

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001035



Nº 13

"AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO ALGORITMO DE
SIMULATED ANNEALING USADO NO PLANEJAMENTO
DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO"
ALUNO: ANTONIO PÁDUA MACHADO
ORIENTADOR: RUBÉN AUGUSTO ROMERO LÁZARO

Te.1035

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“Avaliação Experimental do Algoritmo de Simulated Annealing
Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão”**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA
SOLTEIRA - FEIS - COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

Aluno: Antônio Pádua Machado

Orientador: Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

1210001035



1210001035



Ilha Solteira-SP, março de 1997

MFW-483

Proc. 233/97-UPD 113/97

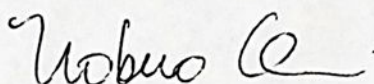
UNESP - "CAMPUS" DE ILHA SOLTEIRA SERVIÇO DE DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE RECEPÇÃO 03.7.97	DATA DE TORNADO 30.7.97
RECEBIDA POR k	TORNADO Te. 1035
CLASSIFICAÇÃO hloooas \$10.00 Antes	CLASSIFICAÇÃO 021.31 M149a

BCpIS - FEIS - UNESP

**“Avaliação Experimental do Algoritmo de Simulated Annealing
Usado no Planejamento de Sistemas de Trasmissão”**

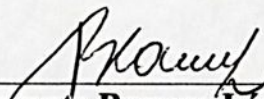
Antônio Pádua Machado

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA - FEIS - COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

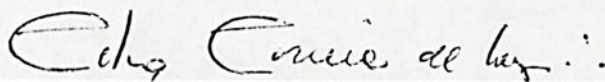


Nobuo Oki, D. Sc. - Coordenador

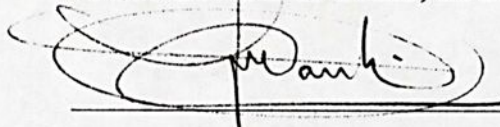
COMISSÃO EXAMINADORA:



Rubén Augusto Romero Lázaro, D. Sc. - Orientador



Celso Correia de Souza, D. Sc.



José Roberto Sanches Mantovani, D. Sc.

Ilha Solteira - SP, março de 1997

AGRADECIMENTOS

Aos professores do curso de mestrado, especialmente ao prof. **Rubén** pela competente orientação.

Aos servidores do Departamento de Engenharia Elétrica pelo zelo nos serviços prestados.

Aos colegas de curso pela rica e harmoniosa convivência.

À UFMS e ao CNPq.

Ao meu filho **Denis**.

À **Ariana**.

Resumo

Esta dissertação apresenta o Algoritmo de Simulated Annealing (SA) e sua aplicação ao Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão a longo prazo. Neste sentido, este estudo complementa, na análise teórica e fundamentalmente na avaliação experimental, a pesquisa apresentada em [2] onde foi aplicado com êxito um algoritmo de SA para a mesma finalidade. O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM) de difícil tratamento através de metodologias convencionais de otimização. Assim, a utilização de técnicas de otimização combinatorial como SA e os Algoritmos Genéticos são alternativas promissoras de utilização no Problema de Planejamento, especialmente para sistemas de grande porte. Nos estudos apresentados na presente dissertação analisa-se, teórica e experimentalmente, vários programas de esfriamento do algoritmo SA. Para cada programa de esfriamento são realizados vários testes para calibrar os parâmetros de controle de cada programa, isto é, os parâmetros de controle de cada programa de esfriamento são otimizados empiricamente, com base nos aspectos probabilísticos do algoritmo, utilizando sistemas de pequeno e médio porte cujas soluções ótimas são conhecidas. Os diferentes programas de esfriamento assim otimizados, são comparados no seu desempenho em termos de qualidade da solução encontrada e do esforço computacional. O melhor programa de esfriamento com seus respectivos parâmetros adequadamente calibrados é utilizado para testar um sistema de grande porte cuja solução ótima ainda não é conhecida. Os resultados obtidos mostram um satisfatório desempenho do algoritmo SA especialmente na sua capacidade de encontrar configurações ótimas ou quase- ótimas. Conclui-se também que o desempenho do algoritmo SA pode ainda ser melhorado, no esforço computacional e especialmente na sua propriedade de convergir assintoticamente para a solução ótima, para o trato de problemas de grande porte, com a melhoria de alguns aspectos do algoritmo como o critério de parada, a recalibragem dos parâmetros e revisão no programa computacional.

Abstract

This study is an exhaustive experimental evaluation of the Simulated Annealing(SA) algorithm applied to the long term transmission network expansion Planning Problem. As such, the analysis complements, in its theoretical analysis and its experimental evaluation, the investigation presented in [2] where SA was successfully applied to the problem of planning which is a mixed integer nonlinear programming problem, difficult to deal with using conventional optimization methodologies. This investigation analyzes various SA cooling schedules using trials that calibrate the control parameters for each cooling. The cooling schedules are compared and the best of them is used to evaluate a large scale system whose optimum solution is not yet known.



Conteúdo

Capítulo 1 Introdução	1
Capítulo 2 Planejamento de Sistemas de Transmissão	4
2.1 Definição do Problema de Planejamento	4
2.2 Formulação Básica do Problema de Planejamento	5
2.3 Alguns Métodos de Solução do Problema de Planejamento	8
2.3.1 Métodos Aproximados	8
2.3.1.1 Modelo de Transportes	8
2.3.1.2 Modelo de Fluxo de Carga DC e a Técnica de Mínimo Esforço	9
2.3.1.3 Modelo Híbrido	11
2.3.2 Um Método Clássico de Otimização - O Método da decomposição de Benders	12
2.3.3 Métodos de Otimização Combinatorial	14
2.3.3.1 Método dos Algoritmos Genéticos	14
2.3.3.2 Método de Simulated Annealing	17
Capítulo 3 Simulated Annealing	18
3.1 Concepção	18



3.2	O Algoritmo de Simulated Annealing	20
3.3	A Convergência Assintótica do Algoritmo	21
3.4	Aspectos Gerais do Algoritmo de SA para Resolver um Problema de Combinatorial	27
3.4.1	A Representação do Problema	27
3.4.2	O Mecanismo de Transição	27
3.4.3	O Programa de Esfriamento	28
Capítulo 4 Algoritmo do Simulated Annealing Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão		33
4.1	Características Específicas do Algoritmo de SA que atendem ao Problema de Planejamento	33
4.2	Características Específicas do Problema de Planejamento que se Compatibilizam com o Algoritmo de SA	34
4.2.1	A Representação do Problema	34
4.2.2	O Mecanismo de Transição	36
4.2.3	Os Programas de Esfriamento	39
4.3	O Algoritmo de SA Implementado	42
Capítulo 5. Testes Realizados e Resultados Obtidos		44
5.1	Sistema de Garver de 6 Barras	44
5.1.1	Programa de Esfriamento com Taxa Constante de Decaimento de Temperatura	49
5.1.2	Programas de Esfriamento com Taxa Variável de Decaimento de Temperatura	50
5.2	Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	51
5.2.1	Programa de Esfriamento com Taxa Constante de Decaimento de Temperatura	55



5.2.2 Programas de Esfriamento com Taxa Variável de Decaimento de Temperatura	56
5.3 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 2002	60
Conclusões	64
Bibliografia	66
Apêndice A1 Dedução da Expressão (3.21)	68
Apêndice A2 Dedução da Expressão (3.22)	73
Apêndice A3 Formulação Linearizada do Modelo DC	76
Apêndice A4 Desenvolvimento da Formulação (4.1) para um Sistema de 3 Barras	80
Apêndice A5 O Problema do Caixeiro Viajante	86
Apêndice A6 Artigos publicados	90

Capítulo 1

Introdução

A presente dissertação trata da solução do Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão a longo prazo. O tema tem merecido muito estudo visto que em cada problema se trata de planejar o aproveitamento de recursos naturais na produção e distribuição de energia elétrica, o que leva a um investimento financeiro de grande porte. O problema se encaixa na área da Pesquisa Operacional e é tratado como um problema de minimização de custos.

Ao formular matematicamente o Problema de Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão no modelo Fluxo de Carga de Corrente Contínua (FCDC) surge um Problema de Programação Não Linear Inteiro Misto (PNLIM), como está na formulação (2.1) do próximo capítulo, de difícil solução por métodos convencionais, e que portanto tem sido objeto de estudo dos pesquisadores nesta área, buscando métodos alternativos computacionalmente viáveis e que ofereçam a solução ótima do problema.

Os métodos utilizados para resolver o problema de Planejamento dividem-se hoje nos Métodos Aproximados, que são os mais antigos e usados até então, os Métodos Clássicos de Otimização e os Métodos de Otimização Combinatorial. Nos dois últimos é que ainda se concentram muitos estudos e publicações como [1, 2, 3, 16]. São métodos que buscam a solução ótima do problema.

A presente dissertação traz um estudo do Método de Otimização Combinatorial chamado **Simulated Annealing (SA)** aplicado na solução do Problema de Planejamento. Este método surgiu em 1983 [6] e tem sido aplicado com sucesso em problemas do campo da Pesquisa Operacional e em alguns problemas da Engenharia Elétrica [1]. Este e outros métodos de otimização combinatorial têm uma característica geral de que convergem para soluções ótimas ou quase ótimas mas com elevado esforço computacional. Porém, tornaram-se métodos viáveis e interessantes com o surgimento de ambientes computacionais mais poderosos, como as modernas estações de trabalho (Work Stations).



O método de Simulated Annealing, portanto, não surgiu exclusivamente para resolver os problemas de planejamento, mas para resolver os chamados **Problemas de Otimização Combinatorial** onde se pode inserir o característico Problema de Planejamento.

Definitivamente, um problema específico de otimização combinatorial pode ser formalizado como um par (Ω, f) , sendo que Ω é o espaço das soluções possíveis do problema e f é uma função que associa um "custo" real a cada solução em Ω , mapeada por:

$$f : \Omega \longrightarrow R. \quad (1.1)$$

Num caso de minimização, o problema é encontrar uma solução $i_{opt} \in \Omega$ que satisfaça a

$$f(i_{opt}) \leq f(i), \text{ para todo } i \in \Omega \quad (1.2)$$

onde i_{opt} é a solução ótima global.

No Problema de Planejamento, visto como um problema de otimização combinatorial, o conjunto Ω é constituído por todas as configurações possíveis para a expansão da rede e f é a regra que fornece o custo de cada configuração e que vem a ser a função objetivo do PNLIM expresso por (2.1). Neste tratamento do problema de planejamento pode surgir a dificuldade de se ter um conjunto Ω extremamente grande, o que pode tornar a busca da solução ótima muito onerosa para o algoritmo de Simulated Annealing.

A característica básica do algoritmo de Simulated Annealing na solução do problema de planejamento (ou de qualquer outro problema de otimização combinatorial) é que o processo de otimização avança de configuração em configuração, de maneira inteligente, e converge assintoticamente. O aspecto inteligente é próprio do chamado mecanismo de transição com o qual se passa de uma configuração a outra, e a convergência assintótica é devido o caráter probabilístico do mecanismo de transição. Tendo-se o programa computacional fiel ao algoritmo, sua eficiência reside principalmente na calibragem adequada dos parâmetros de controle do algoritmo com respeito ao problema.

Na presente dissertação o Capítulo 2 traz a definição do problema de planejamento, sua formulação matemática básica e alguns dos vários métodos existentes para resolvê-lo, a saber, a Técnica de Garver usando o Modelo de Transportes, a Técnica de Mínimo Esforço usando o modelo de Fluxo de Carga DC e a Técnica de Villanasa [21] usando o Modelo Híbrido que são modelos do grupo dos Métodos Aproximados, isto é, que buscam soluções



aproximadas para o problema; o Método da Decomposição de Benders que é um dos Métodos Clássicos de Otimização; o Método dos Algoritmos Genéticos e o Método de Simulated Annealing (analisado e avaliado na presente dissertação) que são do grupo dos Métodos de Otimização Combinatorial.

No Capítulo 3, faz-se a apresentação teórica do Método de Simulated Annealing com vistas à sua aplicação. É descrito a concepção do método, o algoritmo, a garantia teórica da convergência e seus aspectos gerais para resolver um problema de otimização combinatorial, a saber, a representação do problema, o mecanismo de transição e o chamado programa de esfriamento que constituem a estratégia do método.

No Capítulo 4, apresenta-se as características específicas tanto do algoritmo SA quanto do Problema de Planejamento para que se possa estabelecer a estrutura lógica do algoritmo que pode resolver o problema e como o problema fica resolvido pelo algoritmo. Pode-se adiantar que a estratégia do Método de Simulated Annealing é perfeitamente adequada ao Problema de Planejamento.

No Capítulo 5, apresenta-se os testes realizados e os resultados obtidos com o algoritmo SA em três exemplos de Problemas de Planejamento, a saber, o pequeno sistema de Garver de 6 barras, o sistema Sul-Brasileiro de 46 barras de porte médio e o sistema de grande porte Norte-Nordeste brasileiro de 89 barras. Os dois primeiros sistemas têm solução ótima conhecidas.

Nas Conclusões, faz-se considerações sobre a metodologia SA, sobre os resultados obtidos nos testes realizados e quanto às perspectivas de desenvolvimentos futuros.

No Apêndice, apresentam-se os Apêndice A1 e Apêndice A2 com as deduções de duas importantes expressões, (3.21) e (3.22), que são alternativas de controle do importante parâmetro de decaimento da “temperatura” no processo de otimização, apresenta-se o Apêndice A3 onde se desenvolve a formulação linearizada do modelo FCDC, apresenta-se o Apêndice A4 com o desenvolvimento da formulação (4.1) para um problema de 3 barras, apresenta-se o Apêndice A5 com o problema do caixeiro viajante que serviu de teste inicial para o algoritmo de Simulated Annealing e finalmente apresenta-se o Apêndice A6 contendo os artigos publicados.



Capítulo 2

O Problema de Planejamento

Neste capítulo apresenta-se a definição do problema de planejamento, a formulação básica do problema e alguns métodos de solução.

2.1 Definição do Problema de Planejamento

O Problema de Planejamento de Expansão de Redes de Transmissão de Energia Elétrica, no caso geral, consiste em determinar onde, quando e que tipo de equipamentos devem ser instalados ao longo de um período de tempo de modo a manter satisfeitas as necessidades do mercado de consumo de energia elétrica, com certas especificações de qualidade nos serviços e ao menor custo possível. Trata-se portanto de um problema de otimização. Tem-se o caso geral quando o planejamento é a longo prazo numa sucessão de períodos de tempo e requer uma solução para cada período, o que se chama **planejamento dinâmico**.

Na presente dissertação é estudado o **planejamento estático** que é um subproblema do caso geral. Só se tem, neste caso, um horizonte de planejamento (ou um período) a ser atendido.

O Problema de Planejamento parte de uma rede inicial, que é a rede do ano base (ou configuração inicial) e com os demais dados do problema, que são a demanda a ser atendida, a geração futura de carga e uma lista de circuitos candidatos constituída por aquelas linhas que reforçam as linhas já existentes e aquelas linhas que definem novos ramos. A demanda e a geração futura são determinadas estatisticamente numa fase preliminar do planejamento. Também numa fase preliminar são estabelecidos os circuitos candidatos à solução do

problema. No presente trabalho, com respeito aos sistemas testados, os dados que se acaba de referir estão nas tabelas 1, 2, 6, 7 e em [4].

Outros aspectos conhecidos são que, se tratando de uma rede de transmissão funcionando segundo o modelo de fluxo de carga DC, ali devem ser satisfeitas as duas leis de Kirchhoff, os fluxos nas linhas são limitados, tem-se um número máximo de adições nas linhas e há limites de geração nas barras geradoras. Estes aspectos vêm compor a formulação do problema expressa por (2.1).

O resultado esperado da solução do problema estático de planejamento é uma lista de circuitos (linhas e/ou transformadores) que devem ser instalados, produzindo o menor investimento possível e garantindo a operação adequada para o horizonte de planejamento futuro.

2.2 Formulação Básica do Problema de Planejamento

Em se tratando do problema definido na seção anterior, sua formulação consiste em reunir uma função custo a ser minimizada e um rol de restrições que são propriedades do sistema elétrico, como está indicado na figura 1 abaixo:

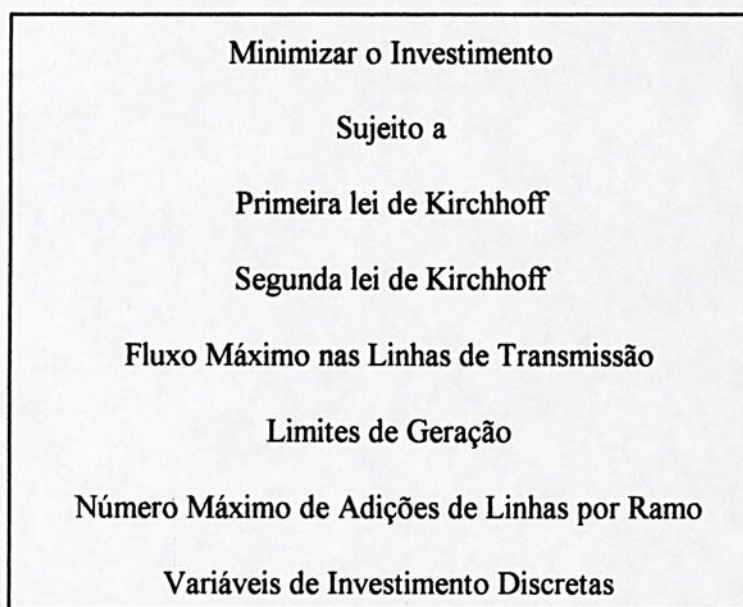


Fig. 1 Estrutura da formulação do Problema de Planejamento

Formulado então, no modelo de Fluxo de Carga de Corrente Contínua (FCDC), o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão fica expresso por:

$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$Sf + g = d \quad (2.1.a)$$

$$f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (2.1.b)$$

$$|f_{ij}| - x_{ij} \bar{\phi}_{ij} \leq \gamma_{ij}^0 \bar{\phi}_{ij} \quad (2.1.c)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (2.1.d)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e discretos} \quad (2.1.e)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega$$

sendo que

$$\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}^0}.$$

Nesta formulação tem-se as seguintes variáveis:

Ω : Conjunto de todos os ramos definidos pelas linhas existentes na configuração inicial e as alternativas de expansão. A ampliação ou duplicação de uma linha existente é também uma alternativa de expansão. Assume-se que Ω é sempre conexo.

g : Vetor de gerações.

d : Vetor de carga.

\bar{g} : Vetor de limites de geração.

θ : Ângulos das tensões nodais.

S : Matriz de incidência nó-ramo.

f : Vetor de fluxos.

\bar{f}_{ij} : Fluxo máximo na linha (i, j) .

x_{ij} : Nova susceptância a ser instalada no ramo $(i, j) \in \Omega$.

γ_{ij}^0 : Susceptância inicial no ramo $(i, j) \in \Omega$.

c_{ij} : Custo relativo da linha no ramo $(i, j) \in \Omega$, onde

$$c_{ij} = \text{custo da linha} / \gamma_{ij} .$$

Na modelagem FCDC expressa por (2.1), como já foi dito, o sistema elétrico obedece às duas leis de Kirchhoff. A restrição (2.1.a) é um conjunto de equações representando a primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada nó da rede. A restrição (2.1.b) é um conjunto de equações que representam a segunda lei de Kirchhoff, uma equação para cada circuito existente ou circuito candidato. A restrição (2.1.c) impõe limites máximos nos fluxos dos circuitos, sendo uma equação para cada circuito existente ou circuito candidato. A restrição (2.1.d) impõe limites de geração nas barras geradoras e finalmente, a restrição (2.1.e) impõe que cada circuito candidato tenha susceptância não negativa e que a susceptância é uma variável discreta.

A formulação (2.1) é um Problema de Programação Não-Linear Inteiro Misto (PNLIM) de difícil tratamento e por isto estuda-se métodos alternativos para resolvê-lo. Tem-se nesta formulação variáveis contínuas de operação, a saber, os fluxos nas linhas, nível de geração, diferença angular nas barras e variável de investimento inteira, como são os circuitos candidatos à adição. Na restrição (2.1.b) está o caráter não-linear do problema, com a presença aí da multiplicação de variável contínua de operação (diferença angular) por variável discreta de investimento (novas susceptâncias a serem instaladas). O caráter inteiro é associado à variável de investimento que se apresenta em termos do número de circuitos. O caráter misto do problema é devido a presença de variável contínua e variável inteira ou discreta na formulação.

A busca da solução ótima de (2.1) implica na elaboração de um algoritmo especializado para resolver um PNLIM e o fator complicante do problema está na não-linearidade imposta pela restrição (2.1.b) e no caráter das variáveis discretas.

A seguir apresentam-se alguns dos vários métodos que têm sido utilizados para resolver a formulação (2.1). A propósito, as descrições são feitas apenas com o objetivo de

citar e dar uma noção estrutural dos algoritmos. Melhores detalhes sobre tais métodos podem se vistos especialmente em [3, 4, 16, 17 e 20].

2.3 Alguns Métodos de Solução do Problema de Planejamento

Os vários métodos já existentes para resolver o problema de planejamento se agrupam nos chamados Métodos Aproximados, os Métodos Clássicos de Otimização e os mais recentes Métodos de Otimização Combinatorial.

2.3.1 Métodos Aproximados

Os Métodos Aproximados são os mais antigos e usados até então pelas empresas do ramo e são os que buscam apenas uma solução aproximada do problema, isto é, uma boa solução e são métodos que apresentam a vantagem de sua implementação simples, exigindo pequeno esforço computacional. Esses métodos já foram considerados eficientes comparados aos recursos computacionais existentes até o final dos anos 80.

2.3.1.1 O Modelo de Transportes

O Modelo de Transportes formulado por L. L. Garver (IEEE - 1970) foi uma das primeiras tentativas de resolver o modelo (2.1), com o mérito de ser uma proposta inovadora de metodologia para o planejamento de sistemas de transmissão, trazendo um algoritmo para resolver um modelo simplificado da rede.

A proposta é relaxar a formulação (2.1) retirando a imposição da segunda lei de Kirchhoff, resultando um Problema de Programação Linear inteiro Misto (PLIM), diferindo portanto de (2.1) pela ausência da restrição (2.1.b), resultando um problema relaxado conhecido como Modelo de Transportes, escrito como segue:



$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} x_{ij} \quad (2.2)$$

sujeito a

$$Sf + g = d$$

$$|f_{ij}| - x_{ij} \bar{\phi}_{ij} \leq \gamma_{ij}^0 \bar{\phi}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e discreto}$$

$$\forall (i, j) \in \Omega.$$

A solução matemática de (2.2) é mais simples comparada com (2.1) pela perda do caracter não-linear, porém a tarefa de encontrar a solução ótima de (2.2) ainda é complicada pela presença de variáveis discretas ou inteiras.

O algoritmo proposto por Garver resolve o modelo simplificado (2.2) usando uma metodologia heurística num processo passo-a-passo. Nesse contexto Garver realiza duas simplificações: relaxa a modelagem (eliminando as equações da segunda lei de Kirchhoff) e resolve o sistema restante, de maneira heurística, usando um método passo-a-passo, adicionando um circuito por vez nos ramos de maior sobrecarga, considerando-se dois tipos de ligações: **ligações normais** com capacidade de transmissão máximas iguais as das linhas reais e custos de transportes iguais às reatâncias dessas linhas e as **ligações de sobrecargas** que são fictícias, com capacidades de transmissão ilimitadas e grandes custos de transportes. Essas linhas são colocadas nos ramos onde são permitidas construções de novas linhas.

A metodologia de Garver prevê que todo fluxo que não puder ser transportado pelas ligações normais, fluirão pelas ligações de sobrecargas. Aí está a inteligência do algoritmo. Em cada estágio do processo de planejamento deverá se resolver um Problema de Programação Linear (PL) e adicionar uma linha no ramo de maior sobrecarga. O processo é repetido até eliminar todas as sobrecargas.

A metodologia de Garver guarda a vantagem da simplicidade por implementar um algoritmo que exige somente soluções sucessivas de PLs, mas é essencialmente de natureza heurística e representa hoje uma metodologia de planejamento ultrapassada [3].



2.3.1.2 Modelo de Fluxo de Carga DC e a Técnica de Mínimo Esforço

Desenvolveu-se na UNICAMP uma metodologia para tratar o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão formulado com um modelo de fluxo de carga DC (ou modelo FCDC), onde as linhas são adicionadas uma-a-uma ou em pequenos grupos, o que vem caracterizar o chamado “mínimo esforço”, baseando-se num critério de desempenho das adições sobre a variação da função objetivo correspondente às perdas no modelo resistivo associado ao sistema elétrico.

Obtém-se o vetor θ de ângulos das tensões nodais pela expressão matricial

$$B\theta = P \quad (2.3)$$

onde B e P são respectivamente a matriz de susceptâncias (ou capacidades de transmissão) e o vetor de injeção líquida de potência ativa (geração menos demanda). Daí, pode-se calcular os fluxos de potências ativas nas linhas por

$$f_{ij} = \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j), \quad (i, j) \in \Omega \quad (2.4)$$

sendo que γ_{ij} são as susceptâncias no ramo (i, j) .

A solução de (2.3),

$$\theta = B^{-1}P \quad (2.5)$$

pode ser também obtida pela solução do problema de otimização:

$$\text{Min } Z = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in \Omega} \gamma_{ij}^{-1} f_{ij}^2 \quad (2.6)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in \Omega_i} f_{ij} = P_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, (N-1)$$

sendo que Ω_i é uma vizinhança de i e N é o número de barras.

A variação da função objetivo Z em relação a uma variação na susceptância das linhas candidatas pode ser usada como índice de sensibilidade no planejamento do sistema de transmissão.

O critério de desempenho citado é obtido por:

$$\Delta Z_{ij}^* = -\frac{1}{2} (\theta_i^* - \theta_j^*)^2 \Delta \gamma_{ij} \quad (2.7)$$

onde o sinal * indica a variação pela adição de um novo componente no ramo (i, j) .

As desconexões na rede inicial são resolvidas com o uso de uma “rede fictícia” com ligações de baixíssimas susceptâncias, algo como 10^{-4} vezes os valores nominais, colocados nos ramos onde são permitidas novas linhas. Com esta baixa susceptância a rede fictícia só será utilizada quando não houver possibilidade de fluxo de potência na rede real.

Melhores detalhes e bibliografia a respeito da metodologia do Modelo FCDC com a Técnica de Mínimo Esforço encontra-se em [3].

A seguir apresenta-se o Modelo Híbrido.

2.3.1.3 Modelo Híbrido

O Modelo Híbrido é a metodologia proposta por Villanasa [21] que é uma combinação do Modelo de Transportes e do Modelo FCDC. Na formulação (2.1) relaxa-se o conjunto de restrições (2.1.b) para as linhas candidatas e o mantém para as linhas

existentes na configuração inicial, isto é, a primeira lei de Kirchhoff é obedecida por todos os circuitos do sistema mas a segunda lei é obedecida somente pelos circuitos existentes na configuração inicial.

A metodologia de Villanasa para resolver o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão não garante solução ótima mas mantém vantagens do Modelo de Transportes e os resultados são de melhor qualidade em tempo computacional. Uma desvantagem importante é pela imprecisão da solução em relação ao modelo FCDC.

Como as outras metodologias já apresentadas, o Modelo Híbrido também faz um planejamento de sistema passo-a-passo, usando um índice de sensibilidade que indica o próximo circuito a ser adicionado ao sistema, caracterizando-se aí como um método heurístico.

2.3.2 Um Método Clássico de Otimização - O Método da Decomposição de Benders

Na década de 80 iniciaram-se as tentativas de resolver a formulação (2.1) de maneira ótima e nas primeiras tentativas a técnica da decomposição matemática foi a mais explorada para resolver Problemas de Planejamento de grande porte.

Buscaram-se a solução ótima do Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão formulado com o Modelo de Transportes, Modelo Híbrido e principalmente o Modelo FCDC e neste último significava resolver um PNLIM. Nesta perspectiva a metodologia mais usada foi a técnica da Decomposição de Benders que explora a decomposição natural do Problema de Planejamento em um **subproblema de investimento** e um **subproblema de operação**. A otimização global é atingida por uma solução iterativa das soluções separadas dos subproblemas de operação e de investimento.

A formulação do problema de minimização de custos da expansão do sistema de transmissão pode então ser [3]:

$$\text{Min } Z = c(x) + d(y) \quad (2.8)$$

sujeito a

$$A(x) \geq b$$

$$E(x) + F(y) \geq h$$



em que x representa as decisões sobre o investimento e y representa as decisões sobre operação (geração, fluxo, corte de carga, etc.) e as duas restrições são respectivamente sobre decisões de investimento e decisões sobre operação.

O problema de minimização (2.8) pode ser tratado em dois estágios: no primeiro estágio determina-se uma decisão factível de investimento x^* ; no segundo estágio toma-se x^* para minimizar $d(y)$, assim:

$$\text{Min } d(y) \quad (2.9)$$

sujeito a

$$F(y) \geq h - E(x^*)$$

onde se obtém uma solução ótima y^* em termos de decisão de operação, trazendo o custo ótimo de operação $d(y^*)$. Assim, os custos de operação $d(y)$ podem ser escritos como uma função de x^* e o problema (2.8) pode ser reescrito por:

$$\text{Min } c(x) + \alpha(x^*) \quad (2.10)$$

sujeito a

$$A(x) \geq b$$

sabendo-se de antemão que

$$d(y) = \alpha(x^*).$$

A técnica agora é melhorar sucessivamente a aproximação $\alpha(x^*)$ e resolver (2.10) iterativamente até encontrar o investimento ótimo.

Pelo que se propõe, a Decomposição de Benders para o Problema de Planejamento segue o seguinte algoritmo básico:



1. Iniciar com uma aproximação factível do custo de operação $\alpha(x^*)$.
2. Resolver o problema aproximado de investimento.
3. Com o investimento obtido no passo 2, resolver um problema exato de operação.
4. Usar os resultados para continuar uma melhor aproximação de $\alpha(x^*)$ e voltar ao passo 2.

A resolução do Modelo FCDC usando a técnica da Decomposição de Benders requer a adição de um termo $\alpha e' r$ à função objetivo da formulação (2.1) para fins de avaliação de cortes de carga e da incorporação da restrição $0 < r \leq d$ obtendo-se uma formulação que é a mais adequada para o modelo FCDC, onde as variáveis de investimento e as variáveis de operação contidas na restrição que representa a segunda lei de Kirchhoff devem ser convenientemente separadas, o que está completamente tratado em [3], que conclui que a metodologia de Benders apresenta excelentes resultados encontrando as configurações ótimas de sistemas de pequeno e médio portes. Entretanto, para sistemas de grande porte apresenta alguns problemas de convergência e esforço computacional proibitivo.

2.3.3 Métodos de Otimização combinatorial

Como alternativa aos métodos convencionais de otimização têm surgido os Métodos de Otimização Combinatorial dos quais apresentam-se nesta seção o **Método dos Algoritmos Genéticos** e o **Método de Simulated Annealing** sendo que este último é o método analisado e avaliado na presente dissertação. Esses dois métodos são muito interessantes quanto suas concepções em analogia com fenômenos naturais.

2.3.3.1 O Método dos Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos começaram a surgir nos anos 70 e expõe-se nesta seção o Algoritmo Genético introduzido por J.H Holland [17] em 1975.

O Método do Algoritmo Genético, para resolver problemas de otimização combinatorial, baseia-se na **Teoria da Evolução de Darwin** fundamentada na ação da Seleção Natural e nos conceitos do Neo-Darwinismo de mutações e recombinações gênicas que constituem as principais causas da variabilidade genética existente nas populações de seres vivos.



No Problema de Planejamento a população é o conjunto de todas as possíveis configurações da rede elétrica.

No Algoritmo Genético Básico a representação das configurações no Problema de Planejamento tem sido feito [16] com números binários. Um número binário representa uma adição de linha num ramo da rede, assim: 00, 01, 10, 11 podem representar respectivamente zero, uma, duas ou três linhas adicionadas em um ramo de um sistema.

Uma configuração (ou um elemento da população) é representada com uma seqüência de números binários. A figura abaixo mostra uma configuração em um pequeno sistema de três barras.

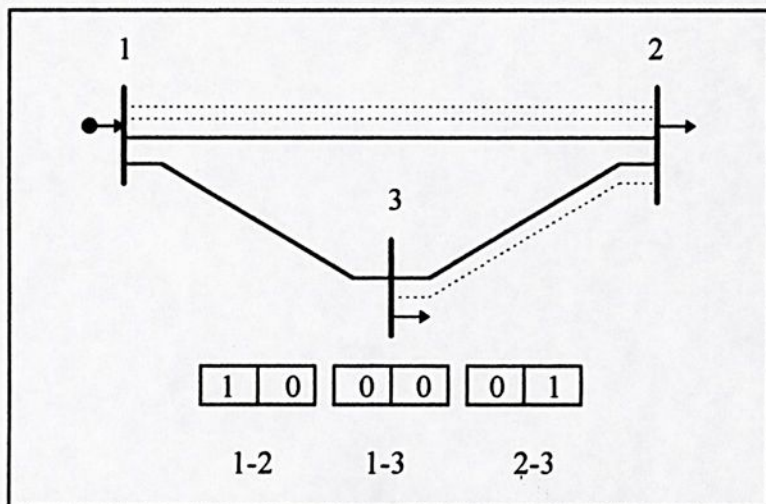


Fig. 2 Configuração com representação por seqüência de números binários. As linhas pontilhadas são propostas de adição.

Um conjunto de configurações bem definido constitui-se numa geração e, dada uma geração corrente, uma nova geração é produzida por três mecanismos básicos: **Seleção**, **Cruzamento** e **Mutação**.

A seleção natural consiste em escolher um subconjunto das configurações de uma geração e que terão direito a participar da geração das configurações da nova geração. Este processo de seleção é realizado verificando a qualidade da função objetivo de cada configuração e priorizando as configurações mais baratas. O cruzamento é o mecanismo de troca de informação (ou troca de material genético) entre os membros de uma geração. É um processo em que duas configurações da geração corrente que foram selecionadas geram duas configurações da nova geração. Esse processo é realizado com as seqüências de números aleatórios trocando-se os dígitos das mesmas posições numa parcela das posições das configurações, como mostra a figura 3. A mutação consiste em alterar uma linha da configuração (ou alterar um dígito da seqüência de números aleatórios).

Os Algoritmos genéticos geram uma seqüência de populações pelo uso de um mecanismo de seleção e usa o cruzamento e as mutações como mecanismo de busca.

No Algoritmo Genético Básico a mutação é a última operação de um ciclo e seu papel é restaurar parte do material genético destruído pela seleção natural e nos cruzamentos.

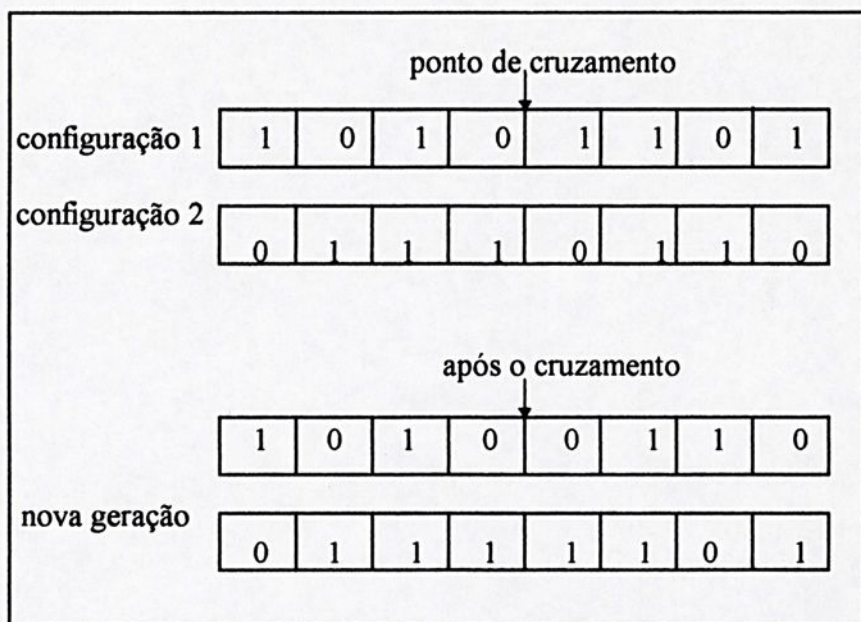


Fig. 3 Cruzamento entre duas configurações

Ainda quanto ao fenômeno da Seleção Natural que leva ao conceito de sobrevivência e adaptação no universo, no Algoritmo Genético é baseado no valor da função objetivo que responde pelo custo de cada configuração. Uma configuração com função objetivo de excelente qualidade terá gens num grande número de descendentes, pois esta configuração vai se cruzar várias vezes até se obter a configuração mais barata.

Para resolver o Problema de Planejamento formulado no modelo FCDC com o Algoritmo Genético Básico, a função objetivo tem dois termos, a saber, o termo original da formulação (2.1) de custos de investimento e outro termo que também aparece em (4.1), como é visto no Capítulo 4, representando o corte de carga e contendo o parâmetro α de penalidade do corte de carga.

Cada nova seqüência de números binários que surge por uma operação de cruzamento ou mutação, representa uma nova proposta de investimento que aplicada no termo de custos da função objetivo e nas restrições, o problema matemático redonda num problema de programação linear cuja solução representa o corte de carga da configuração

proposta. Avaliado o corte de carga, o algoritmo está preparado para seguir com o processamento

A implementação do Algoritmo primeiro passa pela busca de uma população inicial. Passa também pelo uso de parâmetros que controlam o tamanho da população, que controlam a taxa de cruzamento e que controlam a taxa de mutação. A taxa de cruzamento e a taxa de mutação são parâmetros convenientemente escolhidos ou calibrados, entre zero e um, e que por fim são comparados com números aleatórios entre 0 e 1 gerados para representarem as probabilidades dessas operações ocorrerem.

Um estudo detalhado do Método dos Algoritmos Genéticos e outras bibliografias podem ser vistos em [16,17].

2.3.3.2 O Método de Simulated Annealing

Simulated Annealing (SA) e os Algoritmos Genéticos (AGs) são dois métodos de busca utilizados na solução de Problemas de Otimização Combinatorial. São similares quanto ao uso de seus mecanismos probabilísticos de busca dirigidos para o decrescimento do custo ou crescimento do lucro. São ambos algoritmos assintoticamente convergentes. São similares também na audácia da concepção em analogia com fenômenos naturais. Tem-se o Algoritmo Genético análogo ao mecanismo de evolução e genética natural e o Simulated Annealing análogo ao processo de Annealing em sólidos.

Os Problemas de Otimização Combinatorial que se resolvem por AGs ou SA estão definidos na Introdução e o Problema de Planejamento é um bom exemplo.

O Método de Simulated Annealing resolve os Problemas de Planejamento formulados por (2.1), modificado para (4.1), sem se relaxar nenhuma restrição, por sucessivas tentativas de propostas de investimento, sendo que em cada proposta o problema (4.1) se transforma num PL cuja solução aponta um corte de carga. Ai, o algoritmo SA passa a avaliar outros aspectos do problema, como o valor da função objetivo da proposta, e segue nas tentativas até que seja acionado um critério de parada ou que todas as tentativas previamente permitidas estejam exploradas. No final do processamento o algoritmo encontra uma configuração ótima ou quase-ótima. Os estudos deste método são apresentados no Capítulo 3, a seguir.



Capítulo 3

Simulated Annealing

Simulated Annealing é o método analisado e avaliado na presente dissertação na solução de Problemas de Planejamento. Neste capítulo apresentam-se quatro seções trazendo a concepção do método, o algoritmo, a convergência e os aspectos gerais do algoritmo para resolver um Problema de Otimização Combinatorial.

3.1 Concepção

O Método de Simulated Annealing surgiu em 1983, da autoria de Kirkpatrick, Gelat e Vecchi [6] em analogia algorítmica com o Processo de Annealing em sólidos.

O Processo Annealing conduz o esfriamento controlado de um sólido, do ponto de fusão à temperatura mais baixa possível. No ponto de fusão o sólido está com sua estrutura atômica completamente desordenada e é um estado de alta energia livre, onde se mede a maior entropia. O “congelamento” é o estado onde o material assume a estrutura de um cristal, onde se mede a menor entropia.

O Processo Annealing foi desenvolvido pelos físicos como uma técnica de construção de cristais perfeitos. Pela analogia com o Processo de Annealing é que a metodologia Simulated Annealing recebeu este nome.

Para se obter estados de baixa energia do sólido o Processo de Annealing segue o chamado Algoritmo de Metropolis com dois passos fundamentais:

- Aumentar a temperatura do sólido até um valor máximo, que é o ponto de fusão.



- Decrescer a temperatura, cuidadosamente, até que as partículas do sólido se arranje no estado de energia mínima.

O esfriamento cuidadoso pelo Processo de Annealing consiste em colocar o sólido aquecido num banho térmico de temperatura mais baixa. Ocorre aí uma diminuição da temperatura do sólido e há o equilíbrio térmico entre a temperatura do sólido e a temperatura do banho térmico. Novos banhos térmicos de temperaturas sucessivamente mais baixas são administrados após cada equilíbrio térmico até ocorrer o “congelamento” do sólido ou atingir o estado de energia mínima. Diz-se aí que o congelamento passou por sucessivos níveis de temperatura, que são as temperaturas dos banhos térmicos.

O Algoritmo de Metropolis baseia-se na chamada técnica de monte Conte Carlo que gera uma seqüência de estados do sólido, assim: dado um estado corrente i com energia E_i , uma pequena perturbação é provocada neste estado e o transforma no subsequente estado j com energia E_j . Se a diferença $E_j - E_i$ é menor ou igual a zero, então o estado j é aceito como o novo estado corrente. Se tal diferença de energia for maior que zero, a aceitação do estado j depende da probabilidade dada pelo chamado Critério de Metropolis formulado por:

$$\exp\left(\frac{E_i - E_j}{K_B T}\right) \quad (3.1)$$

onde T é a temperatura do banho térmico (ou nível de temperatura) onde ocorreram os estados i e j , e K_B é a chamada constante física de Boltzman.

O equilíbrio térmico em cada banho térmico (ou equilíbrio térmico em cada nível de temperatura) é caracterizado pela chamada distribuição de probabilidades de Boltzman [6]. Esta distribuição dá a probabilidade do sólido assumir o estado i com energia E_i na temperatura T e é formulada por:

$$P_T\{X = i\} = \frac{\exp\left(-\frac{E_i}{K_B T}\right)}{\sum_j \exp\left(-\frac{E_j}{K_B T}\right)} \quad (3.2)$$

onde X é uma variável estocástica que denota o estado corrente do sólido.

A distribuição de probabilidades formulada em (3.2) que caracteriza o equilíbrio térmico a cada nível de temperatura é uma regra essencial na análise do Algoritmo de Simulated Annealing.

3.2 O Algoritmo de Simulated Annealing

O algoritmo de Simulated Annealing é, então, a aplicação do Algoritmo de Metropolis do Processo Annealing na solução de Problemas de Otimização Combinatorial. Para este propósito faz-se as seguintes equivalências:

- As soluções num Problema de Otimização Combinatorial equivalem aos estados de energia no Processo de Annealing.
- Os custos das soluções num Problema de Otimização Combinatorial equivalem às energias dos estados no Processo de Annealing .

A temperatura decrescente dos banhos térmicos no Processo de Annealing é representado numericamente no Algoritmo do Simulated Annealing pelo chamado **parâmetro de controle da temperatura** que, segundo uma taxa de decrescimento, vai a zero representando o “congelamento” (ou a cristalização do sólido) no Processo Annealing.

No Algoritmo de Simulated Annealing existe um processo de busca local através de uma **estrutura de vizinhança** e um **mecanismo de geração**. A estrutura de vizinhança é o mecanismo que permite gerar uma solução candidata do problema a partir da solução corrente.

Como definição, dado um Problema de Otimização Combinatorial (Ω, f) , uma estrutura de vizinhança é uma regra

$$\mathfrak{N} : \Omega \longrightarrow \Omega_i \quad (3.3)$$

que define para cada solução $i \in \Omega$ um conjunto $\Omega_i \subset \Omega$ de soluções em torno de i . O conjunto Ω_i é dito uma vizinhança da solução i , isto é, qualquer solução $j \in \Omega_i$ é uma solução vizinha da solução i .

O mecanismo de geração define o tipo de operação a ser realizada na transição de uma solução a outra, o que só pode ser perfeitamente definido em cada problema específico. Por exemplo, no Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão o mecanismo de geração pode ser a execução de uma das três operações: **adição, troca ou retirada** de uma

linha em algum ramo da rede elétrica. Isto equívale à pequena perturbação no sistema para se passar de um estado i para outro estado j no Processo de Annealing.

A **geração** de uma solução, a **aceitação** da nova solução e finalmente a **transição** de uma solução corrente para outra subsequente são operações eventuais cujas probabilidades são definidas por (3.10), (3.11) e (3.12), respectivamente.

A transição de uma solução corrente para uma solução subsequente é portanto uma ação que consiste de dois passos: (1) aplicação de um mecanismo de geração e (2) aplicação de um critério probabilístico de aceitação.

O Algoritmo Básico do Método do Simulated Annealing para resolver Problemas de Otimização Combinatorial consiste do seguinte:

1. Dar uma solução inicial, calcular o valor inicial T_0 do parâmetro de controle da temperatura e dar o número máximo K_{MAX} de iterações permitidas em cada nível de temperatura.
2. Incrementar o contador K de iterações. Se $K \geq K_{MAX}$ ir ao passo 4. Caso contrário, ir ao passo 3.
3. Gerar solução subsequente j e verificar sua aceitação:
 - Se a configuração tentativa for aceita, atualizar todas as grandezas de controle do processo e voltar ao passo 2;
 - Se a configuração tentativa for rejeitada, voltar ao passo 2.
4. Testar o critério de parada. Se ficar satisfeito, pare. Caso contrário, ir ao passo 5.
5. Atualizar o valor do parâmetro de controle T_{K+1} e voltar ao passo 2.

Os parâmetros envolvidos no Algoritmo do Simulated Annealing acima estão descritos na seção 3.4.

3.3 A Convergência Assintótica do Algoritmo

No Processo de Annealing descrito na seção anterior, o controle imposto sobre o decaimento da temperatura é para que se obtenha no final uma perfeita estrutura de cristal do sólido. Passa-se pelos vários estados de energia durante os níveis de temperatura e o caráter probabilístico das transições provoca o comportamento assintótico no decrescimento da energia nos sucessivos estados do sólido.



Em analogia com o Processo Annealing pode-se conjecturar que a solução de um Problema de Otimização Combinatorial por Simulated Annealing converge assintoticamente para uma solução ótima. Mais do que isto, a convergência assintótica do algoritmo é um aspecto teórico importante para sustentar a viabilidade da Metodologia SA e que está demonstrado pelo Teorema 3.3.1 nesta seção.

Análogo à distribuição de probabilidades de Boltzman, expressa por (3.2), tem-se em Simulated Annealing que dado um Problema de Otimização Combinatorial (Ω, f) e uma adequada estrutura de vizinhança, uma solução $i \in \Omega$ com custo $f(i)$ num certo nível de temperatura T pode ocorrer sujeita a uma probabilidade dada por:

$$P_T\{X = i\} \triangleq q_i(T) = \frac{\exp\left(-\frac{f(i)}{T}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{f(j)}{T}\right)} \quad (3.4)$$

onde X é uma variável estocástica que denota a solução corrente obtida pelo Algoritmo de Simulated Annealing.

A expressão (3.4) calcula então a probabilidade com que ocorre o resultado X em cada tentativa de solução num dado nível T de temperatura, e que se repete em todos os níveis de temperatura. Surge aí um vetor $q(T)$ cujas componentes são as probabilidades dos resultados das tentativas no nível T , que é a distribuição de probabilidades expressa por (3.4). Assim sendo, o Algoritmo de Simulated Annealing produz uma sucessão de distribuições $q(T)$ de probabilidades. Esta sucessão de distribuições pode ser muito variável nos primeiros níveis de temperatura visto que o algoritmo permite, porém há uma estabilização das probabilidades nos últimos níveis, o que vem caracterizar a convergência assintótica do Algoritmo.

Se Ω é o espaço das soluções possíveis e existe um subconjunto $\Omega_{opt} \subset \Omega$ de soluções ótimas do problema (Ω, f) , a estabilidade das probabilidades calculadas por (3.4) nas últimas k -tentativas significa a convergência do algoritmo e a garantia da convergência, após um número suficientemente grande de tentativas, pode ser expresso por:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P\{X(k) \in \Omega_{opt}\} = 1 \quad (3.5)$$

sendo que k é o contador de iterações (ou contador de tentativas) do algoritmo.

Na convergência do algoritmo o parâmetro T de controle da temperatura está tendendo a zero (congelamento) e neste limite a distribuição expressa por (3.4) está produzindo a chamada distribuição estacionária que se pode expressar por

$$q^* = \lim_{T \rightarrow 0} q(T) \quad (3.6)$$

sendo que q^* é a distribuição estacionária (distribuição das tentativas em Ω_{opt}) e obtém-se que [6]:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \lim_{k \rightarrow \infty} P_T \{X(k) = i\} = \lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = q_i^* \quad (3.7)$$

ou que

$$\lim_{T \rightarrow 0} \lim_{k \rightarrow \infty} P_T \{X(k) \in \Omega_{opt}\} = 1. \quad (3.8)$$

No Algoritmo de Simulated Annealing, cada tentativa de busca de uma melhor solução é uma tentativa de transição da solução corrente i para uma solução subsequente j , o que ocorre sob uma certa probabilidade. Para ocorrer uma transição é necessário que primeiro uma solução j vizinha da solução corrente i seja gerada e que depois esta solução seja aceita. Isto compõe a definição da probabilidade de transição.

A seguir apresenta-se as definições de probabilidades de transição, de probabilidade de geração e de probabilidade de aceitação. Logo após apresenta-se o Teorema sobre a distribuição estacionária.

Definição 3.1 (Probabilidade de Transição) Seja (Ω, f) um Problema de Otimização Combinatorial. Então as **probabilidades de transição** para o Algoritmo de Simulated Annealing são dadas por:

$$\forall i, j \in \Omega : P_{ij}(T_k) = \begin{cases} G_{ij}(T_k)A_{ij}(T_k) & \text{se } i \neq j \\ 1 - \sum_{l \in \Omega, l \neq i} P_{il}(T_k) & \text{se } i = j \end{cases} \quad (3.9)$$

onde $G_{ij}(T_k)$ denota a probabilidade da solução j ser gerada a partir da solução i e $A_{ij}(T_k)$ denota a probabilidade de que a solução j seja aceita como subsequente da solução

i , na k -ésima tentativa do nível T de temperatura. As correspondentes matrizes $P(T_k)$, $G(T_k)$ e $A(T_k)$ são chamadas matriz de transição, matriz de geração e matriz de aceitação.

Definição 3.2 (Probabilidade de Geração) A **probabilidade de geração** é dada por:

$$\forall i, j \in \Omega : G_{ij}(T_k) = G_{ij} = \frac{1}{|\Omega_i|} \chi_{(\Omega_i)}(i) \quad (3.10)$$

onde $\Omega_i \subset \Omega$ constitui-se das soluções vizinhas de i , por uma pequena perturbação em i . $\chi_{(\Omega_i)}(j) = 1$ se $j \in \Omega_i$ e $\chi_{(\Omega_i)}(j) = 0$ se $j \notin \Omega_i$ é a chamada função característica.

A probabilidade de geração não depende do parâmetro de temperatura nem de qual seja a tentativa k . Só depende do tamanho da vizinhança Ω_i da solução i .

Definição 3.3 (Probabilidade de Aceitação) Dada uma solução i de custo $f(i)$, a probabilidade de aceitação de uma subsequente solução j de custo $f(j)$ é dada por:

$$\forall i, j \in \Omega : A_{ij}(T_k) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(j) < f(i) \\ \exp\left(-\frac{f(j) - f(i)}{T_k}\right) & \text{se } f(j) > f(i) \end{cases} \quad (3.11)$$

O critério de aceitação expresso por (3.11) é similar ao critério de aceitação do Algoritmo de Metropolis expresso por (3.1).

O algoritmo aceita soluções subsequentes com custos mais elevados a fim de que possa escapar de eventuais mínimos locais.

Pelas expressões com que são definidas as matrizes de transição e geração estas são matrizes estocásticas e a matriz de aceitação não é estocástica. Isto quer dizer que numa sucessão de tentativas é certa a geração de uma solução subsequente que não é necessariamente aceita, mas sendo aceita há a transição. Uma matriz é dita estocástica quando seus elementos não são nenhum deles negativos e a soma em qualquer linha ou coluna é 1.

A convergência assintótica de Algoritmo de Simulated Annealing pode ser provada para uma classe mais geral de probabilidades de geração e probabilidades de aceitação. As probabilidades de geração se generalizam mais por certas condições que a elas são impostas, conforme está declarado no teorema que segue.

Teorema 3.3.1 [6] Seja (Ω, f) um Problema de Otimização Combinatorial. Sejam as probabilidades associadas com o Algoritmo de Simulated Annealing definidas por (3.9) e sejam as probabilidades de geração $G_{ij}(T)$ e as probabilidades de aceitação $A_{ij}(T)$ satisfazendo as seguintes condições:

$$(G1) \quad \forall T > 0, \forall i, j \in \Omega, \exists p \geq 1, \exists l_0, l_1, \dots, l_p \in \Omega, \text{ com } l_0 = i, l_p = j \text{ e } G_{l_k l_{k+1}}(T) > 0, \quad k = 0, 1, \dots, p-1$$

$$(G2) \quad \forall T > 0, \forall i, j \in \Omega \quad : \quad G_{ij}(T) = G_{ji}(T).$$

$$(A1) \quad \forall T > 0, \forall i, j \in \Omega : A_{ij}(T) = 1 \text{ se } f(i) \geq f(j) \text{ e } A_{ij}(T) \in (0,1) \text{ se } f(i) < f(j).$$

$$(A2) \quad \forall T > 0, \forall i, j, k \in \Omega \text{ com } f(i) \leq f(j) \leq f(k) : A_{ik}(T) = A_{ij}(T)A_{jk}(T).$$

$$(A3) \quad \forall i, j \in \Omega \quad \text{com } f(i) < f(j) \quad : \quad \lim_{T \rightarrow 0} A_{ij}(T) = 0.$$

Então existe uma distribuição estacionária $q(T)$ cujas componentes são dadas por

$$q_i(T) = \frac{A_{i_{opt}i}(T)}{\sum_{j \in \Omega} A_{i_{opt}j}(T)}, \text{ para todo } i \in \Omega \quad (3.12)$$

e para $i_{opt} \in \Omega$ arbitrário. Além disso tem-se que:

$$\lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = \frac{1}{|\Omega_{opt}|} \chi_{(\Omega_{opt})}(i). \quad (3.13)$$

Prova: Com base nas condições (G1), (G2), (A1), (A2) e (A3) além de outros resultados, a prova da validade da expressão (3.12) está indicada em [6]. A validade da expressão (3.13) que é a que diz respeito à convergência do algoritmo, é provada com o limite sobre a expressão (3.4) para T tendendo a zero, como segue:



$$\lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\exp\left(-\frac{f(i)}{T}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{f(j)}{T}\right)} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\exp\left(\frac{f_{opt} - f(i)}{T}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(\frac{f_{opt} - f(j)}{T}\right)}$$

Partindo o espaço Ω em Ω_{opt} e seu complementar $\Omega \setminus \Omega_{opt}$, pode-se escrever que:

$$\lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(\frac{f_{opt} - f(j)}{T}\right)} \chi_{(\Omega_{opt})}(i) + \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\exp\left(\frac{f_{opt} - f(i)}{T}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(\frac{f_{opt} - f(j)}{T}\right)} \chi_{(\Omega \setminus \Omega_{opt})}(i).$$

Agora, para T tendendo a zero tem-se $f(j) = f_{opt}$ para $j \in \Omega_{opt}$. Como $i \in \Omega_{opt}$ e $i \notin \Omega \setminus \Omega_{opt}$, do limite acima resulta que:

$$\lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = \frac{1}{|\Omega_{opt}|} \chi_{(\Omega_{opt})}(i) + 0$$

e finalmente que

$$\lim_{T \rightarrow 0} q_i(T) = \frac{1}{|\Omega_{opt}|} = q_i^*$$

significando que neste limite a distribuição de probabilidades das tentativas estaciona-se e que então o algoritmo converge. ■

3.4 Aspectos Gerais do Algoritmo de Simulated Annealing para Resolver um Problema de Otimização Combinatorial

Para que um Problema de Otimização Combinatorial possa ser resolvido pelo Método de Simulated Annealing, três aspectos fundamentais que são a **Representação do Problema**, o **Mecanismo de Transição** e o **Programa de Esfriamento** devem estar perfeitamente definidos para que possam ser operacionalizados pelo algoritmo.

3.4.1 A Representação do Problema

Dado um Problema de Otimização Combinatorial (Ω, f) a ser resolvido pelo método SA, o conjunto Ω das soluções possíveis deve estar perfeitamente caracterizado para que o algoritmo possa ter contato com qualquer um dos elementos. O usuário do método deve criar um mecanismo de representação das soluções, o que é próprio de cada tipo de problema. A regra f que associa a cada solução o seu “custo” é uma função que deve estar perfeitamente definida. Como referência, no Problema do Caixeiro Viajante que consiste em visitar n cidades, cada qual uma única vez, fazendo o menor percurso, é um bom exemplo de Problema de Otimização Combinatorial, o conjunto Ω pode estar constituído de todas as permutações cíclicas π das n cidades (cada permutação é um roteiro possível) e $f(\pi)$ é o comprimento do correspondente roteiro π . Outro exemplo importante é a representação feita pela formulação (4.1) do Problema de Planejamento tratado na presente dissertação.

3.4.2 O Mecanismo de Transição

No Mecanismo de Transição reside a natureza inteligente do Algoritmo de Simulated Annealing pois é o mecanismo que movimenta o algoritmo de uma solução corrente para outra solução subsequente na busca de uma solução ótima. Este processo é realizado em três etapas: (1) geração de uma solução tentativa j a partir da solução corrente i , o que é implementado definindo uma **estrutura de vizinhança** para o problema; (2) determinação da variação da função custo da solução corrente para a solução tentativa (ou solução candidata) e (3) com uso do critério expresso por (3.11) decidir se a solução tentativa é aceita e, se for o caso, transformá-la em configuração corrente. No capítulo seguinte, seção 4.2, são apresentados detalhes destes aspectos para o Problema de Planejamento.



As operações de **geração, aceitação e transição** de uma solução corrente i para uma solução subsequente j são eventuais e as respectivas probabilidades estão definidas por (3.10), (3.11) e (3.9)

3.4.3 O Programa de Esfriamento

O Programa de Esfriamento do Algoritmo de Simulated Annealing é caracterizado pela escolha ou determinação de **4 parâmetros**:

- Temperatura Inicial T_0 .
- Número N_k de Tentativas de Transição a cada nível de temperatura T_k .
- Taxa $g(T_k)$ de diminuição de temperatura.
- Critério de Parada.

Pode se implementar diferentes programas de esfriamento dependendo de como se obtém cada um dos 4 parâmetros acima.

A eficiência de um algoritmo SA, avaliada pelo esforço computacional e a qualidade da solução final, depende da adequação dos parâmetros de controle do Programa de Esfriamento.

A seguir, formula-se os parâmetros de esfriamento como são geralmente usados na solução dos Problemas de Otimização Combinatorial.

1. Temperatura Inicial T_0 .

O Algoritmo SA opera, então, através das tentativas de solução de modo que do início ao fim da convergência as tentativas são cada vez menos aceitas até que na eminência do “congelamento” não são mais aceitas soluções subsequentes com custo mais elevado que a solução corrente. Com este propósito, a Temperatura Inicial T_0 é determinada de modo que no primeiro nível de temperatura quase todas as soluções tentativas sejam aceitas. Para este fim são realizadas uma conveniente quantidade de tentativas preliminares das quais $m_0 = m_1 + m_2$ transições são efetivadas, sendo que m_1 são transições com diminuição de custo e m_2 são com aumento de custo. Toma-se a média $\bar{\Delta f}^+$ das variações de custos nas m_2 transições e pode-se calcular T_0 por [5]:



$$T_0 = \frac{\Delta \bar{f}^+}{\text{Ln} \left(\frac{m_2}{m_2 x_0 - m_1 (1 - x_0)} \right)}, \quad (3.14)$$

onde x_0 é dado como a taxa de aceitação inicial.

A escolha de (3.14) para o cálculo da temperatura inicial se justifica pelo rigor do controle, pois esta expressão é equivalente a

$$x_0 = \frac{m_1 + m_2 \exp \left(-\frac{\Delta \bar{f}^+}{T_0} \right)}{m_1 + m_2}. \quad (3.15)$$

Daí, vê-se que com T_0 suficientemente grande tem-se x_0 próximo de 1, indicando a quase totalidade das soluções iniciais aceitas, enquanto que T_0 suficientemente pequeno é próprio de x_0 próximo de $m_1/(m_1 + m_2)$, indicando que quanto maior for m_2 mais soluções são rejeitadas.

Pode-se utilizar o algoritmo SA arbitrando-se um valor para a temperatura inicial sem perda de qualidade, desde que esteja próximo do valor produzido por (3.15).

2. Número de Tentativas N_k .

A quantidade de tentativas de melhoria da solução em cada nível de temperatura pode ser constante ou variável de nível para nível, mas em qualquer caso o número N_k é determinado com base no requisito de que o **quase-equilíbrio** tem que ser restaurado em cada valor T_k do parâmetro de controle da "temperatura". O número de transições necessárias para que este objetivo seja atingido é calculado com o argumento intuitivo de que o quase-equilíbrio é atingido após serem realizadas no mínimo um certo número fixo de transições.

Experiências revelam que o número N_k tem relação com a taxa de diminuição da temperatura e que um N_k muito elevado fica caracterizado por poucos níveis de temperatura produzidos pelo algoritmo. Uma característica do algoritmo SA é que as

transições são aceitas com probabilidades cada vez menores até ao “congelamento” (ou até a convergência) e com isto ocorre um número muito grande de tentativas, isto é, teoricamente tem-se $N_k \rightarrow \infty$ para $T_k \rightarrow 0$. Porém, na prática, a formulação do número de tentativas e o próprio critério de parada do algoritmo acabam constituindo um limite para N_k e jamais é exageradamente grande para pequenos valores de T_k . O quase-equilíbrio [1] pode ser garantido com altos valores de N_k e grandes diminuições em T_k ou com pequenos valores de N_k e também pequenas diminuições em T_k .

Para se formular N_k matematicamente pode-se partir do princípio que o número de tentativas deve garantir que pelo menos a maior parte da vizinhança de qualquer solução deve ser explorada. Neste propósito, se Ω é o conjunto das soluções possíveis com cardinalidade $|\Omega|$ e N_k é o número de tentativas a cada nível de temperatura, a probabilidade de qualquer solução possível não ser explorada é dada por:

$$\left(1 - \frac{1}{|\Omega|}\right)^{N_k} \quad (3.16)$$

e, complementarmente, a probabilidade da solução ser explorada é igual a

$$1 - \left(\frac{|\Omega| - 1}{|\Omega|}\right)^{N_k} \quad (3.17)$$

Para $|\Omega|$ e N_k suficientemente grandes prova-se [6], usando a convergência de sequência $(1 + 1/N)^N \rightarrow e$, que a fração esperada de diferentes elementos de Ω selecionados em N_k tentativas é:

$$1 - e^{-\frac{N_k}{|\Omega|}} \quad (3.18)$$

Supondo que o algoritmo SA inicia a geração das soluções num certo nível de temperatura com uma dada solução i e que todas as soluções propostas sejam aceitas neste nível, então, de acordo com (3.18) e fazendo $N_k = |\Omega|$, a fração de diferentes vizinhos da solução i que é visitada durante o processo neste nível é igual a $1 - e^{-1} \approx 2/3$. A fração das soluções vizinhas não visitadas é portanto próxima de $1/3$ e usando a distribuição binomial de probabilidades tem-se que para três subsequentes níveis a fração fica próxima de 1, isto é,

probabilidades tem-se que para três subsequentes níveis de temperatura a fração de soluções vizinhas de i visitadas fica próxima de 1, isto é,

$$\sum_{k=0}^3 \binom{3}{k} (2/3)^k (1/3)^{3-k} \approx 1. \quad (3.19)$$

Na sua formulação N_k é em geral relacionado com algum dado do problema. No Problema de Planejamento tratado na presente dissertação é usado a relação com o número de ramos candidatos à adições de linhas.

3. Taxa de Diminuição da Temperatura.

Existem critérios simples, como manter a taxa de diminuição de temperatura fixa e outros mais elaborados que avaliam o desempenho do processo em cada nível T_k para determinar T_{k+1} . No último caso a taxa de diminuição é variável e depende da evolução do processo de otimização.

Na presente dissertação, como em [1], são testadas três formas das sugeridas por [5] de determinar T_{k+1} , a taxa constante e duas formas de taxa variável. Os testes expostos no capítulo 5 demonstram que o algoritmo é mais eficiente com decaimento da temperatura sob taxas variáveis. A seguir apresentam-se as expressões utilizadas para o decaimento da temperatura.

- Taxa Constante:

$$T_{k+1} = \beta T_k, \quad \beta \in [0.50, 0.99]. \quad (3.20)$$

- Taxa Variável I:

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{1 + \frac{\ln(1 + \delta) T_k}{3\sigma(T_k)}}, \quad \delta \in [0.01, 2.00]. \quad (3.21)$$

- Taxa Variável II:

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\exp\left(\frac{\lambda T_k}{\sigma(T_k)}\right)}, \quad \lambda \in [0.1, 1.0] \quad (3.22)$$

sendo que $\sigma(T_k)$ é o desvio padrão dos valores da função custo das configurações geradas no nível de temperatura T_k .

A taxa β de (3.20) entre 0.70 e 0.85 é em geral boa para qualquer problema. Os parâmetros δ e λ de (3.21) e (3.22) que controlam as taxas variáveis, devem ser calibrados em cada problema.

As expressões (3.21) e (3.22) têm suas deduções apresentadas no Apêndice A1 e no Apêndice A2.

4. O Critério de Parada.

Existem critérios de parada mais simples e outros mais elaborados [6]. Dois critérios simples encontrados na literatura são:

- Fixar no início do processo um número de níveis de temperatura máximo a ser atingido, tradicionalmente entre 6 e 50;
- Usar a taxa de melhoria da função objetivo como critério de parada, isto é, se a função objetivo não melhora para vários níveis de temperatura consecutivos, então o algoritmo atingiu a convergência.

Os testes realizados em [1] revelam que o critério de parada não influencia muito na qualidade da solução final.

A seguir tem-se o Capítulo 4 trazendo o algoritmo de SA para o Problema de Planejamento.



Capítulo 4

Algoritmo de Simulated Annealing Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão.

Neste capítulo modela-se o Problema de Planejamento de Sistema de Transmissão definido no Capítulo 2 para ser resolvido com o Algoritmo de Simulated Annealing.

4.1 Características Específicas do Algoritmo SA que Atendem ao Problema de Planejamento

Nesta seção, nos 5 pontos seguintes, dá-se as razões porque o Algoritmo de Simulated Annealing é uma alternativa algorítmica para o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão. Veja-se:

- A característica mais geral do algoritmo SA é que resolve Problemas de Otimização Combinatorial e, nesta classe de problemas, o Problema de Planejamento é um perfeito exemplo pois é bastante intuitiva a existência de um conjunto muito elevado de configurações possíveis, tendo cada configuração o seu custo.
- O algoritmo requer que o problema esteja convenientemente representado para receber as operações de busca local no processo de otimização e, a representação do Problema de Planejamento para este fim torna-se natural ao ser tratado como sistema elétrico com os dados de operação e demanda. É o que se tem nas formulações (2.1) e (4.1).
- Outra característica geral do algoritmo SA é a ação de um mecanismo de transição, que é o “cérebro” do algoritmo, através de uma estrutura de vizinhança, da



avaliação da função de custo e de um critério probabilístico de aceitação de uma subsequente solução. Uma estrutura de vizinhança no Problema de Planejamento definida por **adição, troca ou retirada** de uma linha de cada vez em um ramo aleatório, nesta ordem ou na ordem trocada, surge com muita propriedade. A função custo requerida pelo algoritmo surge no Problema de Planejamento quando se busca o custo dos circuitos adicionados numa somatória pelos ramos onde tenha ocorrido adições, como está na formulação (2.1). O critério de aceitação expresso por (3.11) produz o efeito necessário, complementado pelo número aleatório entre zero e um gerado a fim do critério.

- O Algoritmo de Simulated Annealing executa o chamado programa de esfriamento que é o decaimento controlado do parâmetro T de temperatura de um valor inicial até valores pequenos, passando pelos chamados níveis de temperatura e serve ao Problema de Planejamento onde cada nível de temperatura é uma sucessão de soluções de problemas de programação linear, formulados por (4.2), avaliando o corte de carga de cada configuração tentativa no processo de busca local.

- No momento, os chamados algoritmos combinatoriais são os mais promissores para encontrar boas configurações de sistemas de grande porte.

Na seção seguinte descreve-se as características do Problema de Planejamento com vistas ao Algoritmo de Simulated Annealing.

4.2 Características Específicas do Problema de Planejamento que se Compatibilizam com o Algoritmo SA.

As características a seguir são quanto à representação do problema, quanto ao mecanismo de transição e quanto aos programas de esfriamento no Problema de Planejamento. Estes três pontos constituem a estratégia do algoritmo SA.

4.2.1 A Representação do Problema.

Sabe-se então que o Algoritmo de Simulated Annealing progride na busca da solução ótima através de tentativas. No Problema de Planejamento cada tentativa resulta uma configuração que pode ser ou não factível. Por este aspecto a formulação (2.1) não representa adequadamente o Problema de Planejamento para fins do algoritmo SA pois, principalmente nos problemas de grande porte onde o espaço Ω das configurações é combinatorialmente muito grande, aleatoriamente fica difícil encontrar as configurações



factíveis. A infactibilidade de uma configuração é devido ao corte de carga e a inadequação da formulação (2.1) pode ser analisada em três pontos:

- Precisa-se de uma configuração inicial factível para iniciar o processo de convergência;
- De uma configuração corrente factível deve-se passar para outra configuração também factível, isto é, sem corte de carga, o que é difícil de se encontrar;
- O obrigatório mecanismo de transição que leva a solução de uma configuração para outra configuração, ambas sem corte de carga, limita a capacidade do algoritmo de sair de um ótimo local.

Há portanto de se fazer uma modificação em (2.1) e, o que se faz é acrescentar na função objetivo uma parcela que penaliza cortes de carga com base em **geradores artificiais** nas barras de carga e acrescentar também a limitação destes geradores no rol das restrições. Feito isto, surge a **formulação modificada** que representa adequadamente o Problema de Planejamento para fins do algoritmo SA, escrita por:

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} x_{ij} + \sum_k \alpha_k r_k \quad (4.1)$$

sujeito a:

$$Sf + g + r = d$$

$$f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$$

$$|f_{ij}| - x_{ij} \bar{\phi}_{ij} \leq \gamma_{ij}^0 \bar{\phi}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e discretos.}$$

As variáveis Ω , g , d , \bar{g} , θ , S , f , γ_{ij}^0 , $\bar{\phi}_{ij}$, x_{ij} e c_{ij} são as mesmas de (2.1). As variáveis que são acrescentadas com a modificação da formulação são:

r : Vetor de geradores artificiais

α : Parâmetro de penalidade associado ao corte de carga devido a exigências de operação do sistema.

A representação do problema deve caracterizar corretamente o espaço de configurações possíveis e uma forma adequada de determinar a função de custo. Na formulação (4.1) ambos os aspectos estão claramente definidos: a factibilidade de uma configuração é determinada pelas restrições e a função de custo está constituída por dois termos diferentes. A primeira parte corresponde aos custos das linhas adicionadas e a segunda parte corresponde a uma penalidade devido ao corte de carga.

A formulação (4.1) continua modelando um fluxo de carga de corrente contínua (FCDC) e é também um PNLIM, agora com o mérito de, mesmo que artificialmente, eliminar os cortes de carga nas configurações propostas fazendo com que, matematicamente, todas as configurações sejam soluções factíveis.

Com a representação (4.1) para o Problema de Planejamento o Algoritmo do Simulated Annealing ganha versatilidade pois nas barras de carga envolvidas em cada proposta de investimento existe o gerador artificial que simula a produção da carga faltosa e assim toda proposta de adição de linha é artificialmente factível. O espaço das configurações factíveis fica acrescido para facilitar o processo de transição. Além disso, o processo prioriza as configurações e regiões factíveis do problema original, isto é, as regiões sem cortes de carga. Este objetivo é atingido de duas maneiras complementares:

- Implicitamente, pois as configurações com corte de carga são fortemente penalizados pelo parâmetro α , produzindo uma função de custo elevado, o que leva à rejeição de configurações deste tipo. Quanto mais elevado é o corte de carga de uma configuração mais elevada é a chance da configuração ser rejeitada, enquanto configurações com pequeno corte de carga são mais facilmente aceitas;

- Usando limitantes inferiores e superiores para a parte correspondente aos custos das linhas de uma configuração, informação esta que está sempre disponível para cada sistema e ainda pode ser melhorada usando informação do processo de convergência do próprio problema. A figura 4 mostra esquematicamente os argumentos apresentados e que justificam a vantagem de implementar a formulação (4.1) para o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão.

4.2.2 O Mecanismo de Transição

O Mecanismo de Transição segue com as mesmas três etapas descritas na subseção 3.4.2 do capítulo anterior, que são a execução de uma estrutura de vizinhança, avaliação da

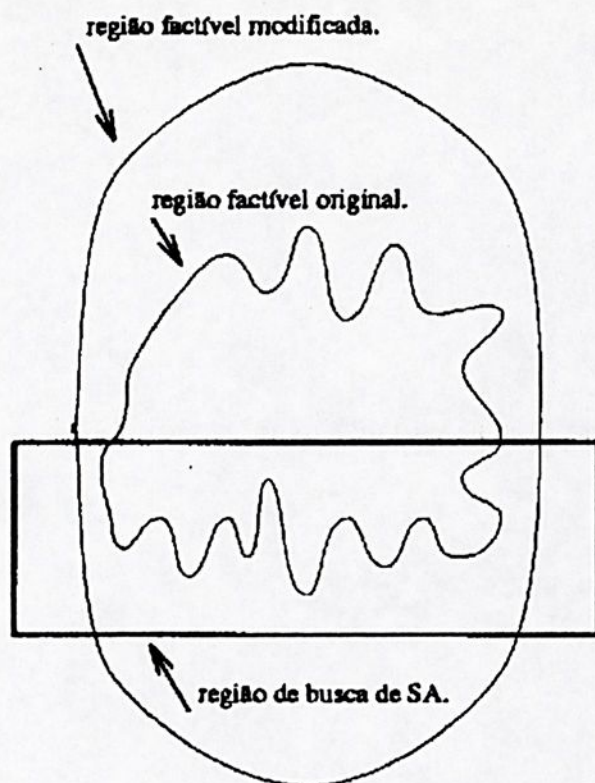


Fig. 4 Espaço de Busca em SA

função objetivo e o uso de um critério de aceitação, sendo que aqui são apresentados os detalhes para o Problema de Planejamento.

a) Estrutura de vizinhança.

A estrutura de vizinhança é o mecanismo que permite gerar uma configuração candidata n_{ij}^{k+1} a partir da configuração corrente n_{ij}^k . Um mecanismo de geração simples chamado **mecanismo de geração básica**, pode ser implementado baseado na idéia apresentada em [1]. Assim, com as idéias antes mencionadas podem ser caracterizados três tipos simples de obtenção de uma configuração candidata a partir da configuração corrente:

1. Adicionar um circuito em um ramo candidato;
2. Trocar circuitos, adicionando um circuito em um ramo candidato e retirando um circuito de um ramo já chamado;
3. Retirar um circuito em um ramo candidato.

Todas estas operações são realizadas escolhendo ramos candidatos aleatoriamente.

O Mecanismo de Transição implementado nos testes do algoritmo SA sobre Problemas de Planejamento na presente dissertação, como em [1], é o emprego da seqüência: **adição - troca - retirada** de uma linha, de um ramo escolhido aleatoriamente, quando a configuração corrente apresenta corte de carga e que por isto é priorizada a **adição de linhas** ou **retirada - troca - adição** quando a configuração corrente não apresenta corte de carga e portanto é priorizada a retirada de linhas. A primeira seqüência é usada mais freqüentemente nas fases iniciais do processo onde o corte de carga é elevado e a segunda seqüência nas fases finais onde praticamente todas as configurações com corte de carga são rejeitadas. Este mecanismo básico de transição apresenta a vantagem de sua simplicidade e pode ser implementado com um eficiente algoritmo de PL para calcular rapidamente o corte de carga da configuração candidata. Entretanto, apresenta limitações para sistemas de grande porte com muitas barras não conexas.

Um mecanismo de geração de configurações mais elaborado leva em conta a topologia da rede elétrica, assim o processo de **adição e retirada de linhas** em novos ramos garante a conectividade do sistema, evitando que sejam adicionadas linhas ineficientes ou retiradas de linhas em novos ramos que deixem outras linhas sem possibilidade de transportar energia elétrica (as chamadas linhas penduradas). Em sistemas grandes e complexos, como o Norte-Nordeste brasileiro, às vezes é necessária a **adição de 3 a 6 linhas sucessivas** para garantir a conectividade do sistema, isto é, para unir um ponto de geração a um ponto de carga ou a uma barra conectada a uma barra inicial. Para garantir sempre a conectividade do sistema elétrico pode ser elaborado um **mecanismo de geração modificado** que mantém sempre uma conectividade adequada do sistema eliminando adições ou retiradas ineficientes. Um mecanismo de geração modificado pode ser o que realiza, às vezes, a **adição, troca ou retirada de um conjunto de linhas**, de caminhos novos completos, o que leva à caracterização de uma estrutura de vizinhança mais sofisticada.

b) Avaliação da Função Objetivo

Dada uma configuração candidata (ou uma proposta de investimento x^k) somente a primeira parcela da função objetivo na formulação (4.1) é determinada facilmente. A determinação da segunda parcela implica na resolução do seguinte problema de programação linear (PL):

$$\text{Min } \sum_k \alpha_k r_k \quad (4.2)$$

sujeito a:

$$Sf + g + r = d$$

$$f_{ij} - (\gamma_{ij}^0 + x_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$$

$$|f_{ij}| - x_{ij} \bar{\phi}_{ij} \leq \gamma_{ij}^0 \bar{\phi}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq r \leq d.$$

Assim, conhecida uma configuração x_{ij}^k , a formulação (4.1) que é um PNLIM se transforma no PL (4.2) com o qual se calcula o corte de carga da configuração, usando um algoritmo de PL, sendo que na presente dissertação, como em [1], é usado o Software MINOS. Esta característica do Problema de Planejamento de avaliar cada configuração tentativa através de um PL eleva consideravelmente o esforço computacional de uma iteração do algoritmo de SA para o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão, quando comparado com outros problemas típicos de pesquisa operacional como o problema do caixeiro viajante onde a variação da função objetivo da configuração corrente para a configuração candidata é realizada simplesmente através de 4 somas algébricas. Esta característica do problema, de exigir um esforço computacional elevado para avaliar a função objetivo, também aparece em outros problemas da engenharia elétrica e não depende da forma de representação da função de custo como no Problema de Planejamento [1].

c) Critério de Aceitação

O Critério de Aceitação de uma configuração candidata no Problema de Planejamento é o critério geral formulado por (3.11) para o Algoritmo do Simulated annealing.

4.2.3 Os Programas de Esfriamento

Como o Problema de Planejamento tratado na presente dissertação pode ser visto como um autêntico Problema de Otimização Combinatorial, os 4 parâmetros do Programa de Esfriamento da subseção 3.4.3 se adaptam naturalmente ao Problema de Planejamento e são implementados aproveitando todas as características do problema. Veja-se:

1. Temperatura Inicial T_0

A Temperatura Inicial é calculada com a expressão (3.14), com uma taxa de aceitação inicial $x_0 = 0.85$, o que significa que na temperatura inicial (ou no nível inicial de temperatura) são aceitas em torno de 85% das configurações candidatas.

2. Número de Tentativas N_k

Considerando os argumentos apresentados na seção 3.4, para a solução do Problema de Planejamento na presente dissertação é considerado N_k constante para todos os k-níveis de temperatura e dado por:

$$N_k = \rho N_0, \quad \rho \geq 1 \quad (4.3)$$

sendo que N_0 é o número de ramos candidatos a adições de linhas.

A implementação do algoritmo SA, como está programado, requer que se dê previamente o número total de iterações permitidas na busca da solução ótima do problema e assim, todo aumento do parâmetro ρ , que significa colocar mais iterações em cada nível de temperatura, provoca diminuição do número de níveis de temperatura produzido pelo algoritmo. Em dois sistemas testados de pequeno e médio porte cujas soluções ótimas são conhecidas, observou-se que o parâmetro ρ deve ficar entre 1.0 e 2.0 e que acima disto o controle do esfriamento (ou controle da convergência) fica prejudicado. Esses valores são facilmente concluídos após a análise da expressão (3.18) da subseção 3.4.3. Com $\rho > 2$ em vários testes consecutivos observa-se que fica reduzida a frequência da solução ótima.

Sugere-se também [1,2] N_k variável formulado por:

$$N_{k+1} = \rho N_k, \quad \rho \geq 1 \quad (4.4)$$

visando a diminuição das probabilidades de transição do início para o fim da convergência, isto é, fazer o número de tentativas crescer de nível para nível de temperatura à medida que menos configurações são aceitas.

No tratamento que se dá agora ao Problema de Planejamento, um aspecto importante da analogia do método SA com o Processo de Annealing em Sólidos é que o parâmetro ρ que controla o número de tentativas N_k a cada nível de temperatura faz o papel do controlador da quantidade de banhos térmicos no processo de annealing. Um valor mais elevado para ρ corresponde ao Processo de Annealing com poucos banhos térmicos de baixas temperaturas, porém com o equilíbrio térmico mais demorado a cada banho.

3. Taxa de Diminuição da Temperatura

Na solução do Problema de Planejamento, como na solução de qualquer Problema de Otimização Combinatorial pelo método de Simulated Annealing, o modelo de decaimento



do parâmetro de controle da temperatura T_k é um aspecto muito importante do Programa de Esfriamento visto que influencia na qualidade da solução final.

Na presente dissertação são testados os três modelos de decaimento de T_k expressos por (3.20), (3.21) e (3.22) do capítulo anterior. Em dois sistemas, no de 6 barras de Garver de pequeno porte e no sistema sul-brasileiro de médio porte cujas respectivas soluções ótimas são conhecidas, observa-se claramente as vantagens do decaimento de T_k com taxa variável. Os modelos (3.21) e (3.22) de taxas variáveis revelam ser melhores que (3.20) de taxa constante. Os melhores resultados com o decaimento de taxa constante (3.20) é com a taxa β fixada entre 0.70 e 0.80 enquanto que em qualquer dos dois modelos de decaimento de T_k com taxa variável, a taxa deve variar entre 0.70 e 1.00. Os modelos (3.21) e (3.22) são controlados respectivamente pelos parâmetros δ e λ cujos valores devem ser devidamente calibrados de acordo com o tamanho do problema. No sistema de 6 barras e 15 ramos candidatos a adição de linhas, o melhor valor do parâmetro δ é 0.9 e o melhor valor do parâmetro λ é 0.3; no sistema de 46 barras e 79 ramos candidatos, o melhor valor de δ é 1.4 e o de λ é 0.9. Para valores menores o intervalo de variação da taxa de decaimento de T_k fica estreito e elevado; para valores maiores o mesmo intervalo fica muito largo com o limite inferior muito baixo e em ambos os casos o mecanismo de busca e a solução final ficam prejudicados. No capítulo seguinte expõe-se os resultados dos testes com mais detalhes.

4. O Critério de Parada

Na presente dissertação o algoritmo SA é implementado para resolver Problemas de Planejamento com o segundo critério de parada descrito na subseção 3.4.3, isto é, o processo SA é interrompido quando a função objetivo não melhora nos últimos k níveis de temperatura e o valor de k depende do tamanho do sistema, mas em geral entre 2 e 4.

No problema do caixeiro viajante utilizado nos testes iniciais do algoritmo SA foi usado outro critério simples, o de fixar no início do processo o número de níveis de temperatura que deve ser produzido. Num exemplo com 16 cidades fixou-se em 20 níveis e a solução ótima foi encontrada no 18^o nível.

Nos testes do algoritmo com os Problemas de Planejamento em um PC, sempre se permitiu um número total de iterações relativamente pequeno por questão de ambiente computacional e por isto, na maioria das vezes, o critério de parada não chegou a ser acionado visto que o processamento parou por exceder o número máximo de iterações permitidas. Na estação Sparkstation 20, onde se pode permitir um número grande de iterações, o critério de parada é quase sempre acionado.



4.3 O Algoritmo de SA Implementado

No uso do Método de Simulated Annealing na solução do Problema de Planejamento na presente dissertação, como em [1], é implementado o seguinte algoritmo que é válido para todos os programas de esfriamento:

1. Determinar a temperatura inicial T_0 , por (3.14).
2. Definir os parâmetros (ρ , β , δ , λ) usados nas expressões (4.3), (3.20), (3.21) e (3.22). Escolher também o parâmetro w_0 que define o mínimo corte de carga para fazer a seqüência **adição-troca-retirada** de linhas ou vice-versa e ε_w que é o mínimo corte de carga permitido para que a configuração seja considerada factível.
3. Incrementar o contador de iterações n_{con} . Se $n_{con} \geq N_k$, ir ao passo 7; caso contrário, repetir o passo 3.
4. Se o corte de carga corrente $w_0^k < w_0$, ir ao passo 5; caso contrário, ir ao passo 6.
5. (a) Obter uma configuração candidata simulando a **retirada** de uma linha i aleatoriamente escolhida (indicada por um número aleatório entre 1 e o número de ramos candidatos, gerado para este fim) e testar sua aceitação usando (3.11). Aí, se ocorrer $\Delta f \geq 0$, comparar o valor da expressão (3.11) com um número aleatoriamente gerado entre zero e 1 para este fim e aceitar a configuração se o valor de (3.11) for menor ou igual ao número aleatório. Se a configuração for aceita, atualizar a configuração corrente e as outras grandezas do processo (w_0^k , função de custo corrente, melhor configuração encontrada ou incumbente, etc) e voltar ao passo 3; caso contrário ir para 5(b).
5. (b) Obter uma configuração candidata simulando a **troca** da linha i com uma linha j também aleatoriamente escolhida e testar sua aceitação novamente por (3.11). Se a configuração for aceita, atualizar a configuração corrente e as outras grandezas do processo e voltar ao passo 3; caso contrário, ir a 5(c).
5. (c) Obter uma configuração candidata simulando a **adição** da linha j e testar sua aceitação usando (3.11). Se for aceita, atualizar a configuração corrente e as outras grandezas do processo. Em qualquer caso volte ao passo 3.
6. Idem ao passo 5 com a seqüência trocada:



- (a) Simular a **adição** de uma linha. Se a configuração for aceita, voltar ao passo 3; caso contrário, ir a 6(b).
- (b) Simular a **troca** de uma linha. Se a configuração for aceita, voltar ao passo 3; caso contrário, ir a 6(c).
- (c) Simular a **retirada** de uma linha. Em qualquer caso, voltar ao passo 3.
7. Testar o critério de parada: se o critério de parada for satisfeito, pare; caso contrário, ir ao passo 8.
8. Atualizar os parâmetros de controle: N_{k+1} e T_{k+1} . Voltar ao passo 3.



Capítulo 5

Testes Realizados e Resultados Obtidos

Nos estudos da presente dissertação o algoritmo de SA é testado no pequeno sistema de 6 barras de Garver, no sistema sul-brasileiro de 46 barras de porte médio e no sistema norte-nordeste brasileiro de 89 barras de grande porte, sendo que nos dois primeiros os testes exploraram os três modelos de decaimento de temperatura levantados pelas expressões (3.20), (3.21) e (3.22) e no sistema de grande porte foi testado o primeiro modelo.

5.1 O Sistema de Garver de 6 Barras

O sistema de Garver [3] projetado para testes tem sua solução ótima conhecida de **US\$ 110 000 000,00** e é adequado para analisar vários aspectos do algoritmo SA em Problemas de Planejamento. Neste sistema todos os 15 ramos são candidatos a adições de linhas, podendo receber até 4 linhas por ramo, isto é, em cada ramo pode haver zero, uma, duas, três ou quatro linhas (5 possibilidades) e o conjunto Ω das configurações possíveis é constituído portanto de 5^{15} configurações. A figura 5, a figura 6 e a figura 7 seguintes são a configuração inicial, as possibilidades de expansão e a configuração que corresponde com a solução ótima.



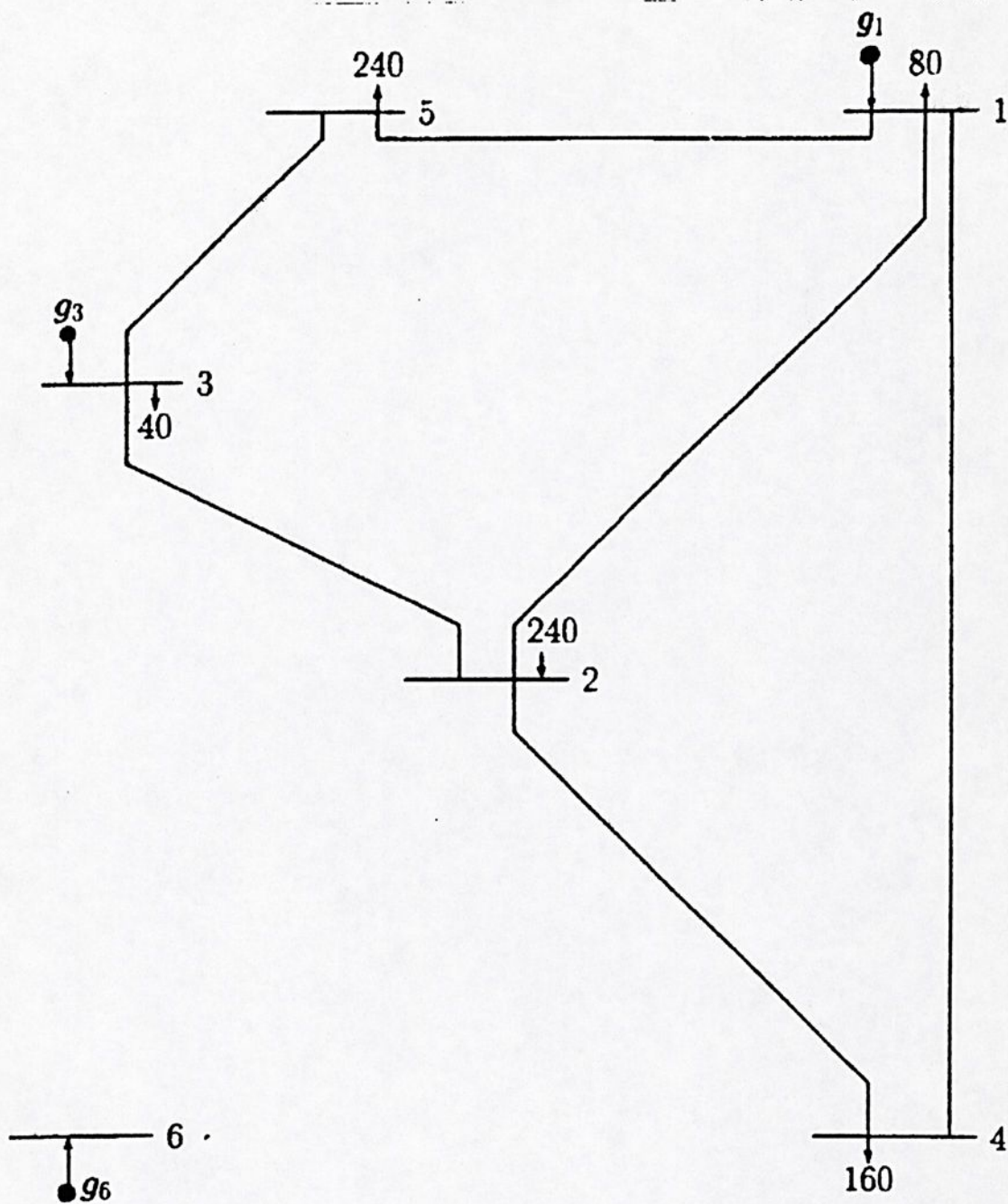


Fig.5 Sistema de Garver - Configuração Inicial



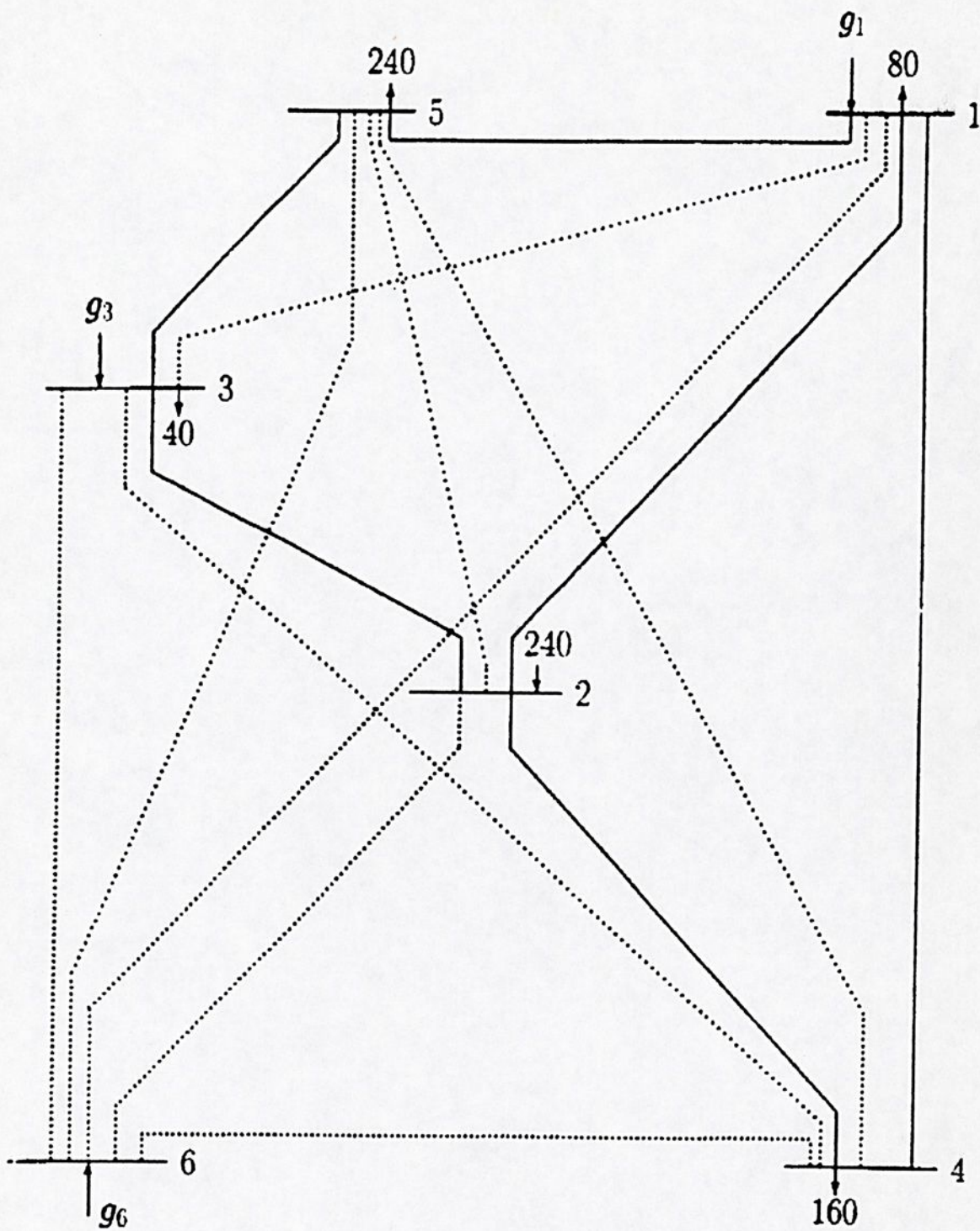


Fig.6 Sistema de Garver - Linhas Candidatas

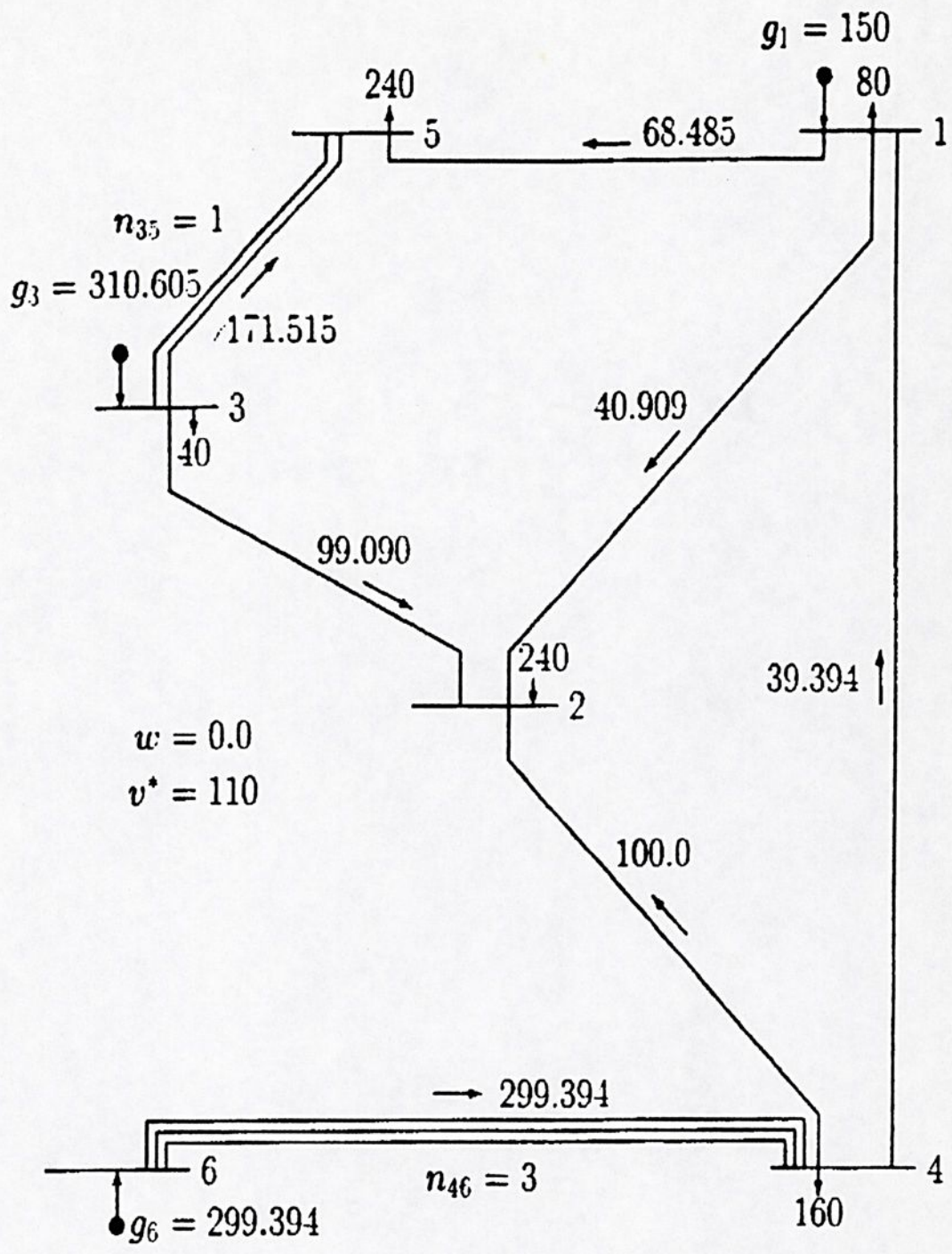


Fig.7 Sistema de Garver - Configuração Ótima



Os dados do sistema de 6 barras de Garver, quanto a geração e demanda, estão na tabela abaixo.

Tabela 1: Geração e Carga - Sistema de 6 Barras

Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	150	80
2	0	240
3	360	40
4	0	160
5	0	240
6	600	0

Na tabela abaixo tem-se as características das linha do sistema de Garver, isto é, de cada linha em cada ramo tem-se o custo em milhões de dólares, a reatância e a capacidade de transmissão.

Tabela 2: Características das Linhas - Sistema de 6 Barras

Linha	Custo	Reatância (Ohm)	Capacidade (MW)
1-2	40	0.40	100
1-3	38	0.38	100
1-4	60	0.60	80
1-5	20	0.20	100
1-6	68	0.68	70
2-3	20	0.20	100
2-4	40	0.40	100
2-5	31	0.31	100
2-6	30	0.30	100
3-4	59	0.59	82
3-5	20	0.20	100
3-6	48	0.48	100
4-5	30	0.30	100
5-6	61	0.61	78

No Método de Simulated Annealing o Programa de Esfriamento é determinante na qualidade da solução final do problema e portanto a performance do algoritmo quanto a este aspecto é fundamental. Nos três sistemas utilizados foram testadas várias alternativas de programas de esfriamento onde a maior distinção entre eles é quanto ao modelo de



decréscimo da temperatura. A seguir apresenta-se os testes e os resultados de três programas de esfriamento sobre o sistema de 6 barras.

5.1.1 Programa de Esfriamento com Taxa Constante de Decaimento da Temperatura.

Dos vários programas de esfriamento testados com taxa constante de decaimento da temperatura, o que apresentou melhor performance é o que está na tabela abaixo. A legenda discrimina as colunas da tabela.

No : número do teste.

NA : número aleatório que dá uma seqüência aleatória para a busca em SA.

TA : taxa de aceitação inicial na temperatura inicial.

To : temperatura inicial automatizada por (3.14).

NI : número de iterações executadas (chamadas ao PL (4.2)).

NT : número de níveis de temperatura.

IC : iteração onde foi encontrada a incumbente.

ν : incumbente

Tabela 3: Decaimento de T_k por (3.20), $\beta = 0.70$, $\rho = 2.0$

No	NA	TA	To	NI	NT	IC	ν
1	1234	73.68	134	2000	6	194	110
2	2234	78.94	352	2000	7	667	110
3	3234	88.23	793	2000	7	1159	110
4	4234	88.23	514	2000	7	495	110
5	1345	72.22	199	2000	6	1236	110
6	2345	70.00	315	2000	7	638	110
7	3345	93.75	669	2000	7	1196	110
8	4345	93.75	365	2000	7	887	110
9	1456	93.75	600	2000	7	1839	110
10	2456	73.68	144	2000	6	39	110
11	3456	45.83	102	2000	6	208	110
12	4456	77.77	393	2000	7	185	110
13	5456	61.90	122	2000	6	192	110
14	5567	93.75	681	2000	7	479	130
15	4678	66.66	95	2000	6	222	130



5.1.2 Programas de Esfriamento com Taxa Variável de Decaimento da Temperatura.

Agora o algoritmo SA é testado sobre o sistema de Garver, tendo a temperatura inicial T_0 automatizada com (3.14) e o decaimento de T_k feito por (3.21) e (3.22).

- **Decaimento de T_k por (3.21).**

Após a realização de vários testes para calibrar os parâmetros δ de (3.21) e ρ de (4.3) em conjunção, conclui-se um programa com 100% de eficiência apresentado com os resultados de 10 testes na tabela abaixo. Para cada rodada do programa é dado o parâmetro de penalidade em (4.1) com $\alpha = 10$, permite-se no máximo 2000 iterações e o valor máximo 500 para a função objetivo. A legenda discrimina as colunas da tabela.

No : número do teste.

NA : número aleatório que dá uma seqüência aleatória na busca em SA.

TI : taxa inferior de decaimento de T_k .

TS : taxa superior de decaimento de T_k .

NI : número de iterações (chamadas ao PL em (4.2)) realizadas.

NT : número de níveis de temperatura até a incumbente.

IC : iteração onde foi encontrada a incumbente.

v : incumbente.

Tabela 4: Decaimento de T_k por (3.21), $\delta = 0.90$, $\rho = 1.0$

No	NA	TI	TS	NI	NT	IC	v
1	5234	0.663	0.971	2000	12	571	110
2	1141	0.740	0.975	2000	9	339	110
3	2567	0.680	0.979	2000	21	1082	110
4	2123	0.886	0.976	2000	10	474	110
5	5225	0.723	0.976	2000	10	436	110
6	6234	0.791	0.971	2000	12	533	110
7	4345	0.714	0.976	2000	12	525	110
8	3123	0.734	0.975	2000	5	188	110
9	6345	0.807	0.973	2000	5	178	110
10	2929	0.656	0.976	2000	15	688	110

Nos 10 testes da tabela anterior o critério de parada de 4.2.3 não é acionado visto que o número máximo de 2000 iterações permitidas é relativamente baixo e o processamento termina sempre por explorar todo este número.

• **Decaimento de T_k por (3.22).**

Novamente, após a realização de vários testes para calibrar conjuntamente os parâmetros λ de (3.22) e ρ de (4.3) conclui-se um programa também 100% eficiente sobre o pequeno sistema de Garver com os resultados de 10 testes apresentados na tabela abaixo, com os mesmos itens e especificações da tabela anterior.

Tabela 5: Decaimento de T_k por (3.22), $\lambda = 0.3$, $\rho = 1.0$

No	NA	TI	TS	NI	NT	IC	ν
1	5234	0.514	0.974	2000	13	644	110
2	1141	0.639	0.973	2000	10	475	110
3	2567	0.442	0.978	2000	11	473	110
4	2123	0.755	0.976	2000	7	340	110
5	5225	0.654	0.976	2000	24	1405	110
6	6234	0.666	0.965	2000	6	232	110
7	4345	0.594	0.976	2000	24	1341	110
8	3123	0.664	0.976	2000	14	655	110
9	6345	0.720	0.973	2000	11	491	110
10	2929	0.517	0.973	2000	10	416	110

Nos 10 testes da última tabela o critério de parada também não é utilizado visto que da mesma forma o processamento em cada teste é interrompido pela exploração de todas as 2000 iterações permitidas.

5.2 Sistema Sul-Brasileiro de 46 Barras

O sistema sul-brasileiro de 46 barras e 79 circuitos candidatos tem 1990 como horizonte de planejamento e 1980 como ano de referência. Para este sistema o processo converge entre 8000 e 12000 iterações (o que não se pode permitir no ambiente PC) e o investimento ótimo é conhecido, sendo de US\$ 70 289 000,00 com a adição de 8 circuitos:

$$n_{13-20} = 1, \quad n_{20-23} = 1, \quad n_{46-06} = 1, \quad n_{20-21} = 2, \quad n_{42-43} = 1, \quad n_{05-06} = 2.$$



A seguir tem-se os dados do sistema sul-brasileiro enquanto a rede inicial é mostrada na figura 8, após os testes.

Tabela 6: Níveis de geração e carga do sistema sul-brasileiro

Barra	Cap. Geração	Ger. Atual	Carga(MW)
1	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	443.1
3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	300.0
5	0.0	0.0	238.0
6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	72.2
9	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	511.9
13	0.0	0.0	185.8
14	1257.0	944.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0
16	2000.0	1366.0	0.0
17	1050.0	1000.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0
19	1670.0	773.0	0.0
20	0.0	0.0	1091.2
21	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	81.9
23	0.0	0.0	458.1
24	0.0	0.0	478.2
25	0.0	0.0	0.0
26	0.0	0.0	231.0
27	220.0	54.0	0.0
28	800.0	730.0	0.0
29	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0
31	700.0	310.0	0.0
32	500.0	450.0	0.0
33	0.0	0.0	229.1
34	748.0	221.0	0.0
35	0.0	0.0	216.0
36	0.0	0.0	90.1
37	300.0	212.0	0.0



38	0.0	0.0	216.0
39	600.0	221.0	0.0
40	0.0	0.0	262.1
41	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	1607.9
43	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	79.1
45	0.0	0.0	86.7
46	700.0	599.0	0.0

Tabela 7: Características das linhas do sistema sul-brasileiro

No	Ramos	Linhas existentes	Reatância (Ohm)	Capacidade (MW)	Custo 10 ³ dol.
1	01-07	1	0.0616	270	4349
2	01-02	2	0.0165	270	7076
3	04-09	1	0.0924	279	6217
4	05-09	1	0.1173	270	7732
5	05-08	1	0.1132	270	7480
6	07-08	1	0.1023	270	6823
7	04-05	2	0.0566	270	4046
8	02-05	2	0.0324	270	2581
9	08-13	1	0.1348	240	8793
10	09-14	2	0.1756	220	11267
11	12-14	2	0.0740	270	5106
12	14-18	2	0.1514	240	9803
13	13-18	1	0.1805	220	11570
14	13-20	1	0.1073	270	7126
15	18-20	1	0.1997	200	12732
16	19-21	1	0.0278	1500	32632
17	16-17	1	0.0078	2000	10505
18	17-19	1	0.0061	2000	8715
19	14-26	1	0.1614	220	10409
20	14-22	1	0.0840	270	5712
21	22-26	1	0.0790	270	5409
22	20-23	2	0.0932	270	6268
23	23-24	2	0.0774	270	5308
24	26-27	2	0.0832	270	5662
25	24-34	1	0.1647	220	10611
26	24-33	1	0.1448	240	9399
27	33-34	1	0.1265	270	8288
28	27-36	1	0.0915	270	6167
29	27-38	2	0.2080	200	13237



30	36-37	1	0.1057	270	7025
31	34-35	2	0.0491	270	3591
32	35-38	1	0.1980	200	12631
33	37-39	1	0.0283	270	2329
34	37-40	1	0.1281	270	8389
35	37-42	1	0.2105	200	13388
36	39-42	3	0.2030	200	12934
37	40-42	1	0.0932	270	6268
38	38-42	3	0.0907	270	6116
39	32-43	1	0.0309	1400	35957
40	42-44	1	0.1206	270	7934
41	44-45	1	0.1864	200	11924
42	19-32	1	0.0195	1800	23423
43	46-19	1	0.0222	1800	26365
44	46-16	1	0.0203	1800	24319
45	18-19	1	0.0125	600	8178
46	20-21	1	0.0125	600	8178
47	42-43	1	0.0125	600	8178
48	02-04	0	0.0882	270	5965
49	14-15	0	0.0374	270	2884
50	46-10	0	0.0081	2000	10889
51	04-11	0	0.2246	240	14247
52	05-11	0	0.0915	270	6167
53	46-06	0	0.0203	1800	24319
54	46-03	0	0.0203	1800	24319
55	16-28	0	0.0222	1800	26365
56	16-32	0	0.0311	1400	36213
57	17-32	0	0.0232	1700	27516
58	19-25	0	0.0325	1400	37748
59	21-25	0	0.014	2000	21121
60	25-32	0	0.0319	1400	37109
61	31-32	0	0.0046	2000	7052
62	28-31	0	0.0053	2000	7819
63	28-30	0	0.0058	2000	8331
64	27-29	0	0.0998	270	6672
65	26-29	0	0.0541	270	3894
66	28-41	0	0.0339	1300	39283
67	28-43	0	0.0406	1200	46701
68	31-41	0	0.0278	1500	32632
69	32-41	0	0.0309	1400	35957
70	41-43	0	0.0139	2000	17284
71	40-45	0	0.2205	180	13994
72	15-16	0	0.0125	600	8178
73	46-11	0	0.0125	600	8178
74	24-25	0	0.0125	600	8178



75	29-30	0	0.0125	600	8178
76	40-41	0	0.0125	600	8178
77	02-03	0	0.0125	600	8178
78	05-06	0	0.0125	600	8178
79	09-10	0	0.0125	600	8178

5.2.1 Programa de Esfriamento com Taxa Constante de Decaimento da Temperatura.

A taxa constante β de (3.20) foi testada com vários valores em conjunção com o parâmetro ρ de (4.3) e os resultados de 20 testes com o melhor programa de esfriamento estão na tabela seguinte. Para estes testes sobre o sistema sul-brasileiro, no PC, deu-se ao parâmetro de penalidade de (4.2), o valor $\alpha = 1000$, permitiu-se o máximo de 8000 iterações e limitou-se em 300 000 o valor da função objetivo.

Tabela 8: Decaimento de T_k por (3.20), $\beta = 0.70$, $\rho = 1.2$ - Sistema Sul-Brasileiro

No	NA	To	NT	IC	v
1	1122	130 375.70	19	7233	111 654
2	2211	73 247.67	13	4547	72 906
3	1911	199 812.10	11	2786	94 004
4	2229	122 951.80	14	4179	70 289
5	2228	149 473.10	14	4328	72 870
6	2234	225 320.90	17	5038	70 289
7	1342	117 964.20	10	2482	70 289
8	1324	117 573.10	20	7536	90 748
9	1354	111 008.50	15	5163	94 004
10	1454	158 645.50	14	4127	70 289
11	1445	182 938.50	17	5450	70 289
12	1446	129 445.20	14	2467	70 289
13	1464	141 171.20	15	4775	96 500
14	1447	242 982.60	16	4963	94 004
15	1644	236 055.40	17	5588	102 281
16	1666	95 448.78	11	3467	94 004
17	1234	160 930.40	22	7898	102 281
18	2345	124 374.70	18	6536	94 004
19	2261	190 624.60	19	6592	94 004
20	2464	126 464.20	16	5213	70 289



5.2.2 Programas de Esfriamento com Taxa Variável de Decaimento da Temperatura.

Agora, o algoritmo SA é testado sobre o sistema sul-brasileiro tendo o decaimento de T_k feito por (3.21) e (3.22).

- **Decaimento de T_k por (3.21).**

Após a realização de vários testes para calibrar os parâmetros δ de (3.21) e ρ de (4.3) em conjunção, conclui-se o programa de maior eficiência apresentado com os resultados de 10 testes na tabela abaixo. Esses testes foram realizados no PC. Neste caso do sistema sul-brasileiro, deu-se o parâmetro de penalidade de (4.2) como $\alpha = 1000$, permitiu-se o máximo de 4500 iterações e o valor máximo de 300 000 para a função objetivo. O máximo de 4500 iterações é pouco pelo porte do problema e a convergência do algoritmo fica prejudicada mas, como está o programa computacional para processar o decaimento de T_k com taxas variável, o arquivo de saída não é todo acessível para mais iterações.

Tabela 9: Decaimento de T_k por (3.21), $\delta = 1.4$, $\rho = 1.0$

No	NA	TI	TS	NI	NT	IC	v
1	1234	0.876	0.962	4500	19	4183	101 080
2	2345	0.854	0.956	4500	20	4156	102 281
3	3456	0.940	0.952	4500	20	4471	94 004
4	4567	0.704	0.965	4500	22	4500	127 145
5	5678	0.833	0.967	4500	17	3371	70 289
6	6789	0.854	0.952	4500	21	4350	94 004
7	7890	0.864	0.955	4500	20	4280	76 629
8	8900	0.844	0.947	4500	21	4393	102 821
9	9876	0.909	0.956	4500	21	4499	132 414
10	8765	0.836	0.959	4500	11	1153	109 089

- **Decaimento de T_k por (3.22)**

Novamente, após a realização de vários testes, desta vez para calibrar conjuntamente os parâmetros λ de (3.22) e ρ de (4.3), conclui-se um programa que está apresentado



com os resultados de 10 testes na tabela abaixo, com os mesmos itens da tabela anterior. Este programa revela estar com os parâmetros melhor calibrados do que o anterior com decaimento da temperatura por (3.21), pois os testes revelam taxas inferiores (TI) melhor localizadas, isto é, os intervalos de variação das taxas de decaimento de T_k têm melhores amplitudes, as iterações das incumbentes (IC) são, em geral, menores e os custos v estão mais concentrados em torno do valor ótimo. Como no modelo de esfriamento anterior, as 4500 iterações permitidas aqui estão também no limite do ambiente computacional devido a extensão do programa.

Tabela 10: Decaimento de T_k por (3.22), $\lambda = 0.9$, $\rho = 1.0$

No	NA	TI	TS	NI	NT	IC	v
1	1234	0.679	0.959	4500	13	3038	77 769
2	2345	0.757	0.942	4500	15	3620	79 643
3	3456	0.821	0.942	4500	12	2807	102 21
4	4567	0.759	0.952	4500	12	3226	94 004
5	5678	0.755	0.939	4500	12	2860	74 933
6	6789	0.655	0.944	4500	16	4463	101 484
7	7890	0.766	0.953	4500	14	3338	75 895
8	9876	0.765	0.949	4500	15	3820	94 004
9	8765	0.595	0.937	4500	10	2393	94 004
10	7654	0.669	0.947	4500	12	3452	94 004

A seguir tem-se os resultados de alguns testes realizados na estação de trabalho Sparck Station 20, que é um ambiente computacional poderoso, com o mesmo programa de esfriamento da tabela 10. Observa-se que este programa de esfriamento alcança muita eficiência quando se permite de 10 a 15 mil iterações.

Tabela 11: Decaimento de T_k por (3.22), $\lambda = 0.9$, $\rho = 1.0$ - Sparck Station 20

No	NA	NI	NT	IC	v	w
1	1234	10 000	28	8765	94 004	-
2	2345	12 000	36	11941	70 289	-
3	3456	15 000	36	11724	70 289	22.839
4	4567	12 000	27	9371	70 289	-
5	5678	12 000	15	4405	73 774	-
6	6789	12 000	27	10879	70 289	1.382
7	7890	15 000	14	4263	70 289	28.018



sendo que o w da última coluna é o corte de carga que não estão registrados para todos os testes, mas fica entre zero e 30.00 MW .

A seguir apresentam-se uma observação com mais algumas considerações sobre o sistema sul-brasileiro e a topologia da rede inicial.

Observação

Considerando as disposições da subseção 3.4.3, pode-se justificar a escolha e o relativo sucesso do parâmetro $\rho = 1.0$ nos testes sobre o **sistema sul-brasileiro**, pois dado o uso da expressão (4.3):

$$N_{k+1} = \rho N_0,$$

com $N_0 = 79$ (79 ramos candidatos a adição de linhas), tem-se constantemente 79 tentativas em cada nível de temperatura. Definitivamente, a probabilidade de um ramo qualquer **não ser** selecionado para receber adição de linha em um nível qualquer de temperatura é:

$$\left(1 - \frac{1}{79}\right)^{79} = 0.365$$

e, complementarmente, a probabilidade de um ramo ser selecionado para a adição de linha é de 0.635. Como exemplo, em 10 níveis de temperatura, consecutivos ou não, a probabilidade de um ramo qualquer ser chamado pode ser calculada com o uso do modelo da Distribuição Binomial de Probabilidades como:

$$\sum_{k=1}^{10} \binom{n}{k} (0.635)^k (0.365)^{10-k} = 0.838.$$

Esta probabilidade aumenta lentamente com os níveis de temperatura, mas considerando-se, por exemplo, 30 níveis de temperatura, calcula-se uma probabilidade próxima de 1.0, significando a convergência do algoritmo.

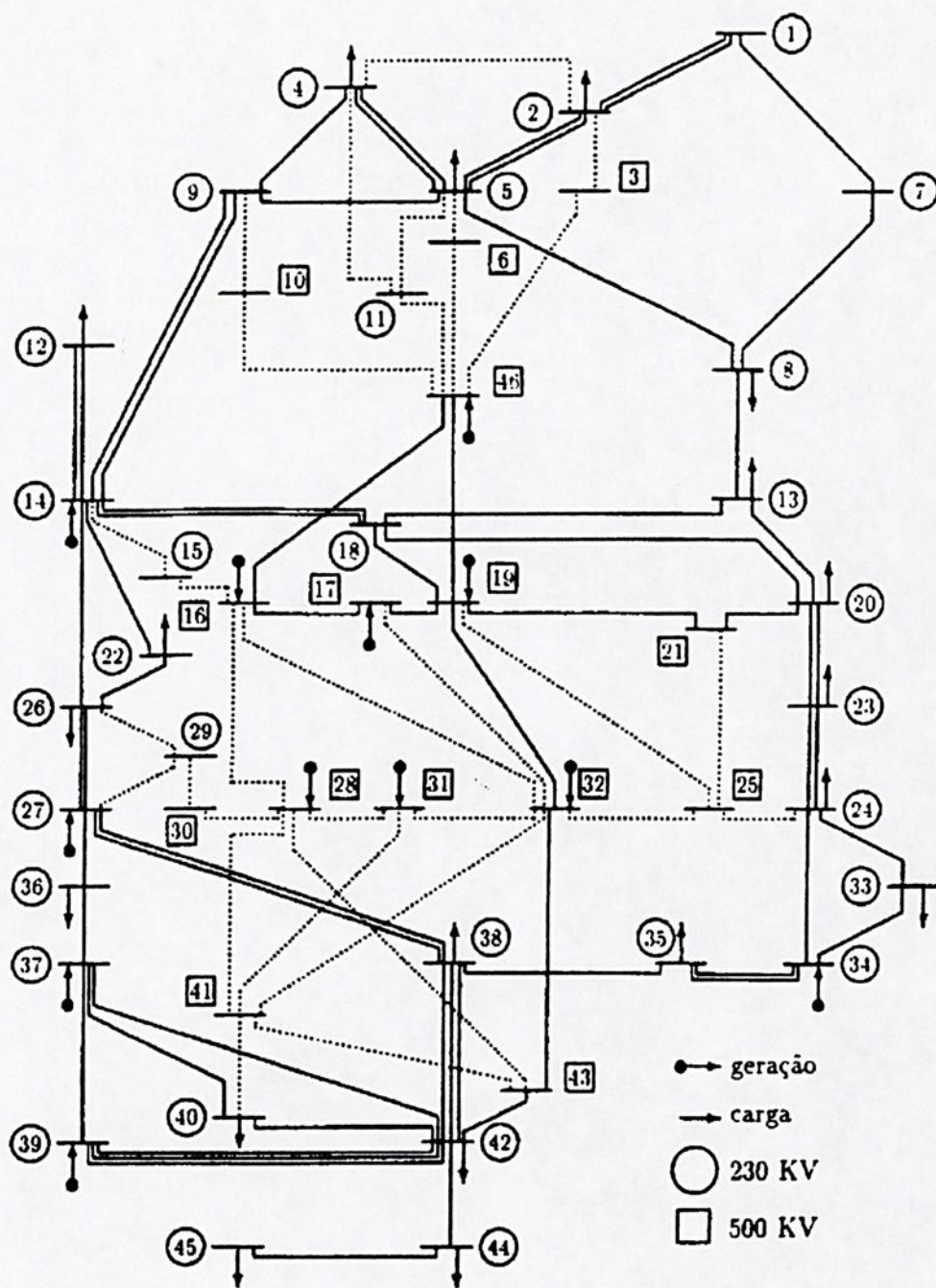


Fig.8 Rede Inicial - Sistema Sul-Brasileiro



5.3 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 2002

O sistema norte-nordeste brasileiro para o ano 2002 tomando 1980 como ano de referência tem 89 barras e 183 linhas candidatas, o que o caracteriza como um sistema de grande porte e que tem muitas barras isoladas na configuração inicial. Não se conhece a solução ótima do sistema, mas desde o tratamento por métodos aproximados já se obteve investimentos da ordem de US\$ 1 570 000 000,00. Sobre este sistema também foi testado o algoritmo de SA na produção do artigo [1], pertinente aos estudos da presente dissertação, que se apresenta no apêndice A6, onde se obteve um investimento de US\$ 1 401 170 000,00, trazendo já uma vantajosa redução de 170 milhões de dólares (redução de custo de 11%). Em [1] encontra-se a rede inicial e em [4] encontra-se os dados do sistema quanto a geração e carga nas barras e as características das linhas quanto aos custos de instalação, fluxo e capacidade de transmissão.

As limitações físicas do sistema permitem a instalação de até 6 circuitos em cada ramo. De zero a 6 são portanto 7 as possibilidades em cada ramo e com as 183 linhas candidatas o domínio do sistema (conjunto Ω) terá $7^{183} \cong 2^{514}$ configurações possíveis, que é um número extremamente grande comparado com o número de configurações visitadas pelo algoritmo de SA, quando se permite não mais que 60 mil iterações. Uma solução boa, ou até mesmo a solução ótima, é possível ser encontrada pelo algoritmo de SA devido à capacidade que o algoritmo tem de selecionar as melhores soluções.

Nos testes do algoritmo de SA sobre o sistema norte-nordeste o algoritmo realizou de 45 000 a 60 000 chamadas ao PL (4.2) na busca da solução ótima, na moderna estação de trabalho Work Station Sparck 20 que necessita de aproximadamente 1.0 segundos para resolver cada chamada ao PL. Com isto, cada teste leva cerca de 14 horas para ser realizado

A seguir apresentam-se 3 tabelas com as configurações obtidas de 3 testes do algoritmo SA sobre o sistema norte-nordeste brasileiro 2002. Nesses testes usou-se o decaimento do parâmetro de controle da temperatura T_k pela expressão (3.20) com a taxa constante $\beta = 0.75$ e o número de tentativas em cada nível de temperatura dado por (4.3) com $\rho = 1.2$.



Tabela 12: Resultado de teste do algoritmo SA sobre o sistema norte-nordeste

Ramo	Linhas	Custo Unit. (10^3 dol.)
02-60	2	52 230
05-60	2	32 130
05-58	2	27 440
06-37	1	7 510
13-15	3	26 770
14-59	1	20 070
15-16	2	24 760
16-44	3	8 926
16-61	1	16 720
18-50	6	8 926
18-74	3	21 232
20-21	1	6 960
20-21	1	6 435
20-38	1	12 840
22-37	1	11 935
25-55	3	8 926
26-29	2	6 710
27-53	1	8 926
29-30	2	4 510
30-31	1	4 235
35-46	1	12 705
36-46	2	4 235
40-45	1	8 926
41-64	2	7 510
43-55	2	31 326
43-58	2	38 160
48-49	2	4 895
49-50	1	5 335
52-59	1	8 926
61-64	1	23 420
61-85	2	7 510
67-68	1	35 480
67-69	1	26 100
67-71	3	21 232
71-72	1	125 235
72-73	1	116 235
73-74	1	149 235
Total		1 404 928



Tabela 13: Sistema norte-nordeste - Configuração obtida por SA

Ramo	Linhas	Custo Unit. (10 ³ dol.)
02-60	2	52 230
05-58	2	27 440
05-60	2	32 130
06-37	1	7 510
13-15	3	26 770
14-59	1	20 070
15-16	2	24 760
16-44	3	8 926
16-61	1	16 720
18-50	6	8 926
18-74	3	21 232
20-21	1	6 960
20-21	1	6 435
20-38	1	12 840
22-37	1	11 935
25-55	2	8 926
27-53	1	8 926
30-31	1	4 235
30-63	2	7 510
35-46	1	12 705
36-46	1	4 235
40-45	1	8 926
41-64	2	7 510
43-55	1	31 326
43-58	1	38 160
48-49	2	4 895
49-50	1	5 335
52-59	1	8 926
54-58	1	60 940
54-63	1	25 430
61-64	1	23 420
61-85	2	7 510
67-68	1	35 480
67-69	1	26 100
67-71	3	21 232
71-72	1	125 253
72-73	1	116 253
73-74	1	149 253
Total	-	1 401 231



Tablela 14: Sistema norte-nordeste - Configuração obtida por SA

Ramo	Linha	Custo Unit. (10 ³ dol.)
02-60	2	52 230
05-58	2	27 440
05-60	2	32 130
06-37	1	7 510
12-13	2	7 340
12-15	2	31 594
14-59	1	20 070
15-16	2	24 760
16-44	3	8 926
18-50	6	8 926
18-59	1	40 170
18-74	3	21 232
20-21	1	6 960
20-21	1	6 435
20-38	1	12 840
22-37	1	11 935
25-55	3	8 926
26-29	1	6 710
29-30	1	4 510
34-39	1	7 150
34-41	2	6 215
36-46	1	4 235
39-42	2	6 105
39-86	3	7 510
40-45	1	8 926
42-44	1	4 565
42-85	1	3 465
43-55	2	31 326
43-58	2	38 160
48-49	1	4 895
49-50	2	5 335
53-86	1	46 870
67-68	1	35 480
67-69	1	26 100
67-71	3	21 232
71-72	1	125 253
72-73	1	116 253
73-74	1	149 253
Total	-	1 401 170



Conclusões

Os estudos realizados a cerca do Método de Simulated Annealing para resolver Problemas de Otimização Combinatorial e o emprego na solução de Sistemas de Transmissão na presente dissertação levam, até então, às seguintes conclusões:

1. A concepção do método já inspira muita confiança pela analogia com o fenômeno de Annealing que possui um algoritmo inteiramente controlável.

2. O conteúdo matemático já tratado por alguns autores como em [5,6], possui aspectos teóricos que garantem a viabilidade do Método de Simulated Annealing e gera na área da pesquisa operacional um tema e uma alternativa interessante e que pode ser muito bem explorada agora com a existência dos poderosos ambientes computacionais. Os problemas de Otimização Combinatorial, intuitivamente, parecem ser muito comuns em várias áreas.

3. O algoritmo SA é uma seqüência operacional que necessita de um programa computacional relativamente sofisticado e aí reside aspectos decisivos para a eficiência da metodologia SA. O usuário pode sempre melhorar a versatilidade do algoritmo.

4. A Representação do Problema, o Mecanismo de Transição e o chamado Programa de Esfriamento constituem a estratégia do método. No Mecanismo de Transição reside a inteligência do algoritmo de caminhar sobre as possíveis soluções do problema rumo à convergência para a solução ótima. O Programa de Esfriamento é determinante na qualidade da solução final.

5. Os parâmetros de controle do esfriamento devem estar conjuntamente calibrados. O modelo de esfriamento (3.22) leva uma pequena vantagem sobre o modelo (3.21), visto que nos testes sobre o sistema sul-brasileiro é visível que os intervalos de variação das taxas de esfriamento apresentam melhores amplitudes e as soluções finais ficam mais concentradas em torno do valor ótimo conhecido. O parâmetro δ de (3.21) ou o parâmetro λ de (3.22) dependem do tamanho do problema de planejamento e pode-se sugerir que em futuras implementações esses parâmetros possam ser automatizados com as dimensões do problema. Com o modelo (4.3) para determinar o número de tentativas em cada nível de



temperatura, o parâmetro de controle ρ não é necessariamente heurístico quando se discute os aspectos probabilísticos do mecanismo de busca no domínio da função objetivo, como se vê nas rápidas considerações no final do capítulo 5.

6. Para o sistema de Garver de 6 barras, de pequeno porte, usando o decaimento do parâmetro T_k com taxa variável, por (3.21) ou (3.22), o algoritmo é inteiramente eficiente mesmo processando-se no PC. Para o sistema sul brasileiro, de médio porte, o algoritmo é também eficiente, desde que se processe na estação de trabalho. O Problema de Planejamento é realmente combinatorial e em sistemas de grande porte o algoritmo SA aponta várias configurações quase ótimas, com custos muito próximos. Os testes com o grande sistema norte-nordeste brasileiro só foram realizados usando-se o decaimento do parâmetro T_k com taxa constante, mas já apresentou uma solução de US\$ 1 401 170 000,00 sem corte de carga, trazendo uma melhoria de 170 milhões de dólares em relação à melhor solução conhecida dos métodos aproximados. Esta solução obtida pelo algoritmo SA pode ser doravante de muita utilidade como parâmetro de comparação em estudos do próprio algoritmo SA ou de outros métodos.

7. O Simulated Annealing é um algoritmo robusto no sentido que não apresenta dificuldades de convergência ou de operações matemáticas.

7. O critério de parada do algoritmo SA empregado na presente dissertação na solução de problemas de planejamento merece agora, depois das experiências desenvolvidas, tentativas de mudanças para que venha a ser mais útil à economia do processamento, enquanto que não é determinante para a qualidade da solução final.

8. Sugere-se também, para futuros estudos, tentativas de mudanças no mecanismo de transição do algoritmo de SA aplicado ao Problema de Planejamento, de modo que se um ramo aleatoriamente escolhido apresenta-se muito atrativo, o algoritmo possa estacionar neste ramo e explorá-lo ao máximo antes de buscar outro ramo.



Bibliografia

- [1] R. Romero e A. Pádua Machado: "Avaliação Experimental do Algoritmo de Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão", Anais do 11^o Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 2, pp. 1007-1012, São Paulo, Setembro de 1996.
- [2] R. Romero, R. A. Gallego and A. Monticelli: "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", IEEE Transmission on Power Systems, Vol. 11, No 1, pp. 364-369, february 1996
- [3] R. Romero: "Um Método de Decomposição para Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão", Tese de Doutorado, UNICAMP, 1993.
- [4] R. Romero: "Relatorio Técnico Interno", DSEE-FEE - UNICAMP, 1994.
- [5] P. J. M. Van Laarhoven and E. H. L. Aarts: "Simulated Annealing: Theory and Applications", Kluwer Academic Publishers, USA, 1987, 1988, 1989.
- [6] E. Aarts and J. Korst: "Simulated Annealing and Boltzmann Machines", John Wiley and Sons, USA, 1989, 1990.
- [7] E. H. L. Aarts, J. H. M. Korst and P. J. M. Van Laarhoven: "A Quantitative Analysis of the Simulated Annealing Algorithm: A Case Study for the Traveling Salesman Problem", Journal of Statistical Physics, Vol. 50, 1988.
- [8] B. Noble e J. W. Daniel: "Álgebra Linear Aplicada", tradução - J. Pitombeira, Segunda Edição, Prentice/Hall do Brasil, 1986.
- [9] W. L. Winston: "Operations Research - Applications and Algorithms", Indiana University, Duxbury Press, 1994, Cap. 19 - Cadeia de Markov.



- [10] D. S. Johnson, C. R. Aragon, L. A. McGeoch and C. Schevon: "Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation; Part I, Graph Partitioning" Operations Research Society of America, Vol. 37, 1989.
- [11] D. S. Johnson, C. R. Aragon, L. A. McGeoch and C. Schevon: "Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation; Part II, Graph Coloring and Number Partitioning", Operations Research Society of America, Vol. 39, 1991.
- [12] A. Drexl, "A Simulated Annealing Approach to the Multiconstraint Zero - One Knapsack Problem", Computing 40, 1 - 8, 1988.
- [13] V. Cerny: "Thermodynamical Approach to the Traveling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm".
- [14] M. S. Bazaraa and C. M. Shetty: "Nonlinear Programming - Theory and Algorithms", John Wiley & Sons, USA, 1979.
- [15] R. Romero e A. Monticelli: "Decomposição Hierarquizada para Planejamento de Sistemas de Transmissão", Anais do 10^o Congresso Brasileiro de Automática e 6^o Congresso Latino Americano de Controle Automático, pp. 43-48, Rio de Janeiro, Setembro de 1994.
- [16] R. A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero: "Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm", paper submetido a publicação em Revista Internacional.
- [17] M. Srinivas, L. M. Patnaik: "Genetic Algorithms: A Survey", IEEE Computer, 1994.
- [18] A. Monticelli: "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Editora Edgar Bucher Ltda, 1983.
- [19] O. I. Elgerd: "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica", McGraw-Hill, 1978.
- [20] L. L. Garver. "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688 -1697, September-October, 1970.
- [21] R. Villanasa, L. L. Garver, S. J. Salon: "Transmission Network Planning Using Linear Programming", IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No 2, February 1985.



Apêndice A1

Dedução da Expressão (3.20)

No programa de esfriamento proposto por Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi [1982; 1983] é proposta a expressão (3.20) como um dos modelos alternativos de decaimento do parâmetro de temperatura T_k , cuja dedução [6] é o que segue.

As N_k tentativas de solução em um nível de temperatura constitui o que os autores chamam de **cadeia de Markov**, pois trata-se de uma seqüência de tentativas cujos resultados são eventuais e a probabilidade do resultado de uma tentativa, dada por (3.5), depende somente do resultado da tentativa anterior.

Definição A1.1 Uma cadeia de Markov é uma seqüência de tentativas onde a probabilidade do resultado de uma tentativa depende somente do resultado da tentativa anterior. Se $X(k)$ é uma variável estocástica que denota o resultado da k -ésima tentativa, então a probabilidade de transição na k -ésima tentativa para cada par (i, j) de resultados é definida como

$$P_{ij}(k) = P\{X(k) = j / X(k-1) = i\}. \quad (\text{A1.1})$$

A matriz $P(k)$ cujos elementos são dados por (A1.1) é chamada matriz de transição .

Definição A1.2 Seja L_k o tamanho da k -ésima cadeia de Markov e T_k o correspondente valor do parâmetro de controle. Então o quase-equilíbrio é alcançado se a distribuição de probabilidade das soluções após L_k tentativas da k -ésima cadeia de Markov, dada por $a(L_k, T_k)$, é suficientemente próxima da distribuição estacionária $q(T_k)$ dada por (3.5), isto é,



$$\|a(L_k, T_k) - q(T_k)\| < \varepsilon, \quad (\text{A1.2})$$

para algum valor específico de $\varepsilon \geq 0$.

A condição para o quase-equilíbrio dada por (A1.2) pode ser reescrita por

$$\forall k \geq 0 : \|q(T_k) - q(T_{k+1})\| < \varepsilon \quad (\text{A1.3})$$

para algum valor positivo de ε . Assim, assume-se que o quase-equilíbrio é mantido em todo o processo de otimização se (A1.3) ocorre para todo k .

Para dois valores sucessivos do parâmetro de controle necessita-se que as distribuições estacionárias sejam próximas e isto pode ser expresso por:

$$\forall i \in \Omega : \frac{1}{1+\delta} < \frac{q_i(T_k)}{q_i(T_{k+1})} < 1+\delta, \quad (\text{A1.4})$$

para algum número positivo δ , que pode ser relacionado a ε de (A1.3).

O teorema seguinte prova uma condição suficiente para que as desigualdades (A1.4) sejam satisfeitas.

Teorema A1.1 Seja $q(T_k)$ a distribuição estacionária para a cadeia de Markov associada com o Algoritmo de Simulated Annealing com componentes dadas por (3.5) e sejam T_k e T_{k+1} dois sucessivos valores do parâmetro de controle com $T_{k+1} < T_k$. Então as desigualdades de (A1.4) são satisfeitas se existir a seguinte condição:

$$\forall i \in \Omega : \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_{k+1}}\right)} < 1+\delta \quad (\text{A1.5})$$

sendo que $\delta_i = f(i) - f_{opt}$.

Prova: As componentes da distribuição estacionária dadas por (3.5) podem ser reescritas como:

$$\forall i \in \Omega : q_i(T_k) = \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_k}\right)}.$$

Assim, se $T_{k+1} < T_k$, tem-se:

$$\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right) \geq \exp\left(-\frac{\delta_i}{T_{k+1}}\right)$$

e

$$\sum_{j \in \Omega} \exp\left(\frac{\delta_j}{T_k}\right) \geq \sum_{j \in \Omega} \exp\left(\frac{\delta_j}{T_{k+1}}\right).$$

Consequentemente, obtém-se:

$$\begin{aligned} \forall i \in \Omega: q_i(T_k) &= \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_k}\right)} \leq \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_{k+1}}\right)} < (1 + \delta) \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_{k+1}}\right)} \\ &= (1 + \delta) q_i(T_{k+1}). \end{aligned}$$

Por outro lado, tem-se que:

$$\begin{aligned} \forall i \in \Omega : q_i(T_k) &= \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_k}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_k}\right)} \geq \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_{k+1}}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_k}\right)} > \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_{k+1}}\right)}{\sum_{j \in \Omega} (1+\delta) \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_{k+1}}\right)} \\ &= \frac{1}{1+\delta} \frac{\exp\left(-\frac{\delta_i}{T_{k+1}}\right)}{\sum_{j \in \Omega} \exp\left(-\frac{\delta_j}{T_{k+1}}\right)} = \frac{1}{1+\delta} q_i(T_{k+1}) \end{aligned}$$

que completa a demonstração. ■

Operando com logaritmo natural (ln) sobre a desigualdade (A1.5) pode-se reescrevê-la para dar a seguinte condição sobre dois subsequentes valores do parâmetro de controle:

$$T_{k+1} > \frac{T_k}{1 + \frac{T_k \ln(1+\delta)}{f(i) - f_{opt}}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A1.6})$$

Agora, pode-se formular, na fase final da convergência, um conjunto de soluções como

$$\Omega_{T_k} = \{i \in \Omega / f(i) - f_{opt} \leq \langle f \rangle_{T_k} - f_{opt} + 3\sigma(T_k)\} \quad (\text{A1.7})$$

onde $\langle f \rangle_{T_k}$ é a média de custo no nível de temperatura T_k . No domínio definido em (A1.7) a expressão (A1.6) fica escrita por:

$$T_{k+1} > \frac{T_k}{1 + \frac{T_k \ln(1+\delta)}{\langle f \rangle_{T_k} - f_{opt} + 3\sigma(T_k)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A1.8})$$

Agora, pode-se omitir o termo $\langle f \rangle_{T_k} - f_{opt}$ em (A1.8), contrabalançar esta falta com um valor menor do parâmetro δ e admitir a expressão:

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{1 + \frac{T_k \ln(1 + \delta)}{3\sigma(T_k)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A1.9})$$

que é a expressão (3.21). O parâmetro δ é chamado [6] de distância de parâmetro. Pequeno valor para δ associa-se a pequeno decrescimento de T_k e grande valor para δ associa-se a grande decrescimento de T_k .



Apêndice A2

Dedução da Expressão (3.22)

Huang et al. [5] baseou uma regra de decrescimento do parâmetro de controle T_k na média dos valores do custo em consecutivas cadeias de Markov. Para percorrer a dedução desta regra são necessárias as definições que se seguem.

Definição A2.1 O custo esperado na implementação do Algoritmo do Simulated Annealing é uma estatística definida por:

$$\langle f(T) \rangle = \sum_{i \in \Omega} f(i) q_i(T) \quad (\text{A2.1})$$

sendo que $q(T)$ é dado por (3.5) e $f(i)$ é o custo de cada solução $i \in \Omega$.

Definição A2.2 A variância dos custos é uma estatística definida por:

$$\sigma^2(T) = \langle (f(T) - \langle f(T) \rangle)^2 \rangle = \langle f^2(T) \rangle - \langle f(T) \rangle^2 \quad (\text{A2.2})$$

e pode-se mostrar [6] que existe a relação

$$\frac{d}{dT} \langle f(T) \rangle = \frac{\sigma^2(T)}{T^2}, \quad (\text{A2.3})$$

sendo que na física estatística o que se expressa por $\frac{d}{dT}\langle f(T) \rangle$ em (A2.3) é chamado calor específico.

Agora, seja $\bar{f}(T_k)$ a média dos custos observados na k-ésima cadeia de Markov. Para o custo esperado definido por (A2.1), obtém-se de (A2.3) a seguinte relação:

$$\frac{d}{d \ln T} \langle f(T) \rangle = \frac{\sigma^2(T)}{T}. \quad (\text{A2.4})$$

Aproximando $\langle f(T_k) \rangle$ por $\bar{f}(T_k)$ que é o custo médio no nível de temperatura T_k , encontra-se

$$\frac{\bar{f}(T_{k+1}) - \bar{f}(T_k)}{\ln T_{k+1} - \ln T_k} \cong \frac{\sigma^2(T_k)}{T_{k+1}} \quad (\text{A2.5})$$

que conduz a

$$T_{k+1} = T_k \exp \left(\frac{T_k (\bar{f}(T_{k+1}) - \bar{f}(T_k))}{\sigma^2(T_k)} \right). \quad (\text{A2.6})$$

Para a garantia do quase-equilíbrio, Huang et al. exige que a diferença entre os custos médios para duas cadeias de Markov consecutivas seja menor que o desvio padrão do custo no nível T_k , isto é,

$$\bar{f}(T_{k+1}) - \bar{f}(T_k) < -\sigma(T_k) \quad (\text{A2.7})$$

e com um parâmetro λ , $\lambda \leq 1$, obtém-se a igualdade

$$\bar{f}(T_{k+1}) - \bar{f}(T_k) = -\lambda \sigma(T_k). \quad (\text{A2.8})$$

Substituindo-se (A2.7) em (A2.5) resulta:

$$T_{k+1} = T_k \exp\left(-\frac{\lambda T_k}{\sigma(T_k)}\right), \quad (\text{A2.8})$$

que é a expressão (3.22).

O parâmetro λ exerce o mesmo papel controlador da taxa de decaimento do parâmetro de temperatura em (3.22) que o parâmetro δ em (3.21). Aumentando (ou diminuindo) λ , aumenta-se (ou diminui) o decaimento da temperatura por (3.22).



Apêndice A3

Formulação Linearizada do Modelo DC

A equação básica do fluxo de carga CC é obtida impondo-se a conservação da potência ativa em cada nó da rede, isto é, a potência líquida injetada é a soma das potências que fluem pelo nó, surgindo a expressão

$$f_k = \sum_{m \in \Omega_k} f_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (\text{A3.1})$$

sendo:

$k = 1, 2, \dots, \text{NB}$, sendo que NB é o número de barras da rede.

V_k, V_m : Magnitude das tensões das barras terminais do ramo $k - m$.

θ_k, θ_m : Ângulo das tensões das barras terminais do ramo $k - m$.

f_{km} : Fluxo de potência ativa no ramo $k - m$.

f_k : Geração líquida (geração menos carga) de potência ativa na barra k .

Ω_k : Conjunto das barras vizinhas da barra k .

A expressão (A3.1) equivale a imposição da primeira de Kirchhoff na rede.

Os ângulos θ_k e θ_m aparecem sempre na forma $\theta_k - \theta_m$, sendo que o ângulo de tensão em cada barra é medido com relação a uma barra de referência que deve ser escolhida.

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular na linha e se desloca no sentido dos ângulos maiores para os ângulos menores.

O modelo CC não substitui por completo os modelos não-lineares de fluxo de carga, pois não leva em conta, por exemplo, as potências reativas, próprias do modelo de corrente alternada (CA).

O fluxo de potência ativa f_{km} em uma linha de transmissão é dada por

$$f_{km} = V_k^2 g_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (\text{A3.2})$$

sendo

g_{km} : Condutância da linha $k - m$.

b_{km} : Susceptância série da linha $k - m$.

A expressão (A3.1) é obtida quando se identificam as partes reais e imaginárias da expressão do fluxo de potência complexa correspondente à corrente na linha $k - m$ [18]. O fluxo no extremo oposto da linha é:

$$f_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (\text{A3.3})$$

e as perdas de transmissão na linha são dadas por:

$$f_{km} + f_{mk} = g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) . \quad (\text{A3.4})$$

Se os termos correspondentes às perdas forem desprezados nas expressões de f_{km} e f_{mk} , tem-se:

$$f_{km} = -f_{mk} = -V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} . \quad (\text{A3.5})$$

Na expressão (A3.5) pode-se ainda introduzir as aproximações:



$$V_k \cong V_m \cong 1 \text{ pu},$$

$$\text{Sen} \theta_{km} \cong \theta_{km}, \quad (\text{A3.6})$$

$$b_{km} \cong \frac{-1}{x_{km}}.$$

O fluxo f_{km} pode então ser aproximado por

$$f_{km} = x_{km}^{-1} \theta_{km} \quad (\text{A3.7})$$

em que x_{km} é a reatância de todas as linhas em paralelo que existem no ramo.

A injeção de potência ativa na barra k é igual à soma dos fluxos que saem da barra, dando:

$$f_k = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \theta_{km}, \quad k = 1, 2, \dots, \text{NB}. \quad (\text{A3.8})$$

Esta expressão (A3.8) é o desenvolvimento de (A3.1) que ainda pode ser reescrita por:

$$f_k = \left(\sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \right) \theta_k + \sum_{m \in \Omega_k} (-x_{km}^{-1} \theta_m) \quad (\text{A3.9})$$

que por sua vez admite uma representação matricial do tipo

$$P = B\theta \quad (\text{A3.10})$$

em que:



P : Vetor das injeções líquidas de potência ativas f .

θ : Vetor dos ângulos das tensões nodais θ_k .

B : Matriz tipo admitância nodal, cujos elementos são

$$B_{km} = -x_{km}^{-1} , \tag{A3.11}$$

$$B_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} .$$

A matriz B de (A3.10) é singular, pois como as perdas de transmissão foram desprezadas, a soma das componentes de P é nula, ou seja, a injeção de potência em uma barra qualquer pode ser obtida a partir da soma algébrica das demais. Para resolver este problema, elimina-se uma das equações do sistema (A3.10) e adota-se a correspondente barra k como barra de referência angular ($\theta_k = 0$) . Desta forma este sistema passa a ser não-singular com dimensão NB-1 e os ângulos das NB-1 barras restantes podem ser determinados a partir das injeções de potência específicas nessas NB-1 barras (supõe-se que a rede seja conexa) .



Apêndice A4

Desenvolvimento da Formulação (4.1) para um Sistema de 3 Barras.

O exemplo do problema de 3 barras foi usado em [3]. Aqui descreve-se o desenvolvimento matemático do modelo FCDC para os dados considerados:

Tabela 12: Geração e Carga - Sistema de 3 Barras

barra	geração (MW)	carga (MW)
1	80	0
2	0	60
3	0	20

Tabela 13: Características das Linhas - Sistema de 3 Barras

Linha	Custo	Reatância (Ohm)	Capacidade (MW)
1-2	3	3	35
1-3	2	2	40
2-3	2	2	40

A seguir, tem-se a topologia representativa do exemplo de 3 barras mostrando os geradores, as cargas e os fluxos.

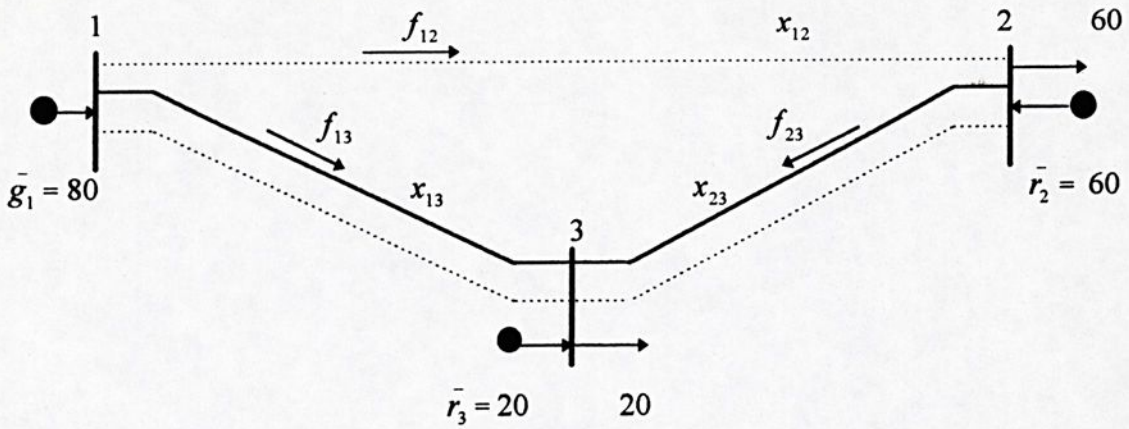


Fig. 9 Topologia do Problema de 3 Barras

Tem-se:

$$c_{ij} = \text{Custo} / \text{Susceptância Nominal} ,$$

$$\text{Susceptância} = 1 / \text{Reatância} \text{ e}$$

$$\bar{\phi} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} .$$

Daí, para o declarado problema de 3 barras, tem-se:

$$C_{12} = \frac{3}{1/3} = 9$$

$$C_{13} = \frac{2}{1/2} = 4$$

$$C_{23} = \frac{2}{1/2} = 4$$

$$\bar{\phi}_{12} = \frac{35}{1/3} = 105$$

$$\bar{\phi}_{13} = \frac{40}{1/2} = 80$$

$$\bar{\phi}_{23} = \frac{40}{1/2} = 80$$

Considerando os parâmetros de penalidades α_2 e α_3 das barras 2 e 3 ambos iguais a 10 , a formulação (4.1) fica desenvolvida por:

$$\text{Min } (9x_{12} + 4x_{13} + 4x_{23} + 10r_2 + 10r_3) \quad (\text{A4.1})$$

sujeito a:

$$-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$$

$$f_{12} - f_{23} + r_2 = 60$$

$$f_{13} + f_{23} + r_3 = 20$$

$$f_{12} - (0 + x_{12})(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

$$f_{13} - (1/2 + x_{13})(\theta_1 - \theta_3) = 0$$

$$f_{23} - (1/2 + x_{23})(\theta_2 - \theta_3) = 0$$

$$|f_{12}| - 105x_{12} \leq 0 \cdot 105$$

$$|f_{13}| - 80x_{13} \leq 1/2 \cdot 80$$

$$|f_{23}| - 80x_{23} \leq 1/2 \cdot 80$$

$$0 \leq g_1 \leq 80$$

$$0 \leq r_2 \leq 60$$

$$0 \leq r_3 \leq 20$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{23} \geq 0 \text{ e discretos.}$$

No desenvolvimento acima as três primeiras restrições de igualdade satisfazendo a primeira lei de Kirchhoff podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{13} \\ f_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 60 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad (\text{A4.2})$$

onde a matriz 3×3 é a matriz S de incidência nó-ramo. os elementos -1 e 1 de S indicam, respectivamente, as barras de saída e chegada dos fluxos.

Ainda sobre o desenvolvimento (A4.1), lembrando que a segunda lei de Kirchhoff aplicada ao modelo FCDC dá:

$$f_{ij} = (\theta_i - \theta_j)(\gamma_{ij}^0 + x_{ij}) \quad (\text{A4.3})$$

e que

$$x_{ij} = \frac{n_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad \text{ou} \quad n_{ij} = \gamma_{ij} x_{ij} . \quad (\text{A4.4})$$

Permitindo no máximo 2 linhas em cada ramo, o desenvolvimento (A4.1) pode então ser reescrito por:

$$\text{Min } (9x_{12} + 4x_{13} + 4x_{23} + 10r_2 + 10r_3) \quad (\text{A4.5})$$

sujeito a

$$-(x_{12} + x_{13} + 1/2)\theta_1 + x_{12}\theta_2 + (1/2 + x_{13})\theta_3 + g_1 = 0$$

$$x_{12}\theta_1 - (x_{12} + x_{23} + 1/2)\theta_2 + (1/2 + x_{23})\theta_3 + r_2 = 60$$

$$(1/2 + x_{13})\theta_1 + (1/2 + x_{23})\theta_2 - (x_{13} + x_{23} + 1)\theta_3 + r_3 = 20$$

$$|\theta_1 - \theta_2| \leq 105$$

$$|\theta_1 - \theta_3| \leq 80$$

$$|\theta_2 - \theta_3| \leq 80$$

$$0 \leq g_1 \leq 80$$

$$0 \leq r_2 \leq 60$$

$$0 \leq r_3 \leq 20$$

$$0 \leq 3x_{12} \leq 2$$

$$0 \leq 2x_{13} \leq 2$$

$$0 \leq 2x_{23} \leq 2$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{23} \geq 0 \text{ e discretos.}$$

Na forma matricial, as três restrições de igualdade de (A4.5) é escrita por:

$$\begin{bmatrix} (x_{12} + x_{13} + 1/2) & x_{12} & (1/2 + x_{13}) \\ x_{12} & -(x_{12} + x_{23} + 1/2) & (1/2 + x_{23}) \\ (1/2 + x_{23}) & (1/2 + x_{23}) & -(x_{13} + x_{23} + 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 60 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad (\text{A4.6})$$

onde a matriz 3×3 (ordem do número de barras) é dita a matriz $B = (b_{ij})$ das susceptâncias. Os elementos b_{ij} de B são as susceptâncias equivalentes das linhas entre as barras i e j quando $i \neq j$ e são as somatórias das susceptâncias das linhas que chegam na barra i , com sinal trocado, quando $i = j$. Com o desenvolvimento da formulação (4.2) feito para o exemplo de 3 barras passando por (A4.1), (A4.5), com o uso da matriz B e ainda trocando a susceptância total x_{ij} do ramo $i - j$ pelo número de linhas n_{ij} deste ramo na função objetivo, a formulação modificada (4.1) pode ainda ser reescrita e ficar como em [1], assim:

$$\text{Min } \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i \quad (\text{A4.7})$$

sujeito a:

$$B(x + \gamma^0)\theta + g + r = d$$

$$(x_{ij} + \gamma_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad ,$$

onde as duas leis de Kirchhoff ficam implicitamente representadas na restrição de igualdade.

Apêndice A5

O Problema do Caixeiro Viajante

O problema do caixeiro viajante é um dos Problemas de Otimização Combinatorial citado na literatura, como em [6], para exemplificar o uso do algoritmo de SA na solução de problemas desta classe. Trata-se de um problema de fácil representação e com o qual iniciou-se os estudos da presente dissertação.

O problema consiste em encontrar um roteiro com o menor percurso para se visitar n cidades, passando por cada uma apenas uma vez. Dá-se $D = [d_{ij}]$ a matriz das distâncias com os elementos d_{ij} denotando as distâncias entre as cidades i e j . Tem-se o conjunto Ω de todos os roteiros possíveis e a cada roteiro associa-se um percurso ν . Assim o problema pode ser formalizado com o par (Ω, ν) cuja função custo ν é mapeada como em (1.1) e, por ser também um problema de minimização, a solução ótima deve satisfazer à expressão (1.2).

Aplicou-se o algoritmo do Simulated Annealing na solução do problema do caixeiro viajante da maneira como segue:

- O espaço Ω é constituído de todas as permutações circulares que se pode escrever por: $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(i), \dots, \pi(n))$ onde $\pi(i)$, $i = 1, \dots, n$ denota a cidade sucessora da cidade i no roteiro representado por π .

- A função custo, a qual deve ser minimizada, é representada como

$$\nu(\pi) = \sum_{i=1}^n d_{i, \pi(i)}. \quad (\text{A5.1})$$

- Novas soluções podem ser geradas com a estrutura de vizinhança $N_2(p, q)$, que consiste em escolher duas cidades arbitrárias p e q e inverter a seqüência (ou mudar o sentido) nas quais as cidades p e q são visitadas.

Supondo que as n cidades estão numeradas de 1 a n e que a seqüência 1, 2, 3, ..., n representa o roteiro corrente, a figura abaixo mostra a estrutura de vizinhança na obtenção de um novo roteiro:

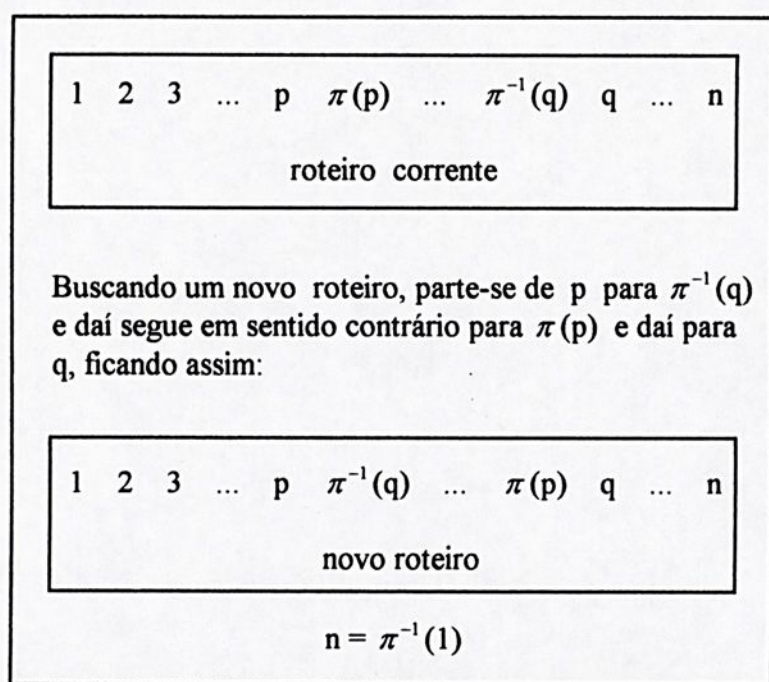


Fig. 10 Estrutura de vizinhança no caixeiro viajante

- A diferença de custos (ou de percursos) pode então ser calculada da seguinte maneira:

$$v_1(\pi) = x + y + d_{p, \pi(p)} + d_{\pi^{-1}(q), q} \quad (\text{A5.2})$$

é o percurso do roteiro corrente, é

$$v_2(\pi) = x + y + d_{p, \pi^{-1}(q)} + d_{\pi(p), q}, \quad (\text{A5.3})$$

onde $x = d_{q, p}$ e $y = d_{\pi^{-1}(q), \pi(p)}$, é o percurso do novo roteiro (ou roteiro andidato).

A diferença de percurso obtém-se subtraindo (A5.2) de (A5.3), resultando a expressão:

$$\Delta v = d_{p, \pi^{-1}(q)} + d_{\pi^{-1}(q), q} - d_{p, \pi(p)} - d_{\pi^{-1}(q), q}, \quad (\text{A5.4})$$

com a qual calcula-se a diferença de percurso de roteiros a cada tentativa de transição.

No critério de aceitação de novos roteiros usou-se também a expressão (3.11), que tem seu valor comparado com um número aleatório gerado para este fim.

Nos testes do algoritmo de SA com o problema do caixeiro viajante, o programa de esfriamento foi desenvolvido com a expressão (3.13) para calcular a temperatura inicial T_0 , a expressão (3.20) para dar a taxa constante de decaimento da temperatura e o número de tentativas em cada nível de temperatura seguiu igual o de número de cidades.

Primeiro, deu-se 16 cidades geograficamente arranjadas de modo que $d_{ij} = 1$, $\forall (i, j) \in \Omega$, i vizinha de j . Assim, uma das configurações (ou roteiros) que trouxe o percurso ótimo igual a 16, no décimo oitavo nível de temperatura, é a que está mostrada na figura abaixo.

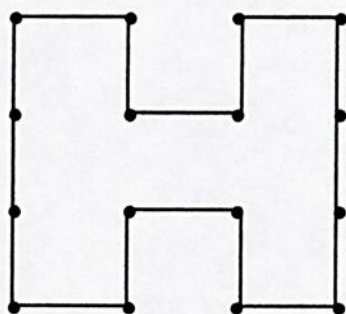


Fig. 11 Um roteiro ótimo no exemplo com 16 cidades

Nos testes com 100 cidades numeradas de 1 a 100, também geograficamente arranjadas de modo que quaisquer duas cidades vizinhas distam de uma unidade, dada a configuração inicial, mostrada na figura 11, numa das rodadas do programa, partindo com o número aleatório 8233 (que se associa à seqüência de números aleatórios na troca de cidades da estrutura de vizinha e do critério de aceitação), solicitados 23 níveis de temperatura e 600 iterações (ou número de tentativas em cada nível de temperatura), obteve-se uma configuração ótima, mostrada na figura 12(d), com o percurso ótimo esperado de 100, no exato vigésimo terceiro nível de temperatura.

Outros programas de esfriamento mais sofisticados, com o aporte de expressões como (3.21) e (3.22) para determinar o número de tentativas N_k em cada nível k de temperatura, podem ser aplicados sobre o mesmo algoritmo na solução do Problema do Caixeiro Viajante.

A seguir tem-se a figura da configuração inicial implementada e um esboço da evolução do algoritmo na busca das configurações no exemplo das 100 cidades.

1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	81	89	97	2	10	18	26	34	42	50
58	66	74	82	90	98	3	11	19	27	35	43	51	59	67	75	83	91	99	4
12	20	28	36	44	52	60	68	76	84	92	100	5	13	21	29	37	45	53	61
69	77	58	93	6	14	22	30	38	46	54	62	70	78	86	94	7	15	23	31
39	47	55	63	71	79	87	95	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96

Fig.12 Configuração inicial - 100 cidades

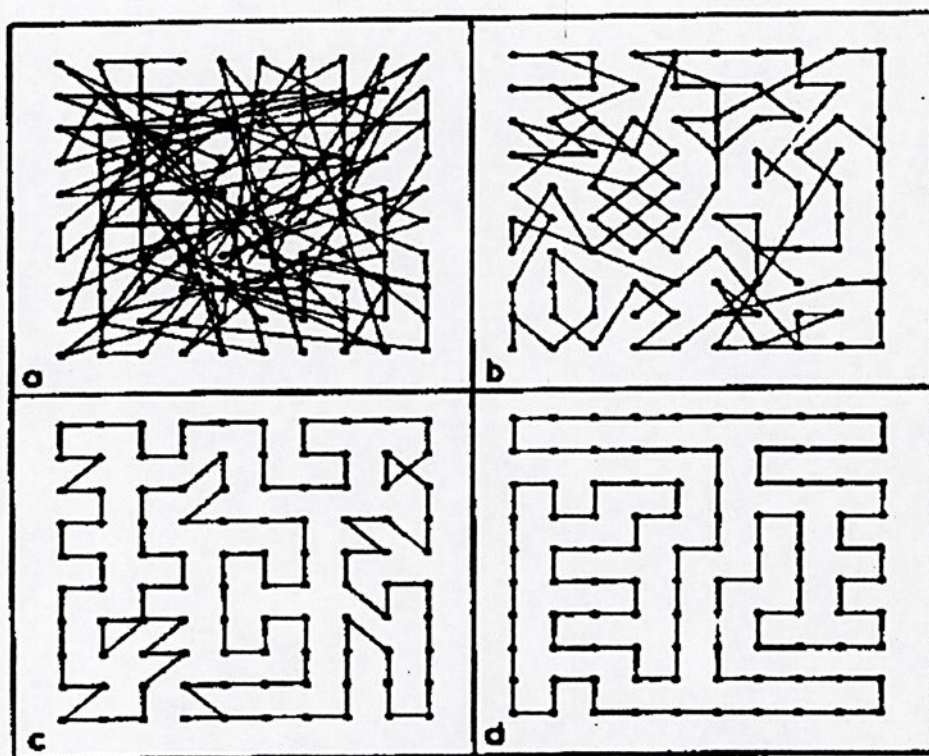


Fig. 13 Configurações de um Problema de Caixeiro Viajante com 100 cidades. O Roteiro (a) é o de uma configuração inicial, o roteiro (b) é um pouco menos longo que o inicial, o roteiro (c) é quase ótimo e (d) é o roteiro ótimo.

Apêndice A6

Artigos Publicados

- R. Romero e A. Pádua Machado: “Avaliação Experimental do Algoritmo de Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão”, Anais do 11^o Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 2, pp. 1007-1012, São Paulo, Setembro de 1996.



AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO ALGORITMO DE SIMULATED ANNEALING USADO NO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

R. Romero

A. Padua Machado

FEIS-UNESP-Ilha Solteira-Brasil

Resumo: Este trabalho faz uma exaustiva avaliação experimental do algoritmo de Simulated Annealing (SA) aplicado ao problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo. Assim, a pesquisa complementa, na análise teórica e na avaliação experimental, a pesquisa apresentada em [1] onde foi aplicado com êxito SA para o problema de planejamento que é um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) de difícil tratamento através de metodologias convencionais de otimização. Esta pesquisa analisa vários programas de esfriamento de SA realizando testes para calibrar os parâmetros de controle de cada programa de esfriamento. Os programas de esfriamento são comparados e o melhor deles é usado para testar um sistema de grande porte cuja solução ótima ainda não é conhecida.

Palavras chave: planejamento da expansão, simulated annealing, algoritmos combinatoriais.

Abstract: This study is an exhaustive experimental evaluation of the Simulated Annealing (SA) algorithm applied to the long term transmission network expansion planning problem. As such, the analysis complements, in its theoretical analysis and its experimental evaluation, the investigation presented in [1] where SA was successfully applied to the problem of planning which is a mixed integer nonlinear programming problem, difficult to deal with using conventional optimization methodologies. This investigation analyzes various SA cooling schedules using trials that calibrate the control parameters for each cooling schedule. The cooling schedules are compared and the best of them is used to evaluate a large scale system whose optimum solution is not yet known.

Keywords: expansion planning, simulated annealing, combinatorial algorithms.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo estuda o planejamento *estático* de sistemas de transmissão. Neste tipo de planejamento, dada uma configuração inicial e os dados de geração e demanda do horizonte de planejamento, tenta-se determinar o plano de expansão com um custo mínimo, isto é, deve-se determinar *onde* e *que* tipos de novos equipamentos devem ser instalados. Estes resultados preliminares de planejamento posteriormente serão analisados testando seu desempenho através de ferramentas de análise mais exatas como fluxo de carga AC, curto circuito, estabilidade transitória, etc.

O modelo DC é usado para representar o problema de planejamento e esse modelo é resolvido usando várias técnicas que podem ser agrupados em 3 grupos: métodos aproximados, métodos de otimização e métodos de otimização combinatorial. Os métodos aproximados apresentam a vantagem de fornecer soluções de boa qualidade com esforços computacionais pequenos mas eles raramente encontram a solução ótima de sistemas reais e não fornecem informação da qualidade da solução obtida, isto é, o quão perto da solução ótima se encontra a solução obtida; entretanto, estes métodos ainda são os mais usados pelas empresas elétricas nos trabalhos de planejamento. Os métodos aproximados mais eficientes e conhecidos foram apresentados em [5,7]. Os métodos de otimização, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, apresentam a característica de que encontram a solução ótima do problema e são eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, mas para sistemas de grande porte ainda apresentam problemas de elevado esforço computacional e problemas de convergência. Os métodos de otimização mais conhecidos

foram apresentados em [6,7]. Os métodos de otimização combinatorial como Simulated Annealing (SA) foram usados com muito sucesso para resolver muitos problemas da vida real. No presente artigo, apresenta-se um algoritmo de SA aplicado ao problema de planejamento de sistemas de transmissão. Assim, este trabalho é uma complementação de uma pesquisa anterior de SA aplicado ao problema de planejamento apresentado em [1] que apresentou excelentes resultados. Aqui a ênfase principal é na avaliação experimental de diferentes programas de esfriamento e a calibração empírica dos parâmetros destes diferentes programas de esfriamento.

2. O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO

Usando o modelo DC, o problema de planejamento é um PNLIM com a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad v &= \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i & (1) \\ B(x + \gamma^o)\theta + g + r &= d \\ (x_{ij} + \gamma_{ij}^o) |\theta_i - \theta_j| &\leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^o) \bar{\phi}_{ij} \\ 0 \leq g &\leq \bar{g} \\ 0 \leq r &\leq d \\ 0 \leq n_{ij} &\leq \bar{n}_{ij} \end{aligned}$$

em que c_{ij} é o custo de um circuito no ramo i-j; x_{ij} é a susceptância total adicionada no ramo i-j; $B(\cdot)$ é a matriz de susceptâncias; θ é o vetor de ângulos de tensão de barra; γ^o é o vetor de susceptâncias inicial; n_{ij} é o número de circuitos adicionados no ramo i-j; $n_{ij} = x_{ij}/\gamma_{ij}$ em que γ_{ij} é a susceptância de um novo circuito; $\bar{\phi}_{ij} = \bar{f}_{ij}/\gamma_{ij}$ em que \bar{f}_{ij} é o fluxo máximo de uma linha no ramo i-j; d é o vetor de demanda líquida; g é o vetor geração; \bar{g} é o vetor de máxima capacidade de geração; r é o vetor de geradores artificiais e α é

o parâmetro de penalidade associado com o corte de carga devido às exigências de operação do sistema.

A formulação (1) além de ser um problema PNLIM apresenta 2 características adicionais: 1) apresenta o fenômeno da explosão combinatorial quando se incrementa o número de variáveis, e 2) existe o problema de rede inicial não conexa que em sistemas de grande porte pode representar um problema difícil de contornar, pois existem muitas barras isoladas do sistema inicial, assim conectar pontos de carga a pontos de geração pode levar à conformação de novos caminhos que impliquem na adição simultânea de várias linhas para garantir a conectividade do sistema.

3. SIMULATED ANNEALING APLICADO AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO

SA é uma técnica de otimização combinatorial que foi desenvolvida analisando o processo de "annealing" em sólidos. Annealing é um dos processos de construção de cristais perfeitos no qual um material sólido é esquentado a temperaturas elevadas onde esse material assume uma estrutura atômica altamente desordenada. Depois o material é esfriado lentamente, mantendo o quase-equilíbrio térmico, até atingir o estado de mínima energia onde o material assume a estrutura de um cristal perfeito. Este processo foi usado para desenvolver um algoritmo com capacidade de resolver problemas do campo da pesquisa operacional. A vantagem de SA é que tem capacidade de resolver problemas complexos e de grande porte sem as restrições existentes nos métodos de otimização clássicos como exigências de convexidade, diferenciabilidade, etc. SA tem a característica de que apresenta soluções ótimas ou quase-ótimas. O programa de esfriamento controla esta qualidade da solução e o esforço computacional.

Um problema de otimização combinatorial é formulado como um par (G, v) onde G representa um conjunto finito de configurações e v é o custo associado a cada configuração. Assim, resolver um problema combinatorial consiste em encontrar a configuração de custo mínimo entre todas as configurações possíveis. SA parte de uma configuração inicial e depois gera um conjunto de configurações candidatas controladas pelo programa de esfriamento. Estas configurações são aceitas se apresentam um custo menor que a configuração corrente, mas elas também podem ser aceitas se o custo for maior que a configuração corrente de acordo com um critério probabilístico. Esta última característica, aceitar configurações com custo mais elevado, permite a SA sair de eventuais ótimos locais. Este processo é controlado pelo programa de esfriamento.

A utilização de SA para resolver um problema de otimização combinatorial precisa da especificação de 3 aspectos distintos e independentes: 1) uma adequada representação do problema, 2) um mecanismo de transição e, 3) um programa de esfriamento. Para cada tipo de problema, deve-se definir claramente cada um destes 3 aspectos e geralmente existem várias maneiras de se caracterizar cada um destes itens, o que leva a algoritmos de SA diferentes.

3.1 A Representação do Problema

A representação do problema deve caracterizar cor-

retamente o espaço de configurações possíveis e uma forma de determinar a função de custo. Em (1), ambos aspectos estão claramente definidos: a factibilidade de uma configuração é determinada pelas restrições e a função de custo tem 2 termos diferentes. A primeira parte corresponde aos custos das linhas adicionadas e a segunda a uma penalidade devido ao corte de carga. Na verdade (1) já é uma modificação do problema de planejamento que na sua formulação original somente leva em conta os custos das linhas adicionadas na função objetivo. Entretanto, nessa formulação original seria muito difícil e pouco eficiente implementar SA pois ela apresenta 3 grandes limitações: 1) precisa de uma configuração inicial factível para iniciar o processo o que não é fácil encontrar em sistemas de grande porte, 2) a partir da configuração corrente, deve-se passar a outra configuração factível, isto é, sem corte de carga, o que também é difícil de encontrar, e 3) esse mecanismo de transição, passar de uma configuração sem corte de carga a outra configuração sem corte de carga, limitaria a capacidade de SA de sair de um ótimo local. Assim, representar a função objetivo com penalidade devido aos cortes de carga ou sem ela, representam duas alternativas diferentes de implementar algoritmos de SA para o problema de planejamento.

A formulação (1) não apresenta os problemas mencionados e, ainda mais, ela apresenta uma grande flexibilidade para passar de uma configuração tentativa para outra. Nesta formulação, qualquer configuração, n_{ij}^k , é "factível" para (1), isto é, as configurações com e sem corte de carga. Assim, o espaço das configurações factíveis foi acrescido para facilitar o processo de transição. Por outro lado, o processo deve priorizar as configurações e regiões factíveis do problema original, isto é, das regiões sem corte de carga. Este objetivo é atingido de 2 maneiras complementares: 1) implicitamente, pois as configurações com corte de carga são fortemente penalizadas produzindo uma função de custo elevado o que levará à rejeição de configurações deste tipo, e 2) usando limitantes inferiores e superiores para a parte correspondente aos custos das linhas de uma configuração, informação que sempre está disponível para cada sistema e ainda pode ser melhorada usando informação do processo de convergência do próprio problema. A Figura 1 mostra os argumentos mencionados e que justificam a vantagem de implementar a formulação (1) para o problema de planejamento.

3.2 O Mecanismo de Transição

O mecanismo de transição é o processo que consiste em transformar a configuração corrente em uma configuração subsequente. Este processo é realizado em 3 etapas: 1) geração da configuração tentativa a partir da configuração corrente, implementado definindo uma estrutura de vizinhança para o problema, 2) cálculo da variação da função de custo para a configuração candidata, 3) decidir se a configuração tentativa é aceita, transformando-se em configuração corrente.

a) Estrutura de vizinhança:

A estrutura de vizinhança é o mecanismo que permite gerar uma configuração candidata n_{ij}^{k+1} a partir da configuração corrente, n_{ij}^k .



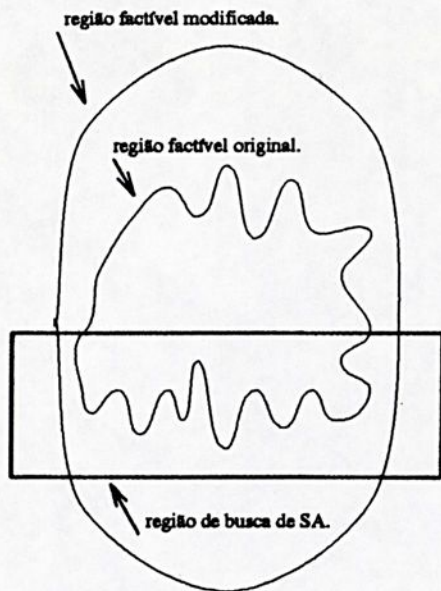


Figura 1: Espaço de busca em SA

Um mecanismo de geração simples, que chamaremos mecanismo de transição básica, pode ser implementado fazendo 3 tipos de alterações simples na configuração corrente: 1) adicionar um circuito i , 2) troca de circuitos, adicionando um circuito i e retirando outro circuito j , e 3) retirar o circuito j . Estes circuitos candidatos são escolhidos aleatoriamente. O mecanismo de transição básica deve ser implementado de maneira eficiente com sequência trocada: **adição-troca-retirada** quando a configuração corrente apresenta corte de carga onde deve ser priorizada a adição de linhas ou **retirada-troca-adição** quando a configuração corrente não apresenta corte de carga e portanto deve ser priorizada a retirada de linhas. Este mecanismo de transição básica apresenta a vantagem de sua simplicidade e a possibilidade de implementar um eficiente algoritmo de PL, entretanto, apresenta limitações para sistemas de grande porte com muitas barras não conexas.

Um mecanismo de transição mais elaborado deve levar em conta a topologia da rede elétrica, assim o processo de adição e retirada de linhas em novos caminhos deve garantir a conectividade do sistema, evitando que sejam adicionadas linhas ineficientes ou retiradas de linhas em novos caminhos que deixem outras linhas sem possibilidade de transportar energia elétrica. Em sistemas grandes e complexos, como o Norte-Nordeste brasileiro, às vezes é necessária a adição de 3 a 6 linhas sucessivas para garantir a conectividade do sistema, isto é, para unir um ponto de geração a um ponto de carga ou a uma barra conectada ao sistema inicial. Para garantir sempre a conectividade do sistema foi elaborado um mecanismo de geração modificado que mantém sempre uma conectividade adequada no sistema eliminando adições ou retiradas ineficientes. Este mecanismo de geração modificado realiza, às vezes, a adição, troca ou retirada de um conjunto de linhas, de caminhos novos completos, o que leva à caracterização de uma estrutura de vizinhança mais sofisticada. No presente trabalho foram implementados ambos mecanismos de geração de novas configurações.

b) Avaliação da Função Objetivo:

Dada a configuração corrente, somente a primeira parcela da função objetivo na formulação (1) pode ser determinada facilmente. A determinação da segunda parcela implica resolver o PL:

$$\begin{aligned} \min w = & \sum_i \alpha_i r_i & (2) \\ & B(x^k + \gamma^o)\theta + g + r = d \\ & (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o) |\theta_i - \theta_j| \leq (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o) \bar{\phi}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq r \leq d \end{aligned}$$

Assim, conhecida a configuração corrente n_{ij}^k , (1) que é um PNLIM se transforma no PL mostrado em (2). Portanto, a avaliação da função objetivo para cada configuração implica na resolução de (2) usando um algoritmo de PL. Esta característica do problema de planejamento, avaliar cada configuração através de um PL, eleva muito o esforço computacional de uma iteração de SA para o problema de planejamento, quando comparado com outros problemas de pesquisa operacional. Esta característica do problema, de precisar de um esforço computacional elevado para avaliar a função objetivo, também aparece em outros problemas de engenharia elétrica e não depende da forma de representação da função de custo no problema de planejamento [3].

c) Critério de Aceitação:

Uma configuração candidata é aceita usando o critério de Metropolis $P(a)$:

$$P_a = \begin{cases} 1 & \text{se } \Delta v < 0 \\ \exp(-\frac{\Delta v}{T}) & \text{se } \Delta v \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

em que T é o valor do parâmetro temperatura e Δv é a diferença da função de custo entre a configuração tentativa e a configuração corrente.

3.3 O Programa de Esfriamento

O programa de esfriamento é caracterizado pela escolha ou determinação de 4 parâmetros: 1) temperatura inicial, T_o , 2) número de tentativas de transição N_k a cada nível de temperatura, T_k , 3) taxa de diminuição de temperatura, $T_{k+1} = g(T_k)T_k$, em que $g(T_k)$ é uma função de T_k , e 4) critério de parada. Uma vez definidos esses parâmetros fica caracterizado um programa de esfriamento. Assim, pode-se implementar muitos programas de esfriamento dependendo do tipo de escolha ou a forma usada para obter cada um desses 4 parâmetros. A eficiência de um algoritmo de SA, isto é, a qualidade da configuração final assim como o esforço computacional para atingir a convergência depende da escolha adequada dos parâmetros de controle no programa de esfriamento.

a) Temperatura inicial, T_o :

A temperatura inicial T_o é determinada de maneira que praticamente todas as configurações sejam aceitas. T_o foi determinado usando a seguinte relação [2]:

$$T_o = \frac{\overline{\Delta V}^+}{\ln\left(\frac{m_2}{m_2 X_o - m_1(1-X_o)}\right)} \quad (4)$$



em que X_o é escolhido e os outros parâmetros são determinados através de um teste experimental de m_o tentativas; assim, m_1 e m_2 correspondem ao número de transições com funções de custo decrescentes e crescentes respectivamente e $\overline{\Delta V}^+$ é o valor médio dos Δv das m_2 transições com aumento na função de custo e $m_o = m_1 + m_2$. Foi usado $X_o = 0,85$ o que significa que em T_o são aceitas em torno de 85% das configurações candidatas.

b) Escolha de N_k :

N_k deve ser escolhida de maneira a garantir o quase-equilíbrio do processo a cada nível de temperatura, assim a escolha deste parâmetro está ligada à determinação da taxa de diminuição de temperatura. Foram implementadas 2 formas de determinar N_k , ambas em função do número de variáveis N_o que é o número de circuitos candidatos a adição [2,3]:

- N_k fixo: $\eta \geq 1,0$

$$N_{k+1} = \eta N_o \quad (5)$$

- N_k variável: $\rho \geq 1,0$

$$N_{k+1} = \rho N_k \quad (6)$$

c) Determinação de T_{k+1} :

Existem critérios simples, como manter uma taxa de diminuição fixa e outras mais elaboradas, que avaliam o desempenho do processo em cada T_k para determinar o valor de T_{k+1} . No último caso a taxa de diminuição é variável e depende da evolução de processo de otimização. Foram analisadas 3 formas de determinar T_{k+1} :

- Taxa constante: $\beta \in [0,50,0,99]$.

$$T_{k+1} = \beta T_k \quad (7)$$

- Taxa variável: $\delta \in [0,01,0,20]$

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\left[1 + \frac{\ln(1+\delta)T_k}{3\sigma(T_k)}\right]} \quad (8)$$

→ em que $\sigma(T_k)$ é o desvio padrão da função de custo das configurações geradas em T_k .

- Taxa variável: $\lambda \leq 1,0$.

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\exp\left(\frac{\lambda T_k}{\sigma(T_k)}\right)} \quad (9)$$

d) Critério de Parada:

Um critério simples é usar a taxa de melhoria da função objetivo como critério de parada; assim se a função objetivo não melhora para vários níveis consecutivos de temperatura então o processo atingiu a convergência. Embora existam outros critérios mais elaborados, foi usado este critério simples baseado em testes preliminares que justificam que os critérios de parada não influenciam muito na qualidade da solução encontrada. Assim, o processo pára se a função objetivo não melhora nos últimos k níveis de temperatura e o valor de k depende do tamanho do sistema.

4. ALGORITMO DE SA IMPLEMENTADO

Foi implementado o seguinte algoritmo que é válido para todos os programas de esfriamento:

1. Determinar a temperatura inicial: T_o .

2. Escolher ou calcular os parâmetros de controle (η, ρ, etc) usadas nas relações (5)-(9). Escolha também w_o que define o corte de carga para fazer a sequência *adição-troca-retirada* de linhas ou vice-versa e ϵ_w que é o mínimo corte de carga permitido para que a configuração seja considerada factível.

3. Incrementar o contador de iterações n_{con} . Se $n_{con} \geq N_k$ ir a 7; em caso contrário, ir a 3.

4. Se o corte de carga corrente $w_o^k < w_o$ ir ao passo 5; em caso contrário, ir ao passo 6.

5. a) Obter uma configuração candidata simulando a *retirada* de uma linha i aleatoriamente escolhida e teste sua aceitação usando (3), se for aceita atualize a configuração corrente e as outras grandezas do processo (w_o^k , função de custo corrente, incumbente, etc.) e volte ao passo 3; em caso contrário, ir a 5(b).

- b) Obter uma configuração candidata simulando a *troca* da linha i com uma linha j aleatoriamente escolhida e teste sua aceitação usando (3), se for aceita atualize a configuração corrente e as outras grandezas do processo e volte ao passo 3; em caso contrário, ir a 5(c).

- c) Obter uma configuração candidata simulando a *adição* da linha j e teste sua aceitação usando (3), se for aceita atualize a configuração corrente e as outras grandezas do processo. Em qualquer caso volte ao passo 3.

6. Idem ao passo 5 com a sequência trocada:

- a) Simular a *adição* de uma linha, se a configuração for aceita volte ao passo 3; em caso contrário, ir a 6(b).

- b) Simular a *troca* de linhas, se a configuração for aceita volte a 3; em caso contrário, ir a 6(c).

- c) Simular a *retirada* de uma linha. Em qualquer caso volte ao passo 3.

7. Teste critério de parada: se o critério for satisfeito, pare; em caso contrário, ir ao passo 8.

8. Atualize N_{k+1} e T_{k+1} e voltar ao passo 3.

5. TESTES EM SISTEMAS PEQUENOS E CALIBRAÇÃO DE PARÂMETROS

Usando o algoritmo e as diferentes relações apresentadas para determinar diferentes programas de esfriamento foram realizados testes exaustivos em 2 sistemas cujas soluções ótimas são conhecidas. Em ambos os casos foram obtidas as soluções ótimas conhecidas mas o esforço computacional varia significativamente entre os diferentes programas de esfriamento e no mesmo programa de esfriamento também existem desempenhos diferentes dependendo do valor dos parâmetros de controle escolhidos.

Sistema de 6 Barras de Garver

Os dados deste sistema de 6 barras e 15 circuitos candidatos aparecem em [4]. A Figura 2 mostra a configuração ótima e os melhores desempenhos foram obtidos com $\beta = 0,7$ e $\eta = 2,0$. Nestas condições o processo converge entre 800 a 1000 iterações (chamadas ao PL).



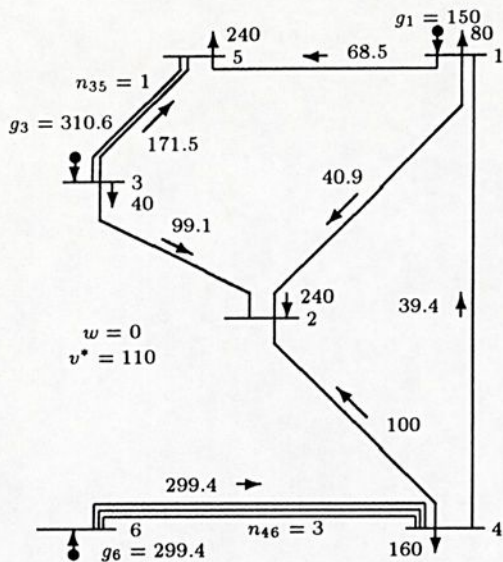


Figura 2. Solução Ótima para o Sistema de Garver

Os resultados correspondem para o caso em que é permitido o redespacho da geração. Foram realizadas 4 adições: $n_{35} = 1$ e $n_{46} = 3$ com $v = 110$.

Sistema Sul Brasileiro - 1990

Neste caso foi testado o sistema sul-brasileiro para 1990 tomando 1980 como referência. O dados e a topologia inicial deste sistema de 46 barras e 79 circuitos candidatos estão em [7]. Os melhores desempenhos foram obtidos com $\beta = 0,75$ e $\eta = 3,0$. Nestas condições o processo converge entre 8000 a 12000 iterações (chamadas ao PL). Com redespacho da geração a solução ótima produz um investimento de US\$ 70.289.000,00 adicionando 8 circuitos: $n_{13-20} = 1$, $n_{20-23} = 1$, $n_{46-06} = 1$, $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$ e $n_{05-06} = 2$.

Observações:

Os vários programas de esfriamento foram obtidos usando as 3 formas diferentes de atualização de T_{k+1} e 2 formas de escolha de N_{k+1} . Para cada programa de esfriamento foram calibrados seus parâmetros de controle em forma experimental através de testes exaustivos. Assim, podem ser realizadas as seguintes observações: 1) usando a relação (7), os melhores resultados foram obtidos com valores de $\beta \in [0,70, 0,80]$ e para valores de $N_k \in [2N_o, 3N_o]$; 2) usando as relações (8) e (9), obtêm-se desempenhos similares que com (7) em relação à qualidade das configurações encontradas, mas o número de iterações cresce de maneira proibitiva. A influência dos parâmetros δ e λ assim como de $\sigma(T_k)$ é pequena e produzem taxas de diminuição de temperaturas variáveis, mas elevadas, variando entre 0,94 e 0,99. Portanto, resultados preliminares indicam que é melhor usar (7) com uma adequada calibração dos parâmetros; 3) o valor de T_o não é determinante na qualidade da solução final obtida; 4) como ilustração, na Tabela 1 são mostrados os resultados obtidos em 20 testes para um caso típico do sistema de 06 barras; e 5) o número de chamadas ao PL em cada nível de temperatura varia no intervalo $[N_k, 3.N_k]$ devido à sequência de busca, adição-troca-retirada de circuitos. Assim, fica mais perto de N_k nas fases iniciais e próximo de $3N_k$

nas fases finais.

Tabela 1: Resultados do Sistema de 06 Barras.

No.	NA	v	NI	NT	IC	TA
1	1234	110	587	10	436	88.2
2	2234	110	758	12	192	88.2
3	3234	110	706	11	459	65.1
4	4234	110	1132	16	448	73.1
5	5234	130	907	14	784	87.8
6	1567	110	560	10	401	90.9
7	2567	130	912	14	155	93.8
8	3567	110	961	14	54	78.9
9	4567	110	751	12	459	76.3
10	5567	110	1098	16	270	81.1
11	1123	110	873	13	229	88.2
12	2123	130	836	13	563	88.2
13	3123	110	925	14	296	82.5
14	4123	110	845	14	745	96.7
15	5123	110	726	12	401	71.8
16	4225	110	897	14	732	82.6
17	5225	130	738	12	280	80.6
18	6225	110	1089	16	1005	70.7
19	7225	110	956	15	429	87.8
20	8225	110	820	13	575	90.7

NA: No. aleatório; v: investimento; NI: No. de iterações (chamadas ao PL); NT: No. de níveis de temperatura; IC: Iteração onde foi encontrada a incumbente; e TA: Taxa de aceitação na temperatura inicial.

$T_o = 460,0$, $N_k = 2N_o$, $\beta = 0,70$, $\alpha = 10,0$.

6. SISTEMA DE GRANDE PORTE

Usando os resultados obtidos nos sistemas com soluções ótimas conhecidas, foi testado um sistema real e de grande porte.

Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 2002

Foi testado este sistema para o ano 2002 tomando 1980 como referência. A Figura 3 mostra este sistema e os dados podem ser obtidos dos autores. O sistema tem 89 barras, 183 linhas candidatas e uma demanda de 20.316 MW, constituindo realmente um sistema de grande porte com muitas barras isoladas na configuração base. Não se conhece a solução ótima deste sistema e as melhores configurações obtidas usando métodos aproximados produzem investimentos da ordem de US\$ 1.570.000.000,00. SA encontrou uma configuração de US\$ 1.401.170.000,00 reduzindo o investimento em torno de 170 milhões de dólares (~ 11%). Esta configuração produz as seguintes adições:

$n_{02-60} = 2$, $n_{05-58} = 2$, $n_{05-60} = 2$, $n_{06-37} = 1$,
 $n_{12-13} = 2$, $n_{12-15} = 2$, $n_{14-59} = 1$, $n_{15-16} = 2$,
 $n_{16-44} = 3$, $n_{18-50} = 6$, $n_{18-74} = 3$, $n_{20-21} = 2$,
 $n_{20-38} = 1$, $n_{22-37} = 1$, $n_{25-55} = 3$, $n_{26-29} = 1$,
 $n_{29-30} = 1$, $n_{34-39} = 1$, $n_{34-41} = 2$, $n_{36-46} = 1$,
 $n_{39-42} = 2$, $n_{39-86} = 3$, $n_{40-45} = 1$, $n_{42-44} = 1$,
 $n_{42-85} = 1$, $n_{43-55} = 2$, $n_{43-58} = 2$, $n_{48-49} = 1$,
 $n_{49-50} = 2$, $n_{52-59} = 1$, $n_{53-86} = 1$, $n_{67-68} = 1$,
 $n_{67-69} = 1$, $n_{67-71} = 3$, $n_{71-72} = 1$, $n_{72-73} = 1$,
 $n_{73-74} = 1$.

A metodologia ainda pode encontrar uma grande



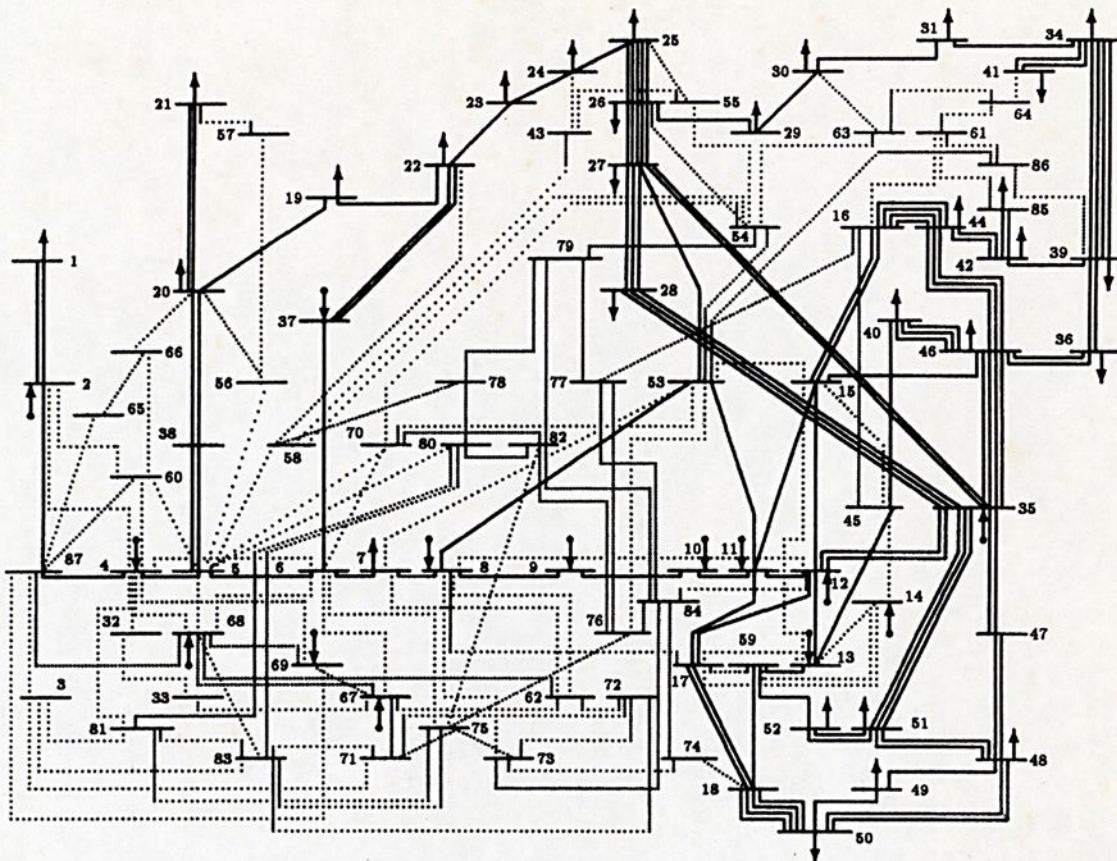


Figura 3: Sistema Norte-Nordeste Brasileiro.

quantidade de soluções ótimas locais com valores muito próximos da melhor configuração encontrada. É pouco provável que a configuração encontrada seja a ótima pois SA visitou apenas entre 45000 e 60000 configurações (chamadas ao PL). Entretanto, considerando até 6 linhas por caminho candidato, o número de configurações possíveis deste sistema é $(6 + 1)^{183} \approx 2^{513}$. Adicionalmente, o algoritmo tem capacidade de encontrar configurações com corte de carga desprezíveis usando um ϵ_w adequado. Assim, por exemplo, o algoritmo encontrou uma configuração com investimento de US\$ 1.393.660.000,00 e um corte de carga de $w = 2.1$ MW. Nos testes foi usado uma WorkStation Sparc2 que precisa em torno de 1,5 s. para resolver cada chamada do PL no caso do sistema de grande porte.

7. CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um algoritmo de SA com diferentes programas de esfriamento e cada programa teve seus parâmetros de controle otimizados em forma empírica. O algoritmo encontra facilmente as configurações ótimas de sistemas de pequeno e médio porte. Entretanto, para sistemas de grande porte o esforço computacional é relativamente elevado, mas em termos da qualidade das configurações obtidas, SA encontra configurações melhores que os métodos aproximados.

8. AGRADECIMENTOS

A pesquisa contou com o apoio da FAPESP através do Projeto de Pesquisa 95/2082-4. Os autores também são gratos aos Professores A. Monticelli da Unicamp e R. A. Gallego da UTP-Colombia, pois eles tiveram participação ativa na presente pesquisa. Parte do presente

trabalho foi desenvolvido usando recursos do LSEE-DEE-UNICAMP.

Referências

- [1] Romero R., Gallego R.A., Monticelli A.: "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, February 1996.
- [2] Aarts E., Korst J.: "Simulated Annealing and Boltzmann Machines", John Wiley & Sons, 1989.
- [3] Johnson D.S., Aragon C.R., McGeoch L.A., Schevov C.: "Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation; Part I, Graph Partitioning", Operations Research, Vol. 37, No. 6, Nov.-Dec. 1989.
- [4] Garver L.L.: "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, Sept/Oct 1970.
- [5] Monticelli A., Santos Jr. A., Pereira M.V., Cunha S.H., Parker B.J., Praça J.C.: "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-effort Criterion", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-101, No. 10, October 1982.
- [6] Romero R., Monticelli A.: "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 1, Feb. 1994.
- [7] Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G., Oliveira G.C., Cunha S.H.F.: "Composite Generation Transmission Expansion Planning"; EPRI Research Project 2473-9, EL-5179, 1987.



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15378-000 ILHA SOLTEIRA - SP

