

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

José Eduardo Gonçalves

**INVESTIGAÇÃO TEÓRICA DA VIBRAÇÃO GERADA
DEVIDO ESCOAMENTO INTERNO EM TUBOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Bauru

2020

José Eduardo Gonçalves

**INVESTIGAÇÃO TEÓRICA DA VIBRAÇÃO GERADA
DEVIDO ESCOAMENTO INTERNO EM TUBOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício César Lobato de Almeida

Bauru

2020

G635i Gonçalves, José Eduardo
Investigação teórica da vibração gerada devido
escoamento interno em tubos utilizando o método de
elementos finitos / José Eduardo Gonçalves. -- Bauru,
2020
77 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Fabrício César Lobato de Almeida

1. Tubo. 2. Método de elementos finitos. 3.
Estabilidade. 4. Interação fluido-estrutura. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da
Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JOSÉ EDUARDO GONÇALVES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 06 dias do mês de fevereiro do ano de 2020, às 09:00 horas, no(a) Sala de Videoconferência - sala 2 (prédio DTI), reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia de Biossistemas / Faculdade de Ciências e Engenharia de Tupã - UNESP, Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. PAULO SÉRGIO BARBOSA DOS SANTOS do(a) Departamento de Engenharia de Biossistemas / Faculdade de Ciências e Engenharia de Tupã - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JOSÉ EDUARDO GONÇALVES, intitulada **INVESTIGAÇÃO TEÓRICA DA VIBRAÇÃO GERADA DEVIDO ESCOAMENTO INTERNO EM TUBOS UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA

Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES

Prof. Dr. PAULO SÉRGIO BARBOSA DOS SANTOS

Eu por este meio declaro que essa dissertação foi composta por mim e não foi submetida para nenhuma aplicação prévia para uma obtenção de grau. Todo o trabalho descrito nessa dissertação foi de autoria própria e todas as fontes de informação foram especificamente referenciadas.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela força e sabedoria, a minha esposa, filhas e mãe pelo apoio e compreensão pelas ausências devido ao envolvimento e dedicação neste trabalho. Em especial ao meu pai Luiz Gonçalves (in memoriam) que nos deixou durante esse período, mas seu exemplo de honestidade e dedicação ao trabalho foram fundamentais para cumprimento desta etapa.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão ao orientador Professor Dr. Fabrício César Lobato de Almeida pela dedicação, motivação e conhecimento transmitido.

À empresa Zilor S.A pelo suporte, incentivo e recursos que contribuíram para elaboração do trabalho.

Aos Professores Dr. Marcos Silveira e Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves pela disponibilidade em colaborar com conhecimento que auxiliou para que esse trabalho fosse concluído.

INVESTIGAÇÃO TEÓRICA DA VIBRAÇÃO GERADA DEVIDO ESCOAMENTO INTERNO EM TUBOS UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

José Eduardo Gonçalves

Palavras-Chave: Tubo, Método de Elementos Finitos, Estabilidade, Interação fluido-estrutura

Resumo - Tubulações estão presentes na grande maioria das instalações industriais e são essências para setores críticos do processo produtivo. De maneira geral, tubulações tem a função de conduzir fluido entre dois pontos da instalação tendo assim, outras tubulações ou outros equipamentos acoplados. Tubulação é o termo comumente utilizado para definir um conjunto de tubos e seus acessórios (suportes, conexões, bombas, entre outros). Esses sistemas estão expostos a fontes de vibração externa, como por exemplo uma máquina rotativa acoplada (bombas) cuja frequência de rotação pode coincidir com uma das vibrações presentes no sistema. Outro tipo de vibração é aquela gerada pela passagem do escoamento interno devido interação fluido-estrutura resultando no fenômeno *flutter*. Esse tipo de vibração é do tipo nesse auto excitada gerada por uma instabilidade no sistema. Dessa maneira, nota-se a importância de prever através de modelos analítico/numérico quais as frequências naturais dos tubos, bem como, a estimativa da velocidade crítica para evitar o acontecimento do fenômeno de flutter. Esses modelos podem ser utilizados no auxílio da configuração ideal levando em conta a geometria, propriedades do material e condições de contorno que garantam o funcionamento dos mesmos em uma condição de trabalho segura. Portanto, esse trabalho tem como principal objetivo investigar teoricamente como esses tubos se comportam quando um fluido é transportado causando vibração auto excitada utilizando um modelo numérico de elementos finitos. O estudo levou em conta um tubo com a condição de contorno bi apoiada em suas extremidades, sendo que os efeitos da variação da espessura da parede do tubo e distância entre seus apoios serão estudados para uma faixa determinada de velocidade de fluxo do fluido sob regime de escoamento permanente.

THEORETICAL INVESTIGATION OF GENERATED VIBRATION DUE TO PIPES INTERNAL FLOW USING THE FINITE ELEMENT METHOD

José Eduardo Gonçalves

Keywords: Pipe, Finite Element Method, Stability, Fluid-Structures Interactions

Abstract - Pipeline systems are present in many industrial installations and are essential for critical sectors of the production process. In general, pipeline systems have the function of conveying fluid between two points of the industrial installation, may having other pipes or other equipment coupled. Pipeline is the term commonly used to define a set of pipes and their accessories (supports, connections, pumps, among others). These systems are exposed to sources of external vibration, such as rotating machines (pumps) coupled to those, in which the rotation frequency can coincide with one of the resonant frequencies present in the system. Another type of vibration is the one generated by the conveying fluid (internal flow) due to the fluid-structure interaction, which results in the so-called flutter phenomenon. This type of vibration is a self-excited one caused by an instability in the system (pipe). It is observed the importance of predicting through analytical/numerical models the natural frequencies of the pipes, as well as the estimated critical velocity to avoid the occurrence of flutter. These models can be used to aid the ideal configuration taking into account the geometry, material properties and boundary conditions that guarantee their operation in a safe working condition. Hence, the main objective of this work is to investigate theoretically how these pipes behave when a fluid is conveyed causing self-excited vibration by using a numerical finite element model. The study will take into account a simple supported pipe at both ends (pinned-pinned condition). Moreover, it will be studied the effects of varying the thickness of the pipe wall together with the distance between the supports over a range of fluid speed under steady state regime.

Lista de Figuras

1.1.	Sistemas de tubulações utilizados no setor sucroalcooleiro. (a) Desenho de um sistema de tubos evidenciando a variação das características (b) Foto de um sistema real de tubulações	2
2.1.	Atuação dos deslocamentos e forças no tubo com dois graus de liberdade. Adaptado de: Lee, 2009	10
2.2.	Barra de tubo discretizada com dois elementos. Adaptado de: Inman, 2007.....	13
2.3.	Extremidade do tubo com molas acopladas com dois graus de liberdade	15
2.4.	Resultados pelos métodos numérico e analítico do (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar do tubo cantilever	17
2.5.	Resultados pelos métodos numérico e analítico do (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar do tubo simplesmente apoiado	18
3.1.	Ciclo de interações simultâneas fluido-tubo. Adaptado de: Blevins, 2001.....	21
3.2.	Diagramas de forças causadas pelas interações fluido-tubo. Adaptado de: Lavooij e Tijsseling, 1991	22
3.3.	Diagrama de corpo livre (a) elemento tubo e (b) elemento fluido. Adaptado de: Lee, 2009	23
3.4	Procedimento geral para equacionamento tubo condutor de fluido	24
3.5.	Atuação dos deslocamentos e forças no tubo com três graus de liberdade. Adaptado de: Lee, 2009	25
3.6.	Extremidade do tubo com molas acopladas nos três graus de liberdade	28
3.7.	Classificação do comportamento da estabilidade do movimento (a) movimento assintoticamente estável (b) estável (c) instabilidade estática divergente (d) instabilidade dinâmica flutter divergente. Adaptado de: Inman, 2007.....	30
3.8.	Critérios para o comportamento dinâmico do tubo	31

