



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Correlação Hadrônica Comprimida para Pares K^+K^-
em Colisões de Íons Pesados Relativísticos**

Danuce Marcele Dudek

Orientadora

Prof. Dra. Sandra dos Santos Padula

Março de 2009

D845c Dudek, Danuce Marcele
Correlação hadrônica comprimida para pares K^+K^- em colisões de íons pesados relativísticos / Danuce Marcele Dudek. – São Paulo, 2009
65 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Física Teórica (IFT), São Paulo
Orientadora: Sandra dos Santos Padula

1. Física nuclear. 2. Partículas (Física nuclear). 3. Colisões entre íons pesados. I. Título

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Física Teórica (IFT), São Paulo. Dados fornecidos pelo autor(a).

*Aos meus pais, Firmino e Clary,
e ao meu irmão, Maiquer*

Agradecimentos

- A Deus;
- À minha Família, pelo apoio e incentivo nessa caminhada e por acreditarem nos meus sonhos;
- Aos amigos do IFT, em especial, aos que se fizeram notar pelo seu carinho e apoio;
- À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

O aparecimento de correlações comprimidas entre pares de partícula-antipartícula é previsto no caso de suas massas serem modificadas no meio quente e denso formado em colisões entre íons pesados a altas energias. No caso bosônico mostrou-se que, para sistemas de tamanho finito e na presença de *flow* moderado, as correlações comprimidas sobreviveriam com intensidade suficiente para serem observadas experimentalmente.

Embora bem estabelecidas teoricamente, as correlações comprimidas partícula-antipartícula nunca foram observadas experimentalmente, sendo necessárias formas claras para procurá-las e, finalmente, descobri-las. O objetivo principal do estudo fenomenológico discutido nessa dissertação é motivar a busca experimental das correlações *Back-to-Back Correlations* (BBC). Dentro de um tratamento não-relativístico desenvolvido anteriormente, mostramos que uma forma promissora de procurar pelas BBCs seria estudar as correlações comprimidas de pares K^+K^- a energias do RHIC, analisando-as em termos do momento médio do par, $\vec{K}_{1,2} = \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$, para grandes valores de momento relativo, $\vec{q}_{1,2} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. Os káons foram escolhidos por serem produzidos de forma relativamente abundante no RHIC, e pelo fato de sua massa assintótica ser grande o suficiente para validar o tratamento não-relativístico adotado no presente estudo. Efeitos de tamanho finito do sistema e de emissão das partículas em intervalos de tempo finitos são também aqui discutidos, assim como os efeitos da mudança de massa sobre a interferometria de intensidade de pares $K^\pm K^\pm$.

Palavras Chaves: Colisões de íons pesados a altas energias; Massas hadrônicas modificadas; Transformação de Bogoliubov-Valatin; Estados hadrônicos comprimidos; Correlação partícula-antipartícula; Função de correlação comprimida.

Área do conhecimento: Física de Partículas, Física Nuclear

Abstract

Squeezed correlations of particle-antiparticle pairs are predicted to appear if their masses are modified in the hot and dense medium formed in high energy heavy ion collisions. In the bosonic case it was shown that, for finite-size systems and moderate flow, the squeezed correlations still survive with enough strength to be observed experimentally.

Although well-established theoretically, the squeezed-particle correlations have never been observed experimentally, requiring clear ways to be searched for, in order to finally be discovered. The main purpose of the phenomenological study discussed in this dissertation is to motivate the experimental search of the Back-toBack Correlations (BBC's). Within a non-relativistic treatment developed earlier, we show that a promising way to search for the BBC signal is to look into the squeezed correlation function of K^+K^- pairs at RHIC energies, plotted in terms of the average momentum of the pair, $\vec{K}_{1,2} = \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$, for high values of their relative momentum, $\vec{q}_{1,2} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. The kaons were chosen due to their reasonable abundance at RHIC, and for the value of their asymptotic mass be high enough to validate the use of non-relativistic approach adopted in this study. The effects of finite system size and finite emission times are also discussed here, as well as the effects of mass-shift on the intensity interferometry of $K^\pm K^\pm$ pairs.

Key Words: Heavy ions collision at high energy; Modified Hadronic mass; Bogoliubov-Valatin transformation; Hadronic squeezed states; Particle-antiparticle correlations; Squeezed correlation function.

Área do conhecimento: Particle Physics, Nuclear Physics

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão histórica	4
2.1	Efeito Hanbury-Brown Twiss - ideia inicial	4
2.2	Primeiros indícios e desenvolvimento do estudo de correlações back-to-back para pares bóson-antibóson	5
2.3	Formulação de correlações entre férmions e antiférmions	11
2.4	Correlação <i>back-to-back</i> para bósons	13
3	Efeitos de mudança de massa em correlações de partículas idênticas	15
3.1	Breve revisão histórica	15
3.2	Ilustração simplificada	16
3.3	Efeito de <i>squeezing</i> em correlação HBT	19
4	Formalismo de correlações <i>back-to back</i>	21
4.1	Correlação <i>back-to-back</i> – sistemas estáticos	21
4.2	Modificação de massa e relações cinemáticas em sistemas fini- tos em expansão	26
4.3	Amplitudes caótica e comprimida	35
5	Discussão e resultados	42
5.1	Introdução	42
5.2	Forma funcional da emissão temporal e sobrevivência da cor- relação comprimida	43
5.2.1	Distribuição de emissão temporal lorentziana	44
5.2.2	Distribuição de Lévy:	48
5.3	Correlação hadrônica comprimida	50
5.4	Efeito HBT na presença de <i>squeezing</i>	59
6	Conclusão	62

Apêndice	64
Referências	65

Capítulo 1

Introdução

Desde o início da década de 90, vem-se chamando a atenção para a possibilidade de existência de um tipo de correlação quântica entre partícula-antipartícula, até então desconhecida. No caso de bósons neutros, como π^0 's ou ϕ 's, isso corresponderia a uma contribuição a ser adicionada à função de correlação estatística entre duas partículas. Ou seja, além do termo correspondente à contribuição de partículas idênticas que levaria às correlações de intensidade (Efeito Hambury-Brown-Twiss), haveria ainda a contribuição de um termo adicional, correspondente à correlação entre partículas e suas antipartículas.

A formulação desse problema foi completada apenas no final daquela década, associando a existência de correlação partícula-antipartícula a mudança de sua massa *in medium*, originada de interações que teriam sofrido em meios quentes e densos. Essa associação seria feita por transformações de Bogoliubov-Valatin, ligando estados *in-medium* aos assintóticos (livres), as quais são equivalentes a operações de compressão, semelhantes às da óptica quântica. A correlação resultante é por isso denominada correlação hadrônica comprimida. Esses estados, por sua vez, seriam identificados aos sistemas produzidos em colisões entre íons pesados a altas energias, por exemplo no *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), em operação no *Brookhaven National Laboratory* (BNL), em Upton, *Long Island*, NY, EUA, ou, futuramente, no *Large Hadron Collider* (LHC), no CERN, em Genebra, Suíça.

Posteriormente, demonstrou-se que esse novo tipo de correlação existiria também entre férmion-antiférmion, caso suas massas fossem modificadas em meios quentes e densos, da mesma forma que havia sido demonstrada para bóson-antibóson. Verificou-se ainda que ambas as correlações eram positivas e tinham intensidades ilimitadas. Desenvolvimentos posteriores para pares bóson-antibóson demonstraram que a correlação hadrônica comprimida sobreviveria a efeitos de expansão do sistema, tendo intensidade mensurável

mesmo que o tamanho da região onde ocorreria mudança de massa e o intervalo de emissão das partículas fossem finitos.

No entanto, essas correlações nunca foram procuradas experimentalmente, o que desencadeou estudos dedicados a motivar os experimentais a iniciar sua busca. As primeiras investigações nessa linha foram feitas considerando pares de mésons ϕ [1, 2, 3, 4, 5], as quais salientaram alguns dos pontos importantes a serem considerados nessa busca.

Mais recentemente, porém, alguns experimentais da colaboração PHENIX/RHIC sugeriram que os mésons ϕ seriam mais difíceis de tratar dentro das condições atuais do experimento, devido a problemas técnicos de reconstrução e identificação dessa partícula. Os káons seriam também interessantes por serem produzidos de forma razoavelmente abundante nessa experiência, e pelo fato de sua massa assintótica ser grande o suficiente para justificar o tratamento não-relativístico adotado no presente estudo. Foi então sugerido que analisássemos essas partículas e os efeitos de uma possível mudança de massa em correlações comprimidas, estudo esse que será apresentado nesse trabalho.

Os desenvolvimentos teóricos anteriores indicavam que o sinal da função de correlação possuiria uma intensidade que poderia ser medida experimentalmente, se a emissão das partículas ocorrer de forma repentina. Estudamos aqui duas possíveis formas para a emissão temporal das partículas: a do tipo lorentziana, já apresentada em estudos anteriores a este e a do tipo Lévy, sugerida por um membro da Colaboração PHENIX/RHIC, por resultar em bons ajustes das funções de correlação de duas e três partículas idênticas. Analisamos a intensidade da função de correlação considerando que a emissão das partículas ocorra instantaneamente, $\Delta t = 0$, ou em tempos finitos, $\Delta t = 1, 2 \text{ fm}/c$, e observaremos como a mesma se comporta frente a esses diferentes intervalos temporais.

Fazemos uma análise considerando que as partículas sejam emitidas com momentos exatamente opostos (*back-to-back*) e, observando esses resultados, fixamos dois valores para a massa modificada, m_* , um acima e outro abaixo da massa de repouso dos káons. Esses valores de m_* , aqui considerados, são os que maximizam a intensidade da função de correlação. De posse desses valores, calculamos a função de correlação de forma mais realista, associada aos momentos médio e relativo desses pares pois, esses momentos podem ser medidos no laboratório. Examinamos também, dois valores para o raio do sistema e conseqüentemente, o comportamento da função de correlação para cada um deles.

Fazemos também uma breve discussão sobre o efeito que a modificação de massa geraria na função de correlação de partículas idêntica, também conhecida como efeito HBT, considerando novamente o sistema na presença e ausência de expansão (*flow*) radial não-relativística, para emissão instantânea

e também em tempo finito.

Essa dissertação está organizada da seguinte forma.

No Capítulo 2 apresentamos uma breve revisão histórica do assunto, desde que foi introduzido em 1991 até os desenvolvimentos mais atuais. Esse tipo de função de correlação foi inicialmente estudado para pares de bósons. Apresentamos também, de forma resumida, o estudo feito para pares de férmions, que, como veremos, é equivalente ao efeito para bósons sendo ambos positivos e tendo intensidades semelhante.

No Capítulo 3 discutimos o formalismo utilizado no desenvolvimento deste trabalho. Nele rederivamos as expressões das amplitudes caótica e comprimida e também do espectro das partículas para, a partir delas escrever as funções de correlação comprimida e a que está associada à partículas idênticas (Efeito HBT), encontradas nas Ref. [2, 4]. Para tal consideramos um sistema em expansão radial, com velocidade de *flow* não-relativística. Escrevemos essas amplitudes na forma derivada por Makhlin e Sinyukov [6] para obtermos as amplitudes caótica e comprimida e, a partir delas, as respectivas funções de correlação.

No Capítulo 4 ilustramos os resultados analíticos obtidos no Capítulo 3 para a função de correlação comprimida, primeiramente fazendo um estudo de dois tipos de funções de emissão temporal. Este estudo também possibilita investigar os valores de massa modificada dos káons que maximizam a intensidade da função de correlação comprimida, de modo a aumentar a probabilidade de uma observação futura. Após essa análise, calculamos a função de correlação comprimida usando a emissão temporal que menos reduziria sua intensidade. Isso é feito fixando dois valores da massa modificada, como comentamos acima. Um deles corresponde ao caso em que a massa dos káons é diminuída pela interação com o meio e o outro, ao caso em que é aumentada.

O Capítulo 5 é destinado à apresentação de nossas conclusões e considerações finais.

Capítulo 2

Revisão histórica

Nesse capítulo faremos uma revisão histórica sobre correlações de duas partículas idênticas, também conhecidas como efeito HBT (Hanbury-Brown Twiss). A interferometria HBT foi idealizada na década de 1950, como uma idéia para medir o raio das estrelas por meio do ângulo visto da superfície da terra das estrelas próximas. Posteriormente Goldhaber, Goldhaber, Lee e Pais observaram uma correspondência angular inesperada entre píons idênticos enquanto tentavam descobrir evidências para a existência da ressonância ρ^0 no Bevalac/LBL, na década de 1960 eles concluíram que essa correlação angular observada entre píons idênticos seria devido uma consequência da natureza bosônica dessas partículas. E dessa forma, foi descoberta a existência do efeito HBT em colisões em altas energias.

Vamos também apresentar nesse capítulo uma revisão histórica das correlação entre partículas e suas antipartículas, desde os primeiros indícios de sua existência, seguida da formulação posterior do efeito, até os resultados teóricos (analíticos) obtidos atualmente.

2.1 Efeito Hanbury-Brown Twiss - ideia inicial

Na década de 1950, Robert Hanbury-Brown idealizou a interferometria HBT, também conhecida como correlação de duas partículas idênticas, como uma forma de medir o raio das estrelas próximas a superfície da terra.

Para fazer o experimento, Hanbury-Brown convidou Richard Q. Twiss

2.2 Primeiros indícios e desenvolvimento do estudo de correlações bacck-to-back para pares bóson-antibóson

A correlação entre bóson-antibóson foi primeiramente discutida em um artigo de 1991, por Andreev, Plümer e Weiner, onde eles indicavam a possível existência de uma nova correlação em estatística quântica. Seus estudos foram realizados considerando todos os pares de píons, mais especificamente $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$ e $\pi^\pm\pi^\pm$. Eles observaram a existência de uma correlação estatística quântica entre pares $\pi^+\pi^-$ similar àquela entre pares $\pi^0\pi^0$ (π^0 é sua própria antipartícula), mas esta correlação entre partícula-antipartícula era diferente das correlações de Bose-Einstein entre pares de partículas idênticas.

Eles mostraram que o valor esperado de bilineares envolvendo operadores de destruição de duas partículas com momentos \vec{k}_1 e \vec{k}_2 não se anulavam, isto é, $\langle \hat{a}_{\vec{k}}(\vec{k}_1)\hat{a}_{\vec{k}}(\vec{k}_2) \rangle \neq 0$, resultado esse que seria esperado para estados comprimidos de duas partículas em óptica quântica. A média seria estimada considerando uma matriz densidade contendo estados comprimidos. Este artigo também afirma que $C(\pi^+\pi^-) > 1$, que foi demonstrado como sendo certo e $C(\pi^0\pi^0) \leq 3$, o que não se mostrou compatível com desenvolvimentos posteriores. Em particular, no caso da emissão das partículas ocorrer em intervalos finitos de tempo, o efeito desapareceria. Nesse tratamento, esperava-se que o máximo do efeito ocorresse para $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$, porém, era um tipo diferente de correlações *back-to-back* entre partícula-antipartícula, baseado no formalismo de correntes clássicas.

Em 1994 Sinyukov discutiu um efeito similar também considerando os pares $\pi^+\pi^-$ e $\pi^0\pi^0$, na Ref.[8]. Ele afirmou que as correlações entre píons e suas antipartículas seriam devidas às inhomogeneidades do sistema, enquanto que o efeito HBT ocorreria nas regiões de homogeneidade do sistema. Estas inhomogeneidades surgiriam da descrição hidrodinâmica na evolução do sistema. Sendo o espectro de uma partícula escrito como

$$p^0 \frac{dN}{d\vec{p}} = \langle \hat{a}_{\vec{p}}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}} \rangle,$$

e usando uma generalização do teorema de Wick para escrever o espectro inclusivo de duas partículas, como

$$p_1^0 p_2^0 \frac{dN}{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2} = \langle \hat{a}_{\vec{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2} \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle = \langle \hat{a}_{\vec{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{p}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2} \rangle + \langle \hat{a}_{\vec{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{p}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle + \langle \hat{a}_{\vec{p}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{p}_2} \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle,$$

sendo que o primeiro termo representa o produto do espectro de cada partícula e o segundo representa a correlação entre partículas idênticas. O último termo, segundo Sinyukov, pode não ser nulo devido à finitude espaço-temporal das chamadas regiões de homogeneidade em sistemas localmente equilibrados (as regiões de homogeneidade refletem escalas associadas à aplicabilidade da hidrodinâmica). Para bósons nêutros, por exemplo, $\pi^0\pi^0$, Sinyukov escreveu a função de correlação da forma

$$C_{\pi^0\pi^0}(\vec{p}_T, y_1; \vec{p}_T, y_2) = 1 + \exp[-m_T\tau^2 T_f(y_1 - y_2)^2] + C_{add}(p_1, p_2), \quad (2.1)$$

onde y é a rapidez das partículas, \vec{p}_T é o seu momento transversal, T_f é a temperatura de desacoplamento do sistema (*freeze-out*). Já para bósons carregados ($\pi^+\pi^-$), a função de correlação foi escrita como

$$C_{\pi^+\pi^-}(p_1; p_2) = 1 + C_{add}(p_1, p_2). \quad (2.2)$$

Em (2.1) e (2.2), C_{add} representa a contribuição adicional à função de correlação para $\pi^0\pi^0$ e no caso de $\pi^+\pi^-$ seria o termo que daria a correlação entre partícula-antipartícula. Para pares carregados $\pi^+\pi^+$ e $\pi^-\pi^-$, o termo $\langle \hat{a}_{\vec{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{p}_2}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_{\vec{p}_2} \hat{a}_{\vec{p}_1} \rangle$ se anularia.

Sinyukov também estimou que o efeito entre partícula-antipartícula seria mais pronunciado para pequenos valores de momento.

Em 1996, Andreev e Weiner, na Ref.[9], consideraram que, em colisões a altas energias, seria formada uma bolha de píons e esses interagiriam fortemente, esta interação sendo vista como um líquido. O sistema piônico estaria em um estado fundamental específico que não coincidiria com o vácuo usual, nem com partículas livres e teria excitações piônicas, convertendo-se rapidamente em píons assintóticos.

Nesse artigo, foram ainda postuladas as seguintes relações entre a coordenada e o momento generalizados, Q e P , do campo piônico no momento da transição:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{\sqrt{2E_b}} (\hat{b}^\dagger + \hat{b}) = \frac{1}{\sqrt{2E_a}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \\ P &= i\frac{1}{\sqrt{2E_b}} (\hat{b}^\dagger - \hat{b}) = i\frac{1}{\sqrt{2E_a}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Onde \hat{a}^\dagger e \hat{a} são os operadores de criação e aniquilação do campo livre e \hat{b}^\dagger e \hat{b} correspondem aos operadores no líquido.

Este foi o primeiro artigo que usou uma transformação de Bogoliubov-Valatin para relacionar as partículas livres às partículas no meio, sendo essa expressão equivalente a uma operação de compressão, ou seja,

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \hat{b} \cosh r + \hat{b}^\dagger \sinh r \\ \hat{a}^\dagger &= \hat{b} \sinh r + \hat{b}^\dagger \cosh r,\end{aligned}\tag{2.4}$$

onde

$$r = r(\vec{p}) = \frac{1}{2} \log \left[\frac{E_a}{E_b} \right]$$

é o parâmetro de *squeezing*, que neste caso é real. No entanto, as expressões em (2.4) não estavam corretas, como veremos mais adiante, pois os momentos implícitos não eram opostos, resultando na maximização do efeito para $\vec{p}_1 - \vec{p}_2 = 0$, o que levaria a um valor maior do que 2 para as correlações de Hambury-Brown-Twiss (em particular, na Ref.[9], os autores comentam que, para $r(\vec{p}) = 1$ e $\vec{p}_1 \cong \vec{p}_2$, $C_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \approx 3$).

Também em 1996 Asakawa e Csörgo introduzem na Ref.[10] a proposta de observar modificação de massa hadrônica no meio através de correlação de partículas. Eles propuseram que a modificação de massa hadrônica no meio geraria um novo tipo de correlação, a correlação *back-to-back*, entre partícula-antipartícula.

Neste artigo, foi usado uma estrutura similar à da Ref.[9] para relacionar as partículas livres às do meio, ou seja, uma transformação de Bogoliubov-Valatin, porém, os momentos já foram considerados corretamente com os sinais opostos. Os autores escreveram o parâmetro de *squeezing* como

$$\tanh 2r_{\vec{k}} = \frac{-m_1^2}{2\omega_{\vec{k}}^2 + m_1^2},\tag{2.5}$$

refletindo a relação entre os quanta no vácuo (\hat{a} e \hat{a}^\dagger) e os quanta no meio (\hat{b} e \hat{b}^\dagger). No entanto, conforme os próprios autores admitem na Ref.[11], que a função de correlação *back-to-back* contida nesse artigo não estava escrita de forma correta.

Em 1999 foram publicados dois trabalhos que ajudaram a elaborar melhor o assunto [1, 2]. Nestes artigos é assumida a validade da hidrodinâmica até o *freeze-out*, isto é, o fluido é dividido em células macroscopicamente infinitesimais independentes sendo localmente termalizadas em seu interior. A matriz densidade para esse sistema localmente termalizado foi escrita como

$$\begin{aligned}\rho &= \prod_i \rho_i \\ \rho_i &= \frac{1}{Z_i} \exp \{ - [H_i - \mu_i N_i] / T_i \},\end{aligned}\tag{2.6}$$

onde i é o índice em cada célula de fluido.

Nas Ref.[1] e [2] é proposto um modelo para o hamiltoniano no referencial da i -ésima célula, cuja forma seria

$$H_i = H_{0,i} - \frac{1}{2} \int d^3\vec{x} d^3\vec{y} \phi_i(\vec{x}) \delta M_i^2(\vec{x} - \vec{y}) \phi_i(\vec{y}),$$

onde $H_{0,i}$ é o hamiltoniano assintótico livre,

$$H_{0,i} = \frac{1}{2} \int d^3\vec{x} \left(\dot{\phi}_i + |\vec{\nabla} \phi_i|^2 + m_0^2 \phi_i^2 \right),$$

sendo que $\phi_i(\vec{x})$ representa o campo escalar que descreve as quase-partículas que se propagam no elemento de fluido i . A massa modificada das partículas nesse elemento de fluido i , considerando uma possível dependência no seu momento, foi escrita como

$$m_{*i}^2(|\vec{k}|) = m_0^2 - \delta M_i^2(|\vec{k}|),$$

$\delta M_i^2(|\vec{k}|) \ll m_0^2$ se $|\vec{k}| > \Lambda_s$ sendo que Λ_s representa a escala acima da qual os efeitos do meio que resultam em modificação de massa tornam-se desprezíveis. Na Ref.[1] é assumido que a transição das quase-partículas no meio para as partículas assintóticas (*freeze-out*) aconteça repentinamente.

Em ambos os artigos, os autores usam \hat{a} e \hat{a}^\dagger para denotar as partículas livres, que podem ser observadas, e \hat{b} e \hat{b}^\dagger , os quais diagonalizam a matriz densidade ρ_b , para descrever as partículas no meio termalizado, que são os quanta em cada célula de fluido. Os valores esperados podem ser calculados como $\langle \hat{O} \rangle = Tr \left\{ \rho_b \hat{O} \right\}$. A conexão entre as partículas livres e as partículas no meio se dá através de uma transformação de Bogoliubov,

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\vec{k}} &= \hat{b}_{\vec{k}} \cosh r_{\vec{k}} + \hat{b}_{-\vec{k}}^\dagger \sinh r_{\vec{k}} \\ \hat{a}_{\vec{k}}^\dagger &= \hat{b}_{\vec{k}}^\dagger \cosh r_{\vec{k}} + \hat{b}_{-\vec{k}} \sinh r_{\vec{k}}. \end{aligned}$$

O parâmetro de squeezing em [1] e [2] é dado por

$$r_{\vec{k}} = \frac{1}{2} \log \left[\frac{\omega_{\vec{k}}}{\Omega_{\vec{k}}} \right],$$

onde

$$\begin{aligned} \omega_{\vec{k}}^2 &= m_0^2 + \vec{k}^2 \\ \Omega_{\vec{k}}^2 &= m_*^2 + \vec{k}^2 = \omega_{\vec{k}}^2 - \delta M_i^2(|\vec{k}|). \end{aligned}$$

Na Figura (2.1) reproduzimos um gráfico da função de correlação *back-to-back* para pares $\pi^+\pi^-$ e $\pi^0\pi^0$ da Ref. [1], a qual considera que o *freeze-out* seja abrupto. Este artigo também mostra um outro gráfico para pares $\pi^0\pi^0$ onde estão representadas ambas as regiões de HBT e BBC, uma vez que essas partículas são suas respectivas antipartículas, conforme reproduzido também na Figura 2.1.

