UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Filosofia e Ciências
FFC- UNESP – Campus de Marília

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

O RACIOCÍNIO LÓGICO E A CRIATIVIDADE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO ENSINO MÉDIO

MARÍLIA
2008

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

O RACIOCÍNIO LÓGICO E A CRIATIVIDADE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia e Ciências - Universidade Estadual Paulista - Campus de Marília, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de Concentração 1 – Ensino na Educação Brasileira.

Orientador: Dr. José Carlos Miguel.

MARÍLIA
2008

ROSANA CRISTINA MACELLONI ALVARENGA

O RACIOCÍNIO LÓGICO E A CRIATIVIDADE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO ENSINO MÉDIO

Marília, 11 de Dezembro de 2008.

Banca examinadora:

Dr. José Carlos Miguel

(FFC-UNESP-Marília)

Dra. Cyntia Graziella Guizelim Simões Girotto

(FFC-UNESP-Marília)

Dr. Paulo César de Almeida Raboni

(FCT-UNESP-Presidente Prudente)

A Deus, Santo Pai, por iluminar nosso caminho, guiar nossos passos e nos fazer ir sempre em frente.

AGRADECIMENTOS

A Deus,
Por sua infinita bondade.

Ao meu orientador José Carlos,
Por me guiar para além das teorias e das filosofias, meu profundo respeito e admiração que sempre serão poucos, diante do muito que me foi oferecido.

Ao Roberto (Nani), meu marido,
Por partilhar de meu projeto e de minha vida, meu amor e reconhecimento.

Ao meu filho Lucas,
Por ter dado novo sentido à minha vida.

Aos meus pais Ignês e Alfredo,
Por iluminarem os caminhos obscuros com afeto e dedicação. Por serem os anjos que Deus me enviou para ajudar em todos os momentos da minha vida.

À minha irmã Renata e ao irmão Alfredo Henrique,
Pelo apoio, incentivo e eterna amizade.

À Professora Joana e Professor Adil,
Por me ensinarem a amar a Matemática.

A todos os professores desta Universidade,
Em especial Prof. Sadao, Profª. Cyntia, Prof. Dagoberto e Profª. Suely, professores com os quais convivi e muito contribuíram para a minha formação.

Aos diretores da escola onde a investigação foi realizada, **Afrânio e Vera,**
Pelo apoio, meus sinceros agradecimentos.

Ao Professor Paulo César e Professora Cyntia
Pelas sugestões e apontamentos feitos na Qualificação.

Aos meus alunos do 2ªB e 2ªC,
Sem os quais, a trajetória percorrida não seria possível.

Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.

Leonardo da Vinci

RESUMO

Este trabalho teve como objetivos a análise das heurísticas envolvidas numa experiência de ensino por meio da perspectiva metodológica da resolução de problemas e a análise da relação dos alunos do Ensino Médio com a disciplina Matemática. À luz da Teoria Histórico-Cultural, este trabalho pode contribuir para análise da subjetividade dos processos de formação de conceitos, dos modos de pensar dos educandos face à aprendizagem Matemática, de sua criatividade e raciocínio lógico ao resolver problemas. A metodologia utilizada foi a pesquisa qualitativa. Os alunos, sujeitos da pesquisa, foram considerados ora como resolvedores, ora como propositores de problemas; os dados foram coletados, em aulas de Matemática, de Maio a Novembro de 2.007. Ao conhecer como a experiência e os conhecimentos específicos afetam a solução de um problema, analisei os resultados e conclui que a eficiência na sua resolução depende não somente da memória, das idéias prévias e estratégias, mas de todos esses processos enunciados que participam efetivamente da formação do conceito matemático. Também conclui que prevalece, ainda, entre os educandos, uma visão ingênua e marcada por mitos resistentes a respeito da Matemática, porém se mostraram criativos ao resolverem problemas e modificaram aspectos importantes na sua relação com esta disciplina após serem submetidos a aulas na perspectiva metodológica de resolução de problemas. Pode-se afirmar que a perspectiva mencionada anteriormente propicia o conhecimento da Matemática, conduz à formação dos conceitos e ao desenvolvimento da criatividade dos educandos. Em suma, faz-se necessária uma ampla revisão na prática pedagógica desenvolvida em Matemática, a fim de que esta contribua para que os educandos tornem-se sujeitos de transformações sociais.

Palavras-chave: Matemática; heurísticas; criatividade; raciocínio lógico; resolução de problemas; formação de conceitos.

ABSTRACT

This paper had as the goal the analysis of heuristics involved in a teaching experience through the methodological perspective of the problems solving and the analysis of the relations from the high school students with the subject Mathematics. In the light the view of the Historical-Cultural Theory, this paper can contribute for the analysis of the subjectivity of the concept-formation processes, the learners' ways of thinking when talking about the Math's learning, their creativity and logical thinking while solving problems. The methodology applied was the qualitative research. The students, individuals of the research, were considered sometimes problem-solvers and other times problem-proposers; the data were collected, in Math classes, from May to November, 2.007. When we know how the experience and the specific knowledge affect the solving of a problem, I analyzed the results and concluded that the efficiency in this resolution depends not only memory, previous ideas and strategies, but through all these mentioned processes that effectively take part in the formation of the Math concept. I concluded that it prevails, yet, among the learners a naïve view and marked by resistant myths concerning to Math, but they showed themselves creative when solving problems and changed important aspects of their relation with this subject after being given classes in the methodological perspective of the problem solving. We can state that the perspective mentioned above provides the Math knowledge; it conducts to the formation of concepts and the development of the learners′ creativity. In short, it is necessary a large review on the pedagogical practice developed in Mathematics, so that this subject can contribute for the learners to become individuals from social transformations.

Key Words: Mathematics; heuristics; creativity; logical thinking; Problems- solving; Concept-formation

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

> "Prometo ao desempenhar minhas funções de Educadora, transmitir com lealdade, integridade e honestidade os ensinamentos humanos e científicos que fazem dos jovens, profissionais e cidadãos conscientes, responsáveis e inteligentes.
> Se criar Homens eu conseguir, sentir-me-ei realizada."
> Juramento da Colação de Grau da Licenciatura em Matemática

Minha família se constituiu na classe trabalhadora. Para meus pais, a escola sempre significou a oportunidade de evolução intelectual, de uma vida não tão sofrida. Estudávamos, eu e meus irmãos, com bolsa de estudo numa escola particular de freiras. Julgavam que assim estariam dando uma base sólida para nossos estudos.

Na realidade dura do cotidiano, sempre me afligi com a discriminação, a indiferença e a soberba. O próprio gosto pelo estudo acabou sendo uma forma de me sobressair e sem que eu percebesse este interesse profundo pelos estudos, acabou selando o meu futuro como estudiosa e pesquisadora.

As inesquecíveis aulas com a professora de Matemática Joana Maria Martins dos Santos fazem parte do meu vínculo bom com o passado, quando lecionou para mim da quinta série até o primeiro colegial (na época). Eu saboreava os desafios matemáticos que ela nos apresentava e, atrelados a eles os pontos positivos para quem os solucionava primeiro que os demais colegas.

Já o Ensino Médio, cursei em uma escola pública, na modalidade de Curso Técnico de Processamento de Dados. Nessa época, já tinha descoberto a paixão da minha vida, a Matemática, inclusive já dava aulas particulares para os amigos da própria turma e vivenciava o pavor dos colegas a essa disciplina. Posso afirmar que a Matemática me chamou atenção muito precocemente.

Em 1.995, fui aprovada no vestibular da UNESP para o curso de Licenciatura em Matemática. Neste mesmo ano comecei a lecionar. Foi, então, que senti os percalços da profissão, com apenas 17 anos. Vivenciei uma classe de sexta série do Ensino Fundamental, numa escola pública, (a mesma que mais tarde, em 2.004, eu seria efetiva), e ao deparar com a realidade, decepcionei-me. Ela era muito mais dura e cruel do que pensava, tinha que lidar com todos os tipos de dificuldades tais como: alunos desmotivados, precárias condições de trabalho e salário insuficiente.

Em 1.996 não lecionei na escola pública. Eu pretendia amadurecer minhas idéias e metodologias em relação à minha realização como professora desta Ciência desafiadora. Esperava isso na teoria, entretanto, tempos depois, a prática aliada às minhas leituras, trouxe-me maiores aprendizagens.

Durante os anos seguintes, de 1.997 a 2.003, trabalhei como professora admitida em caráter temporário. Dentro de mim sempre pulsava o desejo de aprender mais, aprimorar-me, a fim de proporcionar aos meus alunos aulas mais interessantes e agradáveis, levando-os a conhecer a verdadeira Matemática, ou seja, aquela Matemática pela qual eu apaixonei-me, cheia de desafios, tão bela, útil, curiosa e intrigante. Esse aperfeiçoamento, eu fui adquirindo com as pessoas que trabalhavam comigo, com meus alunos, em cada aula ministrada, com cada experiência de ensino vivenciada e com diferentes livros que eu pesquisava.

Também tive a oportunidade de lecionar na EJA, no Projeto de Reforço, no Programa Escola nas Férias, no Supletivo, na Tele-Sala, além das classes regulares em diversas escolas e sem esquecer as aulas particulares em casa. Foram experiências profissionais importantes para o conhecimento das dificuldades, desafios e sucessos do processo de ensino e de aprendizagem.

Na Faculdade, tive o privilégio de ter aulas com o professor Adil Poloni, que ensinava por meio de resolução de problemas. Identifiquei-me com esta metodologia de trabalho e resolvi que minhas práticas pedagógicas também seriam desta forma. Suas aulas foram desafiadoras, muito me acrescentaram, tanto na vida pessoal como profissional, ressaltava uma visão mais política e ativa do ensinar.

Em sua disciplina “Fundamentos da Educação Matemática”, no 2º ano de Licenciatura, o professor solicitava um resumo do tema debatido em aula, uma opinião sobre o tema e uma opinião sobre a aula, pedia para que escrevêssemos com nossas palavras, indicando o que realmente pensávamos sobre o assunto.

Tenho até hoje um destes resumos, (ANEXO A), sobre o Tema “Questões sobre Educação Matemática”, de Roberto Baldino. A questão era “Basta oferecer um bom ensino a todos ou é preciso também garantir que todos aprendam?” A minha opinião sobre o tema foi de que esta questão serviu para ficar mais enojada com o sistema político, social e econômico no qual vivemos, em que o dinheiro vale mais que a sapiência, e, muito mais preocupada e assustada com a suposta posição de neutralidade que alguns professores tomam, com máscaras e medos.

Para estes professores, o que importa é "passar" os conteúdos do programa; o que consola é que ainda restam alguns verdadeiros professores, comprometidos com os problemas da Educação, dos "por quês" e "para quês", em formar cidadãos críticos na sociedade. Ao ler esta opinião o professor Adil, escreveu em meu trabalho: "A indignação é o primeiro passo! Valeu".

Fiquei muito tempo lendo esta observação feita pelo professor. Várias vezes li, buscando em mim qual seria o segundo passo. Se o primeiro eu já havia dado na visão do professor, então eu deveria caminhar e dar o segundo. Algum tempo depois eu descobri que o segundo passo é a ação, somente a reflexão não contribui em nada para modificar o que achamos que não está certo. Comecei a me preparar para esta ação cultural dialógica a serviço da libertação dos homens.

As participações em cursos, como "Construindo Sempre Matemática" de uma equipe da PUC-SP, pela SEE, tendo como coordenação geral Tânia Maria Mendonça Campos e coordenação acadêmica Célia Maria Carolino Pires e Edda Curi e o curso "Teia do Saber", contribuíram para suscitar algumas idéias, como: os professores ainda se mantêm preocupados em passar técnicas para os alunos; os professores têm dúvidas quanto ao próprio conteúdo matemático, fato inadmissível; o ensino da Matemática está, em sua maior parte, fragmentado, obsoleto e antiquado posto que não promove transferência de conhecimentos para solucionar problemas da sua prática social. Muito contribuíram estas participações, nesses cursos, para aprimorar minhas práticas pedagógicas.

No curso "Teia do Saber", fui agraciada com as aulas do professor José Carlos Miguel, que coincidentemente (ou não), também ensinava por meio da perspectiva metodológica da resolução de problemas e destacava as contribuições de Vygotsky para o ensino de Matemática. Entendi que a resolução de problemas é a matriz geradora de um verdadeiro processo de formação de conceitos. Foi, então, que me inscrevi no Processo de Seleção para o Mestrado no final de 2.005 e fui aprovada, tornando-se, o mesmo, meu orientador.

Sentia e sinto-me ainda preocupada com o ensino de Matemática em toda sua plenitude, contrapondo-me aos métodos dogmáticos, meramente tecnicistas. Pelo amor à Matemática, resolvi mergulhar cada vez mais fundo nos problemas do ensino e da aprendizagem dessa disciplina. Por ela e pelo ensino dela, debruço-me a estudar novas formas de ensinar, em uma busca constante de aprimorar-me, pois ainda percebo que há muitos mitos presentes entres os alunos e professores.

Nesta fase de estudos, a participação no grupo de estudos liderado pelo professor José Carlos Miguel foi importante para o aprofundamento de conhecimentos e discussões sobre a Educação Matemática.

A inquietação presente em mim era (e é) constante: “Por que alguns alunos resolvem problemas matemáticos e outros não?”, “O que faz este pensamento matemático parecer tão difícil para alguns?”, “Por que alguns internalizam os conceitos matemáticos e outros não?”, “Como o conhecimento matemático pode contribuir para autonomia do sujeito?”. Aflições não somente minhas, mas da discussão efetuada na Educação Matemática, também. Desses questionamentos aliados à percepção da criatividade na resolução de alguns problemas e ao sentimento de desafio em escrever sobre a contribuição de Vygotsky para o ensino de Matemática aliado a resolução de problemas, originou-se meu projeto de pesquisa.

No ano de 2.006, organizei um curso gratuito de Matemática aos sábados no projeto “Escola da Família”, na própria instituição em que trabalhava, para fazer observações e aplicar o piloto do projeto. A ação didática foi devidamente divulgada nas rádios locais e panfletos. A princípio, decepcionei-me, pois houve somente seis inscrições, todavia, lecionando para eles percebi o quanto estavam interessados em aprender Matemática. Senti-me realizada, eles queriam, inicialmente, aprender Matemática para concursos; com cuidado, fui lhes mostrando a História da Matemática, o porquê das fórmulas, de onde surgiram e porque surgiram, tentei convencê-los, na prática, de que a memorização faz parte, no entanto, o entendimento é essencial para o êxito com a Matemática. Tive depoimentos de que nunca acharam que a Matemática fosse tão bonita e útil, agradeceram falando que entenderam os conteúdos abordados e que estes estavam proporcionando a compreensão de outros. Não há recompensa maior do que esta.

Foi neste “piloto” que aprendi a fazer os registros descritivos e reflexivos, as anotações organizadas, a concentrar-me durante as observações. Foi uma situação pedagógica de muito valor.

Em 2.007, realizei observações em duas salas de aulas de segunda série do Ensino Médio, nas quais eu era professora, quando houve a coleta definitiva de dados, acumulando, assim, o duplo papel de professora e pesquisadora.

Portanto, este trabalho foi baseado tanto nas experiências pessoais vividas como aluna de professores que ensinavam por meio da resolução de problemas, em estudos inerentes ao assunto, nas observações realizadas nas classes, bem como na minha experiência de doze anos como professora, ensinando sob a perspectiva metodológica da resolução de problemas e procurando seguir os ensinos de Vygotsky para uma compreensão dos processos didáticos necessários ao ensino de Matemática voltado para a formação de conceitos dos alunos.

A Matemática sempre exerceu um fascínio sobre mim, sinto a necessidade, conseqüentemente, de levá-la à apropriação dos outros também. A possibilidade de analisar como os alunos pensam certas situações-problema sempre me encantou; poder investigar as diferenças de pensamentos ou as heurísticas de cada ser humano nos leva a conhecer melhor o relacionamento de cada um com a Matemática e nos faz ajudá-los no seu desenvolvimento.

A organização desta dissertação estrutura-se na seguinte ordem e conteúdos: na seção 2 apresento as linhas gerais do trabalho realizado em escola pública estadual de uma cidade de pequeno porte do oeste paulista, em duas salas de segunda série do Ensino Médio (2ªB e 2ªC). São comentados os objetivos propostos, justificando-se a escolha da investigação qualitativa como metodologia de trabalho. Ademais, encontra-se na seção 2, uma trajetória histórica da Educação Matemática e da resolução de problemas matemáticos. Além disso, ressalto a importância da História da Matemática e sua relação com a formação de conceitos matemáticos e também expresso a relevância do oral e do escrito no ensino da Matemática.

Finalmente, é discutida a formação de conceitos sob a óptica de alguns pressupostos da teoria histórico-cultural, corrente teórica, no Brasil, também conhecida como Escola de Vygotsky.

Na terceira seção há a descrição do trabalho efetuado. Faz-se, também, uma análise documental em termos de uma retrospectiva analítica de alguns documentos oficiais que regulam os programas de ensino tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Proposta Curricular do Ensino Médio - SP, Lei de Diretrizes e

Bases da Educação Nacional (lei 9.394/96) e as Novas Orientações Curriculares para o Ensino Médio a luz também da Teoria Histórico-Cultural.

A subseção 3.2 traz a explicitação da afinidade dos alunos com a Matemática, se gostam ou não. Por quê? Qual o significado da Matemática para eles? O que é problema para eles? O que é solução de um problema para eles?

Já na subseção 3.3.1 explano o uso da simbologia na Matemática, seus prós e contras.

Na subseção 3.4, descrevo o trabalho efetuado com os alunos e as intervenções em sala de aula; evidencio as resoluções dos problemas pelos educandos participantes da pesquisa, suas heurísticas, ressaltando sua criatividade ao resolver problemas e me detenho principalmente, na análise das respostas, a fim de obter uma melhor compreensão da formação de conceitos matemáticos.

Na seção 4 há a análise das implicações pedagógicas de um trabalho com a resolução de problemas na Educação Matemática, destaco a mudança de atitude dos alunos ao se envolverem com a resolução de problemas, estabeleço considerações sobre a lógica e a criatividade e enfatizo alguns aspectos relevantes ligados à formação do professor .

Nas **CONSIDERAÇÕES FINAIS**, denominada seção 5, aponto os avanços da pesquisa e as possíveis formas de continuidade e procuro tecer considerações à guisa de conclusão.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS DA PESQUISA

> *''Me movo como educador porque, primeiro, me movo como gente... A educação é uma forma de intervenção no mundo... Sou professor a favor da boniteza de minha própria prática, boniteza que dela some se não cuido do saber que devo ensinar... ''*
>
> *Paulo Freire*

2.1 A Metodologia da Pesquisa

Nesse estudo busco compreender os artifícios e estratégias que os jovens utilizam para resolver situações-problema de Matemática, isto é, analisar as heurísticas envolvidas neste processo.

Parti de ampla pesquisa bibliográfica na qual logrei, de forma complementar à experiência docente, levantar dificuldades enfrentadas por docentes e estudantes no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Para tanto, a opção metodológica foi a investigação qualitativa.

Trata-se de um trabalho analítico baseado na teoria histórico-cultural de Vygotsky (1987), aliada e, por vezes, em contraponto, aos pensamentos de Polya (1978), Pozo (1998), Smole e Diniz (2001) e Dante (2005), no que tange a aspectos que não podem ser negligenciados quando se trata de resolução de problemas de Matemática. Buscamos apoio ainda em Bruner (1968), Freire (1969) e Machado (1999), referências importantes em Educação e em Educação Matemática e Boyer (1974), posto que em nossa compreensão um processo de formação de conceitos não pode negligenciar a forma de evolução das idéias Matemáticas que se consolida na História da Matemática.

A pesquisa foi de fato abrangente e o termo "investigação qualitativa" é genérico e reúne várias estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, sendo que, para Bogdan e Biklen (2003), eles são ricos em descrições relativas às pessoas, locais e conversas. Ainda, segundo os autores, a investigação qualitativa não é feita com a pretensão de responder a questões prévias ou de testar hipóteses, ela privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação.

Esse tipo de pesquisa na Educação não surgiu recentemente. Bogdan e Biklen (2003) nos explicam que somente a partir dos anos sessenta foi mostrada sua maior importância pela sua função social ao desvendar o que a classe menos favorecida pensava. Levá-los em consideração, foi um salto nas pesquisas em Educação. Essa forma autônoma de investigação questiona as pesquisas baseadas apenas nas idéias, opiniões e perspectivas dos que estavam em posições de comando; todavia, ainda era considerada marginal e só praticada pelos mais heterodoxos.

Nos anos setenta, visto que alguns investigadores qualitativos registravam os dados coletados em uma grande quantidade de descrições, surge um grupo de pesquisadores a defender as investigações mais empíricas. Aparece, então, a etnometodologia.

Já os anos oitenta e noventa, ficaram marcados pela influência do feminismo como impulsionador da investigação sobre as emoções e os sentimentos, influência que também afetou as questões metodológicas.

As características dessa investigação de abordagem qualitativa são detalhadas pelos autores Bogdan e Biklen (2003, 47-50).

> (1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas... Os investigadores qualitativos freqüentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. […]
> (2) A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não números. Os resultados escritos na investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação... A abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a idéia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora de nosso objeto de estudo. […]
> (3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo de que simplesmente pelos resultados ou produtos. […]
> (4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva. […]
> (5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. […]

Como professora e pesquisadora da classe onde foi realizada a investigação, tive a oportunidade de observar as ações dos educandos em seu ambiente natural sendo que Ludke (1987) denomina o estudo feito nessa perspectiva como naturalístico.

Nesta investigação qualitativa, o papel da educadora/pesquisadora foi de observadora-participante, já que mantive a identidade de pesquisadora e os objetivos do estudo foram revelados ao grupo pesquisado anteriormente ao início da pesquisa, em Fevereiro, quando houve uma conversa entre a professora e os educandos, negociando-se intercalar aulas de resolução de problemas propostos com as aulas de resolução de problemas contidos no livro didático que os alunos possuíam bem como as relativas a História da Matemática, aulas com jogos e aulas no laboratório de informática, estabelecendo-se um contrato didático para o qual houve a concordância de todos.

Na investigação qualitativa,

> os investigadores pensam que o comportamento humano é demasiadamente complexo para que tal (a recolha de fatos sobre o comportamento humano, após serem articulados, proporcionariam um modo de verificar e elaborar uma teoria que permitisse aos cientistas estabelecer relações de causalidade e predizer o comportamento humano) seja possível, o objetivo dos investigadores qualitativos é de melhor compreender o comportamento e experiências humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados. (BOGDAN; BIKLEN, 2003, p.70).

Parti da crença de que o professor-investigador é um mediador entre o educando e o conhecimento, que não se ensina diretamente, isto é, nós professores, proporcionamos situações de ensino e que a apropriação do saber para cada um é diferente, devido às particularidades de cada educando jovem.

Proporcionar a apropriação do conteúdo matemático mesmo em sua orientação formalística tem seu mérito, mas oferecer condições às pessoas para tomarem, conscientemente, suas decisões, desenvolvendo senso crítico, a despeito das determinações do capitalismo e das imposições culturais desse sistema, é fundamental.

A seguir, com o propósito de caracterizar o universo de pesquisa, descrevo a escola, os participantes, as observações das aulas e os instrumentos de coleta.

2.1.1 Caracterização da Escola

A coleta de dados foi realizada em escola pública estadual de uma cidade de pequeno porte do oeste paulista, na qual sou professora efetiva de Matemática, desde 2.004.

A escola fica localizada em um bairro de classe média baixa. No período em que a pesquisa foi feita possuía 1.320 (um mil trezentos e vinte) alunos, sendo 560 (quinhentos e sessenta) do período matutino, 520 (quinhentos e vinte) do período vespertino e 240 (duzentos e quarenta) do período noturno. A pesquisa foi devidamente autorizada pela direção da escola e em concordância com os alunos.

Funcionava, no período noturno, (período que ocorreu a investigação), somente Ensino Médio: duas primeiras, duas segundas e duas terceiras séries.

2.1.2 Caracterização dos participantes

Participaram da pesquisa todos os alunos de duas salas de segunda série do Ensino Médio; entretanto, privilegiamos na análise, alunos da faixa etária entre 17 (dezessete) e 18 (dezoito) anos.

O primeiro grupo compôs-se de 3 jovens da segunda série do Ensino Médio B, formado por 1 (um) do sexo masculino e 2 (dois) do sexo feminino, ele com 18 (dezoito) anos e elas com 17 (dezessete) e 18 (dezoito) anos respectivamente.

Aqui os alunos têm nomes fictícios para manter suas identidades protegidas: Alfredo, Bianca e Cristina.

O segundo grupo contou com 3 (três) jovens da segunda série do Ensino Médio C, formado por 2 (dois) do sexo masculino e 1 (um) do sexo feminino, a jovem com 17 (dezessete) anos e os dois jovens, ambos com 18 (dezoito) anos.

Aqui os alunos têm nomes fictícios para manter suas identidades protegidas: Daviane, Estevão e Felipe.

2.1.3 Observação das aulas

As aulas de Matemática eram às segundas e quartas, tendo sido ministradas 110 (cento e dez) aulas no período de maio a novembro de 2.007, perfazendo um total de 82 (oitenta e duas) horas e trinta minutos.

2.1.4 Instrumentos de coleta

Para coletar dados sobre a compreensão dos alunos acerca da formação de conceitos matemáticos e sobre as heurísticas desenvolvidas por eles para a resolução de problemas, apliquei questionários e registrei alguns dos diálogos em situação de aprendizagem.

As situações-problema foram retiradas dos Bancos de Questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas 2005, 2006 e 2007, material divulgado pela OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), que contém questões de olimpíadas de Matemática ocorridas em vários países, sendo que também há indicação das soluções das questões.

Além de problemas retirados e adaptados, do livro “Ler, Escrever e resolver problemas”, de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, também foi feito um questionário aberto referente à afinidade com a Matemática. Em todos os questionamentos a cerca do gosto pela Matemática, problema e solução de problema houve o intuito de que o participante respondesse o que lhe viesse à mente.

Para uma análise das respostas dadas pelos educandos, esclareço a definição de resolução de problemas adotada nesta pesquisa.

2.2 Fundamentação teórica da pesquisa

2.2.1 O que é resolução de problemas?

O próprio significado da palavra Matemática nos remete à resolução de problemas. Etimologicamente falando, **Matema** significa explicar, conhecer, entender e **Tica**, arte ou técnica de explicar, conhecer, entender. A Matemática é, então, um processo para entender como se entende, explicar como se explica, ou ainda conhecer como se conhece.

Ela é uma disciplina de investigação e, portanto, merece ser ensinada e aprendida desta maneira.

Ensinar por meio de resolução de problemas é para Pozo (1998),

> dotar os alunos da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros, ou livros ou o próprio professor. (POZO, 1998, p.9).

A resolução de um problema, para Polya (1978), envolve, primeiramente, a identificação do problema, ou seja, a compreensão do mesmo, depois a elaboração de um plano para solucioná-lo, posteriormente, à execução deste plano (neste momento há a mobilização de conhecimentos e estratégias) sendo que só então o aluno chegará à solução proposta. Por último, ao retrospecto, à verificação de sua resposta e reflexão acerca dos procedimentos adotados para concluí-lo.

Eis, então, os quatro passos da resolução de problemas matemáticos, segundo Polya (1978): compreensão, concepção de um plano, execução do plano e exame da solução encontrada.

O processo todo da resolução de problemas, com êxito, depende das atitudes do professor frente a uma aula desta natureza.

A meta é que os educandos aprendam Matemática por sua

> especificidade na construção do conhecimento na formação dos indivíduos, levando em consideração aspectos como o de continuidade em relação ao cotidiano e o de ruptura em relação ao senso comum. (MACHADO, 1999, p.19).

Qualquer conteúdo matemático pode ser introduzido com uma situação-problema e depois ser sistematizado formalmente com as regras convencionalmente estabelecidas.

Como ensinar por meio da resolução de problemas? Polya (1978) nos responde esta questão dizendo que se ensina com perguntas, como por exemplo: O que o problema pede? Qual é a incógnita? Como vou resolvê-lo? Você conhece ou já resolveu algum problema parecido?

Notamos certa proximidade entre a proposta de ensino pela resolução de problemas de Polya e o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky,

> quando o professor desafia o aluno com algum problema, ele tem dois objetivos em mente, o primeiro é auxiliá-lo na resolução do mesmo, o segundo objetivo é desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprios. (POLYA, 1978, p.2).

A aprendizagem do sujeito impulsiona o desenvolvimento de seu ser completo, inteligência e personalidade; o ensino considerado envolvente e colaborativo é o verdadeiro ensino, que incide na zona de desenvolvimento próximo,

> por isso é que Vygotsky conclui que o bom ensino não é aquele que incide sobre o que a criança já sabe ou é capaz de fazer, mas é aquele que faz avançar o que a criança já sabe, ou seja, que a desafia para o que ela ainda não sabe ou ainda não é capaz de fazer sem a ajuda de outros. (MELLO, 1999, p.19).

Conforme Mello (1999), a intervenção do adulto deve ser intencional e sempre na zona de desenvolvimento próximo.

Para Pires (1999), a resolução de problemas é um processo que impregna todo o trabalho e proporciona o aprendizado de conceitos e habilidades. Ela oferece ao educando a possibilidade de ganhar confiança no uso da Matemática e de desenvolver uma atitude de perseverança.

Smole e Diniz (2001) situam historicamente as concepções de resolução de problemas. A primeira é que, primeiro se ensina Matemática para depois resolver problemas; a segunda é que, ao ensinar a resolver problemas, como conseqüência resultaria em aprender Matemática; a terceira é que, ao considerarmos os problemas que envolvem o conteúdo específico, os diversos tipos de problemas e os métodos de resolução alcançariam à aprendizagem Matemática.

Continuando essa linha de raciocínio, Smole e Diniz (2001) relatam que mais recentemente, nos anos 90, a resolução de problemas ganha outra dimensão, sendo descrita como uma metodologia.

A junção de todos estes conceitos fez surgir uma nova idéia a respeito de resolução de problemas pela autora e um grupo de professores e pesquisadores, com a qual concordo, que é a sua definição como uma **perspectiva metodológica**, ou seja, qualquer ato no processo de ensino e de aprendizagem que propicia a investigação por parte do aluno está embutido na perspectiva metodológica de resolução de problemas,

> a resolução de problemas trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca de solução. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.89).

Dante (2005) observa que a resolução de problemas deve ter por meta fazer o aluno pensar; desenvolver o raciocínio lógico; ensiná-lo a enfrentar situações novas; levá-lo a conhecer as primeiras aplicações da Matemática; tornar as aulas mais interessantes e motivadoras.

A perspectiva metodológica da resolução de problemas é concebida como uma atividade construtora de uma aprendizagem significativa e de acordo com Smole e Diniz (2001) esta nova visão rompe a conceituação desta como simples metodologia ou conjunto de orientações didáticas.

Se as situações relevantes ao cotidiano não forem oferecidas ao aluno pela Matemática, surgem, inevitavelmente, perguntas como: “Onde é que vou usar isto?” “Para que serve?”. Cabe ao professor mostrar que a atividade do homem atual, numa sociedade mutável, já exige, tanto do ponto de vista individual como do social, um conhecimento, o mais completo possível, do mundo que o rodeia e que a Matemática proporciona parte importante desse desenvolvimento, tanto das habilidades e competências básicas para a comunicação e a tomada de decisões, quanto à formação do cidadão crítico, criativo e solidário, capaz de ser agente de mudanças na sociedade em que vive.

Nesse contexto, o educando deve, constantemente, ser encorajado a resolver situações-problema, sejam elas provenientes de ambientes matematicamente criados com materiais manipuláveis, como jogos e pela tecnologia ou advindas do mundo real impregnado de suas vivências e de interesses, ou mesmo do livro didático, desde que permitam o processo investigativo.

A situação-problema é o ponto de partida da ação pedagógica capaz de conduzir à formação de conceito, por fazer parte do cotidiano e favorecer o desenvolvimento da autonomia moral.

Por isso, a discussão sobre a História da Matemática, que foi progredindo, se desenvolvendo, e, ao se desenvolver de acordo com necessidades reais de sobrevivência e ampliação do universo cultural dos seres humanos, consolida inexoravelmente o conhecimento matemático como construção humana a despeito de suas particularidades e da forma amorfa pela qual é difundida, por vezes, na escola.

2.2.2 A História da Matemática e sua relação com necessidades práticas: o desenvolvimento do pensamento matemático não é linear

Segundo Boyer (1974), Euclides de Alexandria estudou com discípulos de Platão; sua famosa obra "Os Elementos" é subdividida em treze livros, obra de grande importância para o desenvolvimento da geometria. Euclides era conhecido pela sua capacidade de ensinar, mas não era necessariamente um professor.

Isso considerado, Euclides não estava necessariamente preocupado com metodologia de ensino, mas com metodologia da Ciência, isto é, visava construir um arcabouço teórico que pudesse fazer a Matemática ser aceita, universalmente, como Ciência.

Com o desenvolvimento da sociedade, as Ciências que até então eram reservadas somente aos filósofos começam a se tornar objetos de preocupação. Era importante a difusão do conhecimento porque saber é poder, também. E os currículos e os livros são difundidos pela óptica dos sábios. No caso da Matemática, a maioria dos textos didáticos é criada e divulgada até hoje com base na formalização e no raciocínio dedutivo típico do pensamento euclidiano (séc. III a.C.), sendo que quase sempre se mostra incompatível para dar aulas no Ensino Básico.

Em meio às descobertas Matemáticas e revoluções ocorrendo pelo mundo, o ensino desta Ciência foi introduzido na escola no final do século XVIII. Esse processo de construção do modelo formal, cuja preocupação central era dar à Matemática a condição de Ciência, partindo de um modelo científico dedutivo bem definido, é tomado nas escolas, ainda hoje, como um modelo didático.

É somente a partir dos anos 70 que aparece mais claramente no Brasil o Movimento da Matemática Moderna que já havia estabelecido, na Europa e nos EUA, o anacronismo da forma de ensinar Matemática face às conquistas recentes na área da Psicologia e da teoria da Educação. Surgiram novas iniciativas em prol da reestruturação curricular do ensino de Matemática, as quais defendiam a introdução nos níveis elementar e médio, de conteúdos até então destinados ao ensino superior, a chamada Matemática Moderna. Sob a premissa da economia de pensamento, os currículos, desde a escola básica, são elaborados tendo como fundamento básico a teoria dos conjuntos. Mas novamente prevalece na difusão do pensamento matemático a perspectiva internalista, a Matemática pela Matemática, em detrimento de uma concepção externalista, preocupada com a forma como os alunos fazem Matemática.

Assim, este Movimento não foi a solução para o ensino da Matemática por ainda esta ainda se mostrar inacessível. O movimento, ao supervalorizar a teoria dos conjuntos, que apesar de ter sua contribuição no desenvolvimento da Matemática, por outro lado, provocou a superficialização do processo de formação de conceitos.

Desde essa época, então, podemos notar as dificuldades, os mitos e desafios que a Matemática enfrenta atualmente, pois foi aí que nasceu a crença de que ela era apenas para alguns eleitos.

Algumas das lendas Matemáticas são descritas por Machado (1999, p.29), como as que seguem:

> A matemática é exata. A matemática é abstrata. A capacidade para a matemática é inata. A matemática justifica-se pelas aplicações práticas. A matemática desenvolve o raciocínio.

É Machado (1999, p.30), ainda, quem alerta que

> mesmo sem características de inferências, algumas de suas irradiações provocam sensíveis interferências de cunho pedagógico, a saber: outros setores do conhecimento não são exatos. A matemática não comporta resultados aproximados. Lidar com abstrações é uma característica exclusiva da matemática. É possível um conhecimento sem abstrações. É natural que grande parte das pessoas encontre dificuldades em matemática. Só deve ser ensinado o que comporta aplicações práticas. Só a matemática desenvolve o raciocínio.

Neste aspecto, entra em questão a formação deste educador e a possibilidade, atualíssima, de outros profissionais como engenheiros, contadores, bacharéis etc., lecionarem em caráter temporário, como substitutos, sendo que demonstram em suas práticas que não tiveram ao longo de sua formação, subsídios para desmistificar tais mitos e muito menos leituras, ou formação pedagógica e didática.

No século XX, a Matemática evolui e adquire importância na escola, mas continua distante da vida dos alunos e, cresce a aura das dificuldades. O rendimento cai e a disciplina passa a ser o principal motivo de reprovação. Uma breve análise sobre o processo de ensino de Matemática revela que ele pouco mudou desde a constituição euclidiana de seu interesse modelo formal. Registre-se, taxativamente, que o problema não é o modelo formal euclidiano, mas o seu uso como modelo didático.

Quanto à resolução de problemas, sabemos que desde os tempos mais remotos, os textos de Matemática incluem problemas para os leitores resolverem. Os textos mais antigos, como os Egípcios, os Babilônios e os Chineses eram compostos por uma lista de problemas, cujas soluções eram depois fornecidas.

Os problemas eram práticos, ligados à sobrevivência e à complexidade da sociedade da época, como a coleção de problemas de Diofante, chamada "Antologia grega"; o Chui-Chang Suan-Shu, um livro que contém 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura e impostos, influente livro chinês de 250 a.C; o Líber Abaci, livro de Fibonacci, datado de 1.202, contendo vários problemas interessantes e o Flos, livro que contém problemas indeterminados e determinados, de 1.225, de Fibonacci. Outro exemplo é o conhecido Papiro de Rhind de origem egípcia, que contém uma coleção de 85 problemas e é o livro mais antigo de problemas existente no mundo.