3.9.	Parte (a) real e (b) imaginária do autovalor λ em função da velocidade do fluido. Adaptado de: Lee, 2009.....	32
4.1.	Dois tipos de suportes geralmente utilizados na indústria sucoalcooleira para tubos. (a) suporte tipo pendural (SP) que possui restrições axial e transversal e (b) suporte deslizante (SD) com restrição transversal somente.....	35
4.2.	Esquema do tupo suportado por molas de translação (axial e transversal) e de rotação nas extremidades numeradas como “1” e “2”.....	36
4.3.	Desenho esquemático ilustrando o caso estudo. (a) Suportes do tubo. (b) Condições de contorno aleatórias simuladas por molas de translação e rotação.	36
4.4.	Os quatro primeiros autovalores λ em função da velocidade do fluido V (m/s) para distâncias entre apoios (a) L= 4m e (b) L= 6m. ES – estabilidade; DV – divergência; FL – <i>flutter</i>	39
4.5.	Regiões de estabilidade em função da distância entre apoios L (m) e em função da velocidade do fluido V (m/s). Linha fina tracejada vermelha: casos analisados na Fig. 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente; Linha grossa tracejada preta: Eq.(4.1).	40
4.6.	Análise da influência da distância entre apoios com variação na velocidade na frequência natural do sistema no (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar.....	41
4.7.	Limite máximo da distância entre apoio em função da velocidade fluxo para $\omega > 7,5$ Hz	42
4.8.	Os quatro primeiros autovalores λ em função da velocidade do fluido V (m/s) para espessura da parede do tubo (a) h=0,4mm e (b) L=0,6mm . ES – estabilidade; DV – divergência; FL – <i>flutter</i>	43
4.9.	Regiões de estabilidade em função da espessura da parede do tubo h (mm) e em função da velocidade do fluido V (m/s). Linha fina tracejada vermelha: casos analisados na Fig. 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente; Linha grossa tracejada preta: Eq.(4.1).	44

4.10.	Análise da influência da espessura da parede do tubo com variação na velocidade na frequência natural do sistema no (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar	45
4.11	Limite máximo da espessura da parede do tubo em função da velocidade fluxo para $\omega > 7,5$ Hz	46

Lista de Tabelas

2.1.	Condições de contorno clássicas para extremidades de tubo	12
2.2.	Condições de contorno clássicas para extremidades de tubo	15
2.3.	Propriedades do material e geometria do tubo	16
2.4.	Frequências naturais pelo método numérico e analítico tubo cantilever	17
2.5.	Frequências naturais pelo método numérico e analítico tubo simplesmente apoiado	19
3.1.	Comparação das frequências naturais obtidas pelo modelo implementado e Lee (2009). Adaptado de: Lee, 2009	32
4.1.	Propriedades do material e geometria do tubo e propriedades do fluido	37
4.2.	Comparação dos resultados da velocidades críticas entre os métodos analítico e numérico para variações de distância entre apoio	40
4.3.	Comparação dos resultados da velocidades críticas entre os métodos analítico e numérico para variações de espessura da parede do tubo.....	43

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
Letras latinas	
A	Área da seção transversal do diâmetro interno do tubo [m^2]
C_E	Matriz do elemento tubo de amortecimento [$N \cdot s/m$]
C_G	Matriz global de amortecimento do tubo [$N \cdot s/m$]
C_i	Constantes de amplitude da função do modo normal
D	Diâmetro interno do tubo [m]
$d(x, t)$	Vetor de deslocamento nodal
E_f	Módulo de elasticidade do fluido [GPa]
EI	Rigidez a flexão [$N \cdot m^2$]
E_t	Módulo de elasticidade do tubo [GPa]
F_i	Força de cisalhamento no tubo [N]
f_D	Força de atrito entre fluido e tubo [N]
F_T	Força tangencial [N]
F_N	Força normal [N]
g_y	Força gravitacional no sentido coordenada y [m/s^2]
h	Espessura da parede do tubo [m]
I_t	Momento de inércia no sentido transversal ao tubo [$Kg \cdot m^2$]

K_E	Matriz de rigidez do elemento do tubo [N/m]
K_G	Matriz global de rigidez do tubo [N/m]
$K_{\theta i}$	Rigidezes das molas rotacionais [N/m]
K_{ui}	Rigidezes de molas no sentido axial [N/m]
K_{wi}	Rigidezes de molas no sentido transversal [N/m]
l	Comprimento do elemento do tubo [m]
L	Distância entre apoios do tubo [m]
M_i	Momento de flexão exercido no tubo [$N.S$]
M_E	Matriz de massa do tubo [Kg]
m_f	Massa do fluido por unidade de medida [Kg]
M_G	Matriz global de massa do tubo [Kg]
m_t	Massa do tubo por unidade de medida [Kg]
$\bar{N}$	Tensão axial [N]
N_i	Funções das formas dos campos de deslocamento
p	Pressão de escoamento do fluido [Pa]
Q_i	Força no sentido axial ao tubo [N]
Re	Coeficiente de Reynolds
T_0	Tensão exercida no tubo [N]
u_i	Deslocamento no sentido axial
V	Velocidade de fluxo do fluido [m/s]

V_f	Velocidade crítica [m/s]
V_{Dn}	Enésima velocidade crítica de divergência [m/s]
V_{Fn}	Enésima velocidade crítica de <i>flutter</i> [m/s]
w_i	Deslocamento no sentido transversal

Símbolos gregos

β_n	Enésima raiz da equação característica da frequência
θ_i	Deslocamento de rotação do tubo
λ_n	Enésimo autovalor da equação diferencial do movimento do tubo
μ	Viscosidade do fluido [$N\ s/m^2$]
ρA	Massa por unidade de comprimento [Kg/m]
ρ_f	Densidade do fluido [Kg/m^3]
ρ_t	Densidade do material do tubo [Kg/m^3]
ϕ_n	Enésima função da forma de vibrar (modo normal)
ω_j	Frequência natural com amortecimento [Hz]
ω_n	Enésima frequência natural para cada modo de vibrar [Hz]
Ω	Matriz característica do movimento com amortecimento
∞	Valor tendendo para o infinito

Abreviaturas

<i>ASME</i>	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
<i>DTM</i>	<i>Different Transform Method</i>

<i>DV</i>	Comportamento de instabilidade estática de divergência
<i>ES</i>	Comportamento de estabilidade dinâmica
<i>FEM</i>	<i>Finite element Method</i>
<i>FL</i>	Comportamento de instabilidade dinâmica <i>flutter</i>
<i>HPM</i>	<i>Homotopy Perturbation Method</i>
<i>PIM</i>	<i>Precise Integration Method</i>
<i>SD</i>	Suporte tipo deslizante
<i>SP</i>	Suporte tipo pendural
<i>VIM</i>	<i>Varational Iteration Method</i>
<i>WHE</i>	<i>Water Hammer Equations</i>

Sumário

Resumo	VII
Abstract	VIII
Lista de Figuras	IX
Lista de Tabelas	XII
Lista de Símbolos	XIII
1. Motivação, Objetivos e Revisão Bibliográfica	1
1.1. Introdução	1
1.2. Revisão bibliográfica	3
1.2.1. <i>Interação fluido-estrutura para tubos: identificação das frequências naturais em função da velocidade do fluido transportado</i>	3
1.2.2. <i>Análise dinâmica de tubos condutores de fluido</i>	6
1.3. Justificativa	7
1.4. Objetivos	8
1.5. Estrutura da dissertação	8
2. Método dos Elementos Finitos e sua Validação Utilizando Modelos Contínuos: Tubo Vazio	9
2.1. Introdução	9
2.2. Revisão do método analítico (método contínuo) e numérico para análise modal de uma estrutura bidimensional	9
2.2.1. Modelo contínuo clássico	10
2.2.1. Modelo de elementos finitos	13
2.3. Simulação e Resultados	16
2.4. Conclusão	19

