UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA

MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS EM UM CURSO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A DISTÂNCIA *ONLINE*.

Daise Lago Pereira Souto

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

DAISE LAGO PEREIRA SOUTO

TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS EM UM CURSO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A DISTÂNCIA *ONLINE*

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Rio Claro - SP
2013

510.07 Souto, Daise Lago Pereira
S726t Transformações expansivas em um curso de educação matemática a distância online / Daise Lago Pereira Souto. - Rio Claro, 2013
279 f. : il., figs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

1. Matemática estudo e ensino. 2. Teoria da atividade. 3. Seres-humanos-com-mídias. 4. Geometria analítica. 5. GeoGebra. 6. Ensino a distância. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

DAISE LAGO PEREIRA SOUTO

TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS EM UM CURSO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A DISTÂNCIA *ONLINE*

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - UNESP/ Rio Claro, SP.

Profª Drª Jussara de Loiola Araújo - UFMG/ Belo Horizonte, MG.

Prof. Dr. Gerson Pastre - USP/ São Paulo, SP.

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi - UNESP/ Rio Claro, SP.

Profª Drª Ana Paula dos Santos Malheiros - UNESP/ São José do Rio Preto, SP.

Rio Claro, 06 de dezembro de 2013.

Resultado: APROVADA

Ao meu filho, Felipe,
fonte de toda minha força,
alegria, felicidade, inspiração, amor...
Razão do meu viver.

Ao meu marido, Maximiliano, com quem
compartilho minhas conquistas, meus sonhos,
meus fracassos e, antes de tudo,
o meu amor.

Aos meus pais,
Renato (in memoriam) e Josefa,
com quem aprendi que a
a força provém de
nossa vontade férrea.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, por ter aceitado me orientar, por ser mais que um orientador, ser um amigo e conselheiro, pela dedicação, entusiasmo, fibra, paciência e carinho; pelas reflexões, avaliações e, principalmente, por me ensinar através da corporeificação de suas palavras pelo seu exemplo. Obrigada por todas as oportunidades, especialmente, pela vivência compartilhada junto ao grupo de Iniciação Científica.

Aos professores da banca, Drª Jussara de Loiola Araújo, Dr. Gerson Pastre, Dr. Marcus Vinicius Maltempi e Drª Ana Paula dos Santos Malheiros, por suas cuidadosas leituras, sugestões e contribuições para este estudo;

Aos professores que participaram dessa pesquisa, que me ensinaram muito com seus relatos de experiências, com suas ações durante o curso e com as discussões sobre Educação Matemática.

Aos professores, colegas e funcionários do Programa de pós-graduação em Educação Matemática e do departamento de Matemática, pelos momentos de convivência, sempre regados de trocas mútuas e muita aprendizagem, pelas divergências de opiniões, pelos estímulos e amizades;

À Ana Paula Malheiros, Marcelo Borba, Débora Soares, Maria Teresa Zampieri, Luana Oliveira, Marcus Maltempi, Sueli Javaroni, Rúbia Amaral, Ricardo Scucuglia, Vinicius Marchi, Geraldo Lima, Fernando Trevisan, Felipe Heitmann, Tiago Gioretti, Silvana Santos, Nilton Silveira, Lucas Mazzi, Fabian Posada, Jhony Alexander, Claudinei Santana, Aparecida Chiari, Rejane Faria, Helber Formiga, Franciele Oliveira, Marília Zabel, Ricardo Mendes, Jeannette Galleguillos, colegas do GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática), que compartilharam comigo o sabor do diálogo que se estabelece em um trabalho coletivo e colaborativo;

Aos alunos do grupo de Iniciação Científica do GPIMEM, pela convivência, pelos momentos de reflexões e críticas e, principalmente, pelas contribuições para minha formação como futura orientadora;

À Profª Drª Débora Soares, pela acolhida, pelas leituras e valiosas contribuições, pela amizade e apoio;

À Profª Drª Jussara de Loiola Araújo, pela confiança, paciência, delicadeza, incentivo, amizade e preciosos ensinamentos;

À Drª Anne Kepple, pela leitura cuidadosa e contribuições ao abstract.

Ao Geraldo Lima, pelo profissionalismo e apoio técnico durante a produção dos dados dessa pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro;

À Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, pela dispensa de minhas atividades docentes;

Aos colegas da UNEMAT, especialmente, aos professores Acelmo, Rosane, Minéia, Kapitango, Cláudia, Emivan, Nazime, pelo apoio, incentivo, amizade e, principalmente, por segurarem as "broncas" institucionais enquanto eu desenvolvia esta pesquisa;

À família Borba - Anne, Leo, Tomas e Marcelo - pelo carinho, preocupação e acolhida, a mim e aos meus familiares;

Ao meu filho, Felipe, e ao meu marido, Maximiliano, pela compreensão, carinho, paciência, cuidado, dedicação, companheirismo e amor, pelo apoio incondicional, especialmente, nos momentos de crise. Sem vocês ao meu lado jamais teria conseguido realizar esta pesquisa;

À minha mãe, Josefa e aos meus irmãos, Raphael, Renato e Denise, que, à maneira deles, sempre demonstraram carinho e incentivo;

A meu pai, José Renato, que não está mais fisicamente entre nós, mas que sempre me apoiou e incentivou através de seu amor, paciência e dedicação. Ele, certamente, esteve ao meu lado durante toda essa jornada;

A todos que, de algum modo, colaboraram para a realização desta pesquisa;

A Deus, por ter me dado perseverança e saúde para que eu pudesse cumprir mais esta etapa de meu ciclo, o qual tenho a clareza de que não se encerra aqui, ao contrário, seu "potencial expansivo" certamente me impulsionará a superar novos desafios.

Ninguém ignora tudo.
Ninguém sabe tudo.
Todos nós sabemos alguma coisa.
Todos nós ignoramos alguma coisa.
Por isso aprendemos sempre.
Paulo Freire

RESUMO

Nesta pesquisa são analisados os movimentos que desencadearam as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*. Nele, professores de várias regiões do país e do exterior se encontravam para estudar cônicas com o *software* de Matemática dinâmica GeoGebra e discutir algumas Tendências em Educação Matemática. Esses encontros se deram no ambiente virtual de aprendizagem Tidia-Ae, que possui ferramentas de comunicação síncronas e assíncronas. Os dados foram produzidos em *chats*, fóruns, *e-mails* e entrevistas. A análise desses dados segue uma orientação qualitativa e está alicerçada nos princípios da teoria da atividade e do construto seres-humanos-com-mídias. A noção de transformação expansiva é um dos princípios que explicam a teoria da atividade em seu formato atual, em conjunto com a unidade de análise, a multivocalidade, a historicidade e as contradições internas. Esses princípios que se entrelaçam nas ideias dessa teoria permitem um olhar amplo sobre a produção e as transformações do conhecimento reveladas em transformações qualitativas que podem ocorrer em sistemas de atividade. O construto seres-humanos-com-mídias trouxe para a pesquisa um foco voltado às transformações que ocorreram devido à influência das tecnologias presentes ou até mesmo ausentes no processo de produção Matemática. Os resultados indicam que as transformações expansivas emergentes tiveram na mídia um agente mobilizador e podem ser assim resumidas: a expansão do objeto e do motivo da atividade; a expansão da produção Matemática sobre cônicas; e a expansão dos artefatos, ou seja, dos duplos papéis que as mídias podem desempenhar em um sistema de atividade. Essas transformações, particularmente a última, em conjunto com as lentes teóricas possibilitaram o início da construção de uma perspectiva teórico-metodológica: "Miniciclo(nes)" de Transformações Expansivas para análise de sistemas seres-humanos-com-mídias. Essa perspectiva lança novas luzes sobre o "fazer" Matemática *online* e pode contribuir para reorientar ações e planejamentos de professores nesse contexto. Também como um dos resultados desse estudo o conceito de transformações expansivas, devido ao seu caráter relacional, é reinterpretado.

Palavras-chave: Teoria da Atividade. Seres-humanos-com-mídias. Geometria Analítica. Ensino de Matemática. GeoGebra.

ABSTRACT

The objective of this study was to analyze the actions (physical and mental "movements") that triggered expansive transformations in an online distance mathematics education course. During the course, teachers from different regions of Brazil and abroad met to study conic sections using the dynamic mathematics software GeoGebra, as well as discuss some trends in Mathematics Education. These meetings occurred in the virtual learning environment Tidia-Ae, which offers tools for synchronous and asynchronous communication. Data gathered from chats, forums, e-mails, and interviews provided the basis for analysis of the actions of participants in the online distance course. Data analysis followed a qualitative paradigm and was guided by the principles of activity theory and the construct humans-with-media. Expansive transformations is one of the principles explained by activity theory in its current form, together with multivocality, historicity, internal contradictions, and unit of analysis. The theory proposes the activity system as the unit of analysis. The resulting broad view of the production and transformation of knowledge made it possible to identify qualitative changes that occurred in the activity system. The construct humans-with-media was used to understand the influence of digital technology in the expansive transformations. The results indicate that the emerging expansive transformations were mobilized by the media used and can be summarized as follows: the expansion of the activity's object and subject; the expansion of Mathematical production about conic sections; and the expansion of artifacts, in other words, the dual role that media can play in an activity system. Analysis of these transformations through the lens of the two theories resulted in a new theoretical and methodological perspective: "mini-cyclones" of expansive transformations for the analysis of humans-with-media systems. Such a perspective sheds new light on "doing" math online and can contribute to reorient actions and planning of teachers in this context. As a result of the study, the concept of expansive transformations, due to its relational character, is reinterpreted.

Key-words: Activity Theory. Humans-with-media. Analytic Geometry. Teaching of Mathematics. GeoGebra.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11

1.1 Minha trajetória e a pesquisa 18

1.2 Estrutura da tese 21

2 CONTORNOS DA EADONLINE COM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO 23

2.1 Formação continuada de professores de Matemática: múltiplos olhares 24

2.2 Produção Matemática de professores em contextos *online* 27

2.3 Geometria, EaD*online* e aspectos da produção Matemática na formação continuada de professores 30

2.4. Diferentes focos que envolvem as lentes da teoria da atividade em pesquisas 35

2.5 Delimitando o espaço da pesquisa no contexto da revisão da literatura 41

3 REFERENCIAL TEÓRICO 45

3.1 As bases da Teoria da Atividade 45

3.2 O desenvolvimento histórico da Teoria da Atividade 47

3.2.1 As contribuições de Lev Semenovich Vygotsky 48

3.2.2 As contribuições de Alexei Nikolaevich Leontiev 51

3.2.3 As contribuições de Yrjö Engeström 55

3.3 As bases do Construto Seres-humanos-com-mídias 63

3.3.1 Oleg Tikhomirov e a reorganização do pensamento 64

3.3.2 Pierre Lévy e as ecologias cognitivas 66

3.4 O construto Seres-humanos-com-mídias 69

3.4.1 Seres-humanos-com-EaDonline 73

3.5 Teoria da Atividade e Seres-humanos-com-mídias 77

4 METODOLOGIA DA PESQUISA 87

4.1 A opção metodológica 87

4.2 O contexto - o curso "Tendências em Educação Matemática" 90

4.2.1 Sobre o ambiente natural da pesquisa 93

4.3 A edição de 2010 - O estudo preliminar 94

4.4 A edição de 2011 98
4.5 O software GeoGebra 101
4.6 Sobre o estudo das cônicas 103
4.7 Sobre a produção e a análise dos dados 110
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS 115
5.1 Uma rede de sistemas de atividade 117
5.2. O Sistema de Atividade "Tendências": a visão de seus organizadores 120
5.3 O grupo 1-2010 125
5.4 O grupo 4-2011 150
5.5 O grupo 1-2011 172
5.6 Expansão dos motivos e do objeto 188
5.7 Expansão da produção Matemática sobre cônicas 194
5.8 Expansão dos artefatos: os papéis das mídias 198
5.8.1 O caso do GeoGebra: artefato e/ou objeto? 199
5.8.2 O caso da internet - artefato e/ou comunidade? 207
5.9 "Miniciclo(nes)" de Transformações Expansivas para análise de Sistemas Seres-humanos-com-mídias: uma possibilidade de expansão teórico-metodológica em debate 214
5.10 Discussão dos resultados 223
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 231
REFERÊNCIAS 241
APÊNCIE A - Minitutorial GeoGebra 254
APÊNDICE B - Proposta de estudo das cônicas 263
APÊNDICE C - As propostas - 2010 e 2011 272
APÊNDICE D - Ficha de inscrição 279

1 INTRODUÇÃO

É fundamental diminuir a distância entre
o que se diz e o que se faz,
de tal forma que, num dado momento
a tua fala seja a tua prática.
(PAULO FREIRE, 2003, p. 61)

Nós, seres humanos, temos sido ao longo da história agentes ativos na composição do contexto social em que vivemos. Desde a Pré-História, a necessidade de superarmos nossas fragilidades físicas em relação às demais espécies já nos compelia a desenvolver diferentes técnicas para produzirmos instrumentos e ferramentas que garantissem a sobrevivência de nossa espécie.

No entanto, a cada nova técnica que desenvolvemos para suprir determinada necessidade, novas necessidades são geradas. Assim, ao transformarmos nosso meio - desenvolvermos tecnologias - para atender nossas necessidades, também nos transformamos. Esses movimentos, segundo Vygotsky, permitem compreender o princípio fundamental do desenvolvimento humano que se estabelece por meio das trocas recíprocas que ocorrem durante toda a vida entre indivíduos e meio, cada aspecto influindo sobre o outro (REGO, 2009). Em outras palavras, nos desenvolvemos ao produzirmos tecnologias que modificam o ambiente, de modo que tais modificações influenciam nosso comportamento futuro.

É possível se conjecturar então, que o avanço das tecnologias confunde-se com o próprio desenvolvimento dos seres humanos e das transformações da sociedade em cada época.

> [...] desde o início da civilização, todas as eras correspondem ao predomínio de um determinado tipo de tecnologia. Todas as eras foram, portanto, cada uma à sua maneira "eras tecnológicas". Assim tivemos a Idade da Pedra, do Bronze [...] até chegarmos ao momento tecnológico atual (KENSKI, 2003, p. 19).

O momento tecnológico a que Kenski (2003) se refere é o que vivenciamos atualmente, um momento da história em que desenvolvemos tecnologias digitais, que já tomaram parte em nossas vidas, como *smartphones,* computadores, *software*, internet, *tablets*, *e-reader*, entre outros. Por analogia ao pensamento vygotskyano, pode-se dizer que ao interagirmos com essas tecnologias geram-se novas

necessidades que provocam alterações nas formas de pensarmos, de nos organizarmos socialmente, enfim, de vivermos.

A sociedade atual - chamada de cibercultura[1], sociedade em rede, era digital, sociedade da informação, sociedade do conhecimento - vem se constituindo a partir dessa metamorfose permanente e acelerada. Ela protagoniza reconfigurações do saber advindas das novas formas de se pensar e de se produzir conhecimento, os quais seguem uma lógica que considera as tecnologias digitais como um elemento chave e um agente transformador. Tais reconfigurações têm gerado uma necessidade desafiadora para educadores e pesquisadores, qual seja, (re)pensar e amplificar as perspectivas da Educação.

Essa necessidade, ao mesmo tempo em que pode mobilizar, pode modificar os processos de ensinar e aprender, colocando-os numa posição de constante mutação. É, portanto, pertinente observar que as relações entre humanos e tecnologias digitais podem alterar o cenário educacional, com mudanças que vão além dos limites físicos de espaço e de presença. É assim que, de acordo com Silva (2006), surge, como uma demanda da sociedade, a Educação a Distância *Online*: "um fenômeno da cibercultura, isto é, do conjunto imbricado de técnicas, práticas, atitudes, modos de pensamento e valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço[2]" (SILVA, 2006, p.11).

Trazendo novas alternativas, a Educação a Distância *Online* delineia um cenário até então inédito, como explica Kenski (2003, p.55): "Exposta na tela do computador, a escola virtual se apresenta pela sua imagem. Fluida, mutante, a escola virtual é um ícone de um novo tempo tecnológico do espaço educativo". Espaço esse que necessita, cada vez mais, ser explorado, pensado e pesquisado.

> [...] não podemos deixar de pensar e de pesquisar a modalidade online, seu histórico, sua abrangência, seus instrumentos, suas aplicações atuais, seus resultados e tendências. [...] Em nosso tempo [...] torna-se cada vez mais premente o investimento em mudanças no processo educacional/formativo, a partir da inclusão do computador, da internet e da mediação capaz de contemplar a dinâmica da "sala de aula virtual" (SILVA, 2010, p.12).

[1] Cibercultura é entendida como a cultura contemporânea estruturada pelas tecnologias digitais (SILVA et. al. 2010).
[2] Ciberespaço, nesse caso, deve ser entendido como o espaço em que as pessoas se relacionam com e pela mídia.

Essa demanda social tem crescido exponencialmente, tomado forma, aflorado reflexões, gerado novas concepções e necessidades.

> Educação a distância não é um *fast-food* onde o aluno vai e se serve de algo pronto. Educação a distância [*offline ou online*] é ajudar os participantes a equilibrar as necessidades e habilidades pessoais com a participação em grupos por meio da qual avançamos rapidamente, trocamos experiências, dúvidas e resultados (MORAN, 2000, p. 60).

Nas palavras de Moran é possível identificar que este novo tempo do espaço educativo é caracterizado fundamentalmente pela produção coletiva e compartilhada com ações colaborativas, em que se deve procurar uma forma de equilíbrio entre a motivação individual e os interesses do grupo. Tais características também estão estampadas em outras definições apresentadas na literatura.

Para Schlemmer (2005, p.31), Educação a Distância *Online* consiste em "utilizar as tecnologias da internet para propiciar um amplo conjunto de soluções que objetivam servir de suporte para que a aprendizagem ocorra. [...] Ela é a interação constante entre os sujeitos, as tecnologias e a informação".

Santos (2010, p.37) a define como "o conjunto de ações de ensino e aprendizagem ou atos de currículo mediados por interfaces digitais que potencializam práticas comunicacionais interativas e hipertextuais".

Segundo Borba, Malheiros e Amaral (2011, p.17), "EaD*online*[3] pode ser entendida como a modalidade de Educação que acontece primordialmente mediada por interações via internet e tecnologias associadas". Essa é a concepção adotada nesse trabalho, pois interação, bem como comunicação, sempre fizeram, fazem e farão parte do processo de ensinar e aprender, e não se exaurem com o surgimento de uma nova tecnologia, apenas mostram-se em diferentes graus de intensidade.

Em se tratando especificamente do ensino e da aprendizagem da Matemática em ambientes *online*, verifica-se que o pensamento reducionista de que esses processos não são possíveis em tal contexto, começam, aos poucos, a serem rompidos (e.g. BORBA; PENTEADO, 2001; GRACIAS, 2003; SANTOS, 2006; ZULATTO, 2007; MALHEIROS 2008; BAIRRAL, 2005, 2010; ROSA; MALTEMPI, 2010). Atualmente, o uso de ambientes *online* na aula presencial já parece ser

[3] A partir daqui, em alguns momentos, utilizarei o termo EaD*online* ao me referir a Educação a Distância *Online*.

considerado praticável, e inclusive já se discute a possibilidade da internet modificar ou substituir a sala de aula (BORBA, 2009, 2012).

O número de pesquisas que tratam desse tema, apesar de ter crescido nos últimos anos, ainda é tímido. Contudo, seus resultados trazem contribuições importantes, e, de forma geral, sugerem que o contexto *online* se diferencia, em vários aspectos, da sala de aula presencial, tendo como principais aspectos de mudanças as formas de expressão do pensamento Matemático. Em outras palavras, a linguagem matemática muda de acordo com o espaço comunicativo disponível ou utilizado. Em um *chat*, por exemplo, ela precisa ser adaptada para a linguagem materna, enquanto a interação pela oralidade que ocorre em videoconferências aproxima a linguagem matemática da comunicação usual na sala de aula presencial (SANTOS, 2006; ZULATTO, 2007). Sendo assim, ao considerar-se que a comunicação é um dos aspectos que faz parte do processo de ensinar e aprender entende-se que essas diferentes formas de comunicar ideias matemáticas transformam a produção de conhecimento.

Estudar as incessantes transformações na produção de conhecimento decorrentes dos avanços tecnológicos que vivenciamos atualmente tem se mostrado um desafio, principalmente quando outras tecnologias como *software* educacionais são associados a esse contexto (SOUTO; BORBA, 2013). Entretanto, por que compreender essas transformações é importante? Porque buscar as transformações que ocorrem em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*? Acredito que uma transformação, qualquer que seja, pressupõe riscos, porque mudar a forma de algo requer, no mínimo, uma reconstrução, e isso pode causar intimidação, receio, apreensão, pois demanda ousadia, criatividade, coragem, e mais, exige romper com práticas muitas vezes já enraizadas.

Desse modo, se considerarmos que o curso que serviu de contexto para a realização dessa pesquisa é direcionado a professores é plausível, sob o meu ponto de vista, pensar que, se eles não conhecem, não vivenciam ou não têm a chance de experimentar as transformações que podem ocorrer na diversidade desse novo contexto, poderão sentir-se intimidados e ter dificuldades em implementar o uso de recursos tecnológicos em sua própria sala de aula. Essa falta de conhecimento pode

levar o professor a praticar a domesticação[4] ou troca de mídias (BORBA; PENTEADO, 2001). Essa prática pode não ser suficientemente adequada para oportunizar aos alunos a realização de discussões, questionamentos, críticas, argumentações e a busca de diferentes possibilidades para solucionar um dado problema, ou seja, pode restringir a criação de espaços de produção de conhecimento. Ademais, quando se fala em contexto *online* e tecnologias associadas, subentende-se o uso da informática, que é vista como uma nova extensão da memória. Ela desafia a linearidade do pensamento, e traz nas possibilidades de simulação e experimentação uma nova linguagem que agrega escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (BORBA, 2001).

Assim, entender as transformações que ocorrem durante a produção Matemática em ambientes *online*, associadas ao uso de outras tecnologias como *software* Matemáticos, pode possibilitar ao professor a compreensão dessa nova linguagem. Com isso, ele poderá sentir-se menos intimidado para reorganizar o planejamento de suas aulas e de seus instrumentos avaliativos de forma que sejam coerentes com a mídia adotada. Além disso, as discussões tecidas ao longo dessa tese podem favorecer ao professor o desenvolvimento de habilidades para reconhecer situações que possam causar impedimentos ou dificuldades ao processo de produção Matemática de seus alunos.

Mas afinal, qual o significado da palavra transformação? Essa palavra vem etimologicamente do latim *transformare*. A junção do prefixo *trans,* que significa "para além de", com o substantivo *forma* entendido como "modo pelo qual uma coisa existe ou se manifesta", mais o sufixo *-ção,* que no latim significa “ato ou efeito da ação, processo”, expressa o seu significado, que pode ser entendido como um processo em que se busca ir para além da forma de algo que existe, em que características são alteradas, incluindo o modo com que se enxerga e se interpreta a realidade circundante.

Diante desse significado, considero esta pesquisa fruto de minha própria transformação, de minha capacidade de olhar o mundo, curiosa e de modo indagador, e como diria Paulo Freire (2003), está ligada ao difícil, mas prazeroso ato de estudar. Assim, ela foi sendo desenhada com traços de minha trajetória pessoal e

[4] Os termos "domesticação ou troca de mídias" devem ser entendidos como a forma que os professores adaptam uma dada tecnologia (ou mídia) digital reproduzindo práticas baseadas no uso de outras tecnologias já conhecidas e utilizadas por eles, como por exemplo, lápis-e-papel.

profissional, em um exercício sistemático do desejo de pensar, de estudar e de transformar minha própria prática, que está diretamente relacionada aos processos formativos de professores de Matemática e à inserção das tecnologias digitais e da Educação a Distância *Online* nesse contexto.

A tese em pauta pode, portanto, ser entendida como a representação de um processo gerado por dúvidas, inquietudes, conflitos, interesses, preocupações, certezas e incertezas, cuja ideia central está sumarizada no seguinte objetivo: compreender os movimentos que desencadearam as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância O*nline* para professores de Matemática, que teve como propósito estudar tópicos de Geometria Analítica (cônicas) com *software* de Matemática dinâmica e discutir Tendências em Educação Matemática.

O termo "*transformações expansivas*" é um elemento chave no objetivo desta tese. Isso exige que se torne claro o que elas significam e o porquê da escolha desse tipo específico de transformação.

A opção por este termo não é fortuita. Ele é proposto por Engeström (1987), estudioso da teoria da atividade, e permite, em conjunto com os demais princípios (unidade de análise, multivocalidade, historicidade, contradições internas) que formam a base atual dessa teoria, um olhar amplo sobre a produção e as transformações do conhecimento reveladas em transformações qualitativas, que podem ocorrer durante o curso, analisado como um sistema de atividade.

Por ter um caráter dinâmico, fluído e relacional com os demais princípios, definir o que são transformações expansivas não é algo simples. Sendo assim, a pergunta correta é: o que pode ser considerado ou entendido como transformações expansivas?

Engeström (1987) procura explicá-las de diferentes formas. Segundo ele, as transformações expansivas podem ser entendidas como reconceitualizações dos elementos da atividade, em particular do objeto. Além disso, podem, também, ser consideradas como uma reorquestração da multivocalidade do sistema de atividade. Podem ser vistas, ainda, como movimentos contínuos de uma construção coletiva, que busca superar dificuldades, solucionar conflitos e resolver contradições internas (tensões) em um conjunto que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos.

Essas distintas explicações que Engeström emprega para conceituar as transformações expansivas mostram a pluralidade que envolve esse conceito, e indicam também que buscar transformações expansivas requer, concomitantemente, uma reinterpretação desse conceito. Para tanto, procuro, ao longo dessa tese, compreender os movimentos dos diversos atores e as alternativas utilizadas por eles na busca de possíveis soluções ou entendimentos para problemas de cunho matemático. Além disso, busco identificar os motivos, as possibilidades e as restrições que permearam o trabalho, as regras e impedimentos que tiveram potencial para padronizar ações, dividir e organizar o processo de produção Matemática *online*.

Em acordo com os fatores que compõem o objetivo, procuro interpretar os dados amparada pelos fundamentos teóricos e balizada pela pergunta norteadora da pesquisa: **"Como ocorrem as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*?"** Diante dessa interrogação é importante pontuar novamente que as transformações expansivas, quaisquer que sejam, não são rígidas e a sua imagem, enquanto parte de um conjunto de princípios, é naturalmente modificada.

Como dito anteriormente, esse tipo de transformação com os demais princípios que compõem a base atual da teoria da atividade propiciam uma visão ampliada dos aspectos que envolvem a produção e/ou as transformações do conhecimento. Com essa pesquisa procuro essa ampliação de olhar, mas sem deixar de realçar o papel das mídias nas transformações da produção Matemática no contexto *online*. Para contemplar essa especificidade, as ideias associadas ao construto seres-humanos-com-mídias (Borba, 1999) se mostram adequadas.

Nessa perspectiva teórica o raciocínio Matemático de quem interage com uma determinada mídia é reorganizado a partir dos "retornos" dados por ela. Em outras palavras, a mídia molda o ser humano, que também a moldam na medida em que a utilizam. O conhecimento é, portanto, considerado fruto de um pensamento coletivo que reúne atores humanos e não humanos.

O conceito de coletividade que envolve esse construto se apoia na ideia de que diferentes tipos de mídias têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimentos (LÉVY, 1993). Os seres humanos ao interagirem com elas reorganizam o pensamento (TIKHOMIROV, 1981) de acordo com as múltiplas possibilidade e restrições que essas mídias oferecem.

Nessa investigação a ocorrência de transformações expansivas está especialmente ligada ao processo de produção Matemática. Por essa razão aprofundar a minha compreensão sobre tal processo torna-se pertinente. Por conseguinte, explico que a produção Matemática nessa pesquisa é compreendida como o processo de construção/elaboração de soluções baseadas em discussões e argumentações do ponto de vista Matemático, que resultam em *novas* formas de expressão de um pensamento coletivo que foi organizado e reorganizado em colaboração com recursos tecnológicos. O grifo no termo *novas* deve-se à necessidade de uma definição específica para esse trabalho. Seu significado, nesse caso, não deve ser compreendido como uma produção inédita, e sim, como outras possibilidades, outros caminhos para a exposição do raciocínio Matemático. Logo, não se objetiva a reinvenção da Geometria Analítica ou dos conceitos que envolvem estudo das cônicas, mas que os professores se sintam motivados a questionar, criticar, elaborar conjecturas e refutações, que busquem construir soluções para os problemas Matemáticos, ou seja, procurem "fazer" Matemática *online* de forma colaborativa entre si e com as tecnologias digitais.

Para finalizar, volto ao pensamento de Paulo Freire, na epígrafe desse texto, o qual me parece adequado para retratar meu movimento como Educadora ao realizar essa investigação: minimizar a distância entre o que digo e o que faço. O que não é algo fácil de realizar. Por isso, destaquei anteriormente que essa pesquisa foi motivada, entre outros fatores, pelo interesse em mudar minha própria prática docente, e que as ideias que são discutidas aqui possuem traços de minha trajetória, a qual apresento a seguir.

1.1 Minha trajetória e a pesquisa

Minha iniciação à docência foi como aluna do curso Normal - magistério com habilitação de 1ª à 4ª séries (atual 1º ao 5º ano). Naquele tempo, o estágio tinha duração de seis meses em regência de classe. No ano seguinte ao de minha conclusão nesse curso, assumi minha primeira turma, uma quarta série (que hoje equivale ao quinto ano) do ensino fundamental em uma escola da rede pública no estado de Santa Catarina, por meio de contrato temporário que era renovado

anualmente. Foi assim que, durante três anos trabalhei com diversas turmas e nas mais diversas áreas e níveis de ensino, devido à carência de professores.

De volta ao meu estado natal, o Rio Grande do Sul, em 1994, fui aprovada em concurso público no município de Santo Ângelo, para atuar nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Logo que tomei posse, solicitei uma permuta com o município de Entre-Ijuís, onde eu residia. Fui, então, designada para atuar em uma escola no interior onde havia apenas uma turma que era Multisseriada, ou seja, todas as séries iniciais na mesma sala. Um cenário totalmente novo e com outra peculiaridade: na primeira série (alfabetização) havia um aluno com necessidades especiais. Assumir uma escola, neste contexto, significava além de ser a professora, ser a diretora, a zeladora, a merendeira, a secretária. Apesar desta diversidade, acredito que consegui reorganizar minha atividade docente, e superar as limitações deste novo contexto, pois, em meio a este processo de mudança, fui convidada para trabalhar na Secretaria Municipal de Educação e Cultura - SMEC.

Em 1996, passei a residir, estudar e trabalhar em Santo Ângelo, agora já ministrando a disciplina de Matemática de 5ª a 8ª séries (6º ao 9º ano), pois a essa altura já havia ingressado no curso de licenciatura em Matemática (noturno) na Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI). Em 1999, obtive o título de Licenciada em Matemática, iniciei minha pós-graduação Latu-Sensu em Métodos Estatísticos e fui convidada para trabalhar como coordenadora pedagógica da área de Matemática e Ciências da Secretaria Municipal de Educação (SMEd). Passei a trabalhar com a formação continuada dos professores de Matemática do município.

Em 2000, tomei posse, por meio de concurso público, na rede pública estadual, e assumi turmas no período noturno. Esta também foi uma experiência ímpar, pois nela "vivi" a proposta de Paulo Freire. Nesta época o trabalho com jovens e adultos no Estado do Rio Grande do Sul era diferenciado e arraigado às concepções freireanas.

Pouco tempo depois, em 2003, ingressei no mestrado em Modelagem Matemática na UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul. Em minha pesquisa investiguei os padrões de comportamento no tempo e das propriedades estatísticas dos nascimentos no município de Santo Ângelo. Após um ano cursando o mestrado recebi o convite para assumir a pasta da Educação no município de Santo Ângelo. Era uma antiga reivindicação dos professores que a

Secretária(o) de Educação fosse do quadro efetivo. Outra experiência inédita, muito significativa e sem dúvida transformadora, pois além do pedagógico havia a preocupação com o administrativo, orçamento, transporte escolar, merenda, FUNDEF[5], prestação de contas. Não é possível descrever em poucas palavras o que significou esta experiência e o quanto aprendi com ela.

Em 2005, após a conclusão do mestrado, novos desafios e mudanças: um contrato temporário na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), para assumir disciplinas de Geometria. Em seguida, no ano de 2006, fui aprovada através de concurso público nesta mesma universidade, tomei posse e no mesmo ano assumi a chefia do departamento de Matemática do campus de Barra do Bugres, por meio de eleição.

Em meados de 2007, tive a aprovação de meu primeiro projeto de pesquisa: "Formação continuada de professores para o uso de tecnologias", com financiamento da FAPEMAT - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso, cujo interesse era investigar as potencialidades pedagógicas do *software* GeoGebra para o ensino de Geometria. Em 2009, atendendo a demanda dos professores, e também com o fomento da FAPEMAT obtive a aprovação de meu segundo o projeto de pesquisa: "EaD*online:* Desafios e Possibilidades para a Formação Continuada de Professores de Matemática no Estado de Mato Grosso". Também focando no ensino de Geometria com *software* de Geometria dinâmica, investiguei como se dá o processo formativo *online* de professores no estado.

Foi assim, em meio a tantas experiências com formação de professores, em particular, com a realização destas duas pesquisas, que surgiram as primeiras ideias desta tese. Entretanto foi, sem dúvida, o encontro com os desafios e as possibilidade da EaD*online* para a formação continuada de professores de Matemática, que disparou uma série de tensões, conflitos, rupturas e contradições que me impulsionaram em busca da superação das limitações impostas por este contexto. Convicta de minha escolha, o primeiro movimento que realizei foi participar do curso de extensão *online* "Tendências em Educação Matemática"[6], que ocorreu durante o primeiro semestre de 2009. As leituras realizadas durante o curso foram

[5] FUNDEF - Fundo de desenvolvimento do ensino fundamental, que era administrado pelo município. Mais tarde foi ampliado para a educação infantil e ensino médio e passou a ser chamado de FUNDEB - Fundo de desenvolvimento da educação básica.

[6] Em 2009 participei como aluna da sexta edição do curso "Tendências em Educação Matemática" e nas duas edições seguintes (sétima e oitava), realizadas nos anos de 2010 e 2011, o curso serviu de palco para produção dos dados dessa pesquisa.

fundamentais para o amadurecimento das ideias do projeto que originou esta tese, em particular, as discussões que surgiram em torno do livro "Interdisciplinaridade e Aprendizagem Matemática em sala de aula" (TOMAZ; DAVID, 2008).

Neste ano de 2013, em que completo 25 anos de docência, tive a oportunidade e o privilégio de ter atuado em todos os níveis de ensino, do jardim de infância ao ensino superior, da formação inicial à formação continuada de professores, das esferas adminitrativas às pedagógicas. Nesse tempo, vivenciei os mais diversos tipos de tensões, conflitos, mudanças, inclusive o "alvoroço" da chegada das então "novas" tecnologias (computador) na escola. Do início dessa trajetória até hoje, minha ânsia sempre foi de fazer o melhor. No entanto tenho que reconhecer que nem sempre isso acontece, principalmente, porque o "melhor", visto por mim, pode não ser compreendido da mesma forma por outra pessoa. De todo modo, é preciso admitir que foram muitos erros, e, acredito, alguns acertos também. É assim, em meio a esse processo de transformação permanente, do qual procuro compreender pelo menos uma pequena parte com esta pesquisa, que venho me constituíndo como professora e pesquisadora.

Exposta minha trajetória e a forma como ela enreda-se com essa investigação, passo a apresentar a estrutura de apresentação desta tese, indicando o que será tratado em cada capítulo.

1.2 Estrutura da tese

Esta tese está organizada em seis partes (ou capítulos). A primeira corresponde a esta parte introdutória, em que apresento, em linhas gerais, a pesquisa e sua relevância. A forma como a minha trajetória se relaciona com a construção dessa investigação também é exposta nessa parte inicial.

A segunda compreende a revisão da literatura, que está direcionada às formas com que a comunidade de Educadores Matemáticos têm tratado questões sobre formação continuada de professores de Matemática a distância *online,* à produção de conhecimento nesse contexto, e aos estudos que aliam a estes dois temas o ensino de Geometria. Destaco também a forma como a teoria da atividade tem sido adotada em pesquisas. Finalizo o capítulo estabelecendo os limites que a pesquisa em pauta ocupa no contexto dessa revisão.

No terceiro capítulo apresento os fundamentos teóricos que referenciam essa pesquisa. Primeiramente discorro sobre a teoria da atividade, abordando, em um viés histórico, suas bases e as contribuições de seus principais representantes. Na sequência coloco em relevo as ideias do construto seres-humanos-com-mídias, destacando os trabalhos de Tikhomirov (1981) e Lévy (1993) que são a base desse construto. Por fim, busco reaproximar esses fundamentos teóricos, fortalecendo as convergências e, ao mesmo tempo discutindo o seu relacionamento dialético.

As considerações sobre a metodologia da pesquisa são tecidas no quarto capítulo, em que justifico a opção metodológica e sua coerência com os procedimentos adotados e minha visão de conhecimento. Apresento o contexto da pesquisa e as etapas de seu desenvolvimento, os procedimentos e os instrumentos de produção dos dados. Descrevo o *software* GeoGebra e as atividades de cunho matemático que foram desenvolvidas no curso que serviu de contexto para a realização dessa pesquisa. Caminhando para o final desse capítulo me reporto ao processo de análise dos dados.

O quinto capítulo é reservado para a apresentação e análise dos dados. Com base nos cinco princípios da atual geração da teoria da atividade e em conjunto com o construto seres-humanos-com-mídias, elaboro o enredo que traz compreensões acerca das transformações expansivas que ocorrem durante o curso. Ainda nesse capítulo, como nas discussões do capítulo três e na análise dos dados, proponho uma nova camada ao construto seres-humanos-com-mídias. Encaminhando para o final dessa seção, faço uma discussão dos resultados, em que retomo a pergunta que norteia esta pesquisa e procuro apresentar o meu pensamento, reorganizado, da forma mais linear possível, na tentativa de construir, pautada na análise dos dados, algumas aproximações para uma resposta plausível a essa pergunta diretriz.

Nas considerações finais, traço uma síntese das ideias e dos resultados e retomo alguns questionamentos que foram surgindo ao longo da tese e que não tenham sido, a meu ver, suficientemente esclarecidos.

2 CONTORNOS DA EADONLINE COM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO

> *[no processo de revisão da literatura, o pesquisador] vai progressivamente conseguindo definir de modo mais preciso o objetivo de seu estudo, o que, por sua vez, vai lhe permitindo selecionar melhor a literatura realmente relevante para o encaminhamento da questão, em um processo gradual e recíproco de focalização.* *(ALVES-MAZZOTTI, 1998*, p.180*)*

A presente revisão da literatura tem como fio condutor as múltiplas formas com que a comunidade de Educadores Matemáticos tem tratado questões sobre formação continuada de professores de Matemática e o uso de tecnologias de informação e comunicação, de modo particular, no contexto *online.* Há uma ênfase sobre as pesquisas que fazem referência ao processo de produção de conhecimento e ao ensino de geometria, por serem esses os temas que permeiam a problemática envolvida nesta tese.

Antes de apresentar o percurso deste capítulo, considero pertinente esclarecer que o entendimento de formação continuada, adotado neste texto, se alinha com o pensamento de Fiorentini e Nacarato (2005) que negam o modelo da racionalidade técnica[7]. Para esses autores, a formação continuada, que por vezes é também empregada com a denominação de educação contínua ou desenvolvimento profissional, deve problematizar a prática docente dos professores de tal forma que as reflexões e as buscas por soluções sejam pensadas de forma colaborativa.

A ideia deste capítulo é apresentar as pesquisas partindo de uma visão mais abrangente que, aos poucos, vai se aproximando do foco desse estudo. Para tanto, inicio com um panorama mais amplo que mostra como os Educadores Matemáticos têm compreendido a formação continuada de professores. Direcionando um pouco mais o foco desta revisão para os temas em pauta nesta tese, apresento na sequência, as pesquisas que abordam o processo de produção de conhecimento de professores de Matemática no contexto *online*. Em seguida, ajustando um pouco mais o foco, apresento alguns estudos que enfatizam o ensino de Geometria *online*, e que aliam aspectos da produção de conhecimento na formação continuada de professores.

---

[7] Esse modelo consiste, basicamente, em oferecer cursos de reciclagem, treinamento ou capacitação de professores em novas formas e metodologias de ensino de matemática (FIORENTINI; NACARATO, 2005).

No entanto, por não ter encontrado estudos que envolvam, de forma conjunta, o contexto *online* e os temas de interesse dessa tese, e que se pautem nos princípios da teoria da atividade, optei por apresentar a forma como este referencial tem sido adotado em pesquisas, particularmente nas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática. Por fim, procurando cumprir o objetivo deste capítulo busco estabelecer os limites que a pesquisa em pauta ocupa no contexto desta revisão da literatura.

2.1 Formação continuada de professores de Matemática: múltiplos olhares

O tema formação continuada de professores é amplo, e sem dúvida, são múltiplos os olhares dos Educadores Matemáticos sobre ele. As pesquisas que abordam essa temática se desenvolvem em variados contextos, e têm em comum, de modo geral, preocupações com a prática docente e os saberes subjacentes a ela. Dada essa amplitude, optei em fazer, nessa revisão de literatura, um recorte, priorizando os trabalhos que contemplem, nesse tipo de processo formativo, o uso das tecnologias de informação e comunicação em contextos presenciais e *online.*

Além disso, com o intuito de ajustar um pouco mais o foco, procurei entre esses trabalhos, aqueles que discutem as mudanças, as alterações, as variações, as novas formas, enfim, as transformações relacionadas às tecnologias digitais. O objetivo de tal recorte relaciona-se ao pensamento apresentado na epígrafe dessa seção: "selecionar melhor a literatura realmente relevante para o encaminhamento da questão, em um processo gradual e recíproco de focalização".

Retratando as transformações do cotidiano da sala de aula em virtude da expansão da internet e os sentimentos dos professores em relação a este novo cenário, Abreu (2009) constata que, se por um lado os alunos estão mais inquietos, desatentos, menos motivados, por outro os professores, embora reconheçam que o modelo de aula costumeiramente usado já não funciona, sentem-se inseguros, preocupados, angustiados e com medo para realizar qualquer tentativa de reformulação em sua prática.

Para a autora, a internet está revolucionando alguns pilares que sustentam a visão tradicional do que é ser professor. "Ter que dividir com a máquina o lugar de provedor da informação e saber que os alunos podem criar outras formas para

aprender que independem de sua ajuda também desarruma o que eles entendem como sua função" (ABREU, 2009, p.54).

Sobre estes sentimentos que podem paralisar os professores Borba e Penteado (2001), há mais de dez anos, já discutem que

> alguns professores procuram caminhar numa *zona de conforto* onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável. Conforto aqui está sendo utilizado no sentido de pouco movimento. [...] Muitos reconhecem que a forma como estão atuando não favorecem a aprendizagem dos alunos e possuem um discurso que indica que gostariam que fosse diferente. Porém, no nível de sua prática, não conseguem se movimentar para mudar aquilo que não os agrada. [...] Esses professores nunca avançam para o que chamamos de uma *zona de risco,* na qual é preciso avaliar constantemente as consequências das ações propostas (BORBA; PENTEADO, 2001, p.56, grifos dos autores).

A estagnação dos professores diante das novas formas de produção e apropriação do conhecimento também é discutida por Miskulin (2003) que adverte: as escolhas educacionais não são mais uma opção dos professores, pois já estão sendo impostas pela presença da tecnologia nos diversos setores da sociedade. Sua sugestão para superar esse quadro é oportunizar aos futuros professores uma preparação para o trabalho, com autonomia diante das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Desse modo, eles se "apropriaram dessa tecnologia, de forma crítica e reflexiva, desencadeando, assim, novas formas de exploração do saber matemático em sala de aula" (MISKULIM, 2003, p. 245).

Novas formas de exploração do saber Matemático são implicitamente discutidas por Giraldo e Muruci (2010), que indicam o uso de *software* de Geometria dinâmica como um potencializador do saber pedagógico para o ensino de funções. As possibilidades de experimentação, generalização e argumentação são alguns diferenciais refletidos na prática da sala de aula. Eles recomendam que os professores preparem suas aulas somente após interagirem com o *software*, como forma de tomar consciência das novas possibilidades de pensar matematicamente sobre os conceitos, mesmo aqueles que já lhe eram familiares.

Entretanto, o potencial das TIC na educação vai além do ensino de funções com o uso de *software*. Ponte*,* Oliveira e Varandas (2003), por exemplo, enfatizam que para progredir profissionalmente o professor precisa desenvolver habilidades

que o torne capaz de decidir sobre a utilização ou não das tecnologias de informação e comunicação de forma ampla, e, sobretudo, aprender a usá-las com desembaraço. Isso porque, segundo eles, as TIC não são apenas ferramentas auxiliares, mas também são elementos tecnológicos fundamentais que alteram o ambiente de trabalho dos professores e, assim, impactam a natureza do trabalho docente.

Esses autores classificam a Internet como uma metaferramenta de grande utilidade para o trabalho colaborativo - uma ferramenta que permite o acesso a muitas outras ferramentas - na qual é possível encontrar e compartilhar informações sobre novos desenvolvimentos na Matemática e na Educação Matemática.

Em se tratando de trabalho colaborativo, os estudos de Miskulin, Rosa e Silva (2009) e Richt (2010) sugerem que esse tipo de parceria contribui para aprimorar a prática, trocar conhecimentos e criar outros conhecimentos. Além disso, essas pesquisas mostram que o trabalho colaborativo e as interações que ocorrem nas comunidades de prática, que se constituem em ambientes *online*, auxiliam no processo de formação de professores de Matemática.

A partir dos trabalhos aqui apresentados, é possível perceber que mesmo reduzindo-se o foco, são múltiplos os olhares dos Educadores Matemáticos sobre as perspectivas da formação continuada de professores.

Entendo esta diversidade como um fator positivo, pois sua abrangência alcança vários elementos e naturezas distintas. Um exemplo é o sentimento dos professores diante da necessidade de mudança provocada pela inserção das TIC em suas respectivas práticas docentes. Mesmo reconhecendo que formas tradicionais já não funcionam, esses profissionais se sentem, na maioria das vezes, impotentes diante do novo. Esse tipo de sentimento pode, por um lado, gerar estagnação, mas, por outro, pode ser fonte de mudanças se os professores se sentirem estimulados. Outro exemplo é o reconhecimento de uma nova forma de trabalho que se caracteriza por ações colaborativas, o que exige minimante, uma mudança de postura, que coloca a individualidade em um segundo plano. Já no que diz respeito à natureza dos saberes subjacentes ao ato de ensinar Matemática, existe um interesse em desmistificar o conjunto de conhecimentos, competências e habilidades que servem de alicerce à prática docente.

Em meio a esses múltiplos olhares, inicio a delimitação do espaço que a presente pesquisa ocupa, pontuando que os limites deste estudo não contemplam

questões sobre o ensino de funções, nem sobre a natureza do trabalho ou mesmo dos saberes docentes como foi apresentado nessa seção. Entretanto, é inerente que discussões sobre estes dois últimos temas, que perpassam todos os processos formativos, também sejam abordados, principalmente neste caso em que se coloca em pauta Tendências em Educação Matemática. Ainda mais se considerarmos o pensamento de Tardiff (2002) em relação aos saberes docentes.

> O saber dos professores é o saber *deles* e está relacionado com a pessoa e a identidade deles, com a sua experiência de vida e com sua história profissional, com as suas relações com os alunos em sala de aula e com outros atores escolares na escola, etc (TARDIFF, 2002, p. 11 - grifo do autor).

Apropriando-me da definição de Tardiff (2002) penso que as discussões estarão carregadas de experiências/vivências relacionadas à prática docente. Entretanto, um dos aspectos que diferencia o presente estudo dos demais, para além das discussões que perpassam a pluralidade dos saberes docentes, é o interesse em olhar a mobilização dos professores quando produzem conhecimento Matemático com tecnologias digitais em um contexto *online,* visando à compreensão das transformações que acontecem durante esse processo, um tema pouco explorado até então. Por conseguinte, na próxima seção, busco na literatura o que as pesquisas discutem sobre a produção de conhecimento e a formação continuada de professores de Matemática *online*.

2.2 Produção Matemática de professores em contextos *online*

O número de trabalhos que tratam da produção Matemática de professores em ambientes *online* e enfatizam aspectos de suas transformações, apesar de reduzido, tem ganhado espaço nos últimos anos. Especialmente após a publicação de alguns trabalhos que procuram desmistificar pensamentos reducionistas de que não seria possível produzir Matemática em contextos *online*. Atualmente, já se admite o uso da internet em sala de aula e se discute a possibilidade da substituição da sala de aula presencial pela *online* (BORBA, 2009, 2012).

A ideia com esta tese é, portanto, dar um pequeno passo, além desses tantos que já foram dados, com o intuito de olhar de forma ampla as transformações que ocorrem durante a produção Matemática *online*, mas ao mesmo tempo, sem perder

o foco sobre as possíveis influências das mídias nesse processo. Desse modo, é fundamental revisar os trabalhos já desenvolvidos que discutem mudanças na produção Matemática, e que podem ocorrer nesse novo contexto, para que não se "reinvente a roda". Logo, as perguntas que norteiam esta seção são: há transformações quando o processo de produção Matemática de professores ocorre em ambientes *online*? Quais? Como ocorrem? Que aspectos são observados?

Freitas (2009) argumenta que as transformações culturais da sociedade, que estão ocorrendo devido ao advento da internet, têm influenciado novas práticas de leitura e escrita e as novas condições de produção de conhecimento. Essas modificações estão delineando e conduzindo a novos estilos de sociedade, nos quais a inteligência é vista como produto de relações entre pessoas e dispositivos tecnológicos.

A dificuldade de a escola acompanhar esta evolução cultural da sociedade e lidar com estas novas formas de se produzir conhecimento é explicada por Bonilla (2009):

> os referenciais da escola atual estão embasados na racionalidade que surgiu com a escrita, a qual tem como base o princípio da formação científica, a existência de um conhecimento *verdadeiro* que deve ser transmitido ao aluno, sendo o professor o detentor e controlador dessa verdade. Assim como não conseguiu abranger a racionalidade própria da oralidade, [...] esse modelo de escola também não consegue abranger a complexidade do mundo atual e organizar as novas formas de organização, pensamento e construção do conhecimento que estão emergindo com as TICs. Em vista disso, não consegue mais entrar em sintonia com os jovens-adultos que se encontram imersos nessa nova cultura" (BONILLA, 2009, p. 33 - grifos da autora).

Os argumentos de Bonilla (2009) destacam a falta de harmonia entre as formas de comunicação e expressão de ideias adotadas pela escola e as usadas pelos alunos. Isso pode gerar um descompasso no processo de produção de conhecimento que tem preocupado e mobilizado pesquisas de Educadores Matemáticos. Um exemplo é o trabalho de Gracias (2003) que também aborda as relações entre oralidade, escrita e informática no processo de produção de conhecimento. A autora investigou a natureza da reorganização do pensamento em um curso de extensão a distância para professores de Matemática, que tinha como objetivo discutir algumas Tendências em Educação Matemática. O espaço

comunicativo era constituído por *chat*, *home-page*, lista de discussão e correio eletrônico. A autora entende que o surgimento da escrita influenciou as sociedades orais, assim como a integração das tecnologias digitais, a oralidade e a escrita trazem novas possibilidades de interação e modificam as normas do saber, permitindo a estruturação de um novo tipo de pensamento. Para Gracias (Ibidem) essas novas configurações do pensamento indicam que as tecnologias digitais não podem ser encaradas como neutras, porque exercem um papel fundamental no estabelecimento de referenciais intelectuais.

Além disso, a reorganização do pensamento do grupo de inteligência coletiva, que se constituiu durante o curso, permitiu à autora afirmar que as possibilidades oferecidas pelas mídias provocaram modificações nas normas do saber, as quais estão, segundo ela, relacionadas à não linearidade dos diálogos e debates, à velocidade das interações, à possibilidade de comunicação em rede, e à construção de um espaço de significação, caracterizado pelo trabalho coletivo.

Indo ao encontro das ideias sobre as modificações das normas do saber apontadas por Gracias (2003) está a hipertextualidade. Rosa e Maltempi (2010) a colocam em evidência e destacam que a hipertextualidade no ensino de cálculo é tomada como um movimento de construção de conhecimento no contexto *online*, em que as ideias Matemáticas e conjecturas elaboradas estão interligadas com os sites visitados no ciberespaço. Esses autores consideram que os movimentos hipertextuais ampliam as maneiras de se perceber os objetos matemáticos, e alteram/transformam a própria Matemática vista como processo.

Os estudos apresentados nessa seção dizem respeito à produção Matemática na formação continuada de professores e às mudanças geradas em contextos *online.* Os resultados das pesquisas aqui apresentadas sugerem, de uma forma ampla, que uma nova maneira de organização do pensamento emerge com a ascendência das mídias informáticas, em especial da internet. Essas novas organizações ou reorganizações do pensamento indicam que novos modos de produção do conhecimento - em que as mídias digitais são consideradas atrizes no processo - estão aflorando, como o exemplo da hipertextualidade no ensino de integral.

No entanto, o número de trabalhos que versam sobre novas formas de produção Matemática ou de possíveis transformações desse processo na formação continuada de professores em ambientes *online*, ainda é escasso. Eles apontam, em

sua maioria, mudanças relacionadas, às diferentes formas de comunicação e de expressão do pensamento (raciocínio Matemático) que são propiciadas pelo ambiente *online*.

Na seção a seguir procuro ajustar um pouco mais o foco desta revisão, restringindo ainda mais o panorama traçado, contemplando apenas trabalhos que abordem EaD*online* na formação continuada de professores com o uso de tecnologias digitais para o estudo da Geometria e que também agreguem aspectos da produção de conhecimento e suas transformações. Só então será possível situar com mais especificidade o espaço ocupado por esta pesquisa.

2.3 Geometria, EaD*online* e aspectos da produção Matemática na formação continuada de professores

Na medida em que a presente revisão ajusta o foco para os temas que permeiam essa investigação, mais estreito fica o campo de visão. Ao final dessa seção será possível constatar apenas um trabalho que abarca, de forma conjunta, o estudo da Geometria, a EaD*online* e aspectos da produção Matemática na formação continuada de professores. Devido a essa limitação, optei por apresentar nessa seção alguns trabalhos que por ventura não contemplem um ou outro desses temas, como forma de enriquecer a discussão.

Apesar de as pesquisas sobre processos de ensino e aprendizagem de Matemática com mediação tecnológica passarem a ser de interesse dos Educadores Matemáticos, como visto na seção anterior, é necessário se desenvolver um quadro teórico sobre esses processos em cenários virtuais (BAIRRAL, 2002) e ampliar as discussões.

Com esse intuito, Bairral (2003) analisa a atividade profissional dos professores de Geometria e considera três aspectos no conhecimento docente: o geométrico, o estratégico-interpretativo e o afetivo-atitudinal. No aspecto geométrico estão inseridas as significações e reflexões docentes no que diz respeito ao processo de pensar matematicamente. Como aspecto estratégico-interpretativo o autor considera as reflexões sobre ensino-aprendizagem, instrução e processos interativos. No aspecto afetivo-atitudinal estão contempladas as atitudes para a aprendizagem própria e dos alunos, a consciência profissional e os processos de socialização, a flexibilidade, a equidade e os valores no ensino. Ele conclui que

> o novo conhecimento do professor deve ser visto como um construto que se move em diferentes domínios e está em constante desenvolvimento, [centrado em distintas interações entre professores e sistemas físicos e tecnológicos] que sofre e provoca influências do/no contexto do qual está integrado e dos processos de colaboração e interações profissionais diversas (BAIRRAL, 2003, p. 10).

A partir da discussão teórica acima relatada, Bairral (2005) apresenta um estudo empírico aprofundando suas ideias sobre este "novo" conhecimento do professor, e propõe a análise das interações em um trabalho de formação docente integrado para atuar com a Geometria em ambientes virtuais. Esse autor conclui que as interações e o ambiente virtual de aprendizagem tiveram um papel fundamental para que os professores reavaliassem seu trabalho em Geometria e se sentissem motivados e desafiados a investir em seu desenvolvimento profissional. Segundo ele, é possível (re)construir conhecimentos a distância, e aprender de forma diferenciada, desde que sejam enfatizadas as interações e dinâmicas de trabalho colaborativo.

A importância do trabalho coletivo e colaborativo também é mencionada por Nacarato, Grando e Eloy (2009). Além disso, esses autores apontam a Geometria como um tema candente pela sua carência na Educação básica, e pelo tratamento reduzido que tem recebido nos cursos de formação inicial de professores de Matemática.

Esses autores apresentam um recorte de uma pesquisa colaborativa desenvolvida no GRUCOGEO (Grupo Colaborativo em Geometria), e afirmam que o trabalho coletivo propiciou ao grupo assumir uma dimensão colaborativa, possibilitando assim, o compartilhamento de práticas e saberes decorrentes, principalmente, do confronto de diferentes pontos de vista.

Com base em Bolzan (2002, p. 148), os autores acreditam que "uma voz foi se juntando às outras e no transcurso das interações, foram sendo compartilhados significados e ideias sobre o conhecimento pedagógico", dando forma a um movimento de construção coletiva e colaborativa em que todos se apropriaram dos significados produzidos pelo grupo, transformando-se e desenvolvendo-se profissionalmente. Para Nacarato, Grando e Eloy (2009), as estratégias de formação possibilitam ao professor desenvolver competências para analisar criticamente sua

prática, bem como todo o contexto do espaço educacional, e, assim, agir no sentido de transformá-la, alterá-la e reorganizá-la.

Bairral (2010) tece considerações a respeito de estratégias didático-metodológicas na avaliação implementadas em projetos de formação continuada de professores de Matemática desenvolvidos em ambientes virtuais. O foco é o ensino de Geometria, em que a avaliação e a EaD*online* são estudadas sob duas perspectivas: a das interações que ocorrem nos diferentes espaços comunicativos (*chats*, fóruns, portfólios, etc) e a dos instrumentos (provas, trabalhos, etc) e seus respectivos critérios. A exemplo de outros autores mencionados anteriormente, Bairral (Ibidem) assume que a construção do conhecimento em ambientes virtuais de aprendizagem a distância sofre influência da dimensão discursiva de cada espaço comunicativo, e de uma combinação da diversidade de instrumentos utilizados.

Aspectos relacionados ao discurso, aos espaços comunicativos e à forma como as relações de comunicação se estebelecem em contextos *online*, influenciam diretamente na natureza da aprendizagem Matemática, pois, trocar ideias, compartilhar soluções, expor o raciocínio, ou seja, dialogar, interagir e colaborar são partes do fazer matemática, e, portanto, são fatores determinantes no que diz respeito à qualidade da aprendizagem em ambientes virtuais (ZULATTO, 2010).

Embora o diálogo, a comunicação, a colaboração em grupo e a interação sejam valorizados por correntes educativas contemporâneas, existe, ainda, a necessidade de se ampliar a adoção desses conceitos nos processos educacionais (ZULATTO, 2010; TRACTENBERG; BARBASTEFANO; STRUCHINER, 2010).

Destoando um pouco desse cenário, que mostra uma preocupação com aspectos da comunicação, da coletividade e da colaboração, está o trabalho de um grupo de pesquisadores canadenses. Gadanidis, Namukasa e Moghaddam (2009) desenvolveram uma pesquisa que narra o desenvolvimento de um curso *online* de Matemática para professores. O propósito foi estudar que tipos de experiências e conhecimentos Matemáticos são necessários aos professores, e analisar qual o momento, em um curso de formação de professores, mais favorável para se discutir competências Matemáticas.

Na visão de Gadanidis, Namukasa e Moghaddam (2009), no decorrer do curso os professores demonstraram que sabiam os conteúdos com certa superficialidade, e, por isso, necessitavam vivenciar novas situações matemáticas

com profundidade para ajudar a romper com algumas de suas concepções de Matemática, e para a reorganização de seus pensamentos pedagógicos matemáticos.

Sob outro viés, Santos (2006) investigou como se dá a exploração dos conceitos da Geometria Espacial nos *chats,* a verificação de propriedades, validação e criação de conjecturas, utilizando o *software* Wingeon[8]. Para a autora, conhecimento é algo produzido a partir de um coletivo intelectual, composto por humanos e mídias, que reorganizam o pensamento humano, uma vez que as ações humanas são moldadas pelas mídias, quando se busca resolver um determinado problema matemático.

A autora adota a abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005), que possibilita

> o uso de procedimentos de tentativas e processos educativos que geram conjecturas, a descoberta de resultados matemáticos desconhecidos, a possibilidade de testar modos alternativos de coletar resultados, a chance de proporcionar novos experimentos, enfim, em um modo diferente de aprender Matemática (SANTOS, 2006, p. 22).

Com este pensamento, Santos (2006) afirma que a Geometria pode ser considerada uma área propícia para um ensino que enfatize a exploração de situações Matemáticas a partir de uma abordagem experimental-com-tecnologias. Esse enfoque pode contribuir para a compreensão de relações geométricas sem a necessidade de memorização e utilização de estratégias rigorosamente elaboradas, ou técnicas de resolução analítica.

Santos (Ibidem) discute a importância da visualização na aprendizagem da Geometria Espacial, alegando que muitas vezes, se não há uma visualização da situação Matemática a ser estudada, a própria investigação se torna impraticável. Para a autora, a visualização condiciona o desenvolvimento de ideias para que uma atividade seja compreendida e investigada, uma vez que o pensamento passa por um processo de reorganização, e novas ideias podem emergir. Nesta discussão a autora destaca que os *software* matemáticos, em particular os de Geometria dinâmica, assumem um papel muito importante devido aos recursos de que dispõem.

[8] http://math.exeter.edu/rparris

Seus resultados indicaram que as mídias, em um ambiente virtual de aprendizagem, condicionam a forma com que os participantes discutiram as conjecturas formuladas durante as construções Geométricas e transformaram a produção Matemática. O *chat*, em particular, transformou a natureza da comunicação e também a maneira como a Matemática foi produzida, pois, nele, a escrita apresenta características da fala (SANTOS, 2006).

Em relação às múltiplas mídias e interfaces utilizadas no processo de produção matemática, Santos (Ibidem) explica que estas estiveram relacionadas aos múltiplos saberes e formas de ensinar e aprender de cada um dos alunos-professores, implicando nas estratégias adotadas na solução das atividades, de forma que alguns usavam mais a intuição, experimentação, enquanto outros buscavam uma solução mais analítica.

A pesquisa de Santos (2006) foi realizada no mesmo contexto desta investigação: o curso de extensão *online* Tendências em Educação Matemática, mas, em outra edição (quarta), que teve objetivos e focos distintos, bem como o desenho do curso e a abordagem Geométrica.

O panorama formado a partir dos trabalhos que contemplam Educação a Distância *Online*, ensino de Geometria e produção Matemática, permitem identificar que o interesse, num âmbito mais geral, está na natureza do trabalho docente, com foco direcionado aos conhecimentos, competências e saberes pedagógicos. Permeando estas discussões, são expostas questões sobre ensino e aprendizagem colaborativos, com ênfase no diálogo, interação, colaboração e coletividade, que embora sejam considerados elementos determinantes no contexto *online*, o que os pesquisadores constatam é que são pouco incorporados ao processo educacional.

Apesar da amplitude das discussões que são abarcadas nessas pesquisas, existe ao menos um resultado que parece ser comum entre eles, qual seja: as mudanças que ocorrem no processo de produção de conhecimento Matemático em ambientes *online* estão intimamente ligadas à dimensão discursiva, às diferentes possibilidades de comunicação e expressão do pensamento Matemático.

Dentre esses estudos, o desenvolvido por Santos (2006), talvez seja o que, em alguns pontos, apresente maior sintonia com a tese em pauta, ainda que se diferencie em vários aspectos, tais como os objetivos, conteúdo abordado, a estrutura do curso, entre outros. Entretanto, um exemplo dessa sintonia é a preocupação em relação à produção Matemática dos professores e à visão,

baseada no construto seres-humanos-com-mídias, de que o conhecimento é produzido a partir de um *"pensar com"* as mídias.

Contudo, ao mesmo tempo em que a presente pesquisa se alinha com as ideias de Santos (2006), apresenta diferenças, principalmente quando busca olhar as transformações expansivas que podem ocorrer durante o processo de produção Matemática em um curso a distância *online* para professores, a partir das lentes da teoria da atividade e do construto seres-humanos-com-mídia.

Em se tratando da teoria da atividade não foram encontrados estudos sobre o contexto *online* que envolvessem, de forma conjunta, os temas de interesse dessa tese, e que se pautassem nos princípios dessa perspectiva teórica. Desse modo, optei em destacar na sequência a forma como a teoria da atividade tem sido adotada em pesquisas. Particularmente, procuro apresentar as investigações realizadas no âmbito da Educação Matemática.

2.4. Diferentes focos que envolvem as lentes da teoria da atividade em pesquisas

A teoria da atividade tem servido de aporte teórico-metodológico nas mais diversas áreas do conhecimento. No campo da pesquisa em educação, a teoria da atividade tem sido utilizada como uma abordagem para compreender os processos de desenvolvimento da práxis humana, em sua maioria, focada na significação social da atividade pedagógica do professor, no sentido pessoal da atividade docente e as rupturas do sentido pessoal e significado social no trabalho pedagógico (ASBAHR, 2005).

No que se refere às questões que permeiam o campo de interação ser humano-computador, especialistas da área estão procurando uma alternativa para a abordagem cognitiva dominante atualmente e trazem concepções de uso do computador em contextos da vida real (KAPTELININ, 1993).

No âmbito da Educação Matemática, Núñez (2009) faz uma análise sobre as formas em que a teoria da atividade tem sido empregada como abordagem metodológica. A autora afirma que os trabalhos dos Educadores Matemáticos revelam que essa teoria não determina uma metodologia única ou específica. Seu emprego depende mais da problemática investigada e do *feeling* do pesquisador.

Hardman (2007), em sua pesquisa, também estuda o emprego da teoria da atividade como uma abordagem metodológica. Ela argumenta que embora a maioria dos trabalhos com essa teoria tenha um caráter intervencionista, não se trata de um procedimento necessário. Para comprovar seu argumento, a autora propõe o uso dessa teoria como uma ferramenta de análise observacional para situar a prática dos professores em sala de aula. A ideia se baseia, fundamentalmente, na concentração sobre os planejamentos pedagógicos dos docentes e na atualização[9] dos mesmos no decorrer das aulas.

Caminhando em direção ao emprego da teoria da atividade como aporte teórico em pesquisas que visam compreensões acerca dos processos formativos encontra-se o trabalho de Marco (2009), cuja pesquisa trata de uma experiência em um contexto presencial que foca a elaboração de atividades computacionais para o ensino de Matemática.

A teoria da atividade foi utilizada no estudo para fundamentar a discussão sobre a necessidade de se propiciar, em cursos de formação de professores de Matemática, não só o domínio técnico e as potencialidades das tecnologias em relação à Matemática, mas, sobretudo, mostrar a importância de os futuros professores vivenciarem e explorarem atividades de ensino nas quais possam (re)significar conhecimentos Matemáticos (MARCO, 2009).

Os trabalhos de Moura (1996, 2000, 2002) e seus orientandos também tomam a teoria da atividade como referencial teórico-metodológico. Tomando por base, principalmente, as ideias de Leontiev, Vygostky e Davydov, adotaram uma abordagem que observa o aluno em todo seu movimento de aprendiz, considerando além do aspecto cognitivo, outros de natureza distinta, como as formas sensitivas do pensamento: sensações, percepções.

Um desses orientandos foi Cedro (2008), que em sua pesquisa faz algumas reflexões sobre o estágio supervisionado e a formação docente, com o olhar voltado para a discussão sobre o processo de transformação e/ou criação dos motivos na atividade de aprendizagem dos futuros licenciados em Matemática. O autor destaca que os estagiários encontraram situações durante o desenrolar do trabalho, que lhes possibilitaram a mudança das suas ações objetivas, evidenciando-se uma

[9] A atualização consiste em momentos em que o professor em aula se depara com situações não esperadas, e, ao avaliar o encaminhamento da atividade, percebe a necessidade de mudar, atualizar, reorganizar de imediato seu planejamento. A autora nomeia este momento de episódios de avaliação.

reconstrução da atividade do professor, e consequentemente, dos motivos que a direcionaram.

Em suas considerações Cedro (Ibidem) afirma que no processo de formação do professor é necessário que lhe seja propiciado um ambiente de produção coletiva e colaborativa, em que se aprenda ao compartilhar sentidos e significados; que se permita a (re)construção do conhecimento; que se instigue nesse professor a necessidade de posicionar-se criticamente em relação ao sentido da atividade docente.

No âmbito da Educação a Distância *Online,* situa-se a pesquisa de Gianella (2002) que trabalha com professores universitários na área de saúde. A teoria da atividade é utilizada como abordagem teórico-metodológica para o desenvolvimento e análise de um curso virtual para os docentes universitários de diferentes universidades públicas brasileiras. Segundo a autora, esse aporte teórico se mostrou especialmente interessante, pois ofereceu um modelo conceitual que permitiu, de forma integrada, modelar o ambiente de aprendizagem, desenhar o curso, especificar suas atividades e ferramentas, tendo, desde sua etapa inicial de planejamento, incorporado as definições necessárias para a análise e a avaliação de sua implementação com docentes universitários da área da saúde.

Ainda no contexto *online*, agora voltado para a Educação Matemática, encontra-se o trabalho de Melillo (2011) que buscou compreender os processos mediados pelos quais passam os professores que atuam no ensino presencial, e, que de forma abrupta, passam a atuar na modalidade a distância. Para tanto, a autora observou a prática de um professor que passou a atuar em um curso de Licenciatura em Matemática a Distância ofertado no sistema UAB - Universidade Aberta do Brasil.

Para a autora, o docente não se torna professor a distância repentinamente. Esse “tornar-se” é um processo de transição que se dá, muitas vezes, de forma lenta e revela a formação de um profissional de perfil híbrido. O professor acaba mesclando e incorporando, em sua prática, estratégias e mídias de ambas as modalidades. Além disso, a pesquisadora chama a atenção para a necessidade de se entender, perceber e problematizar a atividade de formar professores na modalidade a distância no sistema supracitado.

Antes de finalizar essa revisão, não poderia deixar de fazer referência ao grupo de pesquisadores da Universidade Federal de Minas Gerais – (UFMG), que

têm se destacado no cenário nacional e internacional por seus trabalhos, que têm como principal abordagem a teoria histórico-cultural da atividade no campo da Educação Matemática e Educação em Ciências.

Um dos resultados do empenho coletivo e colaborativo desse grupo pode ser verificado em Tomaz e David (2008), que convidam a reflexões sobre interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática. As autoras apresentam alguns exemplos de situações que ocorrem no contexto da sala de aula presencial, que na visão delas possibilitam a aprendizagem da Matemática. A análise de tais situações é respaldada em perspectivas histórico-culturais, como a teoria da atividade e a aprendizagem situada. Além disso, para analisar os processos cognitivos, foram adotados os conceitos da Psicologia Ecológica da percepção.

As autoras concluem que em uma atividade interdisciplinar o aluno realiza transferência de aprendizagem de uma situação para outra, já que essa transferência é a própria propulsora da aprendizagem situada. Em outros termos, não se deve esperar que algum conhecimento se preserve intacto de uma situação para outra, nem que se crie sempre um conhecimento totalmente novo em cada situação. Complementam, ainda, afirmando que toda vez que ocorre uma ampliação de sintonias para restrições e possibilidades percebidas no ambiente ou uma ampliação de significados, pode-se dizer que foi construído um conhecimento novo, mesmo que ele não seja totalmente novo.

Outra pesquisa desse grupo, que também é fruto de um trabalho colaborativo, mas, nesse caso, em nível internacional, é o estudo que Araújo realizou com Santos e Silva, sendo as duas últimas, pesquisadoras da Universidade de Lisboa. No trabalho apresentado do X ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - em Salvador, no ano de 2010, elas procuraram identificar o(s) objeto(s) em atividades de Modelagem Matemática. Para cumprir esse objetivo, elas discutem, baseadas nos pressupostos da teoria da atividade, os conceitos de objeto e motivo.

O contexto da referida pesquisa é a disciplina de Matemática I, ofertada (na modalidade presencial) para alunos de graduação em Geografia da UFMG. Um dos trabalhos propostos dentro dessa disciplina foi o desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática[10], que deveriam ser realizados em grupos. A análise focou

[10] A perspectiva de Modelagem adotada se baseia em Araújo (2009), em que os alunos são orientados a trabalhar em grupos e fundamentados na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Desse modo, "o objetivo não é meramente desenvolver habilidades de realizar cálculos matemáticos,

no trabalho de um desses grupos (o projeto linha verde). A escolha do tema discutido pelo grupo foi negociada com a professora da disciplina e com os outros grupos.

Araújo, Santos e Silva (2010) identificaram na atividade, pelo menos dois motivos: dar voz à sua identidade de geógrafos e ter sucesso em Matemática I. Quanto ao objeto, segundo as autoras, permaneceu em aberto, como questionamentos em um espaço problema compartilhados coletivamente. Por isso, e pela oportunidade de focar na aprendizagem, elas finalizam afirmando que são necessários novos estudos sobre Modelagem na Educação Matemática e na perspectiva da teoria da atividade.

Já a pesquisa de Silva (2010), que também faz parte desse grupo, e se apoia na perspectiva histórico-cultural, tem outro foco (que está próximo ao estudo de Melillo (2001)). A autora busca compreender a constituição docente em Matemática a distância, no momento em que saberes relativos à prática docente se encontram com saberes relativos à formação superior. A autora lançou mão de narrativas para analisar as trajetórias de três alunos-professores de um curso de licenciatura em Matemática, ofertado por uma universidade pública mineira, ligada ao programa da Universidade Aberta do Brasil - UAB. Em seu arcabouço teórico, Silva (2010) procura estabelecer um diálogo entre os aportes da perspectiva histórico-cultural e teóricos que discutem saberes e formação docente no campo da Educação e da Educação Matemática.

A experiência de constituição docente é processual e se dá ao longo da vida, a partir das diferentes vivências de cada um, afirma a autora. No caso dos sujeitos de sua pesquisa, Silva (Ibidem) enfatiza que tal constituição se inicia antes mesmo da formação superior na área. Ela vê a Educação a Distância como uma modalidade possível para se aprender a ser professor de Matemática articulando diferentes saberes e práticas vivenciadas.

Por fim, apresento e analiso o trabalho de Kawasaki (2008), que pesquisou, em um contexto presencial de formação continuada, como se relacionam resistência e mudança quando o professor de Matemática procura incorporar o computador em sua prática docente.

---

mas também promover a participação crítica dos estudantes/cidadão na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas e ambientais nas quais a matemática funciona como suporte tecnológico" (ARAÚJO; SANTOS; SILVA, 2010).

A proposta feita aos professores era de participarem de um projeto de extensão em que deveriam organizar e executar uma oficina cujo objetivo era implementar o uso do computador em sala de aula. Para analisar as ações dos professores que aceitaram participar, Kawasaki (2008) se baseou nos pressupostos da teoria da atividade. As ideias de resistência e mudança foram relacionadas com o princípio das contradições internas[11] (ENGESTRÖM, 1987).

Nessa experiência formativa, Kawasaki (Ibidem) conclui que os participantes se reorganizaram coletivamente, e em respostas às contradições internas do sistema, os professores articularam mudança e resistência em suas ações. Para a autora, quando a análise está focada apenas no professor de forma individualizada, não é justo afirmar que ele resiste ao uso de tecnologias. Para se avaliar se houve ou não mudança é preciso olhar o contexto.

Com base nas pesquisas apresentadas no âmbito dessa revisão de literatura, é possível verificar que a teoria da atividade tem servido de aporte teórico-metodológico para as mais distintas áreas do conhecimento. Pode-se dizer, portanto, que é um referencial multidisciplinar. Encontrou-se uma pluralidade de trabalhos que vão desde aqueles que procuram entender os processos cognitivos através da interação do ser humano com o computador, passando pela análise do *design* de ambientes virtuais de aprendizagem, até os que se preocupam com a significação social da atividade pedagógica.

Em se tratando, especificamente, dos trabalhos em Educação Matemática, verifica-se que essa teoria pode ser empregada como uma abordagem metodológica, não única ou determinada, ao contrário, sua aplicação depende da problemática envolvida e das percepções do pesquisador. No que diz respeito às problemáticas investigadas, percebe-se que há uma acentuada inclinação para a busca de compreensões ligadas às questões da sala de aula de Matemática, e da formação inicial, além da formação continuada de professores de Matemática, sendo que aspectos de ambos os processos formativos são investigados tanto no contexto presencial como no *online*.

Sobre a sala de aula, as pesquisas demonstram preocupações relativas aos aspectos que envolvem a aprendizagem Matemática, em que as discussões são

[11] Segundo Engeström (Ibidem), em um sistema de atividade, as contradições internas podem ser fonte de mudança, como também de conflitos.

permeadas por abordagens pedagógicas, como interdisciplinaridade e Modelagem Matemática. Na formação inicial, que ocorre em contextos presenciais, também há um interesse com a aprendizagem e alguns estudos começam a apresentar inquietações em relação ao uso de tecnologias. Os focos, nesses casos, são as transformações ou criações de motivos e as implicações didáticas na produção de atividades com o computador.

Acerca da formação continuada em contexto presencial encontrou-se apenas um trabalho, e seu foco era investigar a resistência e a mudança no emprego do computador em sala de aula. No âmbito da Educação a Distância *Online* a ênfase está na busca por entendimentos de como ocorre o processo de formar-se professor de Matemática para o exercício da docência *online* sem ter recebido formação inicial específica para esse contexto. Em outros termos, como esse professor se constitui.

Nessa breve síntese dos trabalhos em Educação Matemática, apresentados na presente revisão e que adotam a teoria da atividade, não se verificou estudos que adotem a teoria da atividade como referencial teórico-metodológico a fim de investigar as transformações expansivas ou qualquer outro tipo de transformação ou mudança que podem ocorrer durante o processo de produção de conhecimento realizado por professores em cursos formação continuada em contextos *online*, e que tenham como ênfase o uso de tecnologias para o estudo de conteúdos Matemáticos.

Apresentado o quadro de revisão de literatura torna-se possível situar com maior limpidez e especificidade a pesquisa. Para tanto, procuro a seguir delimitar o espaço ocupado.

2.5 Delimitando o espaço da pesquisa no contexto da revisão da literatura

Na epígrafe deste capítulo está estampa a importância do papel da revisão da literatura, a qual permite ao pesquisador situar o seu trabalho, encontrar lacunas, selecionar o que é mais relevante para seu estudo e ao mesmo tempo o auxilia no refinamento de seu objetivo. É justamente esse papel que espero ter cumprido com a presente revisão de literatura, ao retratar com uma variedade de nuanças a complexidade que envolve este novo tempo do espaço educativo. São múltiplos os olhares, as vozes, os reflexos, as combinações, enfim, os aspectos que exprimem as diferentes formas com que os espaços do universo *online* têm sido parcialmente

preenchidos e ao mesmo tempo o quanto ainda é preciso fazer para ampliarmos essa visão.

Parte das pesquisas, se não a maioria, mostra que a principal preocupação dos Educadores Matemáticos reside na compreensão da natureza dos saberes, competências e habilidades subjacentes ao exercício da docência. Além disso, há o interesse em entender como um sujeito se constitui como professor. Esses aspectos são investigados tanto no contexto presencial como no *online*.

No que diz respeito aos conteúdos, verifica-se preocupações com o ensino de Cálculo e de Geometria, em particular, Geometria Euclidiana plana e espacial. A pesquisa desenvolvida no Canadá com tópicos de Geometria Não-Euclidiana pode ser considerada uma exceção.

Em relação ao contexto *online* constatou-se uma inclinação em direção às preocupações voltadas para as possibilidades e limitações das interações, ou seja, para a compreensão da forma como os espaços de colaboração que são disponibilizados nesses ambientes têm sido explorados.

As discussões que perpassam a problemática da produção de conhecimento *online* reconhecem que o pensamento é tomado como um produto de relações entre pessoas e dispositivos tecnológicos. Tais relações estão sendo desenhadas a partir de mudanças nas formas de se comunicar ideias, que por sua vez, propiciam modificações no modo de se ensinar e aprender.