Segundo Boyer (1974), sobre este último exemplo, trata-se de um papiro comprado em 1.958, por um antiquário escocês, Henry Rhind, também conhecido como papiro de Ahmes em honra ao escriba que o copiou por volta de 1.650 a.C. Muitas informações que temos da Matemática egípcia provêm deste papiro.

Os problemas eram escolhidos como uma forma de ensinar ao leitor a Matemática, sendo muitas vezes, colocados por graus de dificuldades; por outro lado, estes problemas geralmente refletiam as necessidades das sociedades e os diferentes aspectos da vida cotidiana.

Na perspectiva metodológica da resolução de problemas, a História, tanto dos matemáticos, quanto dos conceitos por eles descobertos e utilizados, são importantes posto que quando novamente surgirem as eternas questões: "Por que tenho que aprender isto?" ou "Para que serve isto?" pode o professor mostrar que foram millhões de descobertas Matemáticas, que se não fossem passadas de geração a geração, seriam uma história perdida, um elo perdido, e de alguma forma teríamos que reinventar a História e certamente a Matemática não estaria tão desenvolvida como se encontra atualmente. De fato,

> o movimento da história só é, portanto, possível, com a transmissão às novas gerações, das aquisições da cultura humana, isto é, com a educação. (LEONTIEV, 1978, p. 273).

Na pesquisa dessa dissertação, a História da Matemática permeou várias aulas, partindo do fato de pensar a História dos conceitos e objetos matemáticos não apenas como fonte de curiosidade como afirma Duarte (1987) em sua dissertação de mestrado, mas como uma forma de entender como ensiná-la aos alunos; na verdade, como um processo de descoberta do saber sistematizado. O pressuposto é o de que não é possível construir o que já vem pronto.

A fim de consolidar o rol de significações de um livro de Matemática faz-se primordial encará-lo mais significativamente para o aluno e lançar mão da História da Matemática é um argumento valoroso para os educadores e educandos.

Enquanto isso não ocorrer, muitos entraves aparecerão no ensino desta disciplina, mesmo se a perspectiva metodológica for de resolução de problemas.

A História da Matemática é ensinada pelas interfaces entre o oral e o escrito; por isso, o próximo tema abordado trata da importância desses dois conceitos para a Teoria Histórico–Cultural e para a perspectiva metodológica de resolução de problemas.

2.2.3 O oral e o escrito no ensino de Matemática

Em geral, a escola age como se a Matemática e a língua materna não fossem impregnadas mutuamente. Para Machado (1999), decisivamente, a Matemática comunga com a língua materna. Por isso, logicamente não seria razoável uma iniciação de qualquer conteúdo matemático através de uma linguagem formal Matemática; a mediação da língua materna funciona como uma ponte que viabiliza contatos com os mais variados discursos.

É possível o trabalho com os gêneros orais na escola e mesmo sendo flexíveis, eles têm certa estabilidade, uma composição, tipo de estruturação e acabamento e tipo de relação com os outros participantes da troca verbal.

Segundo Dolz e Schneuwly (1998), o oral é paradoxalmente ensinado na pré-escola e início do ensino fundamental e no ensino superior. Mas, ele não tem sido objeto de ensino e aprendizagem ao longo do ensino fundamental e médio.

O papel da escola, para Dolz e Schneuwly (1998), é levar os alunos a ultrapassar as formas de produção oral cotidianas para confrontá-las com outras formas mais institucionais, mediadas, parcialmente reguladas por restrições exteriores.

Se há a pretensão da escola em exercer uma ação transformadora, ela deve eleger o diálogo como estratégia para fazer com que o aluno consiga participar do universo de comunicação humana.

Entendo que os diálogos matemáticos devem permear as aulas na perspectiva metodológica de resolução de problemas e que é fundamental que o professor promova perguntas como: Qual é a incógnita? O que o problema está pedindo? Quais são os dados?, dentre outras. São perguntas que servem para a compreensão do problema.

Perguntas, como: “Você conhece um problema parecido com este?” ajudam na elaboração de um plano de resolução e perguntas como: “Verificou a resposta em relação ao enunciado”? “Faz sentido esta resposta?” ajudam no retrospecto.

Todos estes passos de perguntas na resolução de problemas são enunciados por Polya (1978), como exemplos de perguntas válidas, porém, a situação de aprendizagem é singular e o professor deve estar atento e pronto para estimular os alunos a resolvê-los. O momento é único e caberá somente ao professor, que é na maioria das vezes o sujeito mais experiente na resolução de problemas, a ajudar os educandos, sejam com estas perguntas prévias que Polya (1978) nos indica, ou com qualquer outra pergunta que incentive a resolução como indicam a transcrição de algumas falas dos alunos enquanto resolviam os problemas; (para uma melhor leitura, observar os enunciados dos problemas nas páginas 65 a 69):

> "Este remédio é muito caro!" (ALFREDO, quando estava resolvendo o problema 1).

Com este comentário, ele levantou uma polêmica que deu abertura para uma discussão na classe sobre preço de remédios, sobre o sistema público de saúde e sobre os remédios genéricos.

> "Professora, nós não estudamos porcentagem este ano!, ah, eu não vou fazer não! " (DAVIANE, quanto ao problema 1).
>
> "Como é mesmo que se faz porcentagem?" (DAVIANE, problema 1).
>
> "Calcule dez por cento de 120, basta dividir por dez." (*Explicação* da professora).
>
> "É 12 sora? " (DAVIANE).
>
> "Então, se 10% é 12 então quanto é 20%?" (*Explicação* da Professora).
>
> "É 24!" (DAVIANE).
>
> "Agora pense quanto é 30%!" (Professora).

Dessa discussão, surgiu na classe um debate de como a porcentagem é muito usada no dia-a-dia para cálculos de descontos e juros e muitos deles disseram que nas lojas, os vendedores sempre estão com uma calculadora na mão, prontos para calcular as porcentagens, e que é raro fazerem cálculos "a mão".

Surgiu também o assunto de que muitos descontos são dados com a função de enganar os clientes, pois segundo os alunos alguns vendedores aumentam o preço, para depois colocar o desconto e assim os clientes acharão que realmente é uma promoção.

"Como você chegou neste resultado 36?" (Professora questionando ao Felipe, quanto ao problema 1).

"Fiz de cabeça, 30% de 120." (FELIPE, quanto ao problema 1).

"O que que é para fazer?". "Que conta que é professora?" (CRISTINA, quanto ao problema 2).

"Como este problema tem a coragem de colocar uma mulher no volante por 600 km". (ESTEVÃO, quanto ao problema 2).

Então, houve a oportunidade de falar sobre igualdade de gêneros, (pensamento muito antigo para uma pessoa tão jovem), homens e mulheres dirigem da mesma forma, todos são capazes de dirigir, desde que estejam dispostos e habilitados a isto.

"Como você sabia que as páginas 51 e 52 caíam numa mesma folha?". (Professora, questionando ALFREDO quanto ao problema3).

"Fui pensando assim: se a página dez cai na nossa esquerda, então a 20, a 30 a 40 e a 50 também, então a 11 e 12 sempre estão numa mesma folha, 21 e 22 também e assim por diante". (ALFREDO).

"Como você chegou à conclusão que são 19 páginas e 15 folhas?" (Professora, questionando Cristina quanto ao problema3).

"Peguei o livro de Português que tava aqui e contei quantas páginas e folhas apareciam o número 5." (CRISTINA).

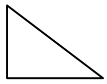
Cristina levantou a questão que hoje em dia se lê muito mais livros na internet (biblioteca virtual) do que na biblioteca "real", proporcionando uma discussão a cerca da evolução das tecnologias, sobre leituras na internet e leituras de livros impressos, bem como a facilidade dos mais jovens em utilizar este recurso e a dificuldade, muitas vezes, dos mais velhos.

"Professora como é mesmo aquele negócio de Pitágoras que a gente fazia na 8ª série?". (FELIPE, quanto ao problema 4).

"O teorema de Pitágoras?". (Professora).

"Isso!" (FELIPE).

Você se ele lembra o que é um triângulo retângulo? (Professora).

 “É assim não é?” (FELIPE).

“É” “o triângulo retângulo possui um ângulo reto (90°)”. “Vamos relembrar, o que é a hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto) e os catetos (lados opostos aos outros ângulos). Se elevarmos a hipotenusa ao quadrado, e elevar cada cateto ao quadrado, ao somar os resultados dos catetos ao quadrado dará o mesmo valor que a hipotenusa ao quadrado, fui desenhado na lousa um triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5, e as áreas de cada lado, provando que hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos. O Teorema de Pitágoras. “ (Professora).

“Ah, lembrei, o “sor” *explicou* isso daí na 8ª série”. (FELIPE).

Smole e Diniz (2001) também debatem este assunto da oralidade em Matemática, ressaltam que a comunicação oral favorece a percepção das diferenças, tanto de pessoas, comportamentos, resoluções diferentes de problemas, bem como a convivência dos alunos entre si, o exercício de escutar e a confiança em si mesmos.

O hábito de exporem seus pensamentos desenvolve a fala que ilumina o pensamento, Bakthin (1990) explicita que a linguagem e sua construção, estão ligadas ao pensamento dialético, nas relações contraditórias, as quais buscam a compreensão de uma formação de significados e criação individual e subjetivo de sentidos; manifesto a questão da formação dos conceitos matemáticos na óptica de alguns aspectos da Teoria Histórico-Cultural, assunto que é abordado a seguir.

2.2.4 *Sobre a formação de conceitos matemáticos: contribuições da Teoria Histórico-Cultural*

Ao analisar uma suposta perspectiva de formação de conceitos matemáticos, deparo com a importância da palavra, como material semiótico privilegiado. Ela a princípio

> tem papel de meio na formação de um conceito e, posteriormente, torna-se seu símbolo. Só o estudo do emprego funcional da palavra e do seu desenvolvimento, das suas múltiplas formas de aplicação qualitativamente diversas em cada fase etária, mas geneticamente inter-relacionadas, pode ser a chave para o estudo da formação de conceitos. (VYGOTSKY, 2000, p. 161).

Por isso começo a pesquisa empírica com os significados que cada educando atribui às palavras: Matemática, Problema, Solução do problema, Álgebra, Área, Perímetro, antes do trabalho com a perspectiva metodológica de resolução de problemas e após terem vivenciado as situações-problema.

O processo de formação de conceitos por ser complexo não pode ser determinado apenas pela análise dos significados dados por esses jovens educandos a algumas palavras relacionadas à Matemática. Por isso, houve a análise qualitativa das soluções das situações-problema propostas com orientação ativa da compreensão dos mesmos, com o uso da palavra repleta de significado. Todas as funções elementares participam do processo de formação de conceitos, mediadas pela palavra.

Para uma melhor observação e análise da formação de conceitos e das heurísticas, fui conhecer, melhor, os educandos participantes da pesquisa e descobri que são da classe trabalhadora; eles chegavam, na maioria das vezes, cansados à escola, pelo fato de o dia todo terem trabalhado, fazendo todo o tipo de serviço, o que pode ser constatado com a leitura dos questionamentos abaixo:

Qual a sua profissão? Quais as atribuições do seu cargo?

> "Ajudante de tratador de animais no bosque municipal". (ALFREDO, 2ªB).

> "Sou montadora. Eu trabalho na montagem, linha e rebarba de componentes eletrônicos". (BIANCA, 2ªB).

> "Estudante. Faço trabalhos e tiro boas notas escolares". (CRISTINA, 2ªB).
>
> "Montadora. Eu tenho a função de montar reatores, inserir na placa os seus devidos componentes ou cabos". (DAVIANE, 2ªC).
>
> "Auxiliar de almoxarifado. Meu horário é das 7 às 17 horas, eu recebo uma ordem de produção de quantas peças eu tenho que fazer, e depois de feitas, mandamos para a linha de produção". (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> "Não trabalho". (FELIPE, 2ª C).

Chama a atenção, ainda, a indignação da aluna Daviane diante das questões formuladas pela pesquisadora:

> "Professora, nenhuma professora nunca perguntou se a gente trabalhava e muito menos que tipo de trabalho fazemos!"

Tal comentário remete à verdadeira situação do ensino brasileiro no qual há professores que conhecem muito pouco ou nada da realidade de vida social e econômica dos próprios alunos.

Como prepará-los para a cidadania, aprimorá-los como pessoa humana, éticos, pensadores críticos com autonomia intelectual, se não nos interessarmos pelas pessoas que são e o que produzem? Segundo a ideologia dominante, os próprios conteúdos é que garantem isso. Mas o problema é que esses conteúdos não são compreendidos pelos alunos por serem distantes dos seus modos de pensar.

Paulo Freire já dissera "O diálogo é uma exigência existencial", não um diálogo paternalista, mas no sentido de ao conhecer os educandos, termos a chance de conhecermos a nós mesmos. Para Freire (1987), somente o diálogo, é capaz de gerar um pensar crítico, uma revolução.

Nesta pesquisa os educandos estão submersos nesse mundo do trabalho, dedicam boa parte de seus tempos, suas vidas, preocupados em ganhar dinheiro para ajudar no seu sustento próprio e da família, dar-lhes direito à voz, é uma forma de iluminarem seus pensamentos e levá-los a uma visão crítica da realidade.

A sociedade capitalista na qual educandos e educadora estão (estamos) inseridos, teve início com a expansão do comércio, com a concentração de riquezas nas mãos de uma minoria e reproduz a sua ideologia controlando não apenas pessoas, mas também significados. A forma de controle na escola, em geral, inconsciente, é tornar herméticos os conteúdos. Por isso é que se parcelariza tanto o conhecimento como a sua forma de difusão:

> a divisão do trabalho, como uma das forças capitais da história, se manifesta entre trabalho intelectual e trabalho material, uns são os pensadores dessa classe (os ideólogos ativos, que teorizam e fazem da elaboração da ilusão que essa classe tem de si mesma sua substância principal), ao passo que os outros terão uma atitude mais passiva e mais receptiva em face desses pensamentos e dessas ilusões, porque eles são na realidade os membros ativos dessa classe e têm menos tempo para alimentar ilusões e idéias sobre suas próprias pessoas. (MARX; ENGELS, 1958, p.48).

Atualmente, os trabalhadores intelectuais, como nós professores, também têm menos tempo para alimentar suas idéias e ilusões sobre suas próprias pessoas. A carga horária de um professor para sobreviver é grande. Se os próprios “pensadores” não têm mais tanto tempo para tal, o que dirá os trabalhadores materiais. A complexidade deste fator influencia diretamente no progresso dos nossos educandos trabalhadores.

É bastante evidente que a contradição Capital e Trabalho está no eixo da sociedade capitalista. Embora se deseje que vejamos esse processo de forma transfigurada, as existências das classes sociais estão definidas por contradições e conflitos.

Considerando o significado de Educação mais profundo, que inclui de forma proeminente todos os momentos da nossa vida ativa, o êxito, então, depende de se tornar consciente esse processo de aprendizagem, no sentido amplo, de forma a maximizar o melhor e a minimizar o pior.

Influenciado por Marx, Vygotsky concluiu que as origens das formas superiores de comportamento consciente deveriam ser achadas nas relações sociais que o indivíduo mantém com o mundo exterior. Mas o homem não é apenas um produto de seu ambiente, é também um agente ativo no processo de criação deste meio.

A Matemática, neste contexto, é uma construção social e humana; não pode ser apresentada como “coisa” pronta e acabada.

Nesse complexo processo de Educação, os professores têm o papel de educar para humanizar, educar para o pleno desenvolvimento da inteligência e personalidade. A humanização do aluno deve ser a sua meta, buscando torná-lo um ser dirigente de sua vida.

O homem já passou por todo o processo de hominização, mas sempre está em processo de humanização.

O desafio é: como tornar as pessoas mais humanas? Menos egocêntricas? Como estimular os educandos a exercerem plenamente sua cidadania? Como fazer com que possam enxergar sua felicidade e prosperidade algo positivo não só para si, mas para a sociedade também?

Todo o processo de Educação é processo de humanização; educar, portanto é humanizar, o que amplia, transforma a concepção de educação como instrução,

> o verdadeiro problema não está, portanto, na aptidão ou inaptidão das pessoas para se tornarem senhores das aquisições da cultura humana,..., o problema é que cada homem, tenha a possibilidade prática de tomar o caminho de um desenvolvimento que nada entrave...o que só pode ocorrer em condições que permitam libertar realmente os homens do fardo da necessidade material, de suprimir a divisão mutiladora entre trabalho intelectual e trabalho físico, criar um sistema de educação que lhes assegure um desenvolvimento multilateral e harmonioso que dê a cada um a possibilidade de participar enquanto criador em todas as manifestações da vida humana. (LEONTIEV, 1978, p.284).

De acordo com a Teoria Histórico-Cultural, esse processo de apropriação da cultura humana só é possível com o sujeito aprendendo em forma de atividade, o que acontece quando há coincidência entre o motivo e o objetivo do fazer humano, opondo-se a isto, seria meramente uma ação.

Para que o indivíduo se aproprie dos objetos materiais e não materiais da cultura humana, é necessário um mediador, um parceiro mais experiente[1].

---

[1] Segundo Gulillermo Arias (2005, p.230), a categoria Outros para Vygotsky, inclui: adultos e crianças mais avançadas. Adultos: as professoras e os professores, as mães, os pais, ou seja, todas aquelas pessoas portadoras dos conteúdos da cultura, que permitem que o sujeito em desenvolvimento se aproprie dos mesmos. Para Arias (2005, p.231), o grupo Outros é potenciador do desenvolvimento, mas também são os meios técnicos interativos, ou seja, os meios que permitem a interação com a criança e com o adulto que constroe seus conteúdos de programas, como: a TV, o vídeo, o computador, e por último o próprio sujeito que em um momento posterior de sua formação se converte em um promotor de seu próprio desenvolvimento.

Na Matemática, é fundamental que os alunos testemunhem, conheçam realmente os conceitos que, se por ventura não fossem ensinados de geração a geração, teríamos que viver muitas vidas para esta Ciência chegar ao estágio que se encontra. Quando se fala em conhecer o conceito, não se trata de identificá-lo, ou reconhecê-lo, mas saber o que é ele, para que serve, como surgiu, como utilizá-lo e tudo isso impulsiona a apropriação.

Por exemplo, a tecla SIN de uma calculadora científica, que significa seno, um aluno levaria uma vida toda e talvez não concluísse o porquê de sua existência se a mesma não lhe fosse apresentada, se ele não testemunhasse o uso dela por alguém, se a ele não fosse apresentado ao conceito seno, que é uma razão trigonométrica.

Esse testemunho do desenvolvimento da humanidade é absorvido no decurso da vida, segundo Leontiev (1978), por um processo de apropriação da cultura criada pelas gerações precedentes, que traz consigo a reprodução das funções psíquicas superiores como o cálculo, o pensamento abstrato e a memória.

Essas funções psíquicas superiores do homem desenvolvem-se na sua relação com o meio sociocultural, mediada por signos, não é interativa, é dialética é contraditória.

A atividade principal é a que mais promove mudanças, é a atividade pela qual o ser humano se relaciona melhor com o mundo, em seu modo de pensar, de viver.