3. Modelo de Elementos Finitos para Tubos com escoamento interno em regime permanente	20
3.1. Introdução	20
3.2. Interação fluido-estrutura para tubos condutores de fluido em regime permanente.....	20
3.3. Formulação da equação do movimento para tubo condutor de fluido.....	22
3.4. Definição das matrizes de massa, amortecimento e rigidez	26
3.5. Estudo de caso para validação do modelo: Resolvendo problemas de instabilidade.....	31
3.6. Conclusão.....	33
4. Estudo de caso: Tubulação utilizada na indústria sucroalcooleira	34
4.1. Introdução	34
4.2. Descrição do estudo de caso	35
4.3. Influência da distância entre apoio de um tubo na resposta dinâmica de uma tubulação condutora de fluido.....	38
4.4. Influência da espessura da parede do tubo na resposta dinâmica de uma tubulação condutora de fluido.....	42
4.5. Conclusão.....	46
5. Conclusões e Recomendações	48
5.1. Conclusões	48
5.2. Recomendações para trabalhos futuros.....	50
Referências Bibliográficas	51
Apêndice	56
A.1 Código de análise modal de um tubo condutor de fluido em regime permanente.....	56

Capítulo 1

Motivação, Objetivos e Revisão Bibliográfica

1.1. Introdução

Tubulações são sistemas essenciais para a grande maioria das instalações industriais nos mais diversos setores. Falhas nestes tipos de instalações podem gerar interrupções nos processos produtivos, onerando os custos de manutenção para corrigir o problema e acarretando riscos que comprometem a segurança de funcionários e ao meio ambiente podendo, inclusive, afetar a reputação da empresa. Filho (2013) definiu tubulações como sistema estrutural integrado; constituído por tubos, curvas, conexões, válvulas e quaisquer outras restrições intermediárias; incluindo estruturas auxiliares ou equipamentos adjacentes nos quais está fixada através de suportes, bocais e fundações; e que se encontra em equilíbrio através de seus efeitos interdependentes.

Uma série de projetos de tubulações exigem como requisito mínimo de segurança enquadramento às normas para padronização de fabricação e montagem. Dentre essas normas o ASME 31.1 (*American Society of Mechanical Engineers*, 2016) se destaca, sendo esta uma norma que contempla várias classes de pressão e fluidos, que estabelece com precisão dados e critérios para dimensionamento e procedimentos de montagem, seleção de materiais, definição de tensões admissíveis para cada requisito e padronização de testes e inspeções para tubulações.

Na maioria das indústrias existem tubulações atuando no transporte de produtos em setores críticos e essenciais do processo. Na figura 1.1 pode-se observar alguns casos de tubulações e seus respectivos suportes encontradas em plantas sucroalcooleira. Tem-se nas Figuras 1.1(a) e 1.1(b) um desenho esquemático e uma foto real dessas tubulações,

respectivamente. Nota-se que um sistema de tubulações pode conter tubos de diferentes diâmetros (características geométricas).

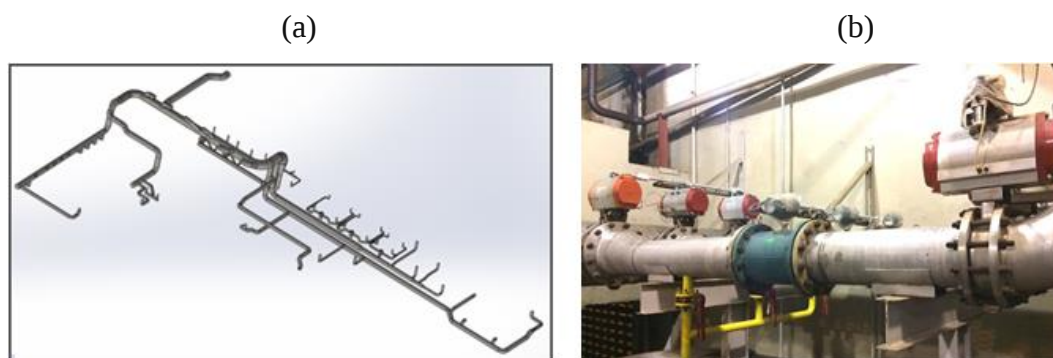


Figura 1.1 - Sistemas de tubulações utilizados no setor sucroalcooleiro. (a) Desenho de um sistema de tubos evidenciando a variação das características (b) Foto de um sistema real de tubulações

Há convicção e consenso que é viável investimento em horas de trabalho de engenharia na elaboração de projetos de equipamentos e instalações para evitar que estes sofram falhas precoces comprometendo a confiabilidade do processo. Uma das principais causas nas falhas de projetos são erros durante o dimensionamento que não levam em conta esforços presentes em casos reais nos modelos utilizados para o projeto. Habitualmente os projetos de tubulações contemplam apenas análises de tensões e flexibilidade sob o ponto de vista estático, ou seja, calculam-se os deslocamentos provocados por carregamentos do tipo pressão, peso próprio e temperatura. Dentre os métodos utilizados para análise estática de tubulações, pode-se citar o método da viga em balanço guiado (*guided-cantilever method*) (Telles, 1999), o método centroide (Filho, 2013), o método por curva de expansão/*loops* (Filho, 2013) e o método analítico geral (Telles, 1999). Esse último utiliza uma rotina de cálculo deduzida a partir do teorema de Castigliano sendo o mais preciso entre os métodos mencionados anteriormente.

Os métodos estáticos são vastamente utilizados no dimensionamento de tubulações, entretanto, a análise da vibração gerada pela vibração fluido-estrutura devido o escoamento do fluido pelo tubo não é analisado. Portanto, esse trabalho tem o objetivo de analisar a vibração induzida pela interação fluido-estrutura considerando tubos delgados o suficiente para enquadrar no método de Euler-Bernoulli considerando um escoamento em regime permanente e laminar. Será analisado nessa dissertação a influência do espaçamento entre os suportes e espessura de parede de tubos no aparecimento da vibração utilizando um modelo de elementos finitos desenvolvido por Lee (2003). Toda investigação será numérica, para extrair informações das frequências e análise do comportamento dinâmico para a identificação de estabilidade,

instabilidade estática (divergência) e instabilidade dinâmica de vibração (*flutter*) na estrutura da tubulação para os parâmetros adotados analisando os quatro primeiros modos de vibrar.

1.2. Revisão bibliográfica

Uma variedade de trabalhos associados a análise modal, que estudam as respostas dinâmicas as mais diversas variáveis aplicadas a um modelo foram e vem sendo desenvolvidos. Essa seção visa listar alguns desses trabalhos para um melhor entendimento do problema e fazer uma breve revisão bibliográfica utilizando alguns estudos. A investigação da resposta dinâmica de interações fluido-estrutura em tubulações, para análise do comportamento da estabilidade do sistema, modeladas pelo método dos elementos finitos é o principal foco desta seção.

1.2.1. Interação fluido-estrutura para tubos: identificação das frequências naturais em função da velocidade do fluido transportado

Nesta seção são descritos alguns trabalhos sobre estudos e modelagem de problemas envolvendo interação fluido-estrutura em tubos.