A preocupação específica com a produção do conhecimento Matemático de professores em cursos de formação continuada, desenvolvidos em contextos *online* ainda é muito tímida. Foi identificada apenas em uma pesquisa e também apontou como principal mudança a forma de expressar raciocínio Matemático em *chats*. Diante deste cenário, os pesquisadores alertam e indicam em seus estudos a necessidade de que pesquisas em Educação Matemática desenvolvam um quadro teórico sobre os processos de ensino e aprendizagem em cenários virtuais.

Pensando neste quadro teórico em desenvolvimento, acredito que a EaD*online* tem potencial para mostrar que é possível produzir e/ou transformar a produção Matemática "*com"* tecnologias, ultrapassando a condição de meios "*através de*", ou seja, tomando as tecnologias como parte constitutiva daquilo que produzimos coletivamente ao "*pensar com*", tal como preceituam Borba e Villarreal (2005).

É, portanto, nesta seara, que envolve produção Matemática "*com*" tecnologias, que a presente pesquisa situa-se e delimita seu espaço, mais especificamente, na associação entre Educação a Distância *Online*, formação continuada de professores e produção Matemática da Geometria Analítica (cônicas). Focam-se as transformações expansivas que podem ocorrer durante o curso e que serão analisadas sob a perspectiva da teoria da atividade e do construto seres-humanos-com-mídias.

A preocupação é compreender os movimentos que ocorrem durante o desenvolvimento do curso analisado como um sistema atividade; identificar os fatores e/ou aspectos que geram mobilizações; quais os elementos (sujeitos, artefatos, regras, comunidade, divisão do trabalho e objeto) envolvidos; quais as possibilidades e restrições que permearam o "fazer" Matemática *online*; quais as possíveis regras e que tem potencial para padronizar ações e organizar o trabalho. Em outras palavras, almeja-se traçar os caminhos percorridos, apontar as alternativas utilizadas na busca de possíveis soluções ou de entendimentos não só do conteúdo em si, mas, sobretudo dos significados atribuídos aos conceitos matemáticos quando as construções são dinâmicas, ou seja, do *porque* é dessa ou daquela forma.

Diante do exposto, evidencia-se que a pesquisa em pauta, ao mesmo tempo em que vai ao encontro dos estudos já desenvolvidos, mostra que ocupa uma posição de originalidade a partir do levantamento bibliográfico efetuado.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Nenhuma realidade cria-se a si mesma.
Nenhuma realidade transforma-se a si mesma.
São os seres humanos que,
envolvidos em atividades múltiplas,
mediatizados pelo mundo,
transformam-nas e transformam-se.
(MATEUS, 2005, p. 26)

3.1 As bases da Teoria da Atividade

A teoria da atividade (T.A.) se fundamenta nos princípios da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética, a qual tem como um de seus principais representantes Vygotsky, e tem raízes filosóficas nos trabalhos de Karl Marx e Friedrich Engels. Ela foi desenvolvida nas primeiras décadas do século XX, a partir das contribuições de Vygostyky e seus colaboradores Leontiev e Luria, e considera a atividade humana como a unidade básica do desenvolvimento humano. Essa teoria tem como eixo central as transformações que ocorrem nas interações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades mediadas por artefatos[12].

Em sua base existem dois conceitos que considero fundamentais para a compreensão da concepção de atividade humana que alicerça essa teoria. O primeiro coloca em destaque a natureza da existência da atividade humana, a qual pressupõe um elemento principal: o objeto. Atividade sem objeto é desprovida de qualquer significado (LEONTIEV, 1978). O segundo indica que a partir do conceito de mediação, os artefatos deixam de ser somente produtos da ação dos seres humanos sobre o ambiente e passam a ser entendidos como mediadores culturais pelos quais os indivíduos agem na estrutura social, material e psicológica.

As inter-relações que marcam o desenvolvimento da atividade humana são caracterizadas por trocas mútuas entre seres humanos e artefatos, as quais revelam o potencial transformador de uma atividade. Os seres humanos se transformam e se reorganizam, por meio da transformação, da reorganização de atividades, que por

[12] Artefatos (instrumentos e signos) no âmbito da teoria da atividade devem ser entendidos como meios mediacionais e referem-se às máquinas, à escrita, à fala, aos gestos, aos números, aos recursos mnemotécnicos, etc.

sua vez, transformam-se, reorganizam-se por meio do desenvolvimento de novos artefatos.

Um exemplo clássico apontado na literatura é o da caçada. Leontiev (1987) destaca que uma das formas mais elementares que explicam como a atividade humana desenvolveu-se historicamente é a necessidade de saciar a fome. Esse autor ilustra uma passagem em que os homens em busca de sua sobrevivência (objeto), se organizam de forma consciente para a atividade orientada, que nesse caso é a caçada. Ao longo do tempo, essa atividade foi se desenvolvendo e mudando na medida em que os próprios homens foram aprimorando as técnicas e estratégias que a mediavam. Desse modo, seres humanos se reorganizam, se transformam e se desenvolvem de acordo com as regras da natureza e desenvolvimento de sua própria história e cultura (KAWASAKI, 2008).

Essa passagem mostra de forma sutil, que a influência das inclinações filosóficas dessa teoria são aquelas que predominavam na época em que Vygotsky desenvolveu seus estudos e que tem raízes nos trabalhos de Karl Marx e Friedrich Engels. A ideia desses dois filósofos era romper com a dicotomia presente nas correntes filosóficas alemãs[13]: objetividade (materialismo) ou subjetividade (idealismo). Para tanto, propuseram uma abordagem alternativa - materialista-dialética - segundo a qual, o pressuposto primeiro de toda a história humana é a existência de indivíduos que na luta pela sobrevivência se organizam em torno do trabalho, estabelecendo relações entre si e com a natureza.

Apesar de fazer parte da natureza, o ser humano se diferencia dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente segundo suas necessidades. Dessa forma, a compreensão do ser humano implica necessariamente a compreensão de sua relação com a natureza, já que é nessa relação que ele constrói e transforma a si mesmo e a própria natureza, criando novas condições para sua existência (REGO, 2009).

Um dos pontos de partida para a construção de argumentos que sustentassem essa abordagem filosófica foram os estudos que visavam à comparação entre a atividade animal e a atividade humana. Seguindo essa mesma

[13] Para Marx, os proponentes do materialismo concebiam a consciência emergindo do impacto que os objetos da realidade tinham no sujeito cogniscente, eliminando o poder de agir do indivíduo. Em contraposição, o idealismo colocava todo poder na mente/cabeça do indivíduo: a realidade é concebida pelo pensamento humano, é subordinada à cognição humana, a consciência existe antes da matéria (KAWASAKI, 2008, p. 97,98).

linha, mas no campo da psicologia, Vygotsky desenvolveu parte de seus estudos, e em conjunto com seus colaboradores, identificou traços característicos que distinguem o comportamento humano do comportamento animal.

Assim, com base nos resultados de suas pesquisas e influenciado pela abordagem filosófica que estava se consolidando a partir dos postulados marxistas, Vygotsky argumentava que os seres humanos não deveriam ser considerados apenas em função de suas reações ao ambiente exterior, mas também a maneira pela qual eles criam seu ambiente, o que por sua vez dá origem a novas formas de consciência (REGO, 2009).

De acordo com a perspectiva materialista-dialética, sujeito e objeto de conhecimento se relacionam de modo recíproco e se constituem pelo processo histórico-cultural. Nessa relação que é dialética o sujeito é ativo, pois a produção do conhecimento envolve sempre um atuar do ser humano. A partir desse princípio Vygotsky afirma que é nas interações entre o ser humano e a natureza que as funções psíquicas, surgem e se desenvolvem.

No entanto, as aproximações entre os estudos de Marx, Engels e Vygotsky vão muito além dessas primeiras considerações. O conceito de mediação, por exemplo, um dos pilares das teses vygotskyanas, também mostra uma forte ligação, talvez a maior, entre as ideias desses estudiosos. Isso porque ele estendeu a noção de mediação homem-mundo, pelo trabalho por meio do uso de instrumentos, ao uso de signos. Contudo, não se pretende esgotar aqui todas as relações entre o pensamento de Vygotsky e as ideias do materialismo-dialético. O intuito foi apontar, sucintamente, algumas ligações entre a base filosófica e a psicologia que fundamentam a teoria da atividade. Entretanto, na próxima seção, em que se aborda o desenvolvimento histórico dessa teoria, algumas dessas relações são, de forma natural, retomadas com um nível um pouco maior de detalhamento.

3.2 O desenvolvimento histórico da Teoria da Atividade

Abordar o desenvolvimento histórico de algo pressupõe que o ponto de partida seja o seu princípio. Acontece que a origem da teoria da atividade é obscurecida, principalmente, por dificuldades de tradução (DANIELS, 2011). Na literatura tem sido apresentada com diferentes variações ou abordagens que seguem a perspectiva do estudioso que a apresenta. Engeström (1987), por

exemplo, explica a genealogia de suas próprias ideias, e para isso descreve o desenvolvimento dessa teoria em três gerações. Piccolo (2012) contra-argumenta, afirmando que essa divisão em três gerações é controvertida, principalmente em função da posição que deve ser ocupada por Leontiev em tal tríade geracional (se na primeira ou na segunda). Enquanto Kaptelinin (2005) destaca duas variações que têm como foco a distinção no processo de análise entre a natureza individual e a natureza coletiva de uma atividade. Por outro lado, Daniels (2003, 2011) trata dessa teoria no âmbito das ideias que perpassam seu desenvolvimento. Não há, no entanto, em seus trabalhos, muita preocupação com o rigor em termos de uma apresentação linear de tempo.

Não é meu propósito avaliar qual dessas, ou de outras apresentações, é mais ou menos apropriada. Desse modo, por me parecer muito tênue a linha que esses e outros autores usam para dividir as fases do desenvolvimento dessa teoria e por me parecer que, em certa medida, elas se complementam, optei por não segmentar esse texto em variações, abordagens ou gerações. Limito-me, portanto, a descrever o meu entendimento sobre a sua evolução, procurando estabelecer uma linearidade de tempo a partir das contribuições de alguns de seus principais representantes. Entretanto, preciso reconhecer que meu olhar é um tanto enviesado pelas ideias de Engeström (Ibidem), pois são elas que, particularmente, fundamentam de modo mais específico as análises desta tese.

3.2.1 As contribuições de Lev Semenovich Vygotsky

Começo, então, a contar o desenvolvimento da teoria da atividade a partir do pensamento vygostkyano de mediação, por me parecer uma gênese consensual entre alguns estudiosos (e.g. DANIELS, 2003, 2011; REGO, 2009; ENGESTRÖM, 1987; LEONTIEV, 1978, 1981). Como pontuei anteriormente, Vygotsky elaborou esse conceito por meio da extensão da noção de mediação da abordagem materialista-dialética de Marx. Sua intenção era superar duas tendências psicológicas – a behaviorista e a da psicanálise (ou psico-análise) - que predominavam na época e que eram radicalmente antagônicas. Segundo Vygotsky, nenhuma delas possibilitava a fundamentação de uma teoria consistente sobre os processos psicológicos tipicamente humanos.

Engeström (1987) explica de forma didática e simplificada as ideias opostas que essas tendências tinham em relação às análises sobre a mente, o comportamento humano e o mundo material: para a tendência behaviorista, o sujeito responde de forma objetiva a um dado estímulo externo, o comportamento humano era, portanto, controlado de "fora para dentro". Enquanto para a psicanálise o movimento ocorria de modo contrário, de "dentro para fora", ou seja, a resposta é subjetiva e determinada pela consciência.

A crítica de Vygotsky em ambos os casos, estava na admissão de uma resposta imediata para cada estímulo externo. Essa explicação elucida a observação que Leontiev (1978) faz a respeito de algo comum entre essas tendências: o ponto de vista metodológico. Ele afirmava que ambas eram derivadas de um "plano binomial" de análise: assunto → resposta, resultante → fenômenos (subjetiva e objetiva). No behaviorismo, ou seja, em conformidade com o estudo do comportamento, esse plano apareceu em sua primeira expressão direta no clássico esquema:

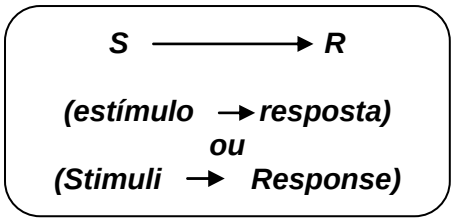


Figura 1: Esquema do postulado da resposta imediata[14]

Indo ao encontro dos ideais marxistas, que eram fundamentadas no poder de agir do sujeito e destacavam a importância da dinamicidade nas relações entre o comportamento humano e o mundo, Vygotsky argumentava que independentemente do tipo de resposta, o processo da relação $S \rightarrow R$ é estático.

Com essa visão crítica, ele defendia que a relação do ser humano com o mundo não é direta, e sim, mediada. Tal relação é representada na forma triangular (fig. 2) a partir de um elo entre os dois elementos iniciais ($S \rightarrow R$), com um terceiro elemento (X), o qual representa uma expansão da relação proposta pelo esquema do postulado da resposta imediata (fig.1).

[14] Tradução de *"immediacy postulate"* (UZNADZE, 1966 p.158 apud LEONTIEV, 1981, p. 42) este postulado também é chamado de postulado da objetividade.

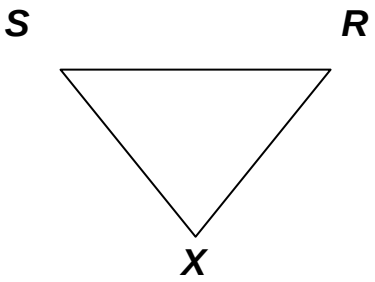


Figura 2: Ato complexo

A criação e o uso de signos auxiliares, representados pelo elemento X na figura 2, para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) é, em certa medida, análoga à criação e uso de instrumentos da abordagem materialista-dialética, só que no campo psicológico (VYGOTSKY, 1984). O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira parcialmente semelhante ao papel de um instrumento no trabalho, pois esse último é responsável por mediar atividades com fluxo externo, enquanto que com a mediação dos signos, o ser humano pode controlar voluntariamente sua capacidade psicológica (atividade interna) e ampliar sua capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações, como, por exemplo, amarrar um barbante no dedo para não esquecer um encontro, escrever um diário para não esquecer detalhes vividos, etc.

Essa explicação de Vygotsky, a meu ver, é esclarecedora no sentido de compreender o porquê, na representação triangular da figura 3, que posteriormente ficou conhecida através da teoria da atividade, instrumentos e signos aparecem juntos como artefatos mediadores representando o elo entre sujeito e objeto.

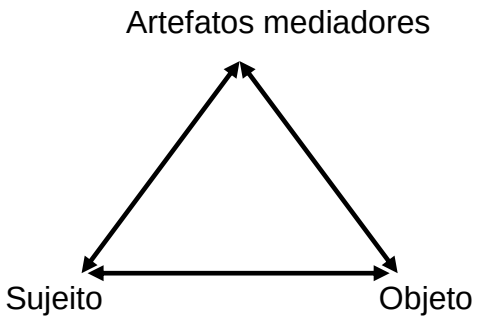


Figura 3: Mediação entre sujeito e objeto pelos artefatos - (ENGESTRÖM; MIETTINEN, 1999)

Leontiev (1978) explica que na representação da figura 1 havia uma exclusão do processo em que são feitas conexões reais do sujeito com o mundo dos objetos. Essa lacuna é superada na forma representada pela figura 3, em que os artefatos mediadores são os instrumentos e signos. Entretanto, é preciso reforçar que há distinções entre esses elos. Segundo Vygotsky, embora a função desses artefatos seja de mediar a atividade, nenhum deles deve ser considerado isomórfico em relação às funções que realizam. Os instrumentos medeiam (atividades com fluxo externo) a influência humana sobre o objeto da atividade. Enquanto os signos medeiam a atividade interna dirigindo-a para o controle do próprio indivíduo. Atividades mediadas por signos influenciam, portanto, a mente, a memória e o pensamento (VYGOSTKY, 2000).

Souto e Araújo (2013) enfatizam a importância das contribuições de Vygotsky:

> O trabalho de Vygotsky, que relaciona dialeticamente à atividade interna psíquica do indivíduo com sua atividade externa, significou um grande avanço para a compreensão de como o sujeito transforma a realidade e a si mesmo por meio da produção e apropriação de artefatos culturais (SOUTO; ARAÚJO, 2013, p. 74).

É a partir desse trabalho, de seu mestre, que Leontiev (1978) escreve suas próprias ideias e dá continuidade ao desenvolvimento da teoria da atividade.

3.2.2 As contribuições de Alexei Nikolaevich Leontiev

Existe, na literatura, uma diversidade de argumentos que procuram, com diferentes perspectivas, explicar a continuidade que Leontiev deu ao trabalho de Vygotsky. Engeström (2001) avalia que Vygotsky continuava focando as análises no indivíduo e que Leontiev expandiu as discussões para o papel de coletivos humanos em atividade. Kaptelinin (2005), por outro lado, diz que a distinção entre o individual e o coletivo não parece tão cristalizada nos trabalhos de Leontiev. Segundo esse autor, o viés das análises de Leontiev parecia ter uma acentuada, senão única, inclinação para o individual, mesmo que ele tenha reconhecido a atividade como coletiva.

Para Daniels (2011), o ponto que deve ser destacado diz respeito à forma como a proposta de Leontiev deve ser considerada: um esforço para colocar a

mediação em seu contexto cultural ampliando a presença real da cultura na vida humana. Daniels (2003) ressalta que Vygotsky não se baseava em uma explanação das estruturas sociais que agem, elas mesmas para organizar e restringir a própria atividade, e que o trabalho de Leontiev traz contribuições nesse sentido.

Para Ratner (2002), Vygotsky enfatizava a gênese da mediação da mente por ferramentas culturais (semioses), enquanto Leontiev procurava enfatizar a mediação através das relações sociais e regras de conduta governadas por instituições culturais, políticas e econômicas (se aproximando do que Marx chamava de atividade humana sensória). Essa ênfase foi mais tarde elaborada e apresentada de forma sistêmica por Engeström (1987) em colaboração com outros teóricos (COLE; ENGESTRÖM, 1993; THORNE, 2005).

A meu ver, as posições desses autores não são mutuamente excludentes, mesmo as colocações de Kaptelinin (2005) que podem a princípio parecer destoar das demais, concordam com os outros autores em pelo menos um ponto: Leontiev é um dos principais representantes da teoria da atividade e trouxe contribuições importantes para o seu desenvolvimento. Seu trabalho envolveu a elaboração das noções de objeto e meta, colocando a centralidade do objeto a uma análise de motivação. Nessa perspectiva, nem todo o processo que o indivíduo realiza é considerado uma atividade. Essa é só atribuída aos processos que são realizados em resposta a uma necessidade, ou seja, o que caracteriza ou distingue uma atividade de outra é o seu objeto.

> A primeira condição de toda atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve-se, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto, (se “objetiva” nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula. (LEONTIEV, 1978, p. 107-8)

Para Leontiev (1978), o motivo da atividade a impulsiona e a direciona para a satisfação de uma determinada necessidade. Para ilustrar o pensamento de Leontiev, retomo o exemplo já apontado anteriormente: na organização da atividade "caçada", cada membro tem, individualmente ou em grupos, diversas ações que visam atender a metas distintas. Alguns devem afugentar as presas em direção a outros que devem aguardar o momento oportuno para abatê-las. Essas ações têm

metas imediatas, e dependendo da forma como são analisadas, podem parecer que não coincidem com o real motivo da atividade que está além da caçada. Juntas, essas pessoas têm em vista obter alimento e vestimentas - sua sobrevivência que é o verdadeiro motivo da atividade, portanto, o objeto. Assim, para compreender porque ações separadas, como espantar a presa, são significativas, é preciso entender o motivo por trás da atividade.

Leontiev (1978) elabora e apresenta uma estrutura hierárquica para explicar a atividade (fig. 4).

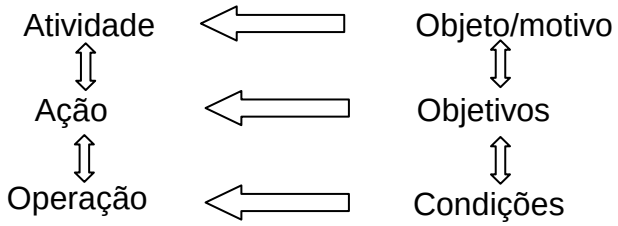


Figura 4: Estrutura hierárquica da atividade - (LEONTIEV, 1978).

Na representação da figura 4 cada nível da atividade - atividade, ação e operação - associam-se a outros conceitos importantes: atividade ligada a um motivo, ações ligadas a objetivos e operações ligadas a condições de realização das ações. Com essas ideias, Leontiev (1978) organizou e modelou a atividade nesses três níveis distintos, mas, interdependentes.

As ações são processos subordinados a metas individuais – objetivos parciais que em sua totalidade compõem, de forma não aditiva, o objeto da atividade, e são realizadas por diferentes indivíduos do grupo que conduz a atividade.

Diferentemente da atividade que é coletiva, a ação é individual e pode ser executada por um único indivíduo, ou por um grupo de indivíduos que no caso realizam a mesma ação, ou seja, compartilham o mesmo objetivo. No exemplo anterior, apesar de ter sido apresentado de forma resumida, é possível observar no mínimo duas ações: uma consiste em espantar a presa e a outra em abatê-la. Cada uma delas visa atingir uma meta - objetivo específico - e é realizada por grupos distintos, mas a realização da atividade depende de ambas.

Quaisquer que sejam as ações, elas dependem das condições materiais e métodos para realizá-las, que se referem aos procedimentos que o indivíduo executa para alcançar o objetivo da ação. A distinção entre ação e operação é

fundamental, uma vez que uma única ação pode ser realizada em condições materiais e métodos diferentes, ou seja, por meio de operações distintas. Retomando a ação que visa o abate, no exemplo da caçada, é possível pensar que as ferramentas utilizadas operacionalizaram a ação, permitindo ao grupo atingir seu objetivo: o abate.

Existe um caráter relacional entre as definições de atividade, ação e operação. Leontiev (1978) ilustra com o exemplo de aprender a dirigir, o movimento de passagem entre esses níveis da atividade.

> No início, toda operação, como mudar as marchas, é formada como uma ação subordinada especificamente a essa meta e tem sua própria "base de orientação" consciente. Em seguida, a ação é incluída em outra ação, [...], por exemplo, mudar a velocidade do carro. Mudar as marchas torna-se um dos métodos para atingir a meta, a operação que efetua a variação na velocidade, e mudar as marchas cessa agora de ser realizada como um processo orientado para uma meta: sua meta não é isolada. Para a consciência do motorista, mudar as marchas em circunstâncias normais é como se não existisse. Ele faz algo mais: ele tira o carro de um lugar, sobe ladeiras íngremes, dirige o carro em alta velocidade, para em determinado lugar, etc. Na verdade, essa operação [de mudar marchas] pode, como se sabe, ser totalmente retirada da atividade do motorista e executada automaticamente. Em geral, o destino da operação torna-se, mais cedo ou mais tarde, a função da máquina (LEONTIEV, 1978, p. 66).

O propósito de Leontiev (1978) é mostrar que a mudança de marcha, para um motorista experiente, faz parte de um aspecto operacional de sua ação, uma vez que esse comportamento já está automatizado e absorvido por ele. No entanto, para quem ainda está aprendendo a dirigir, mudar de marcha não é algo automático ou incorporado pelo aprendiz. Nesse caso, a mudança de marcha não se trata de uma operação, mas pode ser vista como uma ação parte de uma atividade de aprendizagem.

A frase "uma vez ação, nem sempre ação" é uma forma que Kawasaki (2008, p.107) encontrou para destacar esse caráter relacional entre os níveis da atividade.

Em síntese, o pensamento de Leontiev nos diz que a atividade humana é consciente e intencional, e tem a mediação cultural como principal característica e leva a um processo de transformações recíprocas entre sujeito e objeto. Seus exemplos e argumentos indicam a necessidade de uma ampliação em relação à unidade de análise de Vygotsky, focada no individual, para um plano coletivo.

Entretanto, ele não elaborou um modelo para esse novo foco que expandisse aquele modelo representado na figura 3, quem o faz é Engeström (1987).

3.2.3 As contribuições de Yrjö Engeström

A partir das ideias de Leontiev, Engeström (1987) propõe uma estrutura sistêmica (fig. 5) que representa uma ampliação da estrutura inicial (fig. 3), na qual estão inseridos, de modo formal, elementos que fazem parte de atividade humana e que, até então, não estavam representados, quais sejam: comunidade, regras de estruturação e formas de distribuição continuamente negociada de tarefas.

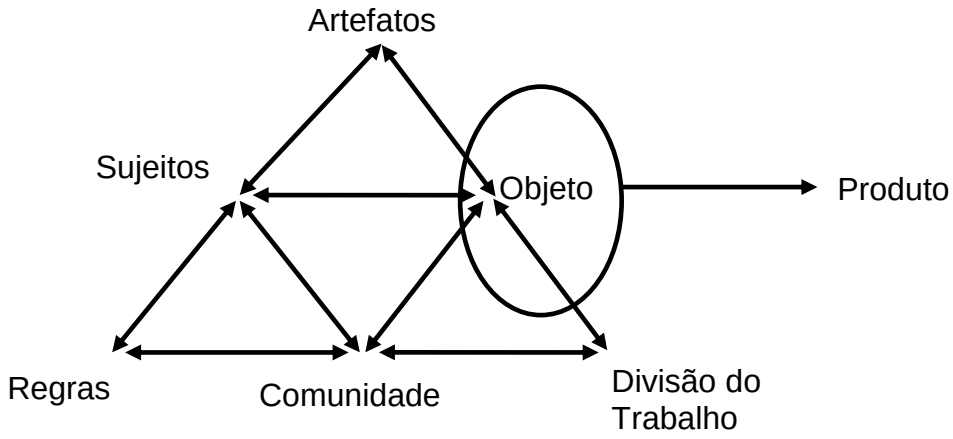


Figura 5: Representação do sistema de atividade humana

Souto e Araújo (2013) explicam a expansão dessa estrutura:

> Nessa representação, a relação entre sujeitos e objeto é mediada, também, pela comunidade, ou seja, não apenas os artefatos medeiam essa relação. A mediação entre sujeito e objeto, pela comunidade, é representada pelo triângulo que une esses três elementos. A relação entre sujeito e comunidade, por sua vez, é mediada pelas regras e representada, [..] pelo respectivo triângulo. Finalmente, a relação entre comunidade e objeto é mediada pela divisão do trabalho. O triângulo que tem por vértices a comunidade, a divisão do trabalho e o objeto representa essa mediação. Como resultado da atividade, o objeto, entendido como "a 'matéria prima' ou o 'espaço-problema' para o qual a atividade é direcionada" (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010, p. 6), é transformado no produto da atividade (SOUTO; ARAÚJO, 2013, p. 76).

A exemplo de Daniels (2011), na figura 5, fiz um acréscimo ao sistema originalmente representado por Engeström (1987). Trata-se do destaque dado ao objeto com a ajuda de uma oval. O propósito é enfatizar a complexidade desse elemento: "o objeto de atividade é um alvo móvel (ENGESTRÖM, 1999d)", e as ações orientadas por ele são caracterizadas por ambiguidades, surpresa, instabilidade e potencial para mudança (DANIELS, 2011, p. 170).

Na citação anterior, Souto e Araújo (2013) colocam, de modo sintético, mas esclarecedor, o que foi destacado nas ideias de Daniels (2003; 2011), Ratner (2002), Cole e Engeström, (1993) e Thorne (2005), apresentadas anteriormente, e que dizem respeito às compreensões de Vygotsky e Leontiev em relação ao conceito de mediação. Esses autores diziam do esforço desse último teórico em estender tal conceito para o contexto cultural. Seu trabalho foi profícuo e seu esforço foi cristalizado na representação sistêmica (fig. 5), elaborada por Engeström (1987).

Os seis elementos que compõem um sistema de atividade (fig. 5) se inter-relacionam e formam sua macroestrutura com motivos, objetivos e condições de operacionalização. A atividade pode envolver uma série de ações que visam a determinados resultados, direcionando a própria atividade e as ações dos indivíduos. Estas, por sua vez, podem ser concretizadas de diversas formas ou métodos, e pelas operações que estão disponíveis para realizar a ação de acordo com o objetivo.

Assim, a atividade é tomada como um processo contínuo de mudança e movimento decorrentes de crises e rupturas, que inter-relacionados numa formação criativa, composta de elementos, vozes e concepções múltiplas, provocam transformações e inovações que são entendidas do ponto de vista histórico.

A proposta de Engeström se estruturou a partir dos estudos de Leontiev. Contudo, há uma diferença fundamental entre as perspectivas desses teóricos, não apenas em relação à forma de representação triangular de uma atividade (ou sistema de atividade), mas, principalmente, no que tange à concepção de objeto que cada um apresenta. Para Leontiev, o objeto da atividade é e único e corresponde ao seu verdadeiro motivo. Enquanto para Engeström, a atividade é coletiva e o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos, e refere-se à matéria-prima ou espaço problema para o qual a atividade é dirigida. Esse elemento é moldado e transformado em resultado, e não se devem descartar as necessidades humanas

em sua constituição. Além disso, essa nova ótica permite a análise de atividades polimotivacionais, ou seja, que possuem mais de um motivo.

Engeström (1999c) coloca como um desafio necessário à extensão das análises, o desenvolvimento de ferramentas conceituais para se compreender os diálogos, as múltiplas perspectivas e as transformações para além do sistema de atividade singular e ir em direção ao exame de redes de atividade.

Para Engeström (2001), são cinco os princípios que explicam a teoria da atividade em seu formato atual, os quais, sob o meu ponto de vista, se mostram adequados para atender aos propósitos desta pesquisa. Porque o interesse desta tese está voltado para a compreensão de transformações que enfatizam aspectos da produção Matemática, que ocorre de forma coletiva e colaborativa em um curso que se desenvolve em um contexto *online*.

O primeiro princípio proposto por Engeström (Ibidem) indica que um sistema de atividade é coletivo, mediado por artefatos e orientado ao objeto, e deve ser assumido como a **unidade mínima de análise**. Os sistemas de atividade se realizam ao gerar ações e operações. As ações estão relacionadas a um objetivo e também às operações, que por sua vez, estão ligadas às condições materiais e métodos disponíveis. Ambas são unidades relativamente interdependentes, mas subordinadas, de análise, e que são adequadamente compreendidas quando interpretadas contra o pano de fundo do sistema.

Um sistema de atividade integra sujeitos, objeto, artefatos, regras, comunidade e divisão de trabalho em um todo unificado, que usualmente é ilustrado pela forma triangular da figura 5. Essa representação é utilizada como uma ferramenta para explicar as relações entre os próprios elementos que constituem o sistema.

O segundo princípio consiste na **multivocalidade** do sistema de atividade. Engeström argumenta que uma atividade, por ser coletiva, é sempre heterogênea e apresenta múltiplas vozes. Ele explica que os indivíduos que compõem o sistema carregam consigo diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos, enfim, diferentes vivências que são compartilhadas. A divisão do trabalho, por exemplo, gera diferentes posições, que revelam os interesses pessoais de cada um. Assim, as múltiplas vozes que emergem podem ser fontes de problemas, mas ao mesmo tempo, podem se revelar como potências para a inovação.

Pode-se dizer que o curso Tendências em Educação Matemática se dá no encontro de múltiplas vozes que podem ser representadas, no mínimo, por dois grupos: o dos professores organizadores, os quais idealizaram a proposta do curso, ambos docentes do ensino superior, e o dos professores participantes, constituído por docentes de diversos níveis de ensino, oriundos das mais diversas regiões do país e do exterior (Espanha, Japão, Argentina, Venezuela).

O eco dessas múltiplas vozes - múltiplos pontos de vistas, tradições e interesses - carrega consigo potencial para gerar distúrbios ou conflitos, mas por outro ângulo, deve ser visto, também, como mola propulsora para inovar o sistema de atividade.

O terceiro princípio é o da **historicidade** que tem raízes "na noção de desenvolvimento humano discutido pela lógica do materialismo-dialético: o ser humano desenvolve-se, em atividade, sujeito ao jogo dialético entre a sua natureza biológica e histórica" (KAWASAKI, 2008). Qualquer que seja o sistema de atividade deve ser visto à luz de sua história, pois é construído e transformado de forma irregular ao longo do tempo. Desse modo, seus problemas e potenciais só podem ser compreendidos em toda sua complexidade, se sua própria história puder ser estudada. A história precisa ser considerada em termos da história local do sistema e seu objeto, mas também como a história das ideias e ferramentas teóricas que moldaram a atividade (DANIELS, 2003, 2011).

Assim, a produção Matemática dos professores e o processo de transformação que ocorre durante o curso Tendências em Educação Matemática devem ser analisados com base na história de sua organização local e na história mais global dos conceitos e procedimentos empregados e acumulados na atividade local.

Para elaborar o quarto princípio, que aborda o papel das **contradições internas** como fonte de mudança e de desenvolvimento, Engeström valeu-se das ideias de Ileynkov (1977). As contradições não equivalem a problemas ou conflitos, mas são tensões estruturais historicamente acumuladas nos sistemas de atividade. Elas podem servir de fontes que renovam tentativas de mudar a atividade, ou podem servir de energia para conflitos que seriam discordâncias, choques de opiniões ou falta de aceitação do outro.

Consideradas tensões ou desequilíbrios inerentes a toda e qualquer atividade, as contradições podem, portanto, gerar mudanças e transformações. Elas podem

surgir, pelo menos, de quatro formas: a) no interior do sistema entre seus próprios elementos; b) entre os elementos do sistema de atividade e algo novo; c) entre as possíveis ações que formam o objeto coletivo, principalmente entre algo que é proposto e algo que é padrão dominante; d) entre o sistema de atividade e outros sistemas interligados.

As contradições internas (tensões) são consideradas molas propulsoras potenciais, as quais fazem com que novos estágios qualitativos e formas de atividades possam emergir como soluções. Em outras palavras, são formas que podem possibilitar que as transformações expansivas do sistema de atividade venham a emergir. Desse modo, compreender como ocorrem as transformações expansivas em um curso a distância *online* para professores de Matemática pressupõe a análise de suas contradições internas.

Por fim, o quinto princípio, que discute a possibilidade de **transformações expansivas** em sistemas de atividade, Engeström define enfatizando um caráter muito mais relacional do que determinístico para sua compreensão.

> Os sistemas de atividade atravessam ciclos relativamente longos de transformações qualitativas. À medida que as contradições de um sistema de atividade são agravadas, alguns participantes individuais começam a questionar e se afastar de suas normas estabelecidas. Em alguns casos, isso ascende à visão colaborativa e a um deliberado esforço coletivo de mudança. Uma transformação expansiva é realizada quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abarcar um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que no modo anterior da atividade (ENGESTRÖM, 1999d, p. 4-5).

Esse autor explica que as transformações expansivas são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões em um sistema que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos. Segundo esse autor, elas também podem ser entendidas como movimentos de reorquestração da multivocalidade do sistema de atividade.

Com o intuito de facilitar as compreensões acerca do desenvolvimento histórico, do surgimento de contradições internas e das ocorrências de transformações expansivas na unidade de análise, Engeström (1999c) elabora uma ferramenta analítica: o ciclo de aprendizagem expansiva.

Um ciclo total de aprendizagem expansiva, segundo esse autor, pode ser compreendido como uma jornada coletiva comparada à Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Engeström (Ibidem), entretanto, faz uma nova interpretação do sentido das ideias de Vygotsky.

Vygotsky (1978) descreve o processo de desenvolvimento humano como fruto das interações sociais, que permitem aos signos externos se transformarem em processos internos. A essa "*reconstrução interna de uma operação externa*" ele nomeia de internalização e argumenta que

> A internalização das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana; é a base do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana (VYGOTSKY, 1978, p. 76).

Segundo Mateus (2005, p. 73), as principais diferenças entre as teses vygostkyanas e a proposta de Engeström são: a mudança do olhar sobre o processo como exclusivamente positivo, de domínio do sujeito sobre o meio ou sobre si, para também de negação, de destruição, de resistência, de confronto de culturas que se encontram, se chocam e não se reconhecem; o desenvolvimento não como uma transformação somente individual, mas enquanto transformação coletiva, um mudar-se a si com os outros; e, finalmente, o processo de desenvolvimento visto não como um movimento exclusivamente vertical entre níveis, em que o mais experiente puxa para cima o menos experiente, mas como um movimento igualmente horizontal.

Desse modo, Engeström (1999c) interpreta que na perspectiva vygotskyana, o desenvolvimento é analisado numa dinâmica do pior para o melhor, do externo para o interno, do mais experiente para o menos experiente. Ele faz uma releitura desses movimentos, propondo uma nova interpretação ao conceito de internalização das funções psicológicas superiores, culturalmente dadas, conforme proposto na noção de ZDP, que de acordo com o autor, não é suficiente para incorporar os processos de criação de artefatos e a produção de novos padrões sociais. Para ele, transformação não se reduz à aquisição, assimilação e internalização da cultura, mas inclui, fundamentalmente, a criação do novo.

Então, Engeström (1987, p.174) define ZDP como: *"*a distância entre as ações cotidianas dos indivíduos e as formas historicamente novas da atividade social que podem ser coletivamente geradas"*.* Ao ressignificar a ZDP, Engeström inclui a ideia

de transformações expansivas, em que há uma ênfase nos processos de transformação social e na natureza conflituosa da prática social. Para ele, a internalização está ligada à reprodução da cultura e a externalização à criação de artefatos que possam ser usados para transformar a cultura. Ambos os processos estão intimamente ligados por relações não lineares de continuidade e mudança, reprodução e transformação, que devem ser analisadas em conjunto, à luz da historicidade.

Com essa compreensão Engeström (1999b) explica que um ciclo de aprendizagem expansiva (fig. 6) geralmente começa com a socialização e a formação dos aprendizes para se tornarem membros da atividade que se dá por meio de questionamentos, críticas ou negações à prática corrente.

Nesse início há uma predominância do processo de internalização. A externalização ocorre de forma discreta nas inovações individuais, onde é feita a análise da situação e das possíveis soluções. Com o avanço do ciclo, o desenho e a execução de uma nova representação para a atividade - a externalização - começam a dominar, ou seja, a construção de um novo modelo ou uma nova ideia que explique e ofereça uma solução para a situação-problema. Parte-se então para a experimentação deste modelo ou desta ideia, com o intuito de verificar suas potencialidades e limitações. Neste estágio, as rupturas e contradições da atividade se tornam mais exigentes, levando a internalização a assumir cada vez mais a autoreflexão crítica, e a externalização, o aumento na busca de soluções. Encontrado o melhor modelo, solução ou ideia, é hora de implementar por meio de aplicação prática.

Nessa fase, em que uma nova representação para a atividade é implementada, a externalização atinge o seu pico. Segue-se então a reflexão avaliativa sobre nova representação, a partir da qual a nova prática se consolida, ou seja, quando essa nova representação se estabiliza, a internalização das suas formas e meios inerentes de aprendizagem e desenvolvimento torna-se novamente dominante.

Se o pesquisador observar que um ciclo não está avançando ele pode intervir no sentido de provocar ou promover movimentos que gerem tensões ou que impulsionem a resolução de tensões já existentes. Com isso, ele pode favorecer o desenvolvimento de transfromações expansivas.

7. consolidação da prática

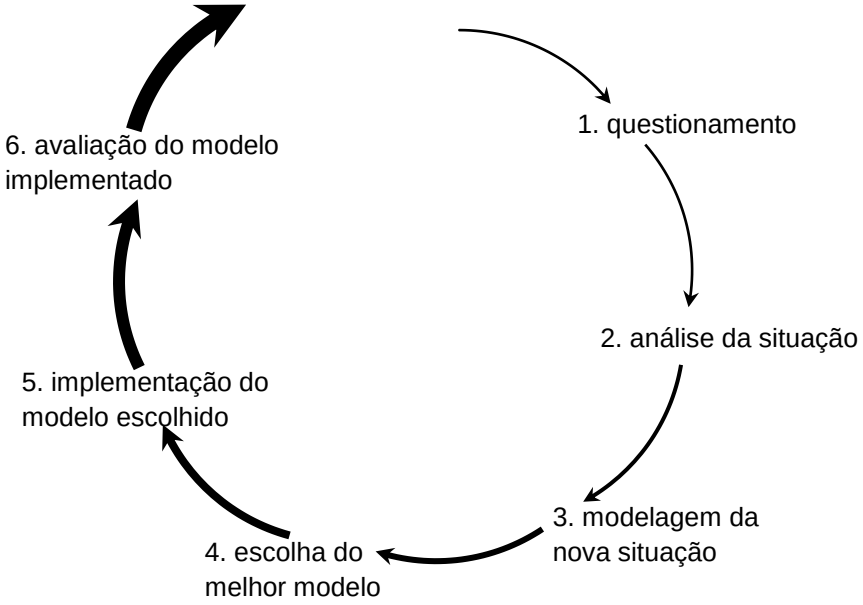


Figura 6: Sequência de ações em um ciclo de aprendizagem expansiva - (ENGESTRÖM, 1999c)

Cada uma das etapas representadas na figura 6 pode ser entedida, de modo resumido, da seguinte forma: 1. Questionamento - ato de questionar, críticar ou rejeitar alguns aspectos da prática corrente; 2. Análise da situação - envolve o olhar para situação criticada, questionada, a fim de se compreender seus diferentes aspectos; 3. Modelagem da nova situação - corresponde à construção de modelos que possam explicar e oferecer uma solução para a situação; 4. Escolha do melhor modelo - se refere à exploração das possibilidades e limitações dos modelos para o julgamento de um que pareça o melhor adequado para a situação; 5. Implementação do modelo escolhido - é o momento de concretizar a aplicação do modelo na prática; 6. Avaliação do modelo implementado - corresponde ao processo de reflexão e análise sobre as implicações da implementação do modelo; 7. Consolidação da prática - momento em que é possível observar o estabelecimento de fato da nova prática.

Um ciclo como representado na figura 6 pode dar a ideia de movimentos repetitivos e sequenciais. Contudo, um ciclo de aprendizagem expansiva, como proposto por Engeström, deve ser entendido como um movimento espiral que se desenvolve marcado por relações não lineares. De acordo com Engeström (1999b), um ciclo pode durar meses ou anos e seu desenvolvimento completo nem sempre ocorre. Além disso, ciclos que se desenvolvem em períodos menores de tempo também podem ser considerados como potencialmente expansivos.

A ideia de ciclos menores de tempo, em conjunto com os pressupostos do construto seres-humanos-com-mídias, é utilizada nessa tese para a análise da produção Matemática dos professores no momento em que, organizados em pequenos grupos, realizam o estudo das cônicas.

3.3 As bases do Construto Seres-humanos-com-mídias

Os estudos de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993) são as bases teóricas do construto seres-humanos-com-mídias. Nele, Borba (1999) discute, aproxima, amplia e reorganiza as ideias desses dois autores no âmbito da Educação Matemática e coloca em pauta a preocupação de se compreender como se dá a produção de conhecimento destacando o papel das mídias informáticas presentes no processo.

O trabalho do psicólogo russo Oleg Tikhomirov (1981) - publicado originalmente em russo em meados de 1970 – baseia-se na teoria da atividade e versa sobre computadores e cognição. O autor defende uma mídia como a informática como reorganizadora do pensamento, em vez de substituí-lo ou suplementá-lo. Para ele, o pensamento é mais do que a capacidade para resolver um dado problema, porque abrange o caminho utilizado, os valores envolvidos na resolução, e a própria escolha do problema como parte do pensamento.

O filósofo da técnica, o francês Pierre Lévy (1993), descreve três tecnologias que estão associadas à memória e ao conhecimento: oralidade, escrita e informática - as "tecnologias da inteligência" - que caracterizam distintas ecologias cognitivas[15], devido, principalmente, às suas respectivas formas canônicas do saber, de comunicar as figuras do tempo, a memória social. Para Lévy (1993) as tecnologias da inteligência devem ser vistas entrelaçadas com seres humanos e produção de conhecimento, pois diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas têm produzido conhecimento através da história, e exemplifica: a oralidade, caracterizada pela circularidade do pensamento, foi utilizada por muitos povos para a disseminação do seu conhecimento. Com o surgimento da escrita, foi possível o desenvolvimento de um pensamento linear. A informática rompe com esta linearidade, na medida em que permite que imagens, sons, textos e vídeos sejam utilizados simultaneamente para a elaboração de uma determinada ideia. Assim, o

[15] Lévy (1993, p. 137) define ecologia cognitiva como o estudo das dimensões técnicas e coletivas da cognição.

autor afirma que oralidade, escrita e informática são formas qualitativamente diferentes de estendermos nossa memória.

Essas são, de forma resumida, as ideias que formam a base do construto seres-humanos-com-mídias. A seguir apresento com um nível maior de detalhamento os estudos de Tikhomirov e de Lévy, para, na sequência, apresentar o modo como essas ideias são ampliadas, reorganizadas e trazidas para o âmbito da Educação Matemática através desse construto.

3.3.1 Oleg Tikhomirov e a reorganização do pensamento

Os fundamentos da proposta de Tikhomirov (1981) estão ancorados na discussão de três abordagens que versam sobre computadores e cognição. A primeira delas é a da substituição, na qual o computador é tido como substituto das esferas intelectuais humanas. O autor argumenta que colocar o computador como substituto do ser humano é uma visão distorcida. Embora em determinadas situações o computador possa encontrar o mesmo resultado que o ser humano, não significa que ele possa ser colocado no mesmo nível do pensamento humano. Isso porque, segundo o autor, no processo gerado pelo computador não são considerados muitos dos elementos envolvidos nos processos humanos, que são mobilizados quando um problema é eleito e solucionado. Borba (1999, p. 286) destaca que “a refutação desta abordagem é baseada em uma visão de conhecimento na qual a escolha do problema é fundamental e está intimamente relacionada com seus entornos socioculturais”.

Após descartar a abordagem do computador como um substituto para humanos, Tikhomirov (1981) apresenta seus argumentos para contestar o enfoque que defende o computador como um suplemento para os seres humanos, existindo, neste caso, apenas uma justaposição entre as "novas" tecnologias e o ser humano.

Para este autor, esta abordagem está fundamentada na ideia de que o pensamento pode ser dividido em pequenas partes, em que o ser humano é justaposto ao computador. Ao assumir tal abordagem, o computador poderia ser visto como simplesmente um aumento ou complemento à quantidade de informações processadas por humanos, pressupondo apenas uma visão quantitativa e não qualitativa de como os computadores influenciariam a atividade humana. Ademais, esse enfoque não considera os objetivos que se tem em mente ao

escolher determinado problema, nem as possíveis modificações que podem ocorrer no processo de solução.

Por fim, Tikhomirov (1981) defende a abordagem da reorganização do pensamento que atribui ao computador o papel de mediador da atividade humana. Ancorado nos princípios da teoria da atividade, em que o processo de produção do conhecimento é concebido pela (re)construção do pensamento que ocorre nas relações do ser humano com o mundo, o autor destaca que o caráter mediador, que habita essas relações, produz uma reorganização nos processos de criação, busca e armazenamento de informação, bem como das relações humanas.

De acordo com Tikhomirov (Ibidem), o pensamento é exercido por sistemas de ser-humano-computador, em que a reorganização do pensamento é considerada um novo estágio do pensamento qualitativamente diferente, pois envolve as possibilidades oferecidas pelo computador.

Ao concordar com a teoria da reorganização do pensamento, Borba (1999) realça que a informática exerce papel semelhante àquele desenvolvido pela linguagem na teoria vygotskyana, base da teoria da atividade, mas qualitativamente diferente, pois neste caso, todos os processos são mediados também por imagens dos monitores, sons e outros recursos que estes equipamentos oferecem. O autor explica que “o computador pode dar *feedback* a passos intermediários da atividade humana, que seriam impossíveis de serem dados por observadores externos" (BORBA 1999, p.287).

Compatíveis com a teoria da reorganização do pensamento estão as considerações de Lévy (1993) que contemplam dimensões técnicas e coletivas da cognição, e que, principalmente com o advento da internet, vão além do sistema ser-humano-computador, propondo a noção de um coletivo pensante homem-coisas. As ideias de Tikhomirov e Lévy também têm uma forte ligação por exprimirem a não possibilidade de separação entre seres humanos e técnicas no processo de produção do conhecimento.

3.3.2 Pierre Lévy e as ecologias cognitivas

Ao desenvolver o conceito de ecologia cognitiva, Lévy (1993) discute o papel das tecnologias informáticas na constituição de atividades cognitivas e defende a ideia de um coletivo pensante homem-coisas. O autor pontua que é preciso desfazer e refazer as ecologias cognitivas que estavam estabilizadas desde o século XVII com a generalização da impressão, e que as tecnologias da inteligência - oralidade, escrita e informática - trazem contribuições importantes para construirmos os alicerces culturais que guiam a forma como nos apropriamos da realidade.

Lévy (1993) argumenta que as tecnologias devem ser vistas entrelaçadas com seres humanos e produção de conhecimento, pois diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas têm produzido conhecimento ao longo da história, e destaca a ideia central do conceito de ecologia cognitiva, qual seja: que as tecnologias da inteligência condicionam, mas não determinam o pensamento que é exercído por um coletivo dinâmico.

O autor realiza o exercício de reflexão sobre as influências que a oralidade, a escrita e a informática, associadas à memória e ao conhecimento, têm historicamente exercido nas formas de pensamento e nas normas do saber.

Lévy (Ibidem) constrói sua linha de raciocínio a partir da mais antiga forma de expressão - a linguagem oral - e define dois tipos de oralidade: a primária que remete ao papel da palavra antes do advento da escrita, e a secundária que se relaciona com o estatuto da palavra que é complementar ao da escrita, tal como conhecemos. A oralidade primária, por situar-se antes de qualquer tipo de representação escrita, atribuía à palavra a função básica de gestão da memória social, espaço onde a cultura era preservada.

Lévy (1993) esclarece que nas sociedades sem escrita, a produção de espaço-tempo está quase totalmente baseada na memória humana, associada ao manejo da linguagem. Junto com os gestos, a oralidade primária limitava o homem ao espaço de seu grupo, onde ele circulava e se comunicava. A memória e a cultura do grupo eram propagadas em cantos, poesias, rituais, em um tempo que o autor representa pela forma canônica do círculo, supondo um movimento de recomeço, de reiteração. Circulares, afirma o autor, as lembranças retratadas nas histórias dos seus membros adquirem novos contornos, sem, contudo, abalar a sua estrutura.

Desse modo, o uso regular da fala pode ser interpretado como determinante para a cultura e a forma de transmissão de conhecimentos de um povo.

De acordo com Lévy (1993), a oralidade é uma classe particular de ecologias cognitivas que disponibilizam ao homem apenas recursos de sua memória para reter e transmitir as representações que lhe parecem dignas de subsistirem. Com o surgimento da escrita, uma nova ecologia cognitiva é fundada, na qual reside a necessidade da compreensão de uma representação gráfica. Kenski (2007) explica que os primeiros registros gráficos do pensamento humano foram encontrados nas paredes de cavernas, em ossos, pedras, peles de animais, até se chegar à invenção do papel, que estimulou a escrita e a impressão de livros.

A escrita, argumenta Lévy (1993), permite que os textos sejam separados das circustâncias em que foram produzidos. Essa possibilidade gera um distanciamento entre a pessoa que escreve e a outra que lê e interpreta o escrito, permitindo a construção de múltiplas versões para um mesmo texto, e gerando autonomia ao conhecimento que se dá por meio da compreensão racional do que está sendo apresentado.

A escrita é interpretada por Lévy (1993) como uma ferramenta para a extensão da memória, do pensamento e da comunicação, pois essa tecnologia liberta a memória da dependência das lembranças humanas, uma vez que carrega consigo a possibilidade de registro. Vista dessa forma, a escrita possibilita ao homem a exposição de suas ideias, deixando-o mais livre para ampliar sua capacidade de reflexão e apreensão da realidade. Entretanto, o fato de a memória não depender exclusivamente da capacidade humana exige uma organização modular e sistemática para registro das informações, e assim o espaço-tempo na sociedade escrita torna-se linear.

Por fim, Lévy (1993) discute o papel das tecnologias informáticas na constituição de atividades cognitivas. O autor argumenta que a informática rompe com as narrativas circulares e com a linearidade do pensamento, na medida em que, ao englobar aspectos da oralidade e da escrita, se apresenta como um fenômeno descontínuo, fragmentado e ao mesmo tempo, dinâmico, aberto e veloz, permitindo a utilização de imagens, sons, textos e vídeos de forma simultânea para a elaboração de uma determinada ideia.

O fato de a memória estar tão objetivada em dispositivos automáticos faz o autor questionar se a própria noção de memória seria pertinente na tecnologia informática.

> O saber informatizado afasta-se tanto da memória (este saber "de cor"), ou ainda a memória, ao informatizar-se, é objetivada a tal ponto que a verdade pode deixar de ser uma questão fundamental, em proveito da operacionalidade e velocidade (LÉVY, 1993, p.119).

Contudo, o autor afirma que não se trata da omissão da verdade, ou mesmo de falta de preocupação com a exatidão dos fatos, mas sim de identificarmos o deslocamento do centro de gravidade em algumas atividades cognitivas desempenhadas pelo coletivo social. O conhecimento de tipo operacional, fornecido pela informática, origina modelos que são constantemente atualizados e aperfeiçoados, seguindo uma lógica que classifica sua pertinência de acordo com o objetivo a que se destina. Por analogia ao tempo circular da oralidade e ao tempo linear da escrita, Lévy (1993, p.115, grifos do autor) indica que na informática ocorre "uma implosão cronológica, de um tempo *pontual* instaurado pelas redes de informática".

A reconstrução histórica que o autor faz em torno das tecnologias da inteligência evidencia que nenhum tipo de produção de conhecimento é independente delas, e que o sujeito cognitivo é fruto de uma infinidade de coisas, tais como objetos simulados, associados, imbricados, reinterpretados, de suportes de memória e de pontos de apoio de combinações diversas, chamados por Lévy (1993) de coisas do mundo, sem as quais o homem não pensaria. São, em si, produtos dos próprios homens, de coletividades intersubjetivas que as saturam de humanidade.

Villarreal e Borba (2010) buscam em Davis e Hersh (1981) uma passagem que pode ser utilizada para ilustrar o pensamento do Lévy. Os autores pontuam que a régua e o compasso são incorporados aos axiomas na fundação da Geometria Euclidiana e a definem como a ciência da construção com régua e compasso. Expandindo este pensamento, Villarreal e Borba (2010) afirmam que a Geometria Euclidiana é produzida por coletivos de seres-humanos-com-régua-e-compasso, pois traduzem o pensamento de Davis e Hersh como sendo a mídia, uma parte intrínseca da fundação da Geometria Euclidiana. Com essa passagem, os autores

querem chamar a atenção para o fato de que, ao longo da história, instrumentos são vistos associados às tecnologias da inteligência e à produção de conhecimento, particularmente neste caso, o conhecimento matemático.

A visão de que seres humanos e mídias misturam-se de forma inextricável, formando uma unidade que pensa junto e produz conhecimento é a ideia central da noção de seres-humanos-com-mídias, que foi inicialmente proposta por Borba (1999) e mais tarde sistematizada por Borba e Villarreal (2005).

3.4 O construto Seres-humanos-com-mídias

As ideias de reorganização do pensamento e ecologia cognitva indicam a constituição de novos estilos cognitivos em decorrência do avanço das tecnologias informáticas. Em particular, Tikhomirov (1981) toma da teoria da atividade o caráter mediador dos artefatos na atividade humana, que está implícito no conceito de reorganização, presente nos processos de interação do ser humano com o ambiente, e propõe a constituição de um sistema formado por ser-humano-computador. Por sua vez Lévy (1993), ao contemplar as dimensões técnicas e coletivas da cognição, conceitua a expressão ecologia cognitiva, e vivenciando as novas possibilidades da informática, sugere um sistema para além da proposta de Tikhomirov (1981), que componha um coletivo pensante de homem-coisas. O trânsito dessas ideias para o âmbito da Educação Matemática foi feito por Borba (1999).

> [...] podemos pensar metaforicamente, que o pensamento é exercido por sistemas ser-humano-computador como proposto por Tikhomirov (1981) [...]. Podemos ampliar esta metáfora e pensarmos que o ser humano tem sido ao longo da história ser-humano-oralidade, ser-humano-escrita e ser-humano-informática. Um novo passo pode ser dado [...] se a unidade básica de conhecimento for pensada como ser-humano-lápis-e-papel-informática-... cujas reticências significam que o pensamento é algo coletivo, como proposto por Lévy (1993). (BORBA, 1999, p. 292)

O autor expande as ideias de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993) e propõe inicialmente uma unidade básica de conhecimento, que se forma a partir do desenvolvimento de um pensamento coletivo do "ser humano" com tecnologias.

Pouco tempo depois (BORBA, 2001) o autor passa a denominar esse coletivo de "seres-humanos"-com-mídias da forma como é empregada até hoje.

Para expressar a amplitude de seu pensamento em relação aos diferentes tipos de tecnologias, Borba (1999) utiliza o termo *mídias* para referir-se tanto às tecnologias materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) como às imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento).

Borba e Villarreal (2005) esclarecem que a produção de conhecimento deve ser entendida como um *"pensar com"* mídias. Nessa perspectiva as teconolgias (materiais ou imateriais) devem ser consideradas como parte constitutiva dessa produção, na medida em que a elas (mídias) é atribuido um papel mais abrangente do que apenas um suporte ou veículo de mensagem que *"através de"* se produz conhecimento.

A perspectiva teórica adotada por Borba (1999) está em harmonia com Leontiev (1978), que elaborou seus argumentos pautado na necessidade de que os seres humanos têm de sobreviver, isto é, de desenvolverem-se e, ao mesmo tempo, desenvolver o ambiente que os cerca para manterem-se nele. Esses processos de desenvolvimento, segundo ele, se dão por meio de relaçõs recíprocas, de trocas mútuas entre homem e ambiente, que geram transformações ou reorganizações tanto no ambiente quanto no próprio homem.

Embora para Leontiev (1978) e para outros estudiosos da teoria da atividade, a referência de coletividade seja mais fortemente ligada à constituição de um conjunto de humanos, não se pode negar que aos artefatos é atribuído um papel significativo, uma vez que sem eles não seria possível o desenvolvimento da atividade. Tal como preceitua a noção de seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias, em que o conhecimento é tido como algo produzido por um coletivo de atores humanos e não humanos, em que todos desempenham um papel central, essas metáforas, no âmbito da Educação Matemática, segundo Borba (2001), sugerem *insights* sobre como se dá a produção do conhecimento.

> Do meu ponto de vista, creio que essa metáfora [seres-humanos-com-mídias] sintetiza uma visão de cognição e de história das técnicas que permite que seja analisada a participação de "novos atores" informáticos nesses coletivos pensantes de uma forma que não julgamos se há "melhoria" ou não, mas sim de uma forma que identifica transformações em práticas. [...] tal noção é adequada para mostrar como o pensamento se reorganiza com a presença das

> tecnologias da informação e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem lápis e papel e diversas facetas das tecnologias da informação (BORBA, 2001, p. 139).

Borba (2001) destaca que não existe uma escala de qualidade entre as mídias, classificando-as em melhor ou pior, mas sim, diferentes tipos de mídias que têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimentos. Os seres humanos, ao interagirem com elas, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que essas mídias oferecem. Portanto, a presença ou a ausência de uma mídia influencia o tipo de conhecimento produzido, e mais, o uso ou o surgimento de uma determinada mídia não invalida ou extingue outra.

Um exemplo é apresentado por Borba e Penteado (2001) e consiste na realização da seguinte tarefa: traçar um gráfico de uma função como $y = 2^x$. Eles argumentam que tal tarefa pode vir a ser um problema para um coletivo de seres-humanos-com-lápis-e-papel, mas não será se o coletivo que irá desenvolver a tarefa tiver, por exemplo, a participação de um *software* que permita o traçado de gráficos. Os autores afirmam que no trabalho dos Educadores Matemáticos deve residir a preocupação com a Matemática que é produzida nesses diferentes tipos de coletivos. Faço uma alteração/acréscimo a essa afirmação: no momento de planejarmos determinada tarefa, devemos observar se os objetivos que pretendemos alcançar estão em sintonia com o coletivo que irá desenvolvê-la.

Avançando na ampliação das ideias sobre a reorganização do pensamento e coletivo pensante, Borba e Penteado (2001) argumentam que:

> [...] os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. Assim, não faz sentido uma visão dicotômica. Mais ainda, entendemos que o conhecimento é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência. É por isso que adotamos a perspectiva teórica que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 46).

A defesa de Borba e Penteado (2001) reside na perspectiva de que a produção de conhecimento não é atributo de um agente único, mas do produto de

relações mútuas entre as estruturas do pensamento, as ferramentas do intelecto fornecido pela cultura e as mídias.

Essa linha de raciocínio deixa, de forma sutil, transparecer a influência da teoria de Vygotsky, que estende a noção de mediação e afirma que o processo de construir conhecimentos implica em uma ação partilhada, que se materializa nas interações entre o ser humano e o meio em que vive, sendo nessas ações mútuas que novas estruturas cognitivas surgem, a partir de demandas sociais, de necessidades de novos instrumentos de trabalho e de pensamento. Com este mesmo conceito, Tikhomirov (1981) propõe que a participação do computador na atividade humana faz o pensamento atingir um novo estágio.

Borba (2001) interpreta que Tikhomirov (1981) sugere uma integração entre técnica e ser humano. Em outras palavras, entre informática e pensamento, indo ao encontro da noção de “moldagem recíproca” proposta por Borba (1999, p. 288), na qual "computador é visto como algo que molda o ser humano e ao mesmo tempo é moldado por ele”. Desse modo, pode-se dizer que o computador é protagonista no processo de reorganização do pensamento humano.

Coerente também com a noção de moldagem recíproca está o pensamento de Lévy (1993), como exemplificam Villarreal e Borba (2010): oralidade, escrita e informática são formas qualitativamente diferentes de estender a memória, e cada uma à sua maneira contribuiu para moldar os seres humanos. Um exemplo é a forma como os estudantes utilizam um determinado *software*, que muitas vezes é diferente da maneira como a equipe que o desenvolveu havia pensado. Por outro lado, os autores chamam a atenção para o fato de que a equipe que desenvolve um *software* procura elaborar um *design* levando em consideração a forma como os estudantes o têm utilizado.

A noção de moldagem recíproca proposta por Borba (1999) tem também forte ligação com a teoria da atividade, de acordo com a qual o ser humano, apesar de fazer parte da natureza, pois é um ser natural, criado pela natureza e submetido às suas leis, mas que se diferencia dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente, segundo suas necessidades e, assim, estabelecer relações de trocas que provocam transformações recíprocas, em que os seres humanos constroem e transformam a si mesmo e a própria natureza, criando novas condições para sua existência. Isto é, sujeitos e objeto do conhecimento não são dissociáveis,

uma vez que se relacionam de modo recíproco, um dependente do outro, formando um polo único que se constitui pelo processo histórico-social.

Em Borba e Villarreal (2005) é apresentado, além dessas ideias, o modo como elas têm sido legitimadas pelas teorizações resultantes de estudos empíricos. Esses autores apresentam também a preocupação com a produção de conhecimento na EaD*online*. Na próxima seção apresento uma síntese de alguns trabalhos que foram realizados em contextos *online* e que se apoiaram no construto seres-humanos-com-mídias. É preciso reconhecer que se trata de um olhar endógeno sobre a produção do grupo de pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática - GPIMEM, mas de fundamental importância, principalmente, para ilustrar algumas ideias que podem fortalecer uma reaproximação da teoria da atividade com esse construto, a qual é discutida ao final deste capítulo.

3.4.1 Seres-humanos-com-EaDonline

Borba, Malheiros e Amaral (2011) discutem como é possível estender para o contexto da EaD*online* a noção de que seres humanos são fundamentalmente necessários para a produção de conhecimento na mesma medida em que as mídias também o são. Segundo esses autores, as primeiras pesquisas estavam muito arraigadas aos estudos desenvolvidos em salas de aulas presenciais, e buscavam, particularmente, indícios de como a Matemática era produzida em ambientes virtuais de aprendizagem.

Uma exceção foi a pesquisa de Gracias (2003), que tinha como preocupação compreender a reorganização do pensamento em um curso totalmente *online* para professores sobre Tendências em Educação Matemática. As análises realizadas pela autora caminham na mesma direção das ideias de Borba (2001), uma vez que sua conclusão é de que o pensamento é condicionado pelas tecnologias intelectuais. Ou seja, a produção de conhecimento está associada a um coletivo pensante formado por atores humanos e não humanos, e dessa forma as tecnologias digitais não podem, segundo a autora, ser encaradas como neutras ou transparentes, pois exercem um papel fundamental de referenciais intelectuais.

A partir do estudo de Gracias (2003) começa a ser desenvolvido o conceito de multiálogo, definido por Borba; Malheiros; Amaral (2011) como: a forma como o diálogo se estabelece em um *chat*, no qual várias pessoas "conversam" ao mesmo

tempo, em diferentes diálogos que são estabelecidos de acordo com o interesse dos participantes, instituindo uma dinâmica diferenciada de uma sala de aula presencial.

Os autores destacam que a natureza da discussão em um *chat* caracteriza o tipo de multiálogo. Como exemplo, cito as discusões dos *chats* relatados nos trabalhos de Gracias (2003) e Santos (2006). As discussões que permearam o primeiro estudo foram pautadas em algumas Tendências em Educação Matemática, necessitando apenas da linguagem materna como forma de expressão. Enquanto o segundo estudo, focado na produção Matemática, exigiu o uso da linguagem dos símbolos matemáticos, o que demandou uma transformação/adaptação nas formas de expressão do pensamento.

Avançando na formulação do conceito de multiálogo, Santos (2006) evidencia em sua análise, que as mídias utilizadas em um ambiente virtual de aprendizagem condicionaram a forma com que os participantes de sua pesquisa discutiram as conjecturas formuladas durante as construções geométricas propostas e transformaram a produção Matemática desenvolvida nesse ambiente.

> [...] o pensamento coletivo passa a sofrer fortes influências do ator Internet e é transformado pelas interfaces associadas a ela, como, por exemplo, o *chat.* E encarando o *chat* como um ponto de encontro, é possível notar que ao reunir pessoas com diferentes saberes, que se ajudam mutuamente, uma inteligência coletiva se consolida. Por esta razão, noções de espaço, hipertexto, conhecimento em rede, virtualidade, entre outros, são visivelmente evidenciados nos resultados dessa pesquisa por transformarem a forma como a produção matemática acontece (SANTOS, 2006, p. 125).

A formação de uma inteligência coletiva pode trazer indicativos da existência de um ser cognitivo, que transcende o ser biológico, que neste caso constituiu-se a partir do encontro de humanos com o *chat* e outros aspectos da EaD*online*. Outro aspecto interessante na análise de Santos (2006) é a presença de fatores sociais e culturais que condicionaram a produção Matemática. Mesmo não sendo abordados de forma explicita, é pertinente considerar que os diálogos entre "*pessoas de diferentes saberes*", pelo menos em sua maioria, são carregados de experiências vivenciadas em outros contextos. Esse fato é destacado também em Borba, Malheiros e Amaral (2011), que chamam a atenção para o fato de que as próprias tecnologias da inteligência - oralidade, escrita e informática - são produtos de marcas históricas, sociais e culturais, e que, portanto, é nesse sentido que seres-

humanos-com-EaD*online* deve ser visto como impregnado de aspectos sociais e culturais.

Outro estudo que aborda as ideias deste construto é o de Malheiros (2008), que tem a preocupação em compreender a importância dos atores informáticos na elaboração de projetos de modelagem no contexto da EaD*online*. De certa forma, esta pesquisa pode ser considerada em sintonia com as deferências tecidas por Gracias (2003), que faz menção a um papel que as tecnologias digitais ocupariam no processo cognitivo, contudo, não explicitou que papel é esse, nem a sua extensão, uma vez que extrapolaria o objetivo de seu trabalho.

Assim, Malheiros (2008) interpretou as conversas dos *chats*, fóruns e portfólios do ambiente Tidia-Ae construídos durante a edição do ano de 2006 do curso Tendências em Educação Matemática. Como um de seus resultados afirma que as Tecnologias de Informação e Comunicação tiveram um papel de protagonistas ao longo de todo o processo, e que a natureza da comunicação e interação com a internet é qualitativamente diferente do que geralmente acontece no presencial.

> Penso sim que as mídias condicionam a natureza do conhecimento, ou seja, quando muda uma mídia, ela também é modificada. E, sendo assim só o fato dos alunos-professores terem elaborado projetos de Modelagem por meio da Internet e não pelo telefone, por exemplo, caracteriza diferenças na comunicação e interação entre eles e essas diferenças, embora sutis no resultado final, mostram que dependendo do meio utilizado, estratégias são elaboradas para que os objetivos sejam alcançados. O projetar no ciberespaço ganhou contornos próprios, desde o minimizar e maximizar de janelas até a comunicação por palavras, de modo síncrono e assíncrono, por meio de diferentes mídias e táticas. (MALHEIROS, 2008, p. 121)

A autora enfatiza não apenas o papel das mídias enquanto condicionantes para o desenvolvimento de projetos no ciberespaço, como também destaca a moldagem recíproca ao enfatizar que ao mesmo tempo em que uma mídia muda, ela também é modificada. As considerações de Malheiros (2008) caminham em paralelo ao trabalho de Zulatto (2007), que investigou a natureza da aprendizagem no contexto da Educação a Distância *Online*. Os resultados relatados por esta autora indicam que a aprendizagem Matemática com *chat* e com videoconferência teve uma natureza coletiva, colaborativa e argumentativa, na medida em que a

produção Matemática foi condicionada pelo coletivo pensante de atores humanos e não-humanos.

> As mídias condicionaram esse processo [de aprendizagem matemática], pois a distância geográfica foi superada por meio do ciberespaço, e a interação em tempo real aproximou coletivos pensantes atuais em um coletivo pensante virtual. Dessa forma, se constituiu uma inteligência coletiva em que os participantes se sentiam reunidos, em um grupo de interesse comum, trocando ideias e experiências, ou seja, "estavam-juntos-virtualmente-com-mídias". E as possibilidades dos seres-humanos-com-escrita eram ampliadas quando as discussões ocorriam por videoconferência, o que culminou na opção desse recurso nas duas últimas edições do curso na quase totalidade dos encontros, constituindo um coletivo pensante de seres-humanos-com-oralidade-Geometricks. (ZULATTO, 2007, p. 152)

De acordo com Zulatto (2007), as mídias se mostram em um papel não periférico por condicionarem a produção de conhecimento, e dessa forma constituem um coletivo pensante virtual. O estar-junto-virtual-com-videoconferência, de acordo com a autora, não trouxe apenas novas possibilidades para a escrita, mas, sobretudo, moldou uma nova forma de oralidade, chamada por Borba, Malheiros e Amaral (2011) de oralidade virtual. Essa nova forma de expressão se caracteriza fundamentalmente por modificar algumas normas sociais aceitáveis, como por exemplo, as implicações das conversas paralelas, que diferentemente da sala de aula usual, na sala de aula com videoconferência não representam uma quebra de etiqueta.

Todos estes trabalhos desenvolvidos no contexto da EaD*online,* a exemplo de outros desenvolvidos dentro do grupo GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática Outras Mídias e Educação Matemática -, ainda que em contextos diferenciados, contribuíram para legitimar o pensamento sintetizado por Villarreal e Borba (2010):

> O conhecimento não é um empreendimento individual, mas coletivo por natureza; e a cognição inclui ferramentas, artefatos e mídias com os quais o conhecimento é produzido. As mídias são componentes do sujeito epistêmico, não são auxiliares nem suplementares, mas uma parte constitutiva essencial (VILLARREAL; BORBA, 2010, p. 51).

No meu entendimento, a citação acima expressa a principal ideia que fundamenta essa perspectiva teórica, porque destaca a natureza coletiva da produção de conhecimento; sugere a participação de mídias distintas no processo

de produção de diferentes conhecimentos; atribui a elas (mídias) o papel de protagonistas. Além disso, coloca em destaque a ideia de que as mídias fazem parte de um sujeito que não corresponde a ninguém em particular, mas que abarca, ao mesmo tempo, as potencialidades de humanos e mídias formando um todo que em conjunto produz conhecimento.

3.5 Teoria da Atividade e Seres-humanos-com-mídias

Ao longo deste capítulo procurei mostrar que os fundamentos do construto teórico seres-humanos-com-mídias e os princípios da teoria da atividade podem atender aos propósitos desta tese. A meu ver, a ligação mais forte entre ambos são os movimentos que indicam a ocorrência de trocas mútuas, relações recíprocas entre humanos e não humanos.

Nesta seção, especificamente, meu objetivo é reaproximar esses fundamentos teóricos a fim de mostrar que eles se harmonizam, se potencializam, apesar de relacionarem-se dialeticamente. Afinal, Heráclito[16] já afirmava que é da dialética que nasce a concórdia, a harmonia, quando escreveu que: "o contrário em tensão é convergente, da divergência dos contrários a mais bela harmonia" (FRAGMENTO 8 DE HERÁCLITO apud BETTONI, 2001).

O pensamento vygotskyano e os estudos de Tikhomirov (1981) são as chaves que explicam o sentido de se pensar em uma reaproximação. Conforme apontado anteriormente, Vygotsky é considerado o principal representante da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética da qual se origina a T.A., Tikhomirov (1981) se baseia na ideia de mediação oriunda dessa teoria para elaborar a noção de reorganização do pensamento e sugerir a constituição de um sistema ser-humano-computador.

No âmbito da Educação Matemática, Borba (1999) se apoia nas ideias de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993), e propõe o construto seres-humanos-com-mídias (S-H-C-M), que tem como um conceito central a noção de moldagem recíproca. Portanto, é razoável pensar que, de certa forma, temos uma relação transitiva, pois Tikhomirov (1981) se apoia na T.A., e a noção de S-H-C-M se baseia em Tikhomirov (1981). Logo, teoria da atividade e seres-humanos-com-mídias se harmonizam. No entanto, essa relação não é tão simples e direta assim, uma vez

[16] Filósofo pré-socrático considerado o pai da dialética (BETTONI, 2001).

que a noção de seres-humanos-com-mídias teve outras influências e, além disso, a própria teoria da atividade tem diferentes abordagens.

Sendo assim, uma forma de reaproximar e fortalecer esses laços é realizar o exercício de analisar o construto S-H-C-M como um sistema de atividade e, ao mesmo tempo, relacionar o seu desenvolvimento com o processo evolutivo da T.A. ao longo da história. Essa análise teórica foi iniciada por Souto e Araújo (2013).

De acordo com a teoria da atividade, o ser humano ao longo da história inventou ferramentas e desenvolveu formas de adaptação para garantir sua sobrevivência. Este processo de criação e interação com o ambiente é dialético, pois, faz com que, ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o ambiente, seja também transformado por ele. Essa ideia, sob a ótica do construto teórico seres-humanos-com-mídias se assemelha ao que Borba (1993, 1999) chama de "moldagem recíproca". A diferença reside na ênfase que o autor atribui à interação com uma mídia como a informática, por exemplo, em que os seres humanos recebem *feedbacks* que condicionam (sem determinar), moldam suas ações ao mesmo tempo em que tais ações condicionam e moldam as possibilidades que a mídia oferece.

A noção de moldagem recíproca é semelhante à tese vygotskyana de mediação, base da teoria da atividade, quando trata do desenvolvimento de ferramentas pelo ser humano, ao longo da história, para adaptar-se ao ambiente, e desse modo, garantir sua sobrevivência (SOUTO; ARAÚJO, 2013). Em síntese, tanto na teoria da atividade como nas ideias que circundam o construto seres-humanos-com-mídias, os movimentos convergem para uma forma de reorganização que engloba os meios culturais, sociais, materiais e psicológicos, sendo que, neste último, inclui-se a reorganização do pensamento.

É possível perceber que há uma aproximação entre a noção de moldagem recíproca (S-H-C-M) e a teoria da atividade, na medida em que são consideradas as transformações recíprocas entre os polos sujeitos-objeto. Mas, ao mesmo tempo, verifica-se que há algo distinto, quando essa noção coloca em evidência esse mesmo processo também nos polos sujeitos-artefatos. Desse modo, a moldagem recíproca sugere que as mídias desempenham um duplo papel. Em Souto e Araújo

(2013) ilustramos[17] com representações triangulares (fig. 7 e 8), assim como as utilizadas pela teoria da atividade, uma forma de se compreender o construto seres-humanos-com-mídias como um sistema de atividade, e, desse modo, verificamos a necessidade de se analisar o duplo papel das mídias sugerido por esse construto.

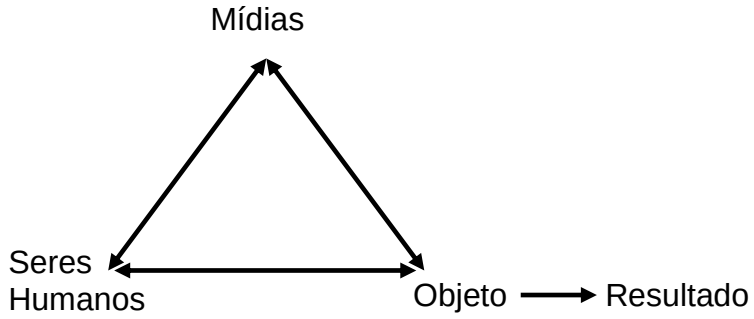


Figura 7: Mídias como artefatos no sistema S-H-C-M
(SOUTO; ARAÚJO, 2013)

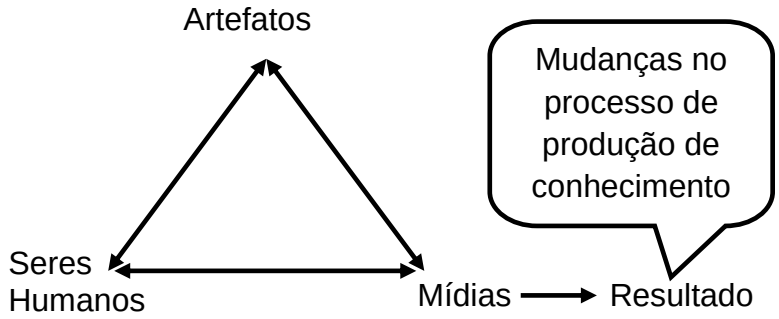


Figura 8: Mídias como objeto no sistema S-H-C-M -
(SOUTO; ARAÚJO, 2013)

Na figura 7, as mídias são artefatos que medeiam a atuação dos seres humanos em suas atividades, tal como é preconizado pela teoria da atividade. Já na figura 8, as próprias mídias, de acordo como a noção de moldagem recíproca, são transformadas e transformam os seres humanos, desempenhando, portanto, o papel de objeto, tendo, desse modo, como resultado da transformação do objeto, mudanças nos processos de produção de conhecimento.

Em outras palavras, as mídias são artefatos que, no desenvolvimento da atividade, se transformam em objeto, que por sua vez, gera como resultado, mudanças nos processos de produção de conhecimento, sem deixar de ser

[17] Sempre que me referir à Souto e Araújo (2013) utilizarei a primeira pessoa do plural porque tratar-se da produção intelectual que eu e a Profª Drª Jussara de Loyola Araújo desenvolvemos em parceria.

artefatos. Em vista disso, surge a necessidade de se analisar esse duplo papel das mídias.

As duas representações iniciais (fig. 7 e 8) são semelhantes, mas é preciso deixar claro que não devem ser consideradas congruentes àquela representação inicial (fig. 3), organizada originalmente a partir das de Vygotsky, e que se manteve nos estudos de Leontiev. Isso porque, há duplicidade do papel que a mídia ocupa nesse novo sistema. Além disso, há outra diferença que precisa ser destacada, qual seja: na teoria da atividade, inicialmente, no polo sujeito era marcado pela ênfase no indivíduo, diferente do que ocorre aqui, em que os seres humanos (coletivo) protagonizam esse polo desde sua primeira representação. Esse tipo de constatação indica uma primeira inclinação em direção ao pensamento de Engeström (1987) que, como dito anteriormente, elaborou um modelo que ampliou a unidade de análise para um plano coletivo, ou seja, há uma possibilidade para o avanço da reaproximação que se busca nessa seção.

Com um olhar mais refinado sobre os resultados dos trabalhos que utilizam a noção de seres-humanos-com-mídias no contexto da Educação a Distância *Online* apresentados na seção anterior, é possível verificar uma possibilidade de expansão da unidade de análise desse sistema. Esse movimento se assemelha ao que Engeström (1987) propõem em relação às ideias de Leontiev (1978).

Como discutido anteriormente, os estudos de Gracias (2003) e Santos (2006) desenvolvem o conceito de multiálogo, o qual indica que há mudanças nas regras que são usuais em uma sala de aula presencial, como respeitar a vez do outro falar, prestar atenção em um único discurso, e expressar o pensamento por meio da oralidade, são transformadas no contexto *online*. Essa constatação, segundo Souto e Araújo (2013), é uma possibilidade de ampliação do foco que, até então, se mantinha nas transformações entre humanos e mídias, ou seja, na tríade sujeito-artefato-objeto.

O conceito de multiálogo sugere que as regras são elementos importantes no sistema, que devido ao seu contexto, passo a chamar de sistema de atividade seres-humanos-com-EaD*online (*S-H-C-Ea*Donline)*. De acordo com Engeström e Sannino (2010), as regras medeiam a relação entre sujeitos e comunidade. Desse modo, observar que as regras desempenham um papel nesse novo sistema, implica em considerar o papel da comunidade, uma vez que elas são fruto de aspectos sociais e culturais que são historicamente construídos pela própria comunidade.

Por outro lado, é preciso atentar-se que é na relação da comunidade com o objeto da atividade que se estabelecem diferentes formas de organização do trabalho (SOUTO; ARAÚJO, 2013). Desse modo, guardadas as devidas proporções se alcança uma proximidade entre o desenvolvimento do construto seres-humanos-com-mídias, analisado como um sistema de atividade e o desenvolvimento da própria teoria da atividade, como é possível observar nas figuras 9 e 10.

A respeito dessa nova representação, é importante frisar que a exemplo do que foi apontado anteriormente em relação ao duplo papel das mídias (fig. 7 e 8), e aqui (fig. 9 e 10), em que são referendados os trabalhos relativos à EaD*online*, o mesmo também ocorre, ou seja, a EaD*online* deve ser considerada um artefato que de acordo com a noção de moldagem recíproca, se transforma ao longo do desenvolvimento da atividade e passa a desempenhar o papel de objeto.

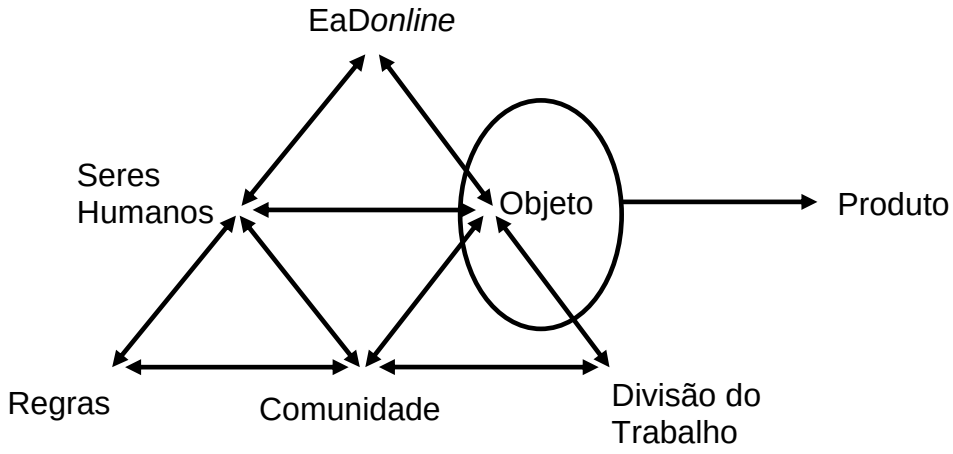


Figura 9: EaD*online* como artefato no sistema S-H-C-EaD*online* - (SOUTO; ARAÚJO, 2013)

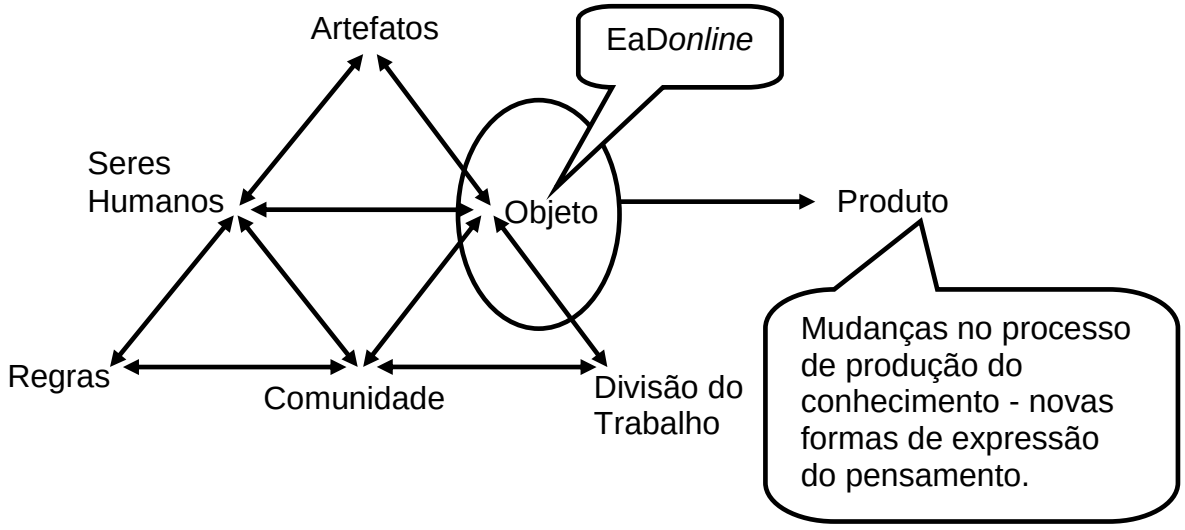


Figura 10: EaD*online* como objeto no sistema S-H-C-EaD*online* - (SOUTO; ARAÚJO, 2013)

Nas figuras 9 e 10, o sistema seres-humanos-com-EaD*online* pode ser considerado uma expansão do sistema S-H-C-M (fig. 7 e 8), em que são incluídos, a partir do olhar sobre os resultados de trabalho já desenvolvidos, outros elementos, a saber: regras, comunidade e organização do trabalho. Nessa nova representação, que é análoga àquela proposta por Engeström (1987) (fig. 5), a necessidade de se analisar a produção de conhecimento se mantém, as mídias passam a ser representadas pela EaD*online*, e da mesma forma que no sistema S-H-C-M, se transforma em objeto ao longo do desenvolvimento da atividade.

Entretanto, não é apenas isso que deve ser observado. De acordo com Engeström (1987), qualquer sistema de atividade se desenvolve por meio de mediações dialéticas e deve ser visto como uma unidade. Assim, no sistema seres-humanos-com-EaD*online*, as regras das quais o multiálogo é parte, também colaboraram para a transformação do objeto em produto (SOUTO; ARAÚJO, 2013). Esse último resulta em mudanças no processo de produção do conhecimento que estão estreitamente ligadas às novas formas de expressão do pensamento.

Quanto à inclusão dos outros dois elementos - comunidade e organização do trabalho - que como visto anteriormente, estão intimamente ligados às regras, ainda precisam ser mais bem observados, com um olhar um pouco mais refinado, e tendo como lente a própria teoria da atividade. A análise dos dados dessa tese pode ser uma boa oportunidade para esse tipo observação.

Por outro lado, alguns aspectos desses novos elementos, embora não tenham sido tratados nesses termos, já se mostram presentes em alguns trabalhos. A comunidade, por exemplo, aparece de forma implícita na análise de Santos (2006), quando destaca fatores sociais e culturais como condicionantes para a produção Matemática. Em outras palavras, a autora afirma que as experiências vivenciadas pelos participantes de sua pesquisa, em outros contextos, implicam em transformações no processo de produção do conhecimento matemático.

Aspectos sociais e culturais também são destacados por Borba, Malheiros e Zulatto (2011) mostrando, assim, a presença da comunidade. Esses autores destacam que as próprias tecnologias da inteligência (LÉVY, 1993) - oralidade, escrita e informática - são produtos de marcas sociais e culturais. Essas considerações reforçam a ideia de que a unidade seres-humanos-com-EaD*online* é impregnada de aspectos sociais e culturais e, portanto, deve considerar o papel da comunidade como algo não disjunto do processo de produção do conhecimento.

Quanto à organização do trabalho, um exemplo pode ser tomado na pesquisa de Zulatto (2007), que investigou a natureza da aprendizagem matemática em um contexto *online.* A autora explica que, nesse contexto específico, a produção Matemática com *chat* e videoconferência teve natureza coletiva, colaborativa e argumentativa. Souto e Araújo (2013, p. 85) explicam que "falar em natureza coletiva ou argumentativa nos remete à organização do trabalho nesses dois formatos".

Além desses trabalhos desenvolvidos no contexto *online*, os apontamentos de Villarreal e Borba (2010) sugerem, de forma sutil, mas não intencional, que buscar reaproximações entre o construto seres-humanos-com-mídias e a teoria da atividade é propício.

Esses autores enfatizam que o ato de pensar não é só a capacidade de resolver um dado problema, mas envolve o caminho percorrido para resolvê-lo, a capacidade de optar por determinada mídia, os valores envolvidos na resolução, assim como a própria escolha do problema a se resolver. Eles reconhecem que cabe ao sujeito do conhecimento optar pelo problema que deseja solucionar. Em minha opinião, os autores deixam implícitas questões como: necessidade de escolha, motivos, intencionalidade que são termos que também levam a conceitos da teoria da atividade. Mas estes temas, até então, não foram aprofundados no âmbito do construto seres-humanos-com-mídias. Uma forma de discutir os motivos e intenções envolvidos no processo de produção de conhecimento pode ser lançar mão dos princípios da teoria da atividade, que veem a necessidade como condição de existência de toda atividade, e está ligada a um motivo.

Nesse sentido é necessário, a meu ver, atentar-se, também, à macroestrutura da atividade proposta por Engeström (1987), que se baseia nos níveis hierárquicos de Leontiev (1978). Nela, a atividade está ligada aos motivos, a ação aos objetivos e a operação às condições. Com base nesses fundamentos teóricos é possível pensar que no momento de se realizar uma ação que tem um objetivo a ser alcançado, a presença ou ausência de uma determinada mídia trará implicações ao processo de análise da situação e, portanto, nas decisões sobre o caminho mais adequado a ser trilhado.

Além disso, à luz do construto seres-humanos-com-mídias, as possibilidades e restrições (condições) que uma determinada mídia oferece, resulta em um processo de produção de conhecimento distinto de outro realizado com uma mídia diferente.

Chego, portanto, à conclusão de que o processo de produção do conhecimento do ponto de vista do construto teórico seres-humanos-com-mídias pode ser visto imbricado ao processo de constituição e desenvolvimento da atividade do ponto de vista da vertente atual da teoria da atividade.

Essa conclusão é fortalecida quando se verifica que as ideias discutidas em Borba (2000) convergem para a reinterpretação que Engeström (1999c) faz sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal. Borba (Ibidem) critica a existência de uma estrutura vertical em que o conhecimento fluiria do mais titulado para o menos titulado. Para ele há uma independência linear que faz com que pais aprendam com filhos, professores com alunos e vice-versa. Com isso, acontece uma "democratização - no sentido de que informações não são 'passadas' apenas de coordenadores para coordenados, de docentes para alunos ou de doutorandos para graduandos" (BORBA, 2000, p. 51) - que é potencializada pela complexidade das demandas da própria tecnologia. Isso porque, segundo esse autor, há a exigência da formação de coletivos de atores humanos e não humanos que consigam se organizar de uma forma não rigidamente hierárquica e, desse modo, sejam capazes de cumprir essas demandas.

Com essas considerações, finalizo esta discussão que busca reaproximar T.A. e S-H-C-M, tendo, porém, a consciência de que os conceitos e possibilidades discutidos aqui poderão ser retomados ao longo das discussões e análises desta tese.

Ao buscar nos fundamentos da teoria da atividade elementos para fortalecer sua ligação com o construto seres-humanos-com-mídias, acredito que alcancei, ou cheguei bem próximo de alcançar o objetivo desta seção: mostrar que ambos se harmonizam e se potencializam. Procurei mostrar que esse construto pode ser entendido como uma tríade - humanos-mídias-objeto - (com suas especificidades) e que, a exemplo do que ocorreu com a própria teoria da atividade, também pode ser visto de forma expandida. Os resultados de pesquisas realizadas no contexto *online*, mesmo que não nos termos da teoria da atividade, deram suporte para a possibilidade de inclusão de regras, comunidade e organização do trabalho na composição inicial.

Entretanto, nesse exercício de análise, tal como indicado em Souto e Araújo (2013) também me deparei com uma tensão (contradição interna), que pode ser uma fonte de potência para uma inovação teórica para o construto seres-humanos-

com-mídias, assim como também para a própria teoria da atividade, daí a relação dialética apontada no início desse diálogo. Essa tensão está relacionada ao papel das mídias no construto analisado como um sistema de atividade. Como discutido ao longo dessa seção, elas podem desempenhar o papel de artefatos quando estão mediando a atividade dos sujeitos na produção do conhecimento. No entanto, elas próprias também podem se transformar dialeticamente ao longo da atividade dos sujeitos, e nesse caso estariam desempenhando o papel de objeto.

Há ainda, a possibilidade de elas desempenharem o papel de objeto sem deixarem de ser artefatos, ou seja: mídias como artefatos que se transformam? Desse modo a contradição interna pode ser resumida na seguinte questão: qual é o papel das mídias no construto teórico S-H-C-M? Essa contradição é, a meu ver, uma forma de mostrar como esses fundamentos teóricos se potencializam. Além disso, as considerações discutidas aqui trouxeram outra perspectiva para esta tese, que até então não havia sido pensada: com base nos dados, refletir e elaborar essa tensão, e a partir dos resultados encontrados, propor uma nova camada ao construto teórico seres-humanos-com-mídias.

Por fim, não posso deixar de considerar que esta tese está situada no âmbito da Educação Matemática, e que meu interesse aqui é compreender as implicações, mudanças, e, sobretudo, as transformações que ocorrem na produção Matemática quando uma mídia está envolvida, em particular, quando o contexto é um ambiente virtual de aprendizagem. Essas especificidades, aliadas aos fundamentos teóricos, fazem outras questões emergirem: como (re)interpretar o conceito de transformação expansiva para a análise de sistemas de atividade que envolvem produção Matemática e que são constituídos por coletivos de seres humanos e mídias em ambientes *online*? Quais os movimentos que indicam desenvolvimento nesse tipo de sistema e um ambiente virtual de aprendizagem? Quais as contradições internas que potencializam as transformações desse tipo de organização sistêmica nesse contexto específico? Todos estes questionamentos estão sintetizados na pergunta diretriz dessa pesquisa: "**Como ocorrem as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*?"**

Apresentados os fundamentos teóricos que permeiam esse estudo e as interrogações que estruturam a pergunta diretriz, esclareço que analisar as transformações que ocorrem durante o processo de produção de conhecimento

matemático em um contexto *online* é, nesta conjuntura, pensar na compreensão dos movimentos (ações), motivos, objetivos, metas, contradições presentes no processo. Essa análise é propiciada a partir de uma estrutura organizada de forma sistêmica, segundo os princípios atuais da teoria da atividade, com traços do construto seres-humanos-com-mídias, a partir de uma abordagem qualitativa. Esses e outros aspectos relativos à metodologia da pesquisa são abordados no próximo capítulo.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa científica exige criatividade, disciplina, organização e modéstia, baseando-se no confronto permanente entre o possível e o impossível, entre o conhecimento e a ignorância. Nenhuma pesquisa é totalmente controlável, com início, meio e fim previsíveis. A pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas (GOLDENBERG, 2007, p.13).

4.1 A opção metodológica

Autores como Lincoln e Guba (1985) e Araújo e Borba (2012) realçam a necessidade de que haja uma coerência entre a opção metodológica, os procedimentos e a visão de conhecimento do pesquisador. Assim, a presente investigação, que tem como foco as transformações expansivas em um curso de formação continuada de professores de Matemática, realizado a distância *online*, está impregnada da minha própria concepção de conhecimento.

Essa concepção vai ao encontro das ideias do construto teórico seres-humanos-com-mídias, as quais sustentam a visão epistemológica de que a produção do conhecimento se dá na interação entre humanos e não humanos, cada um influindo sobre o outro, formando um todo que pensa em conjunto.

> As tecnologias são produtos humanos, e são impregnadas de humanidade, e reciprocamente o ser humano é impregnado de tecnologia. Neste sentido, o conhecimento produzido é condicionado pelas tecnologias (BORBA, 2004, p.305).

Assumo, portanto, a concepção de que o processo de produção de conhecimento é permeado por interações coletivas, em que as mídias são parte constitutiva, na medida em que contribuem para a reorganização do pensamento. Desse modo, as tecnologias devem ser vistas entrelaçadas com seres humanos e produção de conhecimento.

Minha convicção de que o conhecimento não é descoberto, nem transmitido, e sim produzido nas inter-relações entre os seres humanos e o ambiente, despertou-me uma inquietação sobre como se dá a produção do conhecimento Matemático na Educação a Distância *Online*, mediado pelas possibilidades tecnológicas atuais.

Este foi o ponto de partida para esta pesquisa, que foi sendo lapidada à medida que se desenvolveu.

> Em investigação qualitativa, uma das estratégias utilizadas baseia-se no pressuposto de que muito pouco se sabe acerca das pessoas e ambientes que irão constituir o objeto de estudo. Os investigadores esforçam-se para eliminar os seus preconceitos. *Seria ambicioso, de sua parte, preestabelecer, rigorosamente, o método para executar o trabalho. Os planos evoluem à medida que se familiarizam com o ambiente, pessoas e outras fontes de dados, os quais são adquiridos através da observação directa* (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 83, grifos nosso).

Como afirmam Bogdan e Biklen (1994), o planejamento de uma pesquisa evolui na medida em que vai se desenvolvendo, e sendo a pergunta norteadora do trabalho parte constitutiva desse planejamento também sofre alterações, como ocorreu neste trabalho.

Ao iniciar essa investigação a pergunta diretriz estava assim definida: “Como os diversos atores vivenciam a atividade em um curso de Geometria desenvolvido em um ambiente virtual de aprendizagem?” Esta interrogação foi reelaborada, pois o termo “vivenciam” poderia ser interpretado como algo individual, particular de cada participante do curso. Embora acredite que a experiência individual esteja ubíqua no processo de produção do conhecimento, o meu interesse aqui está voltado ao pensamento coletivo.

A ambiguidade de tal pergunta diretriz conduziu-me a caminhar em busca de uma interrogação que viesse ao encontro de minhas reais preocupações. De acordo com Araújo e Borba (2012, p. 29, grifo dos autores), “o processo de construção da pergunta diretriz é, na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos, até que, após certo período de amadurecimento, surge a *pergunta*”.

Foi assim, em meio a um “vasculhar” sistemático sobre a área de Educação Matemática, especificamente no campo de investigação em Educação a Distância *Online*, que o processo de amadurecimento da pergunta diretriz foi se desenvolvendo. O encontro com os princípios atuais da teoria da atividade, e também o processo de produção e análise dos dados, foram a chave para esta evolução, que culminou na elaboração da seguinte questão: **“Como ocorrem as**

transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*?"

Minhas inquietações conduziram o estudo a trilhar um caminho que priorizou a compreensão das transformações expansivas. Para tanto, estruturei a análise dos dados com base na própria Teoria da atividade. Procurei verificar os movimentos, objetivos, intencionalidades e necessidades latentes no processo expansivo. Busquei identificar as possibilidades e restrições que as diferentes mídias impunham ao trabalho. Primei pela identificação de possíveis regras que pudessem se revelar como impedimentos ou que tivessem potencial para padronizar ações e organizar o trabalho. Tracei os caminhos percorridos pelos diversos atores e apontei as alternativas utilizadas na busca de possíveis soluções ou de entendimentos para a solução de problemas de cunho matemático.

Entretanto, como bem coloca Goldenberg (2007) na epígrafe desse capítulo, quando se pensa em realizar uma pesquisa científica, é também de fundamental importância ter-se a clareza de que não existe um único caminho a ser seguido, principalmente quando se trata de uma pesquisa de cunho qualitativo como esta. Essa autora complementa que nesse tipo de pesquisa a preocupação deve ser com o aprofundamento da compreensão do grupo social e não com a representatividade numérica. Neste sentido, considero apropriado para este estudo a opção pela abordagem qualitativa, pois o objetivo é compreender os movimentos que desencadearam as transformações expansivas em um curso de Educação a Distância *Online* para professores de Matemática, que teve como propósito estudar tópicos de Geometria Analítica - Hipérbole, Elipse e Parábola - com *software* de Matemática dinâmica e discutir Tendências em Educação Matemática.

Esta pesquisa configura-se, portanto, em um estudo qualitativo que busca compreender as transformações expansivas, nas justificativas, nas concepções, nas atitudes (ações), na expressão de sentimentos, nos interesses, nas decisões, nas interações, nas formas de comunicação, enfim, nas inter-relações entre os diferentes atores que compõem o coletivo desta investigação.

4.2 O contexto - o curso "Tendências em Educação Matemática"

O curso de extensão universitária a distância *online* "Tendências em Educação Matemática", como contexto de pesquisa e de prática para a formação continuada de professores, começa a ser delineado a partir de 1997, quando o Professor Marcelo Borba e alguns membros do GPIMEM, baseados em experiências anteriores com usos de *software* em ambientes presencias, discutem as primeiras ideias para essa proposta.

Nessa época, no grupo, já havia a preocupação de se explorar as diferentes possibilidades que a internet proporciona ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Nesses estudos o cuidado de não se "domesticar" o uso dessa tecnologia era constante. A percepção de que EaD*online* redesenha a ecologia da sala de aula dentro de um ambiente de aprendizagem diferenciado, agora virtual, era, e ainda é, um ponto de fundamental importância para que essa domesticação não se concretizasse.

Localizado no ciberespaço, esse ambiente disponível na internet configura-se como uma sala de aula, cujo perfil engendra-se pela coautoria de diversos atores na produção de conhecimento. Nesse tipo de ambiente existe espaço para interação, diálogo e colaboração, que são componentes do processo de produção de conhecimento juntamente com as conexões entre imagens, sons, textos, palavras, lógicas, sensações e afetividades. Essas são algumas das questões que sempre estiveram presentes nas discussões dentro do GPIMEM, inclusive no início da formulação da proposta do curso Tendências[18].

De acordo com Borba e Penteado (2001), naquele momento o objetivo do grupo era desenvolver um modelo que tivesse um custo satisfatório, fosse compatível com os recursos técnicos disponíveis na época e que atendesse às preocupações pedagógicas, principalmente em relação à dialogicidade. Então, depois de muito estudo, no início de 1999, a primeira versão desse curso é testada. Nos anos seguintes, alterações, ajustes e adaptações foram necessários para atender aos propósitos do grupo.

Contudo, foi em 2000 o ano em que é institucionalmente ofertada a primeira edição desse curso, que se desenvolveram as primeiras pesquisas dentro do

[18] A expressão "Curso Tendências" se refere ao próprio contexto dessa pesquisa: o curso Tendências em Educação Matemática.

GPIMEM na modalidade a distância. Uma delas, coordenada pelo Prof. Marcelo Borba, tinha como foco os aspectos institucionais do curso. A outra, que investigou a natureza da reorganização do pensamento quando atores digitais são incorporados ao processo de produção do conhecimento, tratava-se do trabalho de Gracias (2003). Essa primeira experiência, em que tudo era novidade, teve como recursos o *chat*, correio eletrônico, lista de discussão eletrônica e uma *home-page* que foi criada[19] exclusivamente para o curso.

Das primeiras formulações até hoje se passaram 13 anos. Neste período, outras pesquisas no contexto desse curso foram realizadas em suas diferentes edições, cada uma com suas especificidades, seja em relação às ferramentas virtuais que foram se modificando, aos objetivos ou aos conteúdos abordados. Em relação aos conteúdos, além das diferentes Tendências em Educação Matemática, já foram discutidos tópicos de Geometria Euclidiana Espacial (SANTOS, 2006) e também já foi realizada a elaboração de projetos de Modelagem em (MALHEIROS, 2008). Entretanto, como dito anteriormente, durante esse tempo houve mudanças relativas às ferramentas da internet, que passaram de um modelo "artesanal" (DOMINGUES; HEITMANN; SOBRINHO, 2013) para os ambientes virtuais de aprendizagem Teleduc, e mais tarde o Tidia-Ae. Esse último foi utilizado nas duas edições em que foram produzidos os dados desta pesquisa.

Esses aspectos, que mostram movimento, flexibilidade e dinamicidade nas diferentes edições desse curso, me permitem dizer que ele se reorganiza a cada ano. Conforme novas pesquisas são pensadas, suas particularidades suscitam novas reflexões e permitem repensar na dinâmica, nos conteúdos, no próprio ambiente virtual.

Por outro lado, há uma preocupação que permanece e que está relacionada ao trabalho colaborativo, ao diálogo, ao grau de interação propiciado aos participantes, enfim, às possibilidades pedagógicas de ambientes *online*. A literatura que trata dessas possibilidades apresenta uma diversidade de termos, como: modelos, abordagens, concepções, perspectivas, que são utilizados para caracterizar práticas pedagógicas em ambientes virtuais de aprendizagem (VALENTE, 1999, 2002, 2003, 2009; MISKULIN, AMORIN; SILVA, 2005; MAIA,

[19] O responsável pela criação da *home-page*, bem como, pelo acompanhamento e assessoramento aos demais recursos utilizados, foi o técnico Geraldo Lima Sobrinho, que até hoje dá suporte a esse curso.

MEIRELES, 2007; MALHEIROS 2008; BORBA, MALHEIROS e AMARAL, 2011; BICUDO, 2009; MATTAR, 2009). Esses termos se fundamentam, em sua maioria, na forma e na intensidade com que as interações ocorrem.

A EaD*online* possui característica e sentido próprios (ARAÚJO; CORDEIRO; CASTILLO, 2003), e, portanto, pode impulsionar a prática de possibilidades pedagógicas diferenciadas. Um exemplo é o "*estar junto virtual",* defendido por Valente (2003) e o modelo proposto por Peters (2002) apresentado em Borba, Malheiros e Amaral (2011) como *"muitos-para-muitos",* que no âmbito da Educação Matemática figuram como abordagens usuais devido ao grau elevado de interações que ocorrem entre professor-aluno e aluno-aluno. Este tipo de abordagem pode ser favorável ao aluno para que elabore suas próprias conjecturas, teste-as, busque nas interações caminhos alternativos, enfim, poder alterar, ampliar e modelar o "fazer" Matemática.

Sobre esse tipo de abordagem, Bicudo (2009) afirma que pode contribuir para desenvolver as potencialidades dos sujeitos que nela se comunicam e que estavam ocultas por falta de estímulos. Embora não utilize qualquer tipo de classificação ou denominação, Ponte (2000) argumenta que interações entre professor/alunos ou alunos/alunos, que estejam vinculadas a um ambiente computacional, constituem ambientes de aprendizagem que podem potencializar as atitudes e concepções dos alunos.

Diante dessas considerações, acredito que a abordagem do "*estar junto virtual*" está bem próxima das dimensões epistemológica e metodológica desta pesquisa. Contudo, é preciso levar-se em consideração que as relações que se estabelecem entre os diversos atores devem ultrapassar os limites de trocas entre atores humanos, abarcando nesse conjunto que protagoniza atualmente a produção de conhecimento a própria internet, *software*, entre outras tecnologias.

Assim, minha concepção é de que o papel das relações de troca deve ser abrangente, privilegiando-se o diálogo e a colaboração que se concretizam na forma de ações compartilhadas com professor-alunos-internet-..., em que as reticências reportam-se a outras tecnologias que eventualmente sejam vinculadas a este coletivo.

Apresentar em linhas gerais o curso Tendências em Educação Matemática e, ao mesmo tempo, elucidando os limites do espaço pedagógico que a pesquisa em pauta ocupa, é para mim, de fundamental importância. Isso porque acredito que em

estudos desenvolvidos em contextos de formação continuada de professores, como esse, as dimensões epistemológicas, metodológicas e pedagógicas devem estar em sintonia. Outra reflexão que considero pertinente está relacionada aos ambientes virtuais como naturais para pesquisa qualitativa como essa.

4.2.1 Sobre o ambiente natural da pesquisa

Lincoln e Guba (1985) pontuam que realizar uma pesquisa em um ambiente natural sugere que a realidade como um todo não pode ser entendida a partir de fragmentos isolados de seus contextos. Além disso, o próprio ato de observar do pesquisador influencia o que é visto. Dessa forma, a interação do pesquisador com sua pesquisa deverá ser realizada de forma ampla.

Neste sentido, ao apresentar o curso Tendências, palco desta investigação, é apropriado refletir sobre um tema que já vem sendo discutido há algum tempo. Poderia um ambiente virtual de aprendizagem ser considerado um ambiente natural, de acordo com Lincoln e Guba? Uma resposta a essa pergunta é dada por Borba, Malheiros e Amaral (2011), ao afirmarem que:

> O ambiente virtual pode ser considerado natural, no sentido que Lincoln e Guba (1985) o descreveram, ou seja, em contraste com o ambiente criado exclusivamente para a pesquisa. A internet já impregna nossa vida como os parques, as escolas ou outros ambientes "*naturais*" onde uma pesquisa que tenta ligar suas compreensões às experiências das pessoas se realiza. A rede já é natural, ela já modificou o humano, os coletivos seres-humanos-com-internet já protagonizam cenários educacionais... (BORBA, MALHEIROS e AMARAL, 2011, p.130, grifo dos autores).

A sala de aula virtual pode, portanto, ser considerada um ambiente natural que integra este momento educativo. Kenski (2007) completa destacando que, exposta na tela do computador, a escola virtual se apresenta pela sua imagem, e que o ambiente virtual de aprendizagem é um local de difusão de saberes, que se constrói com base no estímulo à realização de tarefas colaborativas.

Essa mesma autora afirma que o atual momento tecnológico propicia a ampliação das possibilidades de comunicação e de informação, altera nossa forma de viver e aprender na atualidade e, além disso, gera um processo de mudança

constante, que atinge todas as instituições e espaços sociais, inclusive as tradicionais formas de pensar e fazer educação.

Essa afirmação remete a outra necessidade, qual seja, repensar as formas de planejar e fazer pesquisa em todas as áreas do conhecimento, inclusive em Educação Matemática, mas essa discussão é um passo além do escopo desta tese.

Retomando a reflexão sobre ambientes virtuais, podemos dizer então, que o curso Tendências em Educação Matemática é o ambiente natural dessa investigação, que foi sendo moldada pelos preceitos da pesquisa qualitativa, combinados à velocidade e dinamismo das atuais tecnologias digitais de comunicação e informação que impulsionam processos de mudanças.

Outro ponto abordado por Lincoln e Guba (1985) diz respeito aos procedimentos e instrumentos de produção[20], análise e interpretação dos dados de uma pesquisa. Eles já afirmavam que tais instrumentos são construídos à medida que o estudo avança em seu desenvolvimento, não sendo possível a determinação de passos rígidos *a priori*, o que eles denominam de *design*[21] emergente.

Guiada principalmente por este tipo de pensamento, em 2010 realizei um estudo preliminar na sétima edição do curso de extensão “Tendências em Educação Matemática”, no qual tive a oportunidade de desenvolver as ideias iniciais dessa pesquisa, bem como, analisar a pertinência dos aportes teóricos; dos procedimentos e dos instrumentos de produção; análise e interpretação de dados e iniciar o processo de amadurecimento da pergunta diretriz (ARAÚJO; BORBA, 2012).

4.3 A edição de 2010 - O estudo preliminar

O estudo preliminar foi desenvolvido no primeiro semestre de 2010, em que foram ofertadas 20 vagas destinadas a professores formados em Matemática, portadores de diploma de nível superior, que possuíssem *e-mail* próprio, tivessem acesso à internet, noções básicas de informática e horário disponível para as interações síncronas e assíncronas.

Essas vagas foram preenchidas por professores do Brasil e do exterior. Os estados brasileiros representados foram: Rio Grande do Sul; Paraná; Mato Grosso;

[20] Alguns autores utilizam o termo coleta de dados.
[21] *Design* aqui é entendido como o planejamento do pesquisador para responder às questões do estudo.

Paraíba, Bahia; Pernambuco; São Paulo; Minas Gerais. A participação do exterior foi de duas professoras brasileiras, uma que residia na Espanha e a outra no Japão.

Nesse ano de 2010, o curso teve uma carga horária total de 32 horas, divididas em interações síncronas e assíncronas, cujos objetivos, explicitados na proposta do curso, almejavam discutir criticamente algumas Tendências em Educação Matemática e possibilitar aos participantes reflexões que propiciassem o entendimento, de forma inicial, do que é pesquisa em Educação Matemática.

Por se tratar de um curso de extensão, o critério de avaliação seguiu a normatização da universidade, ou seja, foi considerado aprovado o participante que obteve 70% de frequência no curso.

As leituras que fundamentaram os debates foram previamente estabelecidas e divulgadas no início do curso, são elas: Professores de Matemática que utilizam *software* de geometria dinâmica: suas características e perspectivas (ZULATTO, 2002); Educação a Distância *Online* (BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2008); Investigações Matemáticas na sala de aula (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003); A formação Matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar (MOREIRA; DAVID, 2005); Interdisciplinaridade e Educação Matemática (TOMAZ; DAVID, 2008).

Nessa edição, embora não fizesse parte do objetivo anunciado previamente aos participantes, também foram abordados tópicos de Geometria Analítica (Hipérbole, Elipse e Parábola) em um dos fóruns e também em um dos encontros síncronos.

As interações síncronas eram realizadas com a ferramenta *chat*, já as assíncronas ocorreram com ferramentas como portfólio, fóruns disponíveis no ambiente Tidia-Ae, que foi o ambiente virtual utilizado nesta edição e também com correio eletrônico.

As discussões teóricas se deram principalmente nos *chats* e nos fóruns. No primeiro, que ocorria semanalmente às quintas-feiras das 19h às 21h, adotou-se a seguinte dinâmica: todos os participantes se encontravam em uma sala de bate-papo em que dois ou três participantes atuavam de forma voluntária como debatedores fomentando as discussões. Ao final da aula, igualmente de forma voluntária, um participante se responsabilizava em elaborar uma síntese das discussões, que era posteriormente disponibilizada a todos no ambiente virtual.

Uma forma de dar continuidade ao trabalho dos *chats* era estender as discussões nos fóruns que ficavam abertos durante toda a semana. Neles também havia, de forma voluntária, debatedores que postavam questões iniciais e/ou retomavam outras já em pauta. Esse procedimento foi adotado devido à natureza distinta das discussões que ocorrem nesses dois ambientes (e.g. BAIRRAL, 2005, 2010; SANTOS, 2006; MALHEIROS, 2008; ZULATTO, 2007).

O multiálogo que se estabelece em *chats*, e a velocidade com que as interações ocorrem, parece privilegiar reflexões voltadas às experiências e interesses pessoais dos participantes, enquanto que nos fóruns, o tempo para reflexão, consulta aos materiais e análise das questões postadas é maior, o que muitas vezes propicia interações qualitativamente distintas, pois a expressão do pensamento, nesse caso, se mostra de forma mais linear e mais focada no texto proposto para estudo.

Para os trabalhos de cunho Matemático, essa dinâmica teve uma abordagem diferenciada, apesar de ter o *chat* como principal recurso de interação. Os participantes foram divididos de forma aleatória, em quatro grupos assim nomeados: grupo1-2010; grupo2-2010; grupo3-2010 e grupo4-2010. Cada grupo possuía uma sala de bate-papo própria, onde só os componentes do grupo tinham acesso, além do prof. Marcelo e eu. O propósito era verificar as diferentes possibilidades de solução que esses grupos poderiam construir ao interagir, refletir e discutir as ideias Matemáticas em um número menor de participantes. Tais soluções eram posteriormente compartilhadas no *chat* semanal, com o grande grupo. Esse tipo de troca pode, a meu ver, potencializar as interações e enriquecer o trabalho coletivo, no sentido de fomentar a colaboração e o diálogo.

O planejamento de estudo da semana era disponibilizado com antecedência, e oportunizava aos participantes o trabalho com o *software* GeoGebra. O trabalho nos grupos deveria, preferencialmente, se desenvolver em *chats* extras previamente agendados, sendo que, em algumas vezes, foram utilizados *e-mails* e/ou fóruns. Para esse tipo de encontro foram solicitados dois tipos de relatórios: um individual, que deveria conter as principais dificuldades encontradas durante a realização da tarefa, as preocupações relativas ao trabalho destacando as evoluções ou retrocessos. O outro, sobre aspectos relativos ao trabalho do grupo, deveria ser feito com a participação e concordância de todos, tendo na figura do relator a

responsabilidade de articular e redigir o texto. Acompanhei todos os grupos, como também as interações síncronas e assíncronas do grande grupo.

Para esta pesquisa, apesar da ideia inicial não ter sido utilizar os dados desse estudo preliminar nas análises, os movimentos que ocorreram no grupo1-2010 me levaram a considerá-los. Justifico a escolha partindo da ideia de que, a mim, interessavam os movimentos que possibilitassem a compreensão das transformações expansivas.

Nesse sentido, apesar de também ter havido a participação dos professores nos outros grupos, o cumprimento do cronograma e da proposta de estudo de cunho Matemático e principalmente o grau de envolvimento dos participantes prejudicou a observação de movimentos que potencialmente pudessem contribuir para a compreensão das transformações expansivas. Assim, as observações nesses grupos não se mostraram significativas para os propósitos dessa pesquisa.

Por outro lado, no grupo1-2010 houve participação efetiva e sistemática de todos os membros, tanto nas interações síncronas, sendo elas semanais ou extras, como também nas assíncronas. Além disso, o trabalho desse grupo, à medida que se desenvolvia, mostrava algo mais. Um tipo de sintonia entre seus participantes e as mídias envolvidas que, no meu entendimento, harmonizava e potencializava a superação de eventuais limitações que se revelavam. O grupo era constituído por dois professores do estado do Rio Grande do Sul, Vinicius da capital Porto Alegre e Thaísa do município de Canoas; por duas professoras do Paraná, Silvia[22] da capital Curitiba e Sandra do Município de União da Vitória; e por Vânia, professora em Mato Grosso.

Esse estudo preliminar foi significativo para a elaboração e desenvolvimento da proposta de 2011, pois me possibilitou, além da análise da pertinência dos aportes teóricos, identificar algumas situações conflitantes que exigiram alterações nos procedimentos, implicando em mudanças, as quais relato a seguir.

[22] Silvia é um pseudônimo adotado a pedido da professora participante.

4.4 A edição de 2011

Nesse ano de 2011, foi realizada a oitava edição do curso de extensão *online* “Tendências em Educação Matemática”, na qual foi mantido o número de vagas ofertadas; os critérios para participação e avaliação; o período de desenvolvimento (primeiro semestre); a carga horária; a dinâmica dos encontros síncronos e assíncronos; a organização do trabalho; o ambiente virtual; e os objetivos adotados no estudo preliminar.

As vagas desse ano foram preenchidas por professores brasileiros dos seguintes estados: Rio Grande do Sul; Santa Catarina; Paraná; Ceará; Paraíba; Goiás; Rio de Janeiro; Bahia e São Paulo. Tivemos ainda a participação de professores de outros países da América Latina, representados por um venezuelano e um colombiano radicado na Argentina.

Em relação às leituras que nortearam as discussões tivemos algumas mudanças, ficando assim definidas: Modelagem Matemática, coletivos de Seres-Humanos-Com-Mídias e a produção do conhecimento Matemático (BORBA, 2001); Educação a Distância *Online* (BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2008); Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas (GUERDES, 2010); o uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental (SELVA, BORBA, 2010); Interdisciplinaridade e Educação Matemática (TOMAZ; DAVID, 2008). As alterações não foram propositais, uma vez que o objetivo era discutir algumas Tendências em Educação Matemática sem propriamente ter-se algum tipo de especificidade. Desse modo, optamos por inserir a leitura de dois livros que haviam sido lançados no segundo semestre de 2010, e manter os textos que envolviam educação a distância, tecnologias e produção de conhecimento, por entendemos a pertinência dessas discussões para a pesquisa.

Cabe observar que, nessa edição, também foram estudados tópicos de Geometria Analítica (Hipérbole, Elipse e Parábola). Nesse caso, as alterações foram: reorganização dos encontros que passaram de dois, sendo um síncrono e um assíncrono, para quatro encontros, sendo três síncronos e um assíncrono. Houve, também a redução do número de exercícios/problemas Matemáticos. De modo particular, essa última alteração se justifica pelo fato de ter sido apontado, nas avaliações de 2010, essa quantidade como excessiva em relação à carga horária do curso. Tendo como exemplo a proposta desenvolvida no estudo preliminar, o

objetivo de estudar conteúdos de cunho Matemático não foi explicitado aos participantes antes do ato da inscrição.

Como exposto anteriormente, durante o estudo preliminar a escolha dos grupos ocorreu de forma aleatória. Essa estratégia possibilitou que grupos fossem compostos por participantes que residiam no mesmo estado, na mesma cidade, e em alguns casos, que até já se conheciam. Por isso, alguns encontros presenciais sem o conhecimento dos pesquisadores pode ter acontecido, a fim de tratar de questões que envolviam a pesquisa, o que, no mínimo, influenciaria a análise dos dados. Diante dessa situação, na edição de 2011, adotamos, como critério para a divisão dos grupos a localização geográfica: procuramos organizá-los de forma a agrupar os participantes de regiões diferentes, com o intuito de privilegiar as interações *online*. Contudo, o número elevado de participantes do Estado do Rio Grande do Sul limitou essa divisão, fazendo com que mais de um representante desse Estado estivesse presente em um mesmo grupo. Por isso tivemos o cuidado de observar, durante a divisão, que eles fossem, no mínimo, de municípios diferentes. Os grupos foram assim nomeados: grupo1-2011; grupo2-2011; grupo3-2011 e grupo4-2011.

Outro procedimento adotado nessa edição foi a inclusão de uma entrevista que denominei de coletiva, a qual foi realizada no início do curso. Nela, havia questões abertas objetivando a identificação de algumas particularidades sobre os participantes que não são contempladas na ferramenta perfil do ambiente virtual. Utilizei o termo “coletiva”, pois os dados, neste caso, foram produzidos a partir de quatro questões iniciais que foram postadas por mim em um fórum de discussão. A partir das respostas de cada participante, eram postadas outras questões elaboradas por mim, pelo Prof. Marcelo e/ou por outro participante que sentisse a necessidade de dialogar mais com seus pares. Por essa dinâmica, entendo que a entrevista teve um caráter coletivo. Além disso, foi colaborativa na medida em que foi sendo moldada em conjunto por mim e pelos próprios participantes durante o seu desenvolvimento. No entanto, ao mesmo tempo ela foi marcada pelas particularidades de cada entrevistado, uma vez que as questões eram elaboradas a partir das respostas pessoais de cada um.

Além dessa entrevista inicial, foram incluídas, ao final do curso, entrevistas individuais. O objetivo era esclarecer alguns pontos que emergiram dos dados, mas que estavam um tanto obscuros.

Apresentadas as considerações relativas às mudanças adotadas nos procedimentos dessa edição do curso, passo a justificar a escolha dos grupos que serão analisados. Assim como no estudo preliminar, acompanhei, além do grande grupo, todos os quatro grupos menores, em suas respectivas interações síncronas e assíncronas, o que me possibilitou, além de uma aproximação com os participantes, uma maior familiaridade com os dados que, de certa forma, me favoreceram na escolha dos grupos.

Desse modo, na oitava edição optei em considerar na análise os dados produzidos pelos grupos 1-2011 e 4-2011. Justifico a escolha desses grupos, a princípio, partindo da mesma ideia da seleção do grupo de 2010, qual seja: de que a mim interessavam os movimentos que possibilitassem a compreensão das transformações expansivas. No entanto, é preciso esclarecer que, em alguns dos grupos, tanto em 2010 como em 2011, os movimentos foram muito similares e neles não verifiquei comportamentos que pudessem indicar a possibilidade de transformações expansivas. Então considerei o fato de que compreender porque as contradições identificadas nos movimentos desses grupos não se configuraram como molas propulsoras para transformações expansivas, poderia trazer contribuições para a pergunta de pesquisa, o que acabou ocorrendo.

O grupo 1-2011 é o representante desses grupos, que apesar de também contar com a participação dos professores; de haver o cumprimento do cronograma, não observei movimentos que potencialmente pudessem ser caracterizados, como transformações expansivas. Esse grupo era formado por um professor do Paraná, Ismar; um professor do Ceará, Rodrigo; um professor da Argentina, Caio[23] e duas professoras do Rio Grande do Sul, Amália[24] do município de Cerro Largo e Daniela do município de Estrela.

Enquanto no grupo 4-2011, o envolvimento dos participantes foi efetivo e sistemático, tanto nas interações síncronas, sendo elas semanais ou extras, como também nas assíncronas. Com características diferentes do grupo 1-2010, o trabalho desse grupo, à medida que se desenvolvia, mostrava também algo diferente. A marca maior foi a perseverança de seus membros. O grupo era constituído por uma professora do Estado de São Paulo, Thais; uma professora do

[23] Caio é um pseudônimo adotado a pedido do professor participante.
[24] Amália é um pseudônimo adotado a pedido da professora participante.

Estado do Rio de Janeiro, Elza; duas professoras do Rio Grande do Sul, Virgínia do município de Lajeado e Bianca[25] do município de Erechim.

No cômputo geral dos professores participantes dos grupos das duas edições do curso Tendências, e que serão considerados nas análises, temos representantes de quatro das cinco regiões do Brasil, são elas: Sul, Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste. Além é claro, do professor colombiano que é radicado na Argentina, e que nesse caso é, por nós, considerado o representante da América Latina.

4.5 O software GeoGebra

Markus Hohenwarter professor e pesquisador da Johannes Kepler Universität (JKU) de Linz, na Áustria, teve como objetivo de sua pesquisa de doutorado, realizada na Universidade de Salzburgo, a criação de um aplicativo que permitisse trabalhar com representações geométricas e algébricas para o Ensino da Matemática. Essa foi a origem do *software*[26] GeoGebra. Desde então, esse pesquisador tem liderado a ampliação desse aplicativo que tem código aberto. Para isso, fundou o International GeoGebra Institute (GII) que é uma rede de organizações sem fins lucrativos que atua em todo o mundo, e conta com a colaboração de professores, estudantes, desenvolvedores de *software* e pesquisadores.

Essa rede tem moldado (BORBA, 1993, 1999) o GeoGebra a partir das necessidades e usos que pesquisadores, professores e estudantes têm feito dele. Um exemplo é a evolução da categoria de *software* de Geometria dinâmica para o seu formato atual: *software* de Matemática dinâmica.

Atualmente, com esse aplicativo é possível trabalhar a Matemática nos vários níveis de ensino, pois reúne recursos que permitem, além das representações geométrica e algébrica, representações de tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculo em um único ambiente.

[25] Bianca é um pseudônimo adotado a pedido da professora participante.
[26] Acessando o site http://www.geogebra.org pode-se instalar gratuitamente em qualquer computador.

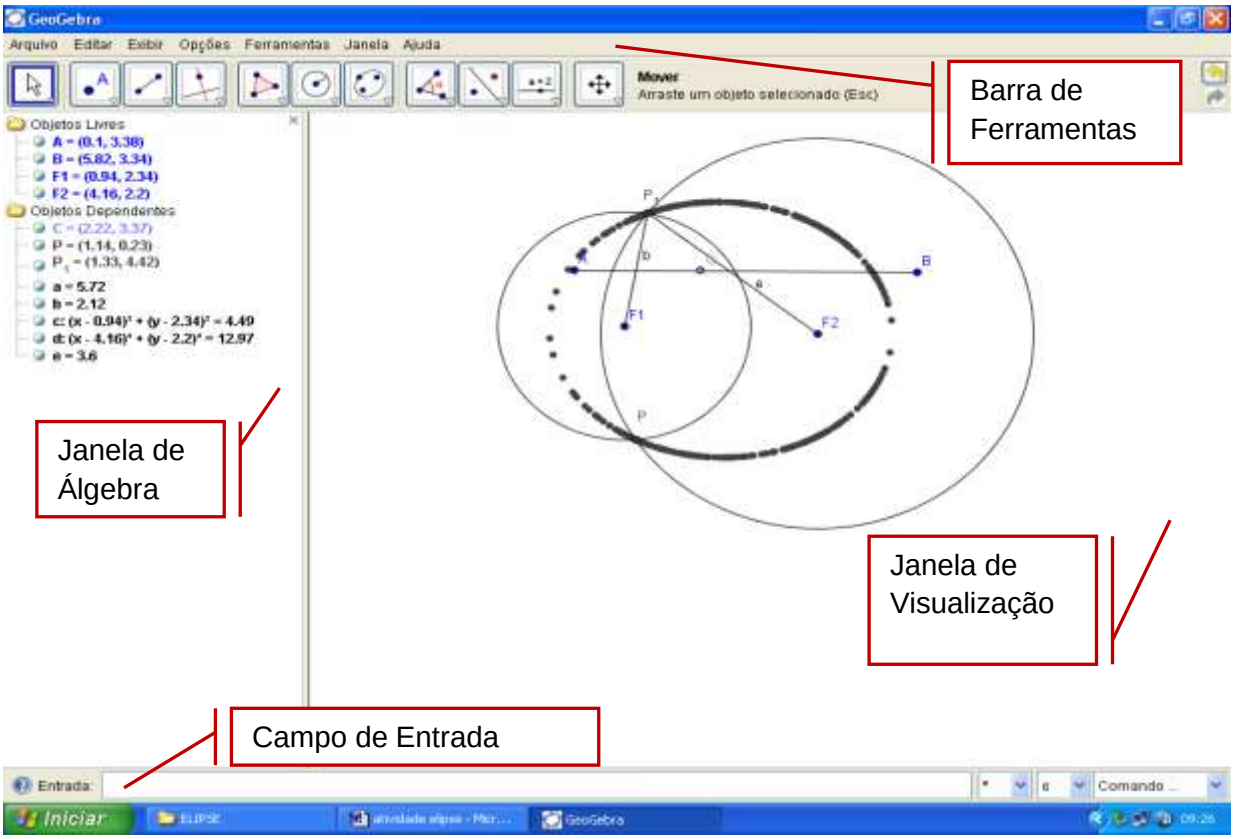


Figura 11: Interface do *Software* GeoGebra

A combinação entre Geometria e Álgebra, na prática, resulta no uso de duas janelas que aparecem lado a lado, uma de visualização dos objetos geométricos e a outra onde ficam anotadas as informações algébricas desses objetos (fig. 11). O recurso arrastar é característico de *software* dinâmicos. No GeoGebra, em particular, permite que a representação algébrica do objeto geométrico seja observada no instante em que ele for arrastado. A figura 11 ilustra o produto final de um dos problemas desenvolvidos durante o curso. Na próxima seção apresento em detalhes a proposta de estudo das cônicas.

Antes de iniciar o referido estudo com esse aplicativo, os participantes receberam um minitutorial (Apêndice A) com informações básicas. Além disso, foi ofertado um encontro virtual extra, para que todos se familiarizassem com o *software* e com a dinâmica do curso.

4.6 Sobre o estudo das cônicas e a abordagem experimental-com-tecnologias

Antes de iniciar a apresentação da forma como planejamos esse estudo me parece importante discutir uma questão. Afinal, o conjunto de "tarefas" que compõe a proposta de estudo das cônicas nessa pesquisa deve ser considerado um agrupamento de problemas ou exercícios? Para responder a essa interrogação me apoio nas reflexões de Borba (2009). Ele propõe uma ampliação da noção de problema discutida em Saviani (1985) e Borba (1994), em que um problema é composto por duas partes: uma objetiva e outra subjetiva. A primeira é vista como um obstáculo que surge no âmbito da experiência de vida. Entretanto, o que pode figurar como obstáculo para uma determinada pessoa pode não ser para outra. Essa é, segundo esses autores, a segunda parte de um problema.

De acordo com Borba (2009), além dessas questões, um problema também depende da mídia envolvida em um dado coletivo de seres-humanos-com-mídias. Esse autor afirma que a construção do gráfico da função "$y = x^2 - 5x + 6$" poderia ser considerada um obstáculo para coletivos de seres-humanos-com-lápis-e-papel, mas não seria para coletivos de seres-humanos-com-calculadoras-gráficas ou *software*-gráficos. Nesse último caso, um problema seria explorar as relações das variáveis em gráficos, tabelas e álgebra (BORBA, 2009, p. 458).

Nesse sentido, só poderei afirmar se a proposta se configurou como um conjunto de exercícios ou de problemas para os participantes na medida em que forem realizados. Contudo, ao formularmos a proposta, consideramos que essas "tarefas", na verdade, podem se configurar como problemas, cujo objetivo mais amplo é despertar o interesse para o estudo das cônicas com o GeoGebra. Para tanto, seguimos a orientação da abordagem experimental-com-tecnologias proposta por Borba e Villarrreal (2005). Nela, o problema deve propiciar a possibilidade de se gerar conjecturas e realizar procedimentos de tentativa e erro para que se possam construir argumentações, e assim aceitar ou refutar as hipóteses inicialmente formuladas.

Essa abordagem está em harmonia com a noção de seres-humanos-com-mídias, pois o *feedback* dado pelas mídias informáticas durante uma experimentação pode gerar debates, discussões, questionamentos, ideias e diferentes possibilidades para a solução do problema em questão. Tudo isso,

permeado por uma perspectiva de trabalho coletivo e colaborativo, já que, nessa visão, humanos e mídias formam uma unidade que produz conhecimento.

Próximo a essa abordagem está o pensamento de Engeström (2002). Para ele os aprendizes devem ter a oportunidade de analisar, questionar, contradizer, debater; elaborar e implementar caminhos alternativos para solucionar problemas. Mais que isso, "os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali, eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando" (ENGESTRÖM, 2002, p.193). Aprender o que "não está ali", no caso dessa pesquisa, pode ser entendido como: descobrir com a exploração de conjecturas e refutações, o que está implícito no problema em pauta. Mais especificamente, significa buscar compreensões no momento em que se (re)constrói os conceitos envolvidos no estudo das cônicas. Assim, considero que os problemas podem ter uma resposta única, mas devem ser abertos, investigativos de modo a possibilitar a experimentação de diferentes caminhos para se chegar à solução.

De acordo com Santos (2006), a experimentação em Geometria deve ser entendida como a possibilidade de variar medidas, animar, movimentar e arrastar uma construção. Essa afirmação me permite conjecturar que problemas que envolvem construções Geométricas com aplicativos como o GeoGebra podem ser potencializados na perspectiva da abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005), porque nela não há exigência de memorização nem de utilização de estratégias rigorosamente elaboradas, ou técnicas de resolução analítica.

Além disso, o caráter dinâmico (variar medidas, animar, movimentar e arrastar) dos problemas elaborados com base nessa abordagem é viabilizado devido à natureza desse *software*, e às possibilidades experimentais, que podem ser exploradas com ele, já que com esse tipo de tecnologia a elaboração de conjecturas e suas respectivas justificativas podem ser favorecidas.

O estudo de Geometria com auxílio de um *software* educacional dinâmico possibilita a realização de manipulações da construção. Esse recurso é denominado de “arrastar”. No GeoGebra esse recurso é especialmente importante para o estudo da Geometria Analítica, porque ao fazer movimentações nas representações geométricas e observar o comportamento dos parâmetros algébricos, é possível verificar padrões, estabelecer relações, conjecturar e testar, e assim estimular a busca por uma justificativa formal do ponto de vista Matemático.

Seguindo este raciocínio, propusemos aos participantes a realização de três blocos de problemas envolvendo a construção da parábola, elipse e hipérbole. Esses blocos foram subdivididos em seis partes cada um. Para exemplificar apresento a seguir o bloco de problemas que envolvem o estudo da parábola que é análogo aos demais que se encontram, na íntegra, no apêndice B. Uma ressalva se faz necessária: no estudo preliminar, além desses três blocos havia mais 12 (doze) problemas, mas como registrado anteriormente, esse número foi considerado excessivo em relação à carga-horária do curso. Optamos, então, em não considerá-los nas análises, dispensando, assim, a apresentação dos mesmos.

A primeira parte de cada bloco consistia na construção geométrica da cônica, em que os participantes, a partir dos elementos geométricos básicos que definem a curva, e utilizando o recurso arrastar, deveriam observar e descrever o que estava acontecendo. O objetivo deste primeiro bloco era que os participantes, ao visualizarem os movimentos na construção, fossem capazes de estabelecer algumas relações, estimulados pelas perguntas apresentadas ao final.

O quadro a seguir corresponde à primeira parte do bloco que trata sobre o estudo da parábola, e na sequência a respectiva construção.

1ª Parte
1º Passo: Crie uma reta *d*, depois crie um ponto F fora da reta *d*.
2º Passo: Crie um ponto A na reta d e por esse ponto passe uma reta perpendicular a.
3º Passo: Construa a mediatriz m, entre os pontos F e A, e na intersecção da mediatriz m com a perpendicular a marque o ponto P.
4º Passo: Com o botão direito do mouse clique no ponto P, e na janela que aparecer clique em *Habilitar rastro*.
5º Passo: Selecione a ferramenta *Mover*, clique sobre o ponto A, segure e arraste. Observe o rastro do ponto P.

a) O que acontece quando você move o ponto A?
b) O que podemos afirmar com relação aos pontos A, F, e P?
c) No menu *Exibir*, habilite a *janela algébrica*. Mova novamente o ponto A e descreva o que ocorre nessa janela.

Quadro 1: Primeira parte do estudo da parábola

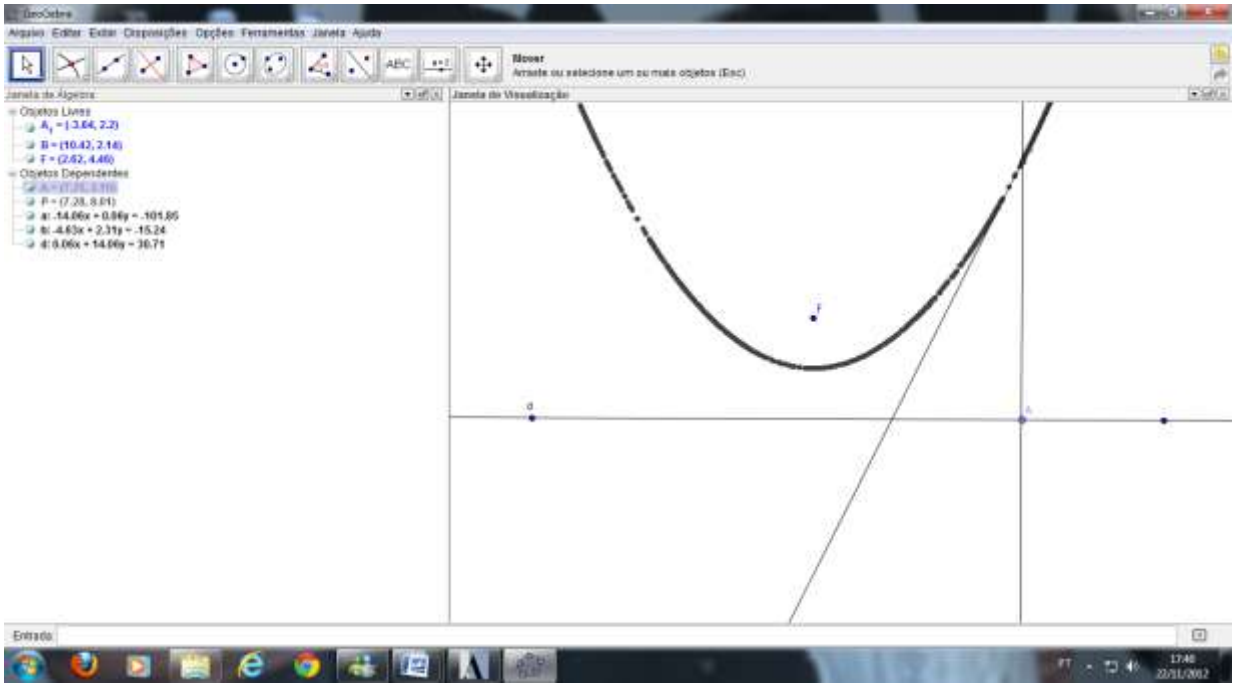


Figura 12: Primeira construção da parábola

A segunda parte de cada bloco focava na construção da cônica utilizando a ferramenta lugar geométrico, neste caso as duas janelas (visualização e Algébrica) deveriam ser observadas simultaneamente. O objetivo dessa atividade era possibilitar o avanço na construção do conceito de cônicas a partir da definição de lugar geométrico: uma figura é um lugar geométrico de pontos quando todos os seus pontos, e apenas eles, têm certa propriedade em comum. O quadro apresentado na sequência e a figura 13 mostram essa segunda parte.

Parábola - 2ª Parte

6º Passo: Da mesma maneira que foi feito para habilitar o rastro do ponto P, agora desabilite esse rastro. Com a ferramenta *Lugar Geométrico* clique no ponto P e depois no ponto A, nessa ordem.

7º Passo: Com o botão direito do mouse clique na reta mediatriz e desmarque a opção *Exibir Objeto*. Repita esse passo com a reta perpendicular.

8º Passo: Com a ferramenta *segmento definido por Dois Pontos*, crie o segmento $\overline{PF}$ e $\overline{PA}$.

9º Passo: Arraste o ponto A.

a) O que representam os segmentos $\overline{PF}$ e $\overline{PA}$? Justifique sua resposta.

b) Observe e descreva o que ocorre na janela algébrica.

Quadro 2: Segunda parte do estudo da parábola

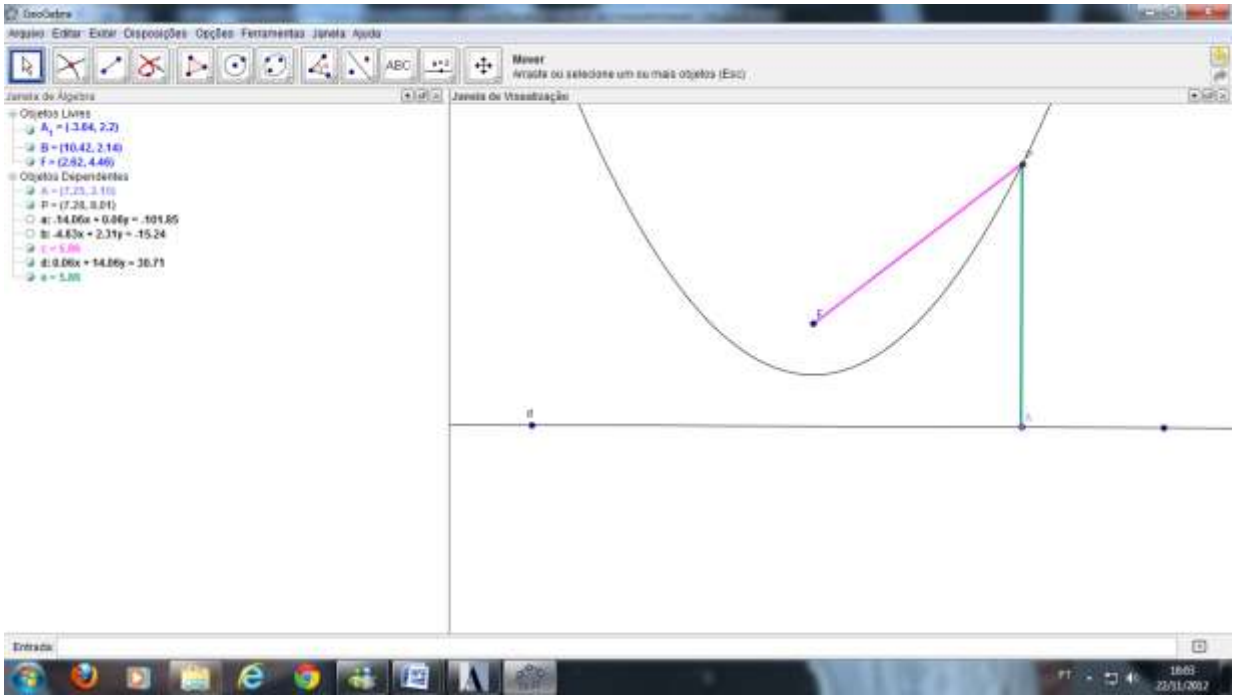


Figura 13: Segunda construção da parábola

A terceira parte foi reservada ao estudo analítico de cada cônica. Para tanto, utilizou-se o campo de entrada algébrica, onde a equação da cônica era digitada. Neste caso, os parâmetros da equação apareciam na janela algébrica e suas respectivas representações geométricas na janela ao lado, assim os participantes deveriam variar os parâmetros e descrever o comportamento da representação gráfica. O objetivo era identificar algumas propriedades das cônicas, estabelecendo relações entre os parâmetros e o gráfico. No quadro 3 a seguir é apresentada essa parte da proposta cuja figura 14 corresponde à representação da respectiva construção.

3ª Parte

Considere a equação $x^2 = 2py$:

10º Passo: Em um arquivo novo clique no campo de entrada, na parte inferior da tela, e coloque um parâmetro, por exemplo, $p = 2$ e tecle *Enter*.

11º Passo: Introduza a equação $x^2 = 2py$ no campo da entrada algébrica.

12º Passo: Com o botão direito do mouse clique no parâmetro $p = 2$, clique na opção *Propriedades* e coloque o valor do parâmetro que desejar.

f) O que ocorre com a equação e o gráfico quando redefinimos o valor do parâmetro?

Quadro 3: Terceira parte do estudo da parábola

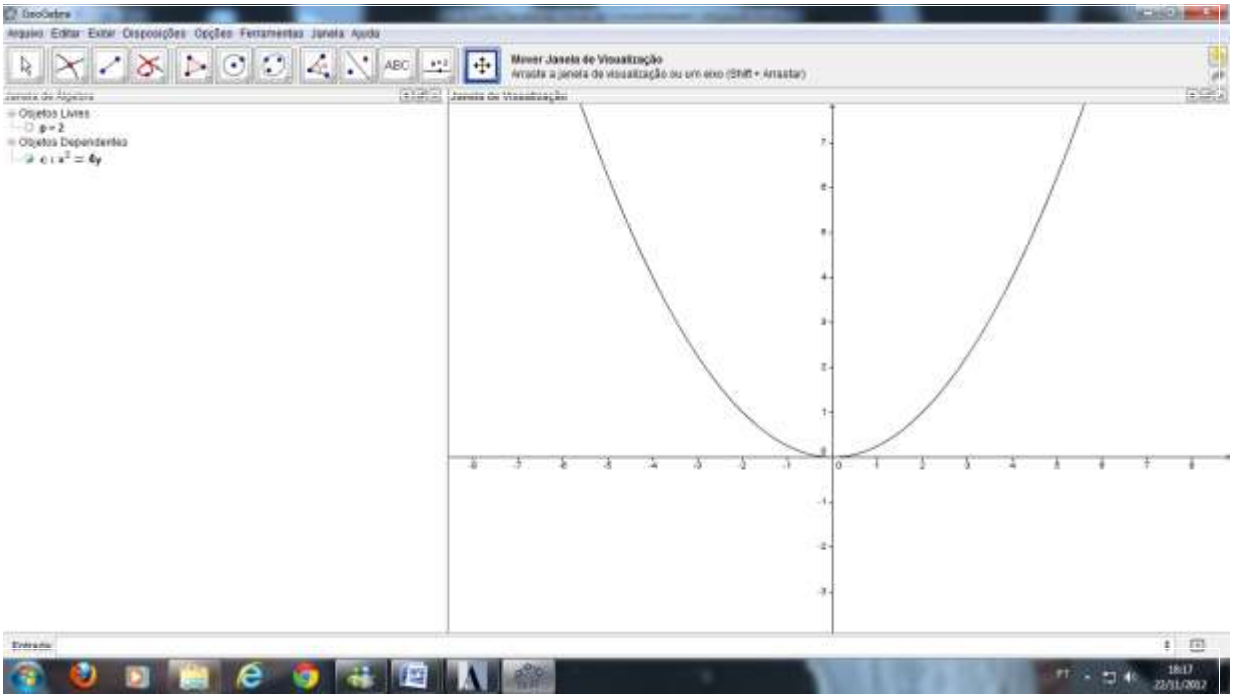


Figura 14: Terceira construção da parábola

Ao final dessa terceira parte eram propostos um ou dois problemas que aparecem com mais frequência em livros didáticos, no caso da parábola, a letra "j" apresentada no quadro 4 a seguir é um deles. Ao propô-los, nosso objetivo era observar o comportamento do coletivo na resolução, após terem vivenciado atividades exploratórias com o GeoGebra, e ao mesmo tempo queríamos verificar se havia algum tipo de conflito conceitual sobre as compreensões que eles já tinham sobre a parábola e as compreensões que poderiam (re)construir com o aplicativo.

g) Em um arquivo novo siga os mesmos passos dessa 3ª parte utilizando a equação $y^2 = 2px$, observe e descreva o que acontece.

h) Na entrada algébrica coloque um parâmetro $p = 1$, introduza a equação $x^2 = 2py$, faça as seguintes variações utilizando:

$p = 3, p = 5, p = 19, p = 33, p = -3, p = -6, p = -17, p = -35, p = -\frac{3}{4}, p = \frac{1}{2}, p = -\frac{5}{4}$

observe o comportamento dos gráficos e descreva-o a seguir para cada situação.

i) Na entrada algébrica coloque um parâmetro $p = 1$, introduza a equação $y^2 = 2px$, descreva como o gráfico está representado na tela, faça variações utilizando os valores abaixo para o parâmetro p e descreva o comportamento de cada situação.

$p = 4, p = 8, p = 15, p = 29, p = -2, p = -4, p = -9, p = -27, p = \frac{7}{8}, p = -\frac{9}{4}$

j) Dada a equação $y^2 = -8x$, trace o gráfico, determine suas coordenadas do foco e a equação da diretriz.

Quadro 4: Questões sobre a parábola (retiradas de livros didáticos)

A quarta parte, apresentada no quadro 5, foi dedicada ao estudo das cônicas com o vértice fora da origem, baseado em construções abertas utilizando o campo de entrada algébrico. O objetivo era trabalhar com as equações das cônicas obtidas através do processo de translações de eixo. A construção obtida a partir dos passos dessa quarta parte pode ser verificada na figura 15.

4ª Parte
Também podemos trabalhar com as equações da parábola obtidas através do processo de translações de eixo. Trabalhando com a equação $(x-x_0)^2 = 2p(y-y_0)$.

13º passo: Na entrada algébrica introduza um parâmetro, por exemplo, $p=1$ ao apertarmos *enter* no teclado esse parâmetro, aparece na janela algébrica como objeto livre.

14º passo: Na entrada algébrica introduzimos agora uma equação, neste caso utilizaremos: $(x-2)^2 = 2p(y-3)$.

Quadro 5: Quarta parte do estudo da parábola

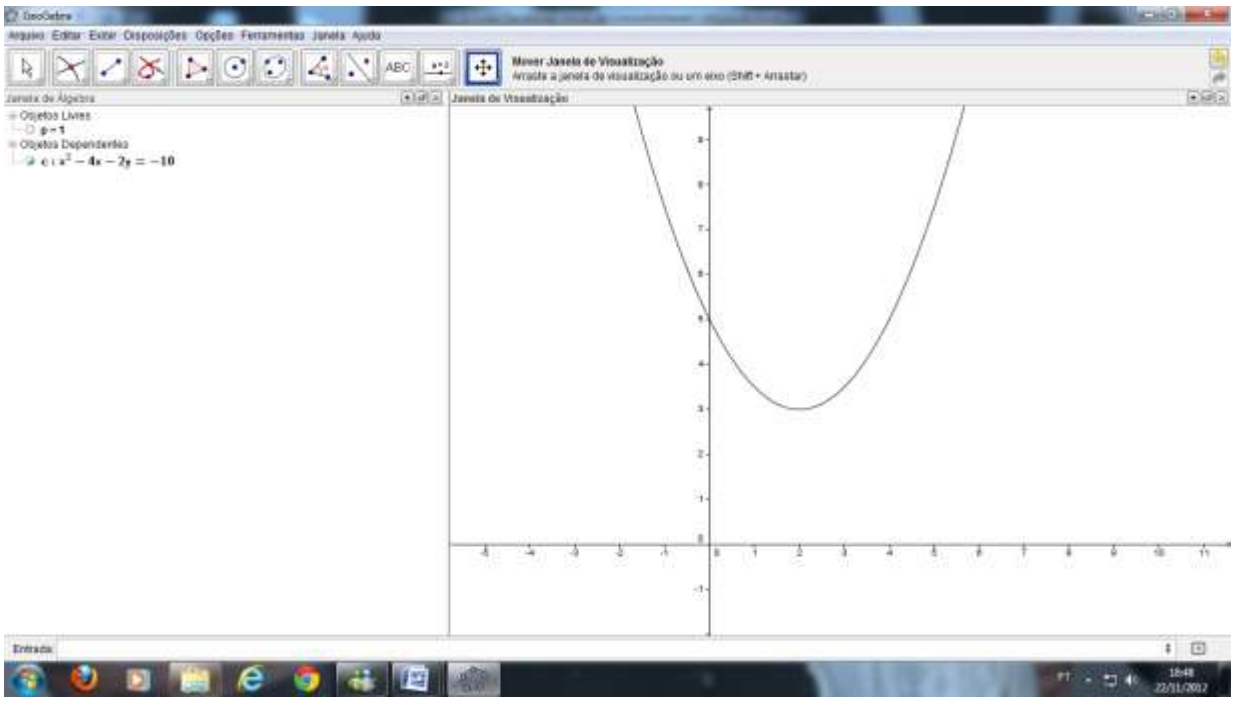


Figura 15: Quarta construção da parábola

Ao final da quarta parte propusemos aos participantes a situação descrita no quadro apresentado a seguir.

Agora é sua vez!
15º passo: Na entrada algébrica introduza um parâmetro, $p =$ _____ ao clicar *enter* esse parâmetro, aparece na janela algébrica como objeto livre.
16º passo: Na entrada algébrica introduza agora uma equação, $(y - ___)^2 = 2p(x - ____)$, onde as coordenadas $(x_0, y_0) = (__, __)$ correspondem ao o vértice da parábola.
Apresente ao grupo o gráfico plotado. Teste outras possibilidades de variação dos parâmetros. Anote suas conclusões e compartilhe com todos os colegas.

Quadro 6: Final da quarta parte do estudo da parábola

Na quinta parte, os participantes deveriam, em seus respectivos grupos ou em duplas, construir e apresentar outras propostas de atividades que julgassem interessantes. O nosso objetivo era verificar como os participantes destacariam, em suas propostas, os conceitos que foram discutidos. É necessário pontuar que essa parte não foi proposta aos participantes de 2010, e, portanto, optamos em não considerá-la nas análises. Desse modo, acredito que a apresentação dos trabalhos dos grupos de 2011 não é necessária.

Na sexta e última parte os participantes deveriam fazer um relato das dificuldades encontradas para realizar cada uma das atividades propostas, e descrever as alternativas que encontraram para superá-las. Se, por exemplo, contaram com a ajuda de outras pessoas, quais mídias utilizaram, etc. Este relatório era postado na ferramenta portfólio do ambiente Tidia-Ae. É oportuno destacar que esses problemas não são inéditos, e que há variações dos mesmos já utilizados em outros estudos com o Geogebra ou outros *software*.

4.7 Sobre a produção e a análise dos dados

Havia, desde o estudo preliminar, a preocupação com a forma de se aumentar a credibilidade da pesquisa. Assim, por se tratar de uma abordagem qualitativa, pautei-me nas ideias de Lincoln e Guba (1985) e Goldenberg (2007), que enfatizam a importância da utilização de diferentes procedimentos para a obtenção de dados, pois a análise feita a partir dessa diversidade, chamada por eles de triangulação, amplia as possibilidades de compreensões do estudo.

> Cada pesquisador deve estabelecer os procedimentos de coleta de dados que sejam mais adequados para o seu objeto particular [...]. A combinação de metodologias diversas no estudo do mesmo fenômeno, conhecida como triangulação, tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo (GOLDENBERG, 2007, p.63).

Diante dos argumentos de Goldenberg (2007), busquei não apenas concordâncias, mas também divergências entre os dados, e na tentativa de controlar, ou de pelo menos atenuar, meus (pré)conceitos em relação aos resultados finais, é que optei por triangular os dados obtidos nas discussões nos *chats*, nos fóruns do ambiente Tidia-Ae, nos *e-mails*, nos relatórios, nos questionários e nas entrevistas.

O ambiente Tidia-Ae permite que todos os dados nele inseridos, seja nas interações síncronas ou assíncronas, sejam registrados e recuperados a qualquer instante. A quantidade gerada de dados é enorme, entretanto, a sua transcrição não é necessária (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011).

A análise dos dados está naturalmente entrelaçada com a produção dos mesmos, e consiste no exercício de interpretá-los e torná-los compreensíveis à luz da opção teórica e como resposta à problemática investigada. Uma forma que encontrei para facilitar a sistematização dos dados foi iniciar o processo de análise simultaneamente ao processo de produção. Como no ambiente em que este estudo se desenvolveu, a transcrição é automática, os primeiros procedimentos de análise ocorreram imediatamente após cada atividade, em que busquei interpretar alguns de seus significados, na tentativa de identificar possíveis respostas ou lacunas, e assim ir moldando minha investigação.

> [...] É irreal supor que se pode ver, descrever e descobrir a relevância teórica de *tudo.* Na verdade, o pesquisador acaba se concentrando em alguns problemas mais específicos que lhe parecem de maior importância. (GOLDENBERG, 2007, p.51, grifo da autora)

A citação de Goldenberg (2007) sugere que é relevante considerar a dificuldade do pesquisador para abarcar todas as situações importantes para elucidar a problemática proposta. No entanto, procurei reverenciar também alguns acontecimentos que pareciam não se repetir no decorrer do curso, pois, acredito que nesta investigação, acontecimentos atípicos também contribuem para a

compreensão dos movimentos que desencadearam as transformações expansivas.

> [...] se um acontecimento preciso não se repete, é porque ele é menos importante do que se pensava. Essa afirmação deve ser matizada, pois acontecimentos atípicos podem igualmente enriquecer a compreensão que o pesquisador pode ter do meio pesquisado (JACCOUD; MAYER, 2008, p. 273).

Imediatamente ao encerramento de cada *chat* passei a redigir pequenos memorandos (BOGDAN; BIKLEN, 1994) com minhas primeiras impressões e meus pensamentos a respeito das discussões. Após a escrita destas representações realizei a leitura na íntegra do *chat*/fórum correspondente e grifei os locais onde estas primeiras impressões se materializavam. Pontuei os momentos em que meus objetivos foram alcançados e também onde não foram.

Além disso, no decorrer do processo de produção dos dados procurei organizá-los de maneira sistemática: primeiramente selecionei em uma pasta os arquivos dos *chats*, fóruns, resumos e *e-mails* que tinham de alguma forma a interação de todos os participantes, ou pelo menos da maioria deles. Dentro desta pasta subdividi outras duas, uma referente às discussões sobre Tendências em Educação Matemática e a outra sobre os conteúdos de cunho Matemático. Depois passei a sistematizar as pastas de acordo com os dados produzidos dentro dos próprios grupos, respeitando a ordem cronológica. Finalmente, organizei pastas individuais onde arquivei separadamente as avaliações sobre o curso, as entrevistas, os relatórios e os *e-mails* que foram produzidos por cada participante. Este tipo de organização foi particularmente interessante para a realização da triangulação dos dados (ALVES-MAZZOTTI, 1998), pois facilitou o manuseio dos mesmos.

Ao executar os procedimentos descritos nos parágrafos anteriores, dediquei-me às leituras e às anotações sobre os materiais de análise, que já me permitiram identificar alguns elementos que convergiam para uma possível resposta à minha pergunta de pesquisa. Este primeiro olhar foi mais global, em que considerei, antes de qualquer premissa, os padrões mais amplos de todo processo.

Segundo Borba, Malheiros e Amaral (2011, p. 127), “depois de realizada a apresentação dos dados, o pesquisador, em conjunto com o referencial teórico adotado no estudo, realiza a etapa final de análise, tendo sempre em mente a pergunta de pesquisa”. Assim, a análise mais refinada ocorreu após o encerramento

do curso.

A própria Teoria da Atividade forneceu a base para a estruturação da análise dos dados. Inicialmente tomei o curso Tendências como um sistema de atividade (ENGESTRÖM, 1987) e procurei situá-lo como parte de uma rede de sistemas. Com o intuito de destacar que o sistema em análise não deve ser visto de forma isolada, pois se inter-relaciona com vários outros. Além disso, ele mesmo se constitui a partir do entrelaçamento de sistemas "menores".

Em vista disso, busquei identificar quais seriam os sistemas "menores" que dariam forma ao sistema de atividade Tendências e que favoreceriam a formulação de uma resposta plausível à pergunta diretriz dessa pesquisa. Nessa busca, me pareceu adequado analisar o curso como uma organização sistêmica na forma como foi idealizada por seus organizadores. Foi o que fiz imediatamente após a discussão da rede de sistemas.

Os outros sistemas que me pareceram razoáveis para compor a análise, foram alguns que se constituíram durante o trabalho dos grupos. Assim, passei a analisar alguns desses grupos como sistemas de atividade, cuja justificativa já foi apresentada nas seções 4.3 e 4.4.

O sistema idealizado pelos organizadores do curso e os sistemas dos grupos, são o que considero sistemas "menores", que entrelaçados, formam o sistema de atividade do curso a distância *online* (Tendências em Educação Matemática).

A análise dos sistemas dos grupos foi estruturada a partir da ferramenta analítica elaborada por Engeström (1999c): o Ciclo de Aprendizagem Expansiva. Descartei seu caráter intervencionista por não considerá-lo necessário para os propósitos desse estudo (e.g. HARDMAN, 2007). A ideia de utilizar essa ferramenta é favorecer a compreensão dos movimentos que ocorrem no sistema e que podem desencadear transformações expansivas. Ademais, o próprio Engeström (Ibidem) destaca que sistemas de atividade podem se desenvolver em ciclos menores como aconteceu nos grupos.

Ao final da análise dos sistemas dos grupos listei alguns destaques que, a meu ver, poderiam contribuir para o alcance do objetivo proposto nesta tese. Imediatamente após a análise de todos os sistemas dos grupos selecionados, agrupei e reorganizei todos os destaques pontuados anteriormente, respeitando aspectos comuns.

Esse procedimento foi fundamental para a identificação de tensões no

sistema. Passei, então, a investigar quais dessas tensões tinham potencial expansivo, para, no instante seguinte, a partir dessas tensões, discutir as transformações expansivas que ocorreram no curso analisado como um sistema de atividade.

Por fim, na discussão dos resultados, procurei de forma relativamente linear e sintética, elaborar um enredo que pudesse ser considerado uma aproximação à resposta da pergunta diretriz. Busquei inter-relacionar os resultados da análise do sistema de atividade Tendências idealizado na visão de seus organizadores com as análises dos movimentos que ocorreram nos sistemas dos grupos, tomando como pressuposto que esses sistemas "menores", em conjunto, constituem o sistema de atividade do curso Tendências.

Considero importante destacar que ao realizar a análise dos dados considerei que jamais poderia situar-me completamente fora do sistema estudado. Entretanto, um esforço mental foi necessário para distanciar-me, em certa medida, e buscar significados, à luz da região de inquérito e de minha compreensão.

> [...] o efeito de abrir um espaço entre o pesquisador e seu objeto [...] não elimina todas as prenoções[27] do pesquisador, mas fornece condições para afastar, sem dúvida, uma certa quantidade delas, pois ele permanece curioso, atento e preocupado com a criação de uma ideia, ele poderá eventualmente fazer surgir alguma coisa na qual ele não havia pensado, ou introduzir uma dúvida em relação a algo em que ele havia acreditado (PIRES, 2008, p. 80).

Acredito que o esforço mental que fiz para realizar o exercício proposto por Pires (2008) me possibilitou certa neutralização de aspectos subjetivos, tais como as respostas prévias que formulei para o problema, e por outro ângulo ampliou as condições para o desenho de novas ideias ao longo da pesquisa. Por exemplo, o exercício imaginativo de inserir uma nova camada ao construto de seres-humanos-com-mídias a partir da reaproximação com os pressupostos do formato atual da teoria da atividade, o qual se efetivou e pode ser constado ao final do próximo capítulo.

[27] "Prenoções" devem ser entendidas como possíveis pré-respostas formuladas pelo pesquisador (PIRES, 2008, p. 80).

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A análise envolve o trabalho com os dados,
a sua organização, divisão em unidades manipuláveis,
sínteses, procura de padrões, descoberta
de aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a
decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros
(BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 205).

O processo que envolve a apresentação e a análise dos dados não é algo trivial em pesquisas qualitativas. Nesse tipo de abordagem metodológica não existem "receitas" a serem seguidas, uma vez que cada dado produzido, independentemente do instrumento utilizado, é único e relaciona-se diretamente com o tema, com o pesquisador e com os pesquisados (GOLDENBERG, 2007). Na epígrafe desse capítulo, Bogdan e Biklen (1994) chamam a atenção para a dimensão e a complexidade que envolve essa fase da pesquisa, a qual exige, minimamente, que o pesquisador, no momento da escolha dos dados que serão apresentados, bem como em suas respectivas análises, tenha em mente, além do foco do estudo, o quadro de referência teórica.

Assim, com base nos cinco princípios da atual geração da teoria da atividade em conjunto com a perspectiva teórica do construto seres-humanos-com-mídias, elaboro um enredo que busca aproximações plausíveis para possíveis respostas à seguinte pergunta diretriz: **"Como ocorrem as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*?"**

Tais aproximações foram se revelando à medida que eu me lançava à procura de possíveis amarras, elos, convergências ou até mesmo divergências entre os dados produzidos[28], os fundamentos teóricos e minhas próprias concepções. No entanto, é preciso considerar que atividades, suas contradições internas e, consequentemente, suas transformações expansivas, quaisquer que sejam, não são estáticas e sua visão em conjunto é sempre fluida e provisória.

Quando Bogdan e Biklen (1994) pontuam, na epígrafe desse capítulo, as implicações do trabalho de selecionar, apresentar e analisar dados colocam em destaque a responsabilidade que carrega o pesquisador, pois é ele quem deve decidir sobre o que vai ser transmitido aos outros. Diante dessa responsabilidade,

[28] Os dados produzidos são importados diretamente do ambiente virtual. Assim, optei em manter os possíveis erros de português ou de digitação que eventualmente podem surgir. De acordo com Borba, Malheiros e Amaral (2011), tais erros são característicos de ambientes *online*.

optei por sistematizar essa etapa da seguinte forma: primeiro apresento o curso Tendências como parte de uma rede de sistemas de atividade e, na sequência, descrevo o próprio curso como um sistema de atividade, idealizado a partir da visão de seus organizadores no momento da elaboração da proposta. Dando continuidade, analiso a constituição e o desenvolvimento de sistemas de atividade que se constituíram no trabalho realizado pelos grupos. Essa análise apontou alguns destaques nos respectivos sistemas de atividade dos grupos, os quais indicaram alguns movimentos que podem ser considerados como geradores de tensões do sistema de atividade "Tendências". A identificação de tensões é fundamental, pois a partir de seu desenvolvimento é possível compreender os movimentos que desencadearam ou não as transformações expansivas.

O olhar mais refinado sobre esses movimentos me conduziu à formulação de algumas questões que são, a meu ver, tensões do sistema de atividade "Tendências" e possuem potencial expansivo. Então, logo após a análise dos sistemas de atividade constituídos durante o trabalho nos grupos e, tomando como base essas tensões, analiso como ocorreram as transformações expansivas no sistema de atividade formado durante o curso de extensão "Tendências em Educação Matemática".

Essa estrutura de apresentação e análise dos dados foi organizada com base nos cinco princípios de Engeström (2001) e, de forma parcial, em sua própria ferramenta analítica: o ciclo de aprendizagem expansiva. Entretanto, como disse anteriormente, não é possível analisar cada um dos princípios de forma isolada, uma vez que são indissociáveis.

Quando descrevo o sistema a partir da visão de seus organizadores e na sequência analiso o trabalho no interior dos grupos, já estou apoiada nesses princípios: no primeiro deles, para compreender a unidade de análise, ou seja, o próprio sistema de atividade do curso e, ao mesmo tempo, no segundo, para examinar o que revela a multiplicidade de vozes, seja no interior dos grupos, nos objetivos de seus organizadores, ou nas possíveis relações com outros sistemas. Contudo, essas análises, que vão desde a elaboração da proposta do curso até o seu desenvolvimento no interior nos grupos, já são feitas do ponto de vista de sua história local: me refiro ao terceiro princípio. Além disso, já identifico, à medida que os sistemas no interior dos grupos se desenvolvem, alguns destaques que potencialmente podem revelar tensões do curso visto como um sistema de atividade.

A forma como se dá o desenvolvimento das tensões mostra se as transformações expansivas ocorreram ou não, contemplando, assim, o quarto e quinto princípios da T.A.

Imbricadas em todo esse percurso de análise está parte das ideias do ciclo de aprendizagem expansiva, pois essa ferramenta analítica, proposta por Engeström (1999c), favorece os entendimentos acerca do desenvolvimento histórico do sistema e, consequentemente, dos demais princípios. Tais entendimentos são fundamentais para essa pesquisa, pois acredito que, de uma forma ampla, compreender como ocorre a transformação de algo implica em entender o seu próprio desenvolvimento histórico.

Permeando toda essa análise, está a visão epistemológica apoiada no construto seres-humanos-com-mídias, que abarca os processos de reorganização do pensamento e moldagem recíproca (BORBA, 1993, 1999), os quais colocaram em destaque as contribuições das mídias no processo expansivo.

Por fim, coloco em debate uma ideia, ou melhor, outra possibilidade que considero como potencialmente expansiva e que surgiu durante a pesquisa, qual seja: acrescentar uma nova camada ao construto seres-humanos-com-mídias.

5.1 Uma rede de sistemas de atividade

Sistemas de atividade não se constituem de forma isolada, pois cada um dos participantes faz parte, de forma simultânea ou não, de mais de um sistema de atividade, seja em suas respectivas instituições, em sala de aula, em grupos de estudos ou de pesquisa, entre outros. Todos esses sistemas se relacionam por meio de conexões entre seus elementos (ENGESTRÖM, 2001). Desse modo, é possível afirmar que o sistema de atividade "Tendências" faz parte de uma rede complexa de sistemas de atividade. Inspirada em Kawasaki (2008), encontrei uma forma de ilustrar essa rede (fig. 16).

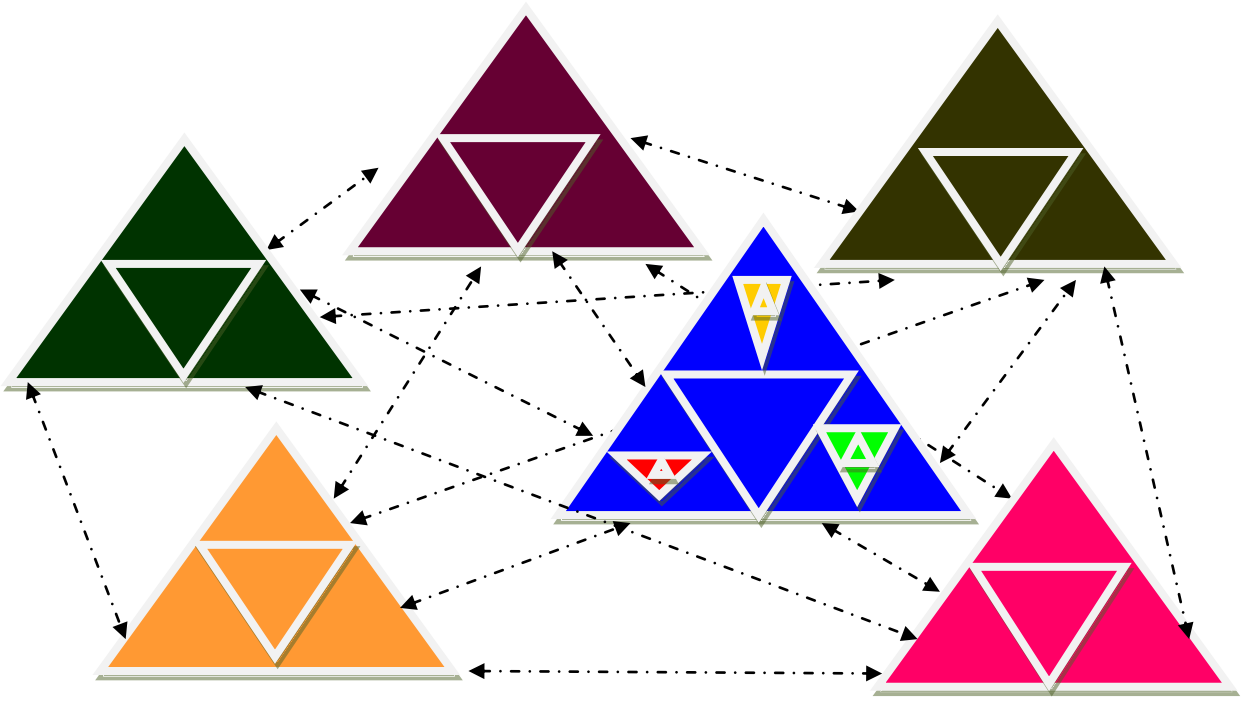


Figura 16: Ilustração de uma rede de sistemas de atividade

Nessa representação (fig. 16), a rede da qual faz parte o sistema de atividade "Tendências" é composta por inúmeros sistemas, e os movimentos em um desses sistemas podem influenciar os movimentos em outros (KAWASAKI, 2008). Ao mesmo tempo, o próprio sistema de atividades "Tendências", representado pelo triângulo central (azul) da figura 16, é formado por vários outros sistemas que se desenvolvem em curtos períodos de tempo, como por exemplo: sistemas formados por cada um dos grupos e/ou em cada um de seus respectivos *chats*; sistemas formados pelos organizadores do curso; sistemas formados nos encontros do grande grupo; entre outros.

Essa representação triangular central requer uma observação para se evitar interpretações incorretas, pois sua forma pode remeter ao conceito de representação fractal do triângulo de Sierpinski, o que, por sua vez, leva ao entendimento de padrões que se repetem em escalas menores. Acontece que os sistemas desenvolvidos em períodos menores de tempo, apesar de ser possível analisá-los como miniciclos[29], não devem ser entendidos como miniaturizações de sistemas desenvolvidos em períodos maiores de tempo. Sendo assim, os eventuais sistemas que tenham sido formados durante o trabalho nos grupos e que tenham se desenvolvido em algumas horas, por exemplo, não devem ser considerados como

[29] O uso da palavra miniciclo ou da abreviação M.A.E. se refere aos ciclos "menores" de aprendizagem expansiva.

reproduções idênticas uns dos outros e, nem mesmo, do sistema de atividade "Tendências" formado durante o desenvolvimento do curso.

Entretanto, sistemas de atividade que se desenvolvem em *small cycles of innovative learning* (ENGESTRÖM, 1999c, p.385) devem ser considerados como potencialmente expansivos. Além disso, um ciclo de aprendizagem expansiva em larga escala envolve numerosos ciclos de menor escala (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010; DAVID; TOMAZ, 2012).

De acordo com Souto (2012), a diferença entre os miniciclos e os ciclos de aprendizagem expansiva é o desenvolvimento temporal de cada um. Em ciclos maiores, o período de estudo é considerado longo, podendo durar meses ou anos, enquanto que os ciclos reduzidos podem se desenvolver em dias ou até mesmo em algumas horas. Nessa pesquisa, esses ciclos menores foram observados durante o estudo das cônicas com o GeoGebra.

Cabe destacar que o caráter intervencionista da proposta de análise do ciclo de aprendizagem expansiva de Engeström (1999c) foi desconsiderado. Essa decisão foi, entre vários aspectos, apoiada no trabalho de Hardman (2007) que afirma que esse caráter não é necessário para explicar a complexidade da atividade em sala de aula. Embora o intuito dessa autora seja situar a prática de professores em uma sala de aula presencial e, portanto, se diferencie do objetivo desta tese, suas considerações são relevantes e se mostram adequadas aos interesses desta pesquisa.

Optei em analisar os movimentos de miniciclos no interior de alguns grupos, por considerar que eles são inextricáveis ao sistema de atividade "Tendências". Suas respectivas análises, bem como as relações entre si, e com a proposta dos organizadores do curso "Tendências", a meu ver, apresentaram compreensões sobre como ocorreram os movimentos que desencadearam transformações expansivas no sistema de atividade "Tendências".

Mas afinal, esse é o melhor caminho? Quais sistemas considerar para que o foco da pesquisa não seja distorcido? As respostas a essas perguntas não são únicas. Sem dúvida a complexidade dessa rede permite a escolha de vários caminhos e de inúmeros sistemas. Entretanto, o meu particular interesse nos movimentos que envolvem o trabalho com as cônicas, me fez optar pela análise dos movimentos no interior de alguns grupos, cuja justificativa da escolha foi apresentada no capítulo quatro.

5.2. O Sistema de Atividade "Tendências": a visão de seus organizadores

O primeiro princípio da teoria da atividade, na forma compreendida nesta tese, consiste em compreender a unidade primária de análise, que de acordo com Engeström (2001), é o próprio sistema. No desenvolvimento de tal sistema podem ocorrer transformações expansivas. Desse modo, entendo a plausibilidade de apresentar o curso "Tendências em Educação Matemática" como um sistema de atividade. Contudo, tenho a clareza de que essa apresentação *à priori* demanda um esforço complexo, pois acredito que um sistema de atividade, qualquer que seja, só pode ser caracterizado e explicado em sua totalidade à medida que se desenvolve.

Ciente das dificuldades, mas também da necessidade, aceito esse desafio e, com base nas discussões teóricas do capítulo três, apresento, na representação triangular sugerida por Engeström (1987), o curso "Tendências em Educação Matemática" como um sistema de atividade idealizado por nós organizadores (prof. Marcelo e eu), o qual denomino sistema de atividade "Tendências" (fig. 17).

Antes, porém, faço um breve “desvio” para discutir a ideia de estaticidade que pode ser impressa devido à forma triangular da representação do sistema. No âmbito da Educação Matemática alguns autores já propõem reflexões sobre o dinamismo presente nesse modelo. David e Tomaz (2012), por exemplo, focam na mobilidade dos componentes de um sistema de atividade a partir da superposição das regras que regulam as normas de uso e a interpretação de desenhos em Matemática. Alinhado com essa discussão, está o trabalho de Araújo e Kawasaki (2013) que apontam, como um movimento presente nessa representação triangular, as indefinições que podem surgir em relação ao objeto a partir de conflitos entre os motivos da atividade. Essas autoras também analisam o modo como um mesmo elemento pode desempenhar funções distintas em um sistema de atividade.

No fortalecimento das ligações entre a teoria da atividade e o construto seres-humanos-com-mídias, realizada no capítulo três, algumas possibilidades de movimento entre as funções dos elementos da atividade nessa representação triangular também são apontadas, como, por exemplo, a conjectura levantada em relação ao papel de artefato que talvez possa ser inicialmente exercido por uma mídia e, ao longo da evolução do sistema, de suas transformações e do processo de moldagem recíproca, essa mesma mídia passe a desempenhar o papel de objeto.

Além desses aspectos, a própria ideia de transformação expansiva indica que nessa representação triangular há um processo de mudança, ou seja, há movimentos. De modo particular, as relações (dialéticas) dentro de sistemas de atividade são marcadas pela dinamicidade desses movimentos. As setas duplas, que dão forma à representação triangular, podem ser, em certa medida, consideradas como imagens de um modo de se "perceber" os movimentos desse sistema. No encontro de duas ou mais dessas setas, ou ao longo de uma mesma seta, podem ocorrer tensões que são chamadas por Engeström (1999b) de contradições internas, que por sua vez podem impulsionar transformações expansivas.

Esse pequeno desvio foi para destacar que um sistema, qualquer que seja, inclusive o idealizado por nós organizadores, não deve ser tomado como uma estrutura rígida, mas antes como algo fundamentalmente dinâmico, fluido e sensível aos movimentos que ocorrem em seu interior e também em outros sistemas.

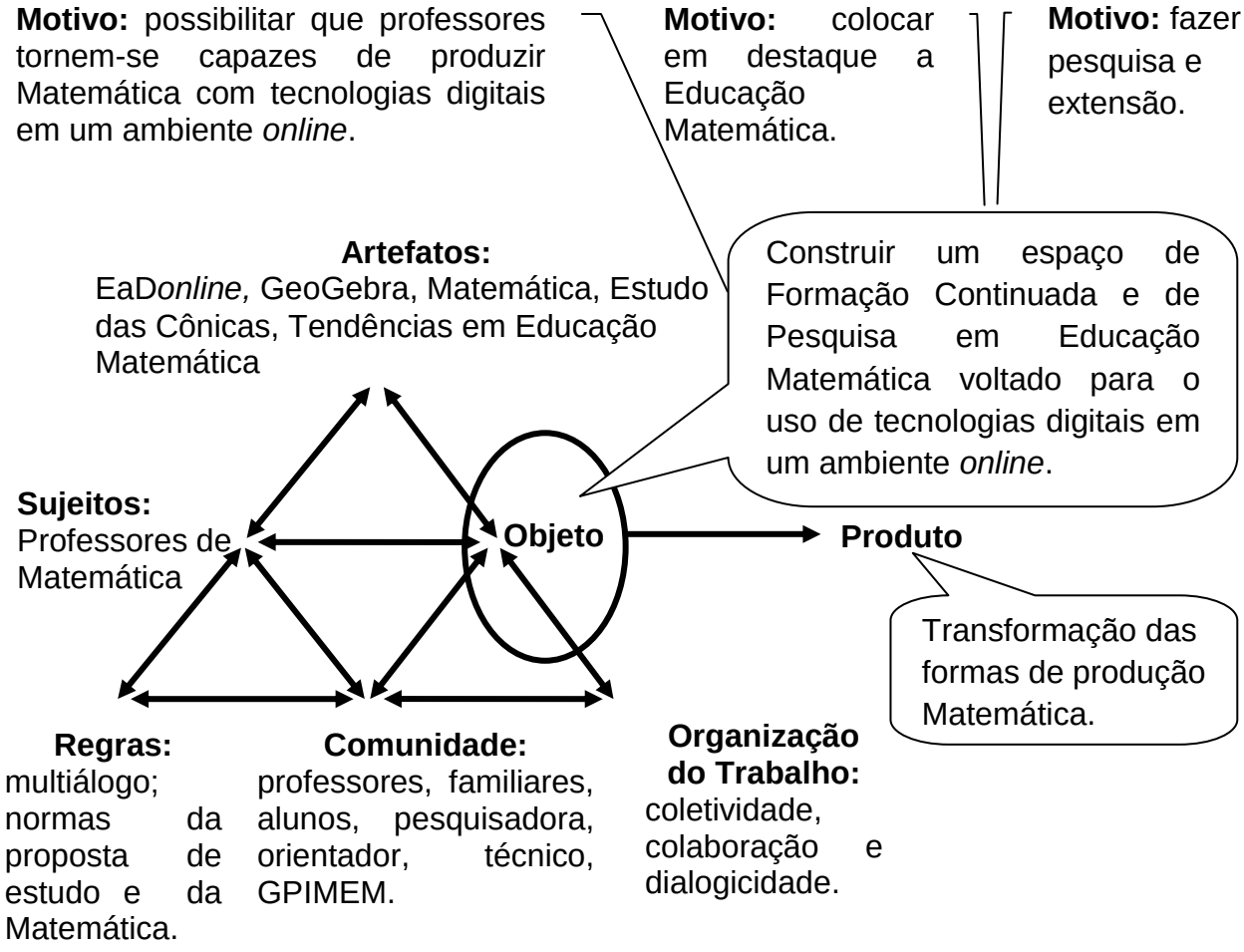


Figura 17: Representação triangular do sistema de atividade "Tendências" ***idealizado*** na proposta de seus organizadores.

Na representação triangular da figura 17 a EaD*online*, o GeoGebra, alguns conceitos Matemáticos, o estudo das cônicas e as Tendências em Educação Matemática, que foram discutidos nas duas edições do curso e apresentadas no capítulo quatro, são artefatos que inicialmente medeiam a relação dos professores de Matemática participantes do curso (sujeitos) com o objeto no sistema de atividade "Tendências". Essa mediação é representada pelo triângulo superior (Professores de Matemática - EaDonline, GeoGebra, Estudo da cônicas, Tendências em Educação Matemática - Objeto). Além disso, é importante observar que essa relação é, também, mediada pela comunidade. Sua representação está no triângulo inferior (Professores de Matemática - Comunidade - Objeto). Os sujeitos, segundo a teoria da atividade, são aqueles que têm *agency* (poder de ação). Então, a princípio, estou considerando que esse papel é desempenhado pelos professores de matemática que participaram do curso.

A comunidade é constituída por todos que, de alguma forma, participaram do curso e partilharam o mesmo objeto. Portanto, são considerados membros da comunidade o Prof. Marcelo Borba, o técnico Geraldo Lima e eu. Nossa experiência em cursos como esse nos permitiu conjecturar, no momento da elaboração da proposta, que no decorrer das duas edições do curso teríamos a participação de familiares, de alunos e de outros professores (colegas de trabalho dos participantes), o que acabou se confirmando. Nesse caso, eles também fazem parte da comunidade. Além desses, considero como membros da comunidade os integrantes do GPIMEM, pois a proposta do curso foi analisada e avaliada por esse grupo. A pluralidade dos membros dessa comunidade traz para esse sistema um nexo de múltiplos pontos de vista, tradições e interesses que revelam a multivocalidade do sistema.

Ainda na figura 17 é possível observar que a relação entre os professores de Matemática participantes do curso e a comunidade é mediada pelas regras, e representada no triângulo inferior esquerdo (Professores de Matemática - Regras - Comunidade). Segundo Engeström (1999c), são elas que regulam as relações dentro do sistema.

O conceito de multiálogo discutido em Borba e Penteado (2001), Gracias (2003) e Santos (2006) sugere que algumas regras, que são usuais em uma sala de aula presencial, como respeitar a vez de cada um falar, prestar atenção em um único discurso e expressar o pensamento por meio da oralidade, são transformadas

nas interações que ocorrem nos *chats* (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). Esse conceito mostra o surgimento de uma nova regra que faz parte da dinâmica da EaD*online* em ambientes que permitem esse tipo de interação.

Tendo em vista as possibilidades do ambiente virtual em que o curso se desenvolveu, é possível afirmar que os dados analisados seriam, em grande parte, produzidos nos *chats,* o que acabou ocorrendo. Desse modo é natural considerar o multiálogo como uma regra do sistema. Outras regras, que constam na proposta do curso e, portanto, fazem parte desse sistema, estão explicitadas em detalhes no capítulo quatro, como a divisão dos participantes em grupos, a determinação do tempo final a conclusão do trabalho, entre outras. Além disso, é de se esperar que as regras da própria Matemática constituam o sistema.

A forma como o tratamento dado a essas regras influenciou na organização[30] (divisão) do trabalho, bem como os acordos sobre o cumprimento ou não, foram estabelecidos dentro dos próprios grupos e são identificados ao longo das análises tecidas nesse mesmo capítulo. Por outro lado, é pertinente observar que tal organização se refere à negociação de responsabilidades que é realizada a partir das regras. Nossa ideia ao sugerir algumas normas na proposta de estudo era propiciar uma organização baseada na coletividade, na colaboração e no diálogo. A organização do trabalho medeia a relação entre a comunidade e o objeto. Na figura 17, o triângulo inferior direito (Comunidade - Organização do Trabalho - Objeto) representa essa relação.

Por fim, como resultado da atividade, o objeto, que se transforma em produto do sistema. Esse elemento traz para o sistema de atividade um potencial para mudança e um caráter ambíguo das ações que são orientadas por ele (DANIELS, 2011). Por ser um alvo móvel e uma fonte de instabilidade, a determinação do objeto, *a priori*, é difícil, senão, impossível. De acordo com Hardman (2007), a identificação do objeto é um esforço problemático. Essa autora explica que existe uma confusão conceitual em torno do objeto, que decorre tanto de dificuldades de tradução do original russo, bem como de novas interpretações que abordagens contemporâneas da teoria da atividade fazem em relação a esse elemento.

[30] Deste ponto em diante, adoto o termo *organização* ao invés de *divisão* do trabalho que tem sido usualmente empregado na T.A. A palavra "divisão" poderia remeter à ideia de algo fragmentado, e assim, gerar compreensões distorcidas sobre as ideias discutidas nessa tese.

De acordo com Engeström (1999b), o objeto é entendido como "a matéria-prima" ou o "espaço-problema" para o qual o sistema de atividade é dirigido. A ideia é buscar nesse autor, e em outros que concordam com ele, respaldo teórico para identificar ou pelo menos tentar encontrar aproximações do objeto. Esse esforço é importante porque transformações expansivas, foco dessa tese, podem ser entendidas como reconceituações dos elementos do sistema, dentre eles, o objeto.

Kaptelinin (2005, p.17) afirma que "o objeto da atividade é determinado cooperativamente por todos os motivos efetivos". Nesse caso, surge outra questão: como identificar um motivo efetivo? De acordo com Kawasaki (2008), um motivo pode ser identificado quando os objetivos são discutidos e negociados.

Com base nesses autores é possível pensar que o objetivo geral do curso de extensão Tendências em Educação Matemática é ofertar na modalidade a distância um momento de formação continuada a professores de Matemática.

Nas duas edições analisadas nesta tese, um dos objetivos específicos era oportunizar o estudo das cônicas com o GeoGebra. Além disso, as propostas de 2010 e 2011 (Apêndice C) indicam a preocupação com a pesquisa em Educação Matemática, em particular com a discussão em torno de suas Tendências. Por outro lado, existe também o objetivo de, através dessa ação extensionista, se produzir dados para esta tese. Todos esses objetivos foram discutidos e negociados por seus organizadores (Prof. Marcelo e eu). Desse modo, interpreto que os motivos no momento da elaboração das respectivas propostas eram: possibilitar que professores tornem-se capazes de produzir Matemática com tecnologias digitais em um ambiente *online*; colocar em destaque a Educação Matemática como campo de pesquisa; fazer pesquisa e extensão.

As observações do parágrafo anterior indicam que o sistema de atividade "Tendências" é multimotivacional (KAPTELININ, 2005), o que torna mais complexo o processo de reconhecimento e análise do objeto. No entanto, compreendo que uma aproximação do que seria o objeto idealizado pelo prof. Marcelo e por mim, no momento de elaboração das propostas (2010 e 2011) era: construir um espaço de formação continuada e de pesquisa em Educação Matemática, voltado para o uso de tecnologias digitais em um ambiente *online*.

Entretanto, o processo de negociação dos objetivos é contínuo e inclui os interesses dos professores participantes do curso. Desse modo, é de se esperar que essa aproximação do objeto idealizada por nós, seja transformada por influência dos

objetos dos sistemas de atividade dos grupos. Assim como a aproximação do objeto idealizado por nós possa vir a transformar o objeto dos sistemas dos grupos, ao longo do desenvolvimento do sistema de atividade "Tendências".

Como produto do sistema de atividade, idealizamos, a partir de nossa visão de conhecimento, a qual converge para as ideias do construto seres-humanos-com-mídias, a transformação nas formas de produção Matemática.

5.3 O grupo 1-2010

Os professores que constituíram o grupo 1-2010 foram: os gaúchos, Vinicius da capital - Porto Alegre - e Thaísa de Canoas; as paranaenses, Silvia da capital - Curitiba - e Sandra de União da Vitória; e a mato-grossense Vânia de Vila Rica. Eles atuam ou já atuaram em diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Para a maior parte desses professores o curso "Tendências" possibilitou duas experiências inéditas até então. Uma delas foi o acesso à própria EaD*online* e a outra foi a interação com o *software* GeoGebra. O bate-papo entre Sandra, Vânia e Vinicius, e na sequência o comentário de Thaísa, refletem essas novidades no grupo.

> ***Sandra*** *(18/04/2010 20h5min51s BRT) só uma pergunta antes de começarmos a trabalhar: vcs conhecem o Geogebra? Já trabalharam com este software?*
> ***Vânia*** *(18/04/2010 20h6min57s BRT) Olha eu não conheço o geogebra*
> ***Vinicius*** *(18/04/2010 20h7min12s BRT) Eu estou conhecendo agora.*
>
> *Bem, eu também estou participando de um curso a distância pela primeira vez, e como já disse na última aula, isso foi um dos motivos que me atraiu para fazê-lo. (Thaísa, postado no fórum de discussão em 11/04/2010).*

No excerto anterior, Thaísa destaca o fato de nunca ter vivido a experiência de um curso a distância como uma justificativa para sua participação no curso Tendências e reforça que já havia comentado isso na aula anterior. Sua observação se deve ao fato de indagarmos (prof. Marcelo, Geraldo Lima e eu) esses professores ao iniciarmos o curso, sobre suas respectivas aspirações em relação ao curso.

Especificamente, o que queríamos saber era: o que esperavam trabalhar no curso e o porquê da escolha do curso Tendências.

Nas respostas, uma convergência que sintetiza o desejo dos professores desse grupo: debater *online* sobre algumas Tendências em Educação Matemática. No que diz respeito às justificativas da escolha, foram duas as razões assumidas por esses professores: busca por novas oportunidades para a carreira profissional devido à expansão dessa modalidade de ensino; e a procura por novos caminhos para a continuidade da formação acadêmica que inclui aspirações em relação às suas respectivas formações em nível de pós-graduação (algumas já em andamento e outras em nível de projeto).

De acordo com Daniels (2011), perguntar aos participantes sobre aspectos relacionados ao objeto da atividade dos sujeitos, mesmo que não utilizando o termo "objeto", como foi feito aqui, é um primeiro passo para a identificação de tensões (ou contradições internas), que podem alavancar transformações expansivas. Os comentários de Silvia e Vânia explicitam as ideias que permeavam o pensamento do grupo, auxiliando, assim, em uma aproximação do objeto naquele instante:

> *Como alguns aqui, este também é meu primeiro curso a distância. Tive interesse em fazê-lo por alguns motivos. Primeiro, para saber como funciona e vivenciar um curso de extensão a distância e, segundo, auxiliar no meu mestrado. (Silvia, postado no fórum de discussão em 11/04/2010).*
>
> *Os EAD dão oportunidades as pessoas que não tem acessos aos grandes centros, para fazer uma formação,[...] e esse curso de tendências vai me ajudar muito, a entender a educação a distância, pois aqui em Vila Rica terá um Polo da UAB. (Vânia, postado no fórum de discussão em 14/04/2010).*

As posições assumidas nos excertos acima indicam objetivos comuns no grupo e sugerem que naquele instante inicial, os motivos daquele sistema de atividade eram: vivenciar a Educação a Distância *online* e construir a identidade de pesquisadores em Educação Matemática. A meu ver, esses motivos favorecem o entendimento de que o objeto está, inicialmente, relacionado à possibilidade de ascensão profissional e qualificação acadêmica (fig. 18).

Várias das observações desse grupo de professores podem ser resumidas na colocação final de Vânia, quando destaca que seu interesse está vinculado à

possibilidade de abertura de um futuro polo da UAB - Universidade Aberta do Brasil - em sua cidade. Ela já atua no ensino superior - Licenciaturas Plenas Parceladas - na Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT. Por isso, comentários como esse, me levaram a interpretar que o curso tendências também pode ser entendido como um meio de formação/capacitação que futuramente pode implicar em uma progressão na carreira profissional. Outro fator enfatizado pelos demais participantes foi destacado no comentário anterior por Silvia, qual seja: a busca de ajuda para a qualificação acadêmica. Com essas considerações é possível esboçar uma representação triangular inicial do sistema de atividade desse grupo (fig. 18).

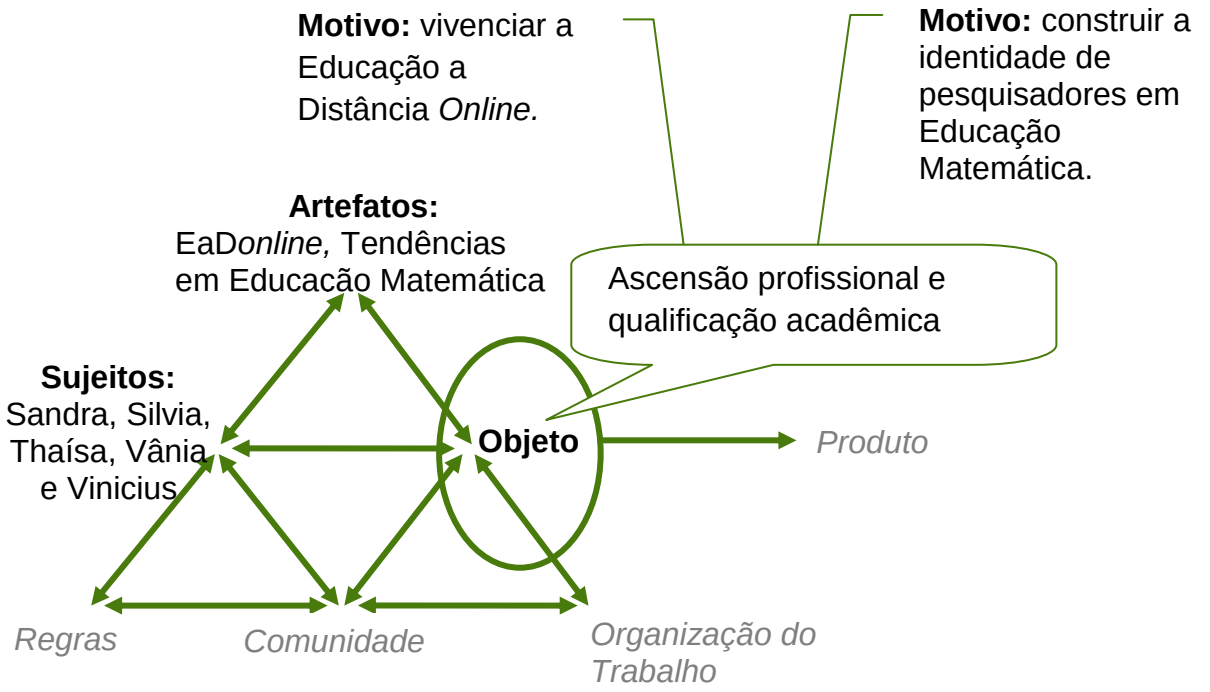


Figura 18: Primeira representação do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

Sobre a representação triangular da figura 18, além dos motivos e do objeto, é preciso destacar, também, que no papel de sujeitos estão Sandra, Silvia, Thaísa, Vânia e Vinicius. Na função de artefatos e, portanto, a princípio, mediadores das relações entre os sujeitos e o objeto, estão a EaD*online* e as Tendências em Educação Matemática. Em relação ao tratamento dado às regras e à forma como foi feita a organização do trabalho, bem como a caracterização da comunidade e a identificação do produto da atividade serão analisados na medida em que o sistema for se desenvolvendo.

Durante a realização da proposta, particularmente no momento que envolvia o estudo das cônicas, houve novos movimentos nesse sistema de atividade. A

organização do trabalho começou a ser desenhada de acordo com as regras colocadas pelos organizadores e os encontros ocorreram na sala de bate-papo própria do grupo. Nesse caso, é possível afirmar que o multiálogo, entendido como a forma que o diálogo se estabelece em um *chat* (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011) se apresenta como uma regra nesse sistema (fig. 19).

Houve, também, uma espécie de revezamento nas funções de relator e mediador no decorrer de 16 encontros extras que duraram em média 3 horas cada um, o que sugere traços de um trabalho colaborativo conforme ilustrado na figura 19.

No início do estudo da parábola, o GeoGebra passou a fazer parte do sistema de atividade desempenhando o papel de artefato, porque havia o passo-a-passo que orientava as construções com esse aplicativo. Entretanto, durante o transcurso da proposta de estudo, mais especificamente no momento em que as questões retiradas dos livros didáticos estavam em discussão, prevaleceu um impulso inicial em realizar o trabalho "no braço" - expressão utilizada pelos professores para caracterizar o uso de lápis e papel, pois, para alguns deles, a solução com essas mídias se mostrava evidente. Enquanto, para outros, esses recursos remetiam a um tipo de "segurança", "legitimação de ideias". Nesse momento, a mídia lápis-e-papel passou a exercer a função de artefato, e o GeoGebra ficou momentaneamente fora do sistema de atividade. Esses movimentos mostram alterações no sistema apresentado na figura 19 em relação à representação inicial (fig. 18).

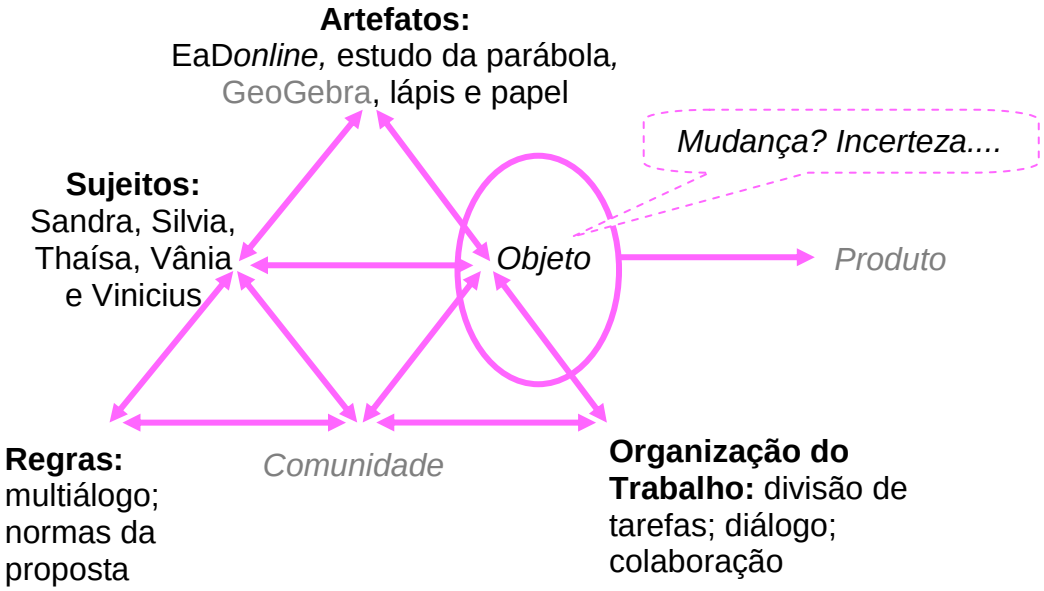


Figura 19: Segunda representação do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

Nesse momento do trabalho, representado na figura 19, conjecturei, a princípio, que uma nova proposta de estudo estivesse sendo desenhada pelo grupo e, com isso, o objeto que talvez se relacionasse a ela se encontrasse em um processo de transformação. Isso porque os professores não recorreram ao GeoGebra, que inicialmente havia sido explorado nas construções, para solucionar as questões retiradas dos livros didáticos.

Contudo, essa possível "nova" proposta mediada pela mídia lápis-e-papel não se configurou como um objeto conforme propõe Engeström (1987), nem mesmo como um problema (BORBA, 1994, 2009, SAVIANI 1985), no sentido de se tornar um obstáculo a ser superado. Ao contrário, se mostrou trivial ou até mesmo superficial para os participantes, algo corriqueiro que não demandou maiores esforços para ser solucionado.

No entanto, o sistema de atividade apresentado na figura 19 não estava estabilizado. Ocorreram novas movimentações dentro do grupo que provocaram alterações no sistema. O recorte a seguir é um bom exemplo desses movimentos. Ele retrata o processo adotado na resolução da questão de letra "j" do estudo da parábola: *"Dada a equação $y^2 = -8x$, trace o gráfico, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz".*

Como destacado anteriormente, o grupo adotou inicialmente um procedimento que considero como um padrão de produção Matemática desses professores, o qual consiste em utilizar lápis-e-papel para "*pensar com*" e encontrar uma solução algébrica empregando técnicas analíticas conhecidas e usualmente encontradas em livros didáticos. Em soluções como essas a mídia lápis-e-papel protagoniza o papel de artefato, como representado na figura 19. Esse tipo de procedimento é considerado fácil, e muitas vezes dito como evidente pelos participantes do grupo, ou nas próprias palavras de seus membros, a solução "salta aos olhos". Entretanto, ao discuti-la Thaísa compartilha sua insatisfação.

> ***Thaísa*** *(20/04/2010 21h45min48s BRT) sim, (-2,0). Vinicius, o que eu quero fazer é determinar o foco e a equação da diretriz diretamente no software.*

A colocação de Thaísa, ao que parece, aflorou no momento em que ela conseguiu relacionar a questão atual com as construções iniciais, em que se estimulou um "*pensar com*" o GeoGebra (BORBA, 1999). Esse "querer fazer" de

Thaísa pode, então, ser considerado um esforço para superar o impulso inicial de encontrar uma solução que se mostrava mais evidente? Seria essa uma tensão? Seria esse o início de um miniciclo?

Antes de Thaísa se pronunciar o grupo seguia um caminho, digamos "normal" para seus participantes, que conduzia à busca de soluções com a mídia lápis-e-papel desconsiderando o trabalho realizado inicialmente com o GeoGebra. Ao que parece há, nesse instante, uma predominância do processo de internalização (ENGESTRÖM, 1999b), ou seja, repetição das formas de produção Matemática usuais para esses professores.

Quando Thaísa se pronunciou, sinalizou em direção à criação de algo diferente e que podia ser considerado novo para esse grupo de professores. De acordo com Engeström (Ibidem), isso pode marcar o começo do processo de externalização. Acredito que os *feedbacks* desse *software* nas situações anteriores foram, em grande parte, responsáveis pelo despertar do interesse de Thaísa.

Sendo assim, apesar de ser prematuro afirmar, acredito que as respostas para as questões destacadas anteriormente, podem ser positivas. O "querer" expressa vontade, desejo, intenção e o "fazer" remete ao agir, ao realizar, ou seja, o "querer fazer" pode ser lido como uma intenção de ir além e superar uma situação que estava estabelecida. Além disso, de acordo com a teoria da atividade, um tipo de tensão pode ocorrer quando existe a introdução de algo novo (Engeström, 2001). Nesse caso, o GeoGebra é o "algo novo" que foi introduzido e que entrou em choque com o que era, até então, o padrão dominante no grupo: resolver com lápis-e-papel.

Ao compartilhar seu anseio, Thaísa expressou um sentimento sobre algo que parecia incompleto, em virtude da não utilização do *software* na solução. Esse sentimento, ao que parece, é partilhado por todos que, imediatamente, se mobilizaram, sob a liderança de Vinicius. Nesse instante o GeoGebra voltou a fazer parte do sistema de atividade exercendo a função de artefato. Esse pode ser um marco inicial para o que estou considerando como um miniciclo de aprendizagem expansiva porque há um interesse coletivo em buscar o desconhecido. Em outras palavras, a procura por artefatos que contribuam para transformar a produção Matemática desse grupo de professores (a externalização) começou a se intensificar.

> ***Vinicius*** *(20/04/2010 22h9min41s BRT) construi um pto qualquer sobre a parábola, depois construi um reta perpendicular ate x. criei um pto em comum entre a reta e eixo x, e [...]. vou salvar e mandar para vcs...e prepara melhor a explicação para amanhã.*
> ***Thaísa*** *(20/04/2010 22h14min25s BRT) tá bom, vou tentar fazer isso e depois conversamos...*
> ***Sandra*** *(20/04/2010 22h14min47s BRT) vou tentar fazer isso para conversarmos amanhã... eu não consegui fazer com o Geogebra.*
> ***Vinicius*** *(20/04/2010 22h14min48s BRT) esquece... deu errado...*

O excerto anterior reforça a ideia de que o trabalho com o GeoGebra, além de ser coletivo é dialógico e colaborativo. Isso porque Vinicius e seus colegas realizavam testes, simulações, experimentos com o *software,* na tentativa de buscar possíveis soluções e entendimentos. Esse comportamento indica também que o processo de moldagem recíproca ocorre de modo parcial, porque o GeoGebra moldou as ações do grupo na medida em que seus *feedbacks* influenciaram no raciocínio dos professores, ou seja, as respostas do aplicativo às ações do grupo reorganizaram o pensamento coletivo. Esse fato, sugere que, a princípio, esse *software* desempenhou o papel de artefato mediador da atividade.

Na representação triangular do sistema de atividade ilustrada na figura 20, a moldagem recíproca não aparece de forma explícita, mas o fato de o GeoGebra passar a fazer parte do objeto da atividade, na medida em que o sistema avançou, pode ser considerado um indicativo de que esse processo aconteceu.

Esses movimentos encaminharam o trabalho em direção à abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) e geraram alterações no sistema, que podem ser constatadas na terceira representação triangular (fig. 20).

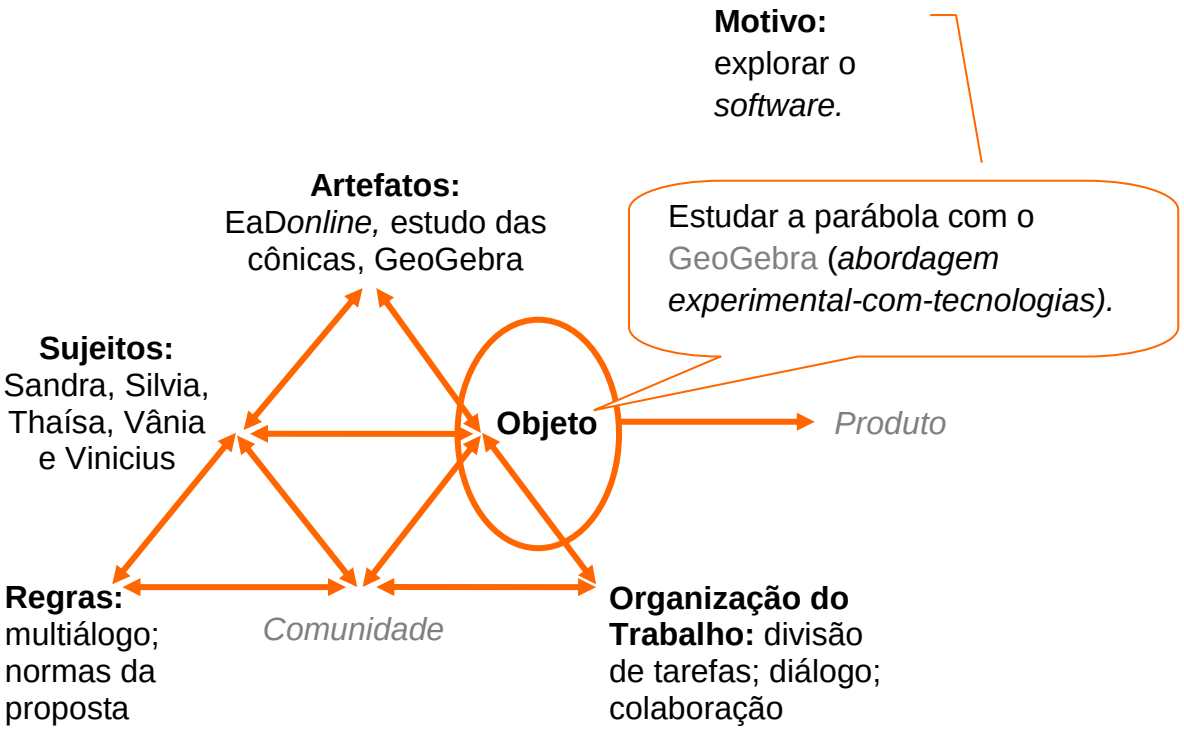


Figura 20: Terceira representação do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

O objetivo de Thaísa em "determinar o foco e a equação diretriz diretamente no *software*" foi compartilhado pelos demais sujeitos do grupo. Pode-se dizer, então, que esse objetivo comum gerou um novo motivo (KAWASAKI, 2008), qual seja: explorar o *software*, o que de imediato remete ao objeto (KAPTERLININ, 2005), que em minha leitura, nesse instante, está diretamente relacionado ao estudo da parábola com o GeoGebra e de forma indireta à abordagem experimental-com-tecnologias, uma vez que o estudo das cônicas seguiu a orientação dessa abordagem (fig. 20). Essas alterações desencadearam novos movimentos no próprio trabalho do grupo.

> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h36min40s BRT) calculamos o foco, mas não sabíamos como fazer isso diretamente no geogebra...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h39min22s BRT) vamos inserir uma equação, vamos abrir o algebra (em branco) e colocar p=2 e x^2=2*p*y, teremos a parábola passando pela origem.*
> *vamos fazer um caso genérico pra aquecer. Depois todo mundo tenta no exemplo proposto pela atividade*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h40min42s BRT) sim...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h40min47s BRT) Após usar vários recursos do Geogebra, decidi fazer uma coisa que sempre falo aos alunos,*

> *que às vezes devemos dar um passo para traz para podermos dar muitos outros a frente. (quase nunca faço)*
> ***Sandra*** *(21/04/2010 18h41min4s BRT) ok..rsrsrsrr*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h41min22s BRT) Foi o que fiz, voltei ao inicio da atividade 1 e observei algumas coisas: que a reta mediatriz (m) é tangente a parábola, em todos os pontos da parábola mais precisamente. Todo mundo concorda com isso? estão lembrados?*

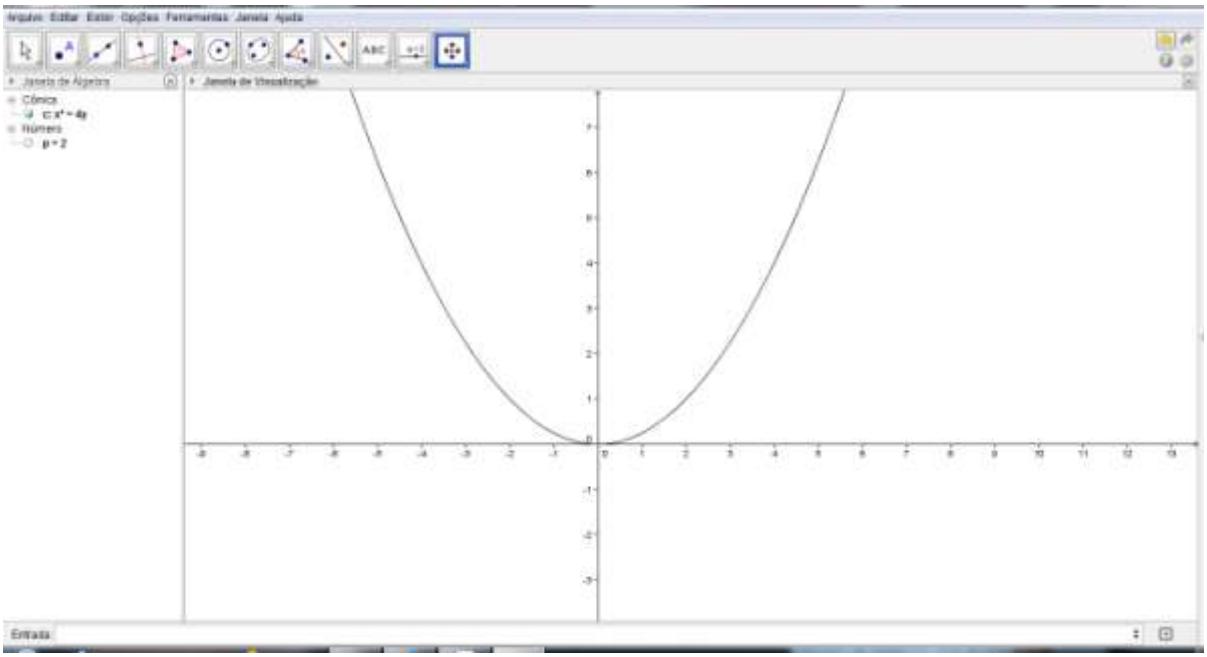


Figura 21: Primeira fase da construção do “caso genérico”

No excerto anterior, o ato protagonizado por Vinicius, de voltar ao início do trabalho e "rever algumas coisas", trouxe indicativos de que o "*pensar com*" o GeoGebra propiciou movimentos de reorganização em seu pensamento (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1999). Essas reorganizações podem ter originado a necessidade de se compreender os conceitos envolvidos em maior profundidade, ou pelo menos de revisitá-los com mais atenção.

No entanto, apesar do empenho do grupo, a solução não foi facilmente encontrada. Esse fato estimulou novas discussões sobre diferentes possibilidades para se resolver a questão. Como, por exemplo, a construção de um "caso genérico”, que foi proposto por Vinicius, cuja representação inicial pode ser observada na figura 21.

Conjecturo que a dificuldade em encontrar uma solução pode ter sido ocasionada por dois fatores: um deles é a pouca "intimidade" com o GeoGebra e o outro a falta de compreensão sobre as relações entre as representações algébricas

e geométricas envolvidas na construção da parábola. No excerto anterior, o bate-papo entre Thaísa, Sandra e Vinicius, de certa forma, indica isso. Principalmente quando Thaísa explicita que o grupo não conseguiu encontrar uma solução com o GeoGebra, e também quando Vinicius reconhece que teve que rever as construções iniciais. Esse instante é o ponto de partida de um novo segmento dentro do sistema de atividade, ou seja, uma nova direção do M.A.E. O grupo abandona momentaneamente a questão e caminha em direção à nova proposta de Vinicius: encontrar uma solução para o caso genérico, ou seja, algo que seja válido para todas as parábolas. De acordo com Engeström (1999b), esse tipo de comportamento em busca de novos encaminhamentos ou soluções sugere que o processo de externalização pode ter se intensificado.

O que estou chamando de "novo segmento" é congruente ao que Hardman (2007) considera uma quebra, interrupção ou pausa no fluxo do *script* legítimo (planejamento do professor). Nesse caso, Vinicius assumiu o papel do professor ao dar uma nova direção para o *script* legítimo. Identificar esses rompimentos ou mudanças de direção, como prefiro chamar, pode auxiliar na identificação do objeto da atividade, pois captam o que se está trabalhando e a motivação para o agir. Na figura 22 é possível verificar essas mudanças que ocorreram no sistema de atividade do grupo.

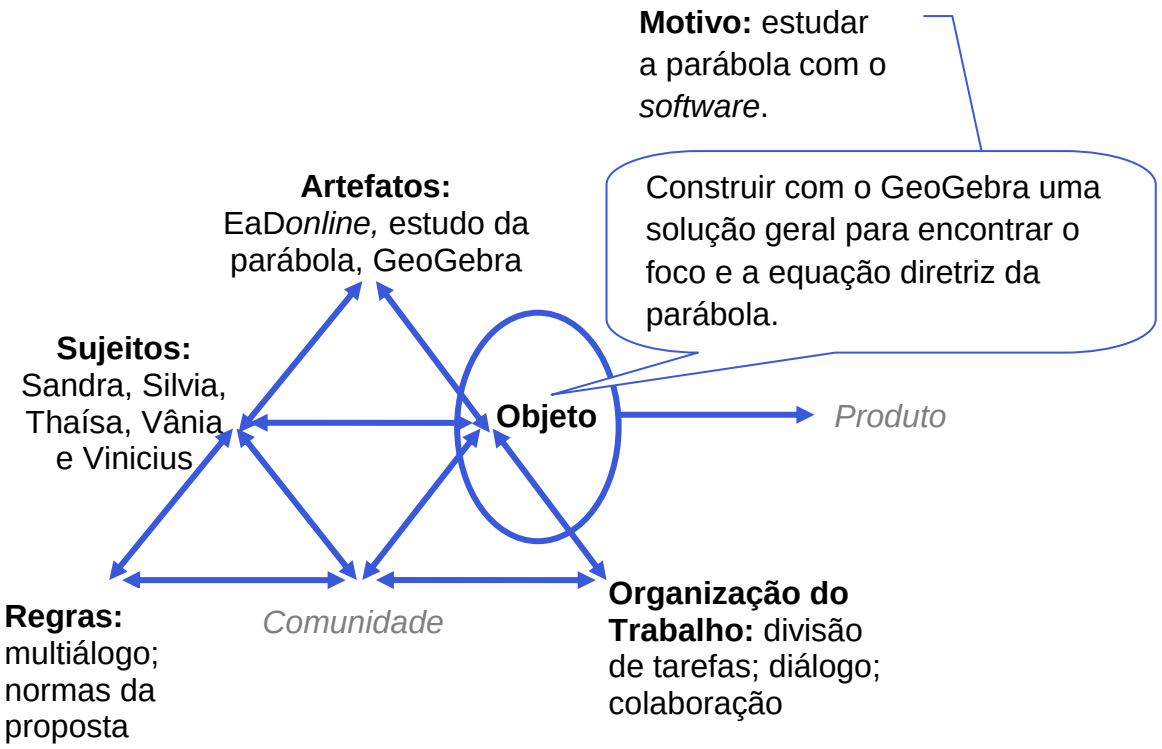


Figura 22: Quarta representação do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

Na figura 22, a aproximação do objeto foi elaborada com base nas discussões de Daniels (2011) que propõe encaminhamentos que, na minha leitura, podem ser sumarizados nas seguintes questões: "o que se está trabalhando?" Uma resposta plausível, a meu ver, é: está se trabalhando na construção de uma solução geral para encontrar o foco e a equação diretriz da parábola com o GeoGebra. Relacionado a esse objeto está o motivo para o "agir" - "o porquê se está trabalhando?" - que no meu entendimento é estudar a parábola com o *software*.

O excerto a seguir, e na sequência a figura 23, marcam o início do trabalho que é liderado por Vinicius, que representa um novo segmento do M.A.E. e que está relacionado à representação triangular da figura 22.

> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h42min23s BRT) Então criei um pto. qualquer sobre a parábola e por esse uma reta tangente. E observei onde ela (reta tangente) intercepta o outro eixo e nesta intersecção criei um pto.*
> ***Sandra*** *(21/04/2010 18h42min23s BRT) sim Vinícius também observei isso.*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h43min50s BRT) se vcs clicarem sobe o pto e precionsar as setas veremos a tangente passando por todos os ptos*

Thaísa *(21/04/2010 18h45min2s BRT) ok, podemos ver o movimento da tangente direitinho*
Vinicius *(21/04/2010 18h45min21s BRT) exato, Silvia e Sandra, como estão?*
Silvia *(21/04/2010 18h45min25s BRT) sim*

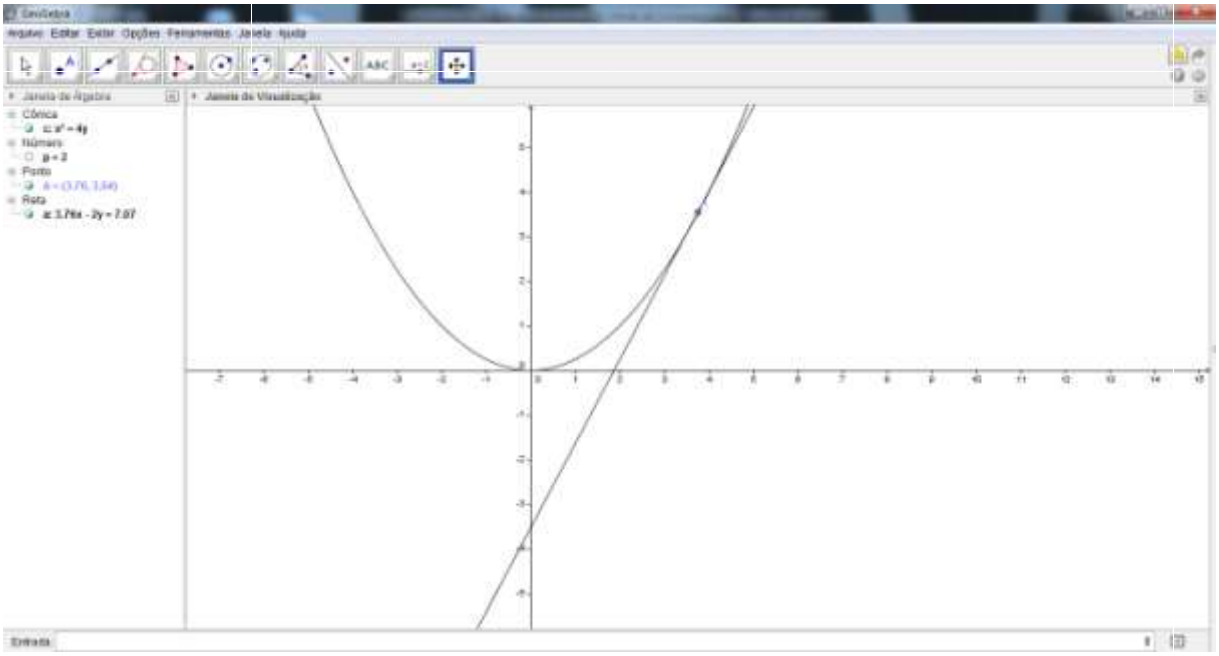


Figura 23: Segunda fase da construção do “caso genérico”

Na medida em que Sandra, Silvia, Thaísa e Vinicius empenhavam-se para encontrar uma solução, iam explorando o *software* e descobrindo suas potencialidades. Uma das especificidades de *software* dinâmicos como o GeoGebra é o recurso arrastar, que permite a análise de uma construção geométrica em diferentes posições. No excerto anterior, Vinicius propôs a utilização desse recurso para a verificação da relação de tangência entre a reta e a parábola (fig. 23). Baseada nas ideias de Tikhomirov (1981), Lévy (1997), Borba e Villarreal (2005) entendo que essa particularidade desse tipo de *software* possibilita reorganizar o pensar matematicamente de uma forma qualitativamente diferente de quando pensamos com uma construção estática, construída com lápis-e-papel, por exemplo.

Essa reorganização qualitativa do pensar é coletiva e colaborativa. O caráter colaborativo a que me refiro também é observado no diálogo anterior, em que é possível verificar a forma harmônica como o trabalho se desenvolveu no grupo. Acredito que essa harmonia reforça o sinal de mudança no sistema de atividade, porque evidencia a convergência de objetivos, materializada na busca de uma solução "genérica" com o GeoGebra.

A cadência desses movimentos sugere que há uma preocupação com o outro, particularmente quando os participantes demonstram o cuidado em avançar nas discussões somente após todos terem sinalizado positivamente em relação à compreensão da discussão. Essa postura do grupo, no meu entendimento, indica que a organização do trabalho no sistema de atividade do grupo foi pautada em um pensamento coletivo, construído com diálogo e colaboração.

> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h46min20s BRT) ok, vamos a diante, observei onde ela (reta tangente) intercepta o outro eixo (y) e nesta intersecção criei um pto. pensando no preocesso inverso, to querendo criar algo parecido com a reta mediatriz....Bom, agora o bicho pega, tive a idéia de construir a mediatriz ente este ptos. como processo inverso da construção inicial. Essa mediatriz intercepta y, no pto que faz papel de foco da parábola. Criei um pto. nesta intersecção.*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 18h49min16s BRT) faz sentido, independente do lugar do ponto no eixo y*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h49min31s BRT) todos acharam a mediatriz?*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h49min40s BRT) nossa... geometria definitivamente não é meu forte, por isso minha dissertação foi em algebra...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h50min21s BRT) pessoal, precisamos saber o pq disto esta dando certo... eu mesmo fiz na intuição... mas o fato é que fiz para varias, mtas, e todas essa mediatriz cortou o y no foco*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h51min46s BRT) sim, dá certinho...*

O avanço das discussões indica certa falta de compreensão dos conceitos envolvidos ou pelo menos de pouca clareza na compreensão das relações existentes entre as representações algébricas e geométricas. A resposta construída com o GeoGebra condicionou o pensamento dos professores, uma vez que seus argumentos eram baseados no recurso visual do *software.* Acredito que a exploração visual das relações algébricas e geométricas, a partir de várias posições de uma mesma figura, possibilitada pelo recurso arrastar desse aplicativo pode ter favorecido o surgimento de uma tensão no sistema de atividade. Isso porque a produção Matemática com GeoGebra, ao que parece, introduziu procedimentos que não faziam parte das estratégias usuais dos professores participantes do grupo.

Esse instante foi marcado por movimentos intuitivos como expressou Vinicius no excerto anterior. Porém, existe a preocupação com a produção de argumentos matemáticos que expliquem a solução, mas o grupo não se ateve a isso nesse

momento. O trabalho seguiu em um movimento "cadenciado" de modo que todos pudessem discutir e, consequentemente, contribuir.

> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h51min52s BRT) vamos construir um pto neste "suposto foco" todo mundo junto? entendido?*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h52min56s BRT) sim, o ponto é (0,1)*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h53min56s BRT) agora pra fazer a reta diretriz, temos que usar a definição de parábola... distancia de qualquer pto da parábola é o mesmo do foco e da reta diretriz, certo?*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 18h55min8s BRT) achei a diretriz ja... [...] fiz uma perpendicular por A (pto qq da parabola), daí, no lugar onde encontra a mediatriz q agnt fez agora, fiz um ponto D. (mediatriz do ponto A com o ponto que colocamos no eixo y)... daí, fiz uma paralela ao eixo x, passando por este ponto D*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h58min10s BRT) tentarei, parece mais lógico que o meu....*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 18h58min52s BRT) graças ao meu noivo que tá fazendo junto comigo aqui =) ; ele tbm é de matemática, rsrs*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h59min31s BRT) Bha que bom...mto melhor que o meu...graças a Deus e a Silvia..kkk ou ao noivo da Silvia...*

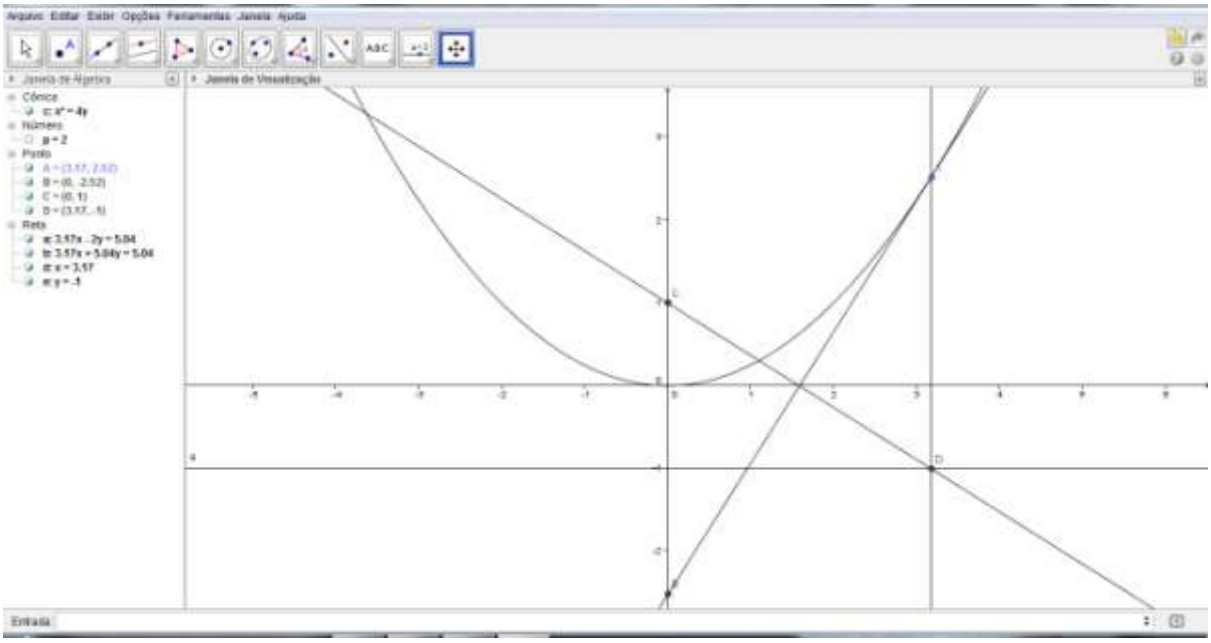


Figura 24: Terceira fase da construção do caso genérico

A figura 24 retrata, em certa medida, o resultado do pensamento coletivo e do esforço colaborativo do grupo. Para finalizar essa construção o grupo contou com a participação direta do noivo de Silvia, que nesse caso, pode ser considerado um representante da comunidade que compõe o sistema de atividade do grupo (fig. 25),

porque apesar de ele não fazer parte do grupo auxiliou na mediação da relação entre os sujeitos e o objeto da atividade.

A mobilização desse grupo quebrou o *script* legítimo (HARDMAN, 2007), porque alterou, em parte, a proposta inicial, uma vez que o interesse foi direcionado para a busca de uma solução geral. Os passos dessa construção determinariam, de acordo com as conjecturas formuladas até então, as coordenadas do foco e equação da reta diretriz de quaisquer parábolas. Entretanto, essa terceira fase de construção do caso genérico (fig. 24) não indica a finalização do miniciclo de aprendizagem expansiva, ao contrário, o grupo retoma a necessidade de produzir argumentos matemáticos que expliquem a solução. Esse movimento, representado na figura 25, indica avanços do M.A.E.

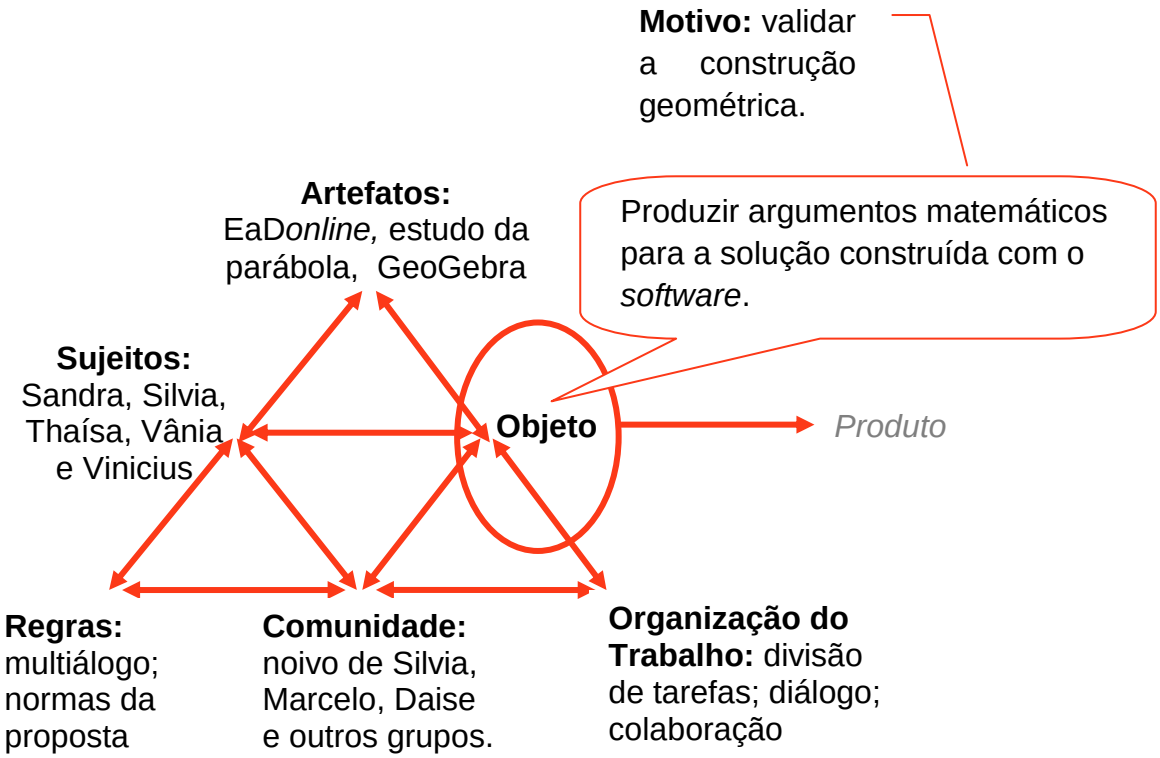


Figura 25: Quinta representação do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

Mais mudanças são destacadas na quinta representação triangular do sistema de atividade do "Grupo 1-2010" (fig. 25). A partir da finalização da construção geométrica para o "caso genérico" há uma transformação no motivo da atividade, e o que era estudar a parábola com o *software* passou a ser validar a construção. Ligado a esse motivo está o objeto que também foi transformado, e que,

a meu ver, nesse instante é: produzir argumentos matemáticos para a solução construída com o *software.*

Além dessas mudanças no sistema é possível observar os participantes da comunidade desse sistema. No excerto anterior, Silvia destaca a participação de seu noivo no processo de construção geométrica e, no excerto a seguir, a sugestão de compartilhar as dúvidas que surgiram durante a construção no *chat* maior, indica que o prof. Marcelo, eu e os demais grupos também podemos ser considerados membros dessa comunidade.

> ***Silvia*** *(21/04/2010 19h4min13s BRT) haha.. rendeu essa construção.. mas temos que ver a justificativa certa...*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 19h5min41s BRT) certo... alguma consideração sobre a questão do foco? temos que pensar qual a relação dele com a mediatriz, certo?*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h7min30s BRT) A ideia inicial que tive, mas não to sabendo como dizer isso é assim... Diagonais, se penso na diagonal de um quadrado.*
> ***Silvia****(21/04/2010 19h18min33s BRT) acho que o quadrado neste caso, fica para um caso específico (mexendo com o ponto da parábola, etc)*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h19min3s BRT) isso... me convenci disto sim, agora....mas foi a primeira ideia que tive*
> ***Silvia****(21/04/2010 19h19min7s BRT) estou entendendo oq vc está falando, mas agnt nao tá conseguindo dar o último passo e concluir... to tentando lá ainda...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h19min27s BRT) qual?*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 19h19min30s BRT) que aflição.. hehe, mas isso que eu gosto da matemática... tentar e tentar e tentar...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h21min34s BRT) acho que tem ahaver com pts. colineares, mas to mto inferrujado nesta parte de geometria*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 19h22min59s BRT) viu.. o que vcs acham de agnt levar esta dúvida para amanhã e prosseguirmos com as atividades?*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 19h23min23s BRT) era bem o que ia dizer...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h24min9s BRT) pode ser... ok, vamos levar o milagre sem saber o santo*

Para Lévy (1993) diferentes ecologias cognitivas geram distintos modos de pensar e condicionam a forma de se produzir conhecimento. Ele afirma, de modo particular, que as tecnologias informáticas englobam aspectos da oralidade e da escrita, rompendo com a linearidade do pensamento e permitindo a utilização de imagens, sons, textos e vídeos para a formulação de ideias. As argumentações do grupo foram construídas com base nas imagens produzidas pelo *software*, o qual permitiu que a construção geométrica arrastada pela tela, pudesse ser analisada em diferentes posições e, ao mesmo tempo, possibilitou a verificação das implicações

que esses movimentos dinâmicos produziam na representação algébrica. Esse tipo de potencial do GeoGebra pode ter propiciado um pensar matematicamente diferente de quando se está com uma construção estática no papel, ou quando apenas existe uma expressão oral sobre ela sem nenhum tipo de recurso visual (BORBA; VILLARREAL, 2005). Desse modo, entendo que o GeoGebra contribuiu para que os professores pensassem nos conceitos envolvidos na construção da parábola de uma forma, qualitativamente distinta da que eles haviam pensando quando elaboraram a solução com lápis-e-papel.

No excerto anterior, quando Silvia propõe "*levar esta dúvida para amanhã",* está se referindo ao *chat* maior que reúne todos os grupos. O grupo decidiu compartilhar com os demais grupos as suas descobertas e incertezas. Antes disso, em virtude do tempo, resolveu avançar em outras construções. Entretanto, a problemática anterior está a todo o momento presente nas discussões, inclusive durante o estudo sobre da parábola com o vértice fora da origem, como pode ser observado no excerto a seguir.

Durante o debate desse ponto o grupo concluiu que a construção que eles haviam feito anteriormente não era válida para todas as parábolas, mas sim, para as com o vértice na origem e que para os outros casos deveriam traçar o eixo de simetria. Esses movimentos me levaram a uma reflexão balizada pelas ideias de Engeström (1999a), segundo o qual, existem dois tipos de tempo: o "tempo ação", que é linear e finito, e o "tempo atividade", que é cíclico expansivo e recorrente. Em que tempo estaria esse grupo? Os movimentos verificados no excerto abaixo me levam a crer que o grupo está no tempo atividade, pois, mesmo focados em outra questão, retomam a todo instante a discussão iniciada na questão ora "abandonada".

> ***Vinicius*** *(21/04/2010 19h58min44s BRT) silvia, por ex.* $x^2=y^2+z^2$*, para tosos os triangulos retangulos, então o nosso processo so da certo pra parábolas com vertice na origem;...*
> *entederam?*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 19h59min43s BRT) sim, pode ser... mais uma duvida, ou melhor, um aumento na duvida anterior...*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 20h0min22s BRT) AHHHHHHH... agora entendi*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 20h3min11s BRT) não sabemos explicar pq nada certo e so da certo para um tipo de parábola....*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 20h3min19s BRT) para dar certo com o vértice fora da origem, basta agnt fazer o eixo de simetria da parábola*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 20h3min58s BRT) e a tangente vai passar pelo eixo de simetria da prábola deslocada...*

> ***Vinicius*** *(21/04/2010 20h4min6s BRT) claro, que passa pelo pto (2,3), EXATO...esse seu noivo é bom hem... kkkkk*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 20h4min35s BRT) hahahahaha. Parabéns, noivo (ou Silvia, sei lá)!*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 20h4min50s BRT) foi ele !*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 20h8min37s BRT) isso, eixo de simetria. onde a tg corta o eixo de simetria....*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 20h9min47s BRT) sim, concordo...*
> ***Sandra*** *(21/04/2010 20h9min55s BRT) agora me parece lógico...*
> ***Silvia*** *(21/04/2010 20h10min11s BRT) idem*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 20h10min32s BRT) ufa, toda aquela novela pra ficar reduzido ao caso específico...*

Um sentimento de satisfação toma conta do grupo e impulsiona o trabalho. A participação do noivo de Silvia trouxe contribuições em momentos em que o trabalho do grupo parecia intricado. Essa participação chama a atenção para o papel que a comunidade pode desempenhar em um sistema de atividade.

O bate-papo entre Vinicius, Thaísa, Silvia e Sandra é parte do último debate do grupo antes do *chat* maior, no qual eles finalmente colocam em discussão "o caso genérico". Nesse *chat* maior que ocorreu em 22/04/2010, houve certa frustração para esse grupo de professores, porque os demais não conseguiram contribuir, muitos ainda sequer haviam se reunido. Diante dessa situação o grupo1-2010 chegou a solicitar que eu finalizasse o processo, ou seja, elaborasse as argumentações matemáticas para a construção em pauta. Na tentativa de não dar respostas prontas, fiz uma contraproposta, abrir um fórum para a discussão dessa e outras questões de cunho matemático. Nesse fórum houve uma boa participação, porém as reflexões sobre essa questão, em particular, não avançaram.

Com o passar do tempo, o desinteresse pela busca de argumentações para essa construção parecia assolar o grupo. Procurei resistir ao máximo para não apresentar uma resposta final. Eles pareciam cada vez mais apáticos diante da situação, arriscaria dizer, decepcionados e também preocupados com o trabalho que estava se acumulando em virtude do tempo despendido na questão.

Resolvi, então, dar algumas sugestões na tentativa de gerar novos estímulos, sempre, porém, com a preocupação de não interferir no trabalho do grupo. Resisti em formular as respostas da forma como eles queriam por dois motivos: o primeiro, ligado à minha trajetória de mais de 10 anos trabalhando com formação continuada de professores. Acredito que os professores devem ter a oportunidade de vivenciar situações desafiadoras como essa, pois só então poderão, um dia quem sabe,

propô-las aos seus alunos. O outro motivo está ligado à pesquisa, pois, apesar de adotar a teoria da atividade como referencial teórico-metodológico não a utilizo como uma metodologia intervencionista no sentido de o pesquisador intervir no momento do desenvolvimento da atividade a ponto de provocar transformações expansivas no sistema.

Sendo assim, compreendo que qualquer movimento de minha parte poderia modificar nos movimentos do sistema. Então, na tentativa de resgatar o entusiasmo do grupo, e sem saber ao certo em que medida poderia interferir no trabalho deles, me ative em dar sugestões sobre de onde eles poderiam partir para construir as argumentações matemáticas relativas à construção representada na figura 24.

> ***Daise*** *(24/04/2010 16h14min6s BRT) Bom algumas observações a respeito da construção. Para vcs justificarem acho que o melhor caminho é partir para congruência de triângulos.*
> ***Vinicius*** *(24/04/2010 17h4min10s BRT) precisamos ter foco... Acho melhor partir da tua sugestão...semelhança de triangulos. Temos que justificar pq a mediatriz entre os ptos A e D, passa pelo ponto F (Foco).*
> ***Thaísa*** *(24/04/2010 17h19min43s BRT) to meio perdida... estamos olhando pra dois triangulos semelhantes: AFD e AF'D. certo? mas acho que eles teriam que ser congruentes, isso sim*
> ***Silvia*** *(24/04/2010 17h23min47s BRT) certo*
> ***Vinicius*** *(24/04/2010 17h28min56s BRT) Temos um losando, certo. As diagonais de um losango dividem em quatro triângulos congruentes (caso L.L.L)*
> ***Silvia*** *(24/04/2010 17h29min31s BRT) bom.. se é mediatriz, temos os ângulo de 90 graus do segmento FF'. E como AFF' é isosceles, a altura desse triangulo passa pelo pto medio de FF' (não sei se isso vai ajudar... mas é no que eu estou pensando...) Assim, F e F' são equidistantes...*
> ***Thaísa*** *(24/04/2010 17h31min22s BRT) sim, eu concordo... mas ainda não consigo ver relação disso com justificar que a mediatriz entre A e D pass por F*
> ***Silvia*** *(24/04/2010 17h33min20s BRT) será ´que é pq AFD é isosceles e a altura passa pelo pto medio do segmento AD? ou algo nesse sentido...*
> ***Vinicius*** *(24/04/2010 17h51min13s BRT) Poderiamos justificar assim, pela def. de Parábola temos que os AF e AF' (seguimentos) são congruentes e que pela construção da parabola a reta tangente é mediatriz dos pontos F e F'. Logo os triângulos são congruentes pelo caso L.A.L. OK, procede isso? pensei em em trabalhar com AFD, mas nãom sabemos nada do ponto D, Se trabalharmos com F', temos pela definição de parabola que os lados AF e AF' são congruentes...CERT? FD, não nos garante nada, por mais que saibamos que ele tambem é congruente... mas ate o momento queremos chegar na bendita mediatriz dos ptos A e D, mas temos que justificar a congruencias entre os lados... para chega ate la...*

> ***Sandra*** *(24/04/2010 18h5min13s BRT) eu vejo que a sua justificativa é lógica Vinícius, não sei se ainda iremos discutir isso na próxima aula, mas se sim, isso poderia ser colocado ao gde grupo....talvez eles tenham encontrado outra(s)....*
> ***Vinicius*** *(24/04/2010 18h9min46s BRT) Tchau e boa noite, to fazendo mais matemática, do que fiz na faculdade...*

No excerto anterior, Vinicius estava, em seu primeiro comentário, se referindo à minha sugestão, o que sugere que pode ter ocorrido certa "confusão" ou uma falta de cuidado com os conceitos de congruência e semelhança de triângulos. Essa confusão passou despercebida pelo grupo que continuou a discussão utilizando o termo semelhança, até que Thaísa chama a atenção dos demais. A discussão segue, o grupo percebe que está ficando com o trabalho cada vez mais atrasado, e apesar de Sandra sugerir que a discussão seja compartilhada no grande grupo, eles decidem continuar o debate por *e-mail*, e paralelo a isso, nos *chats*, o restante das questões são solucionadas.

Após algumas trocas de *e-mails*, o grupo finalmente chega ao resultado final que está representado na figura 26. Todo o trabalho culminou com a elaboração de algumas argumentações matemáticas que justificam a construção, e que foram postadas no fórum de discussão "GeoGebra e Geometria Analítica" em junho de 2010 e que são apresentadas na sequência.

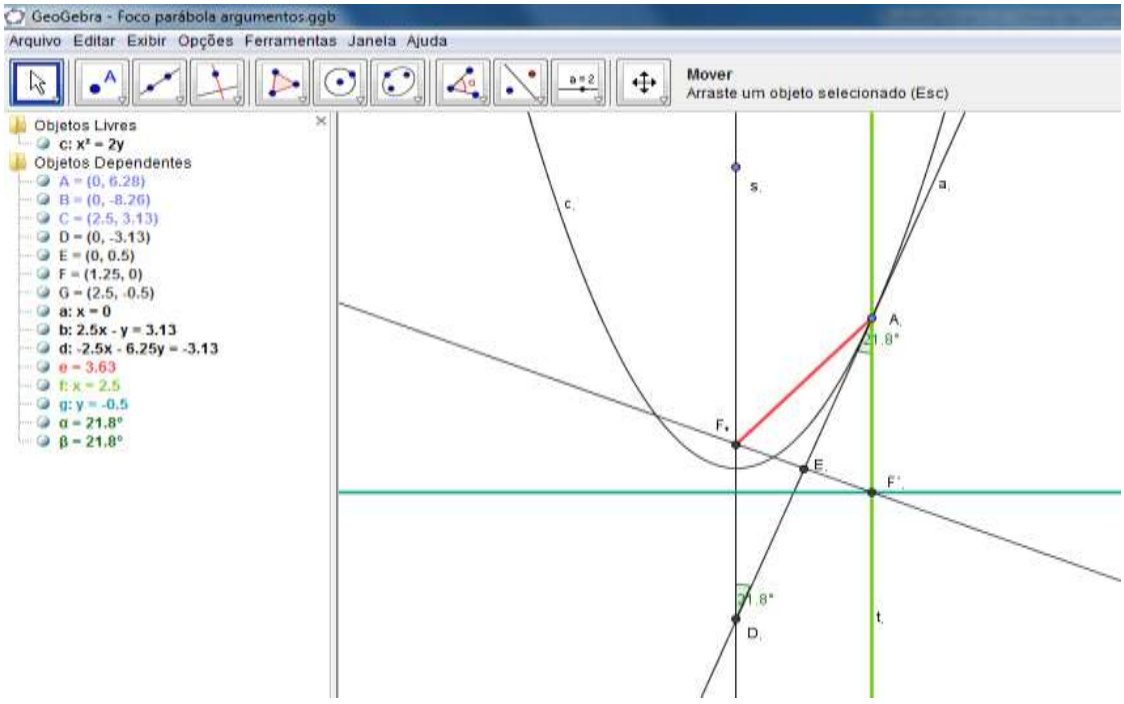


Figura 26: Construção final do caso genérico

> *Dada uma parábola c e o seu eixo de simetria s. Se tomarmos um ponto A ∈ c e por ele traçarmos um reta tangente a curva c, obtemos o ponto D na intersecção da reta tangente com o eixo de simetria s. Se traçarmos a mediatriz do segmento AD, a sua intersecção com o eixo de simetria s, determina o foco F da parábola e sua intersecção com a reta tangente determina o ponto E.*
> *Ao unirmos os pontos A e F, obtemos dois triângulos congruentes, AEF e DEF pelo caso L.A.L. Por A traçamos uma reta t paralela ao eixo de simetria s, na intersecção de t com m (mediatriz do segmento AD) obtemos o ponto F´. Pela definição de parábola o segmento FA deve ter a mesma medida de AF'.*
> *Verificamos isto: Temos que r//t e as retas "m" (mediatriz) e "a" (tangente) são transversais que cortam as duas paralelas, logo podemos afirmar que os ângulos EDF e EAF´ são congruentes. Logo os triângulos DEF e AEF´são congruentes pelo caso A.L.A. Encontramos a seguinte relação entre os triângulos: AEF≡DEF; AEF´≡DEF. Portanto, AEF≡AEF´ logo F≡F´. Então F é o foco da parábola e por F´ deve passar a reta diretriz que é perpendicular ao eixo de simetria s.*

Essa etapa do estudo do grupo, em que há uma formalização dos conceitos do ponto de vista matemático, pode ser considerada o final do miniciclo de aprendizagem expansiva do sistema de atividade desse grupo, porque sugere que os professores conseguiram estabelecer relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola e, com isso, houve uma transformação das formas usuais de produção Matemática desses docentes.

Para tanto, foram mobilizados vários conceitos matemáticos, que envolveram não só a definição da cônica em si, mas também alguns dos fundamentos da Geometria plana. A influência do *software* nas reorganizações do pensamento que aconteceram durante o processo parcial de moldagem recíproca foi fundamental para que tais mobilizações ocorressem.

A representação final do sistema de atividade do "Grupo1-2010" pode ser observada na figura 27.

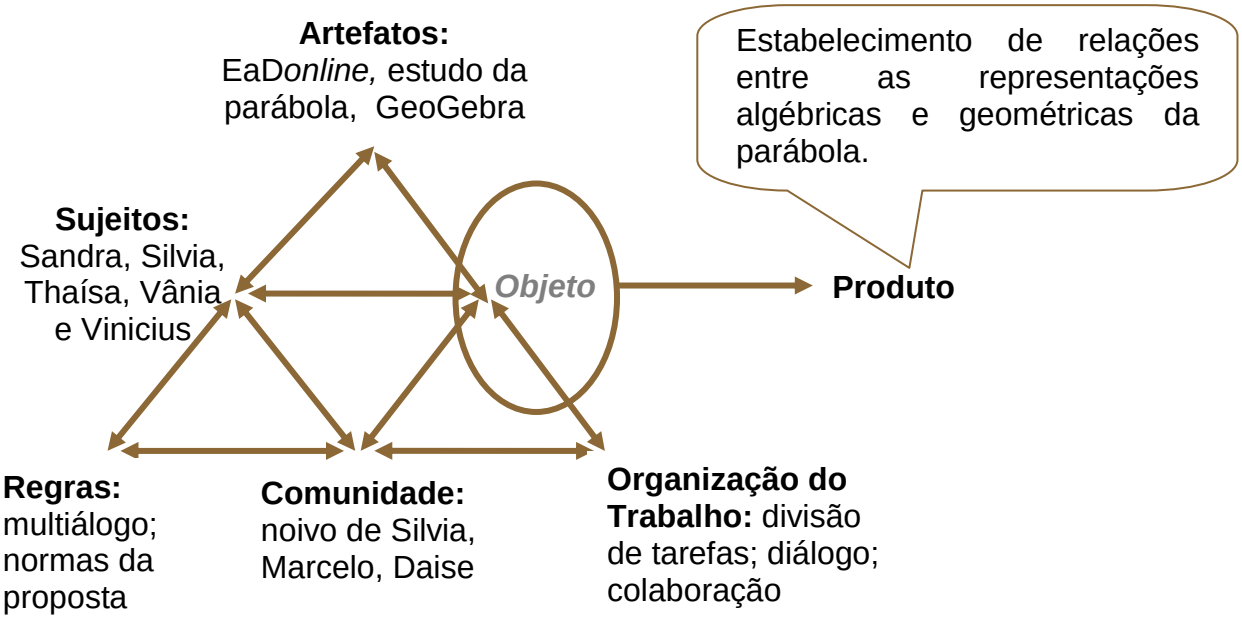


Figura 27: Representação final do sistema de atividade "Grupo 1-2010"

Nessa última representação (fig. 27), o destaque é o produto da atividade que resultou das transformações no sistema e que, nesse caso, pode ser entendido como o estabelecimento de relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola.

Na figura 28 elaborei uma ilustração para sintetizar e sistematizar os movimentos do "Grupo 1-2010", em que coloco em evidência as diferentes representações do sistema de atividade do grupo e destaco como elas se relacionam com os avanços do miniciclo.

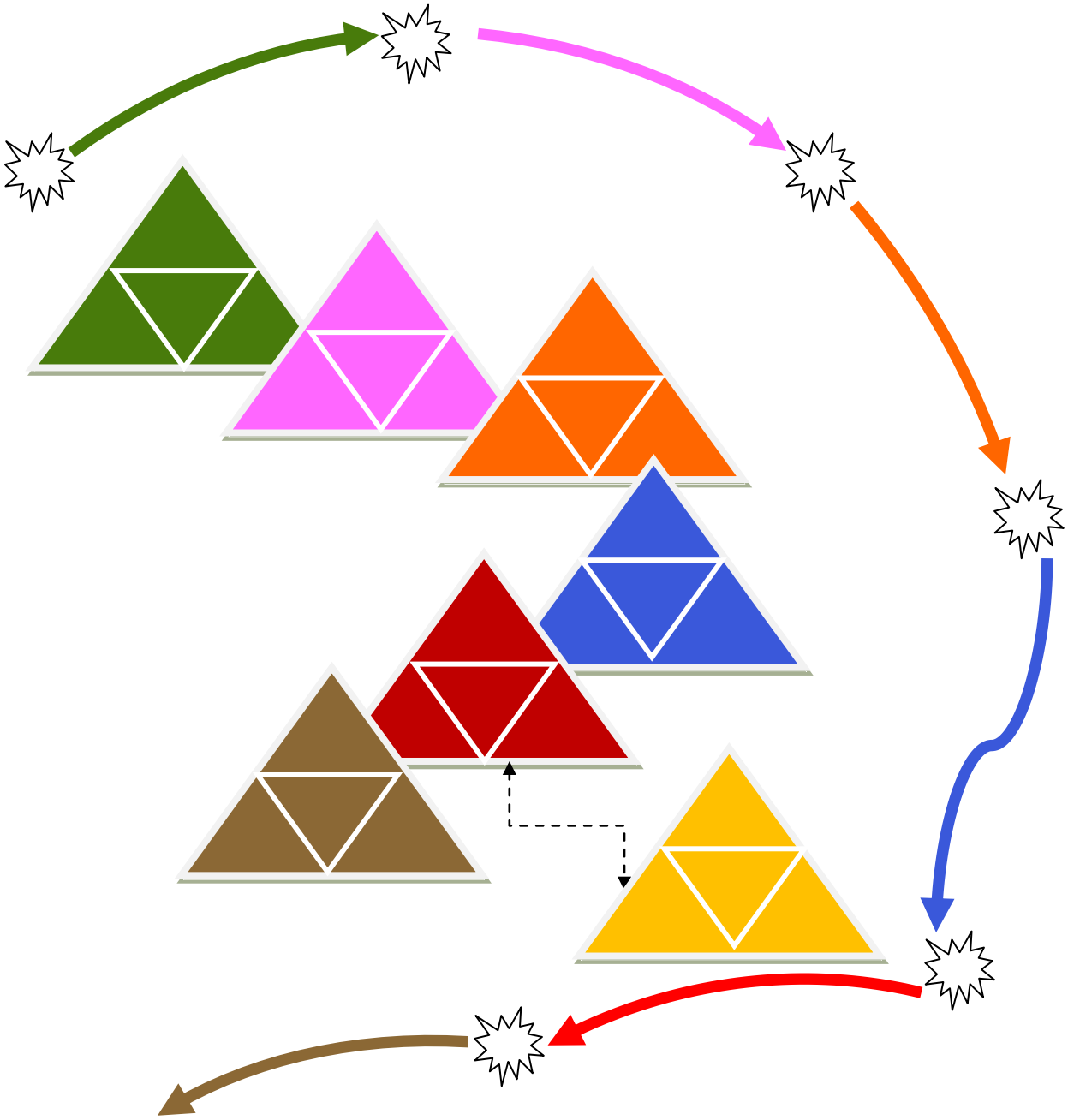


Figura 28: Ilustração da relação entre o sistema de atividade do Grupo 1/2010 e o miniciclo correspondente.

Na figura 28 cada representação triangular corresponde a um determinado momento do sistema de atividade do grupo. O triangulo verde, por exemplo, corresponde à primeira representação triangular do sistema, no início do trabalho do grupo, que pode ser verificada em detalhes na figura 18. O triângulo rosa é o

correspondente à segunda representação (fig. 19), e assim sucessivamente até chegar ao triângulo marrom que é o equivalente à representação final do sistema apresentada na figura 27.

Também é possível observar na figura 28 a mudança de direção do sistema, ocasionada pela proposta de solução do "caso genérico", ilustrada pelo triângulo azul. Além disso, a ligação entre o triângulo vermelho e o triângulo amarelo, por meio de uma seta pontilhada, representa a tentativa (sem êxito) do grupo de relacionar-se com os outros participantes no *chat* maior, que, como dito anteriormente, pode ser visto como um sistema de atividade menor que também faz parte do sistema de atividade "Tendências".

Essas mudanças que ocorreram no sistema são compreendidas a partir de seu desenvolvimento histórico, o qual é explicado com o auxílio do miniciclo de aprendizagem expansiva. Desse modo, as setas que estão em volta das representações triangulares representam os movimentos do miniciclo. Cada seta possui uma cor específica que corresponde às cores das representações triangulares.

A opção por cores iguais não foi feita ao acaso. Minha intenção é destacar que as mudanças que ocorreram no sistema de atividade estão intimamente relacionadas com o avanço e/ou desenvolvimento do miniciclo. No início dele e entre as setas coloquei imagens que podem ser vistas como onomatopeias de uma explosão, pois meu objetivo é destacar as tensões que surgiram. Elas (as tensões), como dito anteriormente, são vistas como molas propulsoras que podem impulsionar o desenvolvimento do sistema de atividade, por isso, seguido de uma tensão tem uma seta indicando que transformações estão em processo. Desse modo, na figura 28, o surgimento de tensões, o desenvolvimento do miniciclo e as mudanças no sistema de atividade devem ser vistos de forma imbricada entre si e com o processo de moldagem recíproca.

Mas afinal, onde, na ilustração da figura 28, está representado o processo de moldagem recíproca e as reorganizações do pensamento correspondentes a ele? Em minha opinião não há um lugar específico ou pelo menos é difícil de apontar nessa imagem um único lugar ocupado por essas ideias do construto seres-humanos-com-mídias, pois elas estão em distintos movimentos do sistema. Como visto ao longo da análise, a mudança de direção do sistema foi impulsionada pela influência do *software* no raciocínio dos professores. Logo, a moldagem recíproca

estaria entre a representação triangular laranja e a azul. Esse lugar no miniciclo corresponde ao ocupado pelas tensões. Sendo assim, ela (a moldagem recíproca) pode fazer parte de uma tensão do sistema. No entanto, a análise também indicou que os próprios *feedbacks* do GeoGebra tiveram participação na evolução do sistema de atividade, o que coloca a moldagem recíproca ao longo das setas do miniciclo.

A partir dessas considerações surgem algumas questões que estão relacionadas com a pergunta norteadora dessa pesquisa: quais são as tensões que ocorreram nesse sistema e que podem ser consideradas como tensões do curso "Tendências" visto como um sistema de atividade? Essas tensões são apenas locais ou estruturais (historicamente construídas)? Que movimentos elas geraram que podem ter influenciado no desenvolvimento do Sistema "Tendências"? A forma como essas tensões se desenvolveram levou as transformações expansivas no curso "Tendências"? Essas são, sem dúvida, questões pertinentes, mas também complexas para se responder nesse momento da análise, pois, como dito anteriormente, miniciclos não devem ser considerados miniaturizações de ciclos maiores.

Desse modo, como uma opção estratégica, passo a discutir brevemente alguns destaques (*flashes* de comportamentos, observações, comentários, etc) que me chamaram a atenção no decorrer do trabalho desse grupo e, que a meu ver, foram importantes para o desenvolvimento do miniciclo e podem dar alguns indicativos de possíveis tensões que impulsionaram transformações expansivas no sistema de atividade "Tendências".

Inicialmente o objeto da atividade desse sistema do grupo parece que não estava totalmente alinhado com o objeto idealizado pelos organizadores. Porém, no decorrer do curso, o alinhamento dos objetos desses dois sistemas foi acontecendo. Observei, também, que solucionar com o GeoGebra questões usualmente apresentadas em livros didáticos e que geralmente são solucionadas com a mídia lápis-e-papel resultam, em sua maioria, em representações algébricas, se tornou um problema (BORBA, 2009) no sentido de se constituir como um obstáculo para o grupo. O maior deles, ao que parece, estava na forma de relacionar as representações algébricas e geométricas. O comentário[31] de Thaísa representa esse

[31] Quando os comentários não estiverem acompanhados das informações de data e horário significa que eles já foram anteriormente apresentados.

tipo de dificuldade: **Thaísa** - *"nossa... geometria definitivamente não é o meu forte, por isso minha dissertação foi em álgebra...".* A superação de tais dificuldades teve a participação do *software* (com destaque ao recurso arrastar), pois seus *feedbacks* influenciaram no raciocínio dos professores.

A opção do grupo em trabalhar com o caso "genérico" mudou a direção do que havia sido planejado por nós organizadores. Durante o processo de busca por soluções para esse caso, as interações com o GeoGebra se elevaram e, com isso, os processos de testar, experimentar e simular se intensificaram. Os movimentos, em alguns casos intuitivos, ocorriam de forma rápida e a cada ação dos professores havia uma resposta do aplicativo que reorganizava o pensamento e conduzia a outra ação, e assim sucessivamente, como se as ações estivessem sendo moldadas pelo *software* (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Para finalizar as considerações a respeito do sistema de atividade do grupo 1-2010 destaco, mais uma vez, os movimentos do GeoGebra. Examinando com um olhar mais atento, percebi que ele desempenhou dois papéis: como artefato e como objeto da atividade.

5.4 O grupo 4-2011

As professoras que constituíram o grupo 4-2011 foram: a paulista, Thais de Itapira; a fluminense Elza de Itaperuna; as gaúchas Virginia de Lajeado e Bianca de Erechim. Elas atuam em diferentes níveis de ensino, perpassando desde a Educação Básica até o Ensino Superior, com exceção de Virginia que ainda não exerce a profissão. A EaD*online* não é novidade para essas professoras, algumas já vivenciaram na condição de aluna, enquanto outras na de tutoras, e têm aquelas que tiveram a oportunidade de desempenhar, em momentos distintos, as duas funções. O GeoGebra também é conhecido para a maior parte delas.

> *Moro em Itaperuna, [...], e trabalho aqui com uma matrícula no estado e uma no município de Miracema (que é pertinho aqui de Itaperuna). Já atuei também como tutora de um pré vestibular social e atualmente sou tutora do curso de pós graduação em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática oferecido pela UFF. Acabei me interessando por essa modalidade! (Elza, postado no fórum de discussão em 23/03/2011).*

> *Me envolvi em dois projetos do MEC que era para alimentar o BIOE (Banco Internacional de Objetos de ENsino) e o Portal do Professor. [...] Me apaixonei pelo GeoGebra e passei a utilizá-lo tanto nas minhas aulas, quanto na minha dissertação. [...] Sou moderadora de Fórum e isso me faz refletir sobre a contribuição de tecnologia nesse contexto. Hoje sou professora do Innstituto Federal de São Paulo (IFSP) (Thais, postado no fórum de discussão em 03/04/2011).*

Os excertos acima indicam que, se por um lado, o exercício da docência realça a heterogeneidade do grupo, por outro, as expectativas em relação ao curso sugere certa homogeneidade retratada nas expectativas de uma qualificação profissional e acadêmica (mestrado e doutorado). Nesse sentido, o porquê do interesse no curso é justificado pela oportunidade de estudar a Educação Matemática.

> *Como fiquei muito tempo parada com relação ao estudos e pesquisas estou sentindo vontade e necessidade de estudar sobre Educação Matemática. Vejo este curso como uma oportunidade de atualizar minha prática docente e talvez até prosseguir no doutorado nessa área. (Bianca, postado no fórum de discussão em 22/03/2011).*

> *Sou mestranda [...] ainda não atuo como professora [...] fiquei sabendo do curso por minha orientadora [...], e gostei da proposta. Considero importante ao professor, estar atento a todas as novidades que permeiam a Educação, fazendo bom uso das mesmas para produzir resultados eficazes... Por tudo isso, acredito que o curso irá me ajudar a aprofundar conhecimentos nesse sentido.(Virginia, postado no fórum de discussão em 29/03/2011).*

Como apontado anteriormente, uma forma de identificar os motivos em um sistema de atividade é verificar os objetivos que são discutidos e negociados (KAWASAKI, 2008). No caso em análise, embora não tenha havido uma negociação dos objetivos, acredito que a homogeneidade dos interesses revelados nos excertos anteriores dá indicativos dos motivos do sistema de atividade do grupo que, a meu ver, naquele instante, eram: construir a identidade de pesquisadoras em Educação Matemática e buscar capacitação profissional. Eles sugerem que o objeto daquela atividade estava relacionado com a possibilidade de uma qualificação profissional e acadêmica. Essas observações iniciais permitem que se trace o esboço da representação triangular inicial do sistema de atividade desse grupo (fig. 29).

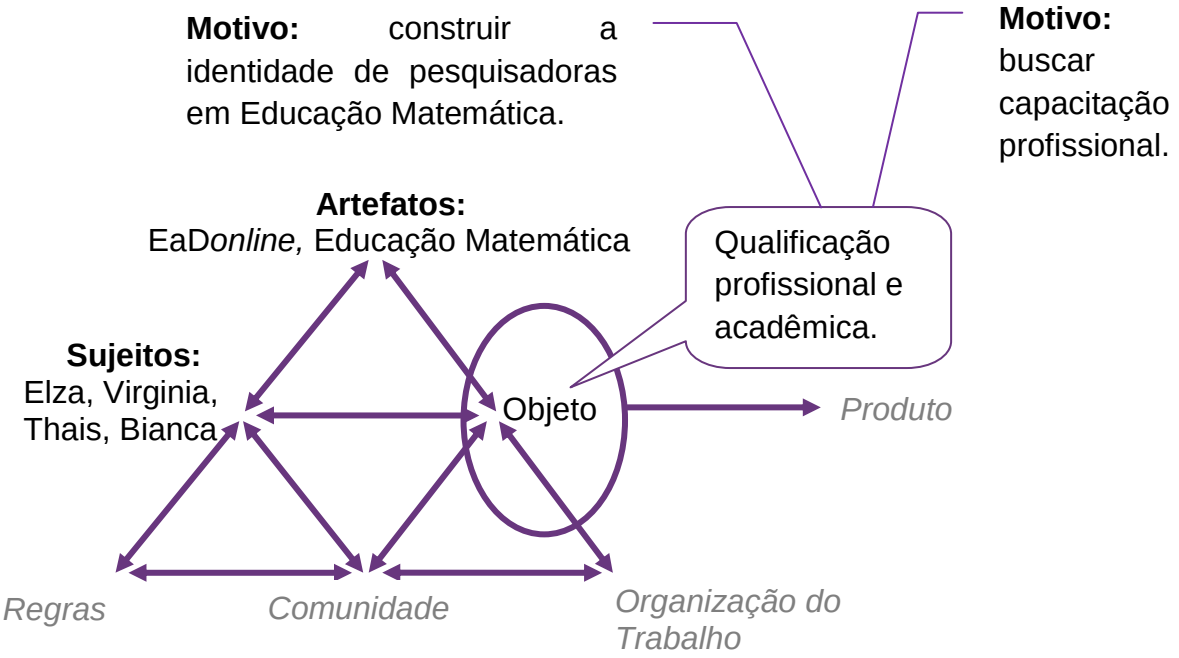


Figura 29: Primeira representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

Na representação triangular da figura 29 os sujeitos são Elza, Virginia, Thais e Bianca. A EaD*online* e a Educação Matemática protagonizam o papel de artefatos. A qualificação profissional e acadêmica, no balão, indica que elas estão ligadas ao objeto da atividade do grupo no início do curso.

Entretanto, à medida que a proposta avança em direção ao espaço de estudo de cunho matemático o sistema se altera (fig. 30) e, com isso, outros elementos do sistema de atividade podem ser observados. Um exemplo é a organização do trabalho, que durante o estudo das cônicas se iniciou seguindo as regras apresentadas por nós organizadores sem nenhum tipo de divergência. Isso sugere que há nas regras o multiálogo e as normas da proposta de estudo e, na organização do trabalho, a divisão de tarefas, o diálogo e a colaboração. O trabalho dessa etapa da proposta foi desenvolvido por esse grupo ao longo de nove encontros extras que tiveram em média duração de 2 horas cada.

Em momento algum do estudo das cônicas as professoras abriram mão de interagir com o *software* para buscar possíveis soluções para as questões. Baseada nas ideias de Kawasaki (2008) compreendo essa determinação como um objetivo partilhado por todos e, nesse caso, explorar o *software*, naquele instante, se

caracterizava como um motivo do sistema de atividade. Houve de certa forma, uma negociação implícita dos objetivos, o que gerou esse novo motivo e ocasionou mudanças no sistema que estão diretamente relacionadas ao objeto (fig. 30). Acredito que uma aproximação desse último elemento passou a ser: estudar a parábola com o GeoGebra, que, nesse caso, implicou em adotar a abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) a qual norteava a proposta elaborada pelos organizadores.

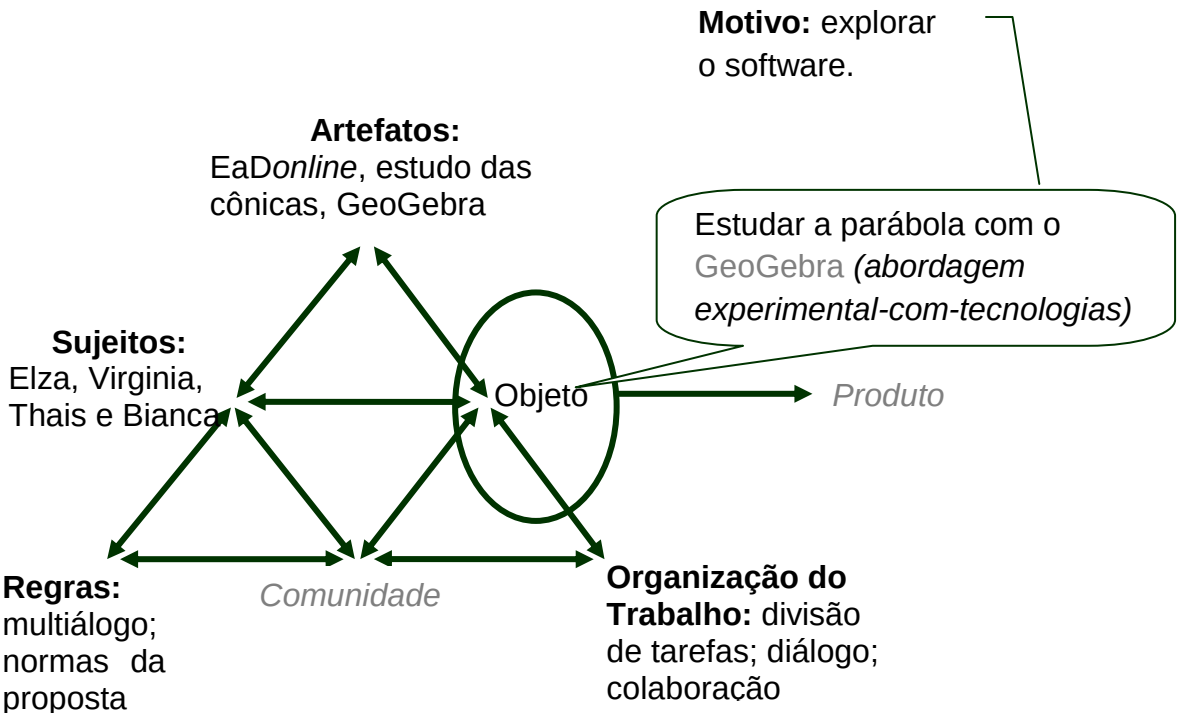


Figura 30: Segunda representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

Ao que parece, nesse sistema já modificado e representado na figura 30, o GeoGebra pode desempenhar dois papéis: como artefato, mediando junto com a EaD*online* a relação dos professores com o objeto (triângulo superior), e na medida em que o sistema se desenvolve ele pode passar a fazer parte do próprio objeto, ou pelo menos está bem próximo do que pode ser considerado como tal.

Abaixo um comentário de Thaís ao iniciar o trabalho de cunho matemático que ilustra, em certa medida, as modificações que ocorreram no sistema de atividade representado na figura 30.

> ***Thais*** *(03/05/2011 20h50min20s BRT) Olha Virginia... tambem tenho que confessar que estou mexida com essas construções... nunca tinha parado para estudar a parábola assim... fiquei tentada a procurar teorias as respeito, mas decidi que não ia, para conseguir*

> *chegar nas minhas propiras construções... acho que a Daise quer que sejampos investigativas, e nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente.;.. rsrsrs*

Thais é docente do ensino superior e trabalha com esse conteúdo há algum tempo. É importante observar essa experiência, pois seu comentário no excerto anterior mostra que a abordagem do tema com o GeoGebra imprimiu movimentos, "mexeu" e lhe possibilitou rever, reavaliar e reconstruir a partir de seus próprios conceitos.

Esses movimentos podem ser interpretados como movimentos de reorganização do pensamento (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1999). Como Thais estava concordando com sua colega Virginia, acredito que essa reorganização era parte comum no pensamento de ambas, ou seja, houve uma mediação feita pelo *software*. Por outro lado, no comentário de Thais também há uma determinação em explorar o aplicativo baseada no conhecimento que ela já possui sobre o tema. Isso sugere um movimento que poderia deslocar o GeoGebra da condição de artefato para objeto do sistema de atividade.

De acordo com Engeström (1999b) objeto e motivo de uma atividade coletiva são como um mosaico em constante evolução, um padrão que nunca está inteiramente acabado. O comentário anterior de Thais com Virgínia e o pensamento de Engeström reforçam minha conjectura de que o objeto do sistema, naquele instante, poderia ser: estudar cônicas com o GeoGebra (fig. 30).

A partir do instante representado na figura 30 é que o miniciclo de aprendizagem expansiva começou a se desenvolver. Isso porque há movimentos que apontam em direção ao processo de externalização (busca pelo novo, pela construção de algo que não é conhecido pelas professoras participantes desse grupo). O item "j" do estudo da parábola: *"Dada a equação $y^2 = -8x$, trace o gráfico, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz"* exemplifica essa situação.

> ***Elza*** *(03/05/2011 21h26min45s BRT) Fizeram a letra j??Tive problemas...*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 21h29min45s BRT) pelo q me parece, o foco deve estar sobre o eixo x, à esquerda de y, ou seja, deve ser um x negativo. com y=0. o q vcs acham meninas, será q o caminho é esse? me parece q o foco deve ser equidistante dos dois "braços" da parabola, e para q isso ocorra, precisa estar sobre o eixo x*
> ***Elza*** *(03/05/2011 21h37min29s BRT) To captando...*

> ***Virginia*** *(03/05/2011 21h40min11s BRT) e aí meninas, o q vcs acham...não estou conseguindo avançar sozinha, se vcs tiverem alguma ideia, por favor escrevam... e nesse caso, a diretriz deve ser paralela ao eixo y?*
> ***Elza*** *(03/05/2011 21h46min55s BRT) Paralela??Pq??*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 21h51min7s BRT) não sei explicar...pensando na atividade q fizemos anteriormente, movimentando o ponto A, qdo P traçava a parábola...lembra, pensando naquilo, me parece q é mais ou menos isso, precisamos buscar essa confirmação*

No bate-papo acima Elza solicita ajuda de suas colegas para solucionar a questão "j" referente à parábola. Sua dificuldade era compreender a representação geométrica dos parâmetros da equação. Seria essa uma tensão na atividade desse grupo? A mobilização das professoras participantes do grupo pode ser um indicativo para uma resposta positiva.

Virginia, na tentativa de contribuir, expõe algumas conjecturas que foram elaboradas a partir do que o grupo havia realizado na etapa anterior do estudo, em que elas exploravam, com o recurso arrastar do GeoGebra, as relações entre as representações algébricas e geométricas. Essas conjecturas foram construídas de forma intuitiva, pois a própria Virginia reconhece que ainda não tinha argumentos para aceitá-las ou refutá-las. O trabalho colaborativo começou a ser delineado, e além de Virginia, Thais também se mobiliza em busca de construir uma solução com o GeoGebra.

> ***Thais*** *(03/05/2011 21h51min35s BRT) concordo que o foco é um ponto do tipo (x,0). Entao, fiz um parametro com esse valor*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 21h53min46s BRT) prossiga thais, por favor, estou agoniada...*
> ***Thais*** *(03/05/2011 21h54min14s BRT) mas num tá dando virginia... vou tentar descrever*
> ***Elza*** *(03/05/2011 21h55min27s BRT) O que não tá dando??*
> ***Thais*** *(03/05/2011 21h56min47s BRT) meus testes... perai gente... Minha ideia é deixar fixa a distanfia de um ponto (x,0) a parabola do outro lado e tentar seguir os procedimentos que fizemos da perpendicular e da mediatriz*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 21h58min44s BRT) um ponto p formação da parábola é o foco q, por hora, estamos considerando q esteja sobre o eixo x (x,0). Para q a parábola exista, o outro,ponto deve estar sobre a diretriz e ambos devem ser equidistantes de qualquer ponto do traçado da parábola. pois é, parei nisso...me ajudem a organizar isso, os dados são esses, mas agora precisamos a partir disso, conseguir provar q a diretriz é paralela a y ou nao*
> ***Thais*** *(03/05/2011 22h3min2s BRT) ele esta sob o eixo x. Concordo virginia... por isso estou tentando deixar esse ponto fixo no eixo x e*

> *fixar a distancia dele para o outro lado, em busca da reta diretriz... mas estou me perdendo nos procedimentos. Virginia... ela é paralela ao eixo y*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 22h3min50s BRT) é o q penso...*
> ***Elza*** *(03/05/2011 22h4min24s BRT) Ah gente,eu to perdida!!*
> ***Thais*** *(03/05/2011 22h8min5s BRT) ops... consegui.... O foco é o (-2,0) e a diretriz é a reta x=2*
> ***Elza*** *(03/05/2011 22h8min44s BRT) Fala Thais...*
> ***Virginia*** *(03/05/2011 22h11min0s BRT) e aí thais...*

O trabalho avança, as conjecturas de Virginia são "avalizadas" por Thais, enquanto Elza ainda não consegue acompanhar o raciocínio de suas colegas, mas mantêm-se interessada em compreender as relações e encontrar uma solução. A tentativa de Thaís era de explorar as possibilidades do *software*, fixando alguns elementos da parábola e utilizando o recurso arrastar em outros, fazendo assim, simulações até encontrar a resposta desejada.

Borba e Villarreal (2005) afirmam que diferentes tecnologias da inteligência têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimento. Desse modo, entendo que a simulação feita por Thaís com o GeoGebra seria difícil de ser realizada com uma outra tecnologia que não tivesse os mesmos recursos desse aplicativo, como por exemplo, a oralidade ou a escrita.

Nas entrelinhas desses movimentos apresenta-se de modo parcial o processo de moldagem recíproca (BORBA; VILLARREAL, 2005), porque as ações de Thais e de suas colegas eram moldadas pelos *feedbacks* do GeoGebra, a reorganização do pensamento se dava a cada nova simulação, que estava condicionada às possibilidades que o *software* oferecia. Mais tarde, Thaís explica em um *chat* os procedimentos que utilizou na proposta de construção, e depois de sintetizar suas ideias, as envia por *e-mail* destacando, mais uma vez, a importância do pensamento coletivo que foi reorganizado a partir das interações com o *software* e com suas colegas (BORBA, 1999). A sugestão proposta no *e-mail* de Thais resulta na construção apresentada na sequência (fig. 31).

> *Aula de ontem...*
> *Olá meninas... tudo bem com vocês????*
> *Fiquei pensando no que tinhamos feito ontem e acho que pode ser feito mais fácil: *Observação: a parábola tangencia o eixo y na origem... isso nos garante que o foco F será um ponto do eixo x e a diretriz paralela ao eixo y.*
> *Além disso, lembram das conclusões da Bianca que em um momento as retas eram paralelas... então se o foco for F(a,0) a*

diretriz será y=-a, no plano cartesiano... seguindo os passos anteriores que fizemos na atividade, conseguimos encontrar o desejado.
<u>Sugestão de resolução:</u>
digite a parábola y^2=-8x
digite a=-4
Crie o ponto A digitando A=(a,0)
Crie a reta diretriz digitando x=-a
Vá na janela de algebra e clique na bolinha em branco do número a que criamos... (assim a gente vai poder ajustá-lo)
Crie um ponto P na reta x=-a (basta ir com a ferramenta ponto em qualquer ponto dessa reta.
Trace a reta perpendicular à y=-a em P
Trace a mediatriz entre A e P;
Use a ferramenta instersecção de dois objetos e encontre a intersecção das duas ultimas retas que constribuimos, gerando um ponto B.
Ao ajustar o seletor a no -2, movimente o ponto P.
O Ponto B passará exatamente na parábola que desejávamos...
Um grande abraço a todas!
***Thais** (e-mail enviado por em 04/05/2011)*

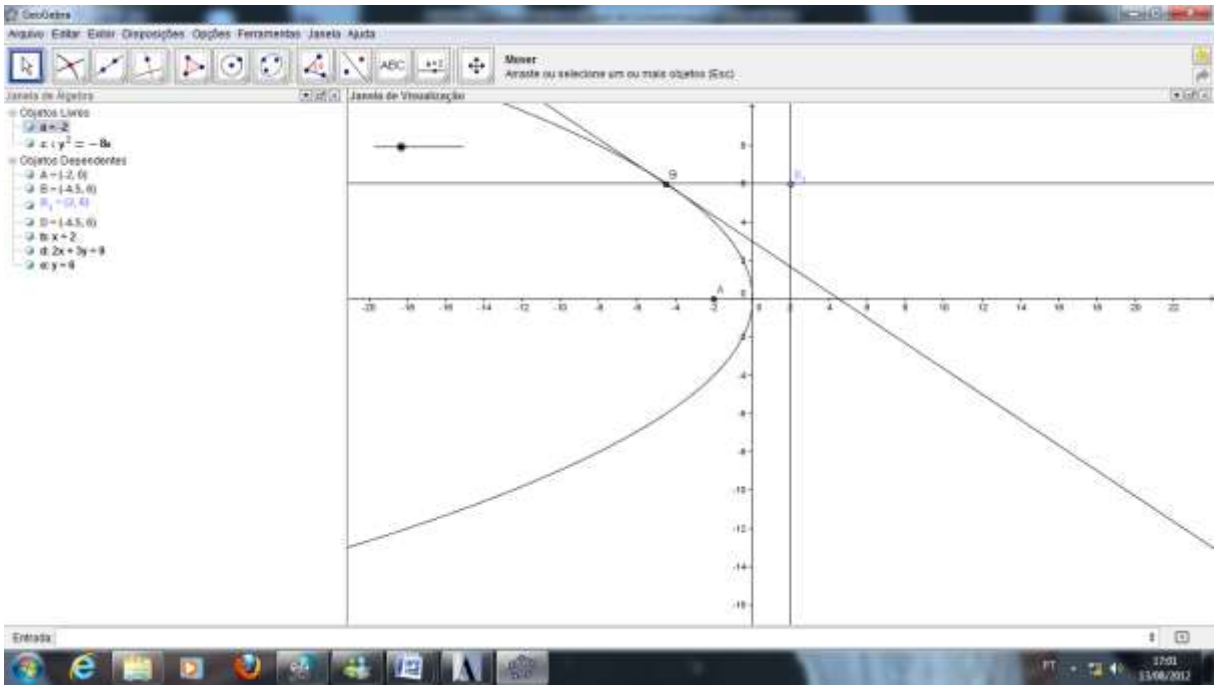


Figura 31: Solução para tarefa "j" da parábola - Grupo 4-2011

Em seu *e-mail* Thaís realça a importância das contribuições do grupo para o resultado final. Embora tenha redigido o passo-a-passo da construção, o fez baseada nas discussões realizadas nos *chats* anteriores, nas interações com o grupo e com o *software*.

As conjecturas sobre a reta diretriz, foco e outros elementos da parábola lhe ajudaram a sistematizar a proposta final, que culminou em uma construção dinâmica a qual foi possível devido às potencialidades do *software*. Nesse caso, é apropriado destacar que o aplicativo teve uma participação importante no processo de construção. Esse tipo de observação vai ao encontro das ideias discutidas por Borba e Villarreal (2005) no sentido de que as mídias desempenham um papel não periférico na produção de conhecimento.

Apesar de essas professoras atuarem no ensino de Geometria Analítica, o estudo da parábola com o GeoGebra trouxe outras possibilidades. A fala de Thais no início, *"nunca tinha parado para estudar parábola assim"* e os movimentos no grupo, sugerem, de certo modo, que essas novas possibilidades foram, em parte, responsabilidade do *software*.

Entretanto, junto com esse aplicativo é preciso destacar a importância da proposta de estudo. No caso desta tese, a abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) foi a base que estruturou a proposta de estudo das cônicas com o GeoGebra. Tal abordagem contribuiu para que o trabalho com esse aplicativo propiciasse o desenvolvimento de um raciocínio nunca antes formulado pelas professoras, ou seja, mexeu, desestabilizou e reorganizou o sistema de atividade do grupo.

O grupo segue discutindo os procedimentos da construção, os quais indicam novos movimentos no sistema de atividade do grupo.

> ***Elza*** *(05/05/2011 20h28min3s BRT) Como vc chegou a sugestão de resoução mandada pelo email??Tentavas ou as escolhas possuem um pq??*
> ***Thais*** *(05/05/2011 20h28min25s BRT) tudo possui um porque... por isso insisto na colaboração do grupo. Peço desculpas a todas, pois estava muito irritada pq a minha internet nao funcionava e me senti muito egosista quando comecei a escrever sem parar minhas conclusoes, mas elas foram baseadas na discussao. O fato do ponto estar no eixo x, gerava o padrão dele ser (x,0), mas não sabia onde ia por esse x, para poder testar se ele tava certo, seria interessante que pudessemos manipular ele. Ai a ideia de usao o procedimento das letras anteriores com o uso do k. Bianca, na parte um da atividade, num iniciamos com uma reta e um ponto fora dela?? O ponto era o foco e a reta a reta diretriz que norteava a parabola. Ai, entao, vi vcs discutindo que a diretriz seria paralela ao eixo y e ai, o resto fez sentido, pois comecei a repensar sobre como tinhamos construido a primeira parte da atividade.*

> ***Elza*** *(05/05/2011 20h33min37s BRT) Ok Thaís...A Vírginia é que percebeu que ela seria paralela mas não encontrou uma explicação*
> ***Thais*** *(05/05/2011 20h34min34s BRT) Então, depois refletindo, penso que a explicação seja na parábola tangenciar o eixo y na origem. o que acha Elza?*
> ***Elza*** *(05/05/2011 20h35min15s BRT) Considero que esse é um fator essencial,ela ser tangente na origem...*
> ***Thais*** *(05/05/2011 20h36min24s BRT) vc acha que esse fator responde as propriedades gepmetricas do Foco (x,0) e da diretriz x=a?*

No excerto anterior, Elza procurou esclarecer suas dúvidas, para tanto, questionou Thaís, que se mostrou solícita e tentou explicar como e porque havia sugerido a solução enviada por *e-mail* e representada na figura 30. As palavras de Thaís, *"para poder testar se ele tava certo, seria interessante que pudessemos manipular ele"*, sugerem que a construção elaborada pelo grupo com o *software* talvez não fosse possível com mídias que possibilitam apenas construções estáticas.

A discussão se estende e, em outro momento do *chat,* Bianca também contribui para o debate. A última questão colocada por Thais no excerto anterior é retomada a partir das observações que o grupo fez no primeiro encontro, em que as construções com passo-a-passo foram realizadas. Para colaborar com Elza, as outras professoras participantes do grupo procuram fazer mais perguntas procurando, assim, estimular o seu raciocínio. O debate é encerrado somente quando Elza afirma que compreendeu a solução.

Nessa questão, não houve, na forma escrita, a elaboração de uma argumentação do ponto de vista mais formal da Matemática. Entretanto, houve uma discussão da solução construída pelo grupo que visava à compreensão sobre as relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola. A representação do sistema de atividade do grupo nesse instante pode ser verificada na figura 32.

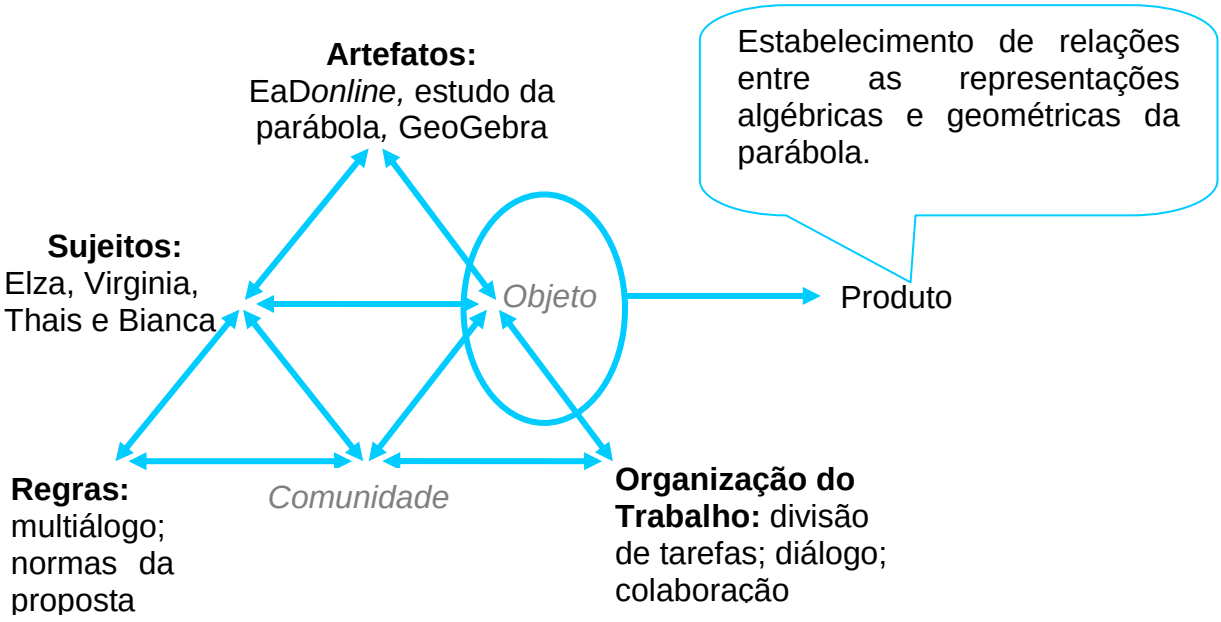


Figura 32: Terceira representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

Em minha análise, neste instante, em que é possível identificar o produto do sistema (fig. 32), o segmento do M.A.E., que diz respeito ao estudo da parábola, pode ser considerado finalizado. O que mais chamou a atenção nessa etapa do miniciclo foram as estratégias do grupo que realçaram o potencial do GeoGebra. Ele possibilitou o teste de conjecturas através da manipulação de parâmetros. Esse tipo de procedimento seria difícil com outra tecnologia como, por exemplo, a escrita, porque a manipulação com o *software* não é controlável como acontece com lápis-e-papel (BORBA; VILLARREAL, 2005).

O trabalho avança e com ele o grau de dificuldade aumenta, principalmente durante o estudo da hipérbole, em que um novo segmento do M.A.E. se desenvolve. Considero significativos para os propósitos dessa pesquisa os movimentos que ocorreram durante a solução do exercício "i": *"Determine o centro, os eixos e os focos da hipérbole* $\frac{(x-2)^2}{9^2}-\frac{(y-2)^2}{7^2}=1$*."*

> ***Thais*** *(10/05/2011 20h9min25s BRT) Bianca, segundo meus testes... veja bem, temos aquele centro (c,d) que neste caso é o (2,2). se traçarmos a reta y=2, nela, encontraremos o "vértice" de cada parte da hiperbole. Nos meus testes, parece que a distância deste vertice ao centro é que é a*
> ***Bianca*** *(10/05/2011 20h11min4s BRT) vcs concordam que temos como focos nessa letra i) F1(-14,2) e F2(18,2). eu não sei como mostrar ou demonstrar isso...*
> ***Elza*** *(10/05/2011 20h11min43s BRT) Acho que não captei*

> ***Thais*** *(10/05/2011 20h12min42s BRT) Bianca... esta parecendo, mas ainda tenho duvidas....*
> ***Thais*** *(10/05/2011 20h13min8s BRT) desconsidere o que eu disse sobre o a... já furou nos meus testes*
> ***Bianca*** *(10/05/2011 20h14min20s BRT) eu tb tenho dúvidas...*
> ***Thais*** *(10/05/2011 20h15min23s BRT) Não desconsidera não... isso acontece se o b=0. Elza... eu (e acredito que a Bianca) estamos fazendo testes no geogebra para tentar descobrir quais as relações do a e do b na euqação. É isso Bianca?*

A troca de ideias entre Thais, Bianca e Elza pode ser um indicativo de que os testes que elas procuram fazer em conjunto com o *software* contribuíram para a reorganização do pensamento desse grupo de professoras. Sugere ainda, que o processo de "*pensar com*" o GeoGebra se intensificou, e testar, simular e experimentar se tornam procedimentos comuns.

De acordo com Borba e Villarreal (2005), uma nova tecnologia da inteligência resulta em um novo coletivo que produz conhecimento que, por sua vez, é qualitativamente diferente do conhecimento produzido por outros coletivos. Essa afirmação pode ser contrastada com o trabalho desse grupo. A estratégia dessas professoras foi explorar o recurso arrastar do *software* para analisar simultaneamente o comportamento das duas representações - algébrica e geométrica. Nesse caso, os movimentos do sistema podem ser considerados análogos aos que ocorreram durante o estudo da parábola desse mesmo grupo. Ambos sugerem que os procedimentos dinâmicos e simultâneos estimulam a elaboração de conjecturas e, além disso, permitem que elas sejam testadas.

Por trás de todos esses movimentos é possível verificar, de forma parcial, o processo de moldagem recíproca. Isso porque os *feedbacks* do *software*, conforme as ideias de Borba (1999), moldaram as ações dos professores. Contudo, não foi possível verificar, nesse instante, como o próprio *software* foi moldado.

> ***Thais*** *(10/05/2011 20h38min57s BRT) tem muito parametro!!!!!!!é dificil amnter um e alterar os outros... e ai Bianca??? Alguma ideia? geometricamente parece que eu consegui... mas nao consigo aliar estes numeros com a equação*

O trabalho com o GeoGebra foi realizado na base da "tentativa e erro", o que não se mostrou uma tarefa fácil para o grupo. A dificuldade de compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas não era pequena. O que

pode indicar o início de uma tensão de forma semelhante ao que ocorreu no estudo da parábola que foi analisado anteriormente. A figura 33 mostra que o comportamento inicial do sistema de atividade do grupo durante o estudo da hipérbole foi bem próximo ao verificado durante o estudo da parábola.

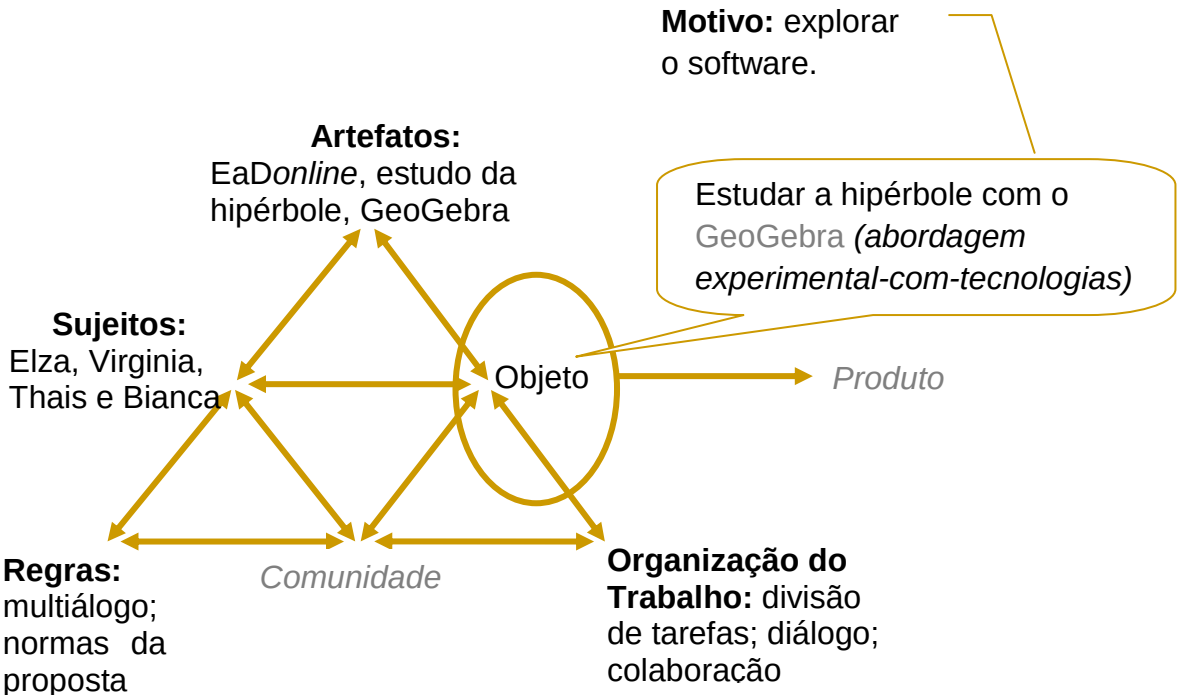


Figura 33: Quarta representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

Na representação triangular da figura 33 é possível perceber uma similaridade com a representação da figura 30, a diferença reside basicamente na especificidade do conteúdo.

As discussões desse grupo durante o desenvolvimento do estudo da hipérbole também eram feitas por *e-mail*. Em um deles Elza comenta que está confusa em relação ao significado do parâmetro *"b"* da equação na representação geométrica. Thais retoma esse *e-mail* no *chat* de 12/05 e explica que as poucas relações que ela havia compreendido haviam sido observadas nas mudanças do comportamento da representação gráfica quando ela alterava o valor dos parâmetros. Entretanto, ela destaca que ainda não estava totalmente segura sobre o que a representação dos parâmetros "*a*" e "*b*" significava na construção geométrica. O grupo decide, então, focar no estudo desses dois parâmetros. Para isso, Thais destaca o potencial do *software*.

> ***Thais*** *(12/05/2011 19h48min19s BRT) Sugestão... meninas precisamos descobrir o que tem a ver aqueles a e b nas contruções... certo? Podemos fazer isso usando o potencial do software... acho que isso que Elza e Virginia podem não estar conseguindo fazer. O GEoGebra é um simulador, então podemos brincar com ele... modificamos os parametros e tentamos analisar quais alterações acontecem. Vamos lá!!! Aos testes. Meninas... acho que o caso mais fácil para investigarmos é o exercício i)*
> ***Elza*** *(12/05/2011 19h53min20s BRT) Mais fácil??*
> ***Thais*** *(12/05/2011 19h53min40s BRT) Nele temos A(-7,2) B(11,2) F1(-9,6;2) F2(13,4;2). Sim Elza... pq nele nos temos as duas coisas... Os elementos geométricos e os algebricos.*

Thais insiste com suas companheiras para que juntas busquem compreensões acerca das relações existentes entre as representações algébricas e geométricas. Elza não considera uma tarefa fácil, mesmo assim, procura se empenhar para colaborar. Durante esse trabalho coletivo e colaborativo o processo de moldagem recíproca (BORBA, 1993, 1999) pode ser verificado, particularmente, nos momentos em que conjecturas são levantadas, testadas e refutadas ou não. Além disso, em alguns casos os *feedbacks* do *software* originavam novas conjecturas que eram novamente testadas, e assim sucessivamente, até que uma justificativa do ponto de vista matemático fosse encontrada pelo grupo. Esses movimentos sinalizam que as reorganizações do pensamento (TIKHOMIROV, 1981) são constantes e que são condicionadas pelas contribuições das mídias no processo de busca por uma solução.

Durante esse processo de "*pensar com*" o Geogebra, um *feedback* do recurso arrastar do *software* em um movimento de experimentar, pode ter influenciado no raciocínio de Thais que sugere que as assíntotas da hipérbole devam ser investigadas:

> ***Thais*** *(12/05/2011 20h25min25s BRT) vcs sabem o que é a assintota da hiperbole?? como podemos encontrá-la aqui?? será que o b não esta relacionado com ela?? pois é... por isso minha suspeita que devemos investiga-la*
> ***Bianca*** *(12/05/2011 20h28min43s BRT) com certeza está...se é q entendi o q são as assintotas...são duas né Thais?*
> ***Elza*** *(12/05/2011 20h29min41s BRT) Mas a questão é encontrá-las...Alguma sugestão??*
> ***Bianca*** *(12/05/2011 20h30min41s BRT) gurias...vou buscar algo p ajudar na internet...*
> ***Thais*** *(12/05/2011 20h30min48s BRT) vejam esse site...*
> *http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html*

> ***Bianca*** *(12/05/2011 20h41min48s BRT) olhem esse site: http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0504.htm*
> ***Thais*** *(12/05/2011 20h42min51s BRT) GEnte... agora ficou fácil... decifrado. Ao traçarmos a assintota, podemos traçar uma perpendicular que em A à reta y=d. ops... tem um erro ai. vou escrever tudo de uma vez e mando como encontrar os focos, usando as ferramentas do GeoGebra, e tendo a equação da hiperbole. Bianca... o primeiro passo era encontrar o algoritmo... agora precisamos estudá-lo... rsrrss a saga ainda não terminou. usei o dado que tinha no site.... que é a figrua que coloquei no começo do word... mas os porques, vou ter que pensar...*

O excerto acima registra que o grau de dificuldade das questões e o tempo, que a cada instante ficava mais escasso, pode ter levado o grupo a abrir não do desejo inicial de *"não buscar teorias a respeito"* para procurar ajuda na internet. Nesse caso, a internet estava desempenhando o papel de comunidade (fig. 34). Isso porque um dos papéis da comunidade é situar o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto (ENGESTRÖM, 1999a).

O motivo que impulsionou essa ação do grupo era compreender o que são assíntotas de uma hipérbole. Consequentemente, observa-se uma alteração no objeto, o qual passa a ser: estudar as relações das assíntotas nas representações algébrica e geométrica da hipérbole.

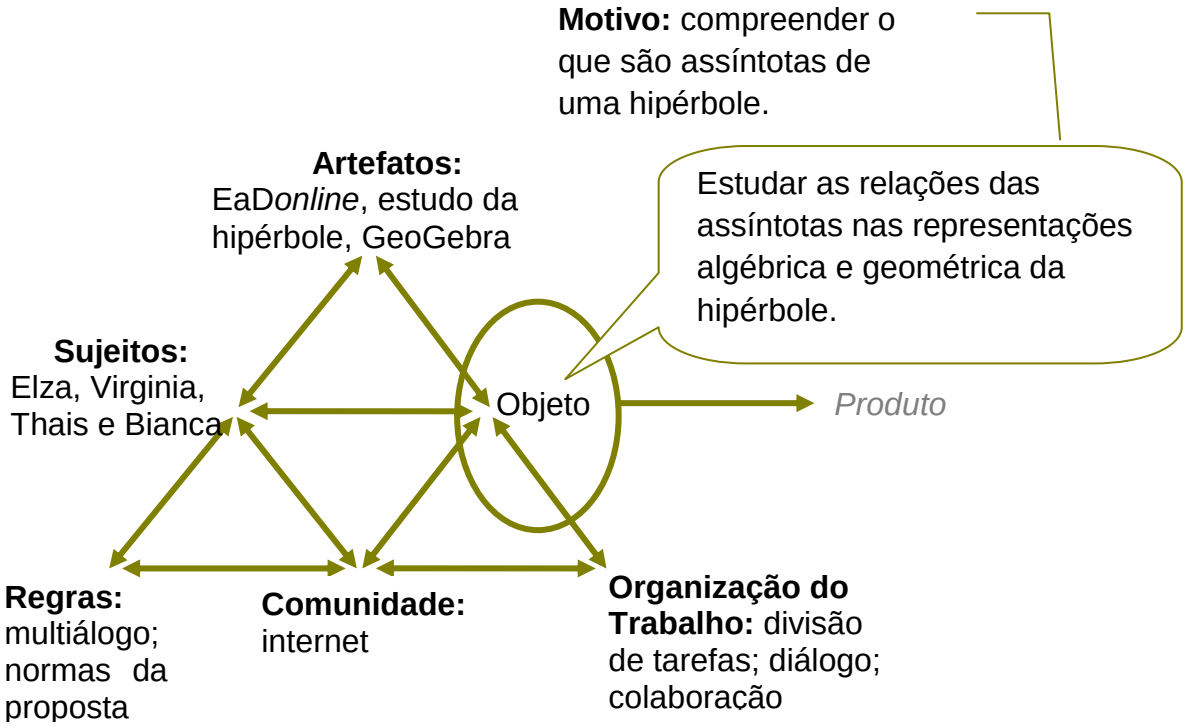


Figura 34: Quinta representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

O sistema, representado na figura 34, se manteve mais ou menos estável em relação ao que ocorreu anteriormente no estudo da parábola desse grupo. A observação mais significativa se relaciona ao papel de comunidade, que passou a ser desempenhado pela internet e, com isso, motivo e objeto do sistema de atividade se transformaram.

Em determinadas situações, observei movimentos voltados para uma forma de trabalho que parece mais individualizada, como aconteceu quando Thais se comprometeu em sistematizar as ideias e organizar uma solução com o GeoGebra. Isso não significa que não houve um pensamento coletivo, pois de acordo com Lévy (1993, p.135), "fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, 'eu' não pensaria", ou nas palavras de Borba e Villarreal (2005), as tecnologias estão impregnadas de humanidade, assim como os seres humanos estão impregnados de tecnologias, não existindo uma separação possível, e, nesse sentido, o pensamento é coletivo.

Com o avanço do trabalho Thais enfatiza que é importante estudar, compreender, enfim, justificar a solução encontrada. Esse movimento indica que esse segmento do M.A.E. pode estar se aproximando de seu final, porque há uma busca por argumentações do ponto de vista matemático para a solução construída.

A seguir, o anexo do *e-mail* que Thais enviou com as considerações sobre a solução encontrada e, na sequência, a construção da questão de letra " i " (fig. 36).

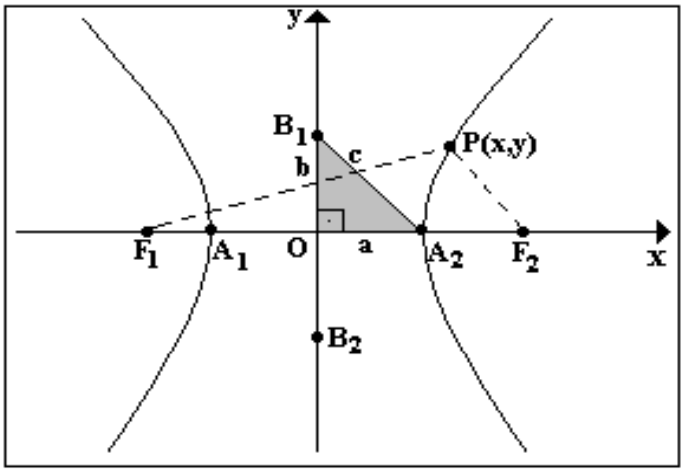


Figura 35: Hipérbole, anexo do e-mail Thais.
Fonte: http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html.

Conhecemos a equação $\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1$.

O ponto (c, d) *indica o centro da nossa hipérbole.*
Traçamos a reta y=d.
Encontramos a intersecção da hipérbole com a reta y=d.
Encontrando os pontos A e B, que distam a do centro (c,d). Em A traçamos uma reta t perpendicular à y=d.
Traçamos as assíntotas $y - d = -\frac{b}{a}(x-c)$ *e* $y - d = \frac{b}{a}(x-c)$.
A intersecção de uma assíntota e da reta t, chamamos de G.
Há a formação de um triângulo retângulo AOG, cuja hipotenusa OG é a distância do dentro ao foco.
Então basta usar a ferramenta de construir uma circunferência conhecendo o raio com centro em O e raio distancia[OG] e temos os dois focos determinados. ***Thais*** *(e-mail enviado em 13/05/2011)*

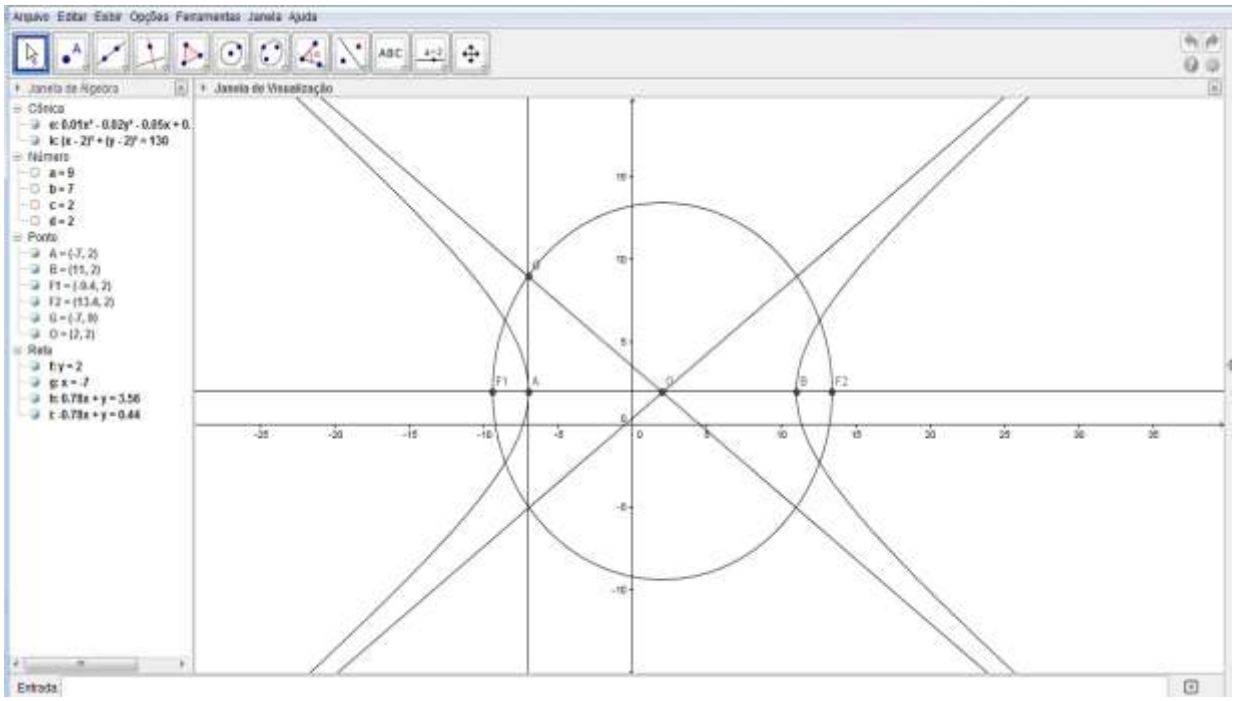


Figura 36: Solução Hipérbole - Letra "i"

Apesar de o grupo ter utilizado o recurso arrastar durante o processo de construção, a solução final, nesse caso, é uma construção estática. Esse resultado talvez seja uma implicação da influência que as informações contidas nas páginas que foram consultadas na internet produziram no trabalho desse grupo.

Elza, Bianca, Thais e Virginia trocaram vários *e-mails* em que discutiram outras possibilidades explorando o recurso arrastar, mas não houve avanço nessa direção. Um fator que talvez tenha limitado esse movimento pode ter sido o tempo.

A elaboração de argumentos matemáticos que justificassem a construção era uma preocupação no grupo. No entanto, o acúmulo de trabalho aligeirou esse processo, deixando em aberto a formalização dos conceitos matemáticos envolvidos na construção.

> ***Thais*** *(16/05/2011 13h44min22s BRT) Oi Elza... eu acho que esgotamos o principal da atividade 2. precisamos iniciar a 3 e podemos discutir por email aquelas pendencioas da 2. (eu ainda nao consegui pensar sobre elas)*
> ***Bianca*** *(16/05/2011 13h45min43s BRT) eu tb não consegui, mas só p recapitularmos: precisamos entender pq a hipotenusa do triangulo é a distancia entre os focos dividida por 2. Isso? Pensamos e envianos as conclusões por e-mail.*
> ***Thais*** *(16/05/2011 13h48min49s BRT) Isso Barbara... como aqueles elementos se comportam (a, b, c) e porque aparece aquele triângulo*

> *retângulo...? qual a relação das assíntotas?? Acho que tem bastante pergunta ainda... quem pensar e descobrir algo, manda por email. Ainda temos que orientar as atividades... tb podemos fazer isso via email. Mas temos ate semana que vem, nao podemos esquecer do prazo.*

O excerto acima sugere que as regras da proposta já não são mais observadas, acarretando em mudanças na organização do trabalho, principalmente quando o grupo decide que cada uma pode tentar "sozinha". Essa decisão pode ter influenciado diretamente na qualidade da produção Matemática do grupo.

Bianca insiste em retomar o estudo da hipérbole no *chat*. No entanto, a preocupação com o tempo estabelecido para a conclusão do estudo pode ter contribuído para que o debate sobre essa questão não avançasse.

> ***Bianca*** *(24/05/2011 17h20min20s BRT) olha só...estou tentando consruir novamente os gráficos da atividade 2...estou uase no fim... Vrginia...eu só estava erificando que a distânca focal de uma hipérbole é o dobro da medida da hipotenusa do triângulo retangulo em que os catetos medem o "a" e o "b" da fórmula da hipérbole... assim, relamente na atividade 2 (letra i), temos os focos (13,4;2) e (-9,4;2)*
> ***Virginia*** *(24/05/2011 17h41min26s BRT) hum...esta é aquela atividade q gerou mta discussão neh...ñ participei do inicio e não consegui mais acompanha-las*
> ***Thais*** *(24/05/2011 18h1min27s BRT) Meninas... acredito que o mais importante seja começar a 6ªparte de cada atividade. Pois por mais que não tenhamos feito as outras inteiras... concluimos muita coisa. Mas nem começamos a 6ª parte ainda e acho que não será uma tarefa fácil.*

O fato de as discussões terem sido finalizadas com a elaboração de justificativas formais do ponto de vista matemático pode ter gerado um sentimento de que algo ficou incompleto. Isso porque, ao que parece, no caso da hipérbole, não foram suficientemente esclarecidas e discutidas no grupo as relações existentes entre as representações algébricas e geométricas. Em vista disso, na figura 37, o produto desse sistema de atividade está em um balão pontilhado.

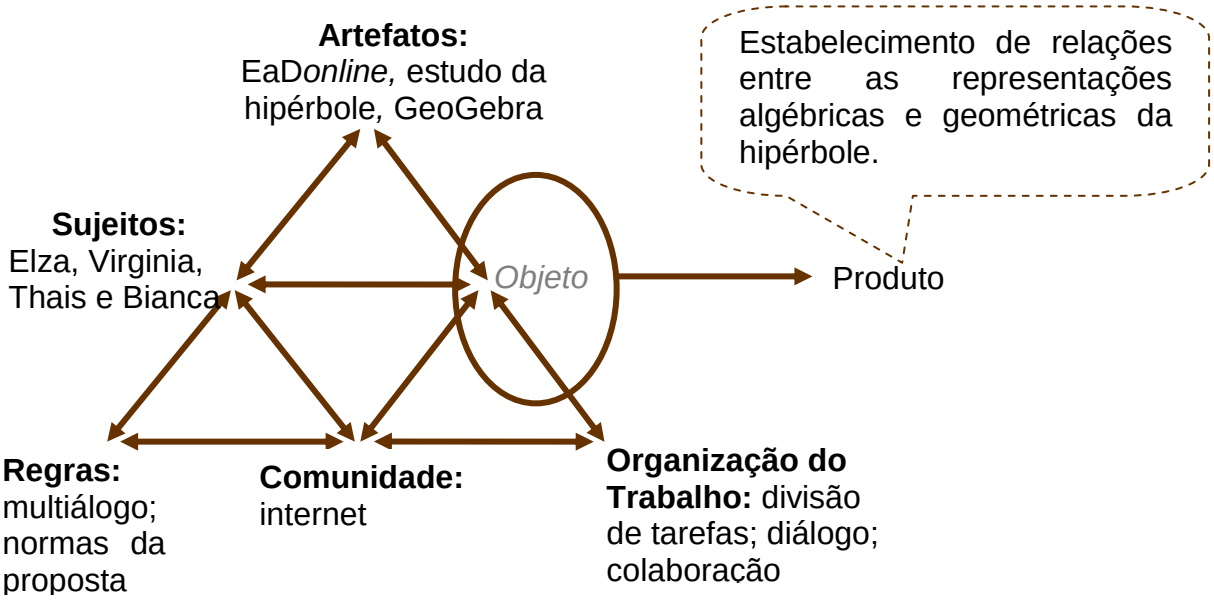


Figura 37: Sexta representação do sistema de atividade "Grupo 4-2011"

As observações a respeito da sexta representação (fig. 37) do sistema podem ser consideradas como indicativos de que o M.A.E. ainda não chegou em sua totalidade na etapa final. Entretanto, o próprio Engeström (1999c) explica que não é comum o desenvolvimento de todas as fases de um ciclo expansivo. Ademais, ciclos, e acredito que também os miniciclos, não são lineares, com início, meio e fim bem definidos, mas são movimentos cíclicos e recorrentes. Desse modo, é possível conjecturar que essas professoras ainda poderão produzir mais significados sobre essas relações em outras oportunidades. Contudo, o fato de um M.A.E. não ter sido desenvolvido por completo não significa que não houve aprendizagem, porque afinal, "toda atividade, todo ato de comunicação, toda relação humana implica um aprendizado" (LÉVY, 2000, p.27).

Na figura 38, a exemplo do grupo anterior, elaborei uma ilustração dos movimentos do "Grupo 4-2011".

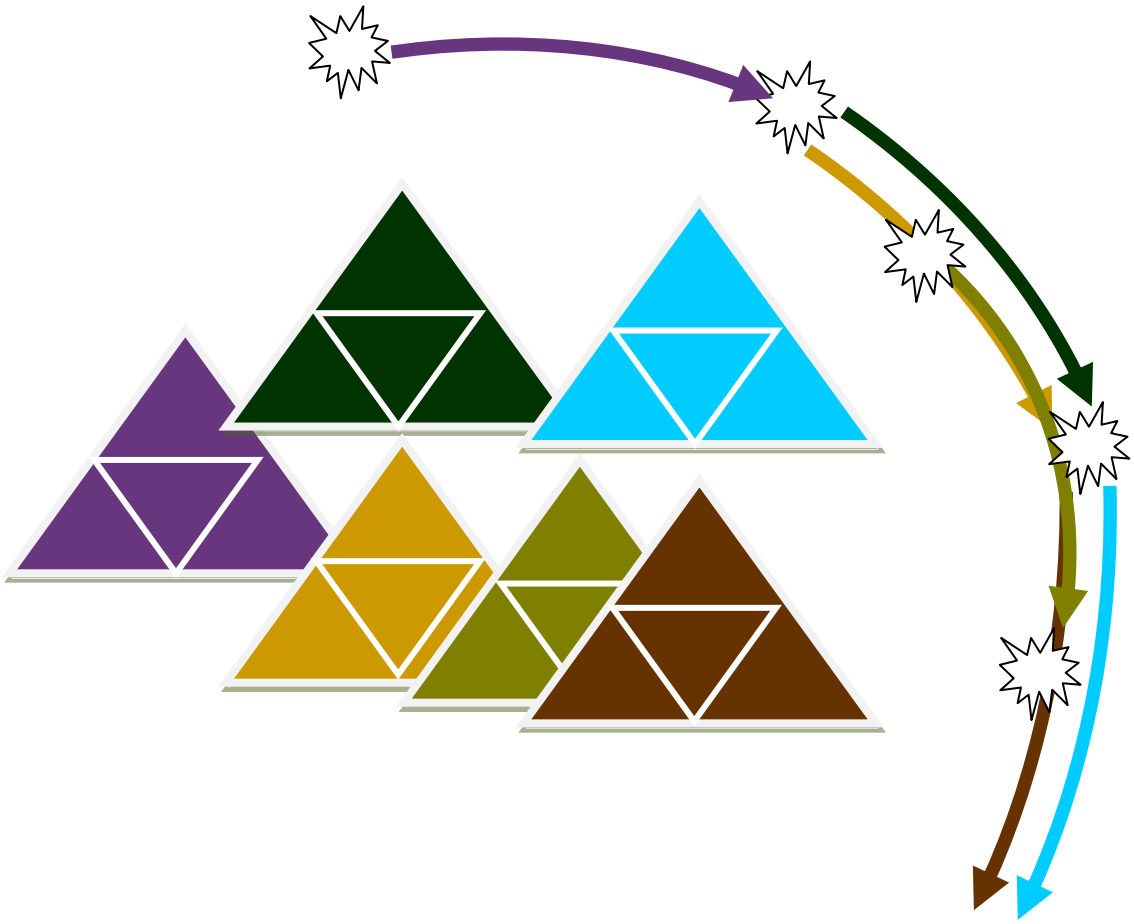


Figura 38: Ilustração da relação entre o sistema de atividade do Grupo 4-2011 e o miniciclo correspondente.

Na figura 38 o triângulo de cor roxa representa a forma inicial do sistema de atividade que foi discutido anteriormente com detalhes (fig. 29), ligado a ele estão duas sequências de triângulos apresentadas de forma mais ou menos paralela. O meu intuito é destacar que o comportamento do sistema do grupo se manteve, de certa forma, estável. As sequências paralelas representam as mudanças que ocorreram no estudo da parábola (triângulos verde escuro e azul claro) e no estudo da hipérbole (triângulos amarelo, verde claro e marrom escuro). A diferença mais significativa entre essas duas sequências é o papel de comunidade que passou a ser desempenhado pela internet durante o estudo da hipérbole representada pelo triângulo verde claro.

Auxiliando na compreensão dessas diferentes representações está o miniciclo, que começa a se desenvolver (seta de cor roxa) a partir de uma tensão

inicial. No decorrer desse desenvolvimento novas tensões surgem e impulsionam seu próprio desenvolvimento e também correspondem às mudanças no sistema de atividade.

Como as mudanças são semelhantes, algumas setas são apresentadas em paralelo. Entretanto, há uma especificidade, a seta de cor verde claro se sobrepõe parcialmente sobre as setas amarela e marrom escuro. Essa foi a forma que encontrei para destacar a mudança que considero mais significativa nesse instante do M.A.E., qual seja: o papel desempenhado pela internet como comunidade.

Essa mudança, a meu ver, está intimamente relacionada às ideias do construto seres-humanos-com-mídias, pois foi durante o "*pensar com*" o GeoGebra que surgiu a proposta de buscar ajuda na internet para compreender as assíntotas da hipérbole.

Além disso, o fato de o processo de moldagem recíproca favorecer o desempenho de diferentes funções pelo *software* no sistema sugere a ligação entre a atividade, o miniciclo e o S-H-C-M. Esse comportamento pode ser considerado análogo ao que ocorreu no grupo anteriormente analisado.

Finalizando a análise desse grupo discuto, de forma superficial, os destaques que considero como potenciais indicativos de possíveis tensões do sistema de atividade "Tendências". Um deles diz respeito aos motivos e ao objeto da atividade do grupo que esteve alinhado com o idealizado pelos organizadores, em particular, durante a busca de soluções com o GeoGebra.

Outro destaque pode ser ilustrado pelos comentários de Thais e Elza respectivamente: *"tem muito parametro!!!!!!!! é difícil amnter [manter] um e alterar os outros...", "geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes números com a equação"; "Sim, mas não consegui uma relação algébrica".* Ou seja, verifica-se que há certa dificuldade em compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas.

O fato de diferentes mídias desempenharem papéis distintos merece ser apontado mais uma vez como um destaque, porque trouxe contribuições para o desenvolvimento do sistema de atividade desse grupo. O GeoGebra, por exemplo, transitou entre os papéis de artefato e de objeto e a internet, por sua vez, ocupou o papel de artefato e de comunidade.

As soluções com o GeoGebra construídas nos movimentos de tentativa e erro influenciavam no raciocínio dos professores. No entanto, havia a preocupação com a

elaboração de justificativas e argumentos matemáticos que pudessem validar a solução encontrada.

5.5 O grupo 1-2011

O grupo 1-2011 reuniu os professores: Ismar de Paranavaí - PR; Rodrigo de Fortaleza - CE; Amália de Cerro Largo - RS; Daniela de Estrela - RS; e Caio de General Roca - Rio Negro - Argentina. Esses professores vivenciam ou já tiveram a oportunidade de vivenciar a realidade do exercício da docência em diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior.

Software de Geometria Dinâmica, com destaque o GeoGebra e o Régua e Compasso, são explorados por esses professores basicamente de duas formas: uma delas em suas respectivas práticas docentes (sala de aula) e a outra como foco de pesquisas de mestrado ou doutorado em desenvolvimento. A EaD*online* também é conhecida da maioria deles. As exceções são o prof. Rodrigo e a Prof. Amália que nunca haviam participado de nenhum tipo de curso nessa modalidade.

> *Estou no meu terceiro ano de docência no ensino superior e tenho utilizado pouco o recurso de tecnologias. No ano passado utilizei pela primeira vez o GeoGebra - apenas para trabalhar derivada e sboço de curvas. Atualmente estou coordenando um projeto de extensão que envolve Investigações Matemáticas e o uso do GeoGebra. Estou muito empolgada com o assunto. (Amália, postado no fórum de discussão - entrevista coletiva - em 28/03/2011).*

No excerto acima a declaração de Amália feita durante a entrevista coletiva realizada em um fórum de discussão sugere que no início do curso havia um desejo em relação ao aprimoramento da prática docente. Entretanto, essa colocação pode ser considerada uma exceção, porque no grupo as expectativas em relação ao curso convergiam de modo mais acentuado para o interesse em discutir as Tendências em Educação Matemática. Isso pode ser considerado um reflexo do objetivo de buscar embasamento teórico para suas respectivas pesquisas.

> *[...] soy profesor asistente en la asignatura Teoria y Sujeto de Aprendizaje e becario de doctorado [...], mi expactativa de éste es actualizar mis conocimientos en el Área de la Educación Matemática y también como apoyo de mi trbajo de tesis de doctorado. (Caio,*

> *postado no fórum de discussão - entrevista coletiva - em 23/03/2011).*
>
> *Olá! Sou graduada em Ciências Exatas [...] e atualmente estou cursando Mestrado Profissional [...] sou bolsista de iniciação científica do projeto Observatório da Educação da CAPES - (20h). Também atuo como professora na rede estadual. Minha linha de pesquisa para minha dissertação de mestrado seguirá as Novas Tecnologias no Ensino de Ciências Exatas. Ainda não tenho meu projeto bem claro pois iniciei em janeiro de 2011. Espero que este curso possa auxiliar no meu projeto, bem como na minha prática docente. (Daniela, postado no fórum de discussão - entrevista coletiva - em 24/03/2011).*
>
> *[...] estou desenvolvendo um projeto[32] de aplicaçào do software geogebra no ensino de geometria para o ensino fundamental. Tenho muito interesse no uso de novas tecnologias no ensino de matemática. (Ismar, postado no fórum de discussão em 23/03/2011).*

Baseada nos excertos do fórum de discussão - entrevista coletiva -, destacados anteriormente, é possível inferir que inicialmente no sistema de atividade desse grupo, o motivo era construir a identidade como pesquisadores em Educação Matemática. Com esse motivo e apoiada na discussão realizada em Araújo, Santos e Silva (2010) entendo que o objeto desses professores está, de alguma forma, ligado à qualificação acadêmica. Essas considerações permitem um esboço da representação triangular inicial do sistema de atividade desse grupo (fig. 39).

[32] O projeto do professor Ismar é vinculado ao PDE-PR - Programa de desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná. Esse programa integra formação continuada com progressão na carreira. O objetivo é proporcionar aos professores da rede pública estadual subsídios teórico-metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas, e que resultem em redimensionamento de sua prática. Mais detalhes podem ser consultados em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudophp?conteudo=20> último acesso em 25/03/2011.

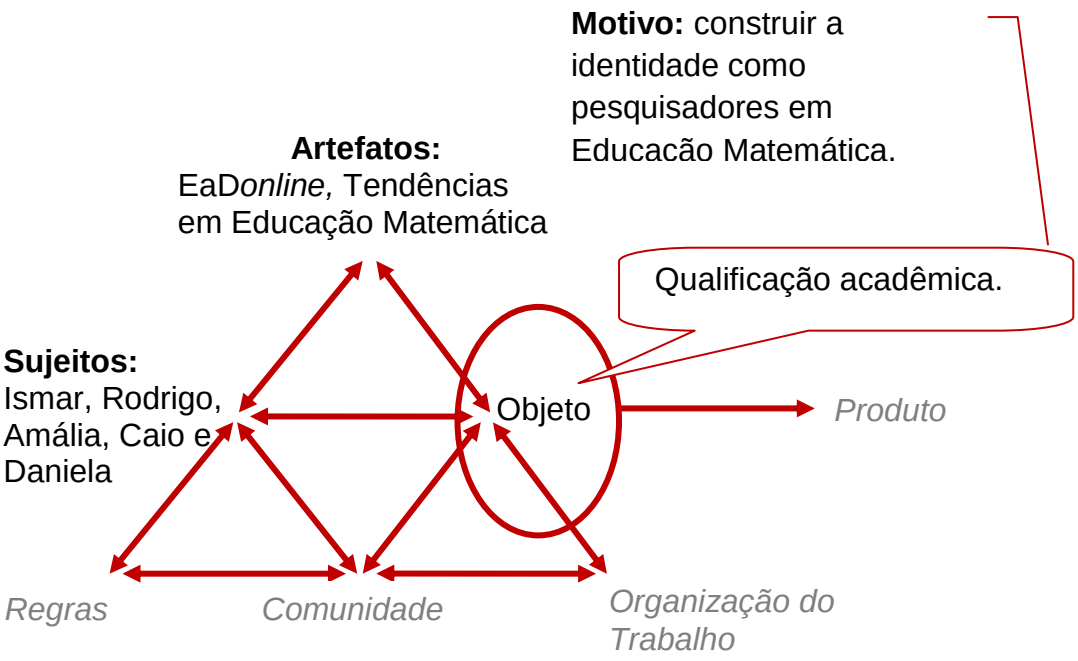


Figura 39: Primeira representação do sistema de atividade "Grupo 1-2011"

O sistema de atividade do grupo 1-2011, representado na figura 39, apresenta Ismar, Rodrigo, Amália, Caio e Daniela como sujeitos. Ocupando a posição de artefatos estão a EaD*online* e as Tendências em Educação Matemática. No balão está a qualificação acadêmica, representando uma aproximação com o objeto. Embora o anseio por uma capacitação profissional estivesse explícito nas declarações de Amália, que destaca seu entusiasmo com a oportunidade de conhecer diferentes possibilidades de incluir o *software* em sala de aula, não considero que ele seja um espaço-problema compartilhado por todos no grupo. Ao contrário da qualificação acadêmica, que de algum modo, respeitando as especificidades de cada um, está contemplada nos comentários de todos.

Diferente do que ocorreu nos dois grupos analisados anteriormente, aqui o tratamento dado às regras é conflituoso desde o início da realização da parte da proposta que visava às discussões de cunho matemático. Com isso, a organização do trabalho também é marcada por rupturas e divergências. As regras apresentadas por nós, organizadores, não foram seguidas. Acredito que isso pode ter causado o desenvolvimento de um trabalho "truncado" e com poucos avanços como será mostrado mais adiante. Apesar disso, as interações que ocorreram nos *chats* indicaram que o multiálogo fez parte das regras desse sistema. Ao todo foram sete

encontros extras, sendo que quatro tiveram em média duração de 2 horas cada e três de 30 minutos.

As pesquisas que esses professores desenvolvem em nível de mestrado ou doutorado estavam, na maioria dos casos, relacionadas a *software* de Geometria dinâmica. Contudo, o objeto da atividade do grupo não foi, em momento algum, estudar as cônicas com o GeoGebra. Mesmo assim, a meu ver, durante esse estudo de cunho matemático, houve uma pequena alteração no sistema de atividade do grupo, porque o *software* passou a desempenhar o papel de artefato junto com a EaD*online* (fig. 40).

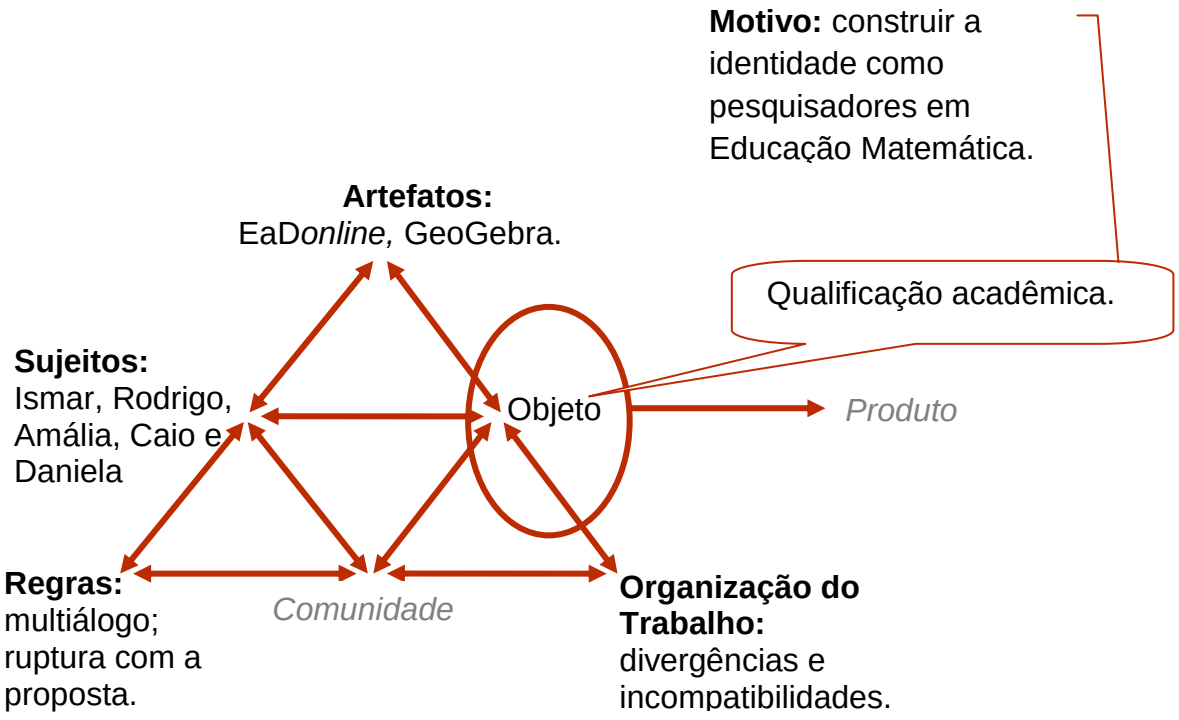


Figura 40: Segunda representação do sistema de atividade "Grupo 1-2011"

As construções que eram orientadas por um passo-a-passo foram realizadas com entusiasmo e estudar as cônicas com o GeoGebra parecia uma novidade para o grupo. No entanto, quando as questões retiradas dos livros didáticos iniciaram, me pareceu que o grupo estava "cumprindo tabela". No campo esportivo cumprir tabela significa jogar somente para cumprir um compromisso sem objetivo ou expectativa qualquer. Em outras palavras, considero que o grupo estava buscando soluções sem nenhum tipo de questionamento, crítica ou discussão. O sistema de atividade do grupo estava, em certa medida, estático. O processo de internalização (reprodução da cultura, das formas conhecidas por esses professores de produção

Matemática) predominava e não havia indícios de que a externalização (rompimento com o padrão dominante de produção Matemática desses docentes) estivesse em movimento.

Quando percebi esse comportamento decidi provocar algumas discussões. Comecei pela questão "j", do estudo da parábola, por ela ter sido fonte de muito debate em outros grupos.

> ***Daise*** *(04/05/2011 21h46min58s BRT) vcs conseguiram fazer a letra j? Poderiam me explicar como fizeram?*
> ***Ismar*** *(04/05/2011 22h29min23s BRT) Daise veja se é isto usei a ferramenta do botao 4 reta perpendicular e tracei a diretiz passando por -2 e marque o foco (0,0) em seguida usei a frramenta do botao 7 que traça parabola que passa pelo foco e pela diretriz*
> ***Daise*** *(04/05/2011 22h32min51s BRT) ACho que é uma possibilidade, mas porque vc utilizou -2? poderia ser outro n?*
> ***Ismar*** *04/05/2011 22h52min29s BRT) Rodrigo tenho que ir, amanhã continuamos, boa noite!*

Nesse *chat (04/05/2011)* estavam presentes apenas Rodrigo e Ismar, chamei a atenção deles para a letra "j": *"Escreva a equação $y^2 = -8x$ na entrada algébrica. Observe a parábola, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz".* Ismar leva 43 minutos para responder e Rodrigo não responde. Notei que a solução apresentada por Ismar sugeria duas possibilidades (fig. 41 e fig. 42), ambas com interpretações incorretas.

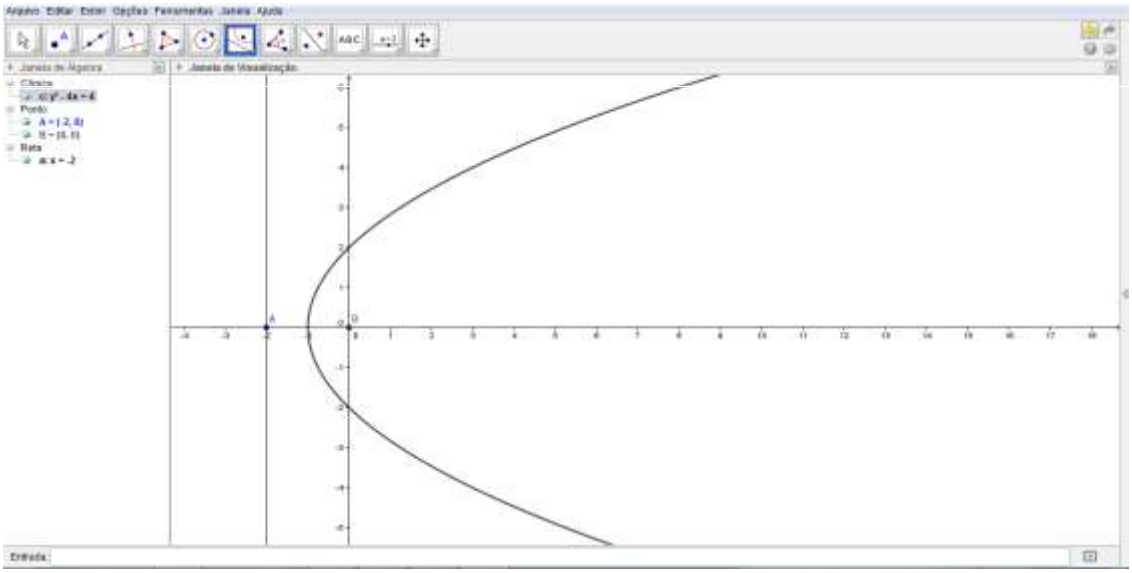


Figura 41: Letra j - primeira possibilidade – Ismar

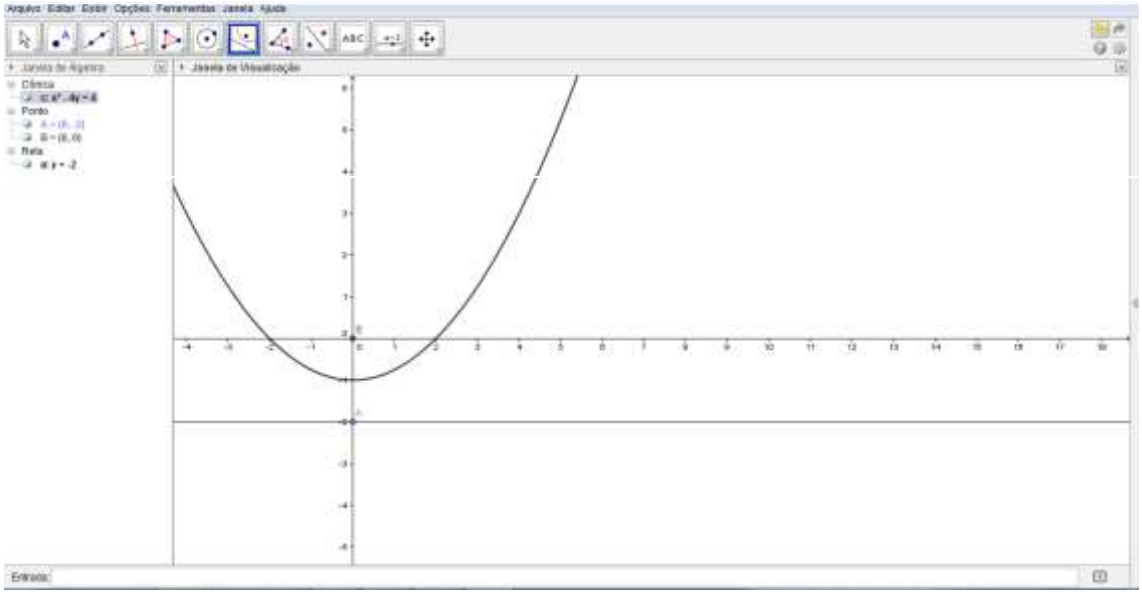


Figura 42: Letra j - segunda possibilidade - Ismar

Percebi também que o momento era delicado, pois a interação estava lenta e difícil. Optei então, em não dizer se estava correto ou não. Minha estratégia foi considerar a solução apresentada por Ismar como uma possibilidade e, na sequência, questioná-lo. A ideia era estimular seu raciocínio para que buscasse justificativas e, desse modo, conseguisse compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas e, com isso, pudesse identificar os enganos cometidos. No entanto, minha ação fracassou quando fiz uma nova tentativa de diálogo e Ismar, após vinte minutos de "silêncio", desculpa-se e encerra o *chat*.

Essa discussão é retomada no encontro seguinte, mas novamente sem êxito, porque os outros membros do grupo estão em exercícios diferentes e Ismar e Rodrigo não se mostraram interessados pela continuidade da discussão[33]. Insisti através de *e-mails*, mas também não obtive sucesso. Esse comportamento inicial do grupo me deixou um pouco apreensiva, pois imaginava que ele poderia ser o início do comprometimento de um trabalho coletivo e colaborativo, como de fato se concretizou.

Retomando a análise do excerto anterior é possível verificar que a forma como Ismar escreveu sua solução deixou margem para duas interpretações (fig. 41 e 42), porque ele não mencionou se a reta diretriz é perpendicular ao eixo das

[33] Mais tarde, o grupo teve outra oportunidade de debater sobre essa questão com os demais grupos no *chat* maior em 05/05/2011.

abscissas ou ao eixo das ordenadas. Entretanto, mesmo analisando as duas possibilidades verifica-se que nenhuma está correta, já que foi um equívoco considerar o foco na origem do plano cartesiano (0,0). Isso sugere que não houve compreensão sobre dois elementos da parábola: o foco e o vértice.

Outro engano foi a indicação da reta diretriz como "(-2)", na verdade a reta diretriz dessa curva é x=2. Acredito que Ismar não tenha utilizado o recurso da entrada algébrica do *software* para verificar o comportamento da parábola. Se ele o fizesse poderia facilmente constatar que era o vértice é que estava na origem do plano cartesiano (fig. 43), e não o foco, como ele indicou.

Ele também poderia ter constatado que a reta diretriz teria que interceptar eixo das abscissas em algum valor positivo já que o comportamento da concavidade da curva indica que o foco deve ser um valor negativo que estará sobre o eixo das abscissas. Talvez Ismar tenha encontrado a solução algébrica "P=-2" com a mídia lápis e papel e, então, propôs a solução, sem refletir sobre o que o parâmetro "P" representa na construção Geométrica (distância entre o vértice e o foco), ocasionando incorreções em sua solução. Na figura 43 a parábola em discussão está corretamente representada.

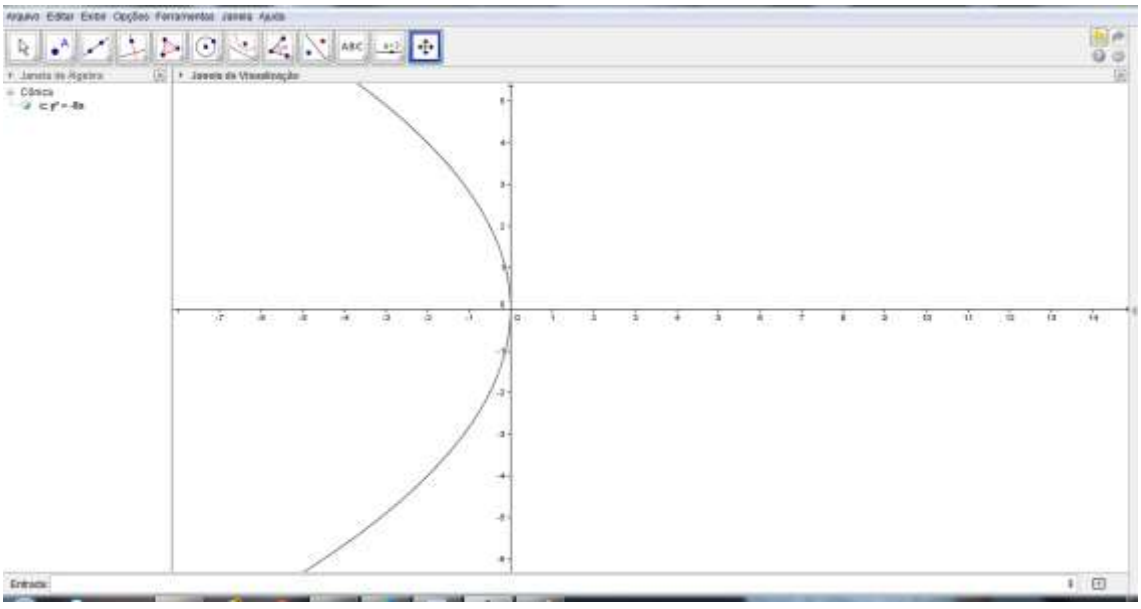


Figura 43: Letra j

Esse tipo de "confusão" conceitual, relatada nos parágrafos anteriores, foi identificada também em outros grupos. Alguns conseguiram avançar no debate e compreender as incorreções, enquanto outros, não. Por isso, no *chat* maior em

05/05/2011, trocamos muitas ideias sobre a importância de compreendermos o significado dos parâmetros algébricos da equação na construção geométrica.

Aqui, particularmente, verifica-se uma dificuldade em compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas. Seria essa uma tensão no sistema de atividade do grupo? Acredito que sim. Entretanto, ao que parece, a não exploração das possibilidades do GeoGebra pode ter sido um empecilho para que essa tensão se transformasse expansivamente.

Uma nova abertura para o diálogo e para a colaboração surge durante o *chat* de 12/05/2011, no qual estavam em pauta os seguintes exercícios da elipse: h) *"Determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6";* i) *"Determine o centro, os eixos e os focos da elipse* $9x^2+4y^2=36$ *".*

As soluções para essas questões eram encontradas por esse grupo, com técnicas analíticas facilmente encontradas em livros didáticos que, geralmente, são construídas com a tecnologia da inteligência escrita. Entretanto, em um determinado momento, Amália pergunta a Caio sobre alternativas de resolução e ele comenta que não conseguiu fazer de outra forma. Ismar, na tentativa de colaborar, imediatamente indica uma possibilidade com o GeoGebra, mas o diálogo não avança (veja o excerto a seguir).

Esse movimento no grupo indica que o livro didático, lápis e papel, estão, nesse instante, juntamente com o GeoGebra, a EaD*online* e o estudo das cônicas, desempenhando o papel de artefatos no sistema (fig. 44).

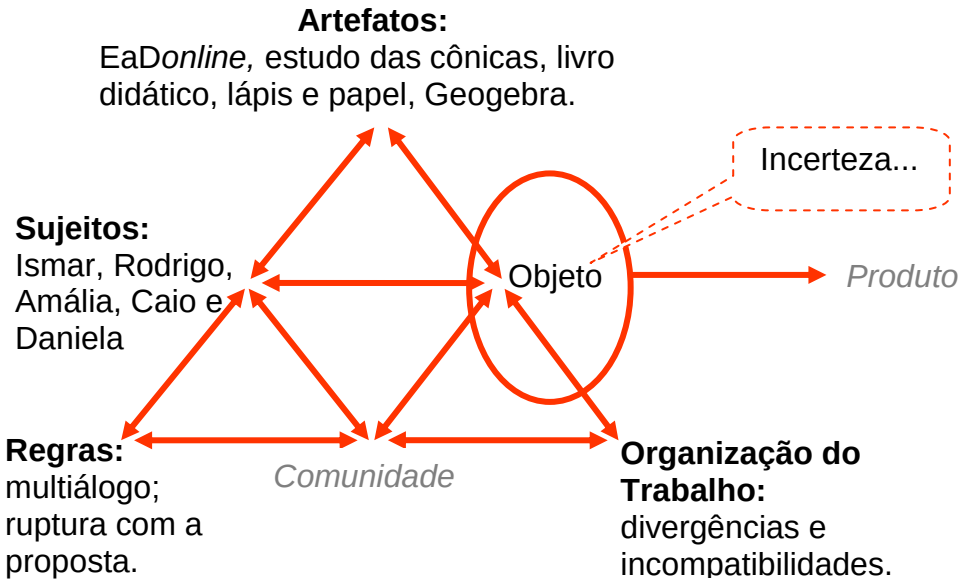


Figura 44: Terceira representação do sistema de atividade "Grupo 1-2011"

Na terceira representação triangular (fig. 44) do sistema de atividade do Grupo 1-2011, além da mudança em relação aos artefatos mediadores, não há informações nos dados que possam indicar, naquele instante, aproximações do objeto. Ao que parece, existe, como pode ser verificado no excerto a seguir, um anseio de buscar novas possibilidades com o GeoGebra. Entretanto, essa observação não é suficiente para sinalizar que esse *software* pudesse fazer parte do objeto do sistema de atividade, porque as ações dos professores não avançaram nessa direção.

> ***Caio*** *(12/05/2011 20h54min45s BRT) Amália, me pregunta si deduje esa ecuación que le pasé?*
> ***Amália*** *(12/05/2011 20h54min54s BRT) isso*
> ***Caio*** *(12/05/2011 20h55min25s BRT) no, la encontré en un libro, jeje. Ese fue mi recurso*
> ***Amália*** *(12/05/2011 20h55min54s BRT) ah ta, pois é, queria tentar resolver sem livro. Mas ainda não consegui.*
> ***Caio*** *(12/05/2011 20h56min33s BRT) yo también lo intenté pro tampoco pude. Pienso lo mismo Amália, me voy a lageneral.*
> ***Ismar*** *(12/05/2011 20h58min42s BRT) Amália tente usar o recurso de medir segmento usando ooitavo botão, para fazer comparações e tirar conclusões.*

Quando Amália, no excerto anterior, destaca que sua intenção era encontrar uma solução sem o livro, a meu ver, está relacionando a situação atual com as situações anteriores em que o GeoGebra foi protagonista. Seu pensamento foi reorganizado pelos *feedbacks* do *software* nas construções anteriores em que havia o passo-a-passo (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1999). A pergunta de Amália poderia ser o passo inicial para o desenvolvimento do miniciclo de aprendizagem expansiva. Entretanto, não foi o que ocorreu. Embora Caio tenha indicado que sua preocupação é semelhante à de Amália, e Ismar tenha tentado contribuir, a discussão não avançou e o *chat* foi encerrado.

Apesar da nova composição dos artefatos no sistema, o objeto, ao que parece, não sofreu nenhum tipo de mudança. Mesmo a insistência de Amália, nesse e em outros encontros, não é suficiente para alavancar novos encaminhamentos para o trabalho do grupo. Houve um direcionamento para um trabalho mais individualizado no sentido de que as interações entre os professores desse grupo foram reduzidas à troca de *e-mails*. Isso não significa que não houve um pensamento coletivo, pois, de acordo com Lévy (1993, p.135), "Não sou 'eu' que sou inteligente, mas 'eu' com o grupo humano do qual sou membro, com minha língua,

com toda a herança de métodos e tecnologias intelectuais (dentre as quais, o uso da escrita)", ou seja, não há uma separação entre seres humanos e tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) e, nesse sentido, o pensamento é sempre coletivo.

A figura 45 ilustra, na representação final de atividade do grupo, que o comportamento no sistema é quase linear, com poucas alterações. As exceções foram aquelas mudanças relativas aos artefatos.

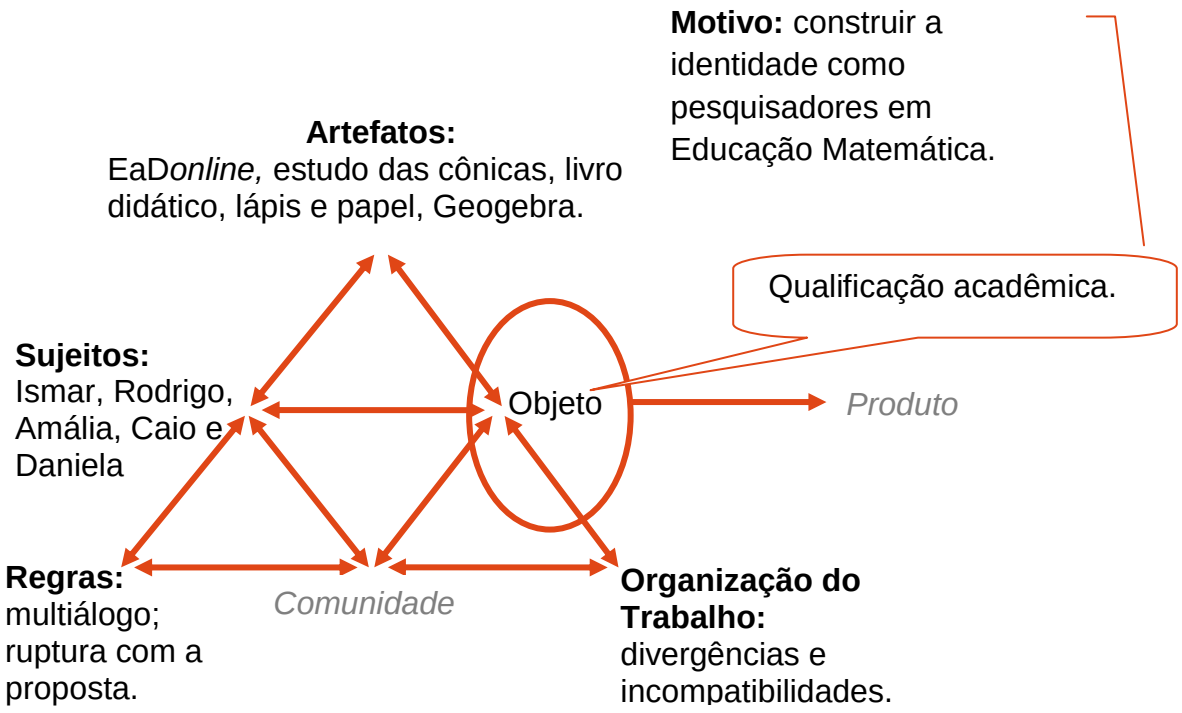


Figura 45: Representação final do sistema de atividade "Grupo 1-2011"

O retrato final do sistema (fig. 45) dá alguns indicativos sobre a não ocorrência de transformações expansivas nesse sistema e consequentemente a não evolução do M.A.E. Refiro-me, especificamente, ao tratamento dado às regras e à organização do trabalho, que discutirei na sequência. Antes, porém, apresento em uma ilustração (fig. 46) o resumo do comportamento desse sistema.

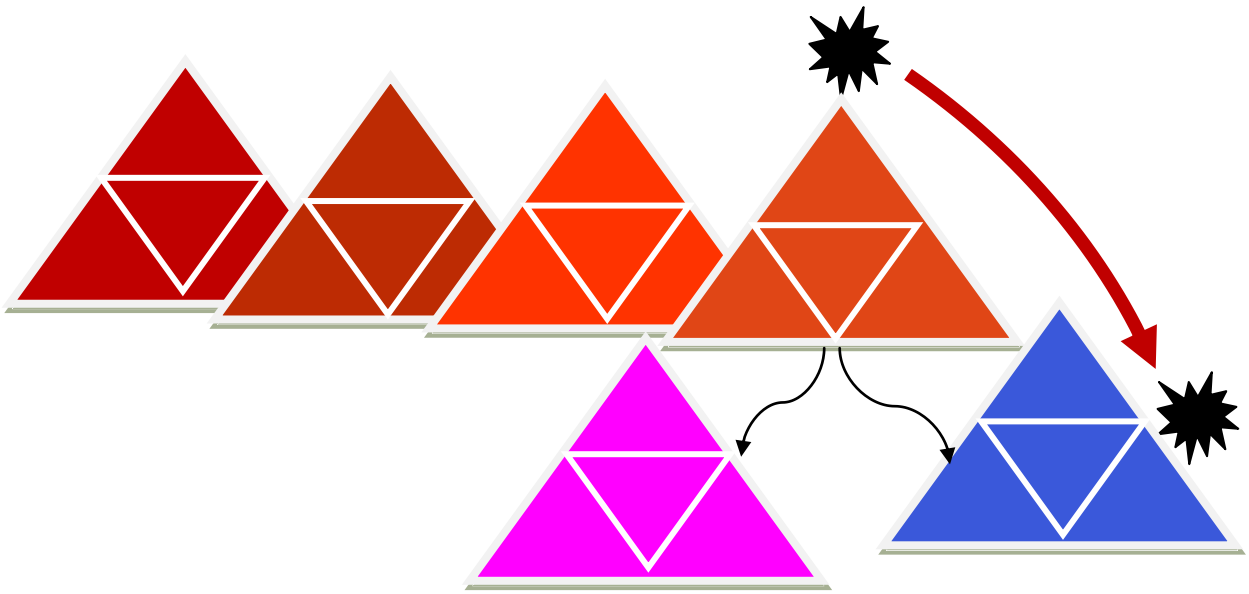


Figura 46: Ilustração da relação entre o sistema de atividade do Grupo 1-2011 e o miniciclo correspondente.

Quatro das seis representações triangulares da figura 46 estão praticamente alinhadas e têm cores muito próximas. Meu objetivo é destacar que as mudanças que ocorreram no sistema de atividade do grupo são sutis. As outras duas representações, uma de cor azul e a outra de cor rosa, conectadas à última representação da sequência inicial, registram uma espécie de divisão que houve no grupo e que será discutida, nessa mesma seção, um pouco mais a frente.

Os símbolos, que nos grupos anteriores representam as tensões que têm potencial para alavancar transformações expansivas, nessa representação estão na cor preta para destacar que, nesse caso, as tensões se transformaram em conflitos prejudicando o avanço do miniciclo e consequentemente no desenvolvimento desse sistema.

Diante desse cenário considero importante analisar os aspectos que podem ter influenciado tais movimentos e o porquê do M.A.E. não ter se desenvolvido. De imediato é possível verificar que as considerações relacionadas ao objeto, destacadas anteriormente, deixam alguns indícios de que esses professores, a exemplo do que ocorreu em outros grupos, não tinham como objeto estudar cônicas com o GeoGebra. Rodrigo comenta:

> *[...]estou iniciando o Mestrado Acadêmico em Educação, no eixo de Ensino de Matemática e suas Tecnologias também na UECE, [...]Embora esteja iniciando o Mestrado, já estou com o pensamento no Doutorado [...] Apesar de nunca ter participado de um curso a distância me interesso bastante por esta temática. (Rodrigo, postado no fórum de discussão - entrevista coletiva - em 24/03/2011).*

Nessa postagem de Rodrigo no fórum de discussão e em alguns dos excertos anteriores dos professores desse grupo foram destacados alguns aspectos que sugerem o que teria mobilizado esses professores a participarem do curso. Em síntese, os interesses estavam voltados para as preocupações com suas respectivas qualificações (mestrado e doutorado). Embora, nesses trabalhos de pesquisa desses professores exista uma estreita ligação com o uso de *software* e com ensino de Geometria, o objeto "estudar as cônicas com o GeoGebra" não foi compartilhado por todo o grupo. Essa seria uma justificativa para o comportamento no grupo? Que fatores podem ter contribuído para que esse comportamento ocorresse?

Para responder a essas questões voltei aos dados e identifiquei alguns movimentos que podem auxiliar nessa análise. Um deles relacionado às regras e, consequentemente, à forma como foi realizada a organização do trabalho. Todo o sistema de atividade, por meio de mediações (dialéticas), funciona como uma unidade (SOUTO; ARAÚJO, 2013). Assim, as regras, como um dos elementos da unidade básica do sistema de atividade colaboram para as transformações que ocorrem nele. Por isso, é importante investigar o tratamento dado a elas.

De acordo com Engeström (1999b), são as regras que regulam as relações dentro do sistema e é a partir delas que os sujeitos organizam o trabalho. Além disso, esse autor explica que um elemento qualquer da atividade pode colidir com outro e gerar uma tensão que pode evoluir para uma transformação expansiva ou gerar um conflito. No caso em análise, a colisão das regras com outros procedimentos ou até mesmo com outros elementos do sistema pode ter ocasionado um conflito?

Outro fator que precisa ser investigado e que já foi apontado anteriormente diz respeito ao objeto, especificamente, à forma como os aspectos motivacionais que compõem esse elemento se mostraram nas ações desses participantes no decorrer do curso. Daniels (2005) sugere que uma maneira de o pesquisador buscar compreensões acerca do objeto é utilizar dois procedimentos: o primeiro consiste na

realização de uma entrevista com os participantes do estudo, a fim de verificar como estes expressam os motivos. No segundo procedimento o pesquisador deve considerar o que realmente está sendo abordado pelos participantes, ou seja, os interesses implícitos nas ações dos sujeitos. Nesse tipo de observação também é possível verificar as questões relativas às regras e à organização do trabalho.

No caso em análise, o primeiro procedimento foi verificado nos excertos da entrevista coletiva, anteriormente mostrados, em que os participantes revelam seus interesses e objetivos ao optarem em participar do curso e, com essas informações, possibilitaram a identificação dos motivos e uma aproximação do objeto do sistema de atividade do grupo (fig. 39). Quanto ao segundo procedimento os movimentos dentro do grupo podem ser observados nos excertos a seguir. O trabalho iniciou com muita empolgação e, ao que parece, de forma coletiva e colaborativa: ***Daniela*** *(28/04/2011 20h6min23s BRT) Que bom que estamos fazendo juntos, rsrsrs tb já estou movendo o ponto P!*

Esse entusiasmo destacado no comentário de Daniela se refere ao instante inicial do trabalho, em que o grupo estava realizando as primeiras construções que continham o passo-a-passo, o qual serviu como uma espécie de instrumento de controle da construção. Com esse instrumento, o grupo conseguiu manter certa sincronia ao executar a proposta. Entretanto, com o passar do tempo essa situação muda, o grupo não consegue manter a combinação das ações no mesmo espaço de tempo, alguns avançam sem considerar as dificuldades de seus colegas. Além desse descompasso no desenrolar do trabalho, outro aspecto importante a ser observado foi a falta de assiduidade. Ela foi constatada desde o primeiro encontro do grupo e se agravou com o decorrer do tempo. Os dois excertos a seguir são registros desse comportamento.

> ***Amália*** *(12/05/2011 19h48min33s BRT) Abraços. Terminei o item a*
> ***Ismar*** *(12/05/2011 19h54min18s BRT) na parte 3 estou no passos 10 e 11 e letra f e g ,*
> ***Rodrigo*** *(12/05/2011 19h56min43s BRT) agora que comecei*
>
> ***Rodrigo*** *(28/04/2011 19h44min22s BRT) pois no próximo encontro não poderei participar, estarei dando uma palestra no momento do curso*
> ***Amália*** *(04/05/2011 19h57min27s BRT) Oi colegas. Na semana passada não pude participar das atividades do chat e agora não sei em que atividades vocês pararam.*

> ***Daniela*** *(05/05/2011 20h14min31s BRT) Não pude participar na terça pois tenho alunos a noite toda*

Faltas como as de Rodrigo, Amália e Daniela aliadas à incompatibilidade de horários geraram um desconforto nas relações no grupo que prejudicou o andamento do trabalho, uma vez que a quantidade desses encontros extras, as datas, horários, bem como o tempo de duração de cada um deveria ser acordado dentro do próprio grupo. No entanto, esse grupo de professores não conseguiu se organizar segundo as regras colocadas pelos organizadores do curso e também não conseguiu estabelecer ou propor novas regras que pudessem atender às especificidades do grupo.

> ***Daniela*** *(28/04/2011 20h39min44s BRT) Vou deixar meu e-mail para contato, pois tenho compromisso as 21h. Vamos ter que marcar outro encontro para acabar as atividades.*
> ***Rodrigo*** *(28/04/2011 20h41min2s BRT) tb não posso ficar depois das 21:00*
> ***Daniela*** *(28/04/2011 20h45min16s BRT) Eu posso na próxima quarta-feira no mesmo horário de hoje. E vcs?*
> ***Caio*** *(28/04/2011 20h46min23s BRT) Yo no puedo ese día. Propongo el mismo horario del chat de esta semana de la tercera feira*
> ***Ismar*** *28/04/2011 20h46min39s BRT) para min pode ser quarta*
> ***Rodrigo*** *28/04/2011 20h48min21s BRT) por mim tb pode ser quarta*

O grupo procurou organizar encontros nos *chats*, uma dessas tentativas está registrada na discussão acima, em que a maioria estava disponível na quarta com exceção de Caio. Diante desse impasse e da falta de uma decisão consensual, Rodrigo e Ismar resolvem se encontrar na quarta-feira (04/05/2011), em um *chat* longo, lento[34] e pouco produtivo. A falta de comunicação agravou a situação.

> ***Caio*** *(05/05/2011 20h11min40s BRT) Me sorprende que este chat ya esté con participaciones de mis compañeros ¿tuvieron algún encuentro del que no participé?*

Descontentamentos como os enunciados por Caio não são exceções no grupo, e a partir desse momento parece que houve uma espécie de divisão no grupo, bem sutil é verdade. Caio, Daniela e Amália se distanciam de Rodrigo e

[34] Um excerto desse chat foi apresentado no início da análise desse grupo, em que Ismar apresentou duas possibilidades de soluções para o exercício "j" da parábola que estavam incorretas.

Ismar, que também preferem um trabalho com menos envolvimento coletivo. Essa atitude, seja ela espontânea ou não, acabou incorrendo em um trabalho fragmentado. Na figura 46 essa divisão pode ser observada quando o sistema do grupo é separado em dois outros sistemas (triângulos na cor rosa e azul). Acredito que esses podem ser considerados indicativos do início de uma tensão causada pelos procedimentos descritos nas regras e, ao que parece, se transformou em um conflito.

No *chat* seguinte, em 12/05, quem não tinha conhecimento era Rodrigo: *"não sabia deste encontro de 17:30"*. Após essa falta de comunicação, minhas interferências não foram suficientes para reverter a situação. Mesmo assim, conseguimos organizar alguns horários para mais três *chats* (18/05/2011 - 24/05/2011 - 25/05/2011). O comportamento desses professores fez com que esses espaços de discussão servissem apenas de veículo para o cumprimento de uma formalidade, pois cada um procurava registrar o que estava desenvolvendo e ao final ocorria uma espécie de união das partes para formar o todo, conforme Caio escreve em sua entrevista.

> *18:19* ***Caio:*** *y sobre todo en los encuentros "extras" que se hacían para desarrollar las activdiades usando el geogebra tuvimos dificultades en principio con los horarios, no era fácil coordinar los horarios de todos. Por esto tuvimos encuentros en los que no estabamos todos.*
> *18:20* ***Daise****: Com esta dificuldade como vc fizeram para "pensar" e "planejar" juntos as atividades finais?*
> *18:26* ***Caio:****En ese momento, y ya hacia el final del curso, coordinamos en principio un encuentro en el Tidiae, ahí estuvimos compartiendo un poco sobre lo que cada uno había hecho, lo que cada uno consideraba debía ponerse en la actividad final, y empezamos a intercambiar archivos de lo que ya habíamos adelantado algunos, luego en la semana, por mail, continuamos compartiendo el material, intercambiando correcciones y observaciones sobre el trabajo de los otros y fue como armamos la propuesta final que enviamos.[...] Debo ser sincero y decirte que el curso no atendió a mis expectativas. Tal vez porque del título yo esperaba mucho más en relación a distintas "Tendencias en Educación Matemática" especificamente en la investigación de este campo. Muy seguramente influenciado por mi condición de becario de doctorado. (Caio, entrevista online - via gmail - em 23/08/2011)*

Durante a entrevista realizada ao final do curso, Caio comenta sobre a incompatibilidade de horários para os encontros extras, o que soa como uma

justificativa para o trabalho mais compartimentado, em que cada um fazia uma parte e ao final o resultado era a soma dessas partes. Ele reconhece que na verdade queria apenas discutir as Tendências em Educação Matemática. Apesar de ter declarado anteriormente que sua linha de investigação no doutorado era o ensino e a aprendizagem de Geometria com contornos de Geometria Dinâmica, seu objetivo no curso era aprofundar outras questões relacionadas com as Tendências em Educação Matemática.

Diferente do que foi colocado por Caio, Amália desde o início destacou que sua preocupação era com a capacitação profissional, por ser docente do ensino superior e sentir necessidade de utilizar mais recursos tecnológicos digitais em suas aulas. Em sua entrevista escreveu sobre o seu entusiasmo com as questões que envolviam o estudo das cônicas. Esse interesse e a satisfação no "fazer" Matemática *online* com GeoGebra é reafirmado em vários momentos, seja nas palavras ou nas ações de Amália. Entretanto essa motivação pessoal não se mostrou um objetivo partilhado pela maior parte de seus colegas de grupo.

> ***Amália:*** *Olha, as atividades que mais gostei foram as das construções: teve uma aula que foi muito boa! como te disse não sei se foi por ser grupo menor, ou se foi por ser o assunto, mas gostei! O fato de você poder compartilhar com outras pessoas é muito legal! Não senti tanta falta de um editor de textos matemáticos no ambiente, acho que pelo conteúdo que trabalhamos nas construções. (Amália, entrevista online - via gmail- em 26/08/2011)*

O estudo das cônicas idealizado por nós organizadores estava ligado à parte do curso que objetivava a capacitação profissional/formação continuada. Como o objeto do sistema de atividade do grupo se aproximava mais da qualificação acadêmica houve certo distanciamento.

A negociação de objetivos, ou seja, a transformação dos motivos, não é algo fácil, ou simples, como um “toma-lá dá-cá”, é muito mais complexo do que isso. Engeström (2002, p. 177) explica que "muitas vezes habilidades que são rotinizadas em práticas repetidas são difíceis de serem modificadas, abandonadas ou substituídas por novos procedimentos quando a tarefa e o contexto mudam".

Com as reflexões tecidas sobre os dados produzidos pelo grupo 1-2011 finalizo o exame dos sistemas de atividade dos grupos. A seguir discuto as transformações expansivas que ocorreram no sistema de atividade "Tendências".

5.6 Expansão dos motivos e do objeto

Vânia *- "sim. me senti desafiada"*
Vinicius *- "Acho que esse é o objetivo, superar..."*

Thais *- "Olha Virginia... tambem tenho que confessar que estou mexida com essas construções... nunca tinha parado para estudar a parábola assim... fiquei tentada a procurar teorias as respeito, mas decidi que não ia, para conseguir chegar nas minhas propiras construções... [...], e nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente.;.. rsrsrs"*

Convergências e/ou divergências entre a forma como nós (Prof. Marcelo e eu) idealizamos o curso e os movimentos no interior dos grupos, mostraram uma fluidez contínua de um processo implícito de negociação dos objetivos, marcado por tensões que apontaram para possibilidades de transformações expansivas dos motivos e do objeto no sistema de atividade "Tendências".

De modo particular, dois destaques nos sistemas de atividade dos grupos indicam tais possibilidades: desacordo entre o objeto da atividade dos grupos e o objeto dos organizadores do curso; a busca por soluções para as questões com o GeoGebra se tornou um novo espaço-problema.

Como discutido na seção 5.2, os nossos motivos (organizadores) ao elaborarmos a proposta do curso eram: possibilitar que professores tornem-se capazes de produzir Matemática com tecnologias digitais em um ambiente *online;* colocar em destaque a Educação Matemática; fazer pesquisa e extensão. Apoiada em Kaptelinin (2005) identifiquei, a partir desses motivos, o objeto do sistema idealizado, qual seja: construir um espaço de formação continuada e de pesquisa em Educação Matemática voltado para o uso de tecnologias digitais em um ambiente *online*. Considerando que no decorrer do curso não alteramos a proposta, é possível afirmar que os motivos e o objeto do sistema de atividade idealizado por nós se mantiveram estáveis.

Nos grupos, de modo geral, os motivos iniciais eram: vivenciar a Educação a Distância *online*; construir a própria identidade como pesquisadores em Educação Matemática; buscar capacitação profissional. Tais motivos sugerem que o objeto estava, inicialmente, relacionado à possibilidade de uma futura ascensão profissional e uma qualificação acadêmica.

Se, por um lado, as questões relacionadas à Educação a Distância *online* e à pesquisa em Educação Matemática mostram convergências entre os motivos e o objeto do sistema de atividade dos organizadores com os dos grupos, por outro, o espaço de formação especificamente voltado para o uso de tecnologias digitais não é, inicialmente, identificado de forma explícita nos comentários dos professores participantes.

Entretanto, objeto e motivos vão, de forma paulatina, se organizando e reorganizando como um mosaico em construção (ENGESTRÖM, 1999b), em que as peças vão se ajustando na medida em que o sistema de atividade se desenvolve. Acredito que entender como ocorre essa sucessão de mudanças na "disposição das peças desse mosaico" contribui para se compreender como ocorrem as transformações expansivas desses elementos em um sistema de atividade.

No caso do sistema de atividade "Tendências", uma transformação é observada quando a proposta de estudo das cônicas com o GeoGebra baseada na abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) começou a ser desenvolvida. O objeto do sistema de atividade dos participantes foi, de modo geral, reconceitualizado, alinhando-se ao objeto dos organizadores. Os grupos iniciaram a proposta realizando as construções (passo-a-passo) com o GeoGebra sem muita dificuldade. O maior obstáculo era a falta de conhecimento sobre os recursos do *software*, como por exemplo: utilizar o recurso arrastar, construir uma reta; construir um segmento de reta, etc.

> ***Silvia*** *(18/04/2010 20h43min40s BRT) Vamos construir a reta d.*
> ***Sandra*** *(18/04/2010 20h44min30s BRT) tentei e não consegui, fiquei na dúvida em relação a qual comando usar...*

Esse tipo de dificuldade foi rapidamente superada. Em geral, no segundo encontro de cada grupo já não havia esse tipo de limitação.

Quando os grupos começaram a desenvolver a terceira parte da proposta de estudo com o GeoGebra, mais especificamente nas questões retiradas dos livros didáticos, houve movimentações distintas. Em alguns grupos o sistema de atividade que se formou para solucionar esse tipo de questão teve a mídia lápis-e-papel exercendo a função de artefato. Nessa configuração do sistema o raciocínio é mais algébrico e, por já fazer parte do conhecimento dos professores participantes, parecia ser um caminho natural. O GeoGebra é momentaneamente esquecido, até

que alguém lança questionamentos sobre o uso desse aplicativo nas soluções. O excerto a seguir representa esse tipo de movimento. A discussão, nesse instante, girava em torno do estudo da elipse.

> ***Silvia*** *(27/04/2010 21h27min0s BRT) 3 - Determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6. [...] eu cheguei em F1=(-3,0); F2=(3,0), e x^2/25+y^2/16=1*
> ***Thaísa*** *(27/04/2010 21h28min10s BRT) sim, eu também... comecei achando o b pelo teorema de pitágoras, já que a=5 e c=3. [...] dai já sai os focos, e a equação é só montar com esses valores.[...] certo... e como verificar no GeoGebra?*

Em outros grupos prevaleceu, desde seu início, o uso do GeoGebra. Entretanto, mídias como livro didático, *websites*, lápis-e-papel também foram usadas. A solução encontrada com o *software*, em geral, era avalizada ou complementada pelas soluções encontradas com as outras mídias. O uso de múltiplas mídias para solucionar um mesmo problema encontra convergências nas palavras de Lévy (1993), o qual afirma que a sucessão de diferentes ecologias cognitivas não se dá por simples substituição, e sim, por complexificação. Assim, podemos interpretar que o uso de uma determinada mídia não irá substituir outra, mas antes possibilitará a articulação entre diferentes gêneros de conhecimento e tecnologias intelectuais. Na sequência, os excertos ilustram passagens do estudo da elipse que evidenciam esse uso de diferentes mídias.

> ***Bianca*** *(16/05/2011 13h57min3s BRT) e na letra b) o raio das circunferências muda e muda tb os pontos de intersecção das circunferências (P e P')*
> ***Virgínia*** *(16/05/2011 13h57min30s BRT) na janela algébrica modificam-se os valores C, P e P'...*
> ***Thais*** *(16/05/2011 13h57min59s BRT) perfeito ... se pegarmos a raiz quadrada de cada raio que esta ao quadrado na equação e somarmos dara o valor do segmento AB*
>
> ***Virgínia*** *(16/05/2011 14h34min18s BRT) como vcs chegaram que o eixo menor é 8*
> ***Elza*** *(16/05/2011 14h34min52s BRT) Pitágoras!*
> ***Bianca*** *(16/05/2011 14h37min28s BRT) quando PF1 e PF2 forem iguais temos um triângulo isósceles e os lados iguais medem 5 (pois a soma dos dois tem q ser 10). Como a distancia focal é 6, temos um triangulo retangulo cuja hip é 5 e um dos catetoid é 3.*

No primeiro excerto Bianca, Virginia e Thais apresentam suas conjecturas a partir da interação com o GeoGebra. No segundo excerto, dentro do mesmo estudo,

Virgínia apresenta uma dúvida em relação ao eixo menor da elipse, Elza e Bianca procuram colaborar indicando que seja aplicado o Teorema de Pitágoras, ficando subentendido, nesse caso, o uso de outras mídias como, por exemplo, lápis-e-papel.

Em ambos os casos (Silvia e Thaísa / Bianca, Virgínia, Thais e Elza), o *software* passou a fazer parte do objeto do sistema de atividade dos grupos, mais especificamente, quando o seu uso para solucionar as questões se tornou um espaço-problema (ENGESTRÖM, 1999). Houve, portanto, uma transformação expansiva do objeto e o GeoGebra desempenhou um papel fundamental nesse processo.

De acordo com Engeström (1999) transformações expansivas são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões (contradições internas). Uma tensão pode ocorrer com a introdução de algo novo que pode ir de encontro com um elemento antigo (DANIELS, 2003). Foi a inserção desse aplicativo, aliado à proposta de estudo que gerou a seguinte tensão: como encontrar com o *software* soluções para as questões propostas?

Tal tensão ocasionou mudança na "disposição das peças do mosaico" em análise que, naquele instante, estava estreitamente relacionada ao trabalho com o GeoGebra, o qual abriu novos espaços de atividade inovadora[35] que estavam além do imaginado pelos participantes antes de vivenciarem o estudo das cônicas pautado na abordagem experimental-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005) que foi proposta durante o curso. Desse modo, o sentido de coletividade de um sistema de atividade se aproxima do que Borba (1999) nomeia como uma unidade de seres-humanos-com-mídias. O trabalho no interior dos grupos atesta a participação de diferentes mídias no sistema. Primeiro foi o lápis-e-papel que participou do processo de produção Matemática em que foram construídas soluções voltadas para um raciocínio mais algébrico. Esse tipo de produção coletiva não se caracterizou como um espaço-problema porque esse tipo de raciocínio já fazia parte do conhecimento dos professores participantes. No comentário a seguir, Thaísa se refere a esse tipo de solução e também expressa o seu desejo de interagir com o GeoGebra na busca de novas possibilidades.

[35] O termo atividade inovadora é adotado no sentido proposto por Engeström (1999, p. 385), e se refere ao potencial expansivo de um sistema de atividade.

> ***Thaísa*** *(20/04/2010 21h35min25s BRT) sim, calculando podemos achar ... mas queria ver no software.*

O excerto anterior e a epígrafe dessa seção mostram um pouco do sentimento despertado em virtude da inserção de um novo elemento (*software*) e de procedimentos não usuais (abordagem experimental-com-tecnologias) pelos participantes. Os professores se sentiram provocados, incitados a superar algo que eles nem mesmo sabiam direito do que se tratava, ou nas palavras de Engeström (2002), buscavam por algo que não estava "ali".

Quando o *software* passou a integrar o sistema de atividade, provocou uma transformação do espaço-problema (ENGESTRÖM, 1987). A produção Matemática com esse novo elemento é qualitativamente diferente daquela produzida anteriormente relacionada à tecnologia escrita. A solução encontrada com o *software* aliou o raciocínio algébrico com o geométrico e estabeleceu uma conexão intermídias. Esse tipo de combinação gerou um conhecimento diferente daquele que os professores envolvidos no trabalho tinham até então.

Entretanto, esse tipo de movimento expansivo ligado aos motivos e ao objeto da atividade não ocorreu em todos os grupos, um exemplo pode ser verificado no trabalho do grupo 1-2011. Nele, as tensões não se expandiram, ao contrário, se transformaram em conflitos. O que poderia explicar essa ocorrência?

A meu ver, o fato de os professores, no ato da inscrição do curso, não terem ciência de que em uma parte do programa haveria o estudo das cônicas com o GeoGebra pode ser uma justificativa. Contudo, não explica totalmente essa ocorrência. Teria sido, então, o conteúdo matemático proposto o responsável pela transformação da tensão em conflito?

A sugestão apresentada por Daniela em sua entrevista final indica a possibilidade de uma resposta afirmativa a essa questão:

> *talvez perguntar aos participantes sugestões de conteúdos semanas antes de iniciar o curso (**Daniela**, entrevista online - via gmail - em 25/08/2011).*

A sugestão de Daniela é plausível. Entretanto, é preciso considerar que em nossa trajetória escolar, seja na posição de aluno ou de professor, nem sempre aprendemos ou ensinamos somente o que desejamos. Existe um sistema de atividade mais amplo, que engloba as diretrizes curriculares em seus diferentes

níveis de ensino. Nesse caso, surge outra tensão: é possível um equilíbrio entre os objetivos que almejamos e os que estão prescritos? Há como romper com esse sistema? Alguns trabalhos como os de Araújo (2002); Malheiros (2008); Soares (2012), entre outros, no âmbito da Educação Matemática já apontam para movimentos expansivos desse tipo de tensão, embora não utilizem os referenciais teóricos desta tese.

De acordo com Borba (2009) a Modelagem Matemática como uma abordagem pedagógica em conjunto com a internet pode contribuir para que os alunos se tornem mais ativos no processo de aprendizagem. Entrelaçando as ideias de Borba (ibidem) com as de Engeström (2002) é possível pensar que, se reorganizarmos os princípios da teoria da atividade com a noção de Modelagem Matemática como uma abordagem pedagógica em conjunto com a internet em uma única proposta, haverá um efeito potencializador para a superação da encapsulação[36] da aprendizagem Matemática escolar. No entanto essa é uma questão que ainda precisa ser estudada em trabalhos futuros.

Retomando a questão dos conflitos, acredito que uma explicação complementar às justificativas discutidas até aqui esteja no tratamento dado às regras, uma vez que elas regulam as relações dentro do sistema e colaboram para a transformação do objeto em produto (SOUTO; ARAÚJO, 2013).

Na análise do sistema de atividade do grupo 1-2010 as regras colocadas na proposta de estudo não atenderam às especificidades desse grupo. Por outro lado, o próprio grupo não conseguiu propor novas regras. Isso transformou as tensões em conflitos, que influenciaram na organização do trabalho. O que pode ter propiciado essa situação é o fato de que os encontros extras, como o próprio nome sugere, não estarem computados na carga-horária do curso.

Entretanto, é preciso destacar que reconceitualizações de motivos e objeto em um sistema de atividade são complexas e, portanto, não ocorrem com frequência (ENGESTRÖM, 1999c). Existe também a possibilidade de as transformações expansivas não terem ocorrido em determinados grupos em virtude de uma resistência à mudança. Lévy apresenta um argumento:

[36] Encapsulação da aprendizagem deve ser entendida como a maneira como a aprendizagem escolar tem sido, cada vez mais, compartimentada, dividida em cápsulas, isolada e sem sentido (ENGESTRÖM, 2002, p.175).

> É grande a tentação de condenar ou ignorar [resistir] aquilo que nos é estranho. É mesmo possível que não nos apercebamos da existência de novos estilos de saber, simplesmente porque eles não correspondem aos critérios e definições que nos constituíram e que herdamos da tradição (LÉVY, 1993, p 177).

Como visto ao longo dessa seção, não existe uma única causa para a não ocorrência de transformações expansivas, ao contrário, envolve uma série de fatores que combinados e aliados a um determinado grau de aflição ou angústia, muitas vezes gerado pela não percepção da existência de novos estilos de saber, podem paralisar ao invés de mobilizar sistemas de atividade.

5.7 Expansão da produção Matemática sobre cônicas

Vinicius *- "Tchau e boa noite,*
tô fazendo mais matemática,
do que fiz na faculdade..."

Thais *- "tem muito parametro!!!!!!!!*
é dificil amnter um e alterar os outros...
e ai Bianca??? Alguma ideia?
geometricamente parece que eu consegui...
mas nao consigo aliar estes numeros com a equação"

O olhar mais atento sobre a produção Matemática nos sistemas de atividade dos grupos me permitiu identificar movimentos bem particulares, os quais indicam uma tensão no sistema de atividade "Tendências", qual seja: como representar geometricamente com o GeoGebra os resultados obtidos nos cálculos algébricos realizados com a mídia lápis-e-papel?

Os comentários[37] a seguir evidenciam com mais clareza essa tensão:

> ***Vinicius -*** *"mas to muito enferrujado nesta parte de geometria"*;
> ***Thais*** *- "geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes números com a equação"*;
> ***Elza*** *- "sim, mas não consegui uma relação algébrica"*.

Essa tensão, embora seja local, a meu ver, também é estrutural e tem sido historicamente construída pela forma como nós aprendemos e passamos a ensinar a Matemática no ensino presencial.

[37] Para enfatizar que comentários como esses já foram apresentados anteriormente nos excertos analisados durante o trabalho dos grupos, foram omitidos as informações relativas à data e horário.

Nós, professores, vivenciamos um processo de aprendizagem cuja organização didática muitas vezes foi compartimentalizada e hierarquizada. Aprendemos, por exemplo, equações algébricas de primeiro e segundo grau sem necessariamente compreendermos suas representações gráficas. Quando **Thaísa** escreveu: *"nossa... geometria definitivamente não é o meu forte, por isso minha dissertação foi em álgebra..."*, revelou esse tipo de tensão.

De modo geral, a Geometria Analítica, em que está inserido o estudo das cônicas, começa a ser abordada no ensino médio e faz parte da grade curricular dos cursos de graduação (licenciatura e bacharelado) em Matemática ainda nos primeiros semestres letivos. Ela tem sido vista como facilitadora para a compreensão das relações entre as representações algébricas e geométricas, porque pode propiciar tanto a interpretação algébrica de problemas geométricos como a interpretação geométrica dos resultados obtidos nos cálculos algébricos.

Entretanto, o potencial desse elemento "facilitador", sob o meu ponto de vista, não tem sido muito explorado. Alguns de nossos alunos que ingressam no ensino superior possuem, muitas vezes, apenas uma noção superficial de como diferentes tipos de representações (gráficas, algébricas, numéricas) se relacionam. A análise dos movimentos nos sistemas de atividades dos grupos e os comentários dos próprios professores participantes sugerem que esse fato ocorre também no ensino superior.

> ***Vinicius*** *(27/04/2010 21h5min25s BRT) "no meu curso de graduação não desenhava nada em G.A."*

Quando se constata esse tipo de situação o primeiro impulso, em geral, é questionar: por que isso acontece? De quem é a culpa? A meu ver, não se trata de atribuir-se algum tipo de culpa a alguém. O que existe, como já pontuei, é uma tensão estrutural em uma rede de sistemas de atividade mais ampla, que envolve outros fatores, entre eles, as políticas organizacionais que compõem nossa base curricular.

Então significa que não há nada que possamos fazer? Apesar de ser uma tensão estrutural, em termos de sistemas de atividades locais - desenvolvidos no âmbito da sala de aula *online* - o potencial expansivo está próximo de nossas ações, como foi possível verificar nos miniciclos que se desenvolveram durante o trabalho dos grupos. O fato de termos aprendido de certa maneira, com uma determinada

tecnologia, não deve excluir a possibilidade de buscarmos novas alternativas para ensinarmos de modo diferente e, porque não, com outras tecnologias.

Engeström (2002) recomenda que sempre se convide os alunos a realizar a análise crítica de como os conteúdos específicos nos são apresentados, principalmente em livros didáticos, pois só assim será possível romper com a encapsulação da aprendizagem escolar. Nessa perspectiva, a proposta de estudo que elaboramos (prof. Marcelo e eu) pode, então, ser considerada um convite aos participantes para a realização de uma análise crítica à forma como o conteúdo específico das cônicas tem sido trabalhado, no sentido de questionar e debater outras possibilidades de produção Matemática com o uso de *software* dinâmico.

A conjectura de que mídias distintas contribuem com a produção de diferentes conhecimentos e podem levar a questionamentos e críticas nunca antes pensados, pode ser verificada nas iniciativas de Thais e Elza. Elas lançaram em seus respectivos grupos - 1-2010 e 4-2011 - alguns questionamentos que foram provocados pelo não uso do *software* GeoGebra. Tais questionamentos foram ratificados por seus pares através de ações que caracterizaram a forma como um pensamento do coletivo foi organizado.

O resultado numérico no momento do estudo das cônicas não era o objeto da atividade; o que orientava o trabalho era a necessidade de encontrar uma solução com o *software.* O comentário a seguir ilustra essa observação.

> ***Thais*** *(12/05/2011 21h0min0s BRT) "como encontrar os focos, usando as ferramentas do GeoGebra, e tendo a equação da hiperbole?"*

Apesar de os professores, em sua maioria, atuarem ou já terem atuado no ensino de Geometria Analítica, o estudo das cônicas com o GeoGebra, pautado na abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) trouxe outras possibilidades e contribuiu para as transformações no sistema na medida em que "mexeu", "desestabilizou" as formas usuais de produção Matemática dos professores participantes, contribuindo, assim, para mudanças no sistema de atividade.

O *"pensar com"* o Geogebra influenciou no raciocínio dos professores, principalmente a exploração do recurso arrastar, que permitiu a análise de padrões algébricos das cônicas durante a movimentação da representação geométrica. Esse

tipo de potencialidade mostrou como o pensar matematicamente foi reorganizado de uma forma qualitativamente diferente de quando os professores utilizaram lápis-e-papel.

Os procedimentos que envolviam apenas uma solução algébrica eram, inicialmente, preferenciais no processo, nesse caso não havia a necessidade do emprego do *software.* Esse tipo de comportamento indica um modo de agir que era padrão dominante dos professores participantes e que está relacionado com o modo com que a Matemática geralmente tem sido abordada em diferentes níveis de ensino. À medida que as interações *online* avançavam e o *software* passava a ser utilizado, algumas transformações no sistema de atividade ocorriam originadas pela seguinte tensão: como representar geometricamente com o GeoGebra os resultados obtidos nos cálculos algébricos realizados com a mídia lápis e papel?

Engeström (2002) destaca que os aprendizes devem ter a oportunidade de elaborar e implementar um caminho alternativo, um modelo novo de fazer o trabalho escolar; em suas próprias palavras: *"os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali; eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando"* (ENGESTRÖM, 2002, p.193). Penso que o curso "Tendências" pode ser caracterizado como um momento de (auto)análise crítica oportunizado aos professores que, na posição de alunos, puderam refletirar e reavaliarar o seu próprio trabalho em sala de aula.

O movimento em busca do que não estava "ali", sob o meu ponto de vista, pode registrar as transformações expansivas no sistema. Nos sistemas de atividade dos grupos, esse tipo de movimento, em particular, contribuiu para a transformação da tensão descrita anteriormente, gerada em torno das dificuldades de se estabelecer relações entre duas formas de representação das cônicas. Nesses momentos houve uma mobilização em busca de uma solução que não havia sido pensada anteriormente pelo grupo de professores participantes. Essa solução foi construída de forma coletiva, colaborativa e dialógica e resultou em um modo diferente de fazer Matemática para esses professores.

Em minha análise, a transformação expansiva da tensão, discutida ao longo dessa seção, ocorreu quando os professores, em conjunto com o *software*, conseguiram construir relações entre as representações algébricas e geométricas e, assim, produzir um conhecimento diferente daquele que eles tinham até então.

Ao longo das duas últimas seções, em que analisei as transformações expansivas dos motivos, do objeto e da produção Matemática sobre cônicas,

observei que elas ocorreram quando havia uma expansão dos papéis dos próprios elementos do sistema de atividade que eram desempenhados por mídias. Me refiro, especificamente, à expansão do papel dos artefatos, a qual é analisada a seguir.

5.8 Expansão dos artefatos: os papéis das mídias

Aos olhos da teoria da atividade as mídias têm potencial para exercer, em sistemas de atividade, o papel de artefatos, porque podem mediar as relações entre os sujeitos e o objeto. Entretanto, ao buscar uma reaproximação que fortalecesse as relações entre essa teoria e o construto seres-humanos-com-mídias (capítulo três) identifiquei uma possibilidade expansiva relacionada às tensões geradas em torno dos diferentes papéis que as mídias poderiam desempenhar em um sistema de atividade.

A princípio, a tensão mais latente que emergiu era compreender qual o papel das mídias no construto seres-humanos-com-mídias analisado como um sistema de atividade. Relacionadas a essa tensão surgiram outras: as mídias ocupariam apenas o papel de artefatos? Existe a possibilidade de elas desempenharem o papel de objeto? Como artefatos poderiam transformar-se expansivamente ao logo do desenvolvimento da atividade passando a ocupar o lugar de objeto no sistema? Ou ainda, poderiam desempenhar duplos papéis simultaneamente?

Na análise dos dados produzidos nos sistemas de atividade dos grupos, identifiquei que, além dessas, existem outras tensões: há a possibilidade de as mídias desempenharem o papel de comunidade? Sendo comunidade, deixariam de serem artefatos? Ou desempenhariam os dois papéis (artefato e comunidade) ao mesmo tempo?

O comportamento no interior dos sistemas de atividade dos grupos além de confirmar a existência de todas essas tensões, indicou alguns desdobramentos expansivos. A identificação dessas potencialidades expansivas vinculada à ideia de miniciclos de aprendizagem expansiva me inspirou a propor uma nova camada ao construto seres-humanos-com-mídias que será apresentada mais adiante nesse mesmo capítulo.

Antes, porém, coloco em discussão a transformação expansiva das tensões geradas em torno dos papéis das mídias. Para tanto, sistematizei o debate em dois

momentos: no primeiro analiso o caso do GeoGebra e em um segundo momento examino as funções (o lugar que ocupa) da internet no sistema.

5.8.1 O caso do GeoGebra: artefato e/ou objeto?

As análises tecidas anteriormente em relação à expansão dos motivos e do objeto da atividade em conjunto com as observações dos movimentos que ocorreram durante o processo de produção Matemática fornecem elementos para discussão da tensão gerada em torno do papel desempenhado pelo GeoGebra nesse sistema.

O que chamou a atenção foram, particularmente, algumas expressões dos professores que indicavam a falta de algo nas soluções construídas por eles; parecia que o trabalho estava incompleto ou em aberto. Esse tipo de manifestação surgia, geralmente, quando havia algum tipo de comparação entre a solução algébrica com lápis e papel e as construções geométricas iniciais com o *software.* Outro destaque que corroborou essa tensão foi a indicação de que solucionar as questões com o GeoGebra se tornou um novo espaço-problema (objeto) nos sistemas de atividade dos grupos.

Durante o desenvolvimento inicial do estudo das cônicas, em que havia um passo-a-passo para as construções, o Geogebra desempenhava o papel de artefato (fig. 47), mediando as relações entre os professores participantes e o objeto que, naquele instante, estava relacionado à qualificação profissional e acadêmica deles.

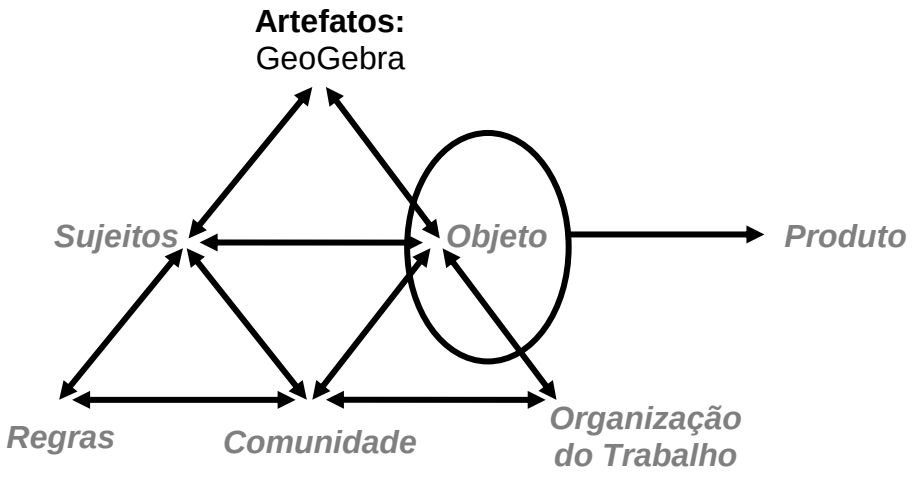


Figura 47: Geogebra como um artefato do sistema de atividade "Tendências"

O excerto a seguir é parte do relatório do primeiro encontro do grupo 4-2011, em que é possível verificar o GeoGebra desempenhando o papel de artefato conforme está representado na figura 47 e, na sequência, a figura 48 retrata a construção que estava em discussão naquele encontro.

> *Assim, iniciamos o trabalho juntas e no primeiro passo da atividade Virginia sente dificuldade em renomear o ponto que, no GeoGebra aparece com outra letra. Bianca e Thais a auxiliam indicando para "clicar no mouse com o direito no ponto que se quer renomear e aparecerá uma janela com esta opção". [...] [ao final do passo-a-passo o debate se inicia a partir das questões propostas] Virginia questiona se podemos concluir que esta janela [algébrica] mostra os posicionamentos dos pontos e as retas no plano cartesiano. Bianca e Elza afirmam que sim,[...]. Bianca inicialmente conclui que as retas [mediatriz entre F e A e a perpendicular à "a"] que se movem nunca serão paralelas e Elza questiona como Bianca concluiu isso, "se analisou as equações ou somente pelas construções". Bianca, então distancia a construção e, dessa forma, fica com dúvida, pois analisando os coeficientes das retas parece que em algum momento eles tornam-se iguais. Finalizando a análise, Bianca acredita que, "quando movemos o ponto A, duas retas se movem e a intersecção delas é o ponto P (que sempre irá existir), logo, elas nunca serão paralelas" (Resumo do primeiro encontro do Grupo 4/2011 em 28/04/2011 por Bianca).*

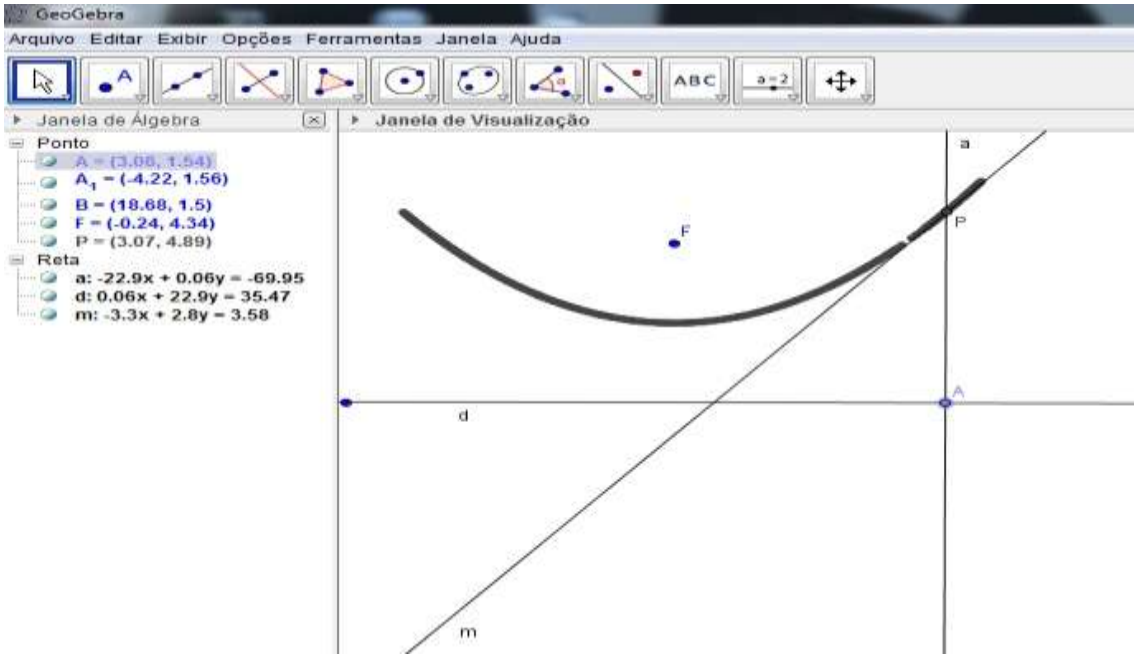


Figura 48: Construção geométrica da parábola com passo-a-passo

As respostas do aplicativo às ações dos professores suscitavam debates em que o raciocínio deles era reorganizado, ou seja, suas conjecturas eram elaboradas

e testadas com base nos *feedbacks* do *software*. A análise de Bianca, a partir do uso do recurso arrastar, a meu ver, sugere tal reorganização, a qual pode ser entendida como um processo de mediação (TIKHOMIROV, 1981; BORBA; VILLARREAL, 2005). Portanto, o GeoGebra pode ser considerado um artefato porque mediou a relação dos professores (sujeitos) com o objeto, que naquele instante inicial estava relacionado com a possibilidade de uma qualificação acadêmica e profissional.

À medida que o estudo das cônicas avançava, algumas tensões surgiam, em particular, durante a busca por soluções para os problemas da segunda parte do estudo. Inicialmente os professores adotavam o que pode ser considerado um procedimento padrão para eles, que consiste em encontrar uma solução algébrica utilizando técnicas analíticas conhecidas e que também são usualmente encontradas em livros didáticos. Por outro lado, a parte inicial da proposta de estudo mostrou a eles as possibilidades de uso do GeoGebra para a construção das cônicas. Isso gerou uma tensão (contradição interna) no sistema de atividade que estava se constituindo.

> ***Silvia*** *- "determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6.[...]eu cheguei em F1=(-3,0); F2=(3,0), e x^2/25+y^2/16=1"*
> ***Thais*** *- "Sim, eu também... comecei achando o b pelo teorema de Pitágoras, já que a=5 e c=3. [...] daí já sai os focos, e a equação é só montar com esses valores. [...] certo... e como verificar no GeoGebra?"*

Atividades são sistemas abertos, por isso, a introdução de algo novo, como por exemplo, um novo instrumento, pode ir de encontro a um elemento antigo e, desse modo, provocar tensões (DANIELS, 2011). Nesse caso, o elemento novo é o próprio *software,* pois no excerto acima, as possibilidades desse aplicativo, ao que parece, colidiram, se chocaram, com as formas usuais que os professores participantes organizavam o seu próprio trabalho.

Essa tensão é um indicativo de que o miniciclo expansivo começou a se desenvolver. Isso porque, como pode ser observado no excerto anterior, o GeoGebra protagonizou uma situação que desestabilizou e imprimiu mudanças no sistema de atividade quando "mexeu" com a forma de produzir matemática já internalizada por esses professores. Esses movimentos decorrem das

reorganizações do pensamento que foram influenciadas pelo próprio aplicativo no início da proposta de estudo (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1999).

No desenvolvimento desse miniciclo, é possível verificar que o processo pelo qual o *software* moldava as ações dos professores se intensificava e o trabalho com esse aplicativo se transformava em um espaço-problema no sentido proposto por Engeström (1987), uma vez que as soluções já não se mostravam triviais e provocavam transformações qualitativas no pensamento coletivo. Esse fato coloca o GeoGebra na condição de objeto do sistema de atividade (fig. 49).

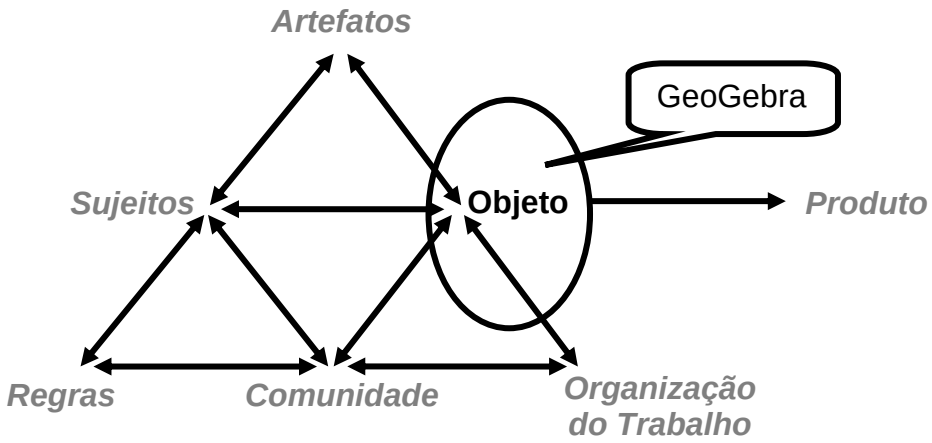


Figura 49: O GeoGebra na condição de objeto do sistema de atividade "Tendências".

Alguns comentários tecidos durante o estudo da hipérbole retratam, em certa medida, que a busca por uma solução com o GeoGebra foi um processo difícil. Esse tipo de discussão também auxilia na compreensão desse novo papel do *software* destacado na figura 49.

> ***Thais*** *(10/05/2011 20h47min50s BRT) e ai Bianca??? Alguma ideia?*
> ***Bianca*** *(10/05/2011 20h48min29s BRT) estou ainda fazendo testes...peguei dois possíveis focos (sobrea reta y=2) e estou testando as distâncias...*
> ***Thais*** *(10/05/2011 20h50min8s BRT) vc observou que f1, f2, A e B podem estar alinhados?*
> ***Bianca*** *(10/05/2011 20h53min5s BRT) é?? na verdade precisamos encontrar f1 e f2 ... mas já deu pra mim ... preciso pensar mais.. cansei.*
> ***Thais*** *(10/05/2011 21h1min40s BRT) num desiste não ... please. Poxa Daise ... você judiou. rs*
> ***Bianca*** *(10/05/2011 21h4min50s BRT) verdade... judiou*
> ***Thais*** *(10/05/2011 21h12min58s BRT)hehehe ... é brincadeira, viu?? Eu to cansada... e não quero parar! Nós vamos conseguir!!*

O diálogo anterior entre Thaís e Bianca expressa, em parte, a dificuldade enfrentada não apenas por elas, mas também por outros grupos que se propuseram a construir uma solução com o GeoGebra. Com base nessa observação é possível conjecturar que o estudo das cônicas tornou-se um problema (SAVIANI, 1985; BORBA, 1994; 2009), no sentido de se constituir como um obstáculo que esses professores queriam superar. Nesse caso, a meu ver, existe a possibilidade de considerá-lo como parte do objeto do sistema de atividade (ENGESTRÖM, 1987).

No entanto, identificar o objeto de um sistema de atividade não é tão simples, porque é preciso verificar se ele, de alguma forma, transformou o sistema de atividade e, ao mesmo tempo, se ele próprio foi transformado. Para analisar esse processo de transformação acredito que a noção de moldagem recíproca pode contribuir. Entretanto, nesse caso específico, é necessário um duplo olhar, que envolve a análise voltada não apenas para dentro, mas também para fora do sistema de atividade.

Olhando para dentro do sistema em análise é possível encontrar comentários (*chat* do grande grupo) que ajudam a supor a forma como esse *software* contribuiu para transformar o modo de pensar matematicamente dos professores através das reorganizações que ocorreram durante o estudo das cônicas.

> ***Franciele*** *(05/05/2011 19h9min1s BRT) eu pensei que a minha dificuldade iria estar restrita ao software, mas não. Tive muitas dúvidas na interpretação.*
> ***Thais*** *(05/05/2011 19h10min3s BRT) É isso mesmo Francieli ... as ferramentas são muito simples no GeoGebra, mas difícil é articular as ideias matemáticas*
> ***Raquel*** *(05/05/2011 19h10min16s BRT)Concordo com você Francieli, também tive dificuldades em relação à interpretação.*
>
> ***Thais*** *(05/05/2011 19h12min4s BRT) Aprendemos muita matemática ao usar o software, né carlos?*
> ***Caio*** *(05/05/2011 19h15min37s BRT) si Thais, yo creo que aprendemos matemática usando el software porque el discurso que utilizamos allí es meramente matemático y el razonamiento que exige también.*
>
> ***Bianca*** *(12/05/2011 19h18min8s BRT)Daise ... a dificuldade não foi com o geogebra mas sim de visualização dos parâmetros e encontrar explicação algébrica...*
> ***Franciele*** *(12/05/2011 19h19min29s BRT)essa visualização não é simples*

Nos excertos anteriores os professores enunciaram suas opiniões em relação ao *software* no processo de produção Matemática. Quando esses docentes destacaram a dificuldade em interpretar e visualizar, estão se referindo ao processo de análise das representações algébricas e geométricas que foi realizada com o GeoGebra de forma simultânea e dinâmica. Anteriormente foi apontado que esses professores, a princípio, faziam comparações entre essas duas formas de representação como se fossem "coisas" distintas. No entanto, os recursos desse aplicativo propiciaram um tipo de análise que as relacionava e, com isso, despertava outras possibilidades de raciocínio, que parecem nunca antes terem sido pensadas pelos sujeitos da atividade. Nesse sentido, é possível dizer que o *software* transformou a produção Matemática dos professores participantes do curso.

Além das “falas” desses professores é possível verificar tais transformações nas próprias ações já apresentadas em episódios anteriores dos sistemas de atividade dos grupos.

> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h36min40s BRT) calculamos o foco, mas não sabíamos como fazer isso diretamente no geogebra...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h39min22s BRT) vamos inserir uma equação, vamos abrir o algebra (em branco) e colocar p=2 e $x^2=2*p*y$, teremos a parábola passando pela origem.*
> *vamos fazer um caso genérico pra aquecer. Depois todo mundo tenta no exemplo proposto pela atividade*
> ***Thaísa*** *(21/04/2010 18h40min42s BRT) sim...*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h40min47s BRT) Após usar vários recursos do Geogebra, decidi fazer uma coisa que sempre falo aos alunos, que às vezes devemos dar um passo para traz para podermos dar muitos outros a frente. (quase nunca faço)*
> ***Sandra*** *(21/04/2010 18h41min4s BRT) ok..rsrsrsrr*
> ***Vinicius*** *(21/04/2010 18h41min22s BRT) Foi o que fiz, voltei ao inicio da atividade 1 e observei algumas coisas: que a reta mediatriz (m) é tangente a parábola, em todos os pontos da parábola mais precisamente. mundo concorda com isso? estão lembrados?*

> ***Thais*** *(12/05/2011 19h48min19s BRT) Sugestão... meninas precisamos descobrir o que tem a ver aqueles a e b nas contruções... certo? Podemos fazer isso usando o potencial do software... acho que isso que Elza e Virginia podem não estar conseguindo fazer. O GEoGebra é um simulador, então podemos brincar com ele... modificamos os parametros e tentamos analisar quais alterações acontecem. Vamos lá!!! Aos testes. Meninas... acho que o caso mais fácil para investigarmos é o exercício i)*

Ao verificar as contribuições do GeoGebra para a transformação da produção Matemática desses professores nos excertos anteriores reforça-se a ideia de que o processo de moldagem recíproca (BORBA, 1993; 1999) pode auxiliar na identificação do objeto da atividade. Os *feedbacks* do *software* em resposta às ações dos professores reorganizavam o pensamento desse coletivo e, dessa forma, moldavam as ações futuras. Tais reorganizações implicavam em mudanças nas formas de pensar e de se expressar matematicamente desses docentes, nesse sentido o *software* pode ser considerado um agente transformador.

Por outro lado, não me pareceu tão clara a forma como o próprio GeoGebra foi transformado, o que nesse caso corresponderia à outra parte da moldagem recíproca. Serão necessários novos estudos para se comprovar que esse processo pode ocorrer dentro do próprio sistema de atividade.

Contudo, se for possível olhar para fora do sistema de atividade, para o modo como ele se relaciona com outros sistemas, formando uma rede (fig. 16) talvez seja plausível supor o outro lado da moldagem recíproca. Para tanto, é necessário imaginar um sistema de atividade que possa ter se constituído quando o GeoGebra foi idealizado e que continua em desenvolvimento.

Particularmente, é preciso lembrar que o objetivo inicial de Markus Hohenwarter, ao criar esse *software* era construir um aplicativo que permitisse a combinação de procedimentos algébricos e geométricos. Presumindo-se que esse objetivo possa ter nascido da forma como outros usuários utilizavam anteriormente os diferentes *softwares* de geometria dinâmica é admissível interpretar esses aspectos como o outro lado da moldagem.

Além disso, é oportuno destacar novamente que atualmente esse aplicativo se transformou em um *software* de Matemática dinâmica em virtude do trabalho de uma rede de pesquisadores, professores e estudantes que está se formando ao redor do mundo para ampliar as possibilidades desse aplicativo, ou seja, transformá-lo. Essa rede pode moldar o GeoGebra a partir de seus interesses pessoais e da forma como observam os diferentes usos desse aplicativo.

Sendo assim, a meu ver, ficaria subentendido, na rede da qual faz o sistema de atividade em análise é parte, o outro lado da moldagem recíproca, caracterizado pelo modo como os seres humanos moldam o *software.*

Para sistematizar essa análise, o caso do GeoGebra é ilustrado na figura 50, em que a movimentação dessa mídia (os diferentes papéis que ocupa) é relacionada

ao desenvolvimento do miniciclo, à ocorrência de transformações expansivas no sistema de atividade e ao processo de moldagem recíproca.

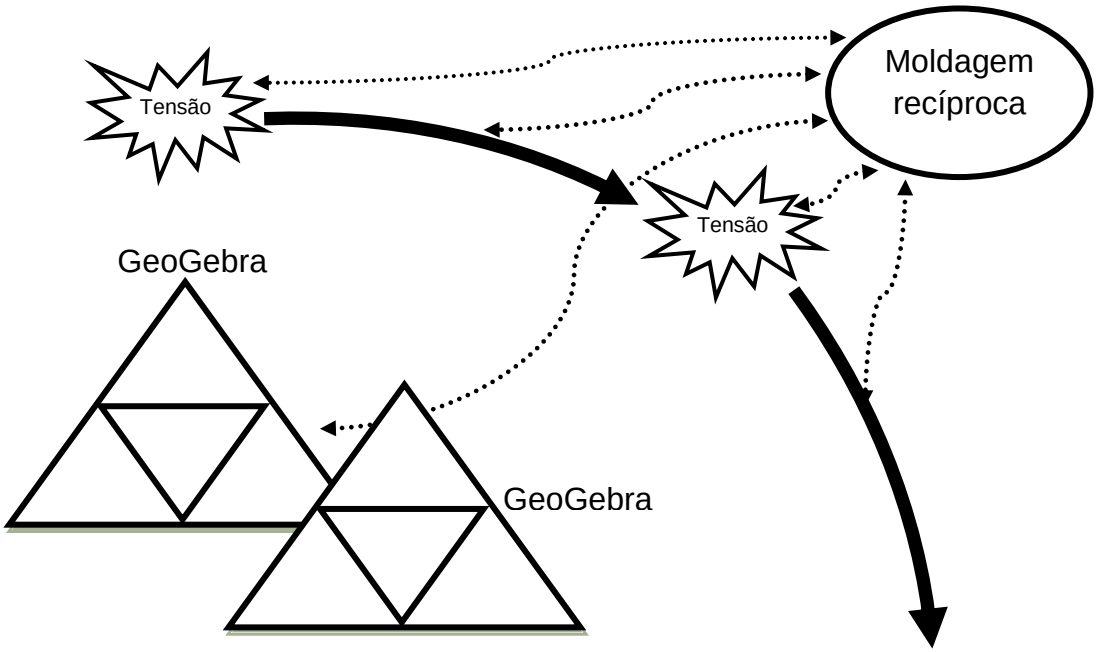


Figura 50: Ilustração dos movimentos do GeoGebra

Na figura 50, cada uma das representações triangulares corresponde a um determinado instante do desenvolvimento do sistema de atividade. Na primeira delas o GeoGebra está na condição de artefato mediando as relações dos sujeitos com o objeto que, naquele instante inicial do sistema, estava relacionado à qualificação profissional e acadêmica dos professores participantes. Esse sistema é o correspondente ao início do miniciclo expansivo representado pela primeira seta lateral, que teve início com a tensão causada pela inserção do próprio *software* feita através da proposta de estudo.

À direita da figura está o processo de moldagem recíproca que é ligado com linhas pontilhadas aos sistemas de atividade, ao miniciclo e às tensões. Com isso, quero destacar que, à medida que o processo de moldagem recíproca acontece, as tensões que surgem podem tanto dar início a um miniciclo como também contribuir para que as transformações expansivas ocorram.

Na segunda representação triangular o próprio *software* se apresenta como parte do objeto, que passou a ser: estudar cônicas com o GeoGebra. Essa representação deve ser vista de forma relacionada com a segunda seta lateral que corresponde ao miniciclo. Isso porque, nesse momento, observa-se um avanço no

miniciclo decorrente do próprio processo de moldagem recíproca e de uma tensão que surgiu quando os professores procuravam construir com esse aplicativo relações entre as representações algébricas e geométricas. Na figura 50 essa tensão está entre as setas que representam o miniciclo.

Em outras palavras, o GeoGebra protagonizava a condição de artefato e, à medida em que o processo parcial de moldagem recíproca se desenvolvia (o pensamento coletivo era reorganizado também pelas contribuições do próprio *software*) tensões surgiam e se desenvolviam expansivamente. Assim, ocorreu uma transformação expansiva em que o artefato GeoGebra se tornou objeto. Esses movimentos impulsionaram outra transformação, trata-se da própria expansão da produção Matemática dos sujeitos sobre cônicas.

5.8.2 O caso da internet - artefato e/ou comunidade?

A ação dos professores de consultar páginas da internet em busca de "ajuda" no sentido de compreender alguns conceitos matemáticos fundamentais à construção de soluções para os problemas chamou a atenção para o papel dessa mídia no sistema de atividade. Em minha análise esse papel é duplo, ou seja, ela desempenha o papel de artefato e, ao longo do desenvolvimento da atividade, passa a desempenhar o papel de comunidade. Seu papel inicial é destacado na figura 51.

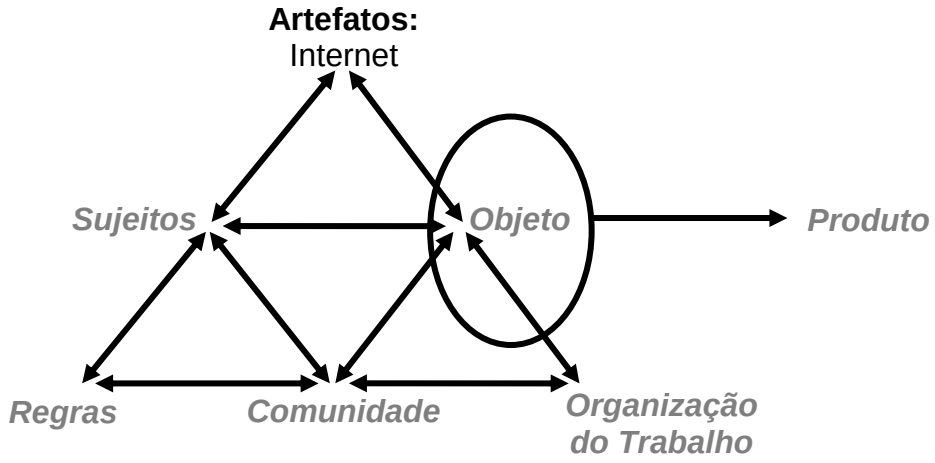


Figura 51: A internet na condição de artefato do sistema de atividade "Tendências".

Como ambiente virtual de aprendizagem, a internet mediou as relações entre os sujeitos e o objeto do sistema, desempenhando, portanto, o papel de artefato.

> *Não senti tanta falta de um editor de textos matemáticos no ambiente, acho que pelo conteúdo que trabalhamos nas construções (Entrevista Amália online - via gmail em 02/09/2011).*
>
> *[...] falar de expressões e conceitos matemáticos no chat parece faltar ferramentas para colocar fórmulas ou equações que ajudem na explicação e conceitos que um que passar para o outro... (Entrevista Daniela online - via gmail em 25/08/2011)*
>
> *Discutir matemática en el chat me parece que fue un poco dificil. considero, sin saber mucho sobre los niveles escolares en los que se deempeñam mis compañeiros de grupo, que pude influir mucho el linguaje matemático que estamos habituados a usar. [...] Me parece a mi que no es el mismo lenguaje el de la pizarra y el marcador, o el del papel y lapiz, que el linguaje que se usa cuando se tiene una herramienta computacional dentro del aula. Entonces, considero que habían ciertas dificuldades. Me pasó a mi por ejemplo, que quería dar una instrucción a un compañero, para que realizara alguna acción en geoegbra en la actividad, y no me daba a entender. (Entrevista Caio online - via gmail em 23/08/2011).*

Nos excertos anteriores é possível observar que a comunicação na internet via *chat* despertou diferentes sentimentos entre os participantes. Alguns professores manifestaram em suas entrevistas que não tiveram dificuldades em expressar o pensamento matemático, enquanto outros pontuaram de forma explícita que essa forma de comunicação não pareceu algo muito fácil.

Na literatura, Santos (2006) discute alguns aspectos da produção Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem tendo como foco as interações síncronas realizadas em *chats*. A autora afirma que o desenvolvimento de problemas de Geometria Euclidiana é condicionado à tecnologia. Isso porque, segundo a autora, o tipo de comunicação em *chats* exige que a linguagem matemática seja adaptada para a linguagem materna. Esse tipo de mudança, a meu ver, pode influenciar as interações e condicionar o processo de mediação. Alguns professores, como Caio e Daniela, que já haviam participado de outros cursos *online*, comentam sobre suas experiências anteriores. Esses comentários podem auxiliar na compreensão da forma como a interação que é propiciada em um ambiente virtual traz implicações para a mediação.

> *Ya he participado en curos a distancia. La dinámica del curso fue totalmente on-line en una plataforma propria, con tecturas semanales y trabajos propuestos con base en las mismas, interación con el*

> *profesor tutor y los demás participantes a través de foros (Caio, postado no fórum de discussão em 23/03/2011).*
>
> *Já participei de disciplinas EAD e de cursos estaduais a distancia, bem como aulas de videoconferência (Daniela, postado no fórum de discussão em 24/03/2011).*

Nos excertos anteriores Caio revela que sua experiência estava relacionada com a comunicação em fóruns, onde a velocidade de interação não é tão intensa e permite que a mensagem a ser transmitida seja pensada e reorganizada com mais tempo. De acordo com Bairral (2010), a construção de conhecimento em ambientes virtuais de aprendizagem a distância é influenciada pela dimensão discursiva de cada espaço comunicativo (*chat* - fórum - lista de discussão - ...). Desse modo, entendo que cada um desses espaços comunicativos disponibilizados por essa mídia medeia a relação dos professores com o objeto na medida em que requer formas distintas de expressão das ideias Matemáticas.

O ambiente virtual de aprendizagem (AVA) molda, portanto, o raciocínio dos professores, pois propicia distintas reorganizações no pensamento para que uma mesma ideia Matemática possa ser expressa de diferentes formas (BORBA; VILLARREAL, 2005). Em síntese, o processo de mediação do ambiente virtual entre sujeito e objeto da atividade é condicionado pelas possibilidades que o próprio AVA oferece.

No caso de Daniela, as interações nas aulas com vídeoconferência eram realizadas pela oralidade. Zulatto (2007) destaca que esse tipo de interação utilizada em ambientes *online* é um processo muito próximo da comunicação usual em nosso cotidiano e que expressar-se matematicamente somente na forma escrita, como ocorre em *chats,* requer "outra forma de pensamento, de expressão de ideias e raciocínios" (p.134).

Sendo assim, é factível pensar que a experiência do comunicador em expressar-se matematicamente na forma escrita - língua materna - é um fator preponderante na mediação pela internet via *chat*? Sem dúvida é um questionamento pertinente, mas, ao mesmo tempo, difícil de ser respondido. Intuitivamente talvez se pense que sim. Entretanto, parece que a resposta pode inclinar-se para uma negação, pelo menos no caso de Amália, que não teve dificuldades de expressar o seu pensamento matemático no *chat* mesmo sendo *"[...]*

a primeira vez que participo de um curso a distância" (**Amália**, postado no fórum de discussão em 28/03/2011).

As diferentes manifestações dos participantes em relação às formas de expressar-se matematicamente em um *chat* estão estreitamente ligadas à forma como se aprende.

> Há diferentes estilos de aprendizagem para cada participante, que se adaptam mais à sala de aula usual ou a ambientes *online* no qual o *chat* tem papel de destaque. É possível que tímidos-presenciais sejam falantes-virtuais, e que haja aqueles que preferem se expor tendo a internet como mídia. Porém, talvez outros prefiram como interface apenas o ar que circula nas salas de aula (BORBA; MALHEIROS; AMARAL; 2011, p. 93).

Independentemente do grau de dificuldade, da experiência anterior vivida pelos participantes em relação às formas de expressão do pensamento matemático em *chats,* ou dos diferentes estilos de aprendizagem de cada um, verifica-se que a internet - representada pelo ambiente virtual de aprendizagem - mediou as relações entre os sujeitos e o objeto do sistema de atividade, desempenhando, portanto, papel de artefato no sistema (fig. 51). Isso porque ela moldou (BORBA; VILLARREAL, 2005) o raciocínio desses professores quando propiciou distintas reorganizações no pensamento para que uma mesma ideia Matemática pudesse ser expressa de diferentes formas.

Por outro lado, nos dados verifica-se também que a internet serviu de veículo para a busca de informações. Nesse caso, é possível conjecturar que ao consultar uma página na internet os professores buscavam, em um contexto mais amplo, por outros que compartilhassem, ou pelo menos se aproximassem, do mesmo objeto da atividade deles. Nesse sentido, a internet estaria exercendo a função de comunidade (fig. 52), pois um dos papéis desse elemento é situar o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo o objeto (ENGESTRÖM, 1999b).

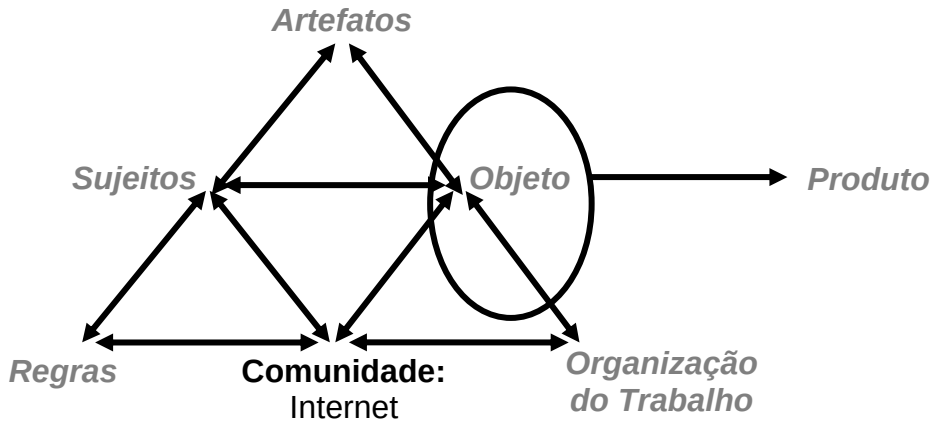


Figura 52: A internet na condição de comunidade do sistema de atividade "Tendências".

Quando a internet passa a desempenhar o papel de comunidade no sistema (fig. 52) outros elementos também se transformam. O motivo, por exemplo, passou a ser: compreender, recordar ou revisitar alguns conceitos matemáticos. Com isso, o objeto que se quer compartilhar também se modifica e passa a ser: estudar as relações de conceitos matemáticos envolvidos na solução que estava em processo de construção.

> ***Caio*** *(12/05/2011 19h14min18s BRT) Yo recurría a internet, por facilidad, para recordar los elementos de la hipérbola.*
>
> ***Ismar*** *(12/05/2011 19h16min117s BRT) Caio me indicou alguns videos no itube ...*
>
> ***Bianca*** *(12/05/2011 20h30min41s BRT) gurias...vou buscar algo p ajudar na internet...*
> ***Thais*** *(12/05/2011 20h30min48s BRT) vejam esse site... http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html*
> ***Bianca*** *(12/05/2011 20h41min48s BRT) olhem esse site: http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0504.htm*

Ao verificar que uma mídia como a internet pode desempenhar o papel de comunidade, percebi que a multivocalidade desse sistema de atividade se amplia, pois engloba não apenas os indivíduos que fazem parte do sistema, mas também as múltiplas vozes daqueles externos ao sistema que de alguma forma ou em algum momento se relacionam com ele. A construção de uma página na internet é impregnada dos diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos, enfim

diferentes vivências de seus idealizadores e, na medida em que é fonte de consulta, transmite todos esses aspectos ao sistema. Metaforicamente pode-se dizer que das mídias também emergem múltiplas "vozes".

Um exemplo desses aspectos que podem ser transmitidos ao sistema foi observado no comportamento do grupo 4-2011. As professoras participantes estavam produzindo soluções dinâmicas procurando explorar ao máximo as potencialidades do *software* e buscando compreensões sobre o conteúdo que estava em discussão, até que em um dado momento surge a ideia de "buscar" ajuda na internet. Após essa ação as construções do grupo passaram a ser estáticas; próximas às representações que estavam nas páginas consultadas por elas.

O meu entendimento, baseando-me nas ideias da teoria da atividade, é que esses movimentos sugerem que a internet (a forma de apresentação do conteúdo consultado) transmitiu ao sistema algumas normas sociais que têm sido historicamente construídas de que a Matemática é exata, abstrata, rígida e linear e, com isso, interferiu no processo de transformação expansiva que estava em desenvolvimento.

Por outro lado, entendo também, agora sob as lentes do construto seres-humanos-com-mídias, que o comportamento desse grupo indica que a internet moldou a forma de produzir Matemática dos professores participantes.

Contudo, não foi possível identificar nos dados o outro lado da moldagem recíproca e, portanto, serão necessários novos estudos para se verificar esse processo dentro do próprio sistema de atividade.

Com base nessas considerações, compreendo que o desenvolvimento de um sistema de atividade constituído em um ambiente de aprendizagem *online* é condicionado por fatores sociais e culturais - regras, normas, valores éticos e morais, etc - mesmo sendo virtual, e quando as diferentes mídias que fazem parte dele se movimentam, passam a exercer papéis distintos e, com isso, propiciam a geração de tensões ocasionando conflitos ou alavancando transformações que podem ser locais ou até mesmo ultrapassar os limites do sistema.

A representação gráfica da figura 53 exemplifica como os movimentos da internet (como ambiente virtual de aprendizagem e como mecanismo de busca) e o processo de moldagem recíproca, podem interferir no desenvolvimento expansivo e na transformação de outros elementos do sistema de atividade.

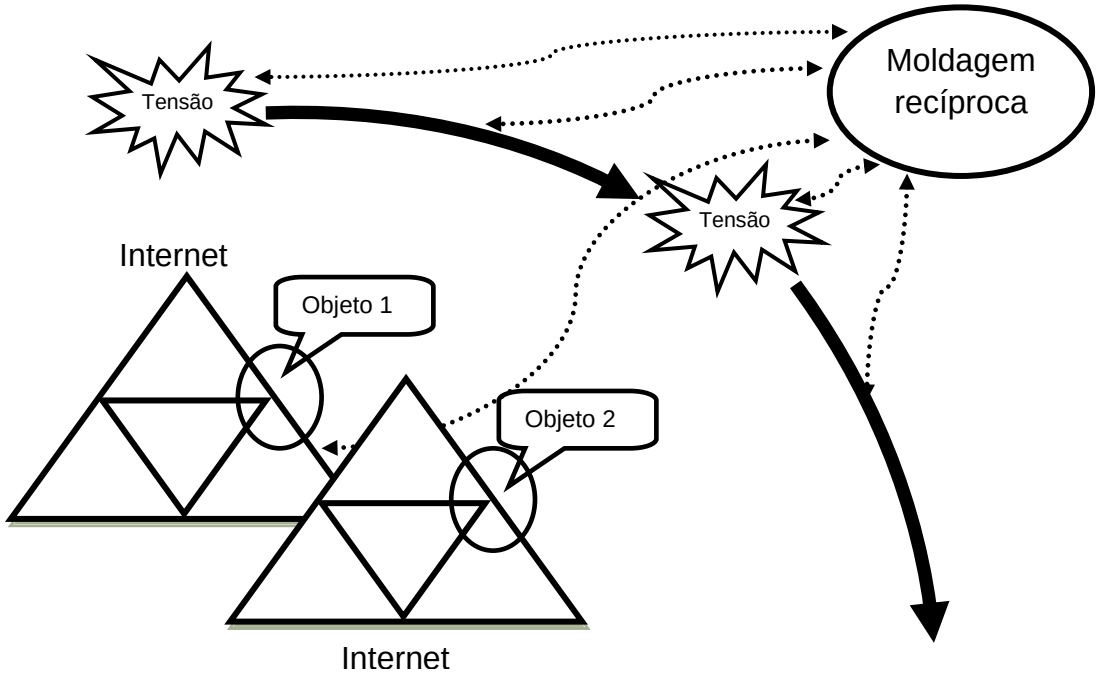


Figura 53: Ilustração dos movimentos da Internet.

Na figura 53 cada uma das representações triangulares corresponde a um determinado instante do desenvolvimento do sistema de atividade. Na primeira delas a internet está como protagonista no papel de artefato mediando as relações dos sujeitos com o objeto inicial do sistema de atividade, que era: estudar cônicas com o GeoGebra, o qual denominei objeto 1. Esse sistema corresponde ao início do miniciclo expansivo representado pela primeira seta lateral, que teve início com a tensão causada pela inserção do próprio *software* feita através da proposta de estudo.

À direita da figura coloquei o processo de moldagem recíproca que está ligado com linhas pontilhadas aos sistemas de atividade, ao miniciclo e às tensões. Meu objetivo é destacar que à medida que o processo de moldagem recíproca acontece, mesmo que seja de forma parcial, tensões surgem e podem dar início a um miniciclo, como também contribuir com o seu desenvolvimento, ou seja, para que transformações ocorram.

Na segunda representação triangular a internet está exercendo o papel de comunidade, situando o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural

daqueles que compartilham o mesmo objeto, que naquele instante era: estudar as relações de conceitos matemáticos envolvidos na solução que estava em processo de construção, o qual denominei objeto 2. Nesse instante, verifiquei um avanço tímido no miniciclo decorrente do próprio processo de moldagem recíproca e da tensão que surgiu quando os professores procuravam construir relações entre as representações algébricas e geométricas. Na figura 53 essa tensão encontra-se entre as setas que representam o miniciclo. Além disso, a segunda representação triangular da figura 53 deve ser vista de forma relacionada com a segunda seta lateral que representa o miniciclo.

Em síntese, a internet ocupava a condição de artefato e, quando o processo parcial de moldagem recíproca se desenvolveu, ela passou a ser utilizada como um mecanismo de busca e, desse fato, ocorreu uma transformação expansiva em que ela passou a desempenhar o papel de comunidade. Esses movimentos se relacionam com a mudança do objeto da atividade.

Os duplos papéis que as mídias desempenharam no sistema de atividade analisado, aliados à reaproximação entre a teoria da atividade e o construto seres-humanos-com-mídias discutida no capítulo três e algumas produções intelectuais que publiquei sozinha ou em parceria com outros autores[38], ao longo desses quatro anos de doutoramento, me fizeram refletir sobre uma possibilidade expansiva para as ideias do construto seres-humanos-com-mídias, a qual é discutida na sequência.

5.9 "Miniciclo(nes)" de Transformações Expansivas para análise de Sistemas Seres-humanos-com-mídias: uma possibilidade de expansão teórico-metodológica em debate

O propósito dessa seção é abrir um debate em torno de algumas ideias que emergiram durante a escrita dessa tese e que, a meu ver, trazem um novo horizonte para a análise das transformações do processo de produção intelectual de conjecturas e refutações que objetivam a solução de exercícios, problemas ou tarefas Matemáticas, em conjunto com ferramentas da internet e demais tecnologias que venham a ser associadas, o qual entendo como o "fazer" Matemática *online*. Esse novo horizonte reflete uma possibilidade de expansão teórico-metodológica

[38] e.g. Souto, 2010; Souto, 2011; Souto, 2011a; Souto, 2012; Souto e Borba, 2012; Souto, 2013; Souto e Araújo, 2013; Souto e Borba, 2013.

para pesquisas em Educação Matemática, em particular, para aquelas desenvolvidas em ambientes virtuais de aprendizagem.

A expressão "Sistemas Seres-humanos-com-mídias", no subtítulo dessa seção, é provocativa. Meu intuito é destacar que o coletivo S-H-C-M (BORBA, 1999) pode ser considerado um sistema de atividade (SOUTO; ARAÚJO, 2013) com características próprias conforme foi discutido teoricamente no capítulo três. A tensão sugerida lá, que diz respeito aos papéis que as mídias poderiam desempenhar como artefato ou como objeto em um sistema de atividade, se confirmou na análise dos dados. Além disso, foi possível verificar, também na análise dos dados, que as mídias podem transitar entre as funções de artefatos e de comunidade ao longo do desenvolvimento de uma atividade. O exame dessas possibilidades contribuiu para a busca de uma expansão para o próprio construto seres-humanos-com-mídias.

A partir dessas considerações meu entendimento é que em um Sistema S-H-C-M, as mídias podem desempenhar mais do que um papel, como por exemplo, artefatos, objeto, regras, comunidade, etc. (fig. 54). Outro aspecto que quero abordar se relaciona à proposta de estudo, sugiro a inserção dela como um novo elemento para esse tipo de sistema.

Por várias vezes me questionei: qual seria o papel desempenhado pela proposta de estudo que havíamos elaborado? As respostas que conseguia formular me mostravam que a proposta de estudo estava diluída, fragmentada, enfim, dividida em pedaços entre os elementos do sistema. Uma parte dela se apresentava nas regras e na divisão do trabalho, como por exemplo, a divisão dos grupos, os encontros extras, etc. Outra parte podia ser encontrada nos artefatos (fig. 17); e ainda, verifiquei traços da proposta no próprio objeto do sistema (fig. 20 e 30). Essa compartimentalização da proposta de estudo dificultou a compreensão de seu papel no desenvolvimento do sistema de atividade. Por isso, proponho que a ela seja atribuído um papel de destaque no sistema S-H-C-M. Mas, onde "encaixá-la" na representação triangular?

Ao iniciar a seção 5.2, teci algumas considerações a respeito do formato triangular utilizado pela teoria da atividade para representar um sistema de atividade, em que discuti a possibilidade de haver certo prejuízo nas compreensões dos movimentos que nele ocorrem em virtude de sua estrutura.

A necessidade que gerei ao indicar a inclusão da proposta de estudo no sistema de atividade me fez refletir novamente sobre essa representação. Seria viável ou oportuna uma nova representação? Em busca de uma resposta a essa questão elaborei vários diagramas e, ao refletir sobre eles, percebi que a limitação de expressão dos movimentos da forma que entendo como adequada permanece até mesmo pela tecnologia que está sendo usada aqui: a escrita. Desse modo, faço um convite a um exercício imaginativo de uma "visualização mental" de tais movimentos, pois optei em manter a representação triangular com o acréscimo da proposta de estudo (fig. 54).

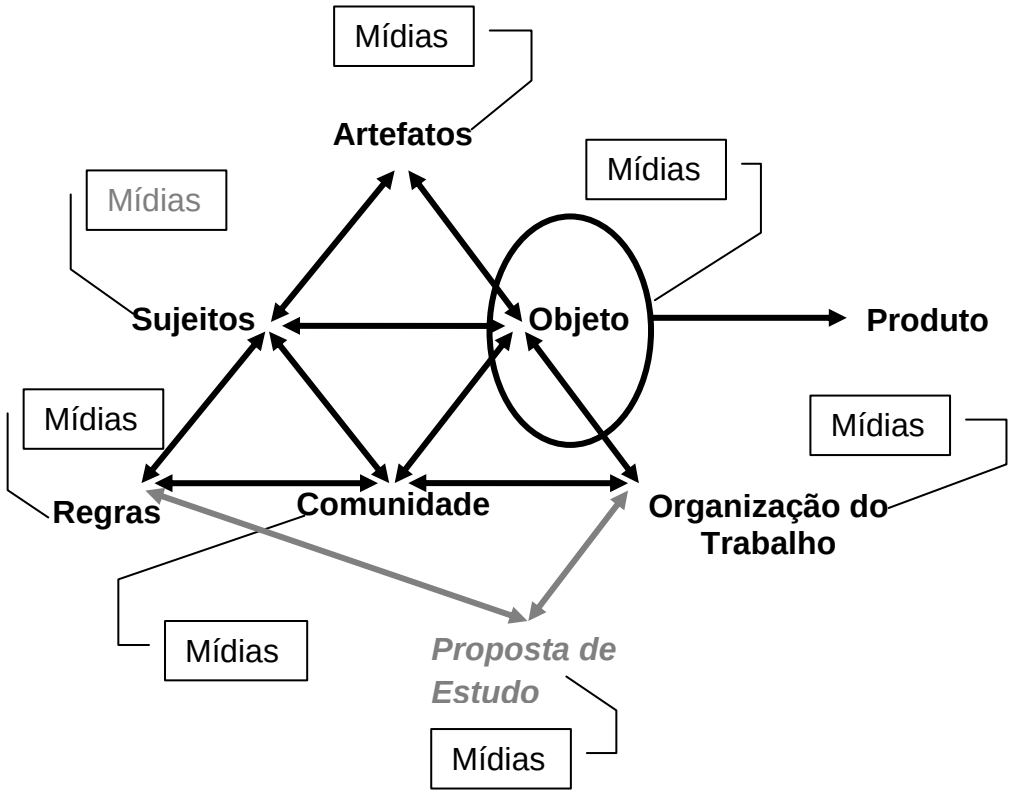


Figura 54: Ilustração do Sistema Seres-humanos-com-mídias

A figura 54 ilustra o Sistema S-H-C-M e destaca como a mídia pode se movimentar e desempenhar diferentes papéis dentro do sistema, reafirmando o seu papel de protagonista como propõem Borba e Villarreal (2005) e fazendo jus à denominação do sistema.

A análise dos dados indicou, por exemplo, que uma mídia pode ocupar a condição de artefato ou objeto, como ocorreu nos papéis desempenhados pelo GeoGebra (5.8.1). De acordo com as lentes da teoria da atividade, o papel de um

artefato é mediar as relações entre os sujeitos e o objeto. Na figura 54 é possível verificar essa relação de mediação no triângulo superior (Sujeitos - Artefatos - Objeto). Por outro lado, o papel da mídia, como objeto, deve ser de transformar e, ao mesmo tempo, ser transformado (mediação dialética) durante o desenvolvimento do sistema de atividade.

Nesse sentido, os dados sugerem que a produção Matemática foi condicionada (não determinada) pela internet enquanto espaço comunicativo de um ambiente virtual e também pelo *software* como *locus* de formulação e teste de conjecturas. Isso porque essas mídias moldaram o raciocínio dos professores quando propiciaram distintas reorganizações no pensamento durante a exploração de um determinado conteúdo matemático que poderia ser realizada de diferentes formas. Assim, a meu ver, essas mídias desempenharam o papel de artefato.

No entanto, ao mesmo tempo em que essas mídias condicionam, podem transformar a produção Matemática dos sujeitos quando provocam mudanças qualitativas no pensamento e, por outro lado, os diferentes usos que os sujeitos fazem delas podem transformá-las. No exame dos dados, esse tipo de situação pode ser observada durante o processo de moldagem recíproca (BORBA, 1993, 1999) e no produto final, quando os sujeitos da atividade conseguem expressar uma mesma ideia Matemática de diferentes formas e relacioná-las. Nessas condições, as mídias estariam exercendo a função de objeto e, desse modo, se aproximando da forma como o constructo S-H-C-M entende a relação entre humanos e mídias.

Na condição de artefato ou comunidade a mídia também pode protagonizar outra expansão do sistema, me refiro ao caso da internet (5.8.2). Como já argumentei anteriormente sobre o papel de uma mídia como artefato dentro desse sistema, tratar novamente desse papel seria, a meu ver, redundante. Discuto, portanto, diretamente a função de uma mídia como comunidade. Aos olhos da teoria da atividade a comunidade tem como papel mediar as relações dos sujeitos com o objeto, que na figura 54 é representada pelo triângulo (Sujeitos - Comunidade - Objeto). Além disso, a comunidade deve situar o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto, o que, nesse caso, foi realizado com mecanismos de busca na internet.

As regras, por sua vez, tem a função de mediar as relações entre os sujeitos e a comunidade (ENGESTROM, 1987); sua representação pode ser observada no triângulo inferior esquerdo (Sujeitos - Regras - Comunidade). Elas podem ser

consideradas referências para as formas de organização do trabalho que, de acordo com a teoria da atividade, têm o papel de mediar as relações entre a comunidade e o objeto - triângulo inferior direito (Comunidade - Organização do trabalho - Objeto).

Quando sugiro a presença da mídia nas regras e na organização do trabalho tomo como referência a discussão realizada no capítulo três e na análise da seção 5.2, em que destaco como a internet, em particular, transforma o tratamento dado a esses elementos do sistema. Apoio-me, também, na noção de multiálogo (GRACIAS, 2003; SANTOS, 2006; BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011) a qual indica que algumas regras, que são usuais em uma sala de aula presencial são alteradas nas interações que ocorrem nos *chats*, como, por exemplo, falar um de cada vez, expressar o pensamento por meio da oralidade e de gestos. Esse conceito, a meu ver, mostra a forma como a mídia, representada aqui pelo ambiente *online*, muda as regras e consequentemente a forma de organização do trabalho. Nesse caso, a mudança está condicionada às possibilidades de interação do ambiente virtual. Sendo assim, a análise dos dados reafirma a influência das mídias nas regras e consequentemente na organização do trabalho.

A necessidade de colocar em destaque a proposta de estudo também emergiu na análise dos dados. Por vezes, ela poderia ser considerada como uma mediadora entre os sujeitos e o objeto, estaria então, desempenhando o papel de artefato. Em outros momentos, parecia ser aceitável sua participação como parte do próprio objeto, pois como ficou subentendido nos dados, a abordagem experimental-com-tecnologias adotada na proposta contribuiu para as transformações no sistema. Na figura 54 ela está como mediadora das relações entre as regras e a organização do trabalho. Entretanto, sua funçãonão foi verificada com muita clareza. Acredito que o fato de ela ter sido tratada de forma fragmentada entre alguns elementos do sistema pode ter prejudicado a sua compreensão. Desse modo, questões que envolvem esse novo elemento ainda precisam ser estudadas. Contudo, é natural pensarmos que dentro da proposta de estudo esteja presente alguma mídia, seja ela representada pelo computador, internet, *software*, calculadora, ..., ou por lápis-e-papel.

Finalizando a discussão sobre os diferentes papéis que as mídias podem ocupar no sistema S-H-C-M abordo o papel das mídias como sujeitos do sistema. Pensar em mídias nesse papel pode, intuitivamente, causar estranheza porque, em geral, se pensa em pessoas. Pois bem, colocando as lentes da teoria da atividade

temos que: devem ser considerados sujeitos de um sistema de atividade aqueles que têm *agency* - poder de ação - (ENGESTRÖM; SANINO, 2010). Agora, olhando os dados produzidos com os óculos do construto seres-humanos-com-mídias verifica-se que no processo de moldagem recíproca as mídias mobilizaram a atividade. Isso significa que elas (segundo a teoria da atividade) têm poder de ação?

Os dados analisados indicam que o papel da mídia como sujeito em um sistema de atividade parece ser admissível. Contudo, se configura como uma nova contradição que pode ser assim formulada: é possível que mídias como artefatos se transformem e passem a exercer o papel de sujeitos em um sistema de atividade? Expandi-la requer um debate sobre a própria ideia de mediação de Vygotsky. Nesse caso, estaríamos diante de uma possibilidade expansiva para a própria tríade geracional da teoria da atividade apresentada por Engeström? Buscar uma expansão para essa contradição ou formular uma resposta a essa última questão são desafios instigantes, contudo, fogem ao escopo desta tese, ficando, portanto, como sugestão para trabalhos futuros que almejem o refinamento dessa perspectiva teórica.

Retomando a proposta expansiva do construto S-H-C-M considero oportuna a discussão das seguintes questões: metodologicamente, como poderia ser o processo de análise de um Sistema Seres-humanos-com-mídias? É possível, necessário ou conveniente propor uma ferramenta analítica específica para esse tipo de sistema? Para esboçar uma resposta a essas questões, me pautei na análise dos dados, com os quais passei a refletir em torno do conceito de Ciclos de Aprendizagem Expansiva (C.A.E.) de Engeström (1999) e Miniciclos de Aprendizagem Expansiva (M.A.E) para desenvolver a ideia do que pode ser considerado um "*Miniciclo(ne)*" de Transformações Expansivas (M.T.E.) para a análise de sistemas S-H-C-M.

A palavra Miniciclo(ne) está em destaque no texto porque requer um esclarecimento: ela deriva da palavra miniciclo, utilizada até então. Apesar de esclarecer que no contexto do desenvolvimento de sistemas de atividade ciclos ou miniciclos não devem ser entendidos como uma sequência de fenômenos que se sucedem de uma forma linear e determinada, transformar esse significado já internalizado em nossa cultura não é algo simples. Por esse motivo acrescentei à palavra miniciclo a sílaba *"ne"* buscando uma aproximação com a ideia de ciclone.

Um ciclone é uma tempestade produzida por grandes massas de ar animadas de grande velocidade de rotação e que se deslocam a velocidades de translação crescentes. Quando proponho chegar próximo a essa definição me refiro aos movimentos desse fenômeno, pois, além de rotar (movimentar-se em torno de si mesmo) e transladar (movimentar-se em torno de outros sistemas de atividade), não é possível, *a priori*, determinar ou prever com exatidão a direção que ele vai tomar. Além disso, considero apropriado relacionar a ideia de uma velocidade crescente ao processo de produção do conhecimento e suas transformações.

No entanto, outro esclarecimento se torna pertinente: um ciclone como um fenômeno da natureza remete à ideia de destruição que, no caso do miniciclo(ne), deve ser analisada com cautela, pois, em um primeiro momento, pode-se pensar que ocorre o contrário, uma vez que se trata da construção, produção do conhecimento. Acredito que esse pensamento é pertinente; contudo, é necessário se considerar também que muitas vezes para se construir algo é também preciso desconstruir alguma coisa.

Retomando os conceitos da teoria da atividade, a primeira distinção que julgo importante destacar se relaciona ao caráter intervencionista dos C.A.E., segundo o qual, o pesquisador deve intervir provocando ações que possam vir a gerar transformações expansivas no sistema (ENGESTRÖM, 2001). A análise dos dados desta tese apontou que em ambientes virtuais de aprendizagem esse caráter intervencionista não é necessário para explicar as transformações expansivas que ocorrem em sistemas de atividade.

Outra distinção se relaciona às fases ou etapas de um ciclo. De acordo com Engeström (2001), o desenvolvimento de um ciclo de aprendizagem expansiva em sua totalidade não é algo comum. No entanto, o autor faz sua descrição completa através de sete fases, que não necessariamente ocorrem na ordem em que são apresentadas, como foi detalhado no capítulo 3: 1) Questionamento; 2) Análise da situação; 3) Construção de novos modelos; 4) Experimentação dos novos modelos; 5) Implementação do melhor modelo; 6) Análise do modelo implantado; 7) Consolidação da prática.

No caso do Miniciclo(ne) de Transformações Expansivas que estou propondo, a consolidação da prática dos professores, por exemplo, é algo muito difícil de ser verificada devido à limitação de tempo. Entretanto, não é apenas isso que distingue as ideias de Engeström das que aqui estão em discussão; outra diferença se refere

aos distintos papéis que as mídias podem ocupar no sistema de atividade e que podem influenciar no comportamento do M.T.E. No entanto, assim como existem distanciamento como esses, também há convergências com Ciclo de Aprendizagem Expansiva.

Um miniciclo(ne) é marcado por dúvidas, questionamentos e autocríticas, referentes a um padrão de produção Matemática relativamente estável. O início de seu desenvolvimento ocorre por meio de uma tensão, que pode ser originada, por exemplo, pela inserção de uma mídia no sistema que estimule o rompimento de tal padrão ou pelo menos desestabilize as crenças relativas a ele. Além disso, as próprias mídias devem ser consideradas como protagonistas agentes mobilizadores na evolução do M.T.E., pois seus *feedbacks* provocam reorganizações no pensamento dos seres humanos que, "*pensando com*" elas, experimentam, simulam, testam e analisam conjecturas. Com isso, um movimento coletivo e colaborativo se organiza, no qual os conceitos Matemáticos podem ser reorganizados e (re)construídos (SOUTO; BORBA, 2013).

Inicialmente, uma mídia pode ocupar o papel de artefato no sistema, mediando as relações entre os sujeitos e o objeto. Esse último, considerado um elemento complexo e problemático de ser identificado (HARDMAM, 2007; ARAÚJO; SANTOS; SILVA, 2010), por ser algo móvel e em constante evolução que, com o processo de moldagem recíproca, mesmo que apresentado de forma parcial dentro do sistema, tem sua identificação favorecida. A constatação de que uma mídia molda as ações dos sujeitos e, desse modo, contribui para a transformação da produção Matemática, indica, a meu ver, que essa mídia pode ser entendida como componente do objeto em sistemas S-H-C-M.

Assim, verifica-se que o miniciclo(ne) iniciado com a mídia no papel de artefato se expande durante o processo de moldagem recíproca. Esse fato dá origem a uma transformação expansiva em que o artefato se torna objeto, como aconteceu no caso do GeoGebra. Na figura 55 essa situação corresponde ao processo ilustrado na cor azul clara.

Contudo, como dito anteriormente, não é possível prever com certeza o início do miniciclo(ne) e nem a direção que vai tomar ou como as expansões vão ocorrer. Isso porque depende, entre outros fatores, da mídia envolvida. As tensões que surgem ao longo do processo de moldagem recíproca geram distintas necessidades no sistema e podem impulsionar uma determinada mídia para ocupar outras

posições. Um exemplo é o deslocamento do papel de artefato para ocupar o lugar de comunidade como aconteceu no caso da mídia internet. Esse novo papel da mídia implica em expansões dos motivos e, consequentemente, do objeto, fazendo emergir assim, outras transformações expansivas da atividade. Na figura 55 essa situação corresponde ao processo ilustrado na cor rosa.

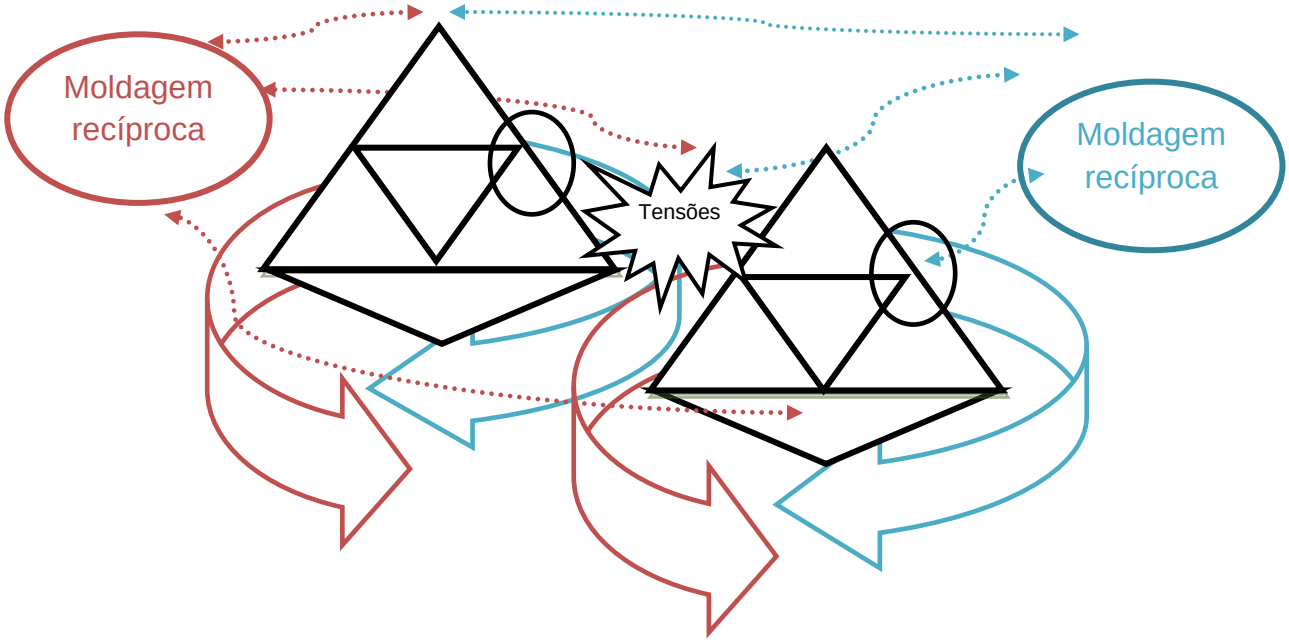


Figura 55: Ilustração de um Miniciclo(ne) de Transformações Expansivas - MTE

A figura 55 ilustra dois encaminhamentos expansivos distintos de um miniciclo(ne) que podem ocorrer em um mesmo sistema de atividade. Conforme o M.T.E. evolui, a experimentação e análise de conjecturas se fundem em movimentos de reorganização do pensamento (TIKHOMIROV, 1981; BORBA, 1993;1999) que podem gerar novas tensões, e assim, alimentar o desenvolvimento do próprio sistema. Essas tensões podem ser consideradas como possibilidades expansivas, como, por exemplo, buscar com diferentes mídias distintas formas de representar um mesmo conceito matemático.

Uma tensão como essa, que inclui a participação ativa da mídia, tem uma forte influência da proposta de estudo. A busca pela superação de tensões pode gerar diferentes segmentos dentro do próprio miniciclo(ne), como a quebra de *script* (HARDMAN, 2007), em que os aprendizes assumem o papel de liderança e redirecionaram a proposta de estudo.

Os ciclos de aprendizagem expansiva são considerados movimentos recorrentes. Desse modo, seria intuitivo pensar que eles nunca acabam. Entretanto, de acordo com Engeström e Sannino (2010), um ciclo "termina" quando um novo padrão se consolida. Sendo assim, como verificar a finalização de um miniciclo(ne) em sistemas S-H-C-M se o curto espaço de tempo dificulta ou até mesmo pode impossibilitar a verificação da consolidação de um novo padrão? No caso do M.T.E., considero que a última etapa pode ocorrer quando se consegue elaborar, discutir e justificar uma solução produzida, para um dado problema, a partir de conexões intermídias que não haviam sido pensadas até então pelos sujeitos da atividade e que, com isso, resulte em novas formas de expressão do pensamento Matemático. A concretização desse tipo de transformação a que me refiro está exemplificada nos dados, mais especificamente, nas construções que aliaram duas representações: algébricas e geométricas.

Esse é apenas o início de um debate que não se esgota aqui. Muitas questões precisam ser mais bem estudadas, refinadas, algumas das quais já pontuei no decorrer dessa seção, como, por exemplo, o papel da proposta de estudo e, a possibilidade de as mídias passarem a exercer a função de sujeitos. Sendo que essa última implica em uma releitura da própria ideia de mediação de Vygotsky.

5.10 Discussão dos resultados

É chegada a hora de entrelaçar, discutir e apresentar, em um discurso sintético, os movimentos no interior dos sistemas de atividade dos grupos, matizando com o idealizado pelos organizadores do curso Tendências em Educação Matemática. Esse exercício de escrita possibilita uma aproximação da pergunta que norteia esta tese: **"Como ocorrem as transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*?"**

A metáfora do "mosaico" utilizada por Engeström (1999b) para descrever a dinâmica com que objeto e motivos vão se constituindo e se transformando ao longo do desenvolvimento de um sistema de atividade me parece adequada para buscar tal aproximação de uma forma mais ou menos linear. Isso porque compreender a ocorrência de transformações expansivas em diferentes sistemas como se fossem peças de um mosaico que se "acomodam" ao longo do tempo, mostra que o

processo que envolve sua construção é dinâmico e que suas peças podem, em alguns momentos, abrir espaços ou sobreporem parcialmente a outras.

Desse modo, figurativamente, considero que o desenho do padrão do mosaico desta tese é representado pelo sistema de atividade "Tendências" que foi ganhando forma a partir da colocação de algumas peças aqui ilustradas pelos movimentos realizados nos sistemas dos grupos e pelo sistema idealizado pelos organizadores do curso. Entretanto, a adoção da metáfora do mosaico não se limita a essa justificativa. Araújo e Borba (2012) a utilizam para discutir e ampliar a noção de triangulação, que tem sido, no âmbito da Educação Matemática, amplamente utilizada para dar maior credibilidade a pesquisas qualitativas. Assim, o enredo que pretendo construir ao longo dessa seção para descrever a construção desse mosaico, não deve ser considerado apenas uma narração da forma como suas diferentes peças foram sendo colocadas, mas sim, uma interpretação voltada para um movimento que busca uma triangulação dos resultados analisados nesses diferentes sistemas.

Ao iniciar o processo de análise dos dados eu vislumbrava com destaque duas peças que se relacionavam com a transformação expansiva do objeto. Uma delas indicava que os objetos dos sistemas de atividade dos grupos poderiam influenciar na transformação do objeto idealizado por nós (Prof. Marcelo e eu), o que não se confirmou. A outra apontava na direção contrária, ou seja, que o objeto idealizado por nós poderia provocar transformações nos objetos dos sistemas dos grupos, o que acabou ocorrendo na maioria dos casos. No entanto, havia em meio a outras, uma terceira peça que eu, inicialmente, não havia visualizado. Talvez porque, a princípio, pudesse parecer que ela não se "encaixaria" muito bem, já que revelava a não ocorrência de transformações expansivas. É justamente com essa peça, que parece "desajeitada", que inicio a discussão dos resultados. Meu intuito é destacar que uma pesquisa, qualquer que seja, deve revelar e discutir não apenas o que "deu certo", mas também os padrões que não ocorreram da forma esperada.

Nas primeiras representações dos sistemas de atividade dos grupos havia uma distinção que me parecia sutil entre os objetos dos sistemas dos grupos. Em alguns, a qualificação acadêmica e a ascensão profissional se mostravam presentes, em outros, o objeto não incluía nenhum tipo de ascensão, e havia também aqueles que incluíam apenas a qualificação acadêmica. Como os estudos, projetos e pesquisas dos professores participantes eram, em geral, voltados para o

uso de tecnologias em aulas de matemática, não considerei, a princípio, que essas pequenas diferenças entre esses objetos fossem significativas. Isso porque, a meu ver, na qualificação acadêmica estava subentendida a qualificação (ascensão) profissional.

No entanto, ao analisar os diferentes movimentos desses sistemas, percebi que a não existência da ascensão profissional como parte do objeto de alguns sistemas de atividade dos grupos se revelou uma peça chave para a compreensão da ocorrência ou não de transformações expansivas. A meu ver, essa é a diferença mais substancial entre os sistemas em que as transformações expansivas ocorreram e os sistemas em que elas não ocorreram. Aliada a ela há certa resistência à mudança (ENGESTRÖM, 2002) e a não percepção da existência de diferentes estilos de saber (LÉVY, 1993).

Contudo, esses não são os únicos fatores que indicam a não ocorrência de transformações expansivas. Os dados analisados sugerem que havia nesses casos, de forma geral, discordância ou dificuldade de uma organização consensual das formas de trabalho a partir das regras pré-estabelecidas, o que acabou originando tensões que se transformaram em conflitos. Ademais, Engeström e Sannino (2010) alertam que é de se esperar que algumas transformações nos sistemas de atividade não sejam predominantemente expansivas.

Entretanto, isso não significa que nesses sistemas não tenha havido aprendizagem ou que o pensamento não tenha sido fruto de uma construção coletiva. Tal consideração se baseia nas afirmações de que "todo ato de comunicação, toda relação humana implica num aprendizado" (LÉVY, 2000, p.27) e que, dado o modo como seres humanos e tecnologias estão impregnados um no outro, uma separação não é possível (BORBA; VILLARREAL, 2005). Dando continuidade à discussão dos movimentos de "acomodação" das peças do mosaico, direciono o olhar, agora para aquelas que desenharam a ocorrência de transformações expansivas. Refiro-me aos sistemas de atividade dos grupos em que a qualificação e/ou ascensão profissional e acadêmica se mostravam como uma aproximação do objeto.

Havia, no início, certo desalinhamento entre o objeto desses grupos e o idealizado pelos organizadores. O objeto aspirado por nós (prof. Marcelo e eu) explicitava a construção de um espaço de formação continuada para o uso de tecnologias digitais em um ambiente *online*. Conjecturei que tal objeto pudesse ser

considerado análogo ao dos sistemas dos grupos no que se referia à qualificação e/ou ascensão profissional. Essa conjectura não se confirmou daí o desalinhamento.

Tomaz e David (2008) afirmam que distanciamentos entre motivo e objeto, que mobilizam os alunos e os propostos por seus professores, podem gerar tensões. Foi o que ocorreu no sistema em análise. Um dos motivos que compunha o objeto dos organizadores do curso era: possibilitar que os professores tornem-se capazes de produzir Matemática com tecnologias em um ambiente *online*.

A objetivação desse motivo estava contemplada na proposta de estudo, especificamente no espaço destinado ao estudo das cônicas com o GeoGebra, enquanto que nos sistemas dos grupos, a parte do objeto que se relacionava à qualificação e/ou ascensão profissional estava ligada a outro motivo: vivenciar a Educação a Distância *online*, ou seja, não havia nenhuma alusão ao uso de *software* para o estudo de conteúdos matemáticos, quaisquer que fossem. Estávamos, portanto, diante de uma tensão que, com a participação do *software* e da internet, alavancou transformações expansivas.

Na proposta de estudo das cônicas, estimulamos as construções geométricas com o GeoGebra a partir de um roteiro que continha um passo-a-passo pré-estabelecido com perguntas que requeriam respostas abertas. Nele, propusemos a exploração do caráter dinâmico do *software* através da experimentação. Um dos focos era a análise dos padrões algébricos durante o arrastar das construções geométricas. Ao final do bloco de estudo de cada cônica "convidávamos" os professores participantes a solucionarem problemas/exercícios que são tradicionalmente apresentados em livros didáticos e que poderiam ter solução única, mas que, em sua maioria, poderia ser encontrada percorrendo-se diferentes caminhos. Nosso intuito era que eles refletissem sobre o tema e se sentissem instigados. Mais do que isso, queríamos verificar se havia algum tipo de conflito conceitual sobre as concepções que eles já tinham e as que iriam (re)construir ao utilizarem o GeoGebra. Almejavámos, também, identificar se haveria alguma transformação que pudesse ser considerada qualitativamente diferenciada quando o aplicativo passasse a fazer parte do sistema de atividade.

Os grupos que se sentiram desafiados realizaram autocríticas e, sem ter ciência disso, se propuseram a romper com padrões de produção Matemática já consolidados pelo uso da mídia lápis-e-papel, passando a buscar soluções para os problemas baseados na abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA;

VILLARREAL, 2005) apresentada na própria proposta de estudo. Nesse instante, o motivo, nesses sistemas, passou a ser a exploração do *software.* Essa mudança influenciou no objeto que também ganhou uma nova forma: estudar cônicas com o GeoGebra pautando-se na própria abordagem experimental-com-tecnologias.

A partir dessas primeiras transformações, em que objeto e motivo dos sistemas de atividade dos grupos mudaram tendendo ao objeto idealizado pelos organizadores, os miniciclos começaram a se desenvolver. A estratégia de trabalho em pequenos grupos (quatro ou cinco professores) oportunizou maior interação tanto nos encontros síncronos como nos assíncronos. O ambiente virtual de aprendizagem se tornou um espaço de construção coletiva, colaborativa e dialógica, aproximando-se do modelo pedagógico que desejávamos, denominado por Valente (2003) *"estar junto virtual".*

A organização do trabalho, feita pelos próprios professores participantes no interior dos grupos durante o estudo das cônicas seguiu as regras apresentadas pelos organizadores sem nenhum tipo de divergência. A proposta de estudo, baseada na abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005), que teve como protagonista o GeoGebra, foi adotada. Ambos (*software* e abordagem) trouxeram novos movimentos aos sistemas, gerando tensões e, ao mesmo tempo, contribuindo para alavancar transformações expansivas.

À medida que o trabalho no interior dos grupos se desenvolvia, o miniciclo indicava que o processo de moldagem recíproca ocorria de forma parcial e possibilitava a identificação do GeoGebra como parte do objeto, particularmente, no instante em que os professores estavam em ação. Além disso, auxiliava na compreensão da participação desse aplicativo no próprio processo expansivo do objeto. No entanto, não foi apenas essa transformação que teve a participação do *software.* O desenvolvimento expansivo da tensão gerada em torno da dificuldade de articular as representações algébricas e geométricas teve uma contribuição importante dessa mídia, tendo como destaque o potencial exploratório do recurso arrastar.

A evolução dos miniciclos e as transformações expansivas no que se referem às produções qualitativamente diferentes da Matemática se relacionam, de forma estreita, com o processo de constituição de distintas ecologias cognitivas (LÉVY, 1993) ou de diferentes coletivos (BORBA; VILLARREAL, 2005) de seres-humanos-

com-lápis-e-papel (visualização estática); seres-humanos-com-GeoGebra-e-EaD*online* (visualização dinâmica).

No decorrer das atividades o "*pensar com*" a mídia lápis-e-papel indicava a formação de um raciocínio mais algébrico que parecia bastar-se em si mesmo, ou seja, trazia argumentos suficientes, na visão dos professores participantes, para o entendimento do conteúdo das cônicas. Quando o GeoGebra passou a fazer parte do sistema, provocou algumas (re)organizações, desestabilizando-o e provocando uma tensão: como estabelecer relações entre as representações algébricas e geométricas? Essa tensão teve o auxílio do próprio *software* para transformar-se expansivamente. Esse movimento se aproxima do que Borba (2012) diz que pode ser considerado conhecer: lidar com múltiplas representações.

Em se tratando das contribuições da internet nesses processos expansivos verificou-se que ela desempenhou o papel de artefato enquanto ambiente virtual e seus diferentes espaços comunicativos influenciaram nas interações condicionando, com isso, o processo de mediação entre sujeitos e objeto da atividade. Porém, houve uma transformação desse papel, especificamente quando ela é utilizada como um mecanismo de busca de informações como uma espécie de "ajuda" para a compreensão de conceitos matemáticos. Nesse momento, ela passou a exercer a função de comunidade. Isso porque ocorreu uma ampliação da multivocalidade do sistema e, com isso, compartilharam-se diferentes perspectivas, crenças, valores que estão impregnados nas distintas páginas consultadas. Esse deslocamento de papéis influencia na expansão no objeto do sistema em termos locais.

Antes de colocar aquela que considero a "última" peça desse mosaico, quero destacar que na análise dos dados dessa tese foi possível verificar transformações "no" e "do" sistema de atividade. No primeiro caso me refiro àquelas que se relacionam à expansão dos motivos, objeto e da produção Matemática sobre cônicas. O segundo caso contempla o duplo papel das mídias: GeoGebra - artefato ou objeto; internet - artefato ou comunidade. Existe uma relação recíproca entre esses dois tipos de transformações expansivas e, por isso, não devem ser vistas de forma isolada. A transformação expansiva que ocorreu na produção Matemática sobre cônicas, por exemplo, teve influência das transformações que ocorreram quando as mídias passaram a desempenhar mais de um papel no sistema de atividade. Por outro lado, as mudanças de papéis das mídias ocorreram no próprio

movimento de busca dos professores por outras possibilidades de se produzir Matemática.

Particularmente, esse segundo caso, que discute o papel das mídias em um sistema de atividade, abriu espaço para a colocação de uma nova peça que "completa" esse mosaico. Ela é representada pelo início do debate que aponta para uma possibilidade de expansão teórico-metodológica, ou seja, os Miniciclo(nes) de Transformações Expansivas para a análise de Sistemas Seres-humanos-com-mídias.

Esse movimento expansivo teve início ainda na escrita do capítulo três em que foram abordados os fundamentos teóricos que referenciaram esse estudo, porque a relação da teoria da atividade com o constructo seres-humanos-com-mídias, ao mesmo tempo em que mostrava correlações, revelava tensões relacionadas aos papéis das mídias. Essas tensões se mostravam como possibilidades expansivas para o S-H-C-M, como também para a T.A.

O exercício realizado no capítulo três, de compreender o S-H-C-M como um sistema de atividade, em conjunto com a análise dos dados, me influenciaram a seguir na linha expansiva do S-H-C-M. O primeiro passo foi pontuar e argumentar as particularidades do Sistema seres-humanos-com-mídias, mostrando como as mídias estão presentes de diferentes formas em todos os elementos do sistema. Discuti as relações que podem se estabelecer nesse tipo de sistema, propus e justifiquei a importância da inserção da proposta de estudo, que, a meu ver, aparecia de forma fragmentada entre os elementos do sistema, dificultando a verificação de sua influência nas transformações expansivas.

Em um segundo momento, desenvolvi a ideia de Miniciclo(nes) de Transformações Expansivas, que é uma ferramenta que pode favorecer as compreensões dos movimentos expansivos (tensões, conflitos, transformações, etc) que podem ocorrer durante a produção Matemática *online* quando Sistemas Seres-humanos-com-mídias se constituem. Essa proposta surgiu a partir da análise do comportamento dos movimentos nos sistemas de atividades dos grupos que se desenvolveram em curtos espaços de tempo.

Concluindo essa discussão de resultados quero enfatizar que ao longo da escrita dessa discussão usei os termos: "última" e "completa", pois o meu intuito era destacar que o desenho do mosaico que eu procurava interpretar com os resultados desta tese estava se aproximando de sua forma final. Entretanto, ao realçar as

palavras entre aspas, queria destacar, também, outro sentido que vai ao encontro do pensamento de Engeström (1999b). Quando ele adota a metáfora do mosaico, ao se referir ao objeto, diz que o mesmo pode ser considerado um padrão em constante construção. Tenho a sensação de que isso ocorre com essa pesquisa, o mosaico não acaba quando termina a tese, ele é um padrão que continuará a ser construído pelos estudos que sucederão, materializando, assim, o que Araújo e Borba (2012) chamam de triangulação na pesquisa de um grupo, ou até mesmo, estendendo a triangulação para pesquisas com outros grupos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A conclusão pode resumir aquilo que se disse,
associar duas opiniões díspares ou sugerir implicações
para a investigação ou para a prática; é uma arrumação final,
como a sobremesa ou o café após a refeição.
(BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 244)

A presente pesquisa trata da ocorrência de transformações expansivas em um curso a distância *online* para professores de Matemática. Esse tipo de transformação envolve a produção e/ou transformação do conhecimento revelada em transformações qualitativas que podem acontecer em sistemas de atividade que tem natureza coletiva (ENGESTRÖM, 1987). Os dados analisados foram produzidos durante duas edições (2010/2011) do curso de extensão "Tendências em Educação Matemática", em que interações síncronas e assíncronas se deram no ambiente virtual Tidia-Ae.

Docentes de várias regiões do país, e alguns do exterior, realizaram trabalhos de cunho matemático voltados para o estudo das cônicas com o GeoGebra. Além disso, discutiram temáticas sobre: formação de professores, Educação a Distância *Online*; interdisciplinaridade; produção de conhecimento; Etnomatemática; o uso de calculadoras nos anos iniciais do ensino fundamental; Modelagem Matemática; o uso de *software* de Geometria dinâmica.

O curso foi estruturado de modo a privilegiar o trabalho coletivo, colaborativo e dialógico, os quais estão condicionados às potencialidades do ambiente virtual de aprendizagem, de modo particular, ao grau de interação propiciado aos participantes. Com esse pensamento buscamos um modelo pedagógico próximo do que Valente (2003) caracteriza como *"estar junto virtual"*, que no âmbito da Educação Matemática, tem sido utilizado devido ao grau elevado de interações entre professor-aluno e aluno-aluno. Nos momentos específicos em que as interações estavam direcionadas ao desenvolvimento do trabalho de cunho matemático aliamos a esse modelo a abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005). Procuramos, assim, estabelecer uma harmonia entre a opção metodológica, os procedimentos, visão de conhecimento e as perspectivas teóricas adotadas (LINCOLN; GUBA, 1985; ARAÚJO; BORBA, 2012).

A teoria da atividade e o construto seres-humanos-com-mídias forneceram sustentação teórica e trouxeram para esta tese a importância do "*agir"* e do *"pensar*

com", da relação de reciprocidade entre humanos e mídias e, principalmente, das transformações expansivas reveladas durante o "fazer" Matemática *online*.

A teoria da atividade ofereceu uma base de análise que possibilitou, além da compreensão das transformações expansivas, a estruturação sistêmica dos dados. Isso permitiu que os princípios que explicam esta teoria em seu formato atual fossem vistos, não de forma isolada ou como a soma de suas partes, mas sim, como algo interligado e instável, composto de múltiplas vozes e diferentes concepções que foram entendidas do ponto de vista histórico.

Por outro lado, a visão epistemológica alicerçada no construto Seres-humanos-com-mídias viabilizou o debate em torno de um pensamento coletivo, que foi organizado e reorganizado nas interações entre seres humanos e tecnologias. A ênfase dessa perspectiva teórica oportunizou a compreensão de como as possibilidades de uma determinada mídia, como por exemplo, um *software* de Matemática dinâmica ou a internet, podem contribuir para que ocorram transformações qualitativas na produção Matemática em sistemas de atividade desenvolvidos em ambientes virtuais de aprendizagem.

A composição da análise a partir dessas lentes mostrou a forma como as mídias protagonizaram articulações que culminaram em transformações no sistema de atividade. O processo de moldagem recíproca (BORBA, 1993; 1999) contribuiu para a identificação do objeto do sistema de atividade e foi uma peça importante para a compreensão de como as transformações ocorreram. Além disso, esse processo analisado com a ferramenta miniciclo auxiliou na explicação de outro tipo de expansão, que envolve o modo como a própria mídia pode se deslocar dentro do sistema e desempenhar distintos papéis na atividade.

Identificar esses movimentos se mostrou relevante não apenas para a compreensão dessas, mas também, de outras expansões que ocorreram no sistema de atividade.

A expansão do objeto, alavancada pela mídia (*software*), contribuiu para que os professores participantes questionassem, criticassem e buscassem outras possibilidades para o processo de produção Matemática. Com isso, as interações entre professores e mídias (*software*, internet, lápis-e-papel) se intensificaram, uma nova tensão, relacionada ao conhecimento sobre cônicas, surgiu e impulsionou a transformação expansiva da produção Matemática sobre esse conteúdo.

Tal expansão contou com a participação do GeoGebra, o qual permitiu que as construções geométricas das cônicas fossem arrastadas pela janela de visualização e, com isso, pudessem ser analisadas em diferentes posições e, ao mesmo tempo, possibilitou a verificação dos padrões algébricos relacionados à construção em movimento. Durante esse processo que inclui experimentar, testar e simular havia a formulação de conjecturas que eram aceitas ou refutadas a partir dos *feedbacks* do *software* e dos comentários dos próprios professores participantes que, em geral, vinham acompanhados de justificativas na forma escrita, devido aos espaços discursivos propiciados pelo contexto *online* em que o sistema se desenvolveu.

Nessas situações, comentários, justificativas, argumentos ou até mesmo conjecturas eram expressos, em geral, de uma forma qualitativamente diferente de quando o raciocínio era exposto a partir de uma construção estática. A internet também teve participação nessas transformações que ocorreram no sistema de atividade, particularmente quando ela transitou entre os papéis de artefato e comunidade.

Entretanto, é preciso reconhecer que os movimentos da internet no processo expansivo trouxeram para o sistema uma regra que a sociedade historicamente convencionou, de que a Matemática é sinal de verdade única, absoluta e inquestionável. A partir do "resgate" dessa visão de Matemática os movimentos expansivos ficaram mais retraídos. Isso porque essa convenção social impregnada na internet passou, naquele instante, a moldar as formas de produção Matemática dos professores participantes.

A meu ver, essa observação é oportuna para reforçar a necessidade de se estimular o desenvolvimento de uma visão crítica em relação às informações reproduzidas na internet, inclusive as ideias Matemáticas disponibilizadas *online* ou não. Seria, sob o meu ponto de vista, desejável que passássemos a questioná-las, a criticá-las e, porque não a (re)construí-las.

Entretanto, independentemente do grau de juízo que foi feito sobre a forma de apresentação dos conteúdos matemáticos na internet, todos esses movimentos reorganizavam o pensar matematicamente na medida em que despertavam, na maioria das vezes, outras possibilidades de raciocínio que anteriormente não haviam sido imaginadas pelos professores participantes e, com isso, transformavam expansivamente de forma qualitativa a produção Matemática desses docentes.

É interessante observar que as transformações expansivas que ocorreram durante o curso não estão relacionadas apenas ao contexto *online* ou às mudanças que ocorrem na dimensão discursiva, ou seja, nas formas de expressão do raciocínio matemático através da escrita, como foi sugerido em alguns estudos apresentados na revisão da literatura. Elas abarcaram também dimensões mais amplas sobre o papel das mídias na produção Matemática. Além disso, revelaram tensões que estão sendo historicamente estruturadas e acumuladas pelo modo como temos aprendido e ensinado a Matemática. Por isso, entendo que o olhar desta pesquisa trouxe novos horizontes sobre a forma como as transformações que ocorrem durante a produção Matemática em contextos *online* e com outras tecnologias associadas têm sido discutidas.

Essas reflexões me permitem retomar uma necessidade que foi apontada no início deste trabalho, a qual indicava que buscar transformações expansivas requer, concomitantemente, uma reinterpretação desse conceito. Essa preocupação foi novamente discutida e apresentada no capítulo três através da seguinte questão: como reinterpretar o conceito de transformação expansiva para a análise de sistemas de atividade que envolvem produção Matemática e que são constituídos por coletivos de seres humanos e mídias em ambientes *online*? A meu ver, uma possível resposta a essa questão seria dizer que uma transformação expansiva que envolve a produção Matemática, no âmbito da Educação Matemática e no contexto *online*, pode ser entendida como: movimentações em um sistema de atividade coletiva em que seres humanos com tecnologias buscam, de forma crítica, um modo que não havia sido, em outras situações, pensado por eles para compreender e/ou reconstruir entendimentos sobre determinado problema ou conteúdo matemático.

Por outro lado, os dados indicaram que esse tipo de transformação expansiva se relaciona de modo recíproco com outro tipo de transformação que pode ser considerada igualmente expansiva: trata-se do modo como um dado elemento do sistema de atividade se movimenta e passa a desempenhar distintos papéis.

Com isso, é possível indicar como uma das contribuições desta tese: apontar um caminho para a compreensão das transformações qualitativas que as mídias no contexto da Educação a Distância *Online* podem gerar na produção Matemática. Mais que isso, o debate realizado pode orientar reorganizações no modo de se propor o "fazer" Matemática *online*.

No caso da Geometria Analítica que foi discutido nesta pesquisa as transformações expansivas estavam relacionadas ao modo que os sujeitos buscavam para compreender as ligações entre duas diferentes formas de representação das cônicas de uma forma que até então não era usual por eles.

Em oportunidades como essas o professor poderá adotar algumas estratégias para potencializar ou provocar situações que podem levar seus alunos a vivenciarem transformações expansivas, como, por exemplo: dado um problema qualquer, mesmo que tenha solução única, uma possibilidade é favorecer o uso de diferentes mídias para solucioná-lo; outra é incentivar a apresentação de pelo menos duas soluções com representações distintas; outra, complementar a essas, é encorajar os alunos a construírem uma única representação que reúna mais de uma representação, nunca esquecendo de que é importante estimular o desenvolvimento da capacidade intelectual de produzir argumentações e justificativas do ponto de vista matemático.

É preciso também ter-se em mente os objetivos da aula, de modo que, ao se propor um problema, por exemplo, haja uma coerência entre a unidade coletiva que irá desenvolvê-lo e o que se quer alcançar. Isso porque, diferentes mídias podem levar a caminhos distintos em busca de uma solução para um dado problema e, assim, podem influenciar na produção de diferentes tipos de conhecimento, mesmo em se tratando de problemas que tenham solução única.

Em meio a essas observações, é importante considerar, ainda, que a aula deve ser um espaço de produção coletiva, colaborativa e dialógica, em que os saberes que os alunos trazem consigo devem ser valorizados; as críticas, os questionamentos e os debates devem ser fomentados; e a busca por caminhos alternativos para solução de problemas incentivados.

Julgo necessário reforçar que essas observações não se tratam de receitas a serem seguidas de forma literal. Devem ser vistas como indicações que, a meu ver, podem ser úteis ao professor, pois os encaminhamentos e as transformações expansivas que podem ocorrer em uma aula dependem de uma série de outros fatores, e sendo assim, é o *feelling* do professor que indicará qual o melhor caminho a seguir. Principalmente porque é importante que ele perceba que tipo de situação não faz parte das estratégias usuais de se seus alunos, ou que até então não haviam sido imaginadas por eles. Para que assim, planeje suas aulas de uma forma que seus alunos se sintam desafiados e instigados a enfrentar e construir diferentes

possibilidades de soluções para uma dada situação que pode ser considerada inovadora para eles.

Essa contribuição não é única: a identificação de transformações expansivas dos próprios elementos do sistema e, em particular, do modo como artefatos, objeto e comunidade podem ser reconceitualizados, é outra. Essas transformações foram protagonizadas por diferentes mídias que, ao passarem a desempenhar mais de um papel, geraram transformações expansivas. Tal comportamento foi uma alavanca para outro tipo de expansão, refiro-me à nova camada proposta ao construto S-H-C-M, que passa a ser considerado um sistema de atividade e, à elaboração de uma perspectiva metodológica para sua análise.

A principal característica de um sistema S-H-C-M é o destaque dado aos papéis que as mídias podem desempenhar. Além disso, há um novo elemento: a proposta de estudo, a qual ainda precisa ter seu papel mais bem estudado. Para favorecer a compreensão das transformações expansivas nesse tipo de sistema iniciei o desenvolvimento de uma ferramenta de análise que estou chamando de Miniciclo(nes) de Transformações Expansivas (M.T.E).

Em síntese, um miniciclo(ne) para a análise de Sistemas Seres-humanos-com-mídias desenvolvido em ambientes virtuais de aprendizagem, em que se objetiva o "fazer" Matemática, é iniciado com dúvidas e questionamentos decorrentes de uma tensão, que pode ser ocasionada por uma necessidade de solucionar uma situação nunca antes prevista ou pelo desejo, mesmo que seja inconsciente, de quebrar padrões de produção Matemática já consolidados.

Sua evolução se dá a partir de reorganizações do pensamento provocadas pelas respostas da mídia envolvida às ações dos aprendizes. Nesse processo evolutivo a dinâmica do trabalho pode mudar e caminhos alternativos (quebra de *script* legítimos ou novos segmentos) e novas tensões podem surgir. O objeto do sistema pode ser identificado durante o processo de moldagem recíproca. A realização de testes, experimentações e simulações de conjecturas se intensificam, indicando que transformações expansivas podem estar em movimento, até que argumentos são elaborados para justificar a solução construída, o que pode indicar que o M.T.E. se aproxima de seu final. A finalização pode ser observada no instante em que for possível verificar se o processo, como um todo, resultou em mudanças qualitativas na produção Matemática dos participantes.

Contudo, é pertinente destacar que essa perspectiva de análise é uma prescrição a ser seguida de forma irrestrita, e sim de indicativos que favorecem algumas compreensões, pois o comportamento, a direção e o modo como as transformações expansivas irão ocorrer dependem, entre outros fatores, das possibilidades e restrições que as mídias envolvidas no sistema oferecem.

Apresentadas as contribuições desta pesquisa considero necessário fazer autocríticas, rever e reavaliar o que não deu certo, para que reorganizações em trabalhos futuros possam ser efetivadas com maior chance de sucesso. Os principais pontos que devem ser revistos, a meu ver, estão relacionados à divulgação e elaboração da proposta do curso, a saber: escolher o conteúdo em conjunto com os participantes ou ter a sua divulgação antes do ato da inscrição; dar ciência aos participantes da previsão de encontros extras antes da inscrição e registrar a carga horária desses encontros extras no cômputo geral do curso. Outra autocrítica se refere à minha própria prática docente e, acredito também, a prática de muitos de meus colegas.

Muitas vezes organizamos nossas aulas com tecnologias digitais, elaboramos um passo-a-passo e partimos para a execução de nosso planejamento. A aula flui com certa leveza, tudo parece, aos nossos olhos, "perfeito", os alunos estão interessados, conjecturam, exploram a tecnologia disponível e respondem "direitinho", ainda que de formas distintas, o que esperávamos "ouvir".

Entretanto, não é raro acontecer, nos momentos de avaliação, propormos uma prova ou um teste escrito, ou seja, cobramos de nossos alunos uma solução com lápis e papel. Os resultados, de modo geral, podem não ser nada bons. Quando isso acontece, nos colocamos a pensar sobre os culpados; frequentemente apontamos os alunos como principais responsáveis pelo seu próprio fracasso escolar. Afinal, planejamos e colocamos em prática "boas" aulas, usamos tecnologias digitais etc. Acontece que, muitas vezes, não consideramos que com diferentes mídias produzimos distintos tipos de conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005) e, nesse sentido, é no mínimo incoerente propormos aos nossos alunos interações com uma determinada mídia e depois os avaliarmos com outra. Por outro lado, é preciso esclarecer que não se trata de escolhermos apenas uma, nem mesmo de classificarmos a "melhor" ou "pior".

Os dados analisados sugeriram que, pelo menos no estudo da Geometria Analítica, o aluno deve ter a oportunidade de "*agir"* e *"pensar com*" diferentes mídias.

Especificamente no caso do estudo das cônicas, houve a necessidade de lidar com duas representações: a algébrica e a geométrica. Essa possibilidade foi propiciada pelo *software* e oportunizou o que para Borba (2012) pode ser entendido como conhecer: coordenar representações múltiplas (e.g. KAPUT, 1992; BORBA; CONFREY, 1996).

Continuando essa arrumação final, indicada por Bogdan e Biklen (1994) na epígrafe deste texto, considero importante retomar uma questão que deixei em aberto no capítulo quatro: Afinal, as "tarefas" que compõe a proposta de estudo das cônicas nessa pesquisa devem ser consideradas problemas ou exercícios? Acrescento a essa, outra: A noção de problema discutida por Borba (1987, 1994, 2009) pode ser entendida como um espaço-problema (objeto) no sentido proposto por Engeström (1987)?

São questões difíceis e complexas de responder, porque exigem a retomada de alguns conceitos e deve ser considerado o ponto de vista do qual se analisa a questão. Afirmar, por exemplo, se as "tarefas" propostas devem ser consideradas problemas ou exercícios, na visão de seus organizadores, a resposta, como já argumentado no capítulo quatro, é sim. Entretanto, responder se as "tarefas" propostas se constituíram como problemas ou exercícios para os professores participantes, exige olhar para os elementos dos sistemas formados durante o desenvolvimento do curso. De forma geral, o comportamento dos sistemas em que as interações ocorriam entre professores-com-lápis-e-papel-e-EaD*online*, indicava que as "tarefas" não se configuravam como problemas. Isso porque nesses casos não havia barreiras que dificultassem a construção de soluções que eram representações algébricas. Por outro lado, nos sistemas em que professores-com-GeoGebra-e-EaD*online* interagiam, as tarefas, os exercícios se tornaram problemas (BORBA, 2009) no sentido de se tornarem um obstáculo que quer ser superado por um dado coletivo. Isso porque construir uma solução, nesses casos, exigiu a exploração das relações entre duas representações simultaneamente. Esse pode ser considerado um obstáculo, pois, uma vez que os professores participantes não haviam vivenciado nenhum tipo de situação semelhante; essa nova forma fugiu do padrão de solução que eram acostumados.

Os termos "fugir" ou "romper" com o "padrão dominante", utilizados algumas vezes ao longo da análise dos dados pode sugerir que a noção de problema de

Borba (2009) pode ser entendida como um espaço-problema no sentido proposto por Engeström (1987), daí a importância de se esclarecer a segunda questão.

A noção de problema de Borba (2009) é situada no âmbito da Educação Matemática e, como foi discutido anteriormente no capítulo quatro, possui uma parte objetiva e outra subjetiva e, além disso, depende da mídia envolvida em um dado coletivo.

A ideia de espaço-problema de Engeström (1987) é mais ampla e se refere ao objeto de um sistema de atividade e, a meu ver, também possui duas partes. A primeira pode ser identificada com o auxílio de, no mínimo, duas questões: o que se deseja trabalhar ou estudar? O que se está efetivamente trabalhando ou estudando?

Enquanto a segunda parte se relaciona ao poder de mobilização, ou seja, é preciso entender, pelo menos, outras duas questões: como os sujeitos se mobilizam em busca de superações ou de caminhos alternativos nunca antes pensados por eles para solucionar determinada situação? Porque eles se mobilizaram? Em todas essas perguntas ficam implícitas questões que envolvem a negociação de objetivos.

Além disso, o espaço-problema se relaciona dialeticamente com outros elementos do sistema. Assim, outra forma que pode auxiliar em sua identificação é verificar se ele transforma o sistema de atividade e ao mesmo tempo é transformado. Essa verificação durante a produção Matemática, foi favorecida pelo processo de moldagem recíproca.

Desse modo, meu entendimento é que um problema matemático pode fazer parte do espaço-problema da atividade. Contudo, o primeiro por si só não deve ser considerado análogo ao segundo.

Antes de finalizar essas considerações destaco algumas questões que emergiram na análise dos dados, fogem ao escopo dessa tese e, portanto, ficam como sugestões para trabalhos futuros: a união entre a Modelagem Matemática, como uma abordagem de ensino, em conjunto com os fundamentos teóricos que sustentaram as análises desta tese pode potencializar a superação da encapsulação do ensino e da aprendizagem da Matemática escolar? Seria possível a "reorquestração" de vozes externas ao sistema de atividade, como por exemplo, as que ecoam nas páginas da internet? Qual o papel da proposta de estudo em Sistemas Seres-humanos-com-mídias? É possível que mídias como artefatos se transformem e passem a exercer o papel de sujeitos em um sistema de atividade? Como reinterpretar, nesse caso, as ideias de mediação de Vygotsky?

Diante dessas interrogações que podem abrir novas perspectivas para trabalhos futuros considero apropriado pontuar que, embora o contexto de desenvolvimento desse estudo tenha sido um ambiente *online,* acredito que a proposta de estudo desenvolvida também pode ser exequível em uma sala de aula presencial respeitando, é claro, as especificidades de cada contexto.

Por fim, espero que a presente pesquisa possa estimular outras, seja no contexto *online* ou não, e que as reflexões realizadas aqui sejam o início de outras transformações expansivas.

REFERÊNCIAS

ABREU, R. A. S. Professores e internet: desafios e conflitos no cotidiano da sala de aula. In: FREITAS, M. T. (Org.). **Cibercultura e formação de professores**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ALVEZ-MAZZOTTI, A. J. O método de Ciências Sociais. In: ALVEZ-MAZZOTTI, A.J; GEWANDSZNADER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa. São Paulo: Editora Pioneira, 1998.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática:** as discussões dos alunos. 2002, 174f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

_____.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática'. In: BORBA, M. C; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: autêntica, 2012.

_____.; SANTOS, M.; SILVA, T. Identificando o(s) objeto(s) em atividades de Modelagem Matemática. In: **Anais X ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

_____.; KAWASAKY, T. Movimento e rigidez de certo triângulo: um enfoque histórico-cultural de pesquisas em Educação Matemática. In: **Anais XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

ARAÚJO F. M.; CORDEIRO, L. M.; CASTILLO, R. A. F. **O ambiente virtual de aprendizagem e sua incorporação na Unicamp**. Educação e Pesquisa, vol. 29, nº 2 (jul-dez) 2003.

ASBAHR, F. S. F. **A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade**. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, nº 29, Mai/Jun/Jul/Ago 2005, p. 108-119.

BAIRRAL, M. A. **O valor das interações virtuais e da dinâmica hipertextual no desenvolvimento profissional docente**. CIEAEM 54, Barcelona - Espanha, julho, 2002.

_____. **Natureza do conhecimento profissional do professor:** contribuições teóricas para a pesquisa em educação matemática. Boletim do GEPEM, Rio de Janeiro, n.41, p.11-33, fev/2003.

_____. Desenvolvendo-se criticamente em Matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados. In: FIORENTINI, D; NACARATO, A. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo - Musa Editora. Campinas, 2005.

_____. Estratégias didático-metodológicas na avaliação e formação continuada em ambientes virtuais a distância. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (org.) **Tecnologias e educação matemática**: ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010.

BETTONI, R. **Dialética e Sartre**: uma possibilidade de se pensar a realidade. Revista Mεtavóia, nº3. São João Del-Rei, 2001.

BICUDO, M. A. V. **O Estar-Com o Outro no Ciberespaço**. ETD – Educação Temática Digital, Campinas, v.10, n.2, p. 140-156, jun. 2009.

_____.; ROSA, M. **Realidade e Cibermundo**. Canoas: Ed. Ulbra, 2010.

BOLZAN, D. P. V. **Formação de Professores:** construindo e compartilhando conhecimento. Porto Alegre: Mediação, 2002.

BONILLA, M. H. S. Escola aprendente: comunidade em fluxo. In: FREITAS, M.T. (Org.). **Cibercultura e formação de professores**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

BORBA, M. C. **Um Estudo de Etnomatemática: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o "núcleo-escola" da favela da vila nogueira-São Quirino.** 1987. 266f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP. Rico Claro, 1987. Publicado pela associação de professores de Matemática. Portugal, 1994.

_____. **Students understanding of transformations of functions using multi-representational software.** 1993, 372f.Tese (doctor of Philosophy) - Faculty of graduate school of Cornel University. 1993.

_____.**Computadores, representações múltiplas e a construção de ideias matemáticas.** Bolema, v.9, Especial 3, P. 83-101. Rio Claro, 1995.

_____.Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: BICUDO, M. A. V.; **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

_____.GPIMEM e UNESP: Pesquisa, extensão e ensino em Informática e Educação Matemática. In: PENTEADO, M; BORBA, M. (Org.) **A Informática em ação:** formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'água, 2000.

_____. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: **Anais - I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba, 2001.

_____. (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

_____. **Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom.** ZDM Mathematics Education. Berlin, 2009.

_____.**Humans-With-Media and continuing education for mathematics teachers in online environments.** ZDM Mathematics Education. Berlin, 2012.

_____.; CONFREY, J. **A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment.** Educational Studies in Mathematics, 31 (3), 319-337. 1996

_____.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte - Autêntica, 2001.

_____.; VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

_____.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. **Educação a distância online.** 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

_____.; _____.; AMARAL, R. B. **Educação a distância online.** 3ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BOGDAN, R. C. & BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora,1994.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural**. 2008, 242f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

COLE, M. ; ENGESTRÖM, Y. A cultural-historical approach to distributed cognition. In: SALOMON, G. (Ed.) **Distributed Cognitions**: Psychological and Educational Considerations. New York: Cambridge University Press, 1993.

DANIELS, H. **Vygotsky e a Pesquisa**. São Paulo: Loyola, 2011.

_____. **Vygotsky e a Pedagogia**. São Paulo: Loyola, 2003.

_____. (org.) **An Introduction to Vygotsky**. London and New York: Routledge, 2005.

DAVID, M. M.; TOMAZ , V.S. Perspectivas de análise micro da estrutura da atividade matemática em sala de aula. In: **Anais - V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM.** Petrópolis, 2012.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **The mathematical experience**. Viking Penguin Inc.: New York, 1981.

DOMINGUES, N. S.; HEITMANN, F. P.; SOBRINHO, G. L. A Vivências e pesquisas: compondo uma história das tecnologias em 20 anos de GPIMEM. In: BORBA, M.; CHIARI, A. (org.) **Tecnologias Digitais e Educação Matemática.** Livraria da Física. São Paulo, 2013.

ENGESTRÖM, Y. **Learning by expanding:** an activity-theoretical approach to developmental research. 1987 (Helsinki, Orienta-Konsultit). Versão online, disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm.> Último acesso 04/03/2011.

_____.**Activity theory and individual and social transformation**. Multidisciplinary Newsletter for Activity Theory, 7, 8: 14-15, 1991.

_____. **Learning by expanding**: ten years after. 1999a. Disponível em: < http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm.> Último acesso em 04/05/2009.

_____. Activity Theory and individual and social transformations. In: Y. ENGESTRÖM, R.MIETTINEN & R-L.PUNAMÃKI (Ed.) **Perspectives on Activity Theory**. Cambridge, Cambridge University Press, 1999b.

_____.Innovative learning in Work teams: analyzing the cycles of knowledge creation in practice. In: Y. ENGESTRÖM, R.MIETTINEN & R-L.PUNAMÃKI (Ed.) **Perspectives on Activity Theory**. Cambridge, Cambridge University Press, 1999c.

_____.**Changing practice through research:** Changing research through practice. Discurso programático na 7ª Annual Conference on Post - Compulsory Education and Training. Griffith University, Austrália, 1999d.

_____. **Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization**. Journal of Education and Work, Vol. 14, N1, 2001.

_____. Nom scolae sed vitae discimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: DANIELS, H. (Org.) **Uma introdução a Vygotsky**. São Paulo: Loyola, 2002.

_____.; MIETTINEN R. Introduction. In: Y. ENGESTRÖM, R.MIETTINEN & R-L.PUNAMÃKI (Ed.) **Perspectives on Activity Theory**. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

_____.; SANNINO, A. **Studies of expansive learning:** foundations, findings, and future challenges. Educational Research Review, v.5, p.1-24. doi: 10.1016/j. edurev.2009.12.002. Último acesso em 12/05/2013.

FIORENTINI, D; NACARATO, A. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** São Paulo - Musa Editora. Campinas, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

FREITAS, M.T.A. A formação de professores diante dos desafios da cibercultura. In: FREITAS, M.T. (Org.) . **Cibercultura e formação de professores**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

GADANIDIS, G.; NAMUKASA, I.; MOGHADDAM A. **Matemática-para-professores Online**: facilitando mudanças conceituais nas visões sobre matemática de professores do ensino elementar. BOLEMA - Boletim de Educação Matemática / UNESP. Ano 21- nº 29, 2008.

GIRALDO,V.; MURUCI, L. M. **Funções reais em ambientes de geometria dinâmica**. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.) Tecnologias e educação matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010.

GIANELLA, T. R. A **Teoria da Atividade como Abordagem Teórico-Metodológica para o desenvolvimento e Análise de um curso virtual para docentes universitários:** A Internet no Ensino Superior: Recursos e Aplicações. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Rio de Janeiro - NUTES. 2002, 234f.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 10ª Edição – Rio de Janeiro: Record, 2007.

GUERDES, P. **Da etnomatemática a arte-desing e matrizes cíclicas.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

GRACIAS, T. A. **A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática**. 2003, 165p. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2003.

HARDMAN, J. **Making sense of the meaning maker: tracking the object of activity in a computer-based mathematics lesson using activity theory**. International Journal of Education and Development using ICT- University of Cape Town, South Africa, 2007.

ILYENKOV, E. V. **Dialetical logic.** Essays on its History and Theory. Progress Publishers. Moscow, 1977.

JACCOUD, M ; MAYER, R. A observação direta e pesquisa qualitativa. In: POUPART, J. et al. **A Pesquisa Qualitativa:** enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis, RJ: Vozes. Tradução Ana Cristina Nasser, 2008.

KAPTELININ, V. **Activity theory: implications for human computer interacion.**1993. Disponível em:< http://www.comp.lleds.ac.uk/umuas/reading-group/kaptelinin-ch5.pdf. > Último acesso em 15/10/2010.

_____. **The object of activity:** Making sense of the sense-maker. Mind, Culture, and activity. An International Journal. California, 2005.

KAPUT, J. Technology and mathematics education. In: GROUWS, D (Ed.). **A handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992.

KAWASAKI, T. F. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistências e mudanças na formação continuada de professores.** 2008, 212f. Tese (Doutorado em Conhecimento e Inclusão Social) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distancia.** Campinas: Papirus, 2003.

_____. **Educação e Tecnologias:** O novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Livros Horizonte, Lisboa, 1978.

_____. The Problem of Activity in Psychology. In: WERTSCH J.V., (Ed.) **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. M.E. Sharpe Inc., New York, 1981.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

_____. **A inteligência coletiva:** por uma antropologia do ciberespaço. São Paulo: Edições Loyola, 2000.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry. Londres:** Sage Publications. Lisboa - Portugal, Edições 70. 1985.

MAIA, M. C.; MEIRELES, F. S. **Educação a distância e o ensino superior no Brasil.** Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância. 2007. Disponível em <http://www.abed.org.br/congresso2004/por/htm/137-TC-D2.htm.> Último acesso em 01/01/2012.

MALHEIROS, A. P. **Educação Matemática Online: a elaboração de projetos de modelagem.** 2008, 178f. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2008.

MARCO, F. F. **Atividades computacionais na formação inicial do professor de matemática.** 2009, 221f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2009.

MATTAR, J. Interatividade e aprendizagem. In: LITTO, M.F; FORMIGA, M. M. M. **Educação a distância**: o estado da arte. São Paulo - SP. Pearson Education do Brasil, 2009.

MATEUS, E. F. **Atividade de Aprendizagem Colaborativa e Inovadora de Professores: ressignificando as fronteiras dos mundos universidade-escola.** 2005, 316f. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de PUC. São Paulo, 2005.

MELILLO, K. M. C. F. A. L. **Em um dia, professor no ensino presencial... Em outro, professor na modalidade a distância? Ações que constituem a atividade de ser professor na EaD/UAB.** 2011, 163f. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro preto.Ouro Preto, 2011.

MISKULIN, R. G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.) **Formação de professores de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas - SP. Mercado das letras 2003.

_____.; AMORIN, J.A; SILVA, M. R. C. As possibilidades pedagógicas do ambiente computacional TELEDUC na exploração, na disseminação e na representação de conceitos matemáticos. In: BARBOSA, R. M. (Org.) **Ambientes Virtuais de Aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

_____.; ROSA, M.; SILVA, M. R.; Comunidade de prática virtual: possíveis contribuições para a formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (Org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas-SP. Mercado das letras, 2009.

MORAN, J. E. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAM, J.E; MASETTO, M. T.; BEHRENS, MARIA APARECIDA. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MOURA, Manoel. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Rio Claro: Bolema, ano II, n.12, pp. 29-43. 1996.

_____. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2000.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. (Org.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

NACARATO, A .M.; GRANDO, R. C.; ELOY T. A. Processos formativos: compartilhando aprendizagens em geometria com diferentes mídias. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (Org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas-SP. Mercado das letras, 2009.

NÚÑEZ, I. **Activity Theory and the Utilization of the Activity System according to the Mathematics educational Community.** 2009. Versão online, disponível em: <http://www.educatejournal.org.> Último acesso em 11/10/2011.

PETERS, O. **A educação a distância em transição.** São Leopoldo: Unisinos, 2002.

PICCOLO, M. G. **Historicizando a teoria da atividade:** do embate ao debate. Psicologia e Sociedade; 24 (2), p. 283-292. [S.I.]. 2012.

PIRES, A.P. Sobre algumas questões epistemológicas de um metodologia geral para as ciências sociais. In: POUPART, J. et al. **A Pesquisa Qualitativa:** enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis, RJ: Vozes. Tradução Ana Cristina Nasser, 2008.

PONTE, J. P. **Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de professores:** que desafios? Revista Iberoamericana de Educacion. Septienbre/diciembre, n. 24, p. 63-90. Madrid, Espanha, 2000.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA,H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In: FIORENTINI, D. (Org.) **Formação de professores de**

matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das letras 2003.

RATNER, C. **Cultural Psychology:** Theory and Method. New York, Kluwer Academic/Plenum, 2002.

REGO, T. C. **Vygotsky:** uma perspectiva Histórico-Cultural da Educação. Petrópolis: Vozes, 2009.

RICHT, A. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais.** 2010, 241f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

ROSA, M.; MALTEMPI, M. V. A Construção do conhecimento matemático sobre integral: o movimento hipertextual em um curso utilizando o RPG online. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.) **Tecnologias e educação matemática:** ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem:** o caso da geometria euclidiana espacial. 2006,135f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2006.

SANTOS, E. Educação Online para além da EAD: um fenômeno da cibercultura. In:SILVA, M.; PESCE, L.; ZUIN, A.; (Org.). **Educação Online:** cenário, formação e questões didático-metodológicas. Rio de Janeiro: Wak ed. 2010.

SAVIANI, D. **Do Senso Comum à Consciência Filosófica.** São Paulo: Cortez, 1985.

SELVA, A.; BORBA, R. E. S. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SCHLEMMER, E. Metodologias para educação a distância no contexto da formação de comunidades virtuais de aprendizagem. In: BARBOSA, R. M. (Org.) **Ambientes virtuais de aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed. 2005.

SILVA, M. Apresentação. In: SILVA, M. **Educação Online.** 2ª edição - São Paulo - SP. Edições Loyola, 2006.

SILVA, M.; PESCE, L.; ZUIN, A.; (Org.) **Educação Online:** cenário, formação e questões didático-metodológicas. Rio de Janeiro: Wak ed. 2010.

SILVA, D. S. **A constituição docente em Matemática a Distância:** entre saberes, experiências e narrativas. 2010, 278f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2010.

SOARES, D. S. **Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia:** qual o papel do software? 2012, 341f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SOUTO, D. L. P. Atividades Humanas Mediadas pela Internet. In: **Anais - XIV EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática.** Campo Grande, 2010.

_____.Formação Continuada Online de Professores de matemática: Aspectos Relativos ao Design Emergente de uma Pesquisa. In: **Anais - XV EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática.** Campina Grande, 2011.

_____.**Atividades humanas mediadas pela internet:** um olhar através da teoria da atividade e do construto teórico seres-humanos-com-mídias. Seminário Obrigatório do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Rio Claro, 2011a.

_____. Matemática Online e Pensamento Coletivo: uma abordagem expansiva para Análise de dados. In: **Anais - XVI EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**. Canoas, 2012.

_____. Mídias: artefatos e/ou objeto? In: **Anais - XVI Conferência GPIMEM:** 20 anos Tecnologias Digitais em Educação Matemática. Rio Claro, 2013.

_____.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a Teoria da Atividade. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Org.) **Tecnologias Digitais e Educação Matemática.** Livraria da Física, São Paulo, 2013.

_____.; BORBA M. C. Transformações Expansivas e Tarefas Matemáticas em um Universo que envolve Seres-Humanos-Com-Mídias. In: **Anais - I Congresso Internacional sobre a Teoria Histórico-Cultural e 11ª Jornada do Núcleo de Ensino de Marília.** Marília: Oficina Universitária, v. 1. p. 1-15 2012.

_____.; BORBA, M. C. Miniciclo de aprendizagem expansiva em sistema seres-humanos-com-mídias e o fazer matemática online. In: **Anais - Educação Matemática:** retrospectivas e perspectivas. XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.

TARDIF, M.; **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TOMAZ, V.S; DAVID M. M. M .S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

TRACTENBERG, L.; BARBASTEFANO, R., STRUCHINER, M. **Ensino colaborativo Online (ECO):** uma experiência aplicada ao ensino da Matemática. BOLEMA, V. 23, nº 27. Rio Claro, 2010.

TIKHOMIROV, O.K; The psycological consequences of the computerization. In: WERSTCH, J. **The concepto f activity in soviet psychology**. New York: Sharp, 1981.

THORNE, S. L. **Epistemology, politics, and ethics in sociocultural theory.** The modern Language Journal 89: 393-408. [S.I.], 2005.

VALENTE, J. A. **O computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas: Nied -Unicamp, 1999.

_____. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. (ed.) **Tecnologia no Ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo Editora, 2002.

_____. Criando Ambientes de Aprendizagem Via Rede Telemática: Experiências na Formação de Professores para o uso da Informática. Campinas: In: **Formação de educadores para o uso da informática na escola**. Cap. 1, p. 1-19. UNICAMP/NIED, 2003.

_____. Aprendizagem pro computador sem ligação à rede. In: LITTO, M.F; FORMIGA, M. M. M. **Educação a distância:** o estado da arte. São Paulo - SP. Pearson Education do Brasil. 2009.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas.** 1999, 402f. Tese (Doutorado em Educação

Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

VILLARREAL, M.; BORBA, M.C.; **Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and ... notebooks throughout 100 years of ICMI.** ZDM Mathematics Educations, V. 42: p.49-62, Berlin, 2010.

VYGOTSKY, L. S. Mind in society: **The development of higher psychological processes.** Cambridge, MA: Harvard University, 1978.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. **Manuscrito de 1929.** Educação e Sociedade. Campinas, Cedes n. 71, 2000.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica:** suas características e perspectivas. 2002, 116f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

_____.**A natureza da Aprendizagem Matemática em um Ambiente online de Formação Continuada de Professores.** 2007, 146f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

_____. Aprendizagem matemática colaborativa em um curso online de formação continuada de professores. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.) **Tecnologias e educação matemática:** ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010.

APÊNCIE A - Minitutorial GeoGebra

O* Software *GeoGebra

O GeoGebra é um *software* de Matemática dinâmica, gratuito e tem uma interface muito amigável.

1. Instalação

Para utilizar o GeoGebra você pode fazer a instalação em seu computador, ou apenas acessar um applet funcional, sem que nada seja instalado. Em ambos os casos primeiramente é necessário acessar www.geogebra.org, selecione Download (fig.1). Escolha a opção mais apropriada para o seu caso.

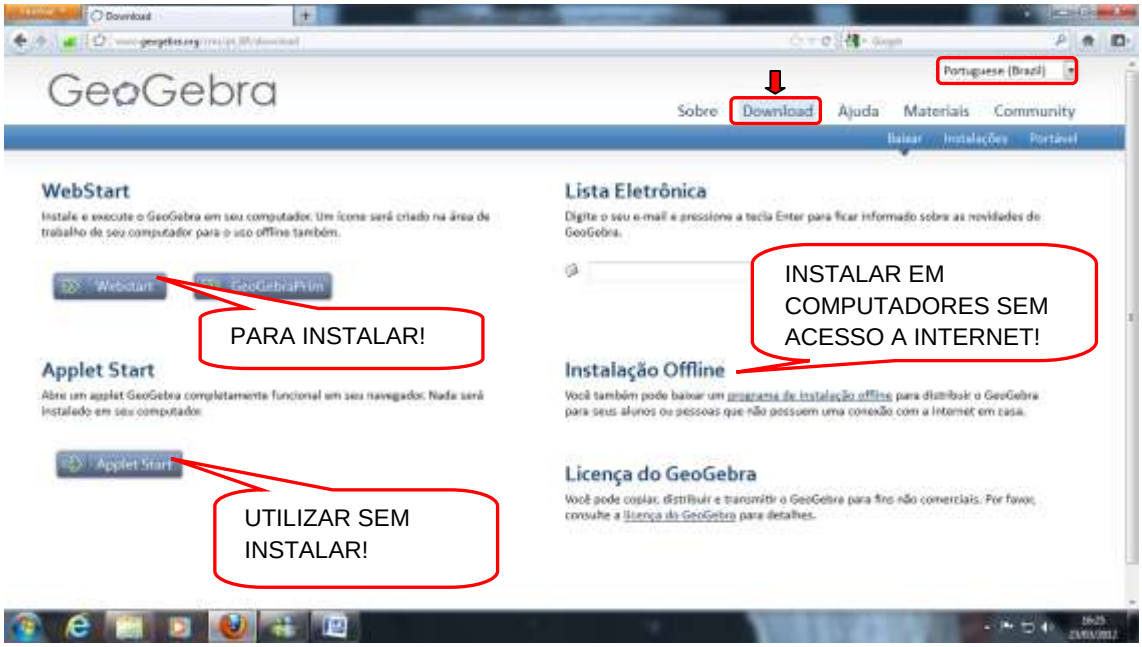


Figura 1 - Página de acesso para download do GeoGebra.

Caso você queira distribuir aos seus alunos ou instalar em computadores que não tenham acesso a internet. Selecione a opção **Instalação Offline** (fig.1) então você será redirecionado para a janela a seguir (fig. 2), e então basta clicar no programa de instalação adequado ao sistema operacional do computador.

Figura 2 - Página de acesso para download do GeoGebra (versão *offline*)

IMPORTANTE!

É necessário ter o JAVA instalado em seu computador. Caso não tenha acesse ***http://www.java.com/pt_BR/download/*** *e faça o download.*

2. Iniciar o trabalho

O GeoGebra permite o desenvolvimento de problemas que combinem procedimentos algébricos e geométricos, que na prática resulta em duas janelas que aparecem lado a lado. Uma de visualização dos objetos geométricos (janela de visualização) e a outra onde ficam anotadas as informações algébricas dos objetos (janela de álgebra).

A janela de álgebra pode ser ocultada, assim como os eixos na área de trabalho, como destacado na figura 3.

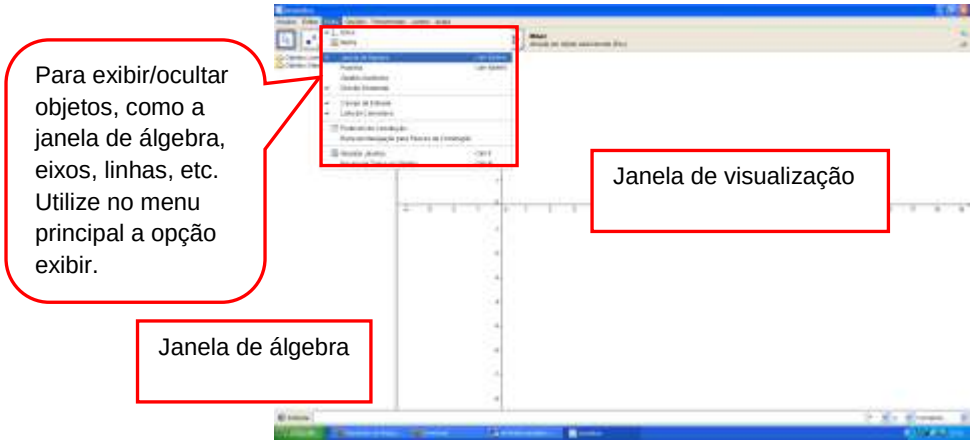


Figura 3 - Interface inicial do GeoGebra

2.1 Barra de ferramentas

Na barra de ferramentas você encontra os ícones com os comandos disponíveis.

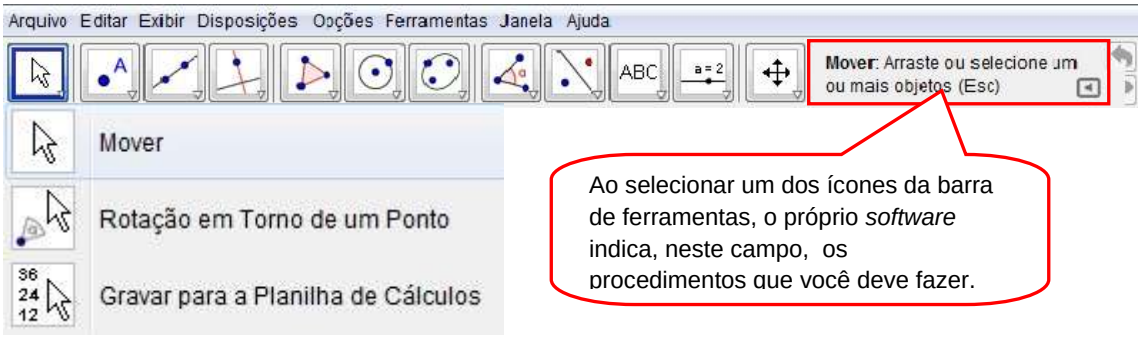


Figura 4 - Barra de ferramentas

A utilização das ferramentas do Geogebra é bastante simples, a seguir passaremos a explicação da função de ícone. Mas é preciso ficar atento as cores dos objetos, pois elas têm um significado:

AZUL ESCURO: São os objetos que podem ser movidos para qualquer lugar. (livres)

AZUL CLARO: São objetos vinculados a outro objeto. (livres)

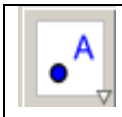
PRETO: A sua existência depende da existência de outros objetos, somente alguns podem ser movidos. (dependentes)

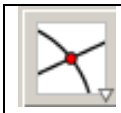
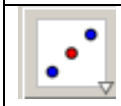
Na figura 4 temos em destaque a barra de ferramentas, cujas ferramentas são utilizadas para realizar as construções. Logo abaixo estão ilustrados todos os ícones da barra de ferramentas e suas respectivas funções.

1º – Apontador

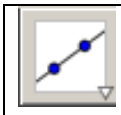
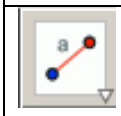
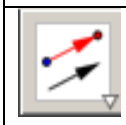
	Mover (arrasta e seleciona objetos)
	Girar em torno de um ponto

2º – Pontos

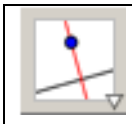
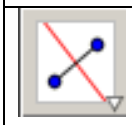
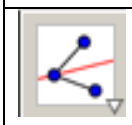
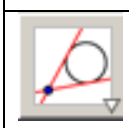
	Novo ponto

	Intersecção de dois objetos
	Ponto médio ou centro

3º - Linhas

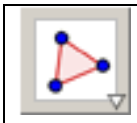
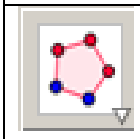
	Reta definida por dois pontos
	Segmento definido por dois pontos
	Segmento com dado comprimento a partir de um ponto
	Semi-reta definida por dois pontos
	Vetor definido por dois pontos
	Vetor a partir de um ponto

4º – Construções

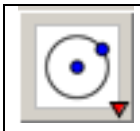
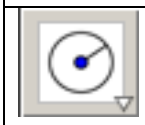
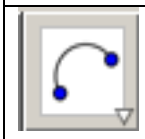
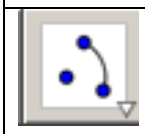
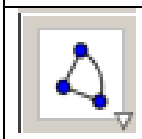
	Reta perpendicular
	Reta paralela
	Mediatriz
	Bissetriz
	Tangentes

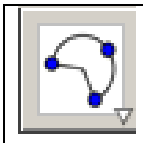
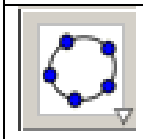
	Reta polar ou diametral
	Lugar geométrico

5º – Figuras planas

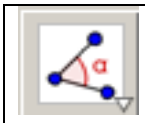
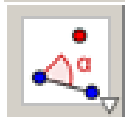
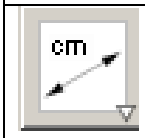
	Polígono
	Polígono regular

6º – Curvas

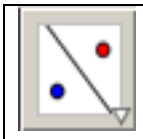
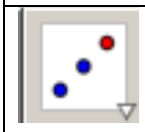
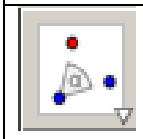
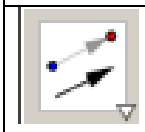
	Círculo definido pelo centro e um de seus pontos
	Círculo dado centro e raio
	Círculo definido por três pontos
	Semicírculo dado dois pontos
	Arco circular dados o centro e dois pontos
	Arco circumcircular dados três pontos
	Setor circular dado o centro e dois pontos

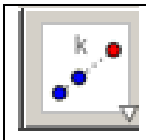
	Setor circumcircular dados três pontos
	Cônica definida por cinco pontos

7º – Medidas

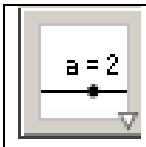
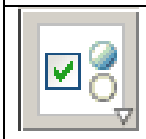
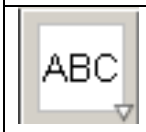
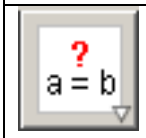
	Ângulo
	Ângulo com amplitude fixa
	Distância ou comprimento
	Área
	Inclinação

8º – Transformações

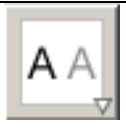
	Reflexão com relação a uma reta
	Reflexão com relação a um ponto
	Girar em torno de um ponto por um ângulo
	Transladar por um vetor

	Ampliar ou reduzir objeto a partir de um ponto por um determinado fator

9º – Afixar

	Seletor
	Ativar caixa para exibir/esconder objeto
	Inserir texto
	Inserir imagem
	Relação entre dois objetos

10º – Aspecto -

	Deslocar eixos
	Ampliar
	Reduzir
	Exibir/esconder objeto
	Exibir/esconder rótulo

	Copiar estilo visual
	Apagar objetos

2.2 Exemplo: Inserir um ponto

Selecione o ícone clique sobre a área de trabalho onde deseja inserir o ponto. Se preferir você pode digitar as coordenadas do ponto no campo de entrada.

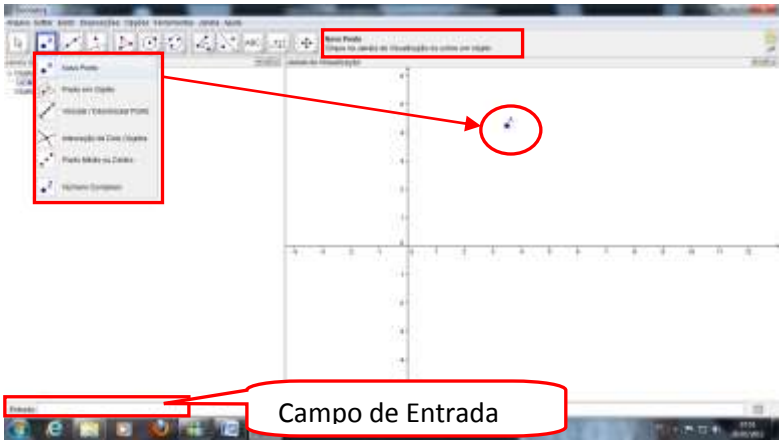


Figura 5 - Exemplo: inserir um ponto

2.3 Agora é sua vez!

Para realizar as construções a seguir feche a janela algébrica clicando sobre ela no X localizado no canto superior direito. Em seguida, clique sobre o menu Exibir e desmarque também a opção eixos.

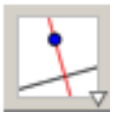
Ponto

1) Clique sobre o ícone na barra de ferramenta e depois na área de trabalho.
2) Com o botão direito do mouse clique sobre o ponto, renomeie este ponto, mude sua cor e espessura.
3) Clique novamente com o botão direito do mouse sobre o ponto e selecione a opção arrastar.
4) Clique sobre o ícone e depois arraste o seu ponto.

Reta

1) Clique sobre a seta no canto inferior direito do ícone surgirão várias opções para a construção de retas. Selecione a primeira e contrua uma reta na área de trabalho. Nomeie esta reta, mude sua cor.

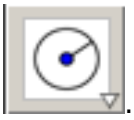
Retas perpendiculares

1) Na área de trabalho construa uma reta e um ponto fora da reta.
2) Selecione o ícone  clique sobre a reta e depois sobre o ponto.

Círculo, dados o centro e o raio (a)

1) Clique sobre a seta no canto inferior direito do ícone surgirão várias opções para a construção. Selecione o ícone .
2) Clicando na área de trabalho aaprecerá uma janela onde vc deverá colocar a medida do raio, coloque uma medida qualquer.

Círculo, dados o centro e o raio (b)

1) Construa um segmento de reta AB.
2) Selecione o ícone  .
3) Clicando na área de trabalho aaprecerá uma janela onde vc deverá colocar a medida do raio, digite *distância[A,B].*

Por enquanto é isso pessoal!

Bom trabalho!!!!

APÊNDICE B - Proposta de estudo das cônicas

Estudo da parábola

1ª Parte

1º Passo: Crie uma reta *d*, depois crie um ponto F fora da reta *d*.

2º Passo: Crie um ponto A na reta d e por esse ponto passe uma reta perpendicular a.

3º Passo: Construa a mediatriz m, entre os pontos F e A, e na intersecção da mediatriz m com a perpendicular a marque o ponto P.

4º Passo: Com o botão direito do mouse clique no ponto P, e na janela que aparecer clique em *Habilitar rastro*.

5º Passo: Selecione a ferramenta *Mover*, clique sobre o ponto A, segure e arraste. Observe o rastro do ponto P.

a) O que acontece quando você move o ponto A?
b) O que podemos afirmar com relação aos pontos A, F, e P?
c) No menu *Exibir*, habilite a *janela algébrica*. Mova novamente o ponto A e descreva o que ocorre nessa janela.

2ª Parte

6º Passo: Da mesma maneira que foi feito para habilitar o rastro do ponto P, agora desabilite esse rastro. Com a ferramenta *Lugar Geométrico* clique no ponto P e depois no ponto A, nessa ordem.

7º Passo: Com o botão direito do mouse clique na reta mediatriz e desmarque a opção *Exibir Objeto*. Repita esse passo com a reta perpendicular.

8º Passo: Com a ferramenta *segmento definido por Dois Pontos*, crie o segmento $\overline{PF}$ e $\overline{PA}$.

9º Passo: Arraste o ponto A.

d) O que representam os segmentos $\overline{PF}$ e $\overline{PA}$? Justifique sua resposta.
e) Observe e descreva o que ocorre na janela algébrica.

3ª Parte

Considere a equação $x^2 = 2py$:

10º Passo: Em um arquivo novo clique no campo de entrada, na parte inferior da tela, e coloque um parâmetro, por exemplo, $p = 2$ e tecle *Enter*.

11º Passo: Introduza a equação $x^2 = 2py$ no campo da entrada algébrica.

12º Passo: Com o botão direito do mouse clique no parâmetro $p = 2$, clique na opção *Propriedades* e coloque o valor do parâmetro que desejar.

f) O que ocorre com a equação e o gráfico quando redefinimos o valor do parâmetro?

g) Em um arquivo novo siga os mesmos passos dessa 3ª parte utilizando a equação $y^2 = 2px$, observe e descreva o que acontece.

h) Na entrada algébrica coloque um parâmetro $p = 1$, introduza a equação $x^2 = 2py$, faça as seguintes variações utilizando $p = 3, p = 5, p = 19, p = 33, p = -3, p = -6, p = -17, p = -35, p = -3/4, p = 1/2, p = -5/4$ observe o comportamento dos gráficos e descreva-o a seguir para cada situação.

i) Na entrada algébrica coloque um parâmetro $p = 1$, introduza a equação $y^2 = 2px$, descreva como o gráfico está representado na tela, faça variações utilizando os valores abaixo para o parâmetro p:

$p = 4, p = 8, p = 15, p = 29, p = -2, p = -4, p = -9, p = -27, p = 7/8, p = -9/4$

observe o comportamento dos gráficos e descreva-o a seguir para cada situação.

j) Dada a equação $y^2 = -8x$, trace o gráfico, determine suas coordenadas do foco e a equação da diretriz.

4ª Parte

Também podemos trabalhar com as equações da parábola obtidas através do processo de translações de eixo. Trabalhando com a equação $(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$.

13º passo: Na entrada algébrica introduza um parâmetro, por exemplo, $p = 1$ ao apertarmos *enter* no teclado esse parâmetro, aparece na janela algébrica como objeto livre.

14º passo: Na entrada algébrica introduzimos agora uma equação, neste caso utilizaremos: $(x-2)^2 = 2p(y-3)$.

Agora é sua vez!

15º passo: Na entrada algébrica introduza um parâmetro, $p =$ _____ ao clicar *enter* esse parâmetro, aparece na janela algébrica como objeto livre.

16º passo: Na entrada algébrica introduza agora uma equação, $(y - ___)^2 = 2p(x - _____)$, onde as coordenadas $(x_0, y_0) = (__, __)$ correspondem ao o vértice da parábola.

Apresente ao grupo o gráfico plotado. Teste outras possibilidades de variação dos parâmetros. Anote suas conclusões e compartilhe com todos os colegas.

5ª Parte

Vamos agora construir, experimentar, realizar outras análises e produzir uma atividade para se aplicada em sala de aula. Recomendamos que esta atividade também seja elaborada pelo grupo ou no mínimo em dupla. Esta atividade deverá ser enviada por e-mail até o dia 26/05 e será disponibilizada para todos. É importante que seja bem detalhada, como se vocês estivessem planejando uma aula.

6ª Parte

Faça um relato individual das dificuldades encontradas para realizar cada uma das atividades propostas até aqui, e descreva as alternativas que você encontrou para superá-las. Se contou com a ajuda de outras pessoas, de outras mídias... Este relatório deve ser postado no seu portifólio na ambiente Tidia-ae.

Estudo da Hipérbole

1 ª Parte

1º Passo: Crie um ponto A e um ponto B na área de trabalho, por esses pontos construa uma reta na posição horizontal. Crie um ponto C nessa reta de forma que esse ponto não fique entre os pontos A

e B. Agora crie dois pontos F_1 e F_2 que não pertençam à reta, e a distância entre esses pontos deve ser maior que a distância entre o ponto A e o ponto B.

2º Passo: Utilizando a ferramenta *Círculo dados centro e raio*, clique no ponto F_1 que será definido como centro da circunferência, logo após definir o centro da circunferência aparecerá uma janela pedindo para determinar o raio, nessa janela digite "*distância[A,C]",* então surgirá na tela uma circunferência de centro F_1 e raio $\overline{AC}$. Clique depois no ponto F_2 e, da mesma forma, determine o raio digitando "*distância[B,C]"*, assim surgirá uma circunferência de centro F_2 e raio $\overline{BC}$.

3º Passo: Nas interseções das circunferências crie os pontos P e P', em seguida clique com o botão direito do mouse nas circunferências e desmarque a opção *Exibir Objeto.* Agora clique nos pontos P e P' com o botão direito do mouse e marque a opção *Habilitar Rastro,* com a ferramenta *Mover* clique no ponto C e o arraste.

a) O que acontece quando você move o ponto C?
b) No menu *Exibir*, habilite a janela algébrica. Mova novamente o ponto C e descreva o que ocorre nessa janela.

4º Passo: Desabilite o rastro dos pontos P e P', com a ferramenta *Lugar Geométrico* clique no ponto P em seguida no ponto C e surgirá o lugar geométrico definido pelo ponto P, depois clique no ponto P' em seguida no ponto C e surgirá o lugar geométrico definido pelo ponto P'. Agora com a ferramenta *Cônica Definida por Cinco Pontos* marque cinco pontos no lugar geométrico definido por P e P'.

c) O que você afirmar sobre a construção?

2ª Parte

5º Passo: Selecione no menu *Exibir* a opção *Janela de álgebra*.

6º Passo: Com a ferramenta *Segmento definido por Dois Pontos* crie o segmento $\overline{PF_1}$ e $\overline{PF_2}$.

7º Passo: Na entrada algébrica digite "*abs( )*" e dentro dos parênteses coloque o rótulo que indica a diferença dos comprimentos dos segmentos. Por exemplo, se os rótulos dos segmentos forem *a* e *b* digitamos na entrada algébrica da seguinte forma "*abs(a-b)*".

8º Passo: Arraste o ponto C e veja o que acontece.

d) Observe e descreva as relações entre as variações nos comprimentos dos segmentos.

e) O que podemos afirmar com relação ao valor da diferença absoluta dos comprimentos dos segmentos.

3ª Parte

Considere a equação $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$:

9º Passo: Em um arquivo novo crie os parâmetros utilizando a entrada algébrica, por exemplo, $a=2$ e $b=3$.

10º Passo: Agora introduzimos a equação $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ no campo de entrada algébrica.

11º Passo: Para poder redefinir os parâmetros clique com o botão direito do mouse, no parâmetro que se deseja modificar, clique em *Propriedades* e coloque o valor do parâmetro que desejar.

f) O que ocorre com a equação e o gráfico quando redefinimos o valor dos parâmetros?

g) Na janela algébrica coloque o parâmetro $a=2$ e $b=1$, introduza a equação $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, faça as seguintes variações e observe o comportamento do gráfico em cada situação e descreva-os. a) $a=2.5$ e $b=1$ b) $a=3/2$ e $b=1$ c) $a=5$ e $b=2$ d) $a=-4$ e $b=-2$ e) $a=3.5$ e $b=-5/2$

h) Na janela algébrica coloque o parâmetro $a=2$ e $b=1$, introduza a equação $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$, faça as seguintes variações e observe o comportamento do gráfico em cada situação e descreva-os. a) $a=4$ e $b=3$ b) $a=-1.75$ e $b=1$ c) $a=-6$ e $b=5/2$ d) $a=7.25$ e $b=5.75$ e) $a=10$ e $b=5$

4ª Parte

Também podemos trabalhar com as equações da hipérbole obtidas através do processo de translações de eixo. Trabalhando com a equação $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}-\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$:

9º Passo: Como vimos anteriormente introduziremos primeiro os parâmetros para que possamos fazer as variações. Vamos colocar, por exemplo, $a = 2$ e $b = 1$, para podermos fazer as variações nas coordenadas do centro da hipérbole precisamos chamar x_0 e y_0 de outras incógnitas, por exemplo, $x_0 = c$, então damos um valor para c, $y_0 = d$, então damos um valor para d logo a equação ficará $\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1$.

10º Passo: Colocado os valores dos parâmetros damos um Enter e eles irão para a janela de álgebra como objetos livres. Agora na entrada algébrica colocamos a equação $\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1$.

i) Determine o centro, os eixos e os focos da hipérbole $\frac{(x-2)^2}{9^2} - \frac{(y-2)^2}{7^2} = 1$

5ª Parte

Vamos agora construir, experimentar, realizar outras análises e produzir uma atividade para se aplicada em sala de aula. Recomendamos que esta atividade também seja elaborada pelo grupo ou no mínimo em dupla. Esta atividade deverá ser enviada por e-mail até o dia 26/05 e será disponibilizada para todos. É importante que seja bem detalhada, como se vocês estivessem planejando uma aula.

6ª Parte

Faça um relato individual das dificuldades encontradas para realizar cada uma das atividades propostas até aqui, e descreva as alternativas que você encontrou para superá-las. Se contou com a ajuda de outras pessoas, de outras mídias... Este relatório deve ser postado no seu portifólio na ambiente Tidia-ae.

Estudo da Elipse

1 ª Parte

1º Passo: Crie um segmento $\overline{AB}$ e sobre o segmento crie um ponto C. Depois crie os pontos F_1 e F_2 fora do segmento, sendo que a distância entre os pontos F_1 e F_2 seja menor que o tamanho do segmento $\overline{AB}$.

2º Passo: Utilizando a ferramenta *Círculo dados centro e raio*, clique no ponto F_1 que será definido como centro da circunferência, logo após definir o centro da circunferência aparecerá uma janela pedindo para determinar o raio, nessa janela digite "*distância[A,C]",* então surgirá na tela uma circunferência de centro F_1 e raio $\overline{AC}$. Clique depois no ponto F_2 e, da mesma forma, determine o raio digitando "*distância[C,B]"*, assim surgirá uma circunferência de centro F_2 e raio $\overline{CB}$.

3º Passo: Nas interseções das circunferências crie os pontos P e P', em seguida clique com o botão direito do mouse nas circunferências e desmarque a opção *Exibir Objeto*. Agora clique nos pontos P e P' com o botão direito do mouse e marque a opção *Habilitar Rastro,* com a ferramenta *Mover* clique no ponto C e o arraste.

a) O que acontece quando você move o ponto C?
b) No menu *Exibir*, habilite a janela algébrica. Mova novamente o ponto C e descreva o que ocorre nessa janela.

4º Passo: Desabilite o rastro dos pontos P e P', com a ferramenta *Lugar Geométrico* clique no ponto P em seguida no ponto C e surgirá o lugar geométrico definido pelo ponto P, depois clique no ponto P' em seguida no ponto C e surgirá o lugar geométrico definido pelo ponto P'. Agora com a ferramenta *Cônica Definida por Cinco Pontos* construa cinco pontos nos lugares geométricos definidos por P e P'.

c) O que você afirmar sobre a construção?

2ª Parte

5º Passo: Selecione no menu *Exibir* a opção *Janela de álgebra*. Com a ferramenta *Segmento definido por Dois Pontos* marque cinco pontos no lugar geométrico definido por P e P' e crie o segmento $\overline{PF_1}$ e $\overline{PF_2}$ as medidas dos segmentos apareceram na janela de álgebra. Com a ferramenta *Mover* clique no ponto C e movimente-o.

d) Observe e descreva as relações entre as variações nos comprimentos dos segmentos.

3 ª Parte

Considere a equação $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$:

6º Passo: Em um arquivo novo clique no campo de entrada entre com os parâmetros, por exemplo, $a=2$ e $b=1$.

7º Passo: Introduza a equação $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ no campo de entrada algébrica.

8º Passo: Redefina os parâmetros.

e) O que acontece com a equação e o gráfico quando redefinimos os valores dos parâmetros?

f) Na janela algébrica coloque o parâmetro $a=2$ e $b=1$, introduza a equação $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, faça as seguintes variações e observe o comportamento do gráfico em cada situação e descreva-os.

a) $a=2.5$ e $b=1$ b) $a=3/2$ e $b=1$ c) $a=5$ e $b=2$ d) $a=-4$ e $b=-2$

e) $a=3.5$ e $b=-5/2$

g) Na janela algébrica coloque o parâmetro $a=2$ e $b=1$, introduza a equação $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$, faça as seguintes variações e observe o comportamento do gráfico em cada situação e descreva-os.

a) $a=4$ e $b=3$ b) $a=-1.75$ e $b=1$ c) $a=-6$ e $b=5/2$ d) $a=7.25$ e $b=5.75$

e) $a=10$ e $b=5$

h) Determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6.

i) Determine o centro, os eixos e os focos da elipse $9x^2+4y^2=36$.

4ª Parte

Também podemos trabalhar com as equações da elipse obtidas através do processo de translações de eixo. Trabalhando com a equação $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$:

12º Passo: Como vimos anteriormente introduziremos primeiro os parâmetros para que possamos fazer as variações. Vamos colocar, por exemplo, $a=2$ e $b=1$, para podermos fazer as variações nas coordenadas do centro da elipse precisamos chamar x_0 e y_0 de outras incógnitas, por exemplo, $x_0=c$, então damos um valor para c, $y_0=d$, então damos um valor para d logo a equação ficará $\frac{(x-c)^2}{a^2}+\frac{(y-d)^2}{b^2}=1.$

13º Passo: Colocado os valores dos parâmetros damos um *enter* e eles irão para a janela de álgebra como objetos livres. Agora na entrada algébrica colocamos a equação $\frac{(x-c)^2}{a^2}+\frac{(y-d)^2}{b^2}=1.$

5ª Parte

Vamos agora construir, experimentar, realizar outras análises e produzir uma atividade para se aplicada em sala de aula. Recomendamos que esta atividade também seja elaborada pelo grupo ou no mínimo em dupla. Esta atividade deverá ser enviada por e-mail até o dia 26/05 e será disponibilizada para todos. É importante que seja bem detalhada, como se vocês estivessem planejando uma aula.

6ª Parte

Faça um relato individual das dificuldades encontradas para realizar cada uma das atividades propostas até aqui, e descreva as alternativas que você encontrou para superá-las. Se contou com a ajuda de outras pessoas, de outras mídias... Este relatório deve ser postado no seu portifólio na ambiente Tidia-ae.

APÊNDICE C - As propostas - 2010 e 2011

Curso em EAD -2010

Tendências em Educação Matemática

Descrição	Dados
Ano base	2009
Campus	Rio Claro
Unidade	IGCE
Origem da proposta	Departamento da Matemática
Título do Curso	Tendências em Educação Matemática
Tipo do Curso	Extensão (30h < 180h)
Grande área	Ciências Humanas
Linha Programática 1	Educação a Distância
Linha Programática 2	Educação a Distância
Área Temática 1	Educação
Área Temática 2	Educação
Palavras-chave	Educação Matemática, comunidade virtual
Docente(s) responsável	Prof.Dr.Marcelo de Carvalho Borba
Docente(s) colaboradores	*Prof.Dr.Marcus Vinicius Maltempi*, Títulação: Doutor em Engenharia Elétrica e-mail: maltempi@rc.unesp.br Telefone: (19) 35341511 Ramal: 211 *Prof.Ms.Orlando de Andrade Figueiredo* Titulação: Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional e-mail: orlandoaf@gmail.com Telefone: (19) 35341511 Ramal: 224
Servidore(s) Técnico-administrativos	Geraldo Aparecido Lima Sobrinho
Os docentes envolvidos terão algum tipo de remuneração	Não
Número total de vagas	20
Número total de vagas gratuitas	2
Local de inscrição	Administração IGCE ou Via Correio Seção de Finanças da UNESP – Rua av. 24 - A – Rio Claro, SP – CRP 13.500-230 Obs. A ficha de inscrição deve solicitar Nome, Endereço, Telefone, Endereço Eletrônico (e-mail) e foto 3x4.
Período da inscrição	De 01/03/10 a 15/03/10
Taxa de inscrição	R$100,00
Local de realização/plataforma de EaD a ser utilizada	A plataforma EaD a ser utilizada é TIDIA-Ae, Programa Tecnologia da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado de São Paulo. Este ambiente será utilizado na UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo, Programa de Expansão do Ensino Superior Público no Estado de São Paulo
Carga horária total	32 horas

Objetivos do Curso	• Capacitar professores a discutir criticamente algumas das Tendências em Educação Matemática. • Habilitar os professores a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática.
Justificativa	A internet penetra diversos domínios de nossa vida. O professor de matemática situado em diversos locais do país, nem sempre tem acesso a centros de Educação Matemática como a UNESP, Rio Claro. Assim desde 1999, o GPIMEM já ofereceu nove cursos à distância para professores de todo o país e da América do Sul. Essa será a décima versão do curso, sempre com bibliografia atualizada e diferentes plataformas de Ensino a Distância. Neste ano iremos utilizar a plataforma TIDIA-Ae, a ser utilizada pela UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo
Conteúdo programático	• *1ª Semana: de 01/04 à 07/04 –* Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas • *2ª Semana: de 08/04 à 14/04* - Educação a Distância online • *3ª Semana: de 15/04 à 21/04* - Investigações em sala de aula • *4ª Semana: de 22/04 à 28/04 –* Fórum "Geogebra e Geometria Analítica" • *5ª Semana: de 29/04 à 05/05* Discussão das atividades de Geometria Analítica no Geogebra • *6ª Semana: de 06/05 à 12/05* Fórum "A prática docente e o uso de softwares educativos" • *7ª Semana: de 13/05 à 19/05* A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar • *8ª Semana: de 20/05 à 26/05* . Interdisciplinaridade e Educação matemática
Período de realização e cronograma do curso	De 01 de abril a 26 de maio de 2010, das 19h às 21h (quintas-feiras), 16 horas síncronas e outras 16 assíncronas através de participações em fóruns e discussões trabalhos, leituras
Metodologia	Leituras e debates, síncronos ou assíncronos

Material didático a ser utilizado	Textos Online, Livros e Internet (enquanto Banco de Dados)
Critério de avaliação	Pelas normas da UNESP, em um curso de extensão, o critério para um aluno ser "Aprovado" ou "Reprovado" é apenas a freqüência. Assim, quem obtiver 70% de presença será aprovado e receberá certificado.
Bibliografia	ZULATTO, R.B.A.; **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica:** suas características e perspectivas. 2002. Dissertação (mestrado em educação matemática) – IGCE – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro. BORBA, M.C.; MALHEIROS, A.P.S; ZULATTO, R.B.A. **Educação a distância *online***. 2ª edição – Belo Horizonte: Autêntica, 2008. PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações em sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Tendências em educação matemática). MOREIRA, P. C.; DAVID, M.M.M.S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.** São Paulo: Autêntica, 2005. (Tendências em educação matemática). TOMAZ, V.S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008. (Tendências em educação matemática).
Perfil dos candidatos ao curso	Graduados, em sua maioria em Matemática
Condições para a Inscrição (pré-requisitos)	Ser professor formado, portador de diploma de nível superior, possuir e-mail próprio, ter acesso a Internet, ter horário disponível para as interações síncronas e assíncronas, ter noções básicas de informática.
Executores	IGCE – UNESP – Departamento de Matemática, Rio Claro, SP. Prof.Dr. Marcelo de Carvalho Borba (8h/semana) Prof.Dr. Marcus Vinicius Maltempi (1h/semana) Prof. Ms. Orlando de Andrade Figueiredo(1h/semana) Monitora: Daise Lago Pereira Souto
Recursos Humanos	-

Recursos Materiais	Computadores, ligação com a Internet, Cartuchos, Papel
Hospedagem / alimentação	-
Transporte	-
Bolsas e auxílios	2 bolsas
Recursos obtidos	Inscrições R$ 1800,00
Resultados previstos	• Capacitar professores a discutir criticamente algumas das Tendências em Educação Matemática. • Habilitar os professores a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática.
E-mail do docente responsável	mborba@ms.rc.unesp.br

Curso em EAD -2011

Tendências em Educação Matemática

Descrição	Dados
Ano base	2010
Campus	Rio Claro
Unidade	IGCE
Origem da proposta	Departamento da Matemática
Título do Curso	Tendências em Educação Matemática
Tipo do Curso	Extensão (30h < 180h)
Grande área	Ciências Humanas
Linha Programática 1	Educação a Distância
Linha Programática 2	Educação a Distância
Área Temática 1	Educação
Área Temática 2	Educação
Palavras-chave	Educação Matemática, comunidade virtual
Docente(s) responsável	Prof.Dr.Marcelo de Carvalho Borba
Docente(s) colaboradores	*Prof.Dr.Marcus Vinicius Maltempi*, Título: Doutor em Engenharia Elétrica e-mail: maltempi@rc.unesp.br Telefone: (19) 35341511 Ramal: 211 *Prof.Ms.Orlando de Andrade Figueiredo* Titulação: Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional e-mail: orlandoaf@gmail.com Telefone: (19) 35341511 Ramal: 224
Servidore(s) Técnico-administrativos	Geraldo Aparecido Lima Sobrinho
Os docentes envolvidos terão algum tipo de remuneração	Não
Número total de vagas	20
Número total de vagas gratuitas	2
Local de inscrição	Administração IGCE ou Via Correio Seção de Finanças da UNESP – AV 24A, 1515–

	Rio Claro, SP – CRP 13.500-230 Obs. A ficha de inscrição deve solicitar Nome, Endereço, Telefone, Endereço Eletrônico (e-mail) e foto 3x4.
Período da inscrição	De 08/02/10 a 22 /02/10
Taxa de inscrição	R$100,00
Local de realização/plataforma de EaD a ser utilizada	A plataforma EaD a ser utilizada é TIDIA-Ae, Programa Tecnologia da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado de São Paulo. Este ambiente será utilizado na UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo, Programa de Expansão do Ensino Superior Público no Estado de São Paulo
Carga horária total	32 horas
Objetivos do Curso	• Capacitar professores a discutir criticamente algumas das Tendências em Educação Matemática. • Habilitar os professores a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática.
Justificativa	A internet penetra diversos domínios de nossa vida. O professor de matemática situado em diversos locais do país, nem sempre tem acesso a centros de Educação Matemática como a UNESP, Rio Claro. Assim desde 1999, o GPIMEM já ofereceu dez cursos à distância para professores de todo o país e da América do Sul. Essa será a décima primeira versão do curso, sempre com bibliografia atualizada e diferentes plataformas de Ensino a Distância. Neste ano iremos utilizar a plataforma TIDIA-Ae.
Conteúdo programático	• *1ª Semana: de 31/03 à 06/04 – Modelagem Matemática – Textos online (texto do simpósio de Curitiba)* • *2ª Semana: de 07/04 à 13/04 –* EaDonline - Coletivos Seres-Humanos-Com-Mídias e a produção do conhecimento matemático • *3ª Semana: de 14/04 à 20/04 –* Etnomatemática • *4ª Semana: de 21/04 à 27/04 –* O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental • *5ª Semana: de 28/04 à 04/05* Atividades de Geometria Analítica no Geogebra (será disponibilizado uma

	semana antes) • *6ª Semana: de 05/05 à 11/05* Atividades de Geometria Analítica no Geogebra (será disponibilizado uma semana antes) • *7ª Semana: de 12/05 à 18/05 Atividades de Geometria Analítica no Geogebra* (será disponibilizado uma semana antes) • *8ª Semana: de 19/05 à 25/05* . Interdisciplinaridade e Educação matemática
Período de realização e cronograma do curso	De 31 de março a 26 de maio de 2011, das 19h às 21h (quintas-feiras), 16 horas síncronas e outras 16 assíncronas através de participações em fóruns e discussões trabalhos, leituras
Metodologia	Leituras e debates, síncronos ou assíncronos
Material didático a ser utilizado	Textos Online, Livros e Internet (enquanto Banco de Dados)
Critério de avaliação	Pelas normas da UNESP, em um curso de extensão, o critério para um aluno ser "Aprovado" ou "Reprovado" é apenas a freqüência. Assim, quem obtiver 70% de presença será aprovado e receberá certificado.
Bibliografia	BORBA, M.C.; MALHEIROS, A.P.S; ZULATTO, R.B.A. **Educação a distância *online***. 2ª edição – Belo Horizonte: Autêntica, 2008. BORBA, M.C.; Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção do conhecimento matemático. In: **I Simpósio de psicologia da Educação Matemática.** Curitiba, 2001. GUERDES, P. **Da etnomatemática a arte-desing e matrizes cíclicas.** Belo Horizonte: Autência, 2010. SELVA, A. C.V.; BORBA, R.E.S. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2010. TOMAZ, V.S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008.
Perfil dos candidatos ao curso	Graduados, em sua maioria em Matemática
Condições para a Inscrição (pré-requisitos)	Ser professor formado, portador de diploma de nível superior, possuir e-mail próprio, ter acesso a Internet, ter horário disponível para

	as interações síncronas e assíncronas, ter noções básicas de informática.
Executores	IGCE – UNESP – Departamento de Matemática, Rio Claro, SP. Prof.Dr. Marcelo de Carvalho Borba (8h/semana) Prof.Dr. Marcus Vinicius Maltempi (1h/semana) Prof.Ms.Orlando de Andrade Figueiredo(1h/semana) Monitora: Daise Lago Pereira Souto
Recursos Humanos	-
Recursos Materiais	Computadores, ligação com a Internet, Cartuchos, Papel
Hospedagem / alimentação	-
Transporte	-
Bolsas e auxílios	2 bolsas
Recursos obtidos	Inscrições R$ 1800,00
Resultados previstos	• Capacitar professores a discutir criticamente algumas das Tendências em Educação Matemática. • Habilitar os professores a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática.
E-mail do docente responsável	mborba@ms.rc.unesp.br

APÊNDICE D - Ficha de inscrição

Curso de Extensão “Tendências em Educação Matemática”

*Realização**:***
Período de inscrição:
Carga horária: 32 horas
Nome:
Endereço:
Cidade: Estado:
CEP: e-mail:
R.G. nº

DECLARAÇÃO
Declaro estar ciente que o curso será realizado 100% a distância e, por isso, possuo e-mail próprio, acesso a Internet e utilizarei a plataforma de comunicação indicada pelo professor do curso a fim de participar das aulas; estar ciente de que caso a Internet não seja banda larga, o meu aproveitamento poderá vir a ser prejudicado; Ter conhecimento de que minha desistência no curso não implica na devolução da taxa de inscrição (R$100,00), mas que essa taxa será devolvida caso minha inscrição não se efetive (a taxa de inscrição não inclui os livros que serão utilizados no curso); Estar ciente de que para minha inscrição seja válida é necessário enviar pelo correio esta ficha de inscrição preenchida e assinada, juntamente com os documentos abaixo relacionados (inclusive o cheque referente à taxa de inscrição); De que o curso será objeto de pesquisa e que os diálogos desenvolvidos durante as aulas poderão ser utilizados para pesquisa somente pelo Prof.Dr. Marcelo de Carvalho Borba ou por alguém, a partir da autorização do mesmo; De que o Certificado de Conclusão do curso pode demorar em torno de 12 meses para ser liberado.

_____
Assinatura

Anexar a esta ficha de inscrição:
Cópia do comprovante de conclusão de Graduação
Cópia do documento de identidade (R.G.)
01 foto 3x4
Currículo resumido
Cheque cruzado, no valor de R$100,00 nominal: UNESP Campus de Rio Claro – IGCE
Enviar correspondência (SEDEX) para: Departamento de Matemática, IGCE, UNESP
Prof.Dr.Marcelo de Carvalho Borba – EAD
Caixa Postal 178
Avenida 24-A, 1.515
CEP: 13.506-700
Rio Claro, S.P.