

Augusto Cesar Pereira

**Procedimento de Equilíbrio de Mercados de
Energia e Reserva com Restrições de
Segurança em Sistemas Hidrotérmicos**

Bauru

2017

Augusto Cesar Pereira

**Procedimento de Equilíbrio de Mercados de Energia
e Reserva com Restrições de Segurança em Sistemas
Hidrotérmicos**

Defesa de Mestrado apresentada ao Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Faculdade de Engenharia de Bauru

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepo-
muceno

Co-orientadora: Prof^a. Dr^a. Edilaine
Martins Soler

Área de Concentração: Automação

Linha de Pesquisa: Sistemas de Ener-
gia

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru
Departamento de Engenharia Elétrica

Bauru
2017

Pereira, Augusto Cesar.

Procedimento de equilíbrio de mercados de energia e reserva com restrições de segurança em sistemas hidrotérmicos / Augusto Cesar Pereira, 2017
122 f.

Orientador: Leonardo Nepomuceno

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2017

1. Sistemas hidrotérmicos. 2. Procedimento de equilíbrio de mercado. 3. Restrições de segurança. 4. Programação linear inteira-mista. 5. Programação estocástica. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE AUGUSTO CESAR PEREIRA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 18 dias do mês de dezembro do ano de 2017, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Diretoria Técnica de Informática, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENÔ - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e da Computação / Escola de Engenharia de São Carlos-USP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de AUGUSTO CESAR PEREIRA, intitulada **PROCEDIMENTO DE EQUILÍBRIO DE MERCADOS DE ENERGIA E RESERVA COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: __ _
_ APROVADO ___. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO
Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS
Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA

Resumo

Este trabalho propõe um modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança Estocásticas (PEMRSE) que pode ser utilizado como um modelo de leilão de energia e reserva do dia seguinte por operadores de sistemas hidrotérmicos. O modelo de PEMRSE tem o objetivo de minimizar o custo esperado da operação, considerando os custos associados aos excedentes de geração e consumo, partidas, contratação de reservas e a penalização econômica associada aos cortes involuntários de carga. O PEMRSE considera vários aspectos que dificultam a resolução de problemas de leilão: i) representação detalhada dos sistemas de geração hidrelétrico e termelétrico; ii) perdas na transmissão; e iii) restrições de segurança pré e pós-contingência. São propostas técnicas de linearização que não demandam o uso de variáveis binárias para a função de produção hidráulica e para as funções de potência e engolimento máximo de geradores hidrelétricos. A estrutura estocástica permite cortes involuntários de carga, isto é, o operador pode optar por não contratar a totalidade das reservas necessárias para cobrir as falhas associadas às contingências, ponderando sua decisão pela probabilidade de ocorrência destas falhas e pelo valor da penalização econômica associada ao corte de carga. Propõe-se também uma técnica para a resolução de modelos de PEMRSE em tempos computacionais menores com relação à sua resolução direta. Simulações em um sistema-teste de três barras e no sistema IEEE de 24 barras evidenciam a eficiência do modelo, das técnicas de linearização e da técnica de resolução propostos. As simulações também mostram os impactos dos aspectos complicadores nos resultados do leilão e no tempo computacional de resolução. O modelo de PEMRSE proposto pode ser resolvido de maneira eficiente por meio de pacotes computacionais disponíveis comercialmente por meio da técnica de resolução proposta.

Palavras-chave: Sistemas hidrotérmicos, Procedimento de equilíbrio de mercado, Restrições de segurança, Programação linear inteira-mista, Programação estocástica.

Abstract

This work proposes a Market Clearing Procedure with Stochastic Security Constraints (MCPSSC) model that can be used as an energy and reserve day-ahead auction model by hydrothermal systems operators. The MCPSSC aims to minimize the expected cost of the operation, considering the costs associated with the generation and consumption surpluses, start-ups, contracting of reserves and the economic penalization associated with involuntary load shedding events. The MCPSSC model considers several aspects that complicate the resolution of auction problems: i) detailed representation of the hydrothermal generating systems; ii) transmission losses; and iii) pre- and post-contingency security constraints. We propose linearization techniques that does not require the use of binary variables for the hydro production function and for the maximum power output and maximum water discharge functions of hydro generators. The stochastic structure allows some load shedding, *ie*, the operator can choose not to contract the total reserve requirements to cover the failures associated with the contingencies, weighting its decision by the probability of occurrence of these failures and by the value of lost load. We also propose a technique for the resolution of MCPSSC models in lower computational times regarding its direct resolution. Simulations in a three-bus test system and in the IEEE 24-bus system show the efficiency of the model, the linearization techniques and the resolution technique proposed. The simulations also show the the impact of the complicating aspects in the auction outcomes and in the computational time. The proposed MCPSSC model can be efficiently solved by commercially available solvers by means of the proposed resolution technique.

Keywords: Hydrothermal systems, Market clearing procedure, Security constraints, Mixed-integer linear programming, Stochastic programming.

Sumário

1	Introdução	1
2	Geração Hidrotérmica	3
2.1	Geração Hidrelétrica	3
2.1.1	Reservatórios	4
2.1.2	Afluências	5
2.1.3	Engolimento, Defluência e Vertimento	5
2.1.4	Cota de Montante	5
2.1.5	Cota de Jusante	5
2.1.6	Alturas de Queda Bruta e Líquida	7
2.1.7	Conjuntos de Unidades Geradoras	8
2.1.8	Submotorização e Estrangulamento	9
2.1.9	Potência Máxima e Engolimento Máximo	9
2.1.10	Rendimento de uma Unidade Geradora	11
2.1.11	Função de Produção Hidráulica	11
2.2	Geração Termelétrica	14
3	Aspectos Econômicos na Geração de Eletricidade	15
3.1	Histórico	15
3.2	Agentes do Mercado	16
3.2.1	Agentes Participantes	16
3.2.2	Agentes Institucionais	17
3.3	Modelos de Competição	18
3.3.1	Monopólio	18
3.3.2	Companhia Verticalizada e Companhias Geradoras Independentes	18
3.3.3	Competição no Mercado Atacadista	19
3.3.4	Competição nos Mercados Atacadistas e de Distribuição	19
3.3.5	Competição e Privatização	20
3.4	Mercados de Eletricidade	20
3.4.1	Mercados de Energia: Mercado Atacadista	21
3.4.1.1	Acordos Bilaterais	22
3.4.1.2	Ambiente de Operações Centralizadas	23
3.4.2	Serviços Ancilares	26
3.4.2.1	Tipos de Serviços Ancilares	27
3.4.2.2	Obtenção de Serviços Ancilares	28

3.4.2.3	Mercados para Serviços Ancilares	29
3.4.2.4	Fornecimento de Serviços Ancilares por Parte da Demanda	29
3.4.2.5	Otimização Conjunta de Energia e Reserva	30
3.5	Mercado de Eletricidade Brasileiro	30
3.5.1	Ambiente de Contratação Regulada (ACR)	31
3.5.2	Ambiente de Contratação Livre (ACL)	31
3.5.3	Mercado de Curto Prazo	31
3.5.4	Consumidores Livres e Cativos	31
3.5.5	Preço de Liquidação de Diferenças (PLD)	32
3.5.6	Sistema de Transmissão	32
3.5.7	Críticas ao Mercado Brasileiro	32
4	Programação Estocástica e Modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado	34
4.1	Programação Estocástica	34
4.1.1	Cenários	35
4.1.2	Problemas de Programação Estocástica	37
4.1.2.1	Problemas de Dois Estágios	37
4.2	Modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições Estocásticas	40
4.2.1	Principais Características	40
4.2.2	Determinação da Reserva: Abordagens Determinística e Probabilística	40
4.2.3	Métricas de Segurança Estocásticas	41
4.2.3.1	Métricas Probabilísticas	41
4.2.3.2	Critérios de Segurança Baseados na ELNS	43
4.2.4	Técnicas de Resolução	44
5	Modelo Proposto	45
5.1	Nomenclatura	45
5.1.1	Parâmetros	45
5.1.2	Variáveis Primais	49
5.1.2.1	Variáveis de Primeiro Estágio	49
5.1.2.2	Variáveis de Segundo Estágio	50
5.1.3	Variáveis Duais de Interesse	51
5.1.4	Conjuntos e Mapas	51
5.2	Formulação Matemática	52
5.2.1	Função Objetivo	52
5.2.2	Restrições de Primeiro Estágio	54

5.2.3	Restrições de Segundo Estágio	56
5.2.4	Restrições de Ligação	66
5.2.5	Restrições de Não-Antecipação	66
5.2.6	Tipos das Variáveis	67
5.3	Preços de Energia e Reservas	69
5.4	Estratégia de Solução para Problemas de Grande Porte	69
6	Resultados Numéricos	71
6.1	Sistema de Três Barras	71
6.1.1	Caso Base	73
6.1.2	Impacto do Valor da Penalização Econômica Associada ao Corte Involuntário de Carga	76
6.1.3	Impacto da Intensidade da Meta Aplicada ao Volume dos Reservatórios	78
6.1.4	Qualidade da Técnica de Resolução Proposta	81
6.2	Sistema de 24 Barras	82
6.2.1	Impacto da Segurança	83
6.2.2	Impacto das Perdas na Transmissão	85
6.2.3	Impacto do Valor da Penalização Econômica Associada ao Corte Involuntário de Carga e das Probabilidades de Falha	85
6.2.4	Impacto das Condições Hidrológicas	87
7	Conclusões	89
	Referências	92
	Apêndices	96
	APÊNDICE A Determinação das Probabilidades de Falha de Equipa- mentos do Sistema	97
	APÊNDICE B Formulação Matemática do Modelo Proposto	99
	APÊNDICE C Envelopes de McCormick	107
	APÊNDICE D Dados do Sistema de 24 Barras	109

D.1	Geração	109
D.2	Transmissão	110
D.3	Demanda	111

1 Introdução

Em mercados de eletricidade do dia seguinte, o operador do mercado deve determinar, por meio de procedimentos de equilíbrio de mercado, os montantes de energia e reserva negociados e seus respectivos preços de equilíbrio. Os mercados de energia e reserva podem ser fechados sequencialmente, de modo que os lances não aceitos em um mercado podem ser aceitos no outro, ou podem ser simultaneamente fechados, por meio de um modelo que otimize simultaneamente o fornecimento destes serviços. Neste caso, o operador pode optar por contratar as reservas sob duas perspectivas. A primeira consiste em quantificar o montante de reserva necessário por meio de critérios predefinidos, como contratar as reservas necessárias para cobrir a perda do maior gerador do sistema, uma porcentagem da demanda ou uma combinação destes dois critérios. A segunda possibilidade é considerar a probabilidade de ocorrência dos eventos que levariam a implementação de reservas e, com base em tais probabilidades, definir os montantes de reserva necessários. Estas duas perspectivas recebem o nome de determinística e probabilística, respectivamente. Em geral, os eventos que levam à implementação de reservas são falhas em equipamentos, como geradores ou linhas de transmissão, ou variações significativas e imprevistas na demanda. As restrições inseridas em um modelo de leilão para representar tais falhas são geralmente chamadas de restrições de segurança.

O principal inconveniente no uso de modelos determinísticos é a possibilidade de que o montante de reservas definido seja super ou subdimensionado. Caso as probabilidades de falha dos equipamentos, que não são consideradas em tais modelos, sejam suficientemente altas, os montantes de reservas definidos podem não ser suficientes, comprometendo a segurança do sistema. Por outro lado, caso estas probabilidades sejam muito baixas, a capacidade do sistema terá sido comprometida desnecessariamente e menos operações serão realizadas, reduzindo o valor da função que representa o bem-comum. Este problema tende a ser menor em modelos probabilísticos, uma vez que o montante de reservas a ser contratado pelo operador depende das probabilidades de falha. Entretanto, a representação de tais probabilidades eleva a complexidade e dimensionalidade do modelo de leilão, podendo torná-lo intratável computacionalmente. Existem na literatura inúmeros trabalhos que abordam procedimentos de equilíbrio com restrições de segurança, tanto do ponto de vista determinístico (MADRIGAL; QUINTANA, 2000; MORALES-ESPAÑA; RAMOS; GARCÍA-GONZÁLEZ, 2014), quanto probabilístico (DILLON et al., 1978; GOOI et al., 1999; FLYNN et al., 2001; DOURBOIS; BISKAS, 2016).

Há ainda a possibilidade de utilizar-se de modelos híbridos, que consideram a probabilidade de um número reduzido e pré-selecionado de falhas (BOUFFARD; GALIANA; CONEJO, 2005a; BOUFFARD; GALIANA; CONEJO, 2005b; CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Desta forma, obtém-se modelos de leilão que carregam as vantagens

das duas perspectivas supracitadas.

Conforme detalhado em Pereira et al. (2017), sistemas hidrelétricos de geração possuem características próprias e que devem ser consideradas na formulação de um modelo de leilão adequado para tais sistemas. Com esse objetivo, este trabalho apresenta um modelo de equilíbrio de mercado com restrições de segurança que considera os aspectos mais relevantes da geração hidrelétrica e termelétrica em sua formulação. Este modelo é formulado como um modelo de otimização híbrido determinístico/probabilístico, baseado em Conejo, Carrión e Morales (2010), estocástico de dois estágios, linear e inteiro-misto.

O modelo de otimização proposto é testado em sistemas elétricos de três e 24 Barras e foi resolvido utilizando a plataforma IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* versão 12.7 (IBM, 2017).

A principal contribuição deste trabalho é a apresentação de um modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança Estocásticas (PEMRSE) que considera em sua formulação as restrições do sistema gerador hidrotérmico e as perdas na transmissão. No tocante às restrições hidráulicas, as principais contribuições são as técnicas de linearização propostas para: i) a função de produção hidráulica e; ii) os limites na função de potência e engolimento máximo das unidades geradoras hidrelétricas. Estas técnicas de linearização não utilizam variáveis binárias em sua formulação, o que se traduz em uma formulação eficiente do ponto de vista da programação linear inteira-mista. Além disso, apresenta-se uma estratégia para a resolução de modelos de PEMRSE de grande porte em tempos computacionais substancialmente menores do que quando comparados à resolução direta.

O restante deste trabalho está dividido como segue. O Capítulo 2 apresenta os conceitos básicos relativos à geração hidrotérmica. O Capítulo 3 apresenta os conceitos básicos acerca dos mercados de eletricidade e do mercado brasileiro. O Capítulo 4 traz os conceitos básicos sobre a programação estocástica e os modelos de leilão que utilizam tal estrutura. No Capítulo 5 apresenta-se o modelo de PEMRSE proposto. Os resultados numéricos referentes às análises realizadas são fornecidas no Capítulo 6 e, finalmente, as conclusões obtidas são apresentadas no Capítulo 7. Com o intuito de facilitar a reprodução do modelo de PEMRSE proposto e dos resultados obtidos, este trabalho traz quatro apêndices. O Apêndice A resume a técnica utilizada para o cálculo das probabilidades de falha de equipamentos em sistemas de potência, o Apêndice B apresenta a formulação completa do modelo proposto, o Apêndice C detalha a técnica dos Envelopes de McCormick, que é utilizada para formular linearmente a função de produção hidráulica, e o Apêndice D fornece os dados associados aos geradores, linhas de transmissão e aos consumidores utilizados nos testes com o sistema de 24 barras.

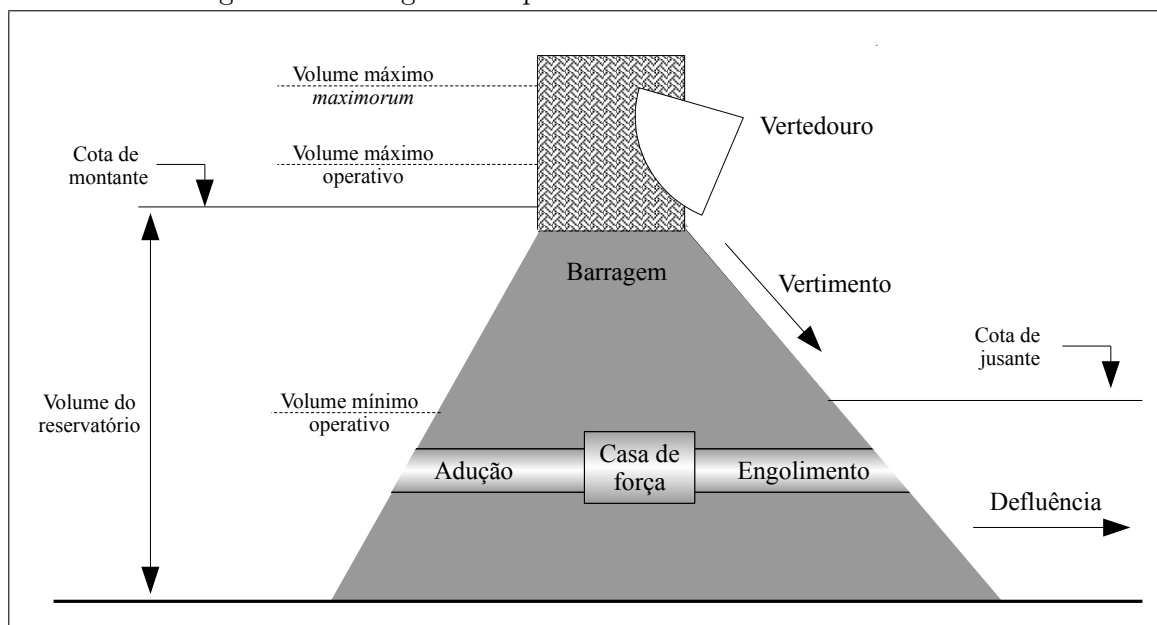
2 Geração Hidrotérmica

Neste capítulo são apresentados os conceitos básicos sobre a geração hidrotérmica e os aspectos relevantes para a modelagem matemática da operação destes sistemas.

2.1 Geração Hidrelétrica

Conforme detalhado em ANEEL (2008), a estrutura de uma usina hidrelétrica é composta, basicamente, por barragem, sistema de adução de água, casa de força e extravasor, mais comumente conhecido como vertedouro, conforme mostrado na Figura 2.1. A barragem tem como objetivo interromper o curso natural do rio e forçar a acumulação de água no reservatório. Além disso, os reservatórios formam os desníveis necessários para a configuração da energia potencial hidráulica e permitem a regularização das vazões dos rios entre períodos de chuva e estiagem. As usinas que não possuem reservatório de regularização são chamadas de usinas a fio d'água e operam apenas com a vazão afluyente. A principal vantagem destas usinas é a redução na área de alagamento em sua construção.

Figura 2.1 – Diagrama esquemático de uma usina hidrelétrica.



Fonte: Adaptado de Cicogna (1999).

A adução ocorre através de túneis que possuem a função de transportar a água até a casa de força, onde a energia elétrica é efetivamente obtida. Na casa de força, encontram-se as turbinas, formadas por pás ligadas a um eixo conectado ao gerador, geralmente síncrono. Após passar pela casa de força, a água retorna ao leito natural do rio pelo canal de fuga. Os principais tipos de turbinas hidráulicas são Pelton, Kaplan e Francis. Cada tipo de

turbina é adaptada para funcionar em usinas com determinada faixa de altura de queda líquida e vazão.

O vertedouro tem a função de permitir a saída de água sem que haja geração de energia, para controle de cheias ou visando uma operação economicamente eficiente da cascata hidráulica.

Na Figura 2.1, notam-se os seguintes parâmetros:

Volume do reservatório: Quantidade de água armazenada no reservatório [hm^3].

Volume máximo operativo: Quantidade máxima de água armazenada em condições operativas normais [hm^3].

Volume máximo *maximorum*: Quantidade máxima de água que pode ser armazenada sem comprometer a integridade física da barragem [hm^3].

Volume mínimo operativo: Quantidade mínima de água armazenada em condições operativas normais [hm^3].

Engolimento: Vazão drenada do reservatório através da tubulação de adução, utilizada para gerar energia [m^3/s].

Vertimento: Vazão drenada do reservatório através do vertedouro [m^3/s].

Defluência: Vazão total drenada do reservatório, dada pela soma do engolimento com o vertimento [m^3/s].

Cota de montante: Cota do reservatório (montante da usina) em relação a uma referência (função do volume) [m].

Cota de jusante: Cota do canal de fuga (jusante da usina) em relação a uma referência (função da defluência) [m].

2.1.1 Reservatórios

O volume do reservatório pode ser dividido em três tipos de acordo com seu uso: volumes morto, útil e de segurança. O volume morto é o montante de água abaixo da cota mínima operativa, que não pode ser utilizada para a geração de energia. O volume útil corresponde ao montante de água armazenado entre as cotas máxima e mínima operativa. O volume de segurança é aquele entre a cota máxima operativa e a cota máxima *maximorum* do reservatório. Esta faixa do volume tem a função de reservar uma faixa de segurança ao reservatório em períodos de cheias.

2.1.2 Afluências

A afluência é a vazão que chega ao reservatório através do manancial hídrico (rios, lagos, etc) e da área de drenagem da bacia hidrográfica. A vazão correspondente à segunda parcela é chamada de vazão lateral ou incremental. A vazão total, correspondente à soma das duas parcelas, é chamada de vazão natural.

2.1.3 Engolimento, Defluência e Vertimento

Conforme mencionado acima, a defluência da usina, u , é dada pela soma do engolimento, q , com o vertimento, s :

$$u = q + s. \quad (2.1)$$

O engolimento da usina é dado pela soma das vazões turbinadas de suas unidades geradoras¹:

$$q = \sum_{i=1}^{n_{\text{units}}} q_{\text{unit}_i}, \quad (2.2)$$

em que n_{units} é o número de unidades geradoras da usina e q_{unit_i} é o engolimento da unidade i .

2.1.4 Cota de Montante

A cota de montante, z^F , é uma função do volume do reservatório, x . Para as usinas hidrelétricas brasileiras a cota de montante é representada por polinômios de até quarto grau obtidos por meio de regressão numérica:

$$z^F(x) = \beta^{F^0} + \beta^{F^1}x + \beta^{F^2}x^2 + \beta^{F^3}x^3 + \beta^{F^4}x^4. \quad (2.3)$$

Para exemplificar a não linearidade desses polinômios, a Figura 2.2 ilustra a cota de montante da usina de Ilha Solteira.

Em geral, estas curvas são construídas variando-se o volume a partir do mínimo operativo até o máximo operativo.

2.1.5 Cota de Jusante

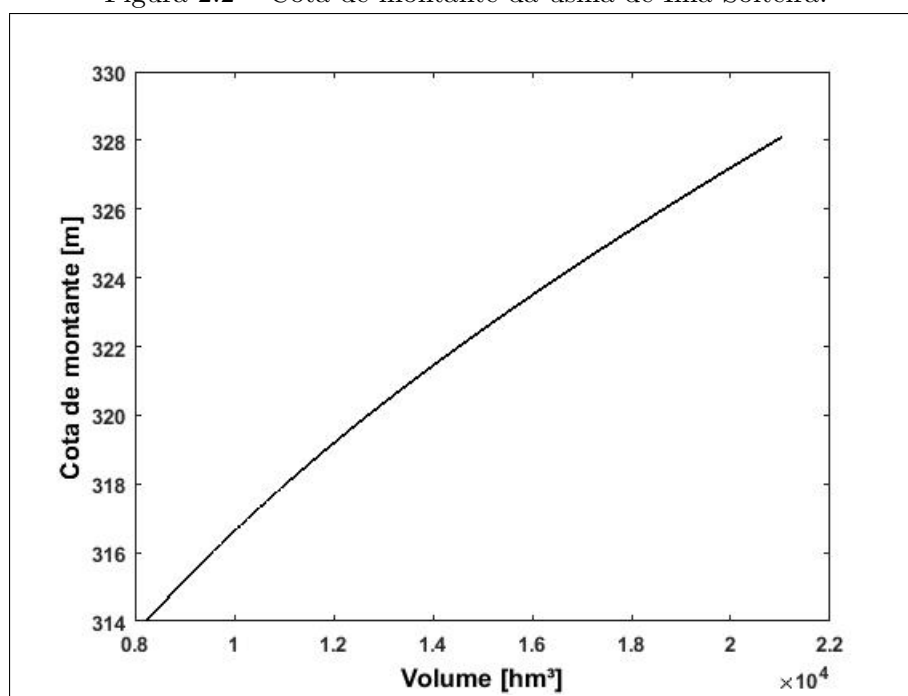
A cota de jusante, z^T , é uma função da defluência da usina, u . Analogamente à cota de montante, esta curva é representada por meio de regressão numérica por polinômios de até quarto grau:

$$z^T(u) = \beta^{T^0} + \beta^{T^1}u + \beta^{T^2}u^2 + \beta^{T^3}u^3 + \beta^{T^4}u^4. \quad (2.4)$$

A Figura 2.3 ilustra a cota de jusante da usina de Itaipu. Estas curvas são construídas variando a defluência de um valor mínimo a um máximo de referência. O valor mínimo pode ser 0 ou a vazão natural mínima do histórico da usina.

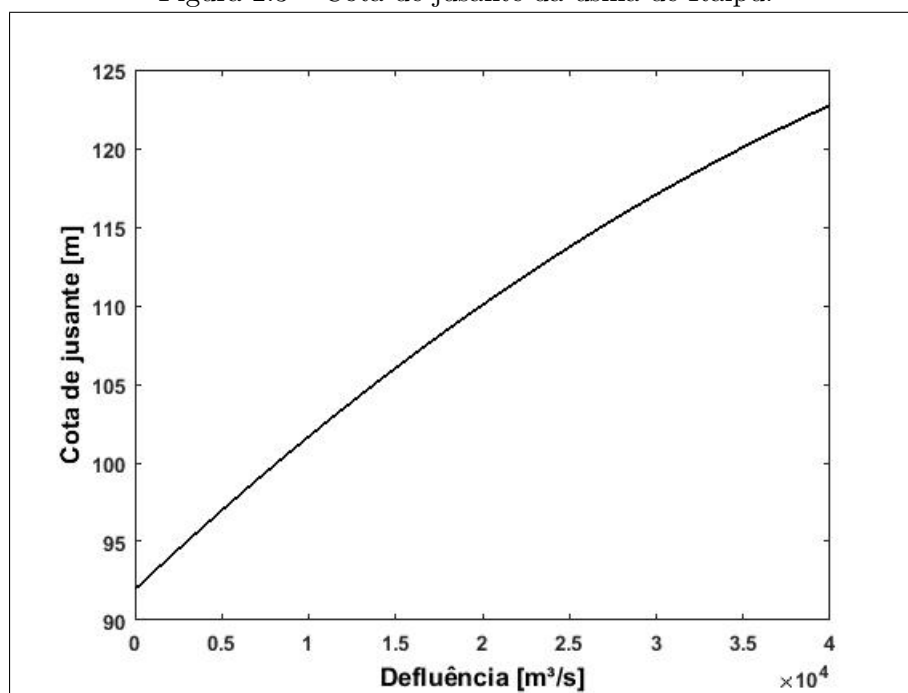
¹ Entende-se por unidade geradora o par turbina-gerador.

Figura 2.2 – Cota de montante da usina de Ilha Solteira.



Fonte: autoria própria.

Figura 2.3 – Cota de jusante da usina de Itaipu.

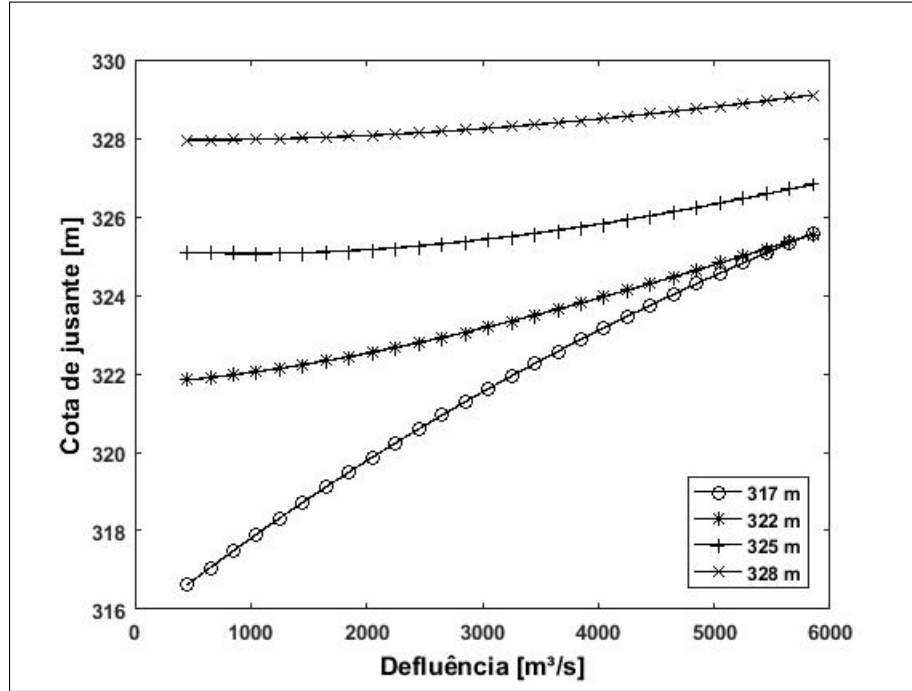


Fonte: autoria própria.

Em alguns casos, quando duas usinas são construídas muito próximas uma da outra, a usina a montante pode sofrer um fenômeno chamado afogamento. Nesta situação, devido à proximidade entre as usinas, a cota do canal de fuga da usina a montante depende da cota do reservatório da usina imediatamente a jusante. Assim, a usina a montante possui mais de um polinômio para o cálculo de sua cota de canal de fuga, um para cada

cota de referência do reservatório da usina a jusante. A Figura 2.4 mostra as curvas que representam o canal de fuga da usina de São Simão, que é afogada pela usina de Ilha Solteira. Neste caso, foi considerada a menor vazão natural do histórico da usina de São Simão ($408 \text{ m}^3/\text{s}$).

Figura 2.4 – Curvas representando o afogamento do canal de fuga da usina de São Simão.



Fonte: autoria própria.

Nota-se que quanto maior a cota do reservatório de Ilha Solteira, menor o impacto da defluência da usina de São Simão no seu próprio canal de fuga. Se o afogamento for considerado, a cota de canal de fuga deve ser obtida por meio da interpolação das curvas de referência do reservatório de Ilha Solteira imediatamente acima e abaixo da cota atual do reservatório. Por exemplo, se a cota atual do reservatório de Ilha Solteira é 327 m, a curva que representa a cota do canal de fuga de São Simão deve ser obtida interpolando-se as curvas com cotas de referência 325 e 328 m.

2.1.6 Alturas de Queda Bruta e Líquida

A partir das cotas de montante e jusante, podem ser definidas a altura de queda bruta, h^{gross} , e a altura de queda líquida², h^{net} :

$$h^{\text{gross}}(x, u) = z^{\text{F}}(x) - z^{\text{T}}(u), \quad (2.5)$$

$$h^{\text{net}}(x, u) = z^{\text{F}}(x) - z^{\text{T}}(u) - h^{\text{loss}}. \quad (2.6)$$

² Em geral, na literatura utiliza os termos “altura de queda líquida” ou simplesmente “altura de queda” indistintamente.

Nota-se na equação (2.5) que a altura de queda bruta é obtida por meio da diferença entre as cotas de montante e jusante. Já na equação (2.6), nota-se que a altura de queda líquida é definida como a diferença entre as cotas de montante e jusante, subtraindo-se uma altura equivalente de perdas, h^{gross} . A altura de perdas representa a perda de carga hidráulica, em metros, que a água sofre ao longo do percurso da adução, do reservatório até a casa de força. Nos modelos adotados pelo setor elétrico brasileiro, há duas formas de se representar a altura de perdas de uma unidade geradora. Para algumas usinas hidrelétricas, a altura de perdas é definida como um valor constante, conforme (2.7). Para outras usinas, a altura de perdas é definida como proporcional ao quadrado do engolimento, conforme (2.8).

$$h^{\text{loss}} = K^{\text{H}}, \quad (2.7)$$

$$h^{\text{loss}}(q_{\text{unit}}) = K^{\text{H}} q_{\text{unit}}^2. \quad (2.8)$$

em que K^{H} é a constante de perda hidráulica das unidades geradoras da usina.

As usinas hidrelétricas Capim Branco I e II são exemplos de usinas cujas unidades geradoras possuem altura de perdas modeladas conforme (2.7). Já as unidades geradoras das usinas de Furnas e Funil Grande, por exemplo, possuem altura de perdas modeladas conforme (2.8).

A primeira forma representa a perda hidráulica como um valor constante. A segunda forma representa a perda hidráulica como função do engolimento da unidade.

Para representar a altura de perdas de uma usina hidrelétrica, ao invés de uma unidade geradora, a segunda forma deve ser modificada para:

$$h^{\text{loss}}(q) = K^{\text{H}} \left(\frac{q}{n_{\text{units}}} \right)^2. \quad (2.9)$$

2.1.7 Conjuntos de Unidades Geradoras

A casa de força de uma usina hidrelétrica é composta por suas unidades geradoras, que podem ser separadas em conjuntos que possuem características semelhantes. As principais características que diferenciam estes conjuntos são o tipo da turbina (Francis, Kaplan ou Pelton) e os valores de potência, altura de queda líquida e engolimento efetivos:

Potência efetiva: Representada por $P_{\text{unit}}^{\text{ef}}$, é definida como a máxima potência ativa que pode ser gerada pela unidade em regime permanente.

Altura de queda líquida efetiva: Representada por $H_{\text{unit}}^{\text{net ef}}$, é definida como a menor altura de queda líquida na qual a unidade consegue desenvolver sua potência ativa efetiva. Além disso, corresponde ao valor no qual a unidade desenvolve seu engolimento efetivo.

Engolimento efetivo: Representado por $Q_{\text{unit}}^{\text{ef}}$, é definido como a vazão turbinada que fornece a potência efetiva quando a unidade opera na altura de queda líquida efetiva.

Os valores efetivos das unidades geradoras de uma usina hidrelétrica são determinados após o início da operação da usina. Na fase de dimensionamento, são definidos os valores nominais. Estas avaliações são necessárias pois nem sempre os valores efetivos e nominais são coincidentes.

A partir dos valores de potência e engolimento efetivos das unidades geradoras, podemos calcular estes valores efetivos para a usina:

$$P^{\text{ef}} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i P_{\text{unit}_i}^{\text{ef}}, \quad (2.10)$$

$$Q^{\text{ef}} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i Q_{\text{unit}_i}^{\text{ef}}, \quad (2.11)$$

em que N_C é o número de conjuntos de unidades da usina e N_i é o número de unidades do conjunto i .

2.1.8 Submotorização e Estrangulamento

Os fenômenos de submotorização e de estrangulamento estão diretamente relacionados ao conceito de engolimento efetivo das usinas. A submotorização ocorre quando o engolimento efetivo da usina é muito baixo quando comparado às vazões médias que afluem ao seu reservatório. Neste caso, ocorre o estrangulamento da cascata, uma vez que a usina não consegue aproveitar de modo eficiente a vazão afluyente, o que ocasiona, muitas vezes, altos valores de vertimento.

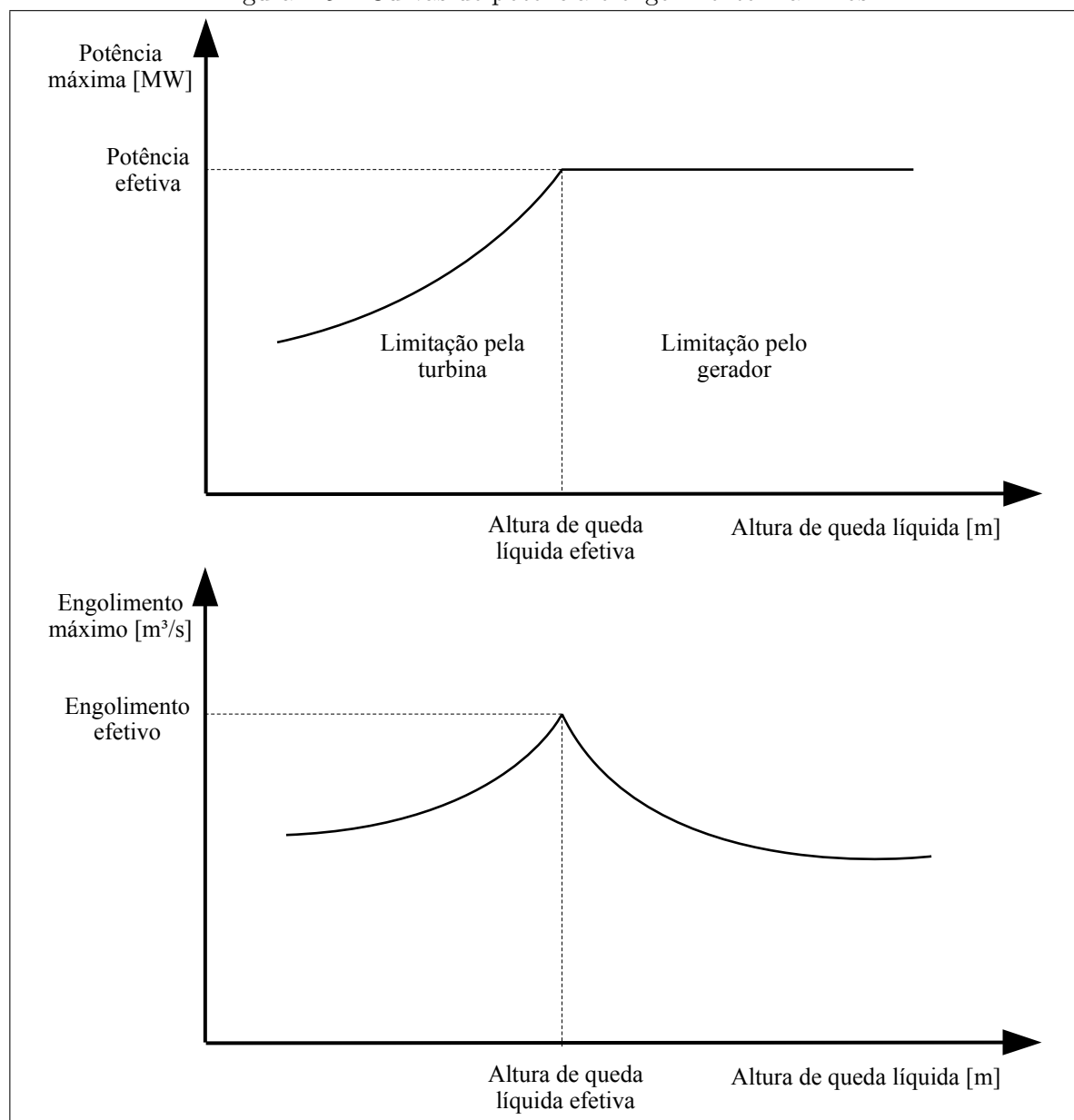
2.1.9 Potência Máxima e Engolimento Máximo

Uma unidade geradora hidrelétrica nem sempre é capaz de fornecer sua potência ativa efetiva. Quando a altura de queda líquida é menor que a efetiva, a potência gerada fica limitada a um valor menor que o seu valor efetivo. Este limite é a potência máxima, $\bar{p}_{\text{unit}}$, que a unidade geradora pode fornecer. Analogamente, o engolimento máximo, $\bar{q}_{\text{unit}}$, é igual ao engolimento efetivo somente se a altura de queda líquida corrente for a efetiva. Caso contrário, o engolimento ficará limitado.