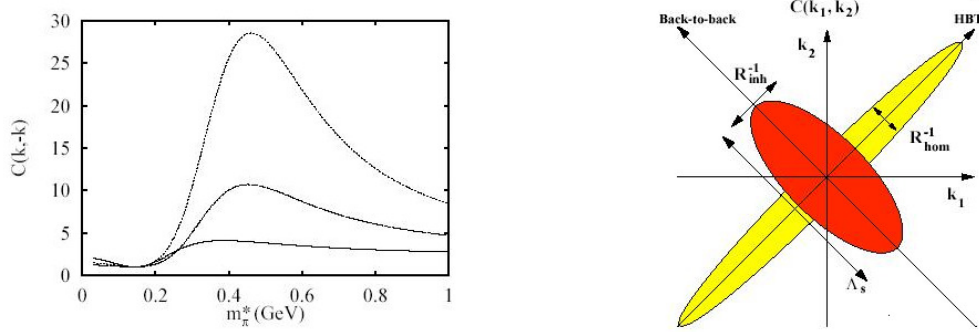


Figura 2.1: O gráfico da esquerda mostra $C_2(\vec{k}, -\vec{k})$ em função da massa modificada no meio m_* para ambos pares $\pi^+\pi^-$ e $\pi^0\pi^0$ e para $|\vec{k}| = 0, 300, 500$ MeV/c. Observamos que a função de correlação cresce com o momento, ou seja, a curva mais baixa corresponde ao menor valor de momento e a mais alta, ao maior. O gráfico da direita ilustra as regiões de homogeneidade e inhomogeneidade, sondadas por HBT e BBC. Estes gráficos foram extraídos da Ref. [1].

Na Ref.[2] a distribuição para uma única partícula é escrita como

$$N_1(\vec{k}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}} n_1(\vec{k}),$$

sendo que $n_1(\vec{k})$ é dado por

$$n_1(\vec{k}) = |c_{\vec{k}}|^2 n_{\vec{k}} + |s_{-\vec{k}}|^2 (n_{-\vec{k}} + 1) = G_c(\vec{k}, \vec{k}),$$

e $n_{\vec{k}}$ é a distribuição de Bose-Einstein

$$n_{\vec{k}} = \frac{1}{\exp[\Omega_{\vec{k}}/T] - 1}.$$

A função de correlação para dois bósons, cuja forma completa é usada para partículas que são suas respectivas antipartículas, tais como $\phi\phi$ e $\pi^0\pi^0$, é escrita como (Ref.[2])

$$C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 1 + \frac{|G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)} + \frac{|G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)},$$

onde $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2}} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle$ é a chamada amplitude caótica e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2}} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1} \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle$ é a chamada amplitude de *squeezing* ou comprimida.

Ainda na Ref.[2] é analisado o efeito de supressão da intensidade da função de correlação por emissão das partículas em tempo finito. Esta emissão é escrita como

$$F(t) = \Theta(t - t_0)\Gamma \exp[-\Gamma(t - t_0)],$$

a qual resulta, após uma transformada de Fourier, $\int \exp\{i[\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2}]t\}F(t)$, em uma supressão do tipo lorentziana

$$\tilde{F}(t) = [1 + (\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})^2(\Delta t)^2]^{-1}, \quad (2.7)$$

onde $\Delta t = \hbar/\Gamma = 1/\Gamma$, pois estamos usando unidades naturais, $\hbar = c = 1$.

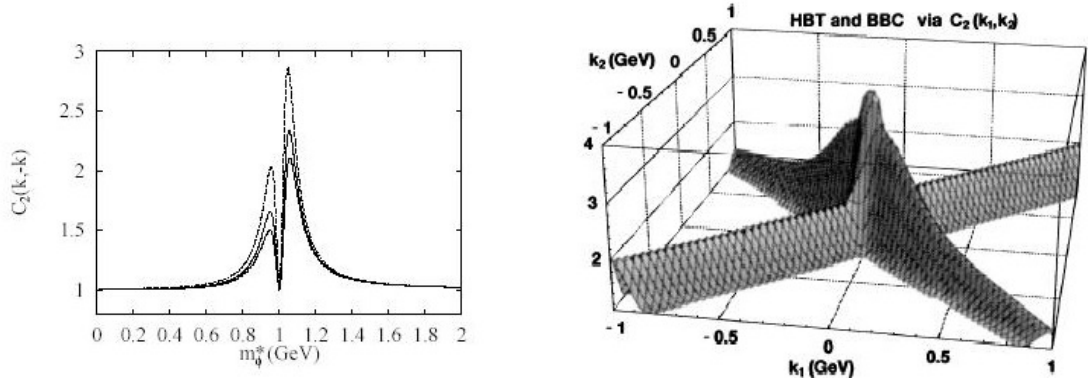


Figura 2.2: O gráfico da esquerda mostra a dependência $C_2(\vec{k}, -\vec{k})$ na massa m_ϕ^* , para $T = 140$ MeV, onde $|\vec{k}|=0, 300, 500$ MeV/c, respectivamente. O gráfico da direita ilustra as correlações BBC e HBT para pares π^0 , tomando $T=140$ MeV. Estes gráficos foram extraídos da Ref.[2].

A função de correlação *back-to-back*, incluindo o termo de supressão temporal, é escrita como (os detalhes serão discutidos no Cap.3)

$$C_2(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + \frac{\left| c_{\vec{k}}^* s_{\vec{k}} n_{\vec{k}} + c_{-\vec{k}}^* s_{-\vec{k}} (n_{-\vec{k}} + 1) \right|^2}{n_1(\vec{k}) n_1(-\vec{k})} \times \frac{1}{\left[1 + (\omega_{\vec{k}} + \omega_{-\vec{k}})^2 (\Delta t)^2 \right]}.$$

Neste artigo foi apresentado um resultado de BBC para pares $\phi\phi$ e também um resultado para pares $\pi^0\pi^0$, onde pode ser vista a intensidade de HBT e BBC. Estes gráficos são reproduzidos na Figura 2.2.

2.3 Formulação de correlações entre férmions e antiférmions

Pouco tempo depois da publicação do formalismo que descrevia as correlações BBC entre bósons foi publicado o primeiro artigo a mostrar que a existência de correlações *back-to-back* para pares férmions-antiférmions era semelhante àquela para bósons-antibóson, Ref.[3].

Derivando um formalismo equivalente para o caso fermiônico, onde o hamiltoniano é escrito como $H = H_0 + H_i$, sendo que

$$H_0 = \int d\vec{x} : \bar{\psi}(\vec{x})(-i\gamma \cdot \vec{\nabla} + M)\psi(\vec{x}) \quad (2.8)$$

é o hamiltoniano no vácuo e H_i descreva as modificações no meio. Em (2.8), M é a massa assintótica do próton, ψ e $\bar{\psi}$ são os operadores do campo fermiônico que satisfazem as relações de anti-comutação em um mesmo intervalo de tempo.

Para férmions, as distribuições para uma única partícula ou antipartícula são escritas como

$$N_1(\vec{k}_1) = \omega_{\vec{k}_1} \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \right\rangle \quad (2.9)$$

$$\tilde{N}_1(\vec{k}_1) = \omega_{\vec{k}_1} \left\langle \hat{\hat{a}}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{\hat{a}}_{\vec{k}_1} \right\rangle. \quad (2.10)$$

A distribuição para duas partículas, neste caso é dada por

$$\begin{aligned} N_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2} \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \right\rangle \quad (2.11) \\ &= \omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2} \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \right\rangle \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \right\rangle - \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \right\rangle \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \right\rangle + \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \right\rangle \left\langle \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \right\rangle, \end{aligned}$$

sendo que \hat{a} e \hat{a}^\dagger são os operadores de aniquilação e criação dos férmions livres e $\hat{\hat{a}}$ e $\hat{\hat{a}}^\dagger$ são os operadores de aniquilação e criação dos antiférmions.

Denota-se por $\langle \hat{O} \rangle$ o valor esperado do operador \hat{O} no meio termalizado. Estes operadores são usados para definir a expansão do operador de campo bariônico

$$\psi(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\lambda, \lambda', \vec{k}} \left(u_{\lambda, \vec{k}} \hat{a}_{\lambda, \vec{k}} + v_{\lambda', -\vec{k}} \hat{a}_{\lambda', -\vec{k}}^\dagger \right),$$

onde V é o volume do sistema, $u_{\lambda, \vec{k}}$ e $v_{\lambda', -\vec{k}}$ são espinores de Dirac e $\lambda, \lambda' = \pm 1/2$, são as projeções de spin.

A transformação de Bogoliubov-Valatin que liga férmions livres (\hat{a}, \hat{a}) a férmions no meio (\hat{b}, \hat{b}) é escrita como

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\lambda, \vec{k}} \\ \hat{a}_{\lambda', -\vec{k}}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k}} & \frac{f_{\vec{k}}}{|f_{\vec{k}}|} s_{\vec{k}} A \\ -\frac{f_{\vec{k}}^*}{|f_{\vec{k}}^*|} s_{\vec{k}}^* A^\dagger & c_{\vec{k}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{b}_{\lambda, \vec{k}} \\ \hat{b}_{\lambda', -\vec{k}}^\dagger \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

sendo que $c_{\vec{k}} = \cos f_{\vec{k}}$, $s_{\vec{k}} = \sin f_{\vec{k}}$, A é uma matriz 2×2 com elementos $A_{\lambda, \lambda'} = \chi_\lambda^\dagger \sigma \cdot \vec{k} / |\vec{k}| \tilde{\chi}_{\lambda'}$, e a função comprimida, $f_{\vec{k}}$, é dada por

$$\tan(2f_{\vec{k}}) = \frac{|\vec{k}| \Delta M(|\vec{k}|)}{(\omega_{\vec{k}} - M \Delta M(\vec{k}))}.$$

Para um sistema homogêneo, com densidade bariônica resultante $\rho_B = g/V \sum_{\vec{k}} (\hat{n}_{\vec{k}} - \hat{\tilde{n}}_{\vec{k}})$, as amplitudes caóticas e comprimida são dadas por

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{V}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}_1} \left[c_{\vec{k}_1}^2 \hat{n}_{\vec{k}_1} + s_{\vec{k}_1}^2 (1 - \hat{\tilde{n}}_{\vec{k}_1}) \right] \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \quad (2.13)$$

$$\tilde{G}_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{V}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}_1} \left[c_{\vec{k}_1}^2 \hat{\tilde{n}}_{\vec{k}_1} + s_{\vec{k}_1}^2 (1 - \hat{n}_{\vec{k}_1}) \right] \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \quad (2.14)$$

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{V}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}_1} \left[(1 - \hat{n}_{\vec{k}_1} - \hat{\tilde{n}}_{\vec{k}_1}) c_{\vec{k}_1} s_{\vec{k}_1} A^\dagger \right] \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}. \quad (2.15)$$

O gráfico à esquerda da Figura 2.3 compara a correlação *back-to-back* entre pares $p\bar{p}$ para vários valores de ρ_B , com a correlação BBC para pares de mésons ϕ . Esse gráfico mostra que a intensidade das correlações *back-to-back* entre bósons e entre férmions (na região onde $\rho_B = 0$) com massas de mesma ordem, são equivalentes, além de serem ambas positivas. O gráfico da direita dessa mesma figura mostra a dependência de $C_2(\vec{k}, -\vec{k})$ para prótons na massa modificada, m_* , e em ρ_B , para dois valores distintos de $|\vec{k}|$.

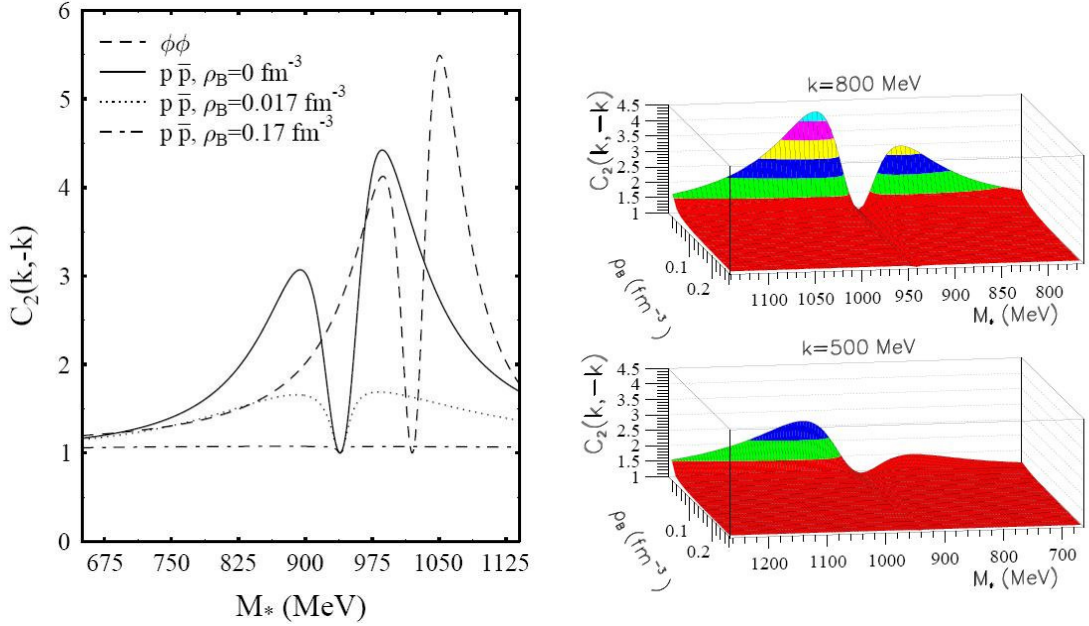


Figura 2.3: O gráfico da esquerda ilustra curvas de correlação BBC para pares $p\bar{p}$ e $\phi\phi$, sendo $T=140$ MeV, $\Delta t=2\text{fm}/c$ e $|\vec{k}|=800$ MeV/c. O gráfico da direita mostra a dependência de fBBC na m_* e ρ_B dos prótons, para a mesma temperatura e intervalo de tempo, mas para dois valores de $|\vec{k}|$. Os gráficos foram extraídos da Ref. [3].

2.4 Correlação *back-to-back* para bósons

Mais recentemente, na Ref.[4], foram derivadas as amplitudes caótica e comprimida mencionadas anteriormente, considerando duas situações: a primeira, em que a mudança de massa ocorreria em todo o volume do sistema termalizado denotado por V ($V_s = V$) e a outra, em que a modificação da massa apareceria somente em parte do volume do sistema, ou seja, $V_s < V$.

Na derivação das amplitudes $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ foi introduzido, para simplificar os cálculos, um perfil gaussiano do tipo $\exp[-\vec{r}^2/2R_s^2]$ para descrever a região onde ocorre a mudança de massa.

Neste trabalho também foram estudados os efeitos que a presença de *flow* geraria no sistema. Este *flow* foi considerado como sendo radial e não-relativístico. Assim, nesse modelo, a bola de fogo se expande com simetria esférica e com quadri-velocidade $u^\mu = \gamma(1, \vec{v})$ considerando seu limite não-relativístico, isto é, $\gamma = (1 - \vec{v}^2)^{-1/2} \approx 1 + \vec{v}^2/2$; $\vec{v} = \langle u \rangle \vec{r}/R$, onde $\langle u \rangle$ é a velocidade de expansão do sistema e de raio R .

A partir das amplitudes derivadas naquele trabalho (vide Cap.3) obtém-

se a expressão para a correlação *back-to-back*, no caso particular em que os momentos da partícula e antipartícula estejam exatamente opostos, ou seja,

$$C(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + |c_0 s_0|^2 \left| \frac{2n_0^* R_*^3 \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T\} + R^3}{n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T_*\} + R^3 |s_0|^2} \right|^2.$$

Também foi considerado o caso em que a emissão de partículas ocorre em um intervalo de tempo finito, descrito pela função $F(\tau) = [\Theta(\tau - \tau_0)]/[\Delta t] \times \exp[-(\tau - \tau_0)/\Delta t]$ onde Δt é um parâmetro livre, como descrita anteriormente. Nesse caso, o segundo termo de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ deve ser multiplicado pela transformada de Fourier deste fator, conforme escrito na expressão (2.7). Usando esta expressão é possível obter os resultados para a função de correlação *back-to-back* em termos da massa modificada e do módulo do momento.

Em síntese, a existência de correlação quântica entre pares de partícula-antipartícula foi notada em 1991, inicialmente para pares de bósons-anti-bósons. Posteriormente, identificou-se que ela não seria nula se houvesse modificação da massa das quase-partículas no meio termalizado formado em uma colisão a altas energias. Apenas em 1999, na Ref.[2], foi proposta uma formulação definitiva para esse tipo de correlação. Depois disso, foi mostrada a existência da correlação comprimida para pares férmion-antiférmion usando um formalismo semelhante ao do caso bosônico. No próximo capítulo vamos rederivar o formalismo para a correlação comprimida no caso bosônico, usando como referência os estudos feitos nas Ref.[2, 4].

Capítulo 3

Efeitos de mudança de massa em correlações de partículas idênticas

Nesse apêndice vamos apresentar um breve resumo histórico das origens experimentais do efeito HBT e o ilustraremos com um exemplo simplificado, considerando o caso de uma fonte gaussiana. Essa ilustração será limitada à situação idealizada, onde não se consideram efeitos dinâmicos ou de estado final, apenas para apresentar a essência do método. Aqui também apresentaremos as expressões rederivadas considerando a possibilidade de uma mudança de massa em meios quentes e densos.

3.1 Breve revisão histórica

O Efeito Hambury-Brown-Twiss, referentes às correlações entre de partículas idênticas, foi um método proposto nos anos 50 por R. Hambury-Brown e R. Q. Twiss na época utilizado para estimar as dimensões angulares de estrelas próximas através de medidas de correlação [15]. O método envolve a correlação de intensidade através de um aparato simples composto de dois parabolóides semelhantes aos utilizados em radioastronomia, mas com superfícies refletoras de luz, conectados entre si e a um correlator (aparelho eletrônico que recebia os sinais e os multiplicava). Esses parabolóides funcionavam como “coletores” de fótons da estrela investigada, detectando a chegada simultânea desses fótons. A intensidade era medida em função de sua separação, observando que o sinal diminuía com o aumento da distância entre eles. A largura da função de correlação medida em termos da separação os parabolóides sendo proporcional ao inverso da distância angular da estrela,

permitia que seu tamanho fosse estimado. Essas observações mostraram que os fótons nos dois detectores estavam correlacionados, embora originados em diferentes pontos da superfícies de objetos estelares.

Em 1959, Goldhaber, Goldhaber, Lee e Pais descobriram um efeito semelhante a esse em colisões entre próton-antipróton, quando estavam procurando descobrir o méson ρ através do seu decaimento em píons, isto é, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ [20]. Para tanto, comparavam a distribuição de massa invariante dos pares $\pi^+\pi^-$ com a dos pares $\pi^+\pi^+$ e $\pi^-\pi^-$. Foi observada uma correlação angular inicialmente inexplicável entre os píons idênticos.

Mais tarde, conseguiram reproduzir com sucesso a distribuição angular obtida experimentalmente, através de um cálculo de espaço de fase usando funções de onda simetrizadas para partículas idênticas. Dessa forma, concluíram que o efeito era consequência da natureza bosônica dos pares $\pi^+\pi^+$ e $\pi^-\pi^-$. Eles não tinham conhecimento da experiência de Hanbury-Brown and Twiss, descobrindo por acaso a contrapartida do efeito HBT em colisões a altas energias. Eles parametrizaram a correlação observada como

$$C(Q^2) = 1 + e^{-Q^2\bar{r}^2} = 1 + e^{(q_0^2 - \vec{q}^2)\bar{r}^2}$$

$$Q^2 = -\vec{q}^2 = -(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 = M_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2. \quad (3.1)$$

Iniciava-se assim as bases experimentais do Efeito HBT-GGLP em colisões a altas energias. A forma gaussiana na equação (3.1) e outras variantes dela, foram amplamente utilizadas em anos posteriores, principalmente nos ajustes experimentais, devido à sua simplicidade.

3.2 Ilustração simplificada

Para ilustrar como a função de correlação se relaciona com a fonte emissora é conveniente adotar uma visão pictórica simplificada, utilizando a forma gaussiana vista na equação (3.1). O efeito HBT é consequência de dois fatores: a estatística quântica adequada e a caoticidade das fontes emissoras. Começamos então considerando apenas duas fontes, conforme ilustrado na Figura 3.1.

A amplitude para o processo pode ser escrita como

$$A(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{-i\vec{k}_1 \cdot (\vec{x}_A - \vec{x}_1)} e^{i\phi_1} e^{-i\vec{k}_2 \cdot (\vec{x}_B - \vec{x}_2)} e^{i\phi_2}$$

$$\pm e^{-i\vec{k}_1 \cdot (\vec{x}_A - \vec{x}_2)} e^{i\phi'_2} e^{-i\vec{k}_2 \cdot (\vec{x}_B - \vec{x}_1)} e^{i\phi'_1}], \quad (3.2)$$

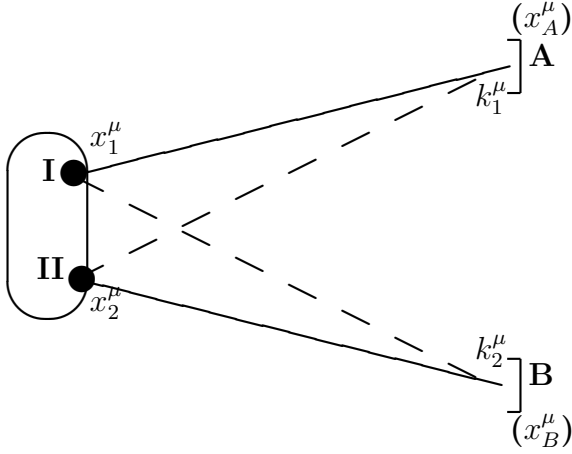


Figura 3.1: Ilustração simplificada: duas fontes, I e II, emitem quanta considerados como ondas planas, as quais são observadas detetores A e B, respectivamente, com momentos k_1^μ e k_2^μ . Como são indistinguíveis, há duas combinações possíveis para essa observação.

onde o sinal (+) se refere a bósons e o (-), a férmions. Na expressão (3.2), ϕ_i corresponde às fases aleatórias associadas a cada emissão independente (fontes completamente caóticas), isto é, uma fase diferente em cada emissão, as quais são consideradas independentes dos momentos \vec{k}_i dos quanta emitidos.

