UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

UNESP- campus de Ilha Solteira

KAUÊ DA SILVA RODRIGUES

Modelagem e Propagação de Incertezas na Detecção e Localização de Vazamentos em Tubulações Subterrâneas

Ilha Solteira

2026

Kauê da Silva Rodrigues

Modelagem e Propagação de Incertezas na Detecção e Localização de Vazamentos em Tubulações Subterrâneas

Trabalho de Graduação, apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), FEIS, Ilha Solteira, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Detecção de Vazamentos

Orientador: Profº Dr. Oscar Scussel

Ilha Solteira
2026

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Rodrigues, Kauê da Silva.
R696m Modelagem e propagação de incertezas na detecção e localização de vazamentos em tubulações subterrâneas / Kauê da Silva Rodrigues. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
63 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2026

Orientador: Oscar Scussel

Inclui bibliografia

1. Detecção de vazamentos. 2. Tubulações enterrada. 3. Análise de incertezas. 4. Vibroacústica. 5. Onda de compressão. 6. Onda de cisalhamento.

Sandra Montibeller - CRB-8/060

ANEXO 02
MODELO DE ATA DE DEFESA

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: Modelagem e Propagação de Incertezas na Detecção de Vazamentos em Tubulações Subterrâneas

ALUNO: Kauê da Silva Rodrigues RA: 211052604

Orientador: Oscar Saravia

Aprovado (X) – Reprovado ( ) pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 10

Comissão Examinadora:

Prof. Oscar Saravia
Presidente (Orientador)

Prof. Vinícius de Araújo Polmago

Prof. Márcio Antonio Bazani

Kauê da Silva Rodrigues
Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 28 de janeiro de 2026.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

A pesquisa desenvolvida busca quantificar, de forma inovadora, o impacto da inclusão de incertezas dos parâmetros do sistema fluido–tubo–solo na propagação do ruído de vazamento em tubulações plásticas enterradas. O trabalho contribui para o avanço da modelagem estocástica aplicada à detecção e localização de vazamentos, oferecendo métodos mais eficientes (baseados em momentos estatísticos de baixa ordem) em comparação com as simulações de Monte Carlo. O potencial reside na redução de impactos sociais, econômicos e ambientais, já que por sua vez, uma detecção de vazamentos mais eficiente contribui para a diminuição de custos operacionais podendo ser convertido em uma redução de tarifas, bem como a diminuição do desperdício de água potável. O trabalho dialoga com cenários internacionais, ao comparar condições de solo e materiais de tubos típicos do Brasil e do Reino Unido, permitindo analisar mais de uma situação plausível. Por fim, com os resultados podem ser desenvolvidas tecnologias e estratégias mais robustas de detecção, localização e monitoramento de vazamentos contribuindo para cidades mais sustentáveis e inteligentes.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research aims to innovatively quantify the impact of including uncertainties in the parameters of the fluid–pipe–soil system on the propagation of leak noise in buried plastic pipelines. The work contributes to advancing stochastic modeling applied to leak detection and localization, offering more efficient methods (based on low-order statistical moments) compared to Monte Carlo simulations. The potential lies in reducing social, economic, and environmental impacts, since more efficient leak detection contributes to lowering operational costs, which may be converted into a reduction in tariffs, as well as decreasing the waste of potable water. The work engages with international scenarios by comparing soil conditions and pipe materials typical of Brazil and the United Kingdom, allowing the analysis of more than one plausible situation.Finally, based on these results, more robust leak detection, localization, and monitoring technologies and strategies can be developed, contributing to more sustainable and smarter cities.

KAUÊ DA SILVA RODRIGUES

MODELAGEM E PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS NA DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE VAZAMENTOS EM TUBULAÇÕES SUBTERRÂNEAS

Trabalho de Graduação apresentado(a) à Universidade Estadual Paulista (UNESP), UNESP, Ilha Solteira, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Detecção de Vazamentos

Data de defesa: 28/01/2026

BANCA EXAMINADORA

Profº Dr. Oscar Scussel
UNESP – Campus de Ilha Solteira

Profº Dr.Marcio Antonio Bazani
UNESP– Campus de Ilha Solteira

Ms. Vinícius de Araújo Salmazo
UNESP – Campus de Ilha Solteira

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus, à minha família, aos meus professores e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos os meus professores ao longo de toda a minha carreira acadêmica. Agradeço especialmente aos professores Oscar Scussel, Douglas Domingues e Márcio Bazani, que participaram ativamente das minhas principais atividades acadêmicas.

Agradeço, também, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro concedido por meio dos Processos nº 2024/13559-0 e nº 2025/00583-3, e à UNESP de Ilha Solteira e aos seus servidores, pelo suporte institucional.

"Faça o teu melhor, na condição que você tem, enquanto não tem condições melhores para fazer melhor ainda."

Mário Sérgio Cortella

RESUMO

A detecção precoce de vazamentos em tubulações enterradas é essencial para a redução de perdas de água, o que irá impactar diretamente os custos operacionais e o meio ambiente. Entretanto, os modelos tradicionais utilizados em correlacionadores acústicos e em técnicas baseadas em vibração do solo geralmente desconsideram as incertezas presentes nas propriedades do fluido, do tubo e do solo, o que pode comprometer a estimativa da velocidade de propagação do ruído de vazamento e, consequentemente, a localização da falha. Além disso, quando há consideração de incertezas, o termo representativo do solo não é considerado. Dessa forma, este trabalho busca considerar as incertezas de todos os componentes presentes no sistema, incluindo as do solo, e isso é feito por meio de uma abordagem estocástica para quantificar o impacto das incertezas dos parâmetros do sistema fluido–tubo–solo sobre o número de onda complexo, a velocidade de propagação e a atenuação do ruído de vazamento em tubulações plásticas enterradas. Inicialmente, é adotado um modelo determinístico de rigidez dinâmica de onda para dois cenários representativos, envolvendo combinações de solo argiloso e tubo de PVC (sistema brasileiro) e de solo arenoso e tubo de PEAD (sistema britânico). Em seguida, essas grandezas são tratadas como variáveis aleatórias, sendo avaliadas por meio de simulações de Monte Carlo e de um método de propagação de incertezas baseado em momentos estatísticos de baixa ordem. Posteriormente, analisa-se a influência das incertezas nas respostas de vibração da superfície do solo (*ground vibration*) via Monte Carlo, considerando a propagação de ondas de compressão e cisalhamento em diferentes profundidades da tubulação. Os resultados indicam que o método dos Momentos Estatísticos reproduz, com excelente aproximação e custo computacional significativamente reduzido, as bandas de incerteza obtidas por Monte Carlo. Conclui-se que a modelagem estocástica por meio dos momentos estatísticos de baixa ordem apresenta-se como um item-chave para projetos de estratégias mais robustas de detecção de vazamentos em redes de distribuição de água, bem como que o desenvolvimento de modelagem estocástica para medições diretamente no solo se apresenta como um item potencializador para a detecção de vazamentos.

Palavras-chave: detecção de vazamentos; tubulações enterradas; análise de incertezas; vibroacústica; onda de compressão; onda de cisalhamento.

ABSTRACT

Early leak detection in buried pipelines is essential for reducing water losses, which will directly impact operating costs and the environment. However, traditional models used in acoustic correlators and in ground-vibration-based techniques generally disregard the uncertainties present in the properties of the fluid, the pipe, and the soil, which can compromise the estimation of the leak-noise propagation velocity and, consequently, the fault location. In addition, when uncertainties are considered, the representative soil term is not included. Thus, this work seeks to account for the uncertainties of all components present in the system, including those of the soil, and this is done through a stochastic approach to quantify the impact of uncertainties in the parameters of the fluid–pipe–soil system on the complex wavenumber, the propagation velocity, and the attenuation of leak noise in buried plastic pipelines. Initially, a deterministic wave dynamic stiffness model is adopted for two representative scenarios, involving combinations of clay soil and a PVC pipe (Brazilian system) and sandy soil and an HDPE pipe (UK system). Then, these quantities are treated as random variables and evaluated through Monte Carlo simulations and an uncertainty propagation method based on low-order statistical moments. Subsequently, the influence of uncertainties on the soil surface vibration responses (*ground vibration*) is analyzed via Monte Carlo, considering the propagation of compressional and shear waves at different pipeline depths. The results indicate that the Statistical Moments method reproduces, with excellent approximation and significantly reduced computational cost, the uncertainty bands obtained by Monte Carlo. It is concluded that stochastic modeling through low-order statistical moments presents itself as a key element for designing more robust leak detection strategies in water distribution networks, as well as that the development of stochastic modeling for measurements directly in the soil presents itself as a factor that enhances leak detection.

Keywords: leak detection; buried pipelines; uncertainty analysis; vibroacoustics; compressional wave; shear wave.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Esquema de detecção de vazamentos por correlacionador acústico 25
Figura 2 Critério de convergência 29
Figura 3 Parte real do número de onda para o Brasil 32
Figura 4 Velocidade de propagação do ruído de vazamento para o Brasil 33
Figura 5 Atenuação do ruído de vazamento para o Brasil 34
Figura 6 Parte real do número de onda analítico para o Reino Unido 34
Figura 7 Velocidade de propagação do ruído de vazamento para o Reino Unido . . 35
Figura 8 Atenuação do ruído de vazamento para o Reino Unido 35
Figura 9 Esquema em coordenadas cilíndricas para um tubo enterrado 37
Figura 10 Esquema em coordenadas cartesianas para um tubo enterrado com ondas incidentes e refletidas 41
Figura 11 Critério de convergência para o método de *ground vibration surface* . . . 44
Figura 12 Fator de amplificação vertical para o Reino Unido com profundidade de 0,25 metros 46
Figura 13 Fator de amplificação vertical para o Reino Unido com profundidade de 0,5 metros 47
Figura 14 Fator de amplificação vertical para o Brasil com profundidade de 0,25 metros 48
Figura 15 Fator de amplificação vertical para o Brasil com profundidade de 0,50 metros 49
Figura 16 Arranjo experimental utilizado para os ensaios com anéis de PVC e compósito 59
Figura 17 Funções de resposta em frequência (FRFs) dos anéis de PVC e compósito, com destaque para as primeiras frequências naturais 60
Figura 18 Velocidades de propagação previstas para os anéis de PVC e compósito em cada frequência natural considerada 62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do sistema tubo–água–solo para os casos do Reino Unido e do Brasil. 31
Tabela 2 – Dimensões dos anéis de PVC e compósito utilizados no experimento 58
Tabela 3 – Configuração do sistema experimental 59
Tabela 4 – Comparação entre as frequências naturais teóricas e experimentais 61
Tabela 5 – Comparação do módulo de Young e densidade entre PVC e compósito de fibra de carbono 61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP	Universidade Estadual Paulista.
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.
CPSD	*Cross Power Spectral Density* (Densidade Espectral Cruzada de Potência).
FRF	Função de Resposta em Frequência.
GPR	*Ground Penetrating Radar* (Radar de Penetração no Solo).
SHM	*Structural Health Monitoring* (Monitoramento da Saúde Estrutural).
PCE	Expansão em Caos Polinomial.
PVC	Policloreto de Vinila.
PEAD	Polietileno de Alta Densidade.

LISTA DE SÍMBOLOS

$R_{12}(\tau)$	Função de correlação cruzada entre $x_1(t)$ e $x_2(t)$.
$x_1(t),\ x_2(t)$	Sinais acústicos no tempo medidos em dois sensores.
τ	Defasagem temporal.
$\mathcal{F}^{-1}$	Transformada inversa de Fourier.
$S_{x_1x_2}(\omega)$	Densidade espectral cruzada de potência (CPSD).
ω	Frequência angular.
j	Unidade imaginária.
$(\cdot)^*$	Conjugado complexo.
$H(\omega, d_i)$	Função de Resposta em Frequência (FRF) entre a pressão no vazamento e no sensor i.
d_i	Distância do vazamento ao sensor i.
k	Número de onda complexo.
T_0	Atraso temporal (valor de τ que maximiza $R_{12}(\tau)$).
$d_1,\ d_2$	Distâncias do vazamento aos sensores.
d	Distância total entre os sensores ($d = d_1 + d_2$).
c	Velocidade de propagação do ruído de vazamento.
K_s	Rigidez dinâmica do solo ($K_s = K_1 + K_2 + K_3$).
$K_1,\ K_2,\ K_3$	Parcelas da rigidez dinâmica do solo no modelo considerado.
K_p	Rigidez dinâmica do tubo.
K_w	Rigidez dinâmica do fluido (água) no tubo.
k_w	Número de onda da água ($k_w = \omega/c_w$).
c_w	Velocidade de propagação da onda na água.
B_w	Módulo volumétrico da água.
a	Raio médio do tubo.

E	Módulo de Young do material da parede do tubo.
η	Fator de perdas do material da parede do tubo.
h	Espessura da parede do tubo.
ρ	Densidade do material da parede do tubo.
$H_0,\ H_1$	Funções de Hankel (2ª espécie), ordens 0 e 1.
$(')$	Derivada espacial (nas expressões com Hankel).
k_d^r ou k_{ds}^r	Números de onda radial de compressão.
k_r^r ou k_{rs}^r	Números de onda radial de cisalhamento.
k_d	Número de onda de compressão no solo ($k_d = \omega/c_d$).
k_r	Número de onda de cisalhamento no solo ($k_r = \omega/c_r$).
c_d	Velocidade de onda de compressão no solo.
c_r	Velocidade de onda de cisalhamento no solo.
B_s^*	Módulo volumétrico complexo do solo.
G_s^*	Módulo de cisalhamento complexo do solo.
B_s	Módulo volumétrico (base) do solo.
G_s	Módulo de cisalhamento (base) do solo.
η_{soil}	Fator de perdas do solo.
ρ_{soil}	Massa específica do solo.
$\mathrm{Re}(k)$	Parte real do número de onda complexo k.
$\mathrm{Im}(k)$	Parte imaginária do número de onda complexo k.
$c = \omega/\mathrm{Re}(k)$	Velocidade de onda obtida a partir de k.
$\beta = -\dfrac{20\,\mathrm{Im}(k)}{\ln(10)}$	Atenuação do ruído de vazamento (em dB/m).
$\zeta = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4]^T$	Vetor aleatório de variáveis incertas do sistema tubo–água–solo.
Ω	(i) Espaço amostral do modelo probabilístico; (ii) frequência adimensional (dependendo do contexto).
$\mathcal{F}$	σ-álgebra associada ao espaço amostral.

P	Medida de probabilidade (no espaço $(\Omega, \mathcal{F}, P)$).
μ_{ζ_j}	Média de ζ_j.
σ_{ζ_j}	Desvio-padrão de ζ_j.
$N(\mu_{\zeta_j}, \sigma^2_{\zeta_j})$	Distribuição normal assumida para ζ_j.
$f(\zeta_j)$	Função densidade de probabilidade (pdf).
$\sigma^2(\cdot)$	Variância.
$\sigma(\cdot)$	Desvio Padrão.
$\bar{x}$	Valor médio (notação com barra).
a, b	Constantes nas propriedades de variância.
ϵ, η, ι	Termos da decomposição $\sigma^2(k^2) = \epsilon + \eta + \iota$.
k_Δ	Limite superior/inferior obtido via $k \pm 3\sigma(k)$ (aplicado à parte real).
U_s, W_s	Amplitudes de deslocamento da parede do tubo.
U_1, W_1	Caso $s = 1$: substituem U_s e W_s.
k_L	Número de onda compressional da casca (tubo).
ρ_p	Massa específica da casca (tubo).
E_p	Módulo de Young da casca (tubo).
ν_p	Coeficiente de Poisson da casca (tubo).
F_L	Termo de carregamento do fluido.
S_L	Matriz de carregamento do solo (efeito de acoplamento).
ρ_f	Densidade do fluido no tubo.
k_f	Número de onda compressional no fluido ($k_f = \omega/c_f$).
c_f	Velocidade de onda no fluido.
B_f	Módulo volumétrico do fluido.
k^r_{fs}	Número de onda radial do fluido interno.
u_x, u_z	Deslocamentos axiais e verticais do solo no tempo, respectivamente.
U_x, U_z	Deslocamentos axiais e verticais do tubo, respectivamente.

$\tilde{U}_z$	Fator de amplificação vertical (Deslocamento vertical do solo, normalizado pelo deslocamento radial do tubo).
c_1	Velocidade do modo guiado predominante no fluido.
k_s	Número de onda complexo equivalente do sistema acoplado solo–fluido–tubo considerando uma onda axisimétrica geral s.
k_1	Número de onda complexo equivalente do sistema acoplado solo–fluido–tubo considerando uma onda axisimétrica s = 1.
k	Número de onda complexo equivalente do sistema acoplado solo–fluido–tubo, para s = 1, mas com o termo omitido para simplificação.

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	**19**
1.1	Motivação	19
1.2	Tecnologias	19
1.2.1	**Correlacionadores acústicos**	**19**
1.2.2	**Vibrações da superfície do solo**	**21**
1.2.3	**Outras tecnologias**	**22**
1.3	Contribuições	23
1.4	Objetivo geral	23
1.5	Objetivos específicos	23
1.5.1	**Modelos baseados na vibração do tubo**	**23**
1.5.2	**Modelos baseados na vibração da superfície do solo (*ground vibration*)**	**24**
2	**PROBLEMA TÍPICO DE VAZAMENTO DE ÁGUA**	**25**
2.1	Técnica de correlação acústica para detecção de vazamentos em tubulações enterradas	25
2.2	Determinação analítica do número de onda, velocidade de onda e atenuação	26
3	**MODELAGEM ESTOCÁSTICA**	**28**
3.1	Modelagem Estocástica via Monte Carlo	28
3.2	Modelagem Estocástica via Momentos Estatísticos	29
3.3	Simulação comparando os métodos propostos	31
4	**MÉTODO DE *GROUND VIBRATION SURFACE***	**36**
4.1	Deslocamento da parede do tubo	36
4.2	Deslocamento da superfície do solo	39
4.3	Simulação estocástica para a superfície do solo	44
5	**CONCLUSÃO**	**50**
	REFERÊNCIAS	**53**

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

O vazamento de água potável em redes de distribuição representa um dos principais desafios contra o desperdício de água. Em escala global, há uma estimativa de 126 bilhões de metros cúbicos por ano de água não faturada, o que representa um impacto econômico de US$ 39 bilhões anuais (Liemberger; Wyatt, 2019). No Brasil, esse problema apresenta dados ainda mais preocupantes, uma vez que as perdas de água na distribuição representam cerca de 35%, são entorno de 20 pontos percentuais acima da média observada em países desenvolvidos (INSTITUTO TRATA BRASIL, 2024). Esse cenário evidencia não somente o desperdício de um recurso que é essencial, mas também significativos impactos econômicos, ambientais, sociais, bem como impactos operacionais para as concessionárias, comprometendo, inclusive, a eficiência dos sistemas de abastecimento, o que reforça a necessidade de métodos mais precisos e não destrutivos para a detecção e localização de vazamentos.

Da mesma forma, em sistemas de transporte de fluidos como gás, petróleo, entre outros, a necessidade de uma rápida e eficiente detecção de vazamento é de suma importância, uma vez que qualquer vazamento nesses sistemas, representa não somente uma grande perda econômica, bem como uma possível devastação ambiental. Sendo assim, revisões recentes mostram que vazamentos não detectados, podem vir a resultar em grandes perdas de recursos, aumento de custos operacionais, risco à saúde e à segurança, além de aumentarem a possibilidade de contaminação do solo e de aquíferos(Hu; Tariq; Zayed, 2021; Liu et al., 2020). Nesse contexto, uma rápida detecção de vazamentos em redes de distribuição, é tratado como um objetivo estratégico a ser alcançado pelas concessionárias e órgãos reguladores em diversos países (El-Zahab; Zayed, 2019; Puust et al., 2010).

1.2 TECNOLOGIAS

No âmbito da localização de vazamentos, diversos tipos de tecnologias e modelos têm sido pesquisados e desenvolvidos. Nesta seção, busca-se apresentar os dois métodos estudados neste trabalho. Além disso, são apresentados outros métodos desenvolvidos na literatura.

1.2.1 Correlacionadores acústicos

Entre as diferentes técnicas de localização e determinação de vazamentos, destacam-se os correlacionadores acústicos, uma vez que esse método apresenta praticidade em campo e boa precisão (Puust et al., 2010; Ismail et al., 2019; Latif et al., 2022). Esses dispositivos registram o ruído gerado pelo vazamento na tubulação utilizando dois sensores, um em cada extremidade do segmento analisado. Por meio de uma técnica chamada função de correlação cruzada, é possível

determinar o tempo de atraso do sinal do ruído de vazamento entre os sensores (Gao; Brennan; Joseph, 2004). Há trabalhos na literatura que desenvolvem modelos para a função de correlação cruzada, levando em conta a atenuação, a aleatoriedade do sinal e o ruído de fundo. Além disso, estudos comparam modelos de correlação cruzada, demonstrando como os resultados dependem da faixa de frequência considerada, da relação sinal–ruído e da resposta dinâmica do sistema tubo–solo (Gao et al., 2004; Gao; Brennan; Joseph, 2006). Com isso, juntamente com a velocidade de propagação do ruído de vazamento e a distância entre os sensores, pode-se determinar a distância entre o vazamento e o primeiro sensor (Hu; Tariq; Zayed, 2021; Brennan et al., 2008; Muggleton; Brennan; Gao, 2011). Esse método compõe o conjunto de métodos vibroacústicos de localização de vazamentos, os quais vêm sendo continuamente aprimorados, incorporando condições mais realistas de operação (Brennan et al., 2008).

Contudo, o método de correlação acústica apresenta alta sensibilidade à velocidade de propagação adotada. Essa velocidade, por sua vez, está intimamente ligada às propriedades do solo circundante, ao material do tubo e ao fluido (Scussel et al., 2024b; Scussel et al., 2024a).

Estudos subsequentes avançaram na modelagem do sinal de correlação e na seleção de sensores mais adequados para tubulações plásticas, visto que a atenuação é mais pronunciada e a velocidade de propagação da onda é reduzida, o que pode gerar maiores problemas de captação do sinal (Gao et al., 2005; Gao et al., 2017). Adicionalmente, trabalhos recentes têm investigado como a faixa de frequências efetivamente medida pelos sensores depende do tipo de tubulação, do solo e da configuração de sensores (Scussel et al., 2023c; Scussel et al., 2023a; Scussel et al., 2021).

Na modelagem vibroacústica de tubos fluido-cheios, a propagação do ruído de vazamento é associada principalmente ao modo axisimétrico fluido-dominado ($s = 1$), descrito por um número de onda complexo (parte real relacionada à velocidade e parte imaginária à atenuação) (Muggleton; Brennan; Linford, 2004; Muggleton; Gao, 2013; Gao et al., 2016). Revisões indicam que o acoplamento solo–tubo controla de modo decisivo a velocidade e a atenuação desse modo em tubos enterrados (Brennan et al., 2018; Long; Cawley; Lowe, 2003; Gao; Liu; Muggleton, 2017). Mais recentemente, Scussel et al. (2024a) consolidaram um modelo de rigidez dinâmica de onda que unifica os mecanismos físicos (rigidez do fluido, parede do tubo e solo). Adicionalmente, há estudos sobre a largura de banda medida (Scussel et al., 2023a), a influência de parâmetros do solo (Scussel et al., 2018b; Brennan et al., 2018) e estratégias de otimização do modo axisimétrico para melhorar a detecção (Scussel et al., 2018a).

Nesse contexto, o contato entre o tubo e o solo pode variar de aderência perfeita (*no-slip*) a interfaces de baixo atrito (*slip*), afetando o número de onda guiado, a velocidade de fase, a atenuação e a energia irradiada. Assim, esse contato é um elemento-chave para interpretar resultados de correlação e medições de vibração no solo (Muggleton; Gao, 2013; Gao et al., 2016; Brennan et al., 2018; Scussel et al., 2024a; Uchendu; Muggleton; White, 2025a).

Quanto às incertezas, variações geométricas e materiais do tubo e do solo podem alterar significativamente velocidade e atenuação do modo $s = 1$. Scussel et al. (2021) mostraram, via

Monte Carlo, como a variabilidade paramétrica se traduz em faixas de incerteza para a velocidade usada por correlacionadores; Scussel et al. (2024b) identificaram parâmetros dominantes por índices de Sobol; e Scussel & Kara (2025) quantificaram incertezas no número de onda via caos polinomial, comparando com Monte Carlo.

Além disso, há trabalhos que apresentam um simulador *web-based* que permite variar geometria, propriedades do tubo/solo, sensor e espaçamento, estimando velocidade, atraso, banda relevante (CPSD) e posição do vazamento em interface gráfica (Almeida et al., 2025; Brennan et al., 2016). No Brasil, estudos que integram a modelagem analítica, a simulação numérica e os ensaios em laboratório mostram que, sob o mesmo modelo, parâmetros típicos de solos arenosos (frequentes no Reino Unido) e solos argilosos (mais condizentes com condições brasileiras) produzem velocidades e atenuações significativamente distintas, tornando arriscada a simples transposição de bandas e velocidades entre solos (Brennan et al., 2018; Scussel et al., 2018b).

Do ponto de vista experimental, bancadas dedicadas viabilizam geração controlada de ruído e validação de algoritmos (Iwanaga et al., 2022), e o uso reversível de geofones como sensor/atuador permite estimar a velocidade em campo sem vazamento real, pela resposta dinâmica induzida no sistema tubo–solo (Almeida et al., 2021).

1.2.2 Vibrações da superfície do solo

Há um aumento no interesse em técnicas de *ground vibration*, baseadas na medição da vibração do solo na superfície, especialmente para tubulações enterradas de difícil acesso. Experimentos recentes demonstram como os sinais gerados por vazamentos se propagam pelo solo até a superfície (Zhang et al., 2022; Scussel et al., 2023b). Além disso, a geometria e o material da tubulação, bem como as condições de instalação e o solo circundante, alteram significativamente o campo vibracional medido, inclusive para dutos de gás enterrados (Zhang et al., 2024). A determinação adequada da velocidade de propagação da onda, além de reduzir falsos positivos e melhorar a localização, contribui para otimizar a manutenção e aumentar a confiabilidade operacional (American Petroleum Institute, 2015; Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007).

A base teórica dessas abordagens remonta a modelos clássicos de propagação de ondas elásticas em meios estratificados (Ewing; Jardetzky; Press, 1957) e de deslocamentos na superfície associados à propagação de ondas em tubos enterrados (Jette; Parker, 1980). Com esses fundamentos, foi desenvolvido um modelo analítico do deslocamento na superfície devido à onda axisimétrica em tubos enterrados, destacando o papel combinado das ondas compressionais e cisalhantes no solo. Por meio de simulações e experimentos, é possível observar que há interferência entre essas contribuições, a qual pode gerar mínimos de amplitude associados a mudanças abruptas de fase, um aspecto crítico na interpretação de medições (Gao et al., 2017; Scussel et al., 2023b). Explorando essa resposta ao longo do traçado do duto, foi proposta a localização de vazamentos com um par de sensores móveis na superfície (Iwanaga et al., 2026).

Para reduzir o custo computacional e facilitar a aplicação em engenharia, foram desenvolvidas formulações mais acessíveis, como o modelo simplificado de vibração de superfície, que aproxima analiticamente o deslocamento vertical preservando os efeitos compressionais e cisalhantes (Muggleton et al., 2022). Em paralelo, estratégias baseadas na "unwrapped phase"de medições com sensores foram propostas para localização e identificação, conectando a velocidade de traço da onda no tubo ao campo vibracional observado no solo (Iwanaga et al., 2023). Esses avanços se inserem em um contexto mais amplo de monitoramento de integridade estrutural de dutos enterrados a partir de vibração de superfície (Scussel et al., 2025).

Além da localização, medições vibroacústicas podem apoiar a caracterização do meio via procedimentos para estimar os módulos volumétrico e de cisalhamento do solo ao redor do tubo, a partir de uma onda predominantemente dominada pelo fluido, o que reforça a interdependência entre propriedades do solo e a propagação do ruído (Scussel et al., 2019). Por fim, a qualidade das estimativas de velocidade depende da instrumentação (qualidade e sensibilidade dos sensores) e do tipo de excitação empregado (vazamento real, atuador mecânico, geofone etc.), o que impacta diretamente a confiabilidade do método (Lima et al., 2019).

1.2.3 Outras tecnologias

Avanços recentes passaram a explorar explicitamente efeitos de caminhos múltiplos de propagação e reflexões internas na rede. Em um novo estudo, as trajetórias múltiplas do sinal são identificadas a partir da estrutura da função de correlação e usadas para localizar vazamentos, aproveitando reflexões em conexões e descontinuidades (Uchendu; Muggleton; White, 2025a). Adicionalmente, trabalhos recentes têm explorado modelos generativos para aprimorar a detecção de vazamentos em redes de distribuição de água (Liu; Zayed; Xiao, 2024).

Existem métodos de estimativa de atraso baseados na fase do espectro cruzado buscam reduzir a influência de ressonâncias estruturais e de componentes espectrais pouco informativas (Uchendu; Muggleton; White, 2025b). Complementarmente, há um estudo que propõe métricas para avaliar a qualidade da estimativa de atraso, usando coerência e estabilidade da fase espectral para identificar automaticamente estimativas pouco confiáveis (Karimi et al., 2025).

Há também abordagens não destrutivas, não relacionadas aos métodos vibroacústicos mencionados, como o radar de penetração no solo (GPR), que tem sido investigado para detecção indireta de vazamentos via anomalias eletromagnéticas associadas à presença de água e a variações na constante dielétrica do solo (Abouhamad; Zayed; Moselhi, 2016).

No contexto de monitoramento da integridade estrutural via vibração de superfície, há revisões dos métodos de *ground vibration* para localização de dutos e vazamentos, organizando a literatura no período de 2020–2025 em categorias como modelagem analítica, excitação e ondas sísmicas, *beamforming* e abordagens baseadas em amplitude e fase (Scussel et al., 2025). Também são discutidas tendências, desafios práticos e a integração de técnicas, consolidando a vibração de superfície como alternativa promissora para *structural health monitoring* (SHM) em ambientes complexos e com elevada incerteza de campo (Scussel et al., 2025).

1.3 CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho contribui para reduzir lacunas na quantificação estocástica de grandezas críticas à detecção e localização vibroacústica de vazamentos em tubulações enterradas. Em particular, avança além de abordagens predominantemente baseadas em Monte Carlo (Scussel et al., 2024b), que podem ser custosas em análises em banda larga, e complementa formulações existentes que tratam incertezas sem incorporar explicitamente a variabilidade do solo em uma expressão fechada (Scussel et al., 2021) ou que fornecem a resposta em bases polinomiais (PCE), sem uma forma analítica direta (Scussel; Kara, 2025). No contexto de *ground vibration*, o estudo também endereça a ausência de um tratamento sistemático da variabilidade na resposta de deslocamento vertical na superfície em faixas de frequência de vazamentos bem como a frequências associadas à interferência entre ondas compressionais e cisalhantes (Gao et al., 2017; Scussel et al., 2023b).

Dessa forma, as contribuições centrais podem ser sintetizadas em: (i) uma formulação analítica aproximada, baseada em momentos estatísticos de baixa ordem, para estimar a variância, o desvio-padrão e intervalos de confiança do número de onda complexo, bem como compará-la ao método de Monte Carlo (Scussel et al., 2024b; Scussel et al., 2024a; Scussel; Kara, 2025); (ii) uma análise comparativa em cenários representativos de solos argilosos (Brasil) e arenosos (Reino Unido) (Brennan et al., 2018; Scussel et al., 2024a; Scussel; Kara, 2025); e (iii) a extensão estocástica, via Monte Carlo, do modelo analítico de vibração de superfície, examinando como incertezas do tubo e do solo alteram o fator de amplificação vertical e a ocorrência de mínimos de amplitude associados à interferência compressional–cisalhante (Gao et al., 2017; Scussel et al., 2023b).

1.4 OBJETIVO GERAL

Investigar técnicas de processamento de sinais, por meio de modelagem determinística e estocástica, a propagação vibroacústica em tubulações plásticas enterradas com foco em detecção e localização de vazamentos baseadas em medições no tubo (correlação acústica) e em vibração da superfície do solo (*ground vibration*).

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.5.1 Modelos baseados na vibração do tubo

- Revisar teorias e estudos sobre propagação do ruído de vazamento e técnicas de correlação acústica em tubos plásticos enterrados;
- Analisar modelos analíticos para número de onda, velocidade e atenuação;
- Desenvolver modelos determinísticos para estimar parâmetros de propagação em cenários representativos;

- Implementar modelos estocásticos para quantificar incertezas no sistema água–tubo–solo;
- Comparar métodos estocásticos quanto à precisão e eficiência computacional.

1.5.2 Modelos baseados na vibração da superfície do solo (*ground vibration*)

- Revisar a literatura sobre métodos de detecção e localização de vazamentos baseados em medições de vibração da superfície;
- Estudar modelos analíticos que relacionam deslocamentos do tubo às ondas no solo;
- Implementar modelos determinísticos para estimar deslocamento vertical e amplificação na superfície;
- Desenvolver versão estocástica para avaliar o impacto de incertezas nas propriedades do solo e do tubo.

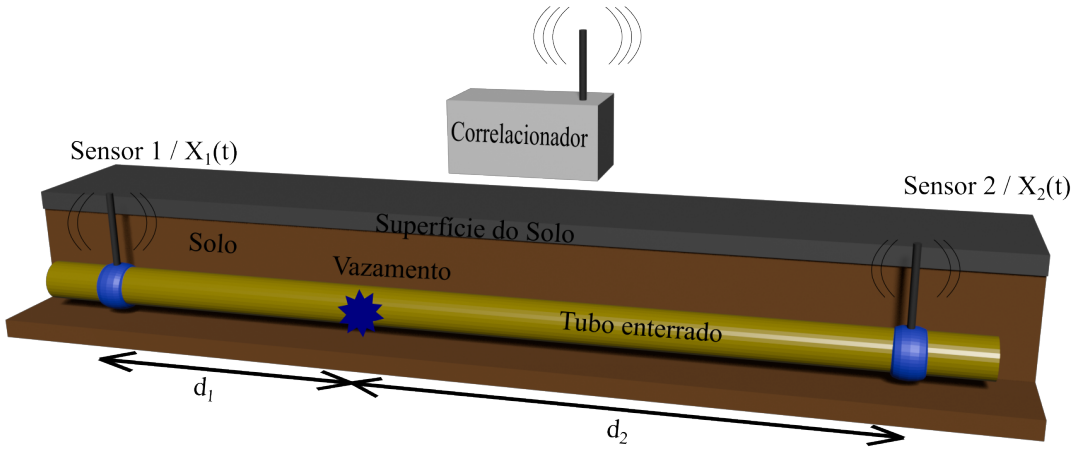
2 PROBLEMA TÍPICO DE VAZAMENTO DE ÁGUA

Este capítulo discute como é determinada a localização de um vazamento por meio da tecnologia de correlacionadores acústicos e como são obtidos os parâmetros envolvidos no modelo.

2.1 TÉCNICA DE CORRELAÇÃO ACÚSTICA PARA DETECÇÃO DE VAZAMENTOS EM TUBULAÇÕES ENTERRADAS

A Figura 1 apresenta um esquema genérico do uso de um correlacionador acústico. O ruído de vazamento é utilizado para determinar a localização do próprio vazamento; para isso, esse ruído é medido em dois pontos (X1 e X2) e, a partir dos sinais obtidos nessas medições, realiza-se a correlação para determinar o atraso T_o entre a chegada do sinal de vazamento no sensor 2 em relação ao sensor 1. Para tal, utiliza-se a Equação 1 dada por (Scussel et al., 2023c), que realiza a correlação dos sinais, onde o pico dessa função nos fornecerá o tempo de atraso.

Figura 1 – Esquema de detecção de vazamentos por correlacionador acústico



Fonte: Autoria própria

$$R_{12}(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{S_{x_1x_2}(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_{x_1x_2}(\omega)\, \mathrm{e}^{j\omega\tau}\, d\omega \tag{1}$$

onde τ é a defasagem temporal entre os dois sinais, sendo o pico desses valores o atraso temporal T_o, já $\mathcal{F}^{-1}\{S_{x_1x_2}(\omega)\}$ é a transformada inversa de Fourier, $S_{x_1x_2}$ é a Função de Densidade

Espectral Cruzada (CPSD, do inglês *Cross Power Spectral Density*) entre os sinais medidos, ω é a frequência angular e $j = \sqrt{-1}$. A CPSD é dada pela Equação 2 para medições de pressão:

$$S_{x_1x_2}(\omega) = S_L(\omega)\, H^*(\omega, d_1)\, H(\omega, d_2) \tag{2}$$

sendo que $S_L(\omega)$ representa o espectro plano do ruído de vazamento, o sobrescrito $(\cdot)^*$ denota o conjugado complexo e o termo H é dado por

$$H(\omega, d_i) = e^{-jkd_i}, \tag{3}$$

onde $H(\omega, d_i)$ é a Função de Resposta em Frequência (FRF) entre a pressão acústica na posição do vazamento e a pressão acústica no ponto de medição (sensor i), sendo usualmente modelada por

$$H(\omega, d_i) = e^{-jkd_i}, \quad i \in \{1, 2\}, \tag{4}$$

em que d_i é a distância do vazamento ao sensor i e k é o número de onda complexo..

Com a definição de T_o apresentada acima, a localização do vazamento pode ser determinada por meio da Equação 5 dada por (Scussel et al., 2023c):

$$d_1 \;=\; \frac{d - cT_o}{2} \tag{5}$$

em que c é a velocidade de propagação do ruído de vazamento e a distância total entre os sensores é $d \;=\; d_1 + d_2$.

Dessa forma, é possível determinar a localização do vazamento. No entanto, como pode ser observado na Equação 5, é necessário conhecer também o valor da velocidade de propagação (c), que é um parâmetro crucial do modelo e, caso seja mal dimensionado, pode acarretar grandes erros no resultado final. E para determinar o valor de c, podem ser utilizados valores históricos, quando há conhecimento prévio da infraestrutura e do solo local, bem como uma determinação analítica, como será discutido na seção seguinte.

2.2 DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DO NÚMERO DE ONDA, VELOCIDADE DE ONDA E ATENUAÇÃO

Por meio da Equação 6 dada por (Scussel; Kara, 2025), é possível determinar analiticamente o número de onda complexo a partir das rigidezes dinâmicas do solo (K_s), do tubo (K_p) e do fluido (K_w), que, neste caso, será a água. A equação é válida somente para frequências abaixo da frequência do anel e para ondas governadas pelo fluido ($s = 1$):

$$k^2 \;=\; k_w^2 \left(1 + \frac{K_w}{K_s + K_p}\right) \tag{6}$$

em que $k_w = \dfrac{\omega}{c_w}$ é o número de onda da água, c_w é a velocidade de propagação da onda na água,

$K_w = \dfrac{2B_w}{a}$ é a rigidez da água dentro do tubo, sendo B_w o módulo volumétrico da água e a o raio médio do tubo, e $K_p = \dfrac{E(1+j\eta)h}{a^2} - \rho h\omega^2$ é a rigidez dinâmica da parede do tubo, em que ρ, E e η são, respectivamente, a densidade, o módulo de Young e o fator de perdas do material da parede do tubo.

A rigidez dinâmica do solo, K_s, considerando que haja solo circundante, pode ser obtida pela Equação 7 dada por (Scussel; Kara, 2025), em que $K_s = K_1 + K_2 + K_3$, essa equação considera que há um acoplamento *slip* no conjunto tubo-solo. Caso não haja solo circundante e o tubo se encontre *in air*, tem-se $K_s = 0$:

$$K_1 = \left(B_s^* - \frac{2G_s^*}{3}\right)\frac{k_d^2}{k_t^2}\left(1 - 2\frac{k^2}{k_t^2}\right)\frac{H_0(k_t a)}{H_0'(k_t a)}$$

$$K_2 = -2G_s^* k_t \left(1 - 2\frac{k^2}{k_t^2}\right)\frac{H_1'(k_t a)}{H_1(k_t a)} \tag{7}$$

$$K_3 = -4G_s^* k_t \frac{k^2}{k_r^2}\frac{H_1'(k_r a)}{H_1(k_r a)}$$

Os termos H_0 e H_1 são as funções de Hankel de segunda espécie e de ordens zero e um, respectivamente, descrevendo as ondas de compressão e de cisalhamento que se propagam para fora, e o símbolo $'$ denota a derivada espacial.

Os termos $k_d^r = \sqrt{k_d^2 - k^2}$ e $k_r^r = \sqrt{k_r^2 - k^2}$ são os números de onda radiais no solo em função do número de onda k, juntamente com os números de onda de compressão e cisalhamento no solo, definidos como $k_d = \omega/c_d$ e $k_r = \omega/c_r$, respectivamente.

Além disso, as velocidades de onda complexas de compressão e cisalhamento no solo são dadas por:

$$c_d = \sqrt{\frac{B_s^* + \frac{4}{3}G_s^*}{\rho_{\text{soil}}}}, \qquad c_s = \sqrt{\frac{G_s^*}{\rho_{\text{soil}}}}, \tag{8}$$

em que

$$B_s^* = B_s(1 + j\eta_{\text{soil}}), \qquad G_s^* = G_s(1 + j\eta_{\text{soil}})$$

são os módulos complexos volumétrico e de cisalhamento do solo, respectivamente, e η_{soil} é o fator de perdas correspondente.

Dessa forma, ao determinar o número de onda complexo, é possível calcular a velocidade de onda e a atenuação do ruído de vazamento pelas Equação 9, respectivamente, dadas por (Scussel; Kara, 2025):

$$c\ [\text{m/s}] = \frac{\omega}{\text{Re}(k)}, \qquad \beta\ [\text{dB/m}] = -\frac{20\ \text{Im}(k)}{\ln(10)}. \tag{9}$$

3 MODELAGEM ESTOCÁSTICA

3.1 MODELAGEM ESTOCÁSTICA VIA MONTE CARLO

Para frequências muito inferiores à frequência de ressonância do anel do tubo, o número de onda estocástico da onda axisimétrica de ruído de vazamento pode ser determinado com base no conceito de rigidez dinâmica de onda (*wave dynamic stiffness*) proposto por Brennan et al. (2018):

$$k^2(\boldsymbol{\zeta}) = k^2_{\text{water}} \left(1 + \frac{K_{\text{water}}}{K_{\text{pipe}}(\boldsymbol{\zeta}) + K_{\text{soil}}(\boldsymbol{\zeta})} \right) \tag{1}$$

A expressão acima é função do vetor aleatório $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4]^T$, em que cada componente representa uma variável incerta associada a propriedades físicas do sistema tubo–água–solo.

A variável ζ_1 está relacionada à incerteza no número de onda da água, com $k_w(\zeta_1) \colon \Omega_1 \to C$; ζ_2 representa a incerteza na rigidez dinâmica da água, $K_w(\zeta_2) \colon \Omega_2 \to R$; ζ_3 corresponde à incerteza na rigidez dinâmica do tubo, $K_p(\zeta_3) \colon \Omega_3 \to C$; e ζ_4 representa a incerteza na rigidez dinâmica do solo, $K_s(\zeta_4) \colon \Omega_4 \to C$.

O conjunto Ω representa o espaço amostral, $\mathcal{F}$ é uma σ-álgebra em Ω (isto é, uma coleção de subconjuntos de Ω fechada sob complementos, uniões e interseções contáveis) e P é uma medida de probabilidade definida em Ω, formando o espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ (Sepahvand; Marburg; Hardtke, 2010).

As variáveis aleatórias são modeladas como distribuições normais:

$$N(\mu_{\zeta_j}, \sigma^2_{\zeta_j}) \tag{2}$$

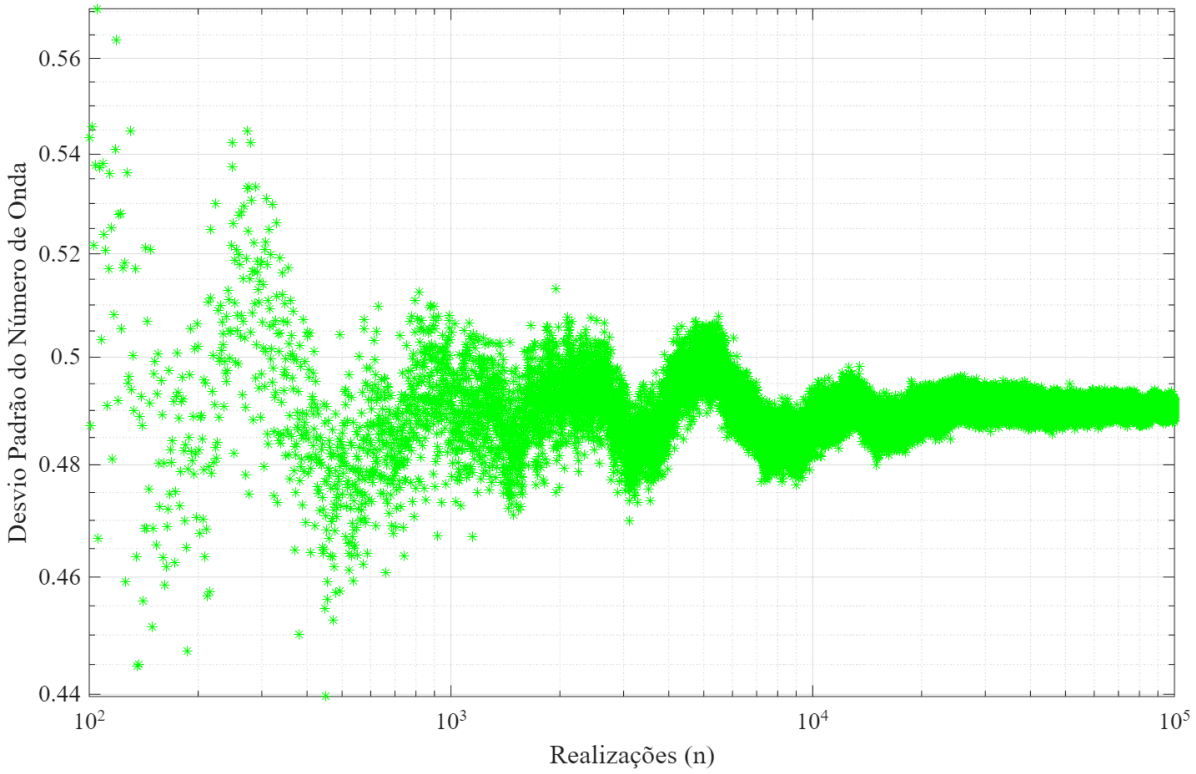
cuja função de densidade de probabilidade é dada por

$$f(\zeta_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{\zeta_j}}} \exp\left[-\frac{(\zeta_j - \mu_{\zeta_j})^2}{2\sigma^2_{\zeta_j}} \right], \qquad j \in \{1, 2, 3, 4\}, \tag{3}$$

em que μ_{ζ_j} e σ_{ζ_j} correspondem, respectivamente, à média e ao desvio-padrão da variável aleatória ζ_j.

Simulações de Monte Carlo foram então realizadas considerando 100.000 iterações, com desvio-padrão de 5% para cada um dos termos. Os resultados obtidos podem ser observados das Figura 3 a Figura 8. O número de iterações foi definido a partir de um critério de convergência, no qual se determinou o número mínimo de iterações para que não houvesse variações significativas no desvio-padrão do número de onda; a Figura 2 apresenta o resultado obtido. Para ambos os casos, Brasil e Reino Unido, os resultados foram semelhantes.

Figura 2 – Critério de convergência



Fonte: Autoria própria

3.2 MODELAGEM ESTOCÁSTICA VIA MOMENTOS ESTATÍSTICOS

Por meio dos momentos estatísticos de baixa ordem — que fazem uso da média e da variância — é possível deduzir uma expressão analítica para o desvio-padrão da variável de interesse, com precisão equivalente à obtida pelo método de Monte Carlo, dentro do intervalo de $\pm 3\sigma$. Dessa forma, evita-se a realização de um grande número de simulações e reduz-se substancialmente o custo computacional. A seguir, apresentam-se as propriedades dos momentos estatísticos na Equação 4 que permitem determinar essa expressão, definidas em (Goodman, 1960; Ku, 1966):

$$\sigma^2(ax \pm by) = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 \pm 2ab\big(\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}\big) \tag{4a}$$

$$\sigma^2(x\,y) = \bar{x}^{\,2}\sigma_y^2 + \bar{y}^{\,2}\sigma_x^2 + \sigma_x^2\sigma_y^2 \tag{4b}$$

$$\sigma^2(x^{-1}) = \bar{x}^{-4}\,\sigma_x^2 \tag{4c}$$

$$\sigma^2(x^2) = 4\,\bar{x}^{\,2}\,\sigma_x^2 \tag{4d}$$

em que os termos a e b são constantes, σ_i^2, com $i = x$ ou y, representam as variâncias das propriedades x e y, respectivamente, e a barra sobre uma variável indica o valor médio.

Considerando, de forma análoga ao que foi apresentado na seção anterior, que as variáveis

k_w, K_w, K_p e K_s são os termos que possuem alguma variação e, portanto, apresentam médias e variâncias, ao aplicar na Equação 6 as propriedades discutidas acima, obtém-se:

$$\sigma^2(k^2) = \sigma^2\left[k_f^2\left(1 + \frac{K_f}{K_p + K_s}\right)\right] \tag{5}$$

Aplicando a propriedade (4b), obtém-se:

$$\sigma^2(k^2) = \epsilon + \eta + \iota \tag{6}$$

em que

$$\begin{aligned}
\epsilon &= (\overline{k_f^2})^2\,\sigma^2\left(\frac{K_f}{K_p + K_s}\right), \\
\eta &= \left(1 + \frac{K_f}{K_p + K_s}\right)^2 \sigma^2(k_f^2), \\
\iota &= \sigma^2(k_f^2)\,\sigma^2\left(\frac{K_f}{K_p + K_s}\right).
\end{aligned} \tag{7}$$

Expandindo o termo $\sigma^2\left(\frac{K_f}{K_p + K_s}\right)$, que se repete, tem-se:

$$\sigma^2\left(\frac{K_f}{K_p + K_s}\right) = (\bar{K}_f^2 + \sigma^2(K_f)) \cdot \alpha + \sigma^2(K_f) \cdot \left(\overline{(K_p + K_s)^{-1}}\right)^2 \tag{8}$$

em que α é dado por

$$\alpha = (\bar{K}_p + \bar{K}_s)^{-4} \cdot \left(\sigma^2(K_p) + \sigma^2(K_s) + 2 \cdot (\bar{K}_p\bar{K}_s - K_pK_s)\right) \tag{9}$$

Combinando todos os termos, obtém-se a seguinte expressão para a variância do quadrado do número de onda:

$$\sigma^2(k^2) = A \cdot B + C \tag{10}$$

em que

$$\begin{aligned}
A &= \left[(\overline{k_f^2})^2 + \sigma^2(k_f^2)\right] \\
B &= \left[\overline{K_f}^2 + \sigma^2(K_f)) \cdot \alpha + \sigma^2(K_f) \cdot \overline{(K_p + K_s)^{-1}}^2\right] \\
C &= \left(1 + \frac{K_f}{K_p + K_s}\right)^2 \cdot \sigma^2(k_f^2)
\end{aligned} \tag{11}$$

A partir do modelo físico adotado, a grandeza calculada diretamente é o quadrado do número de onda, k^2. Entretanto, o parâmetro de interesse para a análise dos resultados é o desvio-padrão de k, isto é, $\sigma(k) = \sqrt{\sigma^2(k)}$. Ao utilizar a Equação 4d, obtém-se

$$\sigma^2(k) \;=\; \frac{\sigma^2(k^2)}{4 \cdot \overline{k^2}}, \tag{12}$$

Assim, ao obter a variância para o número de onda, pode-se determinar o seu desvio-padrão e, consequentemente, os limites superior e inferior, $k_\Delta = \mathrm{Re}(k \pm 3 \cdot \sigma(k))$. Utilizando-se a Equação 9, obtêm-se ainda os limites superior e inferior para a velocidade e para a atenuação:

$$c_\Delta = \frac{\omega}{\mathrm{Re}(k \pm 3 \cdot \sigma(k))} \tag{13}$$

$$\beta_\Delta = -\frac{20 \cdot \mathrm{Im}(k \pm 3 \cdot \sigma(k))}{\ln(10)} \tag{14}$$

3.3 SIMULAÇÃO COMPARANDO OS MÉTODOS PROPOSTOS

Como pode ser observado nas Figura 3 a Figura 5, apresenta-se uma comparação entre os resultados obtidos pelos métodos de Monte Carlo e dos momentos estatísticos, bem como pelo modelo determinístico, para o solo argiloso encontrado no Brasil. Na Tabela 1 são apresentadas as propriedades de ambos os sistemas.

Tabela 1 – Propriedades do sistema tubo–água–solo para os casos do Reino Unido e do Brasil.

Propriedades do sistema tubo–água–solo	**Sistema do Reino Unido**	**Sistema brasileiro**
Módulo de Young E (N/m^2)	2×10^9	2×10^9
Densidade ρ_p (kg/m^3)	900	900
Fator de perdas η	0.06	0.06
Raio interno do tubo a (mm)	84.5	35.8
Espessura da parede h (mm)	11.0	3.40
Módulo volumétrico da água B_w (GN/m^2)	2.25	2.25
Velocidade da onda na água c_w (m/s)	1500	1500
Módulo volumétrico do solo B_s (GN/m^2)	0.53	4.00
Módulo de cisalhamento do solo G_s (GN/m^2)	0.20	0.2359
Densidade do solo ρ_s (kg/m^3)	2000	2000
Tipo de solo	Areia	Argila
Material do tubo	HDPE	PVC

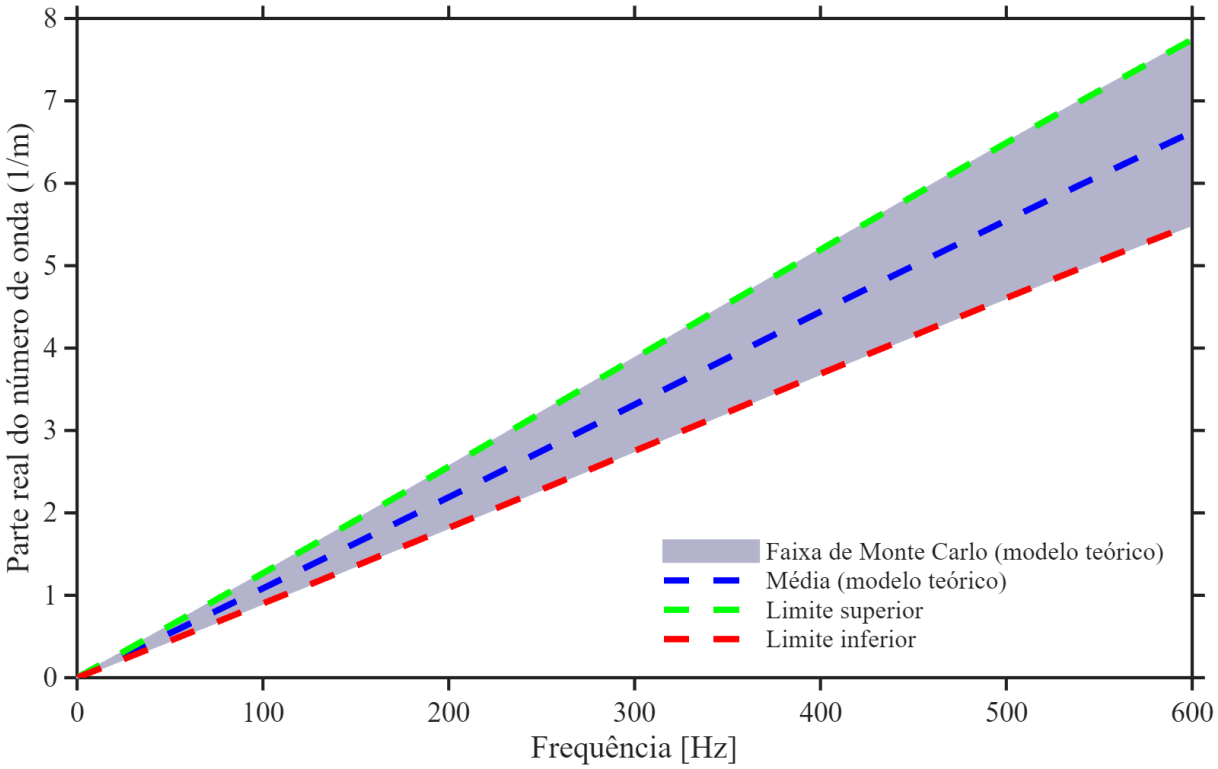
Fonte: (Brennan et al., 2017)

Já nas Figura 6 a Figura 8 apresenta-se a comparação correspondente para o solo arenoso encontrado no Reino Unido.

Dessa forma, observa-se excelente concordância entre ambos os métodos. Assim, é possível utilizar, sem perda de precisão, as simulações da parte real do número de onda e da velocidade de propagação em ambos os cenários. Além da proximidade e da convergência observadas, há diferença evidente no custo operacional: para o Monte Carlo, foram necessários cerca de 229,06 s, enquanto, para o método dos Momentos Estatísticos, o tempo foi de 0,02 s.

Quanto à atenuação, no cenário brasileiro não houve problemas, já no cenário do Reino Unido, observaram-se pequenas discrepâncias entre os métodos. Isso se deve ao fato de que o método

Figura 3 – Parte real do número de onda para o Brasil



Fonte: Autoria própria

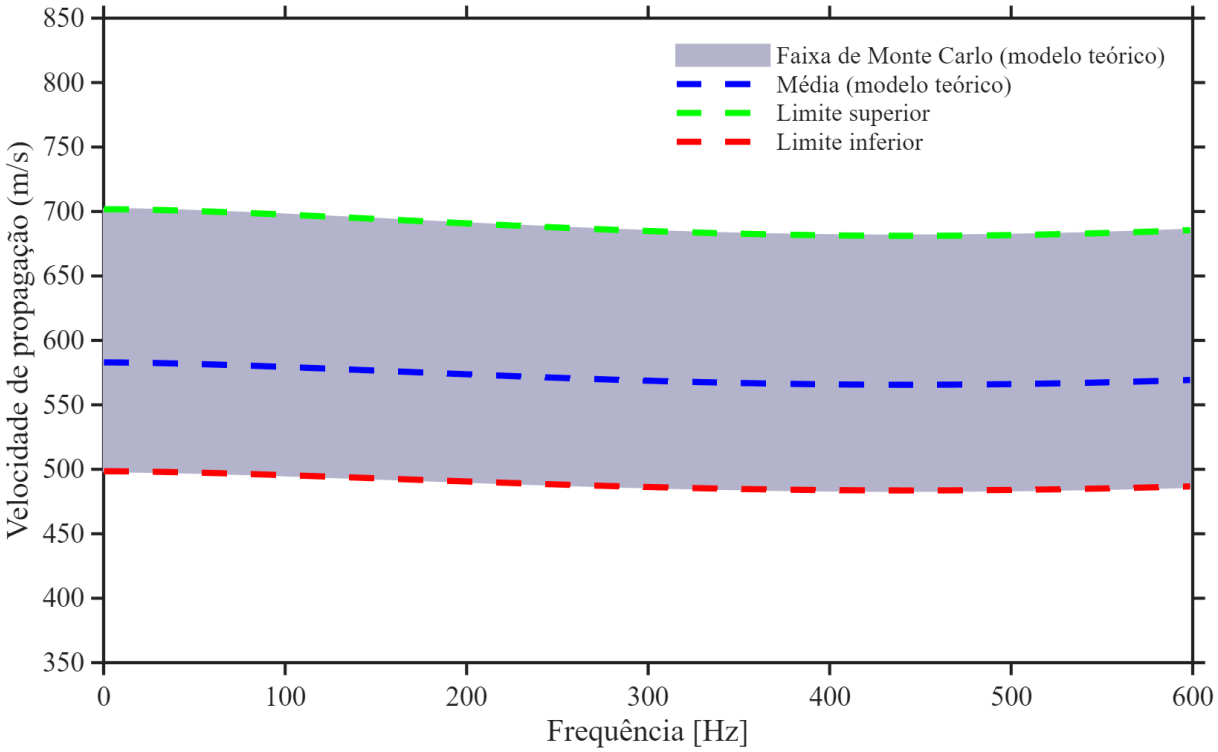
empregado (Momentos Estatísticos) apresenta uma limitação, na forma como foi aplicado, pois, para grandes valores imaginários, pode não alcançar a precisão esperada. Ainda assim, isso não inviabiliza sua aplicação nos demais casos (Momentos Estatísticos), especialmente porque, para a localização do vazamento, o parâmetro de maior interesse é a velocidade de propagação.

Estudos prévios mostram que as propriedades do solo influenciam fortemente a propagação do ruído de vazamento. Em solos argilosos, os comprimentos de onda são maiores e a energia acústica tende a permanecer mais confinada próximo ao vazamento, especialmente em frequências altas. Em solos arenosos, a energia se dissipa mais rapidamente.

A atenuação cresce com a frequência em ambos os ensaios, mas o sistema do Reino Unido apresenta valores mais elevados em altas frequências. Isso se deve às diferenças de material e geometria dos tubos, às características do solo e às condições experimentais. Além disso, a atenuação no sistema britânico mostrou-se mais sensível às incertezas do que no sistema brasileiro, principalmente devido à menor rigidez dinâmica do solo arenoso. Por outro lado, a parte real do número de onda apresenta variações semelhantes nos dois sistemas.

Com base na parte real do número de onda, as velocidades de propagação estimadas, importantes para correlacionadores acústicos, são cerca de 375 m/s no sistema britânico, com um limite superior somando 80 m/s e um limite inferior subtraindo 55 m/s, já no sistema brasileiro observa-se uma média de 570 m/s com um limite superior somando 120 m/s e um limite inferior subtraindo 80 m/s, ambos os sistemas avaliados em 600 Hz. Essa diferença decorre, principalmente, da maior rigidez dinâmica do solo argiloso em comparação ao arenoso.

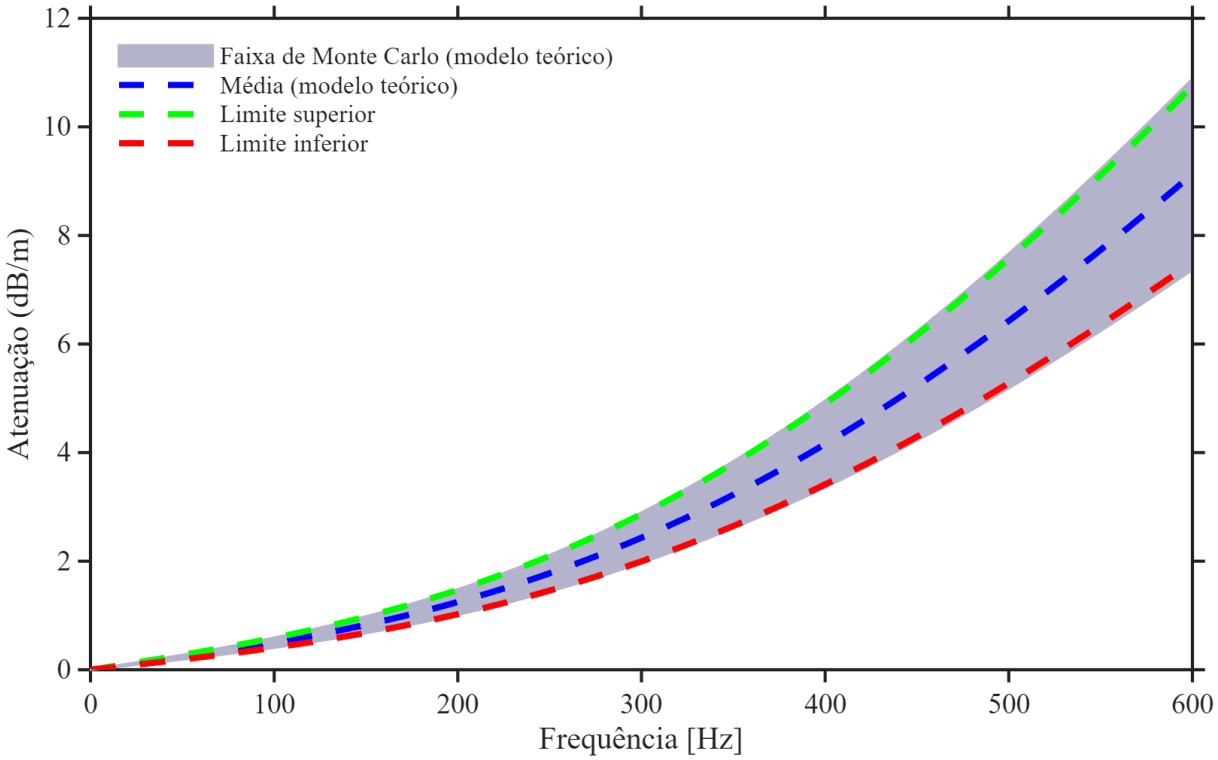
Figura 4 – Velocidade de propagação do ruído de vazamento para o Brasil



Fonte: Autoria própria

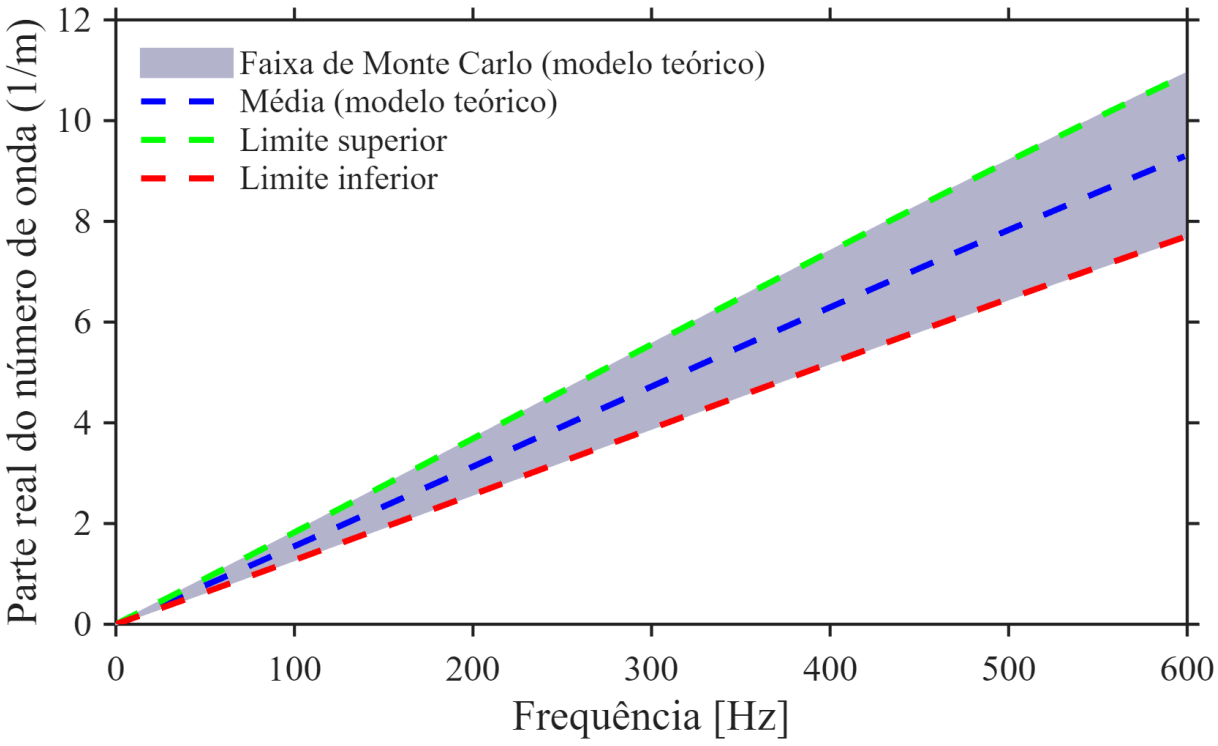
No sistema britânico, a velocidade diminui levemente entre 0–600 Hz, enquanto no sistema brasileiro permanece praticamente constante devido ao efeito inercial da parede do tubo (PVC mais denso e com parede mais fina que o HDPE). Essas velocidades estimadas, juntamente com seus limites de confiança, podem ser incorporadas às fórmulas de localização de vazamentos baseadas em atraso temporal, permitindo estimar intervalos de confiança para a posição do vazamento e aumentando a confiabilidade dos correlacionadores acústicos.

Figura 5 – Atenuação do ruído de vazamento para o Brasil



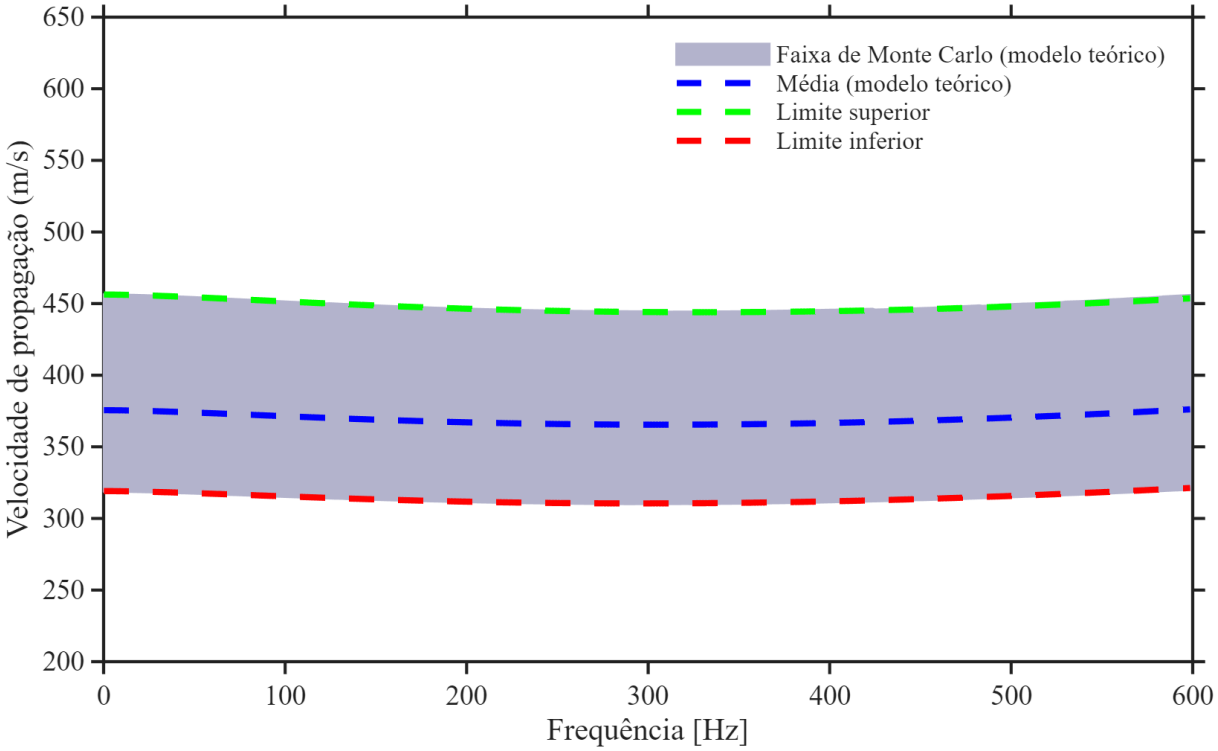
Fonte: Autoria própria

Figura 6 – Parte real do número de onda analítico para o Reino Unido



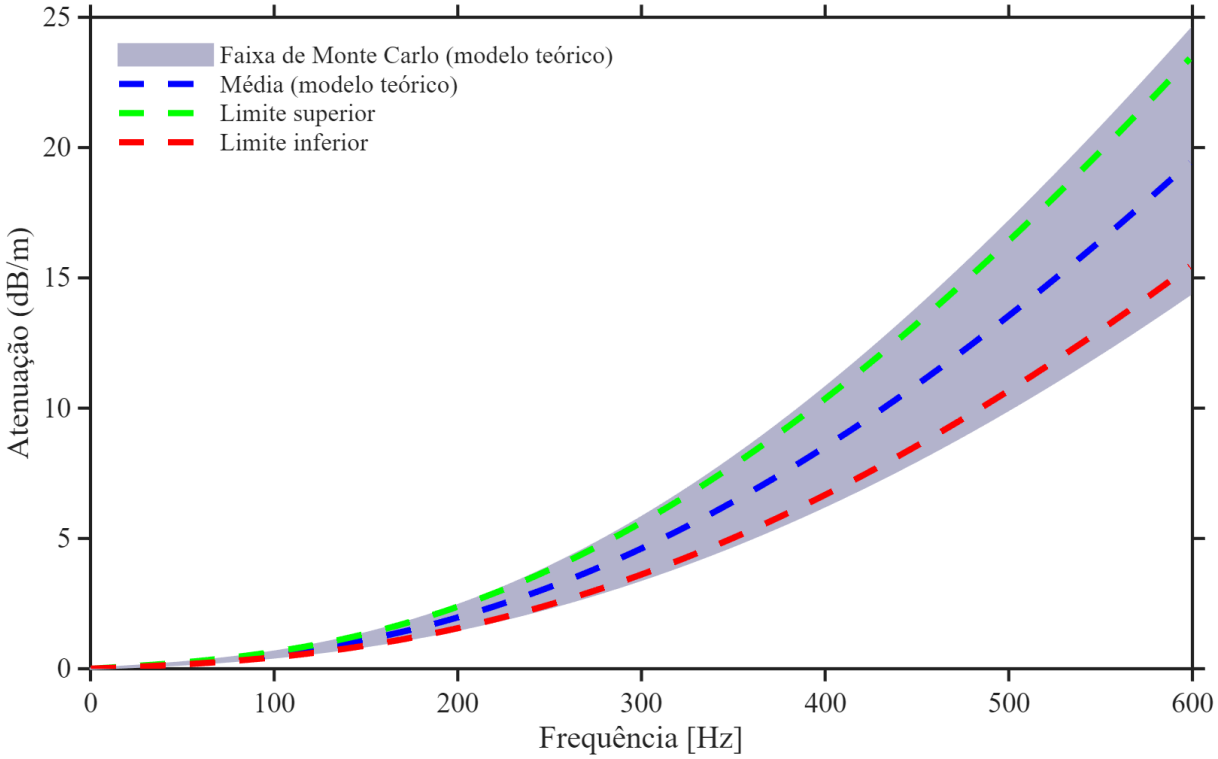
Fonte: Autoria própria

Figura 7 – Velocidade de propagação do ruído de vazamento para o Reino Unido



Fonte: Autoria própria

Figura 8 – Atenuação do ruído de vazamento para o Reino Unido



Fonte: Autoria própria

4 MÉTODO DE *GROUND VIBRATION SURFACE*

Neste contexto, o termo *ground vibration* descreve a vibração da superfície do solo gerada pela propagação da onda guiada fluido-dominada ($s = 1$) no interior da tubulação enterrada. Quando essa onda se propaga ao longo do tubo, a parede sofre pequenas deformações radiais e axiais, que mobilizam o solo ao redor e geram ondas de compressão e de cisalhamento. Essas ondas se propagam através do solo e alcançam a superfície livre, produzindo deslocamentos horizontais e verticais, aqui representados por U_x e U_z. No entanto, neste trabalho é analisado apenas o movimento vertical na superfície do solo, pois este é o foco de interesse. Na Figura 9 é apresentado o esquema que representa as direções de deslocamento no tubo e no solo.

Dessa forma, o *ground vibration* corresponde à maneira como o solo responde, na superfície, ao que ocorre no sistema fluido–tubo–solo em profundidade. Medindo essa vibração na superfície (por exemplo, com acelerômetros ou geofones) e utilizando o modelo teórico, é possível relacionar o movimento do solo ao comportamento da onda guiada no tubo, o que viabiliza aplicações como monitoramento da integridade da tubulação e detecção de alterações locais, tais como as provocadas por vazamentos.

Conforme Gao (Gao et al., 2017), o deslocamento na superfície do solo depende simultaneamente das ondas de compressão e de cisalhamento. Em certas faixas de frequência, entretanto, esse deslocamento atinge um valor mínimo em virtude da interferência destrutiva entre essas duas contribuições. Como o deslocamento é tratado como uma grandeza complexa (com módulo e fase), esses mínimos de amplitude coincidem com mudanças abruptas na fase do deslocamento. Esse fenômeno ocorre apenas em solos arenosos, pois, em solos argilosos, não há propagação efetiva de ondas de compressão, uma vez que a velocidade dessas ondas é maior do que a velocidade de propagação da onda guiada no fluido (c_1), de modo que o campo compressional se torna evanescente. Assim, nesse caso, o deslocamento na superfície do solo é governado apenas pela contribuição da onda de cisalhamento. Neste trabalho, discute-se o modelo estocástico apenas para o caso de solo arenoso.

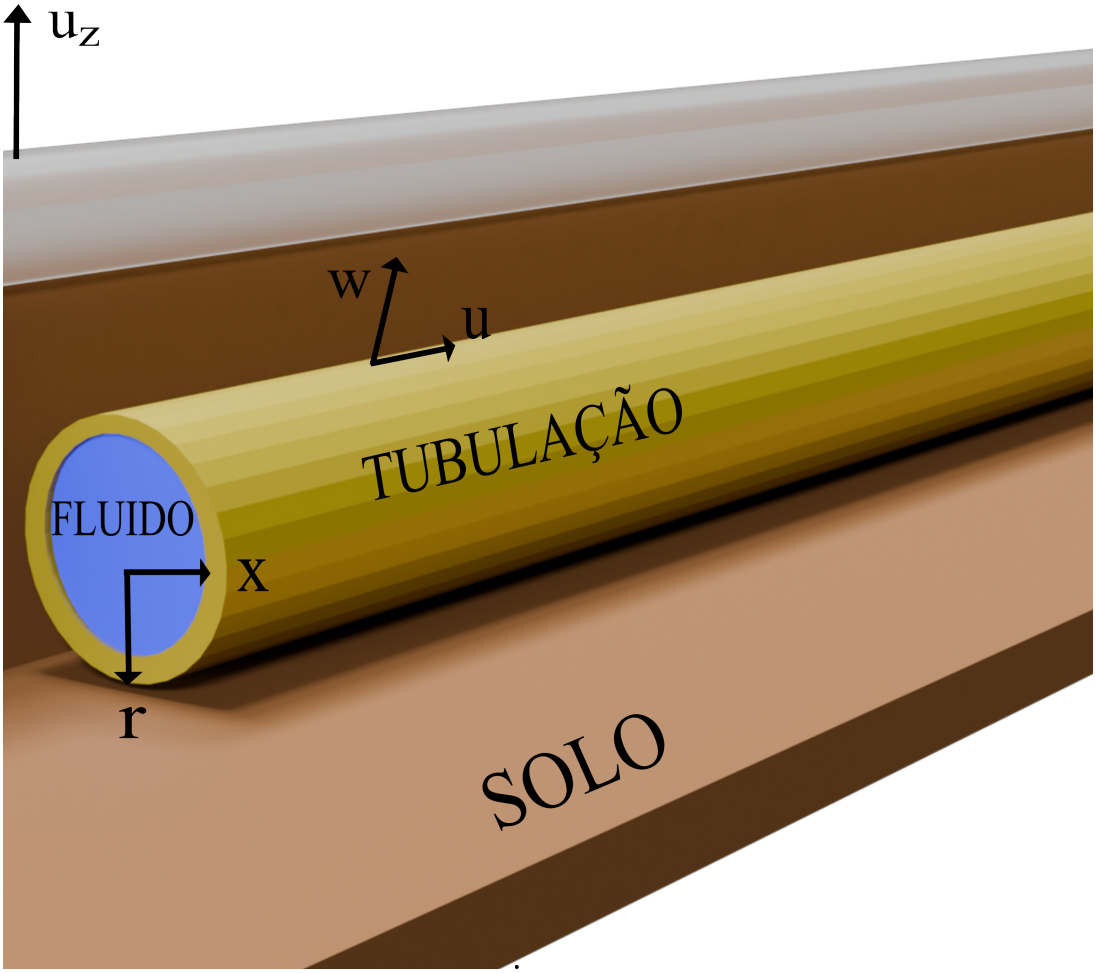
O termo c_1 representa a velocidade de propagação da onda guiada fluido-dominada ($s = 1$), c_d é a velocidade da onda de compressão e c_r é a velocidade da onda de cisalhamento.

4.1 DESLOCAMENTO DA PAREDE DO TUBO

Os movimentos axial e radial na parede de um tubo enterrado e preenchido com fluido, quando excitada por ondas axisimétricas, podem ser definidos pela Equação 1, obtida de (Gao et al., 2017).

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 - (k_s a)^2 - SL_{11} & -i\nu_p(k_s a) - SL_{12} \\ -i\nu_p(k_s a) - SL_{21} & 1 - \Omega^2 - FL - SL_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ W_s \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{1}$$

Figura 9 – Esquema em coordenadas cilíndricas para um tubo enterrado



Fonte: Autoria própria

No caso específico da onda do tipo $s = 1$, podem-se substituir os termos W_s e U_s por W_1 e U_1. Nessa expressão, U_s e W_s são as amplitudes de deslocamento da parede do tubo; Ω é a frequência adimensional, $\Omega = k_L a$; k_L é o número de onda compressional da casca, $k_L^2 = \omega^2 \rho_p (1 - \nu_p^2)/E_p$; ρ_p, E_p e ν_p correspondem, respectivamente, à massa específica, ao módulo de Young e ao coeficiente de Poisson da casca; FL e SL são, respectivamente, o termo de carregamento do fluido e a matriz de carregamento do solo, que representam o efeito de acoplamento entre o fluido e o solo, obtida de (Gao et al., 2017).

$$FL = \frac{\rho_f a}{\rho_p h} \frac{\Omega^2 J_0\left(k_{fs}^r a\right)}{k_{fs}^r a \, J_0'\left(k_{fs}^r a\right)} \tag{2}$$

$$
\begin{aligned}
SL_{11} &= -\,\mu_m\,\frac{(1-\nu_p^2)\,a}{E_p}\,\frac{k_{ds}^r a\,k_r^2 a^2}{h\,k_{rs}^r a\,k_{ds}^r a\Big[\dfrac{H_0\big(k_{rs}^r a\big)}{H_0'\big(k_{rs}^r a\big)}\Big] + k_s^2 a^2\Big[\dfrac{H_0\big(k_{ds}^r a\big)}{H_0'\big(k_{ds}^r a\big)}\Big]},\\
SL_{12} &= i\,\mu_m\,\frac{(1-\nu_p^2)\,a}{E_p}\,\frac{k_s a}{h}\left\{2 - \frac{k_r^2 a^2\,\dfrac{H_0\big(k_{ds}^r a\big)}{H_0'\big(k_{ds}^r a\big)}}{k_{rs}^r a\,k_{ds}^r a\Big[\dfrac{H_0\big(k_{rs}^r a\big)}{H_0'\big(k_{rs}^r a\big)}\Big] + k_s^2 a^2\Big[\dfrac{H_0\big(k_{ds}^r a\big)}{H_0'\big(k_{ds}^r a\big)}\Big]}\right\},\\
SL_{21} &= SL_{12},\\
SL_{22} &= -\,\mu_m\,\frac{(1-\nu_p^2)\,a}{E_p}\,\frac{a}{h}\left\{2 + \frac{k_{rs}^r a\,k_r^2 a^2\Big[\dfrac{H_0\big(k_{rs}^r a\big)}{H_0'\big(k_{rs}^r a\big)}\Big]\Big[\dfrac{H_0\big(k_{ds}^r a\big)}{H_0'\big(k_{ds}^r a\big)}\Big]}{k_{rs}^r a\,k_{ds}^r a\Big[\dfrac{H_0\big(k_{rs}^r a\big)}{H_0'\big(k_{rs}^r a\big)}\Big] + k_s^2 a^2\Big[\dfrac{H_0\big(k_{ds}^r a\big)}{H_0'\big(k_{ds}^r a\big)}\Big]}\right\}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

em que ρ_f é a densidade do fluido contido; o número de onda radial do fluido interno, k_{fs}^r, está relacionado ao número de onda do fluido, k_f, por $(k_{fs}^r)^2 = k_f^2 - k_s^2$ e $k_f = \omega/c_f$; c_f é a velocidade de propagação das ondas no fluido em campo livre, dada por $c_f = \sqrt{B_f/\rho_f}$; B_f e ρ_f são, respectivamente, o módulo volumétrico e a densidade do fluido interno; $H_0(k_{ds}^r r)$ e $H_0(k_{rs}^r r)$ representam ondas cônicas que se irradiam para fora do tubo em direção ao solo ao redor; k_{ds}^r e k_{rs}^r são os números de onda radiais das ondas de compressão — associadas ao número de onda k_d — e das ondas de cisalhamento — associadas ao número de onda k_r —, respectivamente, com $(k_{ds}^r)^2 = k_d^2 - k_s^2$ e $(k_{rs}^r)^2 = k_r^2 - k_s^2$; $J_0' = (\partial/\partial r)\,J_0(\cdot)$ e $H_0' = (\partial/\partial r)\,H_0(\cdot)$.

Como se está considerando que a onda axisimétrica é tal que $s = 1$, a relação entre os deslocamentos radial e axial é dada pela Equação 4, obtida de (Gao et al., 2017).

$$
U_1 = \frac{1 - \Omega^2 - FL - SL_{22}}{i v_p (k_1 a) + SL_{21}}\,W_1 \tag{4}
$$

em que a Equação 5 define o número de onda:

$$
k_1^2 = k_f^2\left(1 + \frac{\beta}{1 - \Omega^2 + \alpha}\right) \tag{5}
$$

sendo α e β parâmetros que representam, respectivamente, a influência do carregamento do solo e do fluido sobre a parede do tubo, definidos por:

$$
\alpha = -SL_{22} - \frac{\big(v_p - i\,SL_{12}/(k_1 a)\big)^2}{1 + SL_{11}/(k_1^2 a^2)}, \qquad \beta = \frac{2B_f a(1-\nu_p^2)}{E_p h} \tag{6}
$$

Como pode-se observar, há diferenças na forma como o número de onda complexo é escrito na seção “Determinação analítica do número de onda, velocidade de onda e atenuação” e na

seção atual. Na Equação 6, adota-se a formulação de rigidez dinâmica de onda, em que o efeito combinado do fluido, da parede do tubo e do solo é condensado em rigidezes dinâmicas complexas. Nessa abordagem, as contribuições das ondas de compressão e de cisalhamento no solo não aparecem explicitamente por meio dos números de onda k_d e k_r, pois já estão embutidas na rigidez dinâmica do solo.

Já na Equação 5, baseada na formulação completa de Gao e colaboradores, a influência do solo é escrita de forma explícita por meio dos termos de carregamento FL e SL_{ij}, que dependem diretamente dos números de onda das ondas compressionais e cisalhantes e das funções de Hankel. Assim, o modelo associado à Equação 5 é mais detalhado do ponto de vista físico, porém resulta em expressões analíticas mais longas e em um custo computacional mais elevado, enquanto a Equação 6 fornece uma representação mais compacta e conveniente para análises determinísticas e estocásticas.

Além disso, no modelo de vibração de superfície adotado neste capítulo segue-se a formulação de (Gao et al., 2017), que considera explicitamente uma condição de contato tubo–solo do tipo *no-slip* (contato compacto). Já a expressão de rigidez dinâmica utilizada na seção anterior foi obtida a partir de modelos em que o solo é representado por rigidezes efetivas associadas, em sua forma original, ao caso *slip*/lubrificado. Dessa forma, as duas formulações descrevem o mesmo modo axisimétrico fluido-dominado $s = 1$, mas com diferentes níveis de condensação matemática e sob hipóteses ligeiramente distintas para o contato tubo–solo.

Aplicando-se a equação de quantidade de movimento e a condição de continuidade de deslocamentos na direção radial na interface tubo–solo, verifica-se que a amplitude de pressão P_{f1} está relacionada à amplitude de deslocamento radial da parede do tubo, W_1, definido em (Gao et al., 2017) por:

$$P_{f1} = \frac{\omega^2 \rho_f}{k_{f1}^r} \frac{1}{J_0'(k_{f1}^r a)} W_1 \tag{7}$$

A ligação entre a pressão interna e os deslocamentos da parede do tubo na direção axial pode, então, ser estabelecida combinando-se a Equação 4 e a Equação 7, caso seja conveniente.

4.2 DESLOCAMENTO DA SUPERFÍCIE DO SOLO

Considerando que o tubo irradia para o solo dois tipos de ondas elásticas, a onda de compressão e a onda de cisalhamento, o deslocamento vertical no solo pode ser expresso pela Equação 8, para um solo homogêneo e isotrópico, em coordenadas cartesianas, conforme definido por (Ewing; Jardetzky; Press, 1957).

$$u_z = \frac{\partial \phi_p}{\partial z} - \frac{\partial \psi_p}{\partial x} \tag{8}$$

em que os termos ϕ_p e ψ_p representam, respectivamente, os potenciais compressivo e cisalhante para ondas planas, sendo dados pela Equação 9:

$$\phi_p = A_p e^{i(\omega t - k_{d1}^r z - k_1 x)}, \qquad \psi_p = B_p e^{i(\omega t - k_{r1}^r z - k_1 x)} \tag{9}$$

e A_p e B_p representam os coeficientes de potencial em coordenadas cartesianas.

Substituindo a Equação 9 na Equação 8, obtém-se a Equação 10, conforme definido por (Gao et al., 2017).

$$\begin{pmatrix} u_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -ik_{d1}^r e^{-ik_{d1}^r z} & ik_1 e^{-ik_{r1}^r z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p \\ B_p \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_1 x)}. \tag{10}$$

Em coordenadas cilíndricas, o deslocamento radial do solo pode ser descrito pela Equação 11, conforme definido em formulação de (Gao et al., 2017):

$$\begin{pmatrix} u_r \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{d1}^r H_0'(k_{d1}^r r) & -ik_1 k_{r1}^r H_0'(k_{r1}^r r) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_m \\ B_m \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_1 x)} \tag{11}$$

em que A_m e B_m representam os coeficientes de potencial em coordenadas cilíndricas.

Aplicando as condições de continuidade de deslocamento em $r = a$ nas direções axial e radial, isto é, tomando $u_x(a) = u$ e $u_r(a) = w$ na Equação 11 e removendo os termos harmônicos $e^{i(\omega t - k_1 x)}$, os coeficientes de potencial A_m e B_m podem ser escritos em função das amplitudes de deslocamento da parede do tubo, U_1 e W_1, como definido por (Gao et al., 2017):

$$\begin{bmatrix} A_m \\ B_m \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} ik_1 H_0'(k_{r1}^r a) & k_{r1}^r H_0(k_{r1}^r a) \\ (k_{d1}^r / k_{r1}^r) H_0'(k_{d1}^r a) & i(k_1 / k_{r1}^r) H_0(k_{d1}^r a) \end{bmatrix}}{k_{r1}^r k_{d1}^r H_0(k_{r1}^r a) H_0'(k_{d1}^r a) + k_1^2 H_0'(k_{r1}^r a) H_0(k_{d1}^r a)} \begin{bmatrix} U_1 \\ W_1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Observa-se que as ligações entre a pressão interna e os deslocamentos da parede do tubo já foram estabelecidas pela Equação 4 e pela Equação 7. Assim, ao combiná-las com a Equação 12, obtêm-se os coeficientes de potencial A_m e B_m, que podem ser expressos em termos das amplitudes da pressão interna p_{f1} ou dos deslocamentos da parede do tubo, U_1 ou W_1.

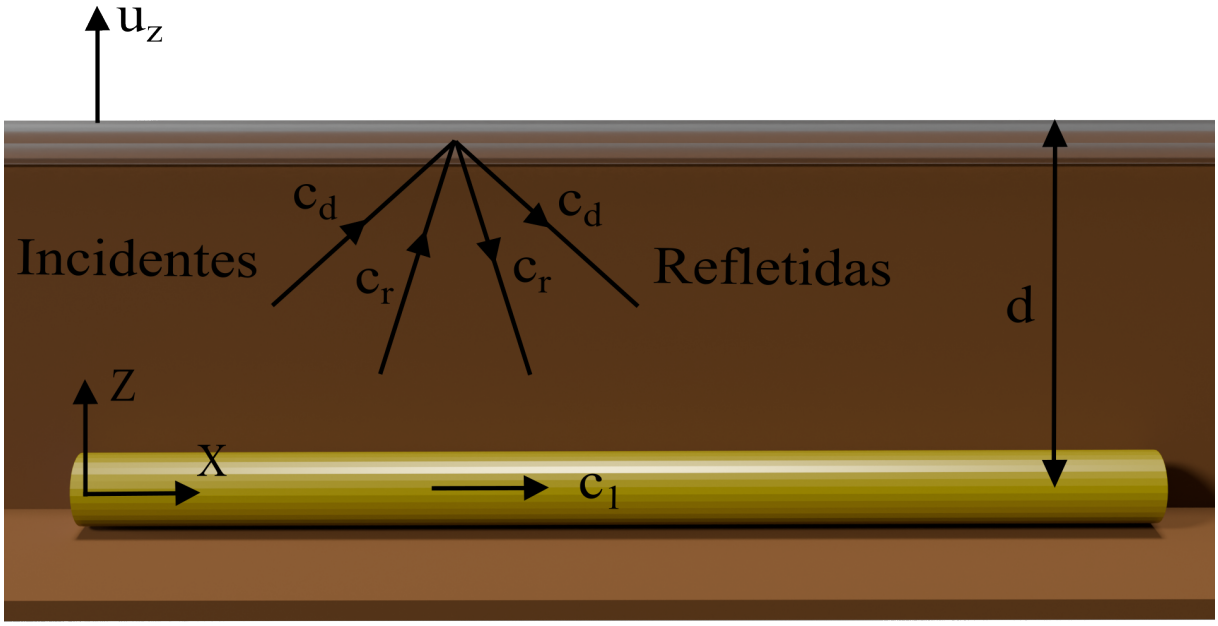
Os autores Jette e Parker (Jette; Parker, 1980) foram os primeiros a indicar que as ondas radiadas, ao se propagarem por uma profundidade d (tomada a partir do centro do tubo), podem ser aproximadas por ondas planas na superfície do solo, desde que os produtos $|k_{d1}^r d|$ e $|k_{r1}^r d|$ sejam maiores do que 1. Neste trabalho, adota-se o mesmo procedimento para obter, de maneira analítica, as soluções para a reflexão de ondas planas na superfície livre. Como as ondas de compressão possuem velocidade de propagação superior à das ondas de cisalhamento no solo, uma vez satisfeita a condição $|k_{d1}^r d| > 1$, a condição $|k_{r1}^r d| > 1$ também é automaticamente atendida.

Para estabelecer a correspondência entre os dois sistemas de coordenadas, empregam-se as aproximações assintóticas de campo distante das funções de Hankel na Equação 11, avaliadas em $r = d$, e iguala-se o deslocamento vertical do solo fornecido pela Equação 10, em $z = d$, ao deslocamento radial descrito nas coordenadas cilíndricas. Desse procedimento resulta a

relação que expressa como os coeficientes de potencial A_p e B_p (associados às ondas planas) se relacionam com os coeficientes A_m e B_m (associados às ondas cilíndricas), conforme apresentado na Equação 13 por (Gao et al., 2017).

$$A_p = \sqrt{\frac{2}{\pi k_{d1}^r d}}\, e^{i\pi/4} A_m, \qquad B_p = i\sqrt{\frac{2k_{r1}^r}{\pi d}}\, e^{i\pi/4} B_m \tag{13}$$

Figura 10 – Esquema em coordenadas cartesianas para um tubo enterrado com ondas incidentes e refletidas



Fonte: Autoria própria

Contudo, na prática, além das ondas incidentes geradas pela tubulação, deve-se considerar que, ao atingirem a superfície do solo, parte delas é refletida de volta. Dessa forma, é necessário levar em conta não somente as ondas de compressão e de cisalhamento geradas pelo tubo, mas também aquelas refletidas ao atingir a superfície livre, como mostrado na Figura 10. Assim, reescrevendo a Equação 9 obtemos a mesma equação definida em (Gao et al., 2017):

$$\phi_p = \left(A_p^+ e^{-ik_{d1}^r z} + A_p^- e^{ik_{d1}^r z}\right) e^{i(\omega t - k_1 x)}, \qquad \psi_p = \left(B_p^+ e^{-ik_{r1}^r z} + B_p^- e^{ik_{r1}^r z}\right) e^{i(\omega t - k_1 x)} \tag{14}$$

em que os termos A_p^+ e B_p^+ estão associados às ondas incidentes, enquanto A_p^- e B_p^- representam as ondas refletidas.

Com isso, reescrevendo a Equação 10, obtém-se a Equação 15 definida em (Gao et al., 2017):

$$\begin{pmatrix} u_z \end{pmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} -ik_{d1}^r e^{-ik_{d1}^r z} & ik_1 e^{-ik_{r1}^r z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p^+ \\ B_p^+ \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} ik_{d1}^r e^{ik_{d1}^r z} & ik_1 e^{ik_{r1}^r z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p^- \\ B_p^- \end{pmatrix} \right\} e^{i(\omega t - k_1 x)} \tag{15}$$

De acordo com a lei de Hooke, é possível relacionar os deslocamentos do solo com as tensões geradas, conforme a Equação 16:

$$\tilde{\sigma}_{zx} = \mu_m \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right), \qquad \tilde{\sigma}_{zz} = \lambda_m \Delta + 2\mu_m \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{16}$$

em que Δ é a dilatação, dada por $\Delta = \nabla^2 \phi_p$. Pode-se então escrever:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{zx} \\ \tilde{\sigma}_{zz} \end{pmatrix} = -\mu_m \Bigg\{ & \begin{bmatrix} 2k_1 k_{d1}^r e^{-ik_{d1}^r z} & \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right] e^{-ik_{r1}^r z} \\ \left(k_r^2 - 2k_1^2\right) e^{-ik_{d1}^r z} & -2k_1 k_{r1}^r e^{-ik_{r1}^r z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p^+ \\ B_p^+ \end{pmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -2k_1 k_{d1}^r e^{ik_{d1}^r z} & \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right] e^{ik_{r1}^r z} \\ \left(k_r^2 - 2k_1^2\right) e^{ik_{d1}^r z} & 2k_1 k_{r1}^r e^{ik_{r1}^r z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p^- \\ B_p^- \end{pmatrix} \Bigg\} e^{i(\omega t - k_1 x)}. \end{aligned} \tag{17}$$

No entanto, em uma superfície livre, as tensões normais e tangenciais se anulam. Dessa forma, pode-se definir a Equação 18 expressa em (Gao et al., 2017):

$$\begin{pmatrix} A_p^- \\ B_p^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} e^{-2ik_{d1}^r d} & C_{12} e^{-i(k_{d1}^r + k_{r1}^r)d} \\ C_{21} e^{-i(k_{d1}^r + k_{r1}^r)d} & C_{11} e^{-2ik_{r1}^r d} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p^+ \\ B_p^+ \end{pmatrix} \tag{18}$$

em que os termos C_{11}, C_{12} e C_{21} são dados por:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{4k_1^2 k_{d1}^r k_{r1}^r - \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]^2}{4k_1^2 k_{d1}^r k_{r1}^r + \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]^2}, \\ C_{12} &= \frac{4k_1 k_{r1}^r \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]}{4k_1^2 k_{d1}^r k_{r1}^r + \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]^2}, \\ C_{21} &= -\frac{4k_1 k_{d1}^r \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]}{4k_1^2 k_{d1}^r k_{r1}^r + \left[(k_{r1}^r)^2 - k_1^2\right]^2} \end{aligned} \tag{19}$$

Dessa forma, pode-se obter a Equação 20 que foi definida em (Gao et al., 2017), ao substituir a Equação 18 na Equação 15:

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_z \end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_d A_p^+ e^{-ik_{d1}^r d} + \mathbf{U}_r B_p^+ e^{-ik_{r1}^r d} \right) e^{i(\omega t - k_1 x)} \tag{20}$$

em que os vetores $\mathbf{U}_d$ e $\mathbf{U}_r$ são dados por:

$$\mathbf{U}_d = -i \begin{bmatrix} k_1(1+C_{11}) - k_{r1}^r C_{21} \\ k_{d1}^r(1-C_{11}) - k_1 C_{21} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{U}_r = -i \begin{bmatrix} k_{r1}^r(1-C_{11}) + k_1 C_{12} \\ -k_1(1+C_{11}) - k_{d1}^r C_{12} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Observa-se que os números de onda livres k_d e k_r podem ser decompostos, em termos vetoriais, em um componente de traço (axial) na direção x, dado por k_1, e em componentes de traço (radiais) na direção z, k_{d1}^r e k_{r1}^r, respectivamente. Isso mostra que, na prática, a onda $s = 1$ pode ser detectada de forma eficaz utilizando a velocidade de traço c_1 nas medições realizadas na superfície do solo.

Pela Equação 20, nota-se que, para um tempo t fixo e uma posição x fixa, os deslocamentos na superfície do terreno resultam da soma das contribuições de duas ondas planas, associadas aos componentes de traço k_{d1}^r e k_{r1}^r, que se propagam a partir do tubo ao longo de uma distância d. Assim, o comportamento da vibração na superfície do solo gerada pela propagação da onda $s = 1$ é principalmente controlado pela condição de radiação, em conjunto com a profundidade de enterramento do tubo.

Além disso, na superfície livre, os coeficientes de potencial das ondas incidentes, A_p^+ e B_p^+, podem ser aproximados pela Equação 13. Ao se eliminar os termos harmônicos $e^{i(\omega t - k_1 x)}$ em ambos os lados da Equação 20, obtém-se que as amplitudes dos deslocamentos no solo, U_x e U_z, podem ser escritas em função dos coeficientes de potencial A_m e B_m, definido em (Gao et al., 2017) da seguinte forma:

$$U_z = \sqrt{\frac{2}{\pi k_{d1}^r d}}\, e^{i\pi/4}\, U_d\, A_m\, e^{-ik_{d1}^r d} \;+\; i\sqrt{\frac{2k_{r1}^r}{\pi d}}\, e^{i\pi/4}\, U_r\, B_m\, e^{-ik_{r1}^r d} \tag{22}$$

em que os termos A_m e B_m podem ser obtidos por meio da Equação 12.

Para realizar a análise do deslocamento na superfície do solo, serão utilizados valores adimensionais, de forma a facilitar a interpretação da relação entre o movimento vertical do solo e os movimentos radiais gerados no tubo. Para isso, utiliza-se a Equação 23 obtida em (Gao et al., 2017):

$$\tilde{U}_z = \frac{U_z}{W_1} \tag{23}$$

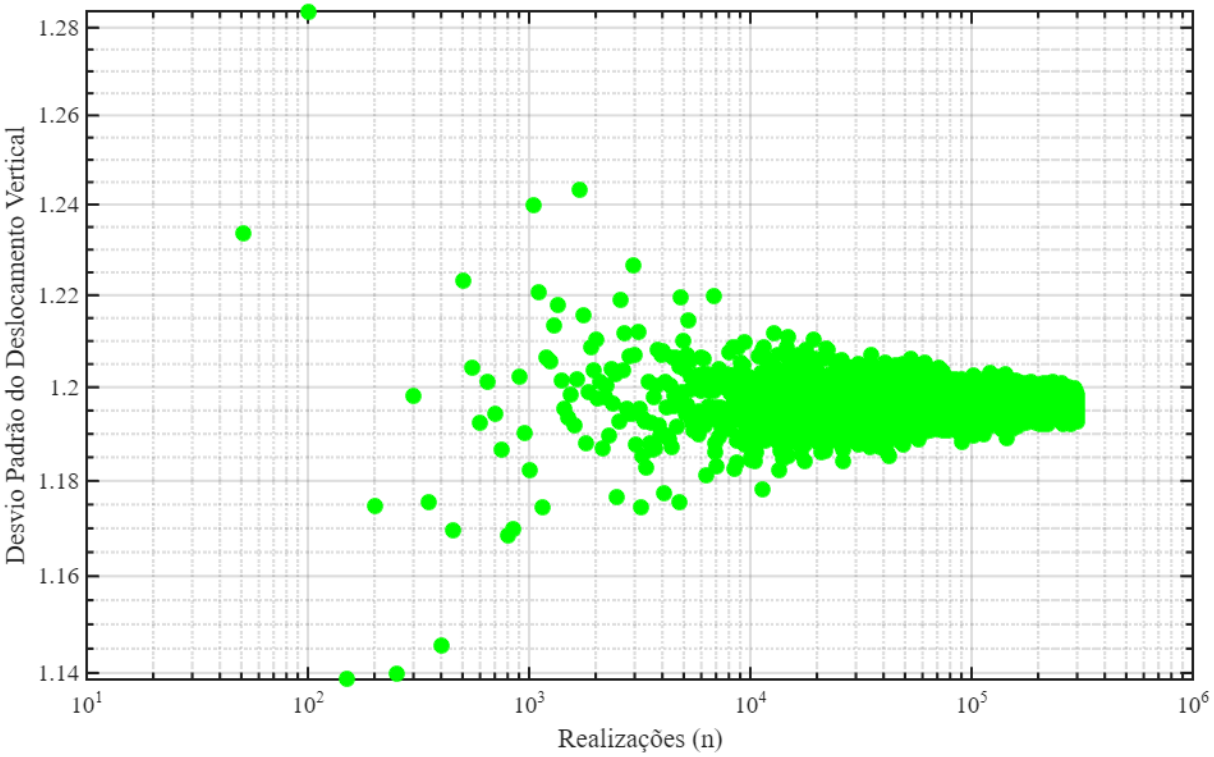
Com isso, obtém-se o movimento vertical do solo definido em (Gao et al., 2017), com base no movimento radial da parede do tubo, definido de forma adimensional pela Equação 24:

$$\tilde{U}_z = \frac{\left\{ \begin{array}{l} [k_{d1}^r(1-C_{11}) - k_1 C_{21}] \sqrt{\dfrac{2}{\pi k_{d1}^r d}}\, e^{i\pi/4} \left[k_1 H_0'(k_{r1}^r a) \dfrac{1-\Omega^2 - FL - SL_{22}}{iv_p(k_1 a) + SL_{21}} - ik_{r1}^r H_0(k_{r1}^r a) \right] e^{-ik_{d1}^r d} \\ \quad + [-k_1(1+C_{11}) - k_{d1}^r C_{12}] \sqrt{\dfrac{2}{\pi k_{r1}^r d}}\, e^{i\pi/4} \left[k_{d1}^r H_0'(k_{d1}^r a) \dfrac{1-\Omega^2 - FL - SL_{22}}{iv_p(k_1 a) + SL_{21}} + ik_1 H_0(k_{d1}^r a) \right] e^{-ik_{r1}^r d} \end{array} \right\}}{k_{r1}^r k_{d1}^r H_0(k_{r1}^r a) H_0'(k_{d1}^r a) + k_1^2 H_0'(k_{r1}^r a) H_0(k_{d1}^r a)} \tag{24}$$

4.3 SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA PARA A SUPERFÍCIE DO SOLO

Nesta seção, podem ser observados, na Figura 12 e Figura 13, os fatores de amplificação vertical em diferentes profundidades; os dados apresentados são relativos ao solo arenoso encontrado no Reino Unido.

Figura 11 – Critério de convergência para o método de *ground vibration surface*



Fonte: Autoria própria

Aplicando o mesmo arcabouço discutido na seção anterior, *Modelagem Estocástica via Monte Carlo*, utiliza-se a mesma abordagem para o presente caso. No entanto, agora a Equação 24 é a que rege o problema e o vetor aleatório é $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5, \zeta_6, \zeta_7, \zeta_8]^T$. A variável ζ_1 está associada à incerteza do módulo de Young, com $E(\zeta_1)\colon \Omega_1 \rightarrow C$; ζ_2 está relacionada à incerteza da densidade do material do tubo, com $\rho_p(\zeta_2)\colon \Omega_2 \rightarrow R$; ζ_3 está ligada à incerteza do fator de perda, com $\eta(\zeta_3)\colon \Omega_3 \rightarrow R$; ζ_4 está relacionada à incerteza da razão de Poisson,

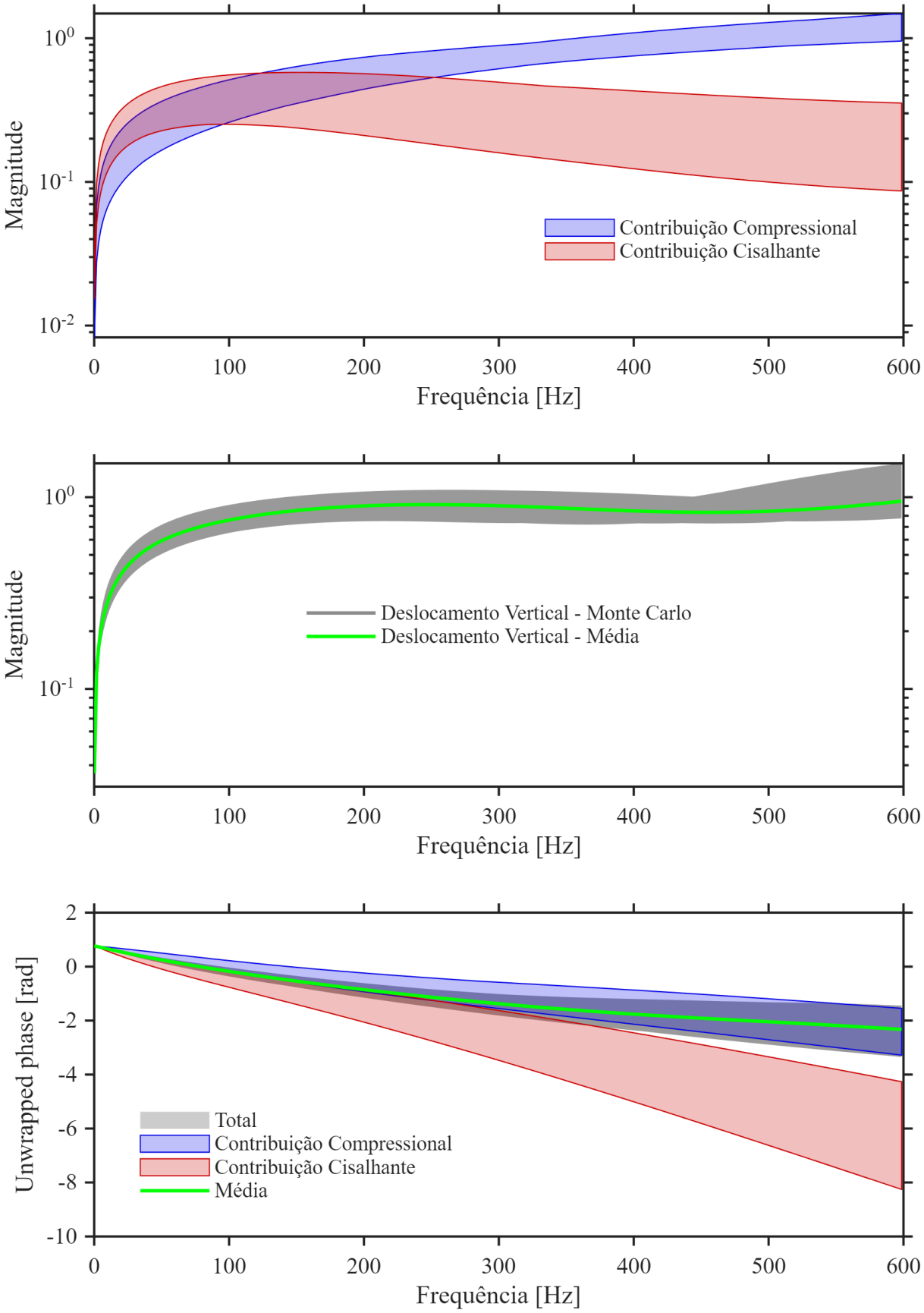
com $\upsilon(\zeta_4)\colon \Omega_4 \to R$; ζ_5 está ligada à incerteza do raio médio, com $a(\zeta_5)\colon \Omega_5 \to R$; ζ_1 está associada à espessura da parede do tubo, com $h(\zeta_5)\colon \Omega_5 \to R$; ζ_6 está relacionada à incerteza do módulo complexo volumétrico, com $B_s(\zeta_6)\colon \Omega_6 \to C$; ζ_7 está ligada à incerteza do módulo de cisalhamento, com $G_s(\zeta_7)\colon \Omega_7 \to C$; e ζ_8 está relacionada à incerteza da densidade do solo, com $\rho_s(\zeta_8)\colon \Omega_8 \to R$.

Os valores determinísticos das propriedades podem ser encontrados na Tabela 1, sendo o valor da razão de Poisson igual a $0{,}4$ para o Reino Unido. O desvio-padrão adotado foi de $5\,\%$ para o módulo de Young, a densidade do tubo, o fator de perda e a densidade do solo; para o raio médio, foi utilizado $1\,\%$; e, por fim, para a espessura da parede e para os módulos volumétrico e de cisalhamento, considerou-se $10\,\%$. Foram realizadas ao todo 300.000 realizações, a Figura 11 permite observar o comportamento do critério de convergência, que foi utilizado para definir esse número.

A Figura 12 e Figura 13 apresentam os resultados das predições para dois diferentes valores de profundidade do tubo enterrado, de 0,25 m e 0,50 m. Esta é a primeira vez que uma análise desse tipo é realizada considerando parâmetros incertos, o que permite observar discrepâncias significativas e avanços relevantes em relação à literatura existente. É importante ressaltar que a onda de cisalhamento domina as regiões de baixas frequências, enquanto a onda compressional predomina nas altas frequências. Além disso, diferentes profundidades afetam tanto a amplitude dos picos quanto a frequência em que ocorre a mudança de fase, evidenciando a importância do efeito da profundidade na resposta vibroacústica do sistema.

Para o caso do Brasil, os resultados são apresentados na Figura 14 e Figura 15. O solo brasileiro, identificado como solo argiloso, possui velocidade de propagação para as ondas de compressão superior à velocidade de fase do modo axisimétrico fluido-dominado ($s = 1$) ao longo do tubo, não ocorrendo o mesmo comportamento discutido de variação abrupta de fase e interferência destrutiva que gera mínimos na amplitude. Dessa forma, o deslocamento vertical é completamente dominado e guiado pelas onda de cisalhamento. Sendo assim, nas figuras é possível identificar que a contribuição compressional é zero, dessa forma, os resultados totais que seriam a soma da contribuição cisalhante e compressional, resultam somente na contribuição cisalhante.

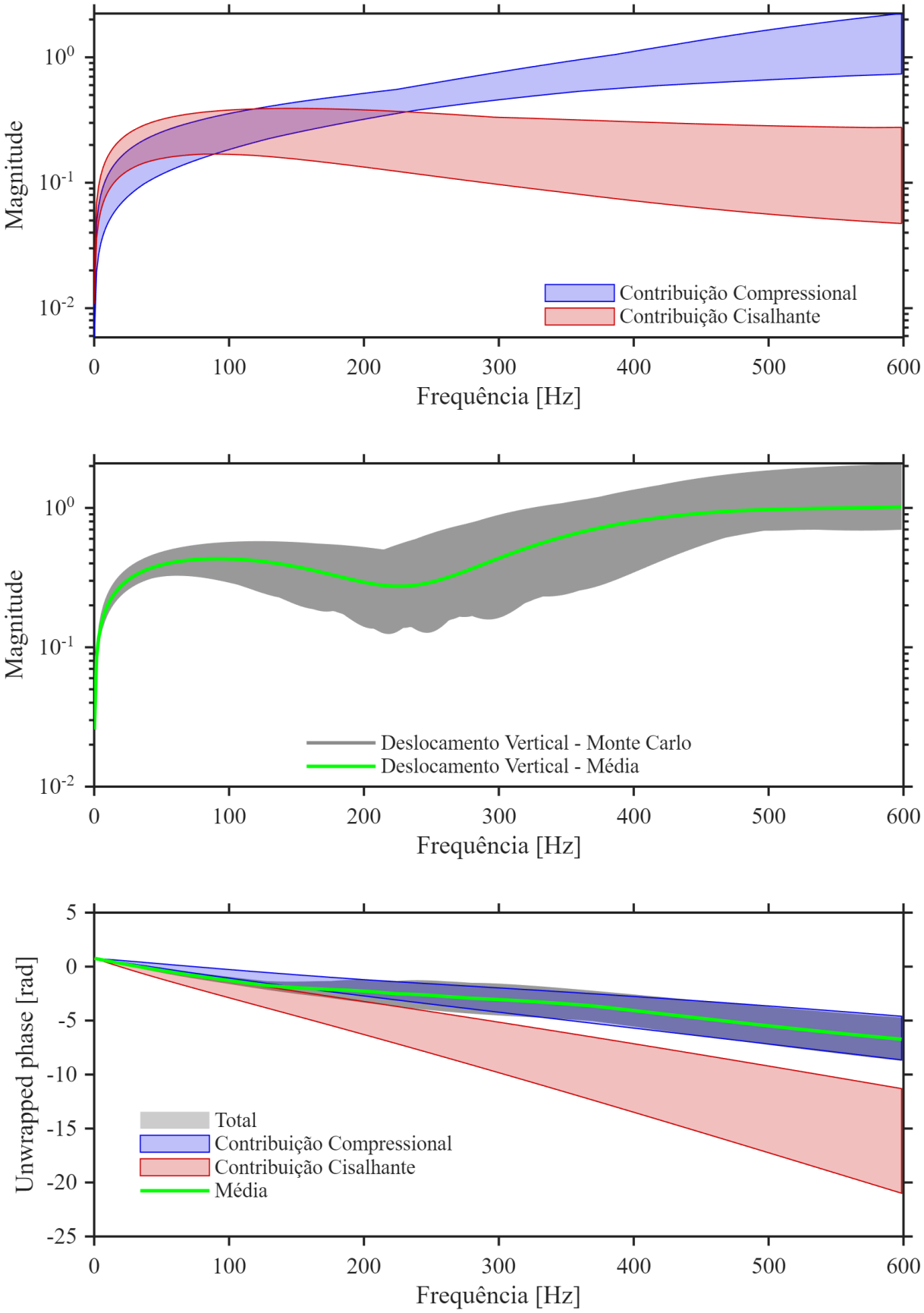
Figura 12 – Fator de amplificação vertical para o Reino Unido com profundidade de 0,25 metros



Fonte: Autoria própria

Legenda: A subfigura (1) apresenta os deslocamentos verticais devidos às contribuições compressional e cisalhante, obtidos via simulação de Monte Carlo; a subfigura (2) apresenta as curvas do movimento vertical total via simulação de Monte Carlo e a média determinística; e a subfigura (3) apresenta a *Unwrapped Phase* para cada contribuição, a total (soma das contribuições) e a Média.

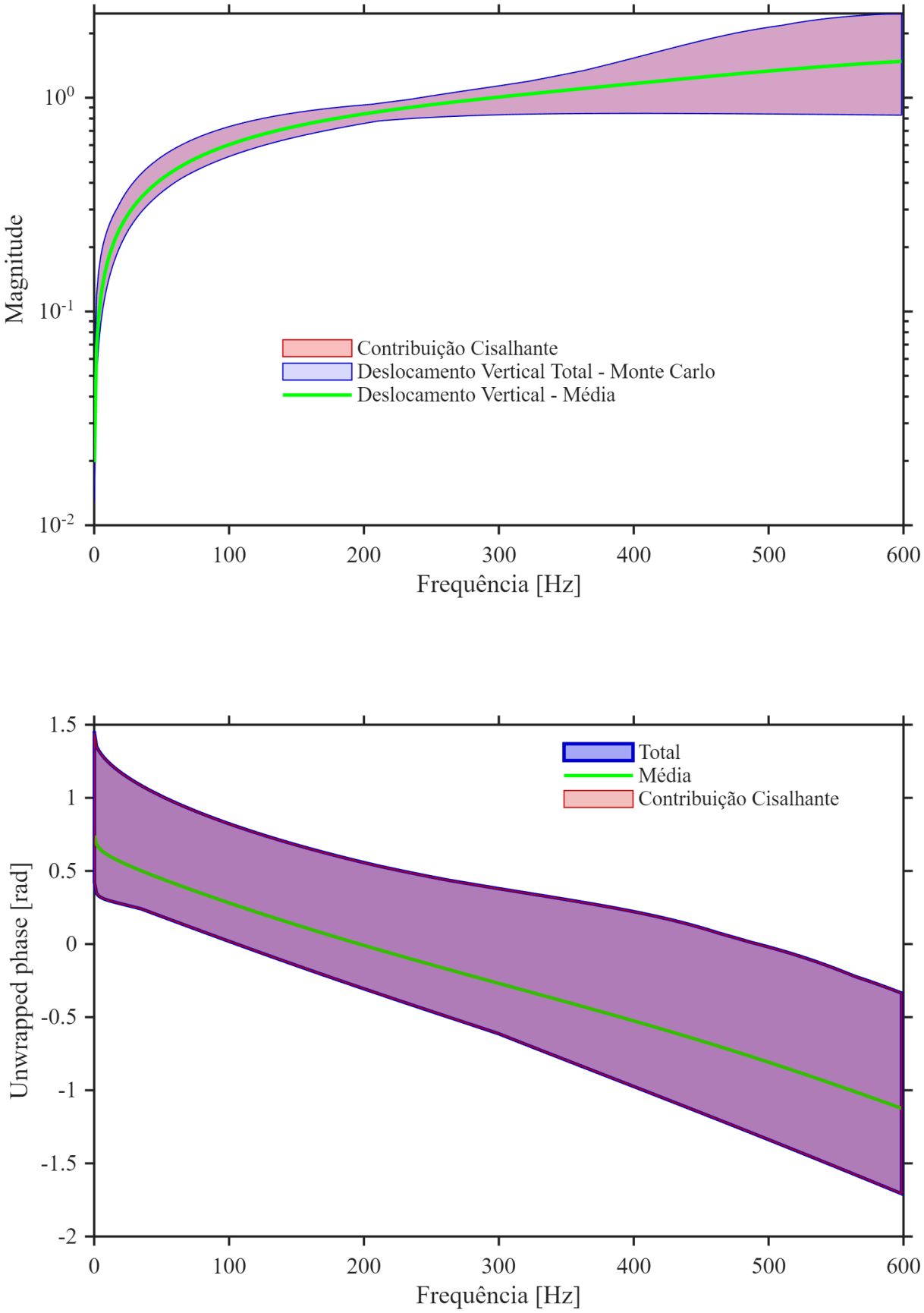
Figura 13 – Fator de amplificação vertical para o Reino Unido com profundidade de 0,5 metros



Fonte: Autoria própria

Legenda: A subfigura (1) apresenta os deslocamentos verticais devidos às contribuições compressional e cisalhante, obtidos via simulação de Monte Carlo; a subfigura (2) apresenta as curvas do movimento vertical total via simulação de Monte Carlo e a média determinística; e a subfigura (3) apresenta a *Unwrapped Phase* para cada contribuição, a total (soma das contribuições) e a Média.

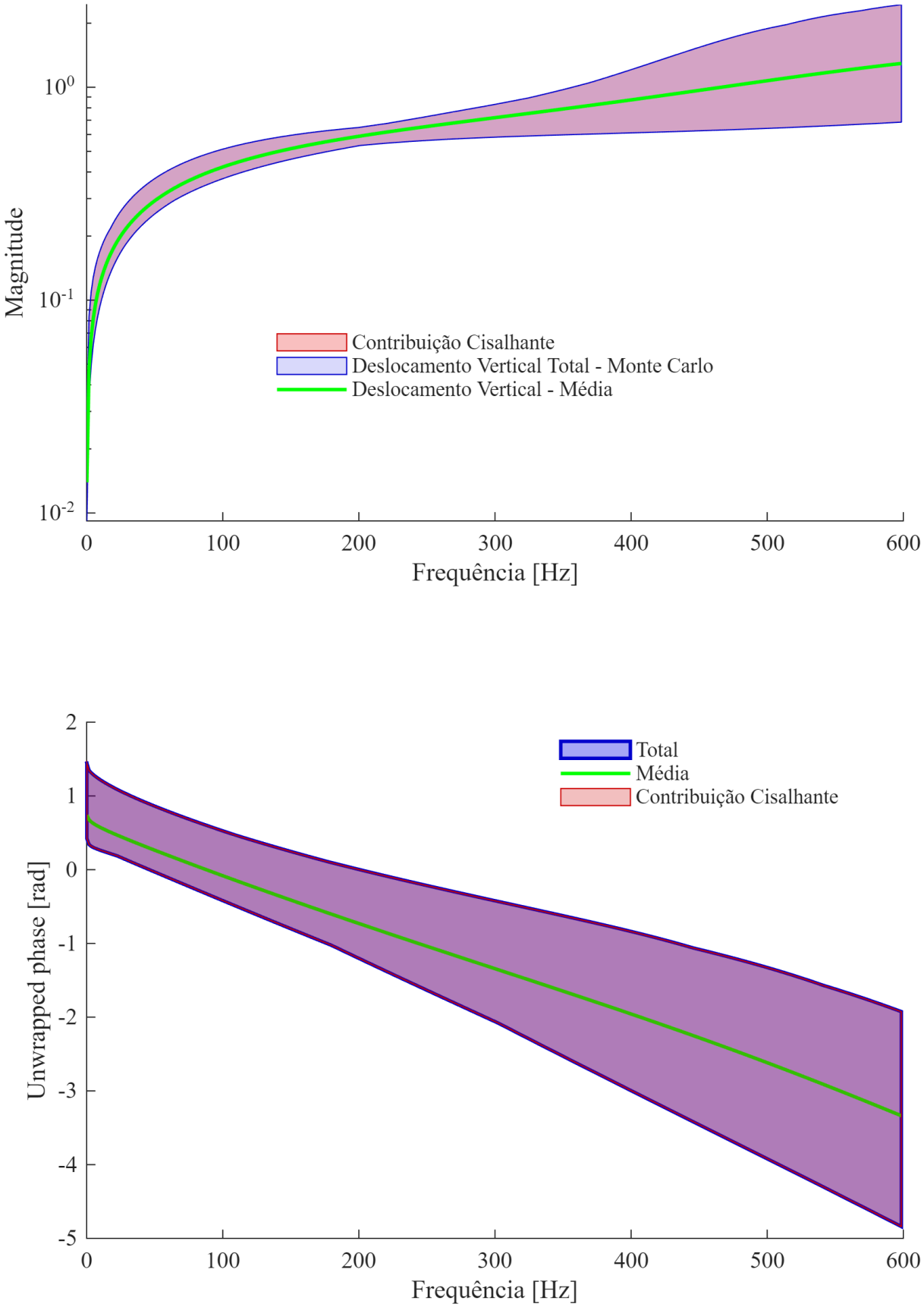
Figura 14 – Fator de amplificação vertical para o Brasil com profundidade de 0,25 metros



Fonte: Autoria própria

Legenda: A subfigura (1) apresenta os deslocamentos verticais devido à contribuição cisalhante, o deslocamento total e a Média; A subfigura (2) apresenta a *Unwrapped Phase* para cada contribuição, a total (soma das contribuições) e a Média.

Figura 15 – Fator de amplificação vertical para o Brasil com profundidade de 0,50 metros



Fonte: Autoria própria

Legenda: A subfigura (1) apresenta os deslocamentos verticais devido à contribuição cisalhante, o deslocamento total e a Média; A subfigura (2) apresenta a *Unwrapped Phase* para cada contribuição, a total (soma das contribuições) e a Média.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho investigou, de forma determinística e estocástica, a propagação vibroacústica em sistemas tubo–água–solo típicos de redes de distribuição, com foco em tubulações plásticas enterradas em solo argiloso (Brasil) e arenoso (Reino Unido). Partindo do problema clássico de localização de vazamentos por correlação acústica, revisaram-se expressões analíticas para o número de onda complexo, a velocidade de propagação e a atenuação do ruído, evidenciando a influência das rigidezes dinâmicas do fluido, do tubo e do solo no modo axisimétrico fluido-dominado ($s = 1$). As simulações determinísticas mostraram que propriedades locais do sistema alteram significativamente velocidade de fase e atenuação, de modo que a adoção de valores genéricos pode introduzir erros relevantes na localização.

No contexto dos correlacionadores, discutiu-se que, em solos argilosos, os comprimentos de onda tendem a ser maiores e a energia acústica permanece mais confinada próximo ao vazamento (especialmente em altas frequências), enquanto em solos arenosos a energia se dissipa mais rapidamente. Observou-se que a atenuação cresce com a frequência em ambos os sistemas, porém com valores mais elevados no caso britânico em altas frequências, e com maior sensibilidade às incertezas (associada à menor rigidez dinâmica do solo arenoso), ao passo que a parte real do número de onda apresenta variações de ordem semelhante nos dois casos. Em $600\ \mathrm{Hz}$, as velocidades estimadas são da ordem de $375\ \mathrm{m/s}$ no sistema britânico ($+80/-55\ \mathrm{m/s}$) e $570\ \mathrm{m/s}$ no sistema brasileiro ($+120/-80\ \mathrm{m/s}$), diferença atribuída principalmente à maior rigidez dinâmica do solo argiloso. Além disso, a velocidade diminui levemente em 0–$600\ \mathrm{Hz}$ no Reino Unido, enquanto no Brasil permanece quase constante, em linha com um efeito inercial mais pronunciado da parede (PVC mais denso e com parede mais fina que o HDPE).

Na modelagem estocástica, desenvolveu-se um modelo de Monte Carlo para o número de onda complexo, assumindo incertezas nas propriedades do fluido, do tubo e do solo (variáveis normais com coeficientes de variação compatíveis com cenários de campo), permitindo estimar bandas probabilísticas para $\Re(k)$, velocidade e atenuação. Em seguida, aplicou-se uma formulação por Momentos Estatísticos de baixa ordem, obtendo-se expressão fechada para a variância (a partir de k^2) e estimativas de faixa $\pm 3\sigma$ para número de onda, velocidade e atenuação.

Houve excelente concordância com Monte Carlo para quase todas as variáveis, com custo computacional muito inferior (aprox. $229{,}06\ \mathrm{s}$ no Monte Carlo contra $0{,}02\ \mathrm{s}$ nos Momentos Estatísticos); como citado anteriormente, não há perdas em utilizar os valores de velocidade de propagação e seus limites de confiança para incorporá-los às fórmulas de localização por atraso temporal, obtendo-se, assim, intervalos de confiança para a posição do vazamento e aumentando a confiabilidade do correlacionador acústico. Ressalta-se que a única discrepância observada ocorreu na atenuação, apenas no cenário do Reino Unido, devido aos altos valores imaginários.

Por fim, o trabalho estendeu a análise ao método de *ground vibration*, descrevendo o acoplamento da onda guiada $s = 1$ com o solo e a geração de deslocamentos verticais na superfície,

sintetizados pelo fator de amplificação $\tilde{U}_z = U_z/W_1$. Para o solo arenoso (Reino Unido), e profundidades de $0{,}25$ e $0{,}50\ \mathrm{m}$, analisadas com parâmetros incertos, observou-se que a onda de cisalhamento domina em baixas frequências e a compressional em altas frequências, e que a profundidade altera a amplitude dos picos e a frequência de mudança de fase. Verificaram-se mínimos pronunciados de amplitude e variações abruptas de fase por interferência destrutiva entre contribuições compressional e cisalhante, sendo que maiores profundidades reduzem a amplitude na superfície e deslocam essas descontinuidades. No caso brasileiro (solo argiloso), discutiu-se que o campo compressional torna-se evanescente quando a velocidade compressional excede a velocidade de fase do modo guiado fluido-dominado, levando a uma resposta superficial dominada pela componente de cisalhamento e sem o mesmo padrão de interferência observado no solo arenoso. Em síntese, os resultados indicam que incorporar explicitamente incertezas e considerar as condições locais do sistema tubo–água–solo é essencial para avaliar e aumentar a confiabilidade tanto de técnicas por correlação acústica quanto de abordagens baseadas em vibração de superfície.

TRABALHOS FUTUROS

Como desdobramento natural desta pesquisa, destacam-se algumas frentes de investigação que podem ser exploradas em trabalhos futuros:

- Estender o método dos momentos estatísticos ao problema de *ground vibration*, aplicando a mesma filosofia utilizada para o número de onda guiado diretamente ao fator de amplificação vertical $\tilde{U}_z$. Isso permitirá obter, de forma analítica, estimativas de média e desvio-padrão do deslocamento na superfície do solo, reduzindo o custo computacional em relação às simulações de Monte Carlo e fornecendo bandas de incerteza para as curvas de amplitude e fase da vibração na superfície.

- Realizar campanhas experimentais específicas para validação dos modelos teóricos e estocásticos desenvolvidos, contemplando configurações representativas dos dois casos analisados: solo argiloso (Brasil) e solo arenoso (Reino Unido). Essas campanhas podem incluir medições simultâneas de pressão e vibração na parede do tubo, bem como de vibração na superfície do solo, possibilitando a comparação direta com as previsões de velocidade, atenuação e fatores de amplificação obtidos neste trabalho.

- A partir dos dados experimentais, ajustar e refinar os parâmetros de solo e de tubo utilizados na modelagem, avaliando a sensibilidade dos resultados às variações para cada parâmetro utilizando ferramentas como o índice de Sobol.

Espera-se que as contribuições apresentadas neste relatório sirvam como base para o desenvolvimento de metodologias mais robustas de detecção e localização de vazamentos em

tubulações enterradas, aliando rigor físico, tratamento adequado das incertezas e potencial de aplicação prática em sistemas reais de abastecimento de água.

REFERÊNCIAS

ABOUHAMAD, M.; ZAYED, T.; MOSELHI, O. Leak detection in buried pipes using ground penetrating radar – a comparative study. In: **Pipelines 2016: Out of Sight, Out of Mind, Not Out of Risk – Proceedings of the Pipelines 2016 Conference**. Kansas City, United States: American Society of Civil Engineers (ASCE), 2016. p. 417–424.

ALMEIDA, F. C. L. et al. Using a geophone as an actuator to estimate the velocity of leak noise propagation in buried water pipes. **Applied Acoustics**, v. 184, p. 108251, 2021.

ALMEIDA, F. C. L. de et al. A web-based simulator for leak detection problems in water distribution pipes using vibro-acoustic techniques. In: ____. **Advances in Structural Vibration**. Cham: Springer, 2025. (Lecture Notes in Mechanical Engineering), p. 69–81.

American Petroleum Institute. **API Recommended Practice 1175: Pipeline Leak Detection Program Management**. 2015. Norma técnica. Disponível em: https://www.api.org/. Acesso em: dia mês ano.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 15527: Água de chuva — aproveitamento de coberturas em áreas urbanas para fins não potáveis — requisitos**. Rio de Janeiro, 2007. Disponível em: https://www.abntcatalogo.com.br. Acesso em: dia mês ano.

BLEVINS, R. D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1979. Includes bibliographical references and index. ISBN 0-442-20710-7.

BRENNAN, M. J. et al. **Some Recent Research Results on the Use of Acoustic Methods to Detect Water Leaks in Buried Plastic Water Pipes**. Southampton, UK, 2008. 1–7 p.

BRENNAN, M. J. et al. On the role of vibro-acoustics in leak detection for plastic water distribution pipes. In: **Proceedings of EURODYN 2017: X International Conference on Structural Dynamics**. [S.l.: s.n.], 2017. v. 199, p. 1350–1355.

BRENNAN, M. J. et al. On the effects of soil properties on leak noise propagation in plastic water distribution pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 427, p. 120–133, 2018.

BRENNAN, M. J. et al. A virtual pipe rig for testing acoustic leak detection correlators: Proof of concept. **Applied Acoustics**, v. 102, p. 137–145, 2016.

EL-ZAHAB, S.; ZAYED, T. Leak detection in water distribution networks: an introductory overview. **Smart Water**, v. 4, n. 5, p. 03121002, 2019.

EWING, W. M.; JARDETZKY, W. S.; PRESS, F. **Elastic waves in layered media**. New York: McGraw-Hill, 1957.

GAO, Y.; BRENNAN, M. J.; JOSEPH, P. F. Cross-correlation for leak detection in buried plastic water pipes. In: **Proceedings of the Institute of Acoustics**. Southampton, UK: Institute of Acoustics, 2004. v. 26, n. 2. Disponível em: https://www.ioa.org.uk/system/files/proceedings/y_gao_mj_brennan_pf_joseph_cross-correlation_for_leak_detection_in_buried_plastic_water_pipes.pdf.

GAO, Y.; BRENNAN, M. J.; JOSEPH, P. F. A comparison of time delay estimators for the detection of leak noise signals in plastic water distribution pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 292, n. 3–5, p. 552–570, 2006.

GAO, Y. et al. A model of the correlation function of leak noise in buried plastic pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 277, n. 1–2, p. 133–148, 2004.

GAO, Y. et al. On the selection of acoustic/vibration sensors for leak detection in plastic water pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, p. 927–941, 2005.

GAO, Y. et al. Improving the shape of the cross-correlation function for leak detection in a plastic water distribution pipe using acoustic signals. **Applied Acoustics**, v. 127, p. 24–33, 2017.

GAO, Y.; LIU, Y.; MUGGLETON, J. M. Axisymmetric fluid-dominated wave in fluid-filled plastic pipes: Loading effects of surrounding elastic medium. **Applied Acoustics**, v. 116, p. 43–49, 2017.

GAO, Y. et al. An analytical model of ground surface vibration due to axisymmetric wave motion in buried fluid-filled pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 395, p. 142–159, 2017.

GAO, Y. et al. Simplified dispersion relationships for fluid-dominated axisymmetric wave motion in buried fluid-filled pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 375, p. 386–402, 2016.

GOODMAN, L. A. On the exact variance of products. **Journal of the American Statistical Association**, v. 55, p. 708–713, 1960.

HU, Z.; TARIQ, S.; ZAYED, T. A comprehensive review of acoustic based leak localization method in pressurized pipelines. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 161, p. 107994, 2021.

INSTITUTO TRATA BRASIL. **Perdas de Água 2024 (SNIS 2022): desafios na eficiência do saneamento básico no Brasil**. 2024. Relatório técnico. Baseado em dados do SNIS 2022. Disponível em: https://saneamentohoje.com.br/estudo-de-perdas-de-agua-2024-snis-2022-desafios-na-eficiencia-do-saneamento-basico-no-brasil/.

ISMAIL, M. I. M. et al. A review of vibration detection methods using accelerometer sensors for water pipeline leakage. **IEEE Access**, v. 7, p. 51965–51981, 2019.

IWANAGA, M. K. et al. A laboratory-based leak noise simulator for buried water pipes. **Applied Acoustics**, v. 185, p. 108346, 2022.

IWANAGA, M. K. et al. A technique to pinpoint a leak in a buried water pipe using a pair of roving sensors measuring ground surface vibration. **Applied Acoustics**, 2026.

IWANAGA, M. K. et al. On the pipe localization based on the unwrapped phase of ground surface vibration between a roving pair of sensors. In: DIMITROVOVÁ, Z. et al. (Ed.). **Recent Trends in Wave Mechanics and Vibrations**. Cham: Springer, 2023, (Mechanisms and Machine Science, v. 125). p. 1069–1076.

JETTE, A. N.; PARKER, J. G. Surface displacements accompanying the propagation of acoustic waves within an underground pipe. **Journal of Sound and Vibration**, v. 69, n. 2, p. 265–274, 1980.

KARIMI, M. et al. Assessing the quality of the time delay estimate in acoustic leak localisation. **Journal of Sound and Vibration**, 2025.

KU, H. H. Notes on the use of propagation of error formulas. **Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section C: Engineering and Instrumentation**, v. 70C, n. 4, p. 263–273, 1966.

LATIF, J. et al. Review on condition monitoring techniques for water pipelines. **Measurement**, v. 193, p. 110895, 2022.

LIEMBERGER, R.; WYATT, A. Quantifying the global non-revenue water problem. **Water Supply**, v. 19, n. 3, p. 831–837, 2019.

LIMA, F. Kroll de et al. Comparison of two methods of excitation for leak noise velocity measurement in buried plastic water pipes. In: **Proceedings of DINAME2019**. Búzios, RJ, Brazil: ABCM, 2019.

LIU, R.; ZAYED, T.; XIAO, R. Advanced acoustic leak detection in water distribution networks using integrated generative model. **Water Research**, v. 254, p. 121434, 2024.

LIU, Y. et al. A comprehensive review of acoustic methods for locating underground pipelines. **Applied Sciences**, v. 10, n. 3, p. 1031, 2020.

LONG, R.; CAWLEY, P.; LOWE, M. J. S. Acoustic wave propagation in buried iron water pipes. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 459, n. 2039, p. 2749–2770, 2003.

MUGGLETON, J. M.; BRENNAN, M. J.; GAO, Y. Determining the location of leaks in buried plastic water pipes using acoustic signals. **Journal of Applied Geophysics**, v. 75, p. 54–61, 2011.

MUGGLETON, J. M.; BRENNAN, M. J.; LINFORD, P. W. Axisymmetric wave propagation in fluid-filled pipes: Wavenumber measurements in in vacuo and buried pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 270, n. 1-2, p. 171–190, 2004.

MUGGLETON, J. M.; GAO, Y. Wavenumber prediction and measurement of axisymmetric waves in buried fluid-filled pipes: Inclusion of shear coupling at a lubricated pipe/soil interface. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, p. 1216–1230, 2013.

MUGGLETON, J. M. et al. A simplified model of the ground surface vibration arising from a leaking pipe. In: DIMITROVOVÁ, Z. et al. (Ed.). **Recent Trends in Wave Mechanics and Vibrations**. Cham: Springer, 2022, (Mechanisms and Machine Science, v. 125). p. 1021–1030.

PUUST, R. et al. A review of methods for leakage management in pipe networks. **Urban Water Journal**, v. 7, n. 1, p. 25–45, 2010.

SCUSSEL, O. et al. Estimating the spectrum of leak noise in buried plastic water distribution pipes using acoustic or vibration measurements remote from the leak. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 147, p. 107059, 2021.

SCUSSEL, O. et al. An investigation into the factors affecting the bandwidth of measured leak noise in buried plastic water pipes. In: DIMITROVOVÁ, Z. et al. (Ed.). **Recent Trends in Wave Mechanics and Vibrations**. Cham: Springer, 2023a, (Mechanisms and Machine Science, v. 125). p. 1031–1038.

SCUSSEL, O. et al. Key factors that influence the frequency range of measured leak noise in buried plastic water pipes: Theory and experiment. **Acoustics**, v. 5, n. 2, p. 490–508, 2023c.

SCUSSEL, O. et al. Advances in structural health monitoring of buried pipelines using ground vibration measurements. In: PAPADRAKAKIS, M.; FRAGIADAKIS, M. (Ed.). **Proceedings of COMPDYN 2025 – 10th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering**. Rhodes Island, Greece, 2025. Trabalho apresentado em COMPDYN 2025; completar volume/páginas quando disponíveis.

SCUSSEL, O. et al. Analysis of phase data from ground vibration measurements above a leaking plastic water pipe. **Journal of Sound and Vibration**, v. 564, p. 117873, 2023b.

SCUSSEL, O. et al. Model-based optimization of axisymmetric wave motion in buried plastic water distribution pipes. In: **Proceedings of ISMA2018 – International Conference on Noise and Vibration Engineering and USD2018 – International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–12.

SCUSSEL, O. et al. On the dynamic loading effects of soil on plastic water distribution pipes and its significance for leak detection using acoustics. In: ASME. **Proceedings of the ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE2018**. [S.l.], 2018. v. 11, p. IMECE2018–87420.

SCUSSEL, O. et al. Estimation of the bulk and shear moduli of soil surrounding a plastic water pipe using measurements of the predominantly fluid wave in the pipe. **Journal of Applied Geophysics**, v. 164, p. 237–246, 2019.

SCUSSEL, O. et al. An investigation into the physical mechanisms of leak noise propagation in buried plastic water pipes: A wave dynamic stiffness approach. **Acoustics**, v. 6, n. 1, p. 157–176, 2024a.

SCUSSEL, O.; KARA, M. Uncertainty quantification of leak noise propagation in buried fluid-filled pipes: Influence of the stochastic soil dynamic stiffnesses. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 218, p. 105614, 2025.

SCUSSEL, O. et al. On the significance of parameter uncertainties for prediction of leak noise wave speed in buried pipes. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 2909, n. 1, p. 012009, 2024b.

SCUSSEL, O. et al. A stochastic model for the speed of leak noise propagation in plastic water pipes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 501, p. 116057, 2021.

SEPAHVAND, K.; MARBURG, S.; HARDTKE, H.-J. Uncertainty quantification in stochastic systems using polynomial chaos expansion. **International Journal of Applied Mechanics**, v. 2, p. 305–353, 2010.

UCHENDU, N.; MUGGLETON, J. M.; WHITE, P. R. Acoustic leak localisation based on multipath identification. **Journal of Sound and Vibration**, v. 602, p. 118970, 2025.

UCHENDU, N.; MUGGLETON, J. M.; WHITE, P. R. Cross-spectral phase method for time delay estimation in acoustic leak detection. **Applied Acoustics**, v. 235, p. 110695, 2025.

ZHANG, H. et al. Location method of buried polyethylene gas pipeline based on acoustic signal ellipse method. **Sensors**, v. 24, n. 22, p. 7302, 2024.

ZHANG, P. et al. Ground vibration analysis of leak signals from buried liquid-filled pipes: An experimental investigation. **Applied Acoustics**, v. 200, p. 109054, 2022.

APÊNDICE A - EXPERIMENTO COMPLEMENTAR DE DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO EM ANÉIS DE PVC E COMPÓSITO

INTRODUÇÃO E OBJETIVO

Este apêndice apresenta, de forma resumida, um experimento complementar realizado com o objetivo de determinar a velocidade de propagação de ondas em anéis de tubo de PVC e de um tubo compósito reforçado com fibra de carbono. Embora não seja utilizado diretamente nas análises principais deste trabalho, o ensaio está intimamente relacionado ao tema de detecção vibroacústica de vazamentos, pois permite estimar propriedades mecânicas (módulo de Young) e velocidades de propagação que são fundamentais em modelos de correlação acústica.

De modo geral, o experimento consistiu em excitar dinamicamente anéis de tubulação e medir suas funções de resposta em frequência (FRFs), a partir das quais foram identificadas as frequências naturais dominantes. Em seguida, utilizou-se um modelo analítico de vibração circunferencial para estimar o módulo de Young e, a partir dele, a velocidade de propagação de ondas para cada material.

ARRANJO EXPERIMENTAL

A Figura 16 ilustra o arranjo experimental utilizado. As subfiguras (a) e (c) mostram, respectivamente, a montagem com o anel de PVC e com o anel compósito, enquanto a subfigura (b) apresenta um esquema simplificado do sistema de ensaio e da posição dos sensores ao redor do anel.

O tubo compósito utilizado é constituído por matriz epóxi reforçada com fibra de carbono em tecido *twill*, utilizando fios 3K. A configuração das fibras é bidirecional, com orientação aproximada de $0°$ e $90°$, de modo a fornecer rigidez mecânica nas duas direções principais do anel.

Foram realizadas 20 medições para cada material, com o objetivo de avaliar a repetibilidade dos resultados e permitir, em trabalhos futuros, a definição de intervalos de confiança estatísticos. Em todas as medições, utilizou-se um sinal de entrada aleatório (*random*) com amplitude de referência de 2 V.

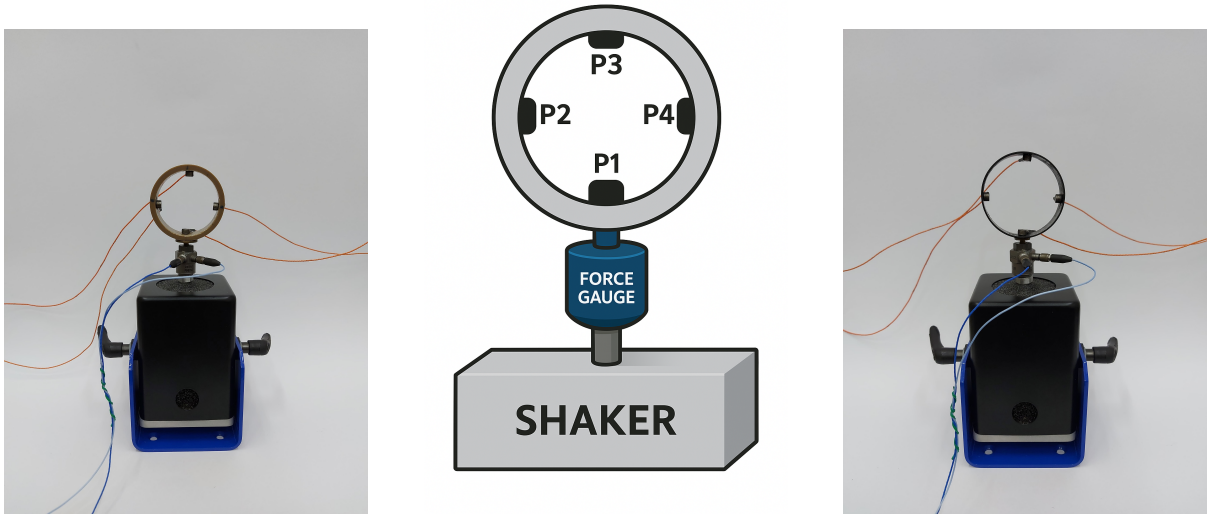
As dimensões médias dos anéis de PVC e compósito utilizados no ensaio estão resumidas na Tabela 2.

Tabela 2 – Dimensões dos anéis de PVC e compósito utilizados no experimento

Material	**Raio médio (mm)**	**Comprimento (mm)**	**Espessura (mm)**
PVC	27,97	18,56	4,47
Compósito	29,62	18,96	1,08

Fonte: Autoria própria

Figura 16 – Arranjo experimental utilizado para os ensaios com anéis de PVC e compósito



(a) Montagem com anel de PVC

(b) Esquema do arranjo experimental

(c) Montagem com anel compósito

Fonte: Autoria própria

A Tabela 3 apresenta um resumo da configuração do sistema de ensaio. A excitação foi realizada por um excitador eletrodinâmico (*shaker*), acoplado ao anel por meio de uma célula de carga. Quatro acelerômetros foram posicionados ao redor do anel, em intervalos de $90°$, para medir a resposta vibracional.

Tabela 3 – Configuração do sistema experimental

Parâmetro	**Especificação**
Fonte de excitação / faixa	Shaker Modal Shop K2004E01 / 1,6–9,500 Hz
Sensor de força	PCB 288D01
Sensores de aceleração	DYTRAN 3225F1
Sensibilidade do acelerômetro em P1	10,12 mV/g
Sensibilidade do acelerômetro em P2	10,91 mV/g
Sensibilidade do acelerômetro em P3	10,25 mV/g
Sensibilidade do acelerômetro em P4	10,31 mV/g
Frequência de amostragem / duração	20.480 Hz / 10 s
Nível de força de entrada	0,5 V

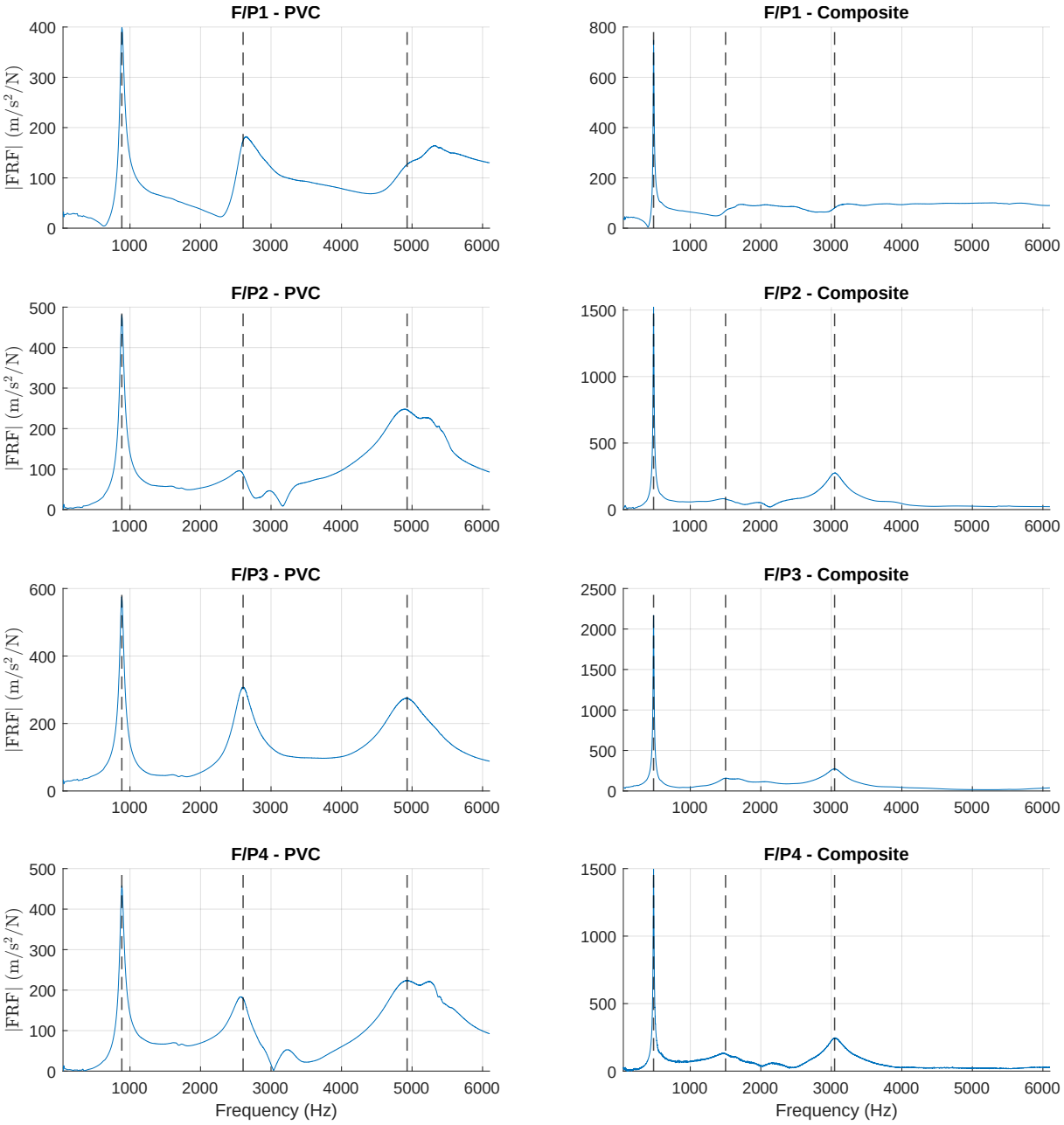
Fonte: Autoria própria

Os sinais foram adquiridos em sistema dedicado de aquisição de dados, utilizando software da Siemens para aquisição e o ambiente MATLAB para processamento e cálculo das funções de resposta em frequência (FRFs).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A partir da razão entre a resposta em aceleração e a força de excitação, foram obtidas as FRFs dos anéis de PVC e de compósito. A Figura 17 mostra, de forma comparativa, as FRFs dos dois materiais, incluindo a identificação as principais frequências naturais (primeiro, segundo e terceiro modos), indicadas por linhas verticais tracejadas.

Figura 17 – Funções de resposta em frequência (FRFs) dos anéis de PVC e compósito, com destaque para as primeiras frequências naturais



Fonte: Autoria própria

A determinação teórica das frequências naturais foi realizada a partir da expressão proposta

por (Blevins, 1979) para modos de vibração radial/circunferencial em anéis:

$$F(n) = \frac{n(n^2-1)}{2\pi r_m^2 \sqrt{n^2+1}} \left(\sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{h}{\sqrt{12}} \right), \tag{1}$$

em que:

- $F(n)$ é a frequência natural do modo n (Hz);
- n é o número do modo de vibração (adimensional);
- r_m é o raio médio do anel (m);
- E é o módulo de Young do material (Pa);
- ρ é a densidade do material (kg/m^3);
- h é a espessura da parede do anel (m).

Assumindo, inicialmente, um valor típico de E para o PVC com base na literatura (entre 2 e 3 GPa), foi possível calcular as frequências naturais teóricas e compará-las com os valores experimentais. Em seguida, a Eq. (1) foi rearranjada para estimar E a partir das frequências medidas, procedimento que também foi aplicado ao anel compósito. A Tabela 4 resume a comparação entre valores teóricos e experimentais de frequência para os dois materiais.

Tabela 4 – Comparação entre as frequências naturais teóricas e experimentais

Material	**Fonte**	**1º modo (Hz)**	**2º modo (Hz)**	**3º modo (Hz)**
PVC	Teórico	923	2612	5008
	Experimental	884	2604	4930
Compósito	Teórico	525	1484	2846
	Experimental	479	1500	3046

Fonte: Autoria própria

A partir das frequências medidas, foram estimados os valores de módulo de Young correspondentes a cada modo, para PVC e compósito. A Tabela 5 apresenta os resultados médios obtidos, bem como as densidades utilizadas nos cálculos.

Tabela 5 – Comparação do módulo de Young e densidade entre PVC e compósito de fibra de carbono

Material	**Módulo de Young (GPa)**			**Densidade (kg/m^3)**
	1º modo	2º modo	3º modo	
PVC	2,29	2,48	2,42	1455
Compósito	15,05	18,45	20,68	1512

Fonte: Autoria própria

Observa-se uma boa concordância entre os valores teóricos e experimentais para o PVC, o que valida a utilização da Eq. (1) como modelo para o problema. Para o compósito, a ausência de valores consolidados de E na literatura para o material específico ensaiado motivou o uso inverso do modelo, isto é, a estimativa de E a partir das frequências naturais medidas.

Com base nos valores estimados para cada modo, foi adotado um valor médio de aproximadamente 18 GPa para o módulo de Young do compósito, que foi então utilizado para calcular as frequências naturais teóricas apresentadas na Tabela 4.

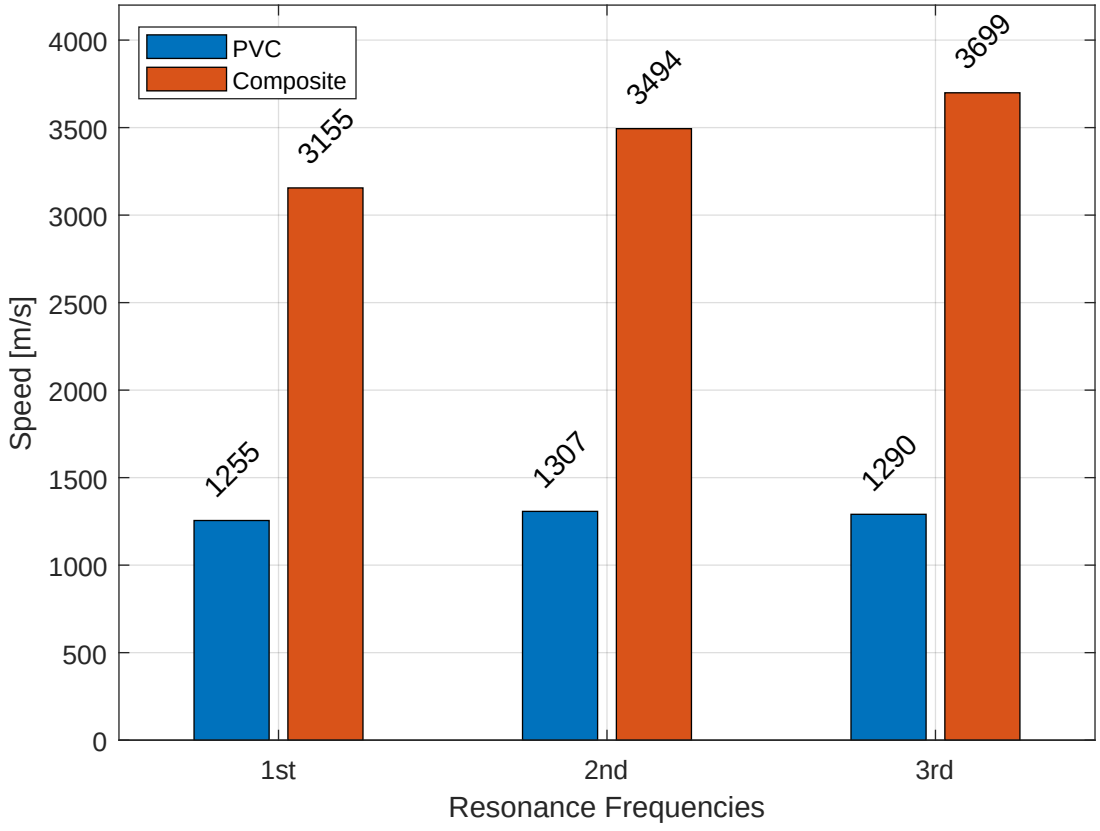
DISCUSSÃO SOBRE A VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE ONDA

Uma vez conhecido o módulo de Young e a densidade do material, é possível estimar uma velocidade efetiva de propagação de onda a partir da relação clássica:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{2}$$

A Figura 18 apresenta as velocidades de propagação calculadas para PVC e compósito, associadas às três primeiras frequências naturais identificadas no experimento.

Figura 18 – Velocidades de propagação previstas para os anéis de PVC e compósito em cada frequência natural considerada



Fonte: Autoria própria

Os resultados indicam diferenças significativas entre os dois materiais. O compósito apresentou velocidades de propagação substancialmente mais elevadas em todos os modos analisados, o que é compatível com seu maior módulo de Young e maior rigidez estrutural. O PVC, por sua vez, exibiu velocidades mais baixas, típicas de materiais poliméricos com rigidez moderada.

Do ponto de vista de aplicações em detecção de vazamentos por correlação acústica, tais diferenças de velocidade têm impacto direto na estimativa da posição do vazamento ao longo da tubulação. Um erro na velocidade adotada pode resultar em deslocamentos significativos na posição estimada do defeito, motivo pelo qual a caracterização experimental apresentada neste apêndice pode ser útil em estudos futuros envolvendo tubos reais de PVC e compósito.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este apêndice apresentou um experimento complementar de caracterização dinâmica de anéis de PVC e de um tubo compósito reforçado com fibra de carbono. A partir de medições de FRFs, foram identificadas frequências naturais e estimados módulos de Young efetivos para ambos os materiais, permitindo calcular velocidades de propagação de onda associadas às vibrações circunferenciais dos anéis.

Os resultados mostram que:

- o modelo analítico adotado apresenta boa concordância com os resultados experimentais para PVC;
- o compósito, como esperado, apresenta módulo de Young e velocidades de propagação significativamente maiores;
- os valores obtidos podem servir como referência em estudos futuros de detecção de vazamentos em tubulações plásticas e compósitas, especialmente em análises voltadas à calibração de correlacionadores acústicos.

Embora não seja explorado diretamente nos capítulos principais, este experimento reforça a importância da caracterização mecânica dos materiais de tubulação para o correto ajuste de modelos vibroacústicos e para o aumento da confiabilidade das técnicas de detecção de vazamentos em redes de distribuição de água.