Xu, Xu e Guo (2010) apresentaram uma abordagem alternativa aos métodos mais convencionais como método de elementos finitos. Foi investigado um problema de tubo pinado-pinado onde as equações diferenciais foram resolvidas pelo método HPM (*Homotopy Perturbation Method*) desenvolvido por He (1999). O sistema de equações foi resolvido de maneira sistemática e direta com a ajuda do método HPM. Os resultados foram validados comparando os mesmos com o método de elementos finitos, como por exemplo, o desenvolvido por Sreejith *et al.* (2004), pelo método analítico de Housner (1952) e dados experimentais medidos por Dodds e Runyan (1965). As frequências naturais em função da velocidade do fluido transportado foram obtidas e o método mostrou convergência na faixa de velocidade analisada. Os métodos analíticos e numéricos mostraram boa convergência, juntamente com os dados experimentais.

Utilizando o método dos elementos finitos do modelo clássico de Euler-Bernouli, Jiya, Inuwa e Shaba (2018) investigaram a resposta dinâmica de uma tubo utilizada para transporte de fluido em uma fundação do tipo Pasternak (Pasternak, 1954; Zhong, Li e He, 2005), sendo este um tipo de modelagem de superfície considerando molas distribuídas e efeitos de cisalhamento. Neste trabalho foram avaliados os efeitos da velocidade do fluido, comprimento do tubo e rigidez da fundação no comportamento da resposta vibratória (deslocamento transversal) do tubo. Foi verificado que quanto maior a velocidade e comprimento do tubo, maior é a amplitude do deslocamento gerado pelo escoamento do

mesmo. Por outro lado, quanto menor for o comprimento do tubo, menor é a vibração (deslocamento) da estrutura.

Zhai *et al.* (2011) desenvolveram um modelo utilizando como base o modelo clássico de Timonshenko (Timonshenko, 1922). Foi considerado nesse modelo a interação fluido-estrutura e o efeito da deformação de cisalhamento. O problema foi resolvido utilizando os métodos da excitação pseudorrandômica (*pseudo excitation method*) desenvolvido por Lin e Zhang (2004) e implementado em um problema similar por Lin *et al.* (2004). Utilizando esse modelo foi possível calcular a resposta em frequência da estrutura e verificar como as quatro primeiras frequências naturais variam em função da velocidade do fluido transportado. Observou-se que para os dois primeiros modos a frequência natural diminuiu com o aumento da velocidade do fluido. Entretanto, a terceira e quarta frequência naturais não sofreram grandes alterações.

Li, Wang e Jing (2018) formularam um modelo de um tubo conduzindo fluido resolvendo a equação dinâmica do problema utilizando os métodos de Galerkin (Bhatti, 2005) e o método tradicional de Runge-Kutta. Foram resolvidos casos levando em conta várias condições de contorno clássicos como pinado-pinado, engastado-pinado, entre outros. Notou-se que, para esses casos, as frequências naturais não sofreram grandes alterações para as faixas de velocidade estudadas (fluxo do fluido). Entretanto, as deflexões (deslocamentos transversais) tiveram um aumento de amplitude com o aumento da velocidade do fluido.

Sutar, Madabhushi e Poosa (2016) desenvolveram um modelo de elementos finitos baseado na teoria clássica das vigas de Euler-Bernoulli juntamente com o método de energia de Hamilton (Rao, 2005) para obtenção da equação de movimento da estrutura. Foram estudados diferentes casos como tubo vazio, tubo com fluido, mas sem movimento e fluido sendo transportado na tubulação. A simulação do modelo foi realizada pela análise dos elementos finitos e os resultados comparados com softwares comerciais de simulação computacional e pelo método analítico, obtendo boa correlação entre os resultados.

Kutin e Bajsic (2014) realizaram estudo analítico baseado no modelo de propagação de ondas de Païdoussis (2004) para prever os efeitos na carga fluidodinâmica do fluxo médio com perfil de velocidade laminar e uniforme considerando um tubo reto. Foi levado em consideração os efeitos dinâmicos bom como os efeitos do perfil de velocidade. Esses são expressos em termos dos fatores de correção da carga dinâmica do fluido, que consiste em três componentes relacionados às acelerações translacionais, Coriolis e centrífugas do fluido (Hemp, 1988; Kutin *et al.*, 2005). Este modelo também levou em consideração os efeitos da

compressibilidade do fluido e do comprimento finito do tubo. Os resultados sobre os efeitos do perfil de velocidade são comparados com os estudos em campo, mostrando boa convergência. Mostrou-se que a frequência natural do sistema tem alteração, mesmo que seja pouca, em função da velocidade do fluido.

Liu e Xuan (2010) estudaram um método de resolução do problema de acoplamento fluido-estrutura (tubo) considerando pulsações no fluido transportado e resolvendo interpolações numéricas utilizando método PIM (*Precise Integration Method*) descrito por Zhong e Williams (1994). Os resultados obtidos foram comparados com as resoluções via o método tradicional de Runge-Kutta. As respostas de deslocamento foram utilizadas para tais comparações e houve ótima correlação, entretanto, o método PIM mostrou-se ter um custo computacional menor.

Lavooij e Tijsseling (1991) utilizaram o modelo chamado de WHE (Water Hammer Equations) que é basicamente a resolução das equações de continuidade e momento considerando o fluxo médio (Skalak, 1956). Eles levaram em conta a pulsação do fluido que gera deformação no tubo, atrito do fluido com as paredes do tubo e os efeitos de válvulas, conexões e dobras. Consegue-se estimar com esse modelo a pressão (pulsação) no fluido, bem como o deslocamento da parede do tubo que é proporcional a pressão interna, podendo ainda ser obtidas a velocidade e aceleração. O modelo foi validado experimentalmente havendo uma ótima correlação entre os dados em um experimento controlado.

Li, Wang e Qiu (2016) investigaram o problema de não linearidade em tubo engastado-engastado em suas extremidades e uma mola não-linear por assimetria acoplada ao tubo entre as condições de contorno. O efeito da não linearidade, bem como, da posição de acoplamento da mola não-linear no tubo foram estudados. As amplitudes do deslocamento e o espectro de frequência foram utilizados para investigação do problema. A não linearidade provocou o aparecimento de harmônicas quando o tubo é excitado via base do suporte. As frequências naturais diminuem com o aumento do fluxo, mas a resposta (deslocamento) aumenta, conforme já visto em outros trabalhos.

Buscando uma estimativa mais precisa das vibrações induzidas por fluxo em tubulação condutora de fluido em regime permanente, Lee e Oh (2003) desenvolveram um modelo de elemento espectral. Foi demonstrado que comparado com o modelo de elementos finitos clássico, o modelo de elemento espectral pode fornecer soluções mais precisas do comportamento dinâmico do sistema com um menor custo computacional.

Mohamed, Mohamed e Hatem (2016) realizaram análise verificando a variação da frequência natural de tubulação condutora de fluido na condição pinada-pinada com uma mola linear acoplada entre suas extremidades. Foi analisada a posição da mola, bem como, a variação de sua rigidez na mudança da frequência natural da estrutura. Alnomani (2018) utilizou o método dos elementos finitos para analisar dinamicamente a estabilidade de um tubo simplesmente apoiado transportando fluido considerando uma mola como suporte adicional. Foi simulado combinações da constante da mola e sua posição ao longo do comprimento do tubo. Foi demonstrado quais valores ideais e os críticos de frequência para essas combinações numa faixa determinada de velocidade do escoamento.

1.2.2. Análise dinâmica de tubos condutores de fluido

A extração de frequências complexas simplifica a análise para precaver possíveis instabilidades nos projetos de tubulações condutoras de fluidos, como também possibilita prever as frequências naturais para manter uma margem segura de vibrações provocadas por osciladores externos e evitar vibração ressonantes que podem causar danos graves no sistema. A seguir trabalhos que abordaram esse assunto tão importante para assegurar projetos eficientes.