Quando se trata de educando trabalhador, há o agravante de sua atividade principal, que é o trabalho ser, na maioria das vezes, alienado, não constituindo, então, uma atividade e sim uma ação, o trabalho alienado caracteriza-se pelo trabalhador que não desenvolve suas atividades em busca do produto deste trabalho, mas pelo salário, para a sua sobrevivência.

Por outro lado, o trabalho pode ser fonte de criatividade e visões diferentes do mundo que o rodeia. A oportunidade do educando é que pela aprendizagem ele se desenvolva e modifique sua relação com sua atividade principal que é o trabalho e promova grandes mudanças em sua vida e faça a diferença para a sociedade.

O adulto é quem é hoje, não porque como uma semente ele já trouxe todas as informações genéticas consigo ao nascer e, independente do que lhe acontecesse, ele seria assim mesmo, mas porque no decorrer de sua vida foi assimilando esse mundo, a cultura humana. Como sustenta Mukhina (1996), o homem foi assimilando pouco a pouco as experiências sociais que essa cultura contém, os conhecimentos, as aptidões e as qualidades psíquicas do homem.

O adulto também é o que é, devido às suas experiências emocionais - parezhivaniya - (termo usado por Vygotsky por ocasião da Quarta Conferência, que gerou o texto El Problema del Entorno), experimentadas no decorrer de sua vida, elas constituem unidade do entorno e dos traços de personalidade.

> Uma experiência emocional é uma unidade que por um lado, se representa ao entorno em um estado indivisível, quer dizer, o que se experimenta – uma experiência emocional (parezhivaniya). Está relacionada sempre com algo que se encontra fora da pessoa-, e por outro lado, o que se representa é como eu mesmo experimentando isto, quer dizer, todas as características pessoais e todas as características ambientais estão representadas em uma experiência emocional (parezhivaniya); todo o entorno e todos os fatores que se relacionam com nossa personalidade e são traços da personalidade, todos os traços de seu caráter, seus elementos constitutivos relacionados com o acontecimento em questão. (VYGOTSKY, 1994, p.7). (tradução nossa).

O entorno não deve ser considerado estático e periférico com relação ao desenvolvimento. A sua interpretação dinâmica e relativa é a fonte de informação mais importante para a Pedagogia; para Vygotsky, o entorno é a fonte do desenvolvimento humano.

Se não tivermos uma Teoria que oriente o pensamento, o mesmo será dirigido pelo senso comum, ideologias falsas e conjuntos de resquícios de inverdades.

É atribuição do professor, formar jovens educandos que pensam de formas diferentes das impostas pela sociedade, pois

> o simples acesso à escola é condição necessária, mas não suficiente, para tirar das sombras do esquecimento social bilhões de pessoas, cujas existências só são reconhecidas nos quadros estatísticos, [...], a educação libertadora teria como função transformar o trabalhador em um agente político, que pensa, age, e que usa a palavra como arma para transformar o mundo; que educar não é a mera transferência de conhecimentos, mas sim conscientização e testemunho de vida, é construir, libertar o ser humano das cadeias do determinismo neoliberal, reconhecendo que a história é um campo aberto de possibilidades[...] A Educação que poderia ser uma alavanca essencial para a mudança, tornou-se instrumento de estigmas da sociedade capitalista em outras palavras, tornou-se uma peça do processo de acumulação de capital e de estabelecimento de um consenso que torna possível a reprodução do injusto sistema de classes. Em lugar de instrumento da emancipação

> humana, pode ser mecanismo de perpetuação e reprodução desse sistema. (MESZÁROS, 2005, p.11-15).

Desse modo, o educador consciente cria necessidades para que o aluno queira aprender e dominar o saber, para que ele seja um sujeito ativo no complexo e necessário processo de aprendizagem Matemática. É pela perspectiva metodológica de resolução de problemas que se caracteriza a dimensão da intencionalidade do professor na formação de conceitos matemáticos.

Entendo que só poderemos formar conceitos quando há a aprendizagem e

> a aprendizagem só é possível quando o que se pretende ensinar materializa-se na interação social entre os sujeitos, mediada pela linguagem, se queremos, então, formar pessoas críticas e democráticas, é na própria sala de aula que devemos instaurar essas possibilidades de aprendizagem. (ROSEMBLAT, 2000, p.201)

No próximo capítulo trataremos da questão primordial dessa dissertação: a análise das heurísticas envolvidas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, iniciando por uma síntese do que dizem os documentos oficiais.

3 ANÁLISE DOCUMENTAL, APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DAS OBSERVAÇÕES

> *"Resolver problemas é uma atividade humana fundamental. De fato, a maior parte do nosso pensamento consciente relaciona-se com problemas. A não ser quando nos entregamos a meros devaneios ou fantasias, os nossos pensamentos dirigem-se para um fim, procuramos meios, procuramos resolver um problema".*
>
> *George Polya*

3.1 Os documentos oficiais: o que dizem?

Abandono a visão de educação para o indivíduo, para um sistema político ou para parâmetros curriculares e concebo a educação para a vida em todos os seus aspectos, mas não posso simplesmente ignorar os documentos oficiais. No entanto, posso analisar o que dizem à luz da teoria histórico-cultural.

Principio a análise documental que é afeta a todo o processo de ensino, com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do Ensino Médio.

No que diz respeito à compreensão da Matemática, os PCNs destacam a essencialidade desta para o cidadão tomar decisões em sua vida profissional e pessoal; além disso, a Matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana.

Os PCNs recomendam levar em conta o conhecimento prévio do aluno, pois é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático; os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios, só há o diálogo pedagógico quando há uma confrontação verdadeira de visões e opiniões.

Já a Proposta Pedagógica de Matemática, outro documento oficial resultante de lutas de professores de Matemática, aponta que os conteúdos escolhidos devem permitir ao aluno desenvolver competências e habilidades, avançando a partir do ponto em que se encontram.

O mesmo ocorre nos PCNs quando nos esclarece que,

> se a constituição de conhecimentos com significado deliberativo, que caracteriza a aprendizagem escolar, é antecipação do

> desenvolvimento de capacidades mentais superiores- premissa cara a Vigotsky- o trabalho que a escola realiza, ou deve realizar, é insubstituível na aquisição de competências cognitivas complexas, cuja importância vem sendo cada vez mais enfatizada: autonomia intelectual, criatividade, solução de problemas, análise e prospecção, entre outras. (PCNs, 1999, p.97).

Entendo que é uma grande evolução o nome de Vygotsky ser citado no documento.

Visando à construção da cidadania, os objetivos gerais em matemática no Ensino Médio têm como meta, segundo os PCNs (1999, p.259), levar o aluno a:

> Ler e interpretar textos de Matemática;
> Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.);
> Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa;
> Exprimir-se com clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
> Produzir textos matemáticos adequados;
> Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
> Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho;
> **Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc.);**
> **Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.**
> **Formular hipóteses e prever resultados;**
> **Selecionar estratégias de resolução de problemas;**
> Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
> Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
> Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
> Discutir idéias e produzir argumentos convincentes;
> Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
> Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
> **Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade**;
> Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (grifos nossos).

Essas metas quando atingidas, representam a conquista das chamadas competências e as habilidades. O processo de ensino e de aprendizagem, para alcançar essas metas deve ser o mais dialógico possível; trata-se de um “triângulo dinâmico” como vértices: Sujeito (aluno), Objeto do conhecimento (material e não material da cultura humana) e Parceiro mais experiente, em que o Sujeito e o Parceiro mais experiente estejam ativos no processo de ensinar e aprender. Esse é o objetivo da Educação, o objetivo de existir da escola e do professor.

Os PCNs dão importância a todo processo da resolução de problemas, desde a identificação até a formulação de hipóteses, porém a forma como está redigido o texto remete a uma idéia de metodologia, ou orientações didáticas, não a todo um processo investigativo por parte do educando, como penso que deveria ser; também ressaltam a importância da História da Matemática, aspecto, como já foi dito anteriormente, de muito valor para o aprendizado de Matemática.

Partindo do momento da criação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96), que incorporou elementos resultantes de pesquisa e prática cotidiana de professores, conferindo uma nova identidade ao Ensino Médio e estabelecendo importantes referenciais para direcionar e organizar o aprendizado, entendo alguns aspectos do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

O novo paradigma proposto pela LDB/96 contraria o ensino das décadas de 60, 70 e 80, que era compartimentalizado, baseado no acúmulo de informações; ele busca dar significado ao conhecimento escolar, incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender, bem como a formação geral, em oposição à formação específica.

No caso do estado de São Paulo, a Proposta Curricular para o ensino de Matemática (1986) já buscava romper com essa tendência e tentava consolidar na prática uma perspectiva de organização curricular de caráter histórico-lógica como forma de romper com a orientação técnico-linear daqueles programas de ensino.

As leis e diretrizes definidas para o Ensino Médio, na LDB/96, apontam para a orientação do aprendizado contextualizado, interdisciplinar e direcionado a uma formação humana mais ampla, não só técnica, mediando teoria e prática.

A partir de então, o ensino das Ciências da Natureza, Matemática e das Tecnologias deve garantir, além da promoção das competências como domínio de conceitos e capacidades de utilizar fórmulas, o desenvolvimento de atitudes e valores, como discussões, leituras, observações, experimentações e projetos.

Os PCNs do Ensino Médio partem dos princípios definidos na LDB/96; seu texto introdutório menciona as considerações da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, da UNESCO, como eixos estruturais na sociedade contemporânea, quatro alicerces da educação: Aprender a conhecer; Aprender a fazer; Aprender a viver e Aprender a ser.

Desta maneira, o currículo deve contemplar conteúdos e estratégias de aprendizagem que capacitem o ser humano para a vida em sociedade, ao trabalho e à experiência subjetiva. Observa-se no currículo de Matemática sugerido pelos PCNs, o desenvolvimento de atividades que atendam às necessidades exigidas pelo contexto cultural do lugar, da comunidade em que este será aplicado, fato que nem sempre acontece nas escolas. Na verdade, o que prevalece ao longo de vários anos, é seguir uma lista de conteúdos de maneira desconectada do mundo, sugerindo uma dimensão linear do currículo.

Para os PCNs, a Matemática é uma linguagem que procura dar conta de aspectos do real e é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências, as quais são construções humanas situadas historicamente; em todas atividades da vida contemporânea, a Matemática comparece para codificar, quantificar, ordenar e interpretar. A aprendizagem das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias deve contemplar formas de construções de sistemas de pensamento mais abstratos por se tratar da etapa final da Educação Básica e ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano, que contribui para uma visão de mundo.

Entretanto, o documento não faz uma discussão filosófica sobre as diferentes concepções de mundo, como se existisse uma verdade absoluta. A psicologia social do ensino nos diz que há diferença entre realidade tal como ela é e como ela é percebida, pois fazemos projeções pessoais para criar relações harmônicas e as reconstruímos de acordo com mecanismos próprios.

A LDB/96, na seção IV, artigo 35, relata que:

> O Ensino Médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades: I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos; II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores; III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. (PCNs, 1999, p.46).

De acordo com a LDB/96, portanto, o Ensino Médio tem como finalidades, além do aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos.

As novas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias, são enfáticas ao dizer que é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. Toda situação de ensino e aprendizagem deve desenvolver o pensar matematicamente, concordo plenamente com essa idéia. No entanto, “O que faremos com as avaliações externas como Vestibulares, Enem, Saresp e outras?”. É preciso lembrar que todos são indicadores de avaliação técnica, a maioria de múltipla escolha, havendo uma preocupação profunda com os conteúdos em detrimento da situação de desenvolvimento dos alunos, se resolvem os problemas, ou, até mesmo, se têm formação ética ou para a cidadania, por exemplo. Apenas há interesse na discussão dos dados estatisticamente e quantitativamente organizados? São indicadores previstos com o diagnóstico para reversão de um quadro alarmante? Ou apenas servem para verificar, constatar e rotular?

Não faço tais críticas por modismo, como costumeiramente são feitas, mas com consciência de que há momentos em que o produto pode ser avaliado, desde que se leve em consideração o pensar matematicamente que originou tal produto.

Sendo assim, a escola tem um duplo papel, podendo servir de **emancipação para o indivíduo** ou para **reprodução ideológica do Estado**.

Na questão de como se organizam os currículos, percebo a priorização na dimensão linear e me contraponho a isso. A Nova Proposta Curricular (2008, p.56-59) apresenta a seguinte sugestão de divisão de conteúdos:

Quadro1: Conteúdos da 2ª série do Ensino Médio.

1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Trigonometria -Fenômenos periódicos -Funções trigonométricas -Equações e inequações -Adição de arcos	**Matrizes, determinantes e sistemas lineares** -Matrizes: significado como tabelas, características e operações. -A noção de determinante de uma matriz quadrada -Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento.	**Análise combinatória e probabilidade** -Raciocínio combinatório: princípios multiplicativo e aditivo -Probabilidade simples -Casos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações. -Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos -Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o Binômio de Newton	**Geometria métrica espacial** -Elementos de geometria de posição -Poliedros, prismas e pirâmides. -Cilindros, cones e esferas.

Uma dificuldade sempre presente nas reorganizações curriculares é a descontinuidade da política educacional. No momento em que escrevo, acaba de ser instituída essa nova Proposta Curricular para o Estado de São Paulo e um material de apoio subdividido em bimestres, sem consulta ou orientação técnico-pedagógica específica para os professores.

Essa situação permite algumas interrogações, dentre outras; em primeiro lugar, o tema “Matrizes e determinantes” nem era relacionado na Proposta Curricular de Matemática de 1.986. O que mudou nessas duas décadas que justifica agora a sua introdução? Para que servem esses conteúdos, devem se questionar os alunos e, possivelmente, alguns professores. Em segundo lugar, devem se indagar os docentes, porque a Matemática deve ser tratada novamente como uma área específica em contradição com a orientação anterior de organização articulada com Ciências e suas Tecnologias.

Uma análise do material revela que ele é consistente, mas não conta com o envolvimento do quadro do magistério. Na minha compreensão, o que move o currículo é à força das **relações interpessoais**, como apresentei no capítulo anterior. Somente pelo envolvimento do professorado no movimento de organização curricular é que se criariam melhores condições para o seu desenvolvimento.

Pires (1999), defende a visão de currículo em rede, de que escolhidos alguns temas, os primeiros fios começam a ser puxados, dando início a percursos ditados pelas significações numa ampliação de eixos temáticos.

Bem antes de Pires (1999), Bruner (1968) já pensava na idéia de currículo em espiral que aponta para a apresentação dos conteúdos em níveis crescentes de complexidade, retomando sempre os elementos de articulação dos programas de ensino. Para ele,

> o currículo de uma dada matéria deve ser determinado pela compreensão mais fundamental que se possa atingir, a respeito dos princípios básicos que dão estrutura a essa matéria. Ensinar tópicos ou habilidades específicas, sem tornar claro seu contexto na estrutura fundamental mais ampla de um dado campo de conhecimento, é anti-econômico em vários e profundos sentidos. (BRUNER, 1968, p.28).

O currículo em espiral é entendido como se o aluno estivesse sempre passando pelo mesmo conteúdo em várias fases de sua vida, ampliando a sua compreensão, e, ao ampliar, revendo sua velha concepção. Assim,

> um currículo à medida que se desenvolve, deve voltar repetidas vezes a essas idéias básicas, elaborando e reelaborando-as, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática. (BRUNER, 1968, p.12).

A resolução de problemas, foco desta pesquisa, é para Pires (1999), compatível com a proposta de organização de currículos em rede, pois um problema supõe que a atividade do aluno não se reduza a encontrar a solução, mas que ele faça questionamentos que possam levar a outros, assim há uma rede de saberes ligados entre si, como no currículo pensado em rede.

A linearidade do currículo,

> que se concretiza numa sucessão de tópicos que devem ser apresentados numa certa ordem, embora possa parecer, a princípio, detalhe de pouca importância, conduz a uma prática educativa

> excessivamente fechada, em que há pouco espaço para a criatividade, para a utilização de estratégias metodológicas como a resolução de problemas, para a abordagem interdisciplinar, para o estabelecimento de relações entre os diferentes campos matemáticos, enfim, para a consecução de metas colocadas para o ensino de Matemática pelas recentes propostas curriculares. (PIRES, 1999, p.9).

Por isso, durante toda a investigação aqui apresentada, houve a preocupação de desenvolver um ensino de Matemática que permitisse ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolvendo sua capacidade cognitiva e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem.

A atividade do educando, participativo e autônomo num processo dinâmico, significativo e que o envolva no processo de aprendizagem, é sempre destacado nos PCNs. Ele é visto como protagonista do processo educativo, não paciente. Leontiev (1988) chama de atividade não a qualquer fazer do aluno, mas que ele seja significativo e, principalmente, que tenha um objetivo. Segundo ele,

> Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 1988, p.68).

Somente haverá atividade, portanto, quando coincidirem o motivo e o objetivo. É importante, então, que os professores tenham conhecimento do conceito de atividade e de suas implicações para o processo de ensino, o que nos remete ao problema da formação.

As indicações dos PCNs, da Proposta Curricular do Ensino Médio e das Novas Orientações Curriculares para o Ensino Médio são coerentes com conquistas recentes da pesquisa em Educação Matemática e produtivas em vários aspectos. Dependem apenas da interpretação, da bagagem cultural para sua compreensão e, principalmente, do uso prático na sala de aula pelos professores, uso consciente e a luz de alguma Teoria que organize seu julgamento.

O fato é que nada acontece na escola, sem um bom professor, que seja capaz de mobilizar os alunos na direção da consolidação da aprendizagem.

Na seqüência discuto a análise dos dados, a partir do ponto de vista dos sujeitos da pesquisa.

3.2 Quanto à afinidade dos alunos com a Matemática

A concepção de Matemática indicada pelas atitudes dos alunos está relacionada com a concepção de Matemática incorporada e difundida pelo próprio professor da sala, visto que ele é um exemplo para os alunos, ele regula as formas de explicações guiadas pelos seus preconceitos e por suas posturas ideológicas.

Durante o tempo de observação (Maio a Novembro de 2.007), em vários momentos foram feitas perguntas sobre o gosto dos alunos pela Matemática. Primeiramente perguntei aos alunos:

Você gosta de Matemática? Por quê? Para analisar melhor as respostas, pedi para que dessem o significado de Matemática com suas próprias palavras, e o resultado foi o seguinte:

> "Gosto, adoro fazer contas. Matemática é raciocínio." (ALFREDO, 2ªB).
>
> "Gosto, adoro contas. Matemática é uma disciplina ligada às contas." (BIANCA, 2ªB).
>
> "Não porque não sou muito boa de cálculos. Matemática é cálculo, tudo que tem números." (CRISTINA, 2ªB).
>
> "Mais ou menos, tenho que gostar, pois dependo dela no meu dia-a-dia. Matemática é o estudo que envolve números, cálculos, etc." (DAVIANE, 2ªC).
>
> "Não, porque não me interesso e tem contas muito complicada. Matemática é o estudo de cálculos, números e contas." (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> "Não, é muito complicada. Eu não sei o que é Matemática." (FELIPE, 2ªC).