A probabilidade para uma observação conjunta dos dois quanta com momentos \vec{k}_1 e \vec{k}_2 é dada por

$$\begin{aligned}
P_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \langle |A(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2 \rangle = \\
&= \frac{1}{2} [2 \pm (e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \langle e^{\pm i(\phi_1 + \phi_2 - \phi'_1 - \phi'_2)} \rangle + c.c.)] \\
&= 1 \pm \cos[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)].
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Sendo a emissão caótica, temos que considerar uma média sobre fases aleatórias, isto é,

$$\langle e^{\pm i(\phi_1 + \phi_2 - \phi'_1 - \phi'_2)} \rangle = \delta_{\phi_1 \phi'_1} \delta_{\phi_2 \phi'_2} + \delta_{\phi_1 \phi'_2} \delta_{\phi_2 \phi'_1}. \tag{3.4}$$

Conforme vimos anteriormente, no caso de partículas idênticas, a função de correlação de duas partículas pode ser escrita como

$$C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{P_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}{P_1(\vec{k}_1)P_1(\vec{k}_2)}, \tag{3.5}$$

onde $P_i(\vec{k}_i)$ é a distribuição inclusiva de partícula única. Ela é estimada de forma similar à detecção simultânea discutida acima, ou seja,

$$A(\vec{k}_i) = \frac{1}{\sqrt{2}}[e^{-i\vec{k}_1 \cdot (\vec{x}_A - \vec{x}_1)} e^{i\phi_1} \pm e^{-i\vec{k}_1 \cdot (\vec{x}_A - \vec{x}_2)} e^{i\phi_2}]$$

$$P_1(\vec{k}_i) = \langle |A(\vec{k}_i)|^2 \rangle = \frac{1}{2}[2 \pm e^{i\vec{k}_i \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \langle e^{\pm i(\phi_1 - \phi_2)} \rangle + c.c.]$$

No caso de duas fontes pontuais, teríamos $\langle e^{\pm i(\phi_1 - \phi_2)} \rangle = \delta_{\phi_1 \phi_2}$. Como as fontes são supostamente caóticas, as duas fases aleatórias de emissão seriam iguais apenas se fossem emitidas no mesmo ponto do espaço-tempo. Contudo, considerando que a probabilidade de duas emissões simultâneas pela mesma fonte seja desprezível, somos forçados a concluir que a única solução possível desse problema que satisfaria esse critério seria que a média sobre as fases seja nula, no caso da observação por um único detector. Vemos que, $P_i(\vec{k}_i) = 1$ nesse caso e então, obtemos no caso de duas fontes pontuais,

$$C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{P_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}{P_1(\vec{k}_1)P_1(\vec{k}_2)} = 1 \pm \cos[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)], \quad (3.6)$$

A partir desse exemplo simplificado, podemos ver que, no caso de dois bósons idênticos, esperaríamos que $C(\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 0) = 2$ e zero no caso de férmions, para fontes completamente caóticas. No caso de fontes totalmente coerentes, porém, $C(\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2) = 1$ para todos os valores de diferença de momento. Para grandes valores do seu momento relativo, contudo, a função de correlação tenderia ao valor unitário, o que claramente não é o caso na equação (3.6), mas isso é consequência do modelo excessivamente simplificado de duas fontes pontuais. No caso mais geral de fontes extensas no espaço tempo, sendo $\rho(\vec{x})$ sua distribuição normalizada, teríamos

$$P_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) =$$

$$= P_1(\vec{k}_1)P_1(\vec{k}_2) \int d^4x_1 \int d^4x_2 |A(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2 \rho(\vec{x}_1)\rho(\vec{x}_2)$$

$$= P_1(\vec{k}_1)P_1(\vec{k}_2)[1 \pm |\tilde{\rho}(\vec{q})|^2], \quad (3.7)$$

onde

$$\tilde{\rho}(\vec{q}) = \int d^4x e^{iq^\mu x_\mu} \rho(\vec{x}) \quad (3.8)$$

é a transformada de Fourier de $\rho(\vec{x})$, $q^\mu = (k_1^\mu - k_2^\mu)$, e $K^\mu = \frac{1}{2}(k_1^\mu + k_2^\mu)$.

Assim, a função de correlação de duas partículas pode ser escrita idealmente como

$$C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{P_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}{P_1(\vec{k}_1)P_1(\vec{k}_2)} = 1 \pm |\tilde{\rho}(\vec{q})|^2. \quad (3.9)$$

Para ilustrar a forma da função de correlação da equação (3.9) com um exemplo analítico simples, vamos voltar ao perfil gaussiano introduzido anteriormente por Goldhaber e colaboradores, ou seja, considerando apenas a parte espacial, isto é,

$$\rho(\vec{q}) = e^{-\vec{q}^2 R^2/2}. \quad (3.10)$$

Conseqüentemente, nesse exemplo simples, a função de correlação é escrita como

$$C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 1 \pm e^{-\vec{q}^2 R^2}, \quad (3.11)$$

onde o sinal (+) se refere ao caso bosônico e o (-), ao fermiônico. Vamos, então, que no caso de dois bósons (dois férmions), há um aumento (supressão) da função de correlação na região onde momento relativo das partículas idênticas do par é pequeno. Nesses dois exemplos simples, o tamanho típico da região emissora corresponde ao inverso da largura da curva de $C(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ quando colocada no gráfico como função de $\vec{q} = \vec{q}_{1,2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$.

3.3 Efeito de *squeezing* em correlação HBT

Tendo estudado anteriormente as correlações hadrônicas comprimidas entre pares K^+K^- , vamos investigar o que aconteceria com a função de correlação de partículas idênticas, para os pares K^+K^+ e K^-K^- , caso as suas massas fossem modificadas pelo meio quente e denso produzido após uma colisão a altas energias. Também queremos estudar a importância da presença de *flow* para tais sistemas.

A função de correlação de partículas idênticas é escrita como

$$C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) = 1 + \frac{|G_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)}, \quad (3.12)$$

sendo as amplitudes caótica e o espectro para cada partícula foram derivados no Cap.3, ou seja,

$$G_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) = \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ (|c_0|^2 + |s_0|^2) n_0^* R_*^3 \exp \left[-\frac{(2\vec{K}_{1,2})}{4m_* T} + \frac{R_*^2}{2} \left(\vec{q}_{1,2} + \frac{im \langle u \rangle \vec{K}_{1,2}}{m_* T R} \right)^2 \right] + |s_0|^2 R^3 \exp \left[-2R^2 \vec{K}_{1,2}^2 \right] \right\} \left[\tilde{F}(\omega_{\vec{k}_1}, \omega_{\vec{k}_2}) \right] \quad (3.13)$$

$$G_c(\vec{k}_i, \vec{k}_i) = \frac{E_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ |s_0|^2 R^3 + n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \exp \left[\frac{(m \langle u \rangle \vec{k}_i R_*)^2}{2(m_* T R)^2} - \frac{\vec{k}_i^2}{2m_* T_*} \right] \right\}. \quad (3.14)$$

Para escrever a função de correlação necessitamos, além das amplitudes (3.13) e (3.14), também da função de emissão temporal. Assumindo que essa última seja uma exponencial no tempo, conforme escrito na expressão (5.3), sua transformada de Fourier, no caso da correlação HBT será calculada a partir da integral no tempo escrita em (4.25). Em outras palavras, no caso de correlações HBT, essa transformada de Fourier se dá em termos do momento relativo $\vec{q}_{1,2}$, sendo $F(t) = \Theta(t - t_0)\Gamma \exp[\Gamma(t - t_0)]$,

$$\tilde{F}(\omega) = \int dt F(t) \exp \{i q_{1,2}^0 t\} = \int dt F(t) \exp \{i(k_1^0 - k_2^0)t\}$$

ou,

$$\tilde{F}(\omega) = \int dt \Theta(t - t_0)\Gamma \exp \{-\Gamma(t - t_0)\} \exp \{i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})t\},$$

sendo que $\Theta(t - t_0)$ é a função degrau de Heaviside, definida da forma

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \geq 0; \\ 0, & \text{se } t < 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Desta forma, estamos considerando que a emissão tem início respectivamente em $t = t_0$. Assim, obtemos para sua transformada de Fourier

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\omega) &= \Gamma \exp \{\Gamma t_0\} \int_{t_0}^{\infty} dt \exp \{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})]t\} \\ \tilde{F}(\omega) &= \Gamma \exp \{\Gamma t_0\} \frac{\exp \{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})]t\}}{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})]} \Big|_{t_0}^{\infty} \\ \tilde{F}(\omega) &= \exp \{\Gamma t_0\} \frac{\exp \{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})]t_0\}}{[1 - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})/\Gamma]} \\ \tilde{F}(\omega) &= \frac{\exp \{i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})t_0\}}{1 - i(\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})/\Gamma}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Sendo que, $\Gamma = 1/\Delta t$ e estamos tomando $\hbar = c = 1$, a expressão (5.5) pode ser escrita como

$$|\tilde{F}(\omega)|^2 = \frac{1}{[1 + (\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2})^2(\Delta t)^2]}, \quad (3.17)$$

sendo, portanto, uma lorentziana escrita agora em função da diferença das energias das partículas.

A função de correlação de partículas idênticas (HBT) pode então ser obtida substituindo as equações (3.13), (3.14) e (3.16) em (3.12).

Capítulo 4

Formalismo de correlações *back-to back*

Neste capítulo analisaremos a função de correlação *back-to-back*, também conhecida como função de correlação comprimida para pares de partícula-antipartícula, seguindo o tratamento desenvolvido em [2], [4] e [5]. Rederivaremos nessa dissertação as principais relações contidas nessas referências. Este tipo de correlação é esperada se a massa das partículas for modificada pelas interações sofridas no meio quente e denso, formado após a colisão. Esta modificação de massa induziria o aparecimento de estados comprimidos em colisões de íons pesados a altas energias.

Consideraremos que essa modificação da massa das partículas (quase-partículas) ocorra em todo o volume do sistema. Este sistema tanto pode estar se expandindo após o choque (presença de *flow* radial não-relativístico) ou pode permanecer estático. Estamos considerando também que a emissão das partículas ocorra em um intervalo de tempo finito e que tal emissão temporal seja abrupta, de modo que a intensidade da função de correlação, muito sensível a intervalos de tempo finitos, seja preservada, conforme discutiremos nesse capítulo.

4.1 Correlação *back-to-back* – sistemas estáticos

Nessa seção introduziremos algumas definições e deduziremos algumas relações que permitirão derivar as expressões das correlações *back-to-back* ou comprimidas, no caso de um sistema finito e estático. Esse tratamento será estrito ao caso de bósons. O objetivo será derivar a expressão da função de

correlação de duas partículas. Assim, partimos de sua definição, dada pela razão

$$C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{N_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}{N_1(\vec{k}_1)N_1(\vec{k}_2)}, \quad (4.1)$$

onde $N_1(\vec{k}_i)$ é a distribuição invariante de momentos de partícula única, ou seja, seu espectro e, $N_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ é a distribuição invariante de momentos de duas partículas. Essas, por sua vez, são definidas, respectivamente, por

$$N_1(\vec{k}_1) = \omega_{\vec{k}_1} \frac{d^3N}{d\vec{k}_1} = \omega_{\vec{k}_1} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \quad (4.2)$$

$$N_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle. \quad (4.3)$$

Fazendo uso de uma generalização do teorema de Wick para sistemas localmente equilibrados encontramos que [2, 4]

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle &= \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle + \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle + \\ &+ \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde $\hat{a}_{\vec{k}}$ e $\hat{a}_{\vec{k}}^\dagger$ são os operadores de criação e aniquilação das partículas livres. O primeiro termo representa o espectro das partículas, o segundo é o termo caótico, que reflete a estatística quântica de bósons idênticos e o terceiro é o termo comprimido, que é não nulo somente se tiver ocorrido mudança de massa das partículas no meio termalizado, conforme ficará mais claro à diante. Seguindo a notação acima, as amplitudes caótica e comprimida podem ser escritas como

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle \quad (4.5)$$

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1} \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle, \quad (4.6)$$

sendo que, $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ é a amplitude caótica refletindo a presença de partículas idênticas, que dá origem ao Efeito HBT; $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ é a amplitude comprimida que da origem às correlações comprimidas ou *back-to-back* (BBC).

O modelo parte da consideração da seguinte hamiltoniana [1, 2, 4, 5]

$$H = H_0 - \frac{1}{2} \int d\vec{x} d\vec{y} \phi(\vec{x}) \delta M^2(\vec{x} - \vec{y}) \phi(\vec{y}), \quad (4.7)$$

sendo

$$H_0 = \frac{1}{2} \int d\vec{x} \left(\dot{\phi} + |\vec{\nabla}\phi|^2 + m_0^2\phi^2 \right), \quad (4.8)$$

onde H_0 é o hamiltoniano assintótico no referencial de repouso da matéria, inicialmente considerada estática e infinita. Na hamiltoniana (4.7), o campo escalar $\phi(\vec{x})$ corresponde a quase-partículas que se propagam com massa efetiva modificada no meio, $m_*(|\vec{k}|)$, a qual pode depender do momento \vec{k} supondo-se que se relaciona com a massa assintótica, m_0 , por

$$\delta M^2(|\vec{k}|) = m_0^2 - m_*^2. \quad (4.9)$$

A função de correlação de duas partículas pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \frac{N_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}{N_1(\vec{k}_1)N_1(\vec{k}_2)} = \frac{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle}{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle} + \\ &+ \frac{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle}{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle} + \frac{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2} \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle}{\omega_{\vec{k}_1}\omega_{\vec{k}_2} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_1} \rangle \langle \hat{a}_{\vec{k}_2}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle}. \end{aligned}$$

Podemos ainda reescrever essa expressão na forma

$$C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 1 + \frac{|G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)} + \frac{|G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)}. \quad (4.10)$$

O operador de aniquilação (criação) para o quantum assintótico com quadrimomento $k^\mu = (\omega_{\vec{k}}, \vec{k})$, onde $\omega_{\vec{k}}^2 = \vec{k}^2 + m^2$, é denotado por $\hat{a}_{\vec{k}}$ ($\hat{a}_{\vec{k}}^\dagger$). Já o operador de aniquilação (criação) para o quantum no meio terminalizado, com quadrivetor energia-momento $k^{*\mu} = (\Omega_{\vec{k}}, \vec{k})$, sendo $\Omega_{\vec{k}}^2 = \vec{k}^2 + m_*^2(|\vec{k}|)$, é denotado por $\hat{b}_{\vec{k}}$ ($\hat{b}_{\vec{k}}^\dagger$). Esses operadores, assintóticos ($\hat{a}_{\vec{k}}$, $\hat{a}_{\vec{k}}^\dagger$) e no meio ($\hat{b}_{\vec{k}}$, $\hat{b}_{\vec{k}}^\dagger$) são relacionados através de uma transformação de Bogoliubov-Valatin (BV), ou seja,

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\vec{k}} &= c_{\vec{k}}\hat{b}_{\vec{k}} + s_{-\vec{k}}^*\hat{b}_{-\vec{k}}^\dagger \\ \hat{a}_{\vec{k}}^\dagger &= c_{\vec{k}}^*\hat{b}_{\vec{k}}^\dagger + s_{-\vec{k}}\hat{b}_{-\vec{k}}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde

$$\begin{aligned} c_{\vec{k}} &= \cosh(f_{\vec{k}}) \\ s_{\vec{k}} &= \sinh(f_{\vec{k}}). \end{aligned} \quad (4.12)$$

O argumento em (4.12), $f_{\vec{k}}$, é o parâmetro de *squeezing*, definido em termos das partículas livres de quadrivetor energia-momento \vec{k}^μ e das partículas no meio termalizado com quadrivetor energia-momento $\vec{k}^{*\mu}$, por

$$f_{\vec{k}} = \frac{1}{2} \log \left[\frac{\omega_{\vec{k}}}{\Omega_{\vec{k}}} \right],$$

com

$$\begin{aligned} \omega_{\vec{k}}^2 &= m^2 + \vec{k}^2 \\ \Omega_{\vec{k}}^2 &= m_*^2 + \vec{k}^2 = \omega_{\vec{k}}^2 - \delta M^2(|\vec{k}|). \end{aligned} \quad (4.13)$$

A transformação de Bogoliubov-Valatin é equivalente a uma operação de compressão (*squeezing*), de onde se origina a denominação de $f_{\vec{k}}$.

A média térmica para um gás globalmente termalizado de quanta \hat{b} , que é homogêneo no volume V, é escrita como

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\frac{1}{T} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \Omega_{\vec{k}} \hat{b}_{\vec{k}}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}} \right\}. \quad (4.14)$$

Usando as transformações de BV dadas em (4.11), podemos reescrever as equações (4.5) e (4.6)

$$\begin{aligned} G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \langle \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \rangle = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \text{Tr} \left[\hat{\rho} \hat{a}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_2} \right] \\ &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \text{Tr} \left[\hat{\rho} (c_{\vec{k}_1}^* \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger + s_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_1}) (c_{\vec{k}_2} \hat{b}_{\vec{k}_2} + s_{-\vec{k}_2}^* \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger) \right] \\ &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(c_{\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \right) \right] + \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(s_{-\vec{k}_1} c_{\vec{k}_2} \hat{b}_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{\vec{k}_2} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(c_{\vec{k}_1}^* s_{-\vec{k}_2}^* \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \right) \right] + \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(s_{-\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \hat{b}_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \right) \right] \right\} \\ &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(c_{\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \right) \right] + \text{Tr} \left[\hat{\rho} \left(s_{-\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \hat{b}_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

A expressão para a amplitude caótica pode ser, então, escrita na forma

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ c_{\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \langle \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \rangle + s_{-\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \langle \hat{b}_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \rangle \right\}, \quad (4.15)$$

onde apenas os termos com números iguais de $\hat{b}_{\vec{k}}$ e $\hat{b}_{\vec{k}}^\dagger$ sobrevivem. Da mesma forma, para $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ obtemos

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ s_{-\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \langle \hat{b}_{-\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \rangle + c_{\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \langle \hat{b}_{\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \rangle \right\}. \quad (4.16)$$

As expressões para as $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ em um meio homogêneo podem ser calculadas usando a matriz densidade $\hat{\rho}$ e as médias térmicas indicadas acima, resultando em

$$\begin{aligned} G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ c_{\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \langle \hat{b}_{\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \rangle + s_{-\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \langle \hat{b}_{-\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \rangle \right\} \\ &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left[|c_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}|^2 n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} + |s_{-\vec{k}_1, -\vec{k}_2}|^2 (n_{-\vec{k}_1, -\vec{k}_2} + 1) \right] \frac{V}{(2\pi)^3} \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \end{aligned} \quad (4.17)$$

e

$$\begin{aligned} G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left\{ s_{-\vec{k}_1}^* c_{\vec{k}_2} \langle \hat{b}_{-\vec{k}_1}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}_2} \rangle + c_{\vec{k}_1} s_{-\vec{k}_2}^* \langle \hat{b}_{\vec{k}_1} \hat{b}_{-\vec{k}_2}^\dagger \rangle \right\} \\ &= \sqrt{\omega_{\vec{k}_1} \omega_{\vec{k}_2}} \left[s_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* c_{(\vec{k}_2, -\vec{k}_1)} n_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)} + c_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} s_{(-\vec{k}_2, \vec{k}_1)}^* \right. \\ &\quad \left. (n_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} + 1) \right] \frac{V}{(2\pi)^3} \delta_{\vec{k}_1, -\vec{k}_2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Nas expressões (4.17) e (4.18), $n_{\vec{k}} = [\exp\{\Omega_{\vec{k}}/T - 1\}]^{-1}$ é a distribuição de Bose-Einstein de uma partícula no meio, com energia $\Omega_{\vec{k}}$ à temperatura T.

Supondo que as partículas representadas pelo operador \hat{b} , presentes no gás térmico, sejam emitidas repentinamente em um dado instante e a uma dada temperatura, o espectro de partícula única é escrito como

$$N_1(\vec{k}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}} n_1(\vec{k}), \quad (4.19)$$

com

$$\begin{aligned} n_1(\vec{k}) &= \left\langle (c_{\vec{k}}^* \hat{b}_{\vec{k}}^\dagger + s_{-\vec{k}} \hat{b}_{-\vec{k}}) (c_{\vec{k}} \hat{b}_{\vec{k}} + s_{-\vec{k}}^* \hat{b}_{-\vec{k}}^\dagger) \right\rangle \\ &= |c_{\vec{k}}|^2 \langle \hat{b}_{\vec{k}}^\dagger \hat{b}_{\vec{k}} \rangle + |s_{-\vec{k}}|^2 \langle \hat{b}_{-\vec{k}} \hat{b}_{-\vec{k}}^\dagger \rangle \\ &= |c_{\vec{k}}|^2 n_{\vec{k}} + |s_{-\vec{k}}|^2 (n_{-\vec{k}} + 1). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Os operadores dos quanta no meio obedecem às mesmas relações de comutação que operadores dos quanta livres.

No caso de termos um sistema homogêneo e infinito, como o que estamos considerando até aqui, vemos pelas equações (4.17) e (4.18) que $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \propto V \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \propto V \delta_{\vec{k}_1, -\vec{k}_2}$. Desta forma, o resultado da função de correlação de duas partículas é unitário, exceto quando sua emissão for paralela, no primeiro caso, o que leva à correlação de Bose-Einstein entre partículas idênticas (Efeito Hambury-Brown-Twiss), ou anti-paralela, no segundo caso,

levando às correlações comprimidas (BBC). Dessa forma, usando (4.17) e (4.20) obtemos para $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k}$, o máximo da função de correlação de partículas idênticas

$$C_2(\vec{k}, \vec{k}) = 1 + \frac{|G_c(\vec{k}, \vec{k})|^2}{G_c(\vec{k}, \vec{k})G_c(\vec{k}, \vec{k})} = 2. \quad (4.21)$$

Para o cálculo de $C_2(\vec{k}, -\vec{k})$ no limite de momentos anti-paralelos de partícula e antipartícula, usando (4.18) e (4.20), temos

$$\begin{aligned} C_2(\vec{k}, -\vec{k}) &= 1 + \frac{|G_s(\vec{k}, -\vec{k})|^2}{G_c(\vec{k}, \vec{k})G_c(-\vec{k}, -\vec{k})} \\ &= 1 + \frac{\left| s_{-\vec{k}}^* c_{-\vec{k}} n_{-\vec{k}} + s_{\vec{k}}^* c_{\vec{k}} (n_{\vec{k}} + 1) \right|^2}{n_1(\vec{k}) n_1(-\vec{k})} \\ &= 1 + \frac{\left| s_{\vec{k}} c_{\vec{k}}^* n_{\vec{k}} + s_{-\vec{k}} c_{-\vec{k}}^* (n_{-\vec{k}} + 1) \right|^2}{n_1(\vec{k}) n_1(-\vec{k})}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Observamos então que enquanto HBT, no caso bosônico, é limitado a $1 \leq C_c(\vec{k}, \vec{k}) \leq 2$, a correlação *back-to-back* é ilimitada superiormente, ou seja, $1 \leq C_s(\vec{k}, -\vec{k}) < \infty$. Dessa forma, no limite de $|\vec{k}| \rightarrow \infty$, $n_{\pm\vec{k}} \approx 0$, $f_0 \rightarrow 0$ e, conseqüentemente $|c_{\vec{k}}| \rightarrow 1$ e $|s_{\vec{k}}| \rightarrow 0$. Assim, através de (4.23) vemos que $\lim_{|\vec{k}| \rightarrow \infty} C_2(\vec{k}, -\vec{k}) \rightarrow 1 + \frac{|c_{\vec{k}}|^2}{|s_{\vec{k}}|^2} \rightarrow 1 + \frac{1}{|s_{\vec{k}}|^2} \rightarrow \infty$, mostrando que as correlações comprimidas têm intensidade ilimitada.

4.2 Modificação de massa e relações cinemáticas em sistemas finitos em expansão

No estudo da expansão do nosso sistema consideraremos para a função de emissão, uma parametrização hidrodinâmica não-relativística, adotando o procedimento das Ref.[12, 13]. Nesse modelo a bola de fogo expande-se de maneira esfericamente simétrica, com quadrivelocidade $u^\mu = \gamma(1, \vec{v})$, $\gamma = (1 - \vec{v}^2)^{1/2}$, sendo

$$\vec{v} = \langle u \rangle \frac{\vec{r}}{R}, \quad (4.24)$$

onde $\langle u \rangle$ é a velocidade média de expansão do sistema e R o raio da bola de fogo.

Dividimos o fluido inomogêneo em células independentes e assumimos que as equações (4.15) e (4.16) possam ser calculadas dentro de cada célula usando as transformações BV dadas em (4.11). Então, as amplitudes $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ podem ser escritas na forma derivada por Makhlin e Sinyukov [6, 8], dadas pelas equações (22) e (23) da Ref. [2]. Desta forma podemos escrever

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4\sigma^\mu(x) K_{1,2}^\mu \exp\{iq_{1,2} \cdot x\} \\ \times \left[|c_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}|^2 n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} + |s_{-\vec{k}_1, -\vec{k}_2}|^2 \left(n_{-\vec{k}_1, -\vec{k}_2} + 1 \right) \right] \quad (4.25)$$

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4\sigma^\mu(x) K_{1,2}^\mu \exp\{iK_{1,2} \cdot x\} \\ \times \left[s_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* c_{(\vec{k}_2, -\vec{k}_1)} n_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)} + c_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} s_{(-\vec{k}_2, \vec{k}_1)}^* \left(n_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} + 1 \right) \right]. \quad (4.26)$$

Nas expressões acima, $d^4\sigma^\mu(x) = d^3\Sigma^\mu(x; \tau_f) F(\tau_f) d\tau_f$ é o produto do elemento de volume orientado segundo a normal, que depende parametricamente de τ_f , parâmetro da hipersuperfície de desacoplamento e da sua função de distribuição invariante, $F(\tau_f)$; u^μ é o quadrivetor de fluxo (*flow*) local.

