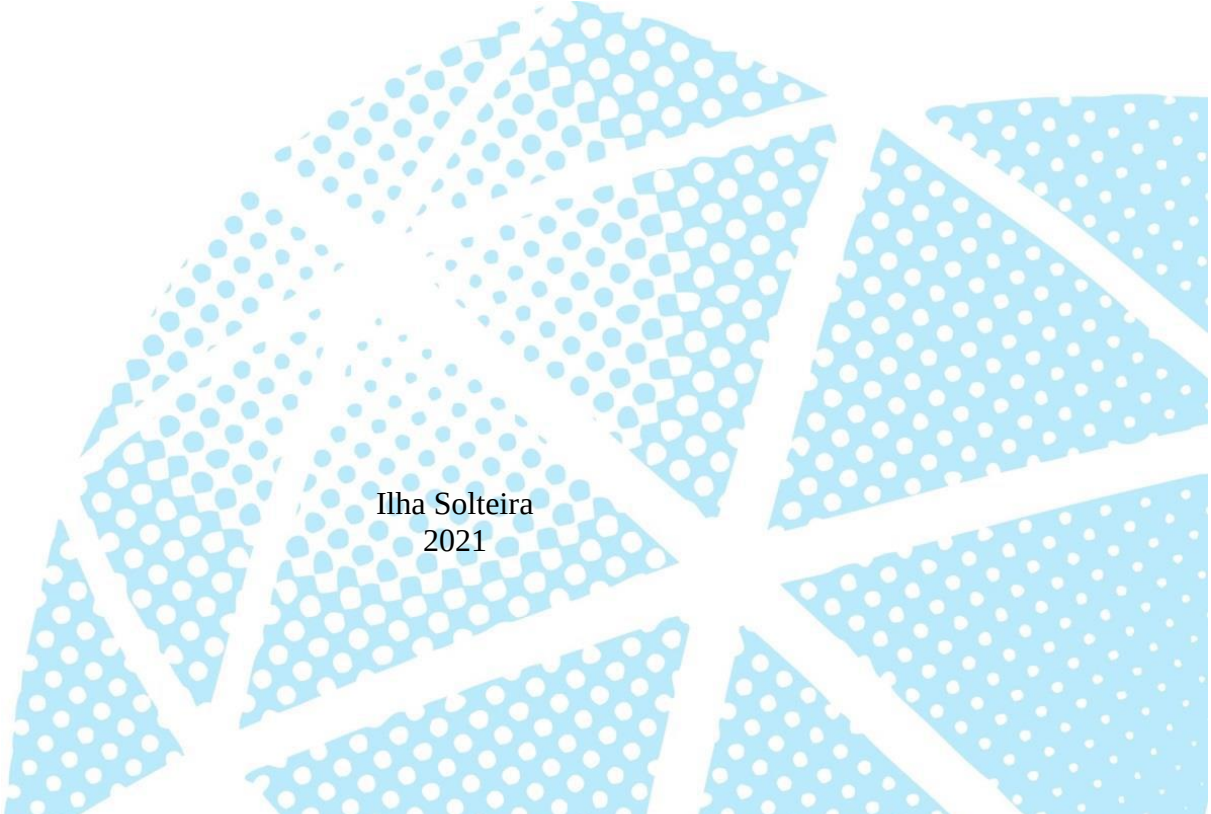


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

DANNY GARCÍA SÁNCHEZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA PARA A OTIMIZAÇÃO DO ROTEAMENTO DE FROTAS DE VEÍCULOS
ELÉTRICOS CONSIDERANDO ESTAÇÕES DE CARREGAMENTO**

Ilha Solteira
2021



DANNY GARCÍA SÁNCHEZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA PARA A OTIMIZAÇÃO DO ROTEAMENTO DE FROTAS DE VEÍCULOS
ELÉTRICOS CONSIDERANDO ESTAÇÕES DE CARREGAMENTO**

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia do Campus de Ilha Solteira – UNESP
como parte dos requisitos para a obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de
Conhecimento: Automação

Prof. Dr. John Fredy Franco Baquero
Orientador

Ilha Solteira
2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

G216d García Sánchez, Danny.
Desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira mista para a
otimização do roteamento de frotas de veículos elétricos considerando
estações de carregamento / Danny García Sánchez. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
66 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2021

Orientador: John Fredy Franco Baquero
Inclui bibliografia

1. Algoritmo K-Means. 2. Estações de carregamento. 3. Programação linear
inteira mista. 4. Roteamento de veículos. 5. Veículos elétricos.


Raiane da Silva Santos

Supervisora técnica de Seção
Serviço Técnico de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB3 - 9999



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira mista para a otimização do roteamento de frotas de veículos elétricos considerando alocação de estações de carregamento

AUTOR: DANNY GARCÍA SÁNCHEZ

ORIENTADOR: JOHN FREDY FRANCO BAQUERO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOHN FREDY FRANCO BAQUERO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Campus Experimental de Rosana - UNESP

Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. RAMÓN ALFONSO GALLEGO RENDÓN (Participação Virtual)
Departamento de Ingeniería Eléctrica / Universidad Tecnológica de Pereira - Colômbia

Ilha Solteira, 30 de agosto de 2021

RESUMO

Os veículos elétricos (VEs) têm sido gradualmente incorporados na indústria do transporte como parte das estratégias globais para a minimização das mudanças climáticas, porém sua autonomia continua sendo uma limitante para sua incorporação em diferentes cenários de entrega de mercadorias. Portanto, desenvolvimentos em otimização ainda são necessários para resolver o problema de roteamento com serviço de entrega. Este trabalho propõe um modelo de programação linear inteira mista para solucionar o problema de roteamento de uma frota de VEs com janelas de tempo (PRFVE) e aborda o algoritmo *k-means* para agrupar clientes por zonas com o intuito de remover arcos pouco prometedores reduzindo o espaço de busca. O modelo considera o estado de carga, capacidade de mercadorias e da bateria dos VEs, assim como as janelas de tempo e posição dos clientes. A avaliação contempla dois sistemas teste com 4 e 45 clientes para 8 casos específicos com o objetivo de mostrar sua generalidade e o requerimento de tempo computacional para diferentes características da frota. Além disso, inclui-se o desenvolvimento de uma interface gráfica de usuário em linguagem de programação Python em conexão com a linguagem de modelação matemática AMPL para automatizar o processamento de dados, bem como permitir a representação gráfica das rotas e análise das soluções. Conclui-se que a proposta apresenta potencial de aplicação na definição de rotas ótimas para frotas de VEs de empresas que distribuem mercadorias ou oferecem serviços que requerem visitas aos clientes e definição das estações de carregamento no médio das rotas.

Palavras-chave: Algoritmo *k-means*; estações de carregamento; Programação Linear Inteira Mista; roteamento de veículos; veículos elétricos.

ABSTRACT

Electric vehicles (EVs) have been gradually incorporated into the transport industry as part of the global strategies for minimizing climate change. However, autonomy remains a limiting factor for their incorporation in different freight delivery scenarios. This work proposes a mixed-integer linear programming model to solve the electric vehicle fleets routing problem with time windows (E-VRPTW) and the approach of the k-means algorithm to group customers by zones to remove unpromising arcs reducing the space search. The model considers the state of charge, freights, and battery capacity of EVs, as well as the customer's time windows and position. E-VRPTW was evaluated using two test systems with 4 and 45 clients for 8 specific cases to show its generality and the behavior of computational time for different fleet characteristics. Also, it includes a graphical user interface developed in Python programming language in connection with the mathematical modeling language AMPL to automate data processing, allowing graphics representation of routes and analysis of solutions. It is concluded that the proposal has potential for application in defining optimal routes for EV fleets of companies that distribute freights or offer services that require visits to customers and definition of recharging stations in the middle of the road.

Keywords: Electric vehicles; *K-means* algorithm; Mixed Integer Linear Programming; recharging stations; vehicle routing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Problema de roteamento de veículos para 5 clientes e um único depósito.	12
Figura 2. Evolução das publicações relacionadas aos VEs em periódicos indexados pela Scopus desde 1996 a 2020.	18
Figura 3. Representação de um grafo para resolver o PRFVE.	23
Figura 4. Representação de uma rota feita por um VE para o atendimento de um conjunto de clientes.	24
Figura 5. Agrupação de um conjunto de dados mediante o algoritmo <i>k-means</i>	30
Figura 6. Detalhe do processo de agrupamento feito por o algoritmo <i>k-means</i>	31
Figura 7. Atribuição das estações de carregamento mediante o algoritmo <i>k-means</i>	33
Figura 8. Disposição de 100 clientes no problema R101 do Solomon(SOLOMON, 1987)...37	
Figura 9. Disposição de 100 clientes no problema C101 do Solomon.....37	
Figura 10. Disposição de 100 clientes no problema RC101 do Solomon.	38
Figura 11. Sistema teste para os Casos 1-5 com 7 nós, 4 clientes, 2 estações de carregamento e um depósito	39
Figura 12. Sistema teste para o Caso 8 com 47 nós, 45 clientes, 2 estações de carregamento e um depósito.....	39
Figura 13. Resultados das rotas para os Casos 1–7 do sistema teste.	45
Figura 14. Resultados das rotas para o Caso 8 do sistema teste.....	47
Figura 15. Resultados das rotas para o Caso 8.2 do sistema teste dos VEs com 175 km de capacidade da bateria.....	48
Figura 16. Resultados das rotas para o Caso 8.3 do sistema teste dos VEs com 150 km de capacidade da bateria.....	48
Figura 17. Interface Gráfica de Usuario (GUI) desenvolvida para o PRFVE.	63
Figura 18. Fluxograma do funcionamento do processo de carregamento, tratamento e visualização dos dados.....	64
Figura 19. Fluxograma do funcionamento dos processos realizados para a automação da inserção dos parâmetros do modelo.....	65
Figura 20. Fluxograma do funcionamento dos processos realizados para a visualização dos resultados obtidos.	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Algoritmos meta-heurísticos usados em artigos relacionados ao PRVE.....	19
Tabela 2. Descrição do processo de execução do algoritmo <i>k-means</i>	32
Tabela 3. Descrição do processo de atribuição das estações de carregamento ao banco de dados.	34
Tabela 4. Distâncias para cada arco nos Casos 1–5.	40
Tabela 5. Custo de transporte para cada arco nos Casos 1–5.....	40
Tabela 6. Demanda de mercadorias dos clientes nos Casos 1–5.....	40
Tabela 7. Resultados dos diferentes casos analisados, sendo v o número de VEs usados.	43
Tabela 8. Resultados das diferentes situações analisadas para o Caso 8, sendo v o número de VEs usados.....	49

LISTA DE ABREVIACÕES

AG	Algoritmo genético
BAVLE	Busca adaptativa em vizinhança de larga escala
BLI	Busca local iterada
BTA	Busca tabu adaptativa
BVVEA	Busca em vizinhança variável evolutiva adaptativa
CH	Concentração heurística
DVV	Descida de vizinhança variável
GC	Geração de coluna
GUI	Interface gráfica de usuário
IDE	Ambiente de desenvolvimento integrado
OCF	Otimização da colônia de formigas
PD	Programação dinâmica
PLIM	Programação linear inteira mista
PRFVE	Problema de roteamento de uma frota de veículos elétricos
PRV	Problema de roteamento de veículos
PRVE	Problema de roteamento de veículos elétricos
RS	Recozimento simulado
SOC	Estado de carga da bateria
VCs	Veículos convencionais
VEs	Veículos elétricos

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos e índices:

A	Conjunto de arcos
C	Conjunto de clientes
C_D	Conjunto de clientes unido ao depósito
C_E	Conjunto de clientes unido estações de carregamento
E	Conjunto de estações de carregamento
F	Conjunto de grupos
H	Conjunto de dados
$i - j$	Arco em direção do nó i ao nó j
k	Índice dos veículos
l	Índice dos dados
M	Conjunto de centroides
N	Conjunto de nós
p	Índice dos centroides
n	Índice de nós
u	Índice das iterações
V	Conjunto de veículos

Parâmetros:

α	Limite superior do estado de carga da bateria
β	Limite inferior do estado de carga da bateria
γ	Limite superior do tempo de carga em uma estação de carregamento
δ_k	Consumo da bateria por quilômetro percorrido do veículo k
λ_j	Início da janela de tempo para atender o cliente j
μ_j	Fim da janela de tempo para atender o cliente j
v_k	Velocidade de carga da bateria do veículo k
τ_{ij}	Tempo de percorrer do nó i ao nó j
B_k	Capacidade de mercadorias do veículo k

b	Capacidade de mercadorias do depósito
c_{ij}	Custo do transporte do nó i ao nó j
D_j	Demanda de mercadoria do cliente j
d_{ij}	Distância entre os nós i e j
h_l	Dado l eximo do conjunto
L	Número de dados no conjunto
m	Número de grupos
S_k	Capacidade da bateria do veículo k
s_j	Tempo de serviço do nó j
U	Número de iterações

Variáveis:

t_{ijk}	Variável contínua que representa o tempo de saída do nó i ao nó j associado ao veículo k
w_{jk}	Variável contínua que representa o tempo de carga na estação de carregamento j associado ao veículo k
x_{ijk}	Variável binária que determina o uso do arco ativo do nó i ao nó j pelo veículo k
y_{ijk}	Variável contínua que representa o fluxo de mercadorias do nó i ao nó j associado ao veículo k
z_{ijk}	Variável contínua que representa o estado de carga da bateria do veículo k ao sair do nó i

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	ANTECEDENTES E MOTIVAÇÃO	12
1.2	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	15
1.2.1	Objetivo geral	15
1.2.2	Objetivos específicos.....	15
1.2.3	Contribuições	15
1.3	ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	16
2	ESTADO DA ARTE.....	17
2.1	PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS ELÉTRICOS	17
2.1.1	Metodologias de solução para o PRVE.....	18
2.1.2	Velocidade do consumo da energia	20
2.1.3	Estações de carregamento.....	21
3	MODELO MATEMÁTICO DO PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE FROTAS DE VEÍCULOS ELÉTRICOS	23
3.1	FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES	23
3.1.1	Função objetivo.....	24
3.1.2	Restrições	25
3.1.1.1	Definição das rotas	25
3.1.1.2	Fluxo de mercadorias	26
3.1.1.3	Mudança do SOC	27
3.1.1.4	Tempo de viagem	27
3.1.1.5	Natureza das variáveis.....	28
4	ALGORITMO DE AGRUPAMENTO DE CLIENTES.....	30
4.1	PROCESSO DO ALGORITMO <i>K-MEANS</i>	30
4.2	ATRIBUIÇÃO DAS ESTAÇÕES DE CARREGAMENTO	33
4.3	TRATAMENTO DE ARCOS POUCO PROMETEDORES	34
5	CASOS DE ESTUDO.....	36
5.1	BASES DE DADOS	36
5.2	SISTEMAS TESTE.....	38
6	TESTES E RESULTADOS	42
6.1	ANÁLISE DOS RESULTADOS	42
7	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	51
7.1	TRABALHOS FUTUROS.....	51
	REFERÊNCIAS	53

ANEXO.....	62
INTERFACE GRÁFICA DE USUARIO (GUI).....	62
Carregamento de dados	62
Inserção de parâmetros.....	64
Otimizações	65

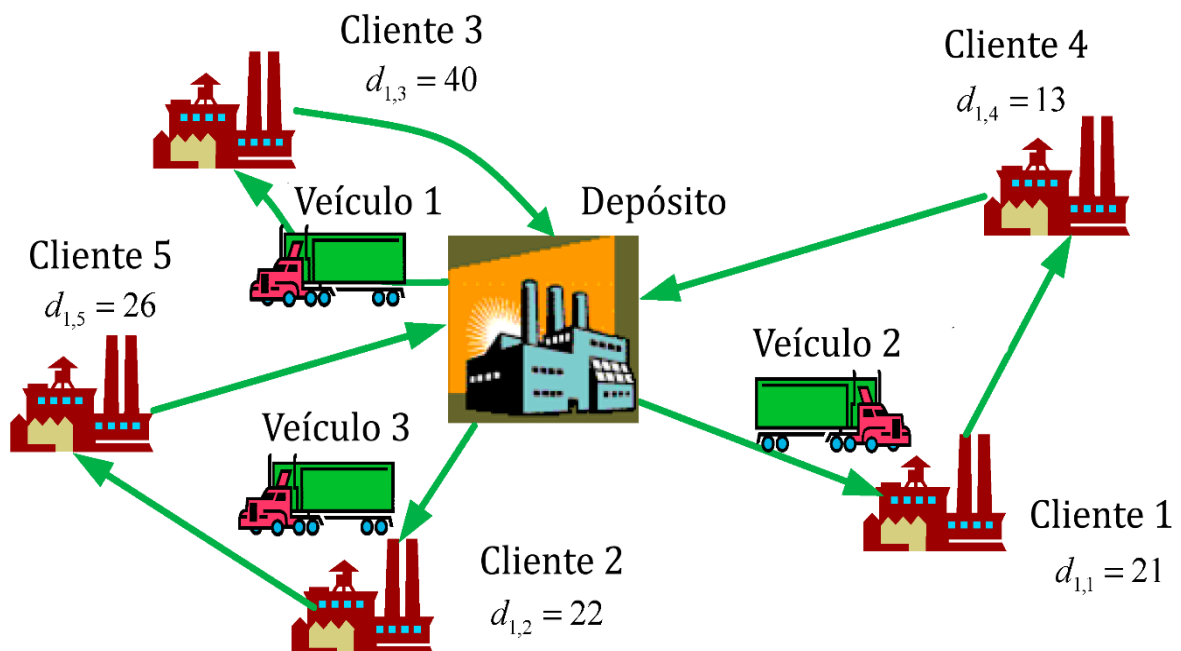
1 INTRODUÇÃO

1.1 ANTECEDENTES E MOTIVAÇÃO

O setor de transportes é uma das principais fontes de poluentes do meio ambiente contribuindo com 20% das emissões de gases que aceleram as mudanças climáticas, segundo relatórios apresentados pela União Europeia em 2014 (BM, 2014). Desde então, as empresas de distribuição de mercadorias e a sociedade civil têm definido estratégias que mitiguem esses efeitos (ONU, 2019). Nos últimos anos, têm-se procurado serviços que garantam o melhor atendimento aos usuários com o mínimo custo operacional e impacto ambiental. Isso leva a um problema maior, onde é necessário fazer o planejamento logístico das rotas de cada veículo em função da mercadoria disponível, tentando reduzir as emissões de gases poluentes (GRANADA et al. 2019).

Para realizar o planejamento de rotas, um dos problemas de otimização combinatória mais estudados na literatura é conhecido como roteamento de veículos (PRV). Este problema consiste em atender um conjunto de clientes por meio de uma frota de veículos convencionais (VCs) com o objetivo de minimizar a distância total percorrida. Um exemplo desse problema é ilustrado na Figura 1, onde mostra-se as rotas ótimas feitas por cada veículo ao sair e retornar do depósito para atender cinco clientes com demanda de mercadorias conhecidas.

Figura 1. Problema de roteamento de veículos para 5 clientes e um único depósito.



Fonte: (KANG et al. 2018)

A complexidade deste problema depende das diferentes variantes que possuem características ou restrições que devem ser consideradas para sua solução; em muitos casos, é difícil encontrar soluções exatas em tempos razoáveis. Assim, o problema é classificado como NP-difícil onde opta-se por procurar a solução por meio de heurísticas ou algoritmos que buscam resolvê-lo em um tempo limitado (TOTH; VIGO, 2002).

Os primeiros desdobramentos no problema de roteamento baseiam-se em soluções logísticas de transporte com modelos matemáticos desenvolvidos para VCs. Um dos mais conhecidos é a proposta de um modelo para o problema de roteamento de veículos capacitados que entregam mercadorias a um conjunto de clientes (TOTH; VIGO, 2002). Também, existem trabalhos que servem como base em estudos de soluções exatas para grandes problemas combinatórios (FUKUSAWA et al. 2006). Além disso, há propostas de algoritmos heurísticos para encontrar soluções aproximadas em um tempo computacional menor (SZETO et al. 2011) e desenvolvimentos de modelos matemáticos para variantes do problema como considerar frotas próprias e subcontratadas (TORO et al. 2016).

Atualmente, existem duas abordagens diferentes para resolver a minimização do impacto ambiental do PRV na literatura especializada. A primeira, incorpora os custos de emissão de gases de efeito estufa na função objetivo do modelo. Por sua vez, a segunda sugere o uso de meios de transporte menos poluentes como veículos elétricos (VEs), em que suas características de operação devem ser incluídas nos modelos de planejamento de rotas. No entanto, a implementação desses meios de transporte cria novos desafios econômicos, políticos e regulatórios (ARANGO et al. 2018).

A vantagem de incorporar os VEs na frota é que estes não produzem poluição do ar e sonora. Por outro lado, o uso dessa alternativa possui aspectos relevantes a serem considerados, como o curto tempo de autonomia, onde os VEs precisam visitar estações de carregamento ao longo das rotas. Também, a compra de baterias têm um custo elevado, o que na maioria dos cenários não é lucrativo (GRANADA et al. 2019). Porém, a tendência é que essas limitações sejam superadas com o rápido desenvolvimento dessa tecnologia, gerando maior autonomia dos VEs e baterias mais econômicas. Grandes empresas como DHL, UPS e DPD hoje incluem VEs com autonomies entre 161 e 241 km.

Os trabalhos mais recentes consideram frotas de VEs no PRV, conhecido como o problema de roteamento de veículos elétricos (PRVE) em que restrições de capacidade e operação da bateria são adicionadas. Entre eles estão modelos matemáticos que minimizam a quantidade de VEs a serem utilizados e, por sua vez, a distância total percorrida, com a possibilidade de recarga em qualquer uma das estações disponíveis (SCHNEIDER et al. 2014). Existem

trabalhos que propõem uma solução para obter o gasto energético ideal para as rotas realizadas por VEs, levando em consideração a energia potencial através dos nós, a perda de energia devido ao meio ambiente, o peso dinâmico do veículo e restrições de capacidade da bateria, resolvido mediante modelos de programação estocástica (YI; BAUER, 2018).

Outros desenvolvimentos focam em ajudar o motorista a escolher um intervalo de tempo de carregamento adequado, considerando o nível de carga da bateria, o tempo de espera na estação de carregamento e o tempo em que este não está em serviço, usando algoritmos de teoria de jogos (YANG et al., 2019). Além disso, há estudos que propõem, como alternativa de solução, a localização das estações de troca de baterias, cujo objetivo é determinar a estratégia de localização das estações de troca, usando heurísticas híbridas baseadas em Busca Tabu (YANG; SUN, 2015) e, em alguns casos, modelar as perdas no sistema de distribuição de energia elétrica mediante problemas de otimização não linear (ARANGO et al. 2018).

Hoje em dia existem esforços para analisar problemas de tempo de entrega de mercadorias e de otimização de espaço dentro do veículo. Os primeiros são resolvidos por algoritmos genéticos em conjunto com ferramentas de lógica difusa devido aos tempos não determinísticos que apresentam os percursos dos veículos (MEHLAWAT et al. 2019), enquanto os segundos são resolvidos por algoritmos de Busca em Vizinhança Variável em conjunto com heurísticas de economia de espaço (ZHU et al. 2020).

Todos esses modelos existentes na literatura têm como motivação resolver problemas específicos, alguns focados na redução do tempo computacional e outros na melhoria da qualidade da solução. Como se observa, ainda são escassos os trabalhos que adotam métodos exatos para direcionar os diferentes PRV relacionados com aplicações reais e acadêmicas. Assim, se faz necessário continuar o desenvolvimento de modelos matemáticos que sejam resolvidos por algoritmos especializados que garantem propriedades de convergência e otimalidade, ao tempo que forneçam informação da qualidade da solução.

Nesse contexto, este trabalho propõe um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o problema de roteamento de uma frota de veículos elétricos (PRFVE) com prestação de serviços de entrega de mercadorias nas respectivas circunstâncias operacionais: posição de clientes, bem como restrições do estado de carga da bateria (abreviado como SOC, do inglês *state-of-charge*), transporte de mercadorias e visitas nas estações de carregamento com o intuito de minimizar o custo de transporte de mercadorias, encontrando a rota ótima para cada veículo e levando em conta as estações de carregamento no meio das rotas.

1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver modelos matemáticos para minimizar a distância total percorrida de uma frota de VEs considerando sua capacidade de mercadorias e autonomia da bateria, a posição e janelas de tempo de atendimento dos clientes, a posição das estações de carregamento e os tempos de recarga das baterias, mediante soluções obtidas no software AMPL e *solvers* comerciais.

1.2.2 Objetivos específicos

- Desenvolver um modelo de PLIM na linguagem AMPL para a definição ótima do roteamento de frotas de VEs;
- Implementar um algoritmo de agrupamento para reduzir o espaço de busca e os tempos computacionais;
- Criar uma interface gráfica de usuário para a manipulação dos dados e visualização dos resultados;
- Analisar os tempos computacionais para diferentes características da frota.

1.2.3 Contribuições

- Um modelo matemático que integra a geração de rotas para uma frota de VEs considerando a posição das estações de carregamento, satisfazendo diferentes características dos clientes;
- A formulação de um modelo convexo baseado em PLIM com características de convergência bem conhecidas e que pode ser resolvido de maneira ótima por *solvers* comerciais;
- Uma análise da variação das rotas, tempo computacional e a distância percorrida para diferentes características da frota, como seu número de veículos, sua respectiva capacidade de mercadorias e bateria;
- Aplicação de um algoritmo de agrupamento para reduzir o espaço de busca e remover arcos pouco prometedores;
- Uma interface gráfica de usuário por meio de um API local para o pré-processamento e manipulação dos bancos de dados, além da visualização dos resultados, fazendo uma integração entre a linguagem de programação Python e a linguagem AMPL.

1.3 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo 2:** Apresenta-se uma revisão bibliográfica dos métodos propostos na solução do problema PRFVE, destacando a evolução das pesquisas nesta área.
- Capítulo 3:** Descreve-se o modelo matemático proposto para resolver o problema PRFVE.
- Capítulo 4:** Descrevem-se os casos de estudo propostos para serem inseridos nos modelos desenvolvidos.
- Capítulo 5:** Apresenta-se o algoritmo de *k-means* e a estratégia para agrupar os clientes, atribuir estações de carregamento e remover arcos pouco prometedores.
- Capítulo 6:** Apresentam-se as simulações e resultados obtidos aplicando o modelo desenvolvido nos diferentes casos de estudo.
- Capítulo 7:** Descrevem-se as conclusões da pesquisa e as perspectivas de trabalhos futuros.
- Anexo:** Apresentam-se os trabalhos de revista e congresso publicados durante a pesquisa e os fluxogramas que detalham a construção da interface gráfica do usuário desenvolvida em Python para o carregamento e manipulação de dados, além da obtenção e visualização dos resultados.

2 ESTADO DA ARTE

O transporte de mercadorias e veículos comerciais é responsável pela maior parte dos poluentes atmosféricos nocivos à saúde em áreas urbanas, devido à produção de óxido de enxofre, material particulado e óxidos de nitrogênio (OECD, 2014). Portanto, a incorporação de VEs no setor de transportes tem sido estudada para mitigar tais efeitos por serem considerados como uma possível solução para fazer frente ao impacto da poluição, ruído e emissão de gases nas cidades, além de enfrentar o efeito da dependência do petróleo sobre as economias dos países (ASGHARI; MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, 2021).

Nesta seção, apresenta-se a revisão da literatura para o PRVE. A primeira parte do capítulo aborda as diferentes características das frotas dos VEs investigadas no PRVE, bem como considerações sobre o consumo de energia e as estações de carregamento. Do mesmo modo, é apresentada uma compilação de métodos de solução implementados ao longo dos anos para resolver este problema.

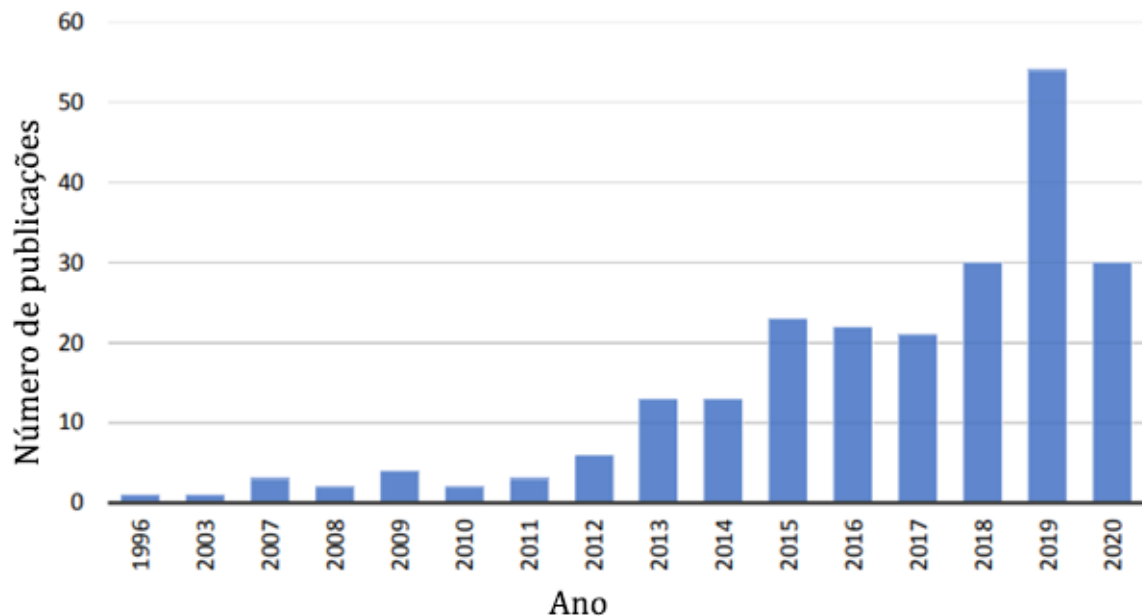
2.1 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS ELÉCTRICOS

Os VEs apresentam vantagens em termos de eficiência energética e baixo custo de manutenção devido ao uso de motores elétricos. Porém, ao comparar estes com VCs, existem grandes diferenças operacionais, logísticas e econômicas, e que alguns cenários não são viáveis pelo alto preço das baterias. Igualmente, o curto alcance destas demonstra que os VEs precisam ser recarregados porque a média diária de quilômetros percorridos pelos VCs é de 661 km, sendo maior que 506 km, faixa alcançada e anunciada pelos fabricantes de VEs (TESLA INC, 2020). Por conseguinte, a atividade de substituição de VCs não é uma tarefa fácil em razão da consideração de fatores econômicos, características dos veículos e configurações das frotas.

Nos últimos anos, apesar de uma extensa pesquisa sobre as características e atributos dos VEs e o projeto de infraestrutura de estações de carregamento, a modelagem matemática está em desenvolvimento e é limitada. Ainda assim, o PRVE continua sendo estudado por muitos pesquisadores (AFRODITI et al, 2014). Na Figura 2, mostra-se o número de artigos relacionados a VEs publicados desde 1996 a 2020 em revistas indexadas pela Scopus.

A primeira pesquisa sobre o PRFVE foi desenvolvida em restrições do PRV padrão, adicionando condições onde VEs podem ser recarregados em estações de carregamento para

Figura 2. Evolução das publicações relacionadas aos VEs em periódicos indexados pela Scopus desde 1996 a 2020.



Fonte: (ASGHARI; MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, 2021)

continuar sua rota (CONRAD; FIGLIOZZI, 2011). São apresentadas restrições específicas na recarga da bateria levando em consideração o SOC do veículo quando chega ao cliente, além dos horários de início do serviço, o tempo de viagem entre clientes e o tempo de recarga. O modelo possui um tempo de carga fixo, permitindo a carga total ou 80% da capacidade da bateria.

Desde então, várias extensões deste problema foram propostas, como os problemas dos dois escalões (ANDERLUH et al. 2021), serviço de carregamento móvel (CUI et al. 2018), problema de roteamento técnico (VILLEGAS et al, 2018), problema de coleta e entrega (PELLETIER et al. 2019), e o problema do vendedor de eletricidade, que é um caso especial do PRV com um único veículo (Cattrysse et al. 2019).

2.1.1 Metodologias de solução para o PRVE

Na literatura existem estratégias para resolver o PRVE com as diferentes especificações em que os VEs são operados. Este problema pode ser tratado como um dos problemas de roteamento clássicos e reconhecido como um problema NP-difícil (ZHANG et al. 2018). Portanto, os algoritmos de otimização usados para sua solução, exatos ou heurísticas e meta-heurísticas, apresentam vantagens e desvantagens dependendo das características do

planejamento. Na Tabela 1, pode-se observar os algoritmos meta-heurísticos implementados ao longo do tempo pelos pesquisadores para solucionar o PRVE.

Tabela 1. Algoritmos meta-heurísticos usados em artigos relacionados ao PRVE.

Estudo	OCF	GA	BLI	BAVLE	OEP	RS	BTA	BVVEA	Outro
Wang e Lin (2013)							X		
Felipe et al. (2014)						X			
Schneider et al. (2014)							X	X	
Aggoune-Mtalaa et al. (2015)		X					X		
Ding et al. (2015)							X	X	
Goeke e Schneider (2015)				X					
Li-Ying e Yuan-Bin (2015)						X	X		
Yang et al. (2015)		X							Conhecimento
Hiermann et al. (2016a)				X					PD
Keskin e Çatay (2016)				X					
Penna et al. (2016)			X						Particionamento
Roberti e Wen (2016)								X	PD
Wen et al. (2016)				X					
Bruglieri et al. (2017)								X	Matheurística
Hof et al. (2017)								X	
Montoya et al. (2017)			X						CH
Kancharla e Ramadurai (2018)				X					
Keskin e Çatay (2018)				X					
Koç et al. (2018)				X					Matheurística
Masmoudi et al. (2018)								X	
Schiffer e Walther (2018)				X					PD
Shao et al. (2018)		X							Dynamic Dijkstra
Zhang et al. (2018)	X		X						
Breunig et al. (2019)				X					
Erdem and Koç (2019)		X							DVV
Hiermann et al. (2019)		X		X					
Jie et al. (2019)				X					GC
Keskin et al. (2019)									Matheurística e AM
Kuçukoglu et al. (2019)						X	X		
Macrina et al. (2019)			X						
Rezgui et al. (2019)							X		
Zhang et al. (2019)				X			X		
Almouhanna et al. (2020)							X		Tillman's heuristic

Fonte: (ASGHARI; MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, 2021)

Na informação apresentada, a maioria dos artigos desenvolvem suas pesquisas usando os algoritmos de busca tabu adaptativa (BTA), busca adaptativa de vizinhança de larga escala (BAVLE) e algoritmo genético (AG). Também, algumas sub-rotinas são implementadas, como programação dinâmica (PD) e geração de colunas (GC) para melhorar a eficiência dos

algoritmos. Outros estudos usam matemática para uma variedade de problemas de roteamento e são algoritmos de otimização desenvolvidos pela interoperação de técnicas de programação matemática em uma estrutura heurística e metaheurística, chamadas “matheurísticas” (KESKIN; ÇATAY, 2016). No entanto, alguns trabalhos usam métodos exatos para resolver o PRVE considerando duas direções nos arcos e múltiplas visitas nas estações de carregamento (KOÇ; KARAOGLAN, 2016).

Os estudos focados em melhorar o tempo de solução para um conjunto de instâncias de grande porte, fazem uso da técnica GC que proporciona soluções em um tempo computacional médio de três horas dependendo do caso, de acordo com os experimentos computacionais. Cabe ressaltar que, esta técnica é uma abordagem de solução muito eficaz, mas sua consistência e convergência são muito lentas (LÜBBECKE; DESROSIERS, 2005).

2.1.2 Velocidade do consumo da energia

Como os VEs tem uma capacidade limitada em termos de energia da bateria, o que se traduz em uma autonomia mais curta, estudos na literatura têm-se concentrado em determinar o comportamento do consumo da energia da bateria ao longo do caminho, com a intenção de poder encontrar rotas viáveis e ao mesmo tempo, evitar que os veículos fiquem presos no meio do caminho. A maioria destes esforços consideram o consumo como linear, ou seja, tem-se a suposição que a energia consumida por um veículo é linearmente proporcional à distância percorrida. Porém, existem representações que investigam a energia necessária para percorrer os arcos de acordo com as características de qualquer arco e veículo, como a massa, velocidade, elevação, aceleração, fricção, área frontal e entrada de ar (BARTH et al. 2005). Este cálculo foi usado por primeira vez para estimar as emissões de carbono para o PRV (BEKTAŞ; LAPORTE, 2011) e foi posteriormente considerado em muitos outros estudos para determinar o comportamento do SOC (BASSO et al. 2019).

A técnica da Big Data tem sido aproveitada para mostrar que a taxa do consumo de energia no arco pode mudar consideravelmente com um comportamento não linear dependendo das condições climáticas e do padrão de direção, além de determinar a taxa de descarga da bateria dos veículos (FETENE et al. 2017). A primeira abordagem mais realista foi apresentada para o PRVE numa frota mista de VCs e VEs, onde o consumo de energia é não linear, considerando fatores práticos como declividade do terreno, velocidade e carga do veículo, as velocidades e tempos de deslocamento (GOEKE; SCHNEIDER, 2015). Outros estudos demonstram que, o peso da carga da mercadoria afeta o consumo de energia em uma rota e tem consequências no consumo da bateria (LIN et al. 2016). Além disso, na literatura pode-se

encontrar formulações sobre a taxa de consumo de energia instantânea, somente avaliando a massa, velocidade e aceleração instantânea dos VEs (FIORI et al. 2016).

Trabalhos mais recentes estudam uma abordagem analítica com princípios físicos para calcular o consumo de energia dos VEs considerando como base o fluxo de energia durante o ciclo de condução, incluindo as perdas do motor elétrico, bateria, carga e freio (YUAN et al. 2017). Também, estudos demonstram que a inclinação da estrada tem efeitos na taxa de energia de consumo elétrico (LIU et al. 2017).

Finalmente, estudos mais recentes focam-se em determinar a faixa máxima alcançável ou consumo de energia por unidade de distância percorrida por VEs com base na velocidade e carga ao longo das rotas (XIAO et al. 2019).

2.1.3 Estações de carregamento

Outra das principais dificuldades que apresenta o PRVE é a inclusão de estações de carregamento, devido ao fato que os VEs terem um alcance de viagem curto e podem demorar ou ter dificuldades para serem recarregados. Uma das primeiras soluções propostas na literatura, considera que os carregadores de cada estação podem ser equipados com várias opções que influenciam na duração da carga, portanto alguns modelos levam em conta estações com carregadores diferentes (KESKIN; ÇATAY, 2018). Diversos estudos incorporam a localização de estações no planejamento e otimização de rotas (KOC et al. 2018), tratando estas como nós ao longo dos caminhos (Lin et al. 2014). Novas formulações incluem cálculos para localizar as estações entre os vértices, alcançando uma diminuição notável no número de variáveis de decisão (BRUGLIERI et al. 2016).

Como a criação de uma nova rede de estações de carregamento é um processo de longo prazo, a quantidade das estações também é restringida na modelagem, assim como o máximo tráfego possível em cada período de construção das mesmas (CHUNG; KWON, 2015). Neste planejamento existe abordagens diferentes, bem seja o problema das estações capacitadas (FROGER et al, 2017) ou o problema da carga da bateria, onde existem trabalhos que estudam o comportamento da microrrede mediante métodos estocásticos (LU et al. 2018).

Em relação ao tempo de serviço de carga nas estações, há estudos de probabilidade sobre a indisponibilidade das mesmas (SWEDA et al. 2017). Além disso, quando um veículo precisa ser carregado, a estação pode-se encontrar cheia e os VEs tem que esperar para obter o serviço (FROGER et al. 2017). Estudos, em seguida, concentram seus esforços para tentar resolver a sobreposição dos postos de recarga (BRUGLIERI et al. 2019).

Existem duas abordagens sobre o SOC ao sair de uma estação de carregamento e o tempo de carga na mesma. A primeira é que o veículo deve sair com um SOC completo com uma duração de carregamento constante e a segunda, permitindo uma carga parcial em que o veículo sai com um SOC incompleto (SWEDA et al. 2017b). Se o veículo sai das estações de carregamento com a bateria totalmente carregada, depende se o tempo de reabastecimento é constante ou proporcional (ANDELMIN; BARTOLINI, 2017). A recarga começa em qualquer SOC, permanece continuamente até que a capacidade da bateria esteja totalmente carregada e a duração da carga seja considerada proporcional à energia totalmente transferida (HIERMANN et al. 2016).

Por outro lado, alguns pesquisadores supõem que os VEs possuem baterias intercambiáveis que podem ser trocadas imediatamente nas estações, evitando assim um longo tempo de recarga. Neste caso, o veículo sempre sai de uma estação com a bateria cheia e são consideradas estações de troca em vez de estações de carregamento. Do mesmo modo, na formulação básica, uma estação de troca pode ser visitada no máximo uma vez (ZHANG et al. 2019). A determinação da localização das estações de troca no meio das rotas também é considerada em conjunto à modelagem do PRVE, onde a solução considera políticas de carga total e parcial para os veículos, janelas de tempo para minimizar a distância percorrida e o número de veículos a serem utilizados (SCHIFFER; WALTHER, 2017). Do mesmo modo, estes algoritmos resolvem a localização das estações de troca com paradas intermediárias dos veículos (HOF et al. 2017) e é aplicado para o PRVE com mais de um depósito (PAZ et al. 2018).

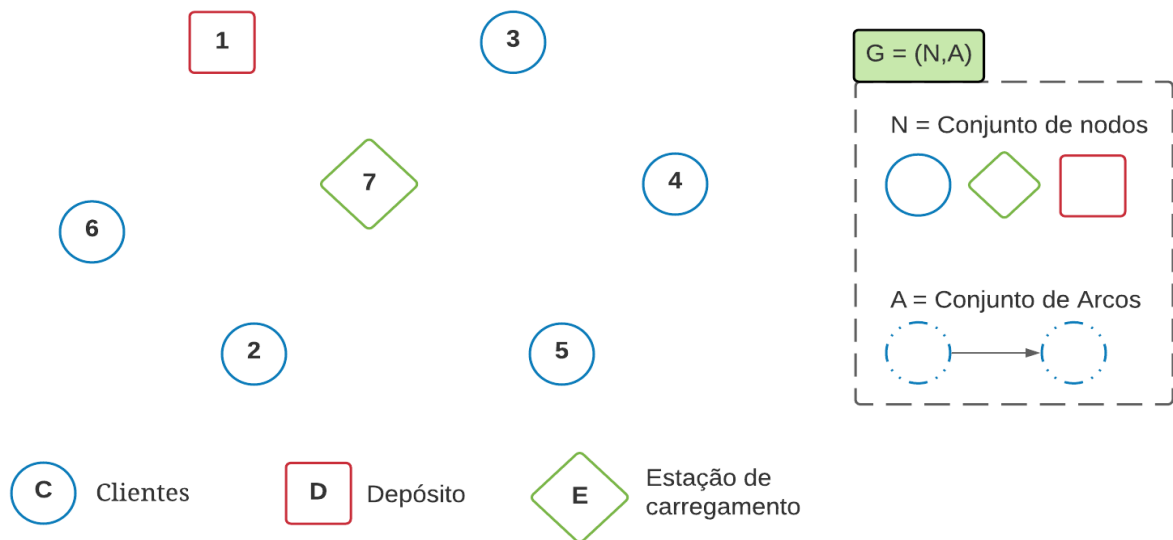
Algumas pesquisas consideram que os VEs podem deixar as estações de carregamento com uma carga completa ou qualquer nível dependendo do tempo de recarga (MACRINA et al. 2019) e como este processo pode ser lento ou rápido, alguns autores consideram vários tipos de carregamento para o PRVE sendo os VEs parcialmente carregados (FELIPE et al. 2014). Também, existem estudos que pesquisam o impacto das opções do carregamento rápido (KESKIN; ÇATAY, 2018), onde a recarga é realizada usando um método indutivo conhecido como sistemas de carregamento sem fio e está localizado ao longo das estradas (LI et al. 2018). Além disso, existem trabalhos que consideram funções não lineares para minimizar o tempo total das operações incluindo o tempo de carregamento e de viagem (MONTROYA et al. 2017). Finalmente, existem outras formulações que consideram diversas funções de tempos de carregamento não lineares (FROGER et al. 2017).

3 MODELO MATEMÁTICO DO PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE FROTAS DE VEÍCULOS ELÉTRICOS

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático do PRFVE para minimizar a distância percorrida por uma frota de VEs com serviço de entrega de mercadorias, considerando restrições na definição de rotas, fluxo de mercadorias e SOC através dos nós, o tempo de deslocamento do veículo e a natureza das variáveis abordadas na referida modelagem.

O modelo matemático é formulado como um problema de teoria de grafos. É considerado um grafo completo $G = (N, A)$, onde $N = \{1, 2 \dots m\}$ é o conjunto de nós e A é o conjunto de arcos. Na Figura pode-se ver um gráfico composto por 7 nós que representam um conjunto de clientes por meio de círculos azuis, uma estação de recarga por um losango verde e um depósito por um quadrado vermelho. A união desses nós é conhecida como arco e representada por uma seta preta. Além disso, um conjunto de arcos representa a rota que um veículo faz de acordo com a direção da seta. Neste modelo, o depósito é representado pelo nó 1 e as estações de carregamento são representadas pelos últimos nós do conjunto.

Figura 3. Representação de um grafo para resolver o PRFVE.



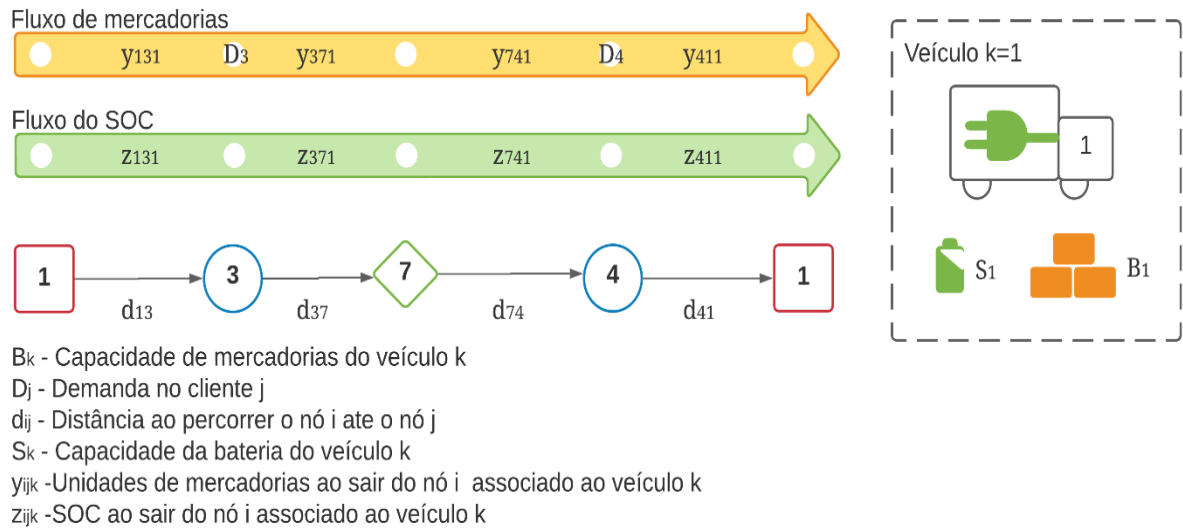
Fonte: Elaboração própria

3.1 FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES

A Figura 4 mostra uma rota completa feita por um VE, onde este sai e volta no depósito cuja finalidade é minimizar a distância percorrida ao satisfazer a demanda de mercadorias

conhecida (D_j) de um conjunto de clientes (C) alocados em uma distância específica (d_{ij}) e atendidos por uma frota de VEs (V) com uma capacidade da bateria (S_k) e de mercadorias (B_k) definidas. Deve-se transportar mercadorias (y_{ijk}) entre os clientes considerando o estado de carga em cada arco (z_{ijk}); em caso de não ter carga suficiente, pode-se visitar um conjunto de estações de carregamento (E).

Figura 4. Representação de uma rota feita por um VE para o atendimento de um conjunto de clientes.



Fonte: Pelo próprio autor

3.1.1 Função objetivo

O PRFVE é formulado nesta seção como um problema de PLIM com um único depósito, um conjunto de clientes de demanda conhecidas que devem ser atendidos por uma frota de VEs e estações de carregamento previamente definidas. O modelo proposto é descrito por (1)–(31) assumindo que: 1) cada veículo serve apenas uma rota que começa e termina no depósito; 2) cada cliente deve ser visitado apenas uma vez; 3) a demanda de mercadorias total dos clientes em cada rota servida por um veículo não deve exceder sua capacidade de mercadorias; 4) as quantidades de mercadorias disponíveis no depósito devem ser maiores que a demanda de mercadorias total dos clientes; 5) o SOC, ao sair de uma estação ou do depósito, deve respeitar um valor máximo e mínimo (representado em termos da capacidade da bateria pelos fatores α e β , respectivamente); 6) cada estação de carregamento pode ser visitada até uma vez por rota, se for necessário.

Destaca-se neste modelo, que a quantidade total de mercadorias que todos os veículos da frota podem transportar é maior ou igual que a demanda de mercadorias total dos clientes.

A função objetivo (1) considera a distância (d_{ij}) entre os nós i e j (sejam clientes ou estações de carregamento) quando o arco na rota estiver ativo (representado pela variável binária x_{ijk}).

$$\text{Min} \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

3.1.2 Restrições

O modelo proposto está baseado nas formulações apresentadas nos trabalhos de Toro (2016) e Granada (2019) e é definido pelo conjunto de restrições (1)–(31). Ressalta-se que é assumido um fator unitário de consumo da bateria por quilômetro rodado, assim mesmo como a velocidade média de cada veículo nos arcos.

3.1.1.1 Definição das rotas

As restrições (2)–(10) garantem que as rotas começam e terminam no depósito, visitando os clientes e as estações de carregamento. A restrição (2) indica que todos os clientes devem ser visitados, portanto, deve existir um único arco de chegada para cada cliente e (3) indica que as estações de carregamento devem ser visitadas até uma vez por rota se for necessário. A restrição (4) aponta que somente deve sair até um veículo do depósito por rota. Além disso, um arco somente pode ser percorrido até por um veículo, como é indicado em (5). A restrição (6) indica que, para cada nó, o número de arcos de chegada ativos deve ser igual ao número de arcos de saída ativos. As restrições (7) e (8) garantem que os nós de saída e os nós de chegada no depósito não devem ser maiores que o número de veículos, isto é, o número de rotas saindo do depósito está limitado pelo número de veículos disponíveis. Além disso, um arco pode estar ativo apenas em uma direção, conforme indicado em (9). Finalmente, (10) aponta que o número máximo de arcos percorridos por cada veículo deve ser menor que a quantidade de arcos disponíveis.

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in C \quad (2)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in E \quad (3)$$

$$\sum_{(1,j) \in A} x_{1jk} \leq 1 \quad \forall k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{k \in V} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (5)$$

$$\sum_{(i, j) \in A} x_{ijk} = \sum_{(i, j) \in A} x_{jik} \quad \forall j \in N, \forall k \in V \quad (6)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(1, j) \in A} x_{1jk} \leq |V| \quad (7)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i, 1) \in A} x_{i1k} \leq |V| \quad (8)$$

$$\sum_{k \in V} x_{ijk} + \sum_{k \in V} x_{jik} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

$$\sum_{(i, j) \in A} x_{ijk} \leq |A| \quad \forall k \in V \quad (10)$$

3.1.1.2 Fluxo de mercadorias

O fluxo das mercadorias é descrito pelas equações (11)–(14). Como a demanda de mercadorias de cada cliente deve ser atendida, o fluxo de mercadorias no arco anterior (ij) ao nó j deve ser igual ao fluxo de mercadorias do arco posterior (ji), mais a quantidade de demanda de mercadorias pelo cliente, conforme expresso em (11). A restrição (12) indica que o fluxo máximo de mercadorias por arco não pode ser maior que a capacidade de mercadorias dos veículos e (13) estabelece que o fluxo de mercadorias que sai do depósito não pode ser maior que sua capacidade de mercadorias. A restrição (14) indica que o fluxo de mercadorias nas estações de carregamento deve ser igual na entrada e na saída.

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i, j) \in A} y_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j, i) \in A} y_{jik} + D_j \quad \forall j \in C \quad (11)$$

$$y_{ijk} \leq B_k \cdot x_{ijk} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in V \quad (12)$$

$$\sum_{(1, j) \in A} y_{1jk} \leq b \quad \forall k \in V \quad (13)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i, j) \in A} y_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j, i) \in A} y_{jik} \quad \forall j \in E \quad (14)$$

3.1.1.3 Mudança do SOC

O conjunto de equações (15)–(20) define o SOC das baterias dos veículos e as condições de operação que devem ser atendidas ao longo das rotas. Cabe destacar que neste trabalho o SOC é correspondente à distância, não a energia ou porcentagem de carga, como é abordado em outros trabalhos. A equação (15) permite calcular o SOC considerando a distância percorrida pelo veículo e (16) indica que o SOC nos arcos não pode ser maior que a capacidade de carga da bateria do veículo. Quando um veículo sai do depósito, a bateria deve ter um nível α vezes sua capacidade, como garantido na equação (17). Além disso, o veículo deve ter carga na bateria para voltar ao depósito percorrendo o último arco da rota, como é indicado nas equações (18) e (19). Da mesma forma, a restrição (20) obriga os veículos a saírem das estações de carregamento com valores de SOC dentro dos limites permitidos (α e β vezes a capacidade máxima da bateria).

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} z_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j,i) \in A} z_{jik} + \sum_{k \in V} \sum_{(i,i) \in A} \delta_k \cdot d_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall j \in C \quad (15)$$

$$z_{ijk} \leq S_k \cdot x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (16)$$

$$\sum_{(1,j) \in A} z_{1jk} = \alpha \cdot S_k \sum_{(1,j) \in A} x_{1jk} \quad \forall k \in V \quad (17)$$

$$\sum_{(i,1) \in A} z_{i1k} \geq \sum_{(i,1) \in A} (\beta \cdot S_k + \delta_k \cdot d_{i1}) \cdot x_{i1k} \quad \forall k \in V \quad (18)$$

$$\sum_{i \in C_D} z_{ijk} \geq \sum_{i \in C_D} (\beta \cdot S_k + \delta_k \cdot d_{ij}) \cdot x_{ijk} \quad \forall j \in E, \forall k \in V \quad (19)$$

$$\beta \cdot S_k \sum_{j \in C_D} x_{ijk} \leq \sum_{j \in C_D} z_{ijk} \leq \alpha \cdot S_k \sum_{j \in C_D} x_{ijk} \quad \forall i \in E, \forall k \in V \quad (20)$$

3.1.1.4 Tempo de viagem

As equações (21)–(26) descrevem como é o tempo de viagem de cada veículo ao percorrer as rotas, o tempo de atendimento dos clientes e o tempo de carga da bateria nas estações de carregamento. O tempo de viagem dos veículos é medido desde o momento em que saem do depósito até que o último cliente da rota seja visitado, portanto, a restrição (21) descreve o fluxo de tempo de viagem em cada um dos clientes considerando seus tempos de serviço. Como os clientes devem ser atendidos dentro de uma janela de tempo, as restrições (22) e (23) limitam

os intervalos de tempo em que cada cliente deve ser visitado. Para as estações de carregamento, o tempo para recarregar as baterias deve ser levado em consideração, deste modo, a restrição (24) descreve o fluxo de tempo antes e depois de visitá-la. Como o tempo de recarga está associado à velocidade de carga da bateria e ao SOC com o qual o veículo chega à estação de carga, a restrição (25) descreve como é a mudança do SOC ao entrar e sair da referida estação. Igualmente, este tempo de recarga deve ser limitado para garantir que o veículo não permaneça na estação de recarga e que os VEs atendam os clientes no tempo combinado, conforme expresso em (26).

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} t_{jik} = \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} t_{ijk} + \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} (\tau_{ij} + s_j) \cdot x_{ijk} \quad \forall j \in C \quad (21)$$

$$t_{ijk} \leq (\mu_j + s_j) \cdot x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (22)$$

$$t_{ijk} \geq \lambda_j \cdot x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (23)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} t_{jik} = \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} t_{ijk} + \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} (\tau_{ij} + s_j) x_{ijk} + \sum_{k \in V} w_{jk} \quad \forall j \in E \quad (24)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} z_{ijk} + v_k \cdot w_{jk} = \sum_{(i,j) \in A} z_{jik} + \sum_{(i,j) \in A} \delta_k \cdot d_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall j \in E, \forall k \in V \quad (25)$$

$$w_{jk} \leq \gamma \cdot \sum_{i \in C_D} x_{ijk} \quad \forall j \in E, \forall k \in V \quad (26)$$

3.1.1.5 Natureza das variáveis

A natureza das variáveis no problema é definida por (27)–(31). A natureza contínua das variáveis que descrevem o tempo t_{ijk} e w_{jk} , é definida por (27) e (28) respectivamente. A natureza binária da variável x_{ijk} é definida por (29). A natureza contínua das variáveis y_{ijk} e z_{ijk} é definida por (30) e (31), respectivamente. Portanto, o modelo (1)–(31) é uma formulação de PLIM que pode ser representada usando linguagens de modelagem matemática e resolvida por meio de *solvers* comerciais.

$$t_{ijk} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (27)$$

$$w_{jk} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in E, \forall k \in V \quad (28)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (29)$$

$$y_{ijk} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (30)$$

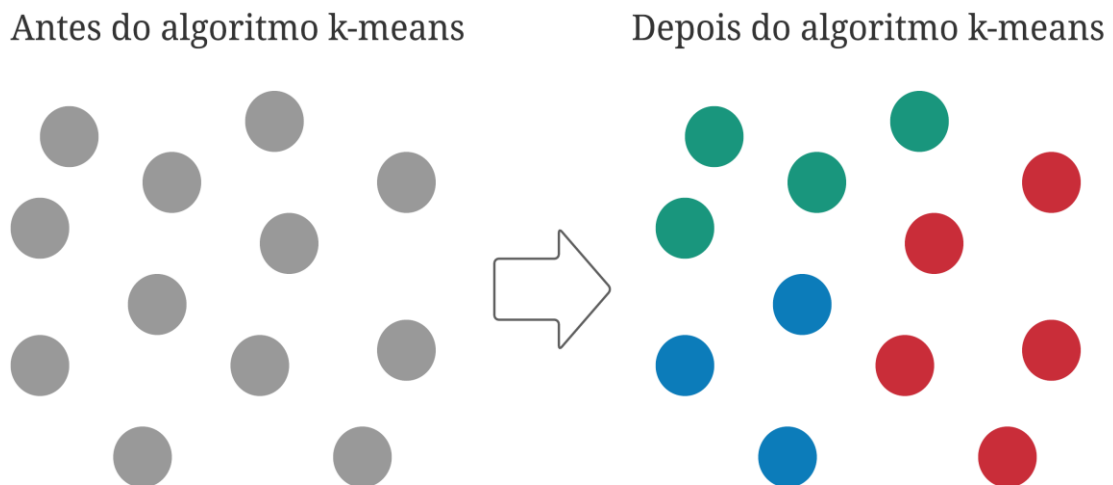
$$z_{ijk} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \quad (31)$$

4 ALGORITMO DE AGRUPAMENTO DE CLIENTES

O agrupamento é uma técnica usada para classificar dados usando padrões que podem existir em um banco de dados. Este processo consiste em incluir dados semelhantes entre si no mesmo conjunto e adicionar um rótulo, ou seja, uma categoria ou grupo definido (SHI et al. 2010).

Neste capítulo será abordado o algoritmo clássico padrão de agrupamento encontrado na literatura, definido como algoritmo *k-means* (HUANG, 1998). Além disso, será apresentada a estratégia utilizada para agrupar os clientes de acordo com as características das rotas realizadas pelos VEs. Todo isto é possível porque este algoritmo é reconhecido como de aprendizado não supervisionado em que os dados de entrada não são rotulados. Sua aplicação é muito ampla, pois é rápida e simples, sendo eficaz na produção de bons agrupamentos de dados em áreas como biologia e medicina, incluindo inteligência artificial e mineração de dados (SHI et al. 2010). Na Figura 5 pode-se observar como um conjunto de dados distribuídos aleatoriamente são agrupados mediante o algoritmo *k-means* atribuindo centros de pertinência nos grupos.

Figura 5. Agrupação de um conjunto de dados mediante o algoritmo *k-means*.



Fonte: Pelo próprio autor

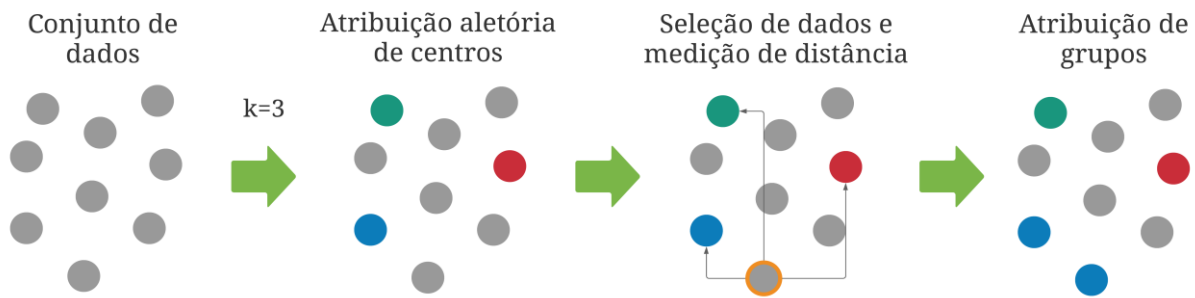
4.1 Processo do algoritmo *k-means*

Este algoritmo foi criado em 1967 por MacQueen executando um aprendizado simples não supervisionado para resolver o problema de agrupamento (MACQUEEN, 1967); seu

método de classificação baseia-se em encontrar um mínimo local por meio da convergência de um processo iterativo na atribuição de grupos, de forma que sejam independentes e compactos.

Este consiste em duas fases separadas. Na primeira, o número de grupos nos quais os dados devem ser classificados é selecionado e, posteriormente, os centros são atribuídos aleatoriamente dentro do conjunto de dados. A segunda fase consiste em medir a distância de cada dado em relação a cada um dos centros, tomando a distância euclidiana como referência e atribuindo os dados ao grupo com o centro mais próximo. Quando todos os dados são incluídos em grupos, isso é conhecido como agrupamento inicial. Este processo é reiniciado até que o critério da função alcance o mínimo (SHI et al. 2010). Na Figura 6 mostra-se com detalhe o processo de agrupamento feito pelo algoritmo *k-means*.

Figura 6. Detalhe do processo de agrupamento feito por o algoritmo *k-means*.



Fonte: Pelo próprio autor

O tratamento matemático dado neste trabalho para o procedimento do algoritmo é baseado no estudo desenvolvido por Likas, Vlassis e Verbeek (2003). Portanto, assume-se que há um conjunto de dados $H = \{h_1, \dots, h_L\}$, $h_l \in \mathbb{R}^2$. O objetivo é particionar os dados em m grupos $F_1, \dots, F_m$, de forma que o critério de agrupamento seja otimizado. O critério de agrupamento mais usado é a soma das distâncias euclidianas quadradas ou inércia entre cada ponto de dados h_l e o centroide M_p do conjunto F_p que contém h_l . Este critério corresponde ao erro de agrupamento, definido em (32), e depende dos centroides $M_1, \dots, M_m$ (LIKAS et al. 2003).

$$\varepsilon(M_1, \dots, M_m) = \sum_{l=1}^L \sum_{p=1 | l \in F_p}^m \|h_l - M_p\|^2 \quad (32)$$

Este critério permite obter soluções ótimas locais e rápidas. A ideia desse método é definir os centroides arbitrariamente e continuar a mover os centros em cada etapa para

minimizar o erro. A desvantagem está na sensibilidade das posições iniciais, dada sua seleção aleatória. Entretanto, o desempenho do erro de agrupamento depende em grande parte das condições iniciais de partida (PEÑA et al. 1999). Para resolver este problema, alguns autores consideram meta-heurísticas como o algoritmo AG ou reinícios múltiplos (BASARAN; GÜNES, 2016). As vantagens significativas dessa técnica é que esta é determinística e não depende de condições iniciais ou parâmetros empiricamente ajustáveis. A Tabela 2 mostra o processo de execução do algoritmo mediante ciclos e condicionais.

Tabela 2. Descrição do processo de execução do algoritmo *k-means*

Algoritmo 1. Processo do algoritmo *k-means*

Entrada m : Número de grupos L : Número de dados conjunto H U : Número de iterações

Saída F_l : Conjunto de grupos

Para $u = 1$ até U **fazer**

Para $l = 1$ até L **fazer**

Para $p = 1$ até M **fazer**

$M_p \leftarrow \text{random}(h_1, \dots, h_L)$ // Calcular e armazenar os centroides

Fim do ciclo

$F_l \leftarrow \text{calculodistância}(M_1, \dots, M_p; h_1, \dots, h_L)$ // Armazenar dados em grupos

$P_l \leftarrow \varepsilon(M_1, \dots, M_p)$ // Calcular e armazenar o critério de agrupamento

Fim do ciclo

Se $P_l < (P_1, \dots, P_m)$ **então** // Se o critério é o mínimo das iterações

Pare // Parar processo

Fim da condição

Fim do ciclo

Fonte: Pelo próprio autor

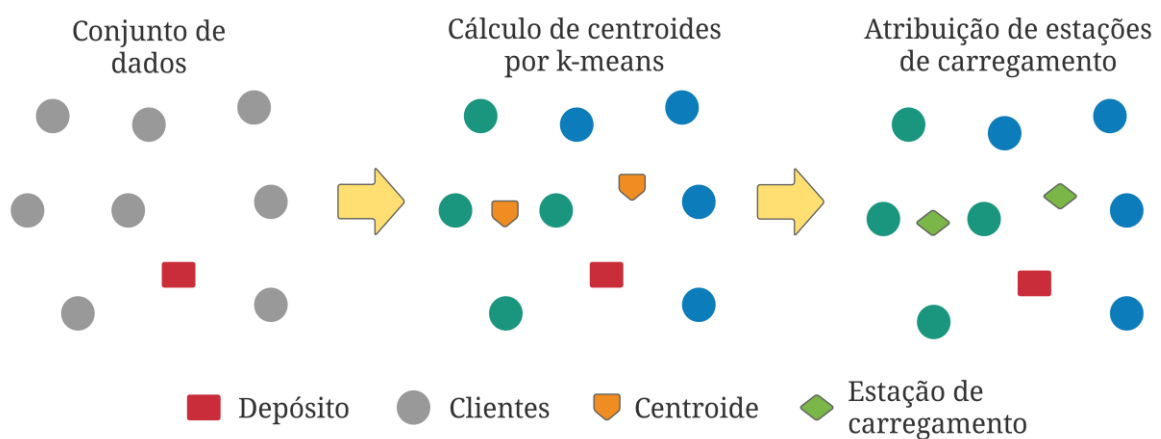
Muitos autores têm realizado diversos estudos para melhorar a eficiência da técnica, como o algoritmo *k-means* baseado em pesos (FAHIM et al. 2006), que consiste em dar pesos aos atributos numéricos e simbólicos dos dados, reduzindo significativamente o ruído e o efeito

de dados sem um padrão característico. A desvantagem é que leva mais tempo para ser executado. Outros estudos têm proposto resolver o agrupamento de dados de forma sistemática para encontrar os centros iniciais dos conjuntos que sejam consistentes com a distribuição dos dados, obtendo resultados mais precisos do que o algoritmo tradicional, porém, o tempo de execução e complexidade são maiores (YUAN et al. 2004). Existem trabalhos que visam melhorar o tempo de solução, embora os resultados sejam os mesmos do algoritmo padrão, é melhorada a velocidade de agrupamento e sua complexidade (SHI et al. 2010).

4.2 Atribuição das estações de carregamento

No PRVFE desenvolvido neste trabalho, as estações de carregamento são consideradas como parte do conjunto de nós que são inseridos no modelo matemático. Em muitas ocasiões, os sistemas teste (ou mesmo casos reais) não há estações de carregamento a considerar. Portanto, este trabalho considera a alocação de estações no meio das rotas caso estas não estejam definidas no conjunto de dados inicial. Como o objetivo é agrupar os clientes por zonas, o conjunto de clientes é separado por regiões utilizando o algoritmo *k-means*, onde as estações de carregamento são atribuídas a cada um dos centroides dos grupos, como mostrado na Figura 7.

Figura 7. Atribuição das estações de carregamento mediante o algoritmo *k-means*.



Fonte: Pelo próprio autor

De acordo com a Tabela 3, a estratégia começa pela obtenção da base de dados que contém a posição dos clientes e do depósito. O número de regiões ou grupos nos quais o conjunto deve ser separado é atribuído pelo usuário para ser inserido no algoritmo *k-means*. Posteriormente, os centroides são calculados, rotulados e armazenados. Deve-se notar que o

cálculo dos centroides gera um novo nó com suas respectivas coordenadas. Da mesma forma, cada um dos dados é atribuído a uma cor correspondente ao seu respectivo grupo. Em seguida, são adicionados à base de dados os novos nós que contêm as coordenadas dos centroides encontrados e que correspondem às estações de carregamento.

Tabela 3. Descrição do processo de atribuição das estações de carregamento ao banco de dados.

Algoritmo 2. Processo de adição de novos nós ao banco de dados

Entrada p : Número de grupos C_D : Conjunto de clientes incluindo o depósito

Saída N : Conjunto de nós incluindo estações de carregamento

$C_D \leftarrow \text{obtenção dados}()$

$kmeans \leftarrow \text{algoritmo kmeans}(p)$

$\text{rótulo} \leftarrow kmeans.\text{predição}(X)$

$\text{centroides} \leftarrow kmeans.\text{grupo_centros_}$

Para linha **em** rótulo **fazer**

$\text{asinar} \leftarrow \text{cor}(\text{linha})$

Fim do ciclo

Para i **em** $(1, \dots, p + 1)$ **fazer**

$N \leftarrow C_D + \text{centroides}$

Fim do ciclo

Fonte: Pelo próprio autor

4.3 Tratamento de arcos pouco prometedores

Como os clientes estão agrupados e as estações de recarga em grandes casos estão distantes, é desnecessário visitar duas estações de recarga uma após a outra. Portanto, a restrição (33) é adicionada ao modelo de forma que os arcos entre as estações de recarga não fiquem ativos.

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall k \in V, \forall i \in E, \forall j \in E, i \neq j \quad (33)$$

O depósito nesta formulação serve como uma estação de recarga; quando os VEs começam sua jornada, eles saem com β vezes a capacidade de carga da bateria. Assim, não é necessária a visita a um posto de recarga após o depósito, conforme indicado por (34).

$$x_{1jk} = 0 \quad \forall k \in V, \forall j \in E, i \neq j \quad (34)$$

O algoritmo *k-means* não serve apenas para agrupar clientes, mas também para reduzir variáveis no modelo matemático. Isso está alinhado com a prática comum das empresas de destinar determinados veículos da frota para cada região. Dado que algoritmos exatos não oferecem um tempo de computação razoável em grandes cidades, a estratégia de redução fornece soluções de boa qualidade. Portanto, a metodologia proposta baseia-se nos clientes agrupados por zonas, atribuindo as estações de recarga em seus centros, e restringindo a ativação de arcos entre os clusters pelos VEs, conforme indicado na restrição (35). É uma vantagem significativa, pois o tempo de cálculo é reduzido sem perder a natureza exata do modelo. Assim, essas restrições servem como condições iniciais reduzindo o espaço de busca do problema para obtenção da solução global.

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall k \in V, \forall i \in F, \forall j \in F, i \neq j \quad (35)$$

5 CASOS DE ESTUDO

De acordo com o referencial teórico abordado no capítulo 2, um dos procedimentos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa é a definição das variáveis de decisão, parâmetros e a organização das bases de dados para o posterior ingresso no modelo matemático desenvolvido. Ressalta-se que a informação coletada foi baseada na busca e investigação de fontes públicas de dados e sua respectiva manipulação feita na linguagem de programação de código aberto Python.

Neste capítulo são apresentadas as informações das bases de dados obtidas, assim como sua classificação e cada uma das características dos dados contidos. Além disso, são apresentados os sistemas teste que serão utilizados na validação do modelo matemático, com uma descrição detalhada da disposição dos nós, janelas de tempo e características das frotas de VEs.

5.1 BASES DE DADOS

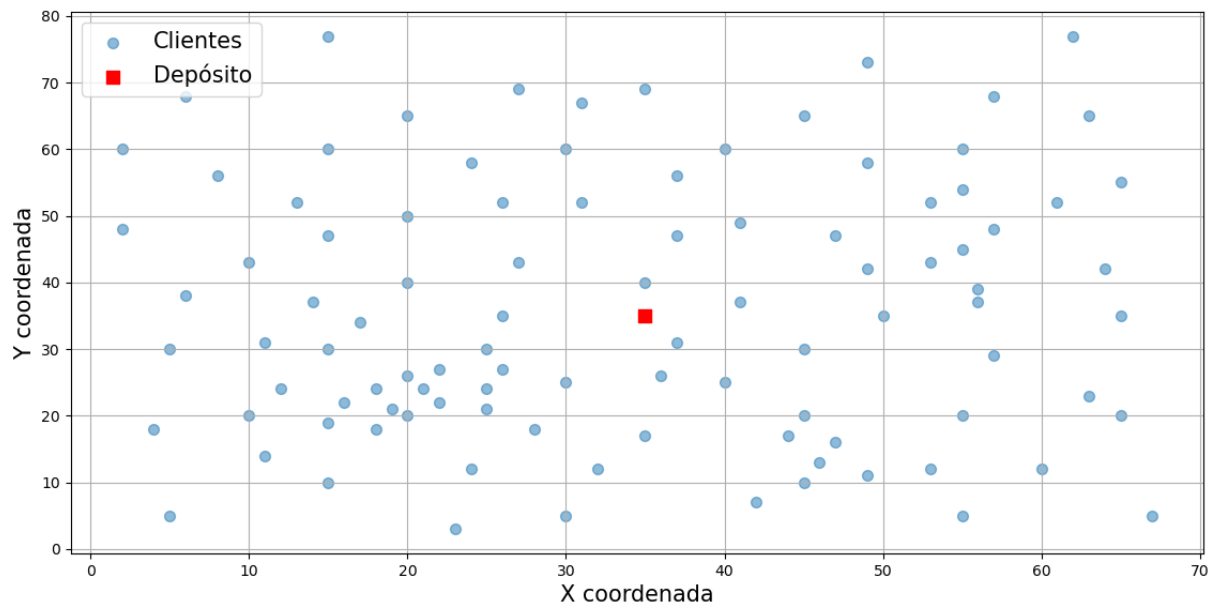
O conjunto de problemas de Solomon (1987) foi tomada para realizar a validação do método proposto. Os problemas são constituídos por uma frota de veículos com capacidade homogênea de mercadorias igual a 200 unidades e consistem em 3 grupos nomeados por C, R e RC. Por sua vez, estes grupos são divididos em dois subgrupos, sendo C1, C2, R1, R2, RC1 e RC2 os casos teste totais. Estas informações são abertas ao público, de acesso gratuito e estão disponíveis no enlace <http://web.cba.neu.edu/~msolomon/problems.htm>.

Os problemas foram criados com o intuito de considerar vários fatores que afetam o comportamento dos algoritmos de roteamento e programação, como os dados geográficos, o número de clientes atendidos por um veículo, porcentagem de clientes com restrição de tempo e seus posicionamentos. Para os conjuntos de problemas R1 e R2, os dados geográficos são gerados aleatoriamente e para os conjuntos de problemas C1 e C2, os dados são agrupados. Finalmente, os conjuntos RC1 e RC2 são uma mistura de estruturas aleatórias e agrupadas. A Figura 8, a Figura 9 e a Figura 10 mostram a disposição de 100 clientes incluindo o depósito para os conjuntos de problemas R, C e RC, respectivamente.

Os conjuntos de problemas R1, C1 e RC1 permitem entre 5 a 10 clientes por rota e mais de 30 clientes são permitidos para os conjuntos de problemas R2, C2 e RC2. Isto é devido ao horizonte de programação com o qual foram criados. Cabe ressaltar que as coordenadas dos clientes são idênticas em cada um dos grupos e estes diferem em relação à largura das janelas

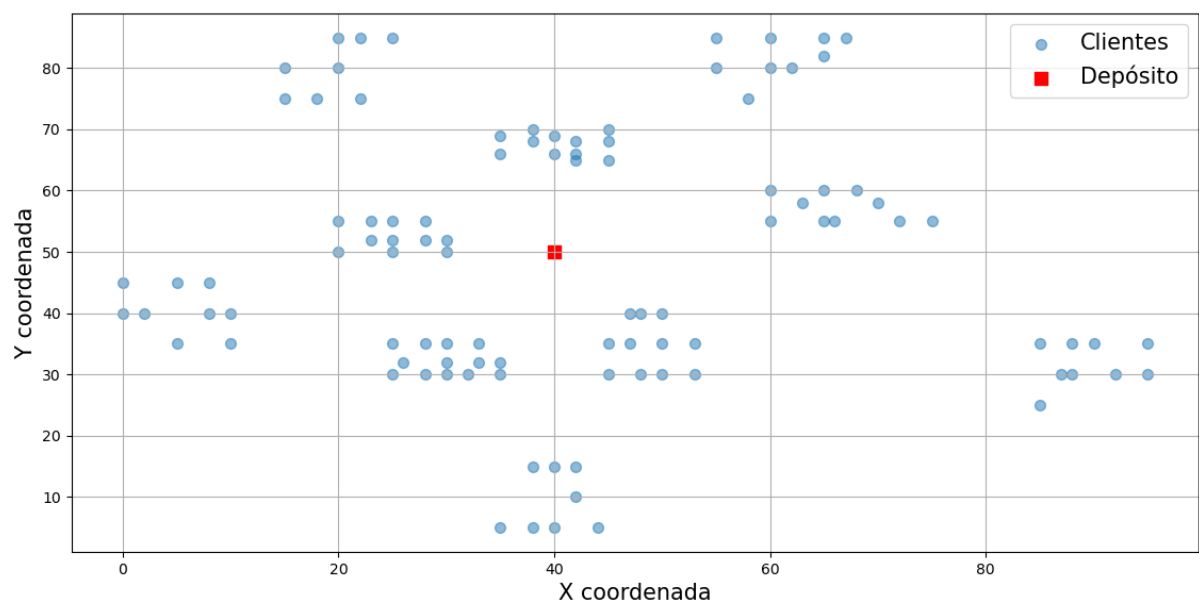
de tempo. Alguns deles têm janelas de tempo muito apertadas e outros folgadas. Além disso, existe uma variação na porcentagem de clientes com janela de tempo entre 25-100%.

Figura 8. Disposição de 100 clientes no problema R101 do Solomon(SOLOMON, 1987).



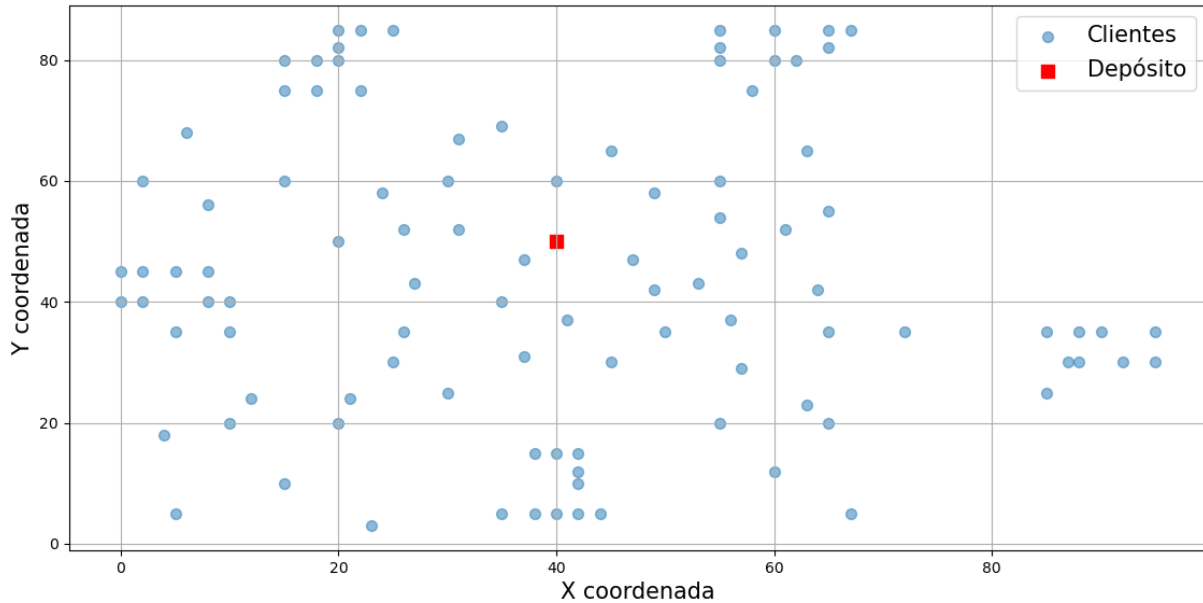
Fonte: (SOLOMON, 1987)

Figura 9. Disposição de 100 clientes no problema C101 do Solomon.



Fonte: (SOLOMON, 1987)

Figura 10. Disposição de 100 clientes no problema RC101 do Solomon.



Fonte: (SOLOMON, 1987)

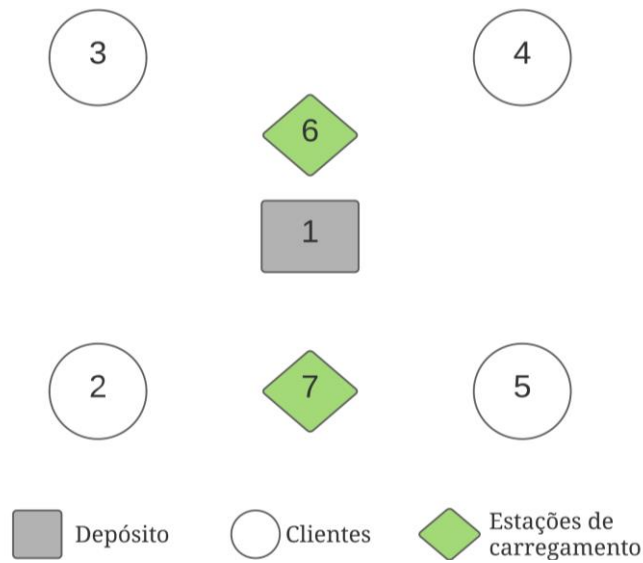
Os problemas maiores são euclidianos com 100 clientes, onde os tempos de viagem são iguais às distâncias correspondentes. Para cada um desses problemas menores foram criados considerando apenas os primeiros 25 ou 50 clientes. Por último, é necessário esclarecer que estes sistemas testes não contém informação sobre as estações de carregamento, somente as posições dos clientes, sendo necessário assim definir o local das estações de carregamento aplicando o método descrito no Capítulo 4.

5.2 SISTEMAS TESTE

O modelo proposto foi validado usando dois sistemas teste com 4 e 45 clientes, com um único depósito; foram analisados 8 casos específicos. Os Casos 1–7 consideram 7 nós compostos por 4 clientes (nós 2–5), 2 estações de carregamento (nós 6 e 7) e um depósito (nó 1). A Figura 11 mostra a disposição de cada um desses nós, onde o depósito é representado por um retângulo localizado no centro, os clientes por círculos e as estações de carregamento por losangos. Além disso, esses casos contam com uma frota de 3 VEs com capacidade de mercadorias heterogênea e diferentes capacidades das baterias. A Tabela 4 e a Tabela 5 mostram as informações relacionadas com as distâncias e os custos de transporte, respectivamente, enquanto a Tabela 6 apresenta a demanda de mercadorias, tempo de serviço, tempo de início e fim da janela de atendimento e as coordenadas da posição de cada cliente. Por outro lado, o Caso 8 considera 47 nós compostos por 45 clientes (nós 2–45), 2 estações de

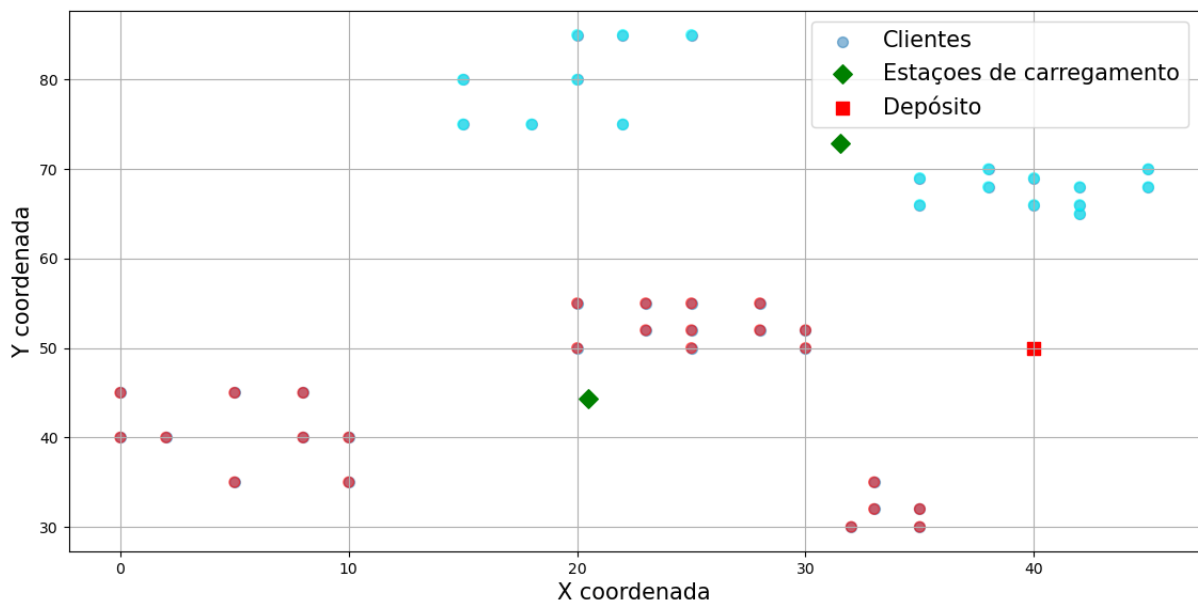
carregamento (nós 46–47) e um depósito (nó 1). A Figura 12 mostra a disposição de cada um desses nós com a respectiva atribuição das estações de carregamento feitas pelo o algoritmo *k-means*. Além disso, o número de estacoes é dada com o intuito de realizar testes de roteamento considerando uma grande comunidade de clientes. No gráfico apresentado, o depósito é representado por um retângulo, os clientes por círculos e as estações de carregamento por losangos.

Figura 11. Sistema teste para os Casos 1-5 com 7 nós, 4 clientes, 2 estações de carregamento e um depósito



Fonte: Pelo próprio autor

Figura 12. Sistema teste para o Caso 8 com 47 nós, 45 clientes, 2 estações de



Fonte: Pelo próprio autor

Tabela 4. Distâncias para cada arco nos Casos 1–5.

Nós	Distância (km)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	–	2.8	2.8	2.8	2.8	1.3	2
2	2.8	–	4	5.7	4	3.9	2
3	2.8	4	–	4	5.7	2.1	4.5
4	2.8	5.7	4	–	4	2.1	4.5
5	2.8	4	5.7	4	–	3.9	2
6	1.3	3.9	2.1	2.1	3.9	–	3.3
7	2	2	4.5	4.5	2	3.3	–

Fonte: Pelo próprio autor.**Tabela 5.** Custo de transporte para cada arco nos Casos 1–5.

Nós	Custo de transporte (US\$)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	–	8.4	8.4	8.4	8.4	3.9	6
2	8.4	–	12	17.1	12	11.7	6
3	8.4	12	–	12	17.1	6.3	13.5
4	8.4	17.1	12	–	12	6.3	13.5
5	8.4	12	17.1	12	–	11.7	6
6	3.9	11.7	6.3	6.3	11.7	–	9.9
7	6	6	13.5	13.5	6	9.9	–

Fonte: Pelo próprio autor.**Tabela 6.** Demanda de mercadorias dos clientes nos Casos 1–5.

	Clientes					Estações de carregamento	
	1	2	3	4	5	6	7
Demanda de unidades de mercadorias	0	4	3	2	6	0	0
Tempo de serviço	0	6	5	2	4	0	0
Tempo de início da janela	0	2	8	15	20	0	0
Tempo de fim da janela	40	15	22	28	37	40	40
Posição (x,y)	(3,2)	(1,0)	(1,4)	(5,4)	(5,0)	(3,3.3)	(3,0)

Fonte: Pelo próprio autor.

Além disso, o Caso 8 conta com uma frota de 5 VEs com capacidade de mercadorias e bateria homogêneas. Os valores das distâncias, janelas de tempo, custos de transporte e demanda de mercadorias dos clientes foram tomados dos primeiros 45 dados do Caso de referência C101 do banco de dados do Solomon (1987).

6 TESTES E RESULTADOS

Para validar a eficiência da solução para o PRVFE propostas neste trabalho, os diferentes Casos do capítulo 5 são estudados e analisados. Este capítulo apresenta a explicação de dois sistemas teste, detalhando a generalidade da solução do modelo em termos dos diferentes cenários utilizados, bem como sua flexibilidade e capacidade de solução em frotas heterogêneas de VEs. Além disso, são descritos os resultados numéricos encontrados nas simulações realizadas, comparando os tempos de execução.

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo matemático descrito no capítulo 3 foi implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER, 2003) e resolvido via CPLEX (IBM, 2009), um *solver* comercial usado para resolver problemas de PLIM. As simulações foram executadas usando um computador com um processador Intel Xeon Silver 4116 e 128 GB de RAM no ambiente Python 3.8.

Para prolongar a vida útil das baterias dos VEs, deve-se impedir que a bateria seja totalmente descarregada ou totalmente carregada. Por esse motivo foram definidos $\alpha = 0,8$ e $\beta = 0,2$ (Xiong et al. 2019), o que indica que o veículo deve manter o SOC entre 20% e 80% de sua capacidade ao sair do depósito e de uma estação de carregamento.

Ressalta-se que todos os casos foram avaliados considerando um único depósito e com todas as estações de carregamento ativas. Nos Casos 1–8, os VEs podem visitar 2 estações de carregamento. Além disso, o depósito e os veículos têm capacidade de mercadoria suficiente para atender a demanda total dos clientes. Ao mesmo tempo, o limite superior de tempo de carga numa estação de carregamento foi fixado em $\gamma=1440$ minutos, justificado pelo facto de garantir sua continua disponibilidade. O consumo de energia por quilometro percorrido foi fixado em $\delta_k = 1$, da mesma forma que a velocidade de carga das baterias $\nu_k = 1$, para simplificar a análise dos casos de estudo abordados.

Os resultados detalhados de todos os casos são mostrados na Tabela 7. No Caso 1, foi utilizado um veículo com capacidade de 15 unidades e uma capacidade da bateria de 40 km, suficiente para percorrer todos os nós. No Caso 2, foi considerado um veículo com capacidade de 15 unidades para satisfazer a demanda total dos clientes e uma capacidade da bateria de 20 km, insuficiente para percorrer todos os nós e retornar ao depósito.

Tabela 7. Resultados dos diferentes casos analisados, sendo v o número de VEs usados.

Caso	v	Capacidade de mercadorias (unidades)	Capacidade da bateria (km)	Tempo de carga nas Estações (s)	Rota Ótima	Custo Ótimo (US\$)	Distância percorrida (km)	Tempo Computacional (s)
1	1	Veículo 1: 15	Veículo 1: 40	Estação 1: 0 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-2-3-4-5-1	52,8	17,6	0,03
2	1	Veículo 1: 15	Veículo 1: 20	Estação 1: 6.5 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-2-3-6-4-5-1	53,4	17,8	0,13
3	2	Veículo 1: 15 Veículo 2: 15	Veículo 1: 40 Veículo 2: 20	Estação 1: 0 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-2-3-4-5-1	52,8	17,6	0,34
4	2	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7	Veículo 1: 40 Veículo 2: 40	Estação 1: 0 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-5-4-1 Veículo 2: 1-2-3-1	57,6	19,2	0,06
5	2	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7	Veículo 1: 40 Veículo 2: 12	Estação 1: 0 Estação 2: 4.4	Veículo 1: 1-4-5-1 Veículo 2: 1-2-6-3-1	63,6	21,2	0,41
6	2	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7	Veículo 1: 14 Veículo 2: 12	Estação 1: 3.7 Estação 2: 4.4	Veículo 1: 1-4-7-5-1 Veículo 2: 1-2-6-3-1	71,1	23,2	0,69
7	3	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7 Veículo 3: 6	Veículo 1: 14 Veículo 2: 12 Veículo 3: 12	Estação 1: 3.7 Estação 2: 4.4	Veículo 1: 1-4-7-5-1 Veículo 2: 1-2-6-3-1	71,1	23,2	1,55
8	5	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Estação 1: 0 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-44-43-42-41-45-1 Veículo 2: 1-33-34-32-36-38-39-40-37-35-1 Veículo 3: 1-6-4-8-9-11-12-10-7-5-3-2-1 Veículo 4: 1-14-18-19-20-16-17-15-13-1 Veículo 5: 1-21-25-26-28-30-31-29-27-24-23-22-1	1054,2	1054,2	160,22

No Caso 3, foram utilizados 2 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 15 unidades suficiente para atender a demanda de todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 40 e 20 km, respectivamente, onde o último tem capacidade da bateria insuficiente para fazer uma rota completa através de todos os nós. No Caso 4, foram utilizados 2 VEs com capacidade de mercadorias igual 8 e 7 unidades, insuficientes para satisfazer a demanda dos clientes, com uma capacidade da bateria de 40 km cada um, suficiente para fazer um percurso completo.

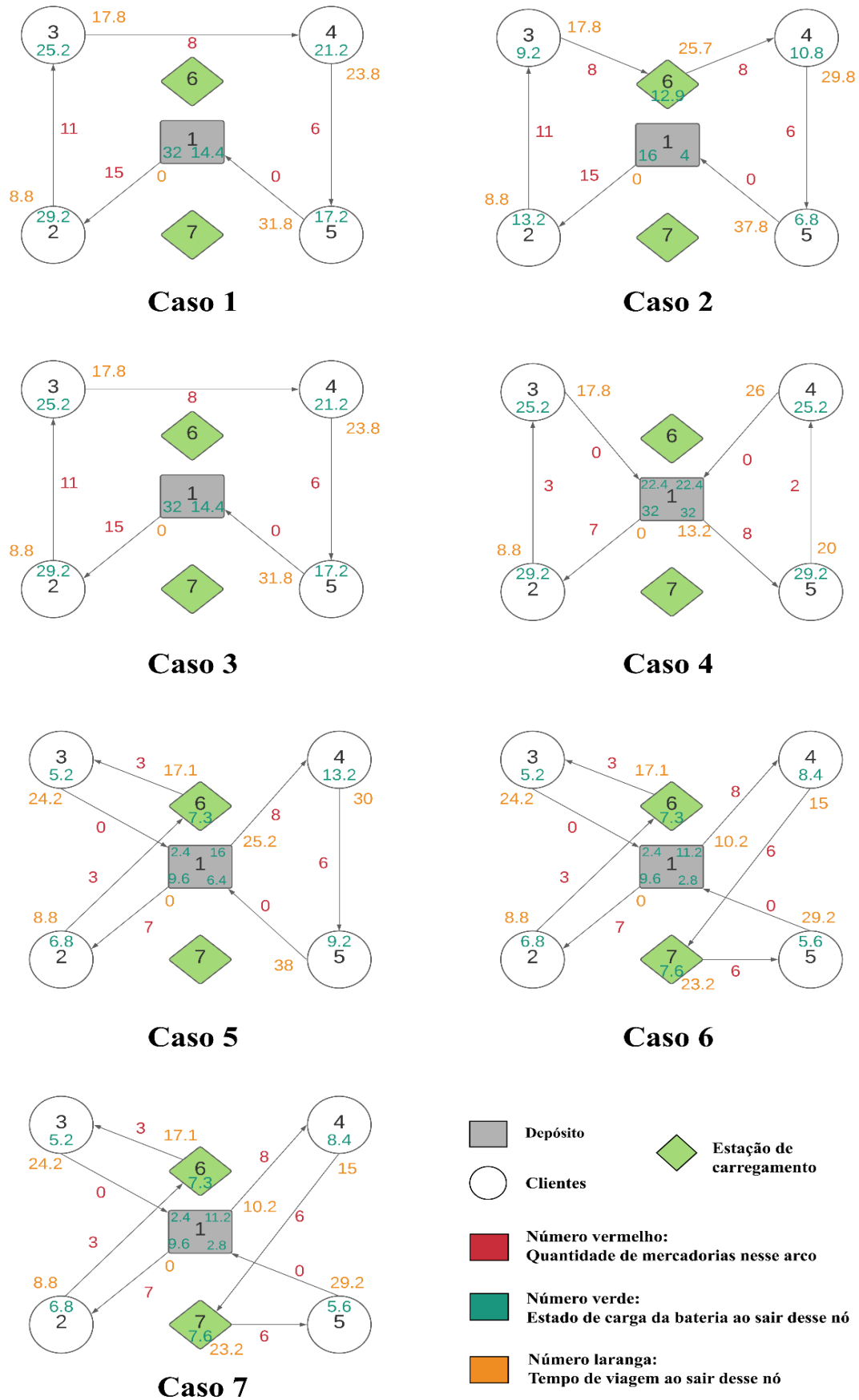
No Caso 5, foram utilizados 2 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 8 e 7 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 20 e 12 km, respectivamente, insuficiente para fazer uma rota completa. No Caso 6, foram utilizados 2 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 8 e 7 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 14 km e 12 km, respectivamente, cada um insuficiente para visitar todos os nós.

No Caso 7, foram utilizados 3 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 8, 7 e 6 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 14 km, 12 km e 12 km respectivamente, insuficiente para visitar todos os nós. No Caso 8, foram utilizados 5 VEs com capacidade de mercadoria igual a 200 unidades cada um, insuficiente para atender todos os clientes, e com uma capacidade da bateria igual a 200 km, insuficiente para fazer um percurso completo.

O custo total para o PRFVE nos Casos 1–8 foi US\$ 52,8; US\$ 53,4; US\$ 52,8; US\$ 57,6; US\$ 63,6; US\$ 71,1; US\$ 71,1 e US\$ 1054,2 e a distância total percorrida pelos VEs foi 17,6 km; 17,9 km; 17,6 km; 19,2 km; 21,2 km; 23,7 km; 23,7 km e 1054,2 km; respectivamente. As soluções para os Casos 1–7, por serem simulações de menor porte e com menos VEs, foram obtidas com tempo computacional inferior a 2 segundos e a solução para o Caso 8 foi obtida em 160 segundos.

A Figura 13 e Figura 14 mostram as topologias finais para os Casos 1–7 e o Caso 8, respectivamente; as setas indicam a direção da viagem do veículo, ou seja, os arcos que foram percorridos. Os números no meio dos arcos em vermelho indicam a quantidade de mercadorias que o veículo carregava quando cruzou o arco. O número em verde nas figuras geométricas, indica a autonomia em km do veículo ao partir desse nó e o número laranja no meio dos arcos, indicam o tempo de viagem que levam os VEs ao sair de esse nó.

Figura 13. Resultados das rotas para os Casos 1–7 do sistema teste.



Fonte: Pelo próprio autor

A partir dos resultados dos custos operacionais e a distância percorrida pelos VEs mostrados na Tabela 7 para os Casos 1–7, é possível observar que os Casos 6 e 7 apresentam um maior custo e distância de percurso devido à necessidade de utilizar as 2 estações de carregamento para poder fazer as rotas de entrega. Também, a partir das topologias formadas pelas rotas dos veículos nos casos avaliados, observa-se que os veículos visitam só as estações de carregamento se for necessário para finalizar sua jornada no depósito e ao mesmo tempo, o depósito não serve como estação de carregamento no meio das rotas.

No Caso 1, o veículo retorna ao depósito sem visitar nenhuma estação de carregamento, dado que possui capacidade de carga e mercadorias suficiente para fazer o percurso completo. No Caso 2, o veículo retorna ao depósito visitando a estação de carregamento disponível depois de entregar mercadorias aos clientes 2 e 3, sendo que o veículo tem uma capacidade da bateria limitada para fazer uma rota completa. O Caso 3 mostra que o veículo 1 é aquele que faz um percurso completo visitando todos os clientes sem necessidade de ser carregado em uma estação e que, o veículo 2, não teve que sair do depósito. Isso ocorre porque o uso do veículo 2 levaria a uma viagem de longa distância e, portanto, um custo operacional mais alto devido à capacidade limitada de sua bateria, mesmo tendo uma capacidade de mercadoria suficiente. Portanto, se o outro veículo da frota tiver capacidade para fazer um tour completo, será o único em visitar todos os clientes.

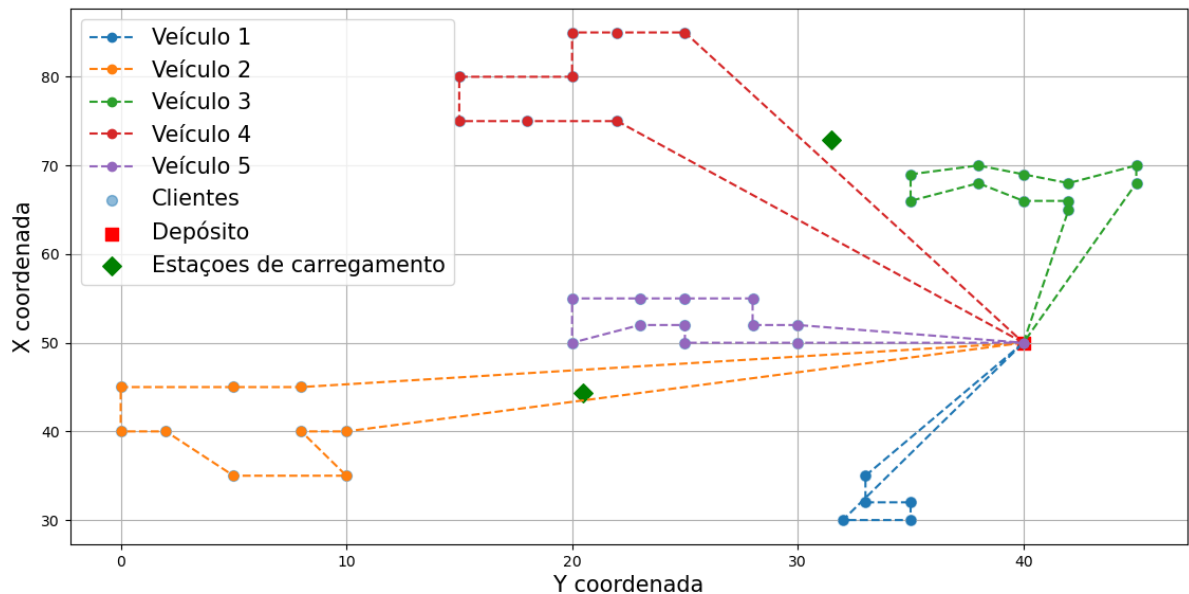
No caso em que os veículos têm capacidade de mercadoria insuficiente para satisfazer individualmente a demanda, conforme tratado no Caso 4, ambos veículos são necessários para a entrega das mercadorias. Além disso, pode-se observar que nenhum veículo passa pelas estações de carregamento, porque cada um possui capacidade da bateria suficiente para visitar alguns clientes. Se a capacidade dessa bateria fosse reduzida em um veículo da frota, como no Caso 5, pode-se observar que somente esse veículo visita a estação de carregamento para fazer seu trajeto e finalizar no depósito. Portanto, se todos os veículos da frota tiverem capacidade limitada, cada um buscará a estação de carregamento mais próxima para finalizar a entrega das mercadorias, conforme apresentado no Caso 6.

Quando é adicionado um veículo na frota com características semelhantes, como no Caso 7, e cada um tem capacidade da bateria insuficiente ao sair do depósito para visitar todos os clientes, então os veículos utilizados são aqueles que somados possuem capacidade de mercadoria suficiente para atender a demanda. Deste modo, note-se que o veículo 3 não precisa ser utilizado.

Em relação ao Caso 8, que é uma avaliação do modelo para um sistema teste maior com dados mais próximos da realidade e com o depósito alocado na direita da grade da Figura 14.

Resultados das rotas para o Caso 8 do sistema teste., o modelo encontra o custo mínimo utilizando todos os VEs da frota, onde nenhum veículo precisa visitar uma estação de carregamento. Como foi abordado anteriormente, todos os veículos da frota foram utilizados em razão de satisfazer a demanda de mercadorias e as janelas de tempo dos clientes; portanto, todos os VEs têm suficiente carga para fazer um percurso curto e voltar no depósito.

Figura 14. Resultados das rotas para o Caso 8 do sistema teste.



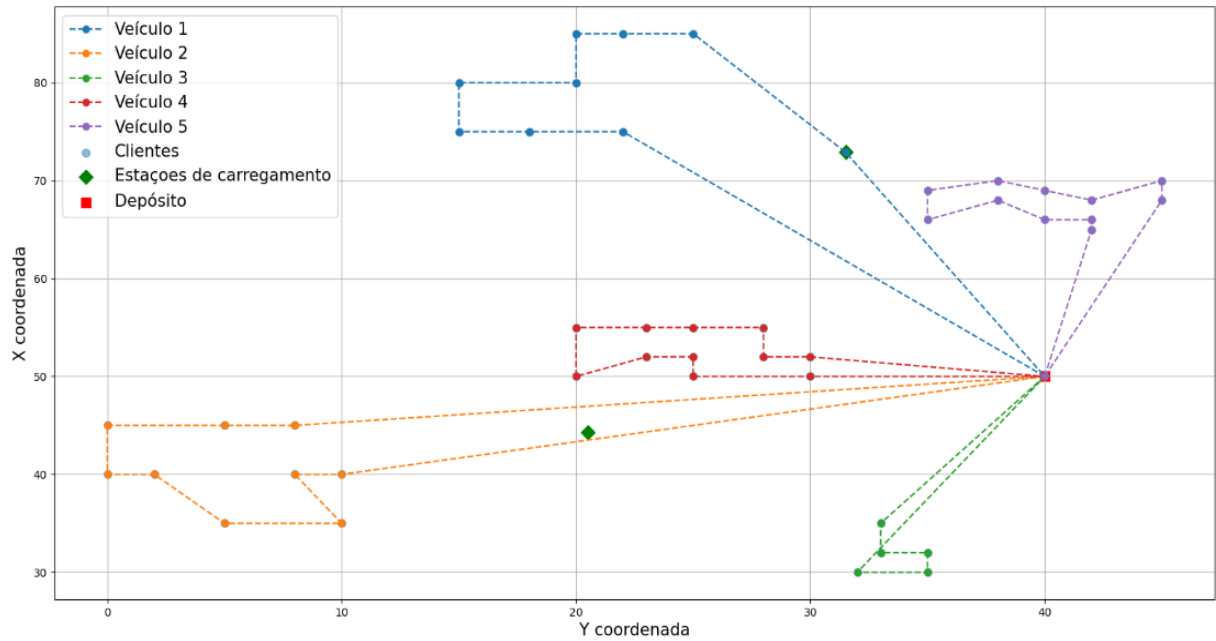
Fonte: Pelo próprio autor

O Veículo 1 faz o percurso mais curto visitando 5 clientes. O veículo 2 faz a viagem mais longa, visitando 9 clientes que se encontram afastados do depósito. O Veículo 3 é o que mais visita clientes, 11 no total, porém o seu percurso é um dos mais curtos. O Veículo 4 visita 8 clientes e é um daqueles que faz uma longa viagem. Finalmente, o Veículo 5 visita 11 clientes fazendo uma rota curta perto do depósito. Ressalta-se que esta distribuição de entregas de mercadorias está sujeita às janelas de tempo de atendimento dos clientes. Nesse caso, demonstra-se que os veículos podem cruzar suas rotas devido ao tratamento das distâncias euclidianas entre os nós, além de permitir identificar quantas estações de recarga são necessárias de acordo com as características da frota.

Em outro caso em que os veículos têm uma menor autonomia, estes podem fazer a mesma rota e visitar as estações de carregamento se for necessário, desde que estejam dentro da janela de tempo de atendimento dos clientes. Consequentemente, as simulações do Caso 8 foram realizadas novamente com 5 VEs com capacidade de mercadoria igual a 200 unidades cada um, insuficiente para atender a demanda de todos os clientes, e com uma capacidade da

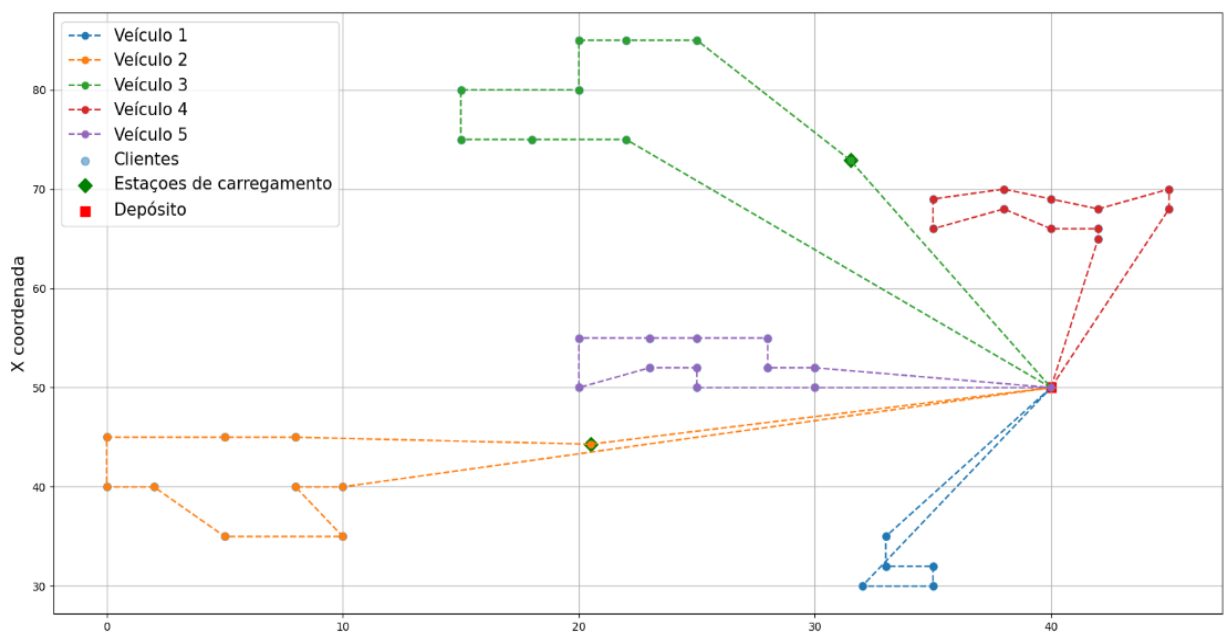
bateria igual a 175 km e 150 km. As rotas obtidas são apresentadas na Figura 15 e Figura 16 para o Casos 8.2 e 8.3, respectivamente. Cabe ressaltar que, o Caso 8 inicial é apresentado como o Caso 8.1 para distinguir entre as situações analisadas.

Figura 15. Resultados das rotas para o Caso 8.2 do sistema teste dos VEs com 175 km de capacidade da bateria.



Fonte: Pelo próprio autor

Figura 16. Resultados das rotas para o Caso 8.3 do sistema teste dos VEs com 150 km de capacidade da bateria.



Fonte: Pelo próprio autor

Tabela 8. Resultados das diferentes situações analisadas para o Caso 8, sendo v o número de VEs usados.

Caso	v	Capacidade de mercadorias (unidades)	Capacidade da bateria (km)	Tempo de carga nas Estações (s)	Rota Ótima	Custo Ótimo (US\$)	Distância percorrida (km)	Tempo Computacional (s)
8.1	5	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Estação 1: 0 Estação 2: 0	Veículo 1: 1-44-43-42-41-45-1 Veículo 2: 1-33-34-32-36-38-39-40-37-35-1 Veículo 3: 1-6-4-8-9-11-12-10-7-5-3-2-1 Veículo 4: 1-14-18-19-20-16-17-15-13-1 Veículo 5: 1-21-25-26-28-30-31-29-27-24-23-22-1	1054,2	1054,2	160,22
8.2	5	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Veículo 1: 175 Veículo 2: 1750 Veículo 3: 175 Veículo 4: 175 Veículo 5: 1750	Estação 1: 0 Estação 2: 13.7	Veículo 1: 1-14-18-19-20-16-17-15-13-47-1 Veículo 2: 1-33-34-32-36-38-39-40-37-35-1 Veículo 3: 1-44-43-42-41-45--1 Veículo 4: 1-21-25-26-28-30-31-29-27-24-23-22-1 Veículo 5: 1-6-4-8-9-11-12-10-7-5-3-2-1	1059,2	1059,2	240,48
8.3	5	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Veículo 1: 150 Veículo 2: 150 Veículo 3: 150 Veículo 4: 150 Veículo 5: 150	Estação 1: 20.1 Estação 2: 19.6	Veículo 1: 1-44-43-42-41-45-1 Veículo 2: 1-33-34-32-36-38-39-40-37-35-46-1 Veículo 3: 1-14-18-19-20-16-17-15-13-47-1 Veículo 4: 1-6-4-8-9-11-12-10-7-5-3-2-1 Veículo 5: 1-21-25-26-28-30-31-29-27-24-23-22-1	1078,4	1078,4	268,50

No caso 8.3, onde a capacidade da bateria é de 175 km, o Veículo 1 faz uma das viagens mais longas e visita uma estação de carregamento em seu percurso. Isso mostra que o modelo é capaz de encontrar a solução ótima para os percursos independente da autonomia dos VEs, permitindo assim visitar as estações. O mesmo é evidenciado para o Caso 8.3, onde os VEs têm uma capacidade de bateria de 150 km e nesta situação, os Veículos 1 e 2 visitam as estações de carregamento em seus percursos. A Tabela 8 mostra as rotas, o custo, a distância percorrida e o tempo computacional obtido para cada uma das situações do Caso 8. Note-se que, à medida que diminui a autonomia dos VEs, aumenta o custo e a distância, bem como o tempo de

execução. Além disso, fica evidente que o tempo de computação continua relativamente baixo, sendo inferior a 5 minutos, o que indica que as restrições (33)-(35) têm efeito positivo na redução do esforço computacional.

Finalmente, os Casos 1–7 foram resolvidos em um tempo computacional relativamente baixo; porém, como o tempo de execução depende das características da frota e do tamanho do espaço de solução, o Caso 8 apresentou um tempo maior de execução. Além disso, as simulações obtidas mostram que o modelo de PLIM apresentado não somente é muito sensível em relação aos parâmetros, mas também à disposição dos clientes e alocação das estações de carregamento, sendo justificativa na premissa que o tempo de execução não depende diretamente do número de variáveis e restrições, senão dos cenários realistas avaliados. Por fim, para todos os casos foram encontradas as soluções ótimas, i.e., o *gap* da solução final foi zero no processo de busca do problema inteiro.

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O problema de roteamento de frotas de veículos elétricos (PRFVE) é um problema complexo de otimização que busca minimizar os custos de transporte associados às rotas de entrega de mercadorias ao tempo que são consideradas as limitantes inerentes à autonomia dos veículos elétricos (VEs). Assim, é pertinente o desenvolvimento de modelos que permitam a solução desse problema nas diferentes situações operacionais de logística de transporte.

Foi proposto um modelo de programação linear inteira mista para o PRFVE, considerando agrupação de clientes mediante uma estratégia de agrupamento utilizando o algoritmo *k-means*. Também, este algoritmo permite atribuir as estações de carregamento nos centroides em caso que não estejam construídas nas comunidades. Também, no modelo são levados em consideração as características da frota como a capacidade da bateria e mercadorias dos VEs, assim como a respectiva posição dos clientes. Cabe ressaltar que o modelo foi avaliado através de dois sistemas de teste que permitem estudar a generalidade da modelação, verificando a convergência para as soluções ótimas em tempos de computação razoáveis. Além disso, o modelo é capaz de encontrar a rota ideal independente da capacidade da bateria do veículo, fazendo uso das estações de carregamento se necessário. Portanto, os tempos de computação dependerão do tamanho de busca e serão maiores quando as capacidades das baterias dos VEs ficarem cada vez mais baixas.

Finalmente, é mostrado que a quantidade de VEs a serem utilizados no modelo é definida pela demanda de mercadorias e as janelas de tempo dos clientes e que, a visita as estações de carregamento são decididas em função da sua alocação e da capacidade da bateria dos VEs, ao igual que a ordem das visitas aos clientes é definida pelas janelas de tempo.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Os resultados apresentados neste trabalho podem servir como ponto de referência para pesquisas na área de transporte com VEs. Além disso, a proposta apresenta potencial para ser aplicada na definição de rotas ótimas para frotas de VEs de empresas distribuidoras de mercadorias ou que oferecem serviços visitando clientes. Neste sentido, sugere-se aprimorar a pesquisa em trabalhos futuros abordando os seguintes tópicos:

- Efetuar uma análise das rotas quando as estações de carregamento são fornecidas por diferentes fontes de energia, bem seja energia renovável ou não renovável, tendo em conta as limitações de capacidade das células localizadas nas referidas estações;

- Incorporar uma análise de custos e roteamento para estações de carregamento autônomas que são alimentadas por geração renovável e que contém baterias, para ajudar as frotas de VEs visitar comunidades isoladas das grandes cidades;

REFERÊNCIAS

- AFRODITI, A. et al. Electric vehicle routing problem with industry constraints: Trends and insights for future research. **Transportation Research Procedia**, Amsterdam, v. 3, p. 452–459, 2014.
- ALMOUHANNA, A. et al. The location routing problem using electric vehicles with constrained distance. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 115, p. 104864, 2020.
- ANDELMIN, J.; BARTOLINI, E. An exact algorithm for the green vehicle routing problem. **Transportation Science**, Catonsville, v. 51, n. 4, p. 1288–1303, 2017.
- ANDERLUH, A. et al. Multi-objective optimization of a two-echelon vehicle routing problem with vehicle synchronization and ‘grey zone’ customers arising in urban logistics. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 289, n. 3, p. 940–958, 2021.
- ARANGO, J. D. S.; LONDONO, A. A.; ECHEVERRI, M. G. Electric Vehicles for merchandise transportation: Integrated planning taking into account the electrical distribution system. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 16, n. 8, p. 2192–2198, 2018.
- ARI, N.; USTAZHANOV, M. Matplotlib in python. **Proceedings of the 11th International Conference on Electronics, Computer and Computation, ICECCO 2014**, Abuja, p. 1–6, 2014.
- ASGHARI, M.; MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S. M. J. Green vehicle routing problem: A state-of-the-art review. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 231, n. June 2020, p. 107899, 2021.
- BARTH, M.; YOUNGLOVE, T.; SCORA, G. Development of a Heavy-Duty Diesel Modal Emissions and Fuel Consumption Model. **UC Berkeley: California Partners for Advanced Transportation Technology**, Washington p. 24, 2005.
- BASSO, R. et al. Energy consumption estimation integrated into the Electric Vehicle Routing Problem. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Oxford, v. 69, n. February, p. 141–167, 2019.
- BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. The Pollution-Routing Problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, Oxford, v. 45, n. 8, p. 1232–1250, 2011.

BM. **Indicador gases contaminantes**. Disponível em:

<<https://datos.bancomundial.org/indicador/EN.CO2.TRAN.ZS>>. Acesso em: 31 jul. 2021.

BRANDÃO, F. **AMPL API Documentation**.

BREUNIG, U. et al. The electric two-echelon vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 103, p. 198–210, 2019.

BRUGLIERI, M. et al. A new Mathematical Programming Model for the Green Vehicle Routing Problem. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, Amsterdam, v. 55, p. 89–92, 2016.

BRUGLIERI, M. et al. A three-phase matheuristic for the time-effective electric vehicle routing problem with partial recharges. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, Amsterdam, v. 58, p. 95–102, 2017.

BRUGLIERI, M.; MANCINI, S.; PISACANE, O. More efficient formulations and valid inequalities for the Green Vehicle Routing Problem. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, Oxford, v. 105, n. May, p. 283–296, 2019.

CHUNG, S. H.; KWON, C. Multi-period planning for electric car charging station locations: A case of Korean expressways. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 242, n. 2, p. 677–687, 2015.

CONRAD, R. G.; FIGLIOZZI, M. A. The recharging vehicle routing problem. **61st Annual IIE Conference and Expo Proceedings**, Nevada, v. Portland, 2011.

CUI, S. et al. The mobile charging vehicle routing problem with time windows and recharging services. **Computational Intelligence and Neuroscience**, London, v. 2018, n. Mcv, 2018.

DING, N.; BATTA, R.; KWON, C. Conflict-Free Electric Vehicle Routing Problem with Capacitated Charging Stations and Partial Recharge. p. 1–24, 2015.

ERDEM, M.; KOÇ, Ç. Analysis of electric vehicles in home health care routing problem. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 234, p. 1471–1483, 2019.

FAHIM, A. M. et al. Efficient enhanced k-means clustering algorithm. **Journal of Zhejiang University: Science**, Zhejiang, v. 7, n. 10, p. 1626–1633, 2006.

FELIPE, Á. et al. A heuristic approach for the green vehicle routing problem with multiple technologies and partial recharges. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Oxford, v. 71, p. 111–128, 2014.

FETENE, G. M. et al. Harnessing big data for estimating the energy consumption and driving range of electric vehicles. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Oxford, v. 54, p. 1–11, 2017.

FIORI, C.; AHN, K.; RAKHA, H. A. Power-based electric vehicle energy consumption model: Model development and validation. **Applied Energy**, Oxford, v. 168, p. 257–268, 2016.

FOURER, K. AMPL - A Modeling Language for Mathematical Programming: Second Edition. p. 519–554, 2003.

FROGER, A. et al. New formulations for the electric vehicle routing problem with nonlinear charging functions To cite this version : HAL Id : hal-01559507 New Formulations for the Electric Vehicle Routing Problem with Nonlinear Charging Functions. 2017a.

FROGER, A. et al. A Matheuristic for the Electric Vehicle Routing Problem with Capacitated Charging Stations. **[Research Report] Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport (CIRRELT)**, Paris, 2017b.

FUKASAWA, R.; LONGO, H.; LYSGAARD. Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem. **Mathematical Programming**, Heidelberg, v. 106, p. 491–511, 2006.

GOEKE, D.; SCHNEIDER, M. Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 245, n. 1, p. 81–99, 2015.

GRANADA-ECHEVERRI, M.; TORO, E. M.; SANTA, J. J. A mixed integer linear programming formulation for the vehicle routing problem with backhauls. **International Journal of Industrial Engineering Computations**, North Vancouver, v. 10, n. 2, p. 295–308, 2019.

GRAYSON, J. E. **Python and Tkinter programming**. 2. ed. Greenwich: Manning, 2000.

HIERMANN, G. et al. The Electric Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v.

252, n. 3, p. 995–1018, 2016a.

HIERMANN, G. et al. The Electric Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 252, n. 3, p. 995–1018, 2016b.

HIERMANN, G. et al. Routing a mix of conventional, plug-in hybrid, and electric vehicles. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 272, n. 1, p. 235–248, 2019.

HOF, J.; SCHNEIDER, M.; GOEKE, D. Solving the battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles using an AVNS algorithm for vehicle-routing problems with intermediate stops. **Transportation Research Part B: Methodological**, Oxford, v. 97, p. 102–112, 2017.

HUANG, Z. Extensions to the k-Means Algorithm for Clustering Large Data Sets with Categorical Values. **Kluwer Academic Publishers**, Deventer, v. 2, p. 283–304, 1998.

IBM. **International business machines, IBM ILOG CPLEX**. Disponível em: <<https://ampl.com/products/solvers/solvers-we-sell/cplex/>>. Acesso em: 4 fev. 2020.

JIE, W. et al. The two-echelon capacitated electric vehicle routing problem with battery swapping stations: Formulation and efficient methodology. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 272, n. 3, p. 879–904, 2019.

KANCHARLA, S. R.; RAMADURAI, G. An Adaptive Large Neighborhood Search Approach for Electric Vehicle Routing with Load-Dependent Energy Consumption. **Transportation in Developing Economies**, New Delhi, v. 4, n. 2, p. 1–9, 2018.

KANG, H. Y.; LEE, A. H. I. An enhanced approach for the multiple vehicle routing problem with heterogeneous vehicles and a soft timewindow. **Symmetry**, Weinheim, v. 10, n. 11, 2018.

KESKIN, M.; ÇATAY, B. Partial recharge strategies for the electric vehicle routing problem with time windows. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, Oxford, v. 65, p. 111–127, 2016.

KESKIN, M.; ÇATAY, B. A matheuristic method for the electric vehicle routing problem with time windows and fast chargers. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 100, p. 172–188, 2018.

KESKIN, M.; LAPORTE, G.; ÇATAY, B. Electric Vehicle Routing Problem with Time-Dependent Waiting Times at Recharging Stations. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 107, p. 77–94, 2019.

KOC, C.; JABALI, O.; LAPORTE, G. Long-haul vehicle routing and scheduling with idling options. **Journal of the Operational Research Society**, London, v. 69, n. 2, p. 235–246, 2018.

KOÇ, Ç.; KARAOĞLAN, I. The green vehicle routing problem: A heuristic based exact solution approach. **Applied Soft Computing Journal**, Amsterdam, v. 39, p. 154–164, 2016.

KÜÇÜKOĞLU, İ.; DEWIL, R.; CATTRYSSE, D. Hybrid simulated annealing and tabu search method for the electric travelling salesman problem with time windows and mixed charging rates. **Expert Systems with Applications**, Oxford, v. 134, p. 279–303, 2019.

LI-YING, W.; YUAN-BIN, S. Multiple charging station location-routing problem with time window of electric vehicle. **Journal of Engineering Science and Technology Review**, Kavala, v. 8, n. 5, p. 190–201, 2015.

LI, C. et al. An Electric Vehicle Routing Optimization Model with Hybrid Plug-In and Wireless Charging Systems. **IEEE Access**, Piscataway, v. 6, p. 27569–27578, 2018.

LIKAS, A.; VLASSIS, N.; J. VERBEEK, J. The global k-means clustering algorithm. **Pattern Recognition**, Amsterdam, v. 36, n. 2, p. 451–461, 2003.

LIN, C. et al. Survey of Green Vehicle Routing Problem: Past and future trends. **Expert Systems with Applications**, Oxford, v. 41, n. 4 PART 1, p. 1118–1138, 2014.

LIN, J.; ZHOU, W.; WOLFSON, O. Electric Vehicle Routing Problem. **Transportation Research Procedia**, Amsterdam, v. 12, n. June 2015, p. 508–521, 2016.

LIU, K.; YAMAMOTO, T.; MORIKAWA, T. Impact of road gradient on energy consumption of electric vehicles. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Oxford, v. 54, p. 74–81, 2017.

LU, X. et al. Multi-objective optimal load dispatch of microgrid with stochastic access of electric vehicles. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 195, p. 187–199, 2018.

LÜBBECKE, M. E.; DESROSIERS, J. Selected topics in column generation. **Operations**

Research, Catonsville, v. 53, n. 6, p. 1007–1023, 2005.

MACRINA, G. et al. An energy-efficient green-vehicle routing problem with mixed vehicle fleet, partial battery recharging and time windows. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 276, n. 3, p. 971–982, 2019.

MASMOUDI, M. A. et al. The dial-a-ride problem with electric vehicles and battery swapping stations. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Oxford, v. 118, n. August, p. 392–420, 2018.

MCKINNEY, W. **Pandas - Powerful Python Data Analysis Toolkit (Release 0.7.3)**.

MEHLAWAT, M. K. et al. A Hybrid Intelligent Approach to Integrated Fuzzy Multiple Depot Capacitated Green Vehicle Routing Problem with Split Delivery and Vehicle Selection. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 28, n. 6, p. 1–1, 2019.

MONTOYA, A. et al. The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. **Transportation Research Part B: Methodological**, Oxford, v. 103, p. 87–110, 2017.

OECD. The cost of air pollution: Health impacts of road transport. **OECD publishing**, p. 83, 2014.

ONU. **Cumbre del cambio climático**. Disponível em:
<<https://www.un.org/es/climatechange/>>. Acesso em: 31 jul. 2021.

PAZ, J. C.; GRANADA-ECHEVERRI, M.; ESCOBAR, J. W. The multi-depot electric vehicle location routing problem with time windows. **International Journal of Industrial Engineering Computations**, North Vancouver, v. 9, n. 1, p. 123–136, 2018.

PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: Machine Learning in Python. **Journal of Machine Learning Research**, Cambridge, v. 12, p. 2825–2830, 2011.

PELLETIER, S.; JABALI, O.; LAPORTE, G. The electric vehicle routing problem with energy consumption uncertainty. **Transportation Research Part B: Methodological**, Oxford, v. 126, p. 225–255, 2019.

REZGUI, D. et al. Application of a variable neighborhood search algorithm to a fleet size and mix vehicle routing problem with electric modular vehicles. **Computers and Industrial Engineering**, Oxford, v. 130, n. March, p. 537–550, 2019.

REZGUI, D.; AGGOUNE-MTALAA, W.; BOUZIRI, H. Towards the electrification of urban freight delivery using modular vehicles. **10th IEEE Int. Conf. on Service Operations and Logistics, and Informatics, SOLI 2015 - In conjunction with ICT4ALL 2015**, p. 154–159, 2015.

ROBERTI, R.; WEN, M. The Electric Traveling Salesman Problem with Time Windows. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Oxford, v. 89, p. 32–52, 2016.

SCHIFFER, M.; WALTHER, G. The electric location routing problem with time windows and partial recharging. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 260, n. 3, p. 995–1013, 2017.

SCHIFFER, M.; WALTHER, G. Strategic planning of electric logistics fleet networks: A robust location-routing approach. **Omega (United Kingdom)**, Staffordshire, v. 80, p. 31–42, 2018.

SCHNEIDER, M.; STENGER, A.; GOEKE, D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. **Transportation Science**, Catonsville, v. 48, n. 4, p. 500–520, 2014.

SHI, N.; LIU, X.; GUAN, Y. Research on k-means clustering algorithm: An improved k-means clustering algorithm. **3rd International Symposium on Intelligent Information Technology and Security Informatics, IITSI 2010**, p. 63–67, 2010.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. **Operations Research**, Catonsville, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.

SWEDA, T. M.; DOLINSKAYA, I. S.; KLABJAN, D. Adaptive routing and recharging policies for electric vehicles. **Transportation Science**, Catonsville, v. 51, n. 4, p. 1326–1348, 2017a.

SWEDA, T. M.; DOLINSKAYA, I. S.; KLABJAN, D. Optimal Recharging Policies for Electric Vehicles. **Transportation Science**, Catonsville, v. 51, n. 4, p. 1326–1348, 2017b.

SZETO, W. Y.; WU, Y.; HO, S. C. An artificial bee colony algorithm for the capacitated vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 215, n. 1, p. 126–135, 2011.

TESLA INC. **Model Y Owner's Manual**, North America, 2020.

THOMAS, D. M.; MATHUR, S. Data Analysis by Web Scraping using Python. **Proceedings of the 3rd International Conference on Electronics and Communication and Aerospace Technology, ICECA 2019**, p. 450–454, 2019.

TORO-OCAMPO, E. M.; FRANCO-BAQUERO, J. F.; GALLEGU-RENDÓN, R. A. Mathematical Model for Capacitated Location Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier. **Ingeniería, Investigación y Tecnología**, Pereira, v. 17, n. 3, p. 357–369, 2016.

TOTH, P.; VIGO, D. Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. **Discrete Applied Mathematics**, Amsterdam, v. 123, n. 1–3, p. 487–512, 2002.

VAZ PENNA, P. H. et al. A Hybrid Iterative Local Search Algorithm for The Electric Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations. **IFAC-PapersOnLine**, Kidlington, v. 49, n. 12, p. 955–960, 2016.

VILLEGAS, J. et al. The technician routing and scheduling problem with conventional and electric vehicle. **Hal Archives-ouvertes**, Marseille, 2018.

WANG, Y. W.; LIN, C. C. Locating multiple types of recharging stations for battery-powered electric vehicle transport. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Oxford, v. 58, p. 76–87, 2013.

WEN, M. et al. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Electric Vehicle Scheduling Problem. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 76, p. 73–83, 2016.

XIAO, Y. et al. Development of energy consumption optimization model for the electric vehicle routing problem with time windows. **Journal of Cleaner Production**, v. 225, p. 647–663, 2019.

XIONG, R. et al. Lithium-Ion Battery Health Prognosis Based on a Real Battery Management System Used in Electric Vehicles. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, Piscataway, v. 68, n. 5, p. 4110–4121, 2019.

YANG, J.; SUN, H. Battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 55, p. 217–232, 2015.

- YANG, Z. et al. Distributed approach for temporal-spatial charging coordination of plug-in electric taxi fleet. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Piscataway, v. 15, n. 6, p. 3185–3195, 2019.
- YI, Z.; BAUER, P. H. Optimal stochastic eco-routing solutions for electric vehicles. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, Piscataway, v. 19, n. 12, p. 3807–3817, 2018.
- YUAN, F. et al. A new algorithm to get the initial centroids. **Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics**, v. 2, n. August, p. 1191–1193, 2004.
- YUAN, X. et al. Method for evaluating the real-world driving energy consumptions of electric vehicles. **Energy**, London, v. 141, p. 1955–1968, 2017.
- ZHANG, S. et al. Electric vehicle routing problem with recharging stations for minimizing energy consumption. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 203, n. September 2017, p. 404–413, 2018.
- ZHANG, S.; CHEN, M.; ZHANG, W. A novel location-routing problem in electric vehicle transportation with stochastic demands. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 221, p. 567–581, 2019.
- ZHU, X. et al. Logistic Optimization for Multi Depots Loading Capacitated Electric Vehicle Routing Problem from Low Carbon Perspective. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 31934–31947, 2020.
- ZHUGE, C.; SHAO, C. Agent-Based Modelling of Locating Public Transport Facilities for Conventional and Electric Vehicles. **Networks and Spatial Economics**, New York, v. 18, n. 4, p. 875–908, 2018.

ANEXO

INTERFACE GRÁFICA DE USUARIO (GUI)

Para realizar o processamento dos bancos de dados, foi feita uma interface gráfica de usuário na linguagem de programação Python, utilizando a biblioteca Tkinter (GRAYSON, 2000). Os códigos podem ser visualizados no repositório GitHub: <https://github.com/DannyGS25/Interface-grafica-de-usuario-PRFVE.git>

A ideia é automatizar o processo de solução dos casos teste escolhidos dos problemas de Solomon (1987) para o carregamento dos dados, inserção de parâmetros, estratégias de otimização com o modelo matemático desenvolvido e visualização dos resultados. O objetivo com este novo esquema é que o usuário possa manipular os dados por meio de gráficos ou arquivos de texto simples. Isso permite que o usuário não tenha a necessidade de manipular os códigos desenvolvidos e simplesmente tenha uma interação livre na hora de resolver o problema desejado com suas respectivas especificações.

Portanto, a interface é uma contribuição significativa, feita não só para a experimentação do modelo, mas também para a comunidade científica, pois se trata de um desenvolvimento como API Local, ou seja, funciona como uma integração entre Python e AMPL (FOURER, 2003), devido ao que a solução deste problema foi realizada com a biblioteca AMPL API (BRANDÃO, 2021). Esta é uma interface que permite o acesso ao intérprete AMPL com grande estabilidade e rapidez, atuando como intermediária, sendo então uma alternativa muito boa para a automatização de processos em grupos de pesquisa. A Figura 17 mostra a interface gráfica de usuário desenvolvida, onde pode-se observar ao lado esquerdo as opções de carregamento, visualização e armazenamento dos dados. Na parte central pode-se ver a inserção dos parâmetros que são fornecidos pelo usuário e na lateral direita, encontram-se as diferentes propostas de otimizações apresentadas neste trabalho.

Carregamento de dados

O capítulo 5 descreve o processo de consulta dos dados que servirão para os casos teste neste trabalho. A interface contém um botão suspenso onde todos os problemas do Solomon (1987) podem ser encontrados. Estes são obtidos graças a um dicionário criado em Python que contém todos os sítios web para cada um dos problemas. Este processo consiste na técnica denominada *web scrapping* (Thomas e Mathur, 2019) que se encarrega de extrair as informações solicitadas da página web. Portanto, essa técnica é muito útil desde que o usuário tenha acesso à internet.

Figura 17. Interface Gráfica de Usuário (GUI) desenvolvida para o PRFVE.



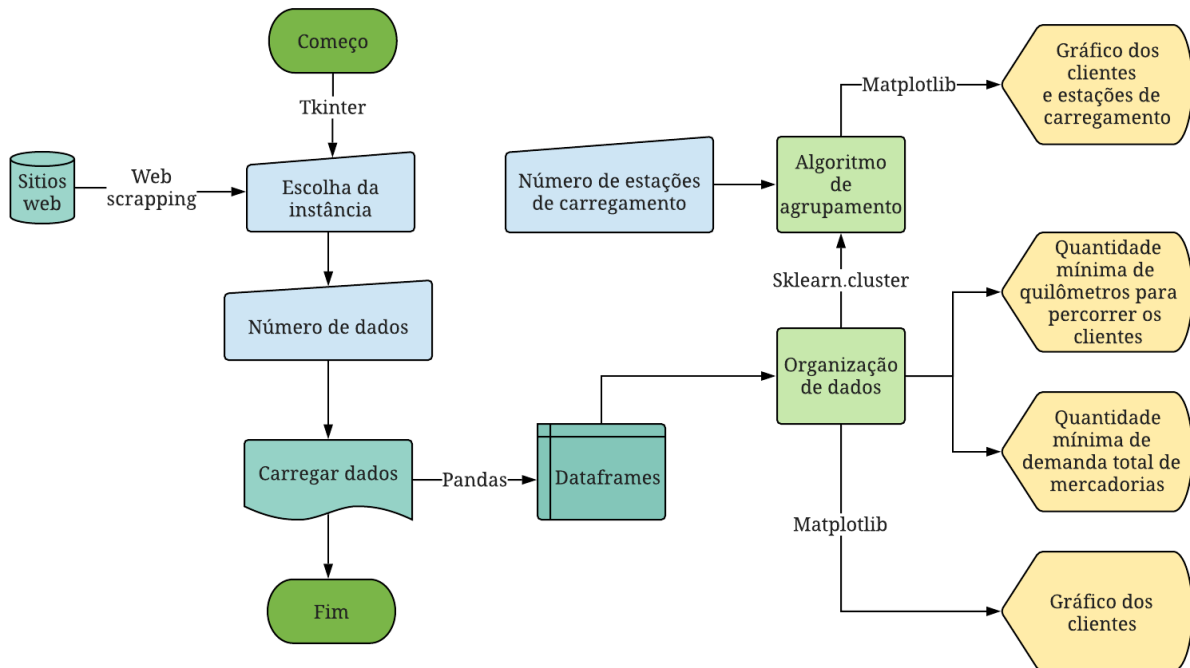
Fonte: Pelo próprio autor

Uma vez que o usuário escolhe o problema a ser resolvido, deve-se inserir na parte “número de dados” o número de clientes (incluindo o depósito) com que se deseja trabalhar e selecionar o botão “carregar dados”. Isto foi programado através da biblioteca Pandas (MCKINNEY, 2012) que permite armazenar os dados em Dataframes (tabelas) e organizá-los de acordo com as necessidades específicas. Portanto, essas funções permitem que os dados sejam armazenados como variáveis na memória fornecida pelo ambiente de desenvolvimento integrado (abreviado como IDE, do inglês *integrated-development-environment*) em que estivesse trabalhando. Depois que os dados são carregados, a interface indica a quantidade mínima da demanda total de mercadorias que precisa ser entregue aos clientes selecionados para que o problema seja factível. Além disso, informa ao usuário a quantidade mínima de quilômetros necessária para visitar os clientes, ou seja, a autonomia mínima com que todos os veículos fariam uma rota completa.

A vantagem que a interface oferece na manipulação de dados é que a disposição dos clientes selecionados pode ser visualizada na aba “Gráficar”. Ao selecionar o botão "Gráfico dos clientes" obtém-se a visualização destes através da biblioteca Matplotlib (Ari e Ustazhanov, 2014). Também, ao selecionar a opção “Gráfico de zonas” pode-se ver como as estações de carregamento estão posicionadas no mapa. Estas são localizados usando o algoritmo de agrupamento não supervisionado *k-means*, abordado na seção 4, nos centroides obtidos por

meio da biblioteca `Sklearn.cluster` (Pedregosa et al. 2011). Deve-se notar que, para poder observar o gráfico das zonas, precisa-se inserir primeiro o número de estações de carregamento. A Figura 18 mostra o fluxograma do funcionamento do processo de carregamento, tratamento e visualização dos dados.

Figura 18. Fluxograma do funcionamento do processo de carregamento, tratamento e visualização dos dados.



Fonte: Pelo próprio autor

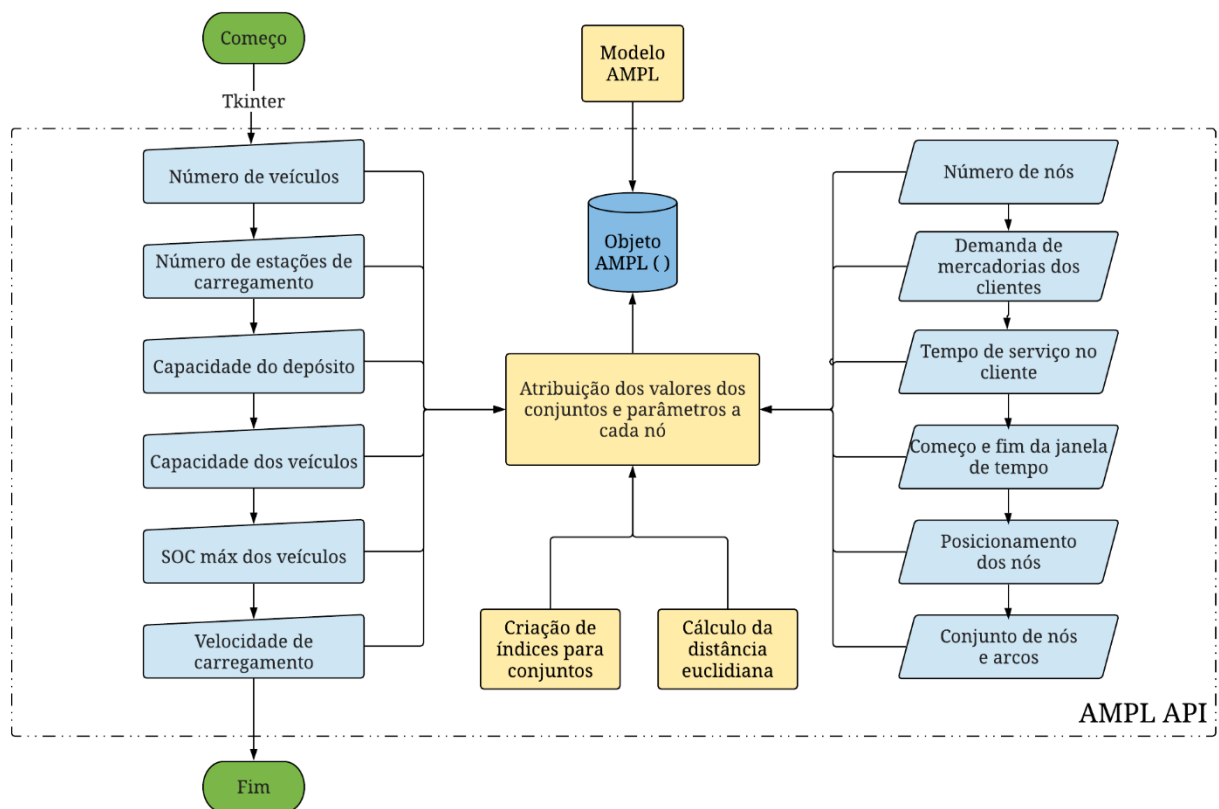
Inserção de parâmetros

Para que o usuário insira os parâmetros necessários no modelo, é usada a biblioteca `AMPL API` (BRANDÃO, 2021) que permite carregar os conjuntos, parâmetros e variáveis necessárias de acordo com o modelo desenvolvido no Capítulo 3. Esta API funciona através do objeto `AMPL()` onde cada parâmetro inserido pelo usuário ficará armazenado neste. A função desenvolvida em Python permite que as estações de carregamento sejam incluídas como novos nós com as respectivas posições no mapa; também, o código permite calcular a distância euclidiana, atribuir a janela de tempo, o serviço de atendimento e as mercadorias correspondentes para cada um dos nós. Isto facilita o processo operacional de modificação dos parâmetros caso queira-se realizar um novo teste com um novo conjunto de dados ou simplesmente observar a sensibilidade do referido modelo.

A automação permite que a experiência do usuário com a interface seja interativa e rápida porque o usuário só precisa inserir o número de veículos da frota, o número de estações de carregamento, a capacidade de carga do depósito, a capacidade de mercadorias de cada veículo, a capacidade de carga da bateria de cada veículo e a velocidade de carga da bateria. Ressalta-se que o fator de consumo da bateria por quilômetro rodado é igual a 1, assim mesmo como a velocidade média de cada veículo nos arcos.

Esta interface foi desenhada em termos práticos, onde assume-se uma frota homogênea de VEs, ou seja, todos os veículos possuem a mesma quantidade de mercadorias e capacidade de bateria. A Figura 19 mostra o diagrama cada um dos processos realizados para a automação da inserção dos parâmetros do modelo.

Figura 19. Fluxograma do funcionamento dos processos realizados para a automação da inserção dos parâmetros do modelo.



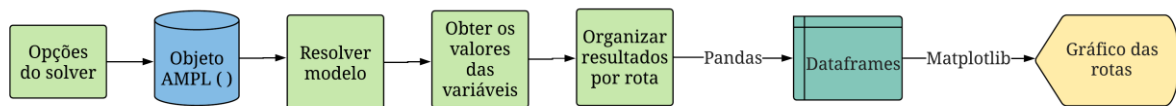
Fonte: Pelo próprio autor

Otimizações

A otimização N°1 oferece a solução do problema Solomon (1987) selecionado, de acordo com a faixa de dados escolhida e os parâmetros inseridos pelo usuário. Para fazer a otimização, primeiro o modelo matemático desenvolvido no capítulo 3 foi implementado na linguagem

AMPL e carregado no objeto *AMPL()* no Python. A ideia é resolvê-lo utilizando o interpretador *CplexAMP* (IBM, 2009) e armazenar os resultados em variáveis para organizá-los em Dataframes, além de imprimir o resultado de cada uma das rotas realizadas por cada veículo com as respectivas informações sobre o fluxo de mercadorias, estado de carga da bateria e tempo de viagem em cada um dos nós. Por sua vez, a interface mostra o gráfico onde são apresentadas automaticamente as rotas feitas pelos veículos. A Figura 20 mostra o diagrama de cada um dos processos realizados para a visualização dos resultados obtidos.

Figura 20. Fluxograma do funcionamento dos processos realizados para a visualização dos resultados obtidos.



Fonte: Pelo próprio autor