Inicialmente, destaca-se certo sentimento de resignação e conformismo presente na postura dos alunos. Por outro lado, registra-se que a resposta a essa pergunta não é das mais fáceis. Não era propósito que os alunos enunciassem respostas muito articuladas sobre o conceito, mas que pudessem dar alguns indicadores de sua relação com essa área do conhecimento, no que tive êxito. Essas respostas evidenciam que para os alunos, a Matemática é somente esta matéria escolarizada com a qual tiveram contato desde crianças: são cálculos, contas; é uma visão muito rudimentar, diria primitiva, não conseguem perceber a Matemática como uma Ciência do dia-a-dia (exceto o aluno Alfredo).

O aluno Felipe nos surpreendeu com sua resposta de que não sabe o que é Matemática. Quantas aulas de Matemática ele já teve em sua vida? E nunca se perguntou o que é Matemática? Não há um conceito formado por ele sobre a Matemática?

Os educandos não conseguem perceber que a Matemática não acontece *apenas* quando mexem com números, mas a Matemática de melhor qualidade é feita em todas as coisas, por exemplo, quando você lê um livro ou quando conta uma história para alguém, ou seja, a Matemática, como um fazer humano e não apenas uma ciência amorfa e distante dos nossos modos de pensar e de agir.

Seus depoimentos, quanto à afinidade com a Matemática, constituem fonte de informação sobre a situação atual da Educação Matemática, ou seja, ainda hoje em pleno ano de 2.008, jovens de 17/18 anos acreditam que a Matemática é muito complicada, difícil e que se reduz a números, contas e se sentem obrigados a aprender simplesmente porque o sistema educacional os impõem.

Para Freire (1992), uma autêntica Educação se faz pela investigação do pensar e ao investigar o que os educandos pensam a respeito da Matemática, mais nos educamos e mais investigamos, numa prática problematizadora e dialógica por excelência.

Em uma aula em Novembro, voltamos a perguntar, após vivenciarem aulas com situações-problema, se gostavam e o que era Matemática para eles.

> "Gosto, porque é uma matéria de raciocínio rápido e me faz esquecer problemas pessoais. Matemática é a matéria que está em tudo e em todos." (ALFREDO, 2ªB).

> "Gosto de fazer contas, a professora nos ajuda a aprender. Matemática são contas que fazemos para chegar a um resultado." (BIANCA, 2ªB).

> "Gostar eu não gosto, mas é necessário aprender. Matemática é a matéria que estuda os números, usa cálculos." (CRISTINA, 2ªB).

> "Sim, porque gosto das contas e dos problemas. Matemática está ligada com problemas." (DAVIANE, 2ªC).

> "Mais ou menos, porque mais pra frente vai servir para o curso de mecânica que eu vou fazer. Matemática é tudo aquilo que envolve números e letras." (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> "Não gosto muito. Matemática são contas e desafios." (FELIPE, 2ªC).

A seguir faço uma comparação entre respostas dadas no primeiro questionário (1ºQ) e no segundo questionário (2ºQ):

Alfredo, que no início tinha uma concepção de Matemática como raciocínio; aprimorou sua resposta: "Matemática está em tudo e em todos", uma excelente resposta, indicativa de uma visão muito positiva em relação a esta disciplina:

Quadro 2 - Respostas de Alfredo aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ- Maio	Gosto, adoro fazer contas.	Matemática é raciocínio.
2ºQ- Novembro	Gosto, porque é uma matéria de raciocínio rápido e me faz esquecer problemas pessoais.	Matemática é a matéria que está em tudo e em todos.

Bianca salientou a ajuda da professora e percebe o educador como um parceiro mais experiente que a ajuda na aquisição da cultura humana:

Quadro 3 - Respostas de Bianca aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ- Maio	Gosto, adoro contas.	Matemática é uma disciplina ligada às contas.
2ºQ- Novembro	Gosto de fazer contas, a professora nos ajuda a aprender.	Matemática são contas que fazemos para chegar a um resultado.

Cristina, ainda diz que não gosta, mas percebe sua necessidade:

Quadro 4 - Repostas de Cristina aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ-Maio	Não porque não sou muito boa de cálculos.	Matemática é cálculo, tudo que tem números.
2ºQ-Novembro	Gostar eu não gosto,mas é necessário aprender.	Matemática é a matéria que estuda os números, usa cálculos.

Daviane, depois de submetida às aulas de resolução de problemas, também se mostrou mais interessada em utilizar a Matemática para resolver problemas:

Quadro 5 - Respostas de Daviane aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ-Maio	Mais ou menos, tenho que gostar, pois dependo dela no meu dia-a-dia.	Matemática é o estudo que envolve números, cálculos, etc.
2ºQ-Novembro	Sim, porque gosto das contas e dos problemas.	Matemática está ligada com problemas

Estevão tem um objetivo com a Matemática, por isso sente a necessidade de aprendê-la:

Quadro 6 - Respostas de Estevão aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ-Maio	Não, porque não me interesso e tem contas muito complicada.	Matemática é o estudo de cálculos, números e contas.
2ºQ-Novembro	Mais ou menos, porque mais pra frente vai servir para o curso de mecânica que eu vou fazer.	Matemática é tudo aquilo que envolve números e letras.

Felipe conseguiu dar um signo à palavra Matemática: contas e desafios. Não poderia ser melhor, está enxergando a Matemática como uma ciência desafiante:

Quadro 7 - Respostas de Felipe aos questionários.

	Você gosta de Matemática? Por quê?	Dê um significado para a palavra Matemática
1ºQ-Maio	Não, é muito complicada.	Eu não sei o que é Matemática.
2ºQ-Novembro	Não gosto muito.	Matemática são contas e desafios.

A análise indica significativa redução no sentimento de aversão e conformismo frente à Matemática.

Em razão das aulas serem ministradas com a perspectiva metodológica da resolução de problemas, também foi pedido para que dessem o significado da palavra problema, em Maio:

> “Problema é algo que precisa de uma solução.” (ALFREDO, 2ªB).
>
> “Problema é alguma coisa que você tem dificuldade.” (BIANCA, 2ªB).
>
> “Problema é tudo aquilo que você acha que não tem como resolver.” (CRISTINA, 2ªB).
>
> “Problema é um exercício que envolve determinação para se resolver, pois envolve em alguns casos vários números, exige paciência.” (DAVIANE, 2ªC).
>
> “Problema é aquilo que a gente tem que solucionar.” (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> “È uma coisa que deixa a gente com dor de cabeça.” (FELIPE, 2ªC).

Notadamente, Alfredo e Estevão, têm a mesma concepção da palavra problema, eles entendem que problema é tudo que precisa de uma solução, não conseguem perceber que há a possibilidade de não haver uma solução, ou a de haver mais de uma solução.

Cristina entende problema como algo que você acha que não tem como resolver, uma visão de negação.

Estevão se sente pressionado e como dor de cabeça quando falamos em problema.

Daviane tem uma visão muito boa do que é problema, até mesmo o pensamento dela concorda com nosso mestre de resolução de problemas, Polya (1978), quando ela diz que exige determinação e paciência;

> A persistência flutua entre a esperança e desespero, entre satisfação e decepção. É fácil prosseguir quando se pensa que a solução se encontra na primeira esquina, mas é difícil perseverar quando não se vê uma saída para a dificuldade. Exultamos quando o caminho que vimos seguindo com certa confiança é repentinamente bloqueado e aí, a nossa persistência fraqueja. (p. 114).

Bianca e Felipe ressaltam a dificuldade de um problema.

Quando novamente perguntados sobre o significado de problema matemático e solução do problema matemático, em Novembro, obtive as seguintes respostas:

> “Problema é o que precisa de busca rápida de soluções. Solução é quando sentimos realizados com a capacidade de raciocínio”. (ALFREDO, 2ªB).
>
> “Problemas são respostas em formas de contas ou não, que nos ajuda a entender melhor a matéria. Solução é o sentimento de realização, sentir-se realizado”. (BIANCA, 2ªB).
>
> “Problema é algo que vai acabar com um resultado. Solução é o momento que se chega ao resultado”. (CRISTINA, 2ªB).
>
> “Problema é desafio. Solução são respostas a estes desafios”. (DAVIANE, 2ªC).
>
> “Problema é o que você tem que resolver. Solução é quando você resolve”. (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> “Problema é tudo aquilo que você precisa de alguma forma resolver e você que tem que achar a solução, porque ninguém vai achar por você”. (FELIPE, 2ªC).

Já aparece evidência de um amadurecimento em relação ao significado de problemas, justificado pela vivência dos mesmos nas aulas de Matemática.

Antes, Alfredo dissera que problema é algo que precisa de solução; agora, ele mesmo responde: é a precisão de busca rápida de soluções. O fato de ele usar agora o plural, sugere que já entende: não há somente um caminho. E a palavra busca vem complementar sua idéia de problema, mostrando que o conceito problema foi formado por ele.

Bianca relata que os problemas a fazem entender melhor a matéria, evidenciando que a perspectiva metodológica de resolução dos mesmos é eficiente para a compreensão de conceitos matemáticos. Cristina já compreende que problema são desafios que serão superados, assim como ele superou a concepção de que problema é algo que você acha que não tem como resolver.

Daviane resume como desafios. Estevão trocou a palavra solucionar por resolver, perdendo o determinismo. Para Felipe, problema dava dor de cabeça. Agora tem maturidade para assumir que, de alguma forma, vai resolver o problema, pois ninguém resolverá por ele.

A próxima questão foi: Com as suas palavras, dê o significado das palavras: área, álgebra, equação e perímetro. Obtive as seguintes respostas:

> "Área: espaço. Álgebra: letras. Perímetro: soma de lados. Equação: igualdade, para se obter o valor de x". (ALFREDO, 2ªB).
>
> "Área: é o tamanho de um espaço ou lugar. Álgebra: é a parte da matemática que mexe com as letras. Perímetro: é a parte que mede os lados dos triângulos. Equação: é a conta que além dos números há letras." (BIANCA, 2ªB).
>
> "Área: é a base vezes altura se for triângulo. Álgebra: é a parte da matemática que estuda os algarismos. Perímetro: tem a ver com os lados de uma figura. Equação: é tudo que se soma, que divide, que se multiplica e subtrai." (CRISTINA, 2ªB)
>
> "Área: é base vezes altura. Álgebra: são cálculos que envolvem letras ou números. Perímetro: é a soma dos lados. Equação: é uma matéria que envolve as quatro operações fundamentais em uma conta." (DAVIANE, 2ªC)
>
> "Área: é base vezes altura. Álgebra: é o estudo das contas que têm letra e número. Perímetro: é a soma dos lados. Equação: é o que envolve letras e números." (ESTEVÃO, 2ªC).
>
> "Área: é um espaço determinado. Álgebra: não sei. Perímetro: não sei. Equação: não sei. Equação: não sei." (FELIPE, 2ªC).

Alfredo, Bianca e Felipe entendem área como espaço, já Cristina, Daviane e Estevão memorizaram em suas vidas escolares, base vezes altura e seguem repetindo isto; não têm formado ainda o conceito de área.

Observo aqui a confusão apresentada, a dificuldade de definição de conceitos fundamentais para a geometria como a área e o perímetro. Nesse sentido questiono como esses alunos chegam a segunda série de Ensino Médio sem terem estas definições fundamentais, incorporadas em seus saberes individuais?

O mesmo ocorreu quanto às definições de álgebra e equação; é impossível, então, que tenham habilidade para resolver uma equação se não têm competência para explicar com suas palavras o que significa, como os alunos Cristina, Daviane e Felipe. Os outros, ainda, conseguiram explicar de alguma forma que eles a compreendem como uma igualdade e como uma forma de se descobrir à incógnita.

Essa dificuldade em expressarem o que sabem sobre certos assuntos matemáticos, leva a pensar que não compreenderam os conceitos o aspecto então a ser discutido é o do uso inadequado da linguagem simbólica em Matemática.

3.3 As dificuldades de compreensão dos conceitos

3.3.1 A linguagem simbólica e o seu papel na formação de conceitos

A Matemática, assim como a música e inúmeras outras artes e ciências, utiliza vários símbolos, fórmulas e códigos, com a idéia de sistematizar o conhecimento, economizar tempo e espaço e facilitar a comunicação.

Segundo Smole e Diniz (2001) há uma especificidade, uma característica própria na escrita Matemática que faz dela uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar idéias. Tal especificidade é mantida desde as origens primitivas da Matemática até a dos dias atuais.

Os livros didáticos habitualmente usados trazem muitos símbolos matemáticos. O excesso de simbologia, freqüentemente, cria dificuldades desnecessárias para o aluno, chegando mesmo a impedir a compreensão da idéia representada pelo símbolo. Esta dificuldade, gerada por uma apresentação inadequada da linguagem Matemática, é lamentável; afinal de contas, esta linguagem foi desenvolvida justamente com a intenção oposta, ou seja, facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas. Entretanto, quando há o abuso do uso de símbolos e a não preocupação com a compreensão dos mesmos, o processo de aprendizagem da Matemática torna-se obscuro e ineficiente.

Nesta pesquisa pude constatar esse fato. Ao serem questionados, os alunos Estevão e Cristina relataram que área significava a primeira informação vinda à mente: “base vezes altura”; e estão certos se a figura em questão for retangular.

Muitos sinais usados hoje na Matemática são resultados de sucessivas transformações. Na época em que os livros eram copiados manualmente estas modificações eram inevitáveis. O aparecimento da imprensa, nos fins do século XV, contribuiu para padronizar a forma dos símbolos.

A ausência de um trabalho pedagógico específico com o texto do problema no cotidiano da sala de aula, com as palavras e símbolos repletos de significados pelos alunos, pode significar frustração no aprendizado da Matemática; o ideal seria ensinar os educandos a ligarem suas histórias de vida ao texto, matemático ou não.

A maioria da população consegue retirar os sons de um texto, ou seja, decodifica-o, todavia não o compreende. Saber pronunciar, não é saber ler, saber ler exige muito mais que a identificação e o reconhecimento das palavras; saber ler exige o conhecimento das palavras e conhecer significa ter uma intimidade, ter seu signo ideológico em seu psiquê além daquele significado convencionalmente estabelecido pela sociedade, com sentido próprio, lembrando que a palavra para Bakthin (1990, p.66) é material semiótico privilegiado,

> [...], em toda enunciação, por mais insignificante que seja, renova-se sem cessar essa síntese dialética viva entre o psíquico e o ideológico, entre vida interior e a vida exterior. [...] Sabemos que cada palavra se apresenta como uma arena em miniatura onde se entrecruzam e lutam valores sociais de orientação contraditória.

Em Matemática, a atividade de ler é mais caótica que o habitual, porque, constantemente, nos deparamos com frases feitas como: Um círculo é bissectado por um diâmetro; a matriz quadrada M, de ordem n, admite inversa se, e somente se, det M≠0; ou, os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais. São frases que podem ser vazias ou repletas de significados, dependendo do acervo cultural do leitor.

Manguel (1997) conta-nos que o processo de ler compreende, pelo menos, dois estágios: ver a palavra e levá-la em consideração de acordo com informações conhecidas. Por isso a importância do professor como mediador entre o educando e o saber científico, conhecendo a zona de desenvolvimento real do educando e incidindo na zona de desenvolvimento próximo.

Nesse contexto, para o aprendizado da leitura devemos levar em conta três considerações. Segundo Smith (2003), a leitura deve ser rápida, seletiva e ela depende daquilo que o leitor já sabe.

As “frases“ matemáticas abaixo, por exemplo,

Mmc

Mdc

A= b . h

$$an = a1 + (n-1) . r$$

$$sen (a + b) = sen a . cos b + sen b. cos a$$

somente podem ser lidas, segundo Smith (2003), porque a leitura sempre envolve uma combinação de informação visual e não-visual; é uma interação entre o leitor e o texto, quanto menos informação não-visual o leitor puder empregar, mais difícil se tornará a leitura.

As pessoas entendem a leitura no limite de suas capacidades, não tendo então, que julgarem-se, mas pensar que não têm bagagem cultural muitas vezes para a compreensão. No geral, acaba-se pensando equivocadamente que é incompetência do leitor.

Expressões matemáticas como a fórmula da área de um trapézio, o teorema de Pitágoras, a equação da reta, o mínimo múltiplo comum, o máximo divisor comum, o conjunto dos naturais exceto o zero, o trinômio quadrado perfeito, o conjunto dos reais positivos exceto o zero, o produto da soma pela diferença, etc. podem ser palavras vazias, ocas ou não, dependendo das experiências vividas pelo indivíduo.

Para quem tem todos esses conceitos formados e repletos de sentido em sua memória, torna-se fácil. É o mesmo que o músico olhar para a partitura e ouvir a melodia. Caso contrário, seria como um leigo em música olhar uma partitura; ela não revela nada, não significará nada.

Segundo Smith (2003, p. 113):

> a memória a curto prazo, envolve o breve período de tempo no qual podemos manter a atenção em algo imediatamente após sua identificação, por exemplo, lembrar de um número de telefone não familiar enquanto o discamos. Finalmente, existe a memória a longo prazo que envolve tudo que sabemos sobre o mundo, nossa quantidade total de informação não-visual.

O que ocorre com os conceitos matemáticos, na maioria das vezes, é que são apenas decorados, ficam ali na memória a curto prazo e, às vezes, raramente, a longo prazo. Em qualquer caso, invariavelmente, são fórmulas vazias de sentido, como o teorema de Pitágoras, a fórmula de Bháskara, ou fórmulas das áreas de figuras planas. O fato é que raramente são respondidas por qualquer pessoa que terminou o ensino médio questões primordiais como: Quem foi Pitágoras?, Por que sua fórmula é tão importante? Quais problemas eu posso resolver utilizando este teorema? Quem foi Bháskara? O que significou para a Matemática a descoberta da fórmula? Quantos anos se passaram para ocorrer esta descoberta? O que é área?. E tais perguntas são tão importantes e interessantes quanto a pergunta: Qual é o teorema de Pitágoras?

Para Machado (1999), o que está em jogo não é a possibilidade de transformação de todos os matemáticos profissionais, porém, a capacidade universal de utilização consciente de um instrumento básico para a representação da realidade, como é a Matemática. Ele exemplifica:

> Se por um lado seria ingênuo pretender uma vocação universal para a Lingüística, por outro lado seria inaceitável a suposição de que nem todos têm capacidade para uma utilização satisfatória de sua língua materna. (MACHADO, 1999, p.58).

Assim como as palavras, as fórmulas matemáticas não devem ser apenas identificadas e reconhecidas pelos alunos, mas conhecidas por eles.

Não há dúvida de que a linguagem algébrica (o uso de letras para representar números) simplifica a comunicação, por seu caráter universal, preciso e econômico. Entretanto ainda assim os alunos sentem dificuldade em ler e compreender situações-problema; o professor deverá ter

> cuidados com a leitura que faz do problema, cuidados em propor tarefas específicas de interpretação do texto de problemas, enfim um projeto de intervenções didáticas destinadas exclusivamente a levar os alunos a lerem problemas de matemática com autonomia e compreensão. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 72).