Nas equações (4.25) e (4.26), também estão presentes os termos referentes a distribuição de densidade local ($n_{\vec{k}_i, \vec{k}_j} \equiv n(x, K_{i,j})$) e as funções relacionadas ao parâmetro de *squeezing*, $c_{\vec{k}_i, \vec{k}_j} = \cosh[f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(x)]$ e $s_{\vec{k}_i, \vec{k}_j} = \sinh[f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(x)]$, onde

$$f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(x) = \frac{1}{2} \log \left[\frac{K_{i,j}^\mu(x) u_\mu(x)}{K_{i,j}^{*\nu}(x) u_\nu(x)} \right], \quad (4.27)$$

sendo $u_\mu(x)$ o vetor de fluxo (*flow*) local no desacoplamento (*freeze-out*). As coordenadas de quadrimomento relativo e médio dos pares envolvidos são definidas como

$$q_{1,2}^0 = \omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2}; \quad \vec{q}_{1,2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \quad (4.28)$$

$$K_{1,2}^0 = \frac{1}{2} (\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2}); \quad \vec{K}_{1,2} = \frac{1}{2} (\vec{k}_1 + \vec{k}_2). \quad (4.29)$$

Assim, podemos agrupá-las nos quadrimomentos relativo e médio das partículas \vec{k}_1 e \vec{k}_2 na forma,

$$q_{i,j}^\mu(x) = k_i^\mu - k_j^\mu; \quad K_{i,j}^\mu(x) = \frac{1}{2} (k_i^\mu + k_j^\mu), \quad (4.30)$$

onde k_i^μ , para $i = \pm 1, \pm 2$, pode ser expresso na forma proposta na Ref.[2] e utilizada também em [4], ou seja,

$$\begin{aligned} k_{\pm i}^\mu(x) &= \omega_{\vec{k}_i} u^\mu \pm \tilde{k}_i^\mu(x) \\ k_{\pm i}^\mu(x) k_{\pm i \mu}(x) &= \left(\omega_{\vec{k}_i} u^\mu + \tilde{k}_i^\mu(x) \right) \cdot \left(\omega_{\vec{k}_i} u_\mu + \tilde{k}_{i \mu}(x) \right) = \omega_{\vec{k}_i} \omega_{\vec{k}_i} + \tilde{k}_i^\mu \tilde{k}_{i \mu}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

sendo \tilde{k}_i^μ ortogonal a u^μ , por construção. Logo, dois termos da multiplicação são nulos. Mas, $m^2 = \omega_{\vec{k}_i}^2 + \tilde{k}_i^\mu \tilde{k}_{i \mu}$, portanto $k_{\pm i}^\mu k_{\pm i \mu} = m^2 - \tilde{k}_i^\mu \tilde{k}_{i \mu} + \tilde{k}_i^\mu \tilde{k}_{i \mu} = m^2$.

Multiplicando ambos os lados de (4.31) por u_μ , temos

$$k_{\pm i}^\mu u_\mu = \omega_{\vec{k}_i} u^\mu u_\mu \pm \tilde{k}_i^\mu(x) u_\mu = \omega_{\vec{k}_i}, \quad (4.32)$$

uma vez que, $u^\mu u_\mu = 1$ e $\tilde{k}_i^\mu(x) u_\mu = 0$. Assim, juntando os resultados de (4.31) e (4.32), podemos escrever

$$\omega_{\vec{k}_i} = \sqrt{m^2 - \tilde{k}_i^\mu \tilde{k}_{i \mu}} = \tilde{k}_i^\mu u_\mu. \quad (4.33)$$

Podemos também escrever

$$\tilde{k}_i^\mu = k_i^\mu - k_i \cdot u(x) u^\mu(x). \quad (4.34)$$

Analogamente, as quantidades presentes no meio quente e denso, ou comprimidas, são dadas por

$$q_{i,j}^{*\mu}(x) = k_i^{*\mu} - k_j^{*\mu}; \quad K_{i,j}^{*\mu}(x) = \frac{1}{2} (k_i^{*\mu} + k_j^{*\mu}), \quad (4.35)$$

também temos

$$k_{\pm i}^{*\mu}(x) = \Omega_i u^\mu \pm \tilde{k}_i^{*\mu} \quad (4.36)$$

$$\Omega_{\vec{k}_i} = \sqrt{m_*^2(x, \vec{k}) - \tilde{k}_i^{*\mu} \tilde{k}_{i \mu}^*} = \tilde{k}_i^{*\mu} u_\mu. \quad (4.37)$$

Este resultado é obtido fazendo cálculos semelhantes aos do caso das quantidades assintóticas. Assim, $\tilde{k}_i^\mu = \tilde{k}_i^{*\mu}$ o que é mais evidente no referencial de repouso, pois $\tilde{k}_i^\mu u_\mu = 0$ e $\tilde{k}_i^{*\mu} u_\mu = 0$, porém, vale em geral. É bom notar que definimos as quantidades no meio termalizado, por asteriscos e as quatidades assintóticas, sem asteriscos.

Nas expressões acima, vemos que a energia assintótica da partícula no referencial que se move localmente com *flow* é dada por

$$\omega_{\vec{k}_i}(x) = k_i^\mu(x)u_\mu = k_{\pm i}^\mu(x)u_\mu, \quad (4.38)$$

enquanto que, devido a modificação da massa, no meio a relação torna-se

$$\Omega_{\vec{k}_i}(x) = k_i^{*\mu}(x)u_\mu = k_{\pm i}^{*\mu}(x)u_\mu. \quad (4.39)$$

Esses resultados podem ser visualizados na Figura 4.1, extraída da Ref.[4] onde estão ilustrados ambos os limites relativístico e não-relativístico.

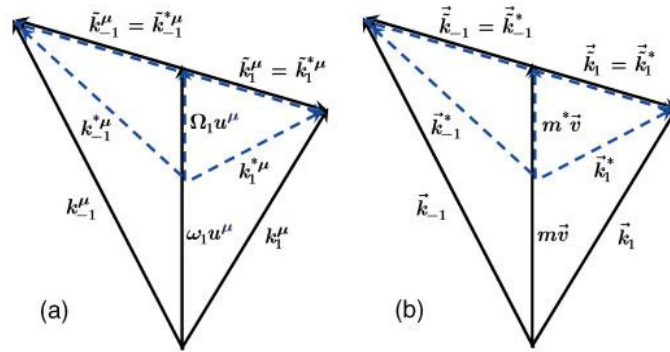


Figura 4.1: A parte (a) dessa figura fornece a visão pictórica no caso relativístico e na (b), está sendo ilustrado o caso não relativístico. As variáveis $\tilde{k}_i^\mu = \tilde{k}_i^{*\mu}$ são ortogonais a u^μ em termos do quais são definidos os momentos localmente *back-to-back*. Essa figura foi extraída da Ref. [4].

Usando as expressões acima, vamos calcular o parâmetro de *squeezing* (4.27)

$$\begin{aligned} f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(x) &= \frac{1}{2} \log \left[\frac{K_{i,j}^\mu(x)u_\mu(x)}{K_{i,j}^{*\nu}(x)u_\nu(x)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \log \left[\frac{1/2 \left(\omega_{\vec{k}_i}(x) + \omega_{\vec{k}_j}(x) \right)}{1/2 \left(\Omega_{\vec{k}_i}(x) + \Omega_{\vec{k}_j}(x) \right)} \right] = f_{\vec{k}_{\pm i}, \vec{k}_{\pm j}}(x), \end{aligned} \quad (4.40)$$

uma vez que,

$$\begin{aligned}
K_{i,j}^\mu(x)u_\mu(x) &= \frac{1}{2} (k_i^\mu + k_j^\mu) u_\mu(x) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\omega_{\vec{k}_i} u^\mu + \tilde{k}_i^\mu \right) + \left(\omega_{\vec{k}_j} u^\mu + \tilde{k}_j^\mu \right) \right] u_\mu \\
&= \frac{1}{2} \left[\omega_{\vec{k}_i} + \omega_{\vec{k}_j} \right], \tag{4.41}
\end{aligned}$$

e analogamente para $K_i^{*\mu}u_\mu$, uma vez que $\tilde{k}_i^\mu u_\mu \equiv 0$, por construção.

Vamos calcular os efeitos do *flow* para um sistema expandindo-se não-relativisticamente e com simetria esférica, onde o desacoplamento (*freeze-out*) ocorre em uma dada temperatura constante T. Vamos considerar que a velocidade de expansão (*flow*) seja não-relativística, ou seja, que possa ser aproximada por

$$\begin{aligned}
u^\mu &= \gamma(1, \vec{v}) \\
\gamma &= \sqrt{1 - v^2} \approx 1 + \frac{v^2}{2} \approx 1 \\
\therefore u^\mu &\approx (1, \vec{v}). \tag{4.42}
\end{aligned}$$

Logo,

$$\tilde{k}_i^\mu = k_i^\mu - k_i^\nu \cdot u_\nu(x)u^\mu(x) = k_i^\mu - k_i \cdot u(x)(1, \vec{v}) = k_i^\mu - \omega_{\vec{k}_i}(1, \vec{v}). \tag{4.43}$$

Assim, as componentes espaciais escritas na forma

$$\begin{aligned}
\tilde{\vec{k}}_i &= \vec{k}_i - \omega_i \vec{v} = \vec{k}_i - \left(\sqrt{m^2 + \vec{k}_i^2} \right) \vec{v} \\
&= \vec{k}_i - m \left(\sqrt{1 + \vec{k}_i^2/m^2} \right) \vec{v} \approx \vec{k}_i - m\vec{v} - \frac{\vec{k}_i^2}{2m} \vec{v}.
\end{aligned}$$

Portanto, no limite não-relativístico, temos

$$\tilde{\vec{k}}_i = \vec{k}_i - m\vec{v}. \tag{4.44}$$

Analogamente,

$$\tilde{\vec{k}}_i^* = \vec{k}_i^* - m_*\vec{v}. \tag{4.45}$$

Como $\tilde{k}_i^\mu = \tilde{k}_i^{*\mu}$ e, portanto, $\tilde{\vec{k}}_i = \tilde{\vec{k}}_i^*$, então

$$\vec{k}_i - m\vec{v} = \vec{k}_i^* - m_*\vec{v}. \tag{4.46}$$

Lembrando que $k_{\pm i}^\mu(x) = \omega_{\vec{k}_i} u^\mu \pm \tilde{k}_i^\mu(x)$, as componentes espaciais ficam $\vec{k}_{\pm i}(\vec{r}) = \omega_{\vec{k}_i} \vec{v}(\vec{r}) \pm \tilde{\vec{k}}_i$. Assim sendo, dentro da aproximação não-relativística, vale a relação $\vec{k}_{\pm i}(\vec{r}) = m\vec{v}(\vec{r}) \pm \tilde{\vec{k}}_i \mp m\vec{v}(\vec{r})$, e analogamente, $\vec{k}_{\pm i}^*(\vec{r}) = m_*\vec{v}(\vec{r}) \pm \tilde{\vec{k}}_i^* \mp m_*\vec{v}(\vec{r})$.

Com o auxílio das expressões acima podemos escrever os momentos médio e relativo local, no meio termalizado, ou seja, sendo $\vec{k}_{1,2}^* = m_*\vec{v}(\vec{r}) - m\vec{v}(\vec{r}) + \vec{k}_{1,2}$, como

$$\begin{aligned}\vec{K}_{1,2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1^* + \vec{k}_2^* \right) \\ \vec{K}_{1,2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left[\left(m_*\vec{v}(\vec{r}) - m\vec{v}(\vec{r}) + \vec{k}_1 \right) + \left(m_*\vec{v}(\vec{r}) - m\vec{v}(\vec{r}) + \vec{k}_2 \right) \right] \\ \vec{K}_{1,2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 \right) + (m_* - m)\vec{v}(\vec{r}).\end{aligned}$$

Tomando o cuidado de sempre escrever $\vec{k}_{\pm 1}$ e $\vec{k}_{\pm 2}$ da forma citada acima e sempre observando o sinal do índice em questão, obtemos os resultados abaixo

$$\begin{aligned}\vec{q}_{1,2}^*(\vec{r}) &= \vec{k}_1^* - \vec{k}_2^* = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \\ \vec{K}_{1,-2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1^* - \vec{k}_{-2}^* \right) = \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 \right) + m_*\vec{v}(\vec{r}) \\ \vec{q}_{1,-2}^*(\vec{r}) &= \vec{k}_1^* - \vec{k}_{-2}^* = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - 2m\vec{v}(\vec{r}) \\ \vec{K}_{-1,2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left(\vec{k}_{-1}^* + \vec{k}_2^* \right) = m_*\vec{v}(\vec{r}) - \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 \right) \\ \vec{q}_{-1,2}^*(\vec{r}) &= \vec{k}_{-1}^* - \vec{k}_2^* = 2m\vec{v}(\vec{r}) - \left(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 \right) \\ \vec{K}_{-1,-2}^*(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \left(\vec{k}_{-1}^* + \vec{k}_{-2}^* \right) = (m_* + m)\vec{v}(\vec{r}) - \frac{1}{2} \left(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 \right) \\ \vec{q}_{-1,-2}^*(\vec{r}) &= \vec{k}_{-1}^* - \vec{k}_{-2}^* = - \left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 \right).\end{aligned}$$

Como podemos ver, $\vec{q}_{1,2}^*(\vec{r}) = \vec{q}_{1,2}(\vec{r})$. Agora, com a ajuda das expressões acima, vamos escrever $\vec{K}_{i,j}^{*\mu} u_\mu$, com $u_\mu = \gamma(1, \vec{v})$, no limite não-relativístico, ou seja,

$$\begin{aligned}
K_{i,j}^{*\mu} u_\mu &= \frac{1}{2} (k_i^{*\mu} + k_j^{*\mu}) u_\mu = \frac{1}{2} \gamma (k_i^{*0} + k_j^{*0}) - \frac{1}{2} \gamma (\vec{k}_i^* + \vec{k}_j^*) \cdot \vec{v} \\
&= \frac{1}{2} \gamma \left[(k_i^{*0} + k_j^{*0}) - (\vec{k}_i^* + \vec{k}_j^*) \cdot \vec{v} \right] \\
&\cong \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\vec{v}^2}{2} \right) \cdot \left(\sqrt{\vec{k}_i^2 + m_*^2} + \sqrt{\vec{k}_j^2 + m_*^2} - \vec{k}_i^* \cdot \vec{v} - \vec{k}_j^* \cdot \vec{v} \right) \\
&\cong \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\vec{v}^2}{2} \right) \cdot \left[m_* \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\vec{k}_i^{*2}}{m_*^2} \right) + m_* \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\vec{k}_j^{*2}}{m_*^2} \right) - \vec{k}_i^* \cdot \vec{v} - \vec{k}_j^* \cdot \vec{v} \right] \\
&\cong m_* + \frac{1}{4} \frac{\vec{k}_i^{*2}}{m_*} + \frac{1}{4} \frac{\vec{k}_j^{*2}}{m_*} + \frac{m_* \vec{v}^2}{2} + \frac{\vec{k}_i^{*2} \vec{v}^2}{8m_*} + \frac{\vec{k}_j^{*2} \vec{v}^2}{8m_*} - \frac{\vec{k}_i^* \cdot \vec{v}}{2} - \frac{\vec{k}_j^* \cdot \vec{v}}{2}. \quad (4.47)
\end{aligned}$$

Como que estamos usando a aproximação não-relativística, podemos considerar desprezível a soma $\frac{\vec{k}_i^{*2} \vec{v}^2}{8m_*} + \frac{\vec{k}_j^{*2} \vec{v}^2}{8m_*} \approx 0$, por ser de ordem superior na velocidade. Logo,

$$K_{i,j}^{*\mu} u_\mu \cong m_* + \frac{1}{4m_*} \left[(\vec{k}_i^* - m_* \vec{v})^2 + (\vec{k}_j^* - m_* \vec{v})^2 \right], \quad (4.48)$$

podemos ainda escrever os momentos individuais das partículas em termos dos momentos médio e relativo, ou seja,

$$\vec{k}_i = \vec{K}_{i,j}^* + \frac{\vec{q}_{i,j}^*}{2} \quad \text{e} \quad \vec{k}_j = \vec{K}_{i,j}^* - \frac{\vec{q}_{i,j}^*}{2}. \quad (4.49)$$

Assim, reescrevendo (4.48) usando as expressões de (4.49) temos que

$$K_{i,j}^{*\mu} u^\mu \cong m_* + \frac{1}{2m_*} \left[\left(\vec{K}_{i,j}^* - m_* \vec{v}(\vec{r}) \right)^2 + \frac{\vec{q}_{i,j}^{*2}}{4} \right]. \quad (4.50)$$

Por outro lado, lembrando que $\vec{k}_i^* = (m_* - m) \vec{v} + \vec{k}_i$, podemos também escrever

$$\begin{aligned}
K_{i,j}^{*\mu} u^\mu &\cong m_* + \frac{1}{4m_*} \left[(\vec{k}_i - m \vec{v})^2 + (\vec{k}_j - m \vec{v})^2 \right] \\
&\cong m_* + \frac{1}{2m_*} \left[\left(\vec{K}_{i,j}^* - m \vec{v}(\vec{r}) \right)^2 + \frac{\vec{q}_{i,j}^{*2}}{4} \right]. \quad (4.51)
\end{aligned}$$

As relação escritas acima implicam que, no limite não-relativístico, tenhamos

$$\vec{K}_{i,j}^* - m_* \vec{v} = \vec{K}_{i,j} - m \vec{v}. \quad (4.52)$$

De posse das relações cinemáticas, podemos voltar aos cálculos das amplitudes que levam aos efeitos HBT e BBC. Interessamos investigar os efeitos

de tamanho finito da região onde ocorre a mudança de massa. Denotando o volume total do sistema termalizado por V , e o volume da região onde ocorre a modificação da massa por V_s , no caso geral temos $V_s \leq V$. Visando obter resultados analíticos para as expressões das amplitudes $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$, fazemos algumas simplificações. Por exemplo, consideramos que o volume que delimita a região onde a massa é modificada tenha uma forma gaussiana. E, para efetuar as integrações, em vez de considerar um domínio de integração particular, calculamos as integrais espaciais em (4.25) e (4.26), multiplicando os integrandos por um peso gaussiano, $\exp\{-\vec{r}^2/2R_s^2\}$, estendendo a região de integração até o infinito. Dessa forma, as amplitudes caótica e comprimida podem ser escritas, respectivamente, como

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{r} \exp\left[-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{\vec{r}^2}{2R_s^2}\right] \times \left[|c_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}|^2 n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} + |s_{-\vec{k}_1, -\vec{k}_2}|^2 \left(n_{\vec{k}_{-1}, \vec{k}_{-2}} + 1 \right) \right] + \left(1 - \exp\left[-\frac{\vec{r}^2}{2R_s^2}\right] \right) n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} \right\} \quad (4.53)$$

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{r} \exp\left[-i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{\vec{r}^2}{2R_s^2}\right] \times \left[s_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* c_{(\vec{k}_2, -\vec{k}_1)} n_{(-\vec{k}_1, \vec{k}_2)} + c_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} s_{(-\vec{k}_2, \vec{k}_1)}^* \left(n_{(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)} + 1 \right) \right] \right\}, \quad (4.54)$$

onde $n_{(\vec{k}_i, \vec{k}_j)}^{(*)}$ indica que a função de distribuição local no meio deve ser calculada com os momentos médios, isto é, $n_{(\vec{k}_i, \vec{k}_j)}^{(*)} = n(x, K_{i,j}^{(*)})$. A integral sobre a região $(1 - \exp\{-\vec{r}^2/2R_s^2\})$, no caso da amplitude caótica, indica que estamos calculando $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ onde não há mudança da massa das partículas ali presentes, correspondendo ao cálculo na região $V - V_s$. Desta forma, na região livre de *squeezing* $c(\vec{k}_i, \vec{k}_j) \rightarrow 1$ e $s(\vec{k}_i, \vec{k}_j) \rightarrow 0$, pois nela $m_* = m$.

Precisamos agora da expressão de $n_{(\vec{k}_i, \vec{k}_j)}^*$ e $n_{(\vec{k}_i, \vec{k}_j)}$. Para tal, fazemos mais uma simplificação, considerando o limite de Boltzmann da distribuição de Bose-Einstein, isto é, aproximamos

$$n(x, K_{i,j}^*) \approx \exp\left\{-\frac{K_{i,j}^\mu u_\mu(x) - \mu(x)}{T(x)}\right\}. \quad (4.55)$$

Essa mesma expressão vale para $n_{(\vec{k}_i, \vec{k}_j)}^*$ substituindo $K_{i,j}(x)$ por $K_{i,j}^*(x)$. O potencial químico neste modelo tem sua forma inspirada em uma parametrização de resultados da hidrodinâmica [12, 13],

$$\frac{\mu(x)}{T(x)} = \frac{\mu_0}{T} - \frac{r^2}{2R^2}. \quad (4.56)$$

Utilizando a expressão (4.50), podemos escrever(4.55) como

$$\begin{aligned} n(x, K_{i,j}^*) &\approx \exp \left\{ -\frac{K_{i,j}^{*\mu} u_\mu(x) - \mu(x)}{T(x)} \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{m_*}{T(x)} - \frac{1}{2m_*T} \left[\left(\vec{K}_{i,j} - m\vec{v}(\vec{r}) \right)^2 + \frac{(\vec{q}_{i,j})^2}{4} \right] + \frac{\mu_0}{T} - \frac{r^2}{2R^2} \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{(m_* - \mu_0)}{T} - \frac{1}{2m_*T} \left[\left(\vec{K}_{i,j} - m\vec{v}(\vec{r}) \right)^2 + \frac{(\vec{q}_{i,j})^2}{4} \right] + \frac{r^2}{2R^2} \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{(m_* - \mu_0)}{T} \right\} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2R^2} - \frac{1}{2m_*T} \right. \\ &\quad \left. \times \left[\left(\frac{(\vec{k}_i + \vec{k}_j)}{2} - \frac{m \langle u \rangle \vec{r}}{R} \right)^2 + \frac{(\vec{k}_i - \vec{k}_j)^2}{4} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Denotando $n_0^* = \exp \left\{ -\frac{(m_* - \mu_0)}{T} \right\}$, sendo que o fator $e^{-\mu_0/T_0}$ que pode ser obtido através da normalização do espectro, a expressão para $n^*(x, K_{i,j}^*)$ pode ser escrita como

$$n_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}^*(\vec{r}) = n_0^* \exp \left\{ -\frac{r^2}{2R^2} - \frac{\left[\left(\frac{(\vec{k}_i + \vec{k}_j)}{2} - m \langle u \rangle \vec{r}/R \right)^2 + \frac{(\vec{k}_i - \vec{k}_j)^2}{4} \right]}{2m_*T} \right\}. \quad (4.57)$$

Na derivação de (4.57) foi usado o fato que $\vec{q}_{i,j}^* = \vec{q}_{i,j}$ e também a relação (4.52). Nas expressões (4.53) e (4.54), observamos que os índices i e j de $n(x, K_{i,j}^*)$ podem assumir valores ± 1 e ± 2 . Repetindo os cálculos para esses casos, veremos que os resultados coincidem, ou seja,

$$\begin{aligned} n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^*(\vec{r}) &= n_0^* \exp \left\{ -\frac{r^2}{2R^2} - \frac{\left[\left(\frac{(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2} - m \langle u \rangle \vec{r}/R \right)^2 + \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{4} \right]}{2m_*T} \right\} \\ &= n_{\vec{k}_{-1}, \vec{k}_{-2}}^*(\vec{r}) = n_{\vec{k}_{-1}, \vec{k}_2}^*(\vec{r}) = n_{\vec{k}_1, \vec{k}_{-2}}^*(\vec{r}). \end{aligned} \quad (4.58)$$

Também podemos calcular $n_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}^*(\vec{r})$ a partir da equação (4.57), trocando m_* por m e, em seguida, relações semelhantes a (4.58) para os índices $i, j = \pm 1, \pm 2$.

Para pequenas alterações da massa, ou seja, considerando que $(m_* - m)/m \ll 1$, e lembrando que vale a equação (4.52) dentro das aproximações que estamos supondo, o fator de *squeezing* pode ser escrito, aproximadamente, como

$$f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \log \left[\frac{K_{i,j}^\mu(x) u_\mu(x)}{K_{i,j}^{*\nu}(x) u_\nu(x)} \right] \approx \frac{1}{2} \log \left(\frac{m}{m_*} \right). \quad (4.59)$$

Essa aproximação pode ser bastante restritiva, mas permite considerar o parâmetro de *squeezing* como independente das coordenadas, isto é, $f_{\vec{k}_i, \vec{k}_j}(\vec{r}) = f_0$ e, conseqüentemente, os termos em $\cosh(f_0) \equiv c_0$ e $\sinh(f_0) \equiv s_0$ podem ser retirados do integrando. O procedimento equivale a desprezar os efeitos de *flow* no parâmetro de *squeezing* e permite a obtenção de resultados analíticos para as amplitudes $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$.

4.3 Amplitudes caótica e comprimida

Vamos agora detalhar, passo-a-passo, o procedimento adotado para calcular as amplitudes caótica e comprimida e, em seguida as funções de correlação:

a) Primeiramente introduzimos um perfil gaussiano nas nossa amplitudes, ou seja, consideramos que o volume que delimita a região onde a massa é modificada tenha forma gaussiana. Para simplificar os cálculos, multiplicamos os integrandos das integrais espaciais em (4.25) e (4.26) pelo peso $\exp\{-\vec{r}^2/R_s^2\}$ e estendemos a região de integração até o infinito. Fazemos então a integração considerando o caso de dois volumes, ou seja, uma região onde ocorre mudança de massa das quase-partículas e outra em que não há modificação de massa. Assim, o caso em que a mudança de massa ocorre em todo o volume do sistema pode ser facilmente obtido a partir do caso de dois volumes, ao final.

b) Para as amplitudes caótica e comprimida, inicialmente, escrevemos a integral em duas regiões separadas, sem alterar a sua forma, ou seja somamos e subtraímos o integrando multiplicado pelo peso gaussiano,

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \int d^3r \exp\{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\} \{ \exp\{-\vec{r}^2/R_s^2\} [|c_0|^2 n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* + |s_0|^2 (n_{(\vec{k}_{-1}, \vec{k}_{-2})}^* + 1)] + (1 - \exp\{-\vec{r}^2/R_s^2\}) [|c_0|^2 n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* + |s_0|^2 (n_{(\vec{k}_{-1}, \vec{k}_{-2})}^* + 1)] \}. \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned}
G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv & \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \int d^3r \exp \{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\} \{ \exp \{-\vec{r}^2/R_s^2\} [s_0^* c_0 \\
& n_{(\vec{k}_{-1}, \vec{k}_2)}^* + c_0 s_0^* (1 + n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_{-2})}^*)] + (1 - \exp \{-\vec{r}^2/R_s^2\}) \\
& [s_0^* c_0 n_{(\vec{k}_{-1}, \vec{k}_2)}^* + c_0 s_0^* (1 + n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_{-2})}^*)] \}. \tag{4.61}
\end{aligned}$$

c) O primeiro termos das equações (4.60) e (4.61) corresponde à integração no interior da região de *squeezing*, ou seja, no volume onde ocorre modificação da massa das quase-partículas. O segundo termo é integrado sobre a região restante, isto é, no volume do sistema em que não acontece mudança de massa, ou seja, $V - V_s$. É interessante notar que, na região onde não há *squeezing* $|c_0| = 1$, $|s_0| = 0$ e $n_0^* = n_0$.

d) Com a interpretação do ítem c), o segundo termo de $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$, passa a ser escrito como $\{(1 - e^{\{-\vec{r}^2/R_s^2\}})n_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^*\}$. O termo equivalente em $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ é nulo, pois $(1 - e^{\{-\vec{r}^2/R_s^2\}})$ é multiplicado por s_0 , que é zero fora da região onde a massa é modificada.

Com essas considerações, podemos finalmente escrever a forma das amplitudes caótica e comprimida para um sistema de dois volumes, ou seja,

$$\begin{aligned}
G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv & \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \int d^3r \exp \{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\} \{ \exp \{-\vec{r}^2/R_s^2\} [|c_0|^2 \\
& n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* + |s_0|^2 (n_{(\vec{k}_{-1}, \vec{k}_{-2})}^* + 1)] + (1 - \exp \{-\vec{r}^2/R_s^2\}) n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)} \} \tag{4.62}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv & \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \int d^3r \exp \{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\} \{ \exp \{-\vec{r}^2/R_s^2\} \\
& [|c_0||s_0| + 2n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^*|s_0||c_0|] \}. \tag{4.63}
\end{aligned}$$

Dada a equação (4.58), podemos reescrever a expressão (4.62) como

$$\begin{aligned}
G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = & \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \left\{ (|c_0|^2 + |s_0|^2)n_0^* \int d^3r \exp \left[-\vec{r}^2/R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \right. \right. \\
& - \left. \frac{\vec{r}^2}{R^2} - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2m_*T} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8m_*T} \right] + \\
& + |s_0|^2 \int d^3r \exp \left[-\vec{r}^2/R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} \right] + \\
& - n_0 \int d^3r \exp \left[-\vec{r}^2/R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} \right] + \\
& - \left. \frac{\vec{r}^2}{R^2} - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2mT} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8mT} \right] + \\
& + n_0 \int d^3r \exp \left[-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \right. \\
& - \left. \frac{\vec{r}^2}{R^2} - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2mT} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8mT} \right] \left. \right\}. \quad (4.64)
\end{aligned}$$

Podemos ver nessa expressão, que existe uma forma comum a todos dos termos dessa integral, onde, o mais “completo” possui a forma abaixo

$$\begin{aligned}
I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m_{(*)}) = & \int d^3r \exp \left[-\vec{r}^2/R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \right. \\
& - \left. \frac{\vec{r}^2}{R^2} - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2m_{(*)}T} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8m_{(*)}T} \right]. \quad (4.65)
\end{aligned}$$

Todos os termos de (4.64) são semelhantes a este, mas em alguns deles não aparecem todos parâmetros. Por causa dessa semelhança, podemos reescrever a equação (4.64) em termos desses parâmetros da forma abaixo

$$\begin{aligned}
G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = & \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^3} \left\{ (|c_0|^2 + |s_0|^2)n_0^* I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m_*) + \right. \\
& + |s_0|^2 I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, \infty, \infty, m_*) - I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m) + \\
& \left. + n_0 I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(\infty, R, T, m) \right\}. \quad (4.66)
\end{aligned}$$

Para calcular cada uma dessas integrais vamos primeiramente completar os quadrados e identificar as possíveis identidades que podem ser vistas abaixo

$$\begin{aligned}
\rho_*^{-2} &= R^2 \left(1 + m^2/m_* < u >^2 \right) + R_s^2; \\
R_*^2 &= R^{-2} \left(1 + m/T < u >^2 \right); \\
\tilde{T} &= T + m < u >^2; \\
\tilde{R}^{-2} &= R^{-2} \left(1 + m/T < u >^2 \right); \\
\tilde{\rho}^{-2} &= \tilde{R}^{-2} + R_s^2; \\
T_* &= T + m^2/m_* < u >^2 .
\end{aligned} \tag{4.67}$$

O resultados obtido para cada uma após os cálculos é

$$\begin{aligned}
I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m_*) &= (2\pi\rho_*^2)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{(\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2)}{4m_*T} - \frac{\rho_*^2}{2} [(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{im < u > (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2m_*TR}]^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4.68}$$

$$I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, \infty, \infty, m_*) = (2\pi R_s^2)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{R_s^2}{2} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 \right\} \tag{4.69}$$

$$\begin{aligned}
I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m) &= (2\pi\tilde{\rho}^2)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{(\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2)}{4mT} - \frac{\tilde{\rho}^2}{2} [(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{im < u > (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2mTR}]^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned}
I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(\infty, R, T, m) &= (2\pi\tilde{R}^2)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{(\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2)}{4mT} - \frac{\tilde{R}^2}{2} [(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{im < u > (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2mTR}]^2 \right\}.
\end{aligned} \tag{4.71}$$

Esses resultados são obtidos para o caso de dois volumes, como comentamos acima, para o caso de um volume, ou seja, estendendo a região de massa modificada para o volume total do sistema, pois ao tomar $R_s \rightarrow \infty$ sobra apenas a intersecção desse limite com a região delimitada pela forma gaussiana de raio R, ou seja

$$\lim_{R_s \rightarrow \infty} \frac{1}{\rho_*^2} = \lim_{R_s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{R_s^2} + \frac{1}{R_*^2} \right) = \frac{1}{R_*^2} \tag{4.72}$$

$$\lim_{R_s \rightarrow \infty} \frac{1}{\tilde{\rho}^2} = \lim_{R_s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{R_s^2} + \frac{1}{\tilde{R}^2} \right) = \frac{1}{\tilde{R}^2}, \tag{4.73}$$

e $n_0 \rightarrow n_0^*$. Usando esses limites naturalmente que os termos $I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(R_s, R, T, m)$ e $I_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}^c(\infty, R, T, m)$ cancelam-se mutuamente, de forma que apenas os termos (4.68) e (4.69) sobrevivem. Também, como citamos acima o limite dessa

região é a gaussiana de raio R , de modo que R_s da Eq.(4.69) passa a ser igual a R . Assim, podemos escrever a amplitude caótica para um sistema onde ocorre mudança de massa em todo o seu volume como

$$G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ (|c_0|^2 + |s_0|^2) n_0^* R_*^3 \exp \left\{ -\frac{(\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2)}{4m_* T} - \frac{R_*^2}{2} [(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + \frac{im < u > (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2m_* T R}]^2 \right\} + |s_0|^2 R^3 \exp \left\{ -\frac{R^2}{2} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 \right\} \right\}. \quad (4.74)$$

Vamos calcular agora a amplitude comprimida $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$,

$$\begin{aligned} G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) &= \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{r} \exp \left\{ -\vec{r}^2/2R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} \right\} \\ &\quad \times \left(2|s_0||c_0| + |s_0||c_0|n_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^* \right) \\ &= \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^3} \left\{ 2|s_0||c_0| \int d^3\vec{r} \exp \left\{ -\vec{r}^2/2R_s^2 - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} \right\} + \right. \\ &\quad + |s_0||c_0|n_0^* \int d^3\vec{r} \exp \left\{ -\frac{\vec{r}^2}{2R_s^2} - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} - \frac{\vec{r}^2}{R^2} - + \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2m_* T} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8m_* T} \right\} \right\}. \quad (4.75) \end{aligned}$$

Da mesma forma que discutimos para $G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$, nesse caso também observamos que existe uma forma padrão para os termos de (4.75), sendo a forma mais completa desses termos, escrita como

$$I_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^s(R_s, R, T, m_*) = \int d^3\vec{r} \exp \left\{ -\frac{\vec{r}^2}{2R_s^2} - i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} - \frac{\vec{r}^2}{R^2} - + \right. \\ \left. - \frac{[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/2 - m < u > \vec{r}/R]^2}{2m_* T} - \frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8m_* T} \right\}. \quad (4.76)$$

Dessa forma, podemos reescrever (4.75) em termos desses parâmetros, como sendo

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^3} \left\{ 2|s_0||c_0| I_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^s(R_s, \infty, \infty, m_*) + \right. \\ \left. + |s_0||c_0|n_0^* I_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}^s(R_s, R, T, m_*) \right\}. \quad (4.77)$$

Essas integrais são idênticas as que foram calculadas anteriormente, de modo que já sabemos o seu resultado, assim a amplitude comprimida $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$, no limite $R_s \rightarrow \infty$, é

$$G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{E_{(\vec{k}_1, \vec{k}_2)}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ 2|s_0||c_0|R^3 \exp \left\{ -\frac{R^2}{2} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \right\} + |c_0||s_0|n_0^*R_*^3 \right. \\ \left. \times \exp \left\{ -\frac{(\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2)}{4m_*T} - \frac{R_*^2}{2} \left[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + \frac{im \langle u \rangle (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)}{2m_*TR} \right]^2 \right\} \right\}. \quad (4.78)$$

A amplitude de partícula única, ou seja, o espectro de cada uma das partículas, pode ser calculada a partir de equação (4.74), fixando $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k}_i$,

$$G_c(\vec{k}_i, \vec{k}_i) = N(\vec{k}_i) = \frac{E_{(\vec{k}_i, \vec{k}_i)}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ (|c_0|^2 + |s_0|^2) n_0^*R_*^3 \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{\vec{k}_i^2}{2m_*T} \left(1 - \frac{R_*^2 m^2 \langle u \rangle^2}{m_*TR^2} \right) \right] + |s_0|^2 R^3 \right\}. \quad (4.79)$$

Agora, usando as amplitudes (4.78) e (4.79) podemos escrever a função de correlação comprimida para pares de partícula K^+K^- . Obtemos esta função de correlação substituindo os resultados (4.78) e (4.79) em (4.10), sendo que o termo caótico não contribui, pois estas partículas não são idênticas. Em particular, podemos escrever a função de correlação *back-to-back*, ou seja, a função de correlação para o caso em que as partículas que são emitidas com momentos exatamente opostos, considerando um intervalo de emissão nulo dos quanta, ou seja,

$$C_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = C_s(\vec{k}, -\vec{k}) \\ = 1 + \frac{|G_s(\vec{k}, -\vec{k})|^2}{G_c(\vec{k}, \vec{k})G_c(-\vec{k}, -\vec{k})}.$$

Estamos usando que $G_c(\vec{k}, \vec{k}) = G_c(-\vec{k}, -\vec{k})$, ou seja, que a amplitude caótica depende do valor absoluto do momento, isto é, do seu módulo quadrado, assim podemos escrever

$$C_s(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + \frac{|G_s(\vec{k}, -\vec{k})|^2}{[G_c(\vec{k}, \vec{k})]^2}.$$

De modo que a função de correlação que utilizamos nos cálculos analíticos de BBC é dada por

$$C_s(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + |c_0 s_0|^2 \times \left| \frac{2n_0^* R_*^3 \exp\left[-\vec{k}^2/2m_* T\right] + R^3}{n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \exp\left[-\vec{k}^2/2m_* T\right] + |s_0|^2 R^3} \right|^2. \quad (4.80)$$

Agora levamos em conta que a emissão ocorra em tempo finito, neste caso a nossa função de correlação passa a assumir a forma abaixo, onde, as partes temporal e espacial da função de correlação são desacopladas uma da outra, isto é,

$$C_s(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + |c_0 s_0|^2 \left| \frac{2n_0^* R_*^3 \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T\} + R^3}{n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T\} + R^3 |s_0|^2} \right|^2 \times |\tilde{F}(\omega_{\vec{k}} + \omega_{-\vec{k}})|^2. \quad (4.81)$$

Os resultados analíticos acima apresentados constituem uma rederivação dos cálculos das Ref.[2, 4, 5].

No próximo capítulo apresentaremos os gráficos desses resultados analíticos obtidos para a função de correlação comprimida de káons, correspondendo a um caso ideal, onde os pares de partícula-antipartícula são emitidos com momentos exatamente contrários (*back-to-back*). Apresentaremos também resultados para o caso mais realista, em que o estudo é feito através dos momentos médio e relativo desses pares considerados em intervalos finitos. Sabemos que para que essa função de correlação não seja reduzida à unidade muito rapidamente, a emissão das partículas deve ser abrupta. Sendo assim, estudaremos dois tipos de emissão temporal, as emissões lorentziana e de Lévy, para verificar qual delas resultaria em valores mensuráveis de $C_s(\vec{k}, -\vec{k})$. Além da função de correlação comprimida, estudaremos também a função de correlação de partículas idênticas (também conhecida como Efeito HBT) comparando o caso de sistemas estáticos com sistemas em expansão e, ainda, o efeito que a modificação da massa das partículas geraria nessas funções de correlação.

Capítulo 5

Discussão e resultados

5.1 Introdução

Faremos um estudo sobre a função de correlação *back-to-back* (BBC) para os pares K^+K^- tentando inicialmente verificar se esse sinal seria intenso o suficiente para poder ser procurado experimentalmente, o que evidenciaria que teria havido mudança na massa das quase-partículas no meio termalizado. Isso será feito considerando que a emissão das partículas ocorra em um intervalo de tempo finito. Um estudo semelhante já foi feito para pares de mésons ϕ nas Ref.[2, 4]. Analisaremos inicialmente a função de correlação comprimida em relação à massa modificada e às variações de momentos. É bom salientar que essa é parte correspondente a um estudo teórico, pois m_* não pode ser medida diretamente.

No entanto, esse estudo nos mostrará para quais valores de m_* a intensidade da correlação comprimida será maior. Visando então, uma futura procura experimental do efeito, fixaremos nossos cálculos em um valor de m_* próximo àquele que resulta no máximo de $C_s(m_*, \vec{k})$, continuando a investigação, sugerimos obter a função de correlação em termos de parâmetros que possam ser medidos experimentalmente, ou seja, os momentos médio ($2\vec{K}_{1,2} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$) e relativo ($\vec{q}_{1,2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$) do par partícula-antipartícula emitido, procedimento esse inspirado em análises bem conhecidas do efeito Hambury-Brown-Twiss (HBT). Consideraremos, por simplicidade, que o valor da massa modificada seja uma constante independente de momento, de energia, da posição da partícula no meio, etc.

Neste trabalho vamos supor que a mudança de massa se estenda por todo o volume do sistema. Analisaremos os casos de um sistema estático e aquele no qual o sistema se expande na presença de *flow* radial não-relativístico, analisando seus reflexos sobre a função de correlação de partícula-antipartícula (BBC) e também entre partículas idênticas (HBT). Discutiremos, então, os

resultados encontrados.

Os estudos das correlações comprimidas, realizado para pares de mésons ϕ , mostraram que a intensidade dessas correlações, embora ilimitada, pode ser reduzida substancialmente se o intervalo de emissão dessas partículas for longo e/ou se a emissão não ocorrer de forma abrupta (Refs.[2, 4, 14]). No entanto, apenas uma forma funcional tem sido estudada, na qual se supôs que a emissão decaia exponencialmente com o tempo. Consequentemente, a transformada de Fourier no tempo, indicada na equação (4.26), e explicitada supondo que as distribuições espaciais e temporais sejam desacopladas, resulta em uma dependência tipo lorentziana no tempo. Nas Refs. [4, 5, 14, 15, 16, 17] os efeitos do fator lorentziano são exibidos, o qual chega a reduzir o sinal cerca de três ordens de magnitude.

Por outro lado, alguns ajustes experimentais de correlação de Bose-Einstein de dois e três píons idênticos (Ref.[18]), em termos do momento relativo invariante, $\vec{q}_{inv} = \sqrt{(k_1^\mu, -k_2^\mu)}$, feitos com distribuição de Lévy, mostram ser mais aceitáveis estatisticamente que ajustes gaussianos, por exemplo. Então, por sugestão de um membro da colaboração PHENIX/RHIC, T. Csörgo, procuramos analisar também o efeito de uma distribuição temporal tipo Lévy sobre a função de correlação comprimida.

5.2 Forma funcional da emissão temporal e sobrevivência da correlação comprimida

Nesta seção ilustraremos inicialmente os resultados de correlação *back-to-back* (BBC) para pares K^+K^- , obtidos para sistemas finitos e estáticos ou em expansão, com *flow* radial não-relativístico. Analisaremos o comportamento da função de correlação comprimida com momentos em exata oposição (isto é, *back-to-back*), $C(\vec{k}, -\vec{k})$, em termos da massa modificada, m_* , e do valor absoluto do momento, $|\vec{k}|$, de cada uma das partículas. A modificação na massa é resultado da interação da partícula com o meio; aqui ela será considerada como sendo uma alteração constante, independente do momento das partículas e da sua localização no meio. A forma da função de correlação a ser analisada, segundo a derivação do Capítulo 3, é dada por

$$C(\vec{k}, -\vec{k}) = 1 + |c_0 s_0|^2 \left| \frac{2n_0^* R_*^3 \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T\} + R^3}{n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \exp\{-\vec{k}^2/2m_* T_*\} + R^3 |s_0|^2} \right|^2 \times |\tilde{F}(\omega_{\vec{k}} + \omega_{-\vec{k}})|^2, \quad (5.1)$$

em relação a qual analisaremos dois tipos de distribuição para a emissão temporal das partículas, a distribuição lorentziana e a distribuição de Lévy .

5.2.1 Distribuição de emissão temporal lorentziana

A distribuição Cauchy-Lorentz, descoberta por Augustin Cauchy e Hendrik Lorentz, é uma distribuição de probabilidade contínua. Para os físicos ela é conhecida apenas como distribuição de Lorentz, função lorentziana ou ainda distribuição de Breit-Wigner, comumente utilizada na descrição de ressonâncias.

A distribuição de Lorentz possui três parâmetros, sendo escrita como

$$f(x; x_0, \gamma, I) = \frac{I}{\left[1 + \left(\frac{x-x_0}{\gamma}\right)^2\right]}, \quad (5.2)$$

onde I é a altura do pico, x_0 é o parâmetro que, especifica a localização do pico na distribuição e γ é o parâmetro de escala.

Para o problema que desejamos investigar, vamos mostrar que a lorentziana pode ser obtida pela transformada de Fourier de uma função exponencial no tempo. Assim, consideramos

$$F(t) = \Theta(t - t_0)\Gamma \exp\{-\Gamma(t - t_0)\}, \quad (5.3)$$

e calculamos sua transformada de Fourier, isto é,

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\omega) &= \int dt F(t) \exp\{2iK_{1,2}^0 t\} = \int dt F(t) \exp\{i(k_1^0 + k_2^0)t\} \\ \tilde{F}(\omega) &= \int dt \Theta(t - t_0)\Gamma \exp\{-\Gamma(t - t_0)\} \exp\{i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})t\}, \end{aligned}$$

sendo que $\Theta(t - t_0)$ é a função degrau de Heaviside, definida da forma

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \geq 0; \\ 0, & \text{se } t < 0. \end{cases} \quad (5.4)$$

Desta forma, estamos considerando que a emissão tem início em $t = t_0$. Assim, obtemos para sua transformada de Fourier

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\omega) &= \Gamma \exp\{\Gamma t_0\} \int_{t_0}^{\infty} dt \exp\{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})]t\} \\ \tilde{F}(\omega) &= \Gamma \exp\{\Gamma t_0\} \frac{\exp\{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})]t\}}{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})]} \Big|_{t_0}^{\infty} \\ \tilde{F}(\omega) &= \exp\{\Gamma t_0\} \frac{\exp\{-[\Gamma - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})]t_0\}}{[1 - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})/\Gamma]} \\ \tilde{F}(\omega) &= \frac{\exp\{i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})t_0\}}{1 - i(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})/\Gamma}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

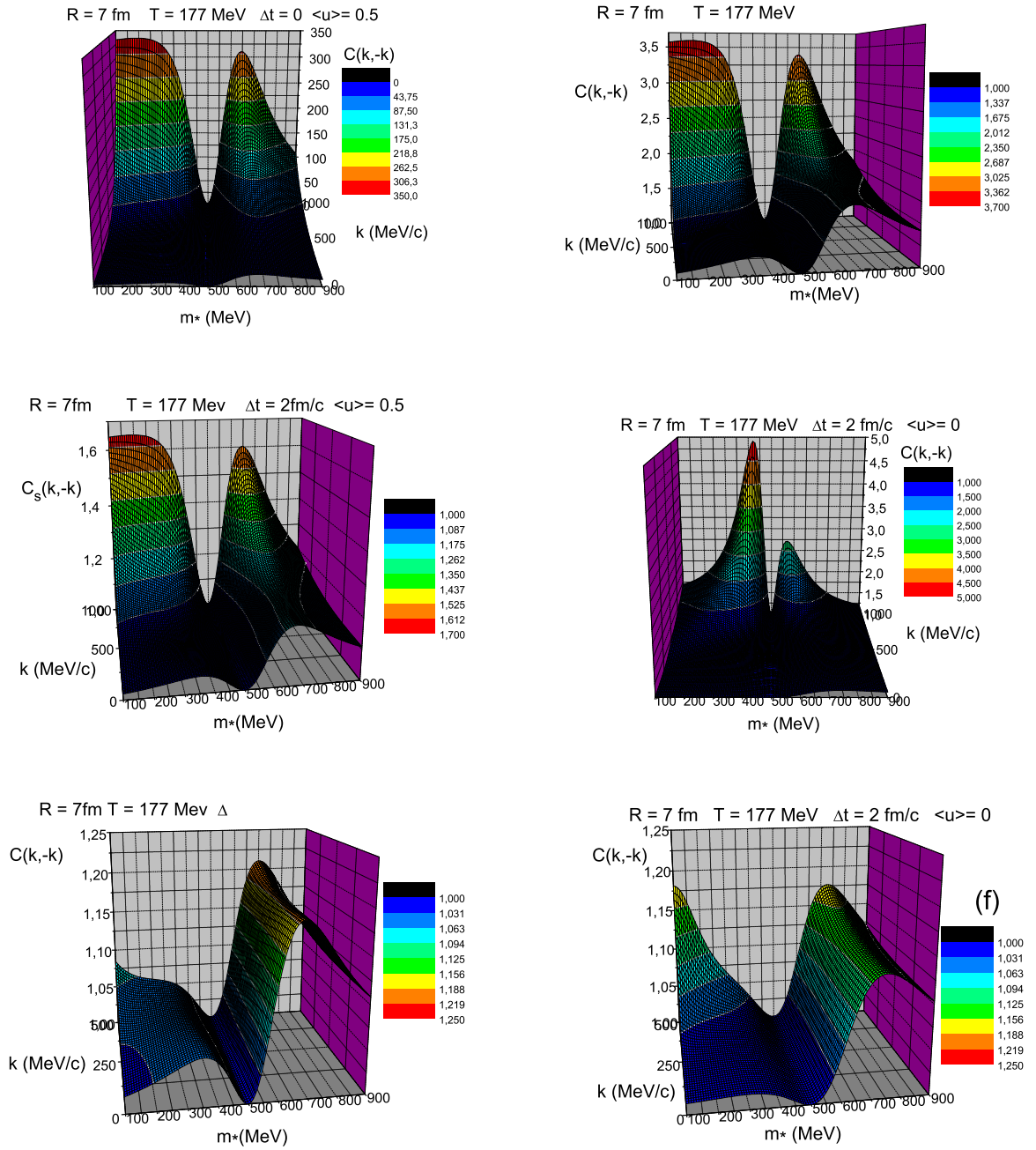


Figura 5.1: $C(\vec{k}, -\vec{k}) \times m_* \times |\vec{k}|$, para momentos em exata oposição. Em (a) a emissão seria instantânea, $\Delta t = 0$, em (b) e (c) seria em tempo finito, ou seja, correspondendo respectivamente a $\Delta t = 1 \text{ fm}/c$ e $\Delta t = 2 \text{ fm}/c$, considerando sistemas em expansão ($\langle u \rangle = 0.5$). Em (d) consideramos ausência de *flow*. Os gráficos (e) e (f) enfatizam a inversão do comportamento de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ nos casos com e sem *flow*, respectivamente $|\vec{k}| \leq 500 \text{ MeV}/c$.

Sendo $\Gamma = 1/\Delta t$ com $\hbar = c = 1$, a expressão (5.5) pode ser reescrita como

$$|\tilde{F}(\omega)|^2 = \frac{1}{[1 + (\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})^2(\Delta t)^2]}, \quad (5.6)$$

sendo que a energia da partícula assintótica é dada por $\omega_{\vec{k}}^2 = m_0^2 + \vec{k}^2$. Substituindo a expressão (5.6) em (5.1), podemos estudar o comportamento da função de correlação comprimida, $C(\vec{k}, -\vec{k})$ em termos da massa modificada, m_* , e de $|\vec{k}|$. Escolhemos pares K^+K^- como ilustração ($m_{K^\pm} \sim 494$ MeV/c) e adotando como parâmetros, $R = 7$ fm/c, $\Delta t = 0, 1$ e 2 fm/c e temperatura $T = 177$ MeV, conforme sugerem os dados da Colaboração PHENIX/RHIC, para káons. Os resultados encontram-se na Figura (5.1).

De acordo com a parte (a) da Figura 5.1 vemos que caso a emissão das partículas ocorra intantaneamente, a intensidade da função de correlação seria superior a 300. Já para a emissão em tempo finito, durante um intervalo de tempo $\Delta t = 1$ fm/c, o sinal de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ diminui duas ordens de grandeza, com seu máximo sendo aproximadamente 3.5, como pode ser visto na parte (b) da Figura (5.1). Já no gráfico (c) vemos que, considerando o intervalo de tempo de emissão das partículas do sistema, como sendo $\Delta t = 2$ fm/c, a intensidade cai pela metade desse valor. Mesmo assim, tendo sofrido uma redução drástica em sua intensidade quando o intervalo de tempo for $\Delta t \sim 1$ a 2 fm/c, notamos que o efeito ainda poderia ser observado experimentalmente. Na Figura 5.1.d estamos considerando um sistema estático, com $\langle u \rangle = 0$. Uma característica importante que observamos nesses gráficos, é que a intensidade de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ cresce à medida que cresce $|\vec{k}|$, onde $|\vec{k}|$ é o momento de cada partícula, ou seja, $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$. Na região onde $|\vec{k}| \lesssim 500$ MeV/c, o máximo de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ varia mais lentamente e, acima desse valor o máximo cresce mais rapidamente. Para ilustrar melhor esse comportamento, mostramos nas partes (e) e (f) da Figura 5.1 os resultados dos gráficos (c) e (d), respectivamente, restritos a região de $C(\vec{k}, -\vec{k})$ onde $|\vec{k}| \leq 500$ MeV/c. Comparando as regiões em torno dos máximos da função de correlação comprimida em (e) e (f), vemos que estes, na presença de *flow* ($\langle u \rangle = 0.5$), têm valores um pouco maiores que para $\langle u \rangle = 0$, no entanto, comparando (c) e (d), percebemos que ocorre uma inversão no comportamento da função de correlação na ausência de *flow* quando comparada com o caso $\langle u \rangle = 0.5$, para $|\vec{k}| > 500$ MeV/c. Nessa região, seu máximo cresce mais rapidamente que na presença de *flow*, atingindo valores bem maiores em (d) do que em (c) para $|\vec{k}| \approx 1000$ MeV.

Para ilustrar melhor os resultados da Figura 5.1, apresentamos gráficos da BBC versus m_* correspondendo a várias curvas com $|\vec{k}|$ fixo, em dois intervalos. Em (a), os momentos variam de 200 a 460 MeV/c, e em (b), os momentos vão de 500 a 1000 MeV/c. Esses gráficos correspondem a sistemas

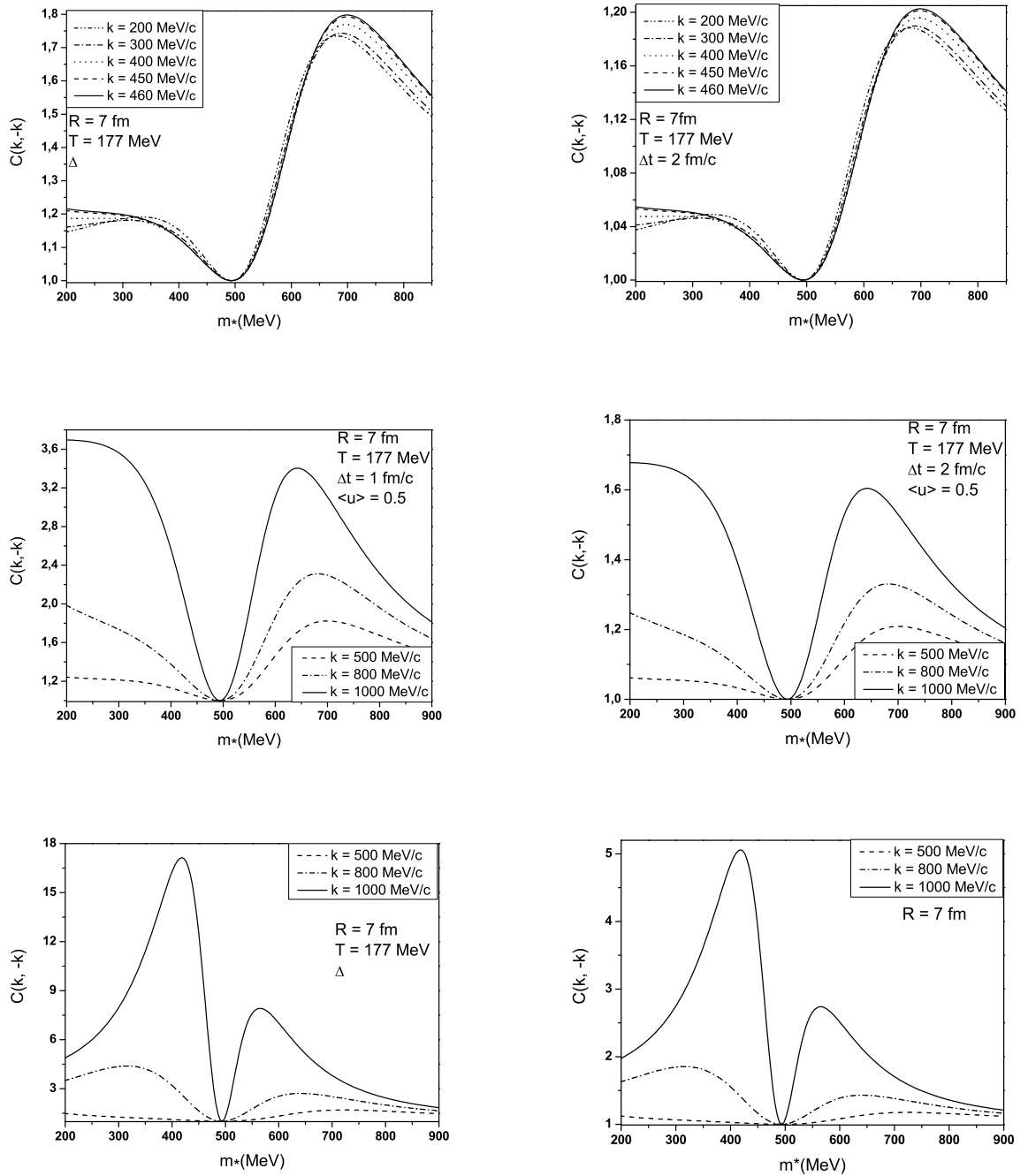


Figura 5.2: $C(\vec{k}, -\vec{k})$ em função de m_* , para pares K^+K^- , é mostrada em (a) e (b) para um sistema em expansão com velocidade de *flow* $\langle u \rangle = 0.5$ e em (c) para um sistema estático. Cada curva corresponde a um valor do módulo dos momentos *back-to-back* dos mésons.

em expansão. Na parte (c), exibimos as curvas para $500 \leq |\vec{k}| \leq 1000$ MeV/c, mas dessa vez, considerando um sistema estático. A comparação de 5.2.b com 5.2.c permite observar melhor o comportamento da função de correlação para sistemas com $\langle u \rangle = 0$ e $\langle u \rangle = 0.5$, evidenciando a inversão mencionada anteriormente ao passar da região de $|\vec{k}|$ menores para $|\vec{k}|$ mais elevados na Figura 5.1. Isso fica mais evidente comparando as curvas para $|\vec{k}| = 500$ MeV/c e $|\vec{k}| = 1000$ MeV/c em 5.2.b e 5.2.c.

Naturalmente, os resultados apresentados em 5.1 e 5.2 são de interesse puramente teórico, não sendo ainda os sugeridos para uma procura experimental do efeito de compressão resultante da alteração da massa dos hádrons, em meios quentes e densos, pois não se pode medir diretamente a massa modificada das partículas. Além disso, a resolução experimental também não permite medir com tal precisão o momento das mesmas, sendo nula a probabilidade de se observar um par com momentos exatamente opostos. Com o auxílio desses gráficos, porém, podemos escolher um valor otimizado de a massa modificada dos káons em meios quentes e densos, sendo que esta se situa próximo ao valor dos máximos nos gráficos. Assim, tomaremos m_* para os pares de káons como sendo dois valores simétricos em relação à sua massa de repouso, ou seja, um abaixo da mesma, $m_* = 350$ MeV, e outro acima, $m_* = 650$ MeV.

5.2.2 Distribuição de Lévy:

Em teoria de probabilidade e estatística, a distribuição de Lévy é uma das poucas distribuições que é estável e que tem função de distribuição de probabilidade expressa analiticamente. As outras são a distribuição normal e a distribuição de Lorentz. Todas elas são casos especiais da distribuição assimétrica α -estável de Lévy, que geralmente não possui uma densidade de probabilidade que possa ser expressa analiticamente.

Uma das parametrizações mais comuns para a distribuição estável simétrica de Lévy é dada por $p(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-itx} e^{-|ct|^\alpha}$; c é o fator de escala, isto é, a medida da largura da distribuição, e α é o expoente ou índice da distribuição, o qual especifica o seu comportamento assintótico (para $\alpha < 2$). Não há solução específica para a forma de $p(x)$. Para $\alpha = 2$ é uma distribuição gaussiana com $\sigma = \sqrt{2}c$.

A função $\phi(t) = e^{[-itx - |ct|^\alpha]}$ é uma função característica. A parametrização usada na Ref.[18] é desse tipo. Assim, a distribuição de Lévy que empregamos no estudo do comportamento da função de correlação *back-to-back* em termos da massa modificada e do módulo do momento de cada partícula pode ser escrita na forma

$$|\tilde{F}(\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2})|^2 = \exp \left\{ - \left[\Delta t (\omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2}) \right]^\alpha \right\}, \quad (5.7)$$

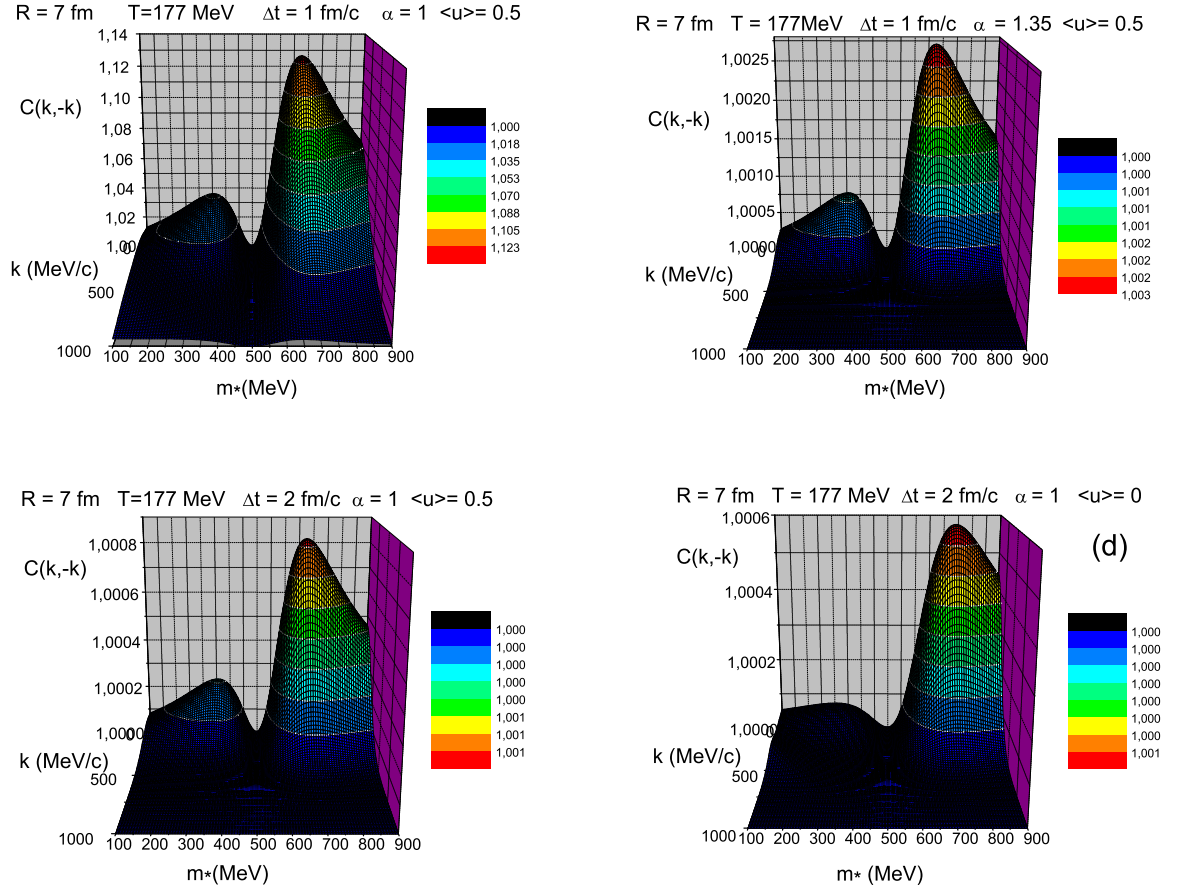


Figura 5.3: Função de correlação comprimida para os pares K^+K^- com momentos na mesma direção e sentidos opostos, em termos da massa modificada, m_* , e do momento de cada partícula ($\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$), considerando uma distribuição temporal do tipo Lévy, com $\alpha = 1$, em (a), $\alpha = 1.35$, em (b), para um intervalo de emissão $\Delta t = 1$ fm/c. Na figura (c), temos $\alpha=1$ e $\Delta t = 2$ fm/c. Em todos esses três resultados consideramos o sistema se expandindo com velocidade de *flow* transversal $\langle u \rangle = 0.5$. Em (d) está apresentado o resultado considerando $\alpha = 1$, $\Delta t = 2$ fm/c e o sistema estático, isto é, com $\langle u \rangle = 0$.

onde $\omega_{\vec{k}} = \sqrt{m_0^2 + \vec{k}^2}$. Esta função é usada na análise da Colaboração PHENIX para o ajuste das funções de correlação de duas e três partículas idênticas, para $0.2 < p_T < 2.0$ GeV/c e centralidade variando de 0 a 92%, compatível com $\alpha=1.35$, como pode ser visto na Fig. 3 da Ref. [18]. Nesta região, segundo os autores, somente o ajuste do tipo Lévy tem nível de confiança aceitável. No entanto, para valores de $m_T = \sqrt{p_T^2 + m_k^2}$ na região de $0.2 < m_T < 0.3$ GeV/c o valor de α do ajuste é também compatível com $\alpha \approx 1$. Assim, vamos calcular a correlação BBC usando a aproximação de Lévy para dois valores fixos do expoente, $\alpha = 1$ (exponencial) e $\alpha = 1.35$.

Quando fazemos o gráfico da relação (4.81) para pares K^+K^- , usando esta aproximação, o que notamos é que a $C(\vec{k}, -\vec{k})$ reduz-se rapidamente à unidade (e muito mais rapidamente para $\alpha = 1.35$). Isto é o que mostra a Figura 5.3. Assim, caso a distribuição de emissão temporal seja do tipo Lévy, a forma de se procurar a função $C(\vec{k}, -\vec{k})$ experimentalmente seria investigar a região de baixos momentos e, mesmo assim, o intervalo de emissão terá que ser curto ($\Delta t \simeq 1$ fm/c) para essa observação ser possível. De outra forma, a intensidade seria muito baixa, o que praticamente inviabilizaria a observação da função de correlação experimentalmente, como pode ser visto nos gráficos da Figura 5.3.

Através destas análises concluímos que, se a emissão temporal seguisse a distribuição de Lévy, seria muito difícil confirmar, através das correlações comprimidas, a ocorrência de modificação de massa no meio termalizado, formado após as colisões de íons pesados a altas energias. Podemos notar também que na aproximação de Lévy, à medida que o valor de $|\vec{k}|$ cresce, o sinal da função de correlação decresce muito rapidamente. Este é um efeito contrário do que acontece no caso da lorentziana, o que não é surpreendente, dada sua forma funcional expressa em (5.7).

5.3 Correlação hadrônica comprimida

Em consequência dos estudos discutidos nas seções (4.1) e (4.2) e visando sugerir a forma de procurar por BBC experimentalmente, assumiremos que a emissão temporal seja do tipo lorentziana pois, como vimos, dificilmente as correlações comprimidas teriam intensidade mensurável se a distribuição fosse do tipo Lévy. A sugestão se baseia em estudar as correlações hadrônicas comprimidas em função dos momentos médio ($2\vec{K}_{1,2} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$) e relativo ($\vec{q}_{1,2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$) para os pares K^+K^- , onde fixaremos dois valores para m_* , um acima e outro simetricamente abaixo da massa de repouso dos káons. Estes resultados são mais realistas, pois os momentos médio e relativo das partículas podem ser medidos experimentalmente.

Na verdade, os momentos individuais das partículas deverão ser medi-

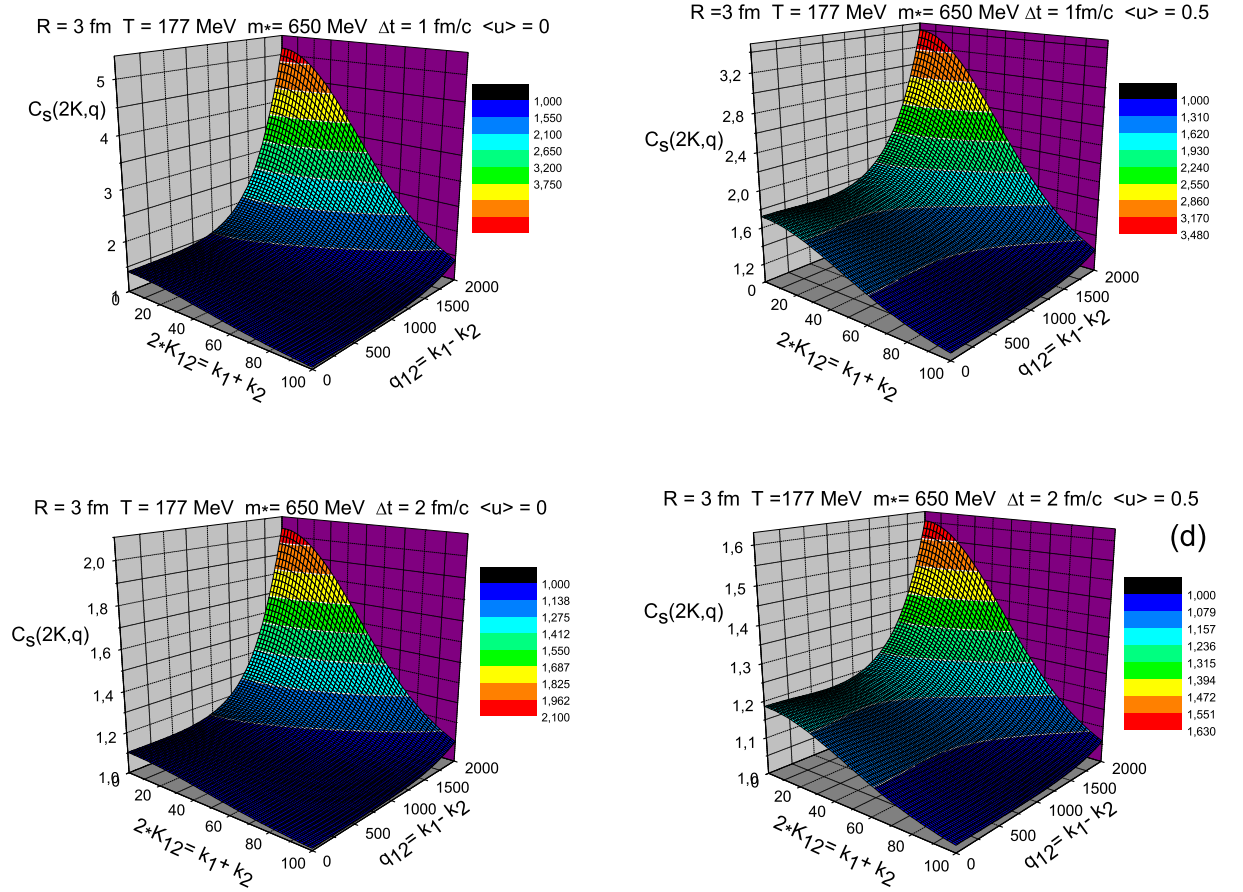


Figura 5.4: Correlação comprimida: $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) \times (2\vec{K}_{1,2}) \times \vec{q}_{1,2}$ considerando ausência de *flow* (gráficos (a) e (c)) e na presença de *flow* (gráficos (b) e (d)). Considerando dois intervalos de emissão: $\Delta t = 1$ fm/c, figs. (a) e (b), e $\Delta t = 2$ fm/c, figs. (c) e (d), para um raio de 3 fm. Fixando a massa modificada em 650 MeV.

dos e as combinações feitas em termos de $\vec{K}_{1,2}$ e $\vec{q}_{1,2}$, evento por evento, de modo semelhante ao procedimento comumente adotado no estudo de Efeito Hambury-Brown-Twiss (HBT). Ou seja, faremos esses estudos inspirados em métodos já consagrados, há décadas, empregados na investigação de correlação de partículas idênticas, onde é investigada a função de correlação caótica em termos dessas mesmas variáveis, $C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) \times 2\vec{K}_{1,2} \times \vec{q}_{1,2}$. Porém, nesse caso, o máximo ocorre para $\vec{q}_{12} \approx 0$, pois o fenômeno HBT envolve partículas idênticas, sendo tanto mais intenso quanto mais próximos forem os momentos delas. O máximo da função de correlação HBT é 2. No caso de correlações comprimidas, porém, os momentos combinados são de partículas e suas respectivas antipartículas e o efeito é maior próximo de $\vec{K}_{1,2} \approx 0$, sendo o máximo ilimitado, nesse caso.

A correlação comprimida (*squeezed*) é calculada usando a seguinte expressão geral,

$$C_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 1 + \frac{|G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2}{G_c(\vec{k}_1, \vec{k}_1)G_c(\vec{k}_2, \vec{k}_2)}, \quad (5.8)$$

conforme discutido no Cap. 3. Assim, as amplitudes $G_s(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ e $G_c(\vec{k}_i, \vec{k}_i)$, são escritas como

$$\begin{aligned} G_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) &= \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^{3/2}} (c_0 s_0) \left\{ 2R^3 \exp \left[-\frac{R^2(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)^2}{2} \right] + n_0^* R^3 \right. \\ &\times \exp \left[-\frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{8m_* T} - \left(\frac{(im \langle u \rangle R_*)^2}{2m_* T_* R} + \frac{1}{8m_* T_*} + \frac{R_*^2}{2} \right) (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)^2 \right] \left. \right\} \\ &\times \left[\tilde{F}(\omega_{\vec{k}_1}, \omega_{\vec{k}_2}) \right], \quad (5.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_c(\vec{k}_i, \vec{k}_i) &= \frac{E_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ |s_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}|^2 R^3 + n_0^* R^3 \left(|c_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}|^2 + |s_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}|^2 \right) \right. \\ &\times \exp \left[\frac{(m \langle u \rangle \vec{k}_i R_*)^2}{2(m_* T R)^2} - \frac{\vec{k}_i^2}{2m_* T_*} \right] \left. \right\}. \quad (5.10) \end{aligned}$$

Consequentemente, combinando os momentos das partículas \vec{k}_1 e \vec{k}_2 como

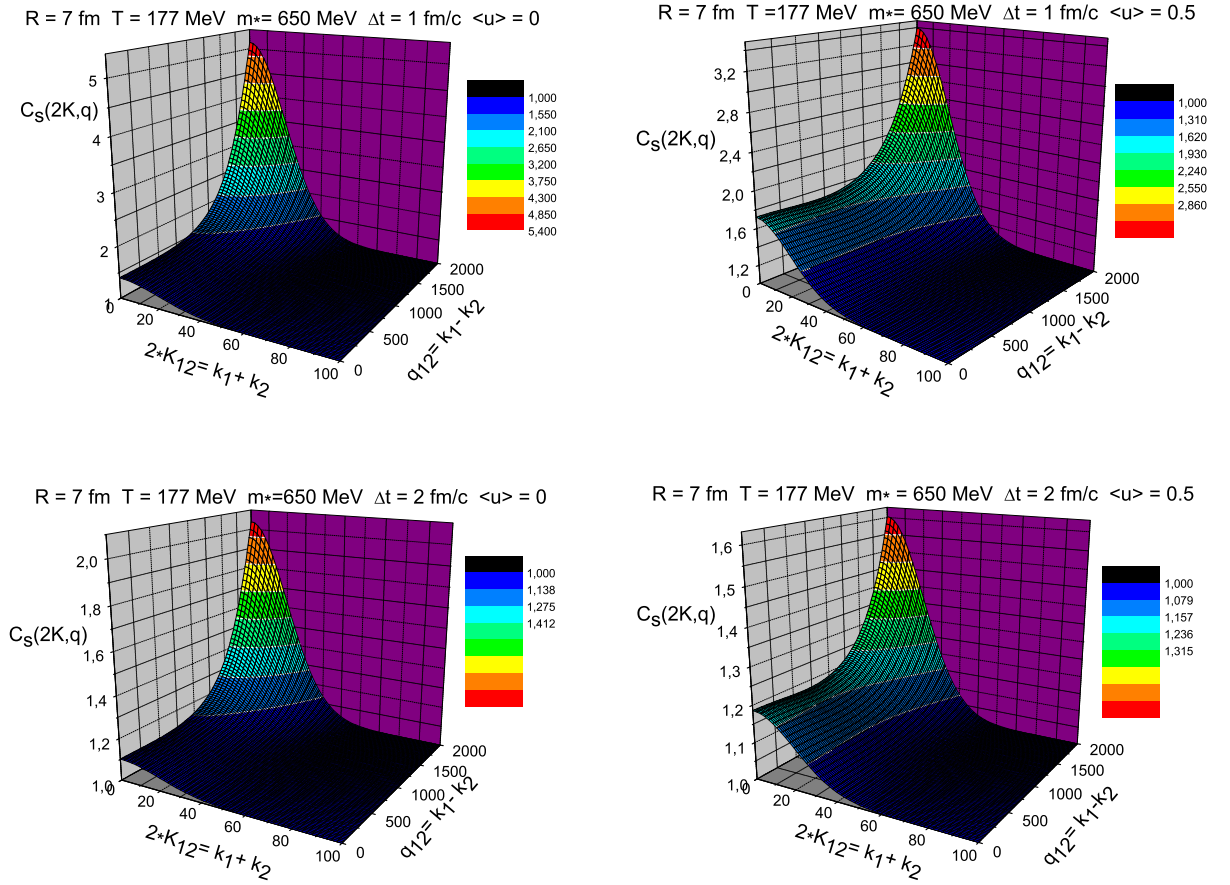


Figura 5.5: Correlação comprimida: $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) \times (2\vec{K}_{1,2}) \times \vec{q}_{1,2}$ considerando ausência de *flow* (gráficos (a) e (c)) e na presença de *flow* (gráficos (b) e (d)). Considerando dois intervalos de emissão: $\Delta t = 1$ fm/c, figs. (a) e (b), e $\Delta t = 2$ fm/c, figs. (c) e (d), para um raio de 7 fm. Fixando a massa modificada em 650 MeV.

$2\vec{K}_{1,2} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ e $\vec{q}_{1,2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$, obtemos

$$G_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) = \frac{E_{\vec{k}_1, \vec{k}_2}}{(2\pi)^{3/2}} R^3 (c_0 s_0) \left\{ \exp [2R^2 (\vec{K}_{1,2})^2] + 2n_0^* R_*^3 \exp \left\{ \frac{(\vec{q}_{1,2})^2}{8m_* T} \right\} \right. \\ \left. \times \exp \left\{ - \left[\frac{(im < u > R_*)^2}{2m_* T} - \frac{1}{8m_* T} - \frac{R_*^2}{2} \right] 4(\vec{K}_{1,2})^2 \right\} \right\} \left[\tilde{F}(\omega_{\vec{k}_1}, \omega_{\vec{k}_2}) \right] \quad (5.11)$$

$$G_c(\vec{k}_i, \vec{k}_i) = \frac{E_{\vec{k}_i, \vec{k}_i}}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ |s_0|^2 R^3 + n_0^* R_*^3 (|c_0|^2 + |s_0|^2) \right. \\ \left. \times \exp \left[\frac{(m < u > \vec{k}_i R_*)^2}{2(m_* T R)^2} - \frac{\vec{k}_i^2}{2m_* T_*} \right] \right\}. \quad (5.12)$$

Assim, quando substituimos as equações (5.11), (5.12) e (5.5) em (5.8), obtemos a função de correlação comprimida em termos dos momentos médio e relativo.

Dessa forma, consideramos uma situação mais realista, na qual, a emissão das partículas ocorre em condições menos restritivas, por exemplo relaxando a condição dos momentos serem opostos. Estamos considerando que o sistema seja finito, com uma temperatura de 177 MeV, como sugerem os dados de PHENIX do *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC) na Ref. [19].

Primeiramente, apresentamos os resultados obtidos para a função de correlação comprimida, fixando a massa modificada em $m_* = 650$ MeV.

Nestes estudos estamos considerando dois possíveis raios para o sistema, $R = 3$ fm e $R = 7$ fm. Esses valores correspondem aos raios da seção transversal do perfil gaussiano tridimensional discutido no Cap.3. Nos gráficos das Figuras 5.4 e 5.5 vemos que, quando o raio de sistema for $R = 3$ fm, a função de correlação comprimida é mais larga que no caso de $R = 7$ fm, o que é compatível com o fato da largura da função de correlação, se esta for aproximada por uma gaussiana ($\exp \{-|\vec{K}_{1,2}|^2 R^2\}$), pode ser estimada como $|\vec{K}_{1,2}| \sim 1/R$. Portanto, se a região onde ocorre a mudança de massa tiver raio maior, a respectiva função de correlação será mais estreita, e vice-versa. Vemos também, como era esperado, que seus máximos coincidem. Apresentaremos nessas figuras os casos em que a emissão ocorre em tempo finito, mostrando os resultados para $\Delta t = 1$ fm/c, nas partes (a) e (b) e $\Delta t = 2$ fm/c, nas partes (c) e (d).

Analisamos nessas figuras o caso em que nosso sistema seria estático (sem *flow*, ou seja, com $\langle u \rangle = 0$), e também o caso em que o mesmo está se expandindo (com velocidade de *flow* $\langle u \rangle = 0.5$). O *flow* radial não-relativístico foi observado pela colaboração PHENIX do RHIC (ver Ref.[19]), com valor aproximadamente igual ao que usamos aqui, ou seja, $\langle u \rangle \approx 0.5$. Observamos pelos resultados das Figuras 5.4 e 5.5 que a função de correlação comprimida é favorecido pela presença de *flow* para baixos valores

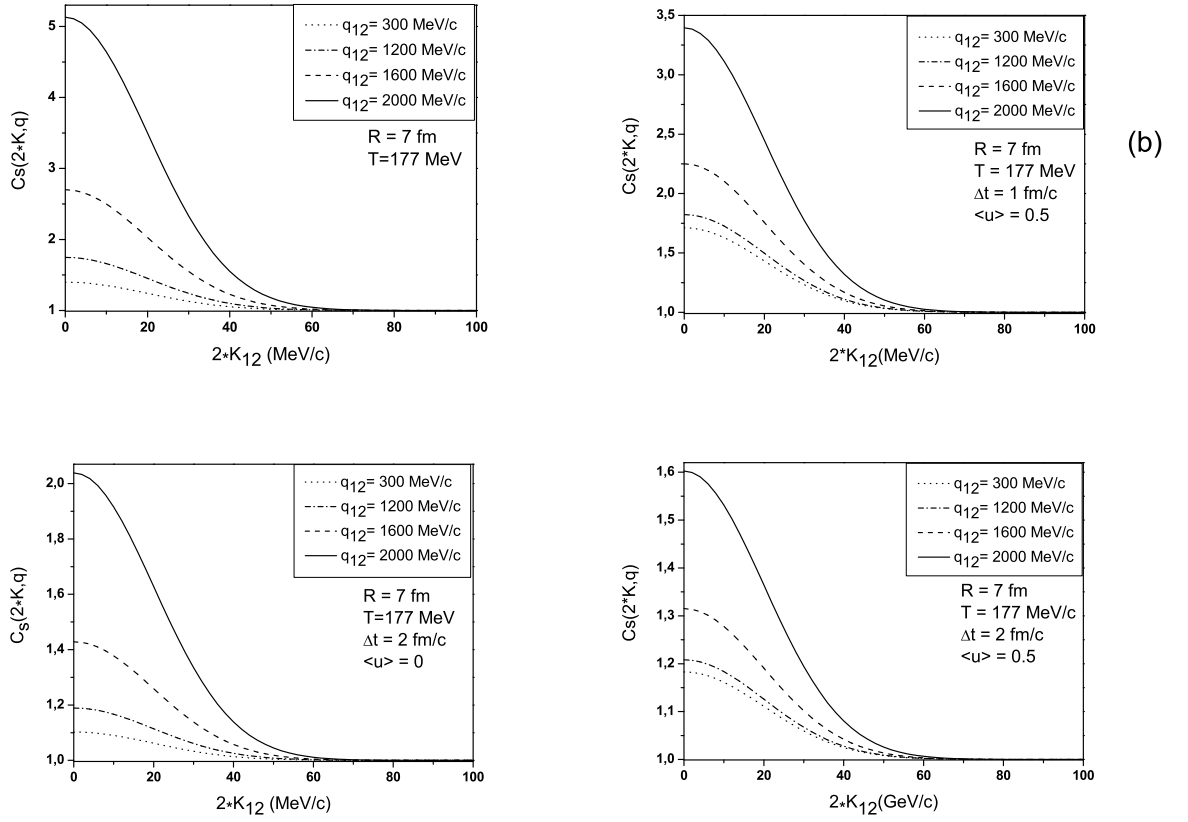


Figura 5.6: Os gráficos (a) e (c) são para o caso de um sistema estático, já os gráficos (b) e (d) são para sistemas em expansão, considerando dois intervalos de emissão finita para as partículas, $\Delta t = 1 \text{ fm}/c$, em (a) e (b) e $\Delta t = 2 \text{ fm}/c$, em (c) e (d).

de $\vec{q}_{1,2}$. Dessa forma, seria mais fácil observar $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ para sistemas que se expandem com *flow* radial não-relativístico. Esta discussão pode ser visualizada com o auxílio dos gráficos das Figuras 5.4 e 5.5, comparando os casos com $\langle u \rangle = 0$ (partes (a) e (c)) e $\langle u \rangle = 0.5$ (partes (b) e (d)). A Figura 5.6 nos fornece uma ilustração melhor da inversão de comportamento da função de correlação que acontece quando comparamos sistemas estáticos com sistemas em expansão. Ou seja, $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ para grandes valores de $\vec{q}_{1,2}$ cresce mais rápido se $\langle u \rangle = 0$ do que se $\langle u \rangle = 0.5$, ao contrário do que ocorre na região onde $\vec{q}_{1,2}$ é menor. Essa inversão parece ocorrer próximo de $\vec{q}_{1,2} \approx 1000 \text{ MeV}/c$.

A seguir apresentaremos os resultados obtidos quando fixamos a massa

modificada dos káons em um valor abaixo da massa de repouso, ou seja, $m_* = 350$ MeV. Estes resultados são para um sistema cujo raio é $R = 7$ fm e está a uma temperatura de 177 MeV. Também aqui fazemos a análise considerando um sistema estático, mostrado na Figura 5.7 ou considerando que o mesmo esteja se expandindo com *flow* não-relativístico, $\langle u \rangle = 0.5$, na Figura 5.8. Apresentaremos os gráficos considerando que a emissão das partículas seja instantânea ($\Delta t = 0$) e também em dois intervalos de tempo finito ($\Delta t = 1, 2$ fm/c).

Quando comparamos as Figuras 5.7 e 5.8 com a Figura 5.5, notamos que para os mesmos valores de Δt , a função de correlação comprimida é mais intensa para $m_* = 350$ MeV que para $m_* = 650$ MeV, na ausência de *flow*, mas na presença de *flow* radial não-relativístico a intensidade de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ apresenta pouca diferença para os dois valores de m_* . Podemos ver também, que a intensidade da função de correlação, para baixos momentos, na presença de *flow* é maior se a massa modificada se situar por volta de 650 MeV. Também podemos ver nos gráficos (d) das Figuras 5.7 e 5.8 que quando tomamos $m_* = m \cong 494$ MeV/c, que é a massa de repouso dos káons carregados, a intensidade da função de correlação mantém estável em 1, conforme seria esperado na ausência de modificação de massa.

Podemos ver também, nas Figuras 5.7 e 5.8 que a intensidade da função de correlação para a emissão instantânea é muito alta, quando comparada com a emissão em tempo finito. Por exemplo, na Figura 5.7, para $\Delta t = 0$ (a), o máximo de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ está em aproximadamente 1300, enquanto que para $\Delta t = 1$ fm/c, (b), diminui cerca de duas ordens de grandeza, e para $\Delta t = 2$ fm/c, (c), reduz-se quase 4 vezes, em relação a esse último. Na Figura 5.8, a intensidade da função de correlação para uma emissão instantânea (a) é da ordem de 300, para $\Delta t = 1$ fm/c, (b), seu valor diminui duas ordens de grandeza e ainda, para $\Delta t = 2$ fm/c, (c), a intensidade de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ cai pela metade.

Com base nesses estudos, observamos que se a massa de K^+ e K^- for modificada pelo meio quente e denso formado em colisões a altas energias, a expectativa é de que as correlações comprimidas possam ser descobertas experimentalmente, pois sobrevivem a condições mais realistas com intensidade mensurável. Essas condições seriam, por exemplo, a ocorrência de mudança de massa em sistemas em expansão com dimensões finitas, sendo as partículas emitidas repentinamente. Observamos que a presença de *flow* não-relativístico, com valor compatível com o medido no RHIC, poderia auxiliar na descoberta das correlações hadrônicas comprimidas, já que amplia a região de $\vec{K}_{1,2}$ e $\vec{q}_{1,2}$ onde estas têm magnitude mensurável, se compararmos ao caso de sistemas estáticos.

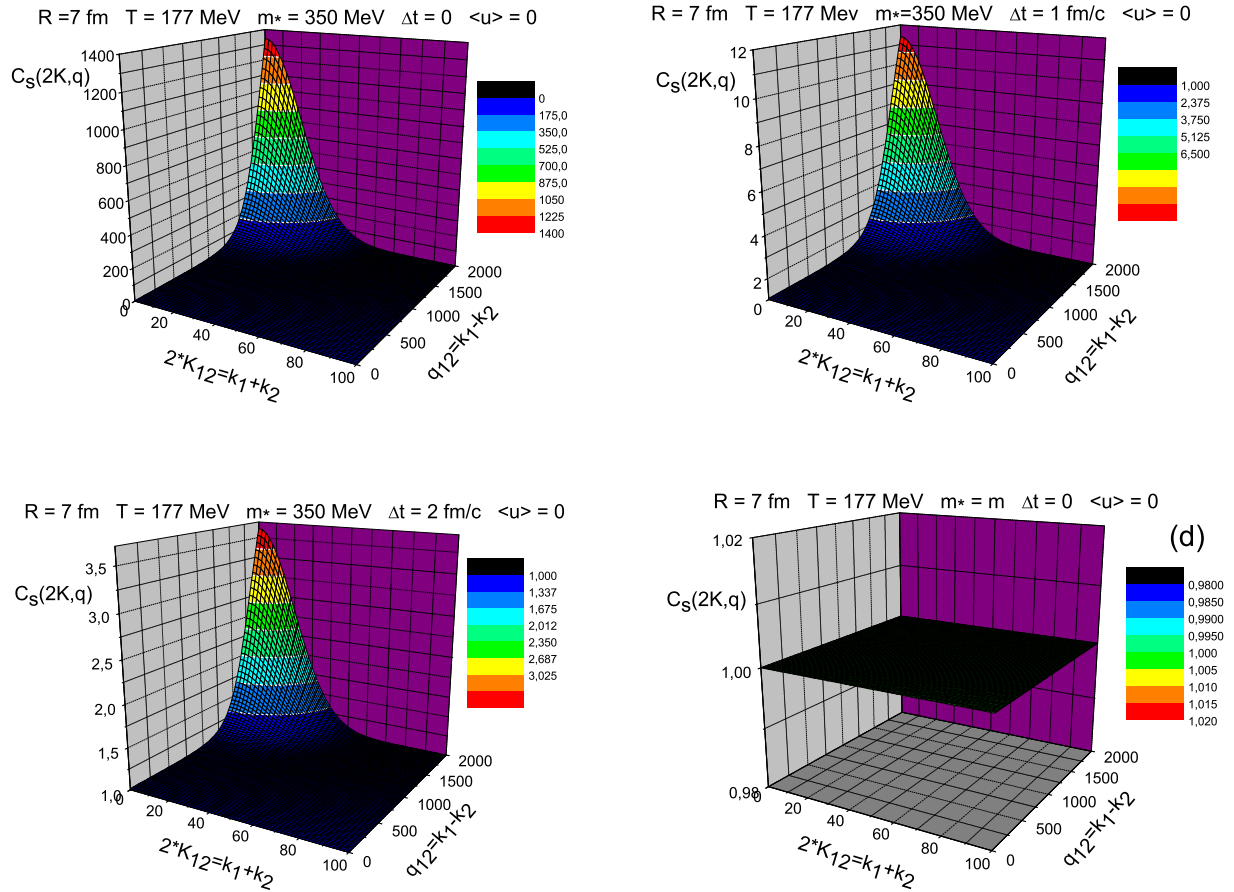


Figura 5.7: $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) \times (2\vec{K}_{1,2}) \times \vec{q}_{1,2}$ na ausência de *flow* radial não-relativístico, $\langle u \rangle = 0$, para os seguintes intervalos de tempo: em (a), emissão instantânea, $\Delta t = 0$; em (b), $\Delta t = 1$ fm/c e em (c), $\Delta t = 2$ fm/c, considerando que a massa modificada seja 350 MeV. Finalmente, em (d) apresentamos o resultado considerando que $m_* = m \cong 494$ MeV/c, com $\Delta t = 0$, correspondente ao desaparecimento do efeito na ausência de modificação de massa por interação com o meio.

