



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

“Características de Sistemas de Transmissão Tetrafásicos Submetidos a Transitórios Lentos e Rápidos”

IVAN SCHEROLE BRANDT

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

**Ilha Solteira - SP
Março/2012**



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“Características de Sistemas de Transmissão
Tetrafásicos Submetidos a Transitórios Lentos e
Rápidos”**

IVAN SCHEROLE BRANDT

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia - UNESP – Campus de
Ilha Solteira, para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

**Ilha Solteira - SP
Março/2012**

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

B821c

Brandt, Ivan Scherole.

Características de sistemas de transmissão tetrafásicos submetidos a transitórios lentos e rápidos / Ivan Scherole Brandt. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2012
108 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2012

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Energia elétrica – Transmissão. 2. Sistemas de transmissão tetrafásico.
3. Decomposição modal. 4. Domínio da frequência. 5. Domínio do tempo. 6. Transitórios eletromagnéticos e impulsivos.



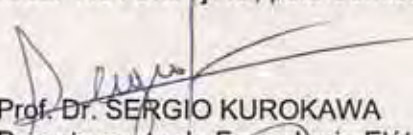
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Características de Sistemas de Transmissão Tetrafásicos Submetidos a Transitórios Lentos e Rápidos

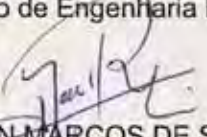
AUTOR: IVAN SCHEROLE BRANDT

ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

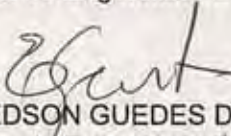
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JEAN MARCOS DE SOUZA RIBEIRO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. EDSON GUEDES DA COSTA

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Campina Grande

Data da realização: 29 de março de 2012.

“Dedico esse trabalho a minha esposa Pâmella Barbosa Bomfim Brandt e aos meus pais, Armando Brandt e Vera Lúcia Scherole Brandt e toda minha querida família. Sou-lhes grato por todo amor, paciência, carinho e apoio”.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a **Deus** por estar me abençoando durante toda esta minha trajetória, que nos momentos difíceis me deu forças para superar os obstáculos, e principalmente por ter salvado a minha vida em um acidente ocorrido em 25/10/2009 e continuar a caminhar e vencer mais este obstáculo na vida.

São inúmeras as pessoas a quem gostaria de pessoalmente dizer o quanto sou imensamente grato pela contribuição e apoio na realização desse trabalho, meus sinceros agradecimentos:

- ✓ A minha esposa, *Pâmella Barbosa Bomfim Brandt*, que com paciência e amor me apoiou nesta empreitada que exige dedicação e tempo, que soube compreender meus momentos de ausência e as madrugadas no computador empenhado nesse trabalho;
- ✓ Aos meus pais, *Armando Brandt* e *Vera Lúcia Scherole Brandt*, e meus irmãos *Eder Scherole Brandt* e *Vitor Scherole Brandt* pelo amor, apoio, compreensão e incentivo nos momentos difíceis;
- ✓ A toda minha família em especial aos meus sogros, *Sidney Bomfim Pinheiro* e *Lucimar Barbosa da Silva*, e minhas cunhadas *Luana Barbosa Bomfim* e *Quesia Gonçalves Brandt* pelo amor, incentivo e compreensão;
- ✓ Minha profunda gratidão, ao professor e orientador *Sérgio Kurokawa* pela paciência, dedicação, atenção, ensinamentos e principalmente pela amizade, que contribuíram na minha formação profissional e na realização deste trabalho;
- ✓ Aos meus amigos e companheiros de laboratório do departamento de engenharia elétrica (LETEL), que sempre estiveram dispostos a me ajudar da melhor maneira possível.

✓ A todos os docentes, funcionários da biblioteca e seção de pós-graduação da FEIS/UNESP que direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho;

✓ À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que forneceu suporte financeiro para o desenvolvimento do presente trabalho.

Um forte abraço a todos, que Deus os abençoe grandiosamente.

“A humildade é o primeiro degrau para sabedoria”.

(Tómas de Aquino)

RESUMO

Entre tantas tecnologias alternativas desenvolvidas ao longo das últimas décadas, procurando aumentar a eficácia das técnicas convencionais ou propondo novas técnicas não convencionais na transmissão da energia elétrica a longas distâncias e lugares de difícil acesso, o estudo proposto apresenta alguns conceitos e características para sistemas de transmissão constituídos por quatro fases genéricas. O sistema de transmissão tetrafásico tem sido tema de diversos estudos e aplicações em alguns países da Europa e Ásia, apresentando algumas vantagens quando comparado ao sistema de transmissão trifásico convencional. Esse sistema pode ser facilmente integrado ao sistema trifásico por meio de transformadores, amplamente abordado por diversas referências bibliográficas. Nesse estudo foi realizado uma análise comparativa das possíveis sobreensões ocorridas nos domínios da frequência e do tempo entre os sistemas de transmissão trifásico e tetrafásico, avaliando as características elétricas e as respostas transitórias eletromagnética e impulsiva, mostrando novas vantagens sobre esta tecnologia, fornecendo uma avaliação completa sobre o tema.

Palavras chave: Sistema de transmissão tetrafásico. Decomposição modal. Domínio da Frequência. Domínio do tempo. Transitórios eletromagnéticos e impulsivos.

ABSTRACT

Among the many alternative technologies developed over the past decades, seeking to increase the effectiveness of conventional techniques or proposing new non-conventional techniques in the transmission of electricity over long distances and places of difficult access, the proposed study presents some concepts and features to transmission systems that are constituted of four generic phases. The four-phase transmission system has been subject of numerous studies and applications in some countries in Europe and Asia, presenting some advantages compared to the conventional three-phase transmission system. This system can be easily integrated into the three-phase system through transformers, thoroughly approached by several bibliographical references. In this study was made a comparative analysis of the possible overvoltages that occurred in the areas of frequency and time between the transmission systems of three-phase and four-phase, evaluating the electrical characteristics and the transient answers, electromagnetic and impulsive, showing new advantages over this technology, providing a complete evaluation of this issue.

Keywords: Four-phase transmission system. Modal decomposition. Frequency domain. Time domain. Electromagnetic transients and impulsive.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 –	Defasagens dos sistemas de transmissão tetrafásico (I) e trifásico (II)	23
Figura 02 –	Conversão entre os sistemas de transmissão trifásico/tetrafásico/trifásico	24
Figura 03 –	Sistemas: trifásico (I), tetrafásico (II) e hexafásico (III)	25
Figura 04 –	Condutores i e k e suas respectivas imagens i' e k' sobre solo ideal	29
Figura 05 –	Condutores i e k e suas respectivas imagens i' e k' sobre solo não ideal	34
Figura 06 –	Capacitâncias parciais em uma linha polifásica de n condutores	38
Figura 07 –	Linha de transmissão monofásica de comprimento d	44
Figura 08 –	Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha	45
Figura 09 –	Representação das correntes e tensões nos terminais em uma linha monofásica	49
Figura 10 –	Tensões e correntes de fase em uma linha de transmissão tetrafásica	53
Figura 11 –	Representação do k -ésimo modo de propagação de uma linha tetrafásica	56
Figura 12 –	Representação modal de uma linha de transmissão tetrafásica.	59
Figura 13 –	Linhas de transmissão: (a) trifásica e (b) tetrafásica	62
Figura 14 –	Resistência própria da fase 2, devido ao efeito do solo considerando resistividades iguais a 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	63
Figura 15 –	Resistência própria da fase 2, devido ao efeito pelicular	64
Figura 16 –	Resistência própria da fase 2, considerando resistividades iguais a 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	64
Figura 17 –	Resistências mútuas entre as fases 2 e 3, devido efeito solo, considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	65
Figura 18 –	Indutância própria da fase 2, devido ao efeito do solo, considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	66
Figura 19 –	Indutância própria da fase 2, devido o efeito pelicular	66

Figura 20 –	Indutância externa própria da fase 2	67
Figura 21 –	Indutância própria da fase 2, considerando resistividades iguais a 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	68
Figura 22 –	Indutâncias mútuas entre as fases 2 e 3, devido ao efeito do solo considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	69
Figura 23 –	Indutâncias externas mútuas entre as fases 2 e 3	69
Figura 24 –	Indutâncias mútuas entre as fases 2 e 3, considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3)	70
Figura 25 –	Energização da linha tetrafásica com um impulso	72
Figura 26 –	Energização da linha trifásica com um impulso	72
Figura 27 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 10 Ωm	73
Figura 28 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 100 Ωm	73
Figura 29 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 1000 Ωm	74
Figura 30 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 10 Ωm	74
Figura 31 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 100 Ωm	75
Figura 32 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 1000 Ωm	75
Figura 33 –	Energização da linha tetrafásica	77
Figura 34 –	Energização da linha trifásica	77
Figura 35 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 10 Ωm	78
Figura 36 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando solo o com resistividade igual a 10 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	78
Figura 37 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km,	79

considerando o solo com resistividade igual a 10 Ωm

Figura 38 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 10 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	79
Figura 39 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm	80
Figura 40 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	80
Figura 41 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm	81
Figura 42 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	81
Figura 43 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm	82
Figura 44 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando solo com resistividade igual a 1000 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	82
Figura 45 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm	83
Figura 46 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando solo com resistividade igual a 1000 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms	83
Figura 47 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 10 Ωm	84
Figura 48 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 10 Ωm	84
Figura 49 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm	85
Figura 50 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm	85
Figura 51 –	Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm	86
Figura 52 –	Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm	86
Figura 53 –	Função de dupla exponencial representando uma descarga atmosférica	88

Figura 54 –	Incidência de uma descarga atmosférica na linha tetrafásica com o terminal receptor em aberto	88
Figura 55 –	Incidência de uma descarga atmosférica na linha trifásica com o terminal receptor em aberto	89
Figura 56 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm	89
Figura 57 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm	90
Figura 58 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm	90
Figura 59 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm	91
Figura 60 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm	91
Figura 61 –	Tensão na fase 1 no terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm	92
Figura 62 –	Incidência de uma descarga atmosférica na linha tetrafásica considerando que a mesma alimenta uma carga de alta impedância	92
Figura 63 –	Incidência de uma descarga atmosférica na linha tetrafásica considerando que a mesma alimenta uma carga de alta impedância	93
Figura 64 –	Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm	93
Figura 65 –	Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm	94
Figura 66 –	Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm	94
Figura 67 –	Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm	95
Figura 68 –	Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade	

do solo de 100 Ωm

95

Figura 69 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm

96

NOTAÇÃO E SIMBOLOGIA

CHESF	Companhia Hidrelétrica do São Francisco
LPNE	Linha com Potência Natural Elevada
HSIL	High Surge Impedance Loading Line
SIN	Sistema Interligado Nacional
HVDC	High Voltage Direct Current
CA	Corrente alternada
R	Resistência
L	Indutância
C	Capacitância
G	Condutância
Z	Impedância longitudinal
Y	Admitância transversal
Z_{ext}	Impedância externa
Z_{int}	Impedância interna
Z_{solo}	Impedância devido ao retorno através do solo
$Z_{\text{ext(ii)}}$	Impedância externa própria do condutor i
$Z_{\text{ext(kk)}}$	Impedância externa própria do condutor k
$Z_{\text{ext(ik)}}$	Impedâncias externas mútuas dos condutores i e k
R_{ext}	Resistência externa
L_{ext}	Indutância externa
$L_{\text{ext(ii)}}$	Indutância externa própria do condutor i
$L_{\text{ext(kk)}}$	Indutância externa própria do condutor k
$L_{\text{ext(kk)}}$	Indutâncias externas mútuas dos condutores i e k
ω	Frequência angular
μ_0	Permeabilidade do vácuo
μ_r	Permeabilidade relativa do ar

μ	Permeabilidade magnética
r_i	Raio do condutor i
r_k	Raio do condutor k
h_i	Altura do condutor i em relação ao solo
h_k	Altura do condutor k em relação ao solo
D_{ik}	Distância entre os condutores i e k'
d_{ik}	Distância entre os condutores i e k
θ_{ik}	Ângulo entre as imagens do condutor i' e k'
r	Raio
ρ	Resistividade do solo
ber	Abreviação de “ <i>Bessel Real</i> ”
bei	Abreviação de “ <i>Bessel Imaginário</i> ”
R_{int}	Resistência interna
L_{int}	Indutância interna
δ_{ii}	Parâmetro relativo à impedância própria
δ_{ik}	Parâmetro relativo à impedância mútua
ΔR e ΔX	Termos de correção de Carson para efeitos com retorno pelo solo;
$R_{solo (ii)}$	Resistência própria do condutor i
$R_{solo (kk)}$	Resistência própria do condutor k
$R_{solo (ik)}$	Resistências mútuas dos condutores i e k
$L_{solo (ii)}$	Indutância própria do condutor i
$L_{solo (kk)}$	Indutância própria do condutor k
$L_{solo (ik)}$	Indutâncias mútuas dos condutores i e k
ε_0	Permissividade do vácuo
$[V]$	Vetor com o potencial de cada condutor em relação ao solo
$[C]$	Matriz de capacitância

$[Q]$	Matriz com as cargas dos condutores
$[P]$	Matriz de coeficiente de potencial ou matriz de coeficientes de campo elétrico
V_A	Tensão no terminal A de uma linha monofásica
V_B	Tensão no terminal B de uma linha monofásica
I_A	Corrente no terminal A de uma linha monofásica
I_B	Corrente no terminal B de uma linha monofásica
d	Distância da linha em (km)
γ	Função de propagação
Z_c	Impedância característica
V_1, V_2, V_3 e V_4	Tensões nas fases 1, 2, 3 e 4
I_1, I_2, I_3 e I_4	Correntes nas fases 1, 2, 3 e 4
$[Z_m]$	Matriz de impedância longitudinal no domínio modal
$[Y_m]$	Matriz de admitância transversal no domínio modal
$[V_m]$	Vetor de tensão modal da linha
$[I_m]$	Vetor de corrente modal da linha
$[T_I]$	Matriz cujas colunas são autovetores associados ao produto $[Y][Z]$
$[T_I]^{-1}$	Inversa de $[T_I]$
$[T_I]^T$	Transposta de $[T_I]$
$[T_I]^{-T}$	Inversa de $[T_I]^T$
V_{Amk}	Tensão transversal no terminal A da linha do k -ésimo modo
V_{Bmk}	Tensão transversal no terminal B da linha do k -ésimo modo
I_{Amk}	Corrente longitudinal no terminal A da linha do k -ésimo modo
I_{Bmk}	Corrente longitudinal no terminal B da linha do k -ésimo modo
k	Referente aos modos de propagação 1, 2, 3 e 4
$[A_m], [B_m], [C_m]$ e $[D_m]$	Sub-matrizes quadradas e diagonais, calculadas em função dos parâmetros da linha
V_o	Fonte de tensão aplicada no terminal emissor
t	tempo

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1	Evolução histórica da energia elétrica	19
1.2	Sistema de transmissão tetrafásico	22
1.3	Algumas características do sistema de transmissão tetrafásico	26
1.4	Conclusão	27

CAPÍTULO 2

PARÂMETROS DE LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO

2.1	Introdução	28
2.2	Impedâncias longitudinais da linha	28
2.2.1	<i>Impedância externa</i>	29
2.2.2	<i>Impedância interna</i>	32
2.2.3	<i>Impedância devido ao efeito do solo</i>	34
2.3	Admitâncias transversais da linha	38
2.4	Conclusão	42

CAPÍTULO 3

MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

3.1	Introdução	43
3.2	Correntes e tensões em uma linha de transmissão monofásica	44
3.3	Correntes e tensões em uma linha de transmissão polifásica	50
3.4	Conclusão	51

CAPÍTULO 4

REPRESENTAÇÃO DE UMA LINHA TETRAFÁSICA NO DOMÍNIO MODAL

4.1	Introdução	52
-----	------------	----

4.2	Decomposição modal de uma linha de transmissão tetrafásica	52
4.3	Conclusão	59

CAPÍTULO 5

CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA TETRAFÁSICO DURANTE O REGIME TRANSITÓRIO

5.1	Introdução	61
5.2	Descrição das linhas trifásica e tetrafásica analisadas	61
5.3	Comportamento dos parâmetros longitudinais e transversais	62
5.3.1	<i>Parâmetros longitudinais</i>	62
5.3.2	<i>Parâmetros transversais</i>	71
5.4	Resposta da linha no domínio da frequência	71
5.5	Resposta da linha no domínio do tempo	76
5.5.1	<i>Sobretensões resultantes da energização da linha</i>	76
5.5.2	<i>Sobretensões resultantes da incidência de uma descarga atmosférica na linha</i>	87
5.6	Conclusão	97

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES	98
-------------------	-----------

REFERÊNCIAS	101
--------------------	------------

ANEXO A

OBTENÇÃO DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO MODAL UTILIZANDO O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A.1	Introdução	104
A.2	Método de Newton-Raphson	104

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Evolução histórica da energia elétrica

No final do século XIX, entre os anos de 1879 e 1880, o uso da energia elétrica teve início com a invenção da lâmpada incandescente por Thomas A. Edison, que em 1882 inaugurou a central elétrica de *Pearl* para fornecimento de energia destinada à iluminação pública e alimentação de motores em Nova York, graças aos trabalhos de cientistas como Siemens, Gramme e Pacinotti, que possibilitaram a obtenção de energia elétrica em quantidades razoáveis a partir da energia mecânica (FUCHS, 1979).

A partir disso começaram a surgir sistemas comerciais de eletricidade em diversos países do mundo, cuja expansão provocou problemas com o transporte dessa energia elétrica, gerada e consumida em corrente contínua (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

As primeiras linhas de transmissão foram monofásicas, onde a energia era geralmente usada somente para iluminação, devido à queda de tensão e ao efeito Joule. Para evitar a utilização de condutores de seções maiores, as centrais elétricas eram construídas relativamente próximas umas das outras, pois a energia era consumida na tensão em que era produzida, não havendo solução imediata para os problemas de corrente contínua (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

Por volta de 1884/1885, foi inventado o transformador, que permitia elevar e abaixar a tensão com alto grau de rendimento. Nessas condições, o problema de transmissão em tensões mais elevadas, e com menores perdas de energia, estava resolvido (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

Destacam-se, nesse período, duas realizações que podem ser consideradas notáveis para a época: em 1886, foi construída na Itália uma linha monofásica com 29,5 km, conduzindo 2700 HP em Roma e, em 1888, foi construída uma linha trifásica de 11 kV e 180 km na Alemanha (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

A invenção do transformador e dos motores de indução por Ferraris e Tesla em 1888, resultou em um novo impulso aos sistemas de corrente alternada que se difundiram, em detrimento dos sistemas de corrente contínua. A primeira linha CA nos Estados Unidos foi posta em operação em 1890, e tinha comprimento de 20,92 km (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

O aumento do uso da eletricidade motivou o aumento da potência das centrais elétricas, cujas localizações encontravam-se cada vez mais remotas. Este fato exigiu a adoção de tensões cada vez mais elevadas e linhas mais longas, aumentando os problemas. Em 1903, a tensão de 60 kV era atingida e por volta de 1922, entrou em operação a primeira linha de 230 kV. Em 1936, uma linha de 287 kV. Essa linha somente foi suplantada em 1950, com a entrada em serviço de uma linha de cerca de 1000 km de comprimento e tensão de 400 kV na Suécia (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

Por volta de 1955, nos Estados Unidos, foram construídas as primeiras linhas em 345 kV, dando início a estudos e experiências visando à implantação de linhas de 500 kV. Entre 1964 e 1967, no Canadá, foram projetadas e construídas as primeiras linhas de 735 kV (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979).

No Brasil, onde a evolução das tensões de transmissão foi relativamente mais lenta até o fim da primeira metade do século XX, procurou-se acompanhar a evolução nos países desenvolvidos. A primeira linha de transmissão de que se tem registro no Brasil foi construída por volta de 1883, na cidade de Diamantina, Minas Gerais. Esta linha transportava energia gerada em uma usina hidroelétrica, constituída de duas rodas d'água e dois dínamos Gramme, a uma distância de 2 km, aproximadamente. A energia transmitida através desta linha acionava bombas hidráulicas em uma mina de diamantes (CHIPMAN, 1972; FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

Em 1901, com a entrada em serviço da central Hidroelétrica de Santana do Parnaíba, a então The San Paulo Tramway Light and Power Co. Ltd. construiu as primeiras linhas de seus sistemas de 40 kV. Em 1914, com a entrada em serviço da Usina Hidroelétrica de Utupararanga, a mesma empresa introduziu o padrão 88 kV. Esse padrão de tensão foi, em seguida, adotado pela Companhia Paulista de Estradas de Ferro, Estrada de Ferro Sorocabana e, através desta, pela USELPA, que futuramente viria a integrar o sistema CESP (FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

Entre os anos de 1945 e 1947 construiu-se a primeira linha de 230 kV no Brasil, com um comprimento aproximado de 330 km. Esta linha estava destinada a interligar os sistemas

Rio Light e São Paulo Light, operava inicialmente em 170 kV, passando, em 1950, a operar com 230 kV. Foi também a primeira interligação, de dois sistemas importantes, realizada no Brasil. Vieram, a partir daí, em rápida sucessão, as linhas de 230 kV do sistema da Cia. Hidroelétrica de São Francisco, 161 e 345 kV da CEMIG e FURNAS, 460 kV da CESP, as linhas de 500 kV de FURNAS e 800 kV do sistema Itaipu (CHIPMAN, 1976; FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

Nas últimas décadas, devido ao aumento global na demanda de energia elétrica e das preocupações sobre o impacto ambiental das atividades humanas, uma estratégia adequada para resolver esses problemas seria a implantação de novas usinas geradoras e novas linhas de transmissão no sistema de potência, mas atualmente, torna-se difícil devido ao custo elevado e às rígidas restrições impostas pela legislação ambiental (SAMORODOV, 1998).

A demora na construção de unidades de geração e nas linhas de transmissão, aliada à necessidade de maior eficiência na gestão dos sistemas elétricos, faz com que os pesquisadores busquem soluções alternativas para o problema de suprimento elétrico através de inovações tecnológicas, melhorando o controle dos sistemas existentes (MAZZANTI, QUAIA, 2007; SAMORODOV, 1998).

A importância das linhas de transmissão para o sistema elétrico e para a economia do país é confirmada pelo fato dos novos potenciais hidrelétricos a serem explorados, na maioria dos casos, encontrarem-se afastados dos centros consumidores, tendo como exemplos os futuros aproveitamentos hidrelétricos no Rio Xingu (Belo Monte) e Rio Madeira (PINTO et al., 2011a).

Algumas tecnologias alternativas e relativamente recentes vêm sendo utilizada no sistema de transmissão da CHESF (Companhia Hidrelétrica do São Francisco), no Nordeste brasileiro, no projeto da linha Banabuiu-Fortaleza. Essa linha é caracterizada pela configuração assimétrica dos feixes de subcondutores das fases, otimizando a distribuição do campo elétrico nas mesmas e então aumentando a potência natural da linha. Essas linhas são denominadas HSIL (*High Surge Impedance Loading Line*) ou linhas com potência natural elevada (FARAG et al., 1998).

Esse desenvolvimento é derivado do conceito de linhas compactas proposto na Rússia, com o objetivo não somente de aumentar a capacidade de transmissão do sistema, mas também diminuir a faixa de servidão sob a linha. Para esse fim, foi proposta a utilização de condutores múltiplos compostos por quatro ou mais subcondutores com distâncias maiores

que as usuais entre si e fases distribuídas de forma compacta, ou seja, mais próximas entre si, reduzindo substancialmente a largura das torres (WEI-GANG, 2003).

Visando à otimização dos recursos técnicos e econômicos na transmissão de energia elétrica no Brasil, outras técnicas não convencionais, têm sido continuamente propostas para situações específicas. Vale citar o caso da linha Tucuruí-Manaus-Macapá, na região norte do Brasil, que irá conectar o sistema elétrico da região amazônica ao sistema interligado nacional (SIN), contendo trechos compostos por torres metálicas com aproximadamente 250 metros de altura, cruzando longos trechos de floresta tropical e o rio Amazonas (PINTO et al., 2011b).

Outras técnicas já amplamente estudadas e empregadas na transmissão de energia elétrica, porém não convencionais quando comparadas as linhas tradicionais em CA, são também destacadas, como por exemplo, as linhas HVDC (*High-Voltage Direct Current*). O *link* DC da usina hidrelétrica de Itaipu e a linha de transmissão com aproximadamente 2.500 km, em fase de construção, entre Porto Velho (Rondônia) e Araraquara (São Paulo), são os maiores exemplos dessa última tecnologia (SAMORODOV et al., 2011).

Entre tantas novas tecnologias aplicadas à transmissão de energia elétrica no mundo, a utilização de linhas aéreas tetrafásicas tem sido tema de diversos estudos relativamente recentes. Essa tecnologia vem sendo estudada e aplicada em alguns países da Europa e Ásia como uma solução alternativa para a expansão do sistema elétrico, por meio do aumento da confiabilidade e estabilidade na transmissão em longas distâncias, apresentando algumas vantagens quando comparado aos convencionais sistemas de transmissão existentes (MAZZANTI, QUAIA, 2007, 2010; SAMORODOV, 1998).

Essas diversas inovações tecnológicas contribuem para o desenvolvimento sustentável e de responsabilidade ambiental, na qual estão diretamente ligados ao crescimento econômico, industrial e melhoria na qualidade de vida (SAMORODOV, 1998).

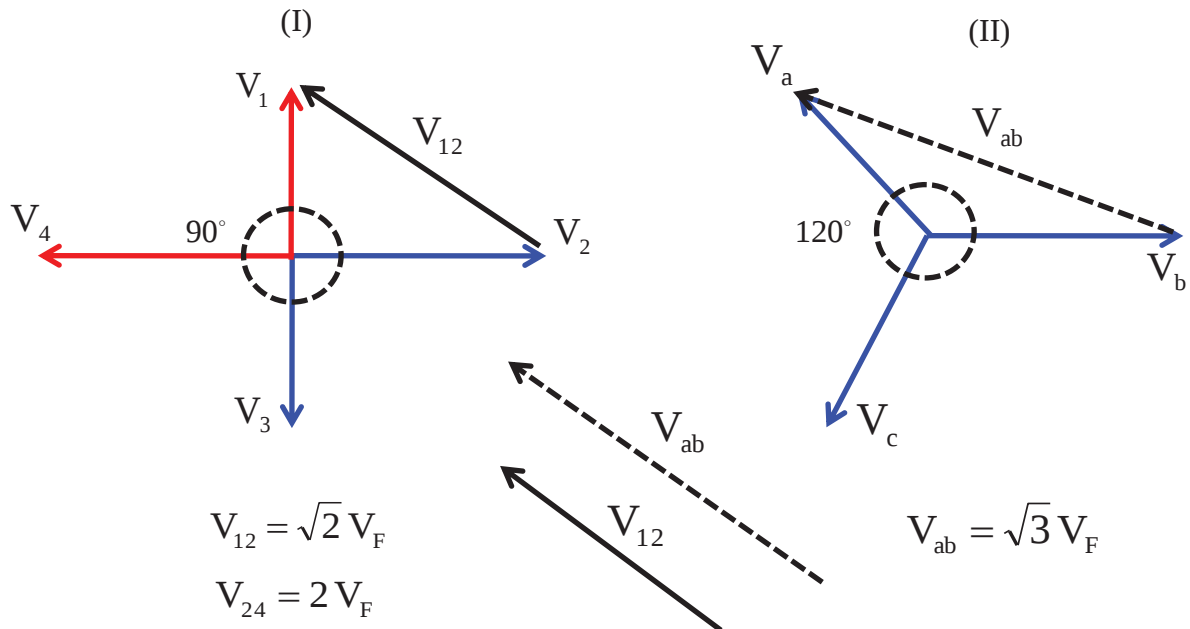
1.2 Sistema de transmissão tetrafásico

O sistema de transmissão de energia elétrica mais utilizado no mundo é o sistema de transmissão trifásico, sendo constituído pela composição de três tensões de mesmo módulo, defasadas em $2\pi/3$ radianos, ou seja, 120° .

No entanto, em alguns lugares da Europa e Ásia, a transmissão de energia elétrica é realizada por meio de um sistema de transmissão tetrafásico, que consiste em quatro tensões

de mesmo módulo, porém, defasadas em $\pi/2$ radianos, ou seja, 90° , conforme mostra a figura 01 (SAMORODOV, 1998).

Figura 01 – Defasagens dos sistemas de transmissão tetrafásico (I) e trifásico (II).

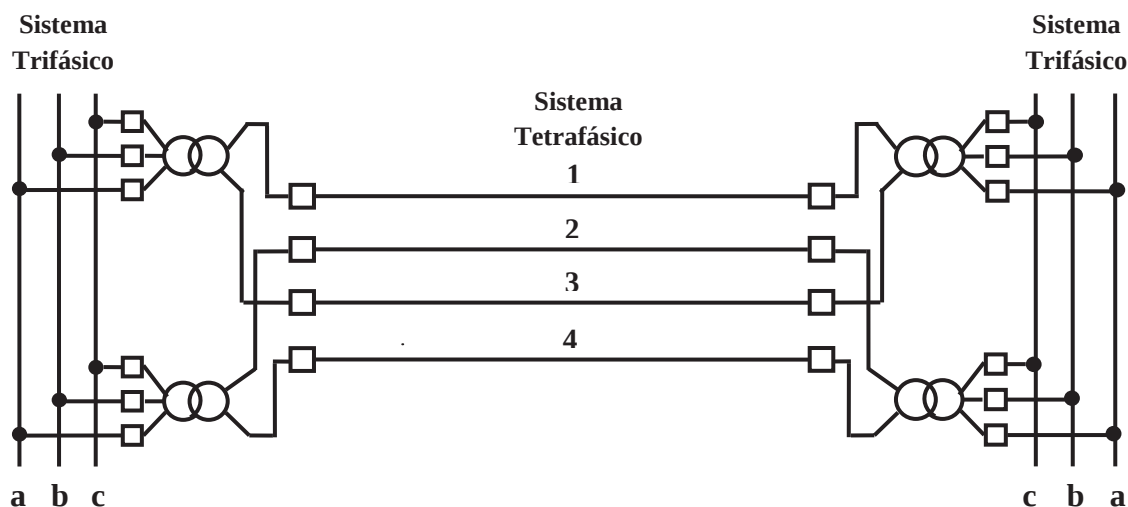


Fonte: Samorodov (1998).