Tornabene, *et al.* (2010) investigaram os efeitos da instabilidade (velocidade crítica para a ocorrência de *flutter*) em tubo transportando fluidos em função da razão entre a massa do fluido e a massa do tubo. Foi utilizado o método da bifurcação Hopf (Guckenheimer, Myers e Sturmfels, 1997) ao alcançar a velocidade crítica do fluxo. As equações foram resolvidas utilizando o método da quadratura diferencial generalizada (Shu, 2000), que é uma técnica numérica, reduzindo a um problema de autovalor. O diagrama de Argand, é utilizado na investigação do problema para a verificação da velocidade crítica e aparecimento do *flutter* para diferentes razões de massas e velocidades do fluido.

Wang (2012) estudou um tubo transportando fluido na condição pinado-rolete considerando a presença de forças externas distribuídas, como por exemplo, escoamento de um fluido externo à estrutura. A modelagem inicial se baseou no modelo de coluna de Pfluger (Seyranian e Elishakoof, 2002) que não leva inicialmente em consideração a força gravitacional e de amortecimento, bem como, não é preenchido com fluido. Wang (2012) adicionou a esse modelo as forças dinâmicas devido a passagem de fluido externo e o transporte de fluido internamente (escoamento interno), força gravitacional e de amortecimento devido o transporte de fluido. O problema foi resolvido por método de Galerkin e o problema investigado utilizando o autovalor calculado. Os resultados demonstram que podem ocorrer a instabilidade de flambagem ou *flutter* para a estrutura analisada.

Meng *et al.* (2017) empregou as equações não-lineares que descrevem o acoplamento de vibrações axiais e transversais de um sistema de transporte de fluido do tipo *raiser* considerando vibração induzida pela passagem de um fluido externo a estrutura gerando vortex, juntamente com os efeitos do transporte do fluido internamente. A análise é complexa, e é observado tanto o fenômeno de *flutter* bem como de flambagem.

Wang *et al.* (2000) derivaram a equação governante da vibração estrutura-fluido de uma tubulação condutora de fluido com as condições de contorno pinada-rolete nas extremidades, considerando que o tubo condutor está sobre uma base elástica. Dessa maneira, pode ser estimada (calculada) a velocidade crítica para estabilidade e a frequência complexa do sistema. Comparado com tubulação sem considerar a fundação elástica, os resultados numéricos demonstraram que a fundação elástica possibilita através de ajustes de parâmetros aumentar a velocidade de fluxo crítica e atrasar a ocorrência de instabilidade estática e dinâmica.

Li e Yang (2017) utilizaram o método semi-analítico VIM (*Variational Iteration Method*) de He (2000) para analisar a vibração livre de um tubo transportando fluido sob várias condições de contorno. As frequências e velocidades críticas foram obtidas e estavam de acordo com resultados calculados pelo método DTM (*Different Transform method*). O método VIM quando comparado com o DTM, se mostrou mais eficiente pois, pode-se calcular também as frequências e velocidades críticas para condição de contorno com ambas extremidades com suporte elástico e também ter um custo computacional menor.

Maalawi e Abouelfotouh (2004), investigaram um caso considerando, um tubo delgado e uniforme condutor de fluido utilizando um modelo baseado na teoria de vigas de Euler-Bernoulli. As soluções de vibração são obtidas aplicando a técnica da matriz de transferência à tubos. O procedimento numérico completo é descrito para a determinação da velocidade crítica e a frequência da vibração. Com essas informações são desenvolvidos gráficos para escolha de valores apropriados das dimensões da seção transversal e do comprimento do tubo, afim de melhorar a estabilidade dinâmica geral contra *flutter*.

1.3. Justificativa

A redução de espessura da parede de tubos é uma das formas de otimizar custo de projetos de tubulações condutora de fluidos, entretanto, o impacto negativo dessa alternativa é a perda de rigidez de flexão levando a reduzir o limite para atingir a velocidade crítica e provocar instabilidade no sistema.

Na prática, para compensar essa perda de rigidez um dos modos mais eficientes é a redução entre os apoios (suportes) do tubo, pois na maioria das vezes o custo desta adequação é

viável e como não há alteração do diâmetro interno do tubo, não há influencia no projeto fluidodinâmico do sistema.

1.4. Objetivos

Há dois principais objetivos desse trabalho:

- Investigar e selecionar um modelo de elementos finitos que seja representativo do problema da vibração causada pelo transporte de um fluido.
- Apresentar análise da influência de parâmetros da geometria do tubo existente em uma tubulação na estabilidade do sistema numa faixa de velocidade do fluxo do fluido (escoamento interno).

1.5. Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada na seguinte forma: No capítulo 1 foi feita a revisão bibliográfica, motivação, objetivo e descrição da estrutura da dissertação. O capítulo 2 faz uma revisão dos métodos de elementos finitos com condições de contorno variáveis (molas de translação e rotação são acoplados na extremidade) sendo validado por modelos contínuos clássicos considerando condições de contorno clássicas (livre, pinado e engastado) de um tubo vazio. O capítulo 3 aborda conceitos teóricos da interação fluido-estrutura para tubulação e elaborado através do método dos elementos finitos modelo para investigação da resposta dinâmica de um tubo com escoamento interno em regime permanente com três graus de liberdade. Esse modelo é baseado no trabalho de Lee (2003). O capítulo 4 aborda os estudos de caso para investigar o comportamento da estabilidade dinâmica de um tubo de inox condutor de fluido encontrada na indústria sucroalcooleira. Para isso foi utilizado o modelo de Lee (2003) descrito no capítulo anterior. O capítulo 5 apresenta as principais conclusões sobre o trabalho apresentado e trabalhos futuros.

Capítulo 2

Método dos Elementos Finitos e sua Validação Utilizando Modelos Contínuos: Tubo Vazio

2.1. Introdução

No capítulo 1 foi delimitado e justificado os fins do presente trabalho e feita a revisão bibliográfica evidenciando alguns resultados de investigações relacionadas com análise da resposta dinâmica e comportamento da estabilidade de tubos submetidos a diversas condições de contornos, bem como, levando em consideração variações de sua geometria e propriedade dos materiais. Neste capítulo, entretanto, realizou-se uma revisão teórica entre os modelos de elementos finitos, que é um método numérico, e modelos contínuos visando sua comparação e assim validação dos códigos gerados. Portanto foi feita uma análise de um tubo vazio (sem fluido) sujeito a condições de contorno clássica (livre, pinada e engastada), bem como, utilizando condição de contorno genérica acoplado molas (translação e rotação) em suas extremidades. Toda teoria aqui utilizada é baseada em modelos clássicos conhecidos, entretanto, como mencionado anteriormente, utilizar-se-á tais modelos para validação do código numérico de um tubo vazio que será estudado posteriormente na análise da interação fluido-estrutura quando o mesmo for utilizado para o transporte de fluidos.

2.2. Revisão do método analítico (método contínuo) e numérico para análise modal de uma estrutura bidimensional

Nesta seção será descrita de maneira sucinta os modelos contínuo e de elementos finitos utilizados inicialmente para validação dos resultados e entendimento inicial do problema. Para

isso utilizou-se um tubo sem preenchimento (sem fluido) tendo como objeto inicial um problema mais simples sem a interação fluido-estrutura (passagem do fluido) e adição de massa do mesmo.

2.2.1. Modelo contínuo clássico

Inicialmente realizou-se uma análise utilizando a teoria clássica de modelos contínuos bem difundidas e conhecidas na literatura. A Figura 2.1 do diagrama de corpo-livre do tubo com dois graus de liberdade em cada extremidade sendo a deflexão $w(x,t)$ que representa deslocamento transversal em função do comprimento ao longo do tubo $x(m)$ e do tempo $t(s)$, $\theta(x,t)$ a rotação na extremidades no tubo em função da deflexão, $M(x,t)$ o momento de flexão e $F(x,t)$ a força de cisalhamento.

