

**UNESP- UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ADRIEL WALLACE MARQUES

A ORIGEM DO PENSAMENTO RACIONAL GREGO E O ENSINO DE GEOMETRIA

**BAURU – SP
2025**

ADRIEL WALLACE MARQUES

A ORIGEM DO PENSAMENTO RACIONAL GREGO E O ENSINO DE GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de Bauru, como um dos requisitos para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Associado Hércules de Araújo Feitosa

BAURU – SP
2025

Ficha catalográfica

M357o Marques, Adriel Wallace
A origem do pensamento racional grego e o ensino de geometria / Adriel Wallace Marques. -- Bauru, 2025
38 p.

Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura - Matemática) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências, Bauru
Orientador: Hércules de Araujo Feitosa

1. Conceitos matemáticos. 2. Matemática abstrata. 3. Mundo inteligível. 4. Mundo sensível. I. Título.

ADRIEL WALLACE MARQUES

A ORIGEM DO PENSAMENTO RACIONAL GREGO E O ENSINO DE GEOMETRIA

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática junto à Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho- Faculdade de Ciências, Câmpus de Bauru.

Orientador: Prof. Dr. Hércules de Araújo Feitosa.

Data da defesa: 12/11/2025

MEMBROS COMPONENTES DA BANCA EXAMINADORA:

Presidente e Orientador: Prof. Associado Hércules de Araújo Feitosa
Universidade Estadual Paulista - UNESP/Bauru - SP

Membro Titular: Prof. Doutor Luiz Henrique da Cruz Silvestrini
Universidade Estadual Paulista - UNESP/Bauru - SP

Membro Titular: Prof. Doutor Marcelo Reicher Soares
Universidade Estadual Paulista - UNESP/Bauru - SP

Local: Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Ciências
Unesp – Câmpus de Bauru

ATA DE DEFESA

Dedico esse trabalho aos meus pais Paulo Marques, Tânia Marques, minha irmã Amanda Marques e meu Deus, pois sem eles nada em minha vida seria possível, até mesmo esse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que tornaram possível a realização deste trabalho. Primeiramente, sou imensamente grato a Deus por sua força e graça, que me sustentaram ao longo desta jornada de estudos, ao meu orientador, Professor Dr. Hércules de Araújo Feitosa, pela orientação, paciência e valiosos ensinamentos ao longo deste processo; à Professora Dra. Maria Edneia por toda ajuda e por ter lecionado a disciplina Metodologias para a Pesquisa Educacional.

Agradeço a todo o corpo docente do Departamento de Matemática da UNESP de Bauru e a aluna Mariana Costa Invernizzi, que gentilmente compartilharam seus conhecimentos e ofereceram orientações valiosas que contribuíram significativamente para este trabalho. Em especial aos professores Dr. Luiz Henrique da Cruz Silvestrini, Dra. Tatiana Miguel Rodrigues e Dr. Marcelo Reicher Soares, que aceitaram o convite para participarem da banca de defesa do TCC, sempre dispostos a ajudar e a compartilhar suas experiências e conselhos. O apoio de vocês foi inestimável para o meu desenvolvimento ao longo dessa trajetória.

À minha família, meu profundo agradecimento pelo constante incentivo, compreensão e apoio incondicional. Sem o amor e encorajamento de vocês, este trabalho não teria sido possível.

Por fim, dedico um agradecimento especial a todas as fontes bibliográficas e acadêmicas que embasaram este estudo, pois sem elas este trabalho não teria alcançado seu embasamento teórico.

A todos, o meu mais sincero obrigado.

*"A matemática não mente. Mente quem
faz mau uso dela" (Albert Einstein).*

MARQUES, A. W. **A origem do Pensamento Racional Grego e o Ensino de Geometria**. Orientador: Hércules de Araújo Feitosa. 2025. 37 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru – SP, 2025.

RESUMO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “A origem do pensamento racional grego e o ensino de geometria” tem a finalidade de investigar como a Matemática se consolidou enquanto uma disciplina muito teórica e abstrata, sendo que é notório que há muitos alunos enfrentando dificuldades para aprender essa matéria nos diversos níveis de ensino. Em consideração a essa circunstância, essa pesquisa tem o intuito de identificar e sugerir alternativas sobre como conteúdos abstratos podem ser apresentados em uma aula e suas relações com o mundo físico, através da leitura e reflexão de muitas bibliografias especializadas sobre o tema, que tratam desta mesma questão ou questões próximas. Para tanto, será realizada uma pesquisa exploratória, visto que o assunto tratado é pouco explorado em artigos e teses.

Palavras-chave: Conceitos matemáticos. Matemática abstrata; Mundo inteligível; Mundo sensível.

MARQUES, A. W. **The Origin of Greek Rational Thought and the Teaching of Geometry**. Advisor: Hércules de Araújo Feitosa. 2025. 37 p. Final Course Project (Bachelor's Degree in Mathematics) – Faculty of Sciences, São Paulo State University, Bauru – SP, 2025.

ABSTRACT

The undergraduate thesis titled “*The Origin of Greek Rational Thought and the Teaching of Geometry*” aims to investigate how Mathematics became a highly theoretical and abstract discipline, given that many students face difficulties learning this subject at various educational levels. In light of this situation, the research seeks to identify and suggest alternatives for presenting abstract content in the classroom and its connections to the physical world, through the reading and reflection on numerous specialized bibliographies addressing this or related issues. To this end, an exploratory research approach will be undertaken, as the subject is relatively underexplored in existing articles and theses.

Keywords: Mathematical Concepts. Abstract Mathematics. Intelligible World. Sensible World.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVO	13
3	JUSTIFICATIVA, EXEQUIBILIDADE E RELEVÂNCIA	14
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA /QUADRO TEÓRICO	15
5	METODOLOGIA DE PESQUISA	28
6	RESULTADOS	30
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
	REFERÊNCIAS	34

1 INTRODUÇÃO

Em 2022, iniciei minha jornada no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Paulista (UNESP), no Câmpus de Bauru, logo após o término do Ensino Médio. A Matemática sempre foi a minha paixão, a disciplina em que eu mais me destacava em notas, inclusive, fui aconselhado por um professor de Matemática, no último ano do Ensino Médio, a prestar o vestibular na UNESP, sendo que eu consegui passar no vestibular e, desde então, um assunto me traz questionamentos e por esse motivo o trabalho abordará como conteúdos abstratos podem ser apresentados em uma aula e por meio de suas relações com o mundo físico.

Nota-se, a primórdio, pela percepção de muitos alunos, que a Matemática é vista como um problema, tópicos de assimilação difíceis, enorme desafio para o aprendizado, e apresentada de uma maneira em que muitos não a relacionam com o mundo real, como o exemplo de enunciados de exercícios como: Joãozinho que foi ao mercado comprar 300 laranjas, um exemplo totalmente fora do comum, pois não é comum ver uma pessoa comprar 300 laranjas num mercado.

Diante dessa realidade, a pesquisa busca tratar da relação entre o conhecimento matemático abstrato e sua apresentação ensinada na escola, comparando assuntos abstratos com a vida real, buscando entender se há conexão entre esses conhecimentos apreendidos com o mundo sensível e qual a importância da matemática abstrata para a educação.

O problema da pesquisa está relacionado à observação de como esse conhecimento matemático, ensinado em sala de aula, pode ser mais abstrato do que aparenta ser, como o exemplo do quadrado, que, embora seja um assunto tratado na matemática, não está presente no mundo real, pois não existe nada no universo que possa conter em sua forma a definição 100% de quadrado. Uma figura 2D com quatro lados de medidas iguais, com exatamente 90° para cada ângulo da figura. Exemplo: se um lado apresentar um yôctômetro (10^{-24} metros) a mais que outro lado, logo os lados não possuem a mesma medida, sendo assim, o objeto não é um quadrado. Portanto é perceptível que o objeto quadrado é impossível de ser construído, pelo fato de sua exatidão como tratado anteriormente e sua presença no 2D, sendo tudo no universo em

3D.

Sendo assim, o objetivo é buscar uma melhor compreensão de tipos de temas, como o tratado anteriormente do quadrado, que são de grande importância na educação matemática, mas são totalmente abstratos.

Para tanto, utilizamos como referência diversos artigos e conceitos relacionados aos assuntos tratados e a coleta de elementos de reflexão será realizada por meio da leitura atenta e refletida destes artigos e teses.

A pesquisa utilizará uma abordagem qualitativa na análise dos dados, que busca os pontos de vista dos autores encontrados nos artigos pesquisados. Também será uma pesquisa exploratória ao relacionar temas pouco explorados na Matemática e feitas discussões com colegas do curso, professores e o professor supervisor deste TCC.

Por ser um tema pouco explorado, os autores que citam esses temas serão retirados de artigos que serão usados para se complementarem. Essa ideia surgiu dos questionamentos feitos em sala de aula, referentes a temas abstratos, e das pesquisas feitas na internet, que contribuíram para o desejo de trabalhar com esse tema específico.

2 OBJETIVO

O objetivo principal da pesquisa é identificar concepções de autores em artigos sobre como conteúdos abstratos podem ser apresentados em uma aula de Matemática e suas relações com o mundo físico, buscando entender se há conexão entre esses conhecimentos apreendidos com o mundo sensível e qual a importância da matemática abstrata para a educação. Para alcançar esse propósito, serão necessárias a coleta de dados em muitos livros, textos e dissertações e, após isso, sua análise, para assim, obter embasamento teórico suficiente para chegarmos no foco principal da pesquisa.

3 JUSTIFICATIVA, EXEQUIBILIDADE E RELEVÂNCIA

O conteúdo proposto nesta pesquisa é relevante por apresentar um tema pouco explorado em artigos e teses e, mais especificamente, um tema pouco explorado sobre a matemática abstrata. Os dados e embasamentos teóricos necessários serão obtidos por meio da análise e revisão bibliográfica.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA /QUADRO TEÓRICO

Nossos estudos iniciais apontam que a discussão sobre a ideia de representação matemática é um tema potente e polêmico, podendo tratar esse tema com diferentes assuntos, como o conceito de abstração, que foi bem explorado por Rêgo e Soares (2016); o questionamento sobre materiais manipuláveis que foi tratado por Araújo (1987/88) e como Platão considerava a Geometria parte do mundo inteligível que foi relatado por Frecheiras (2010).

Primeiramente, nota-se no texto “O fetichismo na metodologia do ensino da matemática” de Araújo (1987/88) que é explícito se tratar de uma crítica à utilização exagerada de materiais didáticos no ensino da matemática.

Nos eventos sobre Educação Matemática, grande parte dos participantes buscam uma metodologia para ensinar melhor Matemática; uma forma mágica e fantasmagórica de eficiência, capaz, por si só, de produzir automaticamente bons resultados. Percebe-se, em vários trabalhos apresentados, uma transparente apologia da metodologia de ensino; uma excessiva preocupação com materiais didáticos, como se fossem o “santo milagroso” o fetiche - capaz de solucionar os problemas do ensino da Matemática (ARAÚJO, 1987/88, p. 127).

Sendo assim, percebe-se neste texto uma necessidade exacerbada de materiais didáticos para o ensino da matemática, tema que será questionado durante a pesquisa.

Somado à fala anterior, na tese “A dialética entre o concreto e o abstrato na construção de conceitos matemáticos”, de Rêgo e Soares (2016), é referenciado o simbolismo matemático.

Outro equívoco é não considerar as capacidades do ser humano inerentes ao processo de simbolização (representação) e, em um estágio adiante, de abstração. Pensar que a aprendizagem pode ser prejudicada pelo aspecto abstrato dos conhecimentos e conceitos científicos significa desconsiderar a capacidade do ser humano em lidar com abstrações desde a sua infância. O simbolismo, demarcado essencialmente pela representação é a primeira capacidade desenvolvida pelo ser humano e é essencial para o desenvolvimento do processo abstrato (DEVLIN, 2006, p. 4, apud RÊGO; SOARES, 2016, p. 4).

Falas como essas são importantes, pois denotam a relevância da abstração, citando como equívoco não considerar as capacidades dos seres humanos em

aprender sobre esta.

Acrescentando a esse texto, temos o artigo “A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos”, de Almouloud; Manrique; Da Silva e Campos (2004), que traz uma crítica ao sistema educacional referente a área da Geometria nos seguintes trechos.

Os professores parecem ter mais facilidade em lidar com situações concretas do que com situações que envolvem processos de abstração, o que dificulta a condução dos alunos a um pensamento mais genérico, mais formal ou mais abstrato (ALMOULOU; MANRIQUE; DA SILVA; CAMPOS, 2004, p. 101).

Torna-se evidente neste texto como os professores apresentam dificuldade em apresentar a parte abstrata da Geometria para os alunos, estimulando assim a dificuldade deles neste campo matemático crucial e pouco explorado. Dando continuidade à pesquisa, é notório no artigo “Traços da influência das filosofias de Platão e Aristóteles no desenvolvimento da Matemática” de Vieira (2018), uma relação entre a Filosofia e a Matemática.

Diversos trabalhos têm enfatizado aspectos que relacionam filosofia da matemática com a educação da matemática e, em particular, alguns deles têm apontado formas de como filosofias da matemática podem influenciar a prática profissional do professor. (MENEGETTI, 2010, p. 19, apud VIEIRA, 2018, p. 26).

Além disso, a matemática é uma fonte inesgotável de problemas filosóficos, são muitas perguntas, muitos questionamentos. Um exemplo clássico diz respeito ao conceito de infinito, que transcende a própria matemática e vai buscar bases filosóficas para um melhor entendimento, dessa forma, a filosofia vem complementar as descobertas matemáticas e suplementar o desenvolvimento da matemática, e não atrapalhar, como algumas vezes pessoas ligadas a matemática alegam e dizem que a filosofia não pode se misturar com a matemática, e que vai haver confusão, quando na verdade ela vem para ajudar a matemática a se desenvolver, e se desenvolver cada vez melhor. É muito importante saber que a filosofia não se opõe à matemática e nem busca tomar o seu espaço, ambas dialogam sabendo que existem diferenças entre elas e cada uma tem suas especialidades (SILVA, 2007, apud VIEIRA, 2018, p. 26-27).

Está manifesto como a Filosofia vem ajudar a Matemática e não prejudicar e é evidente, nesses textos, que eles concordam com a união da Filosofia com a Matemática, tema que será bastante abordado nesta pesquisa.

Primeiramente, ao se referir à relação entre a Filosofia e a Matemática, é interessante uma passagem do artigo “Platão e a matemática” de Bicudo (1998), no

qual o autor relata um pouco sobre a história da geometria, em que ele questiona por que os gregos não se contentavam com uma geometria com fundamentos empíricos e ele diz que essa maneira de pensar foi influenciada por Platão, evidenciando como Platão era contrário a um ensino concreto de geometria, e como Platão foi influenciador do pensamento grego da época.

Platão dividia dois mundos, sendo estes os mundos sensível e inteligível como pode ser notado na Revista Jurídica da Universidade de Franca (2012).

[...] entre os dois mundos, o sensível e o inteligível, observemos primeiro que, para Platão, o mundo sensível é uma cópia imperfeita do mundo inteligível, das ideias [...]; nesse sentido, é o mundo inteligível que possibilita o conhecimento do mundo sensível e o conhecimento de modo geral, isto é, o mundo inteligível é o responsável pelo conhecimento [...]; isso equivale a dizer que, em Platão, faz-se filosofia voltando-se para e adentrando o mundo inteligível" (PEREIRA, 2009, p. 30, apud SOUZA; SOUZA, 2012, p. 11-12).

[...] sensível é o mundo da mudança, das transformações, o mundo, em que, como Heráclito havia observado, as coisas estão em constante fluxo, portanto não sendo possível a obtenção de qualquer conhecimento seguro e constante nesse mundo [...]; notemos, também, que a apreensão desse mundo é feita pelos sentidos [...]; por meio da visão, por exemplo percebemos uma cadeira, a sua forma, a sua cor; [...], percebemos a sua textura pelo tato [...]; a cadeira que percebemos (e aqui vale notar que tal percepção pode se dar por meio dos cinco sentidos) é uma cópia imperfeita da cadeira ideal, a qual regula a compreensão do que é a cadeira (PEREIRA, 2009, p. 31, apud SOUZA; SOUZA, 2012, p.12).

[...] a existência do que ele denomina mundo inteligível, o mundo das ideias, das essências, o mundo não mais apreendido pelos sentidos (como mundo sensível), mas o mundo apreendido pelo intelecto, onde as ideias são apreendidas pela razão [...]; nesse domínio, as ideias são estáveis, permanentes, não sofrem o processo de transformação.

Para Platão, a existência do mundo das ideias é necessário, primeiro, para que haja conhecimento seguro e estável, portanto para que seja possível a filosofia, para que a filosofia não seja relegada a uma mera disciplina que possui 'conhecimento' (se é que poderia, nessas condições, haver conhecimento) apenas provisório (PEREIRA, 2009, p. 32, apud SOUZA; SOUZA, 2012, p. 13-14).

Logo, é notório como o exemplo da cadeira explica bem a diferença entre o mundo sensível e o mundo inteligível, que pode ser transferido para outros exemplos como o exemplo do quadrado, que existe o quadrado ideal, que está presente no mundo inteligível, e a representação do quadrado, vista pelos 5 sentidos que apresenta imperfeições para o quadrado verdadeiro, já que é uma cópia imperfeita do verdadeiro.

Dando aprofundamento às ideias de Platão com a tese "Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)"

de Frecheiras (2010), na tese a autora relata sobre as ideias de Platão em relação à Matemática e a Geometria:

Nesses termos, a filosofia platônica busca definir o estatuto de um conhecimento discursivo, racional, articulado de modo a justificar suas proposições, cujos objetos situam-se fora dos limites dessa realidade aparente, sensível. A analogia com o conhecimento de natureza matemática é imediata. Mesmo investigando noções que não encontrava, de modo algum, correspondente específico entre os objetos que compõem o sensível, noções como a justiça, a coragem, a piedade, a amizade, entre outras, Platão parece ter compreendido que através das matemáticas tomamos contato mais facilmente com a realidade inteligível (FRECHEIRAS, 2010, p. 45).

Similarmente, a geometria é importante porque estuda objetos eternos e imutáveis e, por conseguinte, ergue a alma em direção ao verdadeiro ser. Um mínimo de conhecimento da geometria é suficiente em termos práticos, como na arte da guerra, mas seu estudo mais avançado ajudaria a apreender a Forma do bem. Essa concepção de ciência é completamente diferente das implicações da linguagem ordinária dos estudiosos da geometria. Ela deve ser cultivada tendo em vista o saber e não como agem os matemáticos, que procedem pensando na prática, referindo-se em seus exercícios à quadratura, às construções, às adições e às operações no gênero. (PLATÃO, apud FRECHEIRAS, 2010, p. 59)

Os objetos da geometria não se tornam mais reais pela construção; pontos, linhas, triângulos ou quadrados são objetos de puro pensamento, que a mente contempla; a geometria usa diagramas somente como ilustrações, visto que o triângulo que desenhamos é uma representação imperfeita do triângulo que pensamos (FRECHEIRAS, 2010, p. 59).

É relevante observar, nesse texto, como Platão defendia que as ideias de Geometria estavam presentes na esfera intelectual imutável, presente no mundo inteligível e que não pertence ao mundo sensível, citando como o exemplo o triângulo, explicando que os desenhos de triângulos são representações imperfeitas do triângulo da geometria plana.

De acordo com o livro “Filosofias da matemática” de Silva (2007) percebe-se uma relação entre Euclides e Platão.

Apesar de não ter sido ele próprio um matemático, quase toda a matemática que se fazia na época de Platão era feita ao seu redor, por seus alunos e amigos. Como já dissemos antes, muito do que está em Euclides veio de autores anteriores a ele, em particular Teeteto e Eudoxo. Pois bem, o primeiro foi aluno e o segundo amigo de Platão (SILVA, 2007, p. 42-43).

Essa influência Platônica na geometria Euclidiana pode ser vista também no

trabalho “Traços da influência das filosofias de Platão e Aristóteles no desenvolvimento da Matemática” de Vieira (2018).

O fazer matemático euclidiano também está muito ligado ao fazer matemático platônico, devido à forte ligação entre a abstração presente na obra de Euclides e o mundo das ideias de Platão. Este buscava presar pelo estudo do que é perfeito e que estava presente no mundo inteligível e não no mundo sensível, de modo que ao se estudar os objetos geométricos era necessário se pensar nas ideias, e é exatamente dessa forma que a geometria euclidiana trabalha: com as ideias perfeitas. É possível observar essa forma de fazer matemática nas demonstrações presentes na principal obra de Euclides: Os Elementos. Nesta que é uma das obras mais importantes de matemática e um dos livros com mais edições da história (perde apenas para a Bíblia), o fazer matemático de Euclides é apresentado em diversos teoremas e definições que seguem uma linha de raciocínio com características do pensamento platônico (VIEIRA, 2018, p. 38).

Podemos perceber essas características, por exemplo, na demonstração seguinte do livro “Os Elementos” de Euclides (2009).

O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo.
 “Seja o triângulo ABC, tendo o ângulo sob ABC maior do que o sob BCA; digo que também o lado AC é maior do que o lado AB. Pois, se não, ou a AC é igual à AB ou menor; por um lado, de fato, a AC não é igual à AB; pois, também o ângulo sob ABC era igual ao sob ACB; e não é; portanto, AC não é igual à AB. Nem, por certo, a AC é menor do que a AB; pois, também o ângulo sob ABC era menor do que o sob ACB; e não é; portanto, a AC não é menor do que a AB. Mas, foi provado que nem é igual. Portanto, a AC é maior do que a AB. Portanto, o maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo; o que era preciso provar” (EUCLIDES, 2009, p. 112).

De acordo com a teoria supracitada, houve uma influência de Platão nas ideias de Euclides, de certa maneira, e as ideias euclidianas e as ideias platônicas têm suas similaridades, como podemos perceber nessa demonstração de Euclides, em que se trabalha com as ideias perfeitas como o texto acima aborda.

Também é perceptível essa influência de Platão nos pensamentos de Euclides no livro I de “Os elementos de Euclides (2009)”, no trecho em que ele explicita sobre definições.

1. Ponto é aquilo de que nada é parte.
2. E linha é comprimento sem largura.
3. E extremidades de uma linha são pontos.
4. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.
5. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
6. E extremidades de uma superfície são retas.

7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.
8. E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.
9. E quando as linhas que contêm o ângulo sejam retas, o ângulo é chamado retilíneo.
10. E quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou.
11. Ângulo obtuso é o maior do que um reto.
12. E agudo, o menor do que um reto.
13. E fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa.
14. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras.
15. Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que a encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si.
16. E o ponto é chamado centro do círculo.
17. E diâmetro do círculo é alguma reta traçada através do centro, e terminando, em cada um dos lados, pela circunferência do círculo, e que corta o círculo em dois.
18. E semicírculo é a figura contida tanto pelo diâmetro quanto pela circunferência cortada por ele. E centro do semicírculo é o mesmo do círculo.
19. Figuras retilíneas são as contidas por retas, por um lado, triláteras, as por três, e, por outro lado, quadriláteras, as por quatro, enquanto multiláteras, as contidas por mais do que quatro retas.
20. E, das figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais.
21. E, ainda das figuras triláteras, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto, e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos.
22. E das figuras quadriláteras, por um lado, quadrado é aquela que é tanto equilátera quanto retangular, e, por outro lado, oblongo, a que, por um lado, é retangular, e, por outro lado, não é equilátera, enquanto losango, a que, por um lado, é equilátera, e, por outro lado, não é retangular, e romboide, a que tem tanto os lados opostos quanto os ângulos opostos iguais entre si, a qual não é equilátera nem retangular; e as quadriláteras, além dessas, sejam chamadas

trapézios.

23. Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram (EUCLIDES, 2009, p. 97-98)

Como exemplo, na primeira definição, em que um ponto é aquilo de que nada é parte, é que vem o questionamento, como algo que nada é parte fará parte do mundo real (mundo sensível)? Não fará! Logo, essa definição é um exemplo perfeito de uma das ideias de Euclides, que está presente nas ideias de mundo inteligível de Platão.

Levando adiante o assunto sobre Euclides na Revista Coinspiração, o artigo sobre “As influências de Platão e Euclides para o desenvolvimento da Geometria” de Martins; Lopes; Darsie (2023) nos revela sobre a importância das descobertas por Euclides, sendo como o texto diz, ele apresentou as definições, postulados e teoremas que estabelecem as bases da Geometria Euclidiana, que é estudada atualmente nas escolas e pensando assim é perceptível ainda mais a importância de Platão, visto que ele influenciou Euclides, que influenciou a educação atual.

Agora, complementando tudo o que já foi discutido antes, desejo fazer uma análise referente às habilidades da BNCC abaixo:

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° (Brasil, 2017, p. 57).

Primeiramente, analisando as ideias de Platão, é notório uma mudança muito grande entre as habilidades da BNCC para as ideias da Geometria para Platão, sendo perceptível essa diferença por exemplo nas habilidades (EF06MA21), (EF06MA22), (EF07MA22), (EF07MA24), que apontam muito sobre construções de figuras planas, triângulos, círculos, quadriláteros, mas como visto anteriormente, esses objetos não

fazem parte do mundo real (mundo sensível), então, seguindo a lógica platônica, essas habilidades possuem incoerências matemáticas, já que elas entrariam numa contradição teórica, visto que é impossível construir tais objetos matemáticos.

O que deixa notório que a utilização de fundamentos concretos em temas como o retratado acima traz um ensino teoricamente contraditório, já que estes vão contra as definições, teoremas e postulados Geométricos.

Similarmente, o Currículo Paulista apresenta as mesmas incoerências teóricas já que debate as mesmas habilidades acima.

Logo, é notório como essa questão é relevante, já que tanto a BNCC quanto o Currículo Paulista apresentam as mesmas discordâncias teóricas com as definições, teoremas e postulados Geométricos.

Também sendo evidenciados essas questões no livro “SuperAÇÃO! Matemática” de Lilian Aparecida Teixeira, que faz parte do PNLD, temos como exemplos o exercício 79 da unidade 7 do 7º ano e o exercício 14 da unidade 8 do 6º ano.

Ex.: 79. Construa uma circunferência com diâmetro medindo 5 cm. Em seguida, usando o mesmo centro, construa outra circunferência com raio medindo 8 cm.

Ex.: 14. Em seu caderno, marque três pontos quaisquer A, B e C, de modo que os três não estejam alinhados. Em seguida, usando régua e esquadro, construa:

- a) uma reta AB;
- b) uma reta paralela à reta AB, passando por C;
- c) uma reta perpendicular à reta AB, passando por C.

Como circunferências não fazem parte do mundo sensível, logo são impossíveis de serem construídas e de modo análogo, uma reta não está presente no mundo sensível, logo é também impossível de ser construída, o que deixa claro que em ambos os exercícios a divergência principal em relação com as definições, teoremas e postulados Geométricos, está em tentar concretizar algo que é essencialmente abstrato, o que origina em incoerências entre a concepção e o ensino das matemáticas.

Analogamente ao assunto tratado acima, é notório no exercício abaixo, do site “Clubes de Matemática da OBMEP” (site oficial da OBMEP), como o exercício contrasta com definições, teoremas e postulados geométricos.

Quebrando aleatoriamente um macarrão, de tamanho qualquer, em três partes, qual a probabilidade de que elas possam formar um triângulo?

Considerando o nosso macarrão como unidade de comprimento, temos que ele será dividido em 3 partes, as quais identificaremos por x , y e $1-x-y$.

Notem que temos duas condições iniciais: as variáveis x e y representam valores positivos; a soma de x e y deve ser menor do que 1 para garantir a existência do terceiro lado.

Pela desigualdade triangular (DT), temos que a soma de quaisquer dois lados deve ser maior ou igual do que o terceiro lado para que tenhamos, de fato, um triângulo (no caso em que é igual, temos um segmento de reta, considerado como um triângulo degenerado). Sendo assim, temos, pela condição inicial:

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x+y < 1, \text{ ou seja, } y < 1-x$$

Isso significa que o par ordenado (x, y) que contém as variáveis iniciais de nosso problema pertence à região verde indicada na figura abaixo. **Essa área representará, portanto, nosso espaço amostral.**

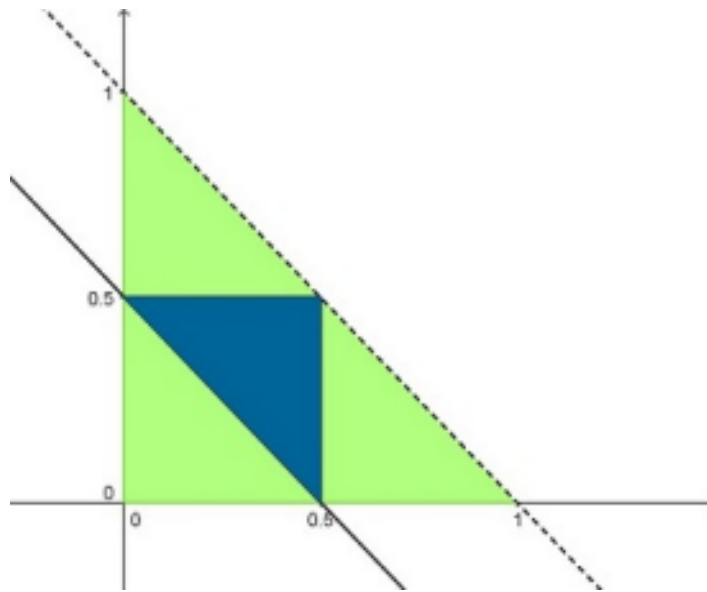
Olhemos, agora, para as condições de interesse. Pela DT, temos que:

$$x+(1-x-y) \geq y \text{ tende que } y \leq 0,5$$

$$y+(1-x-y) \geq x \text{ tende que } x \leq 0,5$$

$$x+y \geq 1-x-y \text{ tende que } y \geq -x+0,5$$

Isso significa que o par ordenado (x, y) que contém as variáveis satisfazendo nossas condições de interesse pertence à região azul indicada abaixo.



Temos, então, os chamados “casos possíveis” e “casos favoráveis” da nossa probabilidade, portanto:

$$\text{probabilidade pedida} = \frac{\text{Área da região que contém todos os pontos favoráveis}}{\text{Área da região que contém todos os pontos possíveis}}$$

Para finalizar, observem que a região azul corresponde a $\frac{1}{4}$ de nosso espaço amostral; assim, essa será a probabilidade procurada $\frac{1}{4}$.

Portanto, é notório que $\frac{1}{4}$ é diferente de 0, o que acarreta uma contradição com tudo o que já foi argumentado por Platão, visto a impossibilidade da existência de triângulos no mundo sensível, logo é impossível formá-los com materiais concretos como um macarrão, o que chegaria à conclusão que a verdadeira resposta deveria ser 0, o que resulta numa resposta produzida pelo site como incorreta, o que torna impactante visto que veio de um site oficial da OBMEP que é regido pelo IMPA (Instituto da Matemática Pura e Aplicada), mostrando assim como essa questão referente às definições, teoremas e postulados geométricos está presente em institutos que trabalham com uma Matemática mais conceitual.

Inquestionavelmente, é perceptível, pelos exemplos discutidos acima, que a educação brasileira apresenta contradições em seu ensino da Geometria, assim como Institutos renomados no campo dessa área da Matemática também os apresentam, já que eles apresentam incoerências com as definições, teoremas e postulados

geométricos, já que não abordam as ideias perfeitas das definições, teoremas e postulados como o estudo de Platão defendia. Porém, Platão também reconhecia o papel dos sentidos nas demonstrações geométricas, como pode ser evidenciado no livro “Filosofias da matemática” de Silva (2007)

Para Platão, os objetos matemáticos (números e figuras geométricas) existem independentemente de quaisquer sujeitos e outros objetos, Segundo Platão, os objetos matemáticos são objetos ideais (não reais e *a fortiori* não concretos) existindo fora do tempo e do espaço, por oposição aos objetos reais (físicos ou mentais), cujo traço distintivo é a temporalidade. Platão acredita que o conhecimento matemático é puramente intelectual e não requer a participação essencial dos sentidos. Ainda que Platão reconheça o papel dos sentidos nas demonstrações geométricas, esse papel é meramente auxiliar. Cabe-lhes servir como uma espécie de escada para a condução do entendimento (SILVA, 2007).

Um exemplo de algo presente apenas na esfera intelectual seria a demonstração do Teorema de Pitágoras, que pode ser vista na tese de Bastian (2000):

Seja ABC um triângulo retângulo em A

$\overline{AH}$ é a altura relativa à hipotenusa.

("Δ" indica triângulo e "~" indica semelhante)

$$I) \Delta HBA \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{HB}{AB} = \frac{HA}{AC} = \frac{BA}{BC}$$

$$\text{ou } \frac{m}{c} = \frac{h}{b} = \frac{c}{a}$$

$$\therefore c^2 = am \text{ e } ah = bc$$

$$II) \Delta HBA \sim \Delta HAC \Rightarrow \frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC} = \frac{BA}{AC}$$

$$\text{ou } \frac{m}{h} = \frac{h}{n} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore h^2 = mn$$

24

$$III) \Delta HAC \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{HA}{AB} = \frac{HC}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{ou } \frac{h}{c} = \frac{n}{b} = \frac{b}{a}$$

$$\therefore b^2 = an$$

$$IV) \text{ De } c^2 = am \text{ e } b^2 = na \quad \text{decorre que}$$

$$b^2 + c^2 = an + am \Rightarrow \quad b^2 + c^2 = a(n + m)$$

$$\text{mas como } m + n = a \quad \text{então } b^2 + c^2 = a^2$$

Figura 1- Demonstração do Teorema de Pitágoras
(BASTIAN, 2000, p. 24-25).

Referenciando ainda mais a relação entre a geometria e o mundo inteligível de Platão.

Porém, mesmo Platão reconhecendo o papel dos sentidos nas demonstrações geométricas, ele defendia um estudo da geometria focada na sua forma mais pura, já que como abordado anteriormente a geometria pertence ao mundo inteligível. Por meio desse pensamento de Platão, é evidenciado na tese "Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)" como a

autora Frecheiras (2010) relata que Platão buscava deixar o estudo geométrico mais próximo de sua forma pura.

Sabemos que os primeiros geômetras gregos substituíram a verificação pela demonstração, mas o empirismo permanecia contido nas definições, nos postulados e nos princípios. Platão fixa-se em reformular e desmaterializar os fundamentos da geometria, eliminando implicações sensoriais e empíricas de seus termos e definições. Suas definições do ponto, da reta, da circunferência, das linhas, das superfícies, são libertas, tanto quanto possível, dos elementos sensoriais e de construções mecânicas. Certamente liberar-se completamente do concreto é apenas uma utopia (FRECHEIRAS, 2010, p. 47-48)

Porém, percebemos que liberar a Geometria totalmente do concreto é uma utopia, então seria impossível chegar em um ensino 100% abstrato e focado no mundo inteligível, um ensino focado nas ideias perfeitas, como Platão propunha e que o mesmo pensamento influenciou nas ideias de Euclides.

Ao se considerar a fala de Galeano (1993) no livro “Las Palabras Andantes” é evidenciado uma positividade ao retratar o termo utopia.

A utopia está lá no horizonte. Me aproximo dois passos, ela se afasta dois passos. Caminho dez passos e o horizonte corre dez passos. Por mais que eu caminhe, jamais alcançarei. Para que serve a utopia? Serve para isso: para que eu não deixe de caminhar (GALEANO, 1993, p. 230).

Percebe-se, nessa visão, como a utopia é uma motivação para continuar tentando e buscando algo, no caso do assunto tratado nesta pesquisa seria a diminuição de conteúdos concretos nas escolas, para conseguir chegar numa geometria mais próxima das formas puras e ideias perfeitas das definições, teoremas e postulados geométricos como defendia Platão.

5 METODOLOGIA DE PESQUISA

Para a realização de um TCC, é fundamental compreender o conceito de pesquisa. Isso se torna evidente ao percebermos o grande valor que a pesquisa possui, como destacado na citação:

Cada vez mais a ciência e a pesquisa – suas abordagens e resultados informam a vida pública. Elas ajudam a constituir a base para as tomadas de decisão política e prática. Isto se aplica a uma série de ciências – não apenas às ciências naturais e à medicina, mas também as ciências sociais (FLICK, U, 2012, p. 16).

Isso confere que a pesquisa possui um significado e uma razão de existir, sendo capaz de contribuir para diversos campos, como o autor Flick menciona acima. Ela busca por causas e explicações para problemas, como no exemplo abaixo:

Para a maioria das pessoas, a saúde só se torna uma questão explícita na vida cotidiana quando problemas relacionados a ela ocorrem ou ameaçam os indivíduos. Os sintomas produzem urgência em reagir e começamos a buscar soluções, causas e explicações (FLICK, U, 2012, p.16).

Podendo ou não obter o resultado esperado, como nossa análise se insere no campo educacional, apresentaremos como a abordagem qualitativa surgiu em resposta às necessidades desse contexto.

Tradicionalmente, a Ciência se desenvolveu por meio da abordagem quantitativa, caracterizada por uma análise objetiva e focada na utilização de números, gráficos, escalas e outros tipos de dados. Nessa perspectiva, os temas são quantificados e padronizados, resultando em uma abordagem mais rígida, com respostas fechadas. Em contrapartida, a abordagem qualitativa concentra-se em temas subjetivos e é mais descritiva, o que a torna contrária à abordagem quantitativa, que se apresenta de maneira objetiva e baseada em dados numéricos.

Nas Ciências Humanas, a abordagem qualitativa se mostrou mais adequada, pois trata temas de maneira subjetiva, psicológica e descritiva, com ênfase nas ideias e concepções, ao invés de números e estatísticas. Isso torna a abordagem quantitativa menos relevante para esse tipo de conteúdo.

Portanto, como o projeto se insere no campo das ciências humanas, adotaremos a tendência qualitativa, tendo como técnica de pesquisa, a pesquisa documental e pesquisa bibliográfica, visto que por meio da pesquisa bibliográfica conseguiu-se uma base teórica sólida para a pesquisa, por meio da pesquisa documental é possível uma análise de documentos como a BNCC.

A pesquisa utilizará a grande imensidão de informações da internet para se encontrar os artigos e o documento da BNCC, que serão utilizados nesta pesquisa. Todavia, mesmo utilizando teses e artigos relacionados com o tema, a pesquisa será exploratória, por este assunto ser algo pouco explorado em pesquisas até o momento, o que também torna muito importante a realização dessa pesquisa.

6 RESULTADOS

A princípio, foi percebido por intermédio dos artigos de Rêgo e Soares (2016), Araújo (1997) e Almouloud; Manrique; Da Silva; Mendonça (2004) como os professores apresentam mais facilidade em trabalhar conteúdos concretos do que abstratos, e sobre a importância do abstrato. Posteriormente, será tratado mais sobre essa importância com noções abstratas no artigo de Bicudo (1998), o qual é citado um pouco sobre a influência de Platão para o pensamento grego de sua época, pensamento que apoiava uma Geometria que não se contentava com o empirismo.

Adicionado a isso, é estabelecida a importância da relação entre Filosofia e Matemática com o artigo de Vieira (2018), e a divisão de mundos sensível e inteligível com a Revista Jurídica da Universidade de Franca (2012), tema esse que foi muito caro nessa pesquisa.

Somado a isso, temos na tese “Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)” de Frecheiras (2010), a citação da autora que a Matemática não está presente no mundo sensível (mundo real) e fala sobre a Geometria estar no mundo inteligível, dando como exemplo o triângulo que, quando desenhado, ele seria uma representação imperfeita do verdadeiro triângulo.

Prosseguindo com a pesquisa, foi observado no livro de Silva (2007) e no artigo de Vieira (2018) como Platão influenciou as ideias de Euclides, considerando que as ideias da Geometria Euclidiana pertencem ao mundo inteligível, como o exemplo da definição de “ponto”, que para Euclides “ponto” é aquilo de que nada é parte, o que torna impossível que o “ponto” faça parte do mundo sensível.

Levando adiante o assunto sobre Euclides, percebe-se no artigo de Martins; Lopes; Darsie (2023) como Euclides foi importante ao estabelecer as definições, teoremas e postulados, que são a base e o estofado do desenvolvimento da Geometria Euclidiana, a qual é estudada até hoje nas escolas, o que evidencia a importância de Euclides.

Logo após, foram analisadas as habilidades da BNCC e do Currículo Paulista sobre o ensino de Geometria, para constatar a dualidade entre o pensamento platônico sobre a Geometria, e o tratamento lúdico/empírico da BNCC e do Currículo Paulista,

que tentam incluir aspectos concretos em um conteúdo já debatido nesta pesquisa como abstrato, o que acaba contrariando a concepção euclidiana de desenvolvimento segundo definições, teoremas e postulados da Geometria.

Analogamente, foi analisado um exercício de um site oficial da OBMEP que mostrou que essa dualidade de pensamentos não só é com a educação escolar, mas também com Institutos focados numa Matemática mais conceitual, mostrando como a solução desse exercício contradiz com a abordagem euclidiana de definições, teoremas e postulados para a Geometria.

Logo após, foi visto no livro de Silva (2007) como Platão defendia um estudo da Geometria focado nas ideias puras, no mundo inteligível contrário a um estudo focado no mundo sensível e nas formas do mundo físico, porém Platão entendia o papel dos sentidos nas demonstrações geométricas como algo apenas auxiliar.

Assim, percebe-se que Platão era contrário a um estudo concreto, pensando deste modo, vimos na tese “Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)” de Frecheiras (2010), na qual é dito como Platão busca diminuir ao máximo qualquer empirismo nos termos e definições geométricos, porém o próprio autor diz que se liberar 100% do concreto seria uma utopia.

Vale ressaltar que, apesar de ser impossível chegar a um ensino totalmente liberto do concreto, há uma positividade no termo de utopia, como pode ser visto pela definição de Galeano sobre utopia, chegando à conclusão de que não se deve deixar de tentar uma busca por um ensino de Geometria cada vez mais liberto do empirismo e mais próximo de sua abordagem via definições, teoremas e postulados, mesmo sabendo que dificilmente se chegará a um ensino completamente abstrato e teórico.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Primeiramente, essa pesquisa se originou com questionamentos sobre como conteúdos abstratos podem ser apresentados em uma aula de matemática e suas relações com o mundo físico, buscando entender se há conexão entre esses conhecimentos apreendidos com o mundo sensível, e qual a importância da matemática abstrata para a educação. Questionamentos surgidos durante meu tempo de estudo na universidade e, na busca por alguma resposta, essa pesquisa progrediu para esse ponto atual.

No começo da pesquisa foi citado que muitos alunos possuem dificuldade em relacionar a Matemática com o mundo real, o que seguindo o objetivo da pesquisa de buscar a relação entre Matemática e mundo sensível explica bem o motivo. Durante o decorrer da pesquisa é evidenciado, por meio de várias fontes bibliográficas, como a Matemática está presente no mundo inteligível e não no sensível, o que nos leva a perceber que a Matemática não está presente nesse mundo em que habitamos, o mundo físico, o que deixa claro a impossibilidade de relacionar integralmente matemática com o mundo real, de maneira didática, visto que ela não faz parte dele de maneira ideal.

Como visto que a Matemática faz parte do mundo inteligível, analogamente foi muito trabalhado como a Geometria pertence a esse mesmo mundo e, com base nisso, chega-se que a Geometria exposta nas escolas apresenta contraste com a abordagem das definições de Euclides. Com os exemplos das construções de triângulos, círculos, quadriláteros da BNCC e do Currículo Paulista observamos a divergência relativa ao desenvolvimento via definições de Euclides, em que os triângulos, círculos e quadriláteros fazem parte do mundo inteligível de Platão, com a impossibilidade de sua construção. Poderia, talvez, ser retratado nos documentos apenas como uma *representação imperfeita* ao invés de sua construção, que assim estaria mais próximo da correção conceitual.

Analogamente, encontramos incoerências no *site* oficial da OBMEP, ao apresentar um exercício com solução contraditória ao desenvolvimento euclidiano da Geometria, já que sua resolução não é totalmente abstrata, visto que o exercício utiliza um macarrão (objeto concreto) para resolver um problema matemático, que seria

totalmente abstrato. Isso mostra como até Institutos que tratam a Matemática de modo mais conceitual cometem a mesma incoerência ao trabalharem com aspectos concretos do mundo quando comparado com a elaboração via definições, teoremas e postulados Geométricos, o que realça a importância do tema abordado.

Logo, é evidente que ambos os exemplos contrariam a elaboração via definições, teoremas e postulados, não utilizando um ensino totalmente abstrato, liberto do concreto. Sendo assim, para resolver essa questão educacional, o certo seria libertar-se do concreto e ter um ensino majoritariamente abstrato na Educação Geométrica, porém mesmo encontrando divergências, é perceptível por meio de um dos textos, que a liberação completa da Geometria do recurso concreto é apenas uma utopia, o que torna impossível se chegar a um ensino de Geometria totalmente abstrato.

Concluimos que, mesmo sendo uma utopia, deve-se haver uma busca para que a Geometria seja cada vez mais próxima da sua abordagem segundo suas definições, teoremas e postulados, por que entendo a Geometria está presente no mundo inteligível, como pensa Platão.

Por meio desta pesquisa, meus questionamentos foram respondidos ou pelo menos enfrentados, trazendo à tona que a Matemática não está presente no mundo sensível, e que este fato leva a perceber incoerências entre o ensino da Matemática como sugerido e a necessidade de melhorias do ensino Matemático, para um tratamento mais abstrato e conceitual.

Gostaria de terminar minhas considerações com uma frase de Einstein: A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela.

Diante dessa afirmação, percebemos que qualquer mentira, incoerência que houver com a Matemática, o responsável será quem a usou mal, no caso dessa pesquisa o ensino da Matemática atual, quem usa a Matemática dessa maneira desconectada da sua essência, seja por apresentar incoerências com o tema, seja por não abordar uma Matemática com suas ideias puras.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, C. R. M. de; KALEFF, A. M. M. R. Poliedros de Platão sob uma perspectiva de educação matemática usando recursos didáticos concretos e virtuais. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE: DESAFIOS E POSSIBILIDADES, 13., 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Comunicação Científica V. Disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4995_2293_ID.pdf. Acesso em: 4 ago. 2025.
- ALMOULOUD, S. A. Demonstração em Geometria: Perspectivas Histórica e Filosófica. **Qualitative Research Journal**, São Paulo, v. 8, n. 18, p. 540-570, ed. especial. 2020. Disponível em: <https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/344/218>. Acesso em: 11 mar. 2025.
- ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. Revista Brasileira de Educação**, São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, n. 27, set./dez. 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xzRGKxDRJ6XS4ZXxLnBTkFL/?format=html&lang=pt>. Acesso em: 11 mar. 2025.
- ARAÚJO, A. P. O fetichismo na metodologia do ensino da matemática. **Revista Educação em Questão**, v. 1/2, n. 2/1, p. 127-129, 1987/1988. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/11910/8324>. Acesso em: 26 nov 2025.
- BARBOSA, G. **Platão e a matemática: uma questão de método**. 2014. 158 f. Orientador: Irineu Bicudo Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/43956a76-1980-4910-b98b-ff0eaf53b4d3/content>. Acesso em: 4 ago. 2025.
- BASTIAN, I. V. **O Teorema de Pitágoras**. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.
Disponível em:
https://www.pucsp.br/pensamentomatematico/dissertacao_irma_verri_bastian.pdf.
Acesso em: 30 nov. 2025.

BICUDO, I. Platão e a matemática. **Letras Clássicas**, n. 2, p. 301-315, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação básica. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 4 ago. 2025.

CORNELLI, G.; COELHO, M. C. de M. N. "Quem não é geômetra não entre!": Geometria, Filosofia e Platonismo. **Kriterion: Revista de Filosofia**, Belo Horizonte, n. 116, p. 417-435, dez. 2007. Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/kr/a/k3tFxYFHRdsmxvtrpHYhfwr/?lang=pt>. Acesso em: 11 mar. 2025.

CRUZ, K. R. da. A importância da geometria no processo ensino-aprendizagem: uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem – REBENA**, v. 4, p. 108-116, 2022. Disponível em:
<https://rebena.emnuvens.com.br/revista/index>. Acesso em: 11 mar. 2025.

CRISTIANO, C.; FREITAS, E. **Metodologia do Trabalho Científico**. 2. ed. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul: Feevale, 2013. Disponível em:
https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=zUDsAQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA4&dq=Metodologia+do+Trabalho+Cientifico+cristiano&ots=dd05gdAbCM&sig=tGI_9W5Hmh5pkJiZkQuTnlgzvSA&redir_esc=y#v=onepage&q=Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico%20cristiano&f=false. Acesso em: 27 out. 2024.

EDITORA MODERNA (org.). **SuperAÇÃO! Matemática: 6.º ano do Ensino Fundamental II**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022. Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira. p. 187. Disponível em:
<https://pnld.moderna.com.br/wp-content/uploads/2023/05/EDIT-Supera%C3%A7%C3%A3o-Matem%C3%A1tica-6-ano-.pdf>. Acesso em: 2 set. 2025.

EDITORA MODERNA (org.). **SuperAÇÃO! Matemática: 7.º ano do Ensino Fundamental II**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022. Editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira. p. 184. Disponível em:
<https://pnld.moderna.com.br/wp-content/uploads/2023/05/EDIT-Supera%C3%A7%C3%A3o-Matem%C3%A1tica-7-ano-.pdf>. Acesso em: 2 set. 2025.

EINSTEIN, A. **"A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela."** Disponível em:
<https://www.pensador.com/frase/NDg5OTI4/#:\~:text=Albert%20Einstein-,A%20Matem%C3%A1tica%20n%C3%A3o%20mente,quem%20faz%20mau%20uso%20dela>. Acesso em: 31 ago. 2025.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Fundação Editora da UNESP, 2009. ISBN 978-85-7139-935-8. Disponível em: <https://ia601508.us.archive.org/10/items/Os.Elementos-Euclides/OsElementos-Euclides.pdf>. Acesso em: 4 ago. 2025.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 1-38, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>. Acesso em: 27 out. 2024.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes**. 1. ed. Porto Alegre: Penso, 2012. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=QGqzBQAAQBAJ>. Acesso em: 26 nov. 2025.

FRECHEIRAS, K. R. O. **Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)**. Rio de Janeiro, ago. 2010. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/16788/16788_4.PDF. Acesso em: 30 nov. 2025.

GALEANO, E. **Las palabras andantes**. Com grabados de J. Borges. Primera ed. para Argentina. Buenos Aires: Catálogos, 1993. 5. ed. dez. 2001. ISBN 9509314846. Disponível em: https://resistir.info/livros/galeano/_las_palabras_andantes.pdf. Acesso em: 31 ago. 2025.

JARDINETTI, J. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. **Bolema**, Rio Claro, 1997. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/download/10648/7035/56756>. Acesso em: 27 out. 2024.

MARTINS, M. C. F. A.; LOPES, T. B.; DARSIE, M. M. P. As influências de Platão e Euclides para o desenvolvimento da Geometria. **Coinspiração: Revista dos Professores que Ensinam Matemática**, v. 6, jan./dez. 2023. ISSN 2596-0172. DOI: 10.61074/Coinspiracao.2596-0172.e2023001. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br>. Acesso em: 4 ago. 2025.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 1–6, 2005. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/329>. Acesso em: 27 out. 2024.

OBMEP. Clubes de Matemática da OBMEP. **Problema**: probabilidade com macarrão. 28 ago. 2025. Disponível em: <https://clubes.obmep.org.br/blog/problemao-probabilidade-com-macarrao/>. Acesso em:

28 ago. 2025.

PLATÃO. **A República**. Tradução e adaptação de Ênio Padilha. Disponível em: https://www.eniopadilha.com.br/documentos/Platao_A_Republica.pdf. Acesso em: 4 ago. 2025.

RÊGO, R. G; SOARES, L. H. do. A dialética entre o concreto e o abstrato na construção de conceitos matemáticos. *In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2016, João Pessoa. **Anais** [...]. João Pessoa: Editora Realize, 2016. Disponível em: <https://editorarealize.com.br>. Acesso em: 27 out. 2024.

RODRIGUES, C. T. Matemática como ciência mais geral: forma da experiência e categorias. **Cognitio-Estudos: Revista Eletrônica de Filosofia**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 37-59, jan./jun. 2007. Centro de Estudos do Pragmatismo – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/filosofia/Pragmatismo/cognitio_estudos/cognitio_estudos.htm. Acesso em: 11 mar. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Matemática – Anos Finais**: Currículo Paulista. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP), jan. 2023. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/Matem%C3%A1tica-Anos-Finais.pdf>. Acesso em: 2 set. 2025.

SILVA, J. J. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007. Disponível em: <https://ia600409.us.archive.org/4/items/tudo-para-o-vestibular-matematica-completa-ensino-medio-pdfdrive/Filosofias%20da%20Matem%C3%A1tica%20%28%20PDFDrive%20%29.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2025.

SOUZA, F. H. B.; SOUZA, M. A. A distinção platônica entre Mundo Sensível e Mundo das Ideias. **Revista Jurídica da Universidade de Franca**, Franca, v. 14, n. 22, jan.-dez. 2012. 242 p. ISSN 1516-1595. Disponível em: https://www.academia.edu/15250939/An%C3%A1lises_jur%C3%ADdicas_e_psican%C3%A1ticas_sobre_psicopat%C3%ADa_e_crime. Acesso em: 31 ago. 2025.

VIEIRA, D. D. A. **Traços da influência das filosofias de Platão e Aristóteles no desenvolvimento da matemática**. 2018. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, João Pessoa, 2018. Orientador: Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/14838/1/Arquivototal.pdf>. Acesso em: 4 ago. 2025.

ZATTI, V. A paideia platônica e o papel da matemática na constituição do modelo antropológico apolíneo. ***Edetania***, n. 51, p. 227-237, jul. 2017. ISSN 0214-8560. Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus Canoas. Disponível em: <https://revistas.ucv.es/edetania/index.php/Edetania/article/view/159>. Acesso em: 4 ago. 2025.