Para a tensão de linha do sistema de transmissão tetrafásico são consideradas duas afirmações em relação ao sistema de transmissão trifásico: As tensões V_{12} , V_{23} , V_{34} e V_{14} são menores em relação às tensões de linha V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} do sistema trifásico. No entanto, as tensões de linha V_{13} e V_{24} do sistema tetrafásico são maiores do que as do sistema trifásico, pois apresenta comportamento de duas vezes a tensão de fase.

O sistema de transmissão tetrafásico caracteriza-se pelo fato de todas as fases serem simplesmente obtidas a partir de um sistema de transmissão trifásico, através de dois transformadores. O primeiro transformador converte o sistema trifásico (a, b, c) em um sistema bifásico nas fases 1 e 3, o segundo transformador converte novamente o sistema trifásico para um sistema bifásico, no entanto nas fases 2 e 4, porém com polaridade contrária, e transformadores inversos conforme mostra a figura 02 (SAMORODOV, 1998, 2011).

Figura 02 – Conversão entre os sistemas de transmissão trifásico/tetrafásico/trifásico.



Fonte: Samorodov (2011).

A função básica desse transformador é de conversor de fases trifásicas para tetrafásicas e transformador inverso, podendo ser constituído de maneira simples e bem conhecido por meio das configurações de *Scott* e *Le Blanc*, sendo esse equipamento a ferramenta chave para a aplicação do sistema de transmissão tetrafásico (GUANGYE, 2002a; SAMORODOV, 1998).

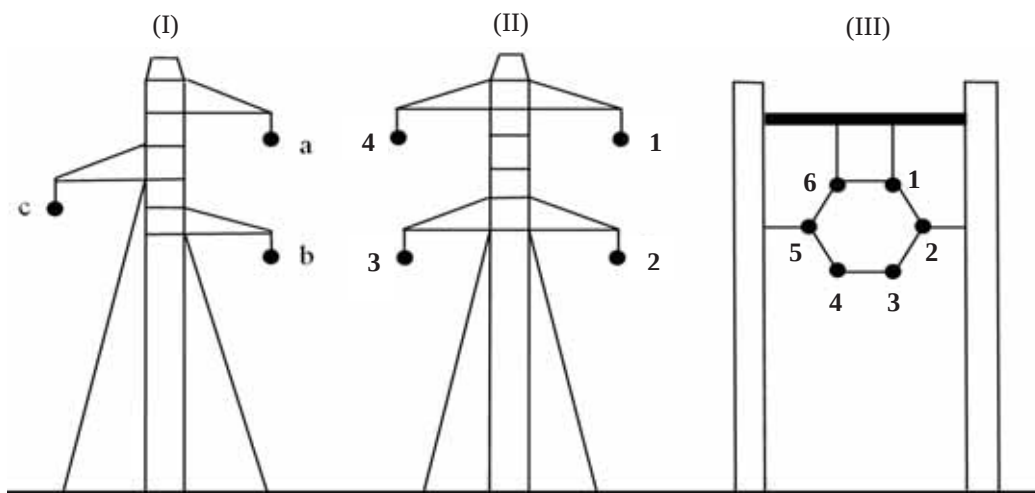
O transformador trifásico/tetrafásico pode ser conectado por dois tipos de ligação: estrela ou triângulo (GUANGYE, YANG 2002a).

A conversão do sistema de transmissão trifásico para um sistema de transmissão tetrafásico, mostra-se também um sistema mais prático e simples do que a conversão de linhas DC, os quais fazem uso de complexos aparatos utilizando eletrônica de potência (MAZZANTI, QUAIA, 2010).

Em relação à disposição dos condutores de alguns sistemas de transmissão polifásicos, os mesmos são organizados na forma de um polígono simétrico, ou seja, os condutores não podem ser suspensos por apenas uma única torre com pólos simétricos em ambos os lados, sendo necessário utilizar torres com pólos assimétricos ou pólos simétricos de estrutura complexa, sendo difícil suspender condutores de seis, doze ou mais fases tornando os custos dessas linhas inviáveis (GUANGYE, YANG, 2002b; MAZZANTI, 2010).

A figura 03 mostra a estrutura física dos condutores de alguns sistemas de transmissão polifásicos existentes (GUANGYE, YANG, 2002b).

Figura 03 – Sistemas: trifásico (I), tetrafásico (II) e hexafásico (III).



Fonte: Guangye e Yang (2002b).

No entanto, a disposição dos condutores em um sistema de transmissão tetrafásico mantém uma estrutura simples e excelente simetria, sendo seus condutores suspensos por ambos os lados utilizando torres com pólos simétricos (uniformemente distribuídos), reduzindo a faixa de servidão da linha em relação ao sistema de transmissão trifásico (GUANGYE, YANG, 2002b; SAMORODOV, 1998).

No entanto, as aplicações físicas referentes ao sistema de transmissão tetrafásico no mundo encontra-se na Ásia e na Europa. Na Ásia, especificamente no leste da China a interligação proposta teve como objetivo transmitir energia elétrica utilizando linhas aéreas de transmissão de 500 kV da usina hidrelétrica de Três Gargantas localizada no rio Yangtzé até Suzhou (100 km ao Leste de Xangai), com uma subestação intermediária localizada em Wuhan, correspondendo a um total de 1080 km de comprimento de linha (SAMORODOV, 1998).

E na Europa, devido a um forte desequilíbrio progressivo na capacidade de geração, causando fragilidade e instabilidade, testemunhados pelos apagões ocorridos na Itália em 2003 e, na União Européia em 2006, tornando se cada vez mais necessário as relações de interligações entre países vizinhos, onde a produção supera a demanda e outros países onde ocorre o oposto (MAZZANTI, QUAIÁ, 2007, 2010).

1.3 Algumas características do sistema de transmissão tetrafásico

Como em outras diversas referências, vale ressaltar as principais características do sistema de transmissão tetrafásico em relação aos convencionais sistemas de transmissão existentes (GUANGYE, YANG, 2002b; MAZZANTI, QUAIA, 2007, 2010; SAMORODOV, 1998, 2011):

- As disposições dos condutores de fases das linhas aéreas de transmissão tetrafásicas formam dois sistemas bifásicos independentes simétricos, onde as fases de corrente e tensão são opostas para cada sistema;
- No sistema de transmissão tetrafásico quando ocorrem falhas monofásicas ou bifásicas adjacentes, os dois correspondentes condutores adjacentes que apresentam defeitos ou possíveis falhas do próprio condutor são desligados, e os outros condutores adjacentes restantes permanecem operando normalmente;
- Confiabilidade da transmissão no caso de falhas monofásicas, reduzindo o risco de ocorrer *blackouts* (estatísticas comprovam que grandes *blackouts* aconteceram em sistemas de transmissão a partir de uma falha monofásica);
- Margem de estabilidade transitória, no caso de falhas monofásicas, sendo a principal vantagem sobre o sistema de transmissão trifásico. Mesmo aumentando o número de fases para quatro, a reatância permanece constante, sendo que o limite da potência transmitida para sistema tetrafásico aumenta 1,33 vezes em relação ao sistema de transmissão trifásico.

O sistema de transmissão tetrafásico apresenta também desvantagem (GUANGYE, YANG, 2002b; MAZZANTI, QUAIA, 2007, 2010; SAMORODOV, 1998):

- O transformador trifásico/tetrafásico e transformador inverso, ambos instalados nas extremidades da linha e nas subestações, necessitam de um aparato especial, elevando os custos do sistema de transmissão tetrafásico.

1.4 Conclusão

A inserção de um transformador trifásico/tetrafásico e transformador inverso requerem um custo adicional. Este custo depende dos transformadores exigidos em ambas as extremidades da linha e nas subestações; onde neste trabalho será tratado como um parâmetro desconhecido.

O sistema de transmissão tetrafásico pode realmente ser competitivo com o sistema de transmissão trifásico no caso de transmissão de energia elétrica para longas distâncias, ou seja, onde o comprimento da linha torna-se necessário para recuperação do custo do transformador.

Este trabalho pretende realizar uma análise comparativa referente ao comportamento do sistema de transmissão tetrafásico em relação aos parâmetros longitudinais e transversais, submetido a manobras de energização, como também a incidência de uma descarga atmosférica, com o sistema de transmissão trifásico submetido às mesmas.

CAPÍTULO 2

PARÂMETROS DE LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO

2.1 Introdução

No estudo do desempenho de linhas de transmissão, bem como no desenvolvimento de novas técnicas para aperfeiçoamento no potencial de transmissão, verifica-se que o transporte de energia elétrica é decisivamente influenciado pelos valores de seus parâmetros elétricos, geometria da linha e a composição dos cabos (FUCHS, 1979).

Os parâmetros longitudinais são representados pela resistência e indutância, enquanto que os parâmetros transversais são representados pela condutância e capacitâncias. Geralmente, para linhas aéreas, despreza-se o efeito das condutâncias (KUOKAWA et al., 2007; MARTINEZ et al., 2005).

Neste capítulo será descrito de forma detalhada os cálculos dos parâmetros próprios e mútuos de uma linha polifásica genérica, considerando a distribuição dos mesmos.

2.2 Impedâncias longitudinais da linha

Em uma linha de transmissão, existem as equações de impedâncias próprias e mútuas representadas no domínio da frequência, podendo ser obtidas através das equações de Maxwell, levando em consideração as condições de contorno de três materiais, caracterizados por uma resistência, por uma permeabilidade magnética e por uma permissividade dielétrica, mostrando que as impedâncias da linha podem ser escritas em função das propriedades físicas do sistema (ar, solo e condutor) e da frequência (HOLFMANN, 2003).

Para fins de cálculo, a impedância longitudinal de uma linha de transmissão é dividida em três componentes: impedância externa, impedância interna e impedância devido ao retorno da corrente através do solo. A soma desses três componentes corresponde à impedância longitudinal total da linha (CARVALHO, 2007).

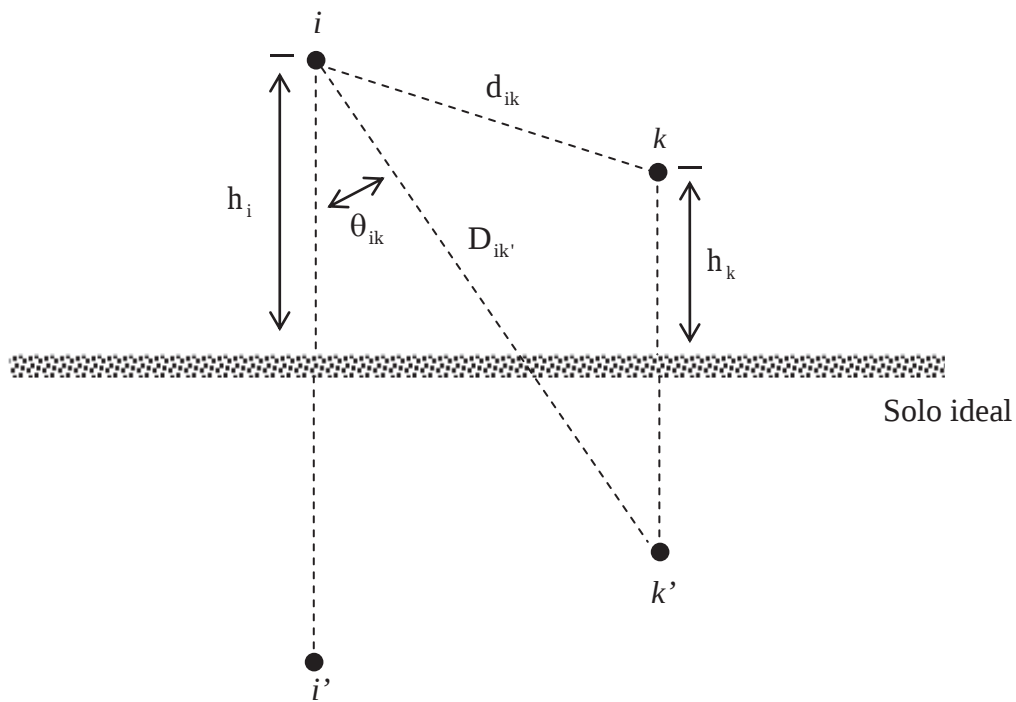
$$Z(\omega) = Z_{\text{ext}}(\omega) + Z_{\text{int}}(\omega) + Z_{\text{solo}}(\omega) \quad (1)$$

2.2.1 Impedância externa

A impedância externa está relacionada à ação do campo magnético no ar considerando que os condutores e a linha são ideais, ou seja, sem perdas (HOLFMANN, 2003).

Considere os condutores i e k de uma linha polifásica genérica, sobre um solo ideal, conforme mostra a figura 04.

Figura 04 – Condutores i e k e suas respectivas imagens i' e k' sobre solo ideal.



Fonte: Holfmann (2003).

Os raios dos condutores i e k são descritos genericamente como sendo r_i e r_k , respectivamente. Os condutores fictícios i' e k' são as respectivas imagens dos condutores i e k .

A impedância externa pode ser representada pela seguinte equação (MARTINEZ et al., 2005):

$$Z_{\text{ext}}(\omega) = R_{\text{ext}}(\omega) + j\omega L_{\text{ext}}(\omega) \quad (2)$$

Considerando que os condutores e a linha são ideais, a resistência (R_{ext}) na equação (2) corresponde à zero. Logo, as equações das impedâncias próprias e mútuas são dadas por [Ωkm^{-1}] (HOLFMANN, 2003):

$$Z_{\text{ext(ii)}}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (3)$$

$$Z_{\text{ext(kk)}}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (4)$$

$$Z_{\text{ext(ik)}}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (5)$$

Vale ressaltar que nas equações (3) a (5), a função (ω) representa a velocidade angular relacionada à frequência (f), e (μ) representa a permeabilidade magnética do meio em que a linha está imersa, dadas pelas seguintes equações:

$$\omega = 2\pi f \quad [\text{Hz}] \quad (6)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad [\text{H/km}] \quad (7)$$

Onde:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-4} \quad [\text{H/km}]$$

$$\mu_r \cong 1$$

Nas equações (3) a (5), a parte imaginária é dada pelas reatâncias indutivas, assim podemos definir as indutâncias externas próprias e mútuas da linha na seguinte forma:

$$L_{\text{ext(ii)}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (8)$$

$$L_{\text{ext}(kk)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_k}{r_k} \right) \quad (9)$$

$$L_{\text{ext}(ik)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (10)$$

Para uma linha genérica com n fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, assim podemos escrever a matriz de impedância externa da linha na seguinte forma (CARVALHO, 2007):

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \quad (11)$$

A equação (11) pode ser escrita sob a forma resumida:

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega [L_{\text{ext}}] \quad (12)$$

A partir da equação (12) podemos descrever a matriz de indutâncias externas próprias e mútuas para n fases, na forma matricial por (CARVALHO, 2007):

$$[L_{\text{ext}}] = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

A matriz $[L_{\text{ext}}]$ está em função das características geométricas da linha, sendo independente da frequência.

2.2.2 Impedância interna

A impedância interna ou impedância devido ao efeito pelicular (*skin effect*) está relacionada quando um condutor é percorrido por uma corrente contínua. Quando percorrido por corrente alternada ocorre uma distribuição não uniforme de corrente elétrica na área da seção transversal do condutor, causando um aumento na resistência efetiva do condutor e diminuição na indutância interna à medida que a frequência aumenta (STEVENSON, 1978).

O cálculo da impedância interna de um condutor genérico pode ser feita por meio das equações de Bessel. Desse modo, a impedância interna pode ser descrita por (STEVENSON, 1978):

$$Z_{\text{int}}(\omega) = \frac{\rho m}{2\pi r} \left[\frac{\text{ber}(mr) + j\text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j\text{ber}'(mr)} \right] \quad (14)$$

Sendo:

$$m = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\rho}} \quad (15)$$

Os termos *ber* e *bei* são abreviações de “*Bessel Real*” e “*Bessel Imaginário*”. Existem duas soluções independentes chamadas funções de Bessel de primeira e segunda classe, respectivamente. Nesse trabalho foi apenas admissível à solução de primeira classe, uma vez que a de segunda representa uma condição impossível, pela densidade de corrente infinita no centro do condutor (STEVENSON, 1978).

A impedância interna de um condutor pode ser determinada para qualquer frequência, desde que sejam conhecidos: o raio, resistividade do condutor e a permeabilidade magnética do condutor (STEVENSON, 1978).

A impedância interna de um condutor genérico é constituída pela resistência e reatância indutiva. A parcela real da impedância complexa é a resistência efetiva podendo ser determinada pela manipulação da equação (14), separando as partes reais das partes imaginárias, são dadas por (STEVENSON, 1978):

$$R_{\text{int}}(\omega) = \frac{\rho m}{2\pi r} \left[\frac{\text{ber}(mr)\text{bei}'(mr) - \text{bei}(mr)\text{ber}'(mr)}{(\text{bei}'(mr))^2 + (\text{ber}'(mr))^2} \right] \quad [\Omega \text{m}^{-1}] \quad (16)$$

$$L_{\text{int}}(\omega) = \frac{\rho m}{2\pi r} \left[\frac{\text{bei}(mr)\text{bei}'(mr) + \text{ber}(mr)\text{ber}'(mr)}{(\text{bei}'(mr))^2 + (\text{ber}'(mr))^2} \right] \quad [\text{Hm}^{-1}] \quad (17)$$

Portanto, para uma linha genérica polifásica constituída com n fases, para um único condutor, podemos escrever as seguintes matrizes para as resistências e indutâncias:

$$[R_{\text{int}}(\omega)] = \begin{bmatrix} R_{\text{int}(11)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{\text{int}(22)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{\text{int}(nn)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[L_{\text{int}}(\omega)] = \begin{bmatrix} L_{\text{int}(11)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_{\text{int}(22)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_{\text{int}(nn)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

A matriz de impedância interna $[Z_{\text{int}}(\omega)]$ é dada por:

$$[Z_{\text{int}}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{\text{int}(11)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{\text{int}(22)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{\text{int}(nn)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

A equação (20) pode ser escrita na forma complexa genérica por:

$$[Z_{\text{int}}(\omega)] = [R_{\text{int}}(\omega)] + j\omega[L_{\text{int}}(\omega)] \quad (21)$$

Ressaltando que as matrizes relativas à impedância interna são todas matrizes diagonais, não existindo interação com os componentes mútuos, sendo variáveis em função da frequência.

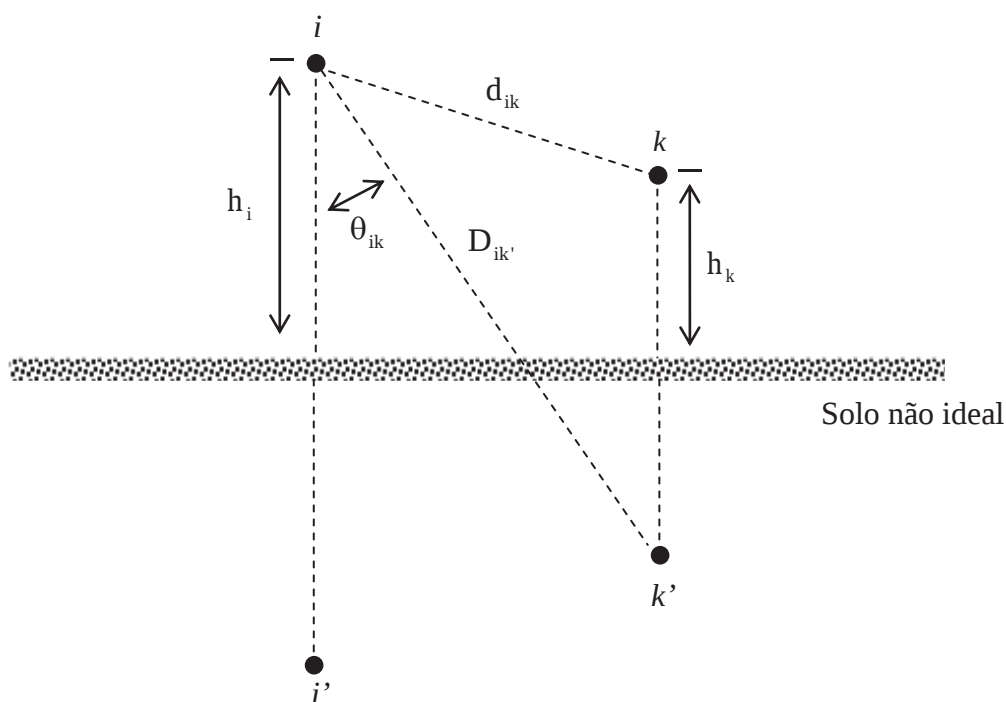
2.2.3 Impedância devido ao efeito do solo

A impedância devido ao efeito do solo resulta do fato de que o solo sob a qual a linha foi construída não é ideal. A interação do campo magnético com o solo resulta em impedâncias próprias e mútuas constituídas de componentes reais e imaginárias, assumindo características mais acentuadas em altas frequências. Este fenômeno é denominado efeito do solo.

Os parâmetros longitudinais sobre efeito do solo podem ser calculados por meio das equações de Carson e Pollaczek, ambas as equações podem ser aplicadas em linhas aéreas de transmissão e cabos subterrâneos (DOMMEL, 1996; KUROKAWA, 2003).

Considere os condutores i e k de uma linha polifásica genérica, sobre um solo não ideal, conforme mostra a figura 05.

Figura 05 – Condutores i e k e suas respectivas imagens i' e k' sobre um solo não ideal.



Fonte: Holfmann (2003).

Considerando os condutores i e k dispostos sobre um solo não ideal, mostrados na figura 05, a parcela das impedâncias próprias e mútuas relativas ao efeito solo desses condutores pode ser calculada em função dos termos de correção ΔR e ΔX , podendo ser representada de forma simplificada, dada por (DERI et al., 1981; FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978):

$$Z_{\text{solo}} = \Delta R_{ik} + j\Delta X_{ik} \quad (22)$$

Por meio dos termos de correção de Carson é possível determinar a resistência e reatância indutiva do solo, denominadas como sendo fatores de correção da impedância total ΔR e ΔX , respectivamente (STEVENSON, 1978).

Os termos de correção de Carson na equação (22) são funções do ângulo θ , indicadas na figura 05. Considerando as impedâncias próprias e mútuas relativas aos condutores i e k ($\theta = 0$, para impedâncias próprias e $\theta = \theta_{ik}$, para o cálculo das impedâncias mútuas) e o parâmetro δ dado por (FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978):

$$\delta = \begin{cases} \delta_{ii} = 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\omega}{\pi\rho_s}} h_i \\ \delta_{ik} = 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi\rho_s}} D_{ik} \end{cases} \quad (23)$$

As impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais às impedâncias para um circuito envolvendo um solo ideal representado pela figura 05, no qual, considera-se um condutor e sua respectiva imagem a mesma profundidade que a altura do condutor acima do solo, acrescentando um fator de correção aplicável a ambas as impedâncias (FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

Para as resistências e reatâncias indutivas próprias e mútuas, Carson considerou condutores paralelos ao solo, onde os termos de correção ΔR e ΔX são iguais a zero quando $\delta \rightarrow \infty$, ou seja, a resistividade do solo é muito pequena (FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

Para o cálculo desses termos, Carson desenvolveu uma somatória baseada em uma série infinita de termos trigonométricos. Logo, considerando $\delta \leq 5$, os termos de correção de Carson são dados como (STEVENSON, 1978):

$$\begin{aligned} \Delta R_{ik} = 4\omega 10^{-4} \{ & \frac{\pi}{8} - b_1 \delta_{ik} \cos \theta_{ik} + b_2 [\delta_{ik}^2 \cos 2\theta_{ik} (c_2 - \ln \delta_{ik}) + \delta_{ik}^2 \theta_{ik} \text{sen}.2\theta_{ik}] + b_3 \delta_{ik}^3 \\ & \cos 3\theta_{ik} - d_4 \delta_{ik}^4 \cos 4\theta_{ik} - b_5 \delta_{ik}^5 \cos 5\theta_{ik} + b_6 [(c_6 - \ln \delta_{ik}) \delta_{ik}^6 \cos 6\theta_{ik} + \theta_{ik} \delta_{ik}^6 \text{sen} 6\theta_{ik}] + \\ & + b_7 \delta_{ik}^7 \cos 7\theta_{ik} - d_8 \delta_{ik}^8 \cos 8\theta_{ik} - \dots \} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\Delta X_{ik} = 4\omega 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln \delta_{ik}) + b_1 \delta_{ik} \cos \theta_{ik} - d_2 \delta_{ik}^2 \cos 2\theta_{ik} + b_3 \delta_{ik}^3 \cos 3\theta_{ik} - b_4 \right. \\ \left[(c_4 - \ln \delta_{ik}) \delta_{ik}^4 \cos 4\theta_{ik} + \theta_{ik} \delta_{ik}^4 \sin 4\theta_{ik} \right] + b_5 \delta_{ik}^5 \cos 5\theta_{ik} - d_6 \delta_{ik}^6 \cos 6\theta_{ik} + b_7 \delta_{ik}^7 \cos 7\theta_{ik} \\ \left. - b_8 [(c_8 - \ln \delta_{ik}) \delta_{ik}^8 \cos 8\theta_{ik} + \theta_{ik} \delta_{ik}^8 \sin 8\theta_{ik}] + \dots \right\} \quad (25)$$

Os coeficientes b , c e d são constantes e podem ser obtidos a partir das fórmulas recursivas (STEVENSON, 1978):

$$b_i = |b_{i-2}| \frac{\sigma}{i(i+2)} \quad (26)$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad (27)$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (28)$$

Onde:

$$b_1 = \sqrt{2}/6$$

$$b_2 = 1/16$$

$$c_2 = 1,3659315$$

A função (σ) alterna-se em quatro termos sucessivos ($\sigma = +1$, para $i = 1, 2, 3, 4$) e ($\sigma = -1$, para $i = 5, 6, 7, 8$).

Para $\delta > 5$, têm-se (STEVENSON, 1978):

$$\Delta R_{ik} = \left(\frac{\cos \theta_{ik}}{\delta_{ik}} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^2} + \frac{\cos 3\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^3} + \frac{3 \cos 5\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^5} - \frac{45 \cos 7\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^7} \right) \frac{4\omega 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (29)$$

$$\Delta X_{ik} = \left(\frac{\cos \theta_{ik}}{\delta_{ik}} - \frac{\cos 3\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^3} + \frac{3 \cos 5\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^5} - \frac{45 \cos 7\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^7} \right) \frac{4\omega 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (30)$$

Para sistemas com baixas frequências, apenas alguns termos das séries infinitas de ΔR e ΔX são necessários para obtenção de um resultado satisfatório. No entanto, para sistemas com altas frequências são necessários mais termos e conforme incremento da frequência, maior a quantidade de termos requeridos.

Portanto, a partir do equacionamento descrito anteriormente, podemos representar a matriz de impedâncias de uma linha onde existe o retorno de corrente através do solo, como sendo (HOLFMANN, 2003):

$$[Z_{\text{Solo}}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{\text{Solo}(11)} & Z_{\text{Solo}(12)} & \cdots & Z_{\text{Solo}(1n)} \\ Z_{\text{Solo}(21)} & Z_{\text{Solo}(22)} & \cdots & Z_{\text{Solo}(2n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\text{Solo}(n1)} & Z_{\text{Solo}(n2)} & \cdots & Z_{\text{Solo}(nn)} \end{bmatrix} \quad (31)$$

As matrizes de impedâncias próprias e mútuas de $[Z_{\text{Solo}}(\omega)]$ podem ser decompostas em componentes reais e componentes imaginários, resultando em:

$$Z_{\text{Solo}(ii)}(\omega) = R_{\text{Solo}(ii)}(\omega) + j\omega L_{\text{Solo}(ii)}(\omega) \quad (32)$$

$$Z_{\text{Solo}(kk)}(\omega) = R_{\text{Solo}(kk)}(\omega) + j\omega L_{\text{Solo}(kk)}(\omega) \quad (33)$$

$$Z_{\text{Solo}(ik)}(\omega) = R_{\text{Solo}(ik)}(\omega) + j\omega L_{\text{Solo}(ik)}(\omega) \quad (34)$$

Portanto, para uma linha genérica de n fases, considerando que cada fase é constituída de apenas um único condutor, podemos escrever a matriz de impedância devido ao efeito do solo na seguinte forma genérica:

$$Z_{\text{Solo}}(\omega) = R_{\text{Solo}}(\omega) + j\omega L_{\text{Solo}}(\omega) \quad (35)$$

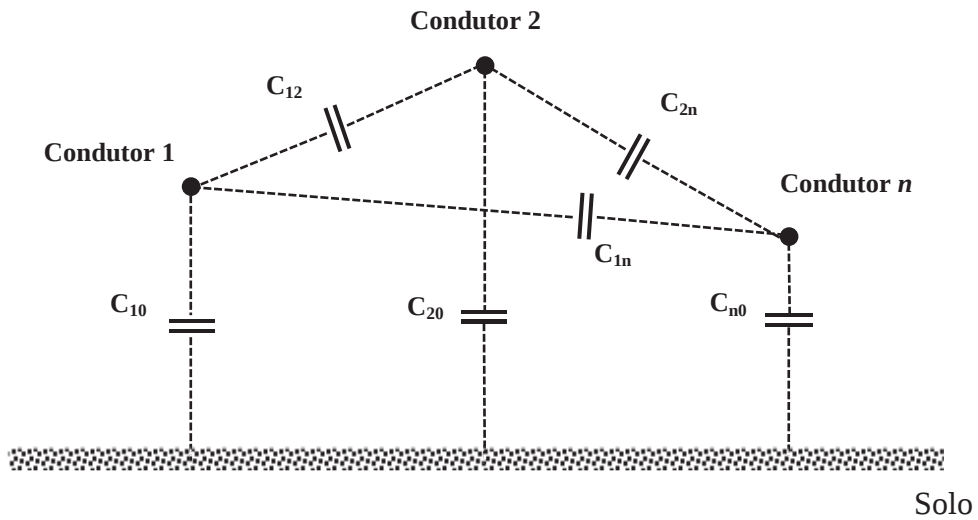
Na equação (35), $[R_{\text{Solo}}(\omega)]$ é a matriz de resistências devido ao efeito solo, enquanto que $[L_{\text{Solo}}(\omega)]$ é a matriz de indutâncias devido ao efeito solo, onde os elementos dessas matrizes são variáveis em relação à frequência.

2.3 Admitâncias transversais da linha

Em uma linha aérea de transmissão, além da capacitância existe também, uma condutância entre os condutores e o solo. Esta condutância é denominada condutância de dispersão, para alguns tipos de transitórios eletromagnéticos, a condutância transversal geralmente é desprezada no cálculo dos parâmetros da linha (FUCHS, 1979; STEVENSON, 1978).

A figura 06 mostra as capacitâncias parciais associadas aos condutores de uma linha polifásica de n fases.

Figura 06 – Capacitâncias parciais em uma linha polifásica de n condutores.



Fonte: Fuchs (1979).

Considerando que os condutores mostrados na figura 06, estão nos potenciais elétricos $V_1, V_2, \dots, V_n$ em relação ao solo, é possível escrever as cargas armazenadas em cada um dos seus respectivos condutores, como sendo (FUCHS, 1979):

$$q_1 = (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n}) V_1 - C_{12} V_2 - \dots - C_{1n} V_n \quad (36)$$

$$q_2 = -C_{21} V_1 + (C_{20} + C_{21} + \dots + C_{2n}) V_2 - \dots - C_{2n} V_n \quad (37)$$

$\vdots$

$$q_n = -C_{n1} V_1 - C_{n2} V_2 \dots + (C_{n0} + C_{n1} + \dots + C_{nn}) V_n \quad (38)$$

As equações (36) a (38) podem ser escritas na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n}) & -C_{12} & \dots & -C_{1n} \\ -C_{12} & (C_{20} + C_{21} + \dots + C_{2n}) & \dots & -C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{n1} & -C_{n2} & \dots & (C_{n0} + C_{n1} + \dots + C_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (39)$$

Sendo:

$$[C] = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n}) & -C_{12} & \dots & -C_{1n} \\ -C_{12} & (C_{20} + C_{21} + \dots + C_{2n}) & \dots & -C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{n1} & -C_{n2} & \dots & (C_{n0} + C_{n1} + \dots + C_{nn}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

A equação matricial (39) pode ser escrita na forma genérica:

$$[Q] = [C][V] \quad (41)$$

Para se obter a matriz de capacitância a partir da equação (41), é necessário calcular a capacitância entre cada um dos condutores e o solo e as capacitâncias entre os condutores. No entanto, a matriz de capacitância $[C]$ pode também ser obtida a partir da definição da matriz de coeficiente de potencial ou matriz de coeficientes de campo elétrico $[P]$, baseada no cálculo dos potenciais de cada condutor da linha que está submetido.

De acordo com Fuchs (1979), a diferença de potencial do condutor 1 em relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) + q_2 \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) + \dots + q_n \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) \right] \quad (42)$$

Na equação (42), os elementos q_1 , q_2 e q_n representam respectivamente as cargas no primeiro, segundo e n -ésimo condutor. Esses condutores apresentam raios (r) com índices 1, 2,..., n para o primeiro, segundo e n -ésimo termo respectivamente. O termo ϵ_0 é a permissividade do vácuo.

De forma análoga, podemos escrever as equações para os demais condutores (FUCHS, 1979):

$$V_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) + q_2 \ln\left(\frac{2h_2}{r_2}\right) + \dots + q_n \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) \right] \quad (43)$$

$\vdots$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) + q_2 \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) + \dots + q_n \ln\left(\frac{2h_n}{r_n}\right) \right] \quad (44)$$

Escrevendo na forma matricial as equações (42) a (44), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) & \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) \\ \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{2h_2}{r_2}\right) & \dots & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{2h_n}{r_n}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

De maneira simplificada a equação matricial (45) pode ser escrita como sendo:

$$[V] = [P][Q] \quad (46)$$

Sendo:

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$[P] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) & \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \cdots & \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) \\ \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{2h_2}{r_2}\right) & \cdots & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) & \cdots & \ln\left(\frac{2h_n}{r_n}\right) \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (49)$$

A partir da equação (46), obtém-se:

$$[Q] = [P]^{-1}[V] \quad (50)$$

Comparando as equações (50) e (41), verificamos que a matriz de capacitância é da seguinte forma:

$$[C] = [P]^{-1} \quad (51)$$

Portanto, a matriz de capacitâncias pode ser escrita da seguinte forma:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (52)$$

Comparando as equações (52) e (40), podemos concluir que os elementos da diagonal principal correspondem à soma das capacitâncias existentes entre os n condutores e a capacitância entre o n -ésimo condutor e o solo, sendo os demais elementos da matriz $[C]$ capacitâncias mútuas entre os pares de condutores.

Com base na definição de admitância, usando a notação matricial, temos (FUCHS, 1979):

$$[Y] = j\omega[C] \quad (53)$$

Na equação (53), $[C]$ é a matriz de capacitâncias obtida na equação (52).

2.4 Conclusão

Neste capítulo, foram descritos os procedimentos aplicados para o cálculo dos parâmetros elétricos, obtendo os conceitos de impedância longitudinal (Z) e admitância transversal (Y), devidamente equacionados para uma linha de transmissão polifásica genérica.

A impedância longitudinal é determinada a partir da soma de parcelas determinadas pelas impedâncias: externa, interna (representada pelas equações de Bessel) e impedância devido ao retorno da corrente através do solo (representada pelas equações de Carson e Pollaczek).

No entanto, a admitância transversal pode ser representada por uma capacitância. Porém, considerando que a condutância do ar é desprezível, apresentou-se apenas a expressão que determina a capacitância. A partir das capacitâncias transversais próprias e mútuas, foi possível determinar a matriz de potencial elétrico, sendo constante e invariável em função da frequência, dependendo exclusivamente da geometria da linha.

CAPÍTULO 3

MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

3.1 Introdução

Existem várias representações para modelos de linhas de transmissão, quanto à técnica de simulação utilizada, ou a partir do desenvolvimento em dois grandes modelos: domínio do tempo ou domínio da frequência (KUROKAWA, 2003; MARTI, 1982).

No entanto, o sistema elétrico, no qual as linhas de transmissão estão inseridas, possui diversos elementos cujas características não permitem que os mesmos sejam representados como sendo elementos lineares, dificultando a representação do sistema elétrico no domínio da frequência (FARIA et al., 2002; MARTI, 1982).

No primeiro modelo, a solução é obtida diretamente em função do tempo sem o uso de transformadas inversas (Fourier ou Laplace), enquanto o segundo modelo sua solução é primeiramente obtida no domínio da frequência, em seguida, convertida para o domínio do tempo através das transformadas inversas (MARTI, 1982).

As linhas de transmissão também podem ser classificadas quanto à natureza de seus parâmetros, sendo modelos a parâmetros concentrados e modelos a parâmetros distribuídos (MARTI, 1982).

Os modelos a parâmetros concentrados são de fácil utilização, e podem ser representados por elementos discretos de circuito. No entanto, os modelos com parâmetros distribuídos são dependentes da frequência, considerados mais precisos que os modelos que consideram os parâmetros constantes (FARIA et al., 2002; MARTI, 1982).

Os modelos com parâmetros concentrados à dependência da frequência são representados através da associação em série e paralela dos elementos R e L (KUROKAWA, 2003).

Uma análise rigorosa desse problema exigiria uma aplicação das equações de Maxwell nos problemas de campo, sendo representada por meio de seus parâmetros R, L, G e C.

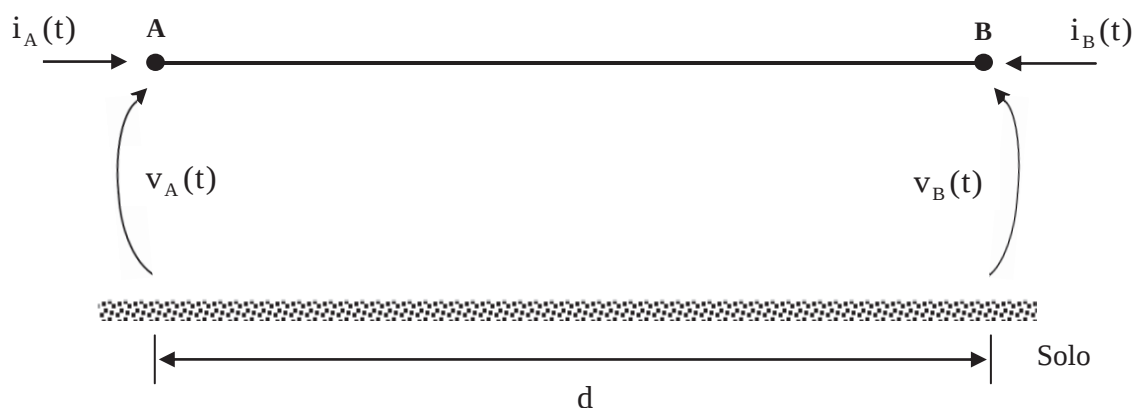
Entretanto, as equações de Maxwell demonstram que, em certas condições, podemos utilizar uma aproximação muito mais simples.

3.2 Correntes e tensões em uma linha de transmissão monofásica

Uma linha de transmissão pode ser definida como sendo um sistema de dois condutores metálicos, retilíneos e completamente isolados, que conduz um sinal elétrico, entre dois ou mais terminais, por meio de campo magnético e um campo elétrico, presentes no sistema. Em algumas situações um dos condutores pode ser substituído pelo solo ou condutor de retorno.

A figura 07 mostra a representação de uma linha de transmissão monofásica, de comprimento d em (km), onde o retorno da corrente se apresenta através do solo (FUCHS, 1979; GREENWOOD, 1977).

Figura 07 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .

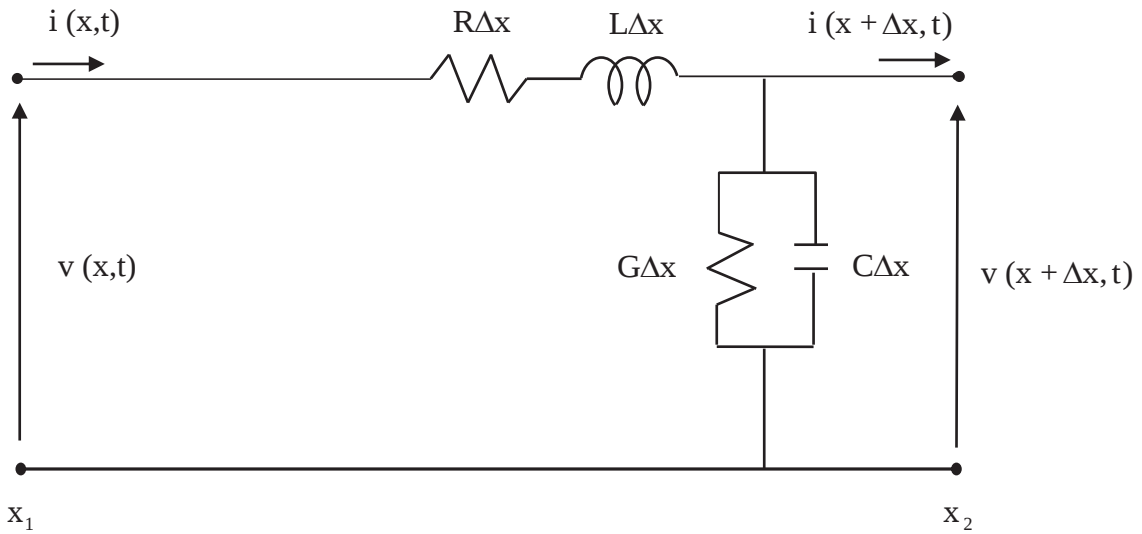


Fonte: Produção do próprio autor.

Como mostrado na figura 07, v_A , v_B , i_A e i_B são as tensões e correntes nos terminais A e B da linha, respectivamente.

Os parâmetros elétricos longitudinais e transversais de uma linha de transmissão são uniformemente distribuídos ao longo de seu comprimento. Dessa forma podemos representar um elemento infinitesimal da linha, conforme mostra a figura 08 (CHIPMAN, 1972; GREENWOOD, 1977).

Figura 08 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.



Fonte: Chipman (1972).

No circuito mostrado na figura 08, R e L são respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais da linha, por unidade de comprimento e os elementos G e C são, respectivamente, a condutância e a capacitância transversais da linha por unidade de comprimento.

Podemos escrever as equações de corrente e tensão para o circuito mostrado na figura 08, na seguinte forma:

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = G \Delta x v(x + \Delta x, t) + C \Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (54)$$

$$v(x, t) - v(x + \Delta x, t) = R \Delta x i(x, t) + L \Delta x \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (55)$$

As equações (54) e (55) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = -G \Delta x v(x + \Delta x, t) - C \Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (56)$$

$$v(x+\Delta x, t) - v(x, t) = -R \Delta x i(x, t) - L \Delta x \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (57)$$

Dividindo as equações (56) e (57) por Δx , obtêm-se:

$$\frac{i(x+\Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = -G v(x+\Delta x, t) - C \frac{\partial v(x+\Delta x, t)}{\partial t} \quad (58)$$

$$\frac{v(x+\Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = -R i(x, t) - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (59)$$

Calculando o limite das equações (56) e (57) para Δx tendendo a zero, obtêm-se (SWOKOWSKI, 1995):

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{i(x+\Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} \right) = -G v(x, t) - C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (60)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{v(x+\Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} \right) = -R i(x, t) - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (61)$$

O lado esquerdo das equações (60) e (61) são as derivadas parciais de $i(x, t)$ e $v(x, t)$ respectivamente, em relação à x . Portanto, as equações (60) e (61) serão escritas como sendo (CHIPMAN, 1972):

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -G v(x, t) - C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (62)$$

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = -R i(x, t) - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (63)$$

As equações (62) e (63) são equações diferenciais de primeira ordem, e descrevem o comportamento de propagação da corrente e tensão de uma linha monofásica no domínio do tempo.

A solução analítica dessas equações é apenas conhecida para o caso de linha sem perdas ($R = 0$ e $G = 0$). No entanto, para o caso de linhas com perdas ($R \neq 0$ e $G \neq 0$), essas equações são de difícil solução no domínio do tempo, mas podem ser resolvidas no domínio da frequência.

Desse modo, aplicando a transformada de Laplace nas equações (62) e (63), considerando as condições iniciais nulas, obtêm-se:

$$\frac{dV(x,s)}{dx} = -R I(x,s) - s L I(x,s) \quad (64)$$

$$\frac{dI(x,s)}{dx} = -G V(x,s) - s C V(x,s) \quad (65)$$

Substituindo $s = j\omega$, na equação (64), temos:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -R I(x) - j\omega L I(x) \quad (66)$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = -(R + j\omega L) I(x) \quad (67)$$

Fazendo $Z = R + j\omega L$, e substituindo na equação (67) temos:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -Z I(x) \quad (68)$$

Utilizando $s = j\omega$, na equação (65), temos:

$$\frac{dI(x)}{dx} = -G V(x) - j\omega C V(x) \quad (69)$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -(G + j\omega C)V(x) \quad (70)$$

Fazendo $Y = G + j\omega C$, e substituindo na equação (70) temos:

$$\frac{dI(x)}{dx} = -Y V(x) \quad (71)$$

Derivando as equações (68) e (71) em relação à x , obtêm-se:

$$\frac{dV^2(x)}{dx^2} = -Z \frac{dI(x)}{dx} \quad (72)$$

$$\frac{dI^2(x)}{dx^2} = -Y \frac{dV(x)}{dx} \quad (73)$$

Substituindo as equações (71) em (72) e (68) em (73), obtêm-se:

$$\frac{dV^2(x)}{dx^2} = ZY V(x) \quad (74)$$

$$\frac{dI^2(x)}{dx^2} = YZ I(x) \quad (75)$$

As equações (74) e (75) são as equações diferenciais de segunda ordem de uma linha de transmissão monofásica, escritas no domínio da frequência.

A partir da solução das equações (74) e (75) são obtidas as equações das correntes e tensões nos terminais de uma linha monofásica (CHIPMAN, 1972; MARTI, 1982):

$$V_A = V_B \cosh(\gamma d) - Z_c I_B \sinh(\gamma d) \quad (76)$$

$$I_A = -I_B \cosh(\gamma d) + \frac{V_B}{Z_c} \sinh(\gamma d) \quad (77)$$

Sendo:

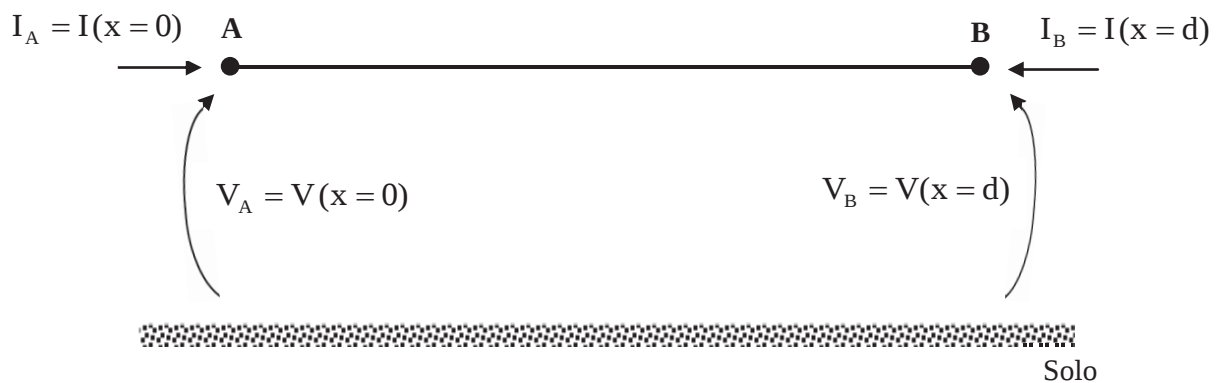
$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (78)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (79)$$

Nas equações (78) e (79), γ é a função de propagação e Z_c é a impedância característica.

As equações (76) e (77), permitem calcular as tensões e correntes nos terminais da linha monofásica, conforme mostra a figura 09 (CHIPMAN, 1972; MARTI, 1982):

Figura 09 – Representação das correntes e tensões nos terminais em uma linha monofásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 09, V_A e I_A representam a tensão e corrente no terminal emissor da linha, enquanto, V_B e I_B representam a tensão e corrente no terminal receptor para uma determinada distância d em km.

As equações diferenciais no domínio do tempo podem ser resolvidas no domínio da frequência utilizando a transformada de Laplace, apresentando soluções mais simples. Em seguida, utilizando a transformada inversa de Laplace, obtêm-se novamente a solução das equações no domínio do tempo (MORENO, RAMIREZ, 2008).

3.3 Correntes e tensões em uma linha de transmissão polifásica

Foi visto anteriormente que uma linha monofásica pode ser caracterizada pela impedância longitudinal e pela admitância transversal por unidade de comprimento da linha, sendo escrita da seguinte forma:

$$Z = R + j\omega L \quad (80)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (81)$$

Um conjunto semelhante de equações pode ser desenvolvido para o caso de uma linha de transmissão polifásica com n fases, sendo as matrizes de impedância longitudinal $[Z]$ e de admitância transversal $[Y]$, escritas da seguinte forma:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (83)$$

Para uma linha de transmissão polifásica com n fases, as tensões e correntes podem ser escritas na seguinte forma:

$$[V(x)] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (84)$$

$$[I(x)] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (85)$$

Substituindo as equações (82) à (85) nas equações (74) e (75) respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{dV^2(x)}{dx^2} = [Z][Y][V(x)] \quad (86)$$

$$\frac{dI^2(x)}{dx^2} = [Y][Z][I(x)] \quad (87)$$

As equações (86) e (87) são equações diferenciais de uma linha polifásica com n fases. As soluções dessas equações não podem ser facilmente obtidas, devido ao acoplamento mútuo e a diferença entre os produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$. No entanto, conforme será mostrado no próximo capítulo utilizaremos uma transformação de similaridade para desacoplar essas equações (CHEN, 1984).

3.4 Conclusão

Neste capítulo, foi mostrado o processo de obtenção das soluções das equações diferenciais que representam as linhas de transmissão monofásica e polifásica, cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha e dependentes da frequência. Sendo essas equações, escritas no domínio do tempo e no domínio da frequência, como expressões da tensão e corrente em dois pontos consecutivos da linha de transmissão.

CAPÍTULO 4

REPRESENTAÇÃO DE UMA LINHA TETRAFÁSICA NO DOMÍNIO MODAL

4.1 Introdução

As equações diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão polifásica são de difícil solução devido ao acoplamento entre as fases. Uma importante ferramenta utilizada em análises de sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases das mesmas: a representação modal.

Desta maneira, uma linha de transmissão tetrafásica com quatro fases acopladas pode ser decomposta em quatro modos de propagação, ou seja, uma linha constituída de quatro fases se transforma em quatro linhas monofásicas independentes, que são matematicamente idênticas a linha tetrafásica original (CHEN, 1984).

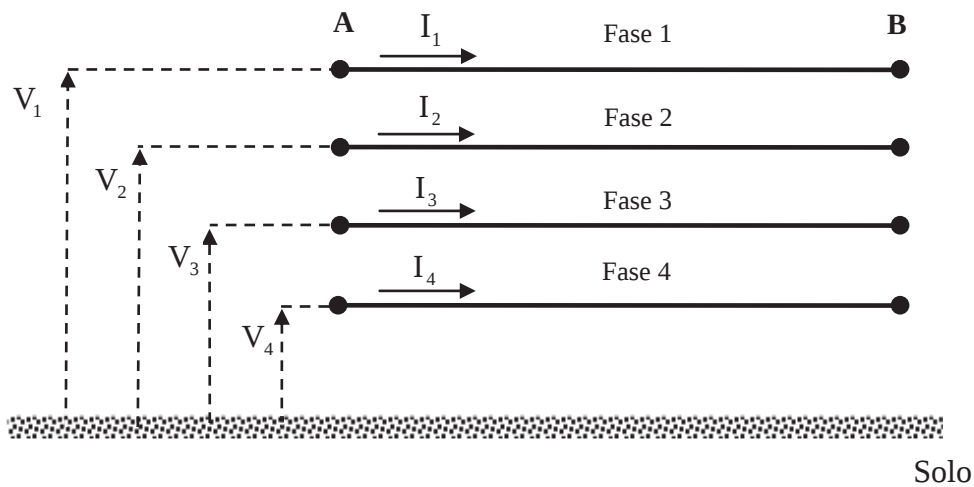
A partir do cálculo dos autovalores do produto matricial envolvendo as matrizes de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais, foi apresentado um método numérico baseado no algoritmo de Newton-Raphson (ANEXO A), para obtenção de uma matriz de decomposição modal, para uma linha de transmissão polifásica (BUDNER, 1970; KUROKAWA, 2003).

Este capítulo mostrará de forma simplificada, o processo de decomposição modal de uma linha de transmissão tetrafásica, em seus quatro modos de propagação, representando um método matemático para a simplificação dos cálculos dos transitórios eletromagnéticos e impulsivos.

4.2 Decomposição modal de uma linha de transmissão tetrafásica

Para uma linha de transmissão tetrafásica, as tensões e correntes podem ser representadas na seguinte forma, conforme mostra a figura 10.

Figura 10 – Tensões e correntes de fase em uma linha de transmissão tetrafásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 10, V_1 , V_2 , V_3 e V_4 , são respectivamente as tensões nas fases 1, 2, 3 e 4, e I_1 , I_2 , I_3 e I_4 , são respectivamente as correntes nas fases 1, 2, 3 e 4.

Como visto anteriormente no capítulo 3, foram descritas as equações diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão monofásica (BUDNER, 1970):

$$\frac{d^2 [V]}{dx^2} = [Z][Y][V] \quad (88)$$

$$\frac{d^2 [I]}{dx^2} = [Y][Z][I] \quad (89)$$

Onde:

[Z] - Matriz de impedância longitudinal da linha;

[Y] - Matriz de admitância transversal da linha;

[V] - Vetor de tensão de fase da linha;

[I] - Vetor de corrente de fase da linha.

Nas equações (88) e (89), as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal, assim como os vetores de corrente e tensão, são variáveis em relação à frequência. Essas equações estão no domínio das fases e são de difícil resolução, uma vez que os produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ são de maneira genérica, distintos (DOMMEL, 1969; MARTI, 1982).

No entanto, os produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização da transformação de similaridade e obter as equações diferenciais da linha no domínio modal (CHEN, 1984).

No domínio modal, as equações (88) e (89) podem ser escritas como sendo (DAL TIN et al., 2005):

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [Z_m][Y_m][V_m] \quad (90)$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [Y_m][Z_m][I_m] \quad (91)$$

Sendo:

$$[Z_m] = [T_I]^T [Z] [T_I] \quad (92)$$

$$[Y_m] = [T_I]^T [Y] [T_I]^{-T} \quad (93)$$

$$[V_m] = [T_I]^T [V] \quad (94)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1} [I] \quad (95)$$

Onde:

$[Z_m]$ - Matriz de impedância longitudinal no domínio modal;

$[Y_m]$ - Matriz de admitância transversal no domínio modal;

$[V_m]$ - Vetor de tensão modal da linha;

$[I_m]$ - Vetor de corrente modal da linha.

A matriz $[T_l]$ é uma matriz cujas colunas são autovetores associados ao produto $[Y][Z]$, enquanto que $[T_l]^{-1}$ é a inversa de $[T_l]$, $[T_l]^T$ é a transposta de $[T_l]$ e $[T_l]^{-T}$ é a inversa de $[T_l]^T$.

As matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ podem ser escritas da seguinte forma:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{m44} \end{bmatrix} \quad (96)$$

$$[Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{m44} \end{bmatrix} \quad (97)$$

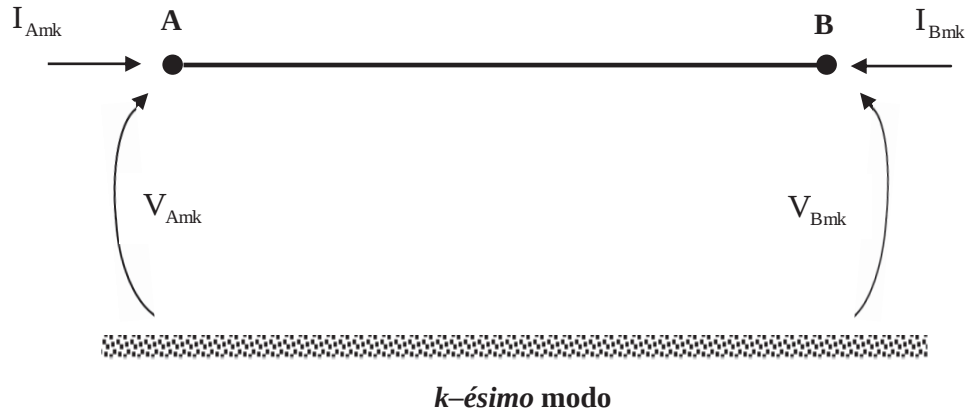
Na equação (96), Z_{m11} , Z_{m22} , Z_{m33} e Z_{m44} são as impedâncias longitudinais dos modos 1, 2, 3 e 4. Na equação (97), Y_{m11} , Y_{m22} , Y_{m33} e Y_{m44} são as admitâncias transversais dos modos 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Multiplicando as equações (90) e (91), verifica-se que os produtos $[Z_m][Y_m]$ e $[Y_m][Z_m]$ são idênticos. Portanto, as matrizes $[Z_m][Y_m]$ são matrizes diagonais (BUDNER, 1970; DALVIN et al., 2005):

As equações (90) e (91) são as equações diferenciais modais da linha. Uma vez que as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são diagonais. Logo, estão desacopladas e suas soluções são conhecidas (BUDNER, 1970).

Assim, com as fases totalmente desacopladas umas das outras, uma linha tetrafásica pode ser representada por meio de quatro modos de propagação, onde cada modo de propagação se comporta como quatro linhas monofásicas independentes, conforme mostra a figura 11 (KUROKAWA, 2003).

Figura 11 – Representação do k -ésimo modo de propagação de uma linha tetrafásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 11, V_{Amk} e V_{Bmk} são respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B da linha do k -ésimo modo, enquanto que, I_{Amk} e I_{Bmk} , são as correntes longitudinais nos terminais A e B da linha do k -ésimo modo, observando que o subscrito k é referente aos modos de propagação 1, 2, 3 e 4.

A relação entre as tensões e correntes dos modos de propagação de uma linha tetrafásica pode ser obtida através das equações (76) a (79), utilizadas no capítulo 3 para uma linha monofásica (BUDNER, 1970).

Portanto, com base nas equações (76) a (79), para uma linha tetrafásica, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} V_{Am1} \\ V_{Am2} \\ V_{Am3} \\ V_{Am4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Bm1} \\ V_{Bm2} \\ V_{Bm3} \\ V_{Bm4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} -Z_{Cm11} \sinh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Z_{Cm22} \sinh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z_{Cm33} \sinh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z_{Cm44} \sinh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} I_{Bm1} \\ I_{Bm2} \\ I_{Bm3} \\ I_{Bm4} \end{bmatrix} \quad (98)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} I_{Am1} \\ I_{Am2} \\ I_{Am3} \\ I_{Am4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{Bm1} \\ I_{Bm2} \\ I_{Bm3} \\ I_{Bm4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cosh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cosh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cosh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\cosh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} + \\
&\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm11}} \sinh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{Cm22}} \sinh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm33}} \sinh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm44}} \sinh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} V_{Bm1} \\ V_{Bm2} \\ V_{Bm3} \\ V_{Bm4} \end{bmatrix} \tag{99}
\end{aligned}$$

Sendo:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \tag{100}$$

$$[B_m] = \begin{bmatrix} -Z_{Cm11} \sinh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Z_{Cm22} \sinh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z_{Cm33} \sinh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z_{Cm44} \sinh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \tag{101}$$

$$[C_m] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm11}} \sinh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{Cm22}} \sinh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm33}} \sinh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm44}} \sinh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \quad (102)$$

$$[D_m] = \begin{bmatrix} -\cosh(\gamma_{m11}d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cosh(\gamma_{m22}d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cosh(\gamma_{m33}d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\cosh(\gamma_{m44}d) \end{bmatrix} \quad (103)$$

As equações (98) e (99), podem ser escritas resumidamente, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_{Am} \\ I_{Am} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Bm} \\ I_{Bm} \end{bmatrix} \quad (104)$$

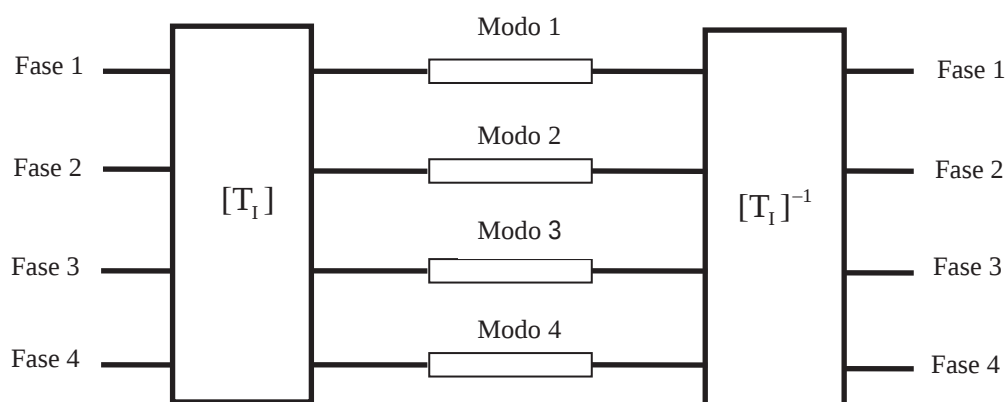
Particularmente, para uma linha tetrafásica, os elementos das matrizes $[A_m]$, $[B_m]$, $[C_m]$ e $[D_m]$ podem ser descritos como sub-matrizes quadradas e diagonais, sendo calculadas em função dos parâmetros da linha.

A partir da equação (104), podemos expressar as tensões e correntes modais no extremo A da linha em função das correntes e tensões modais no extremo B de uma linha tetrafásica.

No entanto, esses valores devem ser analisados no domínio das fases e em função da frequência, dessa forma as correntes e tensões nas fases podem ser obtidas a partir de transformadas modais inversas, utilizando a matriz de transformação modal aplicada nas equações (94) e (95).

A figura 12 mostra uma representação esquemática de uma linha de transmissão tetrafásica representada no domínio modal.

Figura 12 – Representação modal de uma linha de transmissão tetrafásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 12, as grandezas de tensão e corrente no domínio das fases são convertidas para grandezas modais através da matriz de transformação modal $[T_I]$. Em seguida, realizam-se as simulações em cada modo da linha levando em consideração que cada um destes modos comporta-se como uma linha monofásica sem nenhum acoplamento com os demais modos. Uma vez que as grandezas modais são conhecidas, podemos converter as mesmas para o domínio das fases através de uma matriz de transformação modal inversa $[T_I]^{-1}$.

4.3 Conclusão

Neste capítulo, foi apresentado o processo de decomposição modal de uma linha de transmissão tetrafásica. A representação modal permite que uma linha de transmissão com quatro fases seja decomposta em seus quatro modos de propagação.

A vantagem de se representar a linha por meio de seus modos de propagação está no fato de que cada um dos modos comporta-se como uma linha monofásica. Dessa maneira, uma linha tetrafásica pode ser representada como sendo quatro linhas monofásicas independentes, e posteriormente, calculadas as correntes e tensões em cada um dos modos de propagação da linha.

As matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha são variáveis em função da frequência, assim obtendo um conjunto de autovetores para cada frequência. No entanto, a matriz de transformação é

uma matriz cujas colunas correspondem a um conjunto de autovetores do produto matricial $[Y][Z]$.

Os autovetores do produto $[Y][Z]$ são obtidos por meio de métodos numéricos a partir das soluções de equações algébricas. Dentre os métodos numéricos existentes, optou-se pelo método de Newton-Raphson (ANEXO A), pois permite a obtenção de autovetores que não variam bruscamente em função da frequência e os elementos obtidos da matriz de decomposição modal, são utilizados para determinar os parâmetros modais da linha de transmissão.

CAPÍTULO 5

CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA TETRAFÁSICO DURANTE O REGIME TRANSITÓRIO

5.1 Introdução

Neste capítulo serão realizadas comparações entre uma linha de transmissão trifásica convencional de 440 kV e uma linha de transmissão tetrafásica também de 440 kV.

Inicialmente serão realizadas comparações entre os parâmetros longitudinais e transversais destas duas linhas. Em seguida serão mostradas as respostas na frequência de ambas as linhas, considerando frequências compreendidas entre 0,01 Hz e 1 MHz.

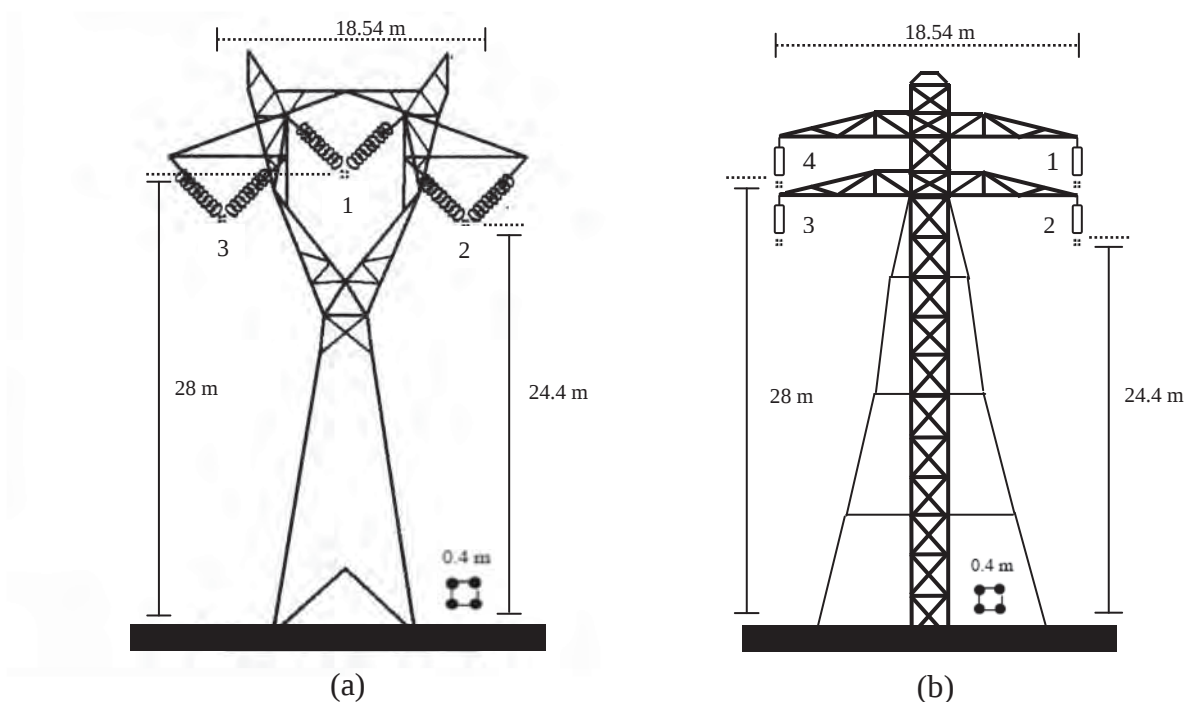
A última comparação consistirá em comprovar, no domínio do tempo, os resultados obtidos no domínio da frequência. Para isto serão realizadas simulações, no domínio do tempo, das sobretensões que surgem nos terminais das linhas quando as mesmas são submetidas às operações de energização (transitórios de baixa frequência) e à incidência de descargas atmosféricas (transitórios de alta frequência).

Todas as comparações serão realizadas considerando as linhas com diversos comprimentos e diversos valores de resistividade do solo sobre o qual as linhas foram construídas.

5.2 Descrição das linhas trifásica e tetrafásica analisadas

Neste capítulo serão realizadas comparações entre uma linha trifásica de 440 kV de circuito simples e uma linha tetrafásica cujas silhuetas são mostradas na figura 13 (KUROKAWA, 2003; SAMORODOV, 1998).

Figura 13 – Linhas de transmissão: (a) trifásica e (b) tetrafásica.



Fonte: Kurokawa (2003) e Samorodov (1998).

Nas figuras 13a e 13b são mostradas as silhuetas de uma linha trifásica e de uma linha tetrafásica, respectivamente, com tensões nominais de 440 kV, sendo que cada uma das fases da linha representa um condutor múltiplo constituído de 4 subcondutores dispostos na forma de um quadrado de 0,4 m de lado. Os subcondutores que constituem as fases são do tipo *Grosbeak*, com raio de 0.01021 m.

Para efeito de simulação, consideramos que a fase 1 da linha trifásica e as fases 1 e 4 da linha tetrafásica estão a uma mesma altura em relação ao solo. O mesmo ocorre para as fases 2 e 3 das duas linhas. Ambas as linhas foram consideradas sem transposição.

5.3 Comportamento dos parâmetros longitudinais e transversais

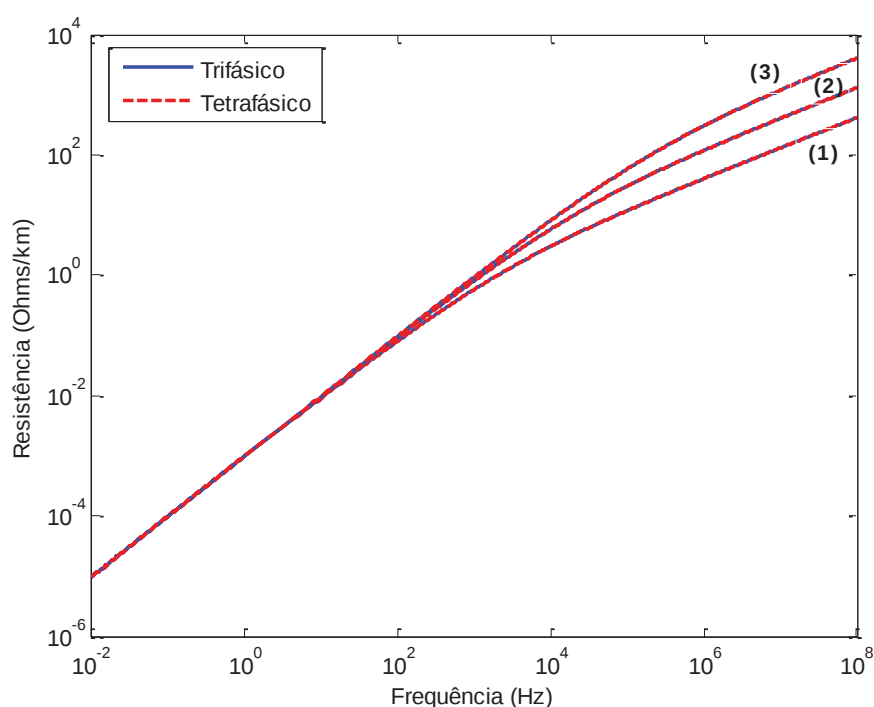
5.3.1 - Parâmetros longitudinais

Os parâmetros longitudinais das linhas mostradas na figura 14 foram calculados levando em contas os efeitos solo, pelicular e externa. Os parâmetros longitudinais devido ao efeito do solo foram calculados considerando solos com resistividade iguais a 10 Ωm , 100

Ωm e $1000 \Omega\text{m}$. Serão mostrados os parâmetros longitudinais próprios da fase 2 e os parâmetros mútuos entre as fases 2 e 3 das duas linhas mostradas anteriormente.

A figura 14 mostra o comportamento da resistência própria da fase 2, devido ao efeito solo, das linhas mostradas na figura 13 considerando resistividades do solo iguais a $10 \Omega\text{m}$, $100 \Omega\text{m}$ e $1000 \Omega\text{m}$.

Figura 14 – Resistência própria da fase 2, devido ao efeito do solo considerando resistividades iguais a $10 \Omega\text{m}$ (curva 1), $100 \Omega\text{m}$ (curva 2) e $1000 \Omega\text{m}$ (curva 3).



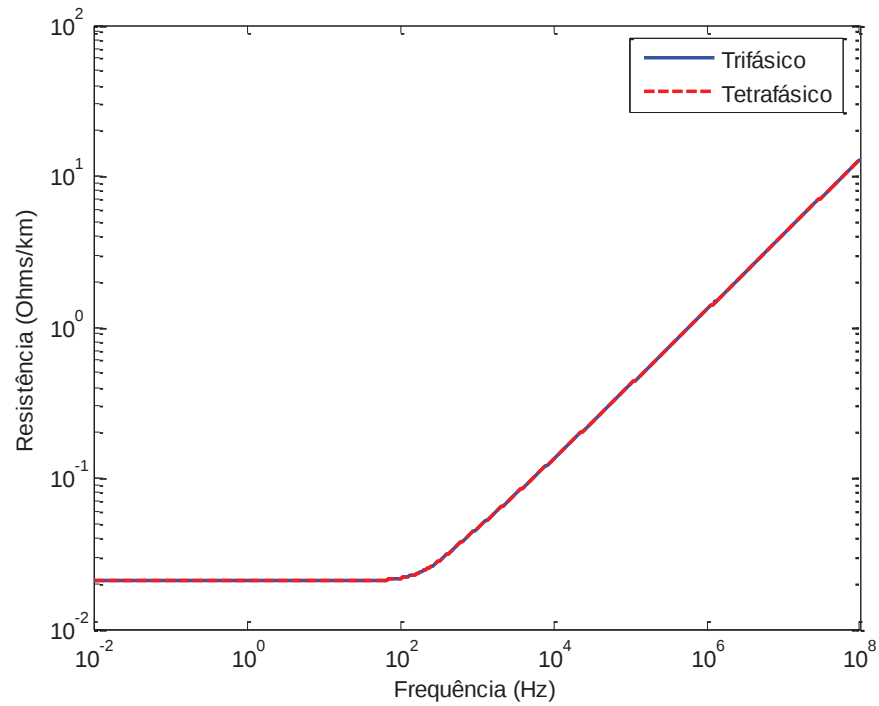
Fonte: Produção do próprio autor.

A figura 14 mostra que, considerando um determinado valor para a resistividade do solo, as duas linhas possuem resistências próprias devido ao efeito solo praticamente idênticas. Este fato ocorre porque as alturas das duas linhas são iguais. Verifica-se também que para frequências superiores a 1 kHz o valor da resistividade do solo influencia o comportamento das resistências próprias da linha devido ao efeito solo.

A figura 15 mostra o comportamento da resistência própria da fase 2, devido ao efeito pelicular, das linhas mostradas na figura 13.

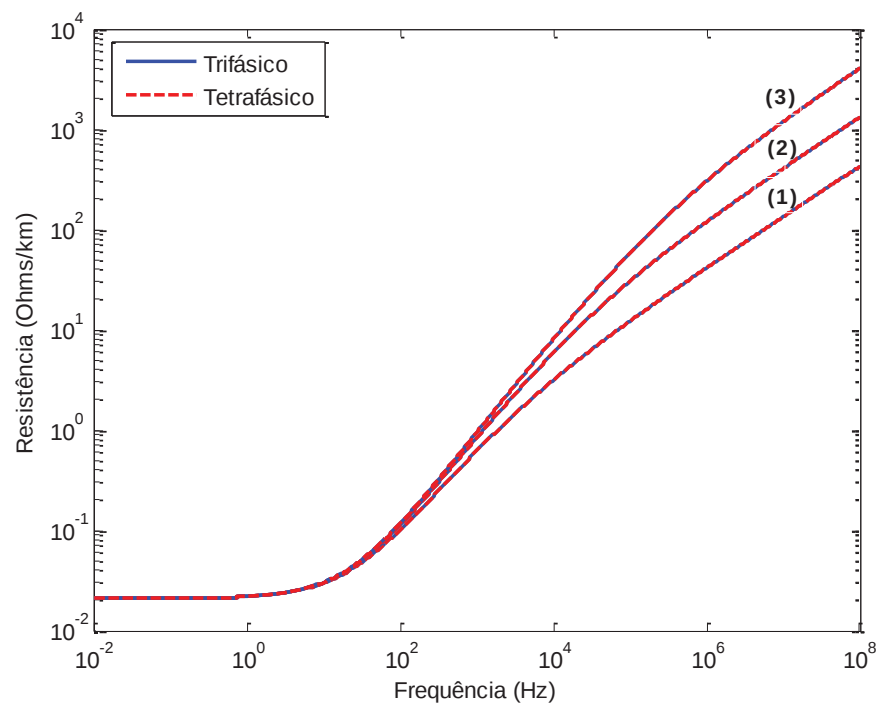
Enquanto que, a figura 16 mostra o comportamento da resistência própria da fase 2 das duas linhas, dada pela soma das resistências próprias devido ao efeito solo (figura 14) e devido ao efeito pelicular (figura 15).

Figura 15 – Resistência própria da fase 2, devido ao efeito pelicular.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 16 – Resistência própria da fase 2, considerando resistividades iguais a 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3).



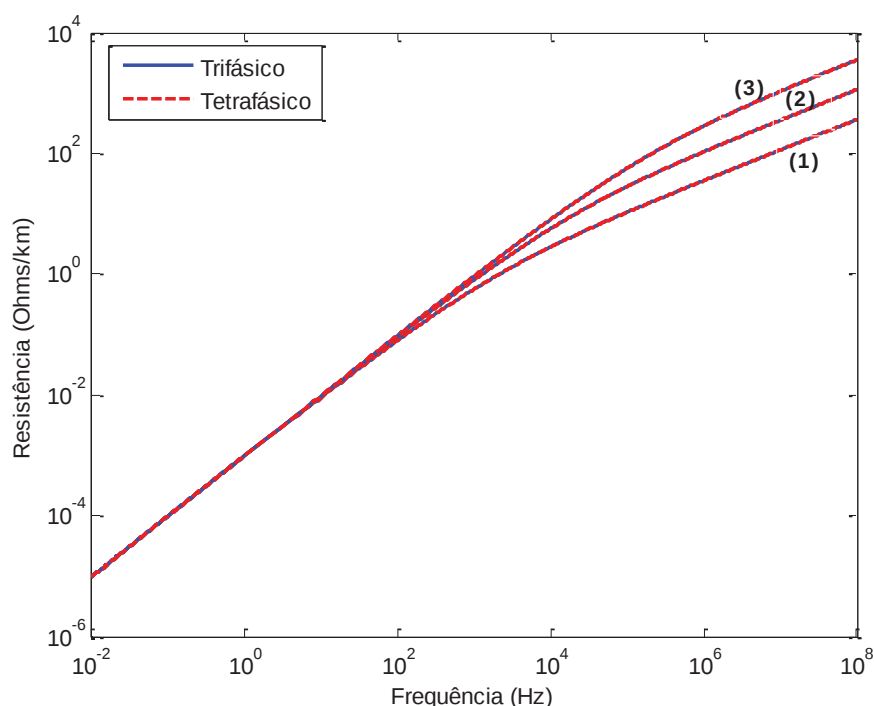
Fonte: Produção do próprio autor.

A figura 15 mostra que as resistências devido ao efeito pelicular das duas linhas são idênticas. Este fato ocorre porque as fases de ambas as linhas são constituídas do mesmo tipo de subcondutores. Verifica-se também que este parâmetro é praticamente constante em aproximadamente 100 Ω e aumenta em função da frequência quando se considera frequências mais elevadas.

Na figura 16, observa-se que as resistências próprias das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho), formadas pela soma dos efeitos pelicular e solo, variam em função da frequência. Para uma frequência aproximadamente de 100 Hz, as resistências são praticamente constantes, mas quando se aumenta o valor da frequência apresentam aumento correspondente. No entanto, acima de 1 kHz aproximadamente, aumentam de valores, conforme aumenta se o valor da resistividade.

A figura 17 mostra a resistências mútuas, entre as fases 2 e 3 das linhas, devido ao efeito do solo.

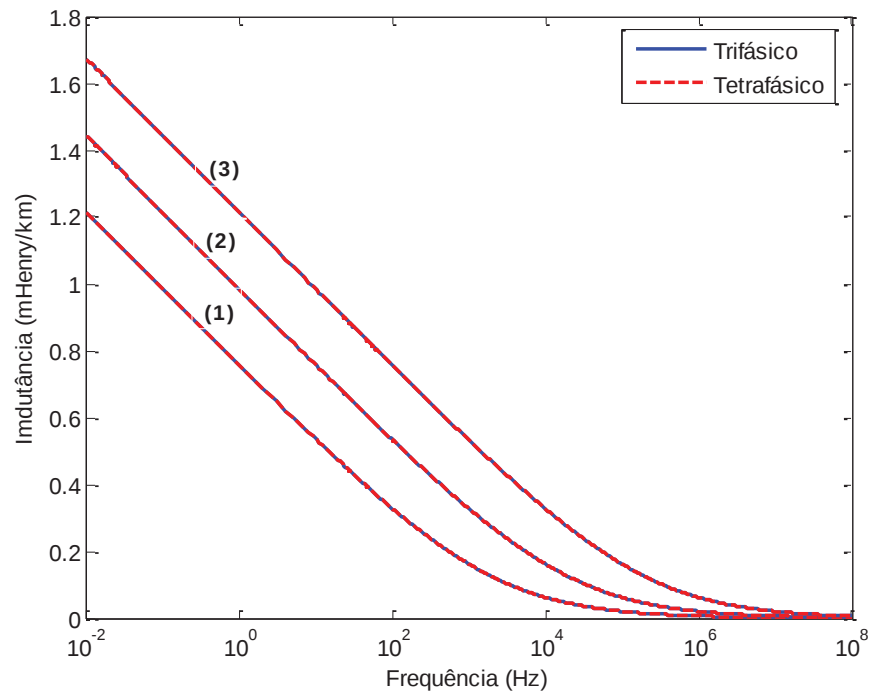
Figura 17 – Resistências mútuas entre as fases 2 e 3, devido efeito solo, considerando resistividades de 10 Ω m (curva 1), 100 Ω m (curva 2) e 1000 Ω m (curva 3).



Fonte: Produção do próprio autor.

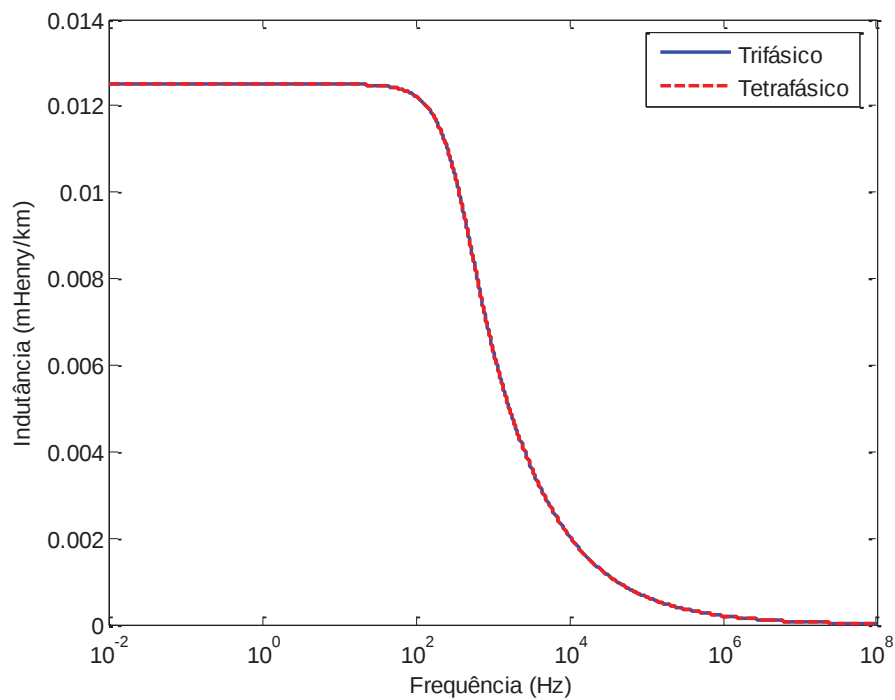
A figura 18 mostra a indutância própria da fase 2, devido ao efeito solo, enquanto que a figura 19 mostra a indutância própria na fase 2, devido ao efeito pelicular conforme mostra as linhas da figura 13.

Figura 18 – Indutância própria da fase 2, devido ao efeito do solo, considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3).



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 19 – Indutância própria da fase 2, devido o efeito pelicular.



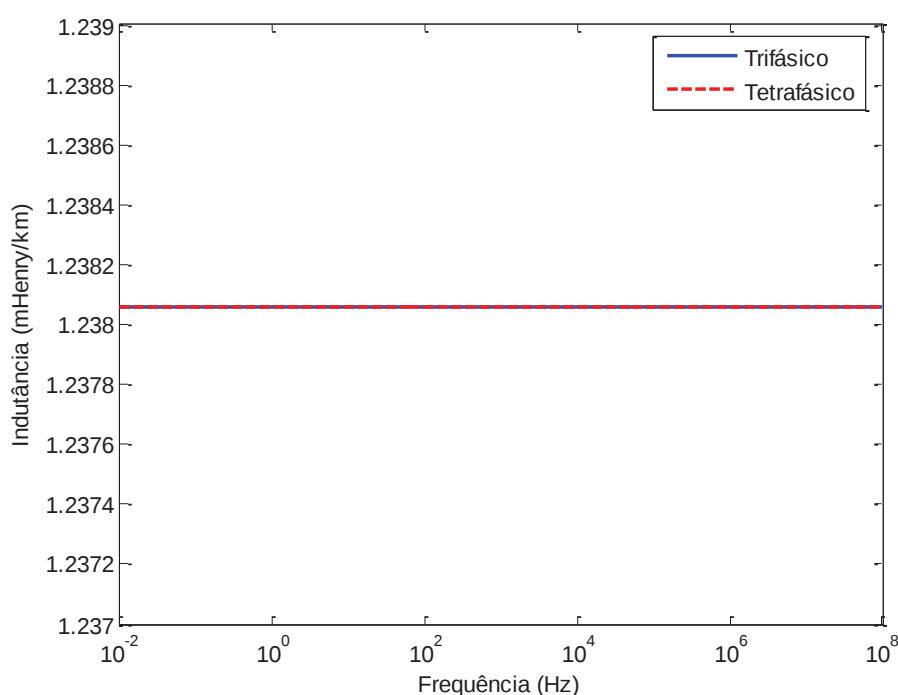
Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 18, observa-se que as indutâncias próprias da fase 2 das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho), devido ao efeito solo, diminuem à medida que a frequência aumenta. Observa-se também que para frequências inferiores a 1 MHz este parâmetro é influenciado pela resistividade do solo.

A figura 19 mostra que, a indutância própria da fase 2, devido ao efeito pelicular, é praticamente constante em baixas frequências e, a partir de 100 Hz, começa a diminuir à medida que a frequência aumenta e torne se praticamente constante novamente em frequências superiores a 1 MHz.

A figura 20 mostra a indutância externa própria da fase 2 das linhas trifásica e tetrafásicas.

Figura 20 – Indutância externa própria da fase 2.

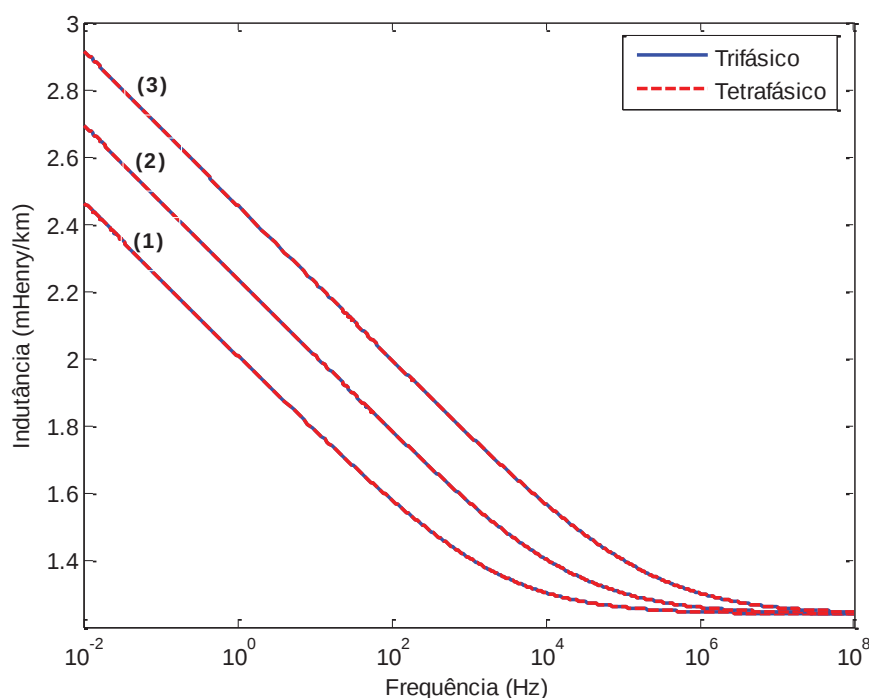


Fonte: Produção do próprio autor.

As indutâncias externas próprias da fase 2 da figura 20 são praticamente iguais e constantes, pois dependem somente da geometria da linha.

A figura 21 mostra o comportamento da indutância própria da fase 2, dada pela soma das indutâncias próprias devidos ao efeito solo (figura 18), efeito pelicular (figura 19) e indutância externa (figura 20).

Figura 21 – Indutância própria da fase 2, considerando resistividades iguais a 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3).

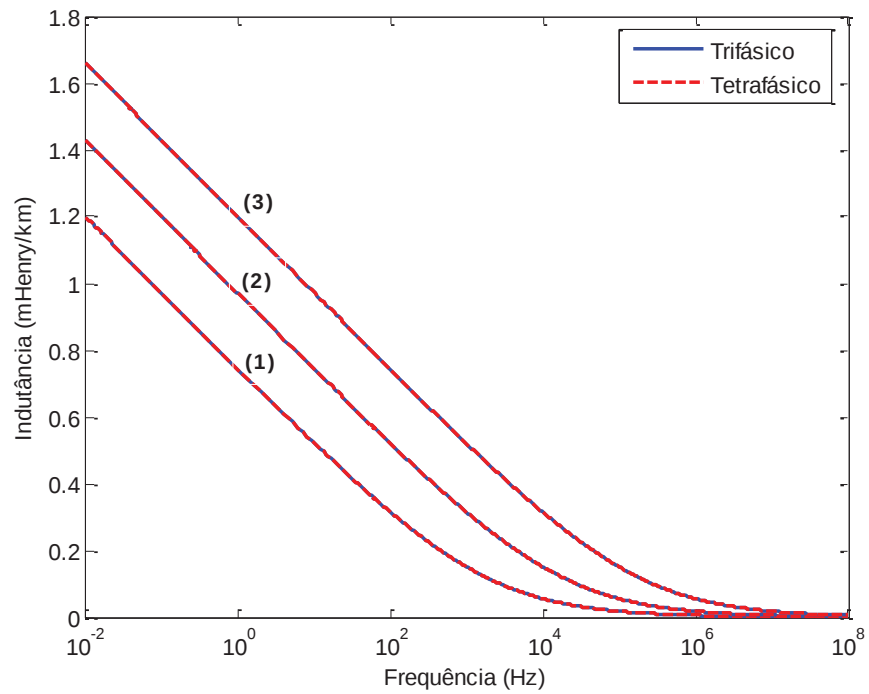


Fonte: Produção do próprio autor.

Na figura 21 observa-se que, as indutâncias próprias da fase 2 das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho), formadas pela soma dos efeitos solo, pelicular e indutância externa são praticamente idênticas e influenciadas pelo incremento da frequência apresentando diminuição correspondente. No entanto, esse parâmetro está diretamente relacionado à resistividade do solo, podendo ser visíveis para frequências até 1 MHz e acima desse valor tornam se praticamente constantes.

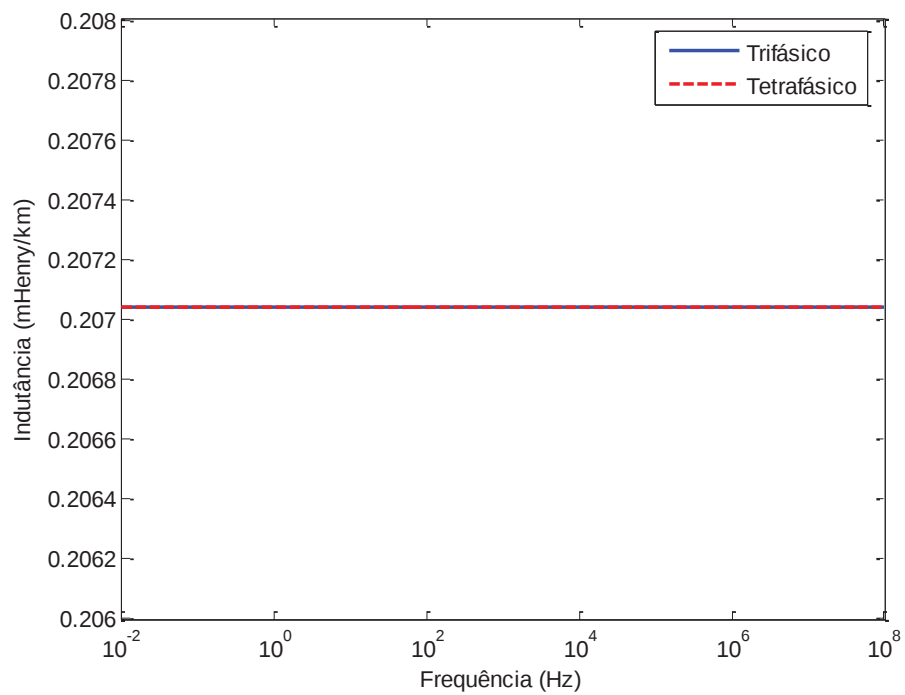
A figura 22 mostra as indutâncias mútuas, entre as fases 2 e 3 das linhas, devido ao efeito do solo, enquanto que a figura 23 mostra as indutâncias externas mútuas em função da frequência.

Figura 22 – Indutâncias mútuas entre as fases 2 e 3, devido ao efeito do solo considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3).



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 23 – Indutâncias externas mútuas entre as fases 2 e 3.



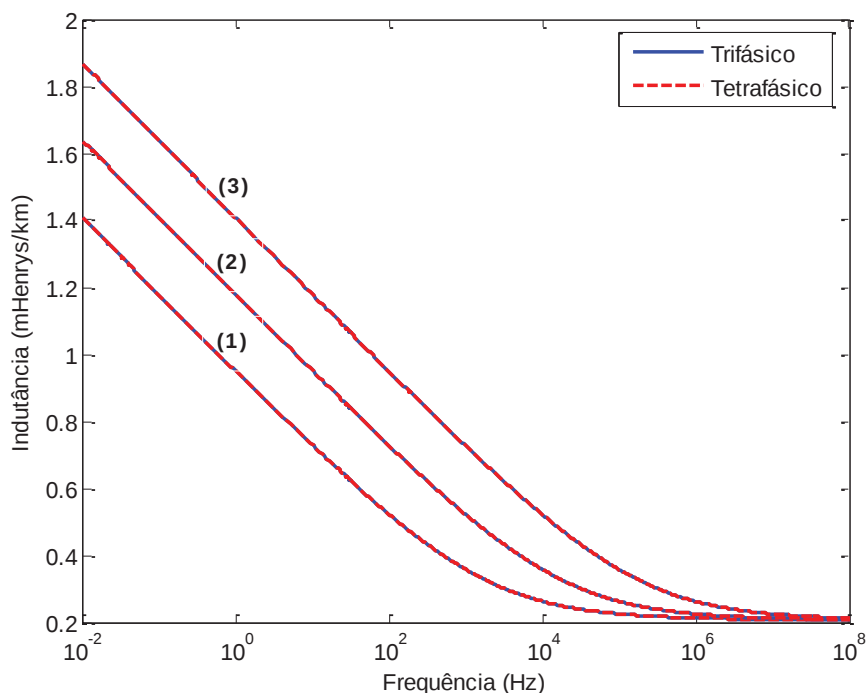
Fonte: Produção do próprio autor.

As indutâncias mútuas das fases 2 e 3, devido efeito solo conforme mostra a figura 22, apresentam comportamento semelhante em relação à indutância própria da fase 2 (figura 18), pois ambos os parâmetros estão em função do aumento da frequência e influenciados pela resistividade do solo.

Na figura 23 observa-se que, as indutâncias externas mútuas das fases 2 e 3 são idênticas e constantes, esse fato ocorre, pois dependem apenas da geometria da linha.

A figura 24 mostra as indutâncias mútuas entre as fases 2 e 3, considerando a soma do efeito solo (figura 22) e as indutâncias externas mútuas (figura 23).

Figura 24 – Indutâncias mútuas entre as fases 2 e 3, considerando resistividades de 10 Ωm (curva 1), 100 Ωm (curva 2) e 1000 Ωm (curva 3).



Fonte: Produção do próprio autor.

O comportamento das indutâncias mútuas das fases 2 e 3 das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho), formadas pela soma do efeito solo e pela indutância externa são praticamente iguais, conforme mostra a figura 24. Verificou-se também uma diminuição correspondente em função do incremento da frequência, sendo essa diminuição diretamente relacionada a cada respectivo valor da resistividade do solo, para faixa de frequências até 1 MHz, acima de valor são praticamente constantes.

5.3.2 Parâmetros transversais

Para o cálculo das capacitâncias transversais das linhas de transmissão trifásica e tetrafásica foi necessário obter as matrizes dos coeficientes de campo elétrico como descrito no capítulo 2. As matrizes das capacitâncias aparentes tetrafásicas e trifásicas, respectivamente, são dadas por:

$$[C_{4F}] = \begin{bmatrix} 11,1776 & -4,4601 & -7,6998 & -0,9215 \\ -4,4601 & 10,9790 & -0,7584 & -7,6998 \\ -7,6998 & -0,7584 & 10,9790 & -4,4601 \\ -0,9215 & -7,6998 & -4,4601 & 11,1776 \end{bmatrix} \quad [\eta F / km] \quad (105)$$

$$[C_{3F}] = \begin{bmatrix} 10,0253 & -2,3272 & -2,3272 \\ -2,3272 & 9,7858 & -1,0059 \\ -2,3272 & -1,0059 & 9,7858 \end{bmatrix} \quad [\eta F / km] \quad (106)$$

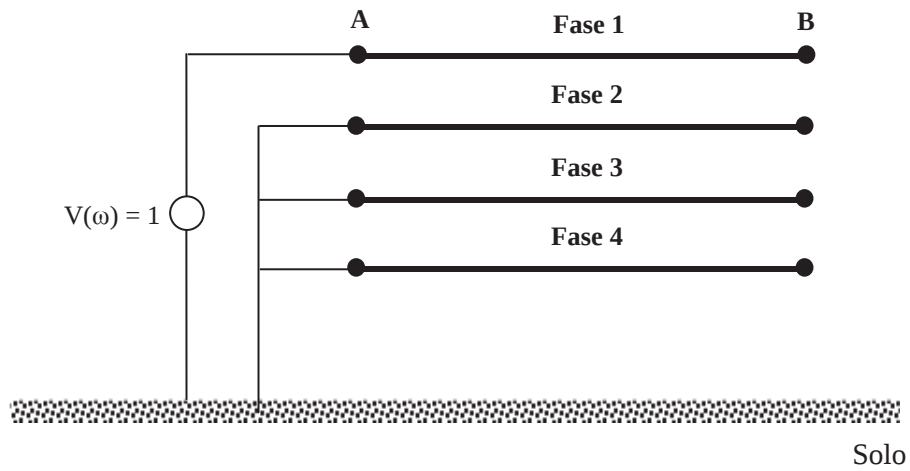
As capacitâncias aparentes próprias das linhas tetrafásica e trifásica relativa à fase 2 são 10,9790 e 9,7858 $\eta F / km$, respectivamente. No entanto, as capacitâncias aparentes mútuas das fases 2 e 3 são -0,7584 e -1,0059 $\eta F / km$. As variações desses valores foram consideravelmente diferentes, devido ao aumento do número de fases na linha tetrafásica ou o tipo de geometria da linha na qual foi construída.

5.4 Resposta da linha no domínio da frequência

Para verificar a resposta da linha tetrafásica no domínio da frequência, e comparar a resposta da mesma com a resposta da linha trifásica, tais linhas tiveram uma de suas fases energizadas por um impulso de acordo com os esquemas mostrados nas figuras 25 e 26.

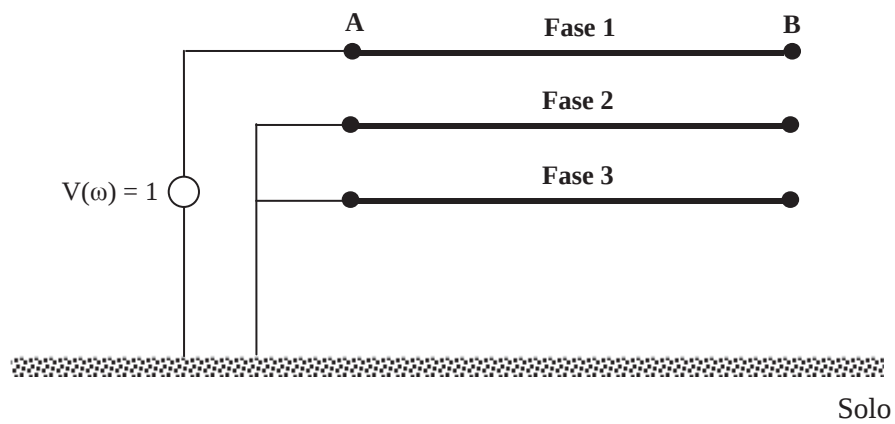
As simulações das tensões nas linhas mostradas nas figuras 25 e 26 foram realizadas utilizando a representação modal das linhas, ou seja, inicialmente foram calculadas as tensões em cada um dos modos de propagação das linhas, comportando-se como linhas monofásicas desacopladas, e em seguida tais tensões foram convertidas em tensões de fase.

Figura 25 – Energização da linha de tetrafásica com um impulso.



Fonte: Produção do próprio autor.

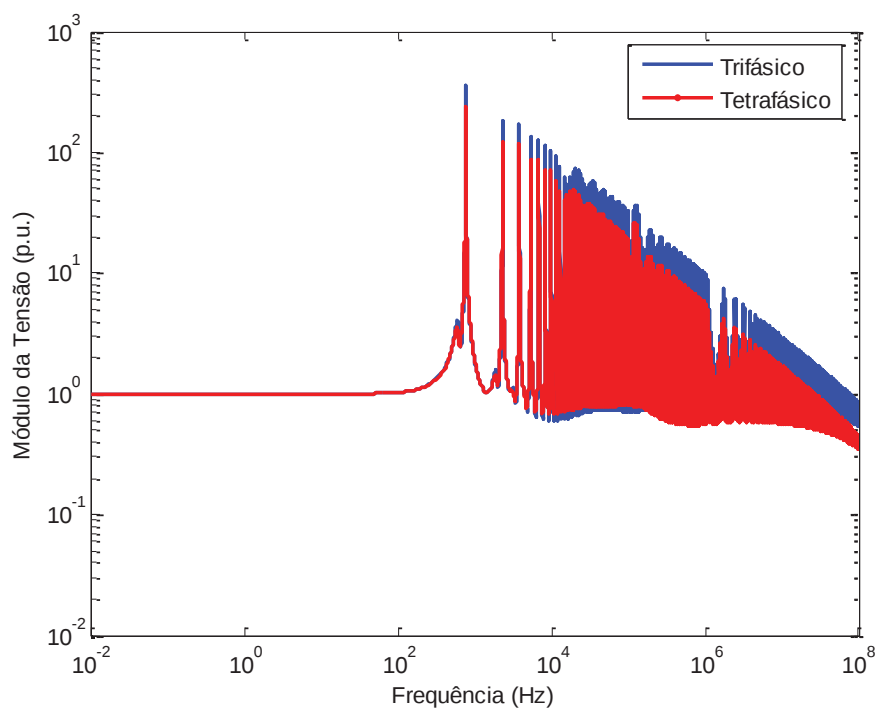
Figura 26 – Energização da linha trifásica com um impulso.



Fonte: Produção do próprio autor.

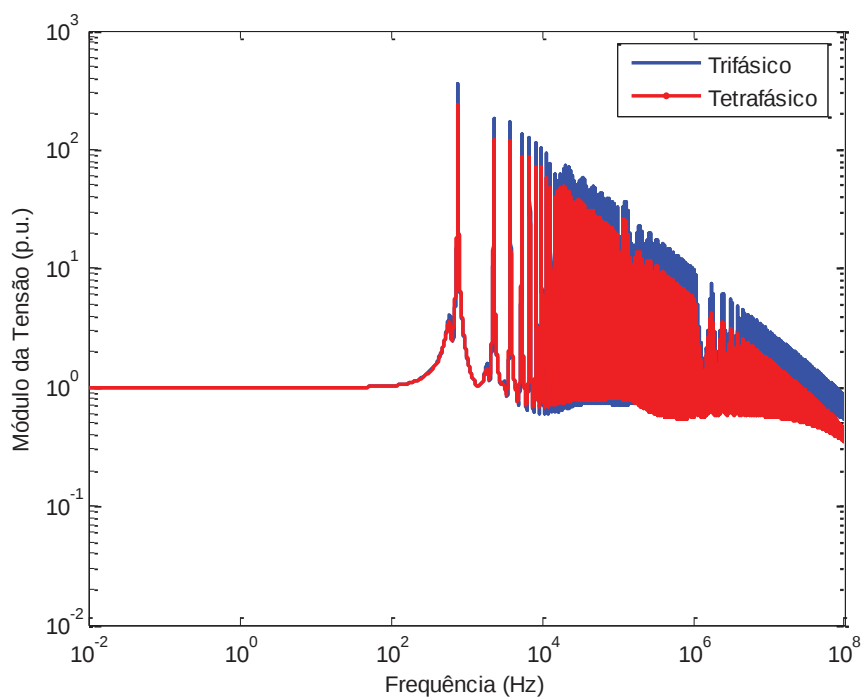
As figuras de 27 a 32 mostram o comportamento da tensão no terminal da fase 1 das linhas tetrafásicas e trifásicas para o comprimento de 100 km e 500 km, conforme mostra o esquema das figuras 25 e 26, considerando o solo na qual as mesmas foram construídas com as resistividades de 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm , respectivamente.

Figura 27 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de $10 \Omega\text{m}$.



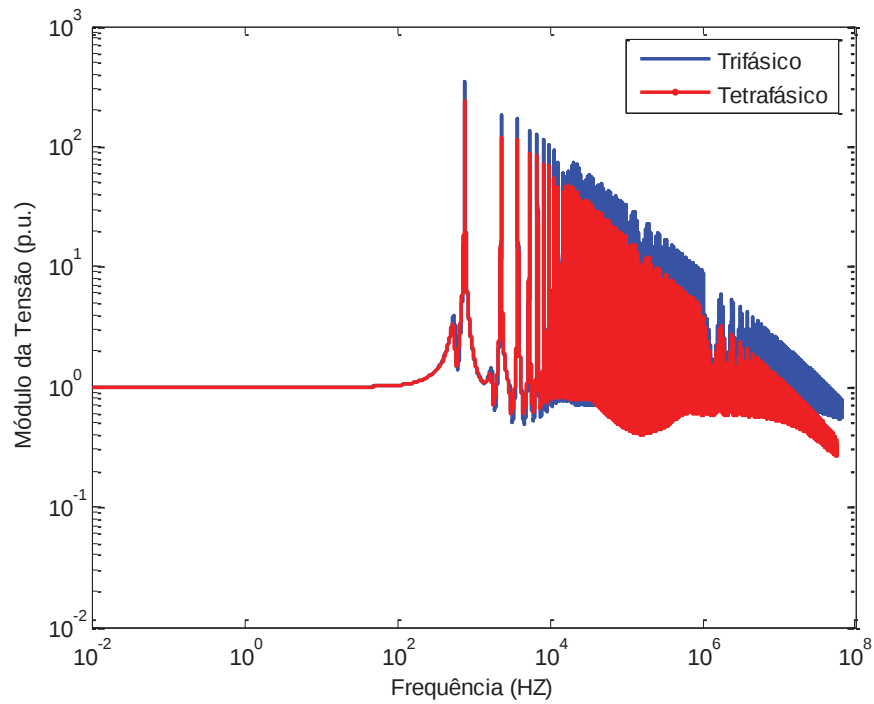
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 28 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de $100 \Omega\text{m}$.



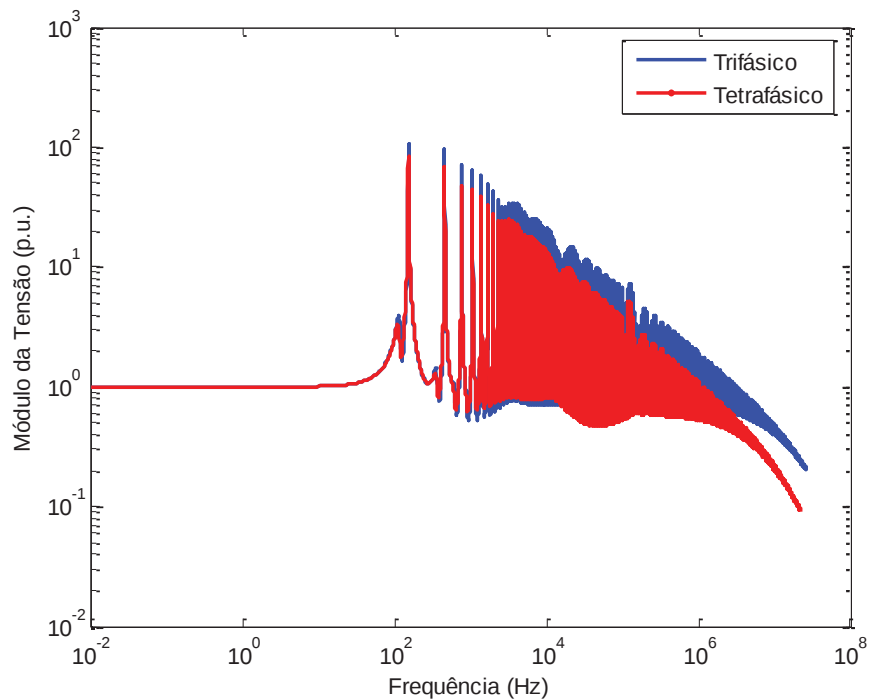
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 29 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 1000 Ωm .



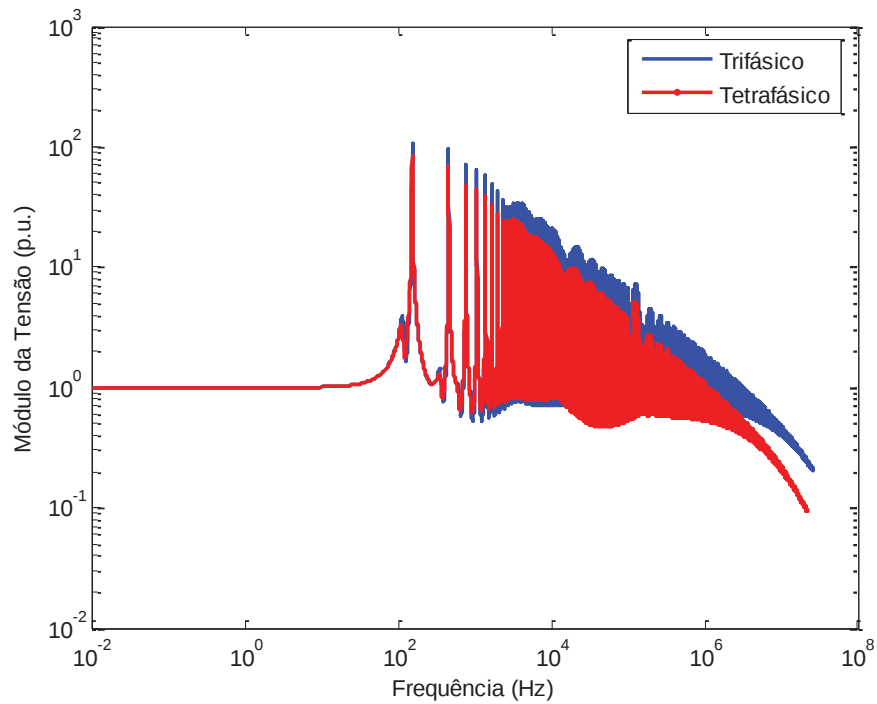
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 30 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 10 Ωm .



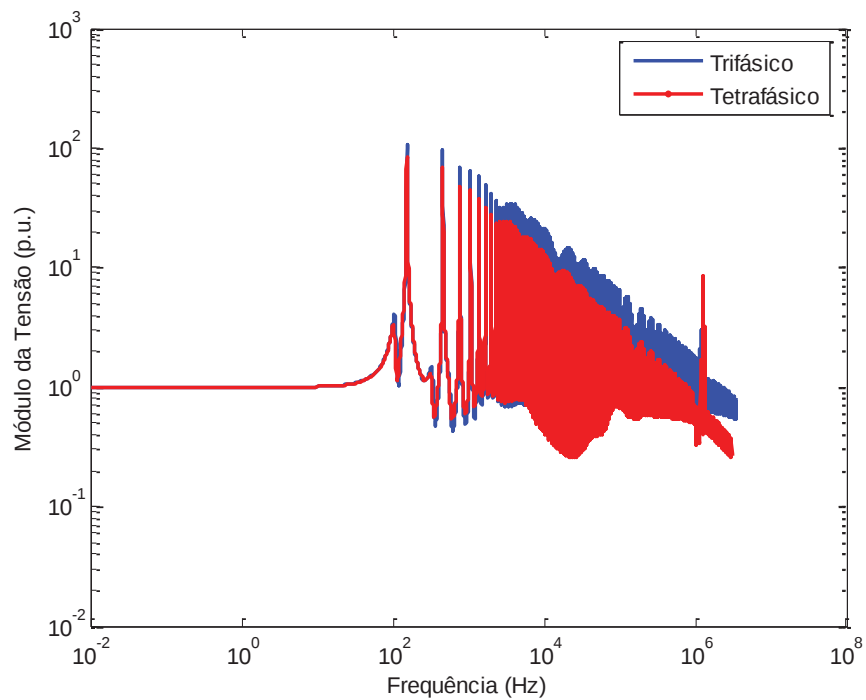
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 31 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 100 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 32 – Tensão na fase 1 no terminal receptor das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, considerando a resistividade do solo de 1000 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Em todas as simulações realizadas para energização a partir de um impulso mostram que em baixas frequências as linhas de transmissão trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) apresentam aproximadamente a mesma resposta, independentemente do comprimento das linhas e do valor da resistividade do solo sobre as quais estas linhas foram construídas. No entanto, para maiores frequências observa-se que a amplitude da tensão no terminal da linha tetrafásica (vermelho) é menor que a tensão no terminal da linha trifásica (azul). O significado do comportamento da linha tetrafásica, em comparação com a linha trifásica, será melhor analisado no item 5.5.

5.5 Resposta da linha no domínio do tempo

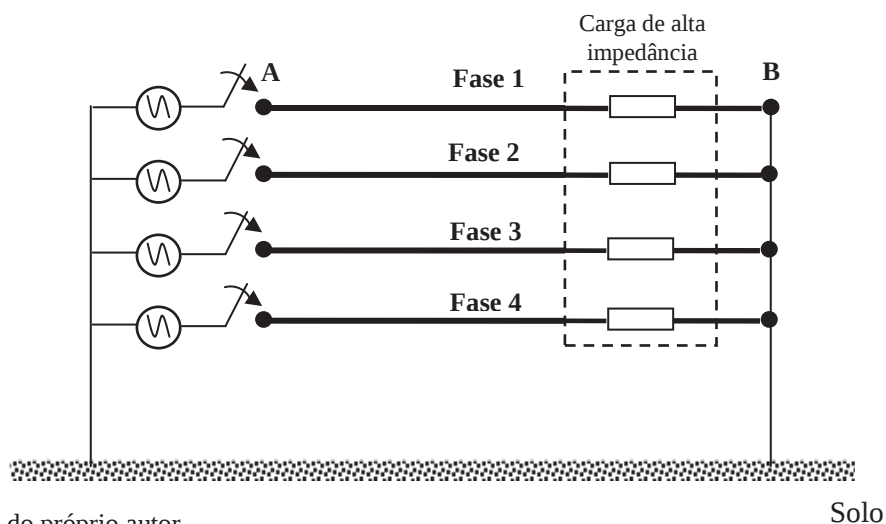
Para analisar o comportamento da linha tetrafásica no domínio do tempo, considerou-se o processo de energização da linha e também a incidência de uma descarga atmosférica em uma fase da mesma. Em ambas as situações, as tensões nos terminais da linha foram inicialmente realizadas no domínio da frequência e em seguida, utilizando a transformada inversa de Laplace, foram obtidas as tensões no domínio do tempo (MORENO, RAMIREZ, 2008).

As simulações no domínio da frequência foram realizadas a partir da separação da linha em seus modos de propagação. Os resultados obtidos para a linha tetrafásica foram comparados com os resultados obtidos, nas mesmas condições, para a linha trifásica. Todas as simulações foram realizadas com o *software* Matlab.

5.5.1 Sobreensões resultantes da energização da linha

As simulações das sobreensões resultantes do processo de energização da linha tetrafásica foram realizadas a partir da aplicação de quatro tensões senoidais tetrafásicas no terminal emissor da linha para uma frequência de 60 Hz. Foi considerado também que a linha alimenta uma carga de alta impedância, conforme mostra a figura 33.

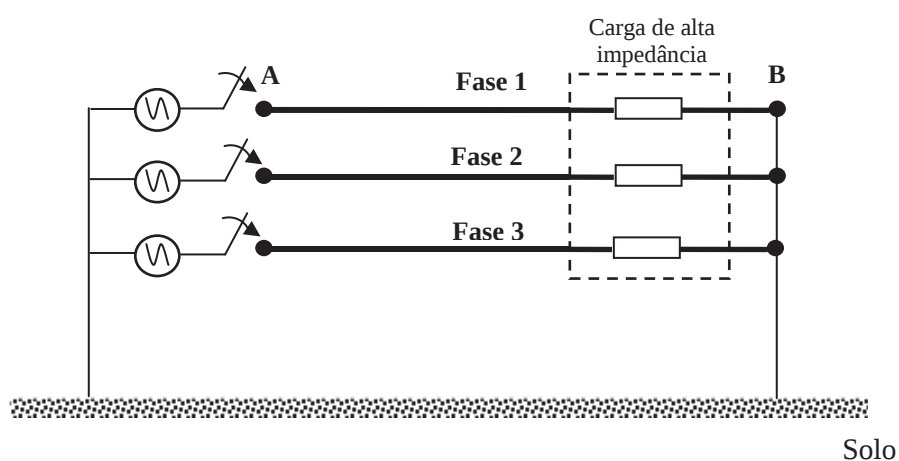
Figura 33 – Energização da linha tetrafásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

Para obter conclusões a respeito das sobretensões resultantes do processo de energização da linha tetrafásica, tais valores foram comparados com as sobretensões resultantes da energização da linha trifásica clássica de 440 kV. A energização da linha trifásica de 440 kV foi feita considerando que a mesma alimenta uma carga de alta impedância, de acordo com o esquema mostrado na figura 34.

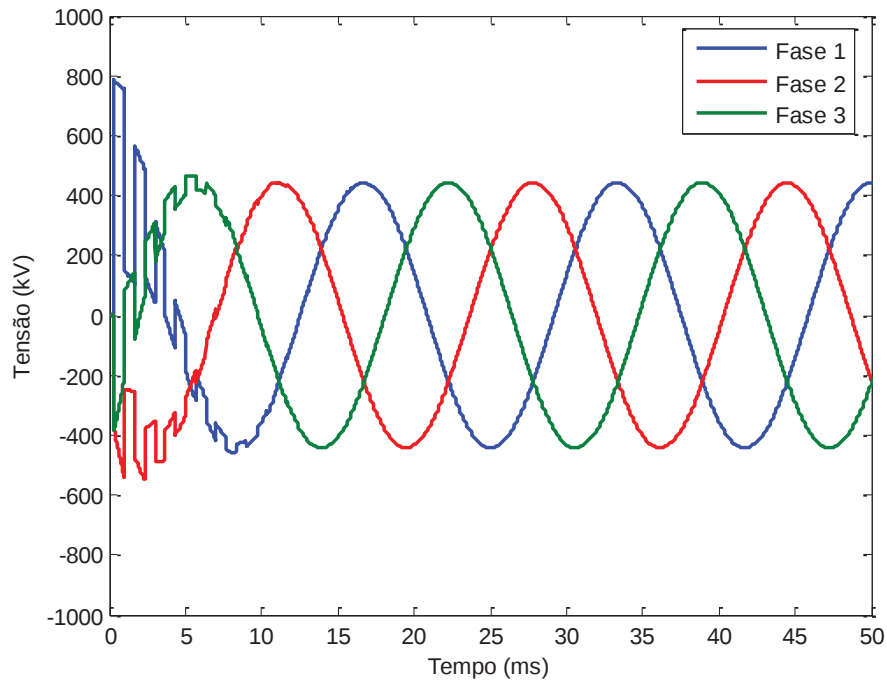
Figura 34 – Energização da linha trifásica.



Fonte: Produção do próprio autor.

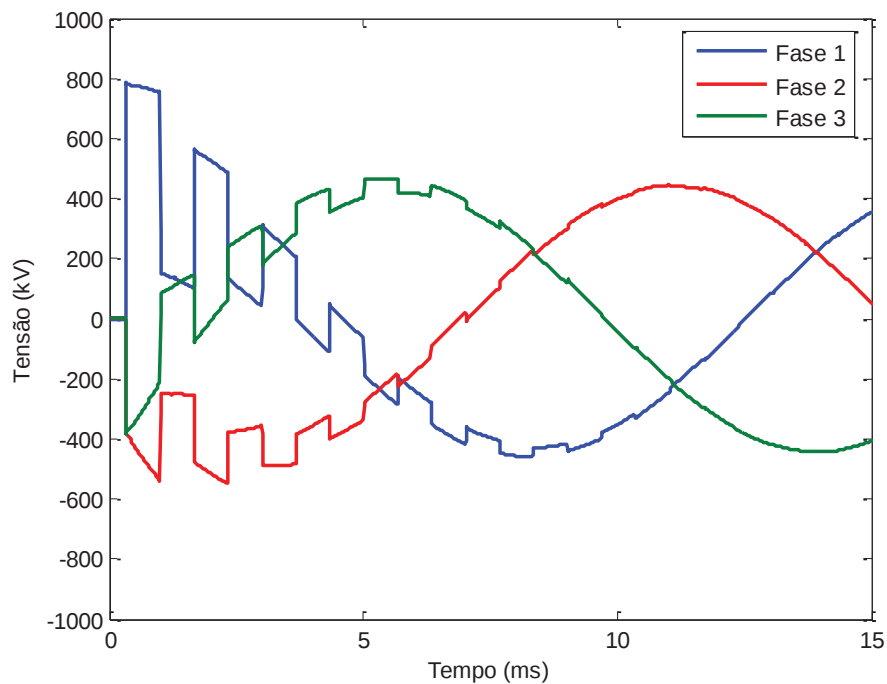
As simulações do processo de energização das linhas mostradas nas figuras 33 e 34 foram realizadas considerando comprimentos de 100 km e de 500 km para as mesmas. Para analisar a influência do solo no comportamento das linhas, considerou-se que as mesmas foram construídas sobre solos com resistividades iguais a 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm .

Figura 35 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$.



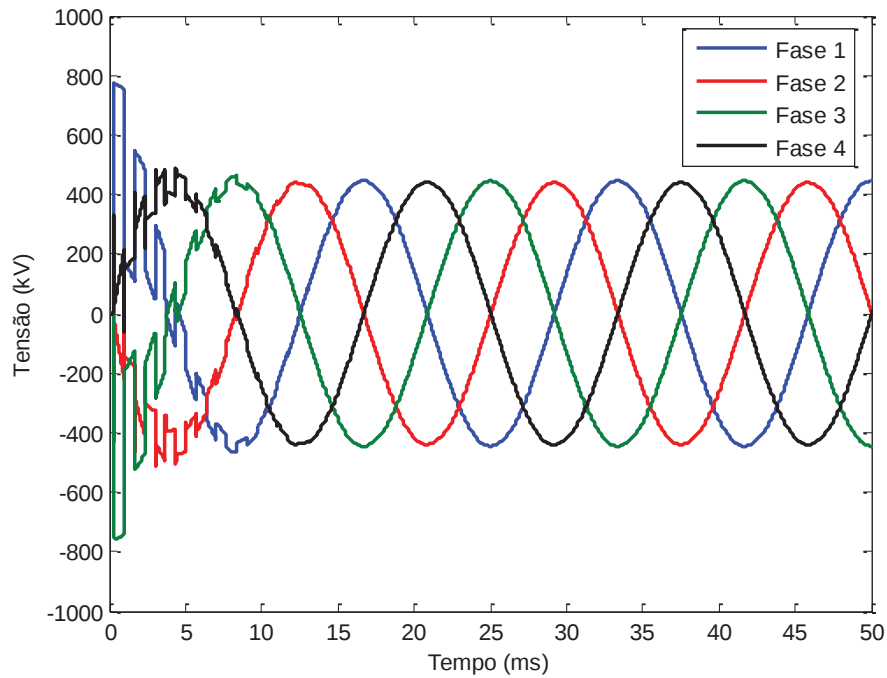
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 36 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando solo o com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$, no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms.



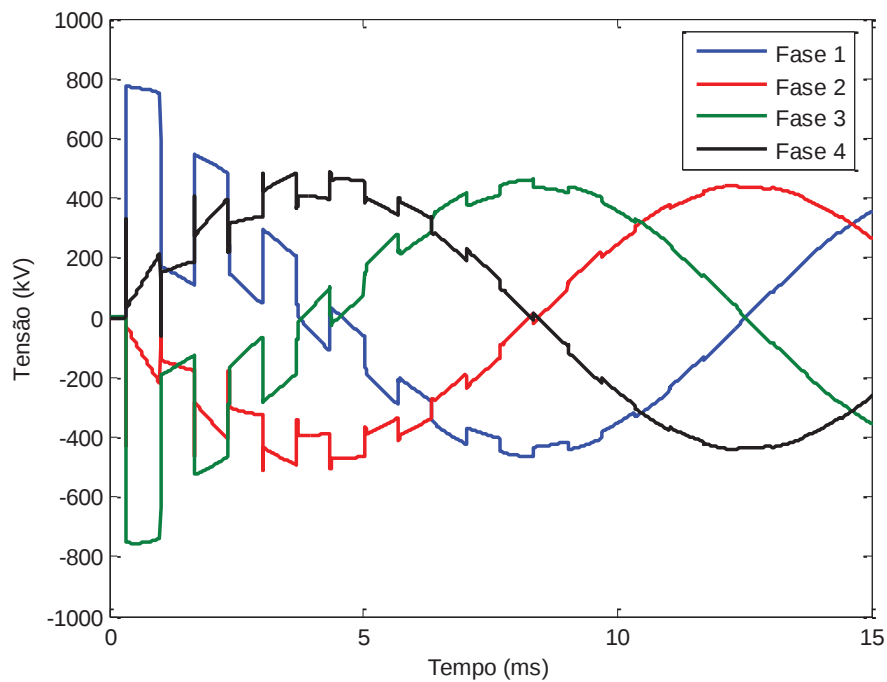
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 37 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$.



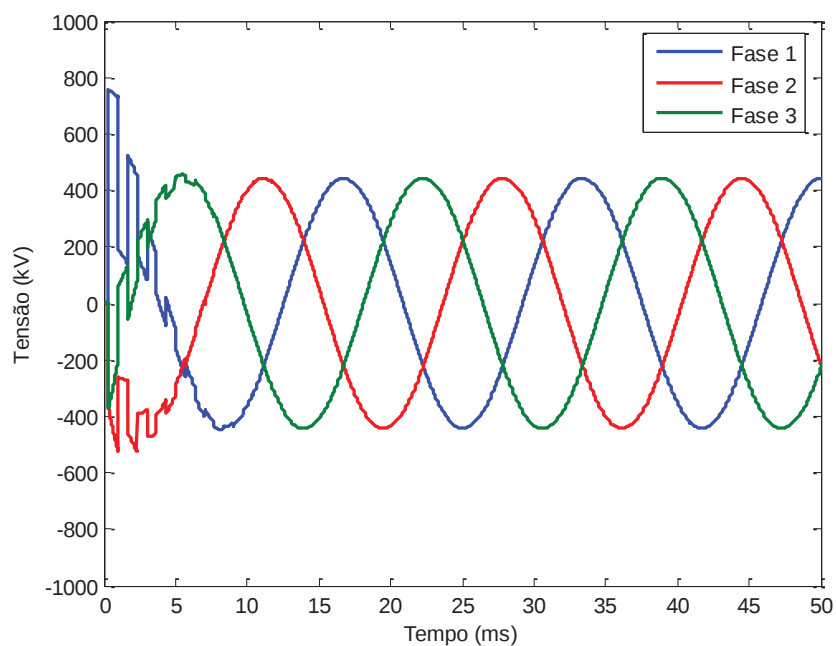
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 38 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$, no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms.



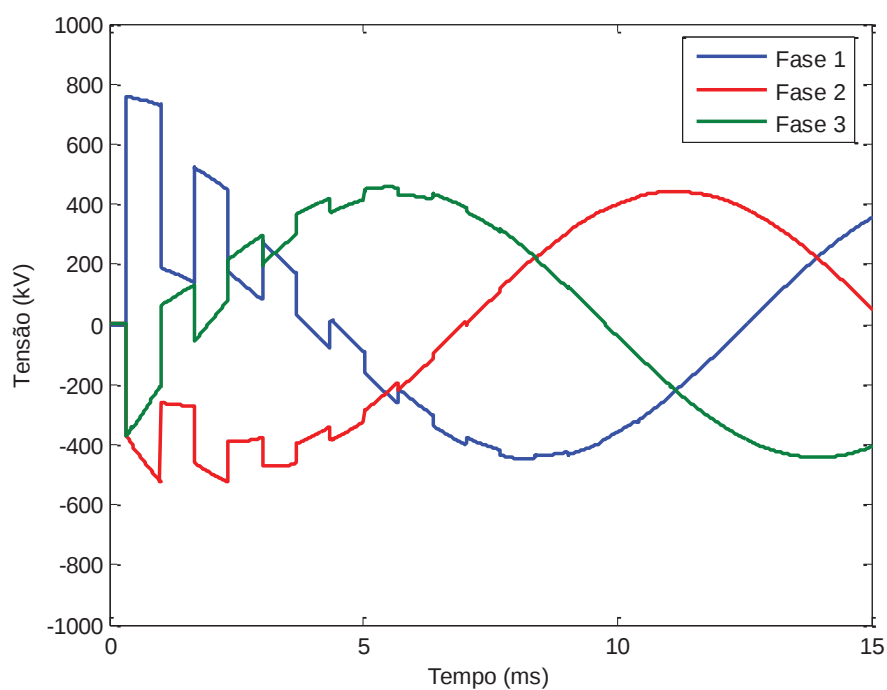
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 39 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm .



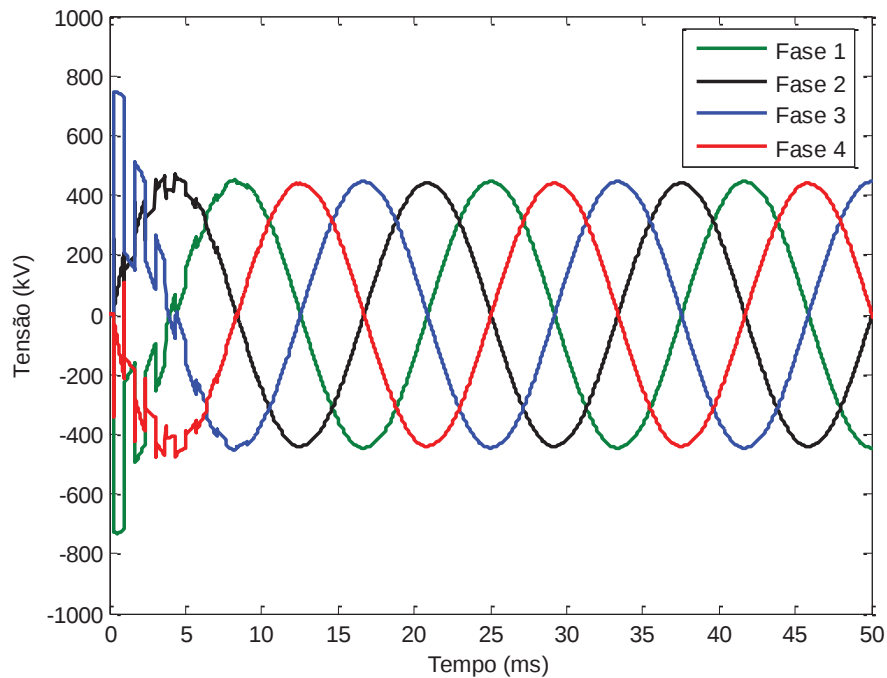
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 40 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms



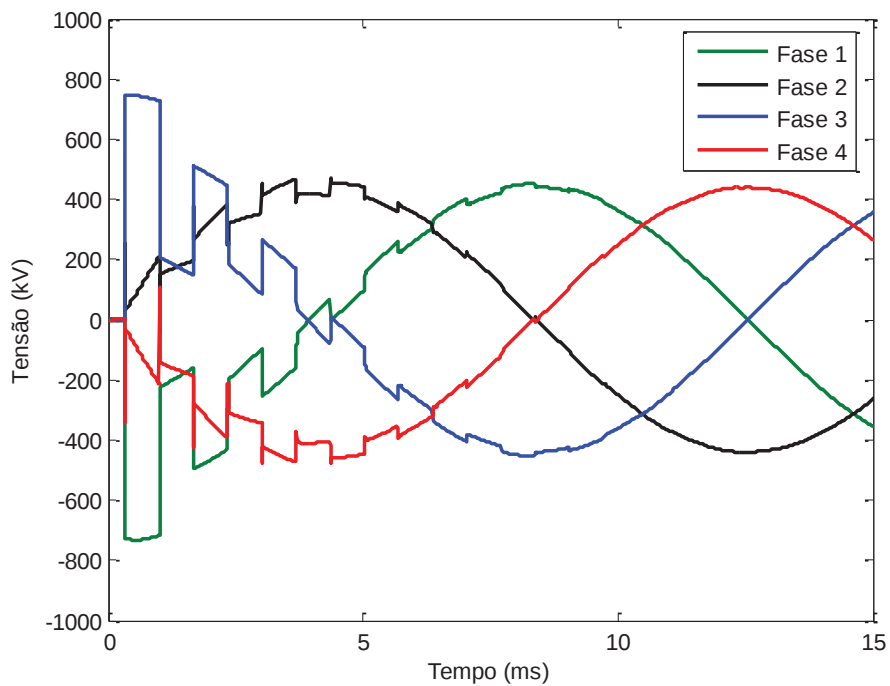
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 41 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm .



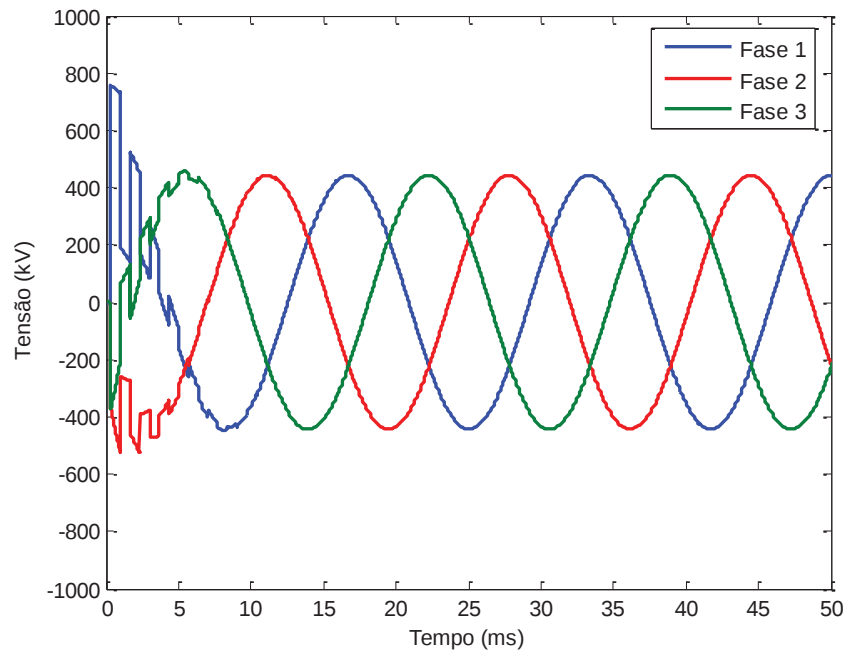
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 42 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 100 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms.



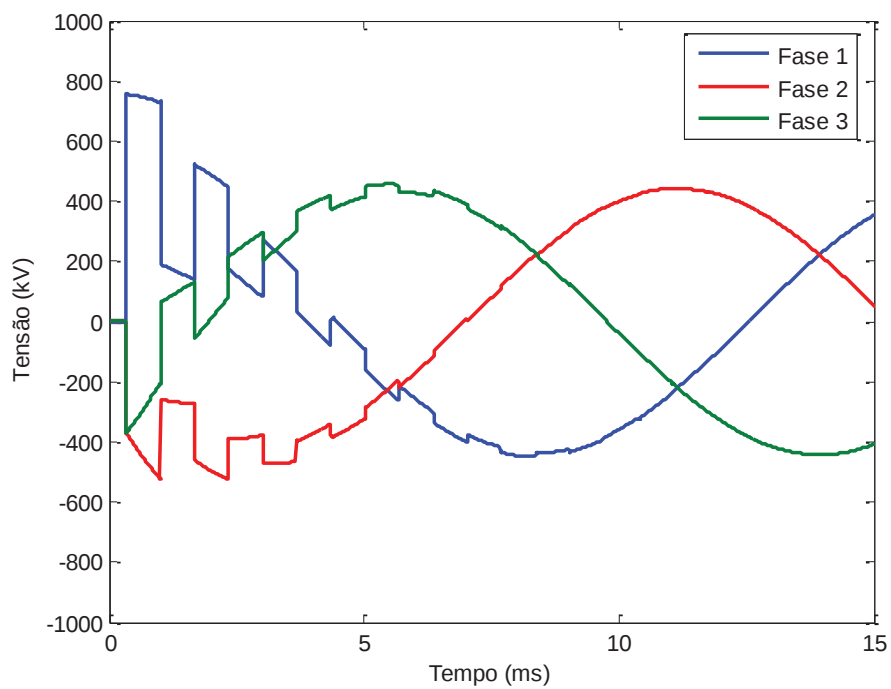
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 43 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm .



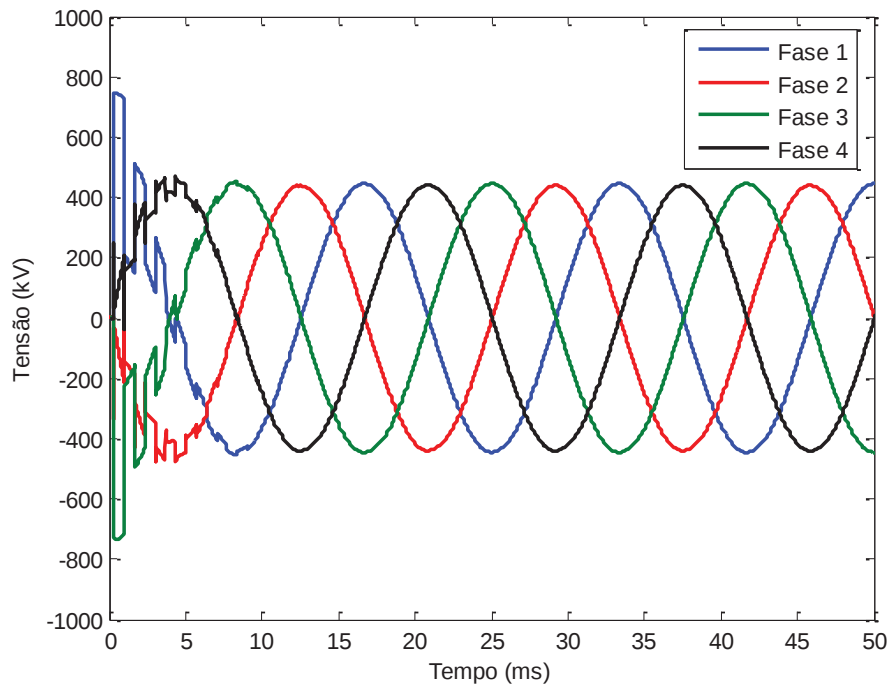
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 44 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 100 km, considerando solo com resistividade igual a 1000 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms.



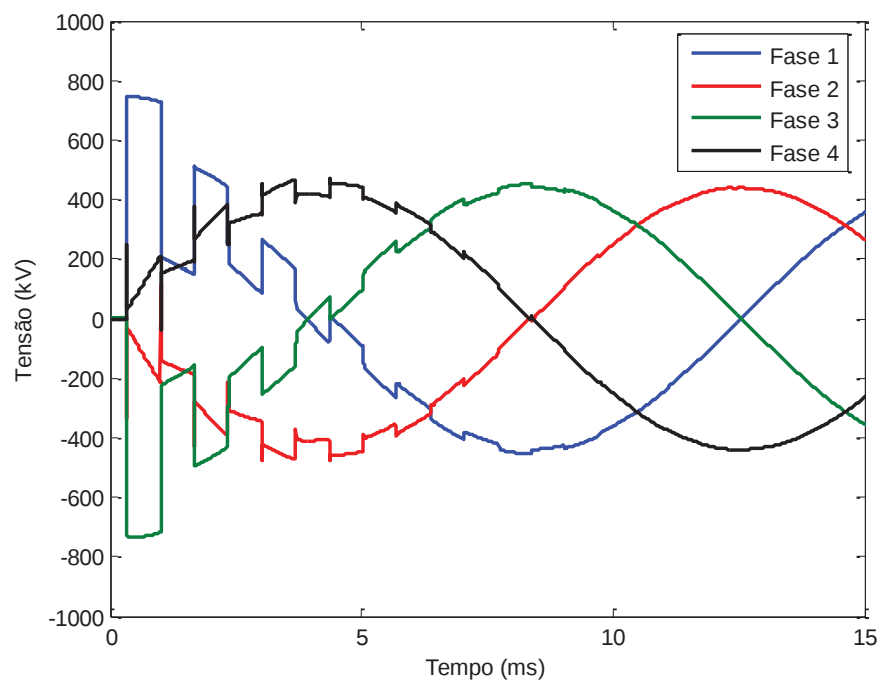
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 45 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm .



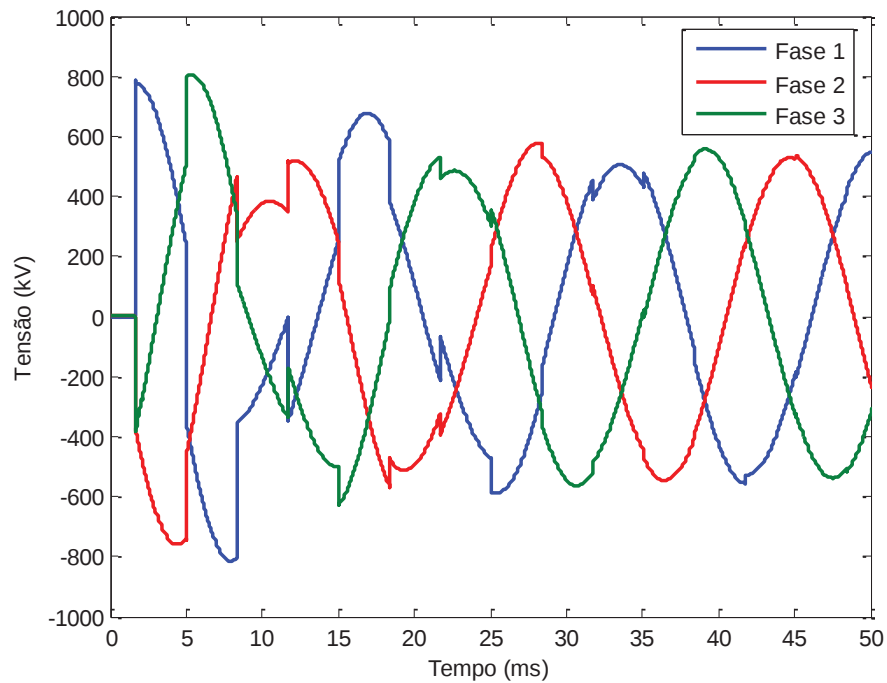
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 46 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 100 km, considerando solo com resistividade igual a 1000 Ωm , no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15 ms.



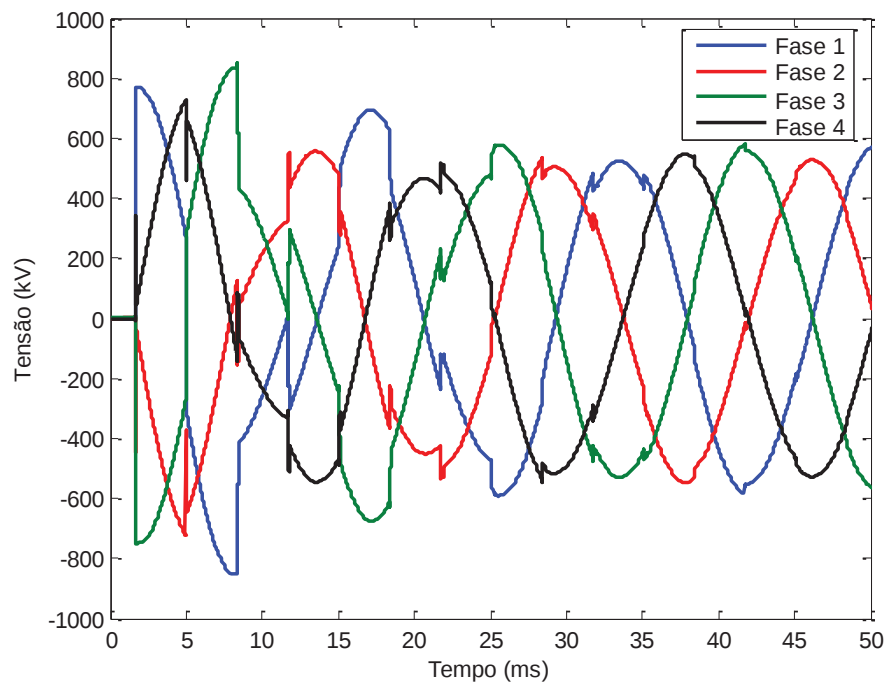
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 47 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$.



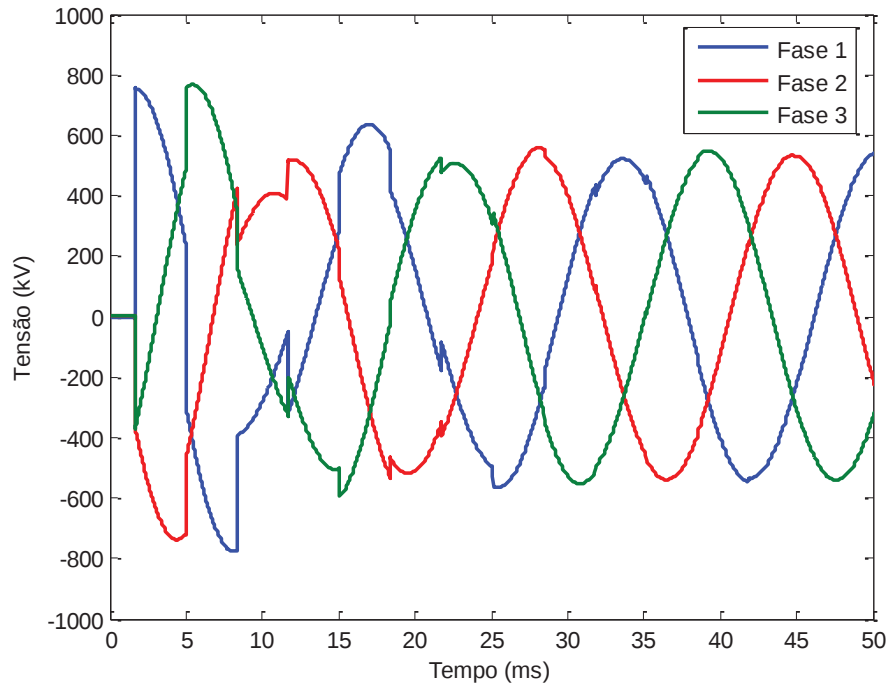
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 48 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a $10 \Omega\text{m}$.



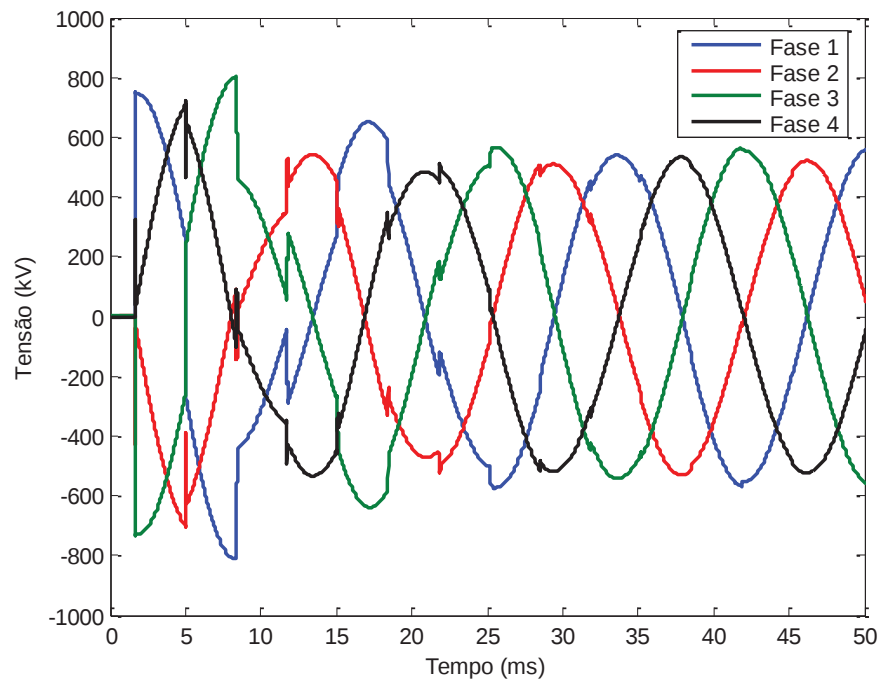
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 49 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a $100 \Omega\text{m}$.



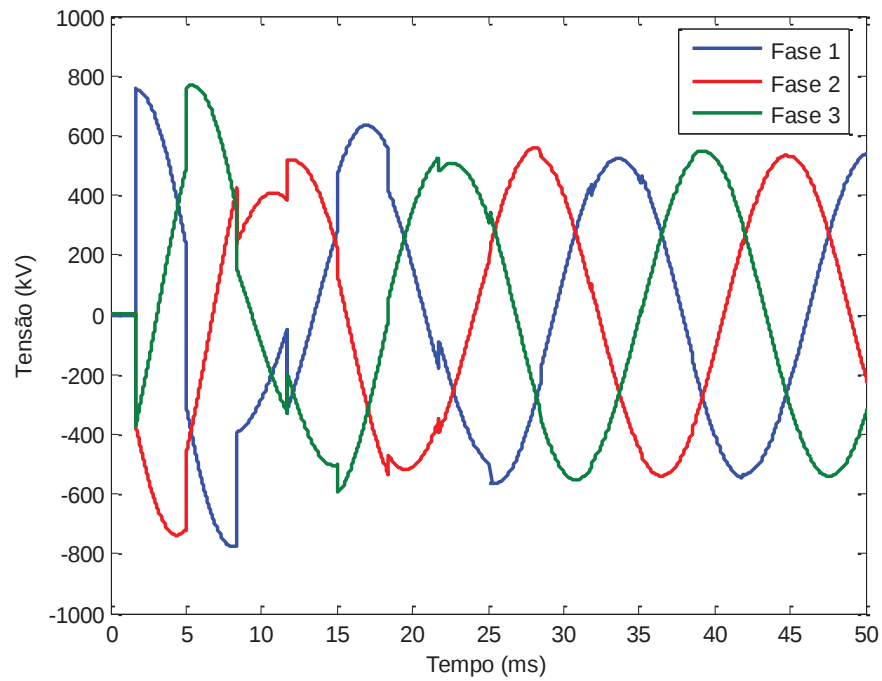
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 50 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a $100 \Omega\text{m}$.



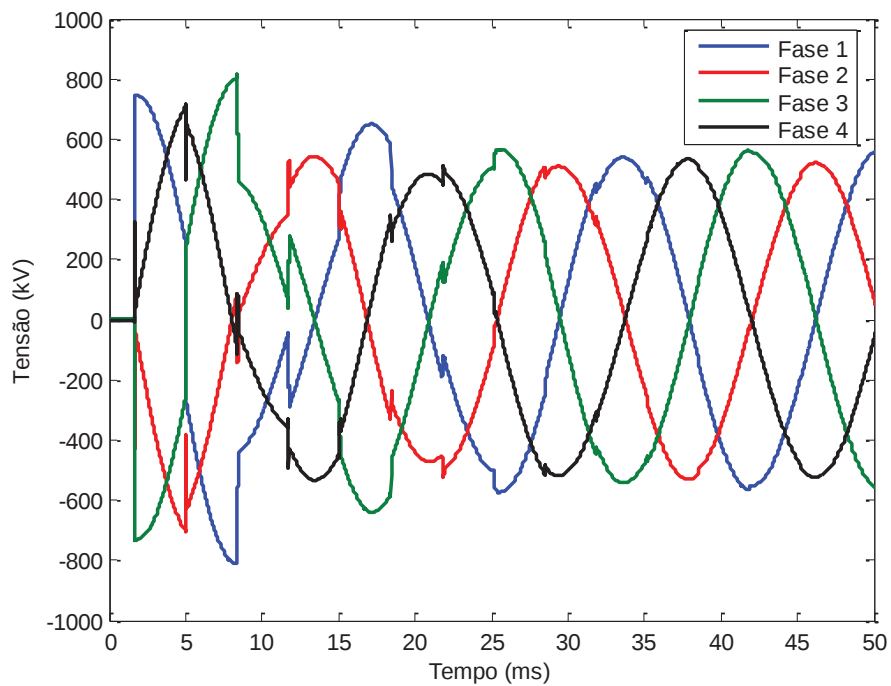
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 51 – Tensões no terminal receptor da linha trifásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 52 – Tensões no terminal receptor da linha tetrafásica de 500 km, considerando o solo com resistividade igual a 1000 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Todas as simulações realizadas mostram que durante o regime transitório, as sobretensões máximas de fase das linhas trifásica e tetrafásica assumem praticamente os mesmos valores. No entanto, verifica-se que as sobretensões de linha, no sistema trifásico alcançam valores próximos a 1200 kV (entre as fases 1 e 3) e no sistema tetrafásico estas sobretensões alcançam valores próximos a 1600 kV (entre as fases 1 e 4).

O fato das sobretensões de linha ser maiores na linha tetrafásica, resulta do fato de que as tensões de fases da mesma são defasadas em 90°. Deste modo, esta característica da linha tetrafásica deve ser levada em consideração no momento de se especificar os isoladores e os transformadores que serão utilizados.

Após a energização, as oscilações transitórias de tensão de ambas as representações para 100 km são visíveis até aproximadamente 10 ms de simulação, enquanto que para as linhas de 500 km em aproximadamente 30 a 40 ms, após isso permanecem em regime permanente. Enfatizando que o intervalo transitório/permanente é determinado basicamente pelas características dos sinais de entrada no terminal emissor e da carga conectada ao terminal receptor do sistema.

5.5.2 Sobretensões resultantes da incidência de uma descarga atmosférica na linha

As simulações referentes às sobretensões resultantes da incidência de uma descarga atmosférica foram realizadas de acordo com as descrições técnicas fornecidas pela *International Electrotechnical Commission* (IEC/60060-1), representando uma função de dupla exponencial:

$$V(t) = V_o (e^{at} - e^{bt}) \quad (107)$$

Onde:

$$a = - 0.141 \times 10^6;$$

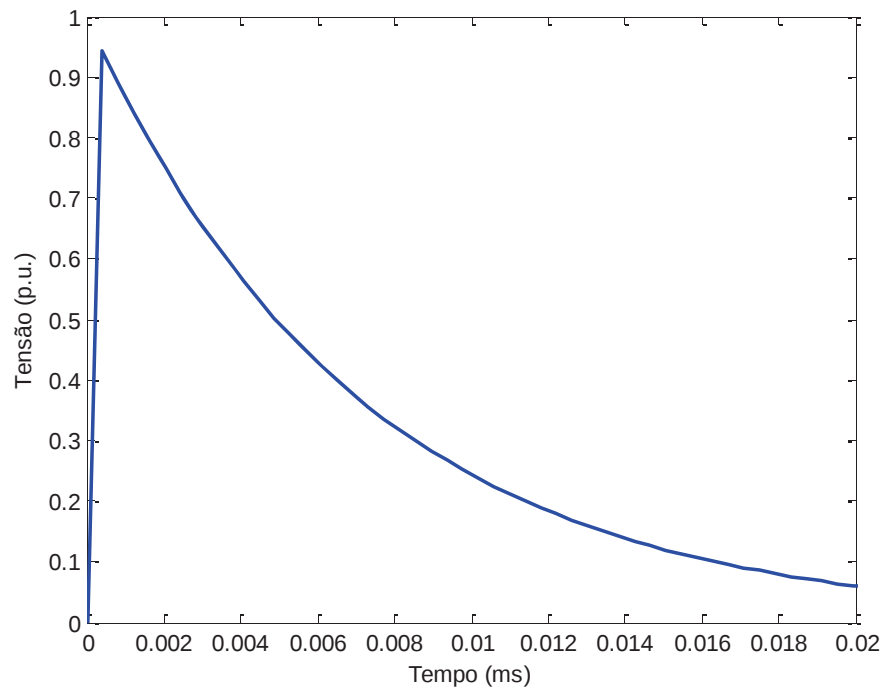
$$b = - 5.300 \times 10^7;$$

V_o - fonte de tensão aplicada no terminal emissor;

t - tempo.

A figura 53 mostra a representação da função de dupla exponencial no domínio do tempo para uma fonte de tensão de 1 p.u., sem a interação com a linha.

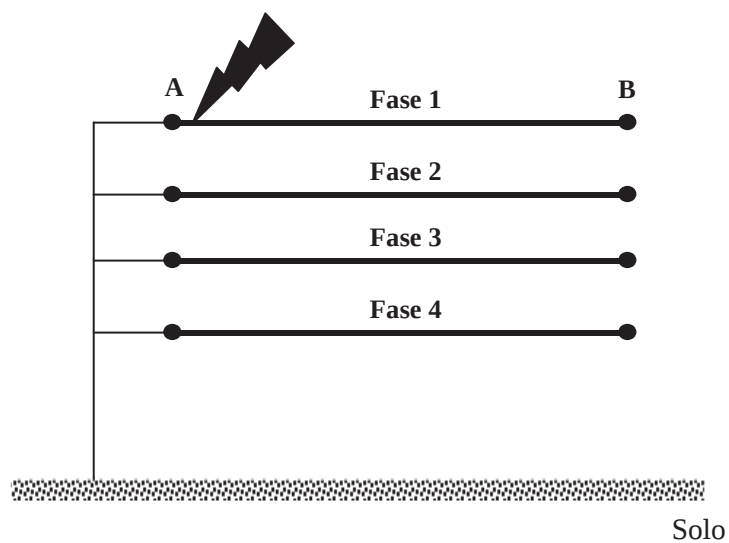
Figura 53 – Função de dupla exponencial representando uma descarga atmosférica.



Fonte: Produção do próprio autor.

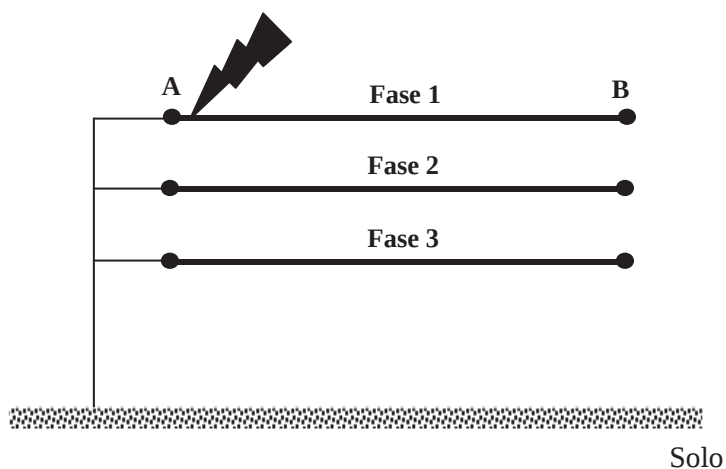
A representação da incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor em uma das fases nas linhas de transmissão tetrafásica e trifásica pode ser mostrada de acordo com o esquema nas figuras 54 e 55.

Figura 54 – Incidência de uma descarga atmosférica na linha tetrafásica com o terminal receptor em aberto.



Fonte: Produção do próprio autor.

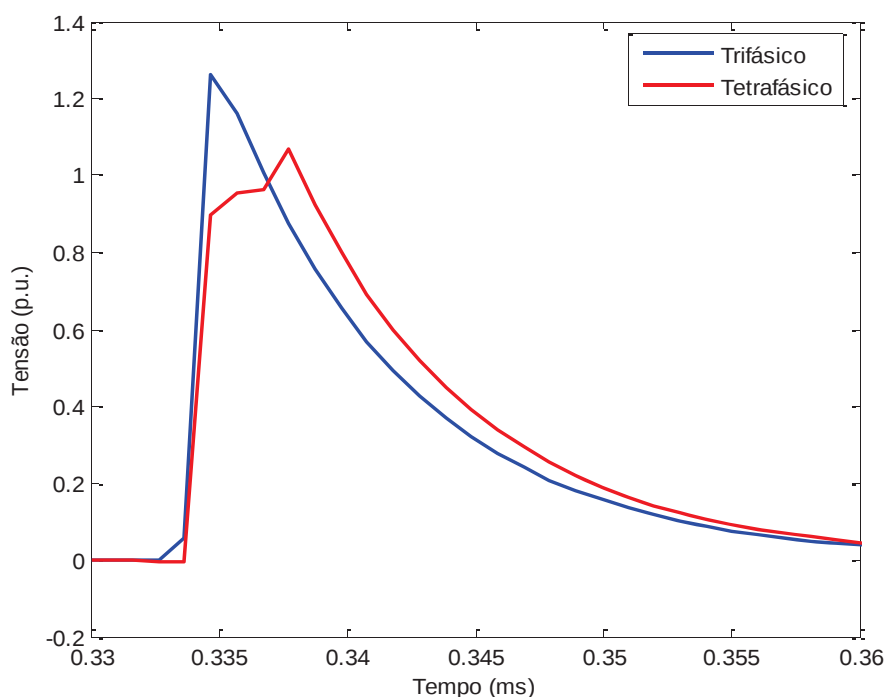
Figura 55 – Incidência de uma descarga atmosférica na linha trifásica com o terminal receptor em aberto.



Fonte: Produção do próprio autor.

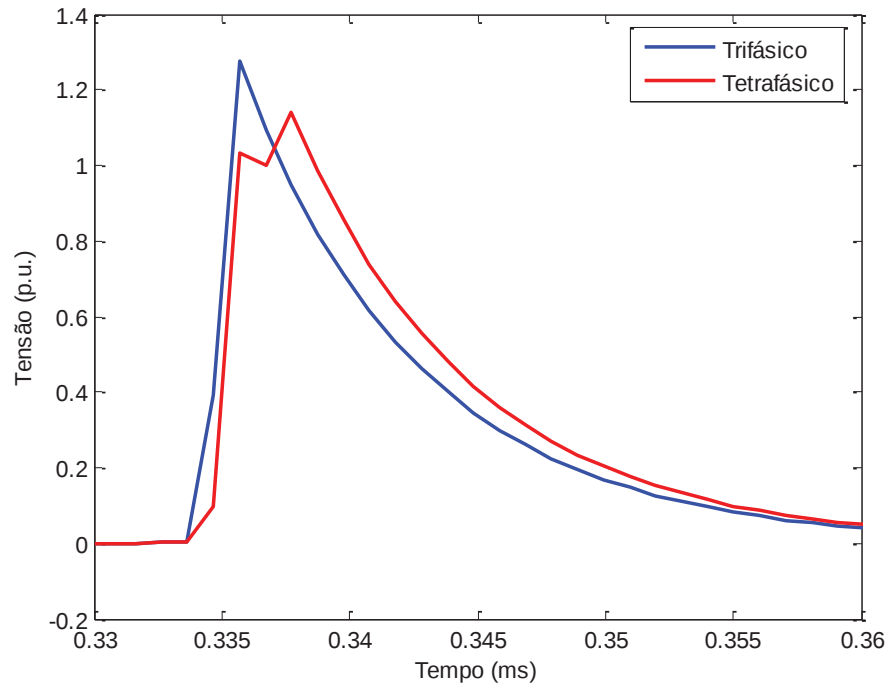
As figuras de 57 a 62 mostram as simulações da incidência de uma descarga atmosférica das linhas mostradas nas figuras 55 e 56 considerando os comprimentos de 100 km e 500 km para as mesmas. Considerou-se que as mesmas também foram construídas sobre solos com resistividades iguais a 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm .

Figura 56 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm .



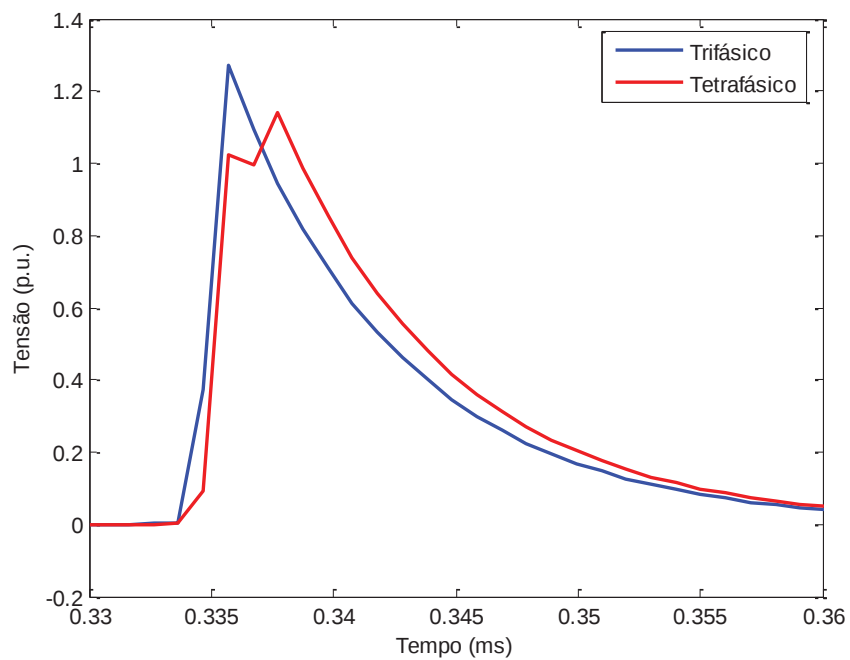
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 57 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm .



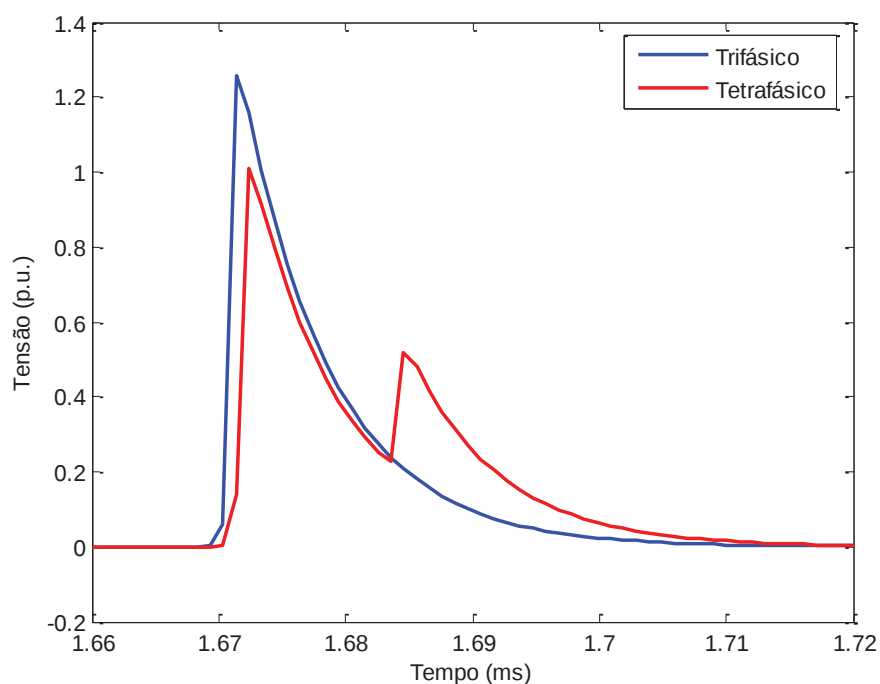
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 58 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm .



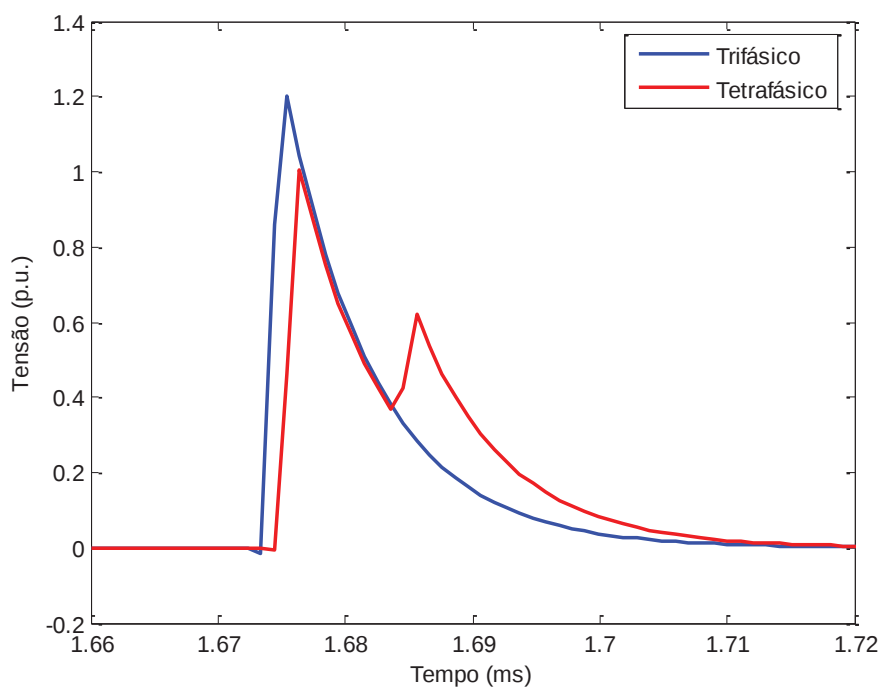
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 59 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm .



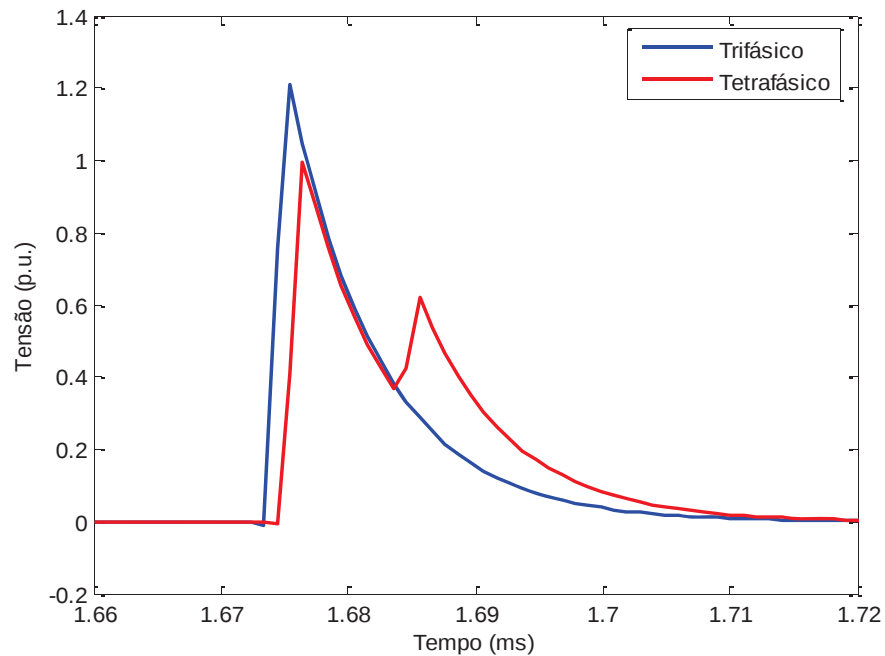
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 60 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

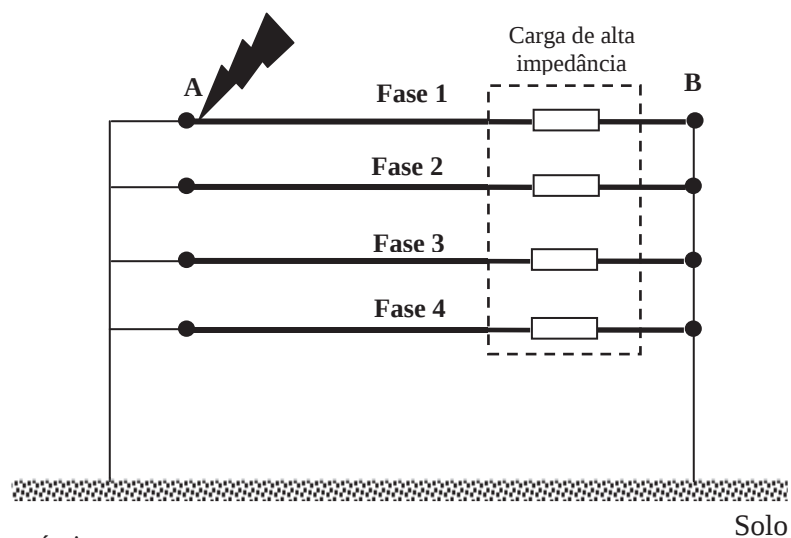
Figura 61 – Tensão na fase 1 com terminal receptor em aberto das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

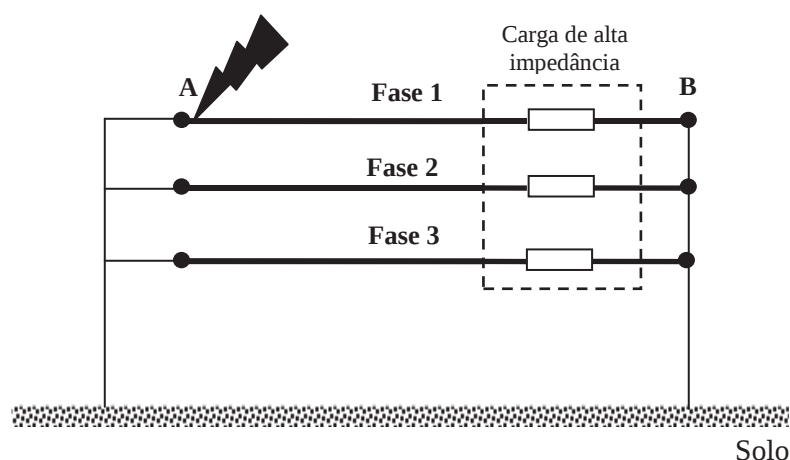
As figuras 62 e 63 mostram a representação da incidência de uma descarga atmosférica no terminal emissor em uma das fases nas linhas de transmissão tetrafásica e trifásica. No entanto, considerando que as mesmas alimentam cargas de alta impedância.

Figura 62 – Incidência de uma descarga atmosférica na linha tetrafásica considerando que a mesma alimenta uma carga de alta impedância.



Fonte: Produção do próprio autor.

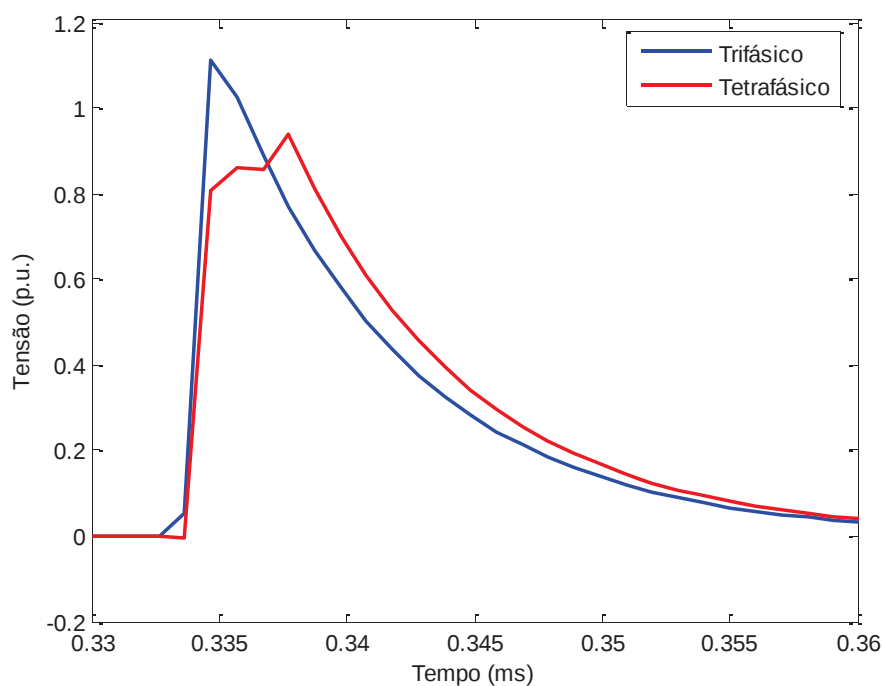
Figura 63 – Incidência de uma descarga atmosférica na linha trifásica considerando que a mesma alimenta uma carga de alta impedância.



Fonte: Produção do próprio autor.

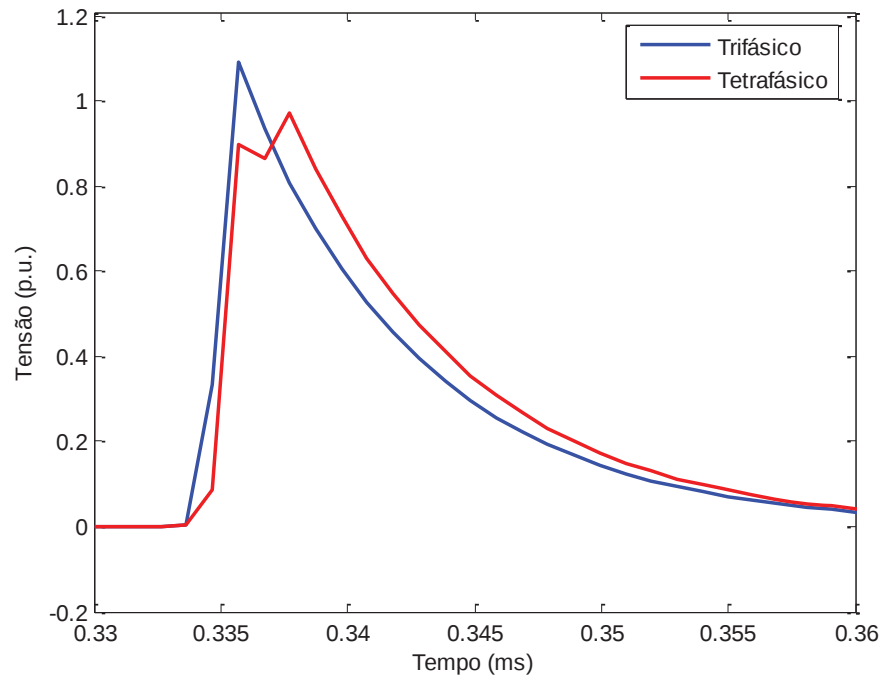
As figuras de 64 a 69 mostram os resultados obtidos das sobretensões resultantes da incidência de uma descarga atmosférica das linhas mostradas nas figuras 62 e 63 para os comprimentos de 100 km e de 500 km, considerando que as mesmas foram construídas sobre solos com resistividades iguais a 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm .

Figura 64 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm .



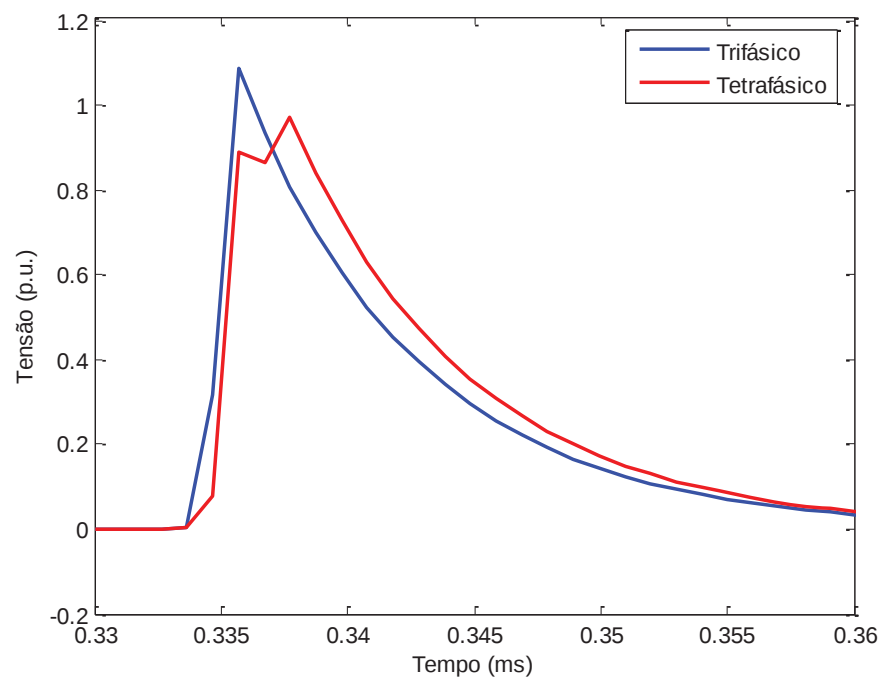
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 65 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm .



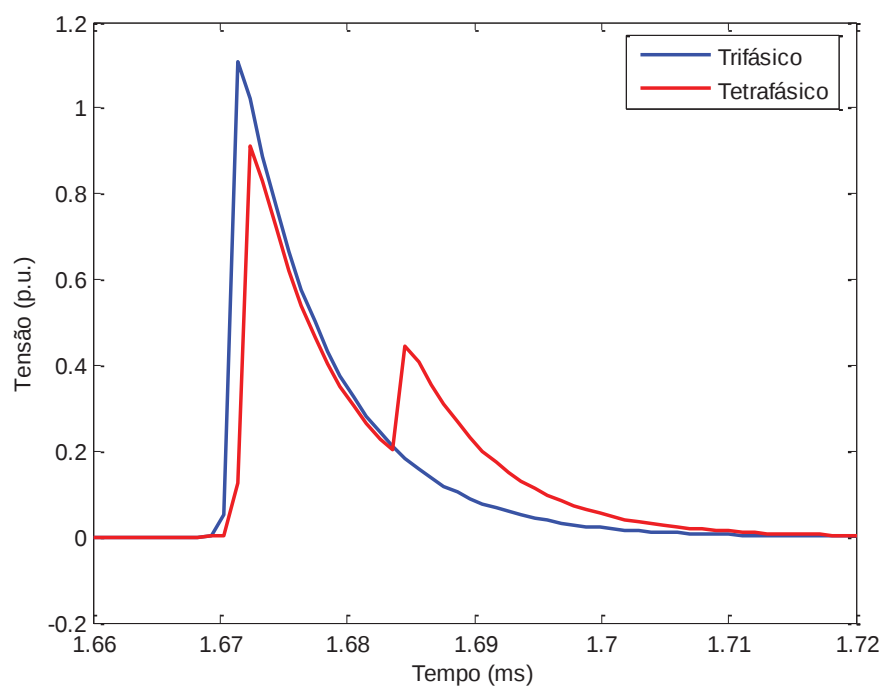
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 66 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 100 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm .



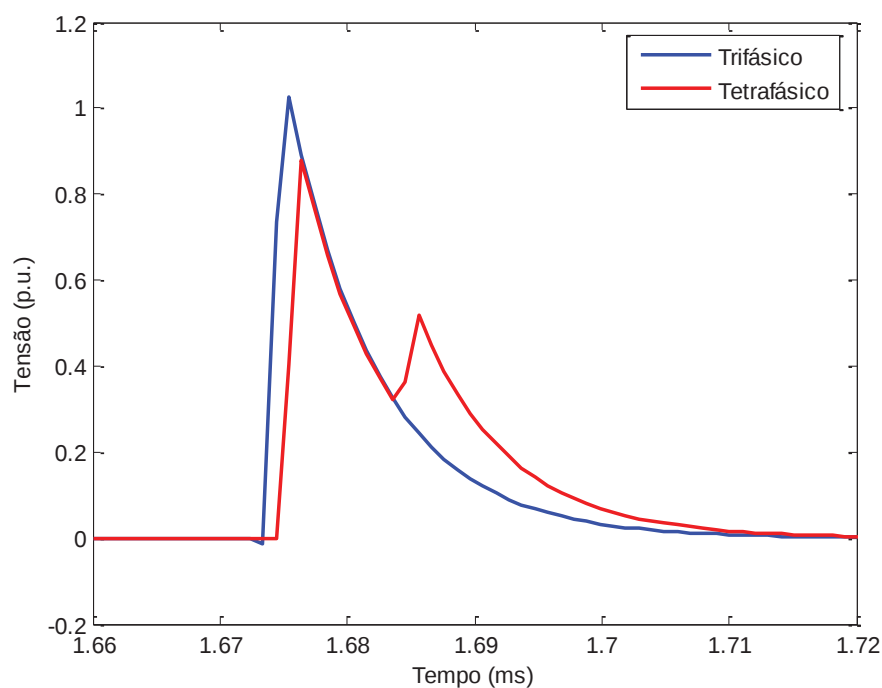
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 67 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 10 Ωm .



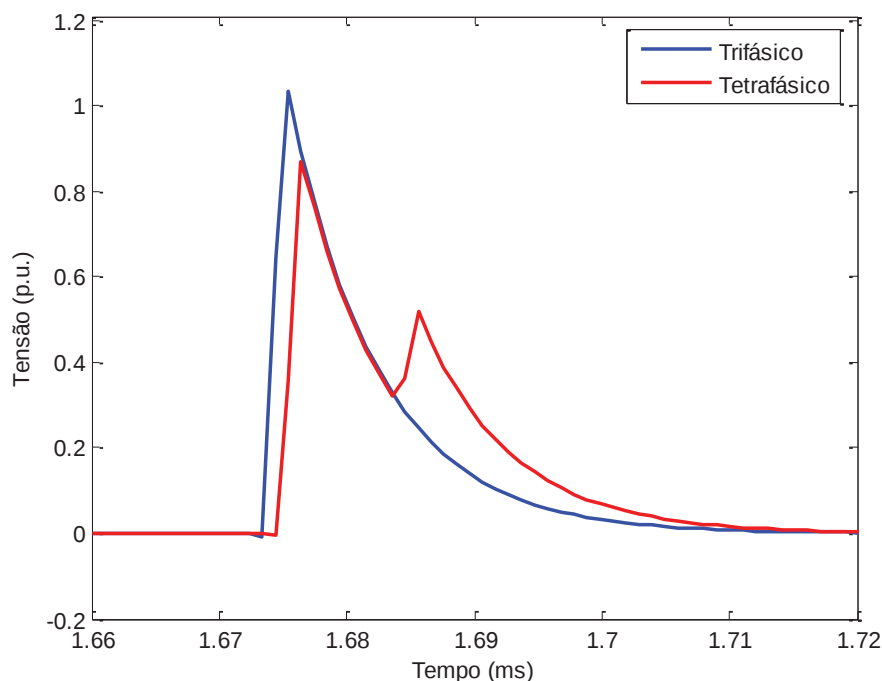
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 68 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 100 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 69 – Tensão na fase 1 alimentada por uma carga das linhas trifásica (azul) e tetrafásica (vermelho) com 500 km de comprimento, para a resistividade do solo de 1000 Ωm .



Fonte: Produção do próprio autor.

Com base nos comportamentos verificados em todas as simulações realizadas a respeito da incidência de uma descarga atmosférica, considerando os terminais receptores em aberto e alimentando cargas de alta impedância, observou-se um perfil de tensão mais acentuado para a linha trifásica (azul) em relação à linha tetrafásica (vermelho), para os comprimentos de 100 km e 500 km e para as resistividades de 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm .

No entanto, o comportamento da linha tetrafásica (vermelho) apresentou algumas variações (degraus), em função das capacitâncias e o aumento no comprimento da linha.

Deste modo, o sistema de isolamento do sistema de transmissão tetrafásico é o mesmo solicitado ao do sistema de transmissão trifásico, no caso da incidência de uma descarga atmosférica.

É importante enfatizar que os possíveis picos e perfis das tensões transitórias eletromagnéticas e impulsivas na linha de transmissão tetrafásica podem ser maiores, dependendo das características de vários fenômenos eletromagnéticos como operações na linha, composição do sinal eletromagnético da frequência e a variação de acordo com perfil da carga conectada ao sistema de transmissão de energia.

5.6 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos sobre uma análise comparativa entre uma linha de transmissão tetrafásica e uma linha de transmissão trifásica nos domínios da frequência e tempo.

No domínio da frequência, foram avaliados o efeito da frequência através dos parâmetros longitudinais e transversais nas fases 2 e 3, e o comportamento de um impulso (em todas as faixas de frequências).

No domínio do tempo foram consideradas duas condições transitórias: energização das linhas (baixas frequências) e a incidência de uma descarga atmosférica (maiores frequências), considerando o terminal receptor em aberto e alimentado cargas de alta impedância, para as linhas com 100 km e 500 km de extensão, considerando que as mesmas foram construídas sobre solos com resistividades iguais a 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm .

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

No Capítulo 1, foi apresentado um breve relato da evolução histórica da energia elétrica no mundo, e algumas tecnologias alternativas relativamente recentes, dentre elas o sistema transmissão tetrafásico. Embora essa tecnologia não seja convencional nos dias atuais, diversos trabalhos foram previamente realizados e algumas aplicações na Europa e Ásia, mostrando algumas características e vantagens que viabilizam em partes o projeto de um sistema de transmissão tetrafásico, como um meio alternativo na transmissão de energia elétrica.

No Capítulo 2, foram descritos os procedimentos aplicados para o cálculo dos parâmetros elétricos de uma linha de transmissão polifásica genérica, obtendo os conceitos de impedância longitudinal (Z) determinada a partir da soma das parcelas de impedâncias: externa, interna (representada pelas equações de Bessel) e impedância devido ao retorno da corrente através do solo (representada pelas equações de Carson), e da admitância transversal (Y) representada por uma capacitância e uma condutância. Porém, considerando que a condutância do ar é desprezível, apresentou-se apenas a expressão que determina a capacitância.

No Capítulo 3, foi mostrado o processo de obtenção das soluções das equações diferenciais que representam uma linha de transmissão monofásica, cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha e dependentes da frequência. Essas equações são escritas nos domínios do tempo e na frequência, como expressões da tensão e corrente em dois pontos consecutivos da linha.

No Capítulo 4, foi apresentado o processo de decomposição modal de uma linha de transmissão tetrafásica, a qual permite que uma linha de transmissão com quatro fases seja decomposta em seus quatro modos de propagação. A vantagem de se representar a linha por meio de seus modos de propagação, onde cada um dos modos comporta-se como uma linha monofásica, sendo a linha tetrafásica representada como sendo quatro linhas monofásicas independentes.

No Capítulo 5, foi apresentada uma análise das sobretensões nos domínios da frequência e tempo, em um sistema de transmissão tetrafásico, resultante da operação de chaveamento e da incidência de uma descarga atmosférica em comparação com as sobretensões de um sistema trifásico convencional.

Na análise dos parâmetros longitudinais das linhas de transmissão trifásica e tetrafásica com geometria aproximadamente iguais, verificou-se que o comportamento de ambas as linhas são idênticos.

As capacitâncias parciais próprias de uma linha de transmissão tetrafásica são levemente superiores em relação a uma linha de transmissão trifásica de mesma geometria, e as capacitâncias parciais mútuas apresentam valores superiores do que a linha trifásica.

Na análise no domínio da frequência considerando um impulso, para todas as resistividades o comportamento de ambas as respostas para baixas frequências até 100 Hz foi considerado idêntico. No entanto, para frequências maiores verificou-se maior amplitude de tensão na representação trifásica (azul) em relação à tetrafásica (vermelho). A variação entre as duas respostas aumenta progressivamente com o aumento da frequência, sendo esses valores mais expressivos entre 1 kHz a 100 MHz.

No domínio do tempo, foram consideradas duas condições transitórias: energização das linhas (baixas frequências) onde observou que as tensões de fase têm perfil e picos semelhantes, pois ambos os sistemas não apresentam variações significativas, como já era esperado. Porém, pode ser observado que as possíveis tensões de linha entre as fases 1 e 4 de uma linha tetrafásica, depende das características da carga conectada ao terminal emissor, pois essa mudança transitória pode resultar em valores maiores de 1600 kV, devido a esse fato deve ser levado em consideração no momento de se especificar os isoladores e os transformadores que serão utilizados.

E a incidência de uma descarga atmosférica (maiores frequências), onde as variações observadas na representação tetrafásica (vermelho) apresentaram menores picos de tensão do que os observados a partir da representação trifásica (azul), considerando os terminais receptores em aberto e alimentando cargas de alta impedância para os comprimentos de 100 km e 500 km e para as resistividades de 10 Ωm , 100 Ωm e 1000 Ωm , sendo o sistema de isolamento do sistema de transmissão tetrafásico o mesmo solicitado para o sistema de transmissão trifásico.

Dessa forma, podemos comprovar que a resposta do domínio do tempo foi coerente com a resposta apresentada no domínio da frequência.

Foram também realizadas simulações com todos os condutores suspensos a mesma altura do solo (28 m) considerando o solo com a resistividade igual a 1000 Ωm . Logo, o sistema de transmissão tetrafásico não apresentou variações significativas em relação aos resultados obtidos pelas configurações descritas pela figura N°13.

Com base nas análises realizadas neste trabalho duas afirmações principais se destacam: o sistema de transmissão tetrafásico apresentou um melhor desempenho para sobretensões atmosféricas ocorridos no sistema elétrico e recomenda-se um estudo sobre a especificação do sistema de isoladores e transformadores utilizados no sistema de transmissão tetrafásico a partir de uma operação de chaveamento, podendo atingir elevados valores entre duas fases de 180° uma da outra.

A dificuldade de prover conclusões gerais sobre a análise comparativa entre ambas as representações pode ser atribuída de várias maneiras diferentes, dependendo dos parâmetros considerados e principalmente dos diferentes itens de custo, baseados em parâmetros que são incertos, no caso o custo do transformador, onde neste trabalho foi tratado como um parâmetro desconhecido.

Para trabalhos futuros sugere-se uma análise de outros sistemas de transmissão não convencionais.

REFERÊNCIAS

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program, **IEEE Transactions Power Apparatus And Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 1, p. 88-97, jan. 1970.

CARVALHO, C. G. **Características dos parâmetros do condutor equivalente a um feixe de subcondutores de linhas de transmissão: análise inicial**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2007.

CHEN, C. T. **Linear system theory and design**. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984.

CHIPMAN, R. A. **Teoria e problemas de linhas de transmissão**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1972.

DALTIN, R. S. et al Representação de linhas de transmissão no domínio modal por meio de duas matrizes de transformação: aplicação em linhas não transpostas com plano de simetria vertical. In: LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION, 6., Mar del Plata, 2005. **Proceedings...** Mar del Plata: [s.n.], 2005.

DERI, A. et al. The complex ground return plane: a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS 100, n. 8, p. 3686-3693, 1981.

DOMMEL, H. W, Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-88, n. 4, p. 388-399, 1969.

DOMMEL, H. W. **Eletromagnetic transients program reference manual**. Vancouver: Departament of Electrical Engineering, University of British Columbia, 1996.

FARAG A. S. et al. Bundled conductor configuration optimization for compact transmission lines incorporating electromagnetic fields management. **Electrical Power Systems Research**, Lausanne, v. 44, p. 189-202, 1998.

FARIA, A.B. WASHINGTON, L.A.; ANTÔNIO, C.S. Modelos de linhas de transmissão no domínio das fases: estado da arte. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14., 2002, Natal. **Proceedings...** Natal: UFRN, 2002. p. 801-806.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas, teoria das linhas em regime permanente**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

GREENWOOD, A. **Electrical transients in power systems**. Hoboken: John Wiley & Sons, 1977.

GUANGYE, L.; YANG, Y. H. Three-phase-to-four-phase transformer for four phase power-transmission systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 17, n. 4, p. 1018-1022, oct. 2002a.

GUANGYE, L.; YANG, Y. H. Study of four-phase power transmission systems. **IEEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution**, Piscataway, v. 149, n. 4, p. 397-401, jul. 2002b.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 564-570, abr. 2003.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 60060-1 High-voltage test techniques – part 1: general definitions and test requirements**. 3. ed. Geneva, 29 Sep. 2010.

KUROKAWA, S. **Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase**. 2003. 151 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2003.

KUROKAWA, S. et al. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais. **SBA - Controle e Automação**, Campinas, v. 18, n. 3, p. 337-346, 2007.

MARTÍ, J. Accurate modeling of frequency-depend transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-101, n. 1, p. 147-155, 1982.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameters determination for modeling system transients – part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 3, pp. 2038-2044, jul. 2005.

MAZZANTI, G.; QUAIA, S. Can four-phase transmission lines be considered as a practical alternative to traditional three-phase lines in the European electricity market? In: IEEE LAUSANNE POWER TECH, 2007, Lausanne. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2007. p. 1498-1503.

MAZZANTI, G.; QUAIA, S. Four-phase AC Connections: an alternative possibility for the expansion transmission grids. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 25, n. 2, p. 1010-1017, April 2010.

MORENO, P., RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: a review. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 2599-2609, Oct. 2008.

PINTO, A. J. P. et al. Analysis of the electrical characteristics of an alternative solution for the Brazilian-Amazon transmission system. **Electric Power Components and Systems**, Philadelphia, v. 39, n. 13, p. 1424-1436, 2011a.

PINTO A. J. P. et al. Introduction of a non-conventional solution for Amazon transmission system: analysis of the electric aspects. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2011, Detroit. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2011b.

SAMORODOV, G. Four-phase transmission systems and estimation of effectiveness of their application for power transmission from the Three Gorges Plant to East China. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, POWERCON, 1998, Beijing. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 1998. v. 1, p. 146-150.

SAMORODOV G., ZILBERMAN S., KRASILNIKOV E. Application of half-wave transmission systems for power delivery over extra long distances 2000-4000 km. In: IEEE ELECTRICAL POWER AND ENERGY CONFERENCE, 2011, Winnipeg. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2011.

STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: Mc Graw-Hill do Brasil, 1978.

SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Makron do Brasil, 1995. v. 2, p. 792.

WEDEPOHL, L. M. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson Method. **IEEE Transactions on Power Systems** Piscataway, v. 11, n. 3, p. 1538-1546, ago. 1996.

WEI-GANG H. Study on conductor configuration of 500 kV Chang-Fang Compact line. **IEEE Transactions Power Delivery**, Piscataway, v. 18, n. 3, pp. 1002-1008, 2003.

ANEXO A

OBTENÇÃO DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO MODAL UTILIZANDO O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A.1 Introdução

No capítulo 4 foi utilizado um método numérico, baseado no algoritmo de Newton-Raphson, para obtenção de uma matriz de decomposição modal para uma linha de transmissão tetrafásica.

A.2 Método de Newton-Raphson

Uma maneira de se obter a matriz de transformação modal de uma linha de transmissão consiste em utilizar-se o método de Newton-Raphson, que possibilita a obtenção de autovetores que não variam bruscamente em relação à frequência (WEDEPOHL, 1996).

Considerando uma linha polifásica de n fases. A matriz de transformação $[T_I]$ pode ser obtida a partir da solução da seguinte equação (WEDEPOHL, 1996):

$$[Y][Z][T_I] = [T_I][\lambda] \quad (108)$$

Fazendo $[S] = [Y][Z]$ na equação (108), obtém-se:

$$[S][T_I] = [T_I][\lambda] \quad (109)$$

A equação (109) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[S][T_{kk}] = \lambda_{kk}[T_{kk}] \quad (110)$$

Da equação (110), obtém-se:

$$[S][T_{kk}] - \lambda_{kk}[T_{kk}] = 0 \quad (111)$$

Desenvolvendo a equação (111), obtém-se:

$$([S] - \lambda_{kk}[I_d])[T_{kk}] = 0 \quad (112)$$

Sendo:

$[S]$ – Matriz correspondente ao produto matricial $[Y][Z]$;

$[\lambda_{kk}]$ – Corresponde ao autovalor associado ao autovetor $[T_{kk}]$;

$[I_d]$ – Matriz identidade de ordem n ;

$[T_{kk}]$ – Corresponde a k -ésima coluna da matriz $[T]$.

A equação (112) representa um sistema homogêneo, com n equações e $(n + 1)$ incógnitas. Para que o sistema possua uma única solução deve-se definir uma nova outra equação. Uma condição muito utilizada é a que se define o módulo de qualquer um dos autovetores associados a um específico autovalor unitário (BUDNER, 1970; WEDEPHOL, 1996).

Desta forma, obtêm-se um sistema de $(n+1)$ equações com $(n+1)$ incógnitas que pode ser resolvido, por exemplo, por meio do método de Newton-Raphson.

Para o caso de uma linha com n fases $[S]$, $[T]$ e $[\lambda]$, podem ser escritas da seguinte forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \quad (114)$$

$$[T_I] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} & T_{n2} & \cdots & T_{nn} \end{bmatrix} \quad (115)$$

A matriz $[S]$ é conhecida, enquanto que as matrizes $[\lambda]$ e $[T_I]$, devem ser determinadas para cada valor de frequência.

Para obtermos o primeiro autovalor e um correspondente conjunto de autovetores, a equação (112), torna-se:

$$([S] - \lambda_{11}[I_d])[T_{11}] = 0 \quad (116)$$

Na equação (116), λ_{11} é o primeiro autovalor enquanto que $[T_{11}]$ é a primeira coluna da matriz $[T_I]$ que corresponde ao autovetor de λ_{11} . Desenvolvendo a equação (116), obtém-se:

$$\left(\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{12} \\ \vdots \\ T_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (117)$$

Desenvolvendo a equação (117), obtém-se:

$$(S_{11} - \lambda_{11})T_{11} + S_{12}T_{21} + \cdots + S_{1n}T_{n1} = 0 \quad (118)$$

$$S_{21}T_{11} + (S_{22} - \lambda_{11})T_{21} + \cdots + S_{2n}T_{n1} = 0 \quad (119)$$

$$\vdots$$

$$S_{n1}T_{11} + S_{n2}T_{21} + \cdots + (S_{nn} - \lambda_{11})T_{n1} = 0 \quad (120)$$

Utilizando a hipótese de que o módulo do autovetor deve ser unitário, obtém-se:

$$T_{11}^2 + T_{21}^2 + \cdots + T_{n1}^2 - 1 = 0 \quad (121)$$

O Jacobiano das equações (118) até (120) e (121), podem ser escrita da seguinte forma (SWOKOWSKI, 1995):

$$[J] = \begin{bmatrix} (S_{11} - \lambda_{11}) & S_{21} & \cdots & S_{1n} & -T_{11} \\ S_{21} & (S_{22} - \lambda_{11}) & \cdots & S_{2n} & -T_{21} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & (S_{nn} - \lambda_{11}) & -T_{n1} \\ 2T_{11} & 2T_{21} & \cdots & 2T_{n1} & 0 \end{bmatrix} \quad (123)$$

Podemos escrever as equações de (118) até (120) e (121) como sendo um sistema cujo número de equações é igual ao número de incógnitas. Podendo ser escritas da seguinte forma:

$$F_1 = (S_{11} - \lambda_{11})T_{11} + S_{12}T_{21} + \cdots + S_{1n}T_{n1} \quad (124)$$

$$F_2 = S_{21}T_{11} + (S_{22} - \lambda_{11})T_{21} + \cdots + S_{2n}T_{n1} \quad (125)$$

$$\vdots$$

$$F_n = S_{n1}T_{11} + S_{n2}T_{21} + \cdots + (S_{nn} - \lambda_{11})T_{n1} \quad (126)$$

$$F_{n+1} = T_{11}^2 + T_{21}^2 + \cdots + T_{n1}^2 - 1 \quad (127)$$

Sendo:

$$[F]^T = [F_1 \quad F_2 \quad \cdots \quad F_n \quad F_{n+1}] \quad (128)$$

Define-se o vetor $[x]$ como sendo:

$$[x] = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ \vdots \\ T_{n1} \\ \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad (129)$$

A solução para o vetor $[x]$, do sistema de equações definido por meio das equações (124) até (127) são obtidas por meio do método de Newton-Raphson. Desse modo, a i -ésima iteração do método de Newton-Raphson é escrita da seguinte forma (WEDEPOHL, 1996):

$$[x]^i = [X]^{i-1} - J([X]^{i-1})^{-1} F([x]^{i-1}) \quad (130)$$

Onde:

$[x]^i$ – Vetor $[x]$ na i -ésima iteração;

$J([X]^{i-1})$ e $F([x]^{i-1})$ – Respectivamente, o jacobiano de $J[x]$ e $F[x]$ calculados na iteração anterior.

O método de Newton-Raphson geralmente converge rapidamente desde que os valores de x e $J(x)^{-1}$ sejam conhecidos.

Admitindo um erro, o algoritmo de Newton-Raphson se repetirá até a convergência e o processo será encerrado quando o erro for menor do que o admitido, obtendo dessa forma, o primeiro autovetor $[\lambda_{11}]$ e a primeira coluna da matriz $[T_1]$. Ou seja: $T_{11}, T_{21}, \dots, T_{n1}$.

O procedimento mostrado deve ser repetido para determinar λ_{22} até λ_{nn} , e respectivamente em cada coluna da matriz $[T_1]$.

Geralmente os autovetores do produto $[Z][Y]$ são obtidos por meio de métodos numéricos a partir de soluções de equações algébricas. Dentre os métodos numéricos existentes, optou-se pelo método de Newton-Raphson, pois o mesmo, de acordo com a literatura, permite a obtenção de autovetores que não variam bruscamente em função da frequência e os elementos obtidos da matriz de decomposição modal, serão utilizados para determinar os parâmetros modais da linha de transmissão.