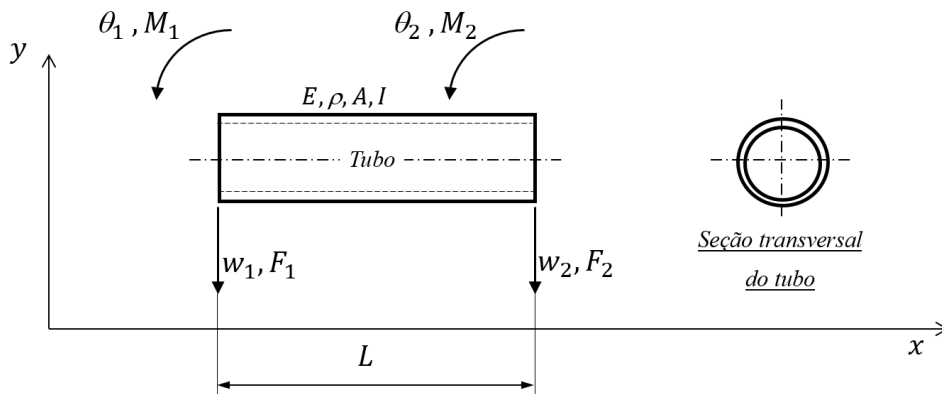


Figura 2.1 - Atuação dos deslocamentos e forças no tubo com dois graus de liberdade. Adaptado de: Lee, 2009

Pelo método Euler-Bernoulli de um tubo uniforme e livre de esforços externos, a vibração pode ser governada pela equação diferencial de movimento parcial (Thomson, 1993) descrita como:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

onde E , I , ρ e A são o módulo de elasticidade, momento de inércia da seção transversal do tubo, densidade do material do tubo (características físicas) e a área da seção transversal do tubo (características geométricas), respectivamente. Os efeitos de cargas axiais, inércia rotacional e deformação por cisalhamento são ignorados na equação 2.1 (modelo Euler-

Bernoulli). Considerando a deflexão ao longo do tubo como movimento harmônico e aplicando método para separação das variáveis espaço (x) e tempo (t), a equação dos movimentos flexíveis ao longo do tubo pode ser escrita:

$$w(x,t) = \Phi(x) \cos(\omega t), \quad (2.2)$$

onde $\Phi(x)$ denota as funções das formas de vibrar do tubo ao longo de seu comprimento e ω corresponde a frequência angular (rad/s). Substituindo a equação 2.2 na equação 2.1 e derivando o segundo termo da equação, tem-se:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \omega^2 \Phi(x) = 0. \quad (2.3)$$

Esta pode ser simplificada e reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^4 \Phi(x)}{\partial x^4} = \beta^4 \Phi(x), \quad (2.4)$$

onde $\beta = \sqrt{\rho A \omega^2 / EI}$. A frequência natural pode ser calculada rearranjando a equação anterior sendo calculada por $\omega_n = \beta_n^2 \sqrt{EI / \rho A}$. Resolvendo a equação 2.4, encontra-se a equação de forma, conhecida como função do modo normal da estrutura (no caso tubo vazio), dada por:

$$\Phi(x) = C_1 \sinh \beta x + C_2 \cosh \beta x + C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x, \quad (2.5)$$

onde C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes que variam conforme condições de contorno que a estrutura está sujeita e β é o autovalor da função. A Tabela 2.1 as condições de contorno clássicas aplicadas à extremidade de uma estrutura bidimensional como por exemplo, o tubo vazio com dois graus de liberdade.

Tabela 2.1 - Condições de contorno clássicas para extremidades de tubo

Condição de contorno extremidade do tubo	Deflexão $w(x,t)$ $\Phi(x) = 0$	Rotação $\theta(x,t)$ $\frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} = 0$	Momento de flexão $M(x,t)$ $\frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} = 0$	Força de cisa- mento $F(x,t)$ $\frac{\partial^3 \Phi(x)}{\partial x^3} = 0$
Engastada	✓	✓		
Simplesmente apoiada	✓		✓	
Livre			✓	✓

Aplicando as condições de contorno da Tabela 2.1 juntamente com a equação 2.5 pode-se encontrar as repostas referente a deflexão, rotação, momento e da força de cisalhamento. Como exemplo, para condição de contorno de um tubo, simplesmente apoiado em ambas extremidades, tem-se que as quatro condições de contorno (duas em cada extremidade) conforme demonstrada na Tabela 2.1, fornece as quatro equações na forma matricial dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \beta^2 \sinh(\beta L) & \beta^2 \cosh(\beta L) & -\beta^2 \sin(\beta L) & -\beta^2 \cos(\beta L) \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \beta^2 \sinh(\beta L) & \beta^2 \sinh(\beta L) & -\beta^2 \sin(\beta L) & -\beta^2 \cos(\beta L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Para que o sistema tenha uma solução não trivial $\{C\} \neq 0$, então o determinante $\det([\beta]) = 0$. No cálculo do determinante da equação 2.6 obtém-se a equação característica da vibração da estrutura para condição de contorno simplesmente apoiado dada por $\sin \beta_n L = 0$. Utilizando a equação característica de vibração da estrutura é possível determinar as raízes β_n que podem assumir vários valores que satisfazem a equação senóide mencionada anteriormente. Esses valores correspondem aos diferentes modos de vibrar e frequências naturais. Com a solução do sistema de equação lineares 2.6, encontra-se a equação da função das formas do modo de vibrar sendo, para o caso bi apoiado na forma de $\Phi_n(x) = C_n [\sin \beta_n x]$. O mesmo procedimento pode ser repetido para as outras condições de contorno encontrando-se assim o modo de vibrar e a frequência natural relacionada.

2.2.1. Modelo de elementos finitos

Na Figura 2.2 um esquema de tubo discretizado em dois elementos é ilustrado, sendo um nó em cada extremidade e um intermediário de acoplagem dos dois elementos. Em cada nó tem-se dois graus de liberdade sendo w_m deslocamento transversal onde $m=1, 2$ ou 3 e θ_m rotação do elemento do tubo, L e l indicam o comprimento total e o comprimento do elemento do tubo respectivamente.

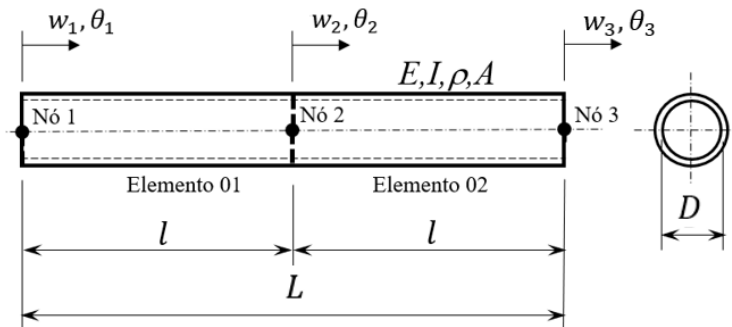


Figura 2.2 - Barra de tubo discretizada com dois elementos. Adaptado de: Inman, 2007.