A Figura 2.5 ilustra as curvas de potência e engolimento máximos. Nota-se dois comportamentos distintos, definidos pela altura de queda líquida efetiva. Para valores de altura de queda menores que a efetiva, a potência elétrica fica limitada pela turbina, uma vez que a potência mecânica produzida pela turbina é menor que a potência requerida pelo gerador em seu eixo para gerar sua potência efetiva. Por outro lado, quando a altura de queda líquida é maior que a efetiva, a turbina pode transferir potências mecânicas

maiores que o gerador pode suportar em seu eixo. Assim, a turbina tem seus distribuidores parcialmente fechados, reduzindo seu engolimento máximo.

Figura 2.5 – Curvas de potência e engolimento máximos.



Fonte: adaptado de Cicogna (1999).

Nota-se que a unidade é capaz de produzir sua potência efetiva com engolimento inferior ao efetivo para alturas de queda maior que a efetiva. Conclui-se, portanto, que a operação com alturas de queda líquida maiores que a efetiva contribui para a economia de água do reservatório.

Algumas usinas brasileiras possuem polinômios ajustados empiricamente para representar os valores máximos de potência e engolimento de suas unidades geradoras como função da altura de queda líquida (representação detalhada). Entretanto, existe uma

representação simplificada que pode ser usada para qualquer unidade:

$$\bar{q}_{\text{unit}}(h^{\text{net}}) = Q_{\text{unit}}^{\text{ef}} \left(\frac{h^{\text{net}}}{H^{\text{ef}}} \right)^{\alpha}, \quad (2.12)$$

em que o expoente α é dado por:

$$\alpha = \begin{cases} 0,5, & \text{se } h^{\text{net}} < H^{\text{ef}} \text{ (Francis ou Pelton),} \\ 0,2, & \text{se } h^{\text{net}} < H^{\text{ef}} \text{ (Kaplan),} \\ -1, & \text{se } h^{\text{net}} \geq H^{\text{ef}}. \end{cases} \quad (2.13)$$

O engolimento máximo da usina será dado por:

$$\bar{q} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i \bar{q}_{\text{unit}_i}. \quad (2.14)$$

Analogamente, a potência máxima de uma unidade geradora pode ser aproximada por:

$$\bar{p}_{\text{unit}}(h^{\text{net}}) = P_{\text{unit}}^{\text{ef}} \left(\frac{h^{\text{net}}}{H^{\text{ef}}} \right)^{\beta}, \quad (2.15)$$

em que $\beta = \alpha + 1$ para todos os tipos de turbina.

Nota-se que, caso $h^{\text{net}} \geq H^{\text{ef}}$, ter-se-á $\alpha = -1$ e $\beta = -1 + 1 \Leftrightarrow \beta = 0$, fazendo com que a potência mantenha-se constante em $\bar{p}_{\text{unit}} = P_{\text{unit}}^{\text{ef}}$.

Finalmente, a potência máxima da usina será dada por:

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{N_C} N_i \bar{p}_{\text{unit}_i}. \quad (2.16)$$

Cicogna (1999) afirma que a representação simplificada mostra-se adequada para algumas usinas, entretanto, fornece uma estimativa muito otimista para outras.

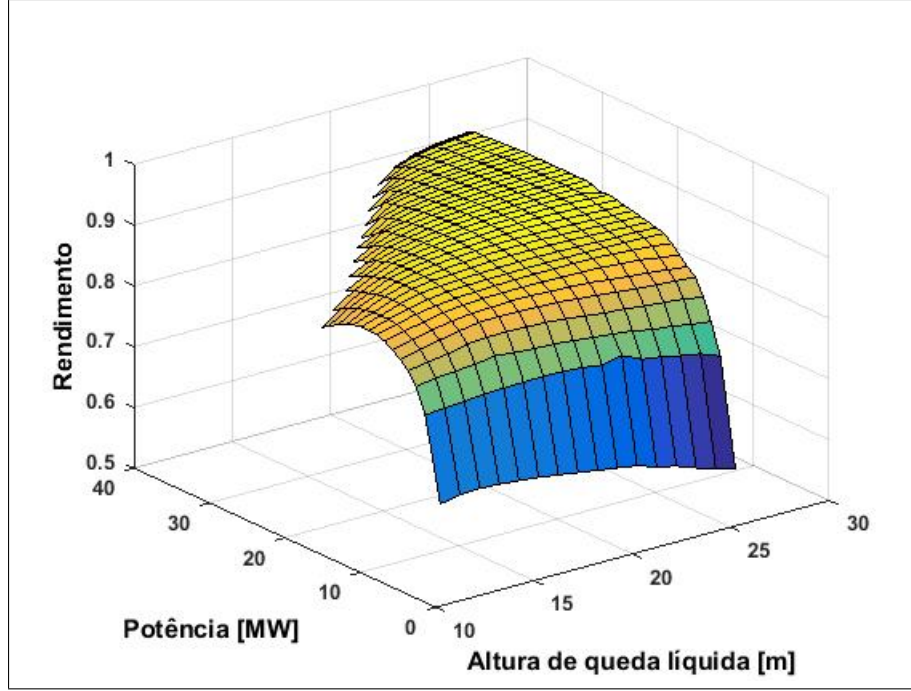
2.1.10 Rendimento de uma Unidade Geradora

O processo de geração de energia elétrica está sujeito ao rendimento do par turbina-gerador. Geralmente, o rendimento do gerador, η_g , varia em uma faixa estreita e, por isso, é considerado constante. O rendimento da turbina, η_t , por sua vez, possui uma faixa de variação maior e pode ser expresso como função da altura de queda bruta ou líquida e da potência ou do engolimento da unidade. A Figura 2.6 ilustra a função do rendimento das turbinas das unidades geradoras da usina de Barra Bonita como função da potência e da altura de queda líquida. Devido a sua forma, estas curvas são comumente chamadas de curvas colina.

2.1.11 Função de Produção Hidráulica

A função de produção hidráulica, também conhecida como curva de performance ou apenas função de produção, possui extrema importância na modelagem matemática de

Figura 2.6 – Curva colina das turbinas das unidades da usina de Barra Bonita.



Fonte: autoria própria.

usinas hidrelétricas. Esta função permite a quantificação da geração de energia elétrica com relação aos aspectos hidrológicos. A função de produção é obtida manipulando-se a função que fornece a energia potencial armazenada no reservatório e é dada por:

$$p_{\text{unit}}(h^{\text{net}}, q_{\text{unit}}) = 9,81 \times 10^{-3} \eta_t \eta_g h^{\text{net}} q_{\text{unit}}. \quad (2.17)$$

É comum representar a função de produção hidráulica de maneira simplificada englobando a constante $9,81 \times 10^{-3}$ e os rendimentos médios da turbina e do gerador em apenas um termo, k , que recebe o nome de produtibilidade específica:

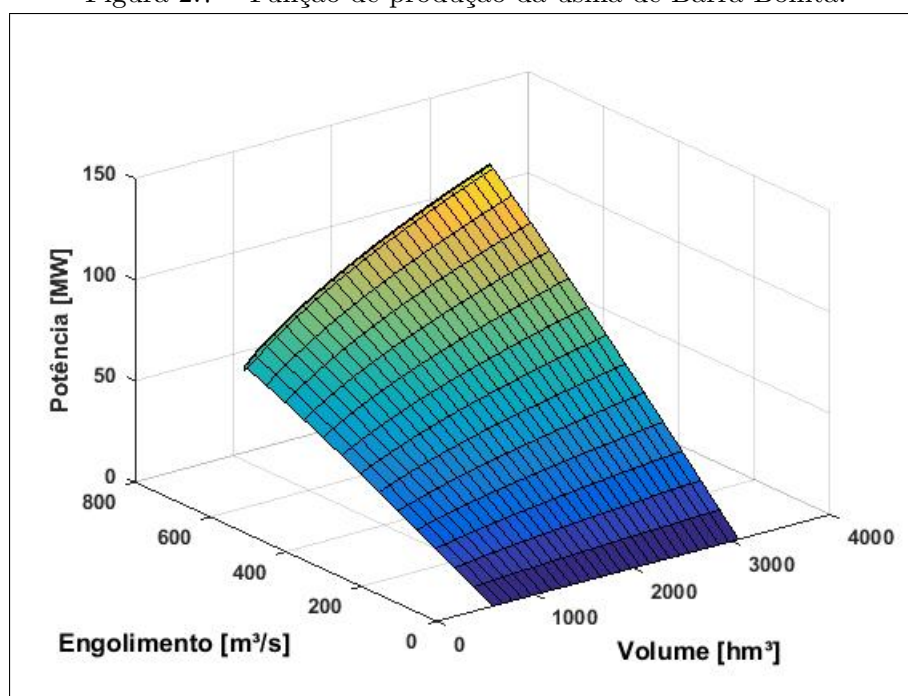
$$p_{\text{unit}}(h^{\text{net}}, q_{\text{unit}}) = k h^{\text{net}} q_{\text{unit}}. \quad (2.18)$$

Nota-se que a função de produção, representada por (2.17) ou (2.18), depende da altura de queda líquida que, por sua vez, depende do volume do reservatório e da defluência da usina, e do engolimento da unidade. Como o volume do reservatório e a defluência da usina são parâmetros comuns a todas as unidades da usina, conclui-se que existe uma interdependência entre a operação destas unidades, isto é, a operação de uma unidade geradora afeta diretamente a operação das demais.

O conceito de função de produção é expansível à usina hidrelétrica como um todo. Uma alternativa para a obtenção da função de produção de uma usina é utilizar a equação (2.18). A Figura 2.7 mostra a função de produção da usina de Barra Bonita como função do volume e do engolimento.

A Figura 2.8 apresenta a potência máxima em função do volume e do engolimento para a usina de Barra Bonita. Pode-se notar a linha que divide os dois comportamentos

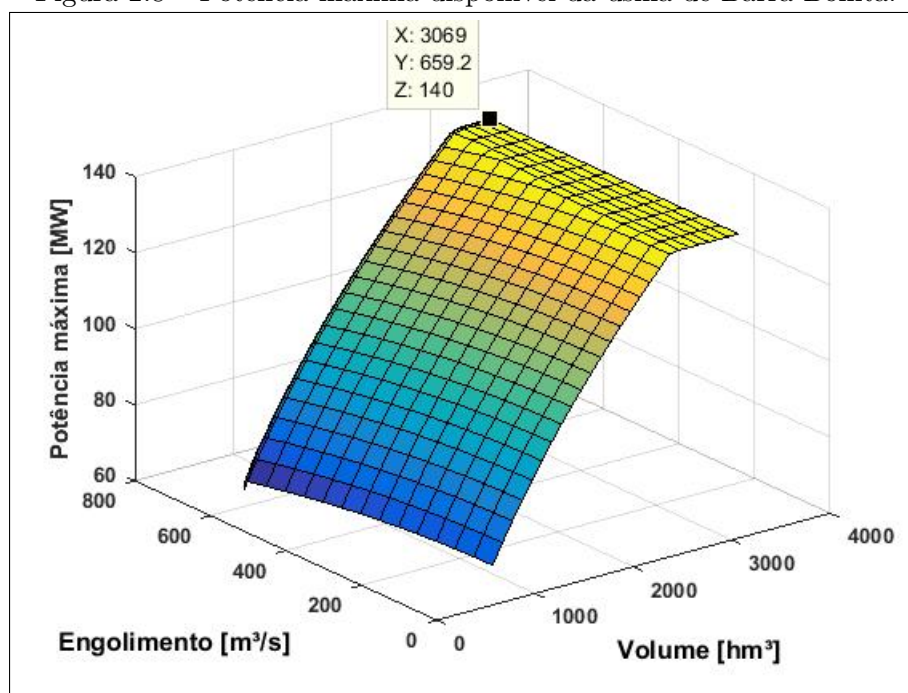
Figura 2.7 – Função de produção da usina de Barra Bonita.



Fonte: autoria própria.

distintos desta variável. A região crescente do gráfico representa a limitação pela turbina e o platô representa a limitação do gerador no valor da potência efetiva da usina (140 MW).

Figura 2.8 – Potência máxima disponível da usina de Barra Bonita.



Fonte: autoria própria.

2.2 Geração Termelétrica

A geração termelétrica é uma fonte de energia amplamente utilizada mundialmente, apesar de representar uma parcela menos significativa da matriz brasileira, quando comparada à geração hidrelétrica. Neste tipo de geração, a energia elétrica é obtida por meio da conversão de energia térmica, proveniente da queima de algum combustível fóssil ou físsil, em energia mecânica. Esta, por sua vez, movimenta o eixo de um gerador que produz energia elétrica.

As usinas termelétricas podem ser divididas em dois grupos principais:

- Usinas convencionais: utilizam combustíveis fósseis como carvão, óleo, gás natural, biomassa ou madeira;
- Usinas nucleares: utilizam combustíveis físséis como urânio natural ou enriquecido. Estas usinas caracterizam-se pela baixa capacidade de variação na potência produzida.

Na modelagem deste tipo de geração, as principais questões que devem ser levadas em conta são as rampas de partida, subida (tomada de carga) e parada, descida (alívio de carga), e os tempos mínimos de operação e desligamento. Se agentes que possuem geradores termelétricos ofertam sua geração em ambientes competitivos, estas características podem ser fornecidas juntamente com os lances (ARROYO; CONEJO, 2002). Em geral, trabalhos em que a formulação termelétrica é considerada com maior nível de detalhamento, outros aspectos, como os pontos de válvula, por exemplo, podem ser considerados (ZHAN et al., 2015a; ZHAN et al., 2015b).

3 Aspectos Econômicos na Geração de Eletricidade

Este capítulo é dedicado à apresentação dos conceitos econômicos básicos sobre a geração de energia elétrica, os mercados de eletricidade e os principais modelos vigentes. Mais detalhes podem ser encontrados em Kirschen e Strbac (2004), Conejo, Carrión e Morales (2010) e Gómez-Expósito, Conejo e Cañizares (2015).

3.1 Histórico

Devido às suas características especiais, o fornecimento de energia foi um serviço rigidamente regulado na maioria dos países durante muito tempo, uma abordagem que justificava a intervenção do estado para garantir qualidade e preços adequados. Em alguns casos, como na Europa até a década de 1990, a intervenção do estado se dava na nacionalização da indústria elétrica. Em outros países, a indústria elétrica era privatizada, mas os preços eram fortemente regulados pelo órgão público responsável. Nestes casos, os consumidores não possuíam escolha, eles deviam adquirir energia do agente que possuía o monopólio sobre aquela área.

No entanto, a partir da década de 1980, o setor eletroenergético mundial sofreu várias e significativas mudanças. A mais profunda delas foi a migração gradual de um sistema primordialmente estatal e verticalizado para um ambiente competitivo. O primeiro país a migrar para este sistema foi o Chile, em 1982. No início dos anos 1990, Inglaterra e País de Gales iniciaram um mercado *pool*. Nos Estados Unidos, o operador independente do sistema na Califórnia estabeleceu um mercado *pool*, que viria a ser reformulado anos mais tarde devido a falhas em seu projeto. Na segunda metade da década de 1990, surgiram alguns mercados na região leste dos Estados Unidos (PJM Interconnection, ISO New England e New York ISO), que operam com sucesso até os dias atuais. Também neste período, Austrália, Nova Zelândia e Brasil, por exemplo, migraram para o ambiente de mercados no setor elétrico.

Neste novo cenário, os geradores decidem quanto e quando produzir e como planejar e executar seus programas de manutenção. Decisões acerca de investimentos no sistema gerador passam a ser da iniciativa privada, e não mais dos órgãos públicos responsáveis pelo setor elétrico. Assim, os custos devidos a investimentos desnecessários, por exemplo, passam a ser pagos pelo próprio empreendedor, e não mais repassados aos consumidores. Entretanto, conforme apontado por Silva (2006), os preços de mercado devem fornecer indicadores econômicos adequados para estimular a entrada de novos agentes no mercado e possibilitar investimentos no sistema gerador.

Este ambiente competitivo tem o intuito de promover uma maior eficiência operacional dos sistemas de potência e garantir o fornecimento de energia de boa qualidade e de baixo custo aos consumidores finais. Além disso, financeiramente, este ambiente tenta garantir liquidez e formação de capital, uma vez que fornece benefícios para os consumidores que demandam menos energia quando o seu custo excede seus benefícios e incentiva a pesquisa na área de sistemas elétricos de potência. Neste novo cenário, apenas o entendimento físico dos sistemas de potência não é suficiente. Deve-se também entender como a operação econômica afeta a física e como a física restringe a operação econômica.

3.2 Agentes do Mercado

Antes de apresentar os conceitos relativos aos mercados de eletricidade, convém apresentar os agentes que participam destes mercados. Como os mercados desenvolveram-se em ritmos e direções diferentes, nem todos os agentes citados a seguir estão presentes em todos os mercados. Além disso, em alguns casos, um único agente pode acumular mais de uma função. Os agentes típicos de um mercado de energia podem ser divididos em duas categorias: agentes participantes e agentes institucionais.

3.2.1 Agentes Participantes

Agentes verticalmente integrados: Possuem as unidades geradoras (termelétricas, hidrelétricas, eólicas, solares, etc), bem como as redes de transmissão e distribuição. Em um sistema tradicional baseado em monopólio, este agente fornece energia para uma determinada área de concessão. A partir do momento em que um sistema competitivo passa a existir, as atividades de geração, transmissão e distribuição tendem a ser separadas.

Companhias geradoras: Possuem as unidades geradoras e têm a responsabilidade de gerar energia e vendê-la posteriormente. Estas companhias podem possuir apenas uma unidade geradora ou um portfólio de vários tipos de unidades geradoras.

Companhias geradoras não-despacháveis Possuem unidades geradoras que não são despacháveis devido a sua intermitência. Como exemplos, tem-se os geradores eólicos e solares. Devido à esta característica, estes agentes participam mais ativamente de mercados cujo *gate closure*¹ ocorre com uma baixíssima antecedência (alguns minutos) em relação à entrega física da energia.

Companhias distribuidoras: Possuem e operam as redes de distribuição. Em um ambiente tradicional, elas possuem o monopólio sobre uma determinada área. No entanto,

¹ Momento em que a transação é fechada.

em um ambiente completamente desregulamentado, estas companhias apenas possuem a rede e o fornecimento de energia no nível da distribuição também ocorre via competição entre comercializadores.

Companhias transmissoras: Possuem os elementos referentes à transmissão, como linhas, cabos, transformadores, etc. Estas companhias operam estes elementos de acordo com instruções do operador independente do sistema.

Comercializadores: Adquirem energia no mercado atacadista e revendem a seus clientes, que não desejam ou não podem participar deste mercado. Os comercializadores não possuem unidades geradoras e redes de transmissão e distribuição.

Consumidores pequenos: Adquirem energia por meio de um comercializador ou de uma companhia distribuidora. Seu papel no mercado consiste, no máximo, em escolher o comercializador de quem deseja adquirir energia.

Consumidores grandes: Possuem papel ativo no mercado atacadista, adquirindo energia diretamente do mesmo. Alguns destes consumidores podem oferecer a possibilidade de variar seu consumo como um recurso que pode ser utilizado pelo operador independente do sistema. No Brasil, são considerados consumidores grandes aqueles com demanda superior a 3 MW, ou 500 kW, caso sejam supridos por fontes renováveis de energia (CCEE, 2016).

3.2.2 Agentes Institucionais

Operador de Mercado (OM): Administra economicamente o mercado. É de responsabilidade do OM o equilíbrio do mercado, determinando os montantes e preços de energia e reservas negociados por meio de um procedimento de equilíbrio de mercado (PEM). O OM é responsável pelos mercados que se fecham com uma antecedência grande (12, 18 ou 24 horas, por exemplo) em relação à entrega física da energia. No Brasil, o OM é a CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica).

Operador Independente do Sistema (OIS): Responsável pela administração técnica do sistema. Cabe a ele garantir livre acesso às linhas de transmissão e garantir que o mercado tenha condições de funcionar em termos de segurança e confiabilidade. Também é responsável por fechar o mercado de regulação, com o intuito de garantir que a geração seja igual à demanda. Quando o OIS também é responsável pela transmissão, recebe o nome de Companhia Transmissora Independente. No Brasil, esta entidade é o ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico).

Regulador: Rege o funcionamento do mercado do ponto de vista regulatório, garantindo a competitividade e bom funcionamento. Determina e aprova regras para o mercado

e investiga casos de abusos de poder de mercado². Além disso, o regulador determina o preço final da energia nos casos em que a distribuição se dá por meio de monopólios. No Brasil, esta entidade é a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica).

3.3 Modelos de Competição

Hunt e Shuttleworth (1996) propõem quatro modelos para ilustrar a evolução do ambiente competitivo no setor elétrico. Conforme será visto, a evolução ocorre a partir de um ambiente de monopólio para um ambiente plenamente competitivo.

3.3.1 Monopólio

O primeiro modelo é ilustrado na Figura 3.1. Em (a), tem-se uma companhia completamente verticalizada, isto é, uma companhia que possui unidades geradoras e as redes de transmissão e distribuição. Em (b), a companhia verticalizada não mais possui as redes de distribuição, que, por sua vez, pertencem a companhias distribuidoras que operam sob regime de monopólio em sua área de concessão. Conforme pode ser observado, este modelo já prevê acordos bilaterais entre companhias. Na Figura 3.1, as setas contínuas representam os fluxos de energia negociados e as setas tracejadas representam os fluxos de energia dentro de uma mesma companhia.

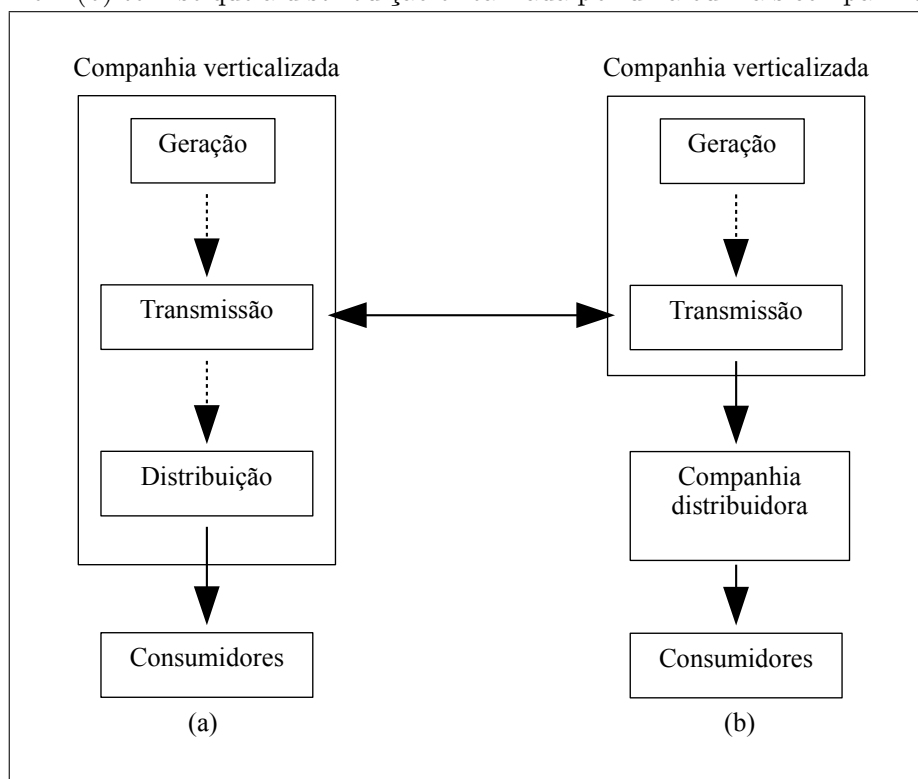
3.3.2 Companhia Verticalizada e Companhias Geradoras Independentes

A Figura 3.2 mostra um primeiro passo rumo à competição. A companhia verticalizada não mais possui toda a capacidade de geração do sistema. As Companhias Geradoras Independentes (CGI) são conectadas à rede e vendem sua geração para a companhia verticalizada. Em (b) observa-se uma evolução ainda maior: a companhia verticalizada passa a exercer apenas o papel de uma companhia transmissora e deixa de possuir unidades geradoras, adquirindo toda sua energia das CGIs. Além disso, a distribuição passa a ser desagregada. Na Figura 3.2, as setas contínuas representam os fluxos de energia negociados e as setas tracejadas representam os fluxos de energia dentro de uma mesma companhia.

Os dois modelos de competição apresentados baseiam-se em monopólios na venda da energia para o consumidor final. Desta forma, o preço da energia deve ser regulado pela agência reguladora. Esta realidade não reflete um mercado de livre concorrência, pois, neste caso, o preço deve ser livre e refletir o custo de produção da energia. No entanto, o segundo modelo possui a vantagem de possibilitar competição na geração sem os custos de um mercado competitivo mais complexo, conforme será mostrado adiante.

² Ocorre quando um participante do mercado é capaz de alterar o preço da energia alterando suas ofertas ou lances.

Figura 3.1 – Modelo de monopólio. Em (a) tem-se uma companhia completamente verticalizada e em (b) tem-se que a distribuição é realizada por uma ou mais companhias separadas.



Fonte: adaptado de Kirschen e Strbac (2004).

3.3.3 Competição no Mercado Atacadista

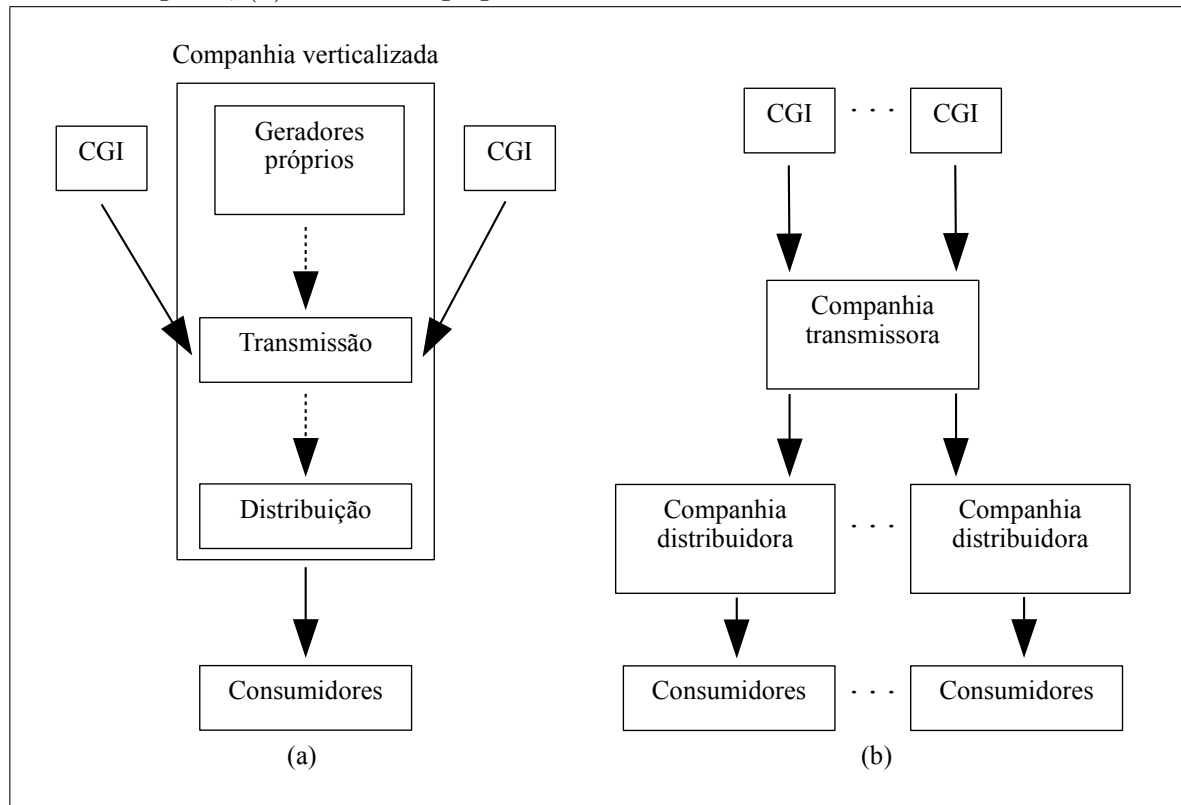
Neste modelo, nenhuma companhia ou organização é diretamente responsável pela provisão de energia elétrica. Ao invés disso, companhias distribuidoras e consumidores grandes adquirem energia diretamente das companhias geradoras por meio de um mercado atacadista de eletricidade. Conforme será exposto na seção 3.4, o mercado atacadista engloba os acordos bilaterais e as negociações centralizadas, que podem estruturar-se como *power exchanges* ou *power pools*. Neste modelo, ainda ocorrem monopólios no setor de distribuição de energia e por isso o seu preço final ainda deve ser regulado. A Figura 3.3 ilustra este modelo de competição. As setas representam os fluxos de energia.

Este modelo possibilita um aumento considerável na competição, uma vez que os preços passam a ser fruto da intersecção das curvas de oferta e demanda ou de mecanismos mais complexos, que também levam em conta a demanda do sistema.

3.3.4 Competição nos Mercados Atacadistas e de Distribuição

A Figura 3.4 mostra a última instância em termos de competição em mercados de eletricidade: além da competição no nível do mercado atacadista, existe também competição para atendimento dos pequenos consumidores, que não participam do mercado, mas podem escolher seus fornecedores de energia. As setas representam os fluxos de energia. Como consequência deste fato, o preço final da energia deixa de ser regulado e passa

Figura 3.2 – Companhia verticalizada e companhias geradoras independentes. (a) versão integrada; (b) versão desagregada.



Fonte: adaptado de Kirschen e Strbac (2004).

também a ser fruto da livre concorrência. Neste caso, os únicos monopólios restantes são a operação das redes de transmissão e distribuição. Os custos associados ao uso das redes de transmissão e distribuição são ainda regulados e repassados aos usuários.

3.3.5 Competição e Privatização

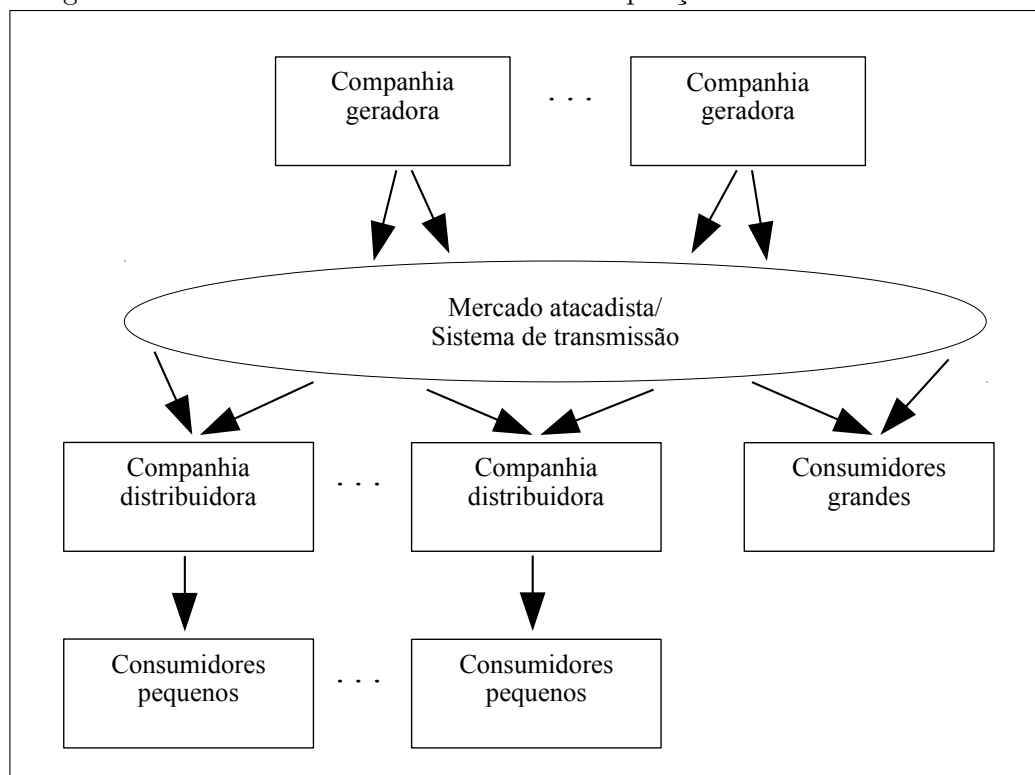
Em vários países, o advento da competição no setor eletroenergético veio acompanhado da privatização de todos ou alguns dos componentes desta indústria. No entanto, nenhum dos modelos apresentados nas subseções 3.3.1 a 3.3.4 prevê esta condição: a competição entre companhias públicas e privadas pode perfeitamente ocorrer.

3.4 Mercados de Eletricidade

Devido às limitações técnicas, ainda não é possível que grandes montantes de energia sejam armazenados. Assim, a todo instante, o montante produzido de energia deve ser igual ao montante consumido. Caso isso não ocorra, o sistema elétrico de potência pode sofrer consequências drásticas, como interrupção parcial ou total do atendimento aos consumidores.

Por este motivo, os mercados para energia elétrica tem características únicas

Figura 3.3 – Mercado de eletricidade com competição no mercado atacadista.



Fonte: adaptado de Kirschen e Strbac (2004).

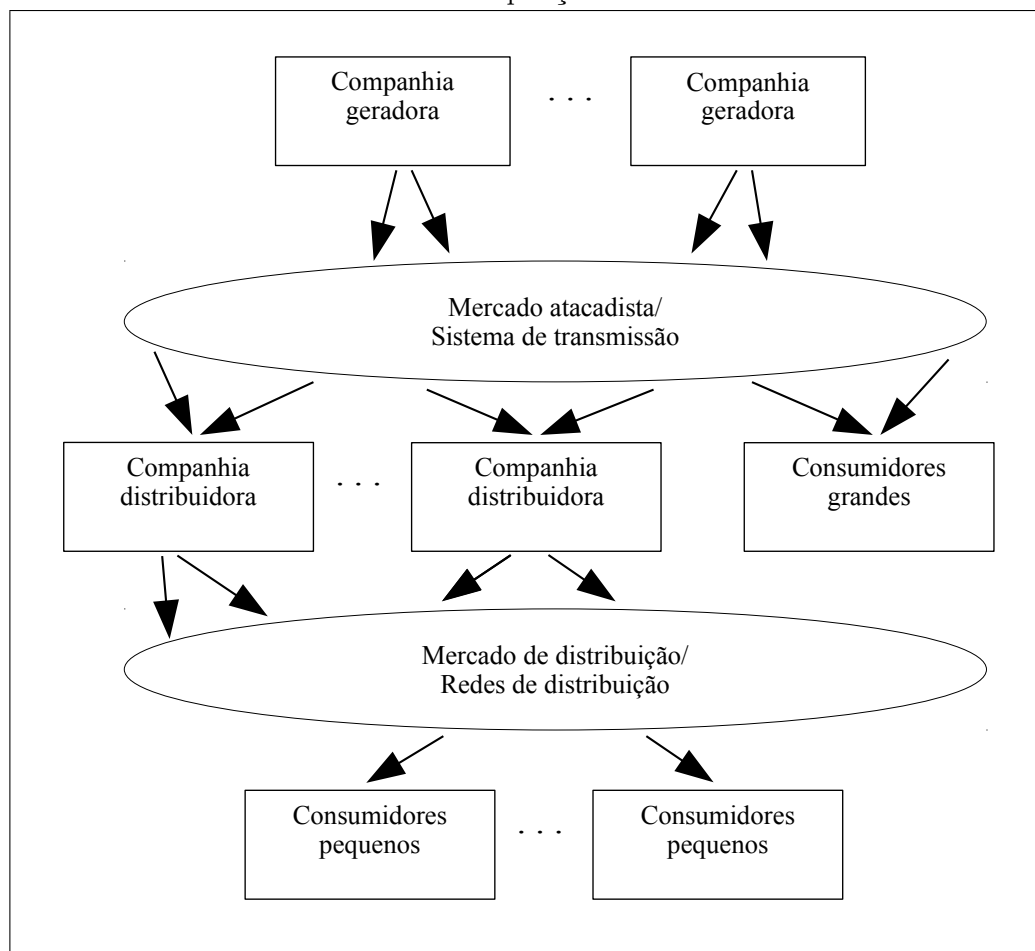
e diferem-se em diversos pontos de mercados para *commodities* quaisquer. A principal peculiaridade da energia elétrica é o fato de estar obrigatoriamente ligada a um sistema físico que a permita fluir dos vendedores (companhias geradoras) aos compradores (consumidores finais). Outra característica interessante sobre a negociação da energia elétrica diz respeito à impossibilidade de se direcionar a energia gerada em um ponto da rede para um outro ponto específico. O que deve ocorrer é que o montante de energia injetado na rede deve ser igual ao montante drenado da mesma. Deve-se destacar também que, embora a demanda de um sistema seja diária e semanalmente cíclica, é impossível que seja prevista com exatidão. Assim, quanto maior o íterim entre o *gate closure* e a entrega física da energia, maior a incerteza associada.

Por todos os motivos citados acima, existem vários mecanismos de negociação de eletricidade, cada um com características próprias e razões importantes de serem implementados. Tais mecanismos podem ser divididos em duas categorias: mercados de energia e serviços ancilares.

3.4.1 Mercados de Energia: Mercado Atacadista

Neste mercado, a energia elétrica propriamente dita é negociada. Existem dois possíveis ambientes dos quais os agentes podem participar: mercado atacadista e mercado de distribuição. Este último, por se tratar de um tópico que extrapola o escopo deste trabalho, não será abordado.

Figura 3.4 – Mercado de eletricidade com competição nos mercados atacadista e de distribuição.



Fonte: adaptado de Kirschen e Strbac (2004).

O mercado atacadista compreende todas as operações que não ocorrem no âmbito da distribuição, desde o curto até o longo prazo. Dentro deste mercado, existem os acordos bilaterais, que são operações descentralizadas, e um ambiente de operações centralizadas.

3.4.1.1 Acordos Bilaterais

Conforme o próprio nome indica, estes acordos bilaterais envolvem apenas duas partes (comprador e vendedor), sem a participação ou interferência de uma terceira parte (operador de mercado ou operador independente do sistema). Em função dos montantes a serem negociados e do intervalo de tempo disponíveis, as partes podem recorrer a várias possibilidades de acordos bilaterais:

Contratos de longo prazo personalizados: Possuem termos bastante flexíveis, buscando atender ao máximo as necessidades de ambas as partes. Geralmente, são utilizados para a negociação de grandes montantes (centenas de milhares de MW) durante longos períodos de tempo (vários meses a vários anos). Possuem altos custos operacionais, o que impede a negociação de pequenos montantes de energia.

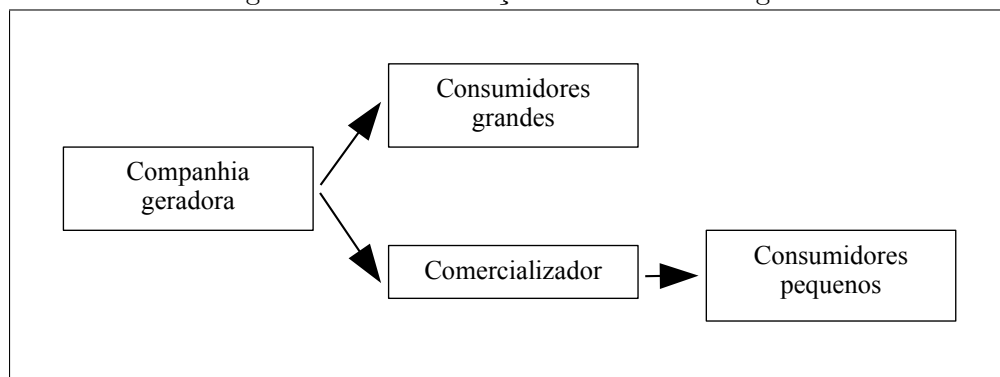
Transações de “balcão”: Envolve montantes menores de energia a ser entregue de acordo com condições padronizadas, isto é, sem flexibilização das condições do contrato. Por este motivo, possui custos operacionais menores. São utilizados pelos agentes participantes para refinar sua posição no mercado conforme o momento da entrega física da energia se aproxima.

Transações eletrônicas: Os participantes submetem seus lances e ofertas diretamente em um ambiente computadorizado, de maneira semelhante às bolsas de valores. Todos os participantes podem observar os preços e montantes submetidos, mas não conhecem a identidade dos agentes participantes. Quando um participante insere um lance, o sistema automaticamente busca por uma oferta igual ou melhor que este lance. Caso exista esta oferta, o negócio é fechado instantaneamente e o resultado desta transação é exibida para todos os participantes. Se nenhuma oferta que satisfaça o lance é encontrada, este lance fica em aberto até o fechamento do mercado. Este modo de negociação é extremamente barato e rápido.

Uma característica comum a estas três formas de negociação é que o preço de cada transação é definido de maneira independente pelas partes envolvidas. Assim, não há um preço “oficial” do sistema.

A Figura 3.5 ilustra os acordos bilaterais. As setas indicam o fluxo da energia.

Figura 3.5 – Contratação bilateral de energia.



Fonte: adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010).

3.4.1.2 Ambiente de Operações Centralizadas

Neste ambiente ocorrem todas as negociação de energia no curto prazo. Ao invés de se basear em transações repetitivas entre compradores e vendedores, o equilíbrio de mercado é determinado de maneira sistemática por meio de um Procedimento de Equilíbrio de Mercado (PEM).

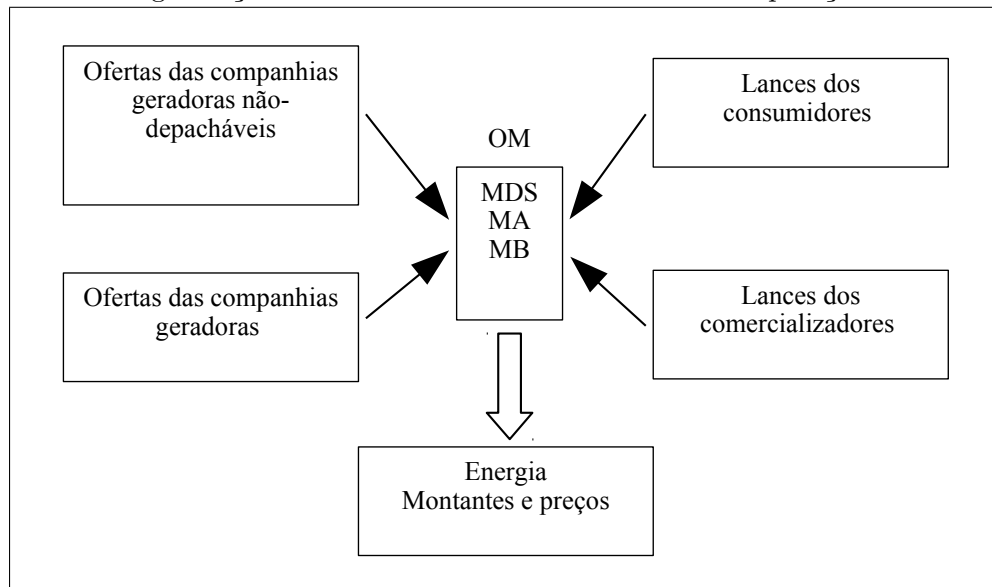
Um ambiente de operações centralizadas típico inclui:

1. Um Mercado do Dia Seguinte (MDS): fechado geralmente uma vez por dia, no dia $d - 1$ e cobre as negociações de energia para o dia seguinte, d .

2. Vários Mercados de Ajustes (MA): ausentes nos mercados norte-americanos, são similares ao mercado de dia seguinte, mas são fechados com antecedência menor em relação à entrega física da energia. Geralmente, estes mercados são fechados em $d - 1$ e ao longo do próprio dia d .
3. Vários Mercados de Balanço (MB): também conhecidos como mercados de tempo real ou mercado *spot*, têm a função de cobrir desvios imprevistos na potência negociada nos mercados anteriores. São fechados, geralmente, a menos de uma hora da entrega física da energia.

A Figura 3.6 ilustra o funcionamento de um ambiente de operações centralizadas genérico. As setas finas representam o fluxo das ofertas e lances e as setas largas representam os resultados do mercado.

Figura 3.6 – Organização e funcionamento de um ambiente de operações centralizadas.

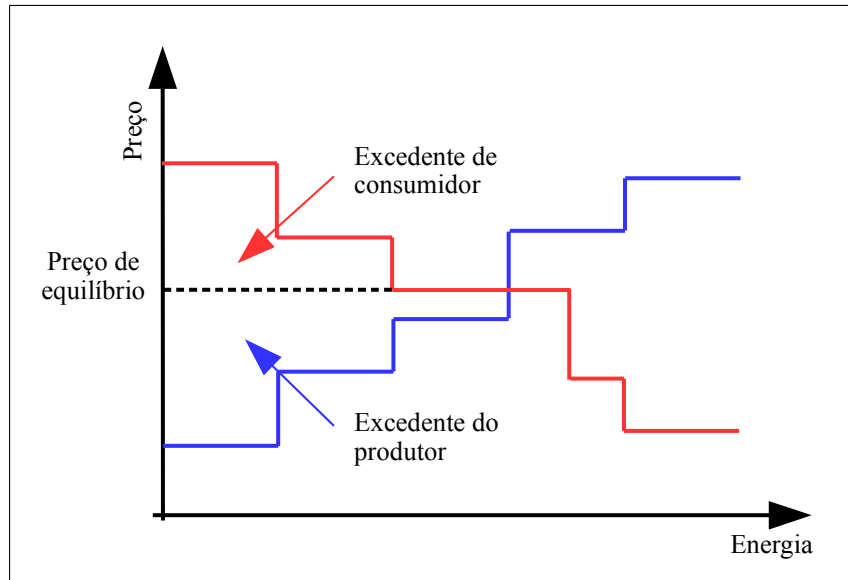


Fonte: adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010).

Este ambiente pode ser classificado em *power exchanges* e *power pools* (KARDAKOS; SIMOGLU; BAKIRTZIS, 2013). Nos *power exchanges*, os participantes submetem ofertas e lances simples ao OM (montantes/preços). Com base nestes lances, o operador de mercado, utilizando um PEM, busca maximizar o bem-comum, determinando o preço de equilíbrio de mercado, ofertas e os lances aceitos por meio da intersecção das curvas de oferta e demanda agregadas. O bem-comum é a área dos excedentes de consumo e geração e quantifica o benefício decorrente das transações em um ambiente de mercado (KIRSCHEN; STRBAC, 2004), conforme Figura 3.7. Este PEM é modelado como uma sucessão de leilões monopерíodos, isto é, leilões que consideram um único período de tempo e que ignoram as relações intertemporais existentes. Neste caso, estas relações são impostas *a posteriori*, por meio de métodos heurísticos. Este procedimento pode levar o sistema a pontos de operação ineficientes ou até mesmo infactíveis. O mercado da Península

Ibérica (<<http://www.omel.es>>), por exemplo, opera desta forma. Neste caso, prioriza-se a simplicidade e transparência deste modelo em detrimento da maior eficiência de um modelo mais complexo.

Figura 3.7 – Maximização do bem comum.



Fonte: adaptado de Arroyo e Conejo (2002).

Matematicamente, este PEM caracteriza um problema de Programação Linear (PL) ou de Programação Linear Inteira-Mista (PLIM) de médio porte.

Por outro lado, o *power pool*, ou simplesmente *pool*, é um ambiente no qual os geradores submetem ofertas mais complexas, com o intuito de tornar a solução do modelo de PEM factível do ponto de vista do sistema gerador. Estas ofertas contêm os montantes e preços, além de, possivelmente, as seguintes informações:

- custos de partida e parada;
- mínimos tempos ligado e desligado (geradores termelétricos);
- limites de rampa de potência (geradores termelétricos);
- limites de rampa de defluência, etc (geradores hidrelétricos);
- condições hidrológicas (geradores hidrelétricos);
- disponibilidade para fornecimento de reserva (geradores e consumidores grandes).

Com base nestes lances, o operador de mercado executa um PEM que consiste em um modelo de leilão multiperíodo, isto é, um único leilão que considera todos os períodos de tempo do horizonte de mercado. Desta forma, as relações intertemporais, declaradas inicialmente pelos participantes, podem ser consideradas. Modelos de PEM deste tipo são apresentados em Arroyo e Conejo (2002) e Carrión e Arroyo (2006). A principal vantagem destes modelos, com relação aos modelos monopеріodos, é a garantia de que a solução seja

factível para os agentes geradores, uma vez que suas características físicas e operacionais foram explicitamente consideradas.

Há ainda modelos de PEM que consideram em sua formulação as restrições relacionadas ao sistema de transmissão, como os limites de fluxos de potência nas linhas e os balanços de potência nas barras do sistema. Esta formulação garante factibilidade também do ponto de vista da transmissão, isto é, que as linhas do sistema de potência possam transmitir a geração aceita no leilão. Outra característica significativa destes modelos é que não há apenas um preço para o sistema, mas sim preços nodais. Estes preços podem ser diferentes devido aos congestionamentos e perdas nas linhas de transmissão. Modelos de PEM deste tipo são apresentados em Motto et al. (2002), Bregadioli et al. (2016) e Pereira et al. (2017).

Alguns modelos ainda consideram uma otimização simultânea dos recursos de energia e reserva, como Bouffard, Galiana e Conejo (2005a) e Bouffard, Galiana e Conejo (2005b). O MISO (<<http://www.misoenergy.org>>), nos Estados Unidos, opera desta forma. Um modelo deste tipo é chamado de procedimento de equilíbrio de mercado com restrições de segurança e será discutido na seção 3.4.2.5.

Uma desvantagem dos modelos de PEM dos mercados baseados no *pool* é a complexidade dos modelos de leilão, que tornam-se problemas de programação linear inteira-mista de grande porte, devido ao grande número de restrições e variáveis inteiras. Por outro lado, existe uma garantia de otimização mútua dos recursos do sistema e de factibilidade da solução.

3.4.2 Serviços Ancilares

Os mercados de eletricidade funcionam apenas quando suportados pela estrutura de um Sistema Elétrico de Potência (SEP). Aqui, inclusive, pode-se delinear mais uma diferença entre os mercados para eletricidades e os mercados para *commodities* comuns. Os participantes não possuem escolha, eles devem utilizar a estrutura do SEP existente para negociar. Além disso, privar os consumidores de energia elétrica pode ser um processo custoso e, dependendo da natureza do consumidor, perigoso. Assim, pode-se concluir que, tão importante quanto o projeto do mercado de eletricidade, é a segurança do SEP que o sustenta. Daí percebe-se a importância dos serviços ancilares, que são relacionados à segurança dos SEPs.

De acordo com Kirschen e Strbac (2004), segurança significa que o SEP deve ser mantido em um estado no qual ele continue a operar indefinidamente se as condições externas a ele não se alterarem. Isto implica que nenhum componente deve operar fora da sua faixa segura de operação. Por exemplo, nenhuma linha de transmissão deve conduzir uma potência acima do seu limite, devido à temperatura nos cabos. No entanto, assumir que nenhuma condição externa irá se alterar é uma hipótese extremamente otimista. Em sistemas que podem possuir milhares de componentes, uma falha em um componente não

é um evento tão raro. Assim, uma definição mais realista de segurança é a capacidade do sistema em se manter estável considerando um conjunto plausível de contingências que podem ocorrer, com a menor interrupção no fornecimento de energia possível. Tipicamente, este conjunto de contingências não considera falha simultâneas de dois ou mais componentes, dada a probabilidade insignificante de ocorrência deste evento.

Ao se preparar para lidar com estas contingências, os operadores de sistemas podem recorrer a medidas de segurança preventivas e corretivas. Medidas preventivas são aquelas tomadas antes da ocorrência de uma contingência. Já medidas corretivas dizem respeito a decisões tomadas posteriormente à ocorrência de uma contingência. Todos os serviços ancilares se enquadram em uma destas duas categorias.

3.4.2.1 Tipos de Serviços Ancilares

Apesar do esforço em se negociar energia de forma que a geração seja sempre igual à demanda, isto não ocorre em tempo real, pois a energia é negociada nos mercados em base de 30 ou 60 minutos, mas a demanda varia instantaneamente. Permitir que a geração seja diferente da demanda faz com que a frequência do sistema saia do seu valor nominal e excursione para valores distantes do mesmo, o que pode desencadear problemas muito graves. Por este motivo, o operador do sistema precisa recorrer aos três seguintes serviços ancilares:

Regulação: Serviço adquirido pelo operador do sistema para lidar com flutuações rápidas (ordem de segundos) na demanda. Este serviço é fornecido, geralmente, por unidades que possuem capacidade de variação rápida em sua geração e equipadas com controle remoto e de serem operadas sob controle automático de geração.

Acompanhamento de demanda: Serviço para lidar com variações mais lentas (ordem de minutos) e cíclicas da demanda, isto é, variações dentro de um período de negociação do mercado. As unidades que fornecem este serviço também devem ser capazes de variar rapidamente sua geração.

Reserva: serviços utilizados para lidar com grandes desajustes entre geração e demanda, geralmente causados por falhas em equipamentos (geradores, linhas de transmissão, etc). A reserva pode ser classificada em girante ou primária e suplementar ou secundária. Unidades geradoras fornecendo reserva girante devem estar sincronizadas com a rede e serem capazes de responder imediatamente à variação de frequência (ocasionada pela falha de um equipamento). Por outro lado, unidades fornecendo reserva suplementar não precisam responder com tamanha agilidade. Caso as unidades fornecendo este tipo de reserva não estejam sincronizadas com a rede, diz-se que elas fornecem reserva não-girante.

Dos serviços citados acima, os dois primeiros são considerados medidas preventivas, pois são adquiridos anteriormente à ocorrência de uma contingência. Já a reserva pertence às duas categorias: a aquisição de reserva é uma medida preventiva, entretanto, a implementação de reservas em caso de contingências, é uma medida corretiva.

Além dos citados acima, classificam-se como ancilares os seguintes serviços:

Controle de tensão/Suporte de potência reativa: As unidades geradoras que fornecem estes serviços atuam absorvendo ou fornecendo potência reativa para o sistema, por meio do controle de sua tensão de saída.

Restauração do sistema: As unidades fornecendo este serviço devem ser capazes de restaurar o sistema, após um colapso, ao seu funcionamento normal. Geralmente, este serviço é fornecido por unidades geradoras hidrelétricas ou pequenos geradores a diesel, pois, diferentemente de unidades geradoras termelétricas, estes tipos de geradoras conseguem ser reiniciados com pouca energia, que pode ser armazenada em baterias. O operador do sistema deve garantir que haja um número suficiente destes geradores para que o sistema possa ser restaurado rapidamente.

3.4.2.2 Obtenção de Serviços Ancilares

Na seção 3.4.2.1, pode-se observar que o operador do sistema precisa adquirir muitos recursos para manter a segurança e que alguns destes recursos devem ser obtidos de outros participantes sob a forma de serviços ancilares. Existem duas possibilidades para o operador do sistema obter estes serviços, de maneira compulsória ou por meio de um mercado para serviços ancilares.

No caso de obtenção compulsória, para que um participante possa ser conectado ao sistema ele deve se comprometer a fornecer um ou mais serviços ancilares. Esta abordagem representa um desvio mínimo em relação à praticada em ambientes verticalmente integrados. Além disso, garante que recursos suficientes estejam disponíveis para manter a segurança do sistema. No entanto, apesar de simples, pode não ser eficiente do ponto de vista econômico e apresenta algumas dificuldades de implantação:

- A obrigação em fornecer serviços ancilares por parte de todos os agentes conectados ao sistema pode causar investimentos desnecessários. Por exemplo, nem todas as unidades geradoras precisam oferecer controle de frequência para manter a segurança do sistema;
- Esta abordagem não encoraja os agentes a tornarem seus equipamentos mais eficientes, uma vez que eles não teriam ganho algum com este investimento;
- A obtenção compulsória tende a ser uma medida impopular, uma vez que os agentes sentem-se forçados a fornecer um serviço pelo qual não são remunerados. Por exemplo,

os geradores podem se sentir prejudicados por serem obrigados a produzirem potência reativa, pois isto aumenta as perdas nas máquinas síncronas, podendo inclusive reduzir sua capacidade de geração de potência ativa;

- Usualmente, há a necessidade de abrir exceções para alguns agentes. Por exemplo, o operador do sistema não pode exigir que um gerador nuclear forneça reserva girante, devido à impossibilidade deste tipo de gerador de variar rapidamente sua geração. No entanto, isto pode ser visto como um favorecimento a este gerador por parte do operador, uma vez que este gerador poderá gerar toda a sua capacidade.

3.4.2.3 Mercados para Serviços Ancilares

Dadas as dificuldades e desvantagens econômicas na obtenção compulsória de serviços ancilares, pode-se considerar um mercado no qual a participação é facultativa e o fornecimento destes serviços é negociado. Neste ambiente, alguns serviços podem ser obtidos por meio de contratos de longo prazo. Tipicamente, são adquiridos desta forma os serviços que não variam em função da demanda, isto é, cuja necessidade não varia com o tempo. Restauração de sistemas, controle de frequência e tensão são geralmente adquiridos desta forma.

Por outro lado, um mercado de curto prazo é necessário para serviços cuja necessidade varia significativamente com o tempo e com a demanda e cuja oferta é variável devido à interação com o mercado de energia. Por exemplo, mesmo fazendo contratos de longo prazo com geradores para fornecimento de reserva, o operador deve buscar este serviço diariamente, pois o montante de reserva a ser assegurado está intrinsecamente relacionado ao mercado de energia.

Os mercados fornecem um mecanismo mais flexível e economicamente mais eficiente para obtenção de serviços ancilares. Entretanto, ainda não está claro se a perspectiva de mercado pode ser aplicada a todos os serviços ancilares. Em alguns casos, o número de participantes que de fato podem fornecer um serviço é tão pequeno, que a ocorrência de abusos de poder de mercado é muito provável, impossibilitando a busca por este serviço de maneira competitiva. Por exemplo, em algumas partes remotas do sistema de transmissão, pode haver apenas uma unidade geradora que pode efetivamente fornecer suporte de tensão por meio do fornecimento de potência reativa em caso de emergências. Um mercado para potência reativa, portanto, precisaria ser estritamente controlado para evitar abusos.

3.4.2.4 Fornecimento de Serviços Ancilares por Parte da Demanda

Em ambientes realmente competitivos, é possível que a demanda também atue no fornecimento de serviços ancilares. Esta situação possui diversas vantagens:

- um número maior de fornecedores de um dado serviço aumenta a competição no mercado em que este serviço está inserido;

- o fornecimento destes serviços pela demanda permite um melhor uso dos recursos como um todo. Por exemplo, o fornecimento de reserva por parte da demanda permite que as unidades geradoras possam gerar mais energia no mercado;
- a demanda tende a ser mais confiável para o fornecimento destes serviços que os geradores. Para que um consumidor forneça reserva, por exemplo, basta que ele conecte ou desconecte suas cargas do sistema.

Pode-se observar que os consumidores são mais competitivos que os geradores para o fornecimento de reserva. Além disso, consumidores grandes que possuem máquinas síncronas podem fornecer o serviço de regulação.

3.4.2.5 Otimização Conjunta de Energia e Reserva

Definir o preço de serviços ancilares de forma transparente não é uma tarefa fácil, pois, usualmente, a procura por um serviço ancilar em particular não pode ser desacoplada da procura por energia ou de outro serviço ancilar. No entanto, no início da implantação dos mercados, este problema não era compreendido. Assim, eram realizados leilões subsequentes: reserva girante, reserva suplementar e, por fim, o leilão de energia. De acordo com Oren (2002), esta abordagem pode levar a problemas como inversão de preços³. Inversões de preços indicam falhas na estrutura do mercado e ocorrem quando os preços de equilíbrio de serviços de reserva “piores”, por exemplo, mais lentas, excedem os preços de equilíbrio de reservas “melhores”. Estas distorções são nocivas ao mercado pois podem fornecer incentivos econômicos ineficientes.

Atualmente, existe o consenso que energia e reserva devem ser oferecidas simultaneamente, isto é, dentro de um mesmo leilão. Desta forma, os custos de fornecimento de energia e reserva e, finalmente, o preço destes serviços, tendem a ser menores.

Conforme exposto na seção 3.4.1.2, os modelos de leilão que otimizam energia e reserva simultaneamente são chamados de Procedimentos de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança (PEMRS). Estes modelos serão abordados em detalhe no Capítulo 4

3.5 Mercado de Eletricidade Brasileiro

O Brasil possui uma estrutura de mercado bastante particular, que, de modo geral, não segue as classificações apresentadas no Capítulo 3. A estrutura do mercado brasileiro permite a contratação de energia em dois ambientes: regulado e livre (CCEE, 2016).

³ Do inglês, *price reversal*

3.5.1 Ambiente de Contratação Regulada (ACR)

Neste ambiente, os compradores e vendedores de energia formalizam suas relações comerciais por meio de contratos registrados no âmbito do ACR. Tais relações resultam de leilões de compra de energia elétrica realizados pela CCEE, por delegação da ANEEL, ou de acordos bilaterais. Os contratos desse ambiente têm regulação específica para aspectos como preço da energia, submercado⁴ de registro do contrato e vigência de suprimento, os quais não são passíveis de alterações bilaterais por parte dos agentes. As companhias distribuidoras de energia devem obrigatoriamente adquirir 100% da energia para atendimento de seus clientes neste ambiente.

3.5.2 Ambiente de Contratação Livre (ACL)

Este é o único ambiente efetivamente competitivo no mercado brasileiro, em que os agentes que possuem energia para vender (geradores, autoprodutores, produtores independentes, comercializadores, importadores e exportadores) competem para fornecer energia para os agentes compradores (consumidores livres e especiais e comercializadores). Conforme detalhado na seção 3.4.1.1, estas transações podem ser detalhadas e de longo prazo ou transações de balcão (padronizadas). Não há no Brasil uma plataforma eletrônica que permita transações bilaterais. Nestas transações, os preços são acordados tomando como base o Preço de Liquidação de Diferenças (PLD).

3.5.3 Mercado de Curto Prazo

Todos os contratos de compra e venda de energia celebrados no mercado - tanto no ACR como no ACL - devem ser registrados na CCEE, que realiza a medição dos montantes efetivamente produzidos/consumidos por cada agente. As diferenças apuradas, positivas ou negativas, são contabilizadas para posterior liquidação financeira no mercado de curto prazo e valoradas ao PLD.

Assim, o mercado de curto prazo pode ser definido como o segmento da CCEE onde são contabilizadas as diferenças entre os montantes de energia elétrica contratados pelos agentes e os montantes de geração e de consumo efetivamente verificados e atribuídos aos respectivos agentes.

3.5.4 Consumidores Livres e Cativos

Os consumidores livres são aqueles que podem atuar no ACL e escolher livremente seu fornecedor de energia. Já os consumidores cativos não podem participar do ACL e devem adquirir energia da companhia distribuidora que possui o monopólio sobre sua

⁴ A estrutura do Sistema Interligado Nacional (SIN) é dividida em quatro submercados: sul, sudeste/centro-oeste, nordeste e norte.

localização. O critério para ser considerado um consumidor livre é possuir uma capacidade instalada igual ou superior a 3 MW. Consumidores que possuem capacidade instalada entre 0,5 e 3 MW são considerados especiais e podem participar do ACL, desde que adquiram energia proveniente de fontes renováveis (eólica, biomassa, etc) ou Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs).

3.5.5 Preço de Liquidação de Diferenças (PLD)

O PLD é obtido por meio das ferramentas computacionais DECOMP e NEWAVE, que, além de fornecer o preço, fornecem a programação da geração para o período em estudo. Este preço considera o benefício imediato do uso das hidrelétricas (mais baratas que as termelétricas) e o risco futuro associado a este uso, uma vez que em caso de déficit hídrico, as usinas termelétricas serão utilizadas mais intensamente, elevando os custos da operação.

O PLD é calculado para cada submercado com base semanal, para três patamares de cara, leve, média e pesada. Este preço é derivado do Custo Marginal da Operação (CMO), e possui limites inferiores e superiores.

3.5.6 Sistema de Transmissão

As tarifas de uso do sistema de transmissão caracterizam-se pelo pagamento por disponibilidade, isto é, basta que a companhia transmissora mantenha a linha operante para que seja remunerada pela prestação de seus serviços. A expansão da transmissão no Brasil ocorre por meio de leilões, que, ultimamente, têm sido marcados pelo baixo interesse de investidores e, conseqüentemente, pela baixa concorrência.

3.5.7 Críticas ao Mercado Brasileiro

Muitos autores argumentam que o mercado brasileiro foi construído sobre alicerces que não primam pela competição. As ferramentas computacionais utilizadas buscam a minimização dos custos do sistema, e não a maximização do bem-comum por meio de lances (NEPOMUCENO, 2014). Além disso, os preços fornecidos (PLD), por possuírem base semanal, dificilmente refletem a realidade do sistema gerador e fornecem sinais econômicos ineficientes aos agentes participantes.

Outro problema muito importante é o pagamento por disponibilidade às companhias transmissoras. Tal premissa não estimula investimentos na melhoria dos equipamentos do sistema, o que poderia acarretar vantagens como diminuição nas perdas nas linhas e, conseqüentemente, menores custos associados à transmissão de energia.

O Brasil também não possui mercados para contratação de serviços ancilares, com exceção dos leilões de energia de reserva. Serviços como regulação e fornecimento de potência reativa são obtidos de maneira compulsória e, portanto, sem a devida desagregação

de custos, produzindo distorções econômicas, como subsídios cruzados (CONEJO et al., 2003)⁵.

⁵ Subsidição cruzada é a prática de cobrar preços mais altos de um grupo de consumidores, consequentemente cobrando preços menores de outros.

4 Programação Estocástica e Modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado

Este capítulo tem como objetivo descrever os conceitos básicos sobre a programação estocástica e, mais especificamente, sobre modelos de PEM que lançam mão desta estrutura de modelagem, que são conhecidos como modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança Estocásticas (PEMRSRE). Maiores detalhes sobre estes tópicos podem ser encontrados em Bouffard, Galiana e Conejo (2005a), Conejo, Carrión e Morales (2010) e Birge e Louveaux (2011).

4.1 Programação Estocástica

Em muitas áreas do conhecimento geralmente se fazem necessárias tomadas de decisão com base em parâmetros incertos ou desconhecidos. Nos mercados de eletricidade, os agentes também precisam lidar com esta situação. Pode ser citado como exemplo o problema dos agentes geradores, que não conhecem o preço de equilíbrio de mercado no momento da submissão das ofertas. Outro exemplo, é o caso das empresas de distribuição, que precisam contratar energia suficiente para o atendimento total de sua demanda, sem conhecer o seu valor exato.

No entanto, as decisões precisam ser tomadas mesmo na ausência de informações perfeitas. Esta necessidade motivou a utilização da programação estocástica em problemas cujos parâmetros são incertos.

Em problemas de programação estocástica, os parâmetros incertos são discretizados, sendo que cada valor discreto possui uma probabilidade de ocorrência e corresponde a um cenário. Assim, a resolução de um problema de programação estocástica considera todos os possíveis valores discretos dos parâmetros incertos ponderados por suas probabilidades de ocorrência. Desta forma, a solução obtida não é ótima para nenhum valor específico dos parâmetros incertos, mas sim para o conjunto como um todo.

Em muitos casos, as decisões devem ser tomadas em momentos diferentes, de modo que as informações disponíveis a cada momento podem ser diferentes. Assim, os problemas de programação estocásticas podem ser divididos em estágios. Existem problemas de dois estágios e problemas de múltiplos estágios.

As próximas seções apresentam brevemente os conceitos de cenários e estágios em programação estocástica.

4.1.1 Cenários

Uma forma de se representar as incertezas associadas aos parâmetros de um modelo estocástico é a utilização de cenários. Os cenários, geralmente representados por ω , associados a um parâmetro incerto devem representar um conjunto plausível de realizações de tal parâmetro com probabilidades, conhecidas, π_ω . Um conjunto suficientemente grande de cenários deve ser utilizado para que a natureza estocástica do parâmetro seja bem representada.

Existem técnicas e modelos computacionais para a geração de cenários, como por exemplo os modelos ARMA e ARIMA (BOX et al., 2016). Entretanto, modelos de programação estocástica podem tornar-se computacionalmente inviáveis de serem resolvidos caso o número de cenários seja muito alto. Por isso, em geral utilizam-se técnicas de redução de cenários, como os algoritmos baseados nas distâncias probabilísticas (RACHEV, 1991), na resolução de problemas reais. O Apêndice A apresenta uma técnica para o cálculo da probabilidade de falha de geradores e linhas de transmissão, que constituem as incertezas consideradas no modelo proposto no Capítulo 5.

A seguir são apresentados exemplos para esclarecer o conceito de cenários em problemas de programação estocástica.

Exemplo 4.1. Um agente gerador hidrelétrico deve efetuar sua oferta no mercado do dia seguinte. Entretanto, sua oferta está fortemente atrelada à vazão afluyente ao seu reservatório e ao preço da energia, que constituem dados incertos. Desconsiderando a correlação existente entre estes dados incertos, este agente constrói as seguintes possíveis realizações para a vazão afluyente e para o preço médios para o dia seguinte:

- Vazão afluyente:
 - 300 m³/s com probabilidade 0,3;
 - 320 m³/s com probabilidade 0,4;
 - 295 m³/s com probabilidade 0,3.
- Preço da energia:
 - \$23,00/MWh com probabilidade 0,25;
 - \$23,50/MWh com probabilidade 0,4;
 - \$22,30/MWh com probabilidade 0,35.

Efetuando-se o produto cartesiano entre as possíveis realizações de vazão afluyente e preço da energia consideradas, obtém-se os cenários da Tabela 4.1. Nota-se que $\sum_{\omega=1}^9 \pi_\omega = 1$.

Desta forma, o modelo de maximização de lucros a ser executado por este agente gerador deve ser um modelo de programação estocástica, considerando todos os cenários previstos e ponderando-os por suas probabilidades de ocorrência.

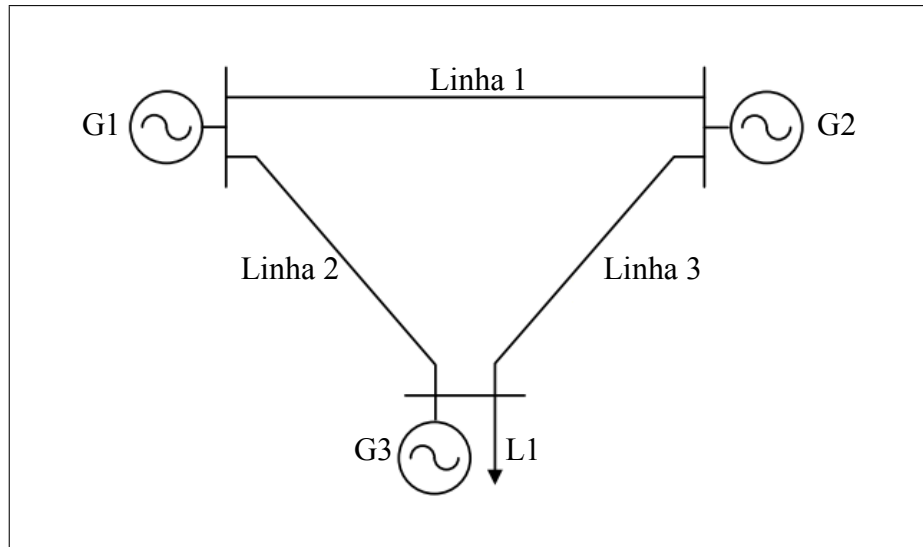
Tabela 4.1 – Cenários de vazão afluyente e preço.

Cenário (ω) #	Vazão afluyente [m ³ /s]	Preço da energia [\$/MWh]	Probabilidade (π)
1	300	23,00	$0,3 \times 0,25 = 0,075$
2	300	23,50	$0,3 \times 0,4 = 0,12$
3	300	22,30	$0,3 \times 0,35 = 0,105$
4	320	23,00	$0,4 \times 0,25 = 0,1$
5	320	23,50	$0,4 \times 0,4 = 0,16$
6	320	22,30	$0,4 \times 0,35 = 0,14$
7	295	23,00	$0,3 \times 0,25 = 0,075$
8	295	23,50	$0,3 \times 0,4 = 0,12$
9	295	22,30	$0,3 \times 0,35 = 0,105$

□

Exemplo 4.2. (Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010)) Considere o sistema de potência da Figura 4.1. Este sistema possui três barras, três linhas, três geradores e uma carga. O horizonte de mercado compreende quatro períodos de uma hora cada. Assume-se que as unidades geradoras 1 e 2, bem como as linhas 1 e 3 são 100% confiáveis, isto é, nunca falham. Entretanto, a unidade 3 e a linha 2 podem apresentar falhas, com probabilidades conhecidas.

Figura 4.1 – Sistema de potência do Exemplo 5.2.



Fonte: Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010).

Considera-se que as falhas da unidade geradora e da linha não podem ocorrer simultaneamente e que elas podem ocorrer isoladamente em qualquer um dos quatro períodos do horizonte, $\tau = 1, \dots, 4$, em que τ é o período no qual a contingência ocorre. Assim, podem ser definidos os nove cenários a seguir:

- Cenário $\omega = 0$, no qual nenhuma contingência ocorre durante o horizonte;
- Cenários $\omega = 1, \dots, 4$, em que a falha da unidade 3 ocorre no período τ ;

- Cenários $\omega = 5, \dots, 8$, com $\tau = \omega - 4$, em que a falha da linha 2 ocorre no período τ .

As probabilidades π_ω de ocorrência dos cenários são dadas por:

$$\pi_\omega = 0,05, \text{ para } \omega = 1, \dots, 4;$$

$$\pi_\omega = 0,01, \text{ para } \omega = 5, \dots, 8;$$

$$\pi_0 = 1 - \sum_{\omega=1}^8 \pi_\omega = 1 - 4 \times 0,05 - 4 \times 0,01 = 0,76.$$

Portanto, o operador do mercado pode optar pela utilização de um modelo de PEM formulado como um problema de programação estocástico, com o intuito de considerar as probabilidades de falhas dos equipamentos. Modelos de PEM que consideram a probabilidade de falha dos equipamentos em sua formulação são chamados de modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança Estocásticas (PEMRSE).

□

4.1.2 Problemas de Programação Estocástica

Conforme mencionado anteriormente, as tomadas de decisão podem ocorrer em momentos diferentes. Ou seja, cada um destes momentos representa estágios diferentes ao longo do horizonte de tomada de decisão. Assim, de acordo com o número de estágios, um problema de programação estocástica pode ser definido como um problema de dois estágios ou de múltiplos estágios. Como o modelo proposto neste trabalho constitui um problema de programação estocástico de dois estágios, apenas este tipo de problema será descrito neste trabalho.

4.1.2.1 Problemas de Dois Estágios

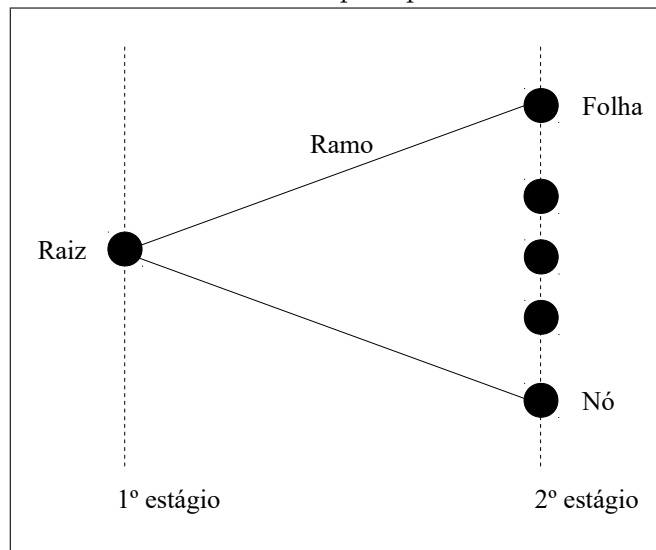
Nesta classe de problemas, as decisões são tomadas em dois estágios distintos do horizonte decisório. Existem dois tipos de decisões:

Decisões *here-and-now*: São as decisões de primeiro estágio. São tomadas antes do conhecimento de qual cenário se realizará. Logo, variáveis e restrições associadas às decisões *here-and-now* não dependem da realização de um cenário específico.

Decisões *wait-and-see*: São as decisões de segundo estágio. São tomadas após o conhecimento da realização de um cenário específico. Desta forma, variáveis e restrições associadas às decisões *wait-and-see* são definidas para cada cenário considerado.

O panorama decisório descrito acima pode ser convenientemente visualizado por meio de uma árvore de cenários. Os nós correspondem aos estados do problema em diferentes momentos (estágios). O nó raiz corresponde às decisões de primeiro estágio, isto é, ao início do horizonte de planejamento. Os nós conectados ao nó raiz são chamados de folhas e correspondem às decisões de segundo estágio. Para problemas de dois estágios,

Figura 4.2 – Árvore de cenários para problemas de dois estágios.



Fonte: Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010).

o número de folhas representa o número de cenários. Em uma árvore de cenários, os ramos representam as diferentes possíveis realizações de uma variável que depende de um parâmetro incerto.

O Exemplo 4.3 apresenta um problema de programação estocástica de dois estágios com o intuito de ilustrar a estrutura destes problemas.

Exemplo 4.3. (Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010)) Um agente consumidor enfrenta incerteza tanto na sua demanda quanto no preço da energia no mercado para a próxima semana. Por simplicidade, considera-se que a demanda e o preço são incertos, mas constantes ao longo da semana. A Tabela 4.2 fornece os cenários gerados.

Tabela 4.2 – Cenários considerados pelo consumidor.

Cenário #	Probabilidade	Demanda [MW]	Preço [\$/MWh]
1	0,2	110	50
2	0,6	100	46
3	0,2	80	44

O consumidor tem a possibilidade de adquirir até 90 MW por um preço de \$45/MWh para a próxima semana por meio de um contrato bilateral, que deve ser assinado antes do início da semana. Ou seja, o contrato deve ser assinado antes do conhecimento dos valores exatos do preço e da demanda.

O problema de tomada de decisão deste consumidor pode ser formulado como um problema de programação estocástica de dois estágios. O primeiro estágio representa a quantidade adquirida do contrato bilateral, enquanto que o segundo estágio representa a quantidade adquirida no mercado.

Matematicamente, este problema é dado por:

$$\text{minimizar } 0,2(45P_1^C + 50P_1^M) + 0,6(45P_2^C + 46P_2^M) + 0,2(45P_3^C + 44P_3^M), \quad (4.1)$$

sujeito a

$$P_1^C + P_1^M \geq 110, \quad (4.2)$$

$$P_2^C + P_2^M \geq 100, \quad (4.3)$$

$$P_3^C + P_3^M \geq 80, \quad (4.4)$$

$$0 \leq P_1^C, P_2^C, P_3^C \leq 90, \quad (4.5)$$

$$P_1^M, P_2^M, P_3^M \geq 0, \quad (4.6)$$

$$P_1^C = P_2^C = P_3^C, \quad (4.7)$$

em que P_1^C , P_2^C e P_3^C representam a potência adquirida por meio do contrato bilateral nos cenários 1, 2 e 3, respectivamente, e P_1^M , P_2^M e P_3^M representam a potência adquirida no mercado nos cenários 1, 2 e 3, respectivamente.

A função objetivo (4.1) consiste na minimização do custo esperado da contratação de energia. Observa-se que o custo relativo a cada cenário é ponderado por sua probabilidade de ocorrência. Assim, os cenários mais prováveis terão um peso maior no processo de otimização.

As restrições (4.2)–(4.4) garantem que a demanda seja atendida nos três possíveis cenários. A restrição (4.5) limita a potência adquirida por meio do contrato bilateral ao seu limite superior e a não-negatividade das variáveis P_1^C , P_2^C e P_3^C . A restrição (4.6) garante a não-negatividade das variáveis P_1^M , P_2^M e P_3^M . A restrição (4.7) é chamada de restrição de não-antecipação e garante que o montante adquirido por meio do contrato bilateral seja independente da realização de um dos cenários. Esta restrição é necessária pois a informação sobre os valores exatos do preço e da demanda não está disponível no momento da assinatura do contrato bilateral.

□

4.2 Modelos de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições Estocásticas

4.2.1 Principais Características

Conforme mencionado na seção 3.4.1.2, um procedimento de equilíbrio de mercado é um modelo de leilão utilizado pelo operador de mercado para determinar as ofertas e os lances aceitos no mercado do dia seguinte para energia e, em alguns casos, para a reserva. Para isso, ele recebe dos participantes as ofertas e os lances, compostos pelo montante e pelo preço da energia/reserva. As ofertas podem também conter informações intertemporais dos geradores.

No entanto, estes mercados são fechados com antecedência em relação ao horizonte de mercado (entrega física da energia). Por este motivo, os resultados do procedimento de equilíbrio de mercado estão sujeitos a incertezas, devido à contingências imprevisíveis que podem ocorrer, tais como falhas de geradores, linhas de transmissão, etc. A habilidade de um sistema de lidar com um conjunto plausível destas contingências é entendida como segurança deste sistema. Esta habilidade está diretamente relacionada com as ações preventivas e corretivas implementadas.

4.2.2 Determinação da Reserva: Abordagens Determinística e Probabilística

Um problema muito importante consiste na determinação do montante de reserva requerido por um sistema de potência. Para lidar com tal problema, podem ser aplicadas duas abordagens, determinística e probabilística. A primeira abordagem utiliza algum critério pré-especificado, como a contratação de reservas suficientes para cobrir a perda da maior unidade geradora (critério $N - 1$) ou uma porcentagem predeterminada da demanda horária. Há ainda a possibilidade de se combinar estes dois critérios. Estes critérios não consideram a probabilidade de ocorrência das contingências para as quais a reserva é definida. Assim, caso esta probabilidade seja suficientemente alta, o montante de reserva definido pode ser insuficiente. Por outro lado, caso esta probabilidade seja muito baixa, o montante de reserva definido pode ser superestimado, limitando desnecessariamente a capacidade de geração do sistema. Do ponto de vista econômico, transações deixariam de ser feitas desnecessariamente.

Por outro lado, a segunda abordagem considera a probabilidade de ocorrência destas contingências e o dano causado por esta ocorrência. As desvantagens desta abordagem são a necessidade de se avaliar um número possivelmente muito grande de contingências plausíveis e os dados estatísticos sobre falhas dos equipamentos que, por sua vez, estão sujeitos a incertezas. Para evitar estes problemas, alguns autores propuseram uma abordagem híbrida

determinística/probabilística, que consiste basicamente na utilização de um conjunto reduzido de contingências possíveis.

Um procedimento de equilíbrio de mercado que combina as abordagens determinística e probabilística para determinar o montante de reserva do sistema constitui um procedimento de equilíbrio de mercado com restrições de segurança estocásticas, que é o paradigma sobre o qual se baseia o modelo proposto neste trabalho.

4.2.3 Métricas de Segurança Estocásticas

Uma métrica de segurança é uma medida que quantifica o nível de segurança de um sistema de potência, sendo usualmente expressa em termos da carga involuntariamente cortada após uma contingência. Uma métrica de segurança estocástica deve considerar a probabilidade de ocorrência das contingências capazes de ameaçar a segurança do sistema.

No contexto de procedimentos de equilíbrio de mercado com restrições de segurança estocásticas, estas métricas têm o intuito de avaliar o risco da ocorrência de cortes involuntários de carga após a ocorrência de contingências.

4.2.3.1 Métricas Probabilísticas

Conforme detalhado em Conejo, Carrión e Morales (2010), várias métricas estocásticas foram propostas na literatura, das quais destacam-se a *Loss-of-Load Probability*¹ (LOLP), a *Loss-of-Load Expectation*² (LOLE) e a *Expected Load Not Served*³ (ELNS).

A LOLP é computada como a probabilidade de que falhas nos equipamentos causem cortes de carga. É um número adimensional que não fornece informações sobre a gravidade da contingência. Por isso, é considerada pouco intuitiva pelos operadores de sistemas. A LOLE avalia o número esperado de horas durante as quais os cortes de carga podem ocorrer. Assim como a LOLP, a métrica LOLE falha ao fornecer uma estimativa do dano causado pelas contingências ao sistema. A ELNS mede o montante médio de energia não fornecida às cargas como resultado dos cortes de carga. Esta métrica é a energia média ponderada pelas probabilidades de ocorrência das contingências.

Do ponto de vista matemático, tanto a LOLE quanto a LOLP demandam o uso de variáveis binárias. No entanto, a ELNS pode ser expressa linearmente, sem o uso de variáveis binárias:

$$\text{ELNS}_j = \sum_{\omega=1}^{N_\Omega} \sum_{t=1}^{N_T} \pi_\omega L_{jtw}^{\text{shed}} d_t, \forall j \in J, \quad (4.8)$$

em que ELNS_j é a carga não servida esperada para o consumidor j durante o horizonte de mercado, π_ω é a probabilidade de ocorrência do cenário ω , d_t é a duração do período t , L_{jtw}^{shed}

¹ Probabilidade de perda de carga.

² Expectativa de perda de carga.

³ Carga não servida esperada.

é o corte de carga imposto ao consumidor j no período t , para o cenário ω , N_ω é o número de cenários, N_T é o número de períodos de tempo e J é o conjunto dos consumidores.

O corte de carga L_{jtw}^{shed} é dado por:

$$L_{jtw}^{\text{shed}} = \sum_{j:(j,n) \in M_L} L_{jtw}^C - \sum_{i:(i,n) \in M_G(t,\omega)} P_{itw}^G + \sum_{r:(n,r) \in \Lambda(t,\omega)} f_{tw}(t,\omega), \quad (4.9)$$

$$\forall n \in N, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega.$$

em que L_{jtw}^C , P_{itw}^G e $f_{tw}(t,\omega)$ são, respectivamente, a potência consumida pela carga j , a potência gerada pela unidade i e o fluxo na linha (n,r) , no período t e cenário ω ; M_L é o mapeamento do conjunto de cargas, L , no conjunto de barras, N , do sistema, $M_G(t,\omega)$ é o mapeamento do conjunto de unidades geradoras no conjunto de barras do sistemas no período t e para o cenário ω ; $\Lambda(t,\omega)$ é o conjunto das linhas (ramos) do sistema para o período t e cenário ω e Ω o conjunto de cenários.

Obviamente, o corte involuntário de carga é não-negativo e menor ou igual à carga atual:

$$0 \leq L_{jtw}^{\text{shed}} \leq L_{jtw}^C, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (4.10)$$

Por todas as razões previamente indicadas, a ELNS é considerada como uma métrica superior à LOLP e à LOLE e será utilizada no modelo apresentado no Capítulo 5.

Com o intuito de ilustrar o cálculo das métricas probabilísticas mencionadas, apresenta-se um exemplo numérico.

Exemplo 4.4. (Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010)) Considere o sistema de potência do Exemplo 4.2, cuja carga possui o perfil da Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Demanda horária da carga conectada à barra 3.

Período [h]	1	2	3	4
Demanda [MW]	30	80	110	40

Supõe-se que após a execução de um PEMRSE obtém-se o corte de carga esperado fornecido pela Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Corte de carga involuntário (MWh).

Período [h]	Cenário								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	3	0	0
3	0	0	5	5	0	0	3	5	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Assim, as métricas LOLP, LOLE e ELNS podem ser calculadas:

$$\text{LOLP} = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_6 + \pi_7 = 3 \times 0,05 + 2 \times 0,01 = 0,17;$$

$$\text{LOLE} = 1 \text{ h} \times \pi_1 + 2 \text{ h} \times \pi_2 + 1 \text{ h} \times \pi_3 + 1 \text{ h} \times \pi_6 + 1 \text{ h} \times \pi_7 = 4 \text{ h} \times 0,05 + 2 \text{ h} \times 0,01 = 0,22 \text{ h};$$

$$\text{ELNS} = 1 \text{ MWh} \times \pi_1 + (1 + 5) \text{ MWh} \times \pi_2 + 5 \text{ MWh} \times \pi_3 + 3 \text{ MWh} \times \pi_6 + 5 \text{ MWh} \times \pi_7 = 12 \text{ MWh} \times 0,05 + 8 \text{ MWh} \times 0,01 = 0,68 \text{ MWh}.$$

□

4.2.3.2 Critérios de Segurança Baseados na ELNS

Existem três maneiras de se utilizar um critério de segurança estocástico baseado na ELNS. A primeira consiste na inclusão de restrições limitando a magnitude da ELNS. Este limite pode ser implementado por barra, por área ou no sistema todo. Além disso, estas restrições podem ser aplicadas em todo o horizonte ou apenas em alguns períodos (horários de pico ou fora de pico). A segunda consiste na adição de uma função penalidade à função objetivo, que varia proporcionalmente à ELNS e se baseia no valor da carga cortada, que é fornecido pelos consumidores. A terceira maneira é uma combinação das duas primeiras. A função penalidade utilizada na segunda maneira tem a seguinte forma:

$$P_{\text{ELNS}} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} V_{jt}^{\text{LOL}} L_{jtw}^{\text{shed}}, \quad (4.11)$$

em que Ω é o conjunto dos cenários, J é o conjunto dos consumidores, T é o conjunto dos períodos de tempo, V_{jt}^{LOL} é o valor da penalização econômica a ser paga pelo operador para reduzir involuntariamente a carga do consumidor j no período t e L_{jtw}^{shed} é a carga cortada do consumidor j , no intervalo t para o cenário ω .

A imposição de limites à ELNS possui três principais inconvenientes:

- Os limites superiores deveriam ser especificados por uma agência regulatória por meio de um processo difícil e de maneira não discriminatórias e justa;
- Em casos em que não há reservas suficientes ou capacidade de transmissão disponíveis, o problema de equilíbrio de mercado se tornaria infactível;
- Na ausência de uma penalidade econômica para a ELNS, o limite superior seria desnecessariamente atingido, pois isto minimizaria os custos decorrentes da contratação e implantação de reservas.

O valor da penalização econômica, também conhecida como valor do corte de carga, a ser paga pelo operador para reduzir involuntariamente as cargas e a maneira de determiná-lo é uma questão ainda em aberto. Bouffard, Galiana e Conejo (2005a) argumentam que este valor deve ser uniforme para todo o sistema e definido pelo regulador, estabelecendo valores maiores para cargas críticas, como instalações de saúde e aeroportos. Entretanto, mesmo que V^{LOL} seja suficientemente alto, pode haver cortes de cargas nestas barras críticas devido à capacidade insuficiente do sistema de transmissão.

Para evitar estes problemas, o modelo de equilíbrio de mercado proposto neste trabalho e apresentado no Capítulo 5 utiliza a função penalidade (4.11) e não considera restrições limitando a ELNS. Na prática, a utilização desta função penalidade permite que o operador de mercado efetue cortes involuntários de carga, desde que sejam economicamente vantajosos, isto é, a redução no custo associada à contratação de menos reservas e o aumento do bem-comum devem compensar o aumento da penalização econômica associada a tais cortes.

4.2.4 Técnicas de Resolução

Do ponto de vista matemático, várias técnicas têm sido propostas na literatura para resolver modelos de procedimentos de equilíbrio de mercado, das quais destacam-se: heurísticas (REDDY; BIJWE; ABHYANKAR, 2015), programação dinâmica (CHEN et al., 2006), relaxação Lagrangiana (HUSE; WANGENSTEEN; FAANES, 1999) e programação linear inteira-mista (PEREIRA et al., 2017). Neste trabalho, utiliza-se a programação linear inteira-mista, que garante convergência para a solução ótima global em um ambiente de modelagem flexível e preciso. Além disso, algoritmos eficientes voltados para solução de problemas desta natureza, como o *Branch-and-Cut* e os planos de corte (WOLSEY, 1998), estão disponíveis em plataformas de otimização comerciais (GAMS, 2017; IBM, 2017). Para que um modelo deste tipo seja obtido, as restrições não-lineares do problema devem ser linearizadas adequadamente, procedimento que será adotado no Capítulo 5 para a resolução do modelo proposto neste trabalho.

Como modelos de leilão com restrições de segurança tendem a possuir grandes dimensões computacionais, isto é, um número muito elevado de variáveis (reais e inteiras) e de restrições, algumas estratégias podem ser adotadas na solução de tais modelos, como técnicas de decomposição (CONEJO, 2006) e redução de cenários (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Além disso, alguns autores, como Bouffard, Galiana e Conejo (2005b), resolveram modelos deste tipo, isto é, de grande porte, desconsiderando a oferta de reserva não-girante, diminuindo drasticamente o número de variáveis inteiras. Neste trabalho, inicialmente, o modelo de leilão proposto é testado apenas em um sistema-teste de pequeno porte, de modo que o uso destas técnicas torna-se desnecessário. Neste trabalho, opta-se por explorar o aspecto decomponível de um modelo de leilão hidrotérmico, como o modelo proposto, e resolvê-lo em duas etapas, conforme detalhado na seção 5.4.

5 Modelo Proposto

Nesta seção apresenta-se o modelo de equilíbrio de mercado com restrições de segurança proposto. O modelo é formulado como um problema de programação linear inteira-mista estocástico de dois estágios. A estrutura básica pertinente à segurança é baseada no modelo proposto em Conejo, Carrión e Morales (2010), isto é, trata-se de um modelo híbrido determinístico/probabilístico. O primeiro estágio representa o mercado de eletricidade, suas restrições e regras, bem como o sistema de transmissão nos períodos anteriores à ocorrência de uma contingência. No tocante à segurança, o primeiro estágio representa as decisões preventivas, isto é, decisões tomadas anteriormente à ocorrência de uma contingência. O segundo estágio representa a operação em tempo real do sistema de potência, com suas limitações físicas e operacionais. Neste estágio, são incluídas a modelagem dos geradores (hidrelétricos e termelétricos), do sistema de transmissão nos períodos posteriores à ocorrência de uma contingência e as decisões de segurança corretivas (decisões tomadas após a ocorrência de uma contingência). As restrições relativas ao sistema gerador termelétrico são extraídas de Carrión e Arroyo (2006). Já as restrições relativas ao sistema gerador hidrelétrico foram baseadas em Pereira et al. (2017), entretanto, várias características foram modeladas de maneira mais realista e computacionalmente eficiente, como a função de produção hidráulica, as perdas hidráulicas, os limites máximos disponíveis de potência e engolimento e a coordenação com a operação no médio prazo. O modelo proposto pode ser resolvido por pacotes computacionais de otimização disponíveis no mercado, como CPLEX, MINOS, etc.

Para facilitar a compreensão e a reprodutibilidade do modelo proposto, o Apêndice B apresenta de maneira sucinta a sua formulação completa.

5.1 Nomenclatura

5.1.1 Parâmetros

α_l	Coefficiente angular do segmento l , utilizado no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
$\beta_a^{F^0}, \dots, \beta_a^{F^4}$	Coefficientes da função polinomial de até 4º grau que define a cota de montante da usina hidrelétrica a .
$\beta_a^{T^0}, \dots, \beta_a^{T^4}$	Coefficientes da função polinomial de até 4º grau que define a cota de jusante da usina hidrelétrica a .
λ_{Djt}	Preço do lance fornecido pela carga j no período t [\$/MWh].

λ_{Djt}^{RD}	Preço da oferta girante <i>down</i> fornecida pela carga j no período t [\$/MWh].
λ_{Djt}^{RU}	Preço da oferta girante <i>up</i> fornecida pela carga j no período t [\$/MWh].
λ_{Gitm}	Preço do m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t [\$/MWh].
λ_{Git}^{RD}	Preço da oferta girante <i>down</i> fornecida pela unidade i no período t [\$/MWh].
λ_{Git}^{RU}	Preço da oferta girante <i>up</i> fornecida pela unidade i no período t [\$/MWh].
λ_{Git}^{RNS}	Preço da oferta não-girante fornecido pela unidade i no período t [\$/MWh].
λ_{Git}^{SU}	Custo de partida ofertado da unidade i no período t [\$].
π_ω	Probabilidade de ocorrência do cenário ω .
τ_ω	Período em que a contingência que caracteriza o cenário ω ocorre.
$\bar{\theta}_l$	Amplitude máxima de bloco angular de tensão l , utilizado no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
Ψ_{at}	Vazão afluyente lateral prevista para a usina hidrelétrica a no período t [m ³ /s].
B_{nr}	Susceptância da linha (n,r) [pu].
d_t	Duração dos períodos de tempo [h].
D_{wa}	Tempo de viagem da água entre a usina hidrelétrica a e usina w , imediatamente a montante da usina a [h].
DT_c	Número mínimo de períodos que a unidade geradora termelétrica c deve permanecer desligada, uma vez que tenha sido parada [h].
$\bar{F}_{nr}$	Capacidade da linha (n,r) [MW].
F_c	Número mínimo de períodos que a unidade geradora termelétrica c deve permanecer desligada no início do horizonte para respeitar seu número mínimo de períodos desligada (DT_c) [h].
G_c	Número mínimo de períodos que a unidade geradora termelétrica c deve permanecer ligada no início do horizonte para respeitar seu número mínimo de períodos ligada (UT_c) [h].
G_{nr}	Condutância da linha (n,r) [pu].
$H_{unit_h}^{netef}$	Altura de queda líquida efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [m].
H_h^{loss}	Altura equivalente de perdas da unidade h [m].

K_h^H	Constante de perdas hidráulicas das unidade h .
NT	Número de períodos de tempo do horizonte.
$\bar{P}_{jt}$	Limite superior da potência consumida pela carga j no período t [MW].
P^{base}	Potência base do sistema [MW].
P_{i0}	Potência inicial da unidade i [MW].
$\underline{P}_i$	Potência mínima a ser despachada no leilão da unidade i . Corresponde ao limite superior do primeiro bloco de energia ofertado [MW].
$\bar{P}_i$	Potência máxima a ser despachada no leilão da unidade i . Corresponde à soma dos limites superiores dos blocos de energia ofertados [MW].
P_h^{ef}	Potência efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [MW].
$\bar{P}_{Gitm}$	Limite superior do m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t [MW].
Q_h^{ef}	Vazão turbinada efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [m ³ /s].
$\bar{R}_{Djt}^D$	Limite superior de reserva girante <i>down</i> ofertada pela carga j no período t [MW].
$\bar{R}_{Djt}^U$	Limite superior de reserva girante <i>up</i> ofertada pela carga j no período t [MW].
$\bar{R}_{Git}^D$	Limite superior de reserva girante <i>down</i> ofertada pela unidade i no período t [MW].
$\bar{R}_{Git}^U$	Limite superior de reserva girante <i>up</i> ofertada pela unidade i no período t [MW].
$\bar{R}_{Git}^{\text{NS}}$	Limite superior de reserva não-girante ofertada pela unidade i no período t [MW].
RD_c	Limite de rampa de descida da unidade geradora termelétrica c [MW/h].
RU_c	Limite de rampa de subida da unidade geradora termelétrica c [MW/h].
$\underline{S}_a$	Vertimento mínimo da usina hidrelétrica a [m ³ /s].
$\bar{S}_a$	Vertimento máximo da usina hidrelétrica a [m ³ /s].
SD_c	Limite de rampa de parada da unidade geradora termelétrica c [MW/h].
SU_c	Limite de rampa de partida da unidade geradora termelétrica c [MW/h].

$\overline{U}_a$	Vazão defluída máxima da usina hidrelétrica a [hm ³].
$\underline{U}_a$	Vazão defluída mínima da usina hidrelétrica a [hm ³].
U_{i0}	Status inicial da unidade i .
UT_c	Número mínimo de períodos que a unidade geradora termelétrica c deve permanecer ligada, uma vez que tenha sido partida [h].
$\overline{X}_a$	Volume máximo permitido para o horizonte da usina hidrelétrica y [hm ³].
$\underline{X}_a$	Volume mínimo permitido para o horizonte da usina hidrelétrica y [hm ³].
X_a^0	Volume inicial da usina hidrelétrica a [hm ³].
X_a^{Meta}	Meta de volume do reservatório da usina hidrelétrica a [hm ³].
V_{jt}^{LOL}	Penalização econômica a ser paga pelo operador para reduzir involuntariamente a carga do consumidor j no período t [\$/MWh].
$\overline{Z}_a^F$	Cota máxima de montante permitida para o horizonte da usina hidrelétrica a [m].
$\underline{Z}_a^F$	Cota mínima de montante permitida para o horizonte da usina hidrelétrica a [m].
Z_a^{F0}	Termo independente da função linear que representa a cota de montante da usina a .
Z_a^{F1}	Coefficiente de primeiro grau da função linear que representa a cota de montante da usina a .
Z_a^{T0}	Termo independente da função linear que representa a cota de jusante da usina a .
Z_a^{T1}	Coefficiente de primeiro grau da função linear que representa a cota de jusante da usina a .
$\overline{P}_h^{T0}$	Termo independente da função linear que representa a limitação da potência disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.
$\overline{P}_h^{T1}$	Termo de primeiro grau da função linear que representa a limitação da potência disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.
$\overline{Q}_h^{T0}$	Termo independente da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.

$\overline{Q}_h^{T^1}$	Coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.
$\overline{Q}_h^{G^0}$	Termo independente da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pelo gerador.
$\overline{Q}_h^{G^1}$	Coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pelo gerador.
R_a	Taxa de rampa de defluência horária da usina hidrelétrica a [$\text{m}^3/\text{s}/\text{h}$].
M_h^{big}	Parâmetro do tipo “M-grande” da unidade geradora hidrelétrica h associado à linearização da função de produção hidráulica.
k_h	Produtibilidade específica da unidade geradora hidrelétrica h [$\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$].

5.1.2 Variáveis Primais

5.1.2.1 Variáveis de Primeiro Estágio

P_{Git}	Potência agendada para a unidade i no período t [MW].
P_{Djt}	Potência agendada para a carga j no período t [MW].
R_{Git}^D	Reserva girante <i>down</i> agendada para a unidade i no período t [MW].
R_{Git}^U	Reserva girante <i>up</i> agendada para a unidade i no período t [MW].
R_{Git}^{NS}	Reserva não-girante agendada para a unidade i no período t [MW].
R_{Djt}^D	Reserva girante <i>down</i> agendada para a carga j no período t [MW].
R_{Djt}^U	Reserva girante <i>up</i> agendada para a carga j no período t [MW].
θ_{nt}	Ângulo de tensão na barra n no período t [rad].
P_{nt}^{inj}	Potência injetada na barra n no período t [MW].
F_{nrt}	Fluxo na linha (n,r) no período t [MW].
$\theta_{nrt}^+, \theta_{nrt}^-, \theta_{nrt}^{\text{abs}}$	Variáveis auxiliares referentes à linha (n,r) no período t , utilizadas no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
θ_{lnrt}^B	Variável auxiliar referente ao l -ésimo bloco da linha (n,r) no período t , utilizada no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
U_{it}	Estado da unidade i no período t .

5.1.2.2 Variáveis de Segundo Estágio

$p_{Djt\omega}$	Potência consumida pela carga j no período t e cenário ω [MW].
$p_{Djt\omega}^{\text{shed}}$	Potência involuntariamente cortada da carga j no período t e cenário ω [MW].
$p_{Git\omega}$	Potência gerada pela unidade i no período t e cenário ω [MW].
$\bar{p}_{Git\omega}$	Potência máxima disponível da unidade i no período t e cenário ω [MW].
$\bar{q}_{ht\omega}$	Engolimento máximo disponível da unidade h no período t e cenário ω [m ³ /s].
$p_{Git\omega m}$	Potência gerada do m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t e cenário ω [MW].
$r_{Git\omega}^D$	Reserva girante <i>down</i> implementada pela unidade i no período t e cenário ω [MW].
$r_{Git\omega}^U$	Reserva girante <i>up</i> implementada pela unidade i no período t e cenário ω [MW].
$r_{Git\omega}^{\text{NS}}$	Reserva não-girante implementada pela unidade i no período t e cenário ω [MW].
$r_{Djt\omega}^D$	Reserva girante <i>down</i> implementada pela carga j no período t e cenário ω [MW].
$r_{Djt\omega}^U$	Reserva girante <i>up</i> implementada pela carga j no período t e cenário ω [MW].
$\theta_{nt\omega}$	Ângulo de tensão da barra n no período t e cenário ω [rad].
$P_{nt\omega}^{\text{inj}}$	Potência injetada na barra n no período t e cenário ω [MW].
$f_{nrt\omega}$	Fluxo na linha (n,r) no período t e cenário ω [MW].
$\theta_{nrt\omega}^+, \theta_{nrt\omega}^-, \theta_{nrt\omega}^{\text{abs}}$	Variáveis auxiliares referentes à linha (n,r) no período t e cenário ω , utilizadas no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
$\theta_{lnrt\omega}^B$	Variável auxiliar referente ao l -ésimo bloco da linha (n,r) no período t e cenário ω , utilizada no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão [rad].
$q_{ht\omega}$	Engolimento da unidade h no período t e cenário ω [m ³ /s].

s_{atw}	Vertimento da usina hidrelétrica a no período t e cenário ω [m^3/s].
u_{atw}	Defluência usina hidrelétrica a no período t e cenário ω [m^3/s].
x_{atw}	Volume do reservatório da usina hidrelétrica a no período t e cenário ω [m^3/s].
z_{atw}^F	Cota de montante da usina hidrelétrica a no período t e cenário ω [m].
z_{atw}^T	Cota de jusante da usina hidrelétrica a no período t e cenário ω [m].
h_{atw}^{net}	Altura de queda líquida da usina hidrelétrica h no período t e cenário ω [m].
C_{itw}^{SU}	Custo de partida da unidade i no período t e cenário ω [\$].
v_{itw}	Status da unidade i no período t e cenário ω .

5.1.3 Variáveis Duais de Interesse

μ_{nt}^E	Multiplicador de Lagrange associado ao balanço de potência no nó n no período t para os períodos pré-contingência [\$/MWh].
μ_{ntw}^S	Multiplicador de Lagrange associado ao balanço de potência no nó n no período t e cenário ω para os períodos pós-contingência [\$/MWh].
λ_{nt}^E	Preço da energia no nó n e período t [\$/MWh].
λ_{nt}^S	Preço da segurança no nó n e período t [\$/MWh].

5.1.4 Conjuntos e Mapas

C	Unidades geradoras termelétricas.
H	Unidades geradoras hidrelétricas.
I	Unidades geradoras ($I = C \cup H$).
A	Usinas hidrelétricas.
T	Períodos de tempo.
W_a	Usinas hidrelétricas a montante da usina hidrelétrica a .
Ω	Cenários de contingência.
$G_{t\omega}$	Geradores disponíveis no período t e cenário ω .
$\Lambda_{t\omega}$	Linhas de transmissão disponíveis no período t e cenário ω .

$M_{Gt\omega}$	Mapeamento do conjunto de unidades geradoras no conjunto de barras do sistema no período t e cenário ω .
M_D	Mapeamento do conjunto de cargas no conjunto de barras do sistema.
$M_{at\omega}$	Mapeamento das unidades geradoras hidrelétricas nas usinas hidrelétricas no período t e cenário ω .
N	Barras do sistema.
M_{it}	Blocos ofertados pela unidade geradora i no período t .
J	Cargas.
L	Blocos utilizados no processo de linearização das perdas nas linhas de transmissão.

5.2 Formulação Matemática

5.2.1 Função Objetivo

A função objetivo é definida pela minimização do custo esperado da operação, EC:

$$\text{minimizar } EC = GCS + SU + RG + RD + ILS, \quad (5.1)$$

em que cada termo representa uma componente de custo, em \$:

GCS excedentes de geração e consumo.

SU custos de partida das unidades geradoras.

RG contratação de reservas ofertadas pelos geradores.

RD contratação de reservas ofertadas pelos consumidores.

ILS penalização econômica relativa aos cortes involuntários de carga.

A minimização dos excedentes de geração e consumo, GCS, consiste no aceite das melhores ofertas (mais baixas), λ_{Gitm} , e dos melhores lances (mais altos), λ_{Djt} :

$$GCS = \sum_{t \in T} d_t \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \left(\sum_{i \in G_{t\omega}} \sum_{m \in M_{it}} \lambda_{Gitm} p_{Git\omega m} - \sum_{j \in J} \lambda_{Djt} p_{Djt\omega} \right), \quad (5.2)$$

em que T é o conjunto dos períodos de tempo, Ω é o conjunto dos cenários de contingências, M_{it} é conjunto dos blocos ofertados, $G_{t\omega}$ é o conjunto das unidades geradoras disponíveis no período t e cenário ω , J é o conjunto dos consumidores, d_t é a duração dos períodos de tempo, π_{ω} é a probabilidade de ocorrência do cenário ω , $p_{Git\omega m}$ é a potência produzida

do m -ésimo bloco ofertado pelo gerador i no período t e cenário ω e $p_{Djt\omega}$ é a potência consumida pelo consumidor j no período t e cenário ω .

Observa-se no termo referente ao excedente de geração na expressão (5.2) que apenas as unidades geradoras disponíveis em cada cenário são consideradas. Isto ocorre pois algumas restrições podem impedir que o estado operativo (ligado/desligado), $v_{it\omega}$, da unidade i no período t e cenário ω seja 0, após a ocorrência de uma falha. Neste caso, a potência gerada não é considerada para o atendimento da demanda. Além disso, nota-se que, multiplicando-se a expressão (5.2) por “ -1 ” obtém-se a função do bem-comum. Assim, nota-se que a minimização dos excedentes de geração e consumo é equivalente à maximização da função de bem-comum.

A minimização dos custos de partida das unidades geradoras, SU, ocorre por meio da variável $C_{it\omega}^{\text{SU}}$:

$$\text{SU} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} C_{it\omega}^{\text{SU}}. \quad (5.3)$$

O aceite das melhores ofertas de reservas girantes *up* e *down* e não-girante dos geradores, representadas por $\lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{U}}}$, $\lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{D}}}$ e $\lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{NS}}}$, respectivamente, ocorre por meio da minimização de RG:

$$\text{RG} = \sum_{t \in T} d_t \sum_{i \in I} \left(\lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{U}}} R_{Git}^{\text{U}} + \lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{D}}} R_{Git}^{\text{D}} + \lambda_{Git}^{\text{R}^{\text{NS}}} R_{Git}^{\text{NS}} \right), \quad (5.4)$$

em que R_{Git}^{U} , R_{Git}^{D} e R_{Git}^{NS} representam os montantes contratados de reservas girantes *up* e *down* e não-girante, respectivamente, do gerador i no período t .

O aceite das melhores ofertas de reservas girantes *up* e *down* dos consumidores, representadas por $\lambda_{Djt}^{\text{R}^{\text{U}}}$ e $\lambda_{Djt}^{\text{R}^{\text{D}}}$, respectivamente, ocorre por meio da minimização de RD:

$$\text{RD} = \sum_{t \in T} d_t \sum_{j \in J} \left(\lambda_{Djt}^{\text{R}^{\text{U}}} R_{Djt}^{\text{U}} + \lambda_{Djt}^{\text{R}^{\text{D}}} R_{Djt}^{\text{D}} \right), \quad (5.5)$$

em que R_{Djt}^{U} e R_{Djt}^{D} representam os montantes contratados de reservas girantes *up* e *down*, respectivamente, do consumidor j no período t .

Finalmente, tem-se a minimização da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga, ILS:

$$\text{ILS} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \sum_{t \in T} d_t \sum_{j \in J} V_{jt}^{\text{LOL}} p_{Djt\omega}^{\text{shed}}, \quad (5.6)$$

em que V_{jt}^{LOL} representa o valor do corte de carga, isto é, o valor da penalização econômica a ser paga pelo operador para cada MWh cortados involuntariamente do consumidor j no período t , e $p_{Djt\omega}^{\text{shed}}$ é a potência cortada involuntariamente do consumidor j no período t e cenário ω .

Ao observar a expressão ILS, dada por (5.6), e as expressões RG e RD, dadas por (5.4) e (5.5), respectivamente, nota-se que há uma relação antagônica entre o custo de contratação de reservas e a penalização econômica associada ao corte involuntário de

carga. Caso o operador opte por contratar montantes altos de reservas, as expressões RG e RD assumirão valores altos. Em contrapartida, o valor de ILS será baixo, uma vez que a quantidade de carga cortada involuntariamente será baixa. Por outro lado, caso o operador contrate um volume baixo de reservas, os termos RG e RG assumirão valores baixos. Entretanto, o valor de ILS será alto, pois a penalização a ser paga pelo operador em virtude dos cortes involuntários de carga será mais significativa. O balanço entre as expressões RG, RD e ILS é definido por dois fatores: i) pela probabilidade de ocorrência das falhas, π_ω , que levam aos cortes involuntários de carga e justificam a contratação de reservas; ii) pelo valor da penalização econômica, V_{jt}^{LOL} , que pondera o impacto dos cortes involuntários de carga na função objetivo.

5.2.2 Restrições de Primeiro Estágio

As restrições de primeiro estágio independem da realização de um cenário qualquer, e estão relacionadas a decisões que devem ser tomadas no momento do fechamento do mercado. Estas restrições são dadas por (5.7)–(5.20).

O equilíbrio entre geração e demanda deve ser respeitado em todas as barras do sistema:

$$\sum_{i:(i,n) \in M_{Gt0}} P_{Git} - \sum_{j:(j,n) \in M_D} P_{Djt} - \sum_{r:(n,r) \in \Lambda_{t0}} F_{nrt} = 0, \forall n \in N, \forall t \in T, \quad (5.7)$$

em que o fluxo linearizado nas linhas de transmissão é dado por:

$$F_{nrt} = P^{\text{base}} \left[\frac{1}{2} G_{nr} \sum_{l \in L} \alpha_l \theta_{lnrt}^B - B_{nr} (\theta_{nt} - \theta_{rt}) \right], \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T. \quad (5.8)$$

Ressalta-se que as variáveis P_{Git} e P_{Djt} representam os valores de geração e consumo, respectivamente, agendados, isto é, definidos no momento do fechamento do leilão. Estes valores podem não corresponder à geração e ao consumo em tempo real, dados por $p_{Git\omega}$ e $p_{Djt\omega}$, respectivamente, em função da ocorrência de alguma contingência.

De acordo com Conejo, Carrión e Morales (2010), a representação dos balanços nodais no primeiro estágio é desnecessária. Assim, no primeiro estágio os autores apenas garantem que a potência total gerada seja igual ao consumo total, em todos os períodos do horizonte. Entretanto, para o modelo proposto neste trabalho esta afirmação não é válida, uma vez que as perdas são consideradas. Por este motivo, impõem-se os balanços nodais também no primeiro estágio.

As restrições (5.8) definem os fluxos de potência considerando as perdas nas linhas de transmissão por meio da técnica proposta em Motto et al. (2002). Para a modelagem das perdas, as seguintes restrições são necessárias:

$$\theta_{nrt}^{\text{abs}} = \sum_{l \in L} \theta_{lnrt}^B, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (5.9)$$

$$\theta_{nrt}^{\text{abs}} = \theta_{nrt}^+ + \theta_{nrt}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (5.10)$$

$$\theta_{nt} - \theta_{rt} = \theta_{nrt}^+ - \theta_{nrt}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (5.11)$$

$$\theta_{lnrt}^B \leq \bar{\theta}_l, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T. \quad (5.12)$$

As restrições (5.9) definem o módulo da diferença angular como a soma dos blocos angulares. As restrições (5.10) e (5.11) estabelecem uma relação linear para o módulo da diferença angular, utilizando as variáveis auxiliares θ_{nrt}^+ e θ_{nrt}^- . As restrições (5.12) limitam os blocos angulares em seus valores superiores.

Os fluxos de potência devem ser limitados à capacidade das linhas, conforme (5.13):

$$-\bar{F}_{nr} \leq F_{nrt} \leq \bar{F}_{nr}, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T. \quad (5.13)$$

Nota-se que as restrições (5.7)–(5.13) são avaliadas para o conjunto “original” de geradores e linhas do sistema, isto é, considera a topologia do sistema antes da ocorrência de uma contingência.

A participação dos geradores e consumidores no mercado é restrita aos seus limites de geração, $\underline{P}_i$ e $\bar{P}_i$, e consumo, $\bar{P}_j$, respectivamente. Estes limites são impostos por (5.14) e (5.15):

$$\underline{P}_i U_{it} \leq P_{Git} \leq \bar{P}_i U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (5.14)$$

$$P_{Djt} \leq \bar{P}_j, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (5.15)$$

em que U_{it} é o estado das unidades geradoras para a situação pré-contingência.

Caso a demanda seja considerada inelástica, basta estabelecer que $P_{Djt} = \bar{P}_j, \forall j \in J$.

A potência mínima de um gerador a ser despachada no leilão é dada pelo limite superior do primeiro bloco de energia ofertado:

$$\underline{P}_i = \bar{P}_{Git1}, \forall i \in I, \forall t \in T.$$

De acordo com a premissa de um leilão no qual energia e reserva são simultaneamente negociados, o agendamento de reservas ocorre da seguinte maneira: se a unidade i encontra-se ligada ($U_{it} = 1$), esta pode fornecer reserva girante *up* e *down*. Caso contrário, ($U_{it} = 0$), esta unidade pode contribuir para o fornecimento de reserva não girante. O fornecimento de reserva por parte dos geradores é modelado por (5.16)–(5.18):

$$R_{Git}^U \leq \bar{R}_{Git}^U U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (5.16)$$

$$R_{Git}^D \leq \bar{R}_{Git}^D U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (5.17)$$

$$R_{Git}^{NS} \leq \bar{R}_{Git}^{NS} (1 - U_{it}), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.18)$$

Por outro lado, como as cargas estão sempre conectadas à rede, elas apenas fornecem reserva girante (*up* e *down*):

$$R_{Djt}^U \leq \bar{R}_{Djt}^U, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (5.19)$$

$$R_{Djt}^D \leq \bar{R}_{Djt}^D, \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (5.20)$$

Ressalta-se que os conceitos de reserva girante *up* e *down* estão associadas à reserva do sistema como um todo. Assim, a utilização de reserva girante *up* de uma carga consiste na redução de seu consumo, pois, neste caso, a reserva do sistema aumenta. Por outro lado, a utilização de reserva girante *down* de uma carga se traduz em um aumento do consumo, pois reduz a reserva do sistema.

5.2.3 Restrições de Segundo Estágio

Estas restrições modelam o funcionamento em tempo real do sistema e as características técnicas dos geradores, sendo avaliadas para todos os cenários de contingências.

O balanço de potência nodal e os limites nos fluxos de potência também devem ser modelados para os períodos pós-contingência. As restrições (5.21)–(5.27) modelam tais aspectos e são análogas às restrições (5.7)–(5.13).

$$\sum_{i:(i,n) \in M_{Gtw}} p_{Gitw} - \sum_{j:(j,n) \in M_D} (p_{Djtw} - p_{Djtw}^{\text{shed}}) - \sum_{r:(n,r) \in \Lambda_{tw}} f_{nrtw} = 0, \quad (5.21)$$

$$\forall n \in N, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$f_{nrtw} = P^{\text{base}} \left[\frac{1}{2} G_{nr} \sum_{l \in L} \alpha_l \theta_{lnrtw}^B - B_{nr} (\theta_{ntw} - \theta_{rtw}) \right], \quad (5.22)$$

$$\forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$\theta_{nrtw}^{\text{abs}} = \sum_{l \in L} \theta_{lnrtw}^B, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.23)$$

$$\theta_{nrtw}^{\text{abs}} = \theta_{nrtw}^+ + \theta_{nrtw}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.24)$$

$$\theta_{ntw} - \theta_{rtw} = \theta_{nrtw}^+ - \theta_{nrtw}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.25)$$

$$\theta_{lnrtw}^B \leq \bar{\theta}_l, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.26)$$

$$-\bar{F}_{nr} \leq f_{nrtw} \leq \bar{F}_{nr}, \forall (n, r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.27)$$

Nota-se que o conjunto das linhas de transmissão, Λ_{tw} , e o mapeamento dos geradores nas barras, G_{tw} , são contingentes aos cenários ω , uma vez que as contingências podem se traduzir em alterações na topologia do sistema de transmissão.

Nota-se também que as restrições (5.21) permitem cortes de carga, p_{Djtw}^{shed} . Conforme detalhado em Bouffard, Galiana e Conejo (2005a), o corte de carga não é previsto em modelos de leilão com restrições de segurança determinísticos, isto é, estes modelos buscam atender a demanda em sua totalidade em todos os cenários de contingência, o que pode tornar o problema infactível. Por outro lado, os modelos estocásticos, probabilísticos ou híbridos, consideram a probabilidade de ocorrência das contingências. Assim, montantes baixos de cortes de carga são permitidos desde que os eventos que levariam a estes cortes tenham baixa probabilidade de ocorrência e o decremento correspondente na função de bem-comum, que implica em uma aumento nos custos associados aos excedentes de geração e consumo, seja também baixo.

O corte de carga de um consumidor não deve ser maior que a potência consumida:

$$p_{Djtw}^{\text{shed}} \leq p_{Djtw}, \forall j \in J, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.28)$$

A potência gerada em tempo real também deve ser maior que o limite mínimo declarado:

$$p_{Gitw} \geq \underline{P}_i v_{itw}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.29)$$

em que v_{itw} é o estado das unidades geradoras.

Destaca-se que há duas variáveis binárias que representam o estado das unidades geradoras, U_{it} e v_{itw} . As variáveis U_{it} estão associadas ao estado das unidades no momento do fechamento do mercado. Já as variáveis v_{itw} estão associadas ao estado em tempo real das unidades. As variáveis U_{it} e v_{itw} tornam-se diferentes sempre que há implementação de reserva não-girante, que implica na alteração do estado das unidades.

Além disso, a potência gerada em tempo real é dada pela soma da potência aceita p_{Gitw} de cada um dos m blocos ofertados, conforme (5.30). As potências aceitas em cada bloco devem respeitar seus limites superiores, conforme (5.31):

$$p_{Gitw} = \sum_{m \in M} p_{Gitwm}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.30)$$

$$p_{Gitwm} \leq \bar{P}_{Gitm}, \forall m \in M, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.31)$$

O custo de partida das unidades geradoras também deve ser considerado:

$$C_{itw}^{\text{SU}} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.32)$$

$$C_{itw}^{\text{SU}} \geq \lambda_{Git}^{\text{SU}} [v_{itw} - v_{i(t-1)\omega}], \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.33)$$

As restrições (5.32) e (5.33) definem que o custo de partida das unidades geradoras deve ser zero ou deve ter um valor maior ou igual a $\lambda_{Git}^{\text{SU}}$. A natureza do problema de otimização, que busca minimizar o custo da operação no mercado do dia seguinte, garante que a variável C_{itw}^{SU} , que representa o custo de partida da unidade i , no período t e cenário ω , assumo o mínimo valor possível. Este valor será $\lambda_{Git}^{\text{SU}}$ caso haja uma partida, ou seja, $v_{itw} - v_{i(t-1)\omega} = 1$, e 0, caso contrário.

Como os geradores termelétricos, representados pelo conjunto C estão sujeitos a limites de rampa (partida, parada, subida e descida), eles nem sempre podem gerar a potência máxima declarada no leilão, $\bar{P}_c v_{itw}$. Nestes casos, a potência gerada é limitada pela potência máxima disponível, $\bar{p}_{Gctw}$, conforme restrições (5.34) e (5.35):

$$p_{Gctw} \leq \bar{p}_{Gctw}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.34)$$

$$\bar{p}_{Gctw} \leq \bar{P}_c v_{itw}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.35)$$

Os limites de rampa de partida (SU_c), parada (SD_c), subida (RU_c) e descida (RD_c) são impostos pelas restrições (5.36)–(5.40), utilizando-se a formulação descrita em Carrión e Arroyo (2006).

$$\begin{aligned} \bar{p}_{Gctw} \leq p_{Gc(t-1)\omega} + RU_c v_{c(t-1)\omega} + SU_c [v_{ctw} - v_{c(t-1)\omega}] + \bar{P}_c (1 - v_{ctw}), \\ \forall c \in C, \forall t \in \{2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\bar{p}_{Gc1\omega} \leq P_{c0} + RU_c U_{i0} + SU_c (v_{c1\omega} - U_{i0}) + \bar{P}_c (1 - v_{c1\omega}), \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.37)$$

$$\bar{p}_{Gctw} \leq \bar{P}_c v_{c(t+1)\omega} + SD_c [v_{ctw} - v_{c(t+1)\omega}], \forall c \in C, \forall t \in \{1, \dots, NT - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} p_{Gc(t-1)\omega} - p_{Gctw} \leq RD_c v_{ctw} + SD_c [v_{c(t-1)\omega} - v_{ctw}] + \bar{P}_c [1 - v_{c(t-1)\omega}], \\ \forall c \in C, \forall t \in \{2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$P_{i0} - p_{Gc1\omega} \leq RD_c v_{c1\omega} + SD_c (U_{i0} - v_{c1\omega}) + \bar{P}_c (1 - U_{i0}), \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.40)$$

As unidades geradoras termelétricas também devem respeitar um número mínimo de períodos em funcionamento, UT_c , considerando o tempo que estas unidades já ficaram ligadas nos períodos anteriores ao início do horizonte, G_c :

$$\sum_{t=1}^{G_c} (1 - v_{ctw}) = 0, \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=t}^{t+UT_c-1} v_{ckw} \geq UT_c [v_{ctw} - v_{c(t-1)\omega}], \\ \forall c \in C, \forall t \in \{G_c + 1, \dots, NT - UT_c + 1\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\sum_{k=t}^{NT} \left\{ v_{ck\omega} - \left[v_{ct\omega} - v_{c(t-1)\omega} \right] \right\} \geq 0, \quad (5.43)$$

$$\forall c \in C, \forall t \in \{NT - UT_c + 2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega.$$

Analogamente, tais unidades geradoras devem respeitar um número mínimo de períodos desligadas, DT_c , considerando o tempo que estas unidades já ficaram desligadas nos períodos anteriores ao início do horizonte, L_c :

$$\sum_{t=1}^{L_c} v_{ct\omega} = 0, \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.44)$$

$$\sum_{k=t}^{t+DT_c-1} (1 - v_{ck\omega}) \geq DT_c \left[v_{c(t-1)\omega} - v_{ct\omega} \right], \quad (5.45)$$

$$\forall c \in C, \forall t \in \{L_c + 1, \dots, NT - DT_c + 1\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$\sum_{k=t}^{NT} \left\{ 1 - v_{ck\omega} - \left[v_{c(t-1)\omega} - v_{ct\omega} \right] \right\} \geq 0, \quad (5.46)$$

$$\forall c \in C, \forall t \in \{NT - DT_c + 2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega.$$

A defluência das usinas hidrelétricas, u_{at} , seus limites, $\underline{U}_a$ e $\overline{U}_a$, e rampas, R_a , são definidos em (5.47)–(5.49):

$$u_{at\omega} = \sum_{h \in M_{at\omega}} q_{ht\omega} + s_{at\omega}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.47)$$

$$\underline{U}_a \leq u_{at\omega} \leq \overline{U}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.48)$$

$$u_{at\omega} - R_a \leq u_{a(t+1)\omega} \leq u_{at\omega} + R_a, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, NT - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.49)$$

em que A é o conjunto das usinas hidrelétricas, $M_{at\omega}$ é o conjunto das unidades geradoras hidrelétricas h da usina a disponíveis no período t e cenário ω , $q_{ht\omega}$ é o engolimento da unidade geradora hidrelétrica h e $s_{at\omega}$ é o vertimento da usina a no período t e cenário ω .

Nota-se nas restrições (5.47) que apenas os engolimentos das unidades geradoras disponíveis são considerados.

O vertimento e o volume, $x_{at\omega}$, devem ser limitados inferior e superiormente:

$$\underline{S}_a \leq s_{at\omega} \leq \overline{S}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.50)$$

$$\underline{X}_a \leq x_{at\omega} \leq \overline{X}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.51)$$

A meta, X_a^{Meta} , associada ao volume final dos reservatórios é definida por (5.52):

$$x_{aNT\omega} \geq X_a^{\text{Meta}}, \forall a \in A, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.52)$$

As restrições (5.52) constituem uma ferramenta de coordenação com o médio prazo, isto é, as metas de volume, cujos valores provêm de modelos de médio prazo, visam garantir que haja disponibilidade hídrica no futuro (BREGADIOLI et al., 2016).

A função que representa a cota de montante, z^F , é linearizada localmente em torno do ponto de operação inicial, X_a^0 , conforme Pereira et al. (2017):

$$z_{at\omega}^F = Z_a^{F0} + x_{at\omega} Z_a^{F1}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.53)$$

em que:

$$Z_a^{F0} = \frac{(\bar{X}_a - X_a) Z_a^F - (\bar{Z}_a^F - Z_a^F) X_a}{\bar{X}_a - \underline{X}_a}, \forall a \in A, \quad (5.54)$$

$$Z_a^{F1} = \frac{\bar{Z}_a^F - Z_a^F}{\bar{X}_a - \underline{X}_a}, \forall a \in A. \quad (5.55)$$

As restrições (5.56) definem as cotas de jusante, $z_{at\omega}^T$. Os coeficientes Z_a^{T0} e Z_a^{T1} são obtidos por meio do método dos mínimos quadrados (RUGGIERO; LOPES, 1997), conforme Pereira et al. (2017), utilizando-se o *software* MATLAB (MATLAB, 2010).

$$z_{at\omega}^T = Z_a^{T0} + u_{at\omega} Z_a^{T1}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.56)$$

A altura de queda líquida, $h_{ht\omega}^{\text{net}}$, é dada por (5.57). Como a altura de queda deve ser definida independentemente da ocorrência de uma contingência, utiliza-se sempre o mapeamento original das unidades hidrelétricas nas usinas:

$$h_{ht\omega}^{\text{net}} = z_{at\omega}^F - z_{at\omega}^T - v_{ht\omega} H_h^{\text{loss}}, \forall a \in A, \forall h \in M_{at0}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.57)$$

Conforme detalhado no Capítulo 2, a altura de perdas pode ser escrita de duas formas: como um valor constante ou como uma função proporcional ao quadrado da vazão turbinada da unidade geradora. No primeiro caso, a altura de perdas pode ser diretamente representada por H_h^{loss} . Já no segundo caso, a altura de perdas é uma função não-linear, que não pode ser diretamente inserida no modelo proposto. Assim, utiliza-se uma altura de perdas média, com base no Teorema do Valor Médio (FLEMMING; GONÇALVES, 1992), conforme ilustrado na Figura 5.1.

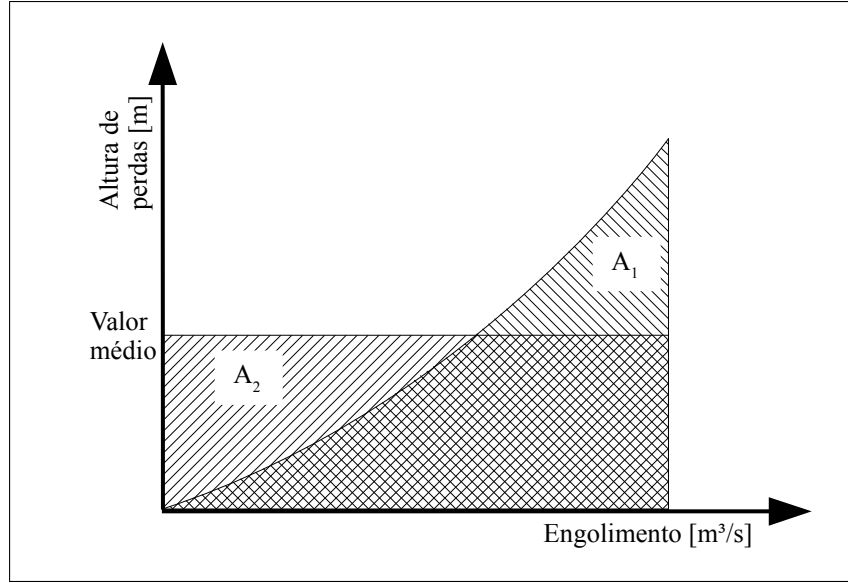
O valor da altura de perdas média, dado por H_a^{loss} é definido de modo que $A_1 = A_2$. A área A_1 é dada por:

$$A_1 = \int_0^{\bar{q}} h^{\text{loss}} dq \Leftrightarrow A_1 = \int_0^{\bar{q}} K^H q^2 dq \Leftrightarrow A_1 = K^H \frac{1}{3} \bar{q}^3. \quad (5.58)$$

A área A_2 é dada por:

$$A_2 = H^{\text{loss}} \bar{q}. \quad (5.59)$$

Figura 5.1 – Aproximação para a função de perdas hidráulicas.



Fonte: autoria própria.

Efetuando $A_1 = A_2$ e isolando H^{loss} , teremos:

$$H^{\text{loss}} = K^H \frac{1}{3} \bar{q}^2. \quad (5.60)$$

Generalizando, teremos:

$$H_h^{\text{loss}} = K_h^H \frac{1}{3} \bar{q}_h^2, \forall h \in H. \quad (5.61)$$

As equações de balanço hídrico, que definem a continuidade da água ao longo do horizonte, são dadas por (5.62). Estas restrições consideram o tempo de viagem da água, D_{wa} , a vazão lateral afluente aos reservatórios, Ψ_{at} e a defluência das usinas a montante, $\rho_{at\omega}$.

$$x_{at\omega} = x_{a(t-1)\omega} + 0,0036 (\Psi_{at} + \rho_{at\omega} - u_{at\omega}), \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.62)$$

em que:

$$\rho_{at\omega} = \begin{cases} \sum_{w \in W_a} u_{w(t-D_{wa})\omega}, & \text{se } t - D_{wa} \geq 1, \\ 0, & \text{se } t - D_{wa} < 1. \end{cases} \quad (5.63)$$

Como o modelo de PEMRSE proposto é um modelo de curto prazo, é desnecessária a consideração da evaporação da água nas restrições (5.62).

Conforme detalhado no Capítulo 2, a potência e o engolimento máximos disponíveis, $\bar{p}_{Ght\omega}$ e $\bar{q}_{ht\omega}$, respectivamente, são variáveis e dependem da altura de queda líquida atual em que a unidade está operando. Neste trabalho, os limites máximos do engolimento e da potência, dados por (2.12) e (2.15) são aproximados por funções lineares por meio do método dos mínimos quadrados. Desta forma, obtêm-se quatro curvas, que representam a limitação da turbina e do gerador para o engolimento e para a potência, conforme (5.64)–(5.67):

$$\bar{q}_{ht\omega} \leq \bar{Q}_h^{T^0} + h_{ht\omega} \bar{Q}_h^{T^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.64)$$

$$\bar{q}_{htw} \leq \bar{Q}_h^{G^0} + h_{htw} \bar{Q}_h^{G^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.65)$$

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq \bar{P}_h^{T^0} + h_{htw} \bar{P}_h^{T^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.66)$$

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq P_h^{\text{ef}} v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.67)$$

A Figura 5.2 ilustra o comportamento das restrições (5.64)–(5.67). Nota-se que, caso a altura de queda seja menor que a efetiva, as restrições (5.65) e (5.67) necessariamente estarão inativas, de modo que a potência e o engolimento máximos serão limitados por (5.64) e (5.66). Caso a altura de queda seja maior que a efetiva, as restrições (5.64) e (5.66) tornam-se inativas, de modo que a potência e o engolimento máximos passam a ser limitados por (5.65) e (5.67).

As restrições (5.68) garantem que o engolimento disponível assumirá 0 caso a unidade esteja desligada:

$$\bar{q}_{htw} \leq Q_h^{\text{ef}} v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.68)$$

As restrições (5.69) e (5.70) garantem que a potência e o engolimento não ultrapassem seus respectivos valores máximos disponíveis:

$$p_{htw} \leq \bar{p}_{Ghtw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.69)$$

$$q_{htw} \leq \bar{q}_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.70)$$

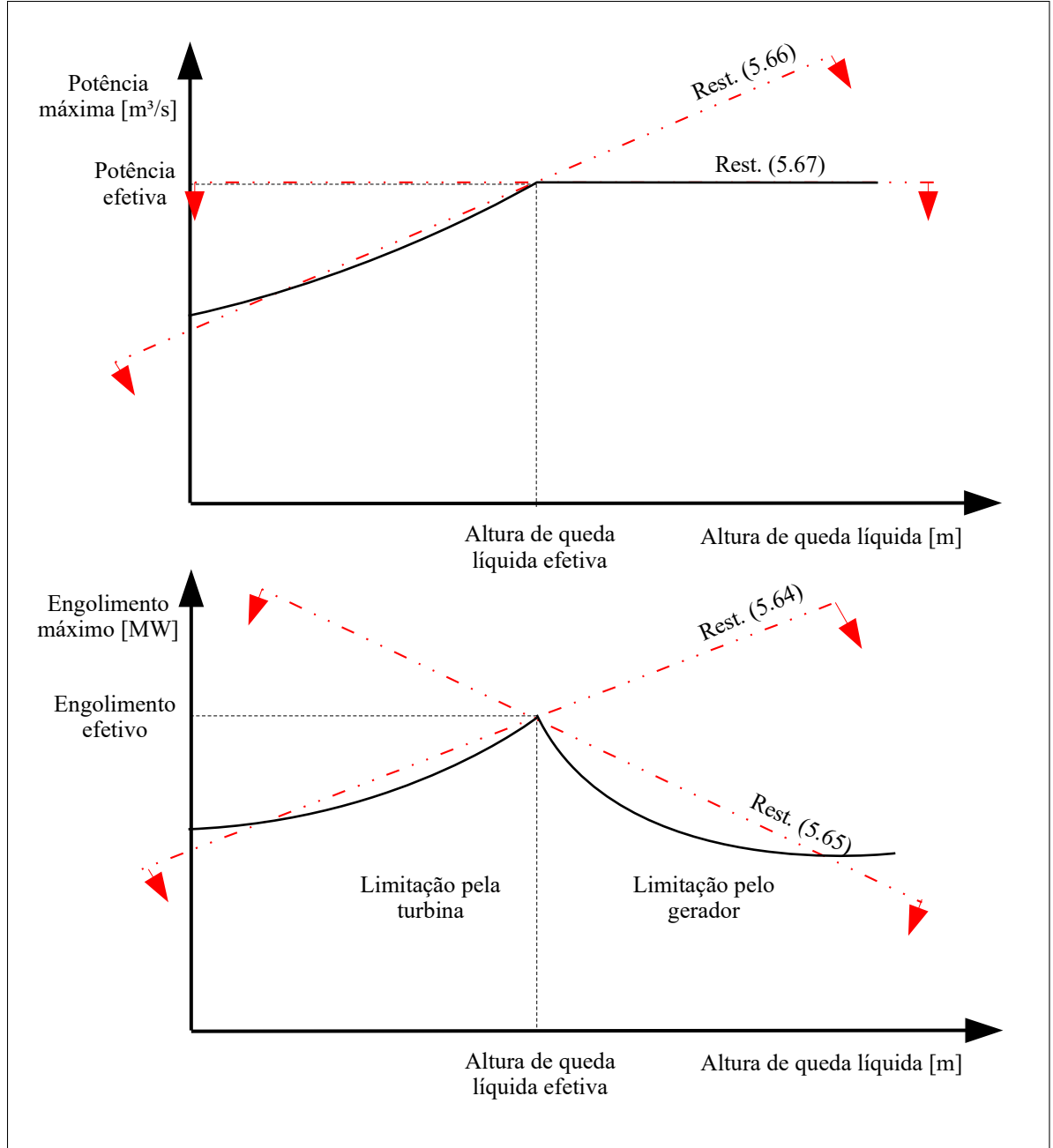
A potência máxima das unidades hidrelétricas não deve ultrapassar o valor máximo declarado no leilão:

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq \bar{P}_h v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.71)$$

Nota-se na restrição (5.71) que a potência máxima disponível é 0 caso a unidade esteja desligada.

A função de produção hidráulica, conforme exposto no Capítulo 2, é uma função não linear da altura de queda líquida e do engolimento da usina. Existem na literatura muitas técnicas para representar esta função por meio de uma formulação linear inteira-mista, como Pereira et al. (2017), Conejo et al. (2002) e Li et al. (2014). Entretanto, estas técnicas demandam o uso de variáveis binárias extras, além das variáveis de estado, o que, de modo geral, torna seu uso proibitivo em modelos de PEMRSE, devido às dimensões de tais modelos. Neste trabalho, propõe-se uma técnica de representação da função de produção baseada nos envelopes de McCormick (DOMBROWSKI, 2017), detalhada no Apêndice C, que explora o aspecto bilinear da função (2.18). Esta formulação fornece limitantes inferiores e superiores para o produto bilinear, $h_{htw}^{\text{net}} q_{htw}$. Quanto melhores forem os limitantes das variáveis associadas ao produto, mais precisa a aproximação.

Figura 5.2 – Representação gráfica das restrições referentes à potência e ao engolimento máximos.



Fonte: autoria própria.

Os limitantes inferiores e superiores, H_h^L e H_h^U , respectivamente, para a altura de queda líquida podem ser calculados da seguinte forma:

$$H_h^L = z^F(\underline{X}_a) - z^T(\overline{U}_a) - H_h^{\text{loss}}, \forall a \in A, h \in M_{at0}, \quad (5.72)$$

$$H_h^U = z^F(\overline{X}_a) - z^T(\underline{U}_a) - H_h^{\text{loss}}, \forall a \in A, h \in M_{at0}. \quad (5.73)$$

Já os limitantes inferiores e superiores, Q_h^L e Q_h^U , respectivamente, para o engolimento são dados por:

$$Q_h^L = \frac{P_h}{k_h H^U}, \forall h \in H, \quad (5.74)$$

$$Q_h^U = \min \left\{ \frac{P_h^{\text{ef}}}{k_h H^L}, Q_h^{\text{ef}} \right\}, \forall h \in H. \quad (5.75)$$

As restrições (5.76)–(5.79) definem matematicamente a técnica utilizada:

$$p_{Ghtw} \geq k_h \left[Q_h^L h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^L - Q^L H_h^L - (1 - v_{htw}) M_h^{\text{big}} \right], \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (5.76)$$

$$\forall \omega \in \Omega,$$

$$p_{Ghtw} \geq k_h \left(Q_h^U h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^U - Q^U H_h^U \right), \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.77)$$

$$p_{Ghtw} \leq k_h \left(Q_h^U h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^L - Q^U H_h^L \right), \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.78)$$

$$p_{Ghtw} \leq k_h \left[q_{htw} H_h^U + Q^L h_{htw}^{\text{net}} - Q^L H_h^U + (1 - v_{htw}) M_h^{\text{big}} \right], \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (5.79)$$

$$\forall \omega \in \Omega.$$

em que M_h^{big} é um parâmetro do tipo “M-grande” necessário para que as restrições sejam desativadas caso a unidade esteja desligada e é dado por:

$$M_h^{\text{big}} = Q_h^L (H_h^U - H_h^L), \forall h \in H. \quad (5.80)$$

Caso a unidade esteja ligada, as restrições (5.76) e (5.77) fornecerão limitantes inferiores, ao passo que as restrições (5.78) e (5.79) fornecerão limitantes superiores à potência. Caso a unidade esteja desligada, ter-se-á $p_{Ghtw} = q_{htw} = 0$ e, devido à presença do termo M_h^{big} , a altura de queda líquida será canalizada por H_h^L e H_h^U , desativando as restrições (5.76)–(5.79).

Com o intuito de ilustrar a técnica proposta, segue um exemplo ilustrativo.

Exemplo 5.1. Uma unidade geradora da usina hidrelétrica de Barra Bonita, que possui produtividade específica de 0,008633 MW/m³/s/m, opera de modo que possui os seguintes limitantes:

$$H^L = 17,7842 \text{ m};$$

$$H^U = 21,7991 \text{ m};$$

$$Q^L = 13,027 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q^U = 132,8436 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Neste caso, o parâmetro M^{big} será dado por:

$$M^{\text{big}} = 13,027 \times (21,7991 - 17,7842) = 52,3021.$$

Caso 1: Unidade ligada. Em um dado período do dia, esta unidade opera com um engolimento de 132,82 m³/s e uma altura de queda líquida de 20,18 m.

Neste caso, como o estado, v , da unidade assume o valor 1, o termo referente ao M-grande nas restrições (5.76) e (5.79) desaparece e as restrições (5.76)–(5.79) tornam-se:

$$\begin{aligned} p_G \geq 0,008633 (13,027 \times 20,18 + 132,82 \times 17,7842 - 13,027 \times 17,7842) &\Leftrightarrow \\ p_G \geq 20,6614 \text{ MW}, \end{aligned} \quad (5.81)$$

$$\begin{aligned} p_G \geq 0,008633 (132,8436 \times 20,18 + 132,82 \times 21,7991 - 132,8436 \times 21,7991) &\Leftrightarrow \\ p_G \geq 23,1387 \text{ MW}, \end{aligned} \quad (5.82)$$

$$\begin{aligned} p_G \leq 0,008633 (132,8436 \times 20,18 + 132,82 \times 17,7842 - 132,8436 \times 17,7842) &\Leftrightarrow \\ p_G \leq 23,1396 \text{ MW}, \end{aligned} \quad (5.83)$$

$$\begin{aligned} p_G \leq 0,008633 (132,82 \times 21,7991 + 13,027 \times 20,18 - 13,027 \times 21,7991) &\Leftrightarrow \\ p_G \leq 24,8135 \text{ MW}. \end{aligned} \quad (5.84)$$

Através das restrições (5.81)–(5.84), observa-se que a potência assumirá um valor entre 23,1387 e 23,1396 MW. A potência real pode ser calculada por meio da equação (2.18):

$$p_G = 0,008633 \times 20,18 \times 132,82 = 23,1391 \text{ MW}. \quad (5.85)$$

Portanto, o erro máximo obtido por meio desta técnica de linearização para este ponto de operação da unidade geradora será dado por:

$$\text{erro}_{p_G} = \max \left\{ \frac{23,1391 - 23,1387}{23,1391}; \frac{23,1396 - 23,1391}{23,1391} \right\} = 2,16 \times 10^{-3}\%. \quad (5.86)$$

Caso 2: Unidade desligada. Neste caso o estado da unidade, a potência e o engolimento serão 0 e as restrições (5.76)–(5.79) resumir-se-ão a:

$$\begin{aligned} 0 \geq 0,008633 (13,027 \times h^{\text{net}} + 0 \times 17,7842 - 13,027 \times 17,7842 - 52,3021) &\Leftrightarrow \\ h^{\text{net}} \leq 21,7991 \text{ m}, \end{aligned} \quad (5.87)$$

$$\begin{aligned} 0 \geq 0,008633 (132,8436 \times h^{\text{net}} + 0 \times 21,7991 - 132,8436 \times 21,7991) &\Leftrightarrow \\ h^{\text{net}} \leq 21,7991 \text{ m}, \end{aligned} \quad (5.88)$$

$$\begin{aligned} 0 \leq 0,008633 (132,8436 \times h^{\text{net}} + 0 \times 17,7842 - 132,8436 \times 17,7842) &\Leftrightarrow \\ h^{\text{net}} \geq 17,7842 \text{ m}, \end{aligned} \quad (5.89)$$

$$\begin{aligned} 0 \leq 0,008633 (0 \times 21,7991 + 13,027 \times h^{\text{net}} - 13,027 \times 21,7991 + 52,3021) &\Leftrightarrow \\ h^{\text{net}} \geq 17,7842 \text{ m}. \end{aligned} \quad (5.90)$$

Nota-se que as restrições (5.87)–(5.90) são desativadas caso a unidade esteja desligada, isto é, permitem que a altura de queda líquida assuma qualquer valor entre seus limitantes inferior e superior.

□

5.2.4 Restrições de Ligação

Estas restrições relacionam as decisões de primeiro e segundo estágios por meio da implementação das reservas fornecidas por geradores e cargas.

A potência gerada em tempo real pelas unidades geradoras resultam da potência agendada para o mercado acrescida e subtraída das reservas implementadas para acomodar as falhas do sistema:

$$p_{Git\omega} = P_{Git} + r_{Git\omega}^U + r_{Git\omega}^{NS} - r_{Git\omega}^D, \forall i \in G_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.91)$$

em que $r_{Git\omega}^U$, $r_{Git\omega}^{NS}$ e $r_{Git\omega}^D$ representam os montantes implementados pelos geradores de reservas girante *up*, girante *down* e não-girante, respectivamente.

Uma decomposição análoga pode ser realizada para as cargas:

$$p_{Djt\omega} = P_{Djt} + r_{Djt\omega}^D - r_{Djt\omega}^U, \forall j \in J, t \in T, \omega \in \Omega, \quad (5.92)$$

em que $r_{Djt\omega}^D$ e $r_{Djt\omega}^U$ representam os montantes implementados pelas cargas de reservas girantes *down* e *up*, respectivamente.

Os montantes de reservas que os geradores podem implementar em decorrência de uma contingência são limitados pelos montantes contratados, estabelecidos para o fechamento do mercado (primeiro estágio). As restrições (5.93)–(5.95):

$$r_{Git\omega}^D \leq R_{Git}^D, \forall i \in I, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.93)$$

$$r_{Git\omega}^U \leq R_{Git}^U, \forall i \in I, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.94)$$

$$r_{Git\omega}^{NS} \leq R_{Git}^{NS}, \forall i \in I, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.95)$$

Similarmente, os montantes de reservas que podem ser implementados pelas cargas são dados por (5.96) e (5.97):

$$r_{Djt\omega}^D \leq R_{Djt}^D, \forall j \in J, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.96)$$

$$r_{Djt\omega}^U \leq R_{Djt}^U, \forall j \in J, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.97)$$

5.2.5 Restrições de Não-Antecipação

Este conjunto de restrições garante que nenhuma medida corretiva seja praticada em períodos e cenários anteriores à ocorrência de uma contingência. Caracterizam medidas corretivas implementação de reservas, cortes de carga, alterações no estado das unidades geradoras e operações hidráulicas distintas entre cenários, conforme (5.98)–(5.108):

$$r_{Git\omega}^D = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.98)$$

$$r_{Git\omega}^U = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.99)$$

$$r_{Git\omega}^{NS} = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.100)$$

$$r_{Djt\omega}^D = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.101)$$

$$r_{Djt\omega}^U = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.102)$$

$$p_{Djt\omega}^{\text{shed}} = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.103)$$

$$v_{it\omega} = U_{it}, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.104)$$

$$q_{ht\omega_1} = q_{ht\omega_2}, \forall h \in H, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega. \quad (5.105)$$

$$s_{at\omega_1} = s_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (5.106)$$

$$x_{at\omega_1} = x_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (5.107)$$

$$u_{at\omega_1} = u_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (5.108)$$

As restrições (5.107) e (5.108) são redundantes, uma vez que as únicas variáveis das quais o volume e a defluência dependem são o engolimento e o vertimento, cujas condições de não-antecipação são representadas por (5.105) e (5.106), respectivamente. Entretanto, a inserção destas restrições torna a formulação matemática do modelo proposto mais forte e permite que o pacote de otimização utilizado na resolução do modelo efetue um pré-processamento mais eficiente, isto é, reduza mais significativamente o número de linhas e colunas da matriz de restrições do problema.

5.2.6 Tipos das Variáveis

As variáveis utilizadas no modelo de leilão proposto são declaradas como se segue:

$$P_{Git}, R_{Git}^D, R_{Git}^U, R_{Git}^{NS} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (5.109)$$

$$P_{Djt}, R_{Djt}^D, R_{Djt}^U \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (5.110)$$

$$\theta_{nrt}^+, \theta_{nrt}^-, \theta_{nrt}^{\text{abs}} \geq 0, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (5.111)$$

$$\theta_{lnrt}^B \geq 0, \forall l \in L, (n,r) \in \Lambda_{t0}, t \in T, \quad (5.112)$$

$$\theta_{nt}, P_{nt}^{\text{inj}} \text{ irrestritos}, \forall n \in N, \forall t \in T, \quad (5.113)$$

$$F_{nrt} \text{ irrestrito}, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (5.114)$$

$$U_{it} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (5.115)$$

$$p_{Git\omega}, \bar{p}_{Git\omega}, r_{Git\omega}^D, r_{Git\omega}^U, r_{Git\omega}^{\text{NS}} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.116)$$

$$p_{Git\omega m} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M_{it}, \quad (5.117)$$

$$p_{Djt\omega}, p_{Djt\omega}^{\text{shed}}, r_{Djt\omega}^D, r_{Djt\omega}^U \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.118)$$

$$\theta_{nrt\omega}^+, \theta_{nrt\omega}^-, \theta_{nrt\omega}^{\text{abs}} \geq 0, \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.119)$$

$$\theta_{lnrt\omega}^B \geq 0, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.120)$$

$$q_{ht\omega}, \bar{q}_{ht\omega} \geq 0, \forall H \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.121)$$

$$s_{at\omega}, u_{at\omega}, x_{at\omega}, z_{at\omega}^F, z_{at\omega}^T, h_{at\omega}^{\text{net}} \geq 0, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.122)$$

$$\theta_{nt\omega}, P_{nt\omega}^{\text{inj}} \text{ irrestritos}, \forall n \in N, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.123)$$

$$f_{nrt\omega} \text{ irrestrito}, \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.124)$$

$$C_{it\omega}^{\text{SU}} \text{ irrestrito}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (5.125)$$

$$v_{it\omega} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (5.126)$$

5.3 Preços de Energia e Reservas

Tradicionalmente, associa-se um valor fixo para os montantes a serem gerados de energia e reservas, como os trabalhos de Aganagic, Abdul-Rahman e Waight (1998), Alvey et al. (1998) e Cheung et al. (2000). Assim, no modelo de otimização existe uma restrição de atendimento destes montantes, que fornece um multiplicador de Lagrange que pode ser utilizado como preço deste produto. Entretanto, modelos estocásticos não possuem valores pré-fixados para as reservas e tais restrições inexistem. Além disso, quando os fluxos de potência nas linhas atingem seus limites, a associação de um tipo de reserva (girantes *up* e *down* e não-girante) a um tipo específico de contingência não é mais possível. Como exemplo, pode-se ilustrar uma situação em que algumas linhas encontram-se congestionadas e ocorre a falha de um gerador. Neste caso, alguns dos geradores remanescentes irão aumentar sua geração, portanto utilizarão reserva girante *up* e outros irão diminuir, utilizando reserva girante *down*.

Com base no exemplo descrito no parágrafo anterior, Arroyo e Galiana (2005) argumentam que não é possível o estabelecimento de preços distintos para energia e reservas, apenas dois serviços podem ser precificados: segurança e energia. Assim, todos os serviços de reserva fornecidos são negociadas ao preço da segurança. O preço da segurança, por barra e por período, é determinado pela soma dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de balanço nodal pós-contingência, $\mu_{nt\omega}^S$:

$$\lambda_{nt}^S = \sum_{\omega \in \Omega} \mu_{nt\omega}^S, \forall n \in N, t \in T. \quad (5.127)$$

Já o preço da energia, por barra e por período, é definido como a soma dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de balanço nodal pré-contingência, μ_{nt}^E , com o preço da segurança:

$$\lambda_{nt}^E = \mu_{nt}^E + \lambda_{nt}^S, \forall n \in N, t \in T. \quad (5.128)$$

5.4 Estratégia de Solução para Problemas de Grande Porte

O modelo de PEMRSE proposto possui dois inconvenientes que devem ser considerados ao aplicá-lo a problemas de grande porte: i) a presença de variáveis de estado de primeiro e segundo estágio, U_{it} e $v_{it\omega}$, respectivamente, leva a um grande número de variáveis inteiras, o que pode tornar custoso o processo de ramificação; ii) as restrições associadas à geração hidrelétrica, especialmente aquelas que relacionam aspectos elétricos e hidrológicos (função de produção hidráulica e potência e engolimento máximos disponíveis) tornam os problemas relaxados muito difíceis de serem resolvidos. Estes dois motivos podem inviabilizar a resolução direta do modelo por meio de um pacote de otimização em um tempo computacional aceitável.

Para resolver o inconveniente relacionado ao número de variáveis inteiras, adota-se a estratégia utilizada por Bouffard, Galiana e Conejo (2005b) e em Conejo, Carrión e Morales (2010), que consiste na desconsideração da reserva não-girante e, conseqüentemente, em uma redução no número de variáveis binárias, uma vez que apenas a variável binária U_{it} passa a ser utilizada.

Já para lidar com a dificuldade de resolução dos problemas relaxados, propõe-se a seguinte estratégia. Inicialmente, resolve-se o problema inteiro-misto sem as restrições associadas à geração hidrelétrica (Etapa 1), isto é, ignoram-se todos os aspectos associados à hidrologia, considerando como únicas restrições dos geradores hidrelétricos os limites mínimos e máximos de geração, declarados no leilão. Em seguida, as variáveis binárias são fixadas nos valores ótimos obtidos na Etapa 1 e as restrições hidráulicas são inseridas no modelo, obtendo-se um modelo linear sem variáveis binárias (Etapa 2).

Matematicamente, a estratégia de solução proposta consiste na resolução de um problema de programação linear inteiro-misto com um número reduzido de variáveis e restrições na Etapa 1 e, na Etapa 2, na resolução do modelo completo, porém linear, uma vez que as variáveis inteiras são fixadas nos valores ótimos obtidos na Etapa 1. Adota-se o pacote de otimização CPLEX (IBM, 2017). As configurações padrão deste pacote de otimização tendem a ser ineficientes na resolução dos problemas das etapas 1 e 2. O problema da Etapa 1 consiste em um problema de programação linear inteira-mista, de modo que um algoritmo de *Branch-and-Cut* é utilizado. Como o método de pontos interiores disponível no pacote (método da Barreira de Newton) não possui estratégias de *warm-start*¹, utiliza-se o método dual-simplex para a solução dos problemas relaxados. Por outro lado, na Etapa 2 tem-se um problema de programação linear que pode ser eficientemente resolvido por este método de pontos interiores. O algoritmo de *cross-over*² pode ser desativado, uma vez que este pode ser computacionalmente custoso e uma solução básica não é essencial para esta etapa.

Na prática, a utilização desta estratégia se traduz na resolução de um modelo de leilão termelétrico na Etapa 1 e de um ajuste na solução deste leilão na Etapa 2, por meio da resolução de um problema de despacho hidrotérmico.

Cabe salientar a diferença entre os termos “cenário” e “etapa”. Os cenários estão associados à estrutura estocástica na qual o modelo proposto baseia-se. Já o termo “etapa” refere-se somente ao processo de decomposição relativo à estratégia de solução proposta.

¹ Estratégias de *warm-start* são técnicas que permitem a utilização da solução ótima de um nó como ponto de partida para a resolução do nó subsequente.

² O algoritmo de *cross-over* é baseado no método simplex e é executado após a convergência do método da Barreira de Newton para fornecer uma solução básica, uma vez que este método fornece apenas os vetores de variáveis primais e duais na solução ótima, isto é, fornece uma solução não-básica.

6 Resultados Numéricos

Neste capítulo o modelo de equilíbrio de mercado com restrições de segurança estocásticas apresentado no Capítulo 5 é aplicado a um sistema elétrico de três barras e ao sistema elétrico IEEE 24 barras. Utilizou-se o pacote computacional de otimização CPLEX em interface com a plataforma IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* versão 12.7 (IBM, 2017).

Todos os testes apresentados, tanto para o sistema de três barras quanto para o sistema de 24 barras foram executados em um computador *desktop* equipado com 16 GB de memória RAM e processador Intel i7 6700 com frequência de *clock* de 3.4 GHz e oito núcleos lógicos.

6.1 Sistema de Três Barras

Utiliza-se o sistema de Três barras apresentado na Figura 4.1, utilizado no Exemplo 4.2.

Este estudo de caso compreende 12 períodos de 2 h. O gerador 1 é uma unidade termelétrica (numerada como unidade 1) e os geradores 2 e 3 são as usinas hidrelétricas de Barra Bonita (quatro unidades geradoras, numeradas de 2 a 5) e de Bariri (três unidades geradoras, numeradas de 6 a 8), respectivamente, que são conectadas por meio de um rio (Rio Tietê). A usina de Bariri está a jusante da usina de Barra Bonita. As contingências consideradas são a falha de uma unidade geradora da usina de Bariri e a queda da linha 3, que liga as barras 2 e 3. Como uma falha pode ocorrer em cada um dos 12 períodos, ela se traduz em 12 cenários. Assim, considerando o cenário em que nenhuma contingência ocorre, o total de cenários é $1 + 2 \times 12 = 25$. A falha da unidade geradora corresponde aos cenários $\omega = 1, \dots, 12$, e a queda da linha corresponde aos cenários $\omega = 13, \dots, 24$. As probabilidades de falha são conhecidas e valem $\pi_\omega = 0,0025, \forall \omega \in \{1, \dots, 12\}$, e $\pi_\omega = 0,00166, \forall \omega \in \{13, \dots, 24\}$. Assim, a probabilidade de que nenhuma contingência ocorra ao longo do horizonte é $\pi_0 = 1 - \sum_{\omega=1}^{24} \pi_\omega = 0,95$. Por simplicidade, considera-se que o tempo de viagem da água entre as usinas de Barra Bonita e Bariri é de 2 h, isto é, um período.

Assume-se que as três linhas do sistema possuem capacidade de transmitir até 100 MW, resistência de 0,055 pu e reatância de 0,13 pu. A potência base utilizada é 41 MW.

A Tabela 6.1 apresenta os lances (montante e preços) dos geradores no leilão para energia (ofertados em 1 bloco), reservas girante e reserva não-girante. O montante ofertado pela usina de Barra Bonita é de 100 MW, que é menor que sua potência efetiva devido ao baixo nível do reservatório desta usina, que impede a geração de sua capacidade total ao

longo do dia. A potência mínima ofertada pela unidade termelétrica é de 10 MW e pelas unidades hidrelétricas é de 2 MW.

Tabela 6.1 – Lances dos geradores no leilão (Montante [MW]/Preço [\$/MWh]) e lance de partida [\$].

Unidade i	λ_{Gitm}	$\lambda_{Git}^{R^U}$	$\lambda_{Git}^{R^D}$	$\lambda_{Git}^{R^{NS}}$	$\lambda_{Git}^{R^{SU}}$
1	100/25,00	90/5,00	90/5,00	100/5,50	100,00
2–5	25/21,00	23/7,00	23/7,00	25/11,00	105,00
6–8	48/20,00	46/6,00	46/6,00	48/10,00	144,00

A Tabela 6.2 apresenta os dados referentes aos reservatórios das usinas de Barra Bonita (usina 1) e Bariri (usina 2). Estes dados são baseados no relatório OPHEN (ONS, 2016) do dia 16/05/2016. Assume-se que a vazão lateral aos reservatórios, Ψ_a , é constante ao longo do dia. A meta de volume da usina de Bariri corresponde ao seu volume mínimo pois esta usina possui um reservatório a fio d'água e não possui capacidade de regularização de médio e longo prazos.

Tabela 6.2 – Dados associados às usinas hidrelétricas.

Usina a	X_{a0} [hm ³]	$\bar{X}_a$ [hm ³]	$\underline{X}_a$ [hm ³]	$\bar{U}_a$ [m ³ /s]	$\underline{U}_a$ [m ³ /s]	$\bar{S}_a$ [m ³ /s]	$\underline{S}_a$ [m ³ /s]	R_a [m ³ /s/h]	Ψ_a [m ³ /s]	X_a^{Meta} [hm ³]
1	2453	2468	2280	2000	76	2000	76	150	167	2430
2	512	543	482	1520	0	1520	0	126	12	482

A Tabela 6.3 apresenta os dados referentes às unidades geradoras hidrelétricas. Estes dados são baseados no banco de dados HydroData (HydroByte, 2017). Todas as unidades geradoras hidrelétricas utilizadas possuem altura de perdas proporcional ao quadrado de seu engolimento, de modo que a altura de perdas constante equivalente foi obtida por meio da equação (5.61).

Tabela 6.3 – Dados associados às unidades geradoras hidrelétricas.

Unidade h	P_h^{ef} [MW]	Q_h^{ef} [m ³ /s]	H_h^{ef} [m]	k_h [MW/m ³ /s/m]	K_h^H
2–5	35	189	21,4	0,008633	$2,1 \times 10^{-5}$
6–8	48	257	22,1	0,008437	$9,475 \times 10^{-6}$

A unidade geradora termelétrica possui limites de rampa de 20 MW/período e mínimos tempo de funcionamento e desligamento de 2 períodos.

A carga conectada à barra 3 possui demanda inelástica conforme Tabela 6.4 e está disposta a ter 10% do seu consumo reduzido ou elevado ao custo de \$70,00/MWh. Para cortes de carga superiores a este valor, a penalização econômica a ser paga pelo operador, V^{LOL} , é de \$1000,00/MWh.

Utilizando o sistema de três barras descrito na seção anterior, foram realizadas as seguintes análises:

Tabela 6.4 – Demanda por período.

Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demanda [MW]	30	110	130	220	165	190	225	110	160	230	130	60

1. Estudo do caso base: análise do despacho e dos preços fornecidos, bem como da qualidade das técnicas de linearização utilizadas e dos aspectos computacionais;
2. Impacto da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga;
3. Impacto da intensidade da meta aplicada ao volume dos reservatórios;
4. Qualidade da técnica de resolução proposta.

Como o sistema de três barras possui pequeno porte e não é custoso computacionalmente, este foi resolvido de maneira direta, isto é, a estratégia de resolução proposta na seção 5.4 não foi utilizada nos testes apresentados nas seções de 6.1.1 a 6.1.3.

6.1.1 Caso Base

Ao aplicar o modelo de PEMRSE proposto ao sistema de potência descrito na seção anterior, obtém-se uma função objetivo de \$78002,2, que representa o custo esperado da operação. Ressalta-se que a função objetivo inclui custos de partida, de contratação de energia e de reservas e a penalização econômica associada ao corte involuntário de cargas.

A Tabela 6.5 fornece a programação de geração e consumo fornecida pelo modelo de leilão proposto no Capítulo 5 para o sistema elétrico de três barras.

Tabela 6.5 – Programação de geração e consumo. Valores em MW.

Período	P_{Git}			R_{Git}^U			R_{Djt}^U	R_{Git}^D			R_{Djt}^D	R_{Git}^{NS}		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	L1	G1	G2	G3	L1	G1	G2	G3
1	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	19,7	90,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	10	28,9	92,2	2,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	10	85,9	130,3	22,3	2,1	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0
5	10	62,5	96,1	6,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	18,4	76,9	100,4	11,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	10	88,2	133,3	40	7,1	1,8	0	0	0	0	0	0	0	0
8	14,4	9,5	86,6	15,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	30	39,2	93,7	4,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	10	94,3	133,0	44,4	0,9	2,1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	10	11,9	108,5	24,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	10	0	50,2	4,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

É observável na Tabela 6.5 que as unidades geradoras da usina de Bariri (G3) foram despachadas durante todo o horizonte e foram responsáveis pela maior fatia do atendimento da demanda. Este resultado é esperado, uma vez que estas unidades ofertaram os melhores lances de energia no leilão. Nota-se também que a unidade termelétrica foi pouco aproveitada pelo operador, devido à baixa qualidade dos seus lances de energia.

Entretanto, por ter fornecido os melhores lances de reserva, a maior parte da reserva girante *up* contratada pelo operador foi proveniente desta unidade. Finalmente, nota-se que não houve contratação de reservas girante *down* e não-girante e de nenhum serviço de reserva fornecida pela carga, devido ao seu alto custo.

A Tabela 6.6 fornece os cortes de carga involuntários por cenário e por período. Nota-se que os montantes mais significativos de cortes involuntários de carga ocorrem nos períodos de maior demanda, 4, 7 e 10.

Tabela 6.6 – Cortes involuntários de carga [MWh].

Cenário	Período											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	17,6	0	0	0,6	0	0	1,9	0	0
2	0	0	0	17,6	0	0	0,6	0	0	1,9	0	0
3	0	0	0	17,6	0	0	0,6	0	0	1,9	0	0
4	0	0	0	19,7	0	0	0,7	0	0	1,9	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0,8	0	0	2,1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0,8	0	0	2,1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	11,2	0	0	2,2	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,4	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,4	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6,2	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0,6	0	0	0	0	2,0	0	0	7,4	0	0
14	0	0,6	0	0	0	0	2,0	0	0	7,4	0	0
15	0	0	0	0,1	0	0	2,0	0	0	7,4	0	0
16	0	0	0	0,1	0	0	2,0	0	0	7,4	0	0
17	0	0	0	0	0	0	2,0	0	0	7,4	0	0
18	0	0	0	0	0	0	2,1	0	0	7,4	0	0
19	0	0	0	0	0	0	2,1	0	0	7,4	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,4	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,4	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,4	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Por meio da equação (4.8), conclui-se que a ELNS para este caso vale 0,86 MWh. Entretanto, estes cortes de carga são devidos apenas a razões econômicas, uma vez que não há limitações técnicas para o atendimento total da demanda. A baixa probabilidade de ocorrência das falhas leva o operador a relaxar as medidas preventivas com o objetivo de diminuir os custos associados à contratação de reservas, sem alterar significativamente a confiabilidade do sistema. De fato, a energia não entregue involuntariamente corresponde a apenas 0,0244% do consumo total durante o horizonte.

Para que o modelo de leilão proposto pudesse ser formulado como um problema de PLIM, algumas funções relativas à geração hidrelétrica foram formuladas linearmente. Assim, é importante analisar a qualidade de tais formulações. A Tabela 6.7 apresenta os erros percentuais médios obtidos por meio das técnicas de linearização utilizadas para as cotas de montante e jusante para as duas usinas hidrelétricas estudadas. Ressalta-se que a cota de montante foi formulada linearmente por meio de uma linearização local em torno

do ponto inicial de operação (volume inicial) e a cota de jusante foi linearizada por meio do método dos mínimos quadrados.

Observa-se que os erros obtidos para as cotas de montante e jusante são bastante baixos. O erro referente à cota de jusante é maior pois esta curva é linearizada de maneira mais simplista, entretanto, também é bastante satisfatório, mantendo-se abaixo de 0,02%.

Tabela 6.7 – Erros percentuais médios obtidos para as cotas de montante e jusante.

Usina a	Cota de montante	Cota de jusante
1	0,0068	0,0175
2	0,0035	0,0119

Tabela 6.8 – Erros percentuais médios obtidos para engolimento e para os limites de potência e engolimento disponíveis devidos à turbina.

Unidade h	Engolimento	Pot. máx. lim. turb.	Eng. máx. lim. turb.
2	0,97	1,29	0,11
3	1,55	1,63	0,08
4	1,19	1,68	0,11
5	1,53	0,96	0,10
6	2,03	1,36	0,22
7	0,77	1,12	0,19
8	0,09	1,45	0,26

A Tabela 6.8 apresenta os erros percentuais médios obtidos por meio das técnicas de linearização utilizadas para a engolimento e para os limites de potência e engolimento disponíveis devido à turbina para as unidades hidrelétricas estudadas. O limite de engolimento disponível devido ao gerador não pode ser computado, uma vez que as unidades geradoras operaram com altura de queda inferior à efetiva durante todo o horizonte e a formulação linear referente à limitação pelo gerador não foi ajustada para esta região de operação. Destaca-se que a função de produção hidráulica foi formulada linearmente por meio de uma técnica baseada nos envelopes de McCormick e os limites de potência e engolimento disponíveis foram modelados linearmente por meio do método dos mínimos quadrados, que aproxima as curvas exponenciais que definem tais funções. É observável que o erro associado a estas funções também é bastante baixo. Ressalta-se que nenhuma das técnicas de linearização utilizadas demanda variáveis binárias. O uso de tais variáveis permite representações lineares mais precisas, no entanto, o número de variáveis binárias resultante seria computacionalmente proibitivo para a resolução do modelo.

A Tabela 6.9 expõe as dimensões computacionais do modelo proposto antes da etapa de pré-processamento realizada pelo CPLEX (PEMRSE original), após o pré-processamento desconsiderando as restrições redundantes, (5.107) e (5.108), e, por último, após o pré-processamento considerando estas restrições. O modelo é executado em 127,93 s sem as restrições redundantes e em 48,21 s com estas restrições. Esta redução expressiva no tempo de resolução evidencia o impacto positivo das restrições redundantes o processo de otimização.

Tabela 6.9 – Dimensões computacionais do modelo proposto.

	# Var. contínuas	# Var. binárias	# Restrições
PEMRSE original	38881	2496	68042
PEMRSE reduz. sem redund.	19178	1344	30559
PEMRSE reduz. com redund.	17748	1344	23827

Observa-se na Tabela 6.9 que o número de variáveis e restrições do modelo proposto é elevado, embora este número esteja associado a um sistema de potência de pequeno porte. Este alto número de restrições e variáveis é devido, principalmente, à consideração das restrições de segurança por meio dos cenários de contingência, uma vez que cada cenário representa um sistema de potência com uma topologia diferente. A resolução de um modelo de leilão deste tipo se traduz na resolução de $N\Omega$ sistemas de potência simultaneamente, em que $N\Omega$ é o número de cenários de contingências. Assim, todas as variáveis e restrições associadas ao segundo estágio devem ser declaradas para todos os cenários de contingências, o que eleva substancialmente o número de variáveis e restrições.

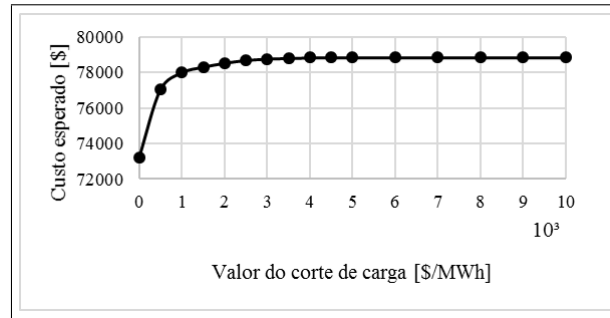
6.1.2 Impacto do Valor da Penalização Econômica Associada ao Corte Involuntário de Carga

Uma vez que os cortes involuntários de carga observados devem-se exclusivamente a razões econômicas, uma maneira simples de evitá-los é aumentar o valor da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga, V^{LOL} . Desta forma, o decréscimo na função objetivo torna-se maior caso o operador opte por utilizar este recurso, desencorajando-o a cortar cargas involuntariamente. A Figura 6.1 ilustra a evolução do custo total esperado (função objetivo), da ELNS e do montante contratado de reservas com o valor do corte de carga.

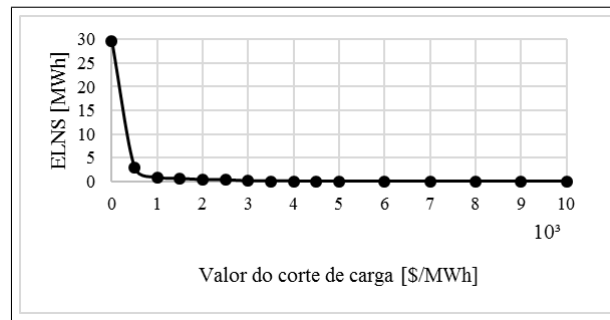
Observa-se na Figura 6.1 que o custo, a ELNS e o montante de reservas contratado estão correlacionados. Inicialmente, para valores baixos de V^{LOL} , o operador opta por não contratar reservas, levando a uma ELNS de 29,69 MWh. Conforme o valor de V^{LOL} aumenta, o operador decide contratar montantes maiores de reservas, pois cortes involuntários de carga passam a ter um peso cada vez mais significativo no custo total da operação. A partir de $V^{\text{LOL}} = \$2000/\text{MWh}$, o montante contratado de reservas diminui. Isto ocorre pois, ao contratar reservas, o operador deve pagar ao agente que está fornecendo este serviço, independentemente da implementação ou não de tais reservas. Por outro lado, ao deixar de contratar reservas, o operador somente paga a penalização caso haja cortes de carga. Ou seja, para valores maiores de V^{LOL} , o operador opta por contratar menos reservas, relaxando as medidas preventivas de segurança, e utilizar medidas corretivas caso necessário. Observa-se também que para V^{LOL} maior que $\$2500/\text{MWh}$, o operador passa a contratar reservas de demanda, apesar de estas serem as mais caras. Isto ocorre pois, para valores altos para V^{LOL} , é menos custoso reduzir a potência entregue à carga

Figura 6.1 – Impacto da magnitude do valor do corte de carga: (a) na função objetivo; (b) na ELNS; (c) no montante de reservas contratadas.

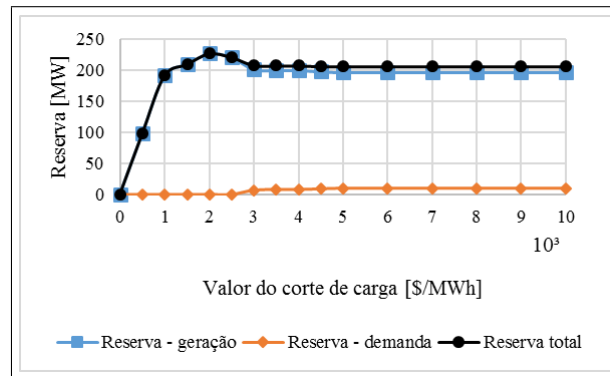
(a)



(b)



(c)



Fonte: autoria própria.

voluntariamente, por meio da implementação de reserva girante *up* ofertada por ela, do que aumentar o nível de geração, por meio da implementação de reserva girante *up* ofertada pelos geradores. Na prática, o operador opta por diminuir o consumo da carga voluntariamente, por meio da contratação da sua reserva ofertada, ao invés de reduzir seu consumo involuntariamente, reduzindo a penalização a ser paga. Para V^{LOL} acima de \$4500/MWh, a ELNS vai a 0, isto é, não há mais cortes involuntários de carga, e os custos da operação, bem como os montantes contratados de reserva, estabilizam-se.

A Tabela 6.10 mostra os componentes do custo esperado da operação para três valores para V^{LOL} . O custo de partida corresponde ao termo SU, a coluna referente

ao excedente de geração corresponde ao termo GCS (excedente de consumo nulo), a coluna associada à contratação de reservas corresponde à soma dos termos RG e RD e, finalmente, a coluna referente à penalização econômica devida aos cortes involuntários de carga corresponde ao termo ILS. Os termos SU, ILS, RG, RD e ILS são descritos na seção 5.2.1. Observa-se que os componentes referentes à segurança (contratação de reservas e penalização por corte de carga) são significativamente afetados, enquanto que os componentes referentes à energia (partidas e excedente de geração) sofrem variações pouco significativas.

Tabela 6.10 – Componentes do custo esperado da operação para valores distintos de V^{LOL} .

V^{LOL} [\$/MWh]	Partidas [\$]	Excedente de geração [\$]	Contratação de reservas [\$]	Penalização por corte de carga [\$]
0	951,7	72250	0	0
2000	950,6	74556	2339,9	688,5
10000	950,6	74564	3336,5	0

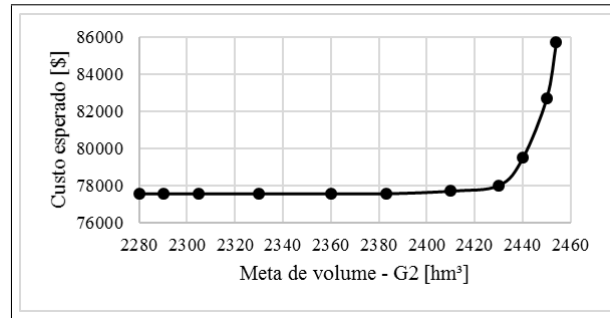
6.1.3 Impacto da Intensidade da Meta Aplicada ao Volume dos Reservatórios

Conforme detalhado no Capítulo 5, as restrições de meta garantem que a quantidade de água utilizada no leilão do dia seguinte não comprometa a capacidade de geração hidrelétrica futura do sistema. Desta forma, a intensidade deste parâmetro pode impactar significativamente os resultados do leilão. Com o objetivo de analisar tal impacto, executa-se o modelo de leilão proposto variando a meta imposta à usina de Barra Bonita, de um valor irrelevante (volume mínimo permitido para o dia) até o máximo valor factível. A Figura 6.2 ilustra o impacto da meta na função objetivo, na ELNS e no montante de reservas contratados. Já a Figura 6.3 ilustra o impacto da meta na potência média gerada pelos geradores e na defluência da usina de Barra Bonita (G2). Para estes testes, a penalização econômica é mantida em \$1000/MWh.

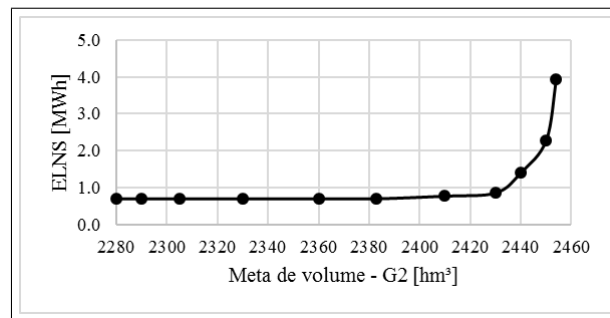
Para valores de meta menores que 2280 hm³, a restrição de meta torna-se ativa. A partir deste momento, há um aumento no corte de carga, o que é contra-intuitivo, uma vez que os níveis de reserva mantiveram-se constantes. No entanto, com o aumento da meta, a capacidade de geração e de fornecimento de reservas das usinas hidrelétricas diminui e a unidade termelétrica fornece montantes crescentes de reserva. Assim, o corte de carga cresce pois as perdas nas linhas de transmissão tornam-se maiores. Variando a meta de 2280 hm³ para 2430 hm³, as perdas aumentam em 3,64%. Para $X^{\text{Meta}} = 2440$ hm³, o operador adquire um montante maior de reservas, pois a penalização econômica devido aos cortes de carga torna-se muito custosa. Todavia, quando a meta atinge seu valor máximo, 2454 hm³, a capacidade de geração das usinas hidrelétricas é significativamente comprometida e assim, a unidade termelétrica tem um montante maior de potência despachada. Com isso,

Figura 6.2 – Impacto da meta de volume aplicada à usina de Barra Bonita: (a) na função objetivo; (b) na ELNS; (c) no montante de reservas contratadas.

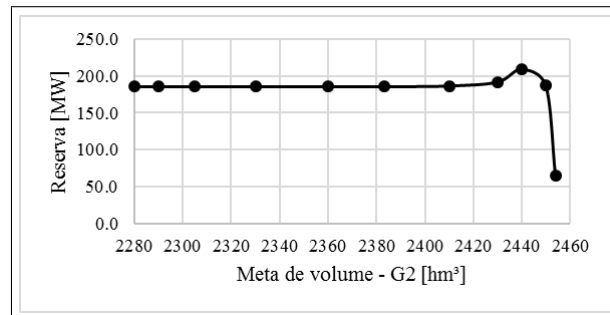
(a)



(b)



(c)



Fonte: autoria própria.

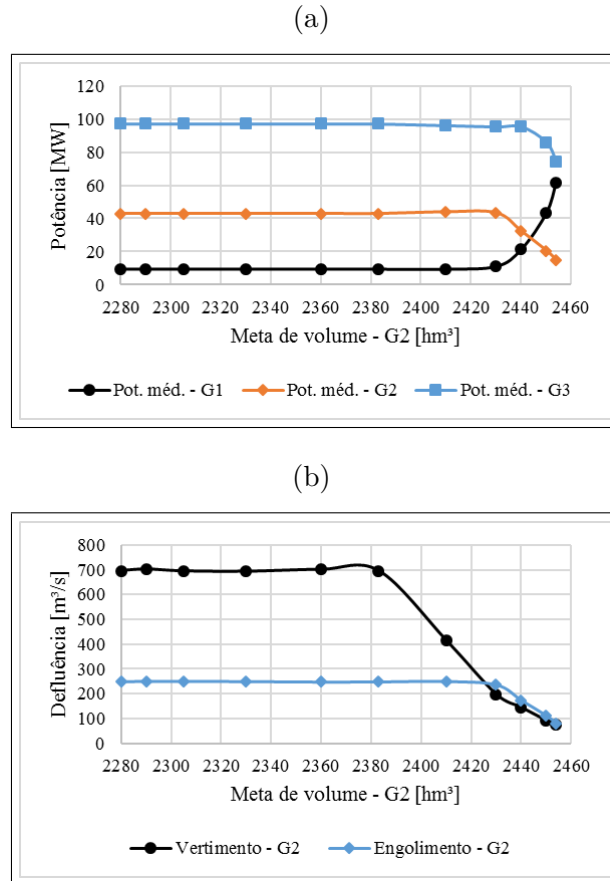
sua capacidade de implementar reservas é reduzida e o operador possui poucos recursos de reservas disponíveis, causando um aumento drástico na ELNS e, consequentemente, na função objetivo.

A Figura 6.3 ilustra o impacto da meta de volume na potência média dos geradores e na defluência da usina de Barra Bonita. Observa-se na Figura 6.3b que o valor da meta começa a afetar os resultados do leilão a partir de 2383 hm^3 . Neste momento, a defluência da usina de Barra Bonita passa a diminuir por meio do vertimento, mantendo o engolimento, e consequentemente a potência, constantes, conforme Figura 6.3a. Com a diminuição da defluência da usina de Barra Bonita, a vazão afluente à usina de Bariri diminui, reduzindo a potência gerada por esta usina. A partir de $X^{\text{Meta}} = 2430 \text{ hm}^3$, tanto o engolimento quanto o vertimento da usina de Barra Bonita são reduzidos, diminuindo

a potência média gerada por ambas as usinas hidrelétricas e elevando drasticamente a complementação da unidade termelétrica.

Ressalta-se que o vertimento da Usina de Barra Bonita não vai a zero devido a uma restrição de vertimento mínimo no valor de $76 \text{ m}^3/\text{s}$.

Figura 6.3 – Impacto da meta de volume aplicada à usina de Barra Bonita: (a) na potência média dos geradores; (b) na defluência da usina de Barra Bonita.

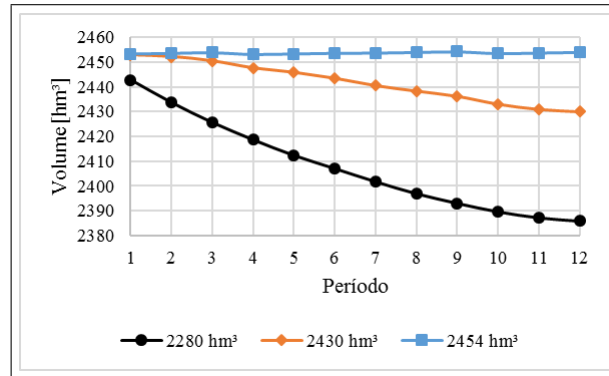


Fonte: autoria própria.

Finalmente, a Figura 6.4 ilustra a evolução do volume armazenado no reservatório da usina de Barra Bonita ao longo do horizonte estudado. Nota-se que para $X^{\text{meta}} = 2280 \text{ hm}^3$, as restrições de meta encontram-se inativas na solução ótima, uma vez que o volume final foi maior que o estabelecido por estas restrições. Já para os dois valores maiores de meta, 2430 hm^3 e 2454 hm^3 , estas restrições estiveram ativas, uma vez que os volumes finais para estes casos coincidiram com os valores estabelecidos como meta.

A Tabela 6.11 mostra os componentes do custo esperado da operação para três valores de meta de volume aplicados à usina de Barra Bonita. Observa-se que a intensidade da meta influencia fortemente tanto componentes de custo relativas à segurança quanto aquelas relacionadas à energia. Para o maior valor de meta simulado, 2454 hm^3 , nota-se um significativo aumento nos custos de contratação de energia, reservas e na penalização por corte de carga. O valor elevado para os custos de contratação de energia devem-se ao maior

Figura 6.4 – Evolução do volume armazenado no reservatório da usina de Barra Bonita ao longo do horizonte estudado para três valores de meta.



Fonte: autoria própria.

montante despachado da unidade termelétrica, conforme Figura 6.3a. As reservas tornam-se mais custosas pois, conforme pode ser observado na Figura 6.2c, foram fornecidas, em parte, pela carga, que havia ofertado os maiores lances para este serviço. Por fim, o valor elevado do custo associado ao corte de carga deve-se ao valor alto da ELNS, conforme Figura 6.2b.

Tabela 6.11 – Componentes do custo esperado da operação para valores distintos de X^{Meta} para a usina de Barra Bonita.

X^{meta} [hm ³]	Partidas [\$]	Excedente de geração [\$]	Contratação de reservas [\$]	Penalização por corte de carga [\$]
2280	950,6	73973	1936,1	700,7
2430	950,9	74226	1966,1	859,7
2454	950,6	80182	663,7	3940,3

Os preços para energia e segurança podem ser obtidos por meio das equações (5.128) e (5.127), respectivamente. A Tabela 6.12 apresenta os preços nodais de energia e segurança ao longo do horizonte de estudo para o sistema de potência investigado. Nota-se que nos períodos de menor demanda, as diferenças dos preços nodais são baixas, uma vez que são devidas apenas às perdas nas linhas. Já nos períodos de maior demanda, em que também há congestionamento nas linhas, estas diferenças tornam-se mais significativas. Nota-se também que os preços na barra 3 são sempre maiores. Isto ocorre pois a carga encontra-se conectada a esta barra e a potência sempre flui das barras com preços menores para aquelas com preços maiores.

6.1.4 Qualidade da Técnica de Resolução Proposta

Com o objetivo de avaliar a qualidade da técnica de resolução proposta, resolveu-se o problema novamente utilizando-a. Assim, o problema foi resolvido em duas etapas. Na primeira, as restrições hidrelétricas são desconsideradas e, na segunda, estas restrições são reinseridas no modelo e as variáveis inteiras são fixadas aos valores ótimos obtidos na

Tabela 6.12 – Preços de energia e segurança [\$/MWh].

Período	Barra					
	1	2	3	1	2	3
	Energia			Segurança		
1	39,89	39,79	40,00	8,32	8,30	8,33
2	42,80	42,00	43,62	8,74	8,34	9,17
3	42,50	42,00	44,96	7,61	7,51	8,05
4	47,17	44,43	62,05	18,19	17,11	31,30
5	45,18	42,68	48,42	11,04	10,50	12,19
6	45,20	42,73	50,72	10,79	10,30	14,20
7	59,05	56,78	88,62	30,50	29,86	58,32
8	39,08	39,52	40,06	1,47	1,47	1,57
9	42,55	42,00	45,17	7,00	6,86	7,57
10	72,41	69,58	114,80	43,25	42,61	83,32
11	42,40	42,00	43,18	4,91	4,94	5,25
12	39,08	39,54	40,00	1,17	1,19	1,20

primeira etapa. A Tabela 6.13 mostra o tempo computacional e a função objetivo para o sistema de três barras resolvido diretamente e por meio da estratégia proposta.

Tabela 6.13 – Comparação das soluções obtidas resolvendo-se o problema diretamente e por meio da técnica de resolução proposta – sistema de três barras.

	Função objetivo [€]	Tempo computacional [s]
Resolução direta	78002,2	48,2
Resolução por meio da estratégia	78032,3	2,5

Observa-se na Tabela 6.13 que a função objetivo foi ligeiramente pior quando o problema foi resolvido por meio da técnica proposta, cerca de 0,04%. Entretanto, o tempo computacional mostrou-se significativamente inferior. O tempo total da resolução por meio da técnica proposta equivale a aproximadamente apenas 5,14% do tempo referente à solução direta.

6.2 Sistema de 24 Barras

Nesta seção o modelo de PEMRSE proposto é testado em um sistema baseado no sistema IEEE de 24 barras (WONG et al., 1999). Os dados detalhados associados à transmissão, geração e demanda são apresentados no Apêndice D.

O sistema possui 37 unidades geradoras, das quais duas são termelétricas (numeradas como 1 e 2) e 35 são hidrelétricas (numeradas de 3 a 37), 34 linhas de transmissão e 17 consumidores. As unidades hidrelétricas estão distribuídas em 10 usinas hidrelétricas (numeradas de 1 a 10). O horizonte de mercado abrange 24 períodos de 1 h. Considera-se como possíveis as falhas das unidades geradoras 1, 2, 7, 24 e 26, que são unidades que possuem altas potências efetivas. Tais unidades possuem um tempo médio entre falhas de 2000 h. O número de cenários de contingências é 5×24 , de modo que o número total de cenários, considerando o cenário em que nenhuma contingência ocorre, é $5 \times 24 + 1 = 121$.

A probabilidade de que nenhuma contingência ocorra, π_0 , é dada por:

$$\pi_0 = \prod_{k=1}^3 e^{-\frac{24}{2000}} = 0,9418. \quad (6.1)$$

Enquanto que as probabilidades de falha, π_ω , são dadas por:

$$\pi_\omega = \frac{1 - 0,9418}{120} = 0,000485, \forall \omega \in \Omega. \quad (6.2)$$

Para este sistema de potência, foram realizadas as seguintes análises:

1. Impacto da segurança;
2. Impacto das perdas na transmissão;
3. Impacto do valor da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga e das probabilidades de falha;
4. Impacto das condições hidrológicas.

A estratégia de resolução proposta na seção 5.4 foi utilizada em todas as análises e os problemas da Etapa 1 foram resolvidos até um *gap* de 0,2%.

6.2.1 Impacto da Segurança

A consideração da segurança na formulação de um modelo de leilão se traduz na inserção de um conjunto de restrições e variáveis para modelar as falhas consideradas, os tipos de reservas negociadas, etc., o que aumenta significativamente as dimensões computacionais do modelo. Além disso, o objetivo do leilão também se altera: a função objetivo de maximização da função do bem-comum dá lugar à minimização dos custos esperados da operação.

Assim, é importante analisar o impacto da segurança nos resultados do leilão, bem como na operação hidráulica. Com esse intuito, o caso base descrito acima e no Apêndice D é executado considerando e desconsiderando a segurança.

A Tabela 6.14 apresenta o valor da função do bem-comum (valor dos excedentes de geração e consumo com sinal oposto) e os custos de partida considerando e desconsiderando a segurança. Nota-se que a consideração da segurança demanda que unidades mais caras sejam despachadas, reduzindo o bem-comum em \$2896,5. Além disso, devido à necessidade de contratar reservas, mais unidades são partidas, elevando estes custos em aproximadamente 1%.

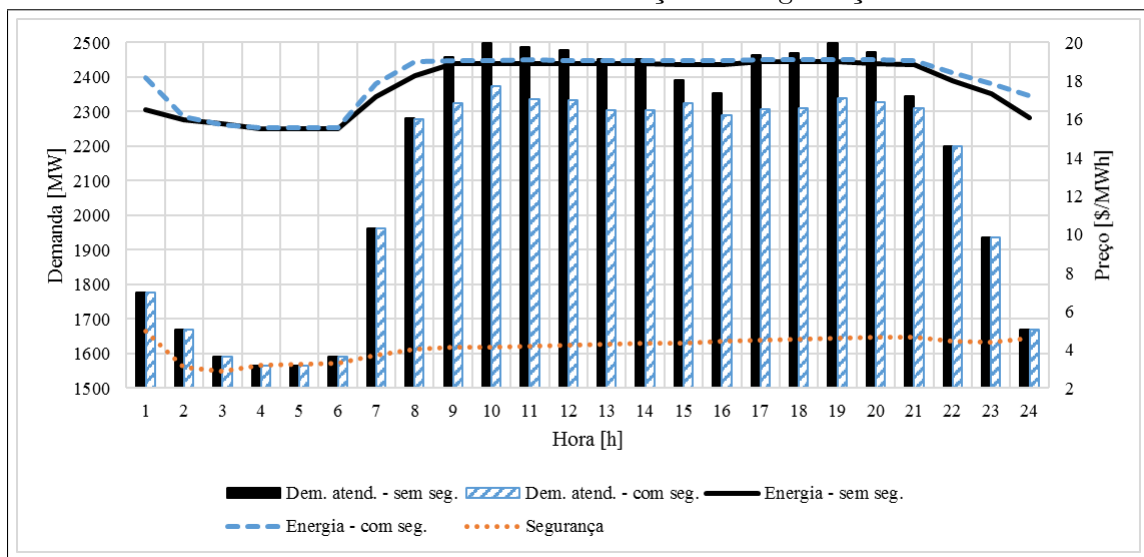
A evolução dos preços médios da energia e da reserva no sistema e a demanda horária total atendida ao longo do dia são mostrados na Figura 6.5. Observa-se que o preço médio da energia foi maior em alguns períodos ao se considerar a segurança, justamente por incorporar os custos de um sistema mais seguro. Ademais, é notável que demanda

Tabela 6.14 – Valor da função do bem-comum e dos custos de partida considerando e desconsiderando a segurança.

	Bem-comum [\$]	Custos de partida [\$]
PEM sem segurança	274152,4	10521
PEMRSE	271255,9	10633

atendida é geralmente menor quando a segurança é considerada, devido à limitação da geração por conta do agendamento de reservas. Finalmente, observa-se que o preço da segurança mantém-se bastante abaixo do preço da energia.

Figura 6.5 – Evolução dos preços médios de energia e reserva e da demanda horária atendida considerando e desconsiderando as restrições de segurança.



Fonte: autoria própria.

A Tabela 6.15 compara os aspectos computacionais do modelo proposto considerando e desconsiderando a segurança. O caso em que a segurança é desconsiderada foi resolvido diretamente, isto é, sem a utilização da estratégia de resolução proposta, por este motivo o processo de resolução possui apenas uma etapa. Observa-se que as restrições de segurança, que se traduzem em um modelo computacional maior devido à representação dos cenários de contingências, impactam severamente o tempo de resolução.

Tabela 6.15 – Aspectos computacionais do modelo proposto considerando e desconsiderando as restrições de segurança.

	# Var. cont. (Etapa 1)	# Var. cont. (Etapa 2)	# Var. bin. (Etapa 1)	# Rest. (Etapa 1)	# Rest. (Etapa 2)	Tempo comp. [s]
PEM sem seg.	26185	—	888	35718	—	6,9
PEMRSE	2174233	2624353	888	2411282	3834207	1247,9

6.2.2 Impacto das Perdas na Transmissão

A Tabela 6.16 mostra as componentes de custo para o caso base descrito acima, considerando e desconsiderando as perdas na transmissão. Para executar o modelo de PEMRSE sem perdas, basta substituir as restrições de fluxo, (5.8) e (5.22), por uma representação de fluxo *dc*. Além disso, as restrições que representam a linearização das perdas, (5.9)–(5.12) e (5.23)–(5.26), são retiradas do modelo.

É evidente na Tabela 6.16 que a ausência das perdas permite um aumento significativo na função do bem-comum, que, estimula o operador a reduzir os custos associados à segurança. Assim, ao desconsiderar as perdas, o operador contrata menos reservas e se dispõe a pagar uma penalização maior caso uma das contingências previstas ocorra.

Tabela 6.16 – Componentes do custo esperado da operação considerando e desconsiderando as perdas na transmissão.

	Partidas [\$]	Bem-comum [\$]	Contratação de reservas [\$]	Penalização por corte de carga [\$]
PEMRSE com perdas	10633	271255,9	9506,5	17,4
PEMRSE sem perdas	10633	288470,6	7899,2	72,5

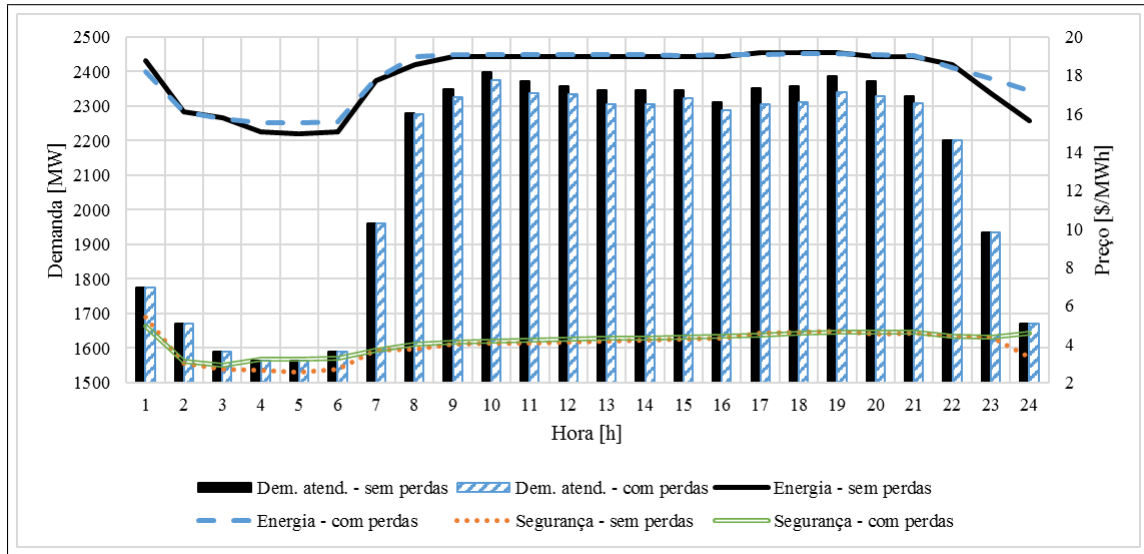
A demanda total atendida e os preços para os dois casos estudados nesta seção são ilustrados na Figura 6.6. Similarmente ao que ocorre ao se desconsiderar as restrições de segurança, pode ser observado que os preços, de maneira geral, tornam-se menores quando as perdas são desconsideradas. A demanda atendida é maior, o que é intuitivo, tendo em vista que a geração não é comprometida com a geração de perdas. As diferenças observadas nos despachos e nos preços entre os dois casos abordados aqui evidenciam a importância da consideração das perdas em um modelo de leilão. Caso as perdas não sejam consideradas, estratégias heurísticas *ex post* devem ser aplicadas para adequar o despacho de geração, levando o sistema a pontos de operação subótimos e gerando subsídios cruzados, conforme detalhado em Conejo et al. (2003). Observando as figuras 6.5 e 6.6, fica claro que, neste estudo de caso, a influência das restrições de segurança, tanto nos preços quanto no volume atendido da demanda, foi mais forte do que a influência das perdas.

Os aspectos computacionais do modelo proposto considerando e desconsiderando as perdas são apresentados na Tabela 6.17. É notório que a quantidade elevada de restrições e variáveis necessárias para a modelagem das perdas impactam diretamente no tempo computacional, uma vez que o tempo necessário para resolver o modelo desconsiderando as perdas corresponde a cerca de 34,2% do tempo para resolução do modelo completo.

6.2.3 Impacto do Valor da Penalização Econômica Associada ao Corte Involuntário de Carga e das Probabilidades de Falha

Nesta etapa, o modelo de PEMRSE é executado para três valores de V^{LOL} , \$500/MWh, \$1000/MWh e \$10000/MWh, nomeados como casos 1, 2 e 3, respectiva-

Figura 6.6 – Evolução dos preços médios de energia e reserva e da demanda horária atendida considerando e desconsiderando as perdas na transmissão.



Fonte: autoria própria.

Tabela 6.17 – Aspectos computacionais do modelo proposto considerando e desconsiderando as perdas na transmissão.

	# Var. cont. (Etapa 1)	# Var. cont. (Etapa 2)	# Var. bin. (Etapa 1)	# Rest. (Etapa 1)	# Rest. (Etapa 2)	Tempo comp. [s]
PEMRSE com perdas	2174233	2624353	888	2411282	3834207	1247,9
PEMRSE sem perdas	1345177	1795297	888	1582226	3005151	426,9

mente. Ademais, consideram-se três possibilidades de tempos médios entre falhas: 200 h (sistema menos seguro), 500 h e 2000 h (sistema mais seguro), nomeados como casos A, B e C, que levam às probabilidades de não-ocorrência de falhas, π_0 , de 0,5488, 0,7866 e 0,9418, respectivamente.

A Tabela 6.18 mostra o valor da ELNS e o montante contratado de reservas, respectivamente, para as combinações entre os casos 1–3 e A–C. Percebe-se que, para um mesmo valor de V^{LOL} , os cortes esperados de carga tornam-se maiores a medida que o sistema torna-se mais seguro, pois os níveis crescentes de segurança do sistema permitem que o operador contrate menos reservas, uma vez que as falhas que levariam à implementação de tais reservas tornam-se cada vez menos prováveis. Além disso, observa-se que quanto maior o valor de V^{LOL} , menos cortes de carga são esperados para cada nível de segurança, uma vez que a contribuição de tais cortes no custo total da operação torna-se cada vez mais expressiva. Para os casos em que não houve cortes de carga, as quantidades contratadas de reservas foram bastante próximas, com diferenças oriundas dos diferentes despachos de geração em cada caso.

Para os estudos de caso realizados nesta seção, não houve diferenças significativas entre os tempos computacionais, que mantiveram-se próximos do tempo médio de execução do caso base (1247,9 s)

Tabela 6.18 – Valor da ELNS e do montante de reservas contratado para cada nível de segurança e valor da penalização econômica estudados.

(a) ELNS [MWh].

Casos	A	B	C
1	0,25	0,59	1,81
2	0	0,05	0,65
3	0	0	0

(b) Reservas [MW].

Casos	A	B	C
1	2838,2	2727,3	2293
2	2889,3	2876	2502
3	2890,1	2890,5	2830,6

6.2.4 Impacto das Condições Hidrológicas

Nesta seção, os resultados obtidos no caso base, cujos dados são apresentados no Apêndice D, são comparados a uma situação de seca. Para simular esta situação, as metas de volume são substituídas por metas mais rígidas, conforme Tabela 6.19. Além disso, considera-se que as vazões laterais afluentes são 50% daquelas referentes ao caso base.

Tabela 6.19 – Metas de volume utilizadas para a avaliação do impacto das condições hidrológicas no leilão.

Usina a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Meta [hm ³]	1980	482	925	5019	6905	122,8	6179	555,7	1593	1979

A Tabela 6.20 traz as componentes do custo esperado da operação para o caso base e para a situação de seca. Observa-se que a redução da capacidade de geração hidrelétrica impacta substancialmente o bem-comum, ocasionando uma redução em seu valor de aproximadamente 7,6%, o que mostra que menos operações foram realizadas no mercado. A segurança foi drasticamente afetada, uma vez que a maior parte das reservas passou a ser contratada das unidades termelétricas, elevando o seu custo de contratação. Além disso, o corte esperado de carga aumenta aproximadamente 11 vezes, variando de 17,4 MWh para 190,9 MWh.

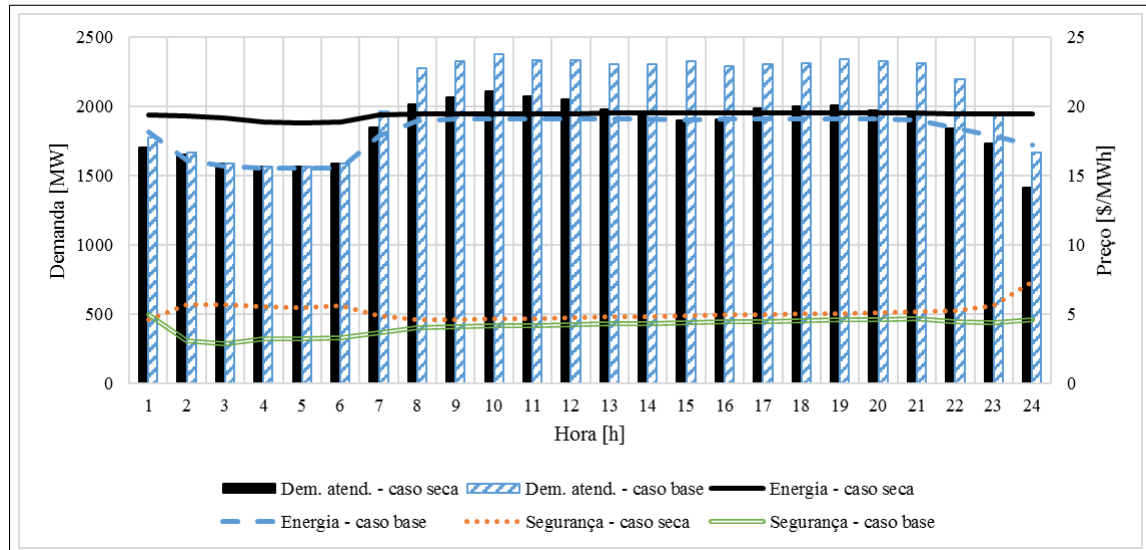
Tabela 6.20 – Componentes do custo esperado da operação para o caso base e para o caso de seca.

	Partidas [\$]	Bem-comum [\$]	Contratação de reservas [\$]	Penalização por corte de carga [\$]
Caso base	10633	271255,9	9506,5	17,4
Caso seca	10633	250549,3	12340	190,9

Os preços de energia e reserva, bem como a demanda atendida nos dois casos abordados nesta seção são ilustrados na Figura 6.7. É notável que a demanda atendida é

significativamente menor a partir do sétimo período, que corresponde ao primeiro pico de demanda. Diferentemente do impacto das perdas e da segurança, o impacto das condições hidrológicas desfavoráveis é sentido pelo sistema não só nos períodos de maior demanda, mas também nos períodos posteriores. Outrossim, os preços, tanto da energia quanto da segurança, tornam-se maiores ao longo de todo o dia, refletindo a condição de seca.

Figura 6.7 – Evolução dos preços médios de energia e reserva e da demanda horária atendida no caso base e no caso de seca.



Fonte: autoria própria.

O tempo de resolução médio do modelo para o caso que aborda uma situação de seca foi de 1620 s, que excede em cerca de 30% o tempo de resolução do caso base. Destaca-se que esta diferença ocorre na Etapa 2, uma vez que a Etapa 1 não inclui as restrições hidráulicas e, portanto, não é influenciada pelas condições hidrológicas.

7 Conclusões

Um modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Restrições de Segurança Estocásticas (PEMRSE) que otimiza simultaneamente energia e reserva voltado para sistemas hidrotérmicos é proposto. O modelo é formulado com um problema de programação linear inteira-mista estocástico de dois estágios. O primeiro estágio representa as decisões a serem tomadas antes da ocorrência de uma contingência, isto é, medidas preventivas de segurança. Já o segundo estágio representa medidas corretivas, ou seja, medidas tomadas após a ocorrência de uma contingência. Técnicas de linearização para a função de produção hidráulica e para os limites máximos variáveis da potência e do engolimento das unidades geradoras hidrelétricas são propostas. Propõe-se também uma técnica de resolução em duas etapas para o modelo de PEMRSE.

O modelo de PEMRSE proposto foi testado em um sistema de três barras e no sistema IEEE 24 barras. Nos testes realizados no sistema de três barras, observou-se que a otimização simultânea de energia e reserva afeta significativamente o despacho fornecido, uma vez que as ofertas de energia e reserva são consideradas. Geradores que submetem lances altos para energia podem ser despachados caso, em contrapartida, submetam boas ofertas para reserva. Os testes neste sistema também evidenciaram o impacto do valor da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga sobre os resultados do leilão. Entretanto, pode ser notado que o impacto deste parâmetro restringe-se aos custos associados à segurança, e não àqueles associados à energia, como o bem-comum. Avaliou-se o impacto da meta de volume. Neste caso, o impacto foi significativo tanto sobre os custos relativos à segurança quanto à energia. Finalmente, utilizou-se este sistema para analisar a qualidade da técnica de resolução proposta. A função objetivo obtida por meio desta técnica foi ligeiramente superior que a função objetivo obtida quando o modelo é resolvido diretamente, isto é, em apenas uma etapa. No entanto, o tempo de resolução ao adotar a estratégia proposta é significativamente menor.

O desempenho da estratégia proposta quando aplicada ao sistema de três barras, juntamente com a dificuldade em se resolver o modelo de PEMRSE aplicado ao sistema de 24 barras, motivou a sua utilização nos testes com este sistema. Para este caso, foram avaliados os impactos da segurança, das perdas, das condições hidrológicas, do nível de segurança e do valor da penalização econômica associada ao corte involuntário de carga. A desconsideração da segurança permite que mais transações sejam realizadas, elevando o bem-comum. Além disso, os preços da energia tornam-se menores, uma vez que não há custos relacionados à segurança do sistema. Computacionalmente, notou-se que o tempo de resolução foi drasticamente reduzido. Isto ocorreu, pois, a consideração da segurança se traduz na resolução simultânea de vários sistemas de potência, o que eleva as dimensões do modelo. Resultados semelhantes foram encontrados ao se comparar os resultados e o

desempenho computacional do modelo proposto considerando e desconsiderando as perdas na transmissão. Ao se negligenciar as perdas, mais transações são realizadas e os preços de energia e segurança tornam-se menores.

Avaliou-se também o comportamento do modelo sob condições hidrológicas desfavoráveis. Uma situação de seca foi simulada, reduzindo a vazão lateral afluyente e impondo-se metas de volume mais rígidas às usinas hidrelétricas. Neste caso, o impacto também foi significativo no custo da operação, na demanda atendida e nos preços de energia e segurança. A baixa disponibilidade hídrica reduz a demanda atendida e causa aumentos nos preços de energia e reserva. Diferentemente do que ocorreu ao se avaliar a consideração ou desconsideração das perdas na transmissão e da segurança, em que a demanda atendida foi comprometida apenas nos períodos de maior demanda, observou-se que neste caso a demanda atendida foi comprometida no períodos de maior demanda e também nos períodos posteriores até o último período do horizonte. Computacionalmente, percebeu-se que o tempo de execução para este caso foi maior que o caso base.

Finalmente, foi analisado o impacto do valor da penalização econômica associado ao corte involuntário de cargas e do nível de segurança. Estas análises mostraram que maiores valores para a penalização econômica encorajam o operador do sistema a contratar mais reservas e, conseqüentemente, cortar menos cargas involuntariamente. Por outro lado, quanto maior o nível de segurança do sistema, menor o volume contratado de reservas e, conseqüentemente, maior o corte involuntário esperado de cargas. Estes resultados são intuitivos, uma vez que, quanto maior o valor da penalização econômica, maior o impacto dos cortes de carga na função objetivo. Ademais, quanto maior o nível de segurança do sistema, menor a probabilidade de ocorrência de falhas e menor o estímulo econômico ao operador para que contrate reservas.

Os resultados obtidos por meio dos testes descritos nos parágrafos anteriores confirmam a importância de se otimizar simultaneamente energia e reserva em mercados de eletricidade, de se considerar as probabilidades de ocorrência, as perdas na transmissão e as restrições hidráulicas. Quando um ou mais destes aspectos são desconsiderados, ter-se-á, de maneira geral, soluções subótimas que demandarão o uso de heurísticas *ex post* para corrigir e adaptar a programação de geração e os fluxos na transmissão para a realidade do sistema de potência. Além disso, podem ocorrer diversas distorções econômicas, como inversão de preços e subsídios cruzados.

Ao analisar os resultados obtidos, observa-se que nem todos os cenários de contingências considerados influenciam tais resultados. Outra observação importante é que a etapa de pré-processamento do pacote computacional utilizado reduz substancialmente o número de restrições e de variáveis. Estas constatações levam a crer que nem todos os cenários de contingências considerados são efetivamente necessários e que há muitas variáveis e restrições desnecessárias. Assim, futuramente pretende-se investigar técnicas que permitam descartar contingências que não afetam significativamente o resultados

do leilão. Desta forma, o modelo demandará menos esforço computacional, poderá ser resolvido em menores tempos computacionais e tornar-se-á viável para ser aplicado em sistemas reais de grande porte.

Referências

- AGANAGIC, M.; ABDUL-RAHMAN, K.; WAIGHT, J. Spot pricing of capacities for generation and transmission of reserve in an extended poolco model. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 13, n. 3, p. 1128–1135, 1998. Citado na página 69.
- ALVEY, T. et al. A security-constrained bid-clearing system for the new zealand wholesale electricity market. *IEEE Transactions on power systems*, IEEE, v. 13, n. 2, p. 340–346, 1998. Citado na página 69.
- ANEEL. *Atlas de energia elétrica do Brasil*. Brasília: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2008. Citado na página 3.
- ARROYO, J.; CONEJO, A. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 25.
- ARROYO, J.; GALIANA, F. Energy and Reserve Pricing in Security and Network-Constrained Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, p. 634–643, maio 2005. Citado na página 69.
- BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. *Introduction to Stochastic Programming*. New York, NY: Springer New York, 2011. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). DOI: 10.1007/978-1-4614-0237-4. Citado na página 34.
- BOUFFARD, F.; GALIANA, F.; CONEJO, A. Market-clearing with stochastic security-part I: formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, p. 1818–1826, nov. 2005. ISSN 0885-8950. Citado 5 vezes nas páginas 1, 26, 34, 43 e 57.
- BOUFFARD, F.; GALIANA, F.; CONEJO, A. Market-Clearing With Stochastic Security— Part II: Case Studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, p. 1827–1835, nov. 2005. ISSN 0885-8950. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1525112>>. Citado 4 vezes nas páginas 1, 26, 44 e 70.
- BOX, G. E. P. et al. *Time series analysis: forecasting and control*. Fifth edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2016. (Wiley series in probability and statistics). ISBN 978-1-118-67502-1. Citado na página 35.
- BREGADIOLI, G. F. et al. Medium-term coordination in a network-constrained multi-period auction model for day-ahead markets of hydrothermal systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 82, p. 474–483, nov. 2016. ISSN 0142-0615. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 60.
- CARRIÓN, M.; ARROYO, J. M. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *IEEE Transactions on power systems*, IEEE, v. 21, n. 3, p. 1371–1378, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 25, 45 e 58.
- CCEE. *Câmara de Comercialização de Energia Elétrica*. 2016. Disponível em: <<http://www.ccee.org.br>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 30.

- CHEN, Y. et al. Payment cost minimization for simultaneous auctions in energy and spinning reserve markets. In: *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 8 pp.–. Citado na página 44.
- CHEUNG, K. et al. Energy and ancillary service dispatch for the interim ISO New England electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, p. 968–974, ago. 2000. ISSN 08858950. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/871720/>>. Citado na página 69.
- CICOGNA, M. A. Dissertação de Mestrado, *Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos a usinas individualizadas orientado por objetos (Dissertação de Mestrado)*. 1999. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000197782>>. Citado 3 vezes nas páginas 3, 10 e 11.
- CONEJO, A. et al. Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1265–1272, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1137622>>. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 109.
- CONEJO, A. et al. Economic inefficiencies and cross-subsidies in an auction-based electricity pool. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, p. 221–228, fev. 2003. ISSN 0885-8950. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/1178800/>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 85.
- CONEJO, A. J. (Ed.). *Decomposition techniques in mathematical programming: engineering and science applications*. Berlin ; New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-27685-2. Citado na página 44.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). Citado 15 vezes nas páginas 1, 2, 15, 23, 24, 34, 36, 38, 41, 42, 44, 45, 54, 70 e 97.
- DILLON, T. S. et al. Integer programming approach to the problem of optimal unit commitment with probabilistic reserve determination. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 6, p. 2154–2166, 1978. Citado na página 1.
- DOMBROWSKI, J. *McCormick Envelopes*. 2017. Disponível em: <<https://optimization.mccormick.northwestern.edu/>>. Citado 3 vezes nas páginas 62, 107 e 108.
- DOURBOIS, G. A.; BISKAS, P. N. A nodal-based security-constrained day-ahead market clearing model incorporating multi-period products. *Electric Power Systems Research*, v. 141, p. 124–136, dez. 2016. ISSN 0378-7796. Citado na página 1.
- FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. *Cálculo A: funções, limite, derivação, noções de integração*. [S.l.]: Pearson Education, 1992. Citado na página 60.
- FLYNN, M. et al. Reliability and reserve in competitive electricity market scheduling. *IEEE Transactions on power systems*, IEEE, v. 16, n. 1, p. 78–87, 2001. Citado na página 1.
- GAMS. *General Algebraic Modeling System*. 2017. <<https://www.gams.com/>>. Citado na página 44.

GÓMEZ-EXPÓSITO, A.; CONEJO, A. J.; CAÑIZARES, C. *Sistemas de Energia Elétrica: análise e operação*. [S.l.]: LTC, 2015. Citado na página 15.

GOOI, H. et al. Optimal scheduling of spinning reserve. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 14, n. 4, p. 1485–1492, 1999. Citado na página 1.

HUNT, S.; SHUTTLEWORTH, G. *Competition and choice in electricity*. [S.l.]: J. Wiley, 1996. Citado na página 18.

HUSE, E. S.; WANGENSTEEN, I.; FAANES, H. H. Thermal power generation scheduling by simulated competition. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2, p. 472–477, maio 1999. ISSN 0885-8950. Citado na página 44.

HydroByte. *HydroData XP*. HydroByte Software, 2017. Disponível em: <<http://www.hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>>. Citado na página 72.

IBM. *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*. 2017. <<http://www-03.ibm.com/software/products/pt/ibmilogcpleoptistud>>. Citado 4 vezes nas páginas 2, 44, 70 e 71.

KARDAKOS, E.; SIMOGLU, C.; BAKIRTZIS, A. Short-Term Electricity Market Simulation for Pool-Based Multi-Period Auctions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 3, p. 2526–2535, 2013. ISSN 0885-8950. Citado na página 24.

KIRSCHEN, D. S.; STRBAC, G. *Fundamentals of Power System Economics*. Chichester, West Sussex, England ; Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2004. ISBN 978-0-470-84572-1. Citado 7 vezes nas páginas 15, 19, 20, 21, 22, 24 e 26.

LI, X. et al. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 3, p. 1232–1241, 2014. ISSN 0885-8950. Citado na página 62.

MADRIGAL, M.; QUINTANA, V. H. A security-constrained energy and spinning reserve markets clearing system using an interior-point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 4, p. 1410–1416, nov. 2000. ISSN 0885-8950. Citado na página 1.

MATLAB. *version 7.10.0 (R2010a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2010. Citado na página 60.

MORALES-ESPAÑA, G.; RAMOS, A.; GARCÍA-GONZÁLEZ, J. An MIP Formulation for Joint Market-Clearing of Energy and Reserves Based on Ramp Scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 1, p. 476–488, jan. 2014. ISSN 0885-8950. Citado na página 1.

MOTTO, A. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 54.

NEPOMUCENO, L. *Modelos de leilão multiperíodo em mercados de energia do dia seguinte de sistemas hidrotérmicos*. Tese (Livre-Docência) — Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru - SP, Brasil, abr. 2014. Citado na página 32.

ONS. *Acompanhamento Diário da Operação Hidroenergética (OPHEN)*. Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS, 2016. Disponível em: <<http://www.ons.org.br>>. Citado na página 72.

- OREN, S. S. Auction design for ancillary reserve products. In: IEEE. *Power Engineering Society Summer Meeting, 2002 IEEE*. [S.l.], 2002. v. 3, p. 1238–1239. Citado na página 30.
- PEREIRA, A. C. et al. Network-constrained multiperiod auction for pool-based electricity markets of hydrothermal systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 6, p. 4501–4514, 2017. Citado 6 vezes nas páginas 2, 26, 44, 45, 60 e 62.
- RACHEV, S. T. *Probability metrics and the stability of stochastic models*. Chichester ; New York: Wiley, 1991. (Wiley series in probability and mathematical statistics). ISBN 978-0-471-92877-5. Citado na página 35.
- REDDY, S. S.; BIJWE, P. R.; ABHYANKAR, A. R. Optimum day-ahead clearing of energy and reserve markets with wind power generation using anticipated real-time adjustment costs. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 71, n. Supplement C, p. 242–253, out. 2015. Citado na página 44.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. d. R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. [S.l.]: Makron Books do Brasil, 1997. Citado na página 60.
- SILVA, E. L. da. Supply adequacy in electricity markets based on hydro systems—the Brazilian case. *Energy Policy*, Elsevier, v. 34, n. 15, p. 2002–2011, 2006. Citado na página 15.
- WOLSEY, L. A. *Integer programming*. New York: Wiley, 1998. (Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization). ISBN 978-0-471-28366-9. Citado na página 44.
- WONG, P. et al. The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1010–1020, 1999. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 82 e 109.
- ZHAN, J. et al. Economic dispatch with non-smooth objectives—part i: local minimum analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 30, n. 2, p. 710–721, 2015. Citado na página 14.
- ZHAN, J. et al. Economic dispatch with non-smooth objectives—part ii: dimensional steepest decline method. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 30, n. 2, p. 722–733, 2015. Citado na página 14.

Apêndices

APÊNDICE A – Determinação das Probabilidades de Falha de Equipamentos do Sistema

Neste apêndice, apresenta-se a técnica utilizada para o cálculo das probabilidades de falha de equipamentos (unidades geradoras e linhas de transmissão) do sistema de potência. Esta técnica e os conceitos associados são apresentados em Conejo, Carrión e Morales (2010).

É amplamente aceito na área de sistemas de potência que o tempo médio entre duas falhas consecutivas segue uma distribuição exponencial. Esta distribuição é definida pelo tempo médio entre falhas. Cada cenário ω corresponde à ocorrência de uma contingência k no período τ e possui probabilidade de ocorrência $\pi_\omega = \pi_{k\tau}$.

A probabilidade de que nenhuma das k contingências ocorram ao longo do horizonte de estudo é dada por:

$$\pi_0 = \prod_{k=1}^{NK} e^{-\lambda_k NT}, \quad (\text{A.1})$$

em que NK é o número de contingências consideradas, λ_k é o inverso do tempo médio entre falhas do equipamento e NT é o número de períodos horários de tempo.

A probabilidade de que a contingência k ocorra no período τ é dada por:

$$\pi_\omega = \pi_{k\tau} = e^{-\lambda_k \tau} \left(e^{\lambda_k \tau} - 1 \right) \prod_{y=1: y \neq k}^{NK} e^{-\lambda_y NT}, \quad (\text{A.2})$$

O cálculo de probabilidades acima não considera falhas simultâneas ou consecutivas de equipamentos, isto é, considera-se que, ao longo do horizonte, apenas uma falha pode ocorrer. Por este motivo, a soma das probabilidades π_0 e π_ω resulta em um número menor que um.

Com o intuito de ilustrar o cálculo das probabilidades de falha, segue um exemplo ilustrativo.

Exemplo A.1. (Adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010)) Considere que as probabilidades de falha dos equipamentos do sistema de potência do Exemplo 4.2 não são conhecidas e devem ser calculadas utilizando dados históricos. Os tempos médios entre falhas da unidade 3 e da linha 2 são 500 h e 1000 h, respectivamente. A falha da unidade 3 é indexada por $k = 1$ e da linha 2 por $k = 2$. O horizonte de mercado é de 4 h.

Por meio da equação (A.1), calcula-se a probabilidade de que nenhuma contingência

ocorra ao longo do horizonte:

$$\pi_0 = e^{-\frac{4}{500}} e^{-\frac{4}{1000}} = 0,9880. \quad (\text{A.3})$$

Por meio da equação (A.2), calcula-se a probabilidade de ocorrência das contingências $k = 1$ e $k = 2$:

$$\pi_\omega = \pi_{1\tau} = e^{-\frac{1}{500}} \left(e^{\frac{1}{500}} - 1 \right) e^{-\frac{4}{1000}} = 1,9900 \times 10^{-3}, \forall \omega = 1, \dots, 4. \quad (\text{A.4})$$

$$\pi_\omega = \pi_{2\tau} = e^{-\frac{1}{1000}} \left(e^{\frac{1}{1000}} - 1 \right) e^{-\frac{4}{500}} = 9,9154 \times 10^{-4}, \forall \omega = 5, \dots, 8. \quad (\text{A.5})$$

Observa-se que, devido à desconsideração de falhas simultâneas e consecutivas (significativamente menos prováveis), tem-se $\sum_{\omega=0}^8 \pi_\omega = 0,9999$.

□

APÊNDICE B – Formulação Matemática do Modelo Proposto

Com o intuito de facilitar a reprodutibilidade do trabalho, a formulação matemática completa do modelo de leilão com restrições de segurança estocásticas para sistemas hidrotérmicos proposto é apresentada a seguir.

$$\begin{aligned}
 \text{minimizar } & \sum_{t \in T} d_t \left[\sum_{i \in I} \left(\lambda_{Git}^{RU} R_{Git}^U + \lambda_{Git}^{RD} R_{Git}^D + \lambda_{Git}^{NS} R_{Git}^{NS} \right) + \right. \\
 & \left. \sum_{j \in J} \left(\lambda_{Djt}^{RU} R_{Djt}^U + \lambda_{Djt}^{RD} R_{Djt}^D \right) \right] + \\
 & \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \left[\sum_{t \in T} \sum_{i \in I} C_{it\omega}^{SU} + \right. \\
 & \left. \sum_{t \in T} d_t \left(\sum_{i \in I} \sum_{m \in M_{it}} \lambda_{Gitm} p_{Git\omega m} - \sum_{j \in J} \lambda_{Djt} p_{Djt\omega} + \right. \right. \\
 & \left. \left. V_{jt}^{LOL} p_{Djt\omega}^{shed} \right) \right]. \tag{B.1}
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\sum_{i: (i,n) \in M_{Gt0}} P_{Git} - \sum_{j: (j,n) \in M_D} P_{Djt} - \sum_{r: (n,r) \in \Lambda_{t0}} F_{nrt} = 0, \forall n \in N, \forall t \in T, \tag{B.2}$$

$$F_{nrt} = P^{\text{base}} \left[\frac{1}{2} G_{nr} \sum_{l \in L} \alpha_l \theta_{lnrt}^B - B_{nr} (\theta_{nt} - \theta_{rt}) \right], \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.3}$$

$$\theta_{nrt}^{\text{abs}} = \sum_{l \in L} \theta_{lnrt}^B, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.4}$$

$$\theta_{nrt}^{\text{abs}} = \theta_{nrt}^+ + \theta_{nrt}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.5}$$

$$\theta_{nt} - \theta_{rt} = \theta_{nrt}^+ - \theta_{nrt}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.6}$$

$$\theta_{lnrt}^B \leq \bar{\theta}_l, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.7}$$

$$-\bar{F}_{nr} \leq F_{nrt} \leq \bar{F}_{nr}, \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \tag{B.8}$$

$$\underline{P}_i U_{it} \leq P_{Git} \leq \bar{P}_i U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \tag{B.9}$$

$$\underline{P}_j \leq P_{Djt} \leq \overline{P}_j, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (\text{B.10})$$

$$R_{Git}^U \leq \overline{R}_{Git}^U U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (\text{B.11})$$

$$R_{Git}^D \leq \overline{R}_{Git}^D U_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (\text{B.12})$$

$$R_{Git}^{NS} \leq \overline{R}_{Git}^{NS} (1 - U_{it}), \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (\text{B.13})$$

$$R_{Djt}^U \leq \overline{R}_{Djt}^U, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (\text{B.14})$$

$$R_{Djt}^D \leq \overline{R}_{Djt}^D, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (\text{B.15})$$

$$\sum_{i:(i,n) \in M_{Gtw}} p_{Git\omega} - \sum_{j:(j,n) \in M_D} (p_{Djt\omega} - p_{Djt\omega}^{\text{shed}}) - \sum_{r:(n,r) \in \Lambda_{tw}} f_{nrt\omega} = 0, \quad (\text{B.16})$$

$$\forall n \in N, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$f_{nrt\omega} = P^{\text{base}} \left[\frac{1}{2} G_{nr} \sum_{l \in L} \alpha_l \theta_{lnrt\omega}^B - B_{nr} (\theta_{nt\omega} - \theta_{rt\omega}) \right], \quad (\text{B.17})$$

$$\forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$\theta_{nrt\omega}^{\text{abs}} = \sum_{l \in L} \theta_{lnrt\omega}^B, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.18})$$

$$\theta_{nrt\omega}^{\text{abs}} = \theta_{nrt\omega}^+ + \theta_{nrt\omega}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.19})$$

$$\theta_{nt\omega} - \theta_{rt\omega} = \theta_{nrt\omega}^+ - \theta_{nrt\omega}^-, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.20})$$

$$\theta_{lnrt\omega}^B \leq \overline{\theta}_l, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.21})$$

$$-\overline{F}_{nr} \leq f_{nrt\omega} \leq \overline{F}_{nr}, \forall (n,r) \in \Lambda_{tw}, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.22})$$

$$p_{Djt\omega}^{\text{shed}} \leq p_{Djt\omega}, \forall j \in J, t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.23})$$

$$p_{Git\omega} \geq \underline{P}_i v_{it\omega}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (\text{B.24})$$

$$p_{Git\omega} = \sum_{m \in M} p_{Git\omega m}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.25})$$

$$p_{Git\omega m} \leq \bar{P}_{Gitm}, \forall m \in M, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.26})$$

$$p_{Gct\omega} \leq \bar{p}_{Gct\omega}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.27})$$

$$\bar{p}_{Gct\omega} \leq \bar{P}_c v_{it\omega}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_{Gct\omega} &\leq p_{Gc(t-1)\omega} + RU_c v_{c(t-1)\omega} + SU_c [v_{ct\omega} - v_{c(t-1)\omega}] + \bar{P}_c (1 - v_{ct\omega}), \\ &\quad \forall c \in C, \forall t \in \{2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

$$\bar{p}_{Gc1\omega} \leq P_{c0} + RU_c U_{i0} + SU_c [v_{c1\omega} - U_{i0}] + \bar{P}_c (1 - v_{c1\omega}), \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.30})$$

$$\bar{p}_{Gct\omega} \leq \bar{P}_c v_{c(t+1)\omega} + SD_c [v_{ct\omega} - v_{c(t+1)\omega}], \forall c \in C, \forall t \in \{1, \dots, NT-1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.31})$$

$$\begin{aligned} p_{Gc(t-1)\omega} - p_{Gct\omega} &\leq RD_c v_{ct\omega} + SD_c [v_{c(t-1)\omega} - v_{ct\omega}] + \bar{P}_c [1 - v_{c(t-1)\omega}], \\ &\quad \forall c \in C, \forall t \in \{2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

$$P_{i0} - p_{Gc1\omega} \leq RD_c v_{c1\omega} + SD_c [U_{i0} - v_{c1\omega}] + \bar{P}_c [1 - U_{i0}], \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.33})$$

$$\sum_{t=1}^{G_c} (1 - v_{ct\omega}) = 0, \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.34})$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=t}^{t+UT_c-1} v_{ck\omega} &\geq UT_c [v_{ct\omega} - v_{c(t-1)\omega}], \\ \forall c \in C, \forall t \in \{G_c + 1, \dots, NT - UT_c + 1\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=t}^{NT} \{v_{ck\omega} - [v_{ct\omega} - v_{c(t-1)\omega}]\} &\geq 0, \\ \forall c \in C, \forall t \in \{NT - UT_c + 2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

$$\sum_{t=1}^{L_c} v_{ct\omega} = 0, \forall c \in C, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.37})$$

$$\sum_{k=t}^{t+DT_c-1} (1 - v_{ck\omega}) \geq DT_c \left[v_{c(t-1)\omega} - v_{ct\omega} \right], \quad (B.38)$$

$$\forall c \in C, \forall t \in \{L_c + 1, \dots, NT - DT_c + 1\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$\sum_{k=t}^{NT} \left\{ 1 - v_{ck\omega} - \left[v_{c(t-1)\omega} - v_{ct\omega} \right] \right\} \geq 0, \quad (B.39)$$

$$\forall c \in C, \forall t \in \{NT - DT_c + 2, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega,$$

$$C_{itw}^{\text{SU}} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.40)$$

$$C_{itw}^{\text{SU}} \geq \lambda_{\text{Git}}^{\text{SU}} \left[v_{it\omega} - v_{i(t-1)\omega} \right], \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.41)$$

$$u_{at\omega} = \sum_{h \in M_{at\omega}} q_{ht\omega} + s_{at\omega}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.42)$$

$$\underline{U}_a \leq u_{at\omega} \leq \overline{U}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.43)$$

$$\underline{S}_a \leq s_{at\omega} \leq \overline{S}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.44)$$

$$\underline{X}_a \leq x_{at\omega} \leq \overline{X}_a, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.45)$$

$$u_{at\omega} - R_a \leq u_{a(t+1)\omega} \leq u_{at\omega} + R_a, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, NT - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.46)$$

$$x_{aNT\omega} \geq X_a^{\text{Meta}}, \forall a \in A, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.47)$$

$$z_{at\omega}^{\text{F}} = Z_a^{F^0} + x_{at\omega} Z_a^{F^1}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.48)$$

$$z_{at\omega}^{\text{T}} = Z_a^{T^0} + u_{at\omega} Z_a^{T^1}, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.49)$$

$$h_{ht\omega}^{\text{net}} = z_{at\omega}^{\text{F}} - z_{at\omega}^{\text{T}} - v_{ht\omega} H_h^{\text{loss}}, \forall a \in A, \forall h \in M_{at0}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.50)$$

$$x_{at\omega} = x_{a(t-1)\omega} + 0,0036 (\Psi_{at} + \rho_{at\omega} - u_{at\omega}), \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.51)$$

$$\overline{q}_{ht\omega} \leq \overline{Q}_h^{T^0} + h_{ht\omega} \overline{Q}_h^{T^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (B.52)$$

$$\bar{q}_{htw} \leq \bar{Q}_h^{G^0} + h_{htw} \bar{Q}_h^{G^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.53})$$

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq \bar{P}_h^{T^0} + h_{htw} \bar{P}_h^{T^1}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.54})$$

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq P_h^{\text{ef}} v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.55})$$

$$\bar{q}_{htw} \leq Q_h^{\text{ef}} v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.56})$$

$$p_{htw} \leq \bar{p}_{Ghtw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.57})$$

$$q_{htw} \leq \bar{q}_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.58})$$

$$\bar{p}_{Ghtw} \leq \bar{P}_h v_{htw}, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.59})$$

$$p_{Ghtw} \geq k_h \left[Q_h^L h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^L - Q^L H_h^L - (1 - v_{htw}) M_h^{\text{big}} \right], \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (\text{B.60})$$

$$\forall \omega \in \Omega,$$

$$p_{Ghtw} \geq k_h \left(Q_h^U h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^U - Q^U H_h^U \right), \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.61})$$

$$p_{Ghtw} \leq k_h \left(Q_h^U h_{htw}^{\text{net}} + q_{htw} H_h^L - Q^U H_h^L \right), \forall h \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.62})$$

$$p_{Ghtw} \leq k_h \left[q_{htw} H_h^U + Q^L h_{htw}^{\text{net}} - Q^L H_h^U + (1 - v_{htw}) M_h^{\text{big}} \right], \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (\text{B.63})$$

$$\forall \omega \in \Omega,$$

$$p_{Gitw} = P_{Git} + r_{Gitw}^U + r_{Gitw}^{\text{NS}} - r_{Gitw}^D, \forall i \in G_{tw}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.64})$$

$$p_{Djtw} = P_{Djt} + r_{Djtw}^D - r_{Djtw}^U, \forall j \in J, t \in T, \omega \in \Omega, \quad (\text{B.65})$$

$$r_{Gitw}^D \leq R_{Git}^D, \forall i \in G_{tw}, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.66})$$

$$r_{Gitw}^U \leq R_{Git}^U, \forall i \in G_{tw}, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.67})$$

$$r_{Gitw}^{\text{NS}} \leq R_{Git}^{\text{NS}}, \forall i \in G_{tw}, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.68})$$

$$r_{Djt\omega}^D \leq R_{Djt}^D, \forall j \in J, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.69})$$

$$r_{Djt\omega}^U \leq R_{Djt}^U, \forall j \in J, \forall t \in \{\tau_\omega, \dots, NT\}, \forall \omega \in \Omega. \quad (\text{B.70})$$

$$r_{Git\omega}^D = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.71})$$

$$r_{Git\omega}^U = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.72})$$

$$r_{Git\omega}^{\text{NS}} = 0, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.73})$$

$$r_{Djt\omega}^D = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.74})$$

$$r_{Djt\omega}^U = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.75})$$

$$p_{Djt\omega}^{\text{shed}} = 0, \forall j \in J, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.76})$$

$$v_{it\omega} = U_{it}, \forall i \in I, t \in \{1, \dots, \tau_\omega - 1\}, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.77})$$

$$q_{ht\omega_1} = q_{ht\omega_2}, \forall h \in H, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (\text{B.78})$$

$$s_{at\omega_1} = s_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (\text{B.79})$$

$$x_{at\omega_1} = x_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (\text{B.80})$$

$$u_{at\omega_1} = u_{at\omega_2}, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, \min\{\tau_{\omega_1}; \tau_{\omega_2}\} - 1\}, \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \quad (\text{B.81})$$

$$P_{Git}, R_{Git}^D, R_{Git}^U, R_{Git}^{\text{NS}} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (\text{B.82})$$

$$P_{Djt}, R_{Djt}^D, R_{Djt}^U \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (\text{B.83})$$

$$\theta_{nrt}^+, \theta_{nrt}^-, \theta_{nrt}^{\text{abs}} \geq 0, \forall (n, r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (\text{B.84})$$

$$\theta_{lnrt}^B \geq 0, \forall l \in L, (n, r) \in \Lambda_{t0}, t \in T, \quad (\text{B.85})$$

$$\theta_{nt}, P_{nt}^{\text{inj}} \text{ irrestritos, } \forall n \in N, \forall t \in T, \quad (\text{B.86})$$

$$F_{nrt} \text{ irrestrito, } \forall (n,r) \in \Lambda_{t0}, \forall t \in T, \quad (\text{B.87})$$

$$U_{it} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (\text{B.88})$$

$$p_{Git\omega}, \bar{p}_{Git\omega}, r_{Git\omega}^D, r_{Git\omega}^U, r_{Git\omega}^{\text{NS}} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.89})$$

$$p_{Git\omega m} \geq 0, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \forall m \in M_{it}, \quad (\text{B.90})$$

$$p_{Djt\omega}, p_{Djt\omega}^{\text{shed}}, r_{Djt\omega}^D, r_{Djt\omega}^U \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.91})$$

$$\theta_{nrt\omega}^+, \theta_{nrt\omega}^-, \theta_{nrt\omega}^{\text{abs}} \geq 0, \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.92})$$

$$\theta_{lnrt\omega}^B \geq 0, \forall l \in L, \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.93})$$

$$q_{ht\omega}, \bar{q}_{ht\omega} \geq 0, \forall H \in H, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.94})$$

$$s_{at\omega}, u_{at\omega}, x_{at\omega}, z_{at\omega}^F, z_{at\omega}^T, h_{at\omega}^{\text{net}} \geq 0, \forall a \in A, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.95})$$

$$\theta_{nt\omega}, P_{nt\omega}^{\text{inj}} \text{ irrestritos, } \forall n \in N, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.96})$$

$$f_{nrt\omega} \text{ irrestrito, } \forall (n,r) \in \Lambda_{t\omega}, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.97})$$

$$C_{it\omega}^{\text{SU}} \text{ irrestrito, } \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega, \quad (\text{B.98})$$

$$v_{it\omega} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega. \quad (\text{B.99})$$

A função objetivo (B.1) minimiza o custo esperado da operação, que possui componentes associadas à segurança (contratação de reservas e penalização econômica devida a cortes involuntários de carga) e à energia (bem-comum e custos de partida).

As restrições (B.2)–(B.8) modelam o sistema de transmissão nos períodos anteriores à ocorrência de uma contingência considerando as perdas nas linhas. As restrições (B.9)–(B.15) garantem que o montante aceito das ofertas e lances de energia e reserva não ultrapassem os limites fornecidos no leilão.

As restrições (B.16)–(B.22) são análogas às restrições (B.2)–(B.8) e modelam o sistema de transmissão nos períodos posteriores à ocorrência de uma contingência. As restrições (B.23) limitam o corte de carga involuntário à potência fornecida naquele período à demanda. As restrições (B.24) e (B.26) limitam a potência gerada pelas unidades geradoras nos períodos posteriores à ocorrência de uma contingência. As restrições (B.25) definem a potência gerada pelas unidades como a soma dos montantes de potência aceitos de cada bloco ofertado.

As restrições (B.27) limitam a potência produzida pelas unidades geradoras termelétricas à sua potência máxima disponível, que é limitada pelos limites de rampa, (B.29)–(B.33), mínimo tempo ligado, (B.34)–(B.36), e mínimo tempo desligado, (B.37)–(B.39). As restrições (B.40) e (B.41) definem os custos de partida das unidades geradoras.

As restrições (B.42) definem a defluência das usinas hidrelétricas como a soma do vertimento e do engolimento agregado de suas unidades geradoras. As restrições (B.43), (B.44) e (B.45) canalizam a defluência, o vertimento e o volume, respectivamente, em seus limites. As restrições (B.46) garantem que as rampas defluência sejam respeitadas. As restrições (B.47) impõem a meta de volume a ser cumprida ao final do horizonte estudado. As restrições (B.48), (B.49) e (B.50) definem, respectivamente, as cotas de montante e jusante e a altura de queda líquida. As restrições (B.51) modelam a continuidade da água nos reservatórios a cada período do horizonte. As restrições (B.52) e (B.53) estabelecem a limitação do engolimento máximo disponível por parte da turbina e do gerador, respectivamente. As restrições (B.54), (B.55) e (B.59) estabelecem a limitação da potência máxima disponível por parte da turbina, do gerador e do montante ofertado no leilão, respectivamente. As restrições (B.60)–(B.63) modelam a função de produção hidráulica.

As restrições (B.64) e (B.65) estabelecem a relação entre as potências geradas e consumidas, respectivamente, antes e depois da ocorrência de uma contingência. As restrições (B.66)–(B.70) limitam a implementação de reservas girante e não-girante, por parte dos geradores e das cargas, aos valores ofertados no leilão. As restrições (B.71)–(B.81) estabelecem que medidas corretivas não podem ser implementadas anteriormente à ocorrência de uma contingência. Tais medidas são a implementação de reservas, (B.71)–(B.75), cortes involuntários de carga, (B.76), alteração nos estados das unidades geradoras, (B.77), e operação distinta das usinas e unidade hidrelétricas em períodos e cenários anteriores à ocorrência de uma contingência, (B.78)–(B.81).

Finalmente, as restrições (B.82)–(B.99) definem os tipos das variáveis.

APÊNDICE C – Envelopes de McCormick

Os Envelopes de McCormick (DOMBROWSKI, 2017) são um tipo de relaxação convexa utilizada para o tratamento de produtos bilineares. Estes envelopes permitem que um produto bilinear seja formulado como um conjunto de restrições lineares de desigualdade.

A principal vantagem da utilização desta técnica é a resolução de um problema convexo ao invés de um problema não-convexo, o que diminui significativamente a dificuldade computacional e elimina a possibilidade de se encontrar mínimos locais. Já a sua principal desvantagem é o fato de que a solução obtida para o problema convexo nem sempre corresponde à solução do problema original não-convexo, isto é, pode haver erros de aproximação.

A qualidade dos envelopes, tanto do ponto de vista dos erros de aproximação quanto da dificuldade computacional, depende da qualidade dos limitantes inferiores e superiores das variáveis envolvidas no produto bilinear. Quanto mais ajustados forem estes limitantes, melhor a aproximação e menor a dificuldade computacional.

O obtenção das restrições lineares que representam um produto bilinear por meio da técnica dos Envelopes de McCormick ocorre da seguinte forma: considera-se o produto bilinear $w = xy$, em que x e y são variáveis contínuas que possuem limitantes inferiores e superiores conhecidos, dados por x^L , y^L , x^U e y^U , respectivamente.

Considerando $a = x - x^L$ e $b = y - y^L$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$. Assim:

$$ab \geq 0 \Leftrightarrow (x - x^L)(y - y^L) \geq 0 \Leftrightarrow xy - xy^L - x^L y + x^L y^L \geq 0.$$

Substituindo xy por w , obtém-se o primeiro limitante inferior para o envelope:

$$w \geq xy^L + x^L y - x^L y^L. \quad (\text{C.1})$$

Considerando $a = x^U - x$ e $b = y^U - y$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$. Assim:

$$ab \geq 0 \Leftrightarrow (x^U - x)(y^U - y) \geq 0 \Leftrightarrow x^U y^U - x^U y - xy^U + xy \geq 0.$$

Substituindo xy por w , obtém-se o segundo limitante inferior para o envelope:

$$w \geq x^U y + xy^U - x^U y^U. \quad (\text{C.2})$$

Analogamente, considera-se $a = x^U - x$ e $b = y - y^L$ para se obter o primeiro limitante superior para o envelope:

$$w \leq x^U y + xy^L - x^U y^L. \quad (\text{C.3})$$

Finalmente, considera-se $a = x - x^L$ e $b = y^U - y$, obtendo-se o segundo limitante superior para o envelope:

$$w \leq xy^U + x^L y - x^L y^U. \quad (\text{C.4})$$

Com o intuito de ilustrar a técnica dos Envelopes de McCormick, segue um exemplo numérico.

Exemplo C.1. (Adaptado de Dombrowski (2017)) Para ilustrar a técnica dos Envelopes de McCormick, considera-se o seguinte problema de otimização:

$$\text{maximizar } Z = -xy - 2x, \quad (\text{C.5})$$

sujeito a

$$0 \leq x \leq 6, \quad (\text{C.6})$$

$$0 \leq y \leq 3. \quad (\text{C.7})$$

Observa-se no modelo (C.5)–(C.7) que os limitantes de x e y são: $x^L = 0$, $x^U = 6$, $y^L = 0$ e $y^U = 3$. Substituindo o produto bilinear xy por w , tem-se:

$$\text{maximizar } Z = -w - 2x, \quad (\text{C.8})$$

sujeito a

$$0 \leq x \leq 6, \quad (\text{C.9})$$

$$0 \leq y \leq 3, \quad (\text{C.10})$$

$$w \geq 0, \quad (\text{C.11})$$

$$w \geq 6y + 3x - 18, \quad (\text{C.12})$$

$$w \leq 6y, \quad (\text{C.13})$$

$$w \leq 3x. \quad (\text{C.14})$$

O modelo (C.8)–(C.14) é um modelo de programação linear que pode ser facilmente resolvido utilizando-se, por exemplo, o pacote computacional CPLEX.

□

APÊNDICE D – Dados do Sistema de 24 Barras

Para facilitar a reprodutibilidade deste trabalho, apresentam-se neste apêndice os dados referentes ao sistema de 24 barras utilizado, que é baseado no sistema IEEE de 24 barras Wong et al. (1999).

D.1 Geração

O sistema gerador é composto por 37 unidades geradoras, das quais duas são termelétricas (unidades 1 e 2) e 35 são hidrelétricas (unidades 3–37).

Os dados referentes às unidades termelétricas são apresentados na Tabela D.1. Considera-se que estas duas unidades estão desligadas no início do dia e não possuem horas a cumprir referentes ao mínimo tempo de parada do dia anterior. Nas simulações realizadas neste trabalho, considera-se que as unidades termelétricas ofertam sua potência máxima em todos os períodos do horizonte.

Tabela D.1 – Dados das unidades geradoras termelétricas.

Unidade <i>c</i>	$\bar{P}$ [MW]	$\underline{P}$ [MW]	RU [MW/h]	SU [MW/h]	RD [MW/h]	SD [MW/h]	UT [h]	DT [h]
1	152	30.4	152	152	152	152	8	4
2	310	108.5	310	310	310	310	8	8

As unidades hidrelétricas pertencem a 10 usinas hidrelétricas (numeradas de 1 a 10), conforme o mapeamento apresentado na Tabela D.2. Os dados referentes a estas unidades são apresentados na Tabela D.3. Nas simulações realizadas neste trabalho considera-se que as unidades hidrelétricas não necessariamente ofertam sua potência efetiva, devido às limitações hidrológicas. Os lances destas unidades foram determinados por meio de um modelo de auto-programação análogo ao modelo proposto em Conejo et al. (2002).

Tabela D.2 – Mapeamento das unidades hidrelétricas nas usinas hidrelétricas.

Usina <i>a</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Unidades <i>h</i>	3–6	7–9	10–12	13 e 14	15–18	19–21	22–25	26–30	31–34	35–37

A Tabela D.4 fornece os dados referentes às usinas hidrelétricas e a Figura D.1 apresenta a disposição geográfica destas usinas.

A Tabela D.5 apresenta o mapeamento das unidades geradoras nas barras do sistema.

Tabela D.3 – Dados das unidades geradoras hidrelétricas.

Unidade h	P^{ef} [MW]	P [MW]	Q^{ef} [m ³ /s]	H^{ef} [m]	k_h [MW/m ³ /s/m]	K_h^H
3–6	35	10	189	21,4	0,008633	$2,1 \times 10^{-5}$
7–9	48	10	257	22,1	0,008437	$9,475 \times 10^{-6}$
10–12	43,8	10	234	21,2	0,008892	$8,733 \times 10^{-6}$
13 e 14	50,5	10	182	31	0,008947	$2,2 \times 10^{-5}$
15–18	103,5	10	161	73,6	0,008731	4×10^{-5}
19–21	24	10	187	14,5	0,008829	8×10^{-6}
22	151,5	10	413	44	0,008338	5×10^{-6}
23	150,2	10	410	44	0,008338	5×10^{-6}
24	163,3	10	445	44	0,008338	5×10^{-6}
25	152,5	10	416	44	0,008338	5×10^{-6}
26–30	105	10	510	22,5	0,009143	$2,6 \times 10^{-6}$
31–34	88,5	10	617	15,7	0,009143	$1,4 \times 10^{-6}$
35–37	117,4	10	113	116,5	0,008893	$1,41 \times 10^{-5}$

Tabela D.4 – Dados associados às usinas hidrelétricas.

Usina a	X_{a0} [hm ³]	$\bar{X}_a$ [hm ³]	$\underline{X}_a$ [hm ³]	$\bar{U}_a$ [m ³ /s]	$\underline{U}_a$ [m ³ /s]	$\bar{S}_a$ [m ³ /s]	$\underline{S}_a$ [m ³ /s]	R_a [m ³ /s/h]	X_a^{Meta} [hm ³]
1	1987	2124	1858	2000	0	2000	76	200	1896
2	513	543	482	3000	103	3000	0	300	482
3	952	982	925	3000	128	3000	0	300	925
4	5029	5445	4320	1500	55	1500	0	250	4900
5	6938	7132	6760	2000	73	2000	0	200	6850
6	137,8	145,8	122,8	3000	96	3000	0	300	122,8
7	6161	6297	5879	3000	192	3000	0	300	5899
8	589,7	628,7	555,7	3000	200	3000	0	300	555,7
9	1706	1807	1593	3000	227	3000	0	300	1593
10	1984	2025	1938	3000	27	3000	0	300	1938

Tabela D.5 – Mapeamento das unidades geradoras nas barras do sistema.

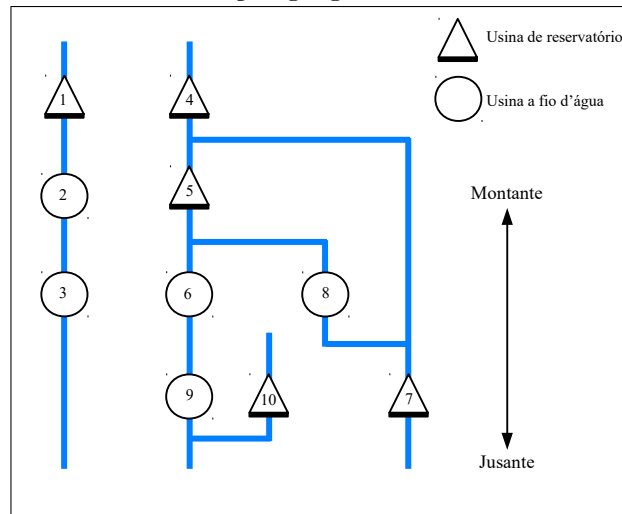
Unidade h	1	2	3–6	7–9	10–12	13 e 14	15–18	19–21	22–25	26–30	31–34	35–37
Barra n	1	2	18	16	15	21	21	23	13	6	7	22

As ofertas das unidades geradoras são fornecidos nas tabelas D.6–D.13 e D.14. Todas as unidades geradoras ofertam a máxima reserva girante possível, tanto *up* quanto *down*, isto é, a diferença entre a potência máxima e mínima ofertadas, a um preço correspondente a 20% do preço do primeiro bloco de energia ofertado.

D.2 Transmissão

O sistema possui 34 linhas de transmissão, que possuem as condutâncias, susceptâncias e capacidades listadas na Tabela D.15. Os valores das condutâncias e susceptâncias são definidos em *pu* em uma base de 100 MVA.

Figura D.1 – Distribuição geográfica das usinas estudadas.



Fonte: autoria própria.

D.3 Demanda

O sistema possui 17 cargas, cujo mapeamento é apresentado pela Tabela D.16.

Considera-se que todas as cargas submetem um lance de energia com preço de \$20,00/MWh e com os montantes descritos na Tabela D.17. O limite de reservas girantes *up* e *down* que podem ser contratadas pelo operador corresponde a 20% do montante do lance de energia. Já os preços dos lances de reservas é de \$50,00/MWh, tanto para reserva girante *up* quanto *down*. O valor da penalização econômica a ser paga pelo operador em caso de cortes involuntários é de \$5000,00/MWh.

Tabela D.14 – Preços dos lances das unidades geradoras. As ofertas de energia são dadas em \$/MWh e as ofertas de partidas em \$.

Unidade i	Bloco				Custo de partida
	1	2	3	4	
1	14,46	14,96	15,89	14,92	1430,40
2	14,92	16,25	16,68	18,26	624,00
3	15,25	15,80	16,08	16,70	105,00
4	16,45	16,90	17,16	17,70	105,00
5	17,00	17,10	17,25	17,90	105,00
6	16,50	16,70	16,75	16,90	105,00
7	13,05	13,30	13,36	13,67	144,00
8	13,05	13,30	13,36	13,67	144,00
9	13,05	13,30	13,36	13,67	144,00
10	12,99	13,30	13,36	13,67	130,00
11	12,99	13,30	13,36	13,67	130,00
12	12,99	13,30	13,36	13,67	130,00
13	12,21	12,35	12,65	13,00	150,00
14	12,21	12,35	12,65	13,00	150,00
15	12,92	13,05	13,65	13,90	300,00
16	12,92	13,05	13,65	13,90	300,00
17	14,92	15,05	15,65	15,90	300,00
18	14,92	15,05	15,65	15,90	300,00
19	13,30	13,55	13,65	13,90	70,00
20	13,30	13,55	13,65	13,90	70,00
21	13,30	13,55	13,65	13,90	70,00
22	18,48	18,90	19,19	19,70	400,00
23	18,48	18,90	19,19	19,70	400,00
24	19,48	19,90	20,19	20,70	400,00
25	19,48	19,90	20,19	20,70	400,00
26	13,57	13,90	14,36	15,63	315,00
27	13,57	13,90	14,36	15,63	315,00
28	13,57	13,90	14,36	15,63	315,00
29	13,57	13,90	14,36	15,63	315,00
30	11,97	12,34	12,66	13,63	315,00
31	12,34	12,93	13,26	13,33	270,00
32	12,34	12,93	13,26	13,33	270,00
33	12,34	12,93	13,26	13,33	270,00
34	12,34	12,93	13,26	13,33	270,00
35	12,73	12,93	13,65	14,76	350,00
36	12,73	12,93	13,65	14,76	350,00
37	12,73	12,93	13,65	14,76	350,00

Tabela D.15 – Mapeamento das unidades geradoras nas barras do sistema.

Nó inicial	Nó final	Condutância [pu]	Susceptância [pu]	Capacidade [MVA]
1	2	13,5038	-65,7184	175
1	3	1,0226	-4,1889	175
1	5	2,5257	-10,4127	175
2	4	1,6944	-6,9623	175
2	6	1,1230	-4,6042	175
3	9	1,8112	-7,4261	175
3	24	0,2833	-11,8980	400
4	9	2,0690	-5,5057	175
5	10	2,4560	-10,0373	175
6	10	3,2425	-14,8692	175
7	8	3,5500	-14,4363	175
8	9	1,3072	-5,3564	175
8	10	1,3072	-5,3564	175
9	11	0,2833	-11,8980	400
9	12	0,2833	-11,8980	400
10	11	0,2833	-11,8980	400
10	12	0,2833	-11,8980	400
11	13	2,4820	-20,1866	500
11	14	2,7177	-23,1552	500
12	13	2,4820	-20,1866	500
12	23	1,2187	-10,0038	500
13	23	1,3862	-11,1397	500
14	16	1,4071	-16,7166	500
15	16	6,6702	-57,3639	500
15	21	9,1462	-37,9567	1000
15	24	2,4584	-18,5783	500
16	17	4,2815	-37,5344	500
16	19	5,3903	-42,044	500
17	18	9,5928	-68,5884	500
17	22	1,2044	-9,1968	500
18	21	16,3720	-72,0367	1000
19	20	11,4393	-46,4435	1000
20	23	22,3148	-83,3085	1000
21	22	1,8482	-14,2105	500

Tabela D.16 – Mapeamento das cargas nas barras do sistema.

(a) Cargas 1–9.

Carga j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Barra n	1	2	3	4	5	6	7	8	9

(b) Cargas 10–17.

Carga j	10	11	12	13	14	15	16	17
Barra n	10	13	14	15	16	18	19	20

Tabela D.17 – Potência demandada pelas cargas [MW].

(a) Períodos 1–12.

Carga j	Período t											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	67,5	63,5	60,4	59,4	59,4	60,4	74,5	86,6	95,7	96,7	96,7	95,7
2	60,4	56,8	54,1	53,2	53,2	54,1	66,7	77,5	85,6	86,5	86,5	85,6
3	111,9	105,2	100,2	98,5	98,5	100,2	123,6	143,6	158,6	160,3	160,3	158,6
4	46,2	43,4	41,4	40,7	40,7	41,4	51	59,3	65,5	66,2	66,2	65,5
5	44,4	41,8	39,8	39,1	39,1	39,8	49	57	63	63,6	63,6	63
6	85,2	80,2	76,3	75,1	75,1	76,3	94,2	109,4	120,9	122,1	122,1	120,9
7	78,1	73,5	70	68,8	68,8	70	86,3	100,3	110,8	112	112	110,8
8	106,6	100,2	95,4	93,8	93,8	95,4	117,7	136,8	151,1	152,7	152,7	151,1
9	108,3	101,9	97	95,4	95,4	97	119,6	139,1	153,6	155,2	155,2	153,6
10	120,8	113,6	108,1	106,3	106,3	108,1	133,4	155	171,2	173	173	171,2
11	165,2	155,3	147,9	145,4	145,4	147,9	182,4	212	234,2	236,6	236,6	234,2
12	120,8	113,6	108,1	106,3	106,3	108,1	133,4	155	171,2	173	173	171,2
13	197,1	185,4	176,5	173,6	173,6	176,5	217,7	253	279,5	282,4	282,4	279,5
14	62,2	58,4	55,7	54,7	54,7	55,7	68,7	79,8	88,1	89,1	89,1	88,1
15	207,8	195,4	186,1	183	183	186,1	229,5	266,7	294,6	297,7	297,7	294,6
16	113,7	106,9	101,8	100,1	100,1	101,8	125,5	145,9	161,2	162,9	162,9	161,2
17	79,9	75,1	71,6	70,4	70,4	71,6	88,3	102,6	113,3	114,5	114,5	113,3

(b) Períodos 13–24.

Carga j	Período t											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	95,7	95,7	93,7	93,7	99,7	100,7	100,7	96,7	91,7	83,6	73,5	63,5
2	85,6	85,6	83,8	83,8	89,2	90,1	90,1	86,5	82	74,8	65,8	56,8
3	158,6	158,6	155,3	155,3	165,3	167	167	160,3	152	138,6	121,9	105,2
4	65,5	65,5	64,1	64,1	68,2	68,9	68,9	66,2	62,7	57,2	50,3	43,4
5	63	63	61,6	61,6	65,6	66,3	66,3	63,6	60,3	55	48,4	41,8
6	120,9	120,9	118,3	118,3	126	127,2	127,2	122,1	115,8	105,6	92,9	80,2
7	110,8	110,8	108,5	108,5	115,5	116,6	116,6	112	106,1	96,8	85,1	73,5
8	151,1	151,1	147,9	147,9	157,4	159	159	152,7	144,7	132	116,1	100,2
9	153,6	153,6	150,4	150,4	160,1	161,7	161,7	155,2	147,1	134,2	118	101,9
10	171,2	171,2	167,6	167,6	178,4	180,2	180,2	173	164	149,6	131,6	113,6
11	234,2	234,2	229,2	229,2	244	246,5	246,5	236,6	224,3	204,6	179,9	155,3
12	171,2	171,2	167,6	167,6	178,4	180,2	180,2	173	164	149,6	131,6	113,6
13	279,5	279,5	273,6	273,6	291,3	294,2	294,2	282,4	267,7	244,2	214,8	185,4
14	88,1	88,1	86,3	86,3	91,8	92,8	92,8	89,1	84,4	77	67,7	58,4
15	294,6	294,6	288,4	288,4	307	310,1	310,1	297,7	282,2	257,4	226,4	195,4
16	161,2	161,2	157,8	157,8	167,9	169,6	169,6	162,9	154,4	140,8	123,8	106,9
17	113,3	113,3	110,9	110,9	118,1	119,3	119,3	114,5	108,5	99	87,1	75,1