Matematicamente, a leitura é uma relação bijetora entre o leitor e o texto, e vice-versa; o determinante desta matriz é o sujeito ativo no processo, ele por inteiro. Temos aqui um silogismo heurístico: não há leitura se o aluno não estiver mergulhado no mundo do texto, a questão do desconhecimento de um símbolo ou outro, é superado pela incidência do professor ao mediar o aluno à apropriação deste símbolo, ressaltando aqui sua importância.

Em suma, desenvolver a capacidade do educando a fim de que ele encare a Matemática de uma forma que tenha sentido para sua vida é função primordial do educador, apesar de este também ser capaz de transformar a Matemática em “números” sem sentido, muitas vezes, porque ele próprio não tem a exata visão da dimensão e complexidade do conteúdo que leciona, por numerosas razões: uma formação inadequada em seu curso de Licenciatura, não participar de grupos de estudos, cursos de aperfeiçoamento ou especialização; enfim, por condições inadequadas de estudo, formação e trabalho. Mas, se não é justo culpar apenas os professores pela situação do ensino, é justo reivindicar uma revisão cuidadosa na ação educativa.

Essa revisão na ação educativa por parte de governantes é mais do que necessária, mas a revisão na ação educativa também deve ser feita por cada professor em suas situações de ensino, a seguir faço a apresentação e a análise dos dados das observações.

3.4 Análise da produção dos alunos

3.4.1 Procedimentos, dificuldades e avanços dos alunos na resolução de problemas: as heurísticas

Priorizo na análise oito situações-problema, as demais, encontram-se nos **ANEXOS,** são problemas convencionais e não-convencionais.

Os problemas convencionais são aqueles que não se aproximam do contexto de vida do aluno, a linguagem é distante da comumente usada por ele e eles podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos.

As tarefas básicas do aluno são: identificar operações ou estratégias apropriadas, transformar as informações em linguagem Matemática, a solução é numericamente correta, sempre existe e é única, sempre é apresentado após o desenvolvimento de um conteúdo matemático e os dados necessários para resolvê-lo aparecem explicitamente no texto.

Os livros trazem uma variedade de problemas convencionais, o professor pode transformá-los em desafios mais interessantes e úteis.

Os problemas não convencionais são aqueles abertos, com mais de uma resposta, ou sem dados, ou mesmo com falta de dados, podem ser impossíveis ou sem solução, com excesso de dados, de lógica, podem ser a partir de gravuras, gráficos, tabelas, artigos de jornais, revistas ou por jogos.

Eles são apresentados em textos mais elaborados, contendo personagens, provocam a imaginação do aluno e sugerem situações inusitadas. Convidam ao raciocínio, motivam e causam encantamento, podem ser resolvidos por diferentes estratégias.

Não houve aqui o propósito de saber quantos alunos acertaram ou erraram as questões apresentadas, por isso, a análise sem julgamento de acertos ou erros, mas houve a análise das diferentes maneiras de pensar das pessoas para resolução de problemas, na verdade, as justificativas apresentadas, e como elas foram elaboradas, valorizando-se a criatividade e a diversidade.

Segundo Bruner (1968) em Matemática, esse assunto possui um nome formal, "heurística", para descrever a abordagem feita por alguém ao resolver um problema.

Polya (1978, p.86), dá um significado para heurística:

> Heurística, Heurética ou ars inveniendi era o nome de um certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à lógica, à filosofia ou à psicologia, muitas vezes delineado mas raramente apresentado com detalhes, hoje praticamente esquecido. O objetivo da heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

Além das aulas com resolução de problemas, houve, também, jogos de raciocínio, como: xadrez, damas, dominó e muitos outros. As aulas com jogos estimularam o pensamento criativo dos educandos jovens.

Intercaladas a estas aulas, utilizamos a internet. Todos se conectaram ao site www.somatematica.com, no qual os alunos acessaram os desafios que renderam um bom entusiasmo e satisfação para eles, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de um processo criativo em relação à resolução de problemas.

Ficou evidenciado que as aulas se tornaram bem interessantes, com discussões inerentes aos temas. Foram situações muito envolventes, possibilitando, assim, um ambiente participativo, pois, as respostas dadas, além de diversificadas, eram muito interessantes. É intrigante ver essa variedade de modos de pensar, por outro lado, evidenciaram-se dificuldades de pensar num problema proposto, até a desistência na resolução e também a desorganização em sua resolução em vários momentos.

Os passos de Polya (1978) para se resolver um problema, compreensão, plano de execução, execução do plano e retrospecto, foram intuitivamente aplicados pelos alunos, mas percebemos a falha principalmente na compreensão, que, caso não ocorresse, impediria os passos posteriores, levando-os a copiarem a resposta do outro. Há momentos de falhas também no retrospecto, como no caso em que o aluno compreendeu o problema, elaborou um plano de resolução, executou-o, todavia cometeu um erro na execução e infelizmente, não examinou a solução obtida.

Os resultados descritos aqui são respostas reais da vida real. Percebe-se que houve distração em algumas respostas, houve muita cooperação apesar de terem ocorrido alguns momentos de desânimo para responder. Cada um é atingido de um modo todo particular por uma pergunta, o mais importante é destacar que as situações problemas propostas foram significativas para seus aprendizados e que a perspectiva metodológica da resolução de problemas é eficiente para garantir que os alunos aprendam e conseqüentemente se desenvolvam, visto que a aprendizagem impulsiona o desenvolvimento.

Destaco também a criatividade, o raciocínio lógico nas execuções de seus planos e as oportunidades de serem deixados a pensar de “seus jeitos”, sem aquela preocupação da formalidade Matemática, para depois, toda vez que terminassem de resolver o problema, as respostas fossem analisadas e devolvidas, contribuindo, desta maneira, para a apresentação das fórmulas e praticidades que a Matemática pode oferecer, sistematizando, seus conhecimentos prévios.

Abaixo segue a apresentação das situações-problema mais relevantes propostas, das resoluções apresentadas pelos livros dos quais foram retirados e análise dos procedimentos adotados pelos alunos. Suas resoluções foram chamadas de R1, para o problema 1, R2, para o problema 2 e assim sucessivamente, seguidos da inicial de seu nome, por exemplo, R5B é a resolução do problema 5 por Bianca.

Situação-Problema 1

Uma farmácia dá desconto de 30%, sobre o preço da tabela, em todos os medicamentos que vende. Ao adquirir um remédio, cujo preço de tabela é 120 reais, quanto uma pessoa irá pagar pelo remédio, com o desconto? OBMEP (2006, p.7)

Soluções apresentadas pela OBMEP (2006, p.9):

1ª) A pessoa irá pagar 120 reais menos o desconto que é de 30% sobre 120. Ou seja: 120 – 0,3 * 120 = 120 – 36 = 84 reais.

2ª) Podemos também resolver este problema notando que se o desconto é de 30% então o preço que a pessoa pagará é de 70% de 120, ou seja: 0,7 * 120 = 84 reais.

Situação-Problema 2

Um litro de álcool custa R$ O,75. O carro de Maria percorre 25 km com 3 litros de álcool. Quantos reais Maria gastará com álcool para percorrer 600 km? OBMEP (2006, p. 11)

Soluções apresentadas pela OBMEP (2006, p.13):

1ª) Se num percurso de 25 km ela gasta 3 litros, então para percorrer 100 km, Maria gastará 4 * 3 = 12 litros. Portanto, para percorrer 600 km o carro gastará

6 * 12 = 72 litros. Como cada litro custa 0,75 reais, então 72 litros custarão

0,75 * 72 = 54 reais.

2ª) Observe que podemos usar a regra de três para calcular quantos litros são gastos em 600 km:

3 litros------------------- 25 km

x litros----------------600 km

Como esta regra de três é direta temos: 25x = 3 * 600 ; x = 3 * 600/5 = 72 litros.

Situação-Problema 3

Um livro de 100 páginas tem suas páginas numeradas de 1 a 100. Quantas folhas deste livro possuem o algarismo 5 em sua numeração? OBMEP (2006, p.12)

Solução apresentada pela OBMEP (2006, p.14):

O algarismo 5 aparece nos números 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 75, 85 e 95. Agora, como o livro é numerado de 1 a 100, a 1ª folha contém as páginas 1 e 2, a 2ª folha as páginas 3 e 4, a 3ª folha as páginas 5 e 6, e assim sucessivamente. Ou seja, as duas páginas que compõem cada folha têm a seguinte numeração: um número ímpar e o número par consecutivo.

Assim, estão numa mesma folha as seguintes duplas de números: 49,50; 51,52; 53,54; 55,56; 57,58; 59,60. Logo, neste grupo temos 6 folhas. Por outro lado, de 1 a 48 temos 5 folhas com o algarismo 5, e de 61 a 100, 4 folhas. Portanto, o total de folhas contendo o algarismo 5 em sua numeração é: 6 + 5 + 4 = 15.

Situação-Problema 4

O famoso Matemático grego Pitágoras chamou de números triangulares os números obtidos pela soma dos primeiros números inteiros maiores que 0. Por exemplo: 1, 3, 6 e 10 são números triangulares:

$$1 = 1$$

$$3 = 1+ 2$$

$$6 = 1+ 2 + 3$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

A seqüência de números triangulares continua com 1 + 2 + 3 + 4 + 5 =15, etc. Quantos são os números triangulares menores do que 100? OBMEP (2006, p.16)

Solução apresentada pela OBMEP (2006, p.18):

Notamos que o segundo número triangular é obtido a partir do primeiro acrescentando-se 2, o terceiro é obtido do segundo acrescentando-se 3 e assim por diante. Essa observação nos mostra como calcular os próximos números triangulares sem fazer muitas contas; por exemplo, já sabemos que o quarto número triangular é 10, donde o quinto será 10 + 5 = 15, o sexto sendo então 15 + 6 = 21. Podemos assim escrever os números triangulares até passar de 100:

1 +2 = 3; 3 + 3 = 6; 6 + 4 = 10; 10 + 5 = 15; 15 + 6 = 21; 21 + 7 = 28; 28 + 8 = 36; 36 + 9 = 45; 45 + 10 = 55; 55 + 11 = 66; 66 + 12 = 78; 78 + 13 = 91; 91 + 14 = 105

Logo, os números triangulares menores que 100, são: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78 e 91. Assim, temos 13 números triangulares menores que 100.

Situação-Problema 5

Uma bibliotecária recebe 130 livros de matemática e 195 livros de português. Ela quer arrumá-los em estantes, colocando igual quantidade de livros em cada estante, sem misturar os livros de matemática e de português na mesma estante. Quantos livros ela deve colocar em cada estante para que o número de estantes utilizadas seja o menor possível? OBMEP (2006, p. 16)

Solução apresentada pela OBMEP (2006, p.18):

Chamemos de n o número de livros que a bibliotecária vai colocar em cada estante. Então temos: 130 ÷ n = número de estantes para os livros de matemática e 195÷ n = número de estantes para os livros de português.

Isso mostra que n deve ser um divisor comum de 130 e 195, pois o número de estantes utilizadas é inteiro. Sabemos que quando aumentamos o denominador de uma fração, esta fração diminui. Logo, quanto maior for o denominador n, menores serão as frações 130/n e 195/n, o que significa que menor será o número de estantes utilizadas. Vemos assim que n deve ser o maior divisor comum (MDC) de 130 e 195. Como 130 = 2 * 5 * 13 e 195 = 3 * 5 * 13 segue que o MDC de 130 e 195 é 5 * 13 = 65.

Logo, a bibliotecária vai colocar 65 livros em cada estante. Portanto, o número de estantes para os livros de matemática é 130/65 = 2 e o número de estantes para os livros de matemática é 195/65 = 3, o que dá um total de 2 + 3 = 5 estantes.

Situação-Problema 6

João tem um livro com 120 páginas. Ele já leu 52 páginas deste livro e quer terminar a leitura em 4 dias, lendo o mesmo número de páginas em cada dia.

Quantos dias ele levou para ler as 52 páginas?

Quantas páginas ele deve ler por dia?

Quantas páginas ele vai ler nos dois últimos dias?

Qual é o nome do livro?

Quantas páginas faltam para ele terminar a leitura?

As páginas lidas nos últimos 4 dias, formam uma P.A. ou uma P.G.? Qual a razão? Smole & Diniz (2001, p.78)

Situação-Problema 7

Luíza, Maria, Antônio e Júlio são irmãos. Dois deles têm a mesma altura. Sabe-se que:

- Luíza é maior que Antônio
- Maria é menor que Luíza

- Antônio é maior que Júlio
- Júlio é menor do que Maria.

Quais deles têm a mesma altura? OBMEP (2005, p.49)

Solução apresentada pela OBMEP (2005, p.85):

Do enunciado temos:

(i)L maior que A ou, equivalentemente, A menor que L (A<L)

(ii)M menor que L (M<L)

(iii)A maior que J ou, equivalentemente, J menor que A (J<A)

(iv)J menor que M (J<M)

De (i) e (iii) segue que: J<A<L. Portanto os irmãos de mesma altura não estão entre Júlio, Antônio e Luiza.

De (ii) e (iv) segue que: J<M<L. Portanto, os irmãos de mesma latura não estão entre Júlio, Maria e Luíza.

Logo, a única opção é que Antônio e Maria tenham a mesma altura.

Situação-Problema 8

Geni é cliente de uma companhia telefônica que oferece o seguinte plano:

@ tarifa mensal fixa de R$ 18,00

@ gratuidade em 10 horas de ligações por mês

@ R$ 0,03 por minuto que exceder às 10 horas

Em Janeiro, Geni usou seu telefone por 15 horas e 17 minutos, e em Fevereiro por 9 horas e 55 minutos. Qual a despesa de Geni com telefone nesses dois meses? OBMEP (2005, p. 52)

Solução apresentada pela OBMEP (2005, p.87):

Vejamos a despesa em janeiro. Como 10 horas são gratuitas e Geni usou seu telefone por 15 horas e 17 minutos, ela deve pagar o custo de apenas 5 horas e 17 minutos mais a tarifa mensal de 18 reais. Como o preço é dado em minutos, vamos reduzir a minutos o tempo a pagar. Sabemos que 1 hora = 60 minutos, portanto 5 horas = 5 * 60 = 300 minutos. Logo, 5h17m = 300 + 17 = 317; 18 + 317 * 0,03 = 18 + 9,51 = 27,51 reais.

Quadro 8 - Resoluções de Alfredo.

R1A	(30/100) * 120 = (30 * 120)/100 = 3600/100 = 36 120 – 36 = 84 Ela pagará 84 reais pelo remédio.
R2A	Se 1L de álcool custa R$ 0,75, então 3L = 2,25; Se 25 km = 2,25; 50 km = 4,50; 100 km = 9,00; 200 km = 18,00; 300 km = 27,00; 400 km = 36,00; 500 km = 45,00; 600 km=54,00
R3A	5, 15, 25, 35, 45, 50 = 6 folhas; 51,52 = 1folha; 53,54 = 1 folha; 55,56 = 1 folha; 57,58 = 1folha; 59, 65, 75, 85, 95 = 5 folhas; Então, 6 + 4 + 5 = 15 folhas.
R4A	3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91. Portanto, são 12 números triangulares menores do que 100.
R5A	130/2 = 65; 195/3 = 65 Resp: 2 estantes de 65 livros de matemática e 3 estantes de 65 livros de português.
R6A	Não é possível saber quantos dias ele levou para ler as 52 páginas Ele deve ler por dia 17 páginas, porque 120 - 52= 68 e 68/4 = 17 Ele vai ler nos últimos dois dias 34 páginas. Não é possível saber qual é o nome do livro. As páginas lidas nos últimos 4 dias formam uma P.A. de razão igual a 0, ou uma P.G. de razão igual a 1.
R7A	Segundo os meus cálculos são Antônio e Maria.
R8A	18 + 18 = 36,00; 5 * 60 =300; 300+17 = 317; 317 * 0,03 = 9,51; 36,00 + 9,51= 45,51

Quadro 9 - Resoluções de Bianca.

R1B	30-----------100 x------------120 100x = 120 * 30; 100x = 3600; x = 3600/100; X = 36; 120 – 36 = 84 R$ 84,00
R2B	3 * 0,75 = 2,25 25-------------2,25 600-----------X 25X = 600 * 2,25; 25X = 1350; X= 1350/25; X = 54 R$ 54,00
R3B	1-5 6-50 11-55 16-65 2-15 7-51 12-56 17-75 3-25 8-52 13-57 18-85 4-35 9-53 14-58 19-95 5-45 10-54 15-59 19 páginas
R4B	1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91 São 13 números
R5B	130/65=2 195/65=3 65 livros por estante
R6B	Ele levou 4 dias para ler as 52 páginas. Ele lê por dia 13 páginas. Ele vai ler nos últimos dias 21 páginas. Faltam 68 páginas para ele terminar a leitura.
R7B	Maria e Antônio
R8B	18,00 + 9,51 = 27,51 27,51+ 18,00 = 45,51

Quadro 10 - Resoluções de Cristina.

R1C	120 * 30 = 3600 3600/100 = 36 Ela passará a pagar R$ 84,00
R2C	Não conseguiu resolver.
R3C	19 páginas, 15 folhas.
R4C	1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91 13 números
R5C	130/2 = 65 195/2 = 65 Ou seja, seriam 2 estantes com 65 livros de matemática e 2 estantes com 65 livros de português.
R6C	Ele levou 6 dias para ler as 52 páginas. Ele deve ler 17 páginas por dia. Nos últimos dois dias ele vai ler 34 páginas. O nome do livro é “leitura do dia”. Faltam 68 páginas para ele terminar a leitura. As páginas lidas nos últimos dias formam uma P.A. de razão 17.
R7C	A Maria e o Antônio têm a mesma altura.
R8C	0,03 * 60 = 1,80 1,80 * 5 = 9,00 0,03 * 17 = 0,51 9,00 + 0,51= 9,51 18 * 2 = 36 9,51 + 36 = 45,51

Quadro 11- Resoluções de Daviane.

R1D	10% = 12 20% = 24 30% = 36
R2D	25 km = 3L = 2,25 2,25 * 24= 51
R3D	O algarismo 5 aparece 15 vezes na numeração. 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 65, 75, 85, 95
R4D	15 + 6 = 21; 21 + 7 = 28; 28 + 8 = 36 36 + 9 = 44; 44 + 10 = 54; 54 + 11= 65 65 + 12 = 87; 87 = 13 = 100 São 12 números.
R5D	13/2 = 65 195/3 = 65 2 estantes de 65 livros de matemática e 3 estantes de 65 livros de português, formando 5 estantes de livros com quantidades iguais.
R6D	Ele deve ler por dia 17 páginas. Ele vai ler nos últimos dois dias, 34 páginas. O nome do livro é “o grande livro de João.” Faltam 69 páginas para ele terminar a leitura. Ele levou 3 dias e meio para ler as 52 páginas. As páginas lidas nos últimos 4 dias formam uma P.A. de razão 0, pois é constante.
R7D	L ma A me M me L ma A ma J me J me M ma Se Antônio é menor que Luíza e maior que Júlio, então Luíza e Júlio têm alturas diferentes, portanto quem tem alturas iguais são Antônio e Maria.
R8D	Janeiro: 15 horas e 17 minutos – 10 horas = 5 horas e 17 minutos = 5 * 60+17= 300+17 = 317 minutos = 317* 0,03 = 9,51; 9,51 + 18,00 = 27,51 Fevereiro: 9 horas e 55 minutos = 18,00 27,51+18,00 = 45,51 Geni gastou no total R$ 45,51.

Quadro 12 - Resoluções de Estevão.

R1E	120 * 3 0 = 3600 36 120 – 36 = 84 Irá pagar R$ 84,00
R2E	1 L= 0,75 25 km = 3L 3L=2,25 600 km = 24. 25 km 600 km = 24. 3L 600 km = 24. 2,25= 54,00 Maria gastará R$ 54,00
R3E	15 folhas desse livro possuem o algarismo 5 em sua numeração.
R4E	15 + 6 = 21; 21 + 7 = 28; 28 + 8 = 36 36 + 9 = 44; 44 + 10 = 54; 54 + 11= 65 65 + 12 = 87; 87 = 13 = 100 São 12 números.
R5E	132/2 = 66 195/3 = 65 Deve colocar 66 livros em 2 e 65 em 3.
R6E	Não se sabe quantos dias ele levou para ler as 52 páginas. Ele deve ler por dia 17 páginas. Ele vai ler nos últimos dois dias 34 páginas. Não se sabe o nome do livro. Faltam 68 páginas para ele terminar a leitura. As páginas lidas nos últimos 4 dias formam uma P.A. de razão 0.
R7E	Luíza e Júlio são irmãos da mesma altura.
R8E	R$ 45,51

Quadro 13 -Resoluções de Felipe.

R1F	120 – 36 = 84
R2F	25 km = 2,25 50 km = 4,50 100 km = 2 * 4,50 = 9,00 Se 100 km = 9,00, então 600 km = 6 * 9,00 = 54,00
R3F	5,15,25,35,45,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,65, 75,85,95= 15 folhas I I I I I I V V V V I I I I I 1+ 1+ 1+1+ 1+1 +1 +1 +1 +1 + 1 +1 +1 +1 +1 = 15folhas
R4F	São 13.
R5F	195 – 130 = 65
R6F	Ele levou 10 dias para ler as 52 páginas. Ele deve ler por dia 5 páginas.. Ele vai ler 10 páginas nos últimos 2 dias O nome do livro é “Matemática.” As páginas lidas nos últimos 4 dias formam uma P.A.
R7F	Luíza e Júlio
R8F	18,00 + 18,00 = 36,00 de tarifa mensal fixa 5horas e 17minutos = 317 minutos = 317 * 0,03 = 9,51 36,00 + 9,51 = 45,51

Algumas heurísticas importantes na resolução dos problemas: padrões de indução encontrados nas R2A, R2F e R1D; introdução de elementos auxiliares (esqueminhas) encontrados nas R7D e R3E; decomposição do problema e trabalho por partes, encontrados nas R1D, R2A, R2E, R2F, R3A, R3B, R3D, R3F, R4A, R4B, R4C, R4E, R7D, R8A, R8C, R8D e R8F; verificação da solução, utilizando a pergunta: é possível responder esta questão somente com os dados do problema?, Encontrados nas R6A, R6B e R6E, quando não conseguem responder o nome do livro.

Na situação-problema 1, há uma variedade de respostas: regra de três simples, cálculo mental, multiplicação de frações e indução. Ficamos satisfeitos com as respostas destes alunos, mas, na classe, em geral, muitos tiveram dificuldades com porcentagem e o conceito foi *explicado*, relembrado, discutido, *questionado* em ambas as turmas, antes da realização da situação-problema. Após houve a explanação das respostas e a correção com explicações e questionamentos; esta atitude ocorreu em todas as situações-problema que foram *trabalhadas com os alunos*.

As soluções encontradas para o problema2, demonstraram diferentes habilidades na resolução de um problema. São estratégias diversificadas que chegam a um mesmo resultado e demonstram a criatividade dos educandos e também a não compreensão do problema por uma das participantes da pesquisa.

Destaca-se na questão 3, o fato de que os alunos precisaram do material concreto para respondê-la e que nas duas classes houve a explicação da diferença entre páginas e folhas de um livro.

Na questão 5, nenhum aluno das duas classes cogitou sequer o M.D.C. Fizeram por dedução, ficaram dividindo o 130 e o 195 por vários números, até chegarem à conclusão de que o maior número que dividia ambos era o 65, depois que entregaram as respostas. Houve a formalização da idéia de M.D.C. e que as regras existem na Matemática justamente para facilitar a vida deles e não para complicar. A escola vem trabalhando conceitos importantes como M.M.C. e M.D.C. inúmeras vezes desconectadas com problemas cotidianos, sem aplicação útil e por isso estes conceitos não se concretizam, são apenas memorizados, numa situação como esta de Ensino Médio e brevemente esquecidos.

A situação-problema 6, em especial, gerou muita curiosidade, pois queriam saber o nome do livro. Diziam "professora não dá para saber!", e como podemos observar, os outros fizeram questão de responder o nome do livro. Posteriormente, quando foi entregue o problema *corrigido*, houve o comentário de que nem toda pergunta tem uma resposta objetiva, acontece de a resposta ser "não é possível", podem surgir perguntas impossíveis tanto na Matemática quanto em suas vidas. Outro fator interessante foi *questioná-los* quantos dias ele levou para ler as 52 páginas. Também é uma questão impossível, porque o problema não fornece dados suficientes para respondê-la.

A escola não tem ensinado ao aluno a pensar com autonomia. Ampliar a visão de que os problemas podem ser impossíveis, podem ter dados a menos ou a mais e que cabe ao próprio educando perceber isto, implica derrubar tabus matemáticos.

O problema 8 foi importante para discutir sobre os planos de pagamento de telefones celulares e fixos, que são realmente aulas de Matemática da vida cotidiana. Houve comentários de que toda hora passam comerciais na televisão sobre eles e que é preciso comparar para ver qual é mais vantajoso. Muitos alunos têm celulares, portanto este assunto interessou bastante e as respostas foram bem lógicas, criativas e diversificadas. Quando digo que as respostas foram criativas, demonstro que este fator é uma conseqüência das implicações de um trabalho com a perspectiva metodologia de resolução de problemas, o que discuto no capítulo a seguir.

4 IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS DE UM TRABALHO COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

"Tudo é número"
Lema da escola Pitagórica

4.1 A mudança de atitude dos alunos e a criatividade

Em recentes pesquisas, há a aproximação da teoria histórico-cultural com a Matemática, em especial, ressalto a relevância dos trabalhos de Lucia Moysés e Terezinha Nunes.

Moysés (1997) nos conta que a questão cultural foi gradativamente ganhando terreno nos estudos de Terezinha Nunes e hoje alguns desses estudos têm alusão direta a certas idéias do enfoque histórico-cultural.

A autora ainda salienta que no campo da Educação Matemática, a tendência na aproximação de um enfoque sociocultural surgiu por ocasião do terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática, na Alemanha, em 1976, e tem se firmado, está em franca expansão em níveis internacionais.

Moysés (1997), genialmente conclui que os trabalhos de pesquisa, é obra coletiva e

> se não apresenta respostas acabadas e definitivas para problemas educacionais, nem por isso deixa de assumir o seu papel de fazer dessa busca sua razão de ser. E nessa transitoriedade de verdades que a sustenta, destaco o potencial da teoria sócio-histórica para orientar práticas pedagógicas voltadas para o ensino de qualidade. (MOYSÉS, 1997, p.165).

Uma das contribuições fundamentais da Teoria Histórico-Cultural para a Educação Matemática é o ensino voltado para a compreensão. Moysés (1997, p.37), destaca as expressões que Vygotsky usou para resumir o que seria a essência desse ensino:

> Trabalhando com o aluno: A preposição com já revela uma atitude de interação. Trabalham professor e aluno...
> Explicou e deu informações: Explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição...

> Questionou e corrigiu o aluno: isto, é, procurou verificar se a sua fala havia sido compreendida e, diante de possíveis erros, vai corrigindo-os.

Esse ensino voltado para a compreensão é condizente com a perspectiva metodológica de resolução de problemas posto que em todo o desenvolvimento do trabalho encontramos pontos de aproximação da teoria histórico-cultural com a perspectiva em questão.

Quanto a nossos educandos, notadamente houve uma mudança de atitude ao se envolverem com a resolução de problemas, ao perceberem que o professor se interessa por eles, que os ouve, explica, dá todas as informações necessárias, os corrige e os faz expor suas concepções. Considero que os educandos melhoraram suas relações com a disciplina, passaram a gostar mais, a participar, a estarem ativos no processo dinâmico que é a Educação.

Intuitivamente ao resolverem os problemas, os alunos se utilizaram de princípios de pensamento da lógica clássica, não há um pensamento correto que não seja lógico, em todas as situações problemas as resoluções corretas passaram por toda uma lógica para serem respondidas da maneira que foram.

O aluno criativo surge na medida em que seu educador também seja criativo, instigar criatividade dos educando por meio de problemas é um excelente meio de aprender Matemática, de formar conceitos matemáticos.

Na atualidade, cada vez mais o que se espera das pessoas em situações concretas é raciocínio lógico e criatividade na resolução de problemas pessoais e profissionais posto que o poder de criar está contido em atos diários e que o ser humano criativo terá mais êxito do que aquele que não demonstra criatividade.

Todos os seres humanos têm potencial criativo, pois toda

> criança nasce com uma única potencialidade, a potencialidade para aprender potencialidades; com uma única aptidão, a aptidão para aprender aptidões; com uma única capacidade, a capacidade ilimitada de aprender e, nesse processo, desenvolver sua inteligência-que se constitui mediante a linguagem oral, a atenção, a memória, o pensamento, o controle da própria conduta, a linguagem escrita, o desenho, o cálculo - sua personalidade - auto estima, os valores morais e éticos, a afetividade. (MELLO, 1999, p.136).

Outro desafio então se institui para o educador: mediar potencialidades, dentre elas a criatividade, mediar aptidões, dentre elas a Matemática, mediar capacidades, dentre elas a Matemática, visando o desenvolvimento de seu ser completo e, talvez seja necessária a utopia de tornar a sociedade com seres desenvolvidos e com valores diferentes dos atuais que são voltados para uma hegemonia burguesa.

4.2 Aspectos ligados à formação do professor

Posso me sentir impotente diante da imensidão de desigualdades e injustiças, mas esse sentimento é amenizado quando vejo que tenho a possibilidade de gerar mudanças em minhas mãos de Educadora.

Se os cursos de formação de professores seguem modelos disciplinares de organização do conteúdo, entende-se que esse traz consigo a crença de que para ser um bom professor é suficiente que o profissional da Educação domine o conteúdo a ser ensinado. Talvez por isso nas escolas públicas, tantos engenheiros, agrônomos, arquitetos, ministrem aulas de Matemática em caráter temporário, eles sabem de Matemática tanto quanto um licenciado em Matemática, seguindo esta lógica.

Há uma carência na formação dos docentes, os quais estão concluindo sua formação profissional, pobres em relação aos conhecimentos pedagógicos de sua área e de como aplicá-los.

Moysés (1997, p.162), relata o que é imprescindível à formação do professor: “sem um embasamento teórico consistente, creio que dificilmente saberá pôr em prática a teoria [...] o ideal é que ele se aproprie desse conhecimento”.

A crise existente hoje no ensino dificilmente terá uma solução se os cursos de formação de professores de Matemática não atentarem para uma formação completa e enquanto o sistema educacional aceitar formados de todas as áreas para ministrarem aulas de Matemática. Além disso, os profissionais em exercício deveriam ter disponibilidade para participação em grupos de estudo, especializações, capacitações e cursos a fim de que se apropriem de informações sobre o conhecimento produzido visto que na Educação as contribuições das pesquisas chegam a passos lentos nas mãos dos Educadores e é justamente na atualização do docente que se encontram as possíveis soluções mais viáveis para os problemas de aprendizagem de seus alunos.

4.3 Conseqüências para a organização curricular

Prevalece no ensino da Matemática e na forma de sua organização curricular, como estabelecemos ao longo desse estudo, uma perspectiva nitidamente internalista, isto é, prevalece no processo de difusão do conhecimento matemático a forma de pensar a Matemática historicamente estabelecida pelo matemático.

Impõe-se pensar uma concepção externalista de difusão do conhecimento matemático, isto é, pensar o encaminhamento dos fatos matemáticos a partir dos modos de pensar e da vivência dos educandos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A importância da discussão aqui abordada é atual e pertinente, pois, apesar de haver estudos relacionados à resolução de problemas em desenvolvimento nos últimos trinta anos, a escola ainda trabalha efetivamente muito pouco com a resolução de problemas.

Predomina a veiculação de exercícios de caráter meramente imitativo-repetitivo, além do fato de poucas pesquisas analisarem a relação professor-aluno e a perspectiva da Educação Matemática numa visão da Teoria Histórico-Cultural enquanto fundamentação teórica da perspectiva metodológica de resolução de problemas. Nesse sentido, considerar o universo sociocultural no qual se ensina nos parece conduta pedagógica que não pode ser adiada já que é a ação que justifica a necessidade da operação Matemática a ser desenvolvida.

Os alunos participantes da pesquisa envolveram-se ativamente de todo o processo e tiveram amplas oportunidades para resolver uma variedade de problemas. Percebo as dificuldades encontradas na resolução das situações-problema, mas o professor leva o aluno a superá-las com diálogo e intencionalidade e visa sempre que o educando aprenda e, conseqüentemente, se desenvolva.

As variáveis envolvidas na resolução de problemas são muitas, dentre elas, citam-se a afetividade, o contexto, o professor, o aluno, o nível de desenvolvimento de cada aluno, as emoções. Não obstante, se os alunos forem capazes de explicarem como resolveram o problema, os porquês da resolução, o que os levou a desistência ou se copiaram, através desta abertura, serão capazes de apropriarem-se do mecanismo de suas próprias ações.

Com a realização deste estudo chegou-se a conclusão de que a perspectiva metodológica de resolução de problemas proporciona o conhecimento da Matemática, o encaminhamento da formação dos conceitos e o desenvolvimento da criatividade dos educandos.

O ato de aprender é de grande valia não só para a política educacional, mas sim para toda a sociedade haja vista que a Educação é um dos fatores mais importantes para o desenvolvimento do ser humano, constituindo-se em um pré-requisito essencial para a adequada inserção nas demais instâncias da vida.

Também conclui que prevalece, ainda, entre os educandos uma visão infantil e marcada por mitos resistentes a respeito da Matemática. Apesar disso, eles mostraram-se criativos ao resolverem problemas e modificaram sua relação esta disciplina após serem submetidos a aulas na perspectiva metodológica de resolução de problemas.

O professor comprometido com o aluno real (seres humanos que tem na sua frente) e não com o sistema de ensino imposto, quer formar futuros profissionais capazes, competentes, justos, solidários, criativos e amantes do que fazem, pois eles serão nossos futuros médicos, dentistas, advogados, professores, bancários, vendedores, juízes, veterinários, administradores, etc., e **ao libertá-los** do senso comum e dos paradigmas impostos pela sociedade alienadora, **libertamo-nos também**. Freire já dizia que ninguém liberta ninguém, ninguém se liberta sozinho, mas “os homens libertam-se em comunhão”.

O trabalho aqui apresentado é apenas um início de alguns questionamentos e apontamentos necessários para a perspectiva metodológica de resolução de problemas á luz da Teoria Histórico-Cultural, se mantém inacabado, pela necessidade de alguns aprofundamentos na Teoria e por ter analisado apenas alguns aspectos inerentes a mesma em relação com a formação de conceitos matemáticos. Também ressalto que o tema criatividade, merecerá em futuras pesquisas nessa linha de raciocínio, uma definição mais complexa, dada por Vygotsky, aliada aos problemas matemáticos.

Se como o computador, contássemos as palavras dessa dissertação, resultaria em 23.501 palavras, e, ponto final. Mas se com o olhar criativo, para além das aparências, do homem que calculava de Malba Tahan, contássemos as palavras dessa dissertação, diríamos que 23.501 é um número extraordinário, que representa uma vitória pessoal de uma professora comum, um número de alegria de poder ser ouvida pela sociedade, um número de esperança de que esta dissertação sirva para que professores que acreditam na Educação como processo de humanização, reflitam sobre suas práticas educativas e número de esperança também de que esta pesquisa se amplie e tenha formas de continuidade e discussões, nessa eterna busca de respostas.

Em suma, é primordial que se faça uma ampla revisão na prática pedagógica desenvolvida em Matemática, a fim de que esta contribua positiva e efetivamente para a formação de educandos sujeitos de transformações sociais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARIAS, G. **La persona en el enfoque histórico cultural**. São Paulo: Linear B, 2005.

BAKTHIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. São Paulo: Hucitec, 1990.

BANCO de questões – 1ª, 2ª e 3ª **Olimpíadas Brasileira de Matemática das escolas públicas**; apoio: CNPQ e Ministério do Esporte; realização: Impa, Sociedade Brasileira de Matemática, Ministério da Ciência e Tecnologia e Ministério da Educação.

BOGDAN, R.; BIKLEN S. **Investigação qualitativa em educação**. 1. ed. Porto, 2003.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Europa- América, Lisboa, 1974.

BRUNER, J. S. **O Processo da Educação.** São Paulo: Nacional, 1968.

CIÊNCIAS DA NATUREZA, MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS/Secretaria de Educação Básica, Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. (**Orientações curriculares para o ensino médio**; volume2).

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DUARTE, N. A **Relação entre o lógico e o histórico no ensino da Matemática elementar.** 1987. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1987.

EDUCAÇÃO, Ministério da (Brasil): **Lei nº. 9.394, de 20 de Dezembro de 1996, Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional (LDB);** In: Diário Oficial da União, Ano CXXXIV, n 248, p.p. 27.833 – 27.841, Brasília, 23/12/1996.

EDUCAÇÃO, Ministério da (Brasil): **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999.

FREIRE, P. **Educação como Prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1969.
__________. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
_________. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.
_________. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LEONTIEV, A. N. **O Homem e a Cultura**. In. O desenvolvimento do Psiquismo. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
____________. **Uma contribuição para a Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil.** In Vygotsky, L. S. e outros. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. São Paulo: Ícone/Edusp,1988.

LUDKE, M. **A caminho de uma sociologia da avaliação escolar**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas,1987.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: Análise de uma impregnação mútua**. São Paulo: Cortez, 1999.

MANGUEL, A. **Uma história da leitura**. São Paulo: Cia. das Letras, 1997.

MARX, K; ENGELS, F. **A Ideologia Alemã**. Paris: Éditions Sociales, 1958. (Edição baseada na tradução e no aparelho crítico de Renée Cartelle e Gilbert Badia elaborados para Èditions Sociales, Paris). O texto da tradução brasileira foi confrontado por Mauro de Queiroz com o texto alemão de Die deutsh Ideologie (Esrter teil) publicado pela mesma editora.

MELLO, S. A. **Algumas Implicações Pedagógicas da Escola de Vygotsky para a Educação Infantil.** Pro-posições, Campinas, 1999.

MESZÁRIOS, I. **A Educação para além do Capital.** São Paulo: Boitempo,2005.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1997.

MUKHINA, V. **Psicologia da Idade Pré-escolar.** São Paulo: Martins Fontes, 1996.

PIRES, C. M. C**. Currículo de Matemática da Organização linear a idéia de rede**. São Paulo: FTD, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas** – aprender a resolver, resolver para aprender**.** Porto Alegre: artmed, 1998.

PROPOSTA curricular para o ensino de Matemática. 1986.

ROSEMBLAT, E. **Critérios para a construção de uma seqüência didática no ensino dos discursos argumentativos.** In: ROJO, R. (org.) A prática de linguagem em sala de aula: Praticando os PCNs. Campinas, SP: Mercado das Letras:2000.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J.; Col. . **Gêneros orais e escritos na escola.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2004.

SMITH, F. **Compreendendo a leitura:** uma análise psicolingüística da leitura e do aprender a ler. Porto Alegre: Artmed,2003.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, Escrever e Resolver Problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VYGOTSKY, L. S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **El Problema del entorno**. The problem of the environment in the Vygotsky. Readers, 1994. (Tradução- universidade de Havana- Cuba).
______________.**Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes,2000.

ANEXOS

ANEXO A - Resumo do tema: Basta oferecer um bom ensino a todos ou é preciso também garantir que todos aprendam?

Opinião sobre o tema (1ª questão):

Foi um tema objetivo, uma pergunta que considerei inteligente e brilhantemente respondida e comentada pelo professor Caldino.

Aprendi e incorporei a diferença entre didática e pedagogia e assim como o professor, eu também cheguei a conclusão de que a pedagogia deveria ser uma matéria a mais para nosso curso de licenciatura.

Essa questão serviu para uma novata e leiga como sou nesses assuntos, ficar mais engajada do sistema econômico que vivemos e muito mais preocupada e assustada com a posição de palhaços ou inertes que alguns professores tomam, com suas vidinhas mascaradas e medrosas; o que consola é que ainda há vida atrás desses DOUTORES e que ainda restam verdadeiros professores, não se pode generalizar, porque <u>toda</u> generalização é perigosa, inclusive esta.

A indignação é o primeiro passo! Valim.

ANEXO B - Questionário sobre profissão e significados de palavras relativas à Matemática.

1. Profissão:
2. Quais são as atribuições do seu cargo?
3. Já repetiu de ano alguma vez? Qual série?
4. Gosta de matemática? Por que?
5. Com suas palavras, dê o significado das palavras abaixo:

MATEMÁTICA:

ÁREA:

ÁLGEBRA:

PERÍMETRO:

EQUAÇÃO:

PROBLEMA:

ANEXO C - lista de situações-problema.

1) Como dividir igualmente 24 barris de vinho entre três pessoas, sendo que 5 barris estão cheios 8 estão vazios e 11 estão pela metade? As pessoas querem receber a mesma quantidade de vinho e de barris.

2) Entre Brejo seco e Pantanal realizou-se uma corrida, entre cinco cavalos:

- TORDILHO chegou depois de RELÂMPAGO
- ESPIRAL e TROVOADA chegaram ao mesmo tempo
- ANARQUISTA chegou depois de RELÂMPAGO
- O cavalo que ganhou, obviamente chegou sozinho.

Qual cavalo ganhou a corrida?

3) Quantos animais de cada espécie Moisés levou na arca?

4) Você está dirigindo um ônibus de 40 lugares lotado a princípio, no primeiro ponto descem 20 pessoas e sobem 15, no segundo ponto descem 5 pessoas e sobem 8, no terceiro e último ponto descem 18 pessoas e sobem 2. Qual é a idade do motorista?

5) As boas notícias correm depressa. Carla poupou dinheiro suficiente para comprar uma bicicleta. Imediatamente disse a duas amigas e, dez minutos mais tarde cada uma repetiu a novidade a duas outras amigas. Se a novidade continuar a

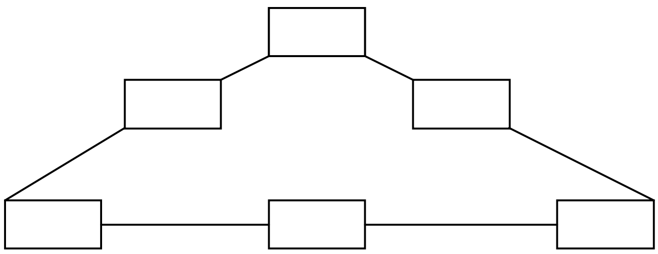
se espalhar dessa forma, quantas pessoas saberão da nova bicicleta de Carla ao fim de uma hora?

6) Um médico receitou a José quatro comprimidos para serem tomados um a cada meia hora, depois de quanto tempo ele terá terminado de ingerir os quatro comprimidos?

ANEXO D - lista de situações-problema.

1) Um sitiante quer cercar com uma tela de 60m de comprimento um terreno, que tivesse a maior área possível para fazer uma horta. Vamos ajudar o sitiante, descobrindo quais as dimensões do terreno são ideais?

2)Coloque os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 nos retângulos da figura abaixo de modo que a soma em cada lado seja 10.



3)Ana precisa calcular 28 X 18 (na calculadora), porém a tecla 8 de sua calculadora está quebrada, que solução você daria para Ana resolver este problema? Lembre-se, ela terá que usar esta calculadora quebrada. (Deixe anotado no espaço abaixo, todos os seus pensamentos e cálculos). Explique sua resposta.

ANEXO E - lista de situações-problema.

1) Em que escola você estudou no ano de 2006?

2) Qual é a sua matéria preferida na escola? Por quê?

3) Qual é a matéria que você tira as melhores notas? Por quê?

4) Você gosta de Matemática? Por quê?

5) Com suas palavras dê o significado das palavras abaixo:

Matemática:

Problema matemático:

Solução do problema matemático:

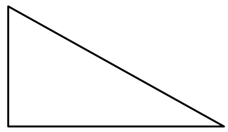
ANEXO F – lista de situações-problema.

1- V OU F?

A) UM TRIÂNGULO ACUTÂNGULO POSSUI HIPOTENUSA ( )

B) UM TRIÂNGULO RETÂNGULO POSSUI OS TRÊS ÂNGULOS AGUDOS()

C) PARA CALCULAR O SENO DE UM ÂNGULO, BASTA DIVIDIR O CATETO OPOSTO PELO CATETO ADJACENTE ( )

D) 

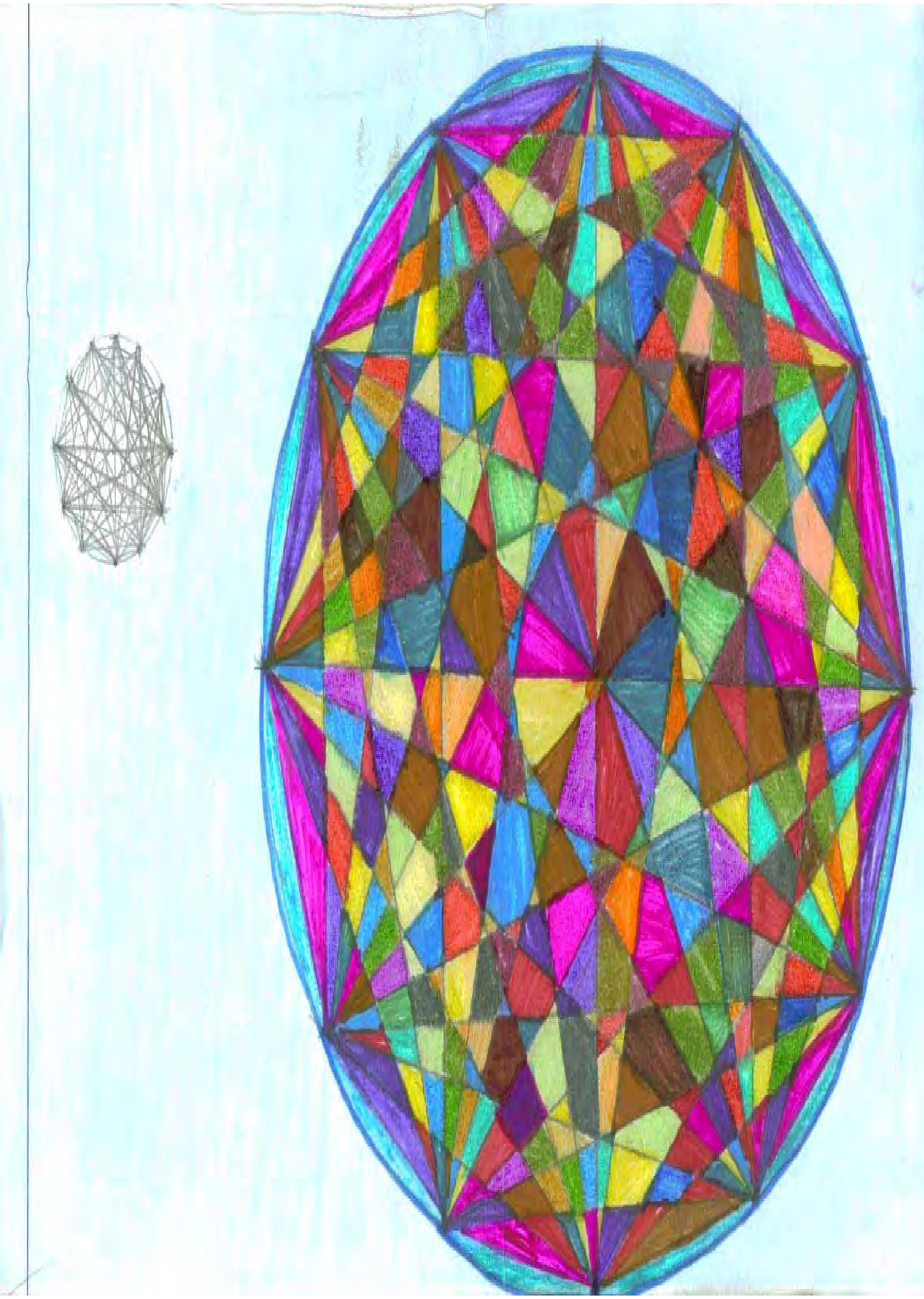
2- COMPLETE COM PALAVRAS QUE JULGAR CORRETAS

A) O __________ DE UM ÂNGULO É OBTIDO, DIVIDINDO O CATETO ADJACENTE PELA HIPOTENUSA DE UM TRIÂNGULO .

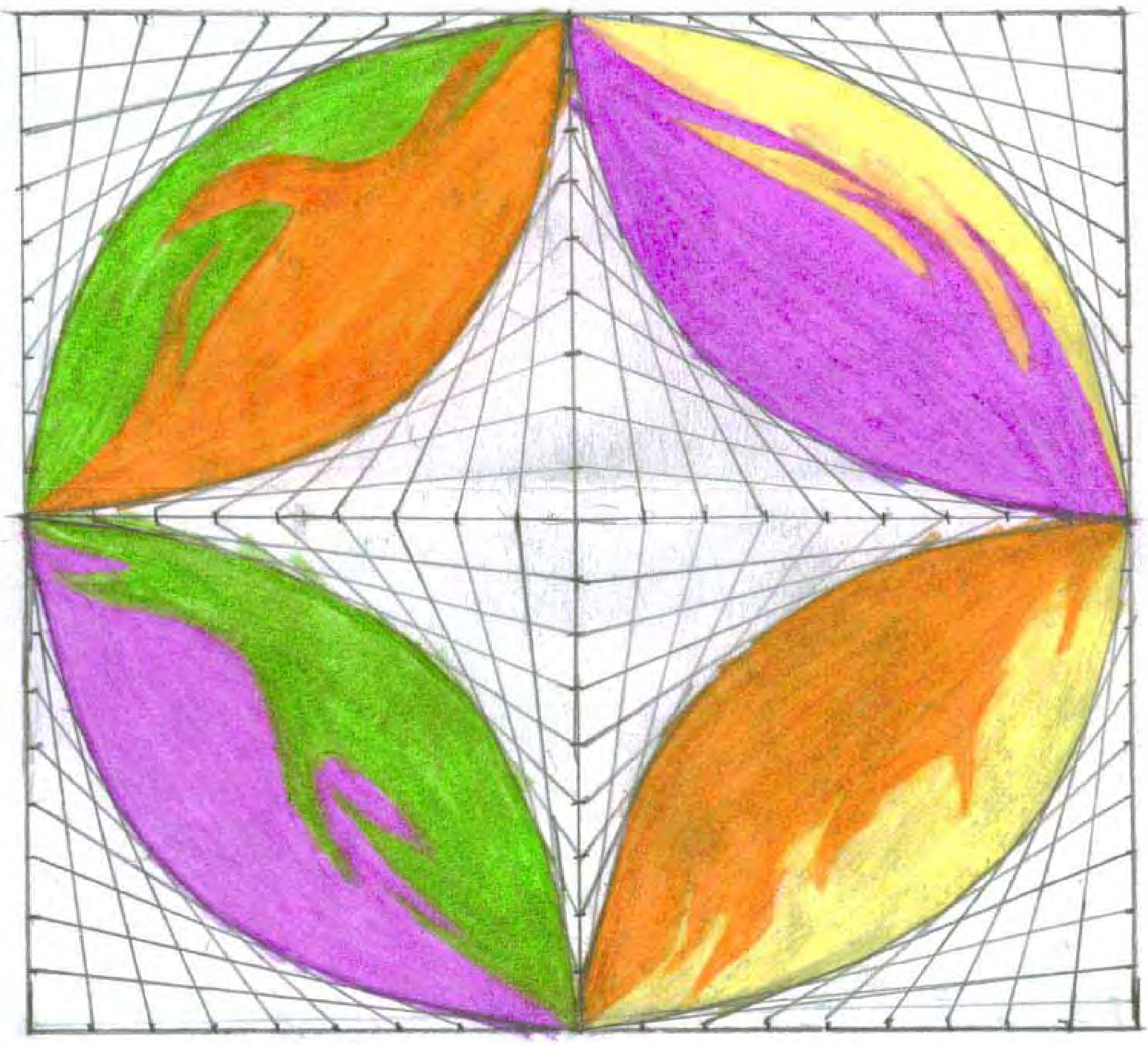
B) O TEOREMA DE _______________, NOS DIZ QUE HIPOTENUSA AO QUADRADO É IGUAL A SOMA DOS QUADRADOS DOS CATETOS.

C) AO DIVIDIR O CATETO OPOSTO PELO CATETO ADJACENTE DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO, OBTEMOS A ___________ DO ÂNGULO.

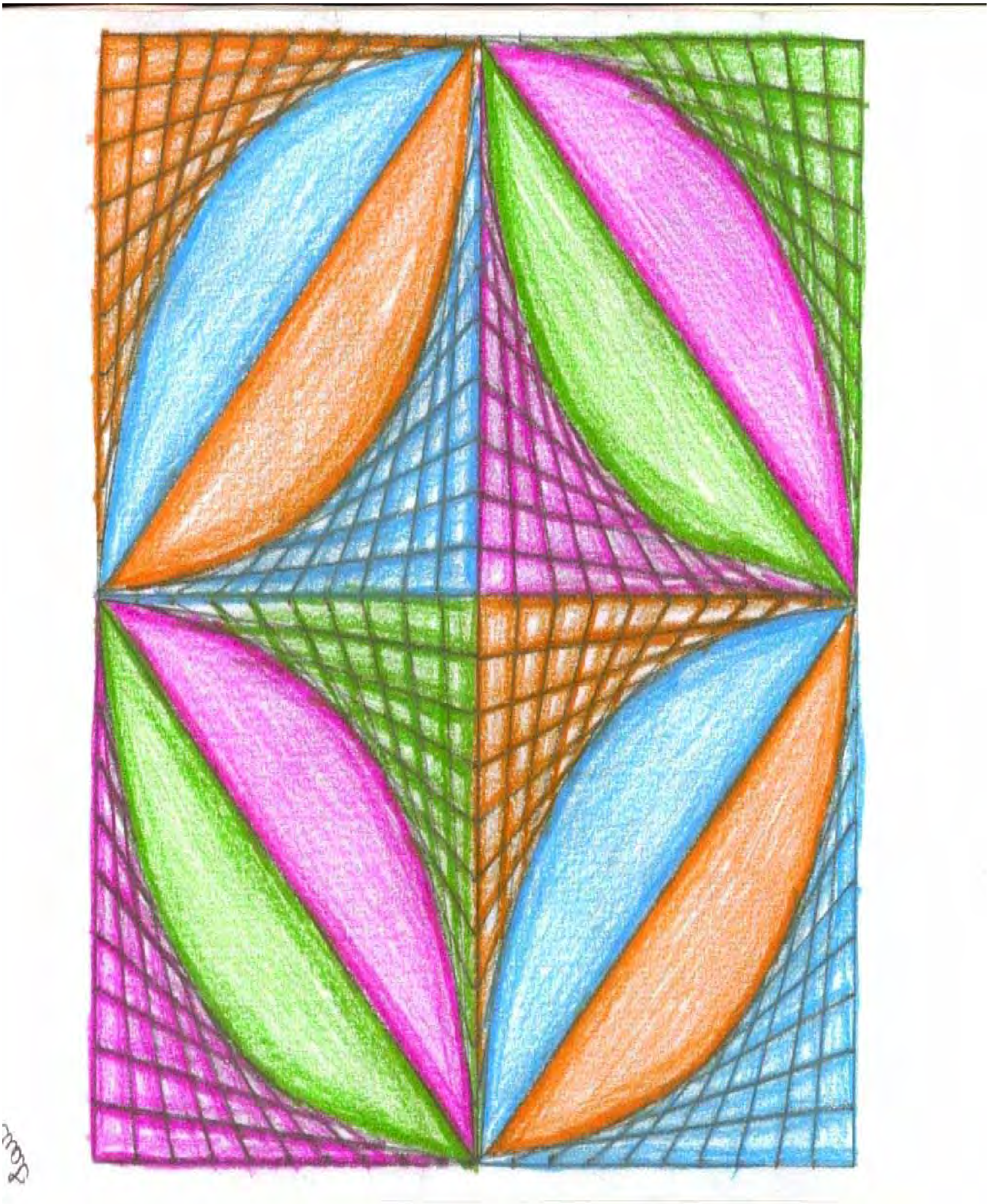
ANEXO G – Trabalho de geometria.



ANEXO H - Trabalho de geometria.



ANEXO I – Trabalho de geometria.



ANEXO J – Poesia Matemática.