

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DOS MATERIAIS

ADRIANA GUIRAO PRESOTTO

**RESPOSTA MAGNETO-ELÉTRICA DE NANOFITAS SUPERCONDUTORAS
GRANULARES: SIMULAÇÕES UTILIZANDO O FORMALISMO DE
GINZBURG-LANDAU DEPENDENTE DO TEMPO**

Ilha Solteira
2020

ADRIANA GUIRAO PRESOTTO

Resposta magneto-elétrica de nanofitas supercondutoras granulares:
simulações utilizando o formalismo de Ginzburg-Landau dependente do tempo

Magneto-electric response of granular superconducting nanofibers: simulations
using the time-dependent Ginzburg-Landau formalism

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia – UNESP - Campus de
Ilha Solteira, como requisito para a
obtenção do título de Mestre em Ciência
dos Materiais.

Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY

Orientador

Dr. ELWIS CARLOS SARTORELLI DUARTE

Coorientador

Ilha Solteira

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P934r Presotto, Adriana Guirao.
Resposta magneto-elétrica de nanofitas supercondutoras granulares:
simulações utilizando o formalismo de Ginzburg-Landau dependente do tempo
/ Adriana Guirao Presotto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
73 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Física da Matéria
Condensada, 2020

Orientador: Rafael Zadorosny
Coorientador: Elwis Carlos Sartorelli Duarte
Inclui bibliografia

1. Supercondutores granulares. 2. GTDGL. 3. Flux Flow.

Raiane da Silva Santos
Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

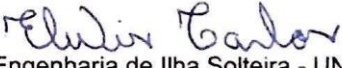
TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Resposta magneto-elétrica de nanofitas supercondutoras granulares: simulações utilizando o formalismo de Ginzburg-Landau dependente do tempo

AUTORA: ADRIANA GUIRÃO PRESOTTO

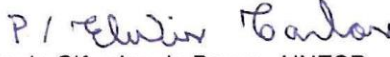
ORIENTADOR: RAFAEL ZADOROSNY

COORIENTADOR: ELWIS CARLOS SARTORELLI DUARTE

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em CIÊNCIA DOS MATERIAIS, área: Física da Matéria Condensada pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. ELWIS CARLOS SARTORELLI DUARTE 
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. EDSON SARDELLA 
Departamento de Física / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP

Prof. Dr. ANDRE LUIZ MALVEZZI P. 
Departamento de Física / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP

Ilha Solteira, 18 de março de 2020

Dedico aos meus pais, Vera e Mário, e minha irmã Alice, pelo apoio, carinho e compreensão.

E ao meu eterno amigo Muringa, que me acompanha do céu.

AGRADECIMENTOS

A Deus e Nossa Senhora Aparecida, por terem me concedido saúde, força e sabedoria para superar as dificuldades encontradas pelo caminho.

Aos meus pais, Mário e Vera, por todo o amor, suporte e carinho. E por sempre confiarem na minha capacidade.

Ao CNPq pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível concluir este estudo.

À CAPES - finance code 001 por permitir acesso a diversas revistas internacionais.

À FAPESP processo 2016/12390-6 pelo financiamento do projeto de pesquisa que deu suporte a este trabalho.

Ao Prof. Dr. Rafael Zadorosny e ao Dr. Elwis Carlos Satorelli Duarte, que orientaram o desenvolvimento deste trabalho com companheirismo e dedicação.

A banca examinadora, que aceitou discutir e melhorar este trabalho.

O Grupo de Supercondutividade e Materiais Avançados (GSMA) por toda parceria e discussões enriquecedoras. A Alice, por me ajudar e me incentivar em todos os momentos, e a Ana por dividir e me ajudar em todas as etapas desse processo.

As minhas amigas Ana, Beatriz, Bruna, Bruna L., Caren, Carolina, Fabricia e Jaqueline que dividem e incentivam meus sonhos e tornam meus dias mais alegres.

“Na vida, não existe nada a temer, mas a entender.”

Marie Curie

RESUMO

Correntes de transporte interagem com os vórtices de Abrikosov nos supercondutores do tipo II via força de Lorentz (F_L), o que pode resultar em seu movimento. Esse movimento ocorrerá se F_L suprimir a força de *pinning* (FP) [4,6], que mantém os vórtices ancorados, tais como defeitos e orifícios artificiais nas amostras. Nos casos em que $F_L \gg FP$, os vórtices se movem livremente e experimentam apenas resistência viscosa devido à sua interação com o condensado supercondutor. Esse estado de movimento é conhecido como *flux flow* (FF). Assim, no presente trabalho, estudamos a dinâmica dos vórtices em uma fita supercondutora com tamanhos laterais de $10 \xi(0) \times 70 \xi(0)$, com seis grãos espaçados por um supercondutor de menor T_c , i.e., um *weak-link* (WL). Além disso, em cada grão foram considerados quatro defeitos da mesma natureza que os WL's, simulando defeitos intrínsecos. Para tal estudos, as equações generalizadas de Ginzburg-Landau dependentes do tempo (GTDGL) foram solucionadas numericamente. Assim, foram considerados três valores diferentes de campos magnéticos externos, i.e., $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, $0,3 H_{c2}(0)$ e $0,5 H_{c2}(0)$, e densidade de correntes de transporte de intensidade que variou em passos de $0,005 J_0$. Observou-se que a intensidade de H_{ap} , influencia diretamente nos regimes de movimento, onde para $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$ foi verificado apenas o FF intergranular e uma dinâmica mais duradoura. Já para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ e $0,5 H_{c2}(0)$ foram observados dois regimes de movimento, o *flux flow* (FF) inter e o intragranular, porém houve uma destruição mais rápida do supercondutor (SC). Verificou-se, ainda, que o sinal de $V(t)$ é apresentado em forma de “pacotes” de repetições, sendo que há uma maior modulação e dissipação quando inicia-se o regime de FF intragranular. Já as frequências de oscilação são da ordem de GHz, possuindo uma dependência com H_{ap} . Isso é devido ao maior número de vórtices de Abrikosov interagindo no SC, o que causa um aumento no período de oscilação de $V(t)$.

ABSTRACT

Transport currents interact with Abrikosov vortices in type II superconductors via Lorentz force (F_L), which can result in their motion. Such movement will occur if F_L suppresses the pinning force (FP) [4,6], which keeps vortices trapped, such as defects and artificial holes in the samples. In cases where $F_L \gg FP$, the vortices move freely and experience only a viscous resistance due to their interaction with the superconducting condensate. This state of motion is known as flux flow (FF). Thus, in the present work, we studied the vortex dynamics a superconducting tape with lateral sizes of $10 \xi(0) \times 70 \xi(0)$, with six grains spaced by a smaller T_c superconductor, i.e., a weak-link (WL). In addition, in each grain, four defects of the same nature as the WL's were considered, simulating intrinsic defects. For such studies, the generalized time-dependent Ginzburg-Landau equations (GTDGL) were solved numerically. Thus, three different values for the external magnetic field were considered, i.e., $H_{ap} = 0.1 H_{c2}(0)$, $0.3 H_{c2}(0)$ and $0.5 H_{c2}(0)$, and density of transport currents of intensity that varied in steps of $0,005 J_0$. It was observed that the intensity of H_{ap} directly influences the motion regimes, where for $H_{ap} = 0.1 H_{c2}(0)$ it was verified only the intergranular FF and a longer dynamics. For $H_{ap} = 0.3 H_{c2}(0)$ and $0.5 H_{c2}(0)$, two motion regimes were observed, the inter and intragranular FF. However, there was a faster destruction of the superconductor (SC). It was also found that the $V(t)$ response presented a repetition "packages", with greater modulation and dissipation when the intragranular FF regime starts. The oscillation frequencies are of the order of GHz, having a dependence on H_{ap} . This is due to the greater number of Abrikosov vortices interacting in the superconductor, which causes an increase in the period of oscillation of $V(t)$.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. ESTADO DA ARTE	15
2.1. Revisão bibliográfica	15
2.2. Teorias fenomenológicas	20
2.2.1. Equações dos irmãos London.....	20
2.2.2. Teoria de Ginzburg-Landau	21
2.2.3. Comprimentos característicos.....	25
2.2.3.1. Comprimento de penetração, λ_L	25
2.2.3.2. Densidade de superelétrons e Comprimento de coerência, ξ	26
2.2.3.3. Parâmetro de Ginzburg-Landau κ	28
2.2.4. Supercondutores dos tipos I e II.....	28
2.2.5. Quantização do Fluxo	30
2.2.6. Supercondutores Mesoscópicos	31
2.2.7. Regimes de Movimentos.....	33
2.2.7.1. Flux Flow	34
2.2.7.2. Força <i>Pinning</i> (FP)	36
2.2.7.2.1. Tipos de PCs.	37
3. FORMALISMO TEÓRICO	39
3.1. Equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo – TDGL.....	39
3.2. Equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo generalizada – GTDGL.....	41
3.3. Campos auxiliares.....	42
3.4. Solução numérica da equação GTDGL	43
3.4.1. Malha de discretização.....	44
3.4.2. Condições de contorno	45

3.4.3. Discretização da equação GTDGL.....	46
3.4.4. Discretização da densidade de corrente	47
3.4.5. Discretização do potencial vetor e da voltagem	48
4. RESULTADOS	50
4.1. Curva da voltagem pela corrente	50
4.2. Relação entre voltagem e $ \psi $	54
4.3. Frequência de oscilação	60
4.4. Módulo de J.....	62
5. CONCLUSÕES.....	68
REFERÊNCIAS.....	70

1. INTRODUÇÃO

Uma das áreas da física mais estudada na atualidade é a Física de materiais. Um setor de grande destaque é o dos nanomateriais e é nesta escala que se enquadra a supercondutividade mesoscópica (SC meso). Tais materiais possuem tamanhos que são da ordem dos comprimentos característicos dos supercondutores, i.e., da profundidade de penetração $\lambda(T)$ e/ou do comprimento de coerência $\xi(T)$ [1]. Por causa das dimensões pequenas, os vórtices e as correntes no material sofrem grande influência da superfície do material, devido aos efeitos de confinamento. Assim, é de grande interesse teórico e prático o estudo de supercondutores mesoscópicos, seu comportamento sob campos magnéticos externos e correntes de transporte.

Em 1950, Vitaly Ginzburg e Lev Landau propuseram a teoria de Ginzburg-Landau (teoria GL) [2,3]. Tal teoria explica, por meio de variáveis termodinâmicas, a transição da fase normal para o estado supercondutor. Ela, ainda, explica a existência de dois tipos de supercondutores, os do tipo I (SCI) e os do tipo II (SCII). Sendo que os SCI possuem uma transição abrupta do estado normal para o estado supercondutor. Enquanto que nos SCII, há a presença de um estado misto quando imerso em um campo magnético, ou seja, torna-se energeticamente favorável a penetração de fluxo magnético em seu interior.

Foi o físico Alexei Abrikosov que estudou, pela teoria GL, o estado misto propondo, ainda, a existência de vórtices magnéticos (aqui denominados por vórtices de Abrikosov) em SCII. Quando da presença de correntes de transporte, os vórtices se movem devido à força de Lorentz (F_L) que age sobre eles. Com isso, um estado resistivo aparece e é caracterizado por uma resistividade não nula, porém menor que do estado normal, levando a uma diferença de potencial finita no material. Os vórtices podem ser aprisionados em defeitos do material, os chamados centros de ancoramento (pinning centers, PC). Quando a força que os aprisionados (*pinning force*, PF) é maior que a F_L , os vórtices podem se mover em grupos (pacotes) guiados pelos centros de aprisionamento do material. Como o vórtice está aprisionado, é necessária a interação com outros para que possa se mover; esse movimento é conhecido por *flux creep* (FCr) [4-6]. No modelo do FCr a dinâmica desse sistema é regida por dois parâmetros, α e B_0 , onde $\alpha = J(H + B_0)$ e $B_0 = \Phi_0/d^2$, sendo d a distância percorrida pelo pacote de vórtices [7].

Em situações onde o potencial efetivo de pinning não é muito maior que a energia térmica, ou $F_L \gg PF$, os vórtices estão livres para se movimentar e experimentam, efetivamente, apenas uma resistência viscosa devida à sua interação

com o mar supercondutor. Em tais condições, temos um regime de *flux flow* (FF). Tal situação é caracterizada por um comportamento linear na voltagem em função de α . Y. B. Kim e colaboradores [8] descreveram experimentalmente esse comportamento e diferenciaram os dois regimes de movimento dos vórtices, i.e., o FCr e FF com relação à velocidade dos mesmos.

Para valores muito pequenos de α , as amostras apresentaram um comportamento de FCr devido à ancoragem de vórtice por defeitos residuais [9]. Dessa forma, na época dessas publicações, houve grande interesse em mapear o estado resistivo de supercondutores no regime de FF. A. R. Strnad e co-autores [10] mensuraram o valor da resistividade em tal regime (ρ_f), onde ρ_f é obtido em termos da resistividade do estado normal (ρ_n). Mostraram que a relação ρ_f/ρ_n é dependente do campo (H) e da temperatura (T), e, ainda, (i) quando $T \ll T_c$, $\rho_f(H)$ é linear e, (ii) em $T = 0$ e na presença de H, ρ_f não é nulo.

Em 2007, D. Y. Vodolazov e F. M. Peeters usando as equações generalizadas de Ginzburg-Landau (GTDGL), estudaram a dinâmica de vórtices em regime de *flux flow instability* (FFI), que é o movimento desordenado dos vórtices dentro do supercondutor, causado pela não homogeneidade da densidade de corrente, em amostras mesoscópicas [11]. Há um valor mínimo de corrente acima do qual há alterações na rede de vórtices e estes passam a se mover em linha.

Adicionalmente, avanços da nanotecnologia tem despertado grande interesse no estudo do comportamento de materiais supercondutores em escalas submicro e nanométricas. Destaque pode ser dado aos *single photon detectors* (SPDs) [12-14] e, algumas previsões consideram a aplicação de nanofios como bits quânticos [2,3], detectores de micro-ondas [15] e sensores [16]. Recentemente, foi demonstrado que pode se tornar factível a fabricação de dispositivos para padrão de corrente (*current standarts*) [17-19] por conta do comportamento dual entre *phase slips* e junções Josephson [17, 20-22].

Nesses materiais diminutos, efeitos de confinamento são responsáveis por alterar sobremaneira a dinâmica de vórtices e, conseqüentemente, novos comportamentos são descritos para o estado supercondutor. Como os efeitos de confinamento são devidos a uma grande influência da superfície, já que as correntes de blindagem passam a permear toda a amostra, os vórtices começam a se arranjar de acordo com a simetria das mesmas. Dessa maneira, surgem estados de multivórtices [23,24] e vórtices gigantes [24], sendo esses últimos caracterizados por um único vórtice contendo mais de $1\Phi_0$ (quantum de fluxo magnético $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15}$ Webber) em seu núcleo.

Assim, no presente trabalho descrevemos o estudo da dinâmica de vórtices em nanofios simulados usando o formalismo de Ginzburg-Landau. Os estados dinâmicos dos vórtices, tal como possíveis regimes de *flux flow*, rearranjos da rede e suas consequências nas funções-resposta (magnetização e voltagem induzida em função do tempo) e da corrente aplicada foram analisadas. As amostras escolhidas foram fitas retangulares contendo seis grãos espaçados por um supercondutor de menor T_c (*weak-link*). Em cada grão foram inseridos quatro defeitos da mesma natureza que a dos *weak-links*.

2. ESTADO DA ARTE

2.1. Revisão bibliográfica

A partir do estudo da física de baixas temperaturas no início do século XX, Heike Kamerlingh Onnes, em 1911, descobriu a supercondutividade no seu laboratório em Leiden, na Holanda. Tal fato ocorreu quando ele estudava a resistividade elétrica de vários materiais em baixíssimas temperaturas. Assim, ao medir a resistência elétrica do Hg em função da temperatura, Onnes verificou que abaixo de 4,2K essa caía abruptamente a zero, como está demonstrado na Figura 1.

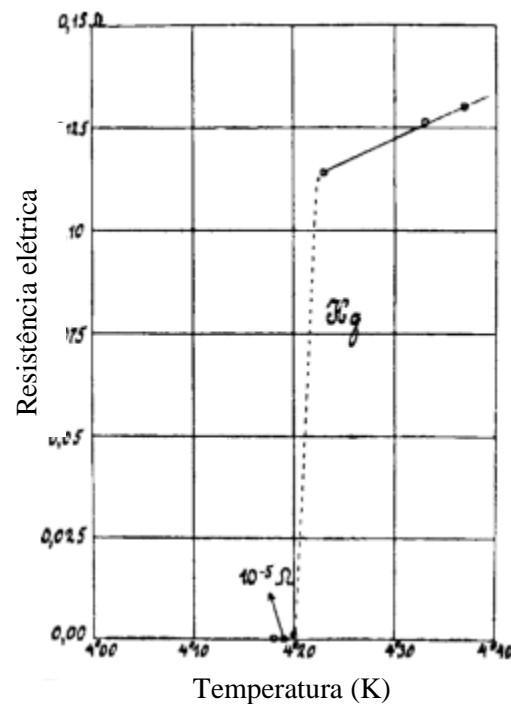


Figura 1- Resistividade em função da temperatura medida para o mercúrio por Onnes [13].

A temperatura na qual a resistência do material se anula foi denominada de temperatura crítica (T_c). Contudo, T_c não é o único parâmetro crítico característico das propriedades dos materiais supercondutores. O fenômeno da supercondutividade é altamente influenciado por campos magnéticos (H) e densidades de correntes (J) aplicados no material. Assim, os valores desses parâmetros que levam à destruição da supercondutividade são o campo magnético crítico termodinâmico (H_c) e a densidade de corrente crítica (J_c) [18].

A aplicação de um campo magnético externo ao SC produz uma diminuição da T_c . Porém, se o campo for muito intenso (e varia dependendo do material), ocorre a destruição do estado supercondutor e o material adquire um comportamento elétrico “normal”, com resistividade diferente de zero para qualquer temperatura. O estado

supercondutor, também, é destruído quando a amostra é percorrida por uma corrente (contínua) superior a um certo valor crítico. Nos supercondutores, o valor crítico para esta corrente está relacionado ao valor do campo magnético produzido pela própria corrente na superfície da amostra [18].

Em 1933, Meissner e Ochsenfeld descobriram um dos fenômenos mais interessantes relacionados à supercondutividade e que a diferencia de um estado de condução perfeita. Eles observaram que os supercondutores são diamagnetos perfeitos, ou seja, eles blindam completamente o seu interior da presença de campos magnéticos externos. Portanto, ao resfriar um material supercondutor abaixo de T_c e, se ele estiver na presença de um campo magnético, H , este campo será expulso do interior do material. Este efeito é denominado efeito Meissner – Ochsenfeld ou simplesmente efeito Meissner [2,3] e pode ser observado na Figura 2, a qual também traz uma comparação com a possível resposta de um condutor perfeito. Nota-se que os condutores perfeitos seguem a lei de Faraday enquanto o efeito Meissner não está vinculado à esta lei, ou seja, o efeito ocorre mesmo sob condições de campo estático.

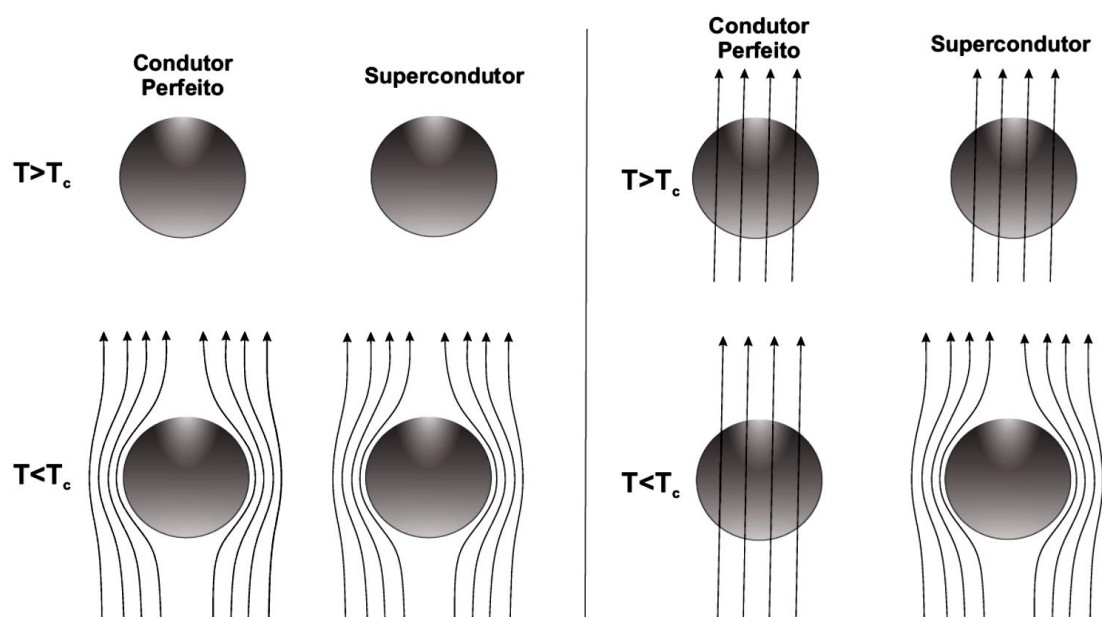


Figura 2- O painel da esquerda representa a resposta típica de um condutor perfeito, o qual obedece a lei de Faraday onde um dipolo magnético é estabelecido quando o campo aplicado é retirado. Em contraste, o painel da direita esquematiza a resposta magnética de um supercondutor. Note que mesmo em condição estática, devido ao efeito Meissner, o H é expulso do interior do material [25].

Depois da descoberta do efeito Meissner, surgiram novas teorias que buscavam explicar o comportamento dos supercondutores quando na presença de um campo magnético externo. As que mais se destacaram foi a teoria fenomenológica de Ginzburg e Landau, GL, que descreve o supercondutor em termos de um parâmetro de

ordem $\psi(r)$, onde $|\psi|^2$ representa a densidade de portadores de carga (pares de Cooper) do estado supercondutor [2,3,26], e também a teoria de primeiros princípios proposta por J. Bardeen, L. Cooper e J. R. Schrieffer, conhecida por teoria BCS [3,16,26]. Esta teoria afirma que os portadores de carga em um SC são constituídos por pares de elétrons que se atraem devido à forte interação desses com os fônons da rede cristalina do material. Tais portadores são conhecidos como pares de Cooper.

Em 1957, A. A. Abrikosov [17], previu a possibilidade de que a interface entre o estado normal e o supercondutor poderia possuir uma energia negativa, o que tornava a penetração de fluxo magnético no material energeticamente favorável. Dessa forma, ele denominou esses materiais de supercondutores do tipo II (SCII) e os que não exibissem tal comportamento de supercondutores do tipo I (SCI). O efeito Meissner pode ser observado em todos os supercondutores desde que o campo aplicado seja suficientemente fraco. Porém o seu comportamento na presença de um campo magnético é diferente para cada tipo de supercondutor.

Os SCI apresentam apenas os estados Meissner e Normal. Assim, se o campo aplicado for inferior a um valor crítico, H_c , não ocorrerá penetração de fluxo. A Figura 3 demonstra a dependência da magnetização em função do campo magnético para esses materiais.

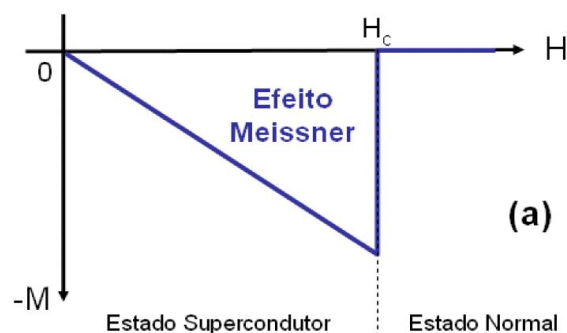


Figura 3- Ilustração do comportamento de um supercondutor do tipo I na presença de um campo magnético. Tal supercondutor apresenta apenas dois estados, o Meissner e o normal, sendo que a supercondutividade é destruída em um determinado valor de campo magnético, denominado de Campo Crítico H_c [27].

Os SCII, no entanto, apresentam dois campos críticos. A exclusão total do fluxo magnético persiste até o campo crítico inferior H_{c1} . Acima deste, o fluxo magnético penetra parcialmente na amostra, embora a supercondutividade se mantenha em alguns pontos. Essa penetração ocorre até um campo crítico superior, H_{c2} . A região entre os dois campos críticos, demonstrada na Figura 4, é denominada de estado misto ou estado de vórtices já que o fluxo magnético penetra de forma quantizada e correntes circundam a região normal induzida pelo campo (núcleo do vórtice).

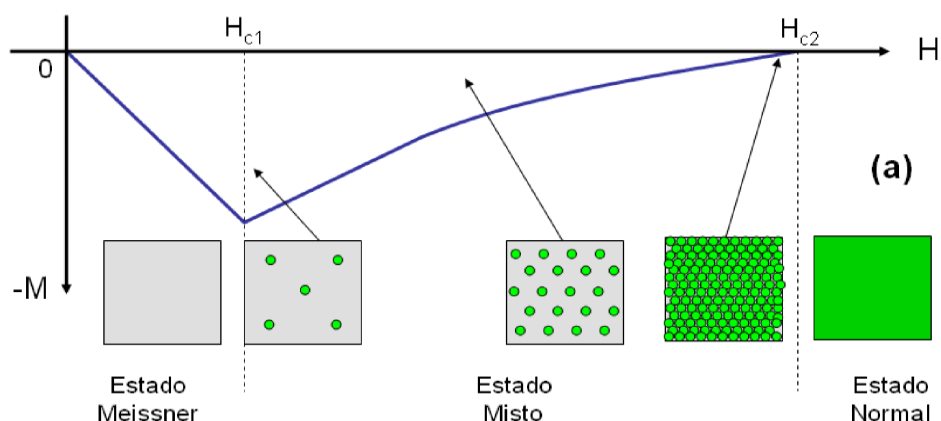


Figura 4- Ilustração da resposta de um supercondutor do tipo II na presença de campo magnético. Este apresenta três estados bem definidos, o Meissner, que se mantém até o campo crítico H_{c1} , o estado misto, onde ocorrem as penetrações de vórtices e está definido entre os campos H_{c1} a H_{c2} , e o estado normal, acima de H_{c2} [27].

Assim, cada vórtice carrega um quantum de fluxo magnético ($\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15}$ Webber). Em seu núcleo, o material está no estado normal o qual é rodeado por correntes que blindam tal região de se espalhar pelas regiões supercondutoras adjacentes, tal como mostrado na Figura 5 [28]. O diâmetro típico de um vórtice é de $2\xi(T)$ e n_s indica a densidade dos pares de Cooper. O momento magnético de cada vórtice tem o mesmo sentido do campo externo. Assim, as correntes que os envolvem tem o mesmo sentido de circuitação e se distribuem por uma profundidade típica representada por λ , o diâmetro da saia do vórtice está apresentado na Figura 5 como sendo 2λ . Com isso, a interação entre vórtices é repulsiva. O aumento de H apenas aumenta a densidade de vórtices no SC e, na ausência de defeitos, estes se arranjam em uma rede hexagonal conhecida por rede de Abrikosov. A Figura 6 mostra uma imagem real da rede de Abrikosov [29] e também uma distribuição de vórtices obtida via simulação computacional da teoria GL.

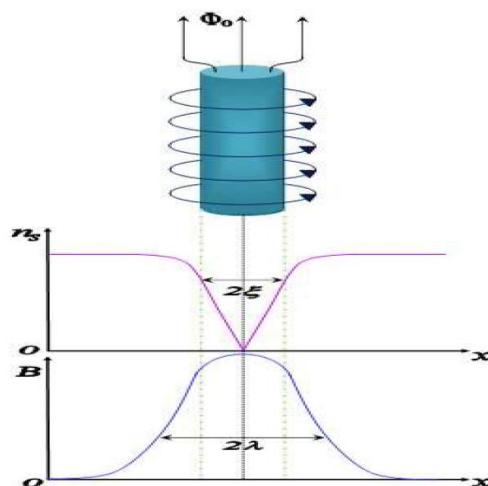


Figura 5- Esquematização de um vórtice circundado por correntes de blindagem, mapeando o comportamento de $|\psi|^2$ e B em função de n_s , passando pelo centro do vórtice [28].

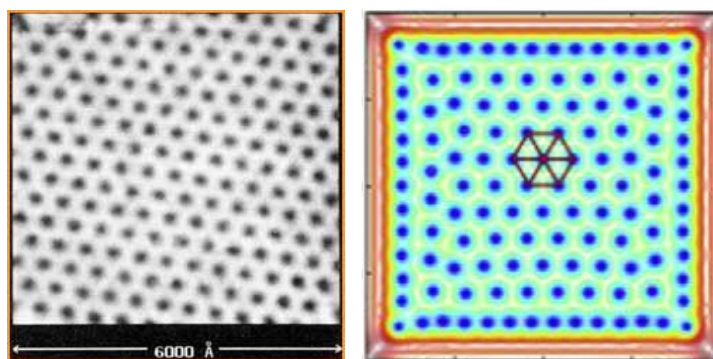


Figura 6- (Esquerda) imagem real da rede de Abrikosov, obtida por microscopia de tunelamento (STM) em um filme de NbSe₂, realizada a $T = 1,8$ K e $H = 1$ Tesla [29], (direita) rede de Abrikosov obtida por simulação computacional da teoria de Ginzburg-Landau [1].

A rede de Abrikosov é muito sensível à presença de defeitos no material os quais aprisionam os vórtices e, com isso, distorcem o arranjo dos mesmos (ver Figura 7) [30]. Outro fator que distorce a rede de Abrikosov são os efeitos de confinamento que surgem quando os tamanhos do SC são da ordem de seus comprimentos característicos, i. e., estão na escala nanométrica. Nessas condições, a rede de vórtices passa a adquirir a simetria do material [31,32].

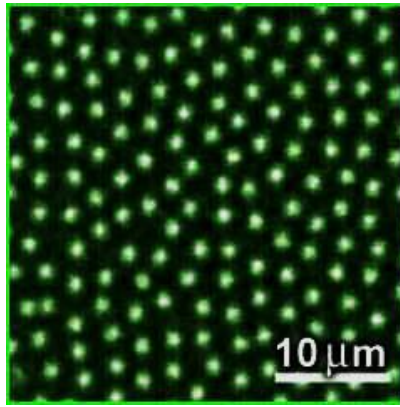


Figura 7- Distorção da rede de vórtices de Abrikosov, a qual não possui uma ordenação hexagonal de longo alcance [30].

2.2. Teorias fenomenológicas

2.2.1. Equações dos irmãos London

Esta teoria considera o supercondutor como um condutor perfeito [33]. Utilizando o modelo de Lorentz, sabemos que a ação do campo elétrico \mathbf{E} sobre um elétron ocasiona uma aceleração constante, tal que,

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{m}{\tau} \mathbf{v} + e\mathbf{E}, \quad (2.1)$$

sendo e a carga elementar, \mathbf{v} a sua velocidade e m a massa dos portadores de carga. O τ é o tempo médio entre a colisão de um elétron com um ponto da rede cristalina, e também a colisão deste mesmo elétron em um ponto qualquer. Como foi assumido um condutor perfeito, o atrito tende a zero, pois $\tau \rightarrow \infty$. Assim, resta o segundo termo. Agora, considerando a densidade de corrente supercondutora $\mathbf{J} = ne\mathbf{v}$, onde n é a densidade dos elétrons, nesse estado, podemos reescrever a equação (2.1) como:

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{ne^2}{m} \mathbf{E}. \quad (2.2)$$

A primeira equação de London está demonstrada na equação (2.2), e ela é equivalente à segunda lei de Newton aplicada aos elétrons do supercondutor. Utilizando as leis de Faraday (2.3) e de Ampère (2.4), respectivamente,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (2.4)$$

substituindo (2.4) na equação (2.2), aplicando, em seguida, o rotacional no resultado e utilizando (2.3), obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \frac{4\pi ne^2}{mc^2} \mathbf{B} \right) = 0. \quad (2.5)$$

Temos que o argumento da derivada temporal é nulo ou constante. Para este caso iremos considerar a primeira hipótese, embora essa não seja válida quando há nucleação de vórtices no supercondutor, contudo é suficiente para explicar o estado Meissner. Com isso vem que,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \frac{4\pi n e^2}{m c^2} \mathbf{B} = 0. \quad (2.6)$$

Utilizando a identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$, com $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, devido a não existência de monopolos magnéticos no espaço real [34]. A expressão (2.6) fica:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{4\pi n e^2}{m c^2} \mathbf{B}. \quad (2.7)$$

A constante que encontramos na equação (2.6) tem unidades de inverso de quadrado de comprimento, dada por,

$$\lambda_L^2 = \frac{m c^2}{4\pi n e^2}. \quad (2.8)$$

Considerando o caso unidimensional onde em $x = 0$ está a interface normal (vácuo)-supercondutor e o espaço $x \geq 0$ é preenchido pelo supercondutor, e que o campo é aplicado ao longo da direção z , temos que:

$$\frac{d^2 B_z}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B_z. \quad (2.9)$$

Resolvendo (2.9) obtemos:

$$B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L}, \quad (2.10)$$

onde B_0 é o valor do campo na interface.

A expressão (2.8) é chamada de comprimento de penetração de London e é um dos parâmetros característicos dos supercondutores. A expressão (2.10) evidencia que o campo magnético externo penetra por uma camada de valor λ_L dentro do SC.

2.2.2. Teoria Ginzburg-Landau

Landau, em 1937, desenvolveu um modelo pra descrever transições de fase de segunda ordem. Essa teoria tinha como base a introdução de um parâmetro de ordem que desaparecia quando $T > T_c$, ou seja, quando a temperatura fosse maior que T_c do supercondutor [2,3,18]. O primeiro parâmetro de ordem estudado foi a magnetização M , que possuía o comportamento adotado em sua teoria e tendo, como

transição, o ponto conhecido como temperatura de Curie. Durante seus estudos, Landau observou que era possível expandir a energia livre em uma série de potências do parâmetro de ordem, já que esse praticamente não variava. Desprezando os termos de ordens mais elevadas (pois nas proximidades da transição o parâmetro de ordem é muito pequeno) e ainda os termos ímpares devido aos pontos de transição que esses possuem, a expansão da energia livre (por unidade de volume) de Helmholtz assume a forma,

$$F = F_n + \alpha M^2 + \frac{\beta}{2} M^4, \quad (2.11)$$

sendo F_n a energia livre para a magnetização nula. A concavidade da curva, fornecida pela função (2.11), é apresentada pela constante β . Quando β for negativo ocorre uma divergência, já que a energia será mínima para um valor aleatoriamente grande da magnetização. Já quando a constante β for positiva teremos um valor finito de mínima energia livre sendo essa uma situação física. A constante α independe do sinal, já que ela nos fornece as formas diferentes de curvas apresentadas pela equação (2.11). Podemos observar na Figura 8 o comportamento de (2.11).

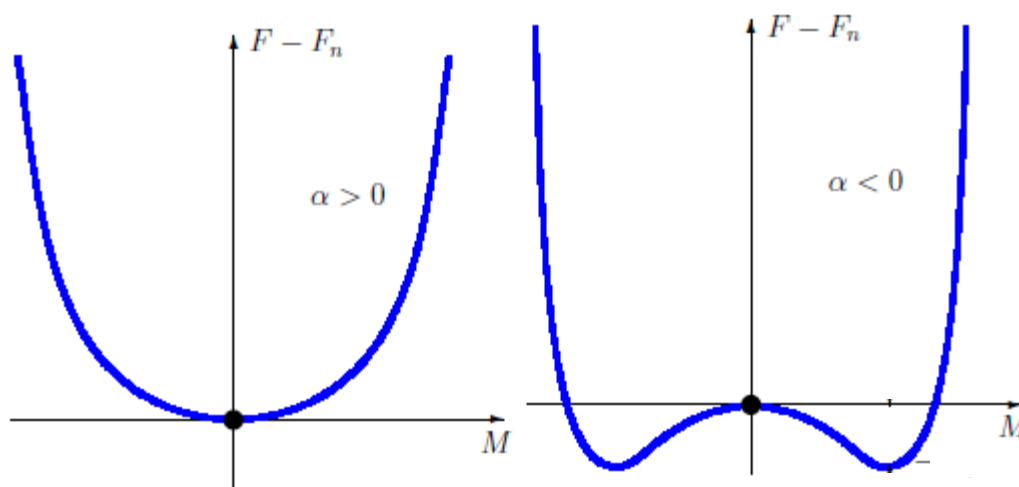


Figura 8- Comportamentos para as funções da energia livre.

Observando a Figura 8 podemos concluir o seguinte sobre a eq. (2.11):

- se $\alpha > 0$, o mínimo será em $M = 0$;
- se $\alpha < 0$, o mínimo será em $M \neq 0$.

Para esquematizar uma transição de fase de segunda ordem, tem-se que relacionar o parâmetro de ordem com a temperatura. Como vimos, α deve ser negativo para termos um mínimo de magnetização diferente de zero. Dessa maneira podemos fazer a seguinte relação: $\alpha(T) = \alpha(T - T_c)$ quando $T \leq T_c$ e $\alpha(T) = 0$ quando $T > T_c$. Com isso, α irá trocar de sinal quando atingir T_c .

Analisando o gráfico da Figura 8, podemos encontrar os mínimos da energia livre em relação a M , da seguinte maneira:

$$\frac{\partial F}{\partial M} = 0 \Rightarrow [\alpha(T) + \beta M^2]M = 0, \quad (2.12)$$

tendo como solução as duas opções seguintes,

$$\begin{aligned} \bullet \quad \alpha > 0 &\Rightarrow M = 0 && \text{para } T > T_c; \\ \bullet \quad \alpha \leq 0 &\Rightarrow M^2 = -\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{\alpha_0(T-T_c)}{\beta} && \text{para } T \leq T_c. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sabemos que a supercondutividade e a magnetização são estados macroscópicos, ambos apresentam comportamentos iguais relacionados à transição de fase, ou seja, em um determinado ponto, o material retorna para o estado normal. Ginzburg e Landau adotaram a mesma ideia relacionada com a teoria de transição de fase de segunda ordem para realizar os estudos sobre a supercondutividade. Eles assumiram a existência de uma função de onda macroscópica, o ψ , que foi denominada como sendo o parâmetro de ordem da supercondutividade. Como a função de onda é complexa, entra na expansão da energia livre apenas a forma $\psi\bar{\psi}$ com $\bar{\psi}$ o seu complexo conjugado. Desse modo podemos escrever:

$$F = F_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4. \quad (2.14)$$

O parâmetro de ordem ψ é expressado como sendo $\psi = |\psi|e^{i\theta}$, onde θ é a fase de ψ .

Podemos minimizar a energia de maneira equivalente como a que foi realizada na magnetização, já que possuem as mesmas quantidades físicas, portanto,

$$\begin{aligned} \bullet \quad |\psi| = 0 &&& \text{para } T > T_c; \\ \bullet \quad |\psi| = \left[\frac{\alpha_0(T_c-T)}{\beta}\right]^{1/2} &&& \text{para } T \leq T_c. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Como o estado supercondutor possui não homogeneidade do parâmetro de ordem, adotamos F como sendo a energia livre escrevendo-a da seguinte forma,

$$F = F_n + \int \mathcal{F}_c[\psi(\mathbf{r})]d^3r, \quad (2.16)$$

sendo: $\mathcal{F}_c = \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4$ é a energia do condensado e F_n a energia do estado normal.

A relação apresentada em (2.16) não é suficiente para associar a distorção espacial do parâmetro de ordem com o aumento da energia. Para englobar tais efeitos, à teoria foi acrescentado um termo de energia cinética, o qual é o gradiente do parâmetro de ordem,

$$\mathcal{F}_G = \frac{\hbar^2}{2m^*} |\nabla\psi|^2, \quad (2.17)$$

sendo que o coeficiente $\hbar^2/2m^*$ é semelhante ao termo, $|P|^2 = |\nabla\psi|^2$, da energia cinética na mecânica quântica [35], e m^* representa a massa de um par de elétrons.

Com a derivação microscópica Gorkov [36] (trabalho que o mesmo demonstrou que a teoria GL é um caso particular da teoria BCS) obteve os termos m^* e e^* .

Quando o supercondutor estiver na presença de um campo magnético é necessário que haja um momento linear cinético [37], assim, temos que reescrever o operador do momento linear considerando a presença de \mathbf{A} . Que pode ser escrito da seguinte forma;

$$\mathbf{p} = -i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}, \quad (2.18)$$

onde \mathbf{A} é o potencial vetor, e e^* é a carga de um par de elétrons. Assim o $|P|^2$ passa a ser $\left[(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A})\psi\right]^2$ e a eq. (2.17) é expressada como,

$$\mathcal{F}_G = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| \left(\nabla - \frac{ie^*}{\hbar c}\mathbf{A}(\mathbf{r}) \right) \psi \right|^2. \quad (2.19)$$

Assim a eq. (2.19) nos dá a densidade de energia cinética do condensado.

Por fim, também foi considerada a contribuição do campo magnético para a densidade de energia livre tal como segue,

$$\mathcal{F}_B = \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}). \quad (2.20)$$

Com isso, podemos escrever a equação da energia livre total como sendo:

$$F = F_n + \int (\mathcal{F}_C + \mathcal{F}_G + \mathcal{F}_B) d^3r, \quad (2.21)$$

substituindo as equações de \mathcal{F}_C , \mathcal{F}_G e \mathcal{F}_B obtemos,

$$F = F_n + \int \left\{ \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| \left(\nabla - \frac{ie^*}{\hbar c}\mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{1}{8\pi} B^2 \right\} d^3r. \quad (2.22)$$

O estado supercondutor estabelece de forma a minimizar a energia livre do sistema. Assim, usando as equações de Euler-Lagrange (2.23) minimiza-se a eq. (2.22) [38] de forma a obter as duas equações de Ginzburg-Landau (GL),

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \bar{\psi}} - \nabla \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial (\nabla \bar{\psi})} \right] &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{A}} - \nabla \times \left[\frac{\partial F}{\partial (\nabla \times \mathbf{A})} \right] &= 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

A primeira equação de GL se obtém ao minimizar (2.22) com relação a $\bar{\psi}$ resultando em,

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\nabla - \frac{ie^*}{\hbar c} \mathbf{A} \right]^2 \psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0; \quad (2.24)$$

A segunda equação GL pode ser determinada ao minimizar a energia livre com relação a \mathbf{A} , obtendo,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{e^*}{2m^*} \left\{ \bar{\psi} \left[-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right] \psi + \psi \left[+i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right] \bar{\psi} \right\}. \quad (2.25)$$

Aplicando a lei de Ampère,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (2.26)$$

na eq. (2.25), obtemos que a segunda equação GL é a densidade de corrente supercondutora:

$$\mathbf{J}_s = \left[-i \frac{\hbar}{2m^*} e^* (\bar{\psi} \nabla \psi - \psi \nabla \bar{\psi}) - \frac{e^{*2}}{c} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m^*} \right], \quad (2.27)$$

a qual é responsável pela blindagem magnética do supercondutor.

2.2.3. Comprimentos característicos

2.2.3.1. Comprimento de penetração, λ_L

Para encontrar o valor do comprimento de penetração de London (λ_L), iremos admitir, como condição de contorno, que existe um campo magnético aplicado e que ψ é constante em todo o espaço. Assim temos que a equação para \mathbf{J}_s (vide eq. (2.27)) é:

$$\mathbf{J}_s = -\frac{(e^*)^2}{m^* c} |\psi|^2 \mathbf{A}. \quad (2.28)$$

Usando a lei de Ampère $\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s$, substituindo-a na equação (2.28) e aplicando o rotacional em ambos os lados temos:

$$\lambda^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{B} = 0. \quad (2.29)$$

Como já foi verificado anteriormente na eq. (2.8), esta equação (2.29) é a segunda equação de London, a diferença agora é que λ_L é dependente da temperatura, tal que,

$$\lambda^2(T) = \left(\frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^{*2} \alpha_0} \right) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1} = \lambda^2(0) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1}. \quad (2.30)$$

2.2.3.2. Densidade de superelétrons e Comprimento de coerência, ξ

Iremos verificar dois casos onde em ambos o potencial vetor será $\mathbf{A} = 0$.

No primeiro caso o ψ é homogêneo por toda a amostra $\nabla\psi = 0$. Assim a energia livre de Gibbs fica,

$$F_s = F_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4. \quad (2.31)$$

Devido à condição que estamos considerando, a segunda equação GL se anula e a primeira torna-se,

$$a\psi = \beta|\psi|^2\psi = 0. \quad (2.32)$$

Para as regiões normais temos que $\psi = 0$. Já para as regiões supercondutoras, temos que:

$$|\psi|^2 = \frac{-\alpha}{\beta} = \frac{|\alpha|}{\beta}. \quad (2.33)$$

Substituindo α e β em $|\psi|^2 = n_s$, encontramos:

$$n_s = \frac{T_c \alpha_0}{\beta_0} \left[1 - \frac{T}{T_c} \right]. \quad (2.34)$$

Desse modo, temos que a densidade dos superelétrons vai depender de quão baixa a temperatura do supercondutor está com relação a T_c .

Para o segundo caso analisado com $\mathbf{A} = 0$, considera-se condições de contorno não homogêneas, ou seja, $\nabla\psi \neq 0$. Desse modo obtém-se

$$\frac{1}{2m^*} \hbar^2 \nabla^2 \psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0. \quad (2.35)$$

Considerando o caso unidimensional, a equação (2.35) pode ser escrita na seguinte forma,

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0. \quad (2.36)$$

Fazendo a mudança de variável $\psi = \sqrt{\frac{|\alpha|}{\beta}} f$ e substituindo em (2.36), temos,

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|} \right) \frac{d^2f}{dx^2} + f(1 - f^2) = 0. \quad (2.37)$$

Por fim, introduzindo a variável adimensional $\eta = x/\xi$, a equação (2.37) torna-se:

$$\xi^2 \frac{d^2f}{d\eta^2} + f(1 - f^2) = 0, \quad (2.38)$$

onde definimos,

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}. \quad (2.39)$$

A equação (2.38) é uma equação diferencial ordinária não linear de segunda ordem. Usaremos as condições de contorno $f = 0$ para a interface e $f = 1$ para o estado supercondutor.

$$f = \frac{\tanh \eta}{\sqrt{2}} = \tanh\left(\frac{x}{\sqrt{2}\xi}\right). \quad (2.40)$$

O comprimento de coerência é dependente da temperatura $\xi(T)$, pois como já foi visto, o termo $|\alpha| = \alpha_0(T_c - T)$, assim podemos reescrever (2.39) como,

$$\xi(T) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*\alpha_0(T_c - T)}} = \sqrt{\xi_0^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)}} = \xi_0 \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)}}, \quad (2.41)$$

onde:

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*\alpha_0 T_c}}. \quad (2.42)$$

Com isso, ξ é um dos comprimentos fundamentais dos supercondutores, e determina as regiões onde o parâmetro de ordem sofre variações apreciáveis, tal como ilustrado na Figura 9.

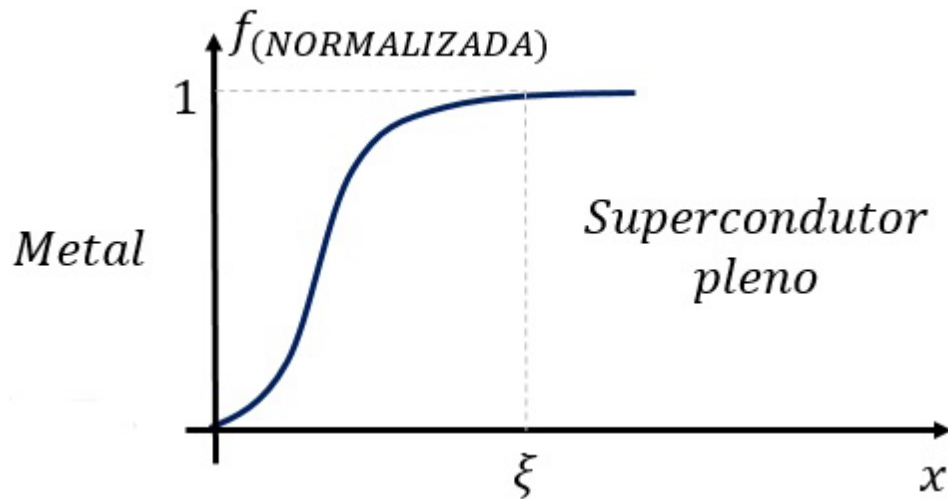


Figura 9- Comportamento da eq. (2.40), i.e. $|\psi|$, normalizado próximo à interface metal-supercondutor. Após o ξ , o material encontra-se no estado supercondutor com valor máximo do parâmetro de ordem.

2.2.3.3. Parâmetro de Ginzburg-Landau κ

Embora os comprimentos fundamentais (λ e ξ) da supercondutividade sejam dependentes da temperatura, a razão entre eles gera uma constante que em geral é independente de T . Esta constante é denotada pela letra grega κ , conhecida como o parâmetro de Ginzburg-Landau. Sua importância na teoria GL está relacionada à classificação dos materiais supercondutores,

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = \frac{m^*c}{e^*\hbar} \sqrt{\frac{\beta_0}{2\pi}}. \quad (2.43)$$

2.2.4. Supercondutores dos tipos I e II

Os supercondutores podem ser considerados segundo o seu comportamento magnético. A divisão entre o tipo I e II está baseada na energia de superfície que corresponde à diferença entre $\xi - \lambda$. Considerando uma interface entre o material supercondutor e um material normal, essa energia de superfície é proporcional à diferença entre os comprimentos característicos, e é o valor desta que irá caracterizar o material. Portanto, podemos considerar que se $\xi > \lambda$, a energia de superfície será positiva. Isso indica que o material supercondutor não possui predisposição para a formação de domínios normais, ou seja, ele permanece no estado Meissner até $H_c(T)$. Agora, se a relação for dada por $\xi < \lambda$, tem-se uma energia superficial negativa, sendo assim, o supercondutor é propício à formação de domínios normais, penetrando, assim, pequenos tubos de fluxo magnético em quantidades quantizadas dada pela relação $\Phi_0 = hc/2e$. Esses supercondutores são do tipo II

De acordo com o que foi demonstrado por Abrikosov [17] a energia da interface é nula quando o parâmetro GL possui o seguinte valor $\kappa = 1/\sqrt{2}$, e, então, ter-se-á,

- Tipo I, $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$, onde a densidade de energia superficial é positiva.
- Tipo II, $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$, onde a densidade de energia superficial é

negativa.

Podemos observar na Figura 10, os perfis seguidos pelo campo e pelo parâmetro de ordem para ambos os tipos de supercondutores.

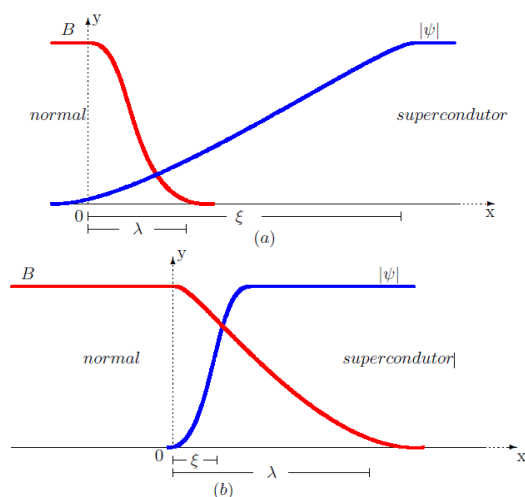


Figura 10- Distribuição espacial de ψ e do campo magnético (B) numa interface supercondutor-normal. O gráfico (a) corresponde a um supercondutor tipo I e (b) um supercondutor tipo II.

Para os supercondutores do tipo I o estado Meissner é mantido até H atingir $H_c(T)$. Acima desse valor, a supercondutividade é destruída e o material retorna ao estado normal. Tal diagrama de fase é ilustrado na Figura 11.

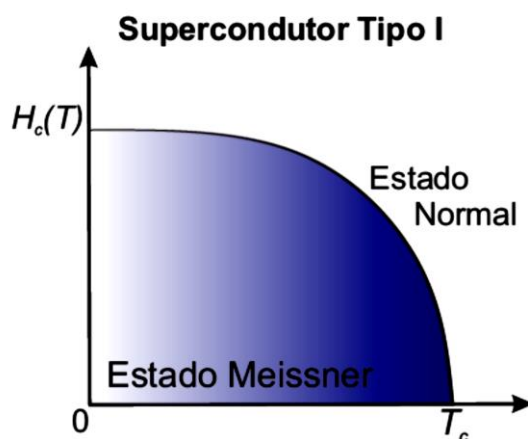


Figura 11- Diagrama de fase H - T para supercondutores do tipo I.

Já para os supercondutores do tipo II, o estado Meissner é mantido para $H < H_{c1}(T)$. Quando $H \geq H_{c1}(T)$, ocorrerá penetração de vórtices na amostra. À medida que H for aumentando, a densidade de vórtices também irá aumentar. Com isso, os núcleos dos mesmos começam a se sobreporem e, quando $H \geq H_{c2}(T)$ a supercondutividade do material será destruída.

Como podemos verificar no diagrama de fase para os supercondutores do tipo II da Figura 12, existe uma região que se encontra entre os campo $H_{c1}(T)$ e $H_{c2}(T)$, onde o supercondutor está no estado misto.

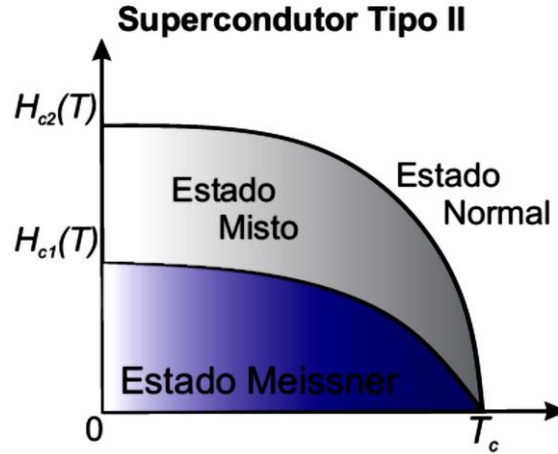


Figura 12- Diagrama de fase H-T para supercondutores do tipo II.

2.2.5. Quantização do Fluxo

Podemos determinar a quantização do fluxo utilizando a equação para a densidade de corrente. Fazendo $\psi(\mathbf{r}) = |\psi|e^{i\theta(\mathbf{r})}$, e substituindo na equação (2.27) temos que,

$$\mathbf{J}_s = \frac{2\hbar e}{m^*} |\psi|^2 \nabla\theta - \frac{4e^2}{m^*c} \mathbf{A} |\psi|^2. \quad (2.44)$$

Também podemos escrever (2.44) da seguinte maneira,

$$\mathbf{A} = \frac{\hbar c}{2e} \nabla\theta - \frac{m^*c \mathbf{J}_s}{4e^2 |\psi|^2}. \quad (2.45)$$

Integrando em um caminho fechado, obtemos:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar c}{2e} \oint \nabla\theta \cdot d\mathbf{l} - \frac{m^*c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l}. \quad (2.46)$$

Para que ψ assuma um único valor, a integral de $\nabla\theta$ deve ser um múltiplo inteiro de 2π .

$$\oint \nabla\theta \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n \quad (2.47)$$

Dessa forma, substituindo (2.47) na expressão (2.46), obtemos:

$$\frac{m^*c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar c}{2e} 2\pi n. \quad (2.48)$$

Definindo $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/2e$, e utilizando o teorema de Stokes:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} ds = \Phi, \quad (2.49)$$

a expressão (2.48), pode ser reescrita como:

$$\frac{m^*c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \Phi = n\Phi_0. \quad (2.50)$$

A expressão (2.50) é válida para todos os supercondutores, e pode ser aplicada ao estado intermediário e misto. Ela mostra que a soma do fluxo Φ com a integral de linha envolvendo a densidade de corrente \mathbf{J}_s é quantizada.

2.2.6. Supercondutores Mesoscópicos

São denominados por mesoscópicos os materiais supercondutores com tamanhos da ordem de $\lambda(T)$ e/ou $\xi(T)$. As propriedades eletrônicas e estruturais da rede de vórtices destes materiais são consideravelmente influenciadas por efeitos de confinamento. Por isso, a nucleação do estado de vórtices depende fortemente das condições de contorno impostas pelo material. Como os efeitos de confinamento são devidos a uma grande influência da superfície, já que as correntes de blindagem acabam por permear toda a amostra, os vórtices passam a se arranjar de acordo com a simetria das mesmas. Assim, surgem estados de multivórtices e vórtices gigantes, sendo esses últimos, caracterizados por um único vórtice contendo mais de $1\Phi_0$ em seu núcleo [39-41]. Foi verificado por R. Zadorosny e colaboradores [1], que quando na presença apenas de campos externos em amostras ditas mesoscópicas, há um *crossover* da rede de Abrikosov para um arranjo com outra simetria (o qual segue o formato da amostra), tal como está demonstrado na Figura 13.

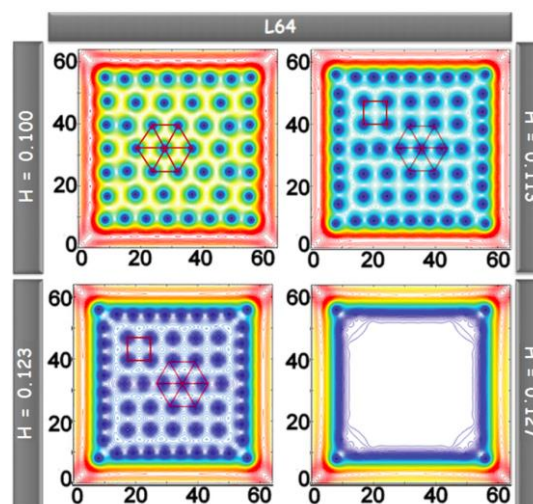


Figura 13- *Crossover* da rede de Abrikosov em uma amostra mesoscópica. Observe que a rede de Abrikosov, triangular, é distorcida conforme a densidade de vórtices aumenta e, em algumas regiões, um segundo arranjo se forma seguindo a geometria da amostra [1].

Neste mesmo artigo [1], foi determinado o limite entre os comportamentos macro e mesoscópicos por meio de um estudo da rede de vórtices. Vemos na Figura 14 as condições para esses limites, levando em consideração vários tamanhos de amostras quadradas em função da temperatura.

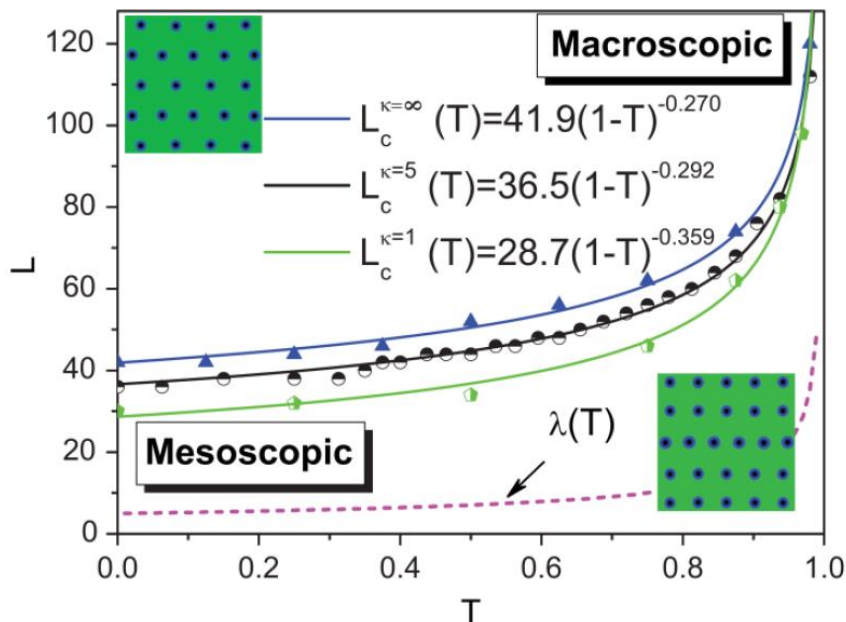


Figura 14- Linha limítrofe, $L_c(T)$. Acima desta linha o supercondutor tem um comportamento macroscópico; abaixo da linha um comportamento mesoscópico se inicia. Para comparação, a curva de $\lambda(T)$ também é mostrada [1].

A linha pontilhada, (ver Figura 14), indica o valor teórico de $\lambda(T)$, que aparece bem abaixo do limiar meso-macro. Já os supercondutores macroscópicos apresentam rede de Abrikosov até o $H_{c2}(T)$, no limiar macro-meso, então a rede de vórtices passa por um *crossover*, onde há a coexistência de uma rede quase-hexagonal e uma rede quadrada.

Por fim, podemos também verificar o efeito de barreira superficial em amostras mesoscópicas. Nestes trabalhos, [1,42], foram verificados que conforme o tamanho da amostra supercondutora é reduzido, a reta numa curva $M(H)$, que está associada ao estado Meissner, tem seu coeficiente angular alterado e o H_{c1} desloca-se para valores maiores. Podemos verificar este comportamento na Figura 15, onde a curva $M(H)$ exemplifica a influência do tamanho da amostra nos efeitos de barreira.

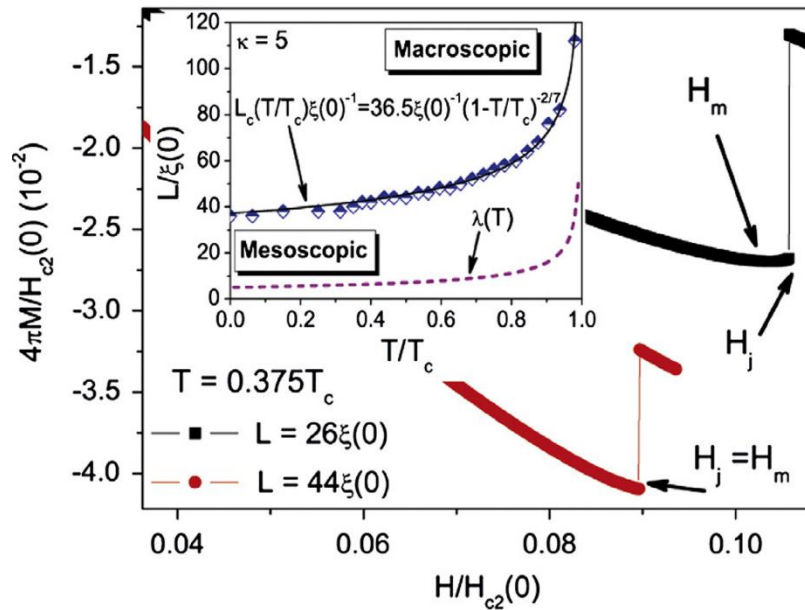


Figura 15- Curvas de magnetização em função do campo aplicado para duas amostras de diferentes tamanhos. O salto corresponde à primeira penetração de vórtice a qual ocorre para campos maiores conforme o tamanho da amostra é diminuído. O inset mostra uma comparação entre o limiar macro-meso em comparação com a curva de $\lambda(T)$ [42].

2.2.7. Regimes de Movimentos

Levando em consideração o que já foi discutido, sabemos que (acima de H_{c1}) um SCII apresentará resistência e será incapaz de sustentar uma corrente de transporte muito intensa, a menos que exista algum mecanismo que impeça a força de Lorentz (F_L) de mover os vórtices. Tal mecanismo é chamado de força de *pinning*, uma vez que ancora os vórtices em locais fixos no material. Tais centros de ancoramento (*pinning centers*, PC) causam variações locais de ϵ_1 , que é a energia livre por unidade de comprimento de uma linha de fluxo, fazendo com que algumas localizações do vórtice sejam favorecidas em detrimento de outras [3]. Para ser mais eficaz, essas não homogeneidades devem estar em uma escala da ordem de λ ou ξ , já que causam espalhamento eletrônico limitando o livre caminho médio ℓ . Se o PC for suficientemente forte, o movimento dos vórtices pode ser pequeno o suficiente para que o supercondutor atue de maneira semelhante a um condutor perfeito [3].

Contudo, um estado resistivo pode (caracterizado por uma diferença de potencial) aparecer mesmo quando a força que mantém os vórtices aprisionados (força de *pinning*, FP) é maior que F_L . Nesses casos, os vórtices podem se mover em grupos (pacotes) guiados pelos centros de aprisionamento do material. Como o vórtice está aprisionado, é necessária a interação com os outros vórtices para que possa se mover. Assim, esse movimento é conhecido por *flux creep* (FCr)

Para situações onde há correntes fortes, e FP não é muito maior que flutuações térmicas (agitações devida à energia térmica), ou quando $F_L \gg FP$, haverá um regime de movimento de vórtices onde esses se movem livremente com sua velocidade limitada pelo arrasto viscoso. Este regime é referido como *flux flow* (FF) e geralmente fornece uma resistividade de flow (ρ_f), que é normalizada com a resistividade do material no estado normal (ρ_n), assim $0 < \rho_f < \rho_n$.

2.2.7.1. Flux Flow

Considerando o caso ideal em que não há PC's e encontrar quais propriedades devem ser esperadas no caso de um *flux flow* puro, no qual o movimento do vórtice é retardado apenas pelo amortecimento viscoso. Podemos escrever uma fenomenologia simples para começar, assumindo simplesmente um coeficiente de arrasto viscoso η tal que a força viscosa por unidade de comprimento é proporcional à velocidade de movimento da linha de vórtice v_L , ou seja, força de arraste $-\eta v_L$. No estado estacionário podemos equacionar isso com a força motriz, encontramos as magnitudes relacionadas, cujo módulo é dado por:

$$J \frac{\Phi_0}{c} = \eta v_L, \quad (2.51)$$

sendo v_L a velocidade limite do vórtice para um certo valor de corrente. E combinando com o módulo de $\mathbf{E} = \frac{1}{c} \mathbf{B} \times \mathbf{v}$, obtemos a resistividade do flow,

$$\rho_f = \frac{E}{J} = B \frac{\Phi_0}{\eta c^2}. \quad (2.52)$$

Assim, na medida em que η é independente de B, ρ_f deve ser proporcional a B [3].

Esta análise reduz o problema de encontrar η , que pode ser expresso em termos energéticos, densidade de potência dissipada através do movimento do vórtice:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_L = \eta v_L^2. \quad (2.53)$$

Onde \mathbf{F} é a força de arrasto.

Para descobrir o mecanismo de dissipação, bem como o coeficiente de viscosidade, iremos estudar o modelo de teoria de movimento de vórtice desenvolvido por Bardeen-Stephen.

O modelo Bardeen-Stephen considera um vórtice com núcleo finito de raio $\sim \xi$ que é totalmente normal, e essa ideia é central para este modelo, cujo formalismo utilizado é centrado na teoria GL e na eletrodinâmica clássica [43].

Podemos chegar a uma estimativa similar do tamanho do núcleo normal dentro da estrutura da teoria GL encontrando o raio no qual a velocidade de circulação

das correntes de blindagem (v_s) em torno do vórtice é grande o suficiente para reduzir $|\psi|$ a zero de acordo com a seguinte relação [3],

$$\frac{|\psi|^2}{\psi_\infty^2} = 1 - \frac{m^* \xi^2 v_s^2}{\hbar^2} = 1 - \left(\frac{\xi}{r}\right)^2, \quad (2.54)$$

onde $\psi_\infty^2 = \frac{|\alpha|}{\beta}$. Assim, neste modelo o raio do núcleo é $r_{core} = \xi$.

Após definirmos o tamanho do raio do vórtice, vamos estudar o campo elétrico utilizando as equações de London fora do núcleo, e dentro do núcleo utilizamos a lei de Ohm [43]. Assim, podemos encontrar o campo elétrico “microscópico” \mathbf{E} fora do núcleo usando a primeira equação de London:

$$\mathbf{E} = \frac{\partial}{\partial t} (\Lambda \mathbf{J}_s) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m^* \mathbf{v}_s}{e^*} \right) = -\mathbf{v}_L \cdot \nabla \left(\frac{m^* \mathbf{v}_s}{e^*} \right) = -\mathbf{v}_L \cdot \nabla \left(\frac{\hbar \hat{\theta}}{2e r} \right); \quad (2.55)$$

por exemplo, se \mathbf{v}_L estiver ao longo da direção x ,

$$\mathbf{E} = - \left(\frac{v_{Lx} \Phi_0}{2\pi c} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\hat{\theta}}{r} \right) = \left(\frac{v_{Lx} \Phi_0}{2\pi c r^2} \right) (\cos\theta \hat{\theta} - \sin\theta \hat{r}), \quad (2.56)$$

onde θ é medido a partir da direção x .

Para valores de r igual ao raio a , onde este delimita o perímetro do núcleo, encontramos o campo uniforme dentro do núcleo, reescrevendo a equação (2.56) da seguinte forma,

$$\mathbf{E}_{core} = \frac{v_{Lx} \Phi_0}{2\pi a^2 c} \hat{y}, \quad (2.57)$$

onde $\hat{y} = \cos\theta \hat{\theta} - \sin\theta \hat{r}$.

Podemos calcular W no núcleo com o auxílio da equação (2.57) e pela lei de Ohm ($\mathbf{J} = \sigma_n \mathbf{E}$). Assim temos que:

$$W_{core} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}_{core} = \sigma_n E_{core}^2 = \frac{\sigma_n v_L^2 \Phi_0^2}{4\pi^2 a^4 c^2} \quad (2.58)$$

De acordo com Bardeen e Stephen, há uma quantidade adicional igual de dissipação por correntes normais na região de transição fora do núcleo. Isto é prontamente verificado perto de T_c , já que a integração usando (2.56) mostra que:

$$\int_a^\infty \int_0^{2\pi} E^2(r) r dr d\theta = \frac{v_L^2 \Phi_0^2}{4\pi^2 a^2 c^2}, \quad (2.59)$$

onde perto de T_c assumimos que a condutividade é aproximadamente σ_n , e haverá exatamente tanta dissipação fora quanto no interior do núcleo [3].

Para $T \ll T_c$, o argumento é mais complexo. Para manter a simplicidade de nossa abordagem, seguiremos os resultados da Bardeen-Stephen, que apresentam as principais características qualitativas. Assim, consideraremos que $W_{fora} = 2W_{core}$

para permitir a dissipação fora do núcleo e, em seguida, comparando com a equação (2.53), obtemos:

$$\eta = \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 a^2 c^2 \rho_n} \approx \frac{\Phi_0 H_{c2}}{\rho_n c^2}, \quad (2.60)$$

substituindo (2.60) em (2.52), obtemos para a resistência de fluxo ρ_f :

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{2\pi a^2 B}{\Phi_0} = \left(\frac{a}{\xi}\right)^2 \frac{B}{H_{c2}} \approx \frac{B}{H_{c2}}. \quad (2.61)$$

Ao escrever as equações aproximadas finais (2.60) e (2.61), usamos o fato de esperarmos que o raio a seja aproximadamente igual a ξ .

Nesse caso, a corrente simplesmente evitaria os núcleos normais e fluiria somente através da matriz supercondutora. Assim, a corrente de transporte (J_T) flui através dos núcleos móveis, produzindo dissipação. De uma maneira geral temos dois tipos de comportamento de corrente considerando uma condição inicial do vórtice encontrar em repouso (ancorado), como indicado na Figura 16. Para o caso da Figura 16 (a), temos o surgimento das correntes da *backflow* que contribui para a densidade de corrente no núcleo supercondutor ser menor que J_T . Por outro lado, na Figura 16 (b) temos um caso limite do núcleo fixo onde não há resistência [3].

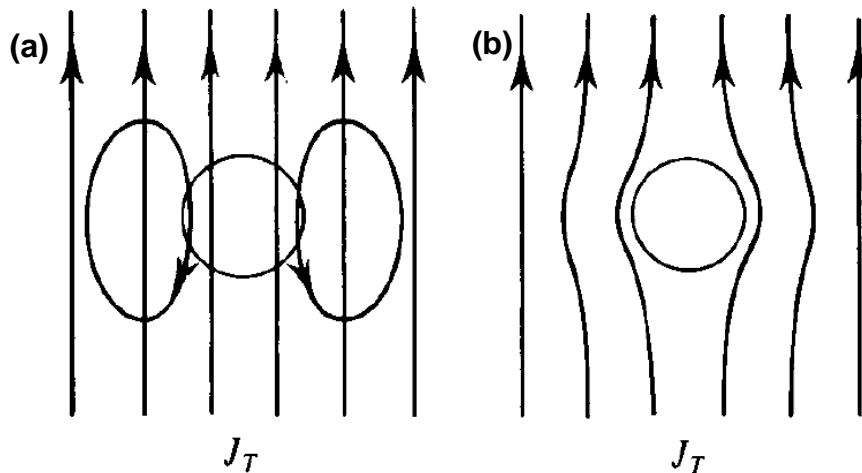


Figura 16- Demonstração do padrão de retorno da corrente para um vórtice parado, **(a)** J_T e corrente de retorno separadamente; **(b)** padrão de sobreposição da corrente, quando a corrente no núcleo é zero [3].

2.2.7.2. Força *Pinning* (FP)

Agora, vamos considerar o a presença de um fator de não homogeneidade espacial no mar supercondutor. Tais não homogeneidades podem ser defeitos localizados, como desvios da estequiometria dos materiais (de ordem atômica), ou defeitos mais prolongados, como deslocamentos, limites de grãos, inclusões de

segundas fases, planos de maclas (*tween boundaries*), etc. A energia de uma linha de fluxo magnético é afetada ao passar por regiões não homogêneas. Dessa forma, da interação entre vórtices e inhomogeneidades aparece uma força resultante (a dita força de ancoramento ou força de *pinning*, FP) que tende a "fixar" as linhas de fluxo em posições particularmente favoráveis. É essa fixação que permite ao sistema contrabalancear a força de Lorentz que surge da interação do fluxo penetrado com correntes presentes, sejam de blindagem, de transporte ou devido a outro vórtice. Com isso, o movimento de vórtices e, conseqüentemente, a dissipação térmica, são cessados, possibilitando um aumento na corrente crítica do material. Cabe frisar que essa é uma propriedade muito importante para a aplicação dos supercondutores.

2.2.7.2.1. Tipos de PCs

O modelo de *pinning* coletivo de Larkin e Ovchinnikov é um tratamento adequado para se tratar FP fracas, geradas por defeitos pontuais e distribuídas aleatoriamente pelo material. Contudo, outros métodos devem ser usados na descrição da dinâmica de vórtices na presença de defeitos fortes ou, PCs correlacionados (como uma rede regular de buracos ou *antidots* ou mesmo planos de maclas) [3]. Conseqüentemente, é útil começar descrevendo algumas das fontes de aprisionamento de vórtices em supercondutores de uma forma geral.

- **Defeitos pontuais**

Supercondutores de alta temperatura crítica (*high temperature superconductors*, HTSC) possuem comprimentos de coerência pequenos, da ordem de unidades de nanômetros. Com isso, um desequilíbrio estequiométrico em um único átomo de uma célula unitária da rede cristalina do material é suficiente para alterar localmente o parâmetro de ordem supercondutor. Nos materiais cerâmicos, como o $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$, uma deficiência de 10% do oxigênio contido nos planos de CuO_2 é suficiente para destruir completamente a supercondutividade. Isso implica uma densidade considerável de vacâncias de oxigênio, que provavelmente se distribuem aleatoriamente pelo material são um bom exemplo do tipo de defeito fraco e pontual que são tratados pelo modelo de fixação coletiva [3].

- **Defeitos artificiais**

Com o intuito de obter materiais que suporte altas correntes críticas, muitos pesquisadores estudaram a possibilidade de aumentar a fixação por meio de defeitos artificiais. Por exemplo, Murakami et al. desenvolveram um procedimento de tratamento

térmico para o YBCO. Dessa maneira, foram obtidos aumentos substanciais na densidade crítica da corrente [3,44].

Mais recentemente, houve vários estudos sobre a eficácia dos *pinning centers* induzidos por radiação. Verificou-se que os nêutrons ou prótons fornece deformações substanciais e mais fixação. Tais defeitos demonstraram ser experimentalmente eficazes na fixação de linhas de fluxo [45].

3. FORMALISMO TEÓRICO

3.1. Equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo – TDGL

As equações de Ginzburg-Landau discutida na seção (2.2.2) são independentes do tempo, relacionadas apenas com o equilíbrio termodinâmico do sistema, ou seja, são válidas em casos onde as grandezas físicas estão constantes no tempo. Porém, inúmeras situações envolvem dinâmicas tal como no regime de FF, dependentes do tempo, onde tanto ψ quanto \mathbf{A} variam no tempo.

Para estudar essas situações de não equilíbrio Schmid propôs modificações de maneira a preservar a invariância de calibre das equações GL [46]. Dessa forma as equações GL dependentes do tempo (TDGL) consideram a dependência temporal de ψ e de \mathbf{A} . Estas também incluem o potencial escalar elétrico φ o qual é importante para estudos envolvendo correntes de transporte, de forma a serem escritas na forma:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{ie^*}{\hbar} \varphi \right) \psi = -\frac{1}{2m^*} \mathbf{\Pi}^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi, \quad (3.1)$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.2)$$

sendo a densidade de supercorrente dada por,

$$\mathbf{J}_s = \frac{e^*}{m^*} \text{Re}(\bar{\psi} \mathbf{\Pi} \psi), \quad (3.3)$$

onde $\alpha = \alpha(T) = \alpha_0(T - T_c)$ e $\alpha_0 > 0$; D é o coeficiente de difusão, σ é a condutividade elétrica, a derivada covariante é dada por $\mathbf{\Pi} = (-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A})$ e, por fim, $e^* = 2e$ é a carga do elétron, $m^* = 2m$ é a massa do mesmo.

Sendo não lineares, as equações TDGL só são resolvidas numericamente. Assim, é mais conveniente escrevê-las adimensionalmente já que, em unidades reduzidas [47], o número de parâmetros considerados é menor. Com isso, sejam as normalizações,

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_0 \tilde{\psi}, \\ T &= T_c \tilde{T}, \\ \nabla &= \frac{1}{\xi(0)} \tilde{\nabla}, \\ t &= \frac{\xi^2}{D} \tilde{t}, \\ \mathbf{A} &= H_{c2} \xi \tilde{\mathbf{A}}, \\ \varphi &= \frac{H_{c2} D}{c} \tilde{\varphi}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = H_{c2} \tilde{\nabla} \times \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{A}},$$

sendo $H_{c2} = \Phi_0/2\pi\xi^2$ o campo crítico superior, e o fluxo quântico dado por $\Phi_0 = hc/2e$.

Quando multiplicamos os dois lados da equação (3.1) por ψ_0 , (onde consideraremos os termos separadamente), obtemos o que segue.

- Termo do condensado:

$$\begin{aligned} -\psi_0(\alpha\psi + \beta\psi|\psi|^2) &= -\psi_0\left(\alpha\psi_0\tilde{\psi} + \beta\left[\psi_0\tilde{\psi}|\psi_0\tilde{\psi}|^2\right]\right) \\ &= \psi_0^2|\alpha|\tilde{\psi}\left(1 - |\tilde{\psi}|^2\right); \end{aligned} \quad (3.5)$$

- Termo cinético:

$$\begin{aligned} \frac{\psi_0}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\psi &= \psi_0^2\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\tilde{\psi} \\ &= \psi_0^2|\alpha|(-i\tilde{\nabla} - \tilde{\mathbf{A}})^2\tilde{\psi}; \end{aligned} \quad (3.6)$$

Onde aqui recorreremos ao fato de que $\frac{e^*\xi}{\hbar c} = 1/H_{c2}\xi$.

- Derivada temporal:

$$\psi_0\frac{\hbar^2}{2m^*D}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \psi_0^2|\alpha|\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial\tilde{t}}; \quad (3.7)$$

- Potencial:

$$\psi_0\frac{\hbar^2}{2m^*D}\left(i\frac{e^*}{\hbar}\varphi\right)\psi = \psi_0^2|\alpha|i\tilde{\varphi}\tilde{\psi}. \quad (3.8)$$

Finalmente, juntando os termos de (3.5) a (3.8) obtemos as equações TGDL em unidades reduzidas da seguinte maneira:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi\right)\psi = -\mathbf{\Pi}^2\psi + (1 - T)\psi(1 - |\psi|^2), \quad (3.9)$$

$$\beta\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \nabla\varphi\right) = \mathbf{J}_s - \kappa^2\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{J}_s = (1 - T) \text{Re} [\tilde{\psi}(-i\tilde{\nabla} - \tilde{\mathbf{A}})\psi], \quad (3.11)$$

onde a derivada covariante é dada por $\mathbf{\Pi} = (-i\tilde{\nabla} - \tilde{\mathbf{A}})$, e $\beta = 4\pi\sigma D e \kappa^2 / c^2$.

Se for considerado um supercondutor na presença de um campo magnético externo e se não houver corrente aplicada na amostra, podemos empregar o calibre de Coulomb $\varphi = 0$. Embora o tempo de relaxação de GL ($\tau_{GL} = \xi^2/D$) seja muito pequeno, podemos, mesmo assim, utilizar as equações TDGL como um método de relaxação para obter os estados estacionários.

3.2. Equação de Ginzburg-Landau dependente do tempo generalizada – GTDGL

Iremos usar a equação (3.1) na sua forma generalizada para estudar também um supercondutor com corrente de transporte. A equação GTDGL se diferencia das anteriores nos seguintes pontos. Neste caso descrevemos situações do estado de não-equilíbrio onde a condição indispensável é considerar o gap do supercondutor, como, por exemplo, no estudo da dinâmica de vórtices cinemáticos e instabilidades no processo de *flux flow* e regime complexo de fluxo. Assim, tal equação leva em conta o termo dado por $\gamma = 2\tau_E\psi_0/\hbar$, sendo τ_E o tempo de colisão inelástica dos elétrons normais [48,49]. Sendo assim a forma normalizada dessa equação, é dada por:

$$\frac{u}{\sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\gamma^2}{2} \frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} \right) \psi = -(-i\nabla - \mathbf{A})^2\psi + (g - T - |\psi|^2)\psi, \quad (3.12)$$

sendo $g = g(\mathbf{r}) = 0$ nos defeitos, estando relacionado com um supercondutor de menor T_c e considerado $g = 1$ nas regiões supercondutoras (matriz supercondutora).

Escrevemos (3.12) em unidades reduzidas, sendo a temperatura T expressa em unidades de T_c ; o comprimento em unidades de comprimento de coerência ξ ; o tempo em unidades do tempo GL $\tau_{GL(0)} = \pi\hbar/8\kappa_B T_c u$; o campo magnético em unidades do campo crítico superior; o potencial eletrostático em unidades de $\varphi_0 = \hbar/2e\tau_{GL(0)}$; o potencial vetor em unidades de $H_{c2}(0)\xi(0)$ e o parâmetro de ordem em unidades de $\psi_0 = \sqrt{|\alpha|\beta}$. O parâmetro $u = 5,79$, que está diretamente relacionado com a derivação microscópica da equação GTDGL para um supercondutor no limite sujo [48,49]. Escolhemos para este trabalho utilizar o material Pb-In que possui um valor de $\kappa = 5$. O cálculo do potencial escalar por toda a amostra é obtido por meio da expressão $\varphi = \int J_T dx$. Para considerar o campo magnético e as densidades de corrente, vamos acoplar a seguinte equação com a equação GTDGL que na sua forma adimensional é dada por:

$$\left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla\varphi \right) = J_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.13)$$

sendo a densidade de supercorrente é expressa da seguinte forma:

$$J_s = \text{Re} [\bar{\psi}(-i\nabla - \mathbf{A})\psi]. \quad (3.14)$$

Podemos observar que se considerarmos $\gamma = 0$ na equação GTDGL obtemos novamente a equação TDGL (3.9), sendo, essa última, aplicada em casos de supercondutores gapless que são supercondutores que não possuem o tempo de relaxação de ψ .

3.3. Campos auxiliares

Para resolvermos numericamente as equações (3.12) e (3.13) devemos utilizar o vetor campo auxiliar $\mathbf{U} = (U_x, U_y)$ [50], sendo suas componentes dadas por

$$U_x = \exp\left(-i \int_{x_0}^x A_x dx\right), \quad (3.15)$$

$$U_y = \exp\left(-i \int_{y_0}^y A_y dy\right), \quad (3.16)$$

onde é (x_0, y_0) um ponto arbitrário de referência.

Derivando a equação (3.15) em relação à coordenada x , e utilizando a propriedade de que os campos auxiliares são funções unimodulares, $U\bar{U} = 1$, para fazer algumas modificações, obtemos:

$$\begin{aligned} -i\bar{U}_x \frac{\partial(U_x \psi)}{\partial x} &= -i\bar{U}_x \left[-iA_x U_x \psi + U_x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right], \\ -i\bar{U}_x \frac{\partial(U_x \psi)}{\partial x} &= \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right) \psi. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Derivando novamente a relação anterior temos:

$$\begin{aligned} \bar{U}_x \frac{\partial^2(U_x \psi)}{\partial x^2} &= i\bar{U}_x \frac{\partial}{\partial x} \left\{ U_x \left[-i\bar{U}_x \frac{\partial(U_x \psi)}{\partial x} \right] \right\} \\ &= i\bar{U}_x \frac{\partial}{\partial x} \left\{ U_x \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right) \psi \right\} \\ &= - \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right)^2 \psi. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Analogamente, temos que:

$$\bar{U}_y \frac{\partial^2(U_y \psi)}{\partial y^2} = - \left(-i \frac{\partial}{\partial y} - A_y \right)^2 \psi. \quad (3.19)$$

Dessa maneira, a equação GTDGL (3.12) pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} \frac{u}{\sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\gamma^2}{2} \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \psi \\ = \bar{U}_x \frac{\partial^2(U_x \psi)}{\partial x^2} + \bar{U}_y \frac{\partial^2(U_y \psi)}{\partial y^2} + (g - T - |\psi|^2) \psi. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Escrevendo também a equação da densidade de corrente (3.11) em termos dos campos auxiliares, por meio da equação (3.17) temos:

$$J_{sx} = \text{Re} \left[\bar{\psi} \left(-i\bar{U}_x \frac{\partial(U_x \psi)}{\partial x} \right) \right]. \quad (3.21)$$

Sabendo que $\text{Re}(-iz) = \text{Im}(z)$, encontramos:

$$J_{sx} = \text{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_x \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} \right]. \quad (3.22)$$

De forma análoga, obtemos:

$$J_{sy} = \text{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_y \frac{\partial(u_y \psi)}{\partial y} \right]. \quad (3.23)$$

3.4. Solução numérica da equação GTDGL

Para discretizarmos a GTDGL, precisamos obter uma equação explícita para o termo $\partial\psi/\partial t$. Reescrevendo (3.20):

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\gamma^2}{2} \psi \frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - i\varphi\psi, \quad (3.24)$$

sendo:

$$\Delta = \bar{u}_x \frac{\partial^2(u_x \psi)}{\partial x^2} + \bar{u}_y \frac{\partial^2(u_y \psi)}{\partial y^2} + \psi(g - T - |\psi|^2). \quad (3.25)$$

Tomando o conjugado de (3.24), temos:

$$\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial t} + \frac{\gamma^2}{2} \bar{\psi} \frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} + i\varphi\bar{\psi}. \quad (3.26)$$

Por ψ e $\bar{\psi}$ serem funções complexas linearmente independentes, obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \frac{\gamma^2}{2} \bar{\psi}^2 & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\psi}{\partial t} \\ \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - i\varphi\psi \\ \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} + i\varphi\bar{\psi} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Como queremos uma relação explícita para $\partial\psi/\partial t$, iremos calcular primeiramente o determinante de (3.27):

$$\begin{vmatrix} 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \frac{\gamma^2}{2} \bar{\psi}^2 & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{vmatrix} = 1 + \gamma^2 |\psi|^2. \quad (3.28)$$

Utilizando do método de Cramer, obtemos a solução explícita para, assim:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\begin{vmatrix} \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - i\varphi\psi & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} + i\varphi\bar{\psi} & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{vmatrix}}{1 + \gamma^2 |\psi|^2}, \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - \frac{\gamma^2 \psi \text{Re} \left(\bar{\psi} \frac{\Delta}{u} \right)}{\sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2}} - i\varphi\psi.$$

3.4.1. Malha de discretização

A malha de discretização está ilustrada na Figura 17, onde as linhas tracejadas delimitam a região do supercondutor efetivo, ou seja, onde as variáveis são calculadas de maneira discreta (sem condições de contorno). Para realizar o processo de discretização fazemos a substituição das variáveis (x, y) da equação GTDGL por suas correspondentes discretas (x_i, y_j) . Se considerarmos um retângulo com dimensões iguais a (L_x, L_y) , ele está dividido em intervalos (a_x, a_y) que as dimensões das células que formam a malha. Desse modo, os pontos de vértices da malha de discretização são dadas por $x_i = (i - 1)a_x$ e $y_j = (j - 1)a_y$ para todos $i = 1, \dots, N_x + 1$, $j = 1, \dots, N_y + 1$, sendo $N_x = L_x/a_x$ e $N_y = L_y/a_y$, os quais são os números das células unitárias nas direções x e y respectivamente. Utilizamos $a_x = a_y = 0,1 \xi(0)$, o que garante uma boa resolução para as simulações. As regiões mais escuras da malha exemplificam os contornos de grão e os defeitos.

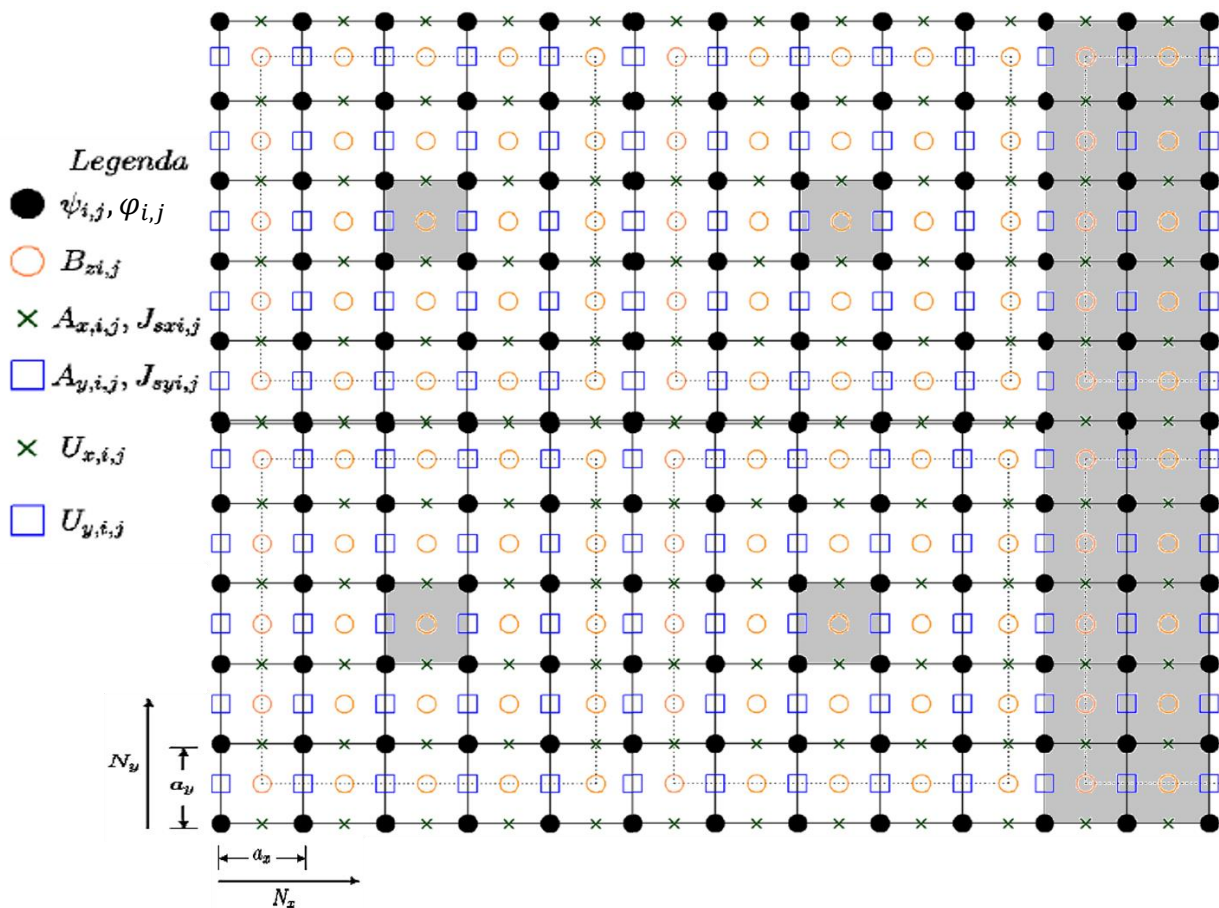


Figura 17- Malha bidimensional de discretização, demonstrando a disposição das WL's em um grão da amostra supercondutora.

Definimos as quantidades calculadas em cada ponto da malha da seguinte maneira:

$$\bullet \quad \psi_{i,j} = \psi(x_i, y_j), \quad \varphi_{i,j} = \varphi(x_i, y_j). \quad (3.30)$$

$$\times \quad J_{sx,i,j} = J_{sx}\left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j\right), \quad A_{x,i,j} = A_x\left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j\right), \quad (3.31)$$

$$U_{x,i,j} = U_x(x_{i+1}, y_j) \bar{U}_x(x_i, y_j).$$

$$\square \quad J_{sy,i,j} = J_{sy}\left(x_i, y_j + \frac{a_y}{2}\right), \quad A_{y,i,j} = A_y\left(x_i, y_j + \frac{a_y}{2}\right), \quad (3.32)$$

$$U_{y,i,j} = U_y(x_i, y_{j+1}) \bar{U}_y(x_i, y_j).$$

$$\circ \quad B_{z,i,j} = B_z\left(x_i + \frac{1}{2}a_x, y_j + \frac{1}{2}a_y\right) \quad (3.33)$$

3.4.2. Condições de contorno

Neste trabalho, os sistemas foram simulados com $T = 0$, e com geometria retangular contendo seis grãos espaçados por um supercondutor de menor T_c (*weak-link*, WL). Em cada grão foram inseridos quatro defeitos da mesma natureza que a dos WL's. Esses defeitos são necessários para levar em consideração os possíveis centros de aprisionamento que os grãos reais possuem. A Figura 18 apresenta uma ilustração das amostras simuladas.

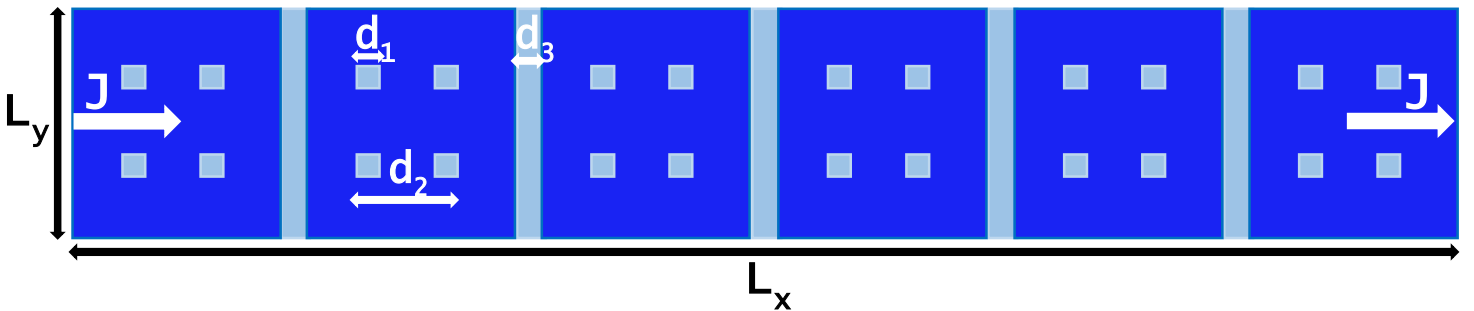


Figura18- Exemplificação do nanofio a ser simulado. O tamanho $L_x = 70 \xi(0)$ e $L_y = 10 \xi(0)$. Os tamanhos d_1 , d_2 e d_3 são de $1 \xi(0)$, $4 \xi(0)$ e $2 \xi(0)$ respectivamente. Essas dimensões foram mantidas em todas as simulações.

Nas condições de contorno na interface supercondutor-vácuo, temos que $J_s \cdot \mathbf{n} = 0$. Utilizando as equações (3.22) e (3.23), temos que $J_{sx} = 0$ e $J_{sy} = 0$, que nos leva as seguintes condições,

$$-i\bar{u}_x \frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} = 0 \text{ para as faces verticais da fita,} \quad (3.34)$$

$$-i\bar{u}_y \frac{\partial(\mathcal{U}_y \psi)}{\partial y} = 0 \text{ para as faces horizontais da fita,} \quad (3.35)$$

Precisamos também de condições de contorno para o potencial escalar, que são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= 0 \text{ para as faces verticais da fita,} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= 0 \text{ para as faces horizontais da fita,} \end{aligned} \quad (3.36)$$

3.4.3. Discretização da equação GTDGL

Iremos agora discretizar a equação GTDGL, partindo da equação (3.15) podemos obter a variável de ligação da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} U_{x,i,j} &= \exp\left(-i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx\right) \exp\left(i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_j) dx\right) \\ U_{x,i,j} &= \mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_j) \bar{\mathcal{U}}_x(x_i, y_j) \\ U_{x,i,j} &= \exp\left(-i \int_{x_i}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx\right) \\ U_{x,i,j} &= \exp(-i A_{x,i,j} a_x), \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde fazemos o uso da regra do ponto médio [51], que é de segunda ordem em ax . Do mesmo modo temos:

$$U_{y,i,j} = \exp(-i A_{y,i,j} a_y). \quad (3.38)$$

As variáveis de ligação $U_{x,i,j}$ e $U_{y,i,j}$, ligam dois pontos adjacentes da malha de discretização por meio da componente do potencial vetor.

Faremos uso da fórmula da derivada central [51], a fim de discretizar as equações GTDGL. Temos que:

$$f''(x) = \frac{f(x + a_x) - 2f(x) + f(x - a_x)}{a_x^2}. \quad (3.39)$$

Partindo da equação (3.39), podemos fazer a seguinte aproximação na equação (3.25):

$$\begin{aligned} \bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{(x_i, y_j)} &= \bar{u}_x(x_i, y_j) [\mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_j) \psi(x_{i+1}, y_j) - 2\mathcal{U}_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j) \\ &+ \mathcal{U}_x(x_{i-1}, y_j) \psi(x_{i-1}, y_j)] / a_x^2. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Fazendo uso da definição da variável de ligação, temos:

$$\bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{(x_i, y_j)} = \frac{U_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{a_x^2}. \quad (3.41)$$

Realizando o mesmo processo temos para a coordenada y :

$$\bar{u}_y \frac{\partial^2 (u_y \psi)}{\partial y^2} \Big|_{(x_i, y_j)} = \frac{U_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{a_y^2}. \quad (3.42)$$

Tendo em vista estas aproximações a equação (3.25) fica:

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j} &= \frac{U_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{a_x^2} \\ &+ \frac{U_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{U}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{a_y^2} \\ &+ \psi_{i,j} (g_{i,j} - T - |\psi_{i,j}|^2). \end{aligned} \quad (3.43)$$

Assim, temos que a forma discretizada da equação (3.29), é dada por:

$$\frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi_{i,j}|^2} \frac{\Delta_{i,j}}{u} - \frac{\gamma^2 \psi_{i,j} \operatorname{Re} \left(\bar{\psi}_{i,j} \frac{\Delta_{i,j}}{u} \right)}{\sqrt{1 + \gamma^2 |\psi_{i,j}|^2}} - i\varphi_{i,j} \psi_{i,j}. \quad (3.44)$$

3.4.4. Discretização da densidade de corrente

Temos, na equação (3.22), o produto de $\bar{\psi} \bar{u}_x$ e $\frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x}$. Por isso, para fazer a discretização da densidade de corrente, temos que discretizar esses dois termos por meio das definições da malha. Aproximando a primeira derivada, temos:

$$\frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = [\mathcal{U}_x(x_i + a_x, y_j) \psi(x_i + a_x, y_j) - \mathcal{U}_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j)] / a_x. \quad (3.45)$$

Fazendo o cálculo do valor médio entre os pontos adjacentes da malha, obtemos:

$$\bar{u}_x \bar{\psi} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = \frac{\bar{u}_x(x_i + a_x, y_j) \bar{\psi}(x_i + a_x, y_j) + \bar{u}_x(x_i, y_j) \bar{\psi}(x_i, y_j)}{2}. \quad (3.46)$$

Agora, substituindo (3.46) na equação da densidade de corrente (3.22), temos que:

$$J_{sx,i,j} = \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} \mathcal{U}_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j}] / a_x. \quad (3.47)$$

De maneira similar para a componente y , obtemos:

$$J_{sy,i,j} = \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} \mathcal{U}_{y,i,j} \bar{\psi}_{i,j+1}] / a_y. \quad (3.48)$$

3.4.5. Discretização do potencial vetor e da voltagem

É ainda preciso resolver numericamente o potencial vetor. Para realizar este processo usamos a lei de Ampère:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi\right) = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.49)$$

ou ainda,

$$\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi\right) = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \nabla \times \mathbf{B}, \quad (3.50)$$

onde $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ e, sabendo que $\mathbf{J}_s = \Re[\psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\psi]$. Primeiramente vamos discretizar o termo de entre colchetes de \mathbf{J}_s ,

$$\psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\psi = -i\psi^*\nabla\psi - \mathbf{A}|\psi|^2, \quad (3.51)$$

agora vamos introduzir o campo auxiliar,

$$\frac{\partial(U_u\psi)}{\partial u} = \frac{\partial U_u}{\partial u}\psi + U_u \frac{\partial\psi}{\partial u} = -iA_u U_u\psi + U_u \frac{\partial\psi}{\partial u}. \quad (3.52)$$

Agora vamos multiplicar a equação (3.52) em ambos os lados por $-i\psi^*U_u^*$, e comparando com (3.51), obtemos,

$$-i\psi^*U_u^* \frac{\partial(U_u\psi)}{\partial u} = \psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\psi. \quad (3.53)$$

Temos então que \mathbf{J}_s , é,

$$\mathbf{J}_s = \Re \left[-i\psi^*U_u^* \frac{\partial(U_u\psi)}{\partial u} \right] \quad (3.54)$$

Vamos utilizar a propriedade $\Re(-iz) = \Re[-ia + b]$, logo $\Re(-iz) = \Im(z)$, substituindo esta propriedade na equação (3.54) e na (3.50), escrevendo apenas nas componentes de x , a versão discreta de \mathbf{J}_s , fica:

$$J_{sxi,j} = \Im \frac{(U_{xij}\psi_{i+1,j}\psi_{ij}^*)}{a_x}. \quad (3.55)$$

Agora vamos resolver o termo do campo de indução magnético. Sendo a malha 2D, iremos apenas considerar B_z ,

$$(\nabla \times \mathbf{B})_x = \frac{\partial B_z}{\partial y}. \quad (3.56)$$

Discretizando a equação (3.56),temos,

$$\left. \frac{\partial B_z}{\partial y} \right|_{(x_{i+\frac{a_x}{2}}, y_j)} = \frac{B_{z,i,j+1} - B_{z,i,j}}{a_y}. \quad (3.57)$$

Combinando as equações (3.56) e (3.57)

$$\frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{d\varphi}{dx} = J_{sxi,j} - \kappa^2 \left(\frac{B_{z,i,j+1} - B_{z,i,j}}{a_y} \right) \quad (3.58)$$

E resolvendo a derivada temporal e o termo do potencial escalar, obtemos:

$$A_{x,i,j}(t + \Delta t) = A_{x,i,j}(t) \Delta t \left[\text{Im} \frac{(U_{xij} \psi_{i+1,j} \psi_{ij}^*)}{a_x} - \kappa^2 \frac{B_{z,i,j+1} - B_{z,i,j}}{a_y} - \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{ij}}{a_x} \right]. \quad (3.59)$$

Para a componente y o processo é análogo, exceto pelo fato que $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$.

Podemos calcular a voltagem usando a definição de diferença de potencial.

Temos que:

$$\frac{V}{V_0} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{l} \quad (3.60)$$

Discretizando a equação (3.60) temos que:

$$\frac{V}{V_0} = \int_{L_e}^{L_d} a_x \frac{(A_{x,i,j}(t') - A_{x,i,j}(t))}{\Delta t} \quad (3.61)$$

sendo L_d o lado direito, e L_e o lado esquerdo da fita. Resolvendo a integral para ambos os lados da fita, obtemos:

$$\frac{V}{V_0} = \left[\left(\frac{A_{x,i,j}(t') - A_{xij}(t)}{\Delta t} \right)_{L_e} - \left(\frac{A_{x,i,j}(t') - A_{x,i,j}(t)}{\Delta t} \right)_{L_d} \right] \quad (3.62)$$

Cabe frisar aqui que a voltagem é calculada como uma média temporal. Esta média, *a priori*, deve ser calculada dentro do intervalo temporal em que o sistema atingiu o estado estacionário, caso contrário, o valor de V pode ser superestimado. Contudo, não haverá perdas qualitativas se isso não for respeitado.

4. RESULTADOS

A equação GTDGL foi solucionada para a amostra com a geometria ilustrada na Figura 18, com tamanhos laterais de $L_x = 70 \xi(0)$ e $L_y = 10 \xi(0)$, contendo seis grãos espaçados por um supercondutor de menor T_c , *weak-link* (WL). Em cada grão foram inseridos quatro defeitos da mesma natureza dos *weak-links*, os quais possuem a função de *pinning centers*, pois “ancoram” os vórtices nesses defeitos tornando possível submeter as amostras a maiores intensidades de correntes. Além de variarmos a densidade de corrente aplicada, as amostras também foram submetidas a um campo externo H_{ap} , aplicado perpendicular à superfície na direção do eixo z. Tal campo foi mantido fixo enquanto a corrente elétrica era variada, com $T = 0$. Analisamos, então, as curvas $V(J)$ características, resistência diferencial, dinâmica do sistema por mapas do valor local de $|\psi|$, a frequência para cada regime de movimento, dentre outros comportamentos que mostraremos na sequência.

4.1. Curva da voltagem pela corrente

A Figura 19 mostra as curvas características de voltagem (V) em função da densidade de corrente (J), para os diferentes campos aplicado. O inset mostra o gráfico original, antes de desconsiderarmos a voltagem nas correntes do início, pois ainda não havia regimes de movimento nas amostras.

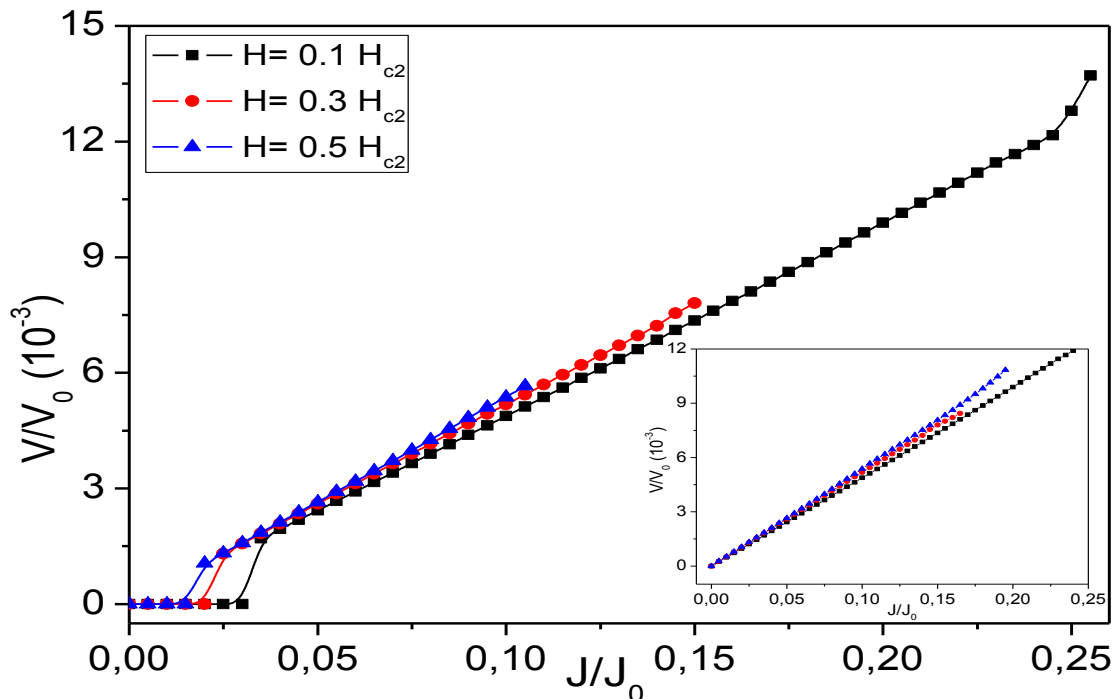


Figura 19- Curva da voltagem em função da corrente aplicada (ambas normalizadas) para amostras simuladas com diferentes intensidades de campo aplicado. As curvas mapeiam o regime de *flux flow* para cada campo magnético aplicado, sendo que a voltagem é considerada nula nas correntes iniciais onde não há movimento dos vórtices. O inset apresenta o gráfico original.

As curvas para os campos $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, $0,3 H_{c2}(0)$ e $0,5 H_{c2}(0)$ apresentam um comportamento semelhante, onde $V = 0$ indica que os vórtices estão estáticos, ou ainda não penetraram na amostra. O início do estado resistivo é caracterizado por um salto na curva $V(J)$ o qual indica o início do regime de *flux flow* (FF) na amostra. Podemos observar que o regime de movimento, para cada campo aplicado (H_{ap}), ocorre dentro de intervalos diferentes de correntes, onde quanto maior for o campo aplicado, menor é a corrente de início do regime de FF e também aquela de transição para o estado normal, como pode ser observado na Figura 19. A corrente de blindagem na amostra aumenta com H_{ap} e, conseqüentemente, a força de Lorentz exercida sobre os vórtices penetrados. Adicionalmente, essa força é intensificada com a presença das correntes de transporte, justificando, assim, a diminuição dos campos de início do regime de FF e da transição para o estado normal.

Para uma melhor visualização das divisões dos regimes de movimentos para cada H_{ap} , calculamos a derivada das curvas da Figura 19 com relação à J , dV/dJ , i.e., a resistência diferencial (ver Figura 20). Por ela fica evidente o início e as mudanças de regime de FF, indicadas pelos " J_c " para cada campo aplicado.

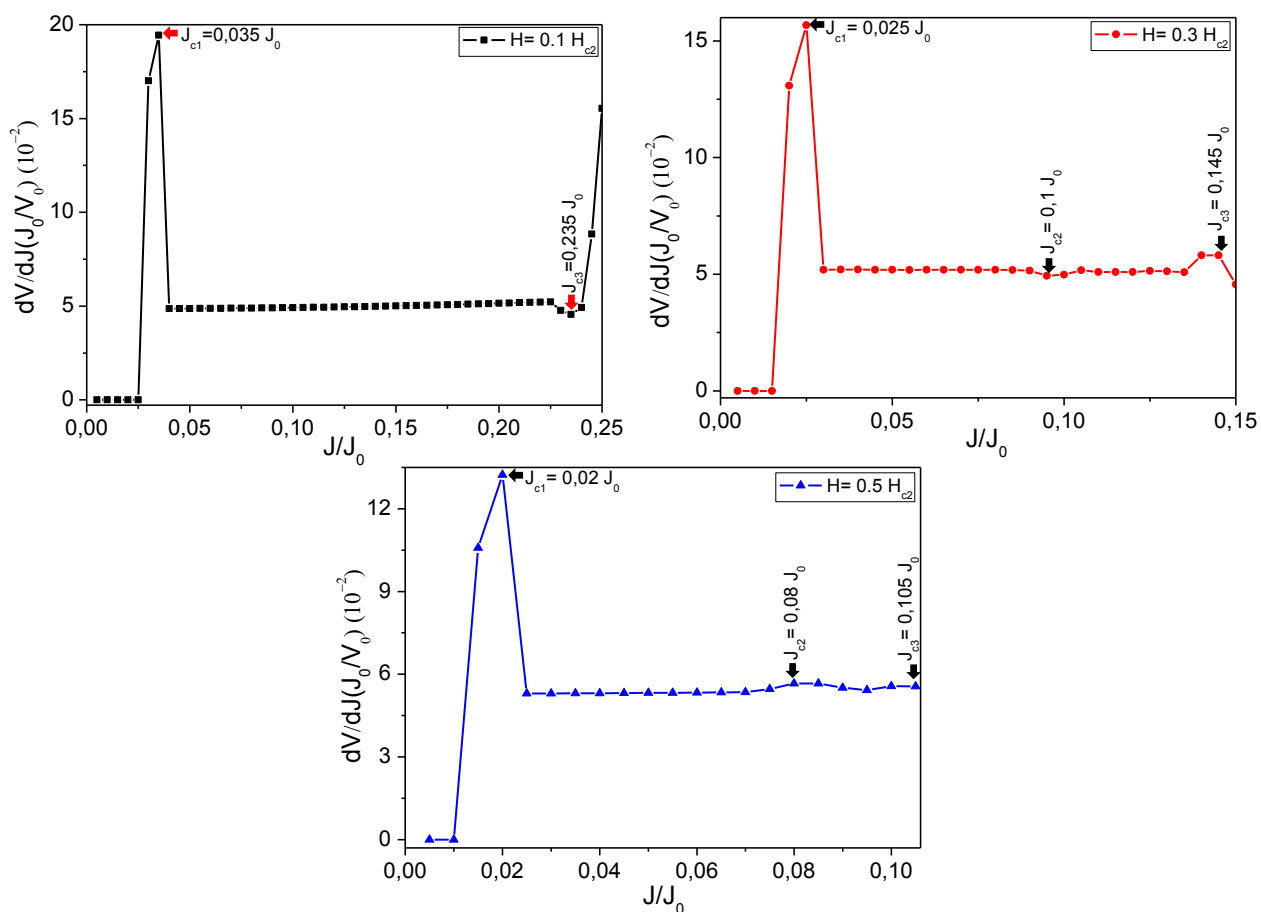


Figura 20- Resistência diferencial, onde os picos indicam mudanças no regime de movimento nas amostras, e os $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, $0,3 H_{c2}(0)$ e $0,5 H_{c2}(0)$ correspondem as curvas preta, vermelha e azul, respectivamente.

Para uma melhor observação dos regimes de movimentos para os diferentes H_{ap} iremos discuti-los separadamente e adotar-se-á os seguintes termos: para os movimentos de vórtices nos intergrãos, ou WL's, (região com menor T_c em relação a matriz que está entre os grãos) denominaremos de "FF intergranular"; e o movimento de vórtices dentro dos grãos de "FF intragranular". Como há um segundo regime de FF onde os vórtices se movimentam no intragrão, denominaremos J_{c1} e J_{c2} como sendo as correntes críticas para o início dos diferentes regimes de FF, e por J_{c3} a corrente a partir da qual não nos é possível calcular V , pois os WL's externos degradam.

- **$H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$**

Pela curva preta da Figura 20, a qual demonstra o regime de movimento para a amostra SC sob a influência de $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, podemos observar que o pico inicial ocorre na primeira corrente crítica $J_{c1} = 0,035 J_0$, onde os vórtices de Abrikosov penetram na amostra iniciando o regime de FF intergranular. Podemos observar este movimento na Figura 21 (b), que apresenta os snapshots do $|\psi|$ para diferentes J 's. Na sequência do trabalho analisaremos a dinâmica dos regimes de FF.

Para este campo, os vórtices de Abrikosov não ficam no estado estacionário, como podemos notar na Figura 21 (a). O seu movimento se restringe aos WL's até que uma terceira corrente crítica $J_{c3} = 0,235 J_0$ (Figura 21 (d)), seja alcançada. Acima dessa corrente os WL's externos degradam e, como fazemos o cálculo de V nos extremos das amostras, define-se então, o fim do regime de FF a partir dessa situação. Podemos observar no gráfico da Figura 20 que, antes da amostra voltar para o estado normal, há uma leve curva no seu final, isso é devido à destruição gradativa dos WL's.

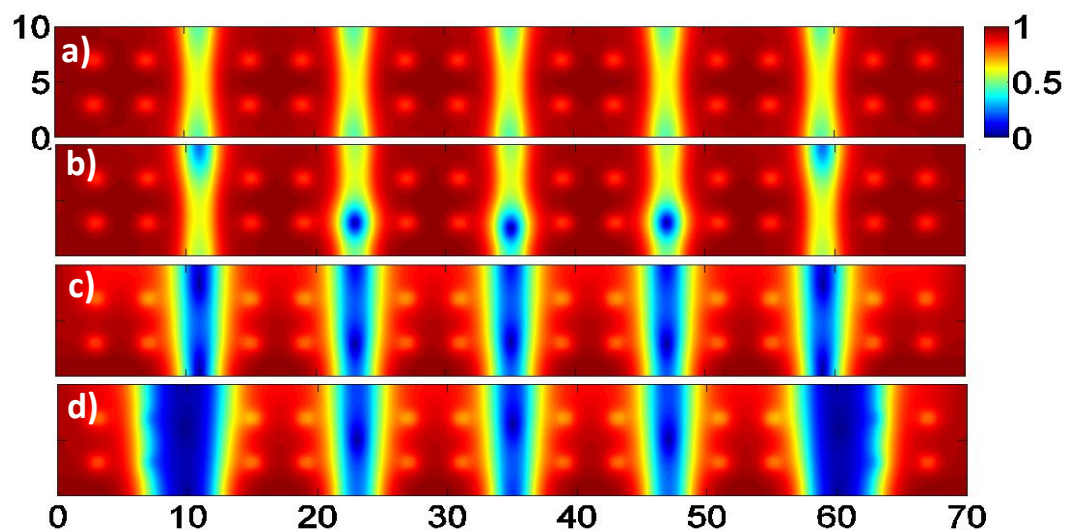


Figura 21- Distribuição de $|\psi|$ mostrando a dinâmica em $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$. (a) $J = 0 J_0$; (b) $J = 0,035 J_0$, início de FF nos WL's; (c) $J = 0,230 J_0$, corrente antes da destruição; (d) $J = 0,0235 J_0$, fim do FF na amostra.

- $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$

A curva vermelha da Figura 20 demonstra o regime de movimento para a amostra SC sob a influência de $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$. O regime de FF para este campo é diferente do que foi discutido anteriormente. Como podemos observar na Figura 22 (a), 20 vórtices de Abrikosov penetram no inter e no intragrão em $J = 0 J_0$, e permanecem em regime estacionário até o supercondutor atingir J_{c1} .

Neste campo podemos observar que o pico da resistência diferencial (Figura 20) ocorre em $J_{c1} = 0,025 J_0$. Esse valor de J_{c1} é corroborado ao se observar $|\psi|$ na Figura 22 (b). Analisando o gráfico da Figura 20 notamos que a curva vermelha apresenta um pequeno mínimo local, indicando o início do segundo regime de FF, dentro dos grãos. O regime de FF no intragrão inicia-se em $J_{c2} = 0,10 J_0$, e se mantém até $J_{c3} = 0,145 J_0$, onde os WL's dos extremos são destruídos. Podemos visualizar esse comportamento nos painéis (c) e (d) da Figura 22. Por fim, observando o gráfico da Figura 20, vemos que a curva vermelha apresenta um pequeno máximo local em seu final, o qual, novamente, se deve à degradação gradual dos WL's.

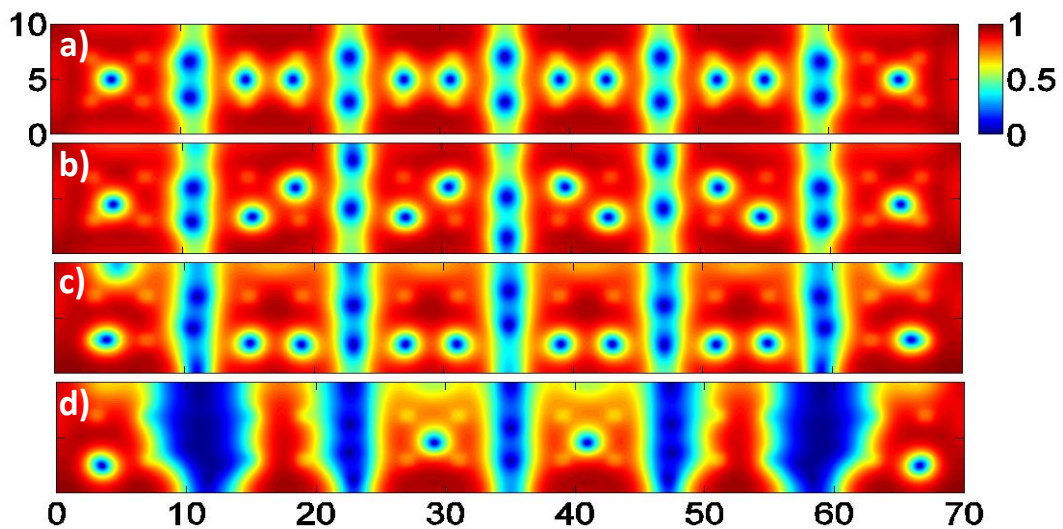


Figura 22- Distribuição de $|\psi|$ mostrando a dinâmica em $H = 0,3 H_{c2}(0)$. (a) $J = 0 J_0$; (b) $J = 0,025 J_0$, início de FF em WL's; (c) $J = 0,10 J_0$ início do FF nos grãos; (d) $J = 0,145 J_0$, fim do FF na amostra.

- $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$

Por fim, vamos analisar o comportamento da amostra quando está sob a influência do maior campo magnético que trabalhamos, $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$. A dinâmica para esse campo se inicia para J menor do que os anteriores, e como podemos observar na Figura 23 (a), o estado inicial costa com ($J = 0 J_0$) penetram 34 vórtices de Abrikosov, que se mantêm em regime estacionário até $J_{c1} = 0,02 J_0$.

Assim, da Figura 20, vemos que a linha azul tem seu primeiro pico em $J_{c1} = 0,02 J_0$, onde fica evidenciado o início do regime de FF intergranular. Esse mesmo

regime de movimento pode ser observado na Figura 23 (b). O segundo regime de movimento, i.e., o FF intragranular, inicia-se em $J_{c2} = 0,08 J_0$, caracterizado por um pequeno pico no gráfico (ver Figura 20). Observando a Figura 23 (c), constata um regime de movimento com grande quantidade de vórtices, o que antecipa o valor de J_{c3} para o qual a destruição da supercondutividade se inicia. Tal situação é exemplificada na Figura 23 (d), obtida para $J_{c3} = 0,105 J_0$. Novamente, a destruição dos WL's ocorre de maneira gradativa.

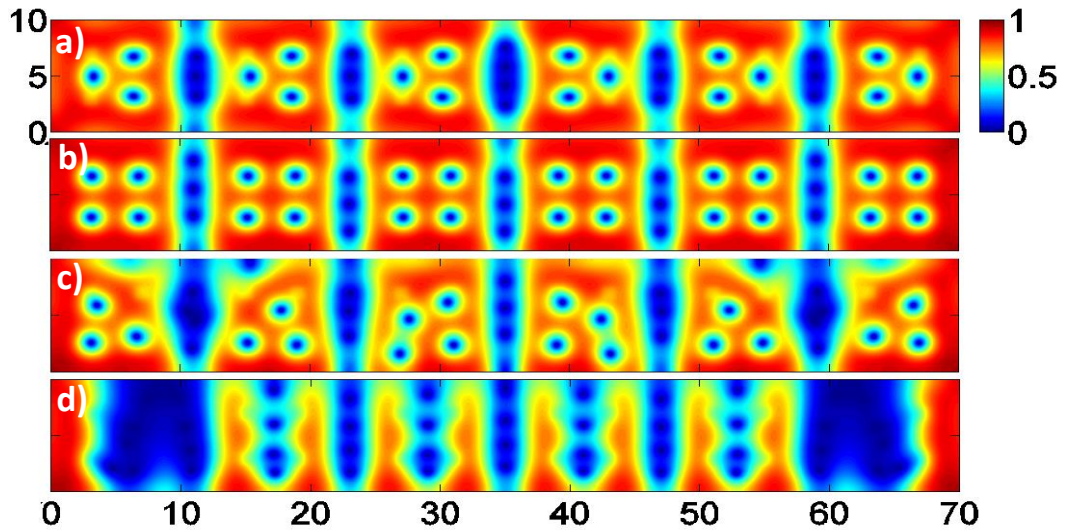


Figura 23- Distribuição de $|\psi|$ mostrando a dinâmica em $H = 0,5 H_{c2}(0)$. (a) $J = 0 J_0$; (b) $J = 0,02 J_0$, início de FF em WL's; (c) $J = 0,08 J_0$ início do FF nos grãos; (d) $J = 0,105 J_0$, fim do FF na amostra.

4.2. Relação entre voltagem e $|\psi|$

Para melhor compreender o movimento dos vórtices nas diferentes situações apresentadas nesse trabalho, nessa sessão analisaremos a resposta da voltagem em função do tempo. Verificar-se-á que $V(t)$ oscila em “pacotes” devido aos diferentes regimes de FF apresentados pela amostra. Estas repetições em formas de “pacotes” também foram reportadas por Berdiyrov e colaboradores [52], que as associaram às fases estática e dinâmica dos vórtices, alternadamente, ao realizarem medições de magnetorresistência. Eles relacionaram que os picos de tensão, nas curvas $V(H)$, são devidos aos vórtices em movimento nos WL's serem fixados em valores menores e maiores do campo, onde a tensão de saída é zero. Concluem ainda, que o aumento do campo magnético leva a um aumento da periodicidade das oscilações $V(t)$. É importante frisar nesse ponto que as intensidades da voltagem nas curvas $V(t)$ diferem daquelas apresentadas na Figura 19, para $V(J)$. Isso se deve ao fato de que o cálculo da voltagem levou em consideração estados não estacionários, o que afeta o cálculo quantitativo de $V(J)$, subestimando seus valores, contudo, o padrão qualitativo das curvas não é afetado e pode ser estudado.

Estas oscilações iniciam quando um vórtice penetra na amostra, causando um pico na tensão devido ao seu rápido movimento. Contudo, ao interagir com os demais vórtices em um sistema confinado (de tamanhos mesoscópicos), seu movimento é freado e a tensão diminui. Adicionalmente, como na amostra há muitos defeitos e, também, é um sistema simétrico, essas muitas dinâmicas de vórtices se repetem periodicamente formando os “pacotes” descritos no parágrafo anterior.

Iremos analisar as dinâmicas de $V(t)$ separadamente para cada H_{ap} usado nesse trabalho.

- **$H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$**

Como já vimos no tópico anterior, a amostra em $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$ apresenta apenas um regime de movimento. Devido a isso, escolhemos uma corrente mediana para observar o comportamento de $V(t)$, i.e., $J = 0,10 J_0$. Podemos observar na Figura 24 (a), que a oscilação é periódica e simétrica, implicando que o movimento de vórtices nos WL's se dá sempre de forma sincronizada. Esse comportamento se mantém até J_{c3} . No painel (b) da Figura 24, são apresentados alguns snapshots de $|\psi|$ onde é possível relacionar as oscilações de $V(t)$ com a dinâmica dos vórtices, ou seja, no snapshot (1) podemos verificar que estão penetrando três vórtices tendo outros dois quase saindo do SC. Essa situação está representada no gráfico pelo pico (1). No snapshot (2) os vórtices estão todos dentro da amostra se movendo em direção à interface inferior. Como nessa interface a corrente efetiva (corrente de blindagem mais corrente de transporte) é menor, a F_L também será e, com isso, o efeito de barreira superficial age sobre os vórtices de forma a diminuir sua velocidade e, conseqüentemente, a voltagem induzida. No snapshot (3) a situação é oposta ao (1), onde três vórtices estão saindo da amostra e dois estão penetrando. Essa situação leva a um mínimo de V porém, diferente de zero.

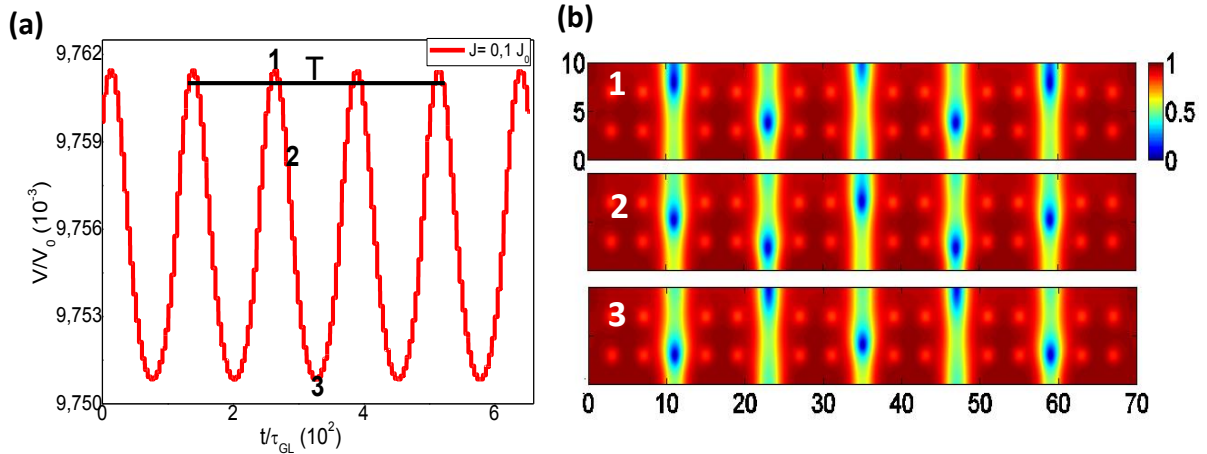


Figura 24- (a) Dependência temporal da tensão para $H = 0,1 H_{c2}(0)$ e $J = 0,10 J_0$. (b) snapshots de $|\psi|$ correspondentes as oscilações do gráfico.

- **$H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$**

A amostra que está sob a influência de $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ apresenta dois regimes de movimento, por isso as correntes escolhidas para a análise correspondem à última corrente do regime FF intergranular e à primeira do FF intragranular, sendo elas $J_1 = 0,09 J_0$ e $J_2 = 0,10 J_0$, respectivamente. Devido ao maior número de vórtices nesta amostra, a oscilação em forma de “pacote” fica mais evidenciada (ver Figura 25).

Como já foi discutido anteriormente, para $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, verificamos que os picos nos gráficos correspondem a um aumento na tensão devido ao maior número de vórtices penetrados na amostra e os vales são causados pela interação entre vórtices, entre vórtices/defeitos e mesmo devido a uma possível barreira superficial na saída destes. Essas dinâmicas estão exemplificadas nos snapshots de $|\psi|$ nos painéis (b) e (d) da Figura 25 associados aos pontos nos painéis (a) e (c) respectivamente.

A Figura 25 (a) e (b) destaca o regime de FF nos WL's. O comportamento de $V(t)$ apresenta oscilação que se repetem em “pacotes” por conta do movimento assimétrico dos vórtices nos WL's. Essa assimetria fica evidente ao comparar os pontos 1 (máximo local) e 2 (mínimo local) com os pontos 3 e 4 respectivamente. Apesar de 1 e 3 (2 e 4) representarem máximos (mínimos) locais, a configuração instantânea dos vórtices nos WL's é distinta.

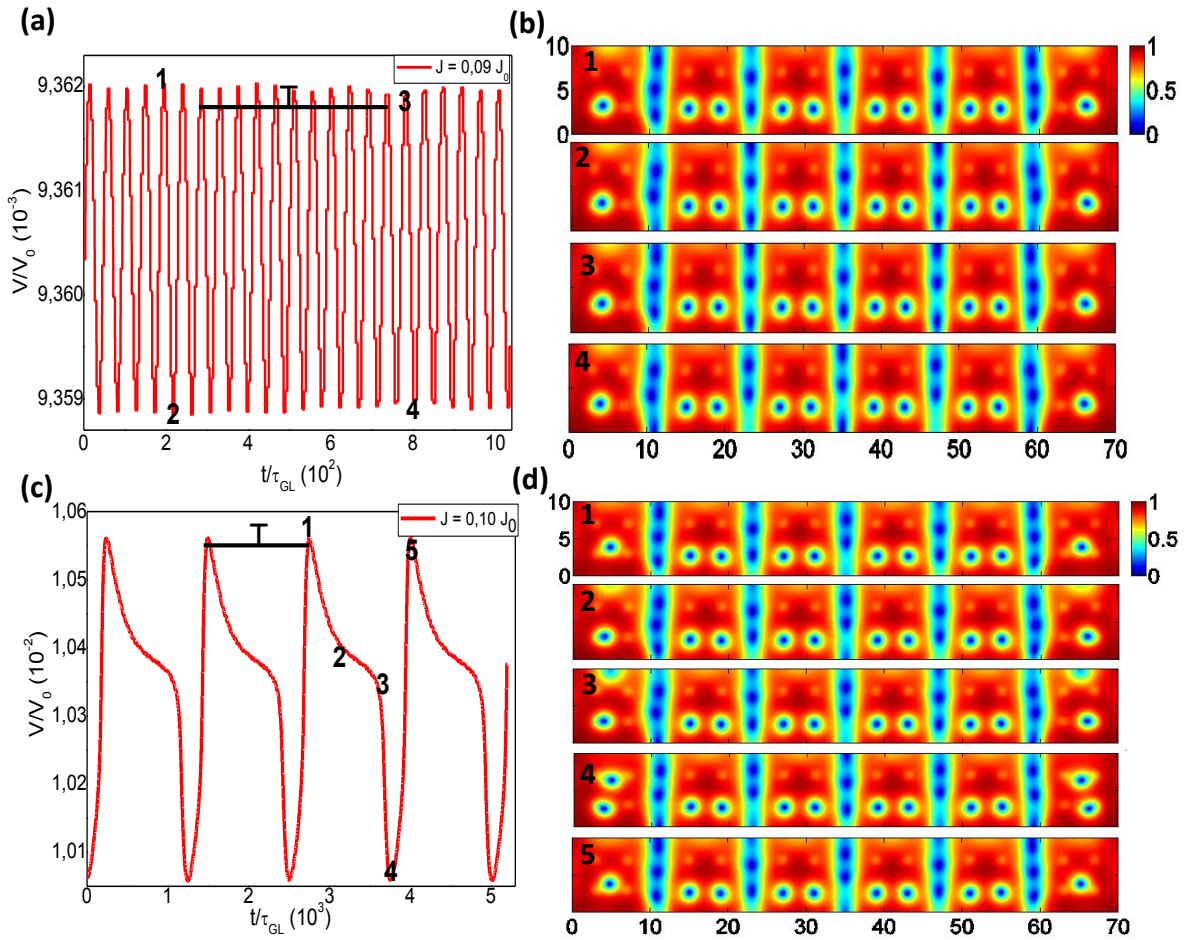


Figura 25- (a) e (b) Dependência temporal da tensão para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ e snapshots de $|\psi|$ correspondentes às oscilações do gráfico para $J = 0,09 J_0$ dos pontos em destaque. (c) e (d) Dependência temporal da tensão e snapshots de $|\psi|$ para a $J = 0,10 J_0$, respectivamente.

Nos painéis (c) e (d) da Figura 25 são mostrados o regime de FF misto, ou seja, o comportamento apresentado por $V(t)$ é devido à contribuição de FF inter e intragranular. Como o FF intragranular ocorre em uma região (dentro do grão) de supercondutividade mais forte, a movimentação dos vórtices gera uma maior dissipação e, com isso, a amplitude de $V(t)$ é maior. Como as análises dos painéis (a) e (b) e (c) e (d) foram feitas em correntes consecutivas, as diferenças das amplitudes não são grandes. Dessa forma, podemos considerar que o ligeiro aumento de J e consequentemente aumento da F_L sobre os vórtices não é a causa do aumento da amplitude de oscilação. Com isso, subtraindo o sinal $V(t)$ do painel (c) do sinal $V(t)$ do painel (a) fazendo o máximo 1 de cada curva coincidentes, obtemos a curva $V(t)$, que expressa o sinal apenas do regime de FF intragranular, mostrado na Figura 26. Nota-se que os “pacotes” de oscilação possuem um sinal igual aos da Figura 25 (c), sendo a única diferença na amplitude da curva $V(t)$.

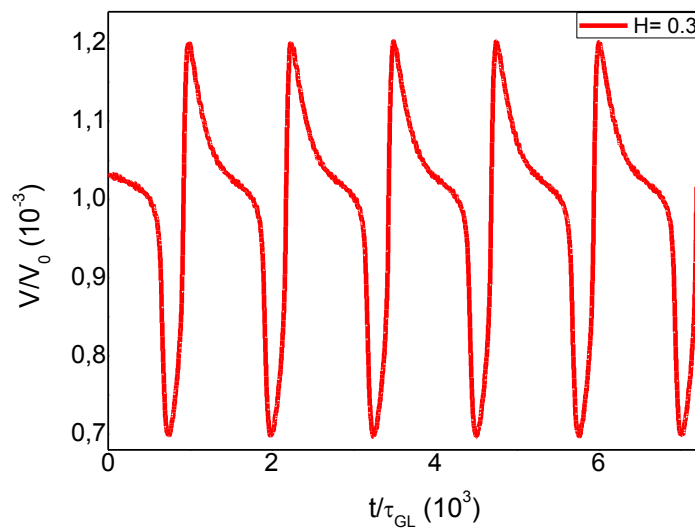


Figura 26- Curva $V(t)$, que expressa apenas o sinal do regime de FF intragranular para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$.

- **$H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$**

Quando o SC está sob a influência de $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$, os regimes de movimento são bem próximos aos apresentados anteriormente para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$. Aqui, ele também apresenta os regimes de FF inter e intragranular, como pode ser observado na Figura 27. Por isso escolhemos as correntes de transição entre os regimes, sendo elas $J_1 = 0,07 J_0$ e $J_2 = 0,08 J_0$, respectivamente, de forma a podermos identificar a resposta puramente do regime FF intragranular.

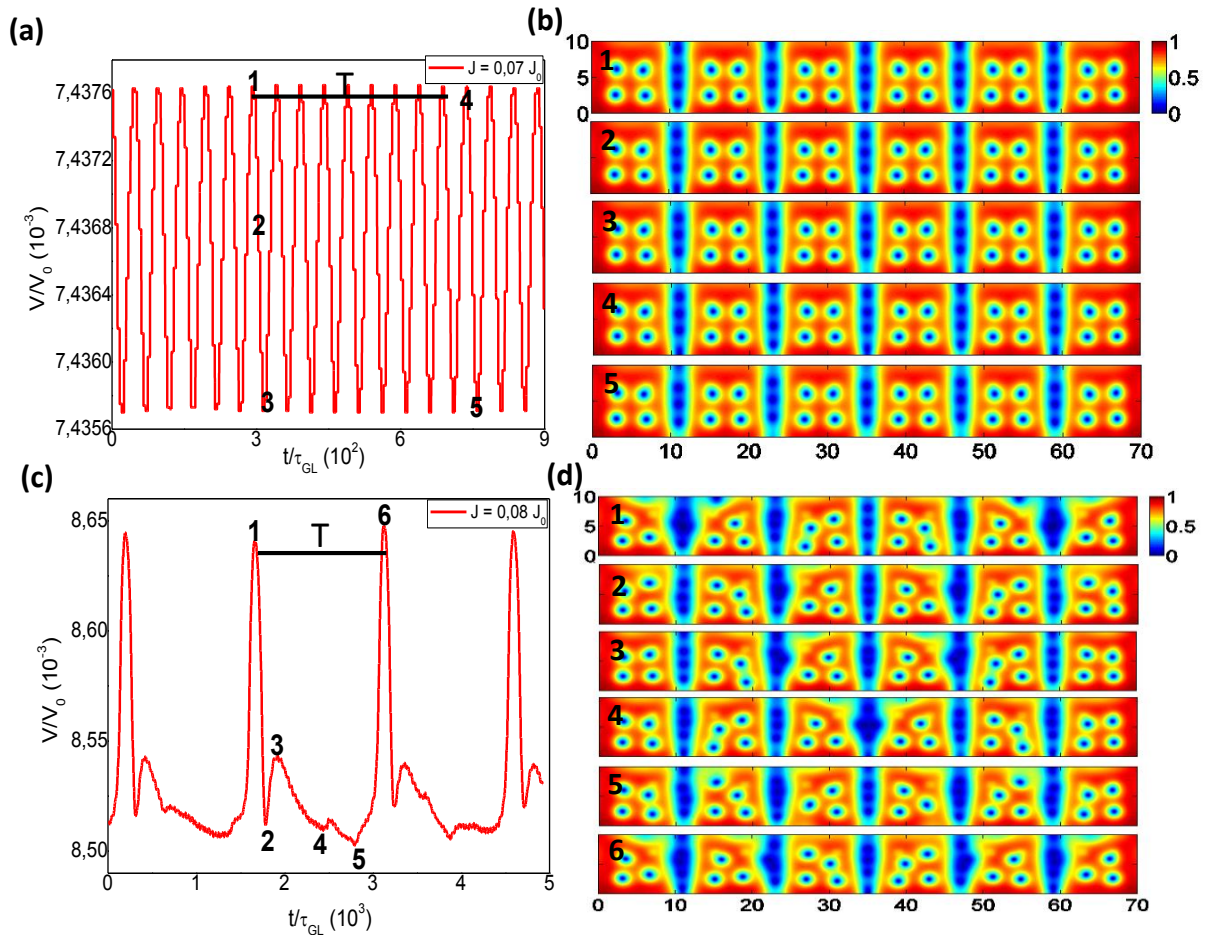


Figura 27- (a) e (b) Dependência temporal da tensão para $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$ e snapshots de $|\psi|$ correspondentes as oscilações do gráfico para a $J = 0,07 J_0$. (c) e (d) Dependência temporal da tensão e snapshots de $|\psi|$ para a $J = 0,08 J_0$, respectivamente.

Nos painéis (a) e (b) da Figura 27, são apresentados o comportamento de $V(t)$ e o arranjo instantâneo dos vórtices para o regime de FF intergranular. Pequenas diferenças no sincronismo das penetrações (e saídas) de vórtices geram as oscilações em “pacotes” observadas em $V(t)$. Quando o regime de FF intragranular se inicia, juntamente com o FF intergranular, devido ao grande número de vórtices penetrados, o “pacote” na resposta $V(t)$ se torna mais complexo se comparado ao apresentado na Figura 25 (c) e (d).

Podemos, também, observar que nesse caso, a amplitude do gráfico da tensão para o regime de FF intragranular não aumenta tanto quando comparado à mesma situação para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$. Isso acontece, novamente, devido ao grande número de vórtices interagindo na amostra, o que afeta seu movimento no intragrão e, conseqüentemente, influencia na amplitude de oscilação de $V(t)$.

Ajustando os arranjos de vórtices no intergrão semelhantemente nas curvas dos painéis (c) e (a) da Figura 27 e subtraindo-os, respectivamente, obtemos a resposta somente do intragrão que está evidenciado na Figura 28, como já foi mostrado

para o $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$, com a subtração das curvas obtemos o regime de FF intragranular com um sinal idêntico ao que antes foi observado para o regime de FF misto (ver Figura 27 (c)), com variação apenas na amplitude.

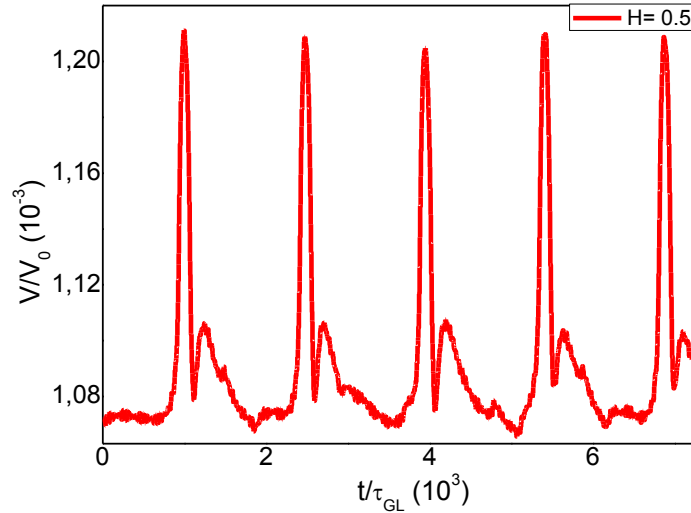


Figura 28- Curva $V(t)$, que expressa apenas o sinal do regime de FF intragranular para $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$.

4.3. Frequência de oscilação

Calculamos também, a frequência para alguns valores de correntes, no intuito de verificar a influência do campo aplicado nos regimes de FF. Para o cálculo utilizamos a relação $f = (1/T)\tau_{GL}$, onde $\tau_{GL} = 7,395 \times 10^{-14} s$ ao considerar o material Pb-In cujo sua $T_c = 7K$. Assim, pelo período de cada corrente escolhida, que estão evidenciados nas Figuras 24, 25 e 27, obtemos o valor da frequência no S.I.

Na Figura 29 podemos ver as curvas da frequência em função das correntes para os três campos magnéticos estudados. Os valores das frequências são da ordem de GHz, ou seja, 10^9 Hz. No artigo de Embon e colaboradores [53], as frequências lá apresentadas são da mesma ordem de grandeza que a nossa. Em tal artigo é usado um dispositivo de varredura em nano escala para visualizar vórtices penetrando em um filme Pb supercondutor. O trabalho feito por eles, revelou a formação de caules de vórtices mesoscópicos que sofrem bifurcações à medida que a corrente e o campo magnético eram aumentados. Tais vórtices possuíam velocidades de até dezenas de km/s e tinham uma taxa de variação na ordem de GHz.

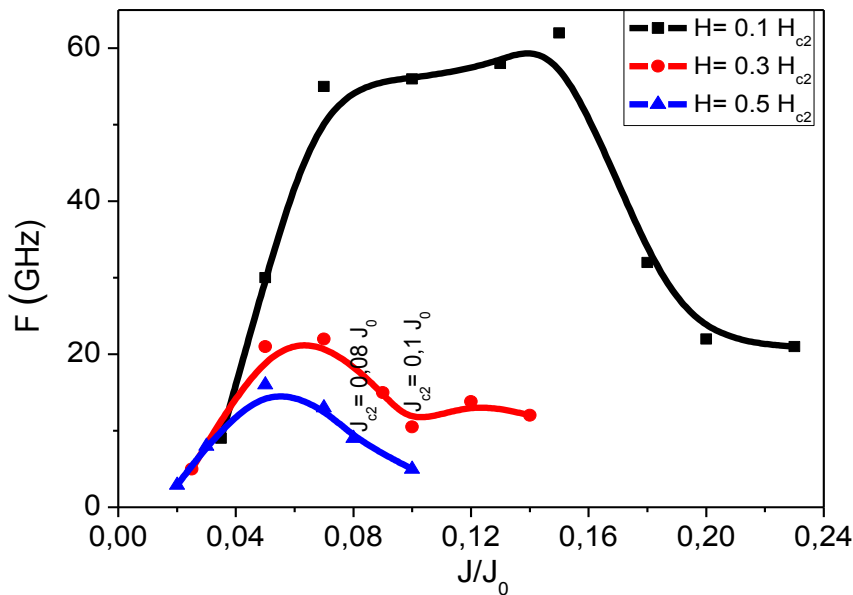


Figura 29- Curva da frequência variando pelas correntes para os campos: $H_{ap} = 0,1 H_{c2}$ (0) (curva preta), $H_{ap} = 0,3 H_{c2}$ (0) (curva vermelha) e $H_{ap} = 0,5 H_{c2}$ (0) (curva azul).

Analisando as curvas podemos observar a influência de H_{ap} na frequência de oscilação de $V(t)$. Como já vimos anteriormente, a amostra em $H = 0,1 H_{c2}$ (0) apresenta apenas um regime de movimento. Verificando a curva preta da Figura 29, notamos que este é o campo que possui maior valor de J_{c1} e não há modificações durante a dinâmica, ou seja, a frequência aumenta conforme o movimento dos vórtices se torna mais intenso nos intergrãos e começa a diminuir quando os vórtices atingem a velocidade limite, que para este H_{ap} é próximo à degradação dos intergrãos externos, o que ocorre em $J = 0,235 J_0$.

Já para os campos de $H_{ap} = 0,3 H_{c2}$ (0) (curva vermelha) e $H_{ap} = 0,5 H_{c2}$ (0) (curva azul), é possível verificar, na Figura 29, que eles possuem amplitudes de frequência menor, sendo $H_{ap} = 0,5 H_{c2}$ (0) o campo com a menor frequência. Verificamos, assim, que quanto maior o campo aplicado menor a frequência de oscilação. Este fato também está relacionado com o maior número de vórtices de Abrikosov que penetram na amostra e, conseqüentemente, a interação entre eles aumenta o período de oscilação de $V(t)$.

Nas curvas de $H_{ap} = 0,3 H_{c2}$ (0) e $H_{ap} = 0,5 H_{c2}$ (0) na Figura 29, também é possível verificar a corrente onde há a troca do regime de movimento, ou seja, quando inicia o FF intragranular. Analisando a curva vermelha da Figura 29, observamos que ela tem um declínio próximo a $J = 0,10 J_0$, que é onde inicia o FF intragranular para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}$ (0), ou seja, um número maior de vórtices começa a se movimentar e interagir

entre si. Após esta corrente, a frequência volta a subir um pouco mas em $J = 0,145 J_0$ já não é mais possível medir V .

Agora, visualizando a curva azul da Figura 29, notamos que ela possui um declínio próximo a $J = 0,08 J_0$, onde dá-se o início do FF intragranular para o campo $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$, porém, a amostra não apresenta mais diferenças no valor da frequência pois o WL's dos extremos já estão destruídos.

4.4. Módulo de J

Por fim, construímos imagens do módulo de J com as *streamlines* da corrente, para visualizarmos como as correntes se comportam dentro da amostra.

Na Figura 30 (a) temos a distribuição de J para $J_{c1} = 0,035 J_0$, que corresponde à corrente do início do regime de FF intergranular, para o campo $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$. Com menos vórtices de Abrikosov penetrando nos WL's as correntes blindam as laterais da amostra e fazem uma circuitação em torno dos vórtices no intergrão. Os grãos que não possuem vórtices também são totalmente populados pelas correntes devido ao tamanho dos mesmos. Sendo os defeitos dos grãos constituídos por um material SC de menor T_c , estes pouco influenciam na distribuição das correntes. Por simetria, $J = 0$ próximo ao centro dos grãos.

Com o aumento de J_t (corrente de transporte), aumenta a assimetria da distribuição de correntes pela amostra, o ponto de $J = 0$ no interior dos grãos fica mais próximo da borda inferior do mesmo, como mostrado na Figura 30 (b) para $J = 0,1 J_0$. Sendo J_t maior, a F_L sobre os vórtices também aumenta e, com isso, os vórtices se movem mais rápido. Dessa forma, as correntes em torno dos vórtices perdem a simetria circular adquirindo um formato elipsoidal, tal como apresentado pelas *streamlines*. Observa-se, também, que há bastante fluxo de corrente na região intergranular.

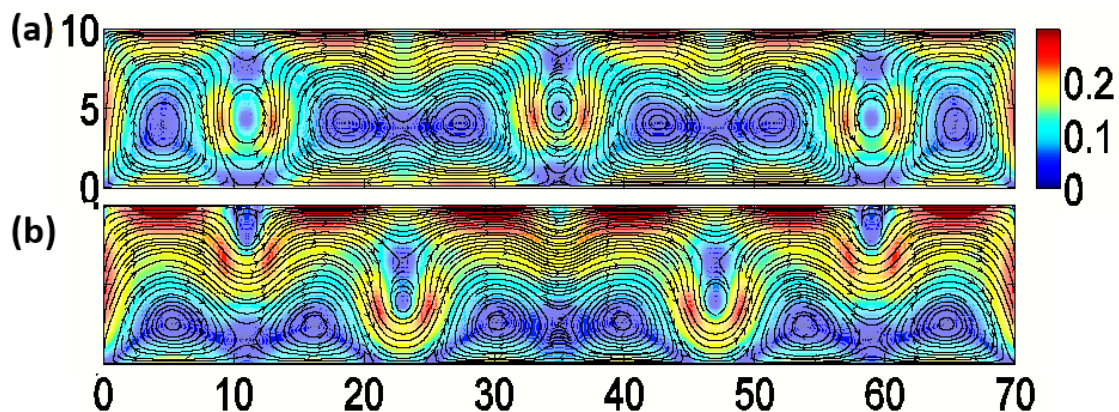


Figura 30- (a) é mostrado o mapa do $|J|$, para o campo $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$ e $J_{c1} = 0,035 J_0$, evidenciando a degradação nas WL's onde os vórtices de Abrikosov se movimentam; também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar como elas estão distribuídas. (b) mapa do $|J|$ de $J = 0,10 J_0$.

Agora, analisando a distribuição das correntes para o campo $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ (veja a Figura 31), fica evidente a maior blindagem dos grãos das extremidades, onde, para $J = 0 J_0$ (Figura 31 (a)) estes possuem um número menor de vórtices penetrados em relação aos grãos vizinhos.

Ainda, as correntes, já não fluem tanto através do intergrão quando comparada à Figura 30 para $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$. Assim, os grãos, de uma forma geral, possuem uma blindagem maior do que a amostra como um todo. Por isso o regime de FF inicia pelo intergrão. Na Figura 31 (c) podemos observar que quando inicia-se o FF intragranular, a blindagem nos grãos externos fica prejudicada devido ao movimento dos vórtices nessa região.

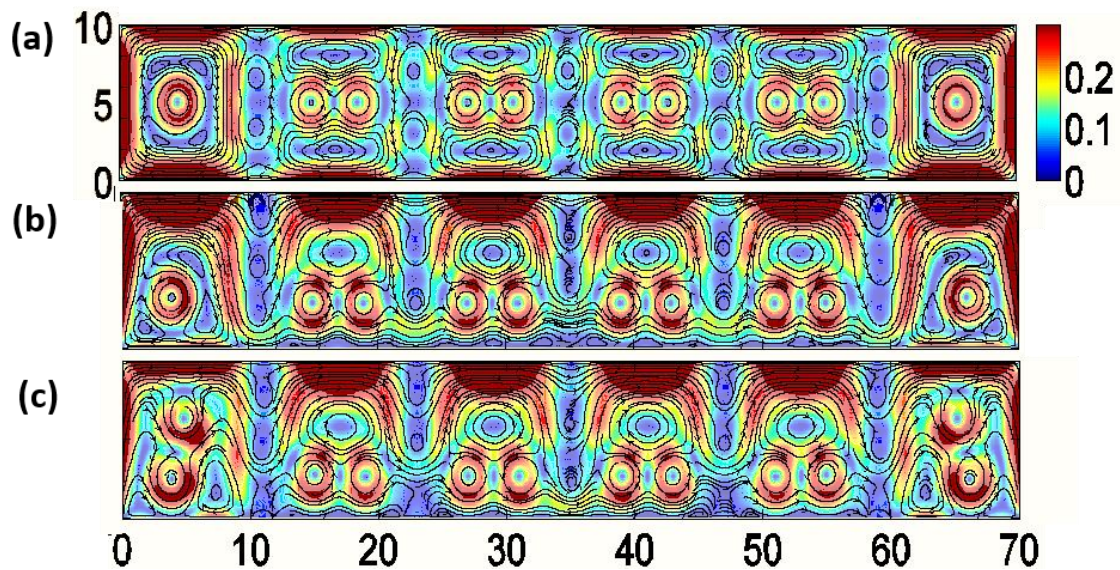


Figura 31- (a) é mostrado o mapa do $|J|$, para o campo $H_{ap} = 0,3 H_{c2} (0)$ e $J = 0 J_0$, evidenciando a degradação nas WL's onde os vórtices de Abrikosov se movimentam; também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar como elas estão distribuídas. (b) mapa do $|J|$ para $J = 0,09 J_0$. (c) mapa do $|J|$ para $J_{c2} = 0,10 J_0$.

Para o campo $H_{ap} = 0,5 H_{c2} (0)$, o comportamento das correntes é semelhante ao analisado para o campo $H_{ap} = 0,3 H_{c2} (0)$, com pequenas variações apenas. Observando a Figura 32, notamos que a blindagem dos grãos laterais é menor para este campo, pois há maior penetração de vórtices neles. Menos corrente flui pelos WL's e pela parte inferior da amostra devido à competição entre J_t e a de blindagem.

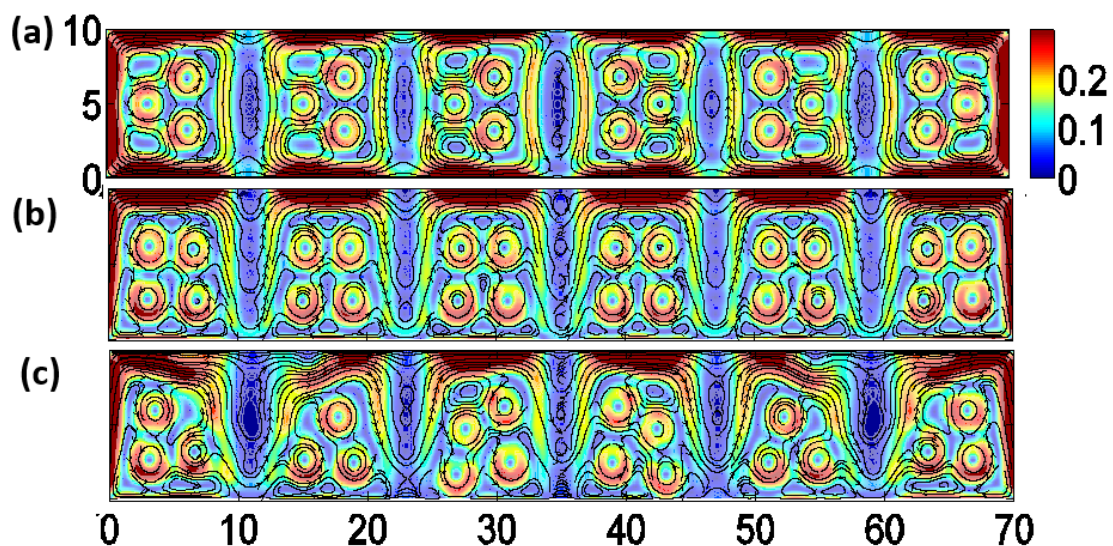


Figura 32- (a) é mostrado o mapa do $|J|$, para o campo $H_{ap} = 0,5 H_{c2} (0)$ e $J = 0 J_0$, evidenciando a degradação nas WL's onde os vórtices de Abrikosov se movimentam; também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar como elas estão distribuídas. (b) mapa do $|J|$ para $J = 0,07 J_0$. (c) mapa do $|J|$ para $J_{c2} = 0,08 J_0$.

Podemos também observar a distribuição da corrente pelos gráficos de J_x , nos quais varremos as amostras ao longo do eixo x , em diferentes pontos do eixo y (a altura da amostra). Para ser preciso utilizamos como pontos de varredura as alturas $y = 1, 3, 5, 7$ e $9 \xi(0)$. Na Figura 33 (a), que corresponde a $J = 0,035 J_0$ para o campo $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, as linhas tracejadas indicam onde estão os WL's intergranular. Podemos observar que a distribuição das correntes são diferentes em cada ponto da amostra, sendo mais uniforme em $y = 9 \xi(0)$ (ver Fig. 33 (e) que corresponde ao ponto superior da amostra, onde os vórtices penetram na mesma), está não homogeneidade na distribuição das correntes contribuem para que os vórtices atinjam sua velocidade limite e assim diminuam sua frequência de oscilação, como podemos observar na Figura 29.

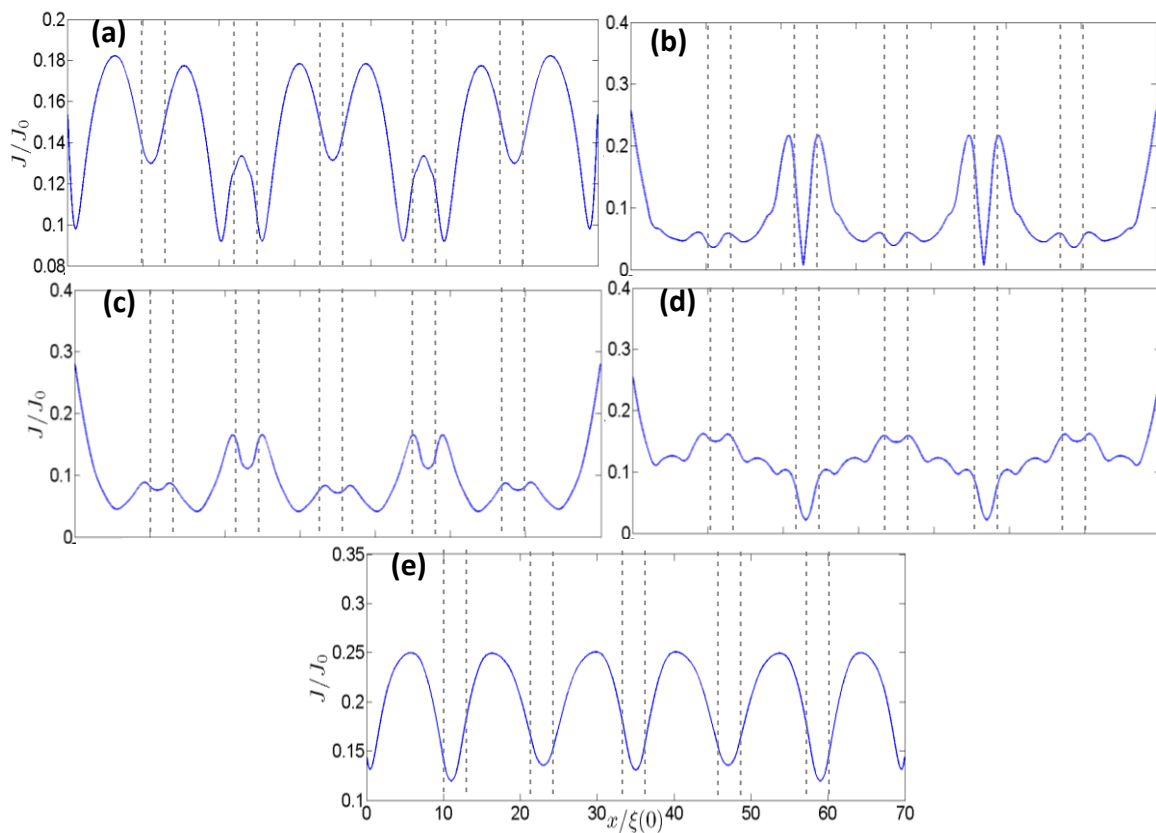


Figura 33- É mostrado o mapa do J_x , para o campo $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$ e $J = 0,035 J_0$, varrendo a amostra em diferentes regiões. **(a)** mapa do J_x para $y = 1 \xi(0)$. **(b)** mapa do J_x para $y = 3 \xi(0)$. **(c)** mapa para $y = 5 \xi(0)$. **(d)** mapa para $y = 7 \xi(0)$. **(e)** mapa do J_x para $y = 9 \xi(0)$.

Para o $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ para $J = 0,1 J_0$, na Figura 34 também é possível observar a diferença na distribuição da corrente em relação aos diferentes pontos da amostra.

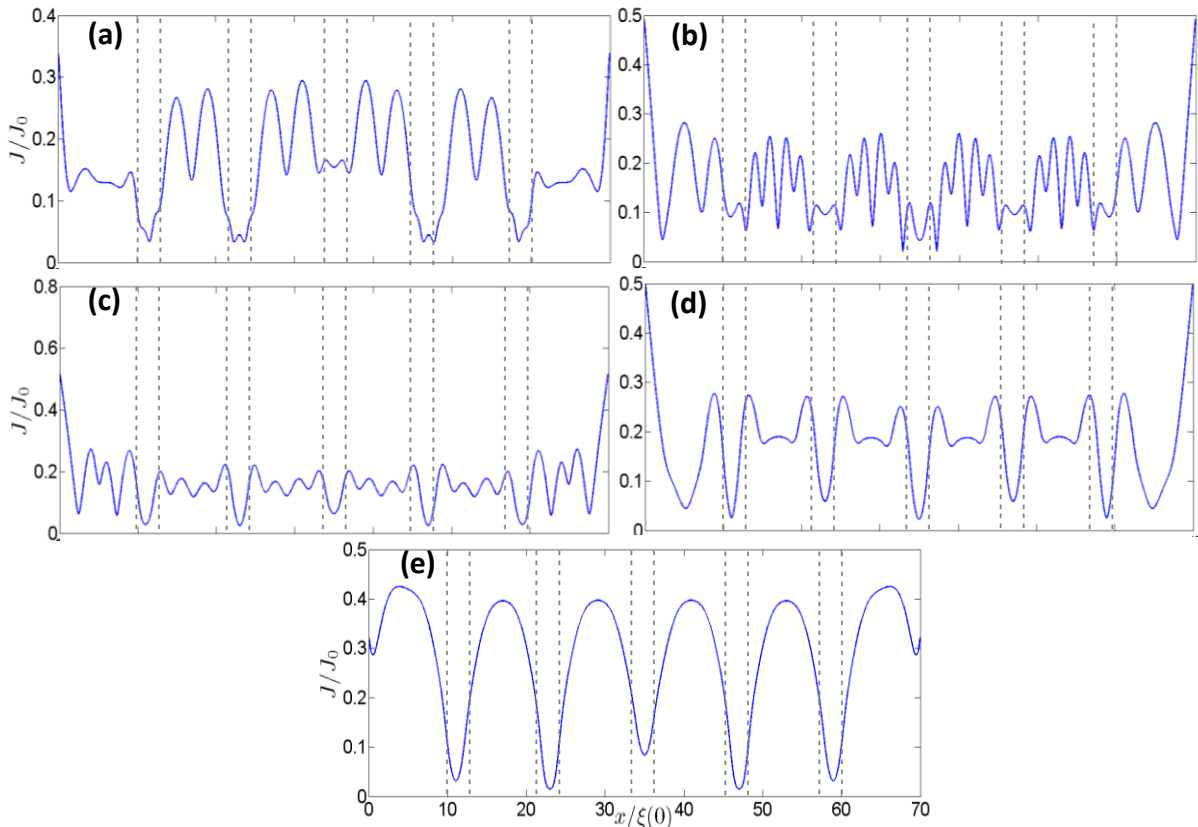


Figura 34- É mostrado o mapa do J_x , para o campo $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ e $J = 0,1 J_0$, varrendo a amostra em diferentes regiões. **(a)** mapa do J_x para $y = 1 \xi(0)$. **(b)** mapa do J_x para $y = 3 \xi(0)$. **(c)** mapa para $y = 5 \xi(0)$. **(d)** mapa para $y = 7 \xi(0)$. **(e)** mapa do J_x para $y = 9 \xi(0)$.

Na Figura 34, observamos novamente que o ponto de $y = 9 \xi(0)$ é onde há a maior homogeneidade da corrente e, conseqüentemente, onde há a maior blindagem na amostra. Para este campo os vórtices atingem a velocidade limite antes de iniciar o FF intragranular, como pode ser visualizada na Figura 29. Devido a está não homogeneidade da corrente e ao maior número de vórtices se movendo na amostra, a frequência de oscilação é cada vez menor conforme a intensidade de H_{ap} fica maior. E, devido, ao grande número de vórtices se movendo na amostra a blindagem da mesma vai ficando cada vez menos efetiva.

Por fim, para o $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$ para $J = 0,08 J_0$, podemos observar na Figura 35 que o comportamento é próximo ao que já foi discutido para $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$, tendo como diferença uma menor blindagem devido ao maior número de vórtices penetrados. Está menor blindagem fica evidenciada na Figura 35 (e), onde podemos verificar uma menor homogeneidade na distribuição das correntes, causa pelo grande movimento e interação dos vórtices. E isso é refletido em uma menor frequência de oscilação e na mais rápida destruição da supercondutividade.

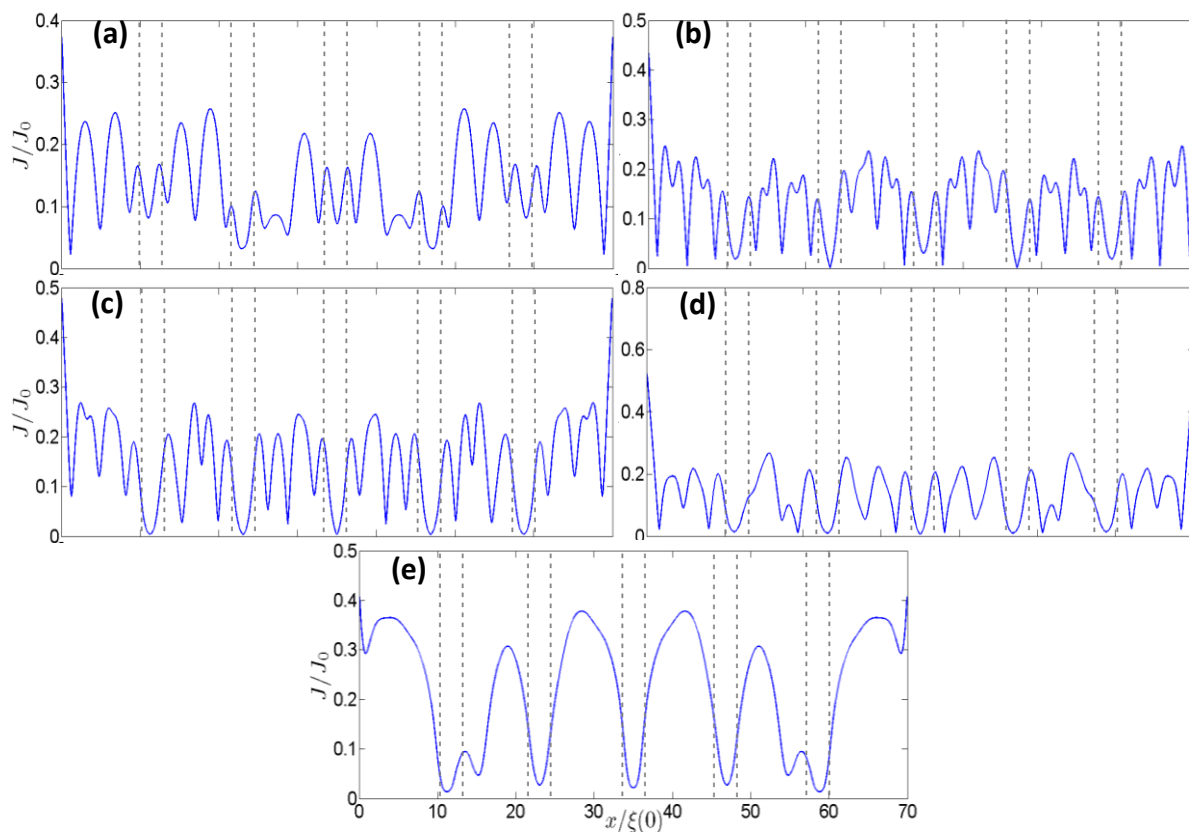


Figura 35- É mostrado o mapa do J_x , para o campo $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$ e $J = 0,08 J_0$, varrendo a amostra em diferentes regiões. **(a)** mapa do J_x para $y = 1 \xi(0)$. **(b)** mapa do J_x para $y = 3 \xi(0)$. **(c)** mapa para $y = 5 \xi(0)$. **(d)** mapa para $y = 7 \xi(0)$. **(e)** mapa do J_x para $y = 9 \xi(0)$.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho analisamos, de forma geral, os regimes de movimentos em fitas supercondutoras granulares. As amostras foram simuladas de forma a apresentar seis grãos, separados por WL's, e cada grão contendo quatro defeitos da mesma natureza dos WL's. Verificamos a influência do campo magnético e da corrente nas respostas dos supercondutores. Comparando as três amostras simuladas para os $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$, $0,3 H_{c2}(0)$ e $0,5 H_{c2}(0)$, notamos que a dinâmica é mais curta conforme o H_{ap} possui maior intensidade. O que foi possível verificar nos gráficos de $V(J)$, onde a dinâmica de maior extensão de correntes ocorre para o campo $H_{ap} = 0,1 H_{c2}(0)$. Outra diferença observada neste gráfico é a divisão do regime de movimentos de FF em dois para os campos $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ e $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$, onde acima de um certo J_c ocorre a formação do regime de FF misto, ou seja, a ocorre os regimes de FF no inter e no intragrão concomitantemente.

Verificamos, também, que o sinal apresentado nos gráficos de $V(t)$ possui uma repetição em forma de “pacotes”, onde os máximos ocorrem no momento que os vórtices penetram na amostra, e os mínimos quando os vórtices interagem com os demais que já estavam no SC. Nos gráficos de $V(t)$, pudemos observar que para ambos campos, $H_{ap} = 0,3 H_{c2}(0)$ e $H_{ap} = 0,5 H_{c2}(0)$, o sinal possui uma maior amplitude quando inicia o regime de FF intragranular, tal diferença se deve ao movimento assimétrico dos vórtices em cada WL da amostra. Essa diferença fica ainda maior quando os vórtices dos grãos começam a se mover. Podemos também notar que há uma maior dissipação no regime de FF intragranular, pois este regime ocorre em uma região de supercondutividade mais forte, a movimentação dos vórtices gera uma maior dissipação e, com isso, a amplitude de $V(t)$ é maior. Essa repetição em forma de “pacotes” é pouco discutida na literatura, principalmente para amostras com parâmetros mais reais como estudamos. Existe o trabalho de Vodolazov [11] que estuda uma amostra homogênea, e o de Berdiyrov [52] no qual é considerado apenas um defeito central no SC, sendo assim, nosso trabalho é pioneiro no estudo de regimes de FF mais complexos.

Calculando a frequência de oscilação, obtemos resultados em torno de GHz, e pudemos verificar que a frequência possui uma dependência com o H_{ap} , pois quanto maior a intensidade de H_{ap} , menor foram os valores obtidos para a mesma. É possível, também, observar que na proximidade da mudança de regime de movimento há um decréscimo na oscilação, ou seja, devido ao maior número de vórtices de Abrikosov interagindo no SC e a maior inhomogeneidade na distribuição das correntes a frequência é menor. Por fim, observamos que as correntes de blindagem do supercondutor evitam os WL's, fazendo uma circuitação em torno dos grãos, e se concentram na parte

superior e nos extremos laterais da amostra. Uma menor densidade de corrente flui pelos WL's e pela parte inferior da amostra devido à competição entre a J_t e à de blindagem devido ao H_{ap} . Devido a maior blindagem dos grãos o regime de FF intergranular sempre começa primeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] R. ZADOROSNY, E. SARDELLA, A. L. MALVEZZI, P. N. LISBOA-FILHO and W. A. ORTIZ. Crossover between macroscopic and mesoscopic regimes of vortex interactions in type-II superconductors. *Phys.Rev.B*, New York, v. 85, n. 21, p. 214511, (2012).
- [2] V. L. GINZBURG and L D. LANDAU, *ZH EKSPERIM. iTeor, Fiz.*20, 1064 (1950).
- [3] M. TINKHAM. *Introduction to Superconductivity*. Dover Publications, Inc. New York, USA, ed. 2 (2004)
- [4] J. C. GORTER. *Phys. Letters* 1, 69 (1962).
- [5] J. C. GORTER. *Phys. Letters* 2, 26 (1962).
- [6] P.W. ANDERSON. *Phys. Rev. Lett* 9, 309 (1962).
- [7] P.W. ANDERSON and Y.B. KIM. *Rev. of Mod. Phys* 36, 39 (1964).
- [8] Y. B. KIM, C. F. HEMPSTEAD and A. R. STRNAD. *Rev. Mod. Phys.* 36, 43 (1964).
- [9] C. F. HEMPSTEAD and Y. B. KIM. *Phys. Rev. Letters* 12, 145 (1964).
- [10] A.R. STRNAD, C.F. HEMPSTEAD and Y.B. KIM. *Phys. Rev. Lett* 13, 794 (1964).
- [11] D.Y. VODOLAZOV and F.M. PEETERS. *Phys. Rev. B* 76, 014521 (2007).
- [12] F. J. OWENS and C. P POOLE. *The New Superconductors*. New York: Plenum Press, (1996).
- [13] JR. POOLE, C. P. POOLE, et al. *Superconductivity*. 2. ed. Amsterdam: Elsevier, (2007).
- [14] J. B. KETTERSON and S. N. SONG. *Superconductivity*. Cambridge University Press, First Edition, Northwestern University, (1999).
- [15] V. L. GINZBURG and E. A. ANDRYUSHIN. *SUPERCONDUTIVITY*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Revised Edition, Russia, (2004).
- [16] J. BARDEEN, L. N. COOPER and J. R. SCHRIEFFER. *Phys. Rev.* 108, 1175 (1957).
- [17] A. A. ABRIKOSOV. *SOV. Phys. – JETP* 5, 1174 (1957).

- [18] C. P. POOLE, H. A. FARACH and R. J. CRESWISK. Superconductivity. San Diego: Academic Press, (2007).
- [19] T. OKA, K. YOKOYAMA, Y. ITOH, H. IKUTA, U. MIZUTANI, H. OKADA, K. KATAGIRI and K. NOTO. Construction of a Strong Magnetic Field Generator With Use of Melt-Processed Bulk Superconductors. IEEE Transactions on Applied Superconductivity 13, no. 2, June (2003).
- [20] E. DANIELI, J. PERLO, B. BLUMICH and F. CASANOVA. Highly Stable and Finely Tuned Magnetic Fields Generated by Permanent Magnet Assemblies. Phys. Rev. Lett. 110, 180801 (2013).
- [21] G. M. ANDROES and W. D. KNIGHT. Nuclear Magnetic Resonance in Superconducting Tin. Phys. Rev. 121, no. 3, (1961).
- [22] A. VINANTE, G. WIJTS, O. USENKO, L. SCHINKELSHOEK and T.H. OOSTERKAMP. Magnetic resonance force microscopy of paramagnetic electron spins at millikelvin temperatures. NATURE COMMUNICATIONS | 2:572 | DOI: 10.1038/ncomms1581. (2011).
- [23] V. R. MISKO, V. M. FOMIN, J. T. DEVREESE and V. V. MOSHCHALCOV. Stable Vortex-Antivortex Molecules in Mesoscopic Superconducting Triangles, Phys. Rev. Lett. 90, 147003 (2003).
- [24] L. F. CHIBOTARU, A. CEULEMANS, V. BRUYNDONCX and V.V. MOSHCHALCOV. Vortex Entry and Nucleation of Antivortices in a Mesoscopic Superconducting Triangle, Phys. Rev. Lett. 86, 1323 (2001).
- [25] F. OSTERMANN and P. PUREUR. Supercondutividade, São Paulo: Editora Livaria da Física, (2005)
- [26] L. D. LANDAU and E. M. LIFSHITZ. Statistical Physics, Parte 1, 3ª edição, Pergamon Press (1980); Parte 2, Pergamon Press (1980).
- [27] M. MOTTA. Inhomogeneidades estruturais em amostras nanoscópicas de supercondutores de alta temperatura crítica. Dissertação Mestrado, UNESP Bauru, (2009).
- [28] R. ZADOROSNY. Interação da matéria de vórtices com estruturas de defeitos: Detecção das primeiras penetrações. Tese de doutorado, São Carlos, (2009).

- [29] H. F. HESS, R. B. ROBINSON, R. C. DYNES, J. M. VALLES and J. V. WASZCZAK. Phys. Rev. Lett. 62, 214, (1989).
- [30] P. E. GOA, et al. Supercond. Sci. Technol, 14, 729-731, (2001).
- [31] B. J. BAELUS and F. M. PEETERS. Phys. Rev. B 65, 104515, (2002).
- [32] K. VERVAEKE, K. DE KEYSER, M. MENGHINI, C. CARBALLEIRA, G. BORGHS and V. V. MOSHCHALOV. Phys. Rev. B 76, 184506, (2007).
- [33] F. LONDON and H. LONDON. The electromagnetic equations of the superconductor. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 149 (866):71, (1935).
- [34] J. R. REITZ, F. J. MILFORD and R. W. CHRISTY. Fundamentos Da Teoria Eletromagnética. Campus, Rio de Janeiro, 9ª edição, 516 p,(1982).
- [35] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU and F. LALOE. Quantum Mechanics. John Wiley & Sons, Paris, 2a edição, v.1. 898p, (1977).
- [36] L. P. GORKOV. Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the of superconductivity. Soviet Physics JETP-USSR, 9:1364, (1959).
- [37] E. C. S. DUARTE. Processos térmicos e estado resistivo em supercondutores mesoscópicos: dinâmica de vórtices e gradiente e difusão térmica estudados usando o teorema da energia livre e o formalismo de Ginzburg-Landau. Tese de doutorado, UNESP Ilha Solteira, (2018).
- [38] J. R. TAYLOR. Mecânica Clássica. Bookman, Porto Alegre, 804p, (2013).
- [39] E. SARDELLA, et. al. Phys. Rev. B 74, 014512, (2006).
- [40] B. XU, et. al. Phys. Rev. Lett. 107,057002, (2011).
- [41] V. A. SCHWEIGERT, et, al. Phys. Rev. Lett. 81, 2783, (1998).
- [42] A. PRESOTTO, E. SARDELLA and R. ZADOROSNY. Phys. C 492, 75-72, (2013)
- [43] J. BARDEEN and M. J. STEPHEN. Phys. Rev. 140, A1197, (1965).
- [44] M. MURAKAMI, M. MORITA, K. DOE and K. MIYAMOTO. J. Appl. Phys. Japão, 28, 1189. (1989)
- [45] L. CIVALE et al. Phys. VER. Lett. 67, 648 (1991).

- [46] A. SCHMID. *Physik Kondensierter Materie* 5, 302, (1996).
- [47] M. J. de OLIVEIRA. *Termodinâmica*. São Paulo: Livraria da Física, 365 p, (2005).
- [48] L. KRAMER E R. J. WATTS-TOBIN. *Phys. Rev. Lett.* 40, 1041 (1978).
- [49] R. J. WATTS-TOBIN, Y. KRÄHENBUHL, E L. KRAMER. *J. Low Temp. Phys.* 42, 459, (1981).
- [50] W. D. GROPP, H. G. KAPER, G. K. LEAF, D. M. LEVINE, M. PALUMBO and V.M. VINOKUR. *J. of Comp. Phys* 123, 254 (1996).
- [51] C. SCHERER. *Métodos Computacionais da Física*. Livraria da Física, São Paulo, 1ª ed. (2005).
- [52] G. R. BERDIYOROV, A. R. DE C. ROMAGUERA, M. V. MILOSEVIC, M. M. DORIA, L. COVACI and F. M. PEETERS. *Eur. Phys. J. B* 85,130, (2012).
- [53] L. EMBON, Y. ANAHORY, Z. L. JELIĆ, E. O. LACHMAN, Y. MYASOEDOV, M. E. HUBER, G. P. MIKITIK, A. V. SILHANEK, M. V. MILO, A. GUREVICH and E. ZELDOV. *Nat. Commun* 8, 85, (2017).