As matrizes de massa (M_E) e rigidez (K_E) para cada elemento do tubo são dadas por:

$$M_E = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}, \quad (2.7a)$$

$$K_E = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}. \quad (2.7b)$$

A matriz de massa global (M_G) da estrutura mecânica é construída utilizando as matrizes de massa (M_{E_1}) e (M_{E_2}) dos elementos 01 e 02. Da mesma maneira é construída a matriz global de rigidez (K_G) utilizando, nesse caso, as rigidezes locais (K_{E_1}) e (K_{E_2}) dos elementos 01 e 02, respectivamente. As matrizes globais para a estrutura descrita na Figura 2.2 são mostradas a seguir:

$$M_E = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} \begin{matrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 54 & 13l \\ -13l & -3l^2 \end{matrix} & \begin{matrix} 156+156 & -22l+22l \\ -22l+22l & 4l^2+4l^2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 54 & 13l \\ -13l & -3l^2 \end{matrix} \end{bmatrix}, \quad (2.8a)$$

M_{E_2}

$$K_E = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} \begin{matrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & -2l^2 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} -12 & -6l \\ 6l & 2l^2 \end{matrix} & \begin{matrix} 12+12 & -6l+6l \\ -6l+6l & 4l^2+4l^2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} -12 & 6l \\ -6l & 2l^2 \end{matrix} \end{bmatrix}. \quad (2.8b)$$

K_{E_2}

As matrizes globais podem ser montadas com um número finito de elementos, no qual quanto maior o número de elementos melhor a resposta (solução) apresentada, entretanto maior será o custo computacional envolvido. A equação diferencial para elementos finitos, considerando movimento livre, ou seja, sem força de excitação externa, e estrutura sem amortecimento pelo método Euler-Bernoulli pode ser escrita como:

$$M_G \frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial t^2} + K_G d(x,t) = 0, \quad (2.9)$$

onde $d(x,t)$ é o vetor de deslocamento nos nós do elemento do tubo. A solução geral da equação 2.9 é uma equação diferencial ordinária, de segunda ordem, homogênea, com coeficiente constante, portanto a solução é dada por $d(x,t) = \Phi e^{\lambda t}$ (Rao, 2005). Essa equação pode ser substituída na equação 2.9 resultando em $(M_G \lambda^2 + K_G) \Phi = 0$. Essa última equação é um problema onde existe m pares de autovalores λ_m imaginários puros. As frequências naturais são obtidas diretamente a partir destes autovalores utilizando a relação $\lambda_m = \pm i\omega_m$,

onde ω_m é a frequência natural no modo m e $i = \sqrt{-1}$. Para cada frequência natural deve-se resolver um sistema homogêneo de ordem m dado por $(-\omega_m^2 M_G + K_G)\Phi_m = 0$, onde ω_m^2 é a matriz diagonal das frequências naturais quadráticas e $\Phi = [\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_n]$ é a matriz dos modos de vibrar do sistema.

Para o método dos elementos finitos é possível configurar as condições de contorno variando as rigidezes localizadas nos nós das extremidades do tubo, simulando os apoios ou suportes que os mesmos possuem. Essas rigidezes podem ser tanto de translação (K_w), quanto de rotação (K_θ), conforme ilustrado na Figura 2.3.

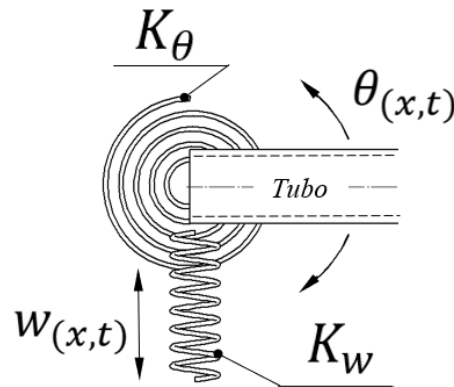


Figura 2.3 - Extremidade do tubo com molas acopladas com dois graus de liberdade

Tem-se na Tabela 2.2 relacionados os valores das rigidezes utilizadas no modelo de elementos finitos para obtenção das condições de contorno clássicas já mostrados para o modelo contínuo. Essas rigidezes devem ser adicionadas à matriz de rigidez global no endereço relacionado à condição de contorno requerida (translação ou rotação) para o nó desejado.

Tabela 2.2 - Condições de contorno clássicas para extremidades de tubo

Condição de contorno extremidade do tubo	Deflexão $w(x,t)$	Rotação $\theta(x,t)$
	Rigidez K_w	Rigidez K_θ
Engastada	∞	∞
Simplesmente apoiada	∞	0
Livre	0	0

Como exemplo, para a condição de contorno engastada as rigidezes de rotação e translação devem tender ao infinito (∞), ou seja, valores elevados. Se a extremidade $x = 0$

for engastada (ver Figura 2.2), então o valor de K_w deverá ser adicionado a rigidez $K_G(1,1)$ da matriz global, bem como, o valor de K_θ deverá ser adicionado a rigidez $K_G(2,2)$ da matriz global.

2.3. Simulação e Resultados

Nesta seção realizou-se uma simulação básica utilizando um tubo já estudado por Lee, 2009. Na Tabela 2.3 estão listadas as características geométricas e de materiais do tubo que foi utilizado para conduzir a análise e validação dos métodos de elementos finitos comparando os resultados com o modelo contínuo.

Tabela 2.3 - Propriedades do material e geometria do tubo

Propriedades	Valores
Rigidez à flexão (EI)	1,29 KN.m ²
Massa por unidade de comprimento (ρA)	0,37 Kg/m
Comprimento do tubo (L)	5,00 m

Todos os códigos desenvolvidos foram elaborados utilizando software Octave®. Os primeiros modos de vibrar e suas respectivas frequências naturais foram objeto de análise. A escolha desses 4 primeiros modos deve-se ao estudo de estabilidade do sistema realizado no próximo capítulo, quando o tubo utilizado transporta fluido. Dessa maneira o fenômeno de instabilidade estática de divergência e dinâmica *flutter* aparecerá devido interação fluido-estrutura, sendo mais danoso nesses primeiros modos. Dois casos foram estudados. O caso 1 envolve a condição engastada na extremidade $x = 0$ e livre na extremidade $x = L$. O caso 2 leva em consideração a condição pinado na extremidade $x = 0$ e $x = L$. Para todos os casos foi implementado um modelo de elementos finitos considerando 15 e 50 elementos.

Na Figura 2.4 os modos de vibrar para o caso 1 são apresentados, ou seja, para o caso engastado-livre. A Figura 2.4(a), (b), (c) e (d) mostram o modo de vibrar do primeiro, segundo, terceiro e quarto modo, respectivamente. A linha azul contínua espessa refere-se ao modelo analítico, e linha vermelha contínua e preta tracejada refere-se a modelagem por elementos finitos com 15 e 50 elementos, respectivamente. Nota-se que a convergência da forma dos modos dados pelo modelo finito se aproxima do modo do modelo contínuo quanto maior o número de elementos. Outro ponto é que na extremidade engastada $x = 0$ o deslocamento transversal é nulo condizente com a condição de contorno, bem como, o deslocamento transversal não nulo em $x = L$ condizente com a condição de contorno livre.

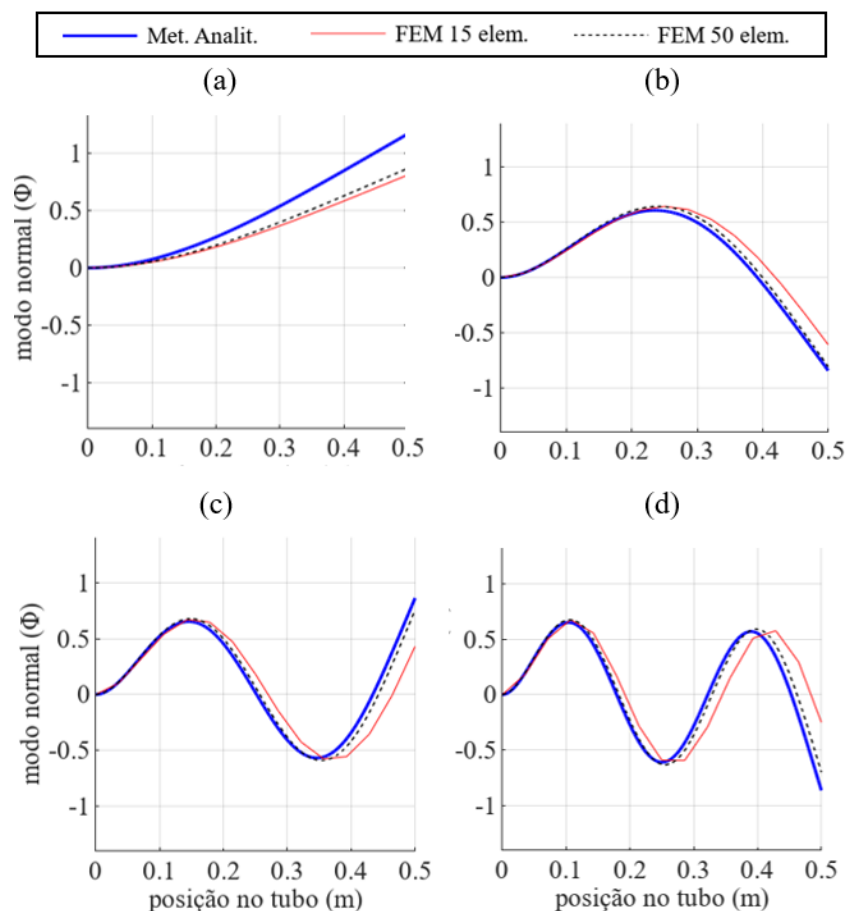


Figura 2.4- Resultados pelos métodos numérico e analítico do (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar do tubo cantilever.

Na Tabela 2.4 as frequências naturais obtidas pelo modelo analítico e os modelos de elementos finitos com 15 e 50 elementos são apresentados. Nota-se que os valores das frequências naturais dos modos dado pelos modelos de elementos finitos convergem para o modelo analítico, com um erro menor do que 1% para esses primeiros quatro modos. Entretanto, têm-se uma melhor convergência para os modelos finitos de 50 elementos quando comprado com os dados do modelo contínuo, como esperado. Para altas frequências, entretanto, um maior número de elementos deve ser necessário para obter uma boa convergência nos resultados.

Tabela 2.4 - Frequências naturais pelo método numérico e analítico tubo cantilever

Modos de Vibração	Frequência Natural ω (Hz)		
	Analítico	MEF 15 elem.	MEF 50 elem.
1º modo	1,32	1,51	1,32
2º modo	8,28	8,32	8,28
3º modo	23,17	23,19	23,17
4º modo	45,42	45,42	45,41

Na Figura 2.5 são apresentados os modos de vibrar para o caso 2, que é um tubo simplesmente apoiado. As Figuras 2.5(a), (b), (c) e (d) são apresentados os modos de vibrar do primeiro, segundo, terceiro e quarto modos, respectivamente.

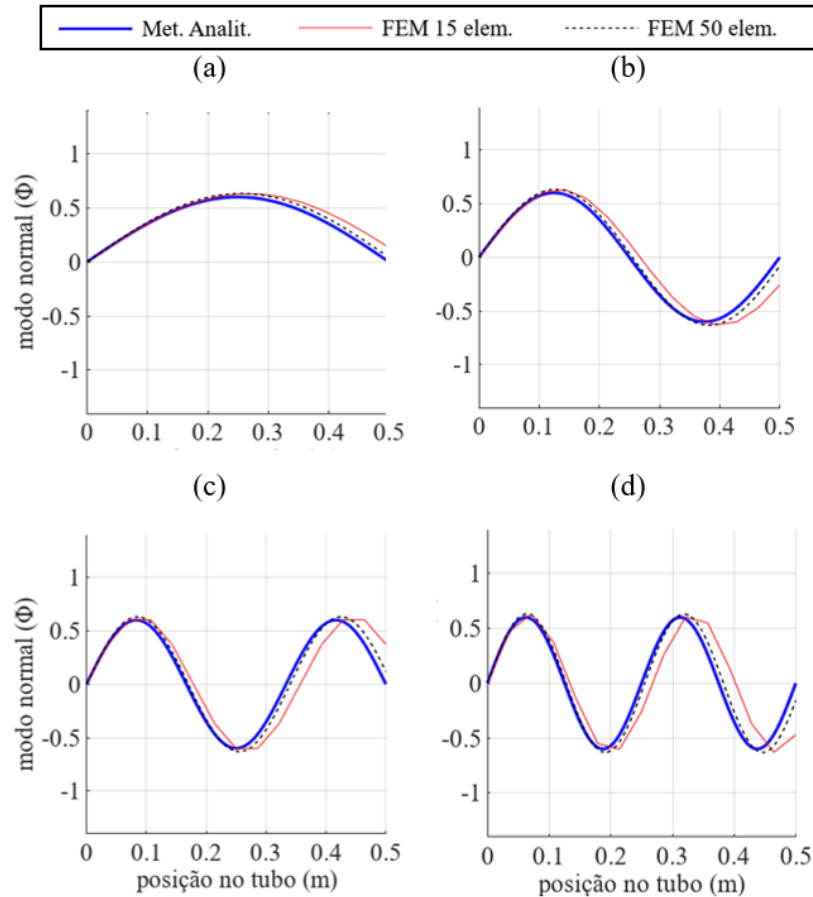


Figura 2.5 - Resultados pelos métodos numérico e analítico do (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar do tubo simplesmente apoiado

As cores seguem o mesmo padrão adotado na Figura 2.4. Observa-se a mesma tendência de convergência já observada na Figura 2.4, ou seja, quando maior o número de elementos mais próximo é a curva dos modos quando comprado com o modelo analítico. Para esse caso, entretanto, tanto o deslocamento transversal em $x = 0$ e $x = L$ é nulo devido a condição de contorno, o que é condizente com o caso pinado-pinado.

Da mesma maneira, pode-se observar na Tabela 2.5, como já visto no caso 1, as frequências naturais dadas pelos modelos de elementos finitos possuem erros abaixo de 1% quando comparadas com o modelo contínuo para a condição de contorno simplesmente apoiado., possuindo uma melhor convergência para o modelo com 50 elementos.

Tabela 2.5 - Frequências naturais pelo método numérico e analítico tubo simplesmente apoiado

Modos de Vibração	Frequência Natural ω (Hz)		
	Analítico	MEF 15 elem.	MEF 50 elem.
1º modo	3,71	3,71	3,71
2º modo	14,83	14,83	14,83
3º modo	33,36	33,37	33,36
4º modo	59,31	59,33	59,31

2.4. Conclusão

Nesta seção foi descrita de maneira sucinta os modelos contínuo e de elementos finitos utilizados inicialmente para o entendimento básico do problema de um tubo sem preenchimento, ou seja, que não transporta nenhum fluido. Os códigos foram implementados na plataforma Octave e os dados comparados entre si. Como maneira de simulação dos suportes onde esses tubos estão conectados, utilizou-se as condições de contorno clássicas (engastada, apoiada e livre). Para o modelo de elementos finitos, entretanto, utilizou-se elementos de rigidez (mola) translacional e rotacional de modo que, quando combinados e tendo seus valores elevados (alta rigidez) ou nulo (para condição de contorno livre) se comportam como as condições clássicas mencionadas. Os resultados se mostraram consistentes e as condições de contorno aqui estudadas (mola translacional e rotacional nas extremidades do tubo) também são utilizadas no modelo de elementos finitos de um tubo transportando fluido para simulação de suportes onde essas estruturas se apoiam. Essa investigação é feita no próximo capítulo.

Capítulