{k-1}, t_k)}$ a função delta de Dirac. Aplicando a lei da propagação na Equação (4.2.20):

$$E\{(W_k - E\{W_k\})(W_k - E\{W_k\})^T\} = \Sigma W_k \delta_{kl}, \quad (4.2.21)$$

em que o índice T indica uma operação transposta e δ_{kl} é a delta Kronecher, em que $\delta_{kl} = 1$ ou 0 para $k = l$ ou $k \neq l$, respectivamente. O vetor de correções ao modelo W_k pode ser denotado como uma “sequência branca” do sistema dinâmico, assumindo então que este não é correlacionado com o tempo, afetando o vetor estado durante o intervalo das épocas t_{k-1} e t_k . Vale ressaltar que W_k tem distribuição normal com média zero, então $W_k \sim N(0, \Sigma W_k)$ (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 1998). O modelo de observações para o vetor estado X_k é dado por:

$$L_b^k = A_k X_k + V_k; \quad V_k \sim N(0, \Sigma V_k), \quad (4.2.22)$$

em que L_b^k é o vetor de observações do modelo dinâmico, A_k é a matriz jacobiana que relaciona as observações ao vetor estado X_k e V_k é o vetor de sequência branca do modelo de medida (GELB et al., 1974).

Particularizando para os modelos matemáticos envolvidos no posicionamento geodésico, em maior parte, têm-se equações não lineares, necessitando de uma linearização por séries de Taylor. O modelo discreto e não linear pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} X_k &= f_{k,k-1}(X_{k-1}) + W_k \\ L_b^k &= g_k(X_k) + V_k, \end{aligned} \quad (4.2.23)$$

sendo $f_{k,k-1}(X_{k-1})$ e $g_k(X_k)$ as funções de transição do vetor estado não linear, dependentes das épocas t_{k-1} e t_k , respectivamente. A linearização dos pontos $\bar{X}_{k-1}$ e $\bar{X}_k$, aos quais representam a aproximação de X_{k-1} e X_k , é dada por (CAMARGO, 1992; GELB et al, 1974):

$$\begin{aligned}
f_{k,k-1}(X_{k-1}) &= \underbrace{f_{k,k-1}(\bar{X}_{k-1})}_{X_{k,k-1}^0} + \underbrace{\frac{\partial f_{k,k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \bigg|_{X_{k-1}=\bar{X}_{k-1}}}_{\Phi_{k,k-1}} (X_{k-1} - \bar{X}_{k-1}) + \dots \\
g_k(X_k) &= \underbrace{g_k(\bar{X}_k)}_{L_k^0} + \underbrace{\frac{\partial g_k(X_k)}{\partial X_k} \bigg|_{X_k=\bar{X}_k}}_{A_k} (X_k - \bar{X}_k) + \dots
\end{aligned} \tag{4.2.24}$$

$$\begin{aligned}
X_k &= X_{k,k-1}^0 + \Phi_{k,k-1} (X_{k-1} - \bar{X}_{k-1}) + W_k \\
L_k^b &= L_k^0 + A_k (X_k - \bar{X}_k) + V_k.
\end{aligned} \tag{4.2.25}$$

Apresentado o Filtro de Kalman linearizado, pode-se então inicializar a predição, ou ciclo de propagação através de:

$$\begin{aligned}
X_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + W_k \\
\Sigma X_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \Sigma X_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Sigma W_k,
\end{aligned} \tag{4.2.26}$$

assim, permitindo a inicialização do ciclo de atualização, ou filtragem, de modo iterativo por:

$$\begin{aligned}
X_k^{i+1} &= X_{k,k-1} + K_k^i [(L_k^k - L_k^{0,i}) - A_k^i (X_{k,k-1} - X_k^i)] \\
\Sigma X_k^{i+1} &= (I - K_k^i A_k^i) \Sigma X_{k,k-1},
\end{aligned} \tag{4.2.27}$$

sendo i o identificador da iteração e a matriz ganho dada por (CAMARGO, 1992):

$$K_k^i = \Sigma X_{k,k-1} A_k^{i,T} \left(A_k^i \Sigma X_{k,k-1} A_k^{i,T} + \Sigma L_b^k \right)^{-1}. \tag{4.2.28}$$

4.2.4 Modelo Estocástico

Um modelo estocástico é uma representação matemática de um sistema no qual a aleatoriedade desempenha um papel fundamental. Ao contrário dos modelos determinísticos, que preveem resultados para um conjunto específico de condições iniciais, os modelos estocásticos incorporam a incerteza ao considerar a variabilidade inerente aos processos (GELB et al, 1974; ROSS, 2010). Essa abordagem reconhece que as variáveis de entrada não têm valores determinísticos, mas seguem distribuições de probabilidade, refletindo a imprevisibilidade inerente a muitos fenômenos do mundo real. Os modelos estocásticos são frequentemente aplicados em situações em que fatores aleatórios desempenham um papel significativo. Esses modelos proporcionam uma maneira eficaz de capturar a complexidade e

a variabilidade inerentes a sistemas dinâmicos, tornando-os valiosos para análises e previsões em cenários incertos (ROSS, 2010).

No PPP, pode-se considerar o termo ΣL_b^k como a MVC das observações originais na época k , simétrica de ordem n , com correlação nula entre as medidas (observáveis). Considerando a combinação linear *Ion-Free* para pseudodistância e fase da onda portadora como observações originais, têm-se:

$$\Sigma L_b^k = \begin{bmatrix} \sigma_{PD_{IF,r}^{1,G}}^2 & & & & 0 \\ & \sigma_{\phi_{IF,r}^{1,G}}^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \sigma_{PD_{IF,r}^{s,G}}^2 & \\ 0 & & & & \sigma_{\phi_{IF,r}^{s,G}}^2 \end{bmatrix}, \quad (4.2.29)$$

em que $\sigma_{PD_{IF,u}^{s,G}}^2$ e $\sigma_{\phi_{IF,u}^{s,G}}^2$ são as incertezas das observáveis de pseudodistância e de fase *Ion-Free*, respectivamente. Essas variáveis podem ser obtidas através da função seno do ângulo de elevação (E_u^s) (DALBELLO et al., 2008; SILVA, 2009; ZAUPA, 2022). A incerteza a priori adotada para as observáveis de fase ($\sigma_{\phi_{j,u}^0}$) e pseudodistância ($\sigma_{PD_{j,u}^0}$) é de 0,008 m e 0,800 m para a primeira frequência, respectivamente, de acordo com Veetil et al. (2020). Para a segunda frequência, pode-se utilizar as incertezas de 0,010 m e 1,000 m, respectivamente. No caso de múltiplas constelações pode-se adotar um fator de ponderação (ρ_j^G), de acordo com Cai et al. (2015), Kazmierski et al. (2018) e Zaupa (2022). Assim, as incertezas destacadas na Equação (4.2.29) podem ser obtidas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{PD_{IF,u}^{s,G}}^2 &= \left(m_{j1} \rho_{j1}^G \sigma_{PD_{j1,u}^s}^2 + m_{j2} \rho_{j2}^G \sigma_{PD_{j2,u}^s}^2 \right) \text{sen}^{-2}(E_u^s) \\ \sigma_{\phi_{IF,u}^{s,G}}^2 &= \left(m_{j1} \rho_{j1}^G \sigma_{\phi_{j1,u}^s}^2 + m_{j2} \rho_{j2}^G \sigma_{\phi_{j2,u}^s}^2 \right) \text{sen}^{-2}(E_u^s) \end{aligned} \quad (4.2.30)$$

Considerando um fator de variância de peso unitário sigma a priori σ_0^2 (utiliza-se 1 m² com o intuito de facilitar as futuras operações), têm-se a configuração da matriz Peso dada por:

$$P = \sigma_0^2 \Sigma L_b^{k-1} \stackrel{\sigma_0^2 = 1 \text{m}^2}{\rightleftharpoons} P = \Sigma L_b^{k-1}. \quad (4.2.31)$$

Na modelagem do Filtro de Kalman o vetor estado do processo estocástico é dado por X_k , em que o processo original L_b^k é necessário para a obtenção de uma combinação linear do sistema de variáveis (MARQUES, 2012). Como observado na Equação (4.2.26), para um ciclo de propagação, um processo aleatório linear contínuo no tempo assume um vetor estado e sua respectiva MVC. Inicialmente a matriz de transição $\Phi_{k,k-1}$, o ruído do processo W_k e sua MVC ΣW_k são caracterizadas por uma matriz nula. A determinação da matriz de transição de estado e da MVC do ruído do processo geralmente é baseada em modelos físicos que descrevem o problema de estimação (BIERMAN, 1976; GELB et al., 1974). O processo de Gauss-Markov de primeira ordem é amplamente utilizado no posicionamento devido à sua adaptação a uma ampla variedade de processos físicos com razoável precisão, além de oferecer uma descrição matemática simples (BROWN & HWANG, 1997). Considerando e^x uma função exponencial, β a correlação do parâmetro com o tempo e as épocas t_k e t_{k-1} têm-se:

$$\begin{aligned}\Phi_{k,k-1} &= e^{-\beta(t_k - t_{k-1})} \\ \Sigma W_k &= \frac{\Sigma_k}{2\beta} [1 - e^{-2\beta(t_k - t_{k-1})}].\end{aligned}\quad (4.2.32)$$

Para o posicionamento estático, a matriz de transição pode ser considerada como:

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{pmatrix} \overset{X_r}{\underbrace{1}} & \overset{Y_r}{\underbrace{0}} & \overset{Z_r}{\underbrace{0}} & \overset{\delta t_{r,j}^G}{\underbrace{0}} & \overset{Z_{wd}}{\underbrace{0}} & \overset{N_r^s}{\underbrace{0}} \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 1 & \\ 0 & & & & & 1 \text{ ou } 0 \end{pmatrix}, \quad (4.2.33)$$

por conta dos parâmetros de posição calculados no vetor estado serem considerados invariáveis de acordo com o tempo. No entanto, para o posicionamento cinemático, em que as coordenadas do receptor mudam a cada época, assume-se que esses parâmetros variam com o tempo. Por isso, os termos da matriz de transição associados às componentes de posição passam a ser representados por zero, e as respectivas variâncias são modeladas como *white noise*. O processo discreto *white noise* pode ser derivado do processo Gauss-Markov de primeira ordem ao fazer com que β tenda ao infinito. Nesse caso, a função de autocorrelação descrita na Equação (4.2.32) e até mesmo a covariância do processo, que se correlaciona exponencialmente, são nulas, indicando ausência de correlação de uma época para outra. Portanto, a MVC do processo *white noise* requer a reinicialização da estimativa do parâmetro

estocástico (recebe zero na matriz de transição e uma incerteza muito grande para a próxima época) ao final de cada etapa (GELB et al., 1974; MARQUES, 2012). O erro do relógio varia em função da estabilidade de sua frequência, mas geralmente é ajustado em um processo *white noise* para acomodar a ocorrência imprevisível de reinicializações do relógio (KOUBA et al., 2017). Caso não haja perdas de ciclos, a ambiguidade é passada para a próxima época como uma constante, ou seja, receberá 1 na matriz de transição e 0 na MVC dos ruídos. Se houver, a estimativa da ambiguidade é também tratada como um processo *white noise*. Outro processo a ser destacado é o *random walk*, que surge da integração de sinais estatisticamente independentes. Seu nome deriva do exemplo de um indivíduo que caminha em passos de comprimento fixo em direções arbitrárias. Também pode ser derivado do processo de Gauss-Markov de primeira ordem, porém fazendo β tender a zero. Nessa configuração, a componente exponencial da Equação (4.2.32) torna-se unitária, e a função de autocorrelação, pela regra de l'Hospital é igual à variância do processo estocástico (GELB et al., 1974; STRANG & BORRE, 1997).

4.3 Controle de Qualidade e Suavização dos Parâmetros

O controle de qualidade visa avaliar a qualidade do ajustamento, permitindo o gerenciamento da qualidade das observações com o modelo, identificação de erros evidentes e adaptação ao modelo adotado. O controle de qualidade é subdividido em detecção, identificação e adaptação (DIA) (CAMARGO, 1992; MACHADO & MONICO, 2004; ZAMINPARDAZ & TEUNISSEN, 2023).

Na fase de detecção, são identificados prováveis erros nas observações. Para solucionar esses erros, aplica-se o teste Qui-Quadrado (GEMAEL, 1994). Deve-se a priori obter o vetor dos resíduos preditos $\hat{V}_k$, bem como sua MVC $\Sigma_{\hat{V}_k}$ no filtro de Kalman, dados por (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned}\hat{V}_k &= L_b^k - L_k^0 \\ \Sigma_{\hat{V}_k} &= \left(A_k^i \Sigma X_{k,k-1} A_k^{iT} + \Sigma L_b^k \right).\end{aligned}\tag{4.3.1}$$

As hipóteses nula (κ_0) e alternativa (κ_1) são definidas, e o valor calculado ($\dagger$) é comparado a um valor crítico tabelado (Qui-quadrado), dado por (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned}\kappa_0: E\{\hat{V}_k\} &= 0 \\ \kappa_1: E\{\hat{V}_k\} &= C_{V_k} \nabla\end{aligned}\tag{4.3.2}$$

$$t = \hat{\nabla}_k^T \Sigma_{\hat{\nabla}_k} \hat{\nabla}_k, \quad (4.3.3)$$

em que ∇ é a média (desconhecida em κ_1) do resíduo predito $\hat{\nabla}_k$, com sua MVC $\Sigma_{\hat{\nabla}_k}$. O índice C_{V_k} representa o vetor da redundância parcial (vetor n-dimensional que contém elementos unitários para observações testes e zero para outras posições). Caso $t < \chi_{m-n, 1-\alpha}^2$ a hipótese nula não é rejeitada; caso contrário, indica a presença de problemas no ajustamento, exigindo a etapa de identificação. Esta visa localizar a fonte do erro identificado na etapa de detecção. Utiliza-se o teste *Data Snooping*, calculando correções normalizadas ($\mathfrak{M}_k$) conforme a Equação (4.3.4) (CAMARGO, 1992).

$$\mathfrak{M}_k = \frac{C_{V_k}^T \Sigma_{\hat{\nabla}_k}^{-1} \hat{\nabla}_k}{\sqrt{C_{V_k}^T \Sigma_{\hat{\nabla}_k}^{-1} C_{V_k}}}. \quad (4.3.4)$$

Sabe-se que $\mathfrak{M}_k$ segue uma distribuição normal N, necessitando realizar uma busca para encontrar o maior valor de $\mathfrak{M}_k$ entre todas as hipóteses alternativas especificadas, o que proporcionará a identificação do erro mais provável no modelo. A hipótese nula para o maior valor de $\mathfrak{M}_k$ será rejeitada se esse valor for superior ao valor crítico de $N_{\alpha/2}(0,1)$.

No PPS, a forma mais simples de realizar a adaptação é eliminar as observações que apresentaram erros. Além da exclusão, é necessário repetir o procedimento de ajustamento. Importante destacar que existem outros métodos de adaptação, como mencionado por Teunissen (1985). No caso do Posicionamento por Ponto, em que as observações são não diferenciadas (mas sim combinadas), a matriz de covariância das observações é diagonal devido à independência entre as observações (seção 4.2.4). Assim, para o PPP, considerando uma observação $L_b^k(i)$ com variância $\Sigma L_b^k(i,i)$, um esquema de filtragem robusto iterativo aprimorado é utilizado para ajustar a variância das observações de acordo com a função IGG III (*Institute of Geodesy and Geophysics*) (ZHANG & GUO, 2014):

$$\Sigma L_b^k(i,i) = \frac{\Sigma L_b^k(i,i)}{\mathfrak{I}_i}, \quad (4.3.5)$$

onde $\mathfrak{I}_i$ é o fator de inflação da variância. Considerando v_i o resíduo padronizado, e k_0 e k_1 são limiares arbitrários (adota-se 1,5 e 6,5, aproximadamente), tem-se:

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 \rightarrow |v_i| \leq k_0 \\ \frac{k_1 - k_0}{k_1 - |v_i|} \rightarrow k_0 < |v_i| \leq k_1 \\ 0 \rightarrow |v_i| > k_1 \end{cases} \quad (4.3.6)$$

Essa função de variância equivalente possui três segmentos: quando o resíduo é pequeno, a variância equivalente é igual à variância original; quando o resíduo é relativamente grande, mas ainda razoável, a variância equivalente é suavizada moderadamente; e quando o resíduo é significativamente grande e inaceitável, a variância equivalente se aproxima do infinito (o que equivale a ser removido). Diferente da estimativa robusta convencional, o esquema de filtragem robusta aprimorada não aplica a função de variância equivalente simultaneamente a todas as observações; ao invés disso, apenas a observação com o maior resíduo padronizado é processada pela função IGG III em cada iteração. Esta abordagem evita a redução da contribuição das observações menos ruidosas ou o risco de divergência do filtro (ZHANG & GUO, 2014; ZHANG et al., 2018).

Um fator adaptativo apropriado deve ser sensível às perturbações nos parâmetros ou aos erros no modelo dinâmico. Tanto os resíduos calculados na época (estado) quanto os resíduos preditos podem ser usados para construir o fator adaptativo. No entanto, quando tanto as medições quanto o modelo dinâmico são afetados por *outliers*, o filtro pode ter dificuldades em distingui-los, o que faz com que o fator adaptativo seja influenciado pelos resíduos estado. Além disso, o fator adaptativo baseado em resíduos estado pode não ser obtido quando há falta de observações suficientes (ZHANG & GUO, 2014; ZHANG et al., 2018). Para resolver isso, um modelo estatístico baseado em atualizações $V_{k,k-1}$ é construído, e uma função de três segmentos, semelhante ao esquema IGG III, é utilizada para adaptação (ZHANG & GUO, 2014):

$$V_{k,k-1} = \frac{\hat{V}_k^T \hat{V}_k}{\text{tr}(\Sigma_{\hat{V}_k})}$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1 \rightarrow V_{k,k-1} \leq k_0 \\ \frac{k_1 - k_0}{k_1 - V_{k,k-1}} \rightarrow k_0 < V_{k,k-1} \leq k_1 \\ 0 \rightarrow V_{k,k-1} > k_1 \end{cases} \quad (4.3.7)$$

O fator adaptativo α_k varia de 0 a 1, equilibrando as contribuições das novas medições e dos parâmetros atualizados para as novas estimativas. Este fator adaptativo controla o erro dinâmico como um todo, em vez de considerar o impacto do erro em elementos individuais. A

principal vantagem desta abordagem é que ela preserva a correlação entre os parâmetros de estado por meio da escalagem sincronizada da covariância e se alinha ao modelo de covariância equivalente, facilitando sua implementação prática (ZHANG & GUO, 2014; ZHANG et al., 2018). Assim, há uma mudança na matriz covariância dos resíduos, bem como na matriz ganho de Kalman, dados por (ZHANG et al., 2018):

$$\begin{aligned}\Sigma_{\hat{V}_k} &= \alpha_k^{-1} \left(A_k^i \Sigma X_{k,k-1} A_k^{iT} + \Sigma L_b^k \right) + \Sigma L_b^k \\ K_k^i &= (\alpha_k^{-1} \Sigma X_{k,k-1} A_k^{iT}) (\Sigma_{\hat{V}_k})^{-1}\end{aligned}\quad (4.3.8)$$

Na área de posicionamento geodésico, a suavização é uma técnica amplamente utilizada para refinar as estimativas do vetor estado, combinando informações de passagens progressiva (*forward*) e regressiva (*backward*) em sistemas dinâmicos. A suavização permite a obtenção de estimativas mais precisas, pois considera as observações anteriores e posteriores de um intervalo de tempo, reduzindo os efeitos de erros e incertezas associados ao modelo dinâmico e às observações (VERHAGEN & TEUNISSEN, 2017; ZHANG et al., 2021).

Dentre as abordagens de suavização, destaca-se o método *forward-backward*, baseado em dois processos complementares: a filtragem *forward*, que utiliza o Filtro de Kalman, e a passagem *backward*, que aplica o suavizador de Rauch-Tung-Striebel (RTS), dada pela Equação (4.3.9) (RAUCH et al., 1965; VERHAGEN & TEUNISSEN, 2017):

$$\begin{aligned}X_{k|N} &= X_{k|k} + L_k (X_{k+1|N} - X_{k+1|k}) \\ \Sigma X_{k|N} &= \Sigma X_{k|k} + L_k (\Sigma X_{k+1|N} - \Sigma X_{k+1|k}) L_k^T\end{aligned}\quad (4.3.9)$$

sendo L_k a matriz ganho da suavização, dada por $\Sigma X_{k|k} \Phi_{k,k-1} \Sigma X_{k+1|k}^{-1}$; $X_{k|N}$ e $X_{k|k}$ os vetores estado das soluções *backward* e *forward*, respectivamente, com suas respectivas MVCs, $\Sigma X_{k|N}$ e $\Sigma X_{k|k}$; $X_{k+1|N}$ e $X_{k+1|k}$ são os vetores estado da época $k+1$, sendo $\Sigma X_{k+1|N}$ e $\Sigma X_{k+1|k}$, as matrizes de covariância dos parâmetros dessa mesma época.

No entanto, na implementação desenvolvida neste trabalho, a suavização das soluções PPP é realizada por meio da fusão estatística das estimativas *forward* e *backward*, ponderando as soluções de cada época com base na confiabilidade de suas respectivas MVCs (TAKASU, 2013). Essa abordagem corresponde à combinação ótima de dois estimadores gaussianos independentes, frequentemente adotada como alternativa prática ao suavizador de RTS, sendo amplamente conhecida como modo *combined* nos softwares de pós-processamento GNSS:

$$\begin{aligned} X_k^{\text{comb}} &= (\Sigma X_{k|k}^{-1} + \Sigma X_{k|N}^{-1})^{-1} (\Sigma X_{k|k}^{-1} X_{k|k} + \Sigma X_{k|N}^{-1} X_{k|N}) \\ \Sigma X_k^{\text{comb}} &= (\Sigma X_{k|k}^{-1} + \Sigma X_{k|N}^{-1})^{-1}, \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

sendo X_k^{comb} os parâmetros do modo *combined* e ΣX_k^{comb} sua respectiva MVC. No contexto do PPP, a suavização *combined* é particularmente útil em cenários de pós-processamento, onde os dados completos de observação estão disponíveis. No caso do posicionamento estático, a suavização pode ser utilizada para refinar a estimativa das ambiguidades de fase, erro do relógio do receptor e do resíduo da componente úmida do atraso de propagação da atmosfera neutra (ZWD). Para o posicionamento cinemático, pode-se aplicar essa suavização no refinamento da estimativa da posição.

4.5 Diluição de Precisão e Acurácia Posicional no SGL

Para realizar uma análise qualitativa da geometria dos satélites durante o período de coleta de dados, é importante calcular as diluições de precisão (LANGLEY, 1999). Por exemplo, ao considerar um tetraedro formado pelas posições de quatro satélites em relação ao usuário, o PDOP (Diluição de Precisão de Posição) pode ser calculado como o inverso do volume desse polígono. Um volume maior indica uma geometria dos satélites mais favorável, resultando em um PDOP menor (MONICO, 2008).

O conceito de DOP pode ser derivado MVC do ajustamento das observações pelo MMQ no PPP (LANGLEY, 1999). Ao propagar esses valores para o sistema local (MARQUES, 2012; JEKELI, 2002; SEEBER, 2003), surgem novas variações de DOP, como (MONICO, 2008):

HDOP: diluição de precisão horizontal;

VDOP: diluição de precisão vertical;

TDOP: diluição de precisão temporal;

GDOP: diluição de precisão geométrica.

Na prática, uma geometria ideal dos satélites é geralmente considerada quando o valor de PDOP é inferior a 5 ou 6 (BORRE et al., 2007; LANGLEY, 1999).

Como o sistema local é cartesiano e muitas vezes definido com base em um ponto de origem específico, as coordenadas ainda precisam ser ajustadas para corresponder ao Sistema de Geodésico Local (SGL). Essa transformação é dada por (MONICO, 2008):

$$\mathbf{R}_{r,SGL} = \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin\lambda & -\sin\phi\cos\lambda & \cos\phi\cos\lambda \\ \cos\lambda & -\sin\phi\sin\lambda & \cos\phi\sin\lambda \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{32}}^T \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

sendo ΔE , ΔN e ΔU o erro obtido nas componentes leste (E), norte (N) e vertical (U). Os índices Δx , Δy e Δz representam a discrepância obtida no posicionamento em relação ao valor tomado como verdadeiro. Deve-se considerar a propagação da matriz covariância dos parâmetros posicionais ($\Sigma \mathbf{R}_r$), resultando em uma matriz 3x3, dada por:

$$\Sigma \mathbf{R}_{r,SGL} = \mathbf{R}_{32}^T \Sigma \mathbf{R}_r \mathbf{R}_{32} = \begin{bmatrix} \sigma_E^2 & \sigma_{EN} & \sigma_{EU} \\ \sigma_{NE} & \sigma_N^2 & \sigma_{NU} \\ \sigma_{UE} & \sigma_{UN} & \sigma_U^2 \end{bmatrix} \quad (4.5.4)$$

Assim, obtém-se a acurácia posicional pela Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) para uma época k por:

$$\text{REQM}_k = \sqrt{\|\mathbf{R}_{r,SGL}\|^2 + \text{tr}(\Sigma \mathbf{R}_{r,SGL})}. \quad (4.5.5)$$

Sendo $\|\mathbf{R}_{r,SGL}\|$ a discrepância tridimensional entre as coordenadas estimadas no ajustamento e as coordenadas de referência no SGL. O índice $(\Sigma \mathbf{R}_{r,SGL})^2$ indica a variância posicional obtido na matriz covariância dos parâmetros posicionais, sendo $\text{tr}(\cdot)$ um operador de traço. Adicionalmente, para avaliar a qualidade do ajustamento das observações GNSS, pode-se empregar a Raiz Quadrática Média (RQM) dos resíduos, que é obtida pela expressão:

$$\text{RQM} = \sqrt{\left(\frac{\sum_{k=1}^{\text{nep}} V_k}{\text{nep}} \right)}, \quad V_k = \mathbf{A}_k^i \mathbf{K}_k^i - \hat{V}_k \quad (4.5.5)$$

sendo V_k o vetor dos resíduos das observações para a época k e nep o número de épocas.

5 SOFTWARE APPPOLO

O presente capítulo está dividido em três seções. Na primeira, apresenta-se o funcionamento do software desenvolvido, intitulado “APPPOLO”, um acrônimo para *Advanced Precise Point Positioning software for Optimized LOcalization*. A seção 5.2 aborda as configurações de processamento do software, com a demonstração de sua interface gráfica. Por fim, são apresentados os parâmetros de saída e sua respectiva formatação na seção 5.3.

5.1 Funcionamento do software

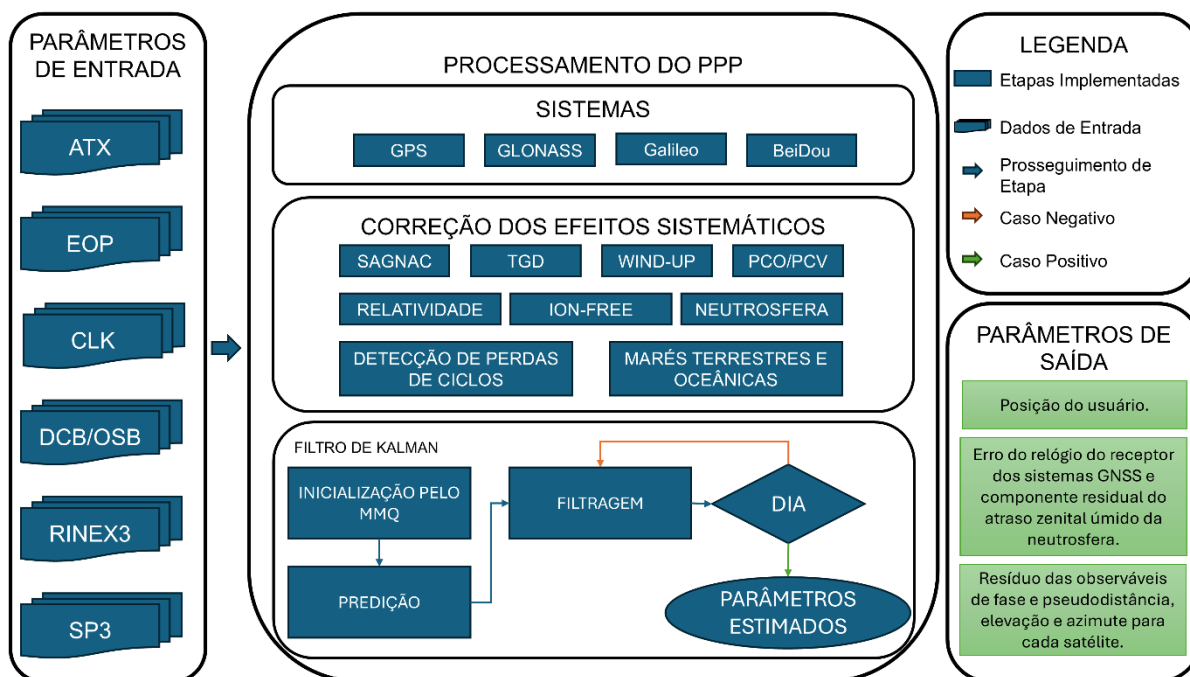
Para a execução deste trabalho foi utilizado um software científico em desenvolvimento na FCT/UNESP implementado em MATLAB, capaz de realizar o PPP utilizando os sistemas GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, para diferentes frequências. A implementação é uma expansão de um programa disponível no grupo de pesquisa, desenvolvido na linguagem C/C++ (SETTI JR., 2019; SOUZA et al., 2023). Este programa é capaz de realizar leitura de efemérides precisas, computando as órbitas e relógios, e calculando a velocidade de cada satélite. As observáveis GNSS contidas nos arquivos RINEX3 (*Receiver-Independent Exchange Format*) são lidas e armazenadas. Realiza-se uma interpolação da posição do satélite de acordo com o intervalo amostral do arquivo de observação e o tempo de transmissão.

Visando à ampliação do código, foram implementados os modelos utilizados no PPP, iniciando pela leitura de observáveis de fase da onda portadora. Caso sejam utilizados dados de dupla frequência, o atraso ionosférico de primeira ordem pode ser eliminado pela utilização da combinação *Ion-Free* das observáveis pseudodistância e fase. Demais efeitos sistemáticos, como fase *wind-up*, efeito relativístico no relógio e na distância, marés terrestres e oceânicas são computados, e a detecção das perdas de ciclos também é realizada. Os efeitos de PCO e PCV são corrigidos para os satélites, porém negligenciados para o receptor. Enquanto o processamento dos dados GNSS no Posicionamento por Ponto é realizado pelo método paramétrico, no PPP é utilizado o ajustamento recursivo.

Como resultados do processamento, são gerados arquivos com as coordenadas estimadas e erro do relógio do receptor em relação ao sistema de tempo GPS (além do ISB dos diferentes sistemas, quando mais de uma constelação é utilizada), bem como seus desvios padrão em coordenadas cartesianas e componentes locais, o número de satélites utilizados no ajustamento e todos os tipos de DOP, além dos resíduos de cada satélite, época por época. Além destes, obtém-se também a estimativa recursiva das ambiguidades e da componente úmida da atmosfera neutra. As observáveis dadas como “inaceitáveis” na etapa de controle de

qualidade são impressas, junto à elevação, azimuth, identificador do satélite e resíduo normalizado obtido na etapa de adaptação. O fluxograma de execução do software pode ser observado na Figura 14.

Figura 14- Fluxograma de execução do software desenvolvido no projeto para PPP.



5.2 Configurações e Uso do APPPOLO

O software APPPOLO conta com uma interface gráfica desenvolvida em MATLAB App Designer, organizada de forma modular e intuitiva, permitindo ao usuário realizar todas as configurações necessárias para o processamento GNSS no modo PPP. A interface está dividida em quatro abas principais: *Input RINEX*, *Products*, *Systematic Effects* e *Estimation*. Cada aba agrupa os parâmetros referentes a uma etapa específica do processamento.

Na aba *Input RINEX*, o usuário pode definir a estação GNSS, a rede à qual ela pertence e a data de processamento desejada. Caso a rede selecionada seja a RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS), o APPPOLO realiza automaticamente o download do arquivo de observação correspondente. Essa funcionalidade é implementada por meio de uma rotina que acessa o diretório do IBGE via protocolo HTTPS, a partir da estruturação da URL conforme o ano e o dia do ano da data escolhida. O conteúdo da página HTML é varrido por expressões regulares que identificam arquivos compatíveis com a nomenclatura da estação. Após o download, o arquivo hatanaka³ é

³ A RBMC já disponibiliza arquivos RINEX de 15 minutos com intervalo amostral de 1 s; os arquivos no formato hatanaka são utilizados para compactar observações RINEX diárias com intervalo amostral de 15 s.

descompactado e convertido para o formato RINEX utilizando o aplicativo externo CRX2RNX.exe (disponível em: <https://terras.gsi.go.jp/ja/crx2rnx.html>). O arquivo é então lido com o auxílio das funções nativas do MATLAB (rinexread e rinexinfo), pertencentes à *Navigation Toolbox*, e armazenado em formato .mat (extensão do MATLAB) para uso posterior no processamento. Esse mecanismo permite a automação do pré-processamento e garante a compatibilidade com os demais módulos do software. Além disso, é possível selecionar os sistemas GNSS que serão considerados no processamento (GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou), bem como as observáveis associadas a cada frequência. Cada sistema possui seu próprio conjunto de *drop-downs*⁴ para ativação e escolha dos sinais, permitindo uma personalização detalhada das combinações a serem utilizadas (Figura 15).

Figura 15- Aba Input RINEX da interface gráfica do APPPOLO.

The screenshot shows the 'Input RINEX' tab of the APPPOLO software. At the top left is a satellite icon and the 'APPPOLO' logo. A 'START' button is at the top right. Below the logo, there are tabs: 'Input RINEX' (selected), 'Products', 'Systematic Effects', and 'Estimation'. The 'Input RINEX' section contains a 'Network' dropdown menu set to 'RBMC', a 'Processing Date' dropdown menu set to 'mm/dd/yyyy', and a 'Station' text input field. Below this is a 'GNSS' section with a table of signal selection options:

GNSS										
☒ GPS	L1	C	L2	W	L5	off	L1C	off	L2C	off
☐ GLONASS	G1	C	G2	C	G3	off	G1a	off	G2a	off
☐ Galileo	E1	X	E5a	X	E5b	off	E6	off	E5ab	off
☐ BeiDou	B1	I	B2	off	B3	I	B1C	off	B2a	off
							B2b	off		

Para orientar a escolha das observações, a Tabela 7 apresenta os principais tipos de sinais disponíveis por frequência em cada sistema GNSS, conforme definidos na especificação RINEX 4.00 (ROMERO, 2021). Os códigos listados correspondem às nomenclaturas padronizadas para observáveis de fase e pseudodistância utilizadas em arquivos de observação multi-GNSS.

⁴ *Drop-downs* são menus suspensos interativos que permitem ao usuário escolher uma opção dentre várias disponíveis em uma lista, exibida apenas quando o menu é ativado (clicado ou selecionado)

Tabela 7 - Códigos de observáveis GNSS por sistema e frequência.

Sistema	Frequência 1	Frequência 2	Frequência 3+
GPS	L1C, L1W, L1Y, L1M, L1P, L1N	L2C, L2W, L2Y, L2M, L2P	L5I, L5Q, L5X, L1S, L1L, L1X, L2S, L2L, L2X
GLONASS	L1C, L1P	L2C, L2P	L3I, L3Q, L3X, L4A, L4B, L4X, L6A, L6B, L6X
Galileo	L1A, L1B, L1C, L1X, L1Z	L5I, L5Q, L5X (E5a), L7I, L7Q, L7X (E5b)	L6A, L6B, L6C, L6X, L6Z, L8I, L8Q, L8X
BeiDou	B1I (C2I), B1C (C1C), B1A (C1A)	B2I (C7I), B2a (C5I), B2b (C6I)	B3I (C3I), B3A (C8I), B3Q (C8Q)

Fonte: Adaptado de Romero, 2021.

Os dados empregados neste projeto, como os arquivos DCB, efemérides precisas e transmitidas, são disponibilizados gratuitamente pelo CDDIS (*Crustal Dynamics Data Information System*), integrante da plataforma *NASA EarthData*. As órbitas e os relógios dos satélites, bem como as correções aplicáveis às diferentes frequências de transmissão, são obtidos a partir dos produtos MGEX (*Multi-GNSS Experiment*). Os arquivos DCB e OSB também são lidos no processo, permitindo o cálculo do TGD, aplicado na correção da observável de pseudodistância. A Figura 16 demonstra a interface da aba *Products*.

O download automático das efemérides precisas é realizado diretamente a partir do protocolo HTTPS. O APPPOLO utiliza o número da semana GPS e o dia do ano (DOY – *Day of the Year*) para estruturar a URL conforme o diretório hierárquico do CDDIS e identificar o arquivo desejado. O nome do arquivo SP3 é montado a partir do centro de análise (por exemplo, COD, GRG, WUM), da constelação e do tipo de produto (FIN, RAP, ULT), seguindo a convenção adotada pelo MGEX. A função de download é baseada no uso do utilitário CURL⁵, com suporte à autenticação via arquivo NETRC⁶ e cookies, conforme exigido pelo sistema *Earthdata Login* da NASA. Após o download, o arquivo é automaticamente descompactado, e a versão SP3 é armazenada para uso imediato na interpolação das coordenadas e relógios dos satélites. A mesma estratégia é aplicada para o download dos arquivos de relógio CLK, DCB e OSB, respeitando as variações na nomenclatura e organização dos diretórios no CDDIS para cada tipo de produto.

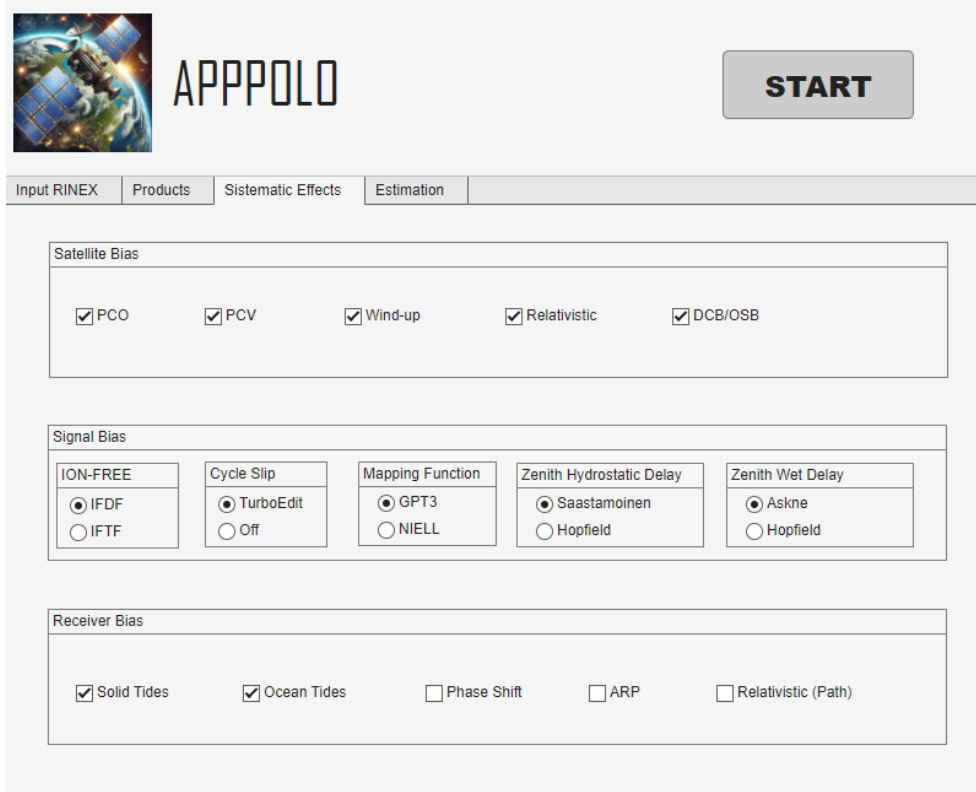
⁵ CURL (*Client URL*) é uma ferramenta de linha de comando utilizada para transferir dados por meio de diversos protocolos, como HTTP, HTTPS e FTP.

⁶ NETRC é um arquivo de texto utilizado para armazenar, de forma simples e automatizada, credenciais de autenticação (usuário e senha) para conexões de rede em ferramentas como o CURL.

Nos três experimentos realizados, foram utilizadas as observações de código e fase associadas aos seguintes sinais GNSS: L1C e L2W para o GPS, L1C e L2C para o GLONASS, L1X e L5X para o Galileo, e L2I e L6I para o BeiDou. A escolha desses sinais foi motivada por sua ampla disponibilidade nos arquivos de observação e pela compatibilidade com os produtos de DCB. Todas as estações utilizadas nas análises apresentam esses tipos de observáveis, garantindo a homogeneidade e a consistência das combinações ionosféricas livres aplicadas nos processamentos.

Figura 16- Aba *Products*, utilizada para configuração dos produtos auxiliares.

Na aba *Systematic Effects*, o usuário define quais efeitos sistemáticos serão considerados na modelagem das observações (Figura 17). Também é possível selecionar o tipo de combinação *Ion-Free*, os modelos de atraso zenital (hidrostático e úmido) e a função de mapeamento neutrosférico. Por fim, a aba *Estimation* permite configurar os parâmetros de controle de qualidade e estimativa. O usuário pode escolher o tipo de posicionamento (estático ou cinemático), o filtro de Kalman desejado, e ajustar limites para máscara de elevação, PDOP máximo e SNR mínimo (Figura 18). Além disso, define-se aqui os desvios padrão a priori para as observações de pseudodistância e fase da portadora, para até seis sinais GNSS diferentes. Uma vez concluídas as seleções, o botão **START** executa o processamento conforme os parâmetros definidos na interface.

Figura 17- Aba *Systematic Effects*, com os modelos disponíveis para correção das observáveis.


APPPOLO **START**

Input RINEX Products **Systematic Effects** Estimation

Satellite Bias

☒ PCO ☒ PCV ☒ Wind-up ☒ Relativistic ☒ DCB/OSB

Signal Bias

ION-FREE
☒ IFDF
☐ IFTF

Cycle Slip
☒ TurboEdit
☐ Off

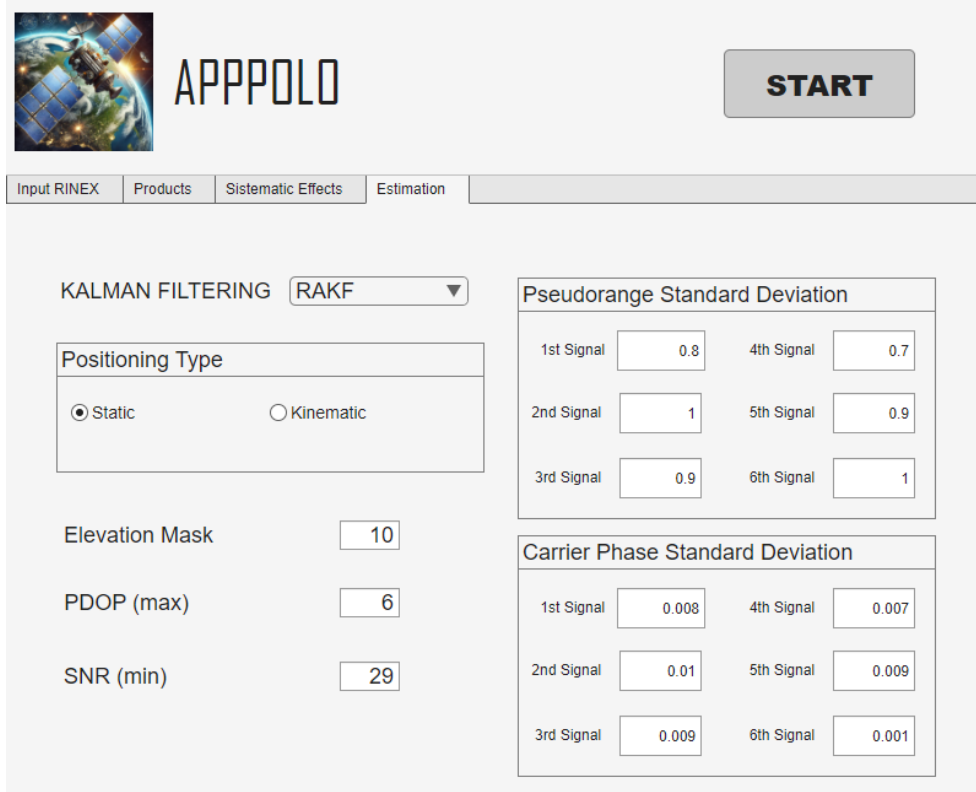
Mapping Function
☒ GPT3
☐ NIELL

Zenith Hydrostatic Delay
☒ Saastamoinen
☐ Hopfield

Zenith Wet Delay
☒ Askne
☐ Hopfield

Receiver Bias

☒ Solid Tides ☒ Ocean Tides ☐ Phase Shift ☐ ARP ☐ Relativistic (Path)

Figura 18- Aba *Estimation*, com os parâmetros de controle e configuração do filtro de Kalman.


APPPOLO **START**

Input RINEX Products Systematic Effects **Estimation**

KALMAN FILTERING **RAKF**

Positioning Type

☒ Static ☐ Kinematic

Elevation Mask **10**

PDOP (max) **6**

SNR (min) **29**

Pseudorange Standard Deviation

1st Signal	0.8	4th Signal	0.7
2nd Signal	1	5th Signal	0.9
3rd Signal	0.9	6th Signal	1

Carrier Phase Standard Deviation

1st Signal	0.008	4th Signal	0.007
2nd Signal	0.01	5th Signal	0.009
3rd Signal	0.009	6th Signal	0.001

5.3 FORMATAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SAÍDA

Como resultado do processamento, o software gera um conjunto de arquivos de saída contendo os principais parâmetros estimados a cada época. Entre esses parâmetros, destacam-se as coordenadas do receptor no sistema ECEF, o erro de relógio em relação ao tempo GPS, os ISB estimados quando múltiplas constelações são utilizadas, os resíduos das observações GNSS, o número de satélites válidos, os valores de DOP e os desvios padrão associados às estimativas. Também são armazenados os valores das ambiguidades de fase e da componente úmida do atraso neutrosférico estimados recursivamente. Os resíduos são discriminados por tipo de observável, satélite, elevação e azimuth, sendo que as observações classificadas como inaceitáveis são listadas com os respectivos resíduos normalizados.

A formatação do nome do arquivo de saída é automatizada por uma rotina que utiliza como base os sistemas GNSS selecionados, o tipo de processamento (estático ou cinemático) e o modo da solução (apenas *forward* ou *forward + backward*). Além disso, quando desejado, o intervalo de tempo processado também é incluído no nome do arquivo. Essa estrutura é controlada por uma função que concatena os códigos dos sistemas utilizados (G para GPS, R para GLONASS, E para Galileo e C para BeiDou), precedidos por marcadores como *k_* para modo cinemático e *c_* para solução combinada. Caso o usuário ative a opção de intervalo amostral, o nome incluirá ainda as horas inicial e final da análise. O resultado final é um arquivo .mat que armazena a estrutura 'saida', contendo todos os dados processados.

Durante a execução do PPP, o software realiza o processamento em modo *forward*, estimando os parâmetros em tempo real. Se o modo de solução for configurado como *combined*, também é executado o processamento *backward*, seguido da etapa de suavização. Esse conjunto de dados estruturado permite não apenas a análise posterior com ferramentas gráficas, mas também facilita a integração com outras rotinas ou testes comparativos. A estrutura modular e detalhada dos arquivos de saída garante rastreabilidade, controle e confiabilidade sobre as estimativas geradas pelo APPPOLO.

O tempo de execução do APPPOLO varia de acordo com os dados de entrada, que incluem os arquivos RINEX e os produtos auxiliares (SP3, CLK, DCB, OSB), bem como com o número de constelações selecionadas para o processamento. Quando os dados ainda não estão disponíveis localmente, o tempo necessário para o carregamento pode chegar a aproximadamente 95 segundos, devido ao processo de autenticação, download e descompactação. Por outro lado, se os arquivos já estiverem presentes no diretório local, esse tempo é reduzido para menos de 1 segundo. O tempo total do processamento PPP também depende da quantidade de constelações GNSS envolvidas. Em média, observou-se um tempo

de execução de aproximadamente 117 segundos para GPS apenas, 207 segundos para duas constelações, 286 segundos para três constelações e 351 segundos para o uso combinado das quatro constelações suportadas. Esses valores foram obtidos com dados de um dia completo de dados da RBMC (intervalo de 15 segundos) e refletem o comportamento típico do software em sua versão atual. As medições foram realizadas em um ambiente computacional com processador Intel Core i3-9100F, 16 GB de RAM, sistema operacional de 64 bits e GPU GTX 1660.

6 EXPERIMENTO I: AVALIAÇÃO DO PPP EMPREGANDO UM ÚNICO SISTEMA

Neste capítulo, são apresentados os resultados do PPP considerando a utilização isolada de cada sistema GNSS (GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou). O objetivo é analisar o desempenho individual de cada constelação quanto à disponibilidade de satélites, acurácia posicional e tempo necessário para a convergência da solução. A avaliação é conduzida com base em três dias consecutivos de dados, permitindo uma análise mais robusta e estatisticamente consistente sobre o comportamento de cada sistema.

6.1 Metodologia

Para a realização da análise, foram utilizados dados de três estações pertencentes à RBMC: PPTE, POAL e TOPL, cujas localizações estão presentes na Figura 19.

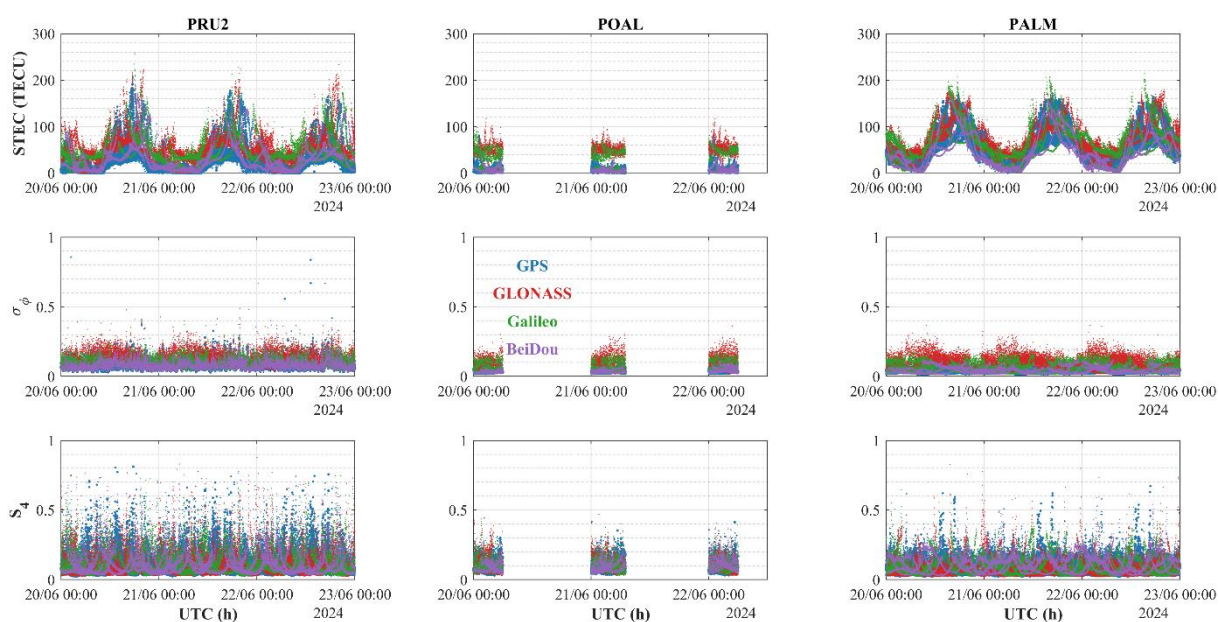
Figura 19- Localização das estações RBMC utilizadas no experimento.



O período de processamento abrange três dias consecutivos, de 20 a 22 de junho de 2024, adotando-se reinicialização diária da solução, de modo a assegurar a repetição do processo de convergência em cada dia analisado. Os índices de cintilação de fase (σ_ϕ) e

intensidade do sinal (S_4), bem como os valores do conteúdo total de elétrons ao longo da linha de visada (STEC), indicam níveis reduzidos de perturbação ionosférica nas regiões monitoradas pelas estações PRU2, PALM e POAL, o que favorece condições mais estáveis para o posicionamento (Figura 20). Estas estações integram a rede INCT GNSS NavAer e estão próximas às estações RBMC PPTE, TOPL e POAL, respectivamente.

Figura 20- Índices de STEC e cintilação ionosférica na fase (σ_ϕ) e na intensidade do sinal (S_4), para as estações PRU2, POAL e TOPL, para os dias 20, 21 e 22 de junho de 2024.



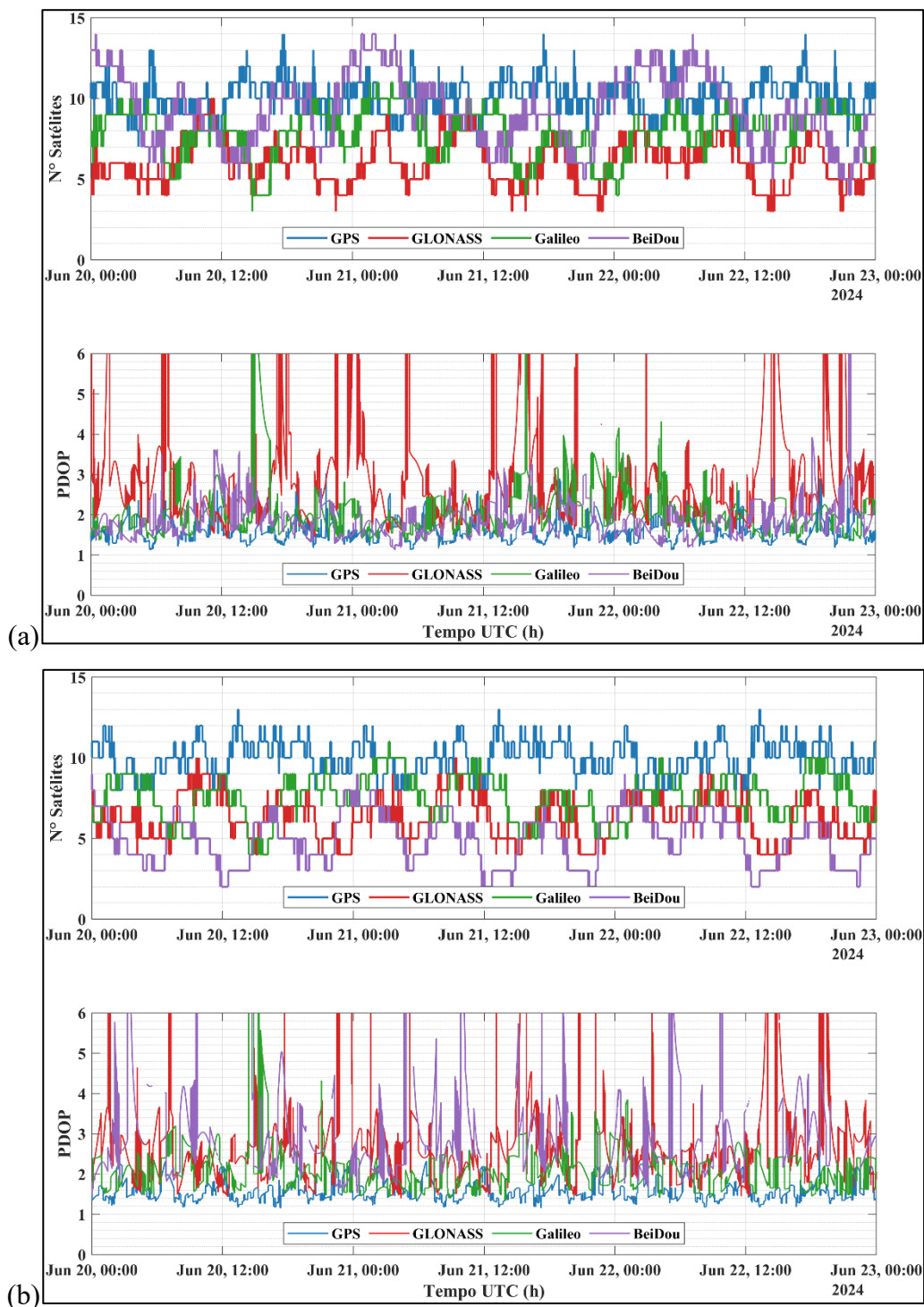
A avaliação da acurácia posicional baseia-se no cálculo do REQm, obtido a partir da diferença entre as coordenadas estimadas e as coordenadas de referência fornecidas pelo SIRGAS-CON para a semana GPS correspondente. Essas coordenadas foram previamente transformadas para o referencial IGS20. Esse é o sistema de referência adotado nas efemérides precisas disponibilizadas pelos centros de análise do IGS. Para cada constelação, é determinado o REQm das componentes horizontal (H) e vertical (V), sendo reportados os valores correspondentes ao percentil 68% das soluções obtidas ao longo dos três dias de análise.

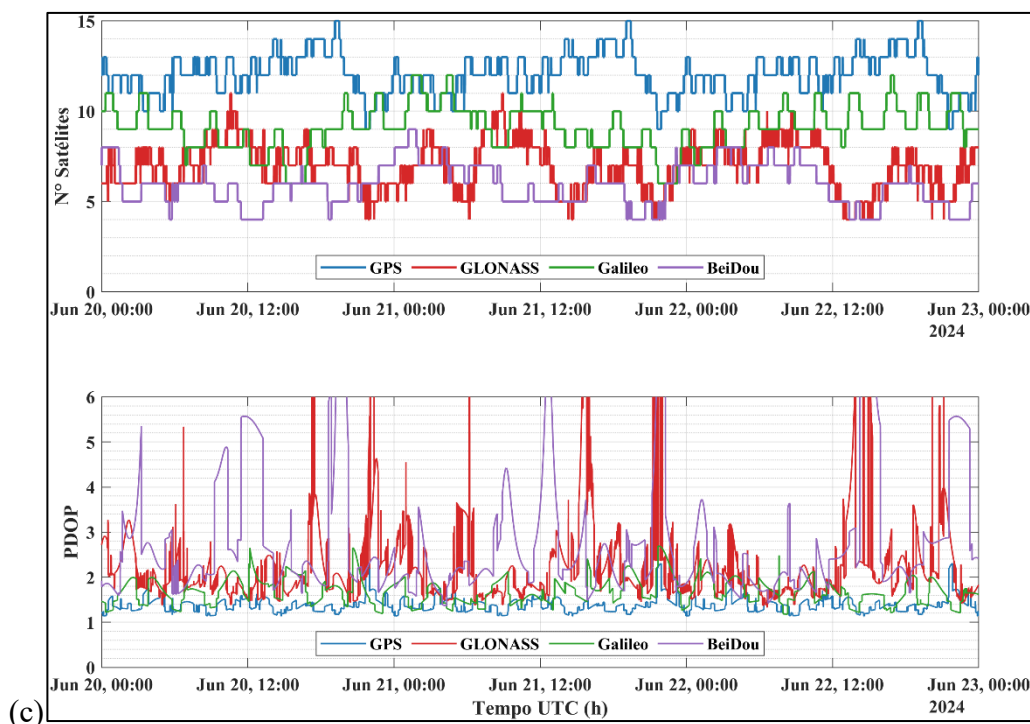
A avaliação do tempo de convergência é realizada separadamente para as componentes horizontal e vertical. Adotam-se como critérios os limiares de acurácia de 10 cm para a componente horizontal e 20 cm para a vertical (XIANG et al., 2020). O tempo de convergência é definido como o primeiro instante em que a componente analisada atinge um valor inferior ao respectivo limiar e permanece abaixo deste até o final do período de processamento, garantindo estabilidade da solução a partir daquele momento.

6.2 Avaliação da Disponibilidade dos Satélites

A análise da disponibilidade de satélites por sistema foi realizada a partir das contagens por época ao longo dos três dias de observação. A Figura 21 apresenta, respectivamente para as estações PPTE, POAL e TOPL, o número de satélites visíveis ao longo do tempo, além do valor do PDOP, ambos segregados por sistema.

Figura 21- Número de satélites e PDOP por época, para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL.



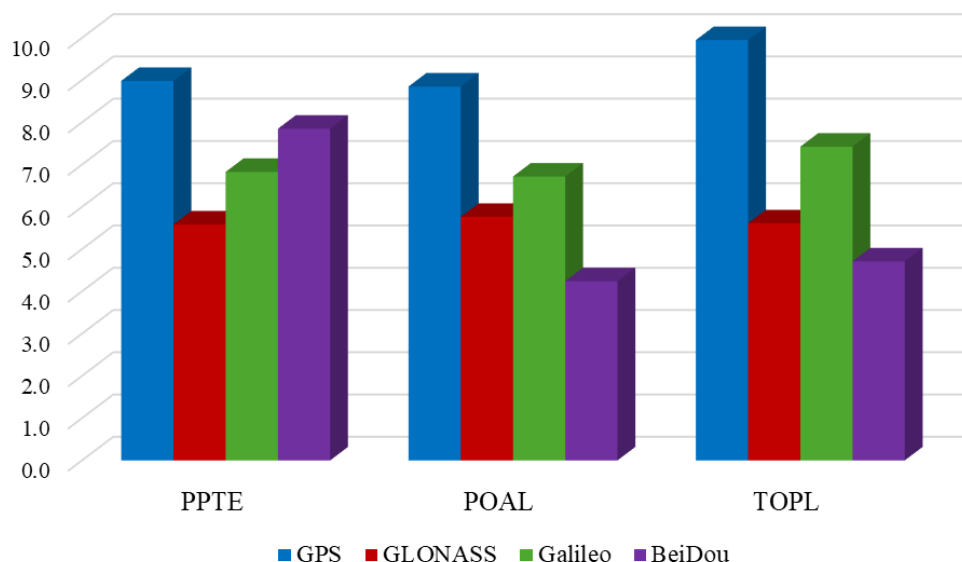


Observa-se que o sistema GPS apresenta, consistentemente, maior número de satélites visíveis ao longo do período, refletindo sua maturidade e cobertura global consolidada. A média do número de satélites varia de 9 em PPTE e POAL a 10 em TOPL. O sistema Galileo, por sua vez, exibe desempenho semelhante ao GPS em termos de número de satélites e PDOP relativamente baixos, com médias de 7 satélites nas três estações, o que indica boa geometria e disponibilidade. O sistema GLONASS apresenta leve variação entre as estações, com número médio de 6 satélites, sendo a menor média observada na estação PPTE. Embora esse número tenha sido suficiente para manter a continuidade da solução PPP, observou-se um número significativo de épocas com valores elevados de PDOP, indicando que, apesar da cobertura razoável, a geometria da constelação é frequentemente desfavorável, comprometendo a qualidade da solução em determinados períodos. O sistema BeiDou, por sua vez, apresentou a maior variação temporal e entre estações, com quedas pontuais no número de satélites e picos acentuados no PDOP, especialmente nas estações PPTE (com média de 8 satélites) e POAL (4 satélites), refletindo limitações momentâneas de visibilidade. Em TOPL, a média foi de 5 satélites. Essa discrepância está associada às diferenças de *firmware* dos receptores: enquanto a estação PPTE utiliza um receptor Trimble Alloy, as demais (POAL e TOPL) operam com receptores Trimble NetR9, que apresentam suporte reduzido ao rastreamento completo da constelação BeiDou.

A Figura 22 resume a média do número de satélites observados por sistema em cada uma das três estações. Nota-se que o GPS mantém a média mais elevada em todas as estações,

seguido por Galileo e BeiDou, com o GLONASS exibindo a menor média em duas das três estações analisadas.

Figura 22 – Número médio de satélites por estação e por sistema.



Os sistemas GPS e Galileo demonstraram desempenho consistente em todas as estações, com valores médios de PDOP abaixo de 2 e percentual praticamente nulo de épocas com valores superiores a 6 (em especial o GPS, que não ultrapassou esse limiar em nenhuma estação). O Galileo apresentou pequenas exceções, com 0,19% das épocas acima de 6 em PPTE e 0,73% em POAL. Em contraste, os sistemas GLONASS e BeiDou apresentaram maiores instabilidades geométricas. O GLONASS registrou valores máximos superiores a 90 nas três estações, com médias variando entre 2,6 e 4,7, e proporções de épocas com PDOP acima de 6 equivalentes a 1,9% (TOPL), 10,7% (PPTE) e 7,1% (POAL). O BeiDou seguiu padrão semelhante, com médias entre 2,1 e 3,3, e 5,1%, 0,8% e 2,4% das épocas acima do limite em TOPL, PPTE e POAL, respectivamente. Esses resultados evidenciam que, apesar de contribuírem com a disponibilidade de satélites, GLONASS e BeiDou apresentam geometrias menos estáveis quando considerados isoladamente, ao contrário do GPS e Galileo, que se destacam como sistemas mais robustos para aplicações PPP com constelação única.

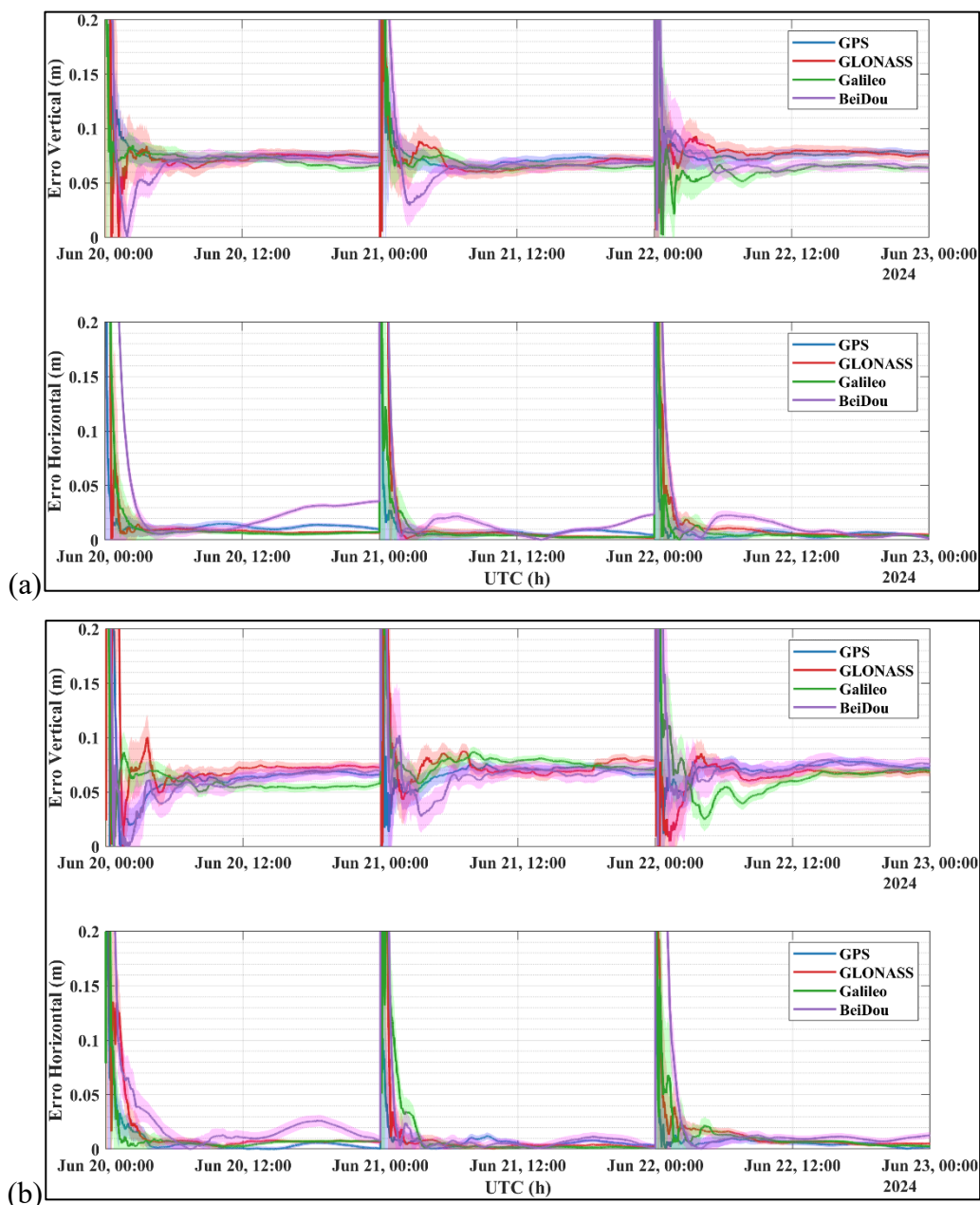
6.3 Avaliação da Acurácia Posicional

Esta seção apresenta a análise da acurácia posicional obtida por meio do processamento PPP com constelação única, considerando as componentes horizontal e vertical de forma separada. A avaliação é realizada com base no percentil 68% dos erros, equivalente a uma análise dentro de 1σ , em consonância com as práticas estatísticas mais

comuns em posicionamento de alta precisão. A análise é segmentada por estação e por dia, ao longo do intervalo de 20 a 22 de junho de 2024.

A Figura 23 mostra o comportamento dos erros ao longo do tempo para cada sistema GNSS, processados para os dados das estações POAL, PPTE e TOPL, respectivamente. Cada gráfico apresenta o erro horizontal e vertical, juntamente com o desvio padrão (sombrias), permitindo observar tanto a tendência média quanto a dispersão das soluções. Em complemento, a Figura 24, gerada a partir da plataforma online do IBGE, utilizando o sistema GPS, é utilizada como referência externa para fins comparativos.

Figura 23- Erro posicional ao longo do tempo para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL, no período de 20 a 22 de junho de 2024 (APPPOLO).



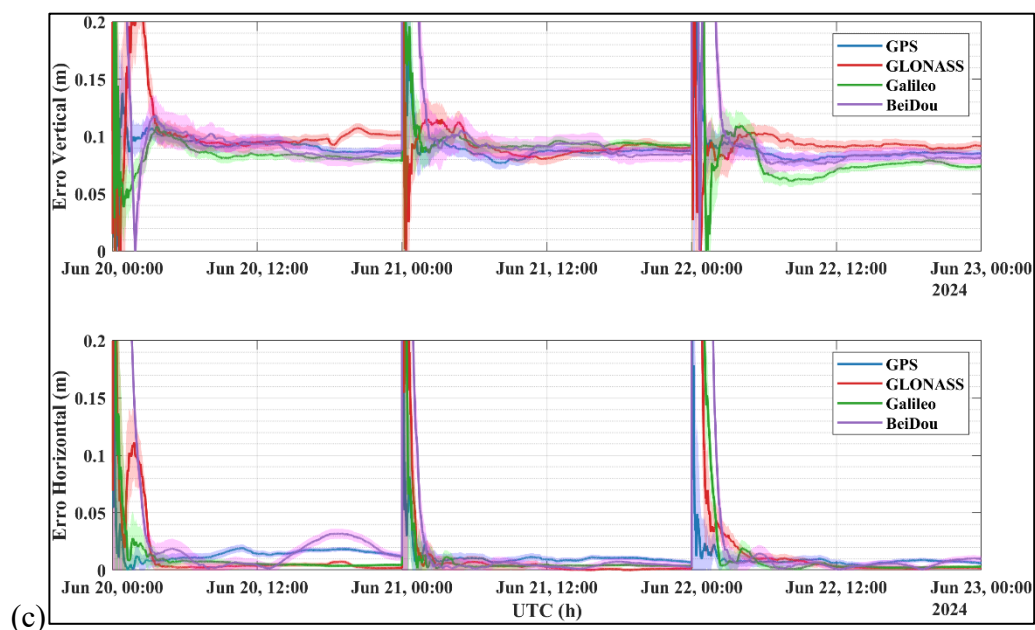
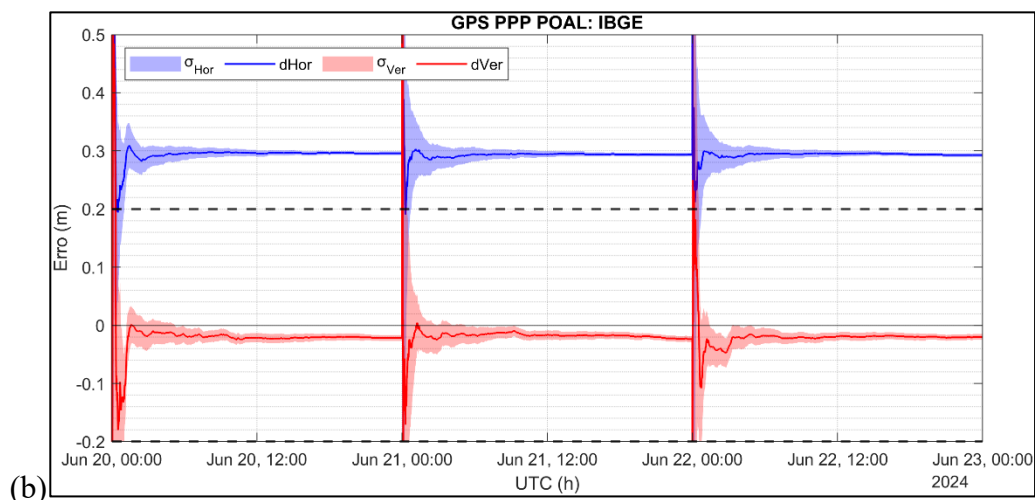
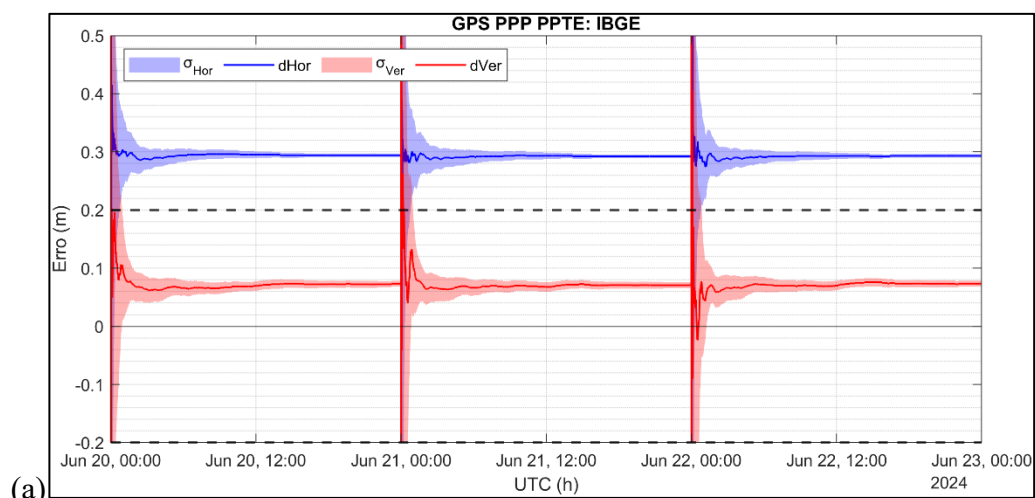
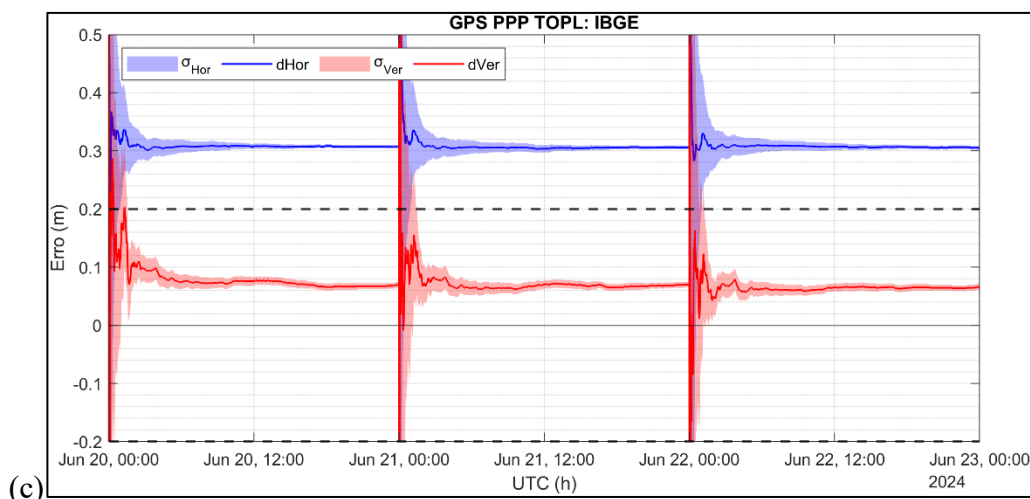


Figura 24- Erro posicional ao longo do tempo para as estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL, no período de 20 a 22 de junho de 2024 (IBGE).





Os resultados apresentados na Figura 23 indicam que o sistema Galileo apresentou as soluções mais estáveis entre os quatro analisados, com os menores valores de desvio padrão 3D em todas as estações: 0,346 cm em POAL, 0,331 cm em PPTE e 0,332 cm em TOPL, conforme o percentil 68% combinado dos três dias. O sistema GPS também demonstrou boa estabilidade, com valores entre 0,519 e 0,553 cm, seguido por GLONASS, cujos desvios padrão variaram de 0,431 cm em POAL a 0,559 cm em TOPL. O sistema BeiDou apresentou maior variabilidade, com destaque negativo para POAL (0,854 cm) e TOPL (0,755 cm), embora tenha mantido desempenho mais estável em PPTE (0,503 cm).

Em relação à discrepância posicional 3D, que representa o erro absoluto em relação à posição de referência, Galileo novamente apresentou os melhores resultados, com 0,86 cm em PPTE, 1,04 cm em POAL e 0,72 cm em TOPL, sendo o sistema com menor erro em duas das três estações. O GPS, por sua vez, apresentou discrepâncias de 0,91 cm em POAL, 1,40 cm em PPTE e 1,58 cm em TOPL, com variação mais acentuada, especialmente na última. O desempenho do GLONASS foi intermediário, com valores de 1,04 cm, 1,16 cm e 0,72 cm, respectivamente. Já o BeiDou apresentou os maiores erros absolutos, com destaque para a discrepância de 2,83 cm em PPTE, o pior desempenho entre todos os casos avaliados.

Essa comparação entre discrepância e desvio padrão permite evidenciar situações de erro sistemático, mesmo em soluções aparentemente estáveis, como ocorre no BeiDou em PPTE. Por outro lado, constata-se que nem sempre o sistema com menor desvio padrão é o mais próximo da referência, o que reforça a importância de considerar os dois indicadores de forma complementar antes de se avaliar a acurácia final das soluções.

A plataforma do IBGE, utilizada como referência externa para fins comparativos, apresentou soluções mais discrepantes, com erros horizontais visivelmente superiores aos obtidos nas soluções locais. Essa diferença é atribuída a uma discrepância sistemática da

ordem de 28 cm na componente de latitude, observada de forma persistente nas três estações, o que compromete diretamente a análise da acurácia horizontal. Por outro lado, a componente vertical apresenta boa concordância com os resultados obtidos no software APPPOLO, o que demonstra consistência nos modelos utilizados para estimativa dessa componente.

A Tabela 8 apresenta os valores do percentil 68% do REQM nas componentes horizontal e vertical, segmentados por estação, sistema GNSS e dia de processamento. Essa métrica reflete a acurácia das soluções, ao considerar tanto o erro posicional quanto sua variabilidade ao longo do tempo. Os resultados ilustram a variação do desempenho entre sistemas e estações, evidenciando a influência da localização e das condições observacionais em cada dia. Para facilitar a interpretação, os melhores desempenhos estão destacados em verde, enquanto os piores resultados aparecem em laranja.

Tabela 8- Percentil 68% da acurácia horizontal e vertical (em centímetros) para as estações PPTE, POAL e TOPL no período de 20 a 22 de junho de 2024.

RBMC	Sistema	20 jun.		21 jun.		22 jun.	
		Hor.	Ver.	Hor.	Ver.	Hor.	Ver.
PPTE	G	1,40	7,50	0,80	7,20	0,70	7,80
	R	1,00	7,60	0,80	7,20	1,10	8,00
	E	0,80	7,40	0,50	6,70	0,50	6,50
	C	3,20	7,30	1,80	6,80	1,60	6,70
	IBGE (G)	29,40	7,30	29,40	7,30	29,40	7,30
POAL	G	0,60	6,70	0,80	7,20	0,80	7,50
	R	0,80	7,30	0,50	7,90	1,30	6,90
	E	0,80	5,80	0,30	7,90	1,10	6,80
	C	2,30	6,70	1,00	7,10	1,20	7,60
	IBGE (G)	29,60	2,30	29,60	2,30	29,60	2,30
TOPL	G	1,70	9,60	1,10	8,80	0,90	8,60
	R	0,50	10,20	0,60	9,30	1,00	9,30
	E	0,80	8,40	0,50	9,40	0,50	7,80
	C	2,50	9,80	0,70	9,40	1,00	8,50
	IBGE (G)	30,00	9,90	30,00	9,90	30,00	9,90

No que se refere à componente horizontal, o sistema Galileo apresentou os melhores resultados em seis ocasiões distintas: nos três dias em PPTE (com valores de 0,8 cm, 0,5 cm e 0,5 cm), no dia 21 em POAL (0,3 cm) e nos dias 21 e 22 em TOPL (ambos com 0,5 cm). Esses resultados refletem a elevada estabilidade do sistema em diferentes estações e condições. O GPS também apresentou bom desempenho, com destaque para POAL nos dias 20 (0,6 cm) e 22 (0,8 cm), além de manter resultados consistentes em PPTE, com erros entre 0,7 cm e 1,4 cm. O sistema GLONASS apresentou o menor erro horizontal no dia 20 em TOPL (0,5 cm) e manteve valores próximos dos melhores em diversas ocasiões, como em POAL nos dias 21 e 22 (0,5 cm e 1,3 cm, respectivamente). O BeiDou, por sua vez, foi o

sistema com os maiores erros horizontais em sete das nove situações analisadas (considerando apenas os processamentos realizados no APPPOLO), com valores variando de 1,0 cm a 3,2 cm, sendo sistematicamente superado pelos demais sistemas na maioria dos dias e estações.

Na componente vertical, o sistema Galileo apresentou os menores valores de REQM em seis das nove situações analisadas, superando os demais sistemas nos dias 20, 21 e 22 em PPTE (com valores de 7,4 cm, 6,7 cm e 6,5 cm, respectivamente), no dia 20 em POAL (5,8 cm) e nos dias 21 e 22 em TOPL (9,4 cm e 7,8 cm). O sistema GPS apresentou valores de REQM entre 6,6 cm e 7,8 cm em PPTE e POAL, mantendo desempenho próximo ao de Galileo nessas estações, mas com valores mais elevados em TOPL, onde as acurácias verticais foram de 9,6 cm, 8,8 cm e 8,6 cm. O sistema GLONASS apresentou os maiores valores de acurácias verticais em sete ocasiões, sendo superado por todos os demais sistemas nos três dias em PPTE (7,6 cm, 7,2 cm e 8,0 cm), nos dias 20 e 21 em POAL (7,3 cm e 7,9 cm), e nos dias 20 e 22 em TOPL (10,2 cm e 9,3 cm). O BeiDou apresentou acurácias verticais semelhantes às dos demais sistemas em PPTE e POAL, com valores entre 6,7 cm e 7,6 cm, e desempenho intermediário em TOPL, com valores de 9,8 cm, 9,4 cm e 8,5 cm.

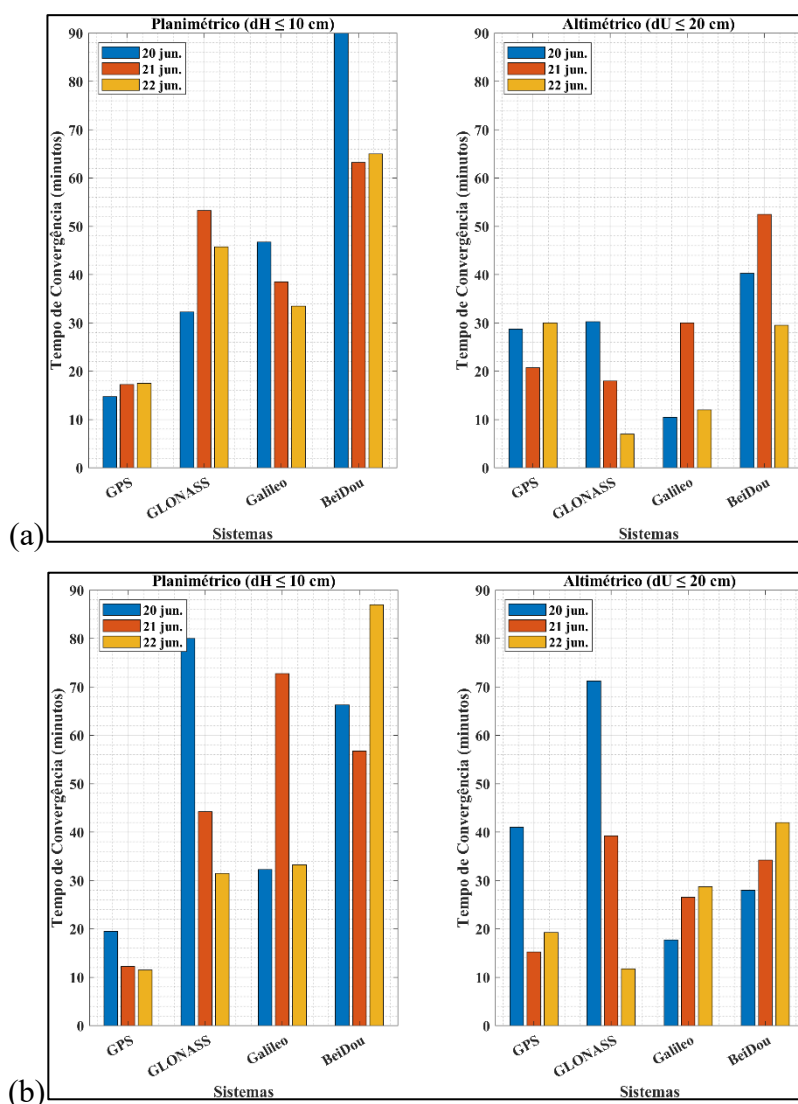
Observa-se que os valores de acurácias horizontais obtidos pelo IBGE foram substancialmente mais elevados, fixando-se em aproximadamente 29,4 cm para PPTE e POAL, e 30,0 cm para TOPL, nos três dias de análise. Esses valores são consideravelmente superiores aos obtidos no APPPOLO, nos quais o GPS apresentou acurácias horizontais inferiores a 2,0 cm em todas as situações.

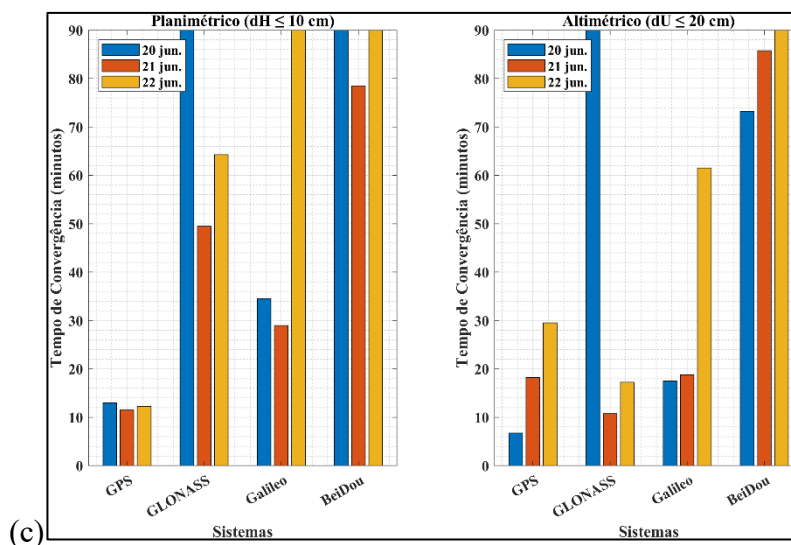
Complementarmente à análise baseada no percentil 68%, também foram avaliados os valores de REQM na última época de cada dia de observação. Esses valores, disponibilizados no Anexo I, refletem o comportamento da solução após a estabilização do filtro. Para o GPS e Galileo, os REQMs na última época permaneceram consistentemente abaixo de 10 cm em ambas as componentes, como observado, por exemplo, em POAL (0,3 cm horizontal e 7,2 cm vertical para o GPS no dia 22) e em PPTE (0,4 cm e 6,6 cm para o Galileo no dia 21). Esses valores atestam a estabilidade da solução ao final do período de coleta. Já os valores médios diários de REQM indicam a degradação estatística causada pela presença de dados antes da convergência (Anexo II). Em particular, os sistemas GLONASS e BeiDou foram os mais afetados: em PPTE, o BeiDou apresentou média diária de 107 cm na componente horizontal no dia 20 de junho, e o GLONASS atingiu 70 cm na vertical em TOPL, no mesmo dia. Esses valores reforçam a importância de adotar métricas robustas (como o percentil 68%) para evitar que períodos iniciais de instabilidade contaminem a análise de acurácia.

6.4 Tempo de Convergência da Solução

Esta seção apresenta a análise do tempo de convergência da solução PPP utilizando constelações individuais. O processamento foi realizado com reinicialização diária, de modo que a análise da convergência é feita individualmente para cada um dos três dias, permitindo observar a robustez e a repetibilidade da solução ao longo do tempo, como pode-se observar na Figura 25.

Figura 25- Tempo de convergência da solução (em minutos), para as componentes planimétricas e altimétricas, nas estações (a) PPTE, (b) POAL e (c) TOPL.





A Figura 25 revela diferenças significativas no desempenho entre as constelações. O sistema GPS apresentou os tempos de convergência mais curtos e estáveis ao longo dos três dias e nas três estações analisadas. Na componente horizontal, os tempos variaram entre 11,50 e 19,50 minutos, enquanto na componente vertical ficaram entre 6,75 e 41,00 minutos, com a maioria das observações abaixo de 30,00 minutos. Esses resultados evidenciam a estabilidade da constelação GPS, cuja cobertura global e robustez contribuem para uma rápida estabilização da solução PPP.

O sistema GLONASS apresentou maior variabilidade, sobretudo na componente vertical. Os tempos de convergência horizontal oscilaram entre 29,00 e 115,25 minutos, com destaque para o valor mais elevado registrado na estação TOPL no dia 20. Na componente vertical, os tempos foram ainda mais longos e instáveis, com destaque negativo para o tempo de 153,50 minutos na mesma estação e dia, além de valores também elevados em POAL e PPTE. Esses resultados indicam maior sensibilidade do GLONASS às condições locais e ao ambiente atmosférico, além da influência das suas particularidades orbitais e de frequência.

O sistema Galileo apresentou desempenho intermediário, com tempos de convergência mais homogêneos em relação ao GLONASS e BeiDou. Na componente horizontal, os tempos variaram entre 29,00 e 46,75 minutos, enquanto na vertical a convergência ocorreu majoritariamente abaixo de 30,00 minutos, com destaque para 10,50 minutos em PPTE (20 de junho) e 17,50 minutos em TOPL (mesma data). A constelação demonstrou bom desempenho em ambientes distintos, reforçando sua contribuição para o fortalecimento da geometria e estabilidade da solução PPP.

Por fim, o sistema BeiDou apresentou os maiores tempos de convergência entre os quatro sistemas avaliados. Na componente horizontal, observou-se um padrão de

convergência tardio, com valores frequentemente acima de 60,00 minutos e picos superiores a 120,00 minutos, como nos dias 20 e 22 em TOPL. Na vertical, os tempos variaram de 28,00 a 121,00 minutos, também demonstrando limitação no tempo necessário para a estabilização da solução. Tais resultados indicam que, embora o BeiDou contribua positivamente para a acurácia em algumas situações, sua capacidade de convergência ainda se mostra inferior em relação às demais constelações, especialmente quando utilizada de forma isolada.

6.5 Conclusão do Experimento I

A avaliação do PPP com constelação única permitiu uma caracterização abrangente do desempenho individual dos sistemas GNSS em diferentes aspectos da solução posicional, incluindo disponibilidade de satélites, geometria (PDOP), acurácia tridimensional e tempo de convergência.

Os resultados demonstraram que o GPS apresentou o desempenho mais robusto, com o maior número médio de satélites visíveis em todas as estações, valores sistematicamente baixos de PDOP, REQM horizontal e vertical inferiores a 10 cm e 20 cm, respectivamente, e tempos de convergência inferiores a 30 minutos na maioria das situações. Galileo também se destacou, com a melhor acurácia tridimensional geral (menores valores de discrepância e desvio padrão em 6 das 9 situações), baixa variabilidade e tempos de convergência inferiores a 50 minutos, mostrando-se a constelação mais estável após o GPS.

O sistema GLONASS apresentou desempenho intermediário, com leve variação no número de satélites e PDOP, mas maior dispersão nos valores de acurácia e nos tempos de convergência, particularmente na componente vertical. Foi o sistema com os maiores valores de REQM vertical em 7 das 9 situações e tempos frequentemente superiores a 90 minutos, evidenciando limitações quando utilizado isoladamente. O BeiDou, por sua vez, apresentou os piores resultados gerais, com os menores números médios de satélites em POAL e TOPL, valores elevados de PDOP, REQMs mais altos e tempos de convergência que superaram 120 minutos em diversas situações. Seu desempenho foi ligeiramente melhor na estação PPTE, reflexo das diferenças nos receptores utilizados.

Além das diferenças entre os sistemas, também se observaram variações entre as estações. A estação PPTE, equipada com receptor Trimble Alloy, apresentou os tempos mais estáveis para GPS e Galileo, enquanto a estação TOPL concentrou os maiores tempos de convergência, sobretudo para GLONASS e BeiDou, indicando possível influência das condições locais de rastreo e das configurações do receptor sobre a qualidade da solução.

Esses resultados reforçam a importância de uma análise criteriosa e segmentada por sistema, principalmente em aplicações que demandam posicionamento de alta precisão, estabilidade e inicialização rápida. Embora o uso de constelações individuais tenha permitido alcançar soluções precisas em várias situações, os dados evidenciam que o desempenho pleno do PPP pode ser significativamente otimizado por meio da integração multi-GNSS, o que será abordado nas seções seguintes.

7 EXPERIMENTO II: AVALIAÇÃO DO PPP MULTI-GNSS EM DIFERENTES PERÍODOS DO DIA

Este capítulo apresenta a segunda etapa experimental desta dissertação, dedicada à avaliação do desempenho do PPP multi-GNSS em diferentes horários de inicialização (*cold starts*). Para isso, foram consideradas as mesmas estações RBMC do capítulo 6 (Figura 19).

A análise é estruturada em quatro subseções. Inicialmente, apresenta-se a metodologia adotada no Experimento II, incluindo os critérios de segmentação temporal, as combinações GNSS avaliadas, os parâmetros de processamento e as métricas utilizadas. Em seguida, é conduzida uma análise da acurácia posicional tridimensional média alcançada para diferentes janelas de processamento. Na sequência, avalia-se o tempo de convergência das soluções horizontal e vertical, considerando os limiares estabelecidos na seção 6.1. Por fim, a última seção apresenta um resumo dos principais resultados e interpretações extraídos do Experimento II, com destaque para os impactos das diferentes combinações GNSS e horários de início sobre o desempenho do PPP.

7.1 Metodologia

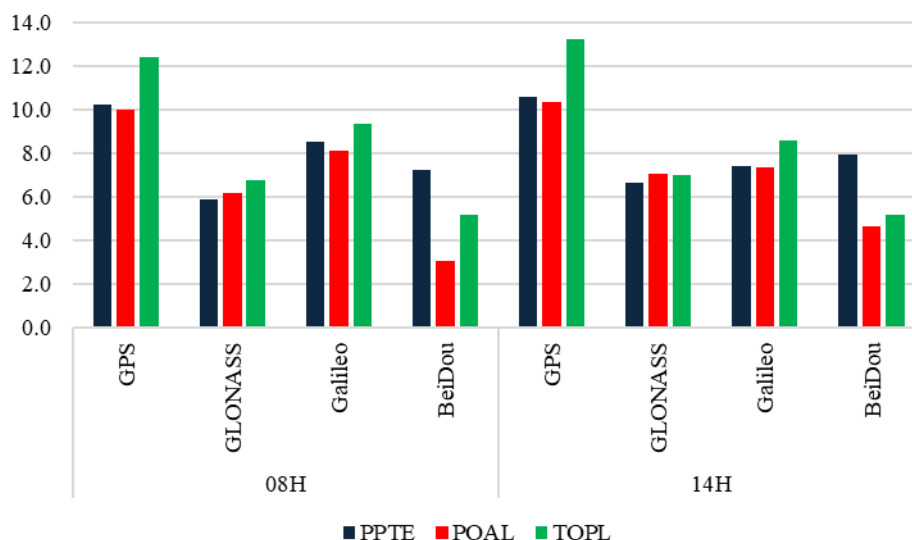
A segunda etapa experimental foi conduzida com base em 15 diferentes combinações de constelações GNSS, classificadas em quatro grupos: constelações únicas (GPS - G, GLONASS - R, Galileo - E e BeiDou - C), duplas (e.g. GR, EC), triplas (e.g. GEC) e a integração quádrupla contendo os quatro sistemas principais (GREC). Essa abordagem visa investigar como o desempenho do PPP varia em função da composição multiconstelação e do horário de inicialização do processamento.

As métricas analisadas foram a média da acurácia posicional tridimensional para diferentes intervalos de coleta (30 minutos, 1 hora, 2 horas e 4 horas) e o tempo de convergência da solução nas componentes horizontal e vertical. Foram definidos dois horários de início para as análises, às 8h e às 14h (horário local de Brasília).

Além disso, foi realizada uma análise da visibilidade média de satélites para as quatro constelações principais nas três estações avaliadas, com o objetivo de contextualizar o desempenho esperado do PPP nas diferentes janelas temporais. A Figura 26 apresenta o número médio de satélites visíveis por constelação e por estação, nos dois horários analisados. Observa-se que, de forma geral, a estação TOPL apresentou maior visibilidade para as constelações GPS e Galileo. Também se destaca uma leve superioridade no número de satélites disponíveis às 14h, notadamente para o sistema GPS. Essa diferença de visibilidade

pode contribuir para variações nos tempos de convergência e nas acurácias alcançadas entre os períodos analisados.

Figura 26- Número médio de satélites visíveis por constelação GNSS, considerando um período de coleta de 4 horas, nas estações PPTE, POAL e TOPL, nos horários de início às 8h e 14h (horário local de Brasília).

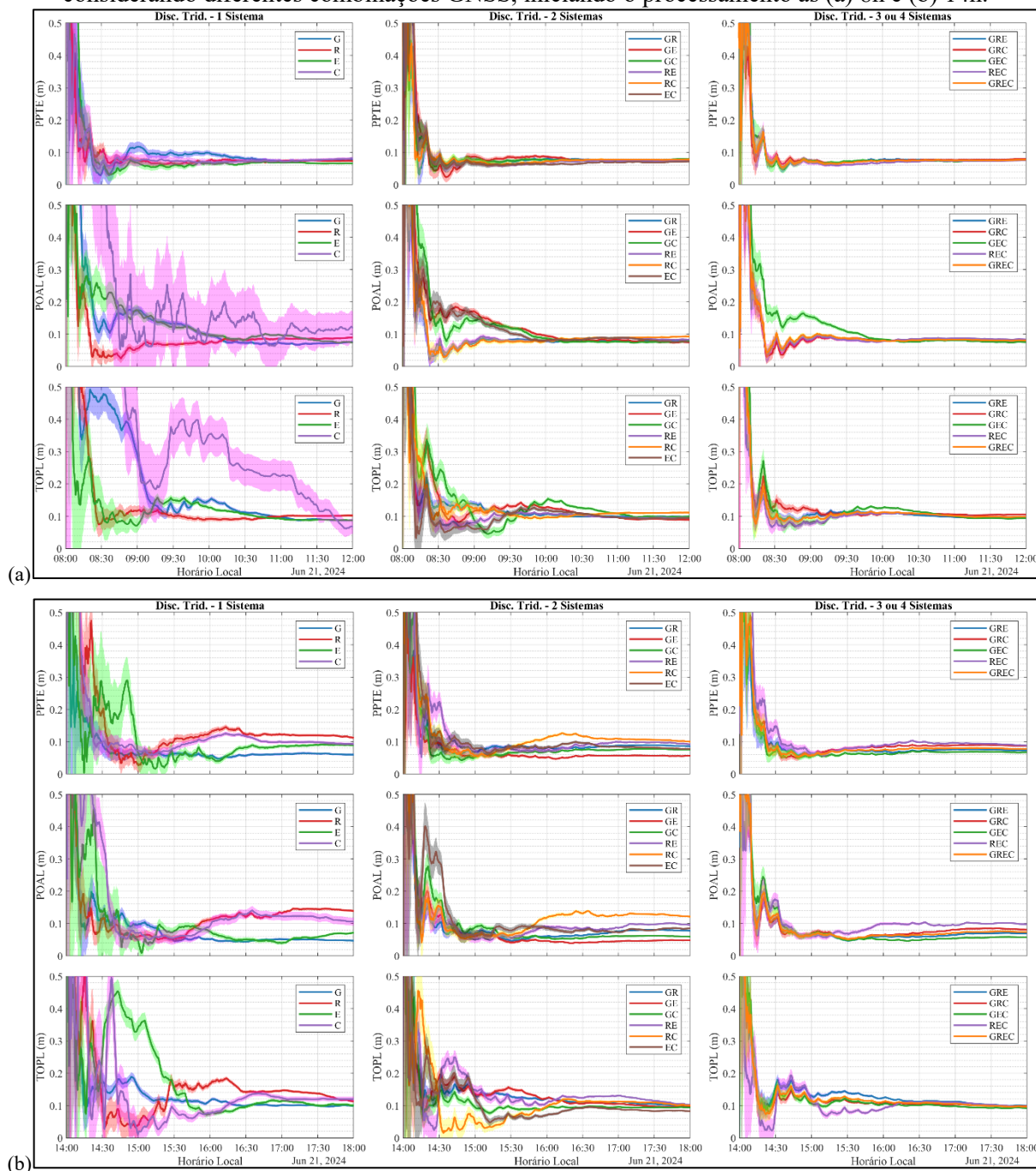


7.2 Avaliação da Acurácia Posicional para Diferentes Períodos do Dia

A acurácia posicional foi avaliada com base na média da discrepância e desvio padrão tridimensional entre as coordenadas estimadas e as coordenadas de referência de cada estação. A análise foi realizada para diferentes durações de coleta (30 minutos, 1 hora, 2 horas e 4 horas), de modo a refletir condições operacionais reais, nas quais a disponibilidade de tempo em campo pode ser limitada. Foram consideradas 15 combinações de constelações GNSS, abrangendo de soluções com constelação única até a integração de quatro constelações.

A Figura 27 apresenta os resultados da acurácia tridimensional média obtida nas estações PPTE, POAL e TOPL, para os horários de início às 8h e 14h (horário local de Brasília). Os gráficos são organizados por grupos de constelações (1, 2 e 3 ou 4 sistemas), e cada curva representa uma integração específica. De modo geral, observou-se que o desempenho melhora com o aumento do tempo de coleta, especialmente nas estações PPTE e POAL. A inclusão de múltiplas constelações também proporcionou ganhos expressivos na precisão, principalmente nas janelas de 30 minutos e 1 hora.

Figura 27- Discrepância posicional tridimensional (em metros) nas estações PPTE, POAL e TOPL, considerando diferentes combinações GNSS, iniciando o processamento às (a) 8h e (b) 14h.



Pode-se observar que as estações TOPL e POAL apresentaram maior variação entre as combinações GNSS, com destaque negativo para as soluções que utilizaram exclusivamente a constelação BeiDou (C), especialmente nos processamentos iniciados às 8h. Esse comportamento não está relacionado a irregularidades ionosféricas, mas sim à baixa disponibilidade de satélites BeiDou nessas estações, conforme evidenciado na Figura 27. Por outro lado, as combinações triplas e quádruplas (e.g., GREC) apresentaram desempenho superior de forma consistente em todas as estações e horários, com valores médios inferiores a

15 cm mesmo com apenas 30 minutos de coleta, evidenciando os benefícios da integração multiconstelação para a melhoria da acurácia no PPP.

A fim de complementar a análise individual por estação, a Tabela 9 apresenta a média da discrepância tridimensional entre as estações PPTE, POAL e TOPL para cada uma das 15 combinações GNSS, nos dois horários avaliados (8h e 14h), e para quatro intervalos de coleta (30 minutos, 1 hora, 2 horas e 4 horas).

Tabela 9- Média da acurácia tridimensional (em centímetros) considerando as três estações (PPTE, POAL e TOPL), para diferentes combinações GNSS, horários de início (8h e 14h) e janelas de coleta (30 minutos, 1 h, 2 h e 4 h), com uma escala de cor variando de vermelho (pior) para verde (melhor).

RBMC	Sistema	21 jun. 8h				21 jun. 14h			
		30min	1h	2h	4h	30min	1h	2h	4h
PPTE	G	43,662	25,731	17,751	14,579	34,573	20,681	13,423	10,842
	R	46,075	27,000	16,899	13,693	85,478	46,826	28,143	23,061
	E	50,756	28,187	17,116	13,623	50,778	36,530	21,104	16,472
	C	43,894	25,793	16,618	13,494	72,905	41,035	24,686	20,184
	GR	34,090	20,853	14,135	12,017	35,884	21,490	14,831	12,636
	GE	35,930	20,847	14,577	12,321	28,630	17,838	11,690	9,589
	GC	31,774	19,615	13,532	11,530	35,225	20,214	13,282	11,286
	RE	37,027	21,929	14,149	11,831	48,764	29,858	18,537	15,262
	RC	36,249	21,874	14,266	12,037	57,255	32,492	20,342	17,414
	EC	39,701	23,038	14,615	11,935	52,600	31,219	19,560	16,026
	GRE	31,707	19,244	13,194	11,360	30,300	18,664	12,813	10,932
	GRC	30,275	18,929	13,027	11,214	34,205	20,005	13,823	12,118
	GEC	30,575	18,550	12,851	10,993	30,279	18,212	12,114	10,295
	REC	32,524	19,662	12,995	11,045	47,817	28,392	18,005	15,200
	GREC	28,746	17,823	12,367	10,735	30,715	18,510	12,742	11,095
POAL	G	76,448	45,877	29,552	22,257	49,668	30,412	18,501	13,933
	R	44,808	24,590	15,811	13,302	47,891	27,920	17,497	15,778
	E	51,152	35,165	24,034	19,106	58,692	35,084	21,319	15,957
	C	191,376	114,775	67,443	50,241	95,980	54,209	30,484	24,416
	GR	42,607	24,280	16,220	13,441	37,225	22,379	14,197	11,640
	GE	57,334	37,249	24,911	19,364	40,517	24,222	14,729	11,244
	GC	68,516	40,533	26,146	20,030	52,187	31,041	18,913	14,495
	RE	36,541	21,584	14,913	12,799	36,831	22,552	14,555	12,556
	RC	42,219	23,918	15,822	13,421	42,211	25,035	16,394	15,201
	EC	47,983	32,395	21,638	17,262	48,938	30,327	19,291	15,453
	GRE	40,270	23,994	16,395	13,657	34,376	20,960	13,363	10,918
	GRC	41,007	23,829	16,189	13,498	37,933	22,691	14,498	12,045
	GEC	53,441	34,246	22,773	17,829	41,673	25,004	15,365	11,924

	REC	35,566	21,610	14,973	12,808	34,876	21,849	14,646	13,032
	GREC	38,623	23,464	16,168	13,495	34,661	21,175	13,633	11,277
TOPL	G	88,087	64,267	39,462	30,248	35,979	26,352	19,111	16,242
	R	59,872	35,245	22,785	18,288	70,364	38,674	25,719	22,332
	E	46,153	27,861	20,673	17,337	43,589	41,126	29,715	23,024
	C	226,305	153,350	92,506	70,752	72,777	46,454	26,437	21,507
	GR	44,494	29,049	20,183	16,805	36,714	25,854	19,365	16,672
	GE	54,427	32,452	22,576	18,728	33,696	25,076	19,462	16,629
	GC	71,118	43,882	26,563	21,976	32,239	22,146	15,539	13,537
	RE	36,942	22,308	16,291	14,265	35,964	28,317	20,053	17,550
	RC	43,643	28,133	19,395	16,374	51,472	28,458	17,336	15,300
	EC	39,334	23,052	16,513	14,591	37,017	26,995	16,909	14,186
	GRE	39,956	24,782	17,921	15,402	33,369	24,482	18,938	16,457
	GRC	41,984	27,335	19,028	16,267	32,047	22,436	16,781	14,698
	GEC	49,570	28,883	19,839	17,034	31,371	22,309	16,573	14,416
	REC	33,658	20,656	15,259	13,719	30,155	22,966	15,682	14,050
	GREC	38,463	23,831	17,187	15,042	30,569	22,158	16,949	14,904

De forma geral, observa-se uma redução sistemática da discrepância com o aumento do tempo de coleta, o que reflete a estabilização gradual da solução PPP. Essa melhoria foi particularmente significativa para as soluções iniciadas às 8h, o que pode estar associado à menor intensidade da variabilidade ionosférica, favorecendo a convergência da solução em janelas mais longas.

Na estação PPTE a integração GREC apresentou os melhores desempenhos em todas as janelas de coleta no *cold start* das 8h, com acurácia média melhorando de 28,7 cm (30min) para 10,7 cm (4h), o que representa uma redução de 62,7% no REQM tridimensional. Para o *cold start* das 14h, o melhor desempenho foi da integração GE, com discrepância de 28,6 cm em 30 minutos, chegando a 9,6 cm em 4 horas (redução de 66,4%). Comparando os dois *cold starts*, nota-se que o desempenho matutino foi ligeiramente melhor nas janelas mais longas, enquanto à tarde o ganho foi mais acentuado nas primeiras horas.

Em relação à estação POAL, a constelação BeiDou isoladamente (C) apresentou o pior desempenho em todos os casos, atingindo 191,4 cm de discrepância média em 30 minutos e 50,2 cm após 4 horas no *cold start* das 8h. Em contraste, a integração REC foi a melhor para 30 min e 1h nesse horário, enquanto a RE se destacou nas janelas de 2h e 4h. Para o *cold start* às 14h, a integração GRE apresentou os melhores resultados de forma consistente em todas as

janelas, partindo de 34,4 cm (30min) para 10,9 cm (4h), o que representa uma melhoria de 68,3%. A evolução dos resultados com o tempo foi mais estável no período vespertino.

A estação TOPL foi a que apresentou as maiores acurácias médias, especialmente quando utilizada apenas a constelação BeiDou. No *cold start* das 8h, a integração REC mostrou-se superior em todos os períodos, com discrepância decrescendo de 33,7 cm para 13,7 cm em 4 horas (melhoria de 59,3%). No *cold start* das 14h, o melhor desempenho foi da integração GC nas janelas de 1h, 2h e 4h, com valores decrescendo de 22,1 cm para 13,5 cm. Para a janela de 30 minutos, a integração REC foi novamente a melhor, com discrepância de 30,2 cm.

A Tabela 10 traz a média da discrepância tridimensional obtida nas três estações analisadas, permitindo uma visão consolidada dos efeitos das combinações GNSS e dos períodos de coleta sobre o desempenho do PPP. A avaliação reforça tendências observadas individualmente por estação, ao mesmo tempo em que evidencia o comportamento médio das soluções em condições operacionais distintas.

Tabela 10- Média para as três estações da discrepância tridimensional (em metros), para diferentes combinações GNSS, cold starts e janelas de coleta.

Sistema		21 jun. 8h				21 jun. 14h			
		30min	1h	2h	4h	30min	1h	2h	4h
Média Para as três estações	G	0,694	0,453	0,289	0,224	0,401	0,258	0,170	0,137
	R	0,503	0,289	0,185	0,151	0,679	0,378	0,238	0,204
	E	0,494	0,304	0,206	0,167	0,510	0,376	0,240	0,185
	C	1,539	0,980	0,589	0,448	0,806	0,472	0,272	0,220
	GR	0,404	0,247	0,168	0,141	0,366	0,232	0,161	0,136
	GE	0,492	0,302	0,207	0,168	0,343	0,224	0,153	0,125
	GC	0,571	0,347	0,221	0,178	0,399	0,245	0,159	0,131
	RE	0,368	0,219	0,151	0,130	0,405	0,269	0,177	0,151
	RC	0,407	0,246	0,165	0,139	0,503	0,287	0,180	0,160
	EC	0,423	0,262	0,176	0,146	0,462	0,295	0,186	0,152
	GRE	0,373	0,227	0,158	0,135	0,327	0,214	0,150	0,128
	GRC	0,378	0,234	0,161	0,137	0,347	0,217	0,150	0,130
	GEC	0,445	0,272	0,185	0,153	0,344	0,218	0,147	0,122
	REC	0,339	0,206	0,144	0,125	0,376	0,244	0,161	0,141
	GREC	0,353	0,217	0,152	0,131	0,320	0,206	0,144	0,124

Para o *cold start* das 8h, o melhor desempenho médio em todas as janelas foi observado na integração REC, com discrepância de 0,339 m (30min) reduzindo progressivamente para 0,206 m (1h), 0,144 m (2h) e 0,125 m (4h), correspondendo a uma melhoria de 63,1% entre a menor e a maior janela de coleta. Em contraste, a pior performance

foi consistentemente registrada para a constelação BeiDou isolada (C), com discrepância inicial de 1,539 m que, mesmo após 4 horas de coleta, permaneceu elevada (0,448 m), revelando sua limitação quando utilizada isoladamente.

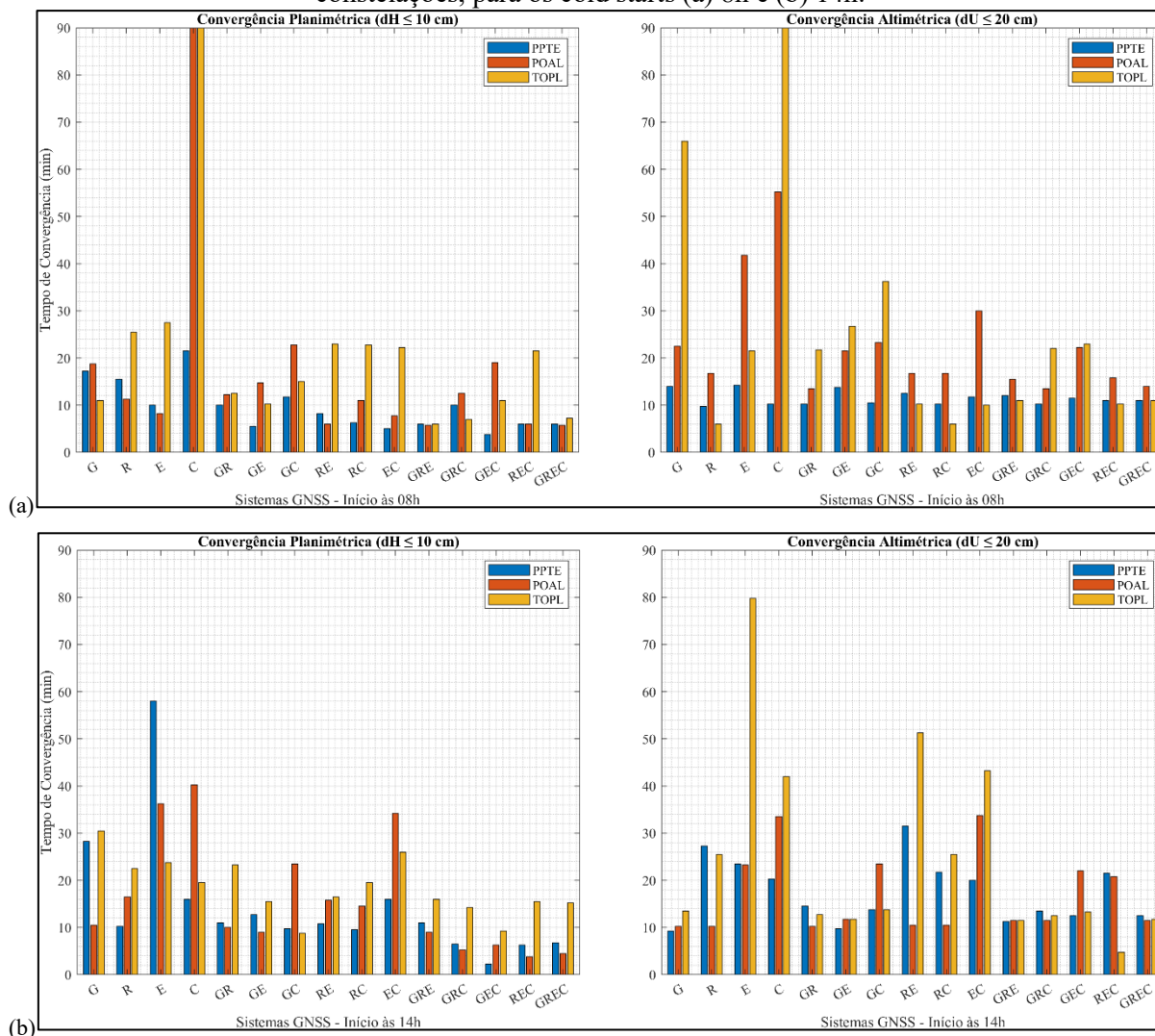
No período vespertino, a integração GREC apresentou o melhor resultado médio para 30 minutos (0,320 m), 1h (0,206 m) e 2h (0,144 m). Contudo, para 4h de coleta, foi GEC que apresentou a menor discrepância (0,122 m), ligeiramente melhor que GREC (0,124 m). Essa diferença pontual, embora pequena, indica que diferentes combinações podem apresentar variações de desempenho conforme a duração da coleta e a geometria dos satélites disponível naquele dia. A constelação C novamente apresentou os piores resultados em todas as janelas, com discrepância de 0,806 m (30min), que se manteve acima de 0,220 m mesmo após 4h.

Comparando as duas condições de inicialização, observa-se que o *cold start* das 8h apresentou desempenho superior nas janelas longas, enquanto o *cold start* das 14h favoreceu as soluções em janelas curtas.

7.3 Avaliação do Tempo de Convergência

A presente seção avalia o tempo de convergência do PPP considerando os *cold starts* iniciados às 8h e às 14h, para cada uma das estações analisadas. O critério de convergência adotado foi o mesmo utilizado no Capítulo 6: erro planimétrico inferior ou igual a 10 cm e erro altimétrico inferior ou igual a 20 cm, mantidos até o final da janela de observação. A Figura 28 ilustra os tempos de convergência horizontal e vertical para todas as 15 combinações GNSS testadas, em cada estação, permitindo a comparação direta entre os dois períodos do dia.

Figura 28- Tempo de convergência da solução (em minutos), para as componentes planimétricas e altimétricas, nas estações PPTE, POAL e TOPL, considerando diferentes combinações de constelações, para os cold starts (a) 8h e (b) 14h.



De modo geral, observa-se que as combinações triplas e quádrupla (especialmente GREC, GRC e GRE) proporcionaram tempos de convergência mais curtos, muitas vezes inferiores a 15 minutos, tanto para a componente horizontal quanto para a vertical. Por outro lado, as soluções baseadas em uma única constelação apresentaram maior variabilidade, com destaque negativo para a constelação BeiDou isolada, que em muitos casos não convergiu dentro dos 90 minutos apresentados no gráfico da Figura 28.

Na estação PPTE, para o *cold start* das 8h, a integração GEC apresentou o menor tempo de convergência horizontal (2,25 minutos), enquanto o menor tempo vertical foi alcançado com o uso exclusivo do GPS (9,25 minutos). Os piores desempenhos ficaram com o uso isolado do Galileo, que apresentou o maior tempo horizontal (58 minutos), e com a integração RE, que foi a mais lenta na vertical (31,5 minutos). Para o *cold start* das 14h, a

melhor convergência horizontal continuou sendo observada com a integração GEC (3,75 minutos), enquanto a vertical foi mais eficiente com o uso exclusivo do GLONASS (9,75 minutos). Já os piores desempenhos foram registrados com a constelação BeiDou isolada na componente horizontal (21,5 minutos) e com o uso do GPS na vertical (66 minutos), refletindo a influência das condições orbitais e atmosféricas nas diferentes constelações ao longo do dia.

Na estação POAL, com início da coleta às 8h, a integração REC foi a mais eficiente na componente horizontal, com tempo de convergência de 3,75 minutos, enquanto a integração GR apresentou o menor tempo vertical, com 10,25 minutos. Os piores resultados ocorreram com o uso exclusivo da constelação BeiDou, que exigiu 40,25 minutos para convergir horizontalmente, e com a integração EC, que demandou 33,75 minutos para a componente vertical. Para o *cold start* das 14h, os menores tempos de convergência foram observados para a integração GREC na horizontal (5,75 minutos) e GRC na vertical (13,5 minutos). Em contrapartida, o pior desempenho foi novamente da constelação BeiDou isolada, com 239,5 minutos na horizontal e 55,25 minutos na vertical, evidenciando as limitações dessa constelação em situações de inicialização autônoma.

Na estação TOPL, no *cold start* das 8h, a melhor convergência horizontal foi observada com a integração GC, atingindo o critério de acurácia em 8,75 minutos, enquanto a vertical convergiu mais rapidamente com a integração REC, em apenas 4,75 minutos. Os piores resultados foram registrados com o uso exclusivo do GPS na horizontal (30,5 minutos) e do Galileo na vertical (79,75 minutos). Já para o período vespertino, os tempos mais curtos foram verificados com a integração GRE na componente horizontal (6,0 minutos) e com RC na vertical (6,0 minutos). A constelação BeiDou, quando utilizada isoladamente, apresentou os piores desempenhos, com 134,75 minutos para convergência horizontal e 191,5 minutos na vertical, reforçando sua vulnerabilidade em cenários de posicionamento inicial.

7.4 Conclusão do Experimento II

A avaliação do PPP multi-GNSS em diferentes períodos do dia demonstrou de forma clara os impactos que tanto a composição das constelações quanto o horário de inicialização exercem sobre o desempenho do posicionamento. Os resultados obtidos indicam que soluções multi-GNSS, especialmente aquelas que integram três ou quatro sistemas GNSS, são significativamente mais robustas e eficientes, tanto em termos de acurácia posicional quanto de tempo de convergência.

Observou-se que, em todas as estações analisadas, o desempenho melhora com o aumento do tempo de coleta, sendo esse efeito mais pronunciado nas configurações com constelação única. Nas janelas de 30 minutos e 1 hora, os ganhos advindos da integração de múltiplas constelações foram mais evidentes, com destaque para as combinações GREC, GRC, REC e GRE. Em particular, a integração REC apresentou os melhores resultados médios no período da manhã (*cold start* às 8h), enquanto GREC se destacou nas janelas curtas do período da tarde, sendo superada por GEC apenas na janela de 4 horas.

O desempenho da constelação BeiDou, quando utilizada de forma isolada, foi consistentemente inferior, apresentando as maiores discrepâncias posicionais e os maiores tempos de convergência, com diversas instâncias nas quais não foi possível atingir os critérios estabelecidos dentro da janela de 90 minutos. Este comportamento reflete não apenas a menor quantidade de satélites visíveis nas estações brasileiras, mas também limitações orbitais e regionais da constelação no hemisfério ocidental.

Além disso, verificou-se uma diferença significativa entre os *cold starts* das 8h e das 14h. De modo geral, o período matutino favoreceu as janelas mais longas. Já o período da tarde apresentou vantagens para soluções de curta duração, com tempos de convergência ligeiramente inferiores em diversas combinações. Este comportamento também está associado à maior disponibilidade média de satélites às 14h, conforme evidenciado na análise de visibilidade.

Portanto, os resultados aqui apresentados reforçam a importância da integração multi-GNSS para aplicações de posicionamento preciso em tempo reduzido, especialmente em ambientes operacionais reais, nos quais a duração da coleta pode ser limitada.

8 EXPERIMENTO III: COMPORTAMENTO DO PPP MULTI-GNSS ESTÁTICO E CINEMÁTICO

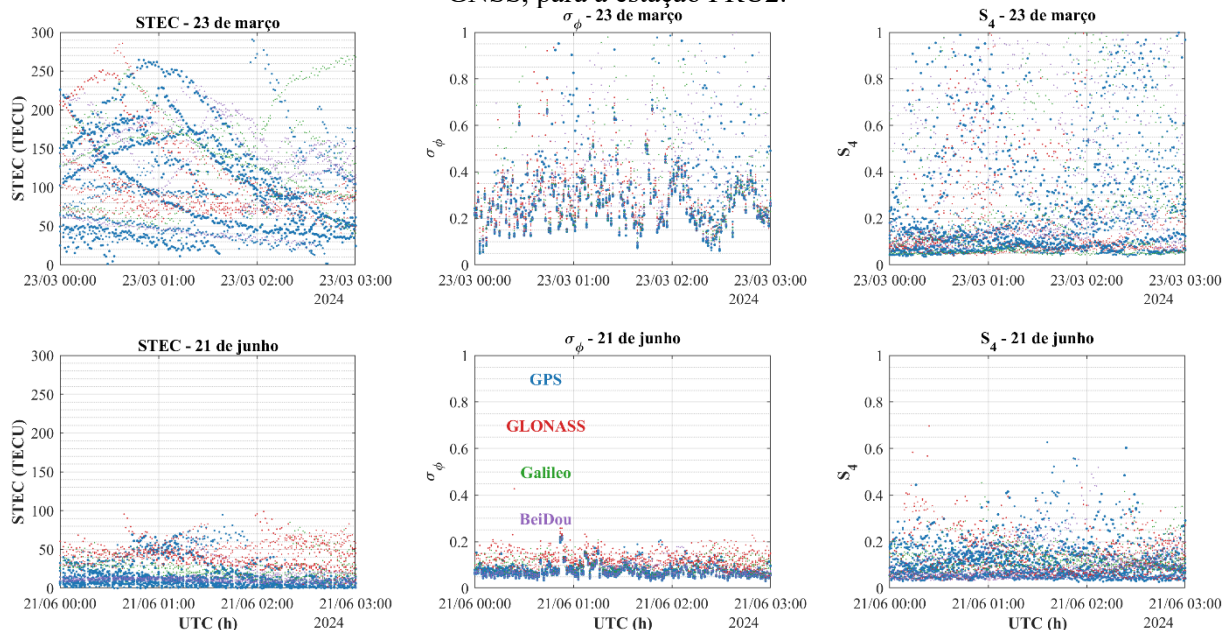
Este capítulo apresenta uma análise detalhada do comportamento do PPP multi-GNSS no modo cinemático, com ênfase na comparação com os resultados obtidos no modo estático. O experimento foi conduzido utilizando a estação PPTE, com o objetivo de caracterizar as diferenças de desempenho entre os modos de operação, considerando diferentes métricas de avaliação. O foco da análise recai sobre a acurácia posicional, tempo de convergência da solução e qualidade dos resíduos das observações GNSS. Além disso, são exploradas diferentes condições ionosféricas, incluindo períodos com forte e fraca variabilidade, para avaliar o impacto dessas perturbações no desempenho do PPP cinemático.

8.1 Metodologia

A metodologia adotada neste estudo envolve a aplicação do processamento PPP multi-GNSS com os quatro sistemas nas modalidades estática e cinemática, com ênfase na análise da solução cinemática. A acurácia posicional foi verificada por meio dos erros horizontal e vertical ao longo do tempo, enquanto o tempo de convergência foi definido como o intervalo necessário para que os erros ficassem abaixo de 10 cm na componente horizontal e 20 cm na vertical. Os resíduos das observações, tanto de pseudodistância quanto de fase, foram analisados após a combinação linear *Ion-Free* (IF), considerando os sistemas GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou. Para a avaliação da estabilidade e desempenho da solução PPP, foram processados dados de três dias consecutivos de coleta (20, 21 e 22 de junho de 2024), possibilitando uma análise contínua e comparativa entre os diferentes modos de processamento e condições ionosféricas.

Ademais, foi realizada uma avaliação do comportamento do PPP em diferentes condições ionosféricas, com foco em dois intervalos específicos: um período com forte cintilação ionosférica, correspondente ao dia 23 de março de 2024 entre 0h e 3h UTC, e um período com baixa variabilidade ionosférica, registrado no dia 21 de junho de 2024 no mesmo período do dia (Figura 29). As informações referentes à variabilidade ionosférica foram obtidas a partir da estação PRU2, pertencente à rede INCT GNSS NavAer. O processamento cinemático foi executado nos modos *forward*, *backward* e *combined*, enquanto o processamento estático foi conduzido apenas no modo *forward*. As soluções foram analisadas a partir de gráficos de séries temporais dos erros posicionais e por meio de estatísticas descritivas, incluindo a média e os percentis 68%, 90% e 95% do REQM, com distinção entre as componentes horizontal e vertical.

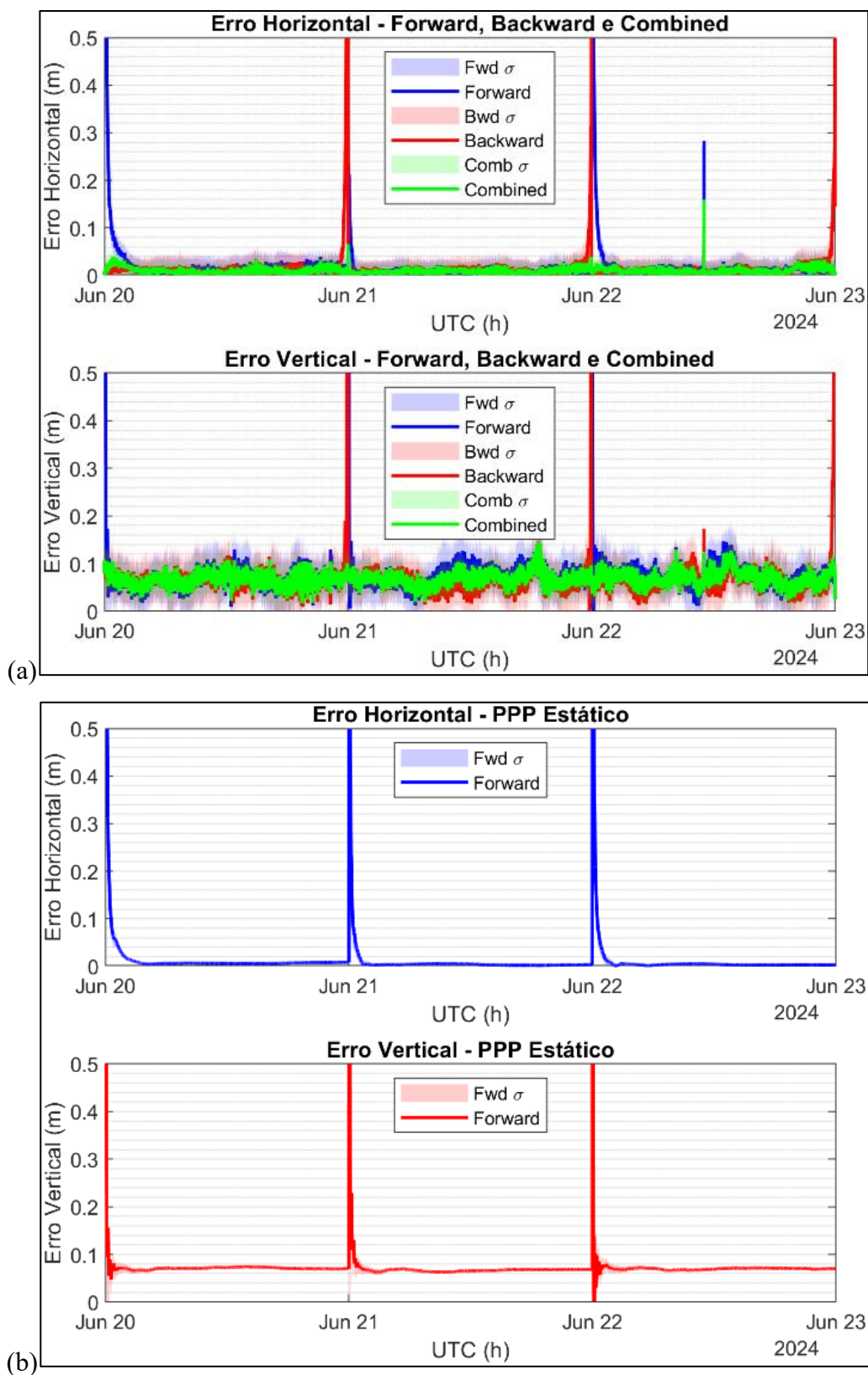
Figura 29- Índices de STEC e cintilação ionosférica na fase (σ_ϕ) e na intensidade do sinal (S_4) para o período das 0h às 3h UTC dos dias 23 de março e 21 de junho de 2024, para diferentes sistemas GNSS, para a estação PRU2.



8.2 Avaliação da Acurácia Posicional em Três Dias de Coleta

A Figura 30 apresenta os resultados de erro posicional horizontal e vertical ao longo de três dias consecutivos (20, 21 e 22 de junho de 2024), comparando o desempenho do PPP cinemático e do PPP estático. Para o PPP cinemático, são exibidos os modos *forward*, *backward* e *combined*, enquanto para o PPP estático é mostrado o resultado obtido no modo *forward*. Esta comparação permite avaliar não apenas a redução dos erros ao longo do tempo em cada modo de processamento, mas também a diferença de comportamento entre as modalidades estática e cinemática nas mesmas condições observacionais.

Figura 30- Erros horizontal e vertical do PPP Multi-GNSS: comparação entre modo o cinemático (a) e estático (b) ao longo dos dias 20, 21 e 22 de junho de 2024.



Observa-se que, no caso do PPP cinemático, os modos *forward* e *backward* apresentam rápida redução dos erros nas primeiras dezenas de minutos de cada dia, seguidos de uma estabilidade relativa. No entanto, pequenas oscilações e degradações pontuais são visíveis ao longo do tempo, principalmente na componente vertical. Um pico relevante no erro da componente horizontal foi identificado no modo *backward*, atingindo 0,282 m às 11h05min15s do dia 21 de junho de 2024, evidenciando a suscetibilidade da solução cinemática a degradações pontuais durante a trajetória. Na componente horizontal, o modo *forward* convergiu aos 42 minutos e 45 segundos após o início da coleta no dia 20 de junho, enquanto no dia 21 de junho a convergência ocorreu em apenas 14 minutos, e no dia 22 de junho a convergência foi mais tardia, registrada às 11h05min30s UTC, coincidente com a instabilidade observada. O modo *backward*, por sua vez, apresentou convergência aos 23 minutos e 33 segundos no dia 20, e 46 minutos e 45 segundos no dia 21, com leve antecipação no dia 22 de junho (11h04min45s). Já o modo *combined* convergiu imediatamente no início das sessões para os dois primeiros dias, e também às 11h05min30s no terceiro dia.

Na componente vertical, o comportamento foi mais estável e consistente entre os modos de processamento. No modo *forward*, a convergência ocorreu aos 9 minutos e 15 segundos após o início da coleta no dia 20 de junho, enquanto nos dias 21 e 22 de junho os tempos de convergência foram ainda menores, registrados aos 6 minutos e 45 segundos e 6 minutos e 30 segundos, respectivamente. Para o modo *backward*, considerando a correção em relação ao tempo de coleta, a convergência foi obtida aos 7 minutos e 45 segundos no dia 20 de junho, 6 minutos no dia 21 de junho e 18 minutos no dia 22 de junho. No modo *combined*, a convergência vertical ocorreu de forma imediata, coincidindo com o início das observações às 00h00min UTC em todos os dias.

No caso do PPP estático, os tempos de convergência foram consistentes ao longo dos três dias de coleta. Na componente horizontal, a convergência foi alcançada em 34 minutos no dia 20 de junho, 22 minutos e 30 segundos no dia 21 de junho, e 29 minutos e 15 segundos no dia 22 de junho. Esses tempos refletem a necessidade de acumulação progressiva de informações orbitais e de correções atmosféricas até que a solução atinja estabilidade. Na componente vertical, os tempos de convergência foram inferiores aos observados na componente horizontal, com 8 minutos e 15 segundos no dia 20 de junho, 17 minutos e 15 segundos no dia 21 de junho, e 6 minutos e 30 segundos no dia 22 de junho. Após a convergência, observou-se alta estabilidade dos erros, com dispersão mínima ao longo do tempo, confirmando o desempenho robusto do PPP estático em condições controladas.

De forma a sintetizar as informações obtidas a partir das soluções estática e cinemática, a Tabela 11 apresenta os valores médios e os percentis 68%, 90% e 95% do erro absoluto (dH e dU) e do desvio padrão (sH e sU), para as componentes horizontal e vertical, considerando os modos de processamento *forward*, *backward*, *combined* e o processamento estático.

Tabela 11- Estatísticas de acurácia posicional para os modos de processamento PPP Multi-GNSS, considerando os três dias de coleta.

Métrica	Componente	Indicador	Forward	Backward	Combined	Estático
Média	Horizontal	dH (m)	0,022	0,016	0,009	0,016
		sH (m)	0,031	0,031	0,019	0,007
	Vertical	dU (m)	0,077	0,075	0,068	0,076
		sU (m)	0,056	0,056	0,036	0,01
P68	Horizontal	dH (m)	0,014	0,012	0,011	0,006
		sH (m)	0,028	0,028	0,02	0,001
	Vertical	dU (m)	0,08	0,071	0,074	0,071
		sU (m)	0,052	0,052	0,037	0,003
P90	Horizontal	dH (m)	0,022	0,019	0,017	0,008
		sH (m)	0,03	0,031	0,022	0,004
	Vertical	dU (m)	0,096	0,085	0,085	0,073
		sU (m)	0,058	0,058	0,041	0,007
P95	Horizontal	dH (m)	0,037	0,025	0,021	0,027
		sH (m)	0,033	0,034	0,023	0,012
	Vertical	dU (m)	0,104	0,093	0,091	0,074
		sU (m)	0,063	0,063	0,043	0,014

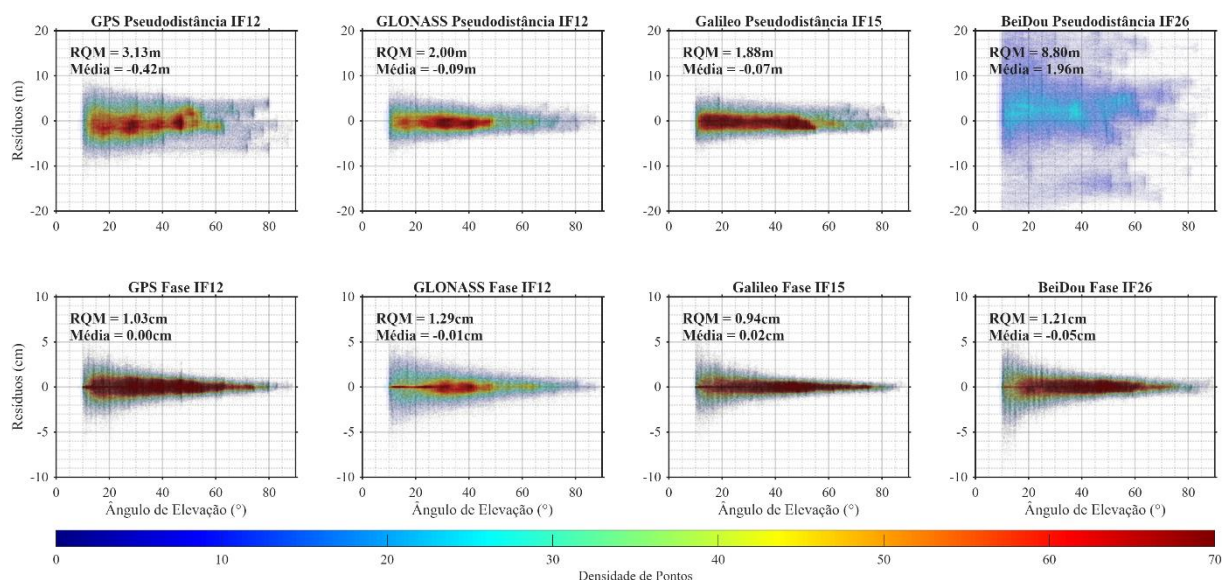
A análise dos resultados evidencia que o PPP estático apresenta, de maneira geral, os menores valores de desvio padrão e erro absoluto em todas as métricas e componentes, destacando sua superioridade em termos de estabilidade e precisão. Em relação ao PPP cinemático, o modo *combined* apresentou desempenho superior na análise da média dos erros, tanto na componente horizontal (0,009 m) quanto na vertical (0,068 m), resultado esperado uma vez que esta solução não sofre degradação inicial decorrente do tempo de convergência.

Nas análises baseadas nos percentis 68%, 90% e 95%, o PPP estático demonstrou desempenho superior ao dos modos *forward*, *backward* e *combined* em praticamente todos os casos. A única exceção foi observada na componente horizontal no percentil 95%, em que o modo *combined* apresentou erro ligeiramente inferior (0,021 m) ao do PPP estático (0,027 m), evidenciando a vantagem do processamento combinado para mitigar degradações esporádicas em cenários cinemáticos.

A comparação entre as soluções destaca que o PPP estático apresenta desempenho superior em termos de precisão e estabilidade em relação ao PPP cinemático. Entretanto, entre os modos cinemáticos, o processamento *combined* mostrou-se a melhor estratégia para mitigar erros residuais, reduzir a variabilidade e obter uma acurácia mais consistente, especialmente na componente vertical, mais sensível a perturbações atmosféricas e orbitais.

Além da análise dos erros posicionais, também foram avaliados os resíduos das observações GNSS para o PPP estático multi-GNSS. A Figura 31 apresenta a distribuição dos resíduos de pseudodistância e fase, combinadas (*Ion-Free*), para os sistemas GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, em função do ângulo de elevação dos satélites.

Figura 31- Distribuição dos resíduos de pseudodistância e fase *Ion-Free* para GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, em função do ângulo de elevação dos satélites, considerando o PPP estático multi-GNSS, para os três dias de coleta.



Observa-se que, para as observações de pseudodistância, os resíduos apresentam dispersão significativamente maior em comparação às observações de fase, o que é esperado devido à menor precisão intrínseca das medições de código. Entre os sistemas, o Galileo apresentou o menor valor de RQM para pseudodistância (1,88 m), seguido pelo GLONASS (2,00 m) e GPS (3,13 m). O sistema BeiDou, por outro lado, apresentou o pior desempenho, com RQM de 8,80 m, indicando maior variabilidade nos resíduos de código.

Nas observações de fase, os resíduos foram consideravelmente mais baixos e com dispersão reduzida, reforçando a alta precisão das medições de portadora. O menor valor de RQM foi registrado para o Galileo (0,94 cm), seguido pelo GPS (1,03 cm), BeiDou (1,21 cm) e GLONASS (1,29 cm). Em todos os sistemas, os resíduos de fase apresentaram distribuição

concentrada próxima ao zero e padrão de dispersão típico em função da elevação, com maior espalhamento para ângulos baixos devido ao aumento dos efeitos atmosféricos e de multicaminho.

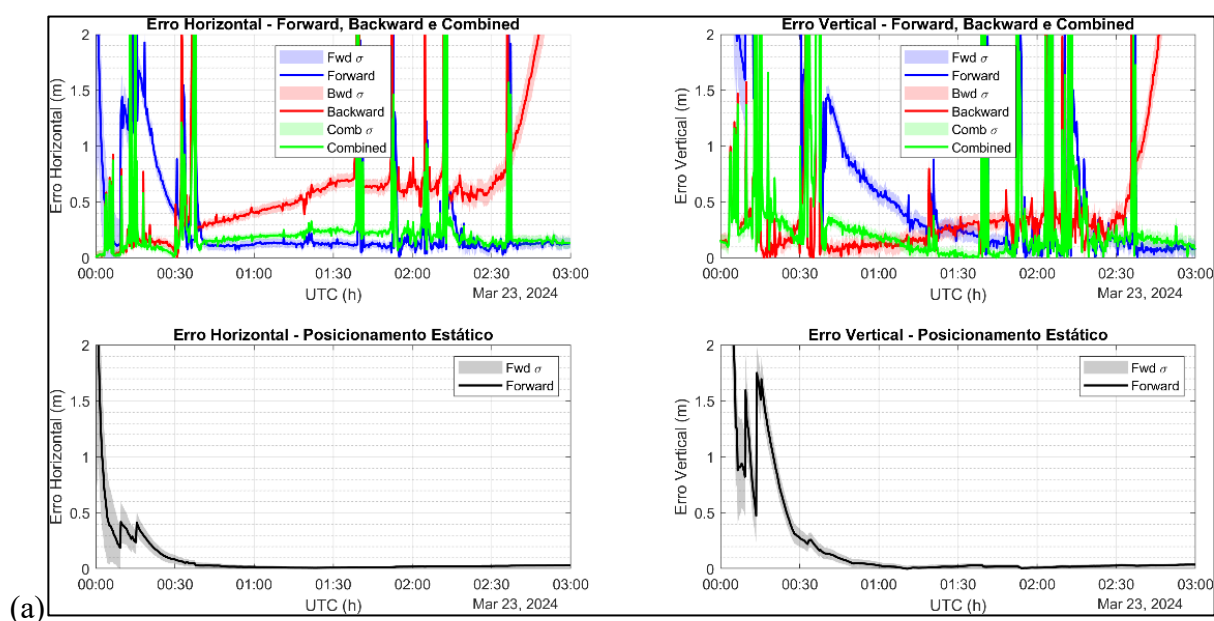
De modo a complementar a análise dos resíduos, o Anexo III apresenta os histogramas de frequência relativa dos resíduos de pseudodistância e fase para cada sistema GNSS. Esses histogramas permitem visualizar de forma mais detalhada a distribuição dos resíduos, evidenciando a concentração dos erros em torno do valor zero e a presença de possíveis assimetrias ou alargamentos nas distribuições, especialmente nas observações de código.

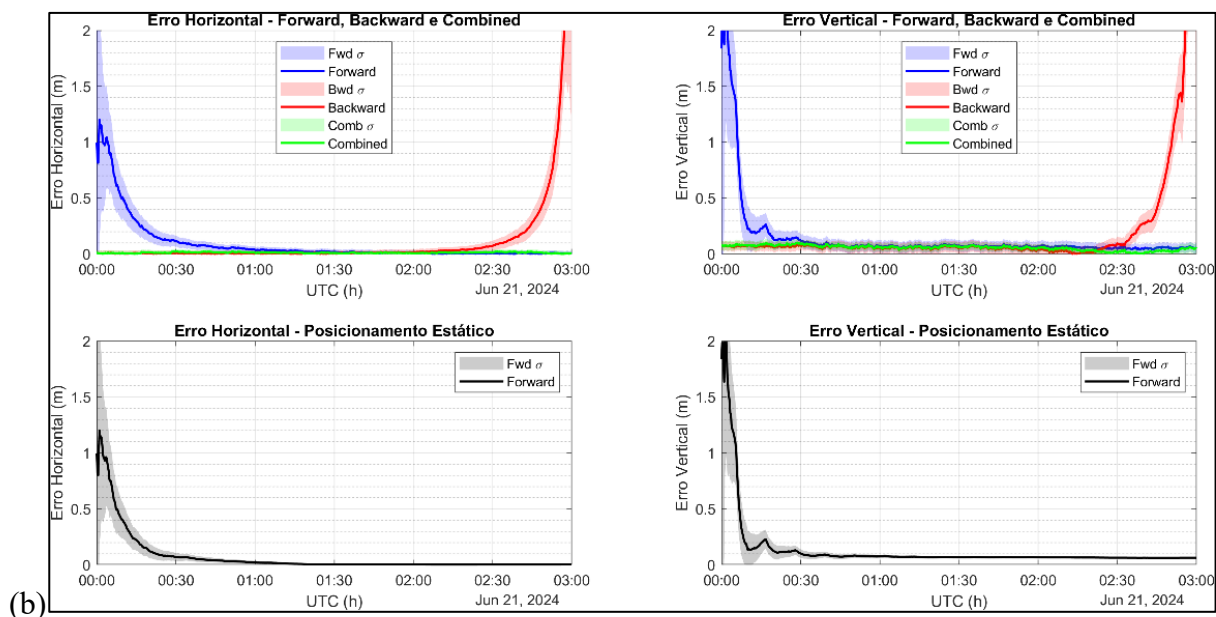
8.3 Avaliação do Comportamento do PPP em Período de Forte e Fraca Variabilidade Ionosférica

Nesta seção, realiza-se uma análise comparativa do comportamento do PPP multi-GNSS sob condições distintas de variabilidade ionosférica. Foram selecionados dois períodos para a avaliação: um associado a forte cintilação ionosférica, ocorrido no dia 23 de março de 2024 (DOY 83), entre 00h00min e 03h00min UTC, e outro correspondente a uma situação de baixa variabilidade ionosférica, no dia 21 de junho de 2024 (DOY 173), no mesmo intervalo de tempo.

A Figura 32 apresenta os resultados de erro posicional horizontal e vertical ao longo do período de forte e de baixa variabilidade ionosférica, considerando o PPP cinemático nos modos forward, backward e combined, e o PPP estático no modo forward.

Figura 32- Erro horizontal e vertical do PPP multi-GNSS em períodos de forte (a) e fraca (b) variabilidade ionosférica: comparação entre modos cinemático e estático.





No dia 83, caracterizado por forte cintilação ionosférica, observa-se que os modos cinemáticos apresentaram elevada instabilidade ao longo das três horas de observação. O modo *forward* registrou erros superiores a 1 m na componente horizontal nos primeiros 30 minutos e variações abruptas ao longo do intervalo, com dificuldades de convergência. O modo *backward* apresentou comportamento igualmente instável, com erro horizontal médio de 0,809 m, refletindo as dificuldades impostas pelas irregularidades ionosféricas severas. O modo *combined*, embora tenha mitigado parcialmente essas degradações, ainda apresentou erros médios elevados (0,265 m horizontal e 0,434 m vertical), comparativamente às condições de baixa variabilidade. No PPP estático, os erros também foram elevados inicialmente, mas a solução conseguiu convergir e estabilizar progressivamente após cerca de 30 minutos.

No dia 173, com baixa variabilidade ionosférica, os modos cinemáticos apresentaram comportamento muito mais estável e erros reduzidos ao longo de todo o período. O modo *forward* obteve erro médio horizontal de 0,091 m e vertical de 0,144 m, enquanto o *combined* apresentou valores ainda inferiores (0,011 m horizontal e 0,056 m vertical). O PPP estático, por sua vez, manteve erros médios de 0,071 m na componente horizontal e 0,132 m na vertical, com estabilidade evidente após a fase inicial de convergência. Nesta condição, o tempo de convergência do PPP estático foi de 22 minutos e 30 segundos para a componente horizontal e 17 minutos e 15 segundos para a componente vertical, valores considerados consistentes com o ambiente ionosférico mais calmo e estável.

Em contraste, no dia 83, caracterizado por forte cintilação ionosférica, o PPP estático apresentou maiores dificuldades na convergência inicial, com tempos de 27 minutos e 30

segundos para a componente horizontal e 36 minutos e 15 segundos para a componente vertical. Esses tempos mais elevados refletem o impacto adverso da variabilidade ionosférica intensa sobre a qualidade da solução PPP, especialmente na fase inicial de coleta.

A Tabela 12 sintetiza os valores médios e percentis 68% (P68) do erro absoluto (dH e dU) e do desvio padrão (sH e sU) para os dois dias analisados, considerando os modos de processamento *forward*, *backward*, *combined* e o PPP estático.

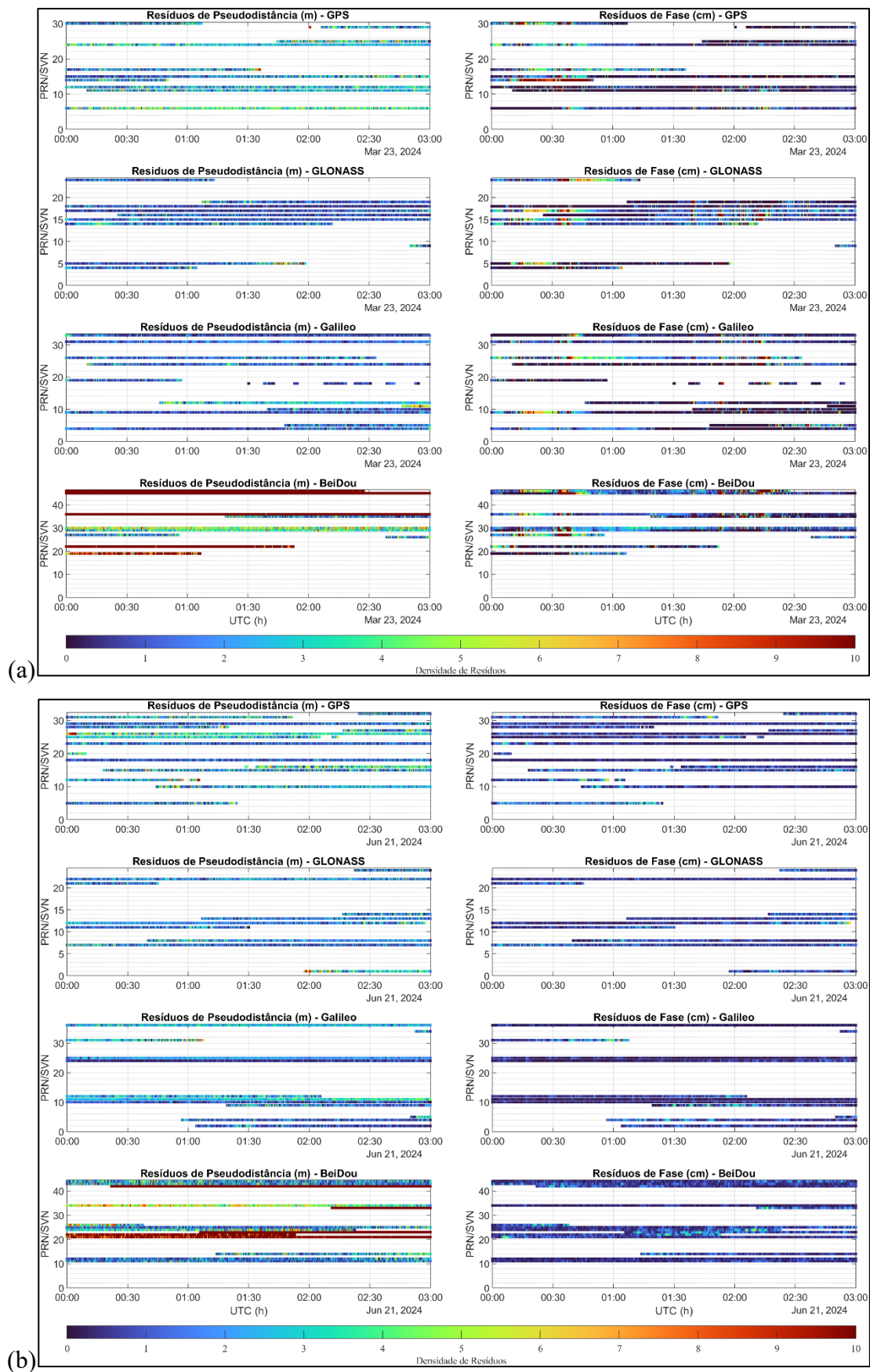
Tabela 12- Estatísticas de acurácia posicional para o PPP multi-GNSS em condições de forte (dia 83) e fraca (dia 173) variabilidade ionosférica.

Dia	Métrica	Componente	Indicador	Forward	Backward	Combined	Estático
173	Média	Horizontal	dH (m)	0,091	0,112	0,011	0,071
			sH (m)	0,061	0,058	0,019	0,044
		Vertical	dU (m)	0,144	0,21	0,056	0,132
			sU (m)	0,095	0,095	0,037	0,058
	P68	Horizontal	dH (m)	0,043	0,018	0,013	0,025
			sH (m)	0,029	0,027	0,02	0,015
		Vertical	dU (m)	0,076	0,07	0,068	0,075
			sU (m)	0,052	0,052	0,037	0,016
83	Média	Horizontal	dH (m)	0,353	0,809	0,265	0,088
			sH (m)	0,082	0,105	0,037	0,05
		Vertical	dU (m)	1,349	0,98	0,434	0,323
			sU (m)	0,159	0,149	0,063	0,096
	P68	Horizontal	dH (m)	0,151	0,645	0,214	0,029
			sH (m)	0,05	0,076	0,039	0,016
		Vertical	dU (m)	0,81	0,352	0,24	0,039
			sU (m)	0,092	0,091	0,066	0,032

Os resultados confirmam que a variabilidade ionosférica exerce forte impacto na qualidade do posicionamento PPP, especialmente na solução cinemática. Em condições severas (dia 83), os erros e a instabilidade da solução aumentam significativamente, enquanto em condições calmas (dia 173) o PPP atinge alta precisão e estabilidade, comparável ao processamento estático em alguns cenários.

Complementar à análise dos erros posicionais, a Figura 33 ilustra a distribuição dos resíduos de pseudodistância e de fase para cada sistema GNSS nos períodos de forte e fraca variabilidade ionosférica, respectivamente.

Figura 33- Distribuição dos resíduos de pseudodistância e de fase, no PPP estático, para os dias (a) 23 de março e (b) 21 de junho de 2024.



No dia 83 (Figura 33.a), observa-se uma dispersão significativamente maior dos resíduos, principalmente nas observações de pseudodistância, refletindo o ambiente ionosférico altamente perturbado. Essa dispersão é evidente em todos os sistemas GNSS, mas destaca-se de forma mais acentuada no sistema BeiDou, que apresentou resíduos de pseudodistância elevados e uma maior densidade de observações espalhadas ao longo do tempo. As observações de fase, embora mais resistentes às perturbações, também sofreram degradações, com eventos de aumento pontual dos resíduos, especialmente nos sistemas GLONASS e BeiDou. A análise das médias dos resíduos corrobora essas observações, evidenciando resíduos de fase superiores a 10 cm em diversos satélites do GPS (por exemplo, PRN 14 com 12,60 cm), GLONASS (SVN 5 com 19,14 cm) e BeiDou (PRN 29 com 16,24 cm). No caso das pseudodistâncias, os maiores impactos foram verificados no BeiDou, com resíduos médios que ultrapassaram 17 m para satélites como PRN 36 (17,45 m), PRN 45 (19,90 m) e PRN 46 (18,55 m). Esses resultados confirmam o impacto severo da variabilidade ionosférica intensa na qualidade das observações GNSS, afetando tanto a estabilidade quanto a precisão das medições.

Em contraste, no dia 173 (Figura 33.b), caracterizado por baixa variabilidade ionosférica, a distribuição dos resíduos apresenta-se visivelmente mais concentrada em torno do valor zero para todos os sistemas, especialmente nas observações de fase. As pseudodistâncias também mostram menor dispersão e redução significativa na incidência de grandes resíduos em comparação ao cenário de forte cintilação. As observações de fase mantêm elevada qualidade, com uma distribuição extremamente concentrada em torno do zero, evidenciando a estabilidade do ambiente ionosférico. O sistema Galileo destacou-se novamente, com resíduos mínimos ao longo de toda a janela de observação. As médias calculadas reforçam esse comportamento, revelando resíduos de fase inferiores a 1 cm para a maioria dos satélites dos sistemas GPS, GLONASS e Galileo. Em particular, satélites como o PRN 18 do GPS (0,34 cm) e o PRN 24 do Galileo (0,42 cm) exemplificam a excelência das observações sob condições ionosféricas tranquilas, confirmando a elevada robustez das observações GNSS no período analisado.

Complementando a análise visual, a Tabela 13 apresenta o valor de RQM dos resíduos de pseudodistância e fase, por GNSS, para os dois dias analisados. No cenário perturbado de 23 de março, o sistema BeiDou apresentou o pior desempenho, com RQM de 13,46 m para pseudodistância e 81,72 cm para fase. O GLONASS também foi afetado, com RQM de fase ultrapassando 1 m. Por outro lado, no dia 21 de junho, com baixa atividade ionosférica, os

resíduos reduziram drasticamente em todos os sistemas, com RQM inferiores a 2,8 m nas pseudodistâncias e inferiores a 1,2 cm nas fases.

Tabela 13 – RQM dos resíduos de pseudodistância e fase por sistema GNSS nos dias 23 de março e 21 de junho de 2024.

Sistemas	Pseudodistância (m)		Fase (cm)	
	23 mar.	21 jun.	23 mar.	21 jun.
GPS	3,20	2,78	43,93	1,15
GLONASS	1,97	2,29	104,50	1,13
Galileo	1,91	2,18	35,20	0,87
BeiDou	13,46	12,17	81,72	1,04

8.4 Conclusão do Experimento III

Os experimentos realizados neste capítulo permitiram uma avaliação abrangente do comportamento do PPP multi-GNSS em modo cinemático, com ênfase na comparação com os resultados obtidos no modo estático para a estação PPTE. A análise contemplou métricas de acurácia posicional, tempo de convergência e resíduos das observações, em diferentes condições ionosféricas.

Inicialmente, observou-se que o PPP estático apresenta desempenho superior em termos de precisão e estabilidade em relação às soluções cinemáticas. No entanto, o modo cinemático *combined* demonstrou ser a estratégia mais eficaz entre os modos *forward* e *backward*, oferecendo menores erros médios e menor variabilidade, especialmente na componente vertical. Essa vantagem decorre da eliminação da fase de convergência na solução *combined*, o que favorece a consistência ao longo da trajetória.

A análise em três dias consecutivos reforçou essas observações, com destaque para a estabilidade da solução estática após a convergência e para o comportamento pontualmente instável dos modos *forward* e *backward* no posicionamento cinemático. As estatísticas de erro (média e percentis) mostraram que, embora o PPP cinemático seja viável e produza resultados precisos após a convergência, ele é mais suscetível a degradações locais, conforme evidenciado por picos esporádicos no erro horizontal. Cabe destacar que os dados utilizados neste estudo se referem a uma simulação de levantamento cinemático com receptor fixo, o que proporciona condições mais favoráveis do que aquelas enfrentadas em levantamentos reais. Em cenários operacionais, efeitos como perdas de rastreamento, obstruções, multicaminho e variações bruscas de orientação podem impactar significativamente a qualidade da solução

cinemática, tornando os desafios ainda mais relevantes para a aplicação do PPP em ambientes dinâmicos.

A comparação entre dois períodos com distinta variabilidade ionosférica confirmou o impacto direto da variabilidade da ionosfera sobre a qualidade da solução PPP. Durante o período de forte cintilação, foram observadas maiores instabilidades, atrasos na convergência e aumento expressivo nos resíduos das observações, tanto na pseudodistância quanto na fase. Em contraste, o período de baixa variabilidade ionosférica favoreceu a obtenção de soluções mais estáveis e precisas, com menor dispersão dos resíduos e rápida convergência.

As análises dos resíduos por PRN evidenciaram diferenças relevantes entre os sistemas GNSS. O sistema Galileo destacou-se pela robustez mesmo em cenários adversos, apresentando baixos resíduos de fase e menor variação nos resíduos de pseudodistância. O GPS e o GLONASS mostraram desempenho intermediário, enquanto o BeiDou demonstrou maior sensibilidade à variabilidade ionosférica, com resíduos significativamente mais elevados, especialmente em pseudodistância, nos dias com forte cintilação.

Os resultados obtidos reforçam a importância da análise integrada entre observações, modelos de correção e estratégias de processamento para o uso eficiente do PPP Multi-GNSS, especialmente em aplicações cinemáticas em ambientes dinâmicos e variáveis.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES FUTURAS

Esta dissertação buscou implementar e avaliar o desempenho do método PPP multi-GNSS, utilizando as constelações GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, para diferentes configurações de sinais e considerando as condições atmosféricas típicas do território brasileiro. Por meio dos experimentos realizados com dados da RBMC, foi possível investigar detalhadamente aspectos críticos como o tempo de convergência, a acurácia posicional, e os resíduos das observações, destacando especialmente o comportamento sob influência da variabilidade ionosférica.

A partir dos resultados obtidos, ficou evidente que o emprego integrado das quatro constelações GNSS proporciona melhorias substanciais em comparação com soluções baseadas em sistemas individuais. Em termos gerais, o uso combinado das constelações melhorou significativamente o tempo de convergência das soluções PPP e aumentou a estabilidade e acurácia dos resultados, especialmente em períodos ou locais com visibilidade restrita ou maior variabilidade ionosférica. Em especial, constatou-se que as combinações triplas e quádruplas (com destaque para GREC, GEC e GRE) apresentaram os menores tempos médios de convergência, refletindo os benefícios da integração de múltiplas constelações no PPP.

Por outro lado, observou-se que a constelação BeiDou ainda enfrenta desafios específicos, especialmente relacionados à qualidade dos produtos orbitais e de relógios disponíveis, o que ocasionou desempenho inferior em algumas situações. Esta observação indica que melhorias contínuas nesses produtos podem contribuir significativamente para o desempenho futuro do PPP multi-GNSS envolvendo esta constelação.

O desenvolvimento do software APPPOLO se mostrou um dos principais marcos desta pesquisa, permitindo o controle detalhado de todos os parâmetros envolvidos na modelagem do PPP e a realização de experimentos configuráveis de forma prática e automatizada. O software revelou-se robusto e versátil, incorporando diversos modelos de correção e estratégias de combinação observacional. Trata-se de uma ferramenta inédita no cenário nacional, com grande potencial de aplicação em projetos científicos e operacionais de posicionamento de alta precisão no Brasil.

As análises também ressaltaram a importância estratégica do método PPP, reconhecida internacionalmente por instituições como a ESA e a GSA, especialmente com o avanço do PPP-RTK e a disseminação de receptores multi-frequência no mercado global. Estas tecnologias têm potencial para revolucionar aplicações práticas de posicionamento com alta

acurácia, tanto no âmbito científico quanto comercial. Espera-se, em trabalhos futuros, tornar o APPPOLO disponível para a comunidade, contribuindo com uma plataforma aberta e adaptável às necessidades de pesquisadores, instituições governamentais e empresas do setor. Sua utilização poderá apoiar projetos de monitoramento geodésico, posicionamento de precisão em engenharia, estudos atmosféricos e aplicações em tempo real, como o PPP-RTK.

Durante a implementação do software, verificou-se que alguns efeitos sistemáticos foram intencionalmente negligenciados para priorizar a estrutura modular do código. No entanto, a ausência de modelagens como do movimento do polo terrestre, dos deslocamentos associados ao PCO/PCV do receptor, dos erros de multicaminho e da correção do ARP causou impacto nas estimativas, introduzindo viés residual e aumento no tempo de convergência em determinadas condições. Assim, há espaço para avanços substanciais no desempenho do APPPOLO a partir do aprimoramento dos modelos físicos empregados.

Por fim, levando em consideração os avanços e limitações identificadas nesta pesquisa, recomenda-se para trabalhos futuros:

- Avaliar estratégias eficientes para a solução das ambiguidades inteiras em PPP multi-GNSS, especialmente explorando observações não combinadas (*Uncombined*);
- Investigar o desempenho do PPP multi-GNSS em cenários cinemáticos, especialmente com receptores de menor qualidade amplamente utilizados por usuários brasileiros. Isso permitirá avaliar a robustez do método em condições reais de operação, considerando movimentações contínuas e ambientes com maior obstrução de sinais.
- Analisar a viabilidade do PPP-RTK, utilizando transmissões de produtos via internet (SSR), e validar seu desempenho em sessões curtas de coleta (inferiores a 15 minutos), com vistas à aplicação prática em campo.
- Explorar técnicas avançadas de modelagem atmosférica e avaliar o impacto de modelos empíricos e previsões numéricas de tempo no tempo de convergência e acurácia;
- Realizar estudos complementares utilizando dados coletados com alta taxa (*high rate*) e investigar os efeitos de eventos extremos de cintilação ionosférica na solução PPP;
- Desenvolver e validar modelos robustos de controle de qualidade adaptativos para lidar com situações específicas de degradação dos sinais GNSS.

Essas recomendações apontam direções claras para o avanço da pesquisa no PPP, contribuindo para o aprimoramento contínuo do método e seu fortalecimento como técnica essencial no contexto do posicionamento de alta precisão no Brasil e no mundo.

REFERÊNCIAS

- AI, Q.; YUAN, Y.; XU, T.; ZHANG, B. Time and frequency characterization of GLONASS and Galileo on-board clocks. **Measurement Science and Technology**. 31. 2020. DOI: 10.1088/1361-6501/ab69d3.
- AIRBUS. **Airbus starts Galileo second generation satellite production**. 1 dez. 2023. Disponível em: <https://www.airbus.com/en/newsroom/press-releases/2023-12-airbus-starts-galileo-second-generation-satellite-production>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- AN, X.; MENG, X.; JIANG, W. Multi-constellation GNSS precise point positioning with multi-frequency raw observations and dual-frequency observations of ionospheric-free linear combination. **Satellite Navigation**, v. 1, n. 7, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1186/s43020-020-0009-x>.
- ARIANESPACE. **Arianespace signs Ariane 6 launch contract for Galileo's first pair of Second Generation satellites**. 16 jan. 2025. Disponível em: <https://www.arianespace.com/news/arianespace-signs-ariane-6-launch-contract-for-galileos-first-pair-of-second-generation-satellites/>. Acesso em: 2 abr. 2025.
- ASHBY, N. **Relativity in the Global Positioning System**. Living Reviews in Relativity. Dept. of Physics, University of Colorado. 2003.
- _____. The Sagnac Effect in the Global Positioning System. In RIZZI, G; RUGGIERO, M. L. **Relativity in Rotating Frames: Relativistic Physics in Rotating Reference Frames**. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2004. Cap. 1, p. 11-28.
- ASKNE, J.; NORDIUS, H. Estimation of tropospheric delay for microwaves from surface weather data. **Radio Sci.** 1987, 22, 379–386. <https://doi.org/10.1029/RS022i003p00379>.
- BLEWITT, G. An automated editing algorithm for GPS data. **Geophysical Research Letters**, v. 17, n. 3, p. 199-202, mar. 1990.
- BORRE, K.; AKOS, D. M; BERTELSEN, N.; RINDER, P.; JENSEN, S. H. **A software defined GPS and Galileo receiver**. 1.ed. Boston: Birkhäuser, 2007.
- BRACK, A.; MÄNNEL, B.; WICKERT, J.; SCHUH, H. Operational multi-GNSS global ionosphere maps at GFZ derived from uncombined code and phase observations. **Radio Science**, 56, e2021RS00733, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1029/2021RS007337>.
- CAMARGO P. O. **Controle de qualidade aplicado ao Filtro de Kalman**, Curitiba, 1992. 94 p. Dissertação (Mestrado) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- CHEN, Y.; SHENG, C.; YI, Q.; LI, R.; MA, G.; ZHANG, J. Analysis and improvement of the Bancroft algorithm for GNSS satellite orbit determination. **Measurement Science and Technology**. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac4434>.
- CHOY, S.; BISNATH, S.; RIZOS, C. Uncovering common misconceptions in GNSS Precise Point Positioning and its future prospect. **GPS solutions**, 21(1), 13-22, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-016-0545-x>.
- CSNO – CHINESE SATELLITE NAVIGATION OFFICE. **BeiDou Navigation Satellite System Open Service Performance Standard**. BDS-OS-PS-1.0. 2013.
- _____. **BeiDou Navigation Satellite System Signal in Space Interface Control Document - Open Service Signal B1I (Version 3.0)**. Beijing: China Satellite Navigation Office, 2021.

Disponível em: <http://m.beidou.gov.cn/xt/gfxz/202105/P020210526216231136238.pdf>. Acesso em: 06 set. 2024.

_____. **Constellation Status**. 2025. Disponível em: <http://www.csno-tarc.cn/en/system/constellation>. Acesso em: 02 abr. 2025.

DAVIS JL, HERRING TA, SHAPIRO I, ROGERS AE, ELGENED G. Geodesy by interferometry: effects of atmospheric modeling errors on estimates of base line length. **Radio Science** 20:1593–1607, 1985.

DEO, M.; EL-MOWAFY, A. Triple-frequency GNSS models for PPP with float ambiguity estimation: performance comparison using GPS. **Survey Review**, 50(360), 249–261, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/00396265.2016.1263179>.

DOD – Department of Defense. **Global Positioning System Precise Positioning Service Performance Standard**. 02 fev. 2007.

DOD – Department of Defense; National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) Standardization Document. **World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems**. 08 jul. 2014.

DVORKIN, V. V.; NOSENKO, Y. I.; URLICHICH, Y. M.; FINKEL'SHTEIN, A. M. The Russian Global Navigation Satellite Program. **Herald of the Russian Academy of Sciences**, v. 79, n. 1, p. 7-13, 2009. DOI: 10.1134/S101933160901002X.

ELSHEIKH, M.; IQBAL, U.; NOURELDIN, A.; KORENBERG, M. The Implementation of Precise Point Positioning (PPP): A Comprehensive Review. **Sensors** 2023, 23, 8874. DOI: <https://doi.org/10.3390/s23218874>.

ESA - EUROPEAN SPACE AGENCY. **Galileo Ground Segment**. 2022. Disponível em: https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Galileo_Ground_Segment. Acesso em: 30 jul. 2024.

_____. **Galileo Satellites**. 2024. Disponível em: https://www.esa.int/Applications/Satellite_navigation/Galileo/Galileo_satellites. Acesso em: 30 jul. 2024.

_____. **Galileo Second Generation**. 2021. Disponível em: https://esa.int/ESA_Multimedia/Images/2021/05/Galileo_Second_Generation. Acesso em: 30 jun. 2023.

_____. **Galileo Space Segment**. 2024. Disponível em: https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Galileo_Space_Segment. Acesso em: 02 abr. 2025.

_____. **GLONASS Space Segment**. 2024. Disponível em: https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/GLONASS_Space_Segment. Acesso em: 02 abr. 2025.

_____. **I/NAV improvements now available to Galileo Open Service users**. 2024. Disponível em: <https://galileognss.eu/inav%e2%80%afimprovements-now-available-to-galileo-open-service-users/#more-3985>. Acesso em: 30 jul. 2024.

_____. **Galileo Second Generation developing at full speed**. 2025. Disponível em: https://www.esa.int/Applications/Satellite_navigation/Galileo/Galileo_Second_Generation_developing_at_full_speed. Acesso em: 30 mai. 2025.

EURASIA DAILY MONITOR. **GLONASS Program for 2021–2030**. 2021. Disponível em: [GLONASS Program for 2021–2030 - Jamestown](https://www.jamestown.org/programs/longform/?p=GLONASS-Program-for-2021-2030). Acesso em: 26 jul. 2024.

FALCONE, M.; HAHN, J.; BURGER, T. **Galileo**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.

FEAIRHELLER, S.; CLARK, R. **Other Satellite Navigation Systems**. In: KAPLAN, E. D.; HEGARTY, C. J. (Eds). Understanding GPS: Principles and Applications, 2 ed. Artech House, Norwood, 2006, cap 11, p. 595-634.

FENG, Y.; ZHENG, Y. Efficient interpolations to GPS orbits for precise wide area applications. **GPS Solutions**, Springer-Verlag, p. 273-282, 2005, DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-005-0133-y>.

FSA - FEDERAL SPACE AGENCY - INFORMATION ANALYTICAL CENTRE. **GLONASS Constellation Status**. 2025. Disponível em: <https://glonass-iac.ru/en>. Acesso em: 02 abr. 2025.

_____. **About GLONASS**. 2025. Disponível em: https://glonass-iac.ru/en/about_glonass/. Acesso em: 02 abr. 2025.

Galileo legal process ticks over. **BBC News**, 7 de abril de 2008. Disponível em: <http://news.bbc.co.uk/2/hi/science/nature/7335833.stm>. Acesso em: 30 jul. 2024.

GE, Y.; ZHOU, F.; SUN, B.; WANG, S.; SHI, B. The Impact of Satellite Time Group Delay and Inter-Frequency Differential Code Bias Corrections on Multi-GNSS Combined Positioning. **Sensors**, 2017, 17, 602. <https://doi.org/10.3390/s17030602>.

GENDT, G.; ALTAMIMI, Z.; DACH, R.; SPRINGER, T.; **The GNSS Prototype Team. GGSP: Realisation and Maintenance of the Galileo Terrestrial Reference Frame**. In: Advances in Space Research 47(2), pp. 174–185, 2011.

GLANER, M. F. **Towards instantaneous PPP convergence using multiple GNSS signals**. Thesis (Ph.D. in Technical Sciences) – Technische Universität Wien, Faculty of Mathematics and Geoinformation, Department of Geodesy and Geoinformation, Vienna, 2022.

GOUVEIA, T. A. F. **Função de Mapeamento Brasileira da atmosfera neutra e sua aplicação no Posicionamento GNSS na América do Sul**. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2019.

GPS – The Global Positioning System. **Control Segment**. 2021. Disponível em: <https://www.gps.gov/systems/gps/control>. Acesso: 02 abr. 2025.

_____. **Space Segment**. 2025. Disponível em: <http://www.gps.gov/systems/gps/space>. Acesso: 02 abr. 2025.

GSA – European GNSS Agency. **GNSS Market Report**, Issue 5. 2017. Disponível em: <https://www.euspa.europa.eu>. Acesso em: 30 mar. 2025.

_____. **PPP-RTK Market and Technology Report**, Issue 5. 2019. Disponível em: <https://www.euspa.europa.eu>. Acesso em: 30 mar. 2025.

GSC – European GNSS Service Centre. **Constellation Status**. 2025. Disponível em: <https://www.gsc-europa.eu/galileo/system>. Acesso em: 02 abr. 2025.

HADAS, T.; KAZMIERSKI, K. & SOŚNICA, K. Performance of Galileo-only dual-frequency absolute positioning using the fully serviceable Galileo constellation. **GPS Solutions**. 23, 108, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0900-9>.

- HAUSCHILD, A. **Basic Observation Equations**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- HE B, CAI C, PAN L. A Rapid-Convergence Precise Point Positioning Approach Using Double Augmentations of Low Earth Orbit Satellite and Atmospheric Information. **Remote Sensing**. 2023; 15(22):5265. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs15225265>.
- HEGARTY, C. J. **The Global Positioning System (GPS)**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- HENDRICKX, Bart. **The secret payloads of Russia's Glonass navigation satellites**. The Space Review, 19 dez. 2022. Disponível em: <https://www.thespacereview.com/article/4502/1>. Acesso em: 2 abr. 2025.
- HENNING, W. **National Geodetic Survey User Guidelines for Classical Real Time GNSS Positioning**. DRAFT, 2008. pp. 77-78.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. **GNSS – Global navigation satellite systems, GPS, GLONASS, Galileo and more**. Springer-Verlage Wien, 501p., 2008.
- JEREZ, G. O.; ALVES, D. B. M. **GLONASS: Revisão teórica e estado da arte**. R. bras. Geom., Curitiba, v. 6, n. 2, p. 155-173, abr/jun. 2018. DOI: <https://doi.org/10.3895/rbgeo.v6n2.7368>.
- JOHNSON, N. L. **GLONASS Spacecraft**. GPS World 5(11), 51–58, 1994.
- KAPLAN, E. D. **Understanding GPS: principles and applications**. 2 ed. Boston: Artech House, Inc., 1996. 554p.
- KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, AES-23, n.3, p. 325-331, 1987.
- KOUBA, J.; HÉROUX, P. **GPS Precise Point Positioning using IGS Orbit Products**. Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada, 2000.
- KOUBA, J.; LAHAYE, F.; TÉTREAU, P. **Precise Point Positioning**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- LANDSKRON, D.; BÖHM, J. VMF3/GPT3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions. **J. Geod.** 2018, 92, 349–360. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1066-2>.
- LANGLEY, R. B.; TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. **Introduction to GNSS**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- LEICK, A. **GPS Satellite Surveying**. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- LI, M.; YUAN, Y. Estimation and Analysis of the Observable-Specific Code Biases Estimated Using Multi-GNSS Observations and Global Ionospheric Maps. **Remote Sensing** 2021, 13, 3096. <https://doi.org/10.3390/rs13163096>.

- LI, X.; ZHANG, X.; REN, X.; FRITSCH, M.; WICKERT, J.; SCHUH, H. Precise positioning with current multi-constellation Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and BeiDou. **Scientific Reports** 5, 8328 (2015). <https://doi.org/10.1038/srep08328>.
- LIU, T.; YUAN, Y.; ZHANG, B.; WANG, N.; TAN, B.; CHEN, Y. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations. **Journal of Geodesy**, 91(3), p. 253-268, 2017b. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0960-3>.
- LOTFY, A.; ADELFAH, M.; EL-FIKY, G. Improving the performance of GNSS precise point positioning by developed robust adaptive Kalman filter. **The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science**, 25(4), 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejrs.2022.09.005>.
- LOU, Y.; ZHANG, Z.; GONG, X.; ZHENG, F.; GU, S.; SHI, G. Estimating GPS satellite and receiver differential code bias based on signal distortion bias calibration. **GPS Solutions** 27, 48, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01388-z>.
- MARQUES, H. A. M. **PPP em Tempo Real com Estimativa das Correções dos Relógios dos Satélites no Contexto de Rede GNSS**. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2012.
- MATSUOKA, M. T.; COLLISCHONN, C.; KLEIN, I.; CAMARGO, P. O.; PEREIRA, V. A. S. Impacto de tempestade geomagnética na ionosfera e no posicionamento com GNSS: estudo de caso para 20 de novembro de 2003 na região brasileira. **Boletim de Ciências Geodésicas**, 2013.
- MCCARTHY D. D.; PETIT G. IERS Conventions (2003), **IERS Technical Note 32**, Central Bureau of IERS- Observatoire de Paris.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2ª ed. São Paulo: editora UNESP, 476 p., 2008.
- MONTENBRUCK, O.; GILL, E. **Satellite orbits: Models, Methods and Applications**. Berlin, New York: Springer, 2005. 369p.
- MONTENBRUCK, O.; SCHMID, R.; MERCIER, F.; STEIGENBERGER, P.; NOLL, C.; FATKULIN, R.; KOGURE, S.; GANESHAN, A. GNSS satellite geometry and attitude models. **Adv. Space Res.** 2015, 56, 1015–1029. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.06.019>.
- MONTENBRUCK, O. STEIGENBERGER, P.; PRANGE, L.; DENG, Z.; ZHAO, Q.; PEROSANZ, F.; ROMERO, I.; NOLL, C.; STURZE, A.; WEBER, G.; SCHMID, R.; MACLEOD, K.; SCHAEER, S. The multi-GNSS experiment (MGEX) of the International GNSS Service (IGS): achievements, prospects and challenges. **Advances in Space Research**, v. 59, n. 7, p. 1671–1697, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.01.011>.
- NAVCEN – NAVIGATION CENTER. **GPS Constellation Status**. 2025. Disponível em: <https://www.navcen.uscg.gov/gps-constellation>. Acessado em: 02 abr. 2025.
- NGA - National Geospatial-Intelligence Agency. **WGS 84 (G2296) Terrestrial Reference Frame Realization**. Office of Geomatics, NGA, Approved for Public Release: NGA-U-2023-02846, 2023. Disponível em: <https://earth-info.nga.mil/index.php?dir=gnss&action=gnss>.
- NIELL, A. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. **Journal of Geophysical Research**. 101, pp. 3227-3246, 1996.
- ODIJK, D. **Positioning Model**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.

- PANY, T. **Navigation Signal Processing for GNSS Software Receivers**. Boston: Artech House, 2010.
- PATOVELLO, M. G.; CURRAN, J. T. **Simulators and Test Equipment**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer, Berlin, 2017.
- PETIT G.; LUZUM, B. IERS Conventions (2010), **IERS Technical Note 36**, Central Bureau of IERS- Frankfurt, Alemanha.
- PROL, F. S. **IonMAP: Sistema de assimilação de dados para o imageamento tridimensional da ionosfera no Brasil**. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2019.
- PSYCHAS, D. V. **Fast and reliable multi-GNSS precise point positioning with integer ambiguity resolution**. 2022. Ph.D. Thesis – Delft University of Technology, Delft, 2022. DOI: <https://doi.org/10.4233/uuid:1d046ff3-1065-4c94-a86c-f739166c69b6>.
- PUSTOSHILOV, A.; TSAREV, S. **Universal coefficients for precise interpolation of GNSS orbits from final IGS SP3 data**. International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), p. 1-6, 2017.
- RAO, M.; FALCO, G.; PATOVELLO, M. **GNSS Solutions: Code Tracking and Pseudoranges. Inside GNSS**, 2012.
- RAUCH, H. E.; TUNG, F.; STRIEBEL, C. T. Maximum Likelihood Estimates of Linear Dynamic Systems. **AIAA Journal**, v. 3, n. 8, p. 1445-1450, 1965. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.3166>.
- REVNIVYKH, S. **GLONASS Status and Progress**. CGSIC Meeting. Savannah, GA, US, 2008.
- REVNIVYKH, S.; BOLKUNOV, A.; SERDYUKOV, A.; MONTENBRUCK, O. **GLONASS**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer, Berlin, 2017.
- REVNIVYKH, I. **GLONASS and SDCM Status and Development**. ROSCOSMOS State Space Corporation. ICG-14, Bengaluru, India. 2019. Disponível em: <https://www.unoosa.org/documents/pdf/icg/2019/icg14/03.pdf>.
- REMONDI, B. W. Computations of precise satellite velocity using broadcast ephemeris. **GPS Solutions** 8, 3, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-004-0094-6>.
- RIA NOVOSTI. **"Роскосмос" в 2023-2025 годах запустит шесть спутников "Глонасс"**. [Roscosmos lançará seis satélites Glonass em 2023-2025] (em Russo). 14 dez. 2018. Disponível em: <https://ria.ru/20181214/1547970121.html>. Acesso em: 26 jul. 2024.
- RIZOS, C. **Principles of Satellite Positioning: Clock Behavior**. 1999.
- ROMERO, I. **RINEX The Receiver Independent Exchange Format Version 4.00**. International GNSS Service (IGS), 2021. Disponível em: https://files.igs.org/pub/data/format/rinex_4.00.pdf.
- SAASTAMOINEN, J. Atmospheric correction for the troposphere and stratosphere in radio ranging satellites. **Artif. Satell. Geod.** 1972,15, 247–251.

- SAPUCCI, L. F. **Estimativa do vapor d'água atmosférico e avaliação da modelagem do atraso zenital troposférico utilizando GPS**. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2001.
- SEEBER, G. **Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003.
- SETTI JR, P. T. **Posicionamento por Ponto multi-GNSS: análise dos sistemas, sinais e modelos ionosféricos**. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2019.
- SCHENEWERK, M. A brief review of basic GPS orbit interpolation strategies. **GPS Solutions**, v. 6, n. 4, p. 265–267, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-002-0036-0>.
- SONG, C.; GENG, S.; CHEN, L.; AN, X.; MA, H. Calculating Global Navigation Satellite System Satellite Velocities and Accelerations by Utilizing the Orbit Fitting and Orbit Integration Methods. **Remote Sensing** 2024, 16, 2366. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs16132366>.
- SOUSASANTOS, J.; RODRIGUES, F.; MORAES, A.; EASTES, R.; MONICO, J. F. G. (2024). On the estimation of scintillation severity using background F-region peak densities: description and example results using GOLD observations. **GPS Solutions**. 28. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-023-01602-6>.
- SOUZA, F. T. L.; ZAUPA, J. P. V.; SILVA, J. L. F.; STAFOCHER, M. A.; ALVES, D. B. M.; SETTI JR, P. T., **Processamento e Análise de Dados multi-GNSS no Posicionamento por Ponto**. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Cartográfica e de Agrimensura) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2023.
- STEIGENBERGER, P., MONTENBRUCK, O. Galileo status: orbits, clocks, and positioning. **GPS Solutions** 21, 319–331, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-016-0566-5>.
- STRANG, G.; BORRE, K. **Linear algebra, geodesy and GPS**. Wellesley-Cambridge Press, 1997, 624p.
- STUPAK, G. **SDCM status and plans**. Proc. 7th Meet. Int. Comm. GNSS (ICG), Beijing (UNOOSA, Vienna 2012) pp. 1–15.
- SUBIRANA, J. S.; ZORNOZA, J. M.; HERNÁNDEZ-PAJARES, M. **GNSS Data Processing: Fundamentals and Algorithms**. Volume I. ESA, 2013.
- TAKASU, T. (2013). **RTKLIB ver. 2.4.2 Manual**.
- TEGEDOR, J.; ØVSTEDAL, O. Triple carrier precise point positioning (PPP) using GPS L5. **Survey Review**, v. 46, n. 337, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1179/1752270613Y.0000000076>.
- TEUNISSEN, P. J. G. **Zero Order Design: Generalized Inverses, Adjustment, the Datum Problem and S-Transformations**. Springer, 1985.
- _____. **Quality control and GPS**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSER, A. **GPS for Geodesy**, 2. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998. p.271-318.
- _____. **Dynamic data processing: Recursive least-squares**. Delft University Press, 2001.

- _____. **GNSS Precise Point Positioning**. In: Position, Navigation, and Timing Technologies in the 21st Century: Integrated Satellite Navigation, Sensor Systems, and Civil Applications, IEEE, 2021, pp.503-528, DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119458449.ch20>.
- THOMPSON, B. F. et al. **Computing GPS Satellite Velocity and Acceleration from the Broadcast Navigation Message**. p. 769–779, 2019.
- VEETIL, S. V.; AQUINO, M.; MARQUES, H. A.; MORAES, A. Mitigation of ionospheric scintillation effects on GNSS precise point positioning (PPP) at low latitudes. **Journal of Geodesy**, 2020. 94:15. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01345-z>.
- VERHAGEN, S.; TEUNISSEN, P. J. G. **Least-Squares Estimation and Kalman Filtering**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- WANG, Z.; YANG, G.; HUANG, R.; LI, M. ZHU, M. Multi-GNSS Large Areas PPP-RTK Performance During Ionosphere Anomaly Periods. **Sensors** 2025, 25, 2200. DOI: <https://doi.org/10.3390/s25072200>.
- WON, J. H.; PANY, T. **Signal Processing**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- WU, J. T.; WU, S. C.; HAJJ, G. A.; BERTIGER, W. I.; LICHTEN, S. M. **Effects of antenna orientation on GPS carrier phase**. Manuscr. Geod. 18(2), 91–98, 1993.
- XIANG, Y.; GAO, Y.; LI, Y. Reducing convergence time of precise point positioning with ionospheric constraints and receiver differential code bias modeling. **Journal of Geodesy**, v. 94, n. 8, p. 1-13, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01334-x>.
- YANG, Y.; TANG, J.; MONTENBRUCK, O. **Chinese Navigation Satellite Systems**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems. Springer, Berlin, 2017.
- YOUSIF, H.; EL-RABBANY, A. Assessment of several interpolation methods for precise GPS orbit. **Journal of Navigation**, v. 60, n. 3, p. 443–455, 2007. DOI: doi.org/10.1017/S0373463307004250.
- ZAUPA, J. P. V.; ALVES, D. B. M.; SETTI JR, P. T. **Influência da Ionosfera no Posicionamento Por Ponto GPS e Multi-GNSS em Diferentes Períodos do Dia**. Submissão de resumo e apresentação em XII CBCG (Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas) e V SBG (Simpósio Brasileiro de Geomática). Universidade Federal do Paraná – Curitiba, PR, 2022.
- ZHANG, X. H.; GUO, F. Adaptive robust Kalman filtering for precise point positioning. **Measurement Science and Technology**, vol. 25, no. 10, pp. 105–113, Sep. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/25/10/105011>.
- ZHANG, Q.; ZHAO, L.; ZHAO, L.; ZHOU, J. An Improved Robust Adaptive Kalman Filter for GNSS Precise Point Positioning. **IEEE SENSORS JOURNAL**, VOL. 18, NO. 10, MAY 15, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2018.2820097>.
- ZHANG, Q.; ZHAO, L.; ZHAO, L. A two-step robust adaptive filtering algorithm for GNSS kinematic precise point positioning. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 34, n. 10, p. 210-219, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2020.10.033>.
- ZUMBERGE, J. F. et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 102, n. B3, p. 5005–5017, 1997. DOI: <https://doi.org/10.1029/96JB03860>.

ANEXOS

Anexo I: Valores de REQM (em metros) na última época de cada dia de observação do Experimento I

RBMC	Sistema	20 jun.		21 jun.		22 jun.	
		Hor.	Ver.	Hor.	Ver.	Hor.	Ver.
PSTE	G	0.010	0.074	0.005	0.070	0.003	0.077
	R	0.007	0.074	0.003	0.071	0.005	0.076
	E	0.007	0.066	0.003	0.066	0.004	0.064
	C	0.036	0.069	0.024	0.070	0.002	0.064
	IBGE	0.293	0.074	0.293	0.074	0.293	0.074
POAL	G	0.002	0.066	0.004	0.066	0.003	0.072
	R	0.007	0.073	0.003	0.079	0.005	0.068
	E	0.008	0.058	0.002	0.070	0.003	0.070
	C	0.009	0.070	0.004	0.073	0.013	0.076
	IBGE	0.293	0.020	0.293	0.020	0.293	0.020
TOPL	G	0.012	0.086	0.007	0.088	0.007	0.085
	R	0.003	0.101	0.002	0.091	0.003	0.092
	E	0.005	0.079	0.004	0.092	0.003	0.074
	C	0.013	0.088	0.004	0.085	0.010	0.082
	IBGE	0.305	0.066	0.305	0.066	0.305	0.066

Anexo II: Valores da média do REQM (em metros) de cada dia de observação do Experimento I

RBMC	Sistema	20 jun.		21 jun.		22 jun.	
		Hor.	Ver.	Hor.	Ver.	Hor.	Ver.
PSTE	G	0.123	0.351	0.115	0.270	0.112	0.242
	R	0.297	0.343	0.423	0.588	0.230	0.226
	E	0.164	0.255	0.118	0.228	0.141	0.321
	C	1.073	0.875	0.393	0.333	0.385	0.706
	IBGE	0.748	0.874	0.748	0.874	0.748	0.874
POAL	G	0.124	0.325	0.123	0.256	0.110	0.333
	R	0.361	0.320	0.239	0.328	0.181	0.221
	E	0.138	0.202	0.127	0.203	0.131	0.277
	C	1.082	1.522	0.398	0.298	0.398	0.570
	IBGE	0.664	0.781	0.664	0.781	0.664	0.781
TOPL	G	0.112	0.262	0.110	0.289	0.112	0.273
	R	0.312	0.697	0.453	0.473	0.312	0.318
	E	0.160	0.213	0.147	0.200	0.247	0.366
	C	0.576	0.868	0.469	0.503	0.801	0.741
	IBGE	1.380	1.289	1.380	1.289	1.380	1.289

Anexo III: Histogramas de frequência relativa dos resíduos de pseudodistância e fase para cada sistema GNSS