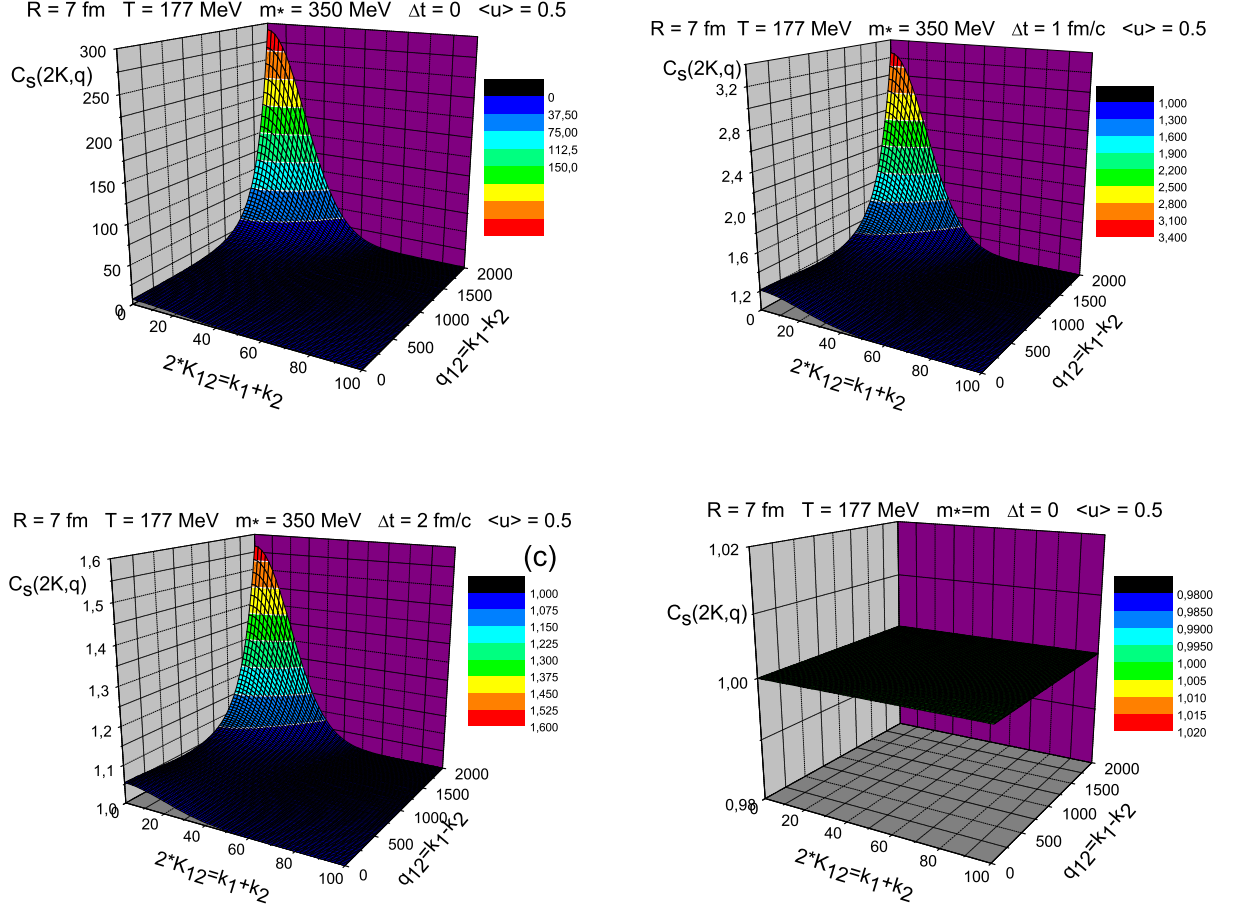


Figura 5.8: $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2}) \times (2\vec{K}_{1,2}) \times \vec{q}_{1,2}$ para um sistema com *flow* radial não-relativístico, $\langle u \rangle = 0.5$, para os seguintes intervalos de tempo: em (a), emissão instantânea, $\Delta t = 0$; em (b), $\Delta t = 1$ fm/c, e em (c) $\Delta t = 2$ fm/c, considerando que $m_* = 350$ MeV. Finalmente, em (d) apresentamos o resultado considerando que $m_* = m \cong 494$ MeV/c, com $\Delta t = 0$, ou seja, a ausência de efeito de *squeezing* quando não há alteração da massa no meio.

5.4 Efeito HBT na presença de *squeezing*

Embora o objetivo inicial desse estudo fosse focado em correlações comprimidas de partícula-antipartícula, por completeza decidimos também investigar os efeitos da mudança de massa no meio (*squeezing*), em correlações entre partículas idênticas, às quais temos denominado de Efeito HBT, da mesma forma que foi feito anteriormente para pares de ϕ [16, 17]. No Apêndice A, é feita uma breve revisão histórica das origens experimentais desse efeito e também é derivado o formalismo necessário para o estudo das implicações que uma possível mudança de massa das partículas, no meio termalizado presente após as colisões, causaria sobre tais correlações entre partículas idênticas.

Usando as expressões obtidas para o efeito HBT no Apêndice A, obtemos da Figura 5.9, onde fazemos a análise considerando que a massa dos káons idênticos seja modificada apenas para valores maiores que sua massa assintótica, ou seja, $m_* = 650$ MeV.

Vamos estender nossa investigação de $C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ para dois casos, um com a emissão das partículas ocorrendo instantaneamente, gráficos (a) e (c) da Figura 5.9, e outro para um tempo de emissão finito, $\Delta t = 2$ fm/c, que está apresentado em (b) e (d) desta mesma figura. Estamos considerando, por simplicidade, que as partículas sejam emitidas com momentos paralelos, ou seja, o ângulo entre a direção de $\vec{K}_{1,2}$ e de $\vec{q}_{1,2}$ é nulo ($\theta = 0$). Além disso, estamos fixando a massa modificada em 650 MeV, nos gráficos 5.9.c e 5.9.d. É bom notar que estamos tomando dois valores de momento médio $|\vec{K}_{1,2}|$, 0.5 GeV/c e 2.0 GeV/c.

Os gráficos das Figuras 5.9.a e 5.9.b mostram apenas o efeito da expansão (*flow*) sobre o sistema nos dois intervalos de tempo aqui estudados. Vemos que as curvas para o sistema em expansão, com $\langle u \rangle = 0.5$, são mais largas do que para um sistema estático, com $\langle u \rangle = 0$, como seria esperado, pois a expansão faz com que uma região menor seja acessível à interferometria, isto é, aquela das partículas que se movem com velocidades próximas (*co-movers*), acarretando em alargamento das curvas de correlação. Quando a emissão é instantânea ($\Delta t = 0$), as curvas não são sensíveis à energia (curvas com $|\vec{K}_{1,2}| = 0.5$ GeV/c e 2.0 GeV/c coincidem). Quando Δt é finito (vide Figura 5.9.(b), com $\Delta t = 2$ fm/c), as diferentes energias produzem curvas distinguíveis, tanto na ausência de *flow* ($\langle u \rangle = 0$), quanto na presença desse ($\langle u \rangle = 0.5$).

Por outro lado, os gráficos das Figuras 5.9.c e 5.9.d, além de mostrar o efeito do *flow* sobre o sistema, mostram também o que aconteceria caso a massa das partículas fosse modificada pelo meio quente e denso. Comparando as curvas de (a) com (c) e de (b) com (d), podemos ver claramente que a presença *squeezing* tende a diminuir o efeito de *flow* sobre o sistema, para $|\vec{K}_{1,2}| = 0.5$ GeV/c, ou anular o mesmo para $|\vec{K}_{1,2}| = 2.0$ GeV/c, em ambos

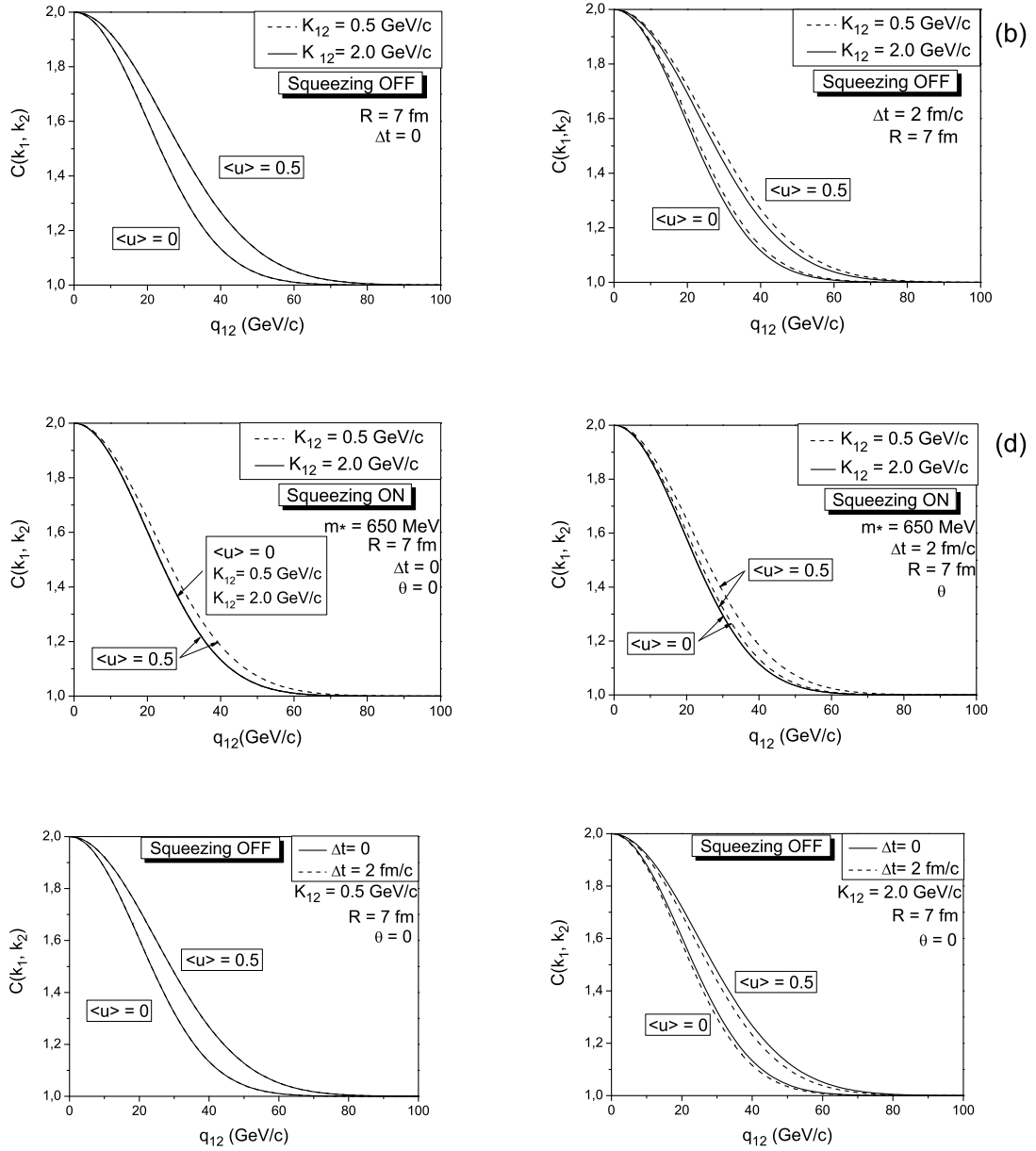


Figura 5.9: Efeito HBT em sistemas na presença e na ausência de *squeezing*. O gráfico (a) mostra como a função de correlação se comporta na presença e ausência de *flow* para $\Delta t = 0$ e em (b) $\Delta t = 2 \text{ fm}/c$, sem *squeezing*. Os gráficos (c) e (d) mostram o comportamento do sistema para os dois casos de *flow* e também o efeito de *squeezing* sobre os pares de káons na $C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$. Os gráficos sugerem que o *squeezing* produz efeitos opostos aos de *flow*, parecendo anular-se mutuamente para $|\vec{K}_{1,2}| = 2.0 \text{ GeV}/c$. Os gráficos (e) e (f) mostram como a função de correlação comporta-se, para um $|\vec{K}_{1,2}|$ fixo nos intervalos de tempo aqui considerados.

os intervalos de tempo. Em síntese, à medida que $\vec{K}_{1,2}$ aumenta, o *squeezing* praticamente anula o efeito do *flow* sobre o sistema.

As curvas com maior energia são mais estreitas devido ao acoplamento implícito entre o tempo e a componente do momento relativo paralela à do momento médio ($\vec{q}_{1,2} \parallel \vec{K}_{1,2}$) pois, por construção, $q_{1,2}^\mu K_{\mu 1,2} \equiv 0$. Explicando melhor, $q_0 K^0 - \vec{q}_{1,2} \cdot \vec{K}_{1,2} = 0$, o que implica que $q_0 = \frac{\vec{q}_{1,2} \cdot \vec{K}_{1,2}}{K^0}$. Isso, então, leva a uma contribuição adicional (vinda de $q^0 \Delta t = (\omega_{\vec{k}_1} - \omega_{\vec{k}_2}) \Delta t$ na equação (3.17)) ao “raio” sondado e, conseqüentemente, a um estreitamento da curva de correlação, conforme discutido na seção 3.1 de Ref. [21]. Os gráficos (e) e (f) da Figura 5.9 ilustram melhor esse comportamento da função de correlação nos dois intervalos de tempo, considerando tanto o sistema estático como em expansão, respectivamente para $|\vec{K}_{1,2}| = 0.5$ GeV/c e $|\vec{K}_{1,2}| = 2.0$ GeV/c. Vemos que em (e) as curvas correspondentes a $|\vec{K}_{1,2}| = 0.5$ GeV/c coincidem para os dois intervalos de tempo, tanto na presença de *flow*, como na ausência do mesmo. Ou seja, para esse valor de momento médio, não há resolução suficiente para separar as curvas correspondentes aos dois intervalos de tempo. No entanto, para $|\vec{K}_{1,2}| = 2.0$ GeV/c, em (f), as curvas para $\Delta t = 0$ são mais largas que aquelas para $\Delta t = 2$ fm/c, da mesma forma que foi mostrado para o caso da correlação HBT de mésons ϕ , em [17]. Assim, a Figura 5.9.f ilustra a contribuição adicional ao raio sondado por interferometria, conforme discutido acima, relacionado ao fator ($q^0 \Delta t$) dado na equação (3.17), o qual representa a contribuição temporal à função de correlação de partículas idênticas.

É bom ressaltar que os resultados 5.9.a, 5.9.b, 5.9.e e 5.9.f são compatíveis com dados experimentais de interferometria. Já os gráficos 5.9.c e 5.9.d mostram os efeitos que uma mudança de massa no meio termalizado geram ao Efeito HBT, mais precisamente a presença de *flow* no sistema, tendendo a anular o mesmo.

Esse estudo mostra então que, caso haja mudança de massa das partículas no meio formado em colisões de íons pesados, além do aparecimento de correlações entre partícula-antipartícula, seus efeitos também serão observados em correlações entre partículas idênticas.

Capítulo 6

Conclusão

Nesse trabalho, visando a obtenção de resultados analíticos mais facilmente compreensíveis, adotamos algumas hipóteses simplificadoras sugeridas em estudos anteriores e rederivamos as principais relações das Ref. [2, 4]. Entre essas hipóteses, consideramos que a modificação de massa fosse independente da posição das quase-partículas no meio quente e denso, bem como de seus momentos. Dessa forma, o modelo aqui adotado considera que a mudança de massa das quase-partículas ocorra, de maneira uniforme, em todo o volume do sistema. Assumimos que esse sistema tenha dimensão finita, compatível com as dimensões nucleares e ainda que o tempo de emissão das partículas observadas também seja finito. No caso de sistemas em expansão, consideramos que essa ocorra radialmente e que a velocidade de *flow* seja não-relativística. Desprezamos ainda os efeitos do *flow* não-relativístico sobre o fator de *squeezing*. Dessa forma, embora os resultados analíticos aqui exibidos sejam essencialmente uma confirmação daqueles das Ref. [2, 4], a sua aplicação ao caso de correlações comprimidas de K^+K^- e de HBT ($K^\pm K^\pm$) na presença de *squeezing*, são originais.

Derivamos, no Cap. 3, as expressões das amplitudes caótica e comprimida e, também do espectro de cada uma das partículas. Dessa forma, podemos escrever as expressões analíticas das funções de correlação comprimida $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$, que está relacionada à pares de partícula-antipartícula, e de partículas idênticas $C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$, também conhecida como Efeito HBT.

Nesse modelo, as partes temporal e espacial são supostas desacopladas uma da outra, como pode ser visto nas equações (4.81), (5.9) e (3.13) apresentadas anteriormente. Para o cálculo dessas expressões estamos adotando uma parametrização originada em resultados baseados no modelo hidrodinâmico introduzido em [6] e [8], considerando que o fluido possa ser dividido em células independentes, cujo interior é localmente termalizado. Também, para que a intensidade da função de correlação não se reduza à unidade muito

rapidamente é considerado que a emissão das partículas seja repentina.

No nosso estudo estamos analisando dois tipos de função de emissão temporal, apresentadas no Cap. 4. A primeira delas é a do tipo lorentziana, dada na equação (5.6), e a segunda, do tipo Lévy, dada na equação (5.7). Comparando as Figuras 5.1 e 5.3, vemos que, se a emissão temporal das partículas for do tipo Lévy, será pouco provável a observação experimental da função de correlação comprimida, pois sua intensidade, segundo a Figura 5.3, é muito baixa. No entanto, se for comprovado que essa é a forma da emissão temporal das partículas, talvez ainda fosse possível a sua observação na região de baixos momentos. Mas, para tal, seria preciso que as partículas fossem emitidas em um intervalo de tempo muito curto, $\Delta t \leq 1 \text{ fm}/c$. Porém, se a distribuição temporal se aproximar mais de uma forma lorentziana, as chances de observar a correlação comprimida serão maiores. Nesse caso, mostramos no Cap. 4 que os resultados de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$, analisados em termos dos momentos médio e relativo, têm intensidade mensurável no intervalo de tempo considerado ($0 \leq \Delta t \leq 2 \text{ fm}/c$), em toda a região de momentos do par estudada ($0 \leq |\vec{q}_{1,2}| \leq 2000 \text{ MeV}/c$).

Os resultados apresentados nas Figuras 5.1 e 5.3 são interessantes apenas do ponto de vista teórico, pois, a massa modificada não é medida diretamente e nem se pode medir com tanta precisão os momentos do par de partícula-antipartícula. Com o auxílio desses gráficos é possível escolher valores convenientes para a massa modificada das partículas de forma a estimar a intensidade das correlações comprimidas resultantes. Tomamos estes como sendo os dois valores mais próximos aos máximos de $C(\vec{k}, -\vec{k})$. Assim, nesse trabalho examinamos o comportamento de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ para $m_* = 350 \text{ MeV}$ e $m_* = 650 \text{ MeV}$. Esses valores são simetricamente localizados em relação à massa de repouso dos káons carregados. Fizemos estes estudos inspirados em correlação de partículas idênticas, também conhecidas como efeito Hambury-Brown-Twiss (HBT), onde é medida a função de correlação caótica $C_c(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ em termos de $q_{1,2}$ para diferentes valores de $\vec{K}_{1,2}$. No caso de HBT, o máximo ocorre para $q_{12} \approx 0$, pois envolve partículas idênticas, sendo tanto mais intenso quanto mais próximos forem os momentos das mesmas. Já no caso de correlações hadrônicas comprimidas, analisamos $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ em função de $\vec{K}_{1,2}$ e de $\vec{q}_{1,2}$, o máximo se localizando em torno de $2\vec{K}_{1,2} \approx 0$.

Os resultados correspondentes à correlação hadrônica comprimida de K^+K^- podem ser vistos nas Figuras 5.4, 5.5, 5.7 e 5.8. Esses gráficos mostram o comportamento da função de correlação comprimida em termos dos momentos médio e relativo, para sistemas em expansão, com $\langle u \rangle = 0.5$, ou estáticos, com $\langle u \rangle = 0$, para dois intervalos de tempo, $\Delta t = 1 \text{ fm}/c$ e $2 \text{ fm}/c$, bem como para uma emissão instantânea, conforme mostrado nas Figuras 5.7 e 5.8. Podemos ver também nesses gráficos, que ocorre uma forte redução do sinal da função de correlação comprimida para uma emissão em

tempo finito, quando comparamos com o sinal da função de correlação para a emissão instantânea. Vemos que a função de emissão temporal do tipo lorentziana suprime menos o sinal de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$ à medida que $\vec{q}_{1,2}$ aumenta. Também constatamos que a presença de *flow* no sistema favorece o sinal de $C_s(\vec{K}_{1,2}, \vec{q}_{1,2})$, especialmente para baixos valores de $\vec{q}_{1,2}$.

Também apresentamos aqui gráficos de correlação HBT, onde vemos que, se há mudança de massa das partículas envolvidas, os efeitos de *squeezing* tendem a anular aqueles devidos à presença de *flow*, conforme pode ser visto nos gráficos das Figuras 5.9.c e 5.9.d. Observamos também que para valores de $|K_{1,2}| \approx 2.0$ GeV/c, a largura da função de correlação resultante do efeito conjunto de *flow* e *squeezing*, praticamente coincide com aquela em que nenhum deles está presente.

Podemos ainda ver no Cap. 4, que a intensidade da função de correlação comprimida é maior na presença de *flow* do que na sua ausência, para baixos valores de $\vec{q}_{1,2}$. Isso sugere que o *flow* pode ajudar na descoberta experimental das correlações hadrônicas comprimidas. Mostramos também, usando esse mesmo modelo simplificado e no limite não-relativístico aqui considerado, que o *squeezing* originado na mudança de massa das partículas, pode distorcer significativamente a função de correlação de partículas idênticas (HBT), auxiliando também na descoberta experimental desse efeito.

Por fim, devemos salientar que, até o momento, a existência de correlações hadrônicas comprimidas para pares de partícula-antipartícula foi demonstrada apenas teoricamente, não tendo sido ainda procurada experimentalmente. Assim, o objetivo principal dessa dissertação foi mostrar que tais correlações teriam intensidade mensurável no laboratório. Esperamos com isso motivar os experimentais a procurar por esse tipo de correlação, o que permitiria, finalmente, chegar à sua descoberta experimental. Dessa forma, se descobertas, tais correlações seriam também uma evidência de que teria havido modificação da massa hadrônica das partículas analisadas, quando estas ainda se encontravam nos meios quentes e densos formados em colisões a altas energias.

Referências Bibliográficas

- [1] T.Csörgo e M. Gyulassy [*arXiv: hep-ph/9901271v1*] (1999).
- [2] M. Asakawa, T. Csörgo e M. Gyulassy *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4013 (1999).
- [3] P. K. Panda, T. Csörgo, Y. Hama, G. Krein e Sandra S. Padula *Phys. Lett. B* **512**, 49 (2001).
- [4] Sandra S. Padula, G. Krein, T. Csörgo, Y. Hama e P. K. Panda *Phys. Rev. C* **73**, 044906 (2006).
- [5] T. Csörgo e Sandra S. Padula *Proc. WPCF 2006, Braz. J. Phys.* **37**, 949 (2007).
- [6] A. Maklin e Yu. M. Sinyukov *Sov. J. Nucl. Phys.* **46**, 354 (1987); *Yad. Fiz.* **46**, 637 (1987).
- [7] I.V. Andreev, M. Plümer e R.M. Weiner *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3475 (1991).
- [8] Yu. M. Sinyukov *Nucl. Phys. A* **566**, 589c (1994).
- [9] I.V. Andreev e R.M. Weiner *Phys. Lett. B*, 373 (1996).
- [10] M. Asakawa e T. Csörgo *Heavy Ion Phys.* **4** (1996).
- [11] M. Asakawa e T. Csörgo *Proc. Strong Electroweak Matter (1997) (SEWM'97)*, ed. por F. Csikov et al. p. 332 (1998)[*quant-ph/9708006v2*].
- [12] T. Csörgo, B. Lörstad e J. Zimányi *Phys. Lett. B* **338**, 134 (1994).
- [13] P. Csizmadia, T. Csörgo e B. Lukács *Phys. Lett. B* **443**, 21 (1998).
- [14] Sandra S. Padula, Y. Hama, P.K. Panda e T. Csörgo *Proc. Quark Matter 2005, Nucl. Phys. A* **774**, 615 (2006); idem, *Proc. WPCF, AIP Conf. Proc.* **828**, 645 (2006).
- [15] Sandra S. Padula *Braz. J. Phys.* **35**, 70 (2005).

- [16] Sandra S. Padula, O. Scolowski Jr., T. Csörge e M. I. Nagy *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **35**, 104141 (2008).
- [17] Sandra S. Padula, Danuce M. Dudek e O. Scolowski Jr. [*arXiv: 0812.1784*], à ser publicado em *Proc. ISMD 2008*; idem, [*arXiv: 0901.0963v1*], à ser publicado em *Proc. WPCF 2008*, em *Acta Phys. Polon.*
- [18] M. Csanád [PHENIX Collaboration] *Proc. Quark Matter 2005, Nucl. Phys. A* **774**, 611 (2006).
- [19] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration] *Phys. Rev. C* **69**, 034909 (2004).
- [20] G. Goldhaber *phys. Rev.* **120**, 300 (1996).
- [21] Sandra S. Padula, M. Gyulassy e S. Gavin *Nucl. Phys. B* **329**, 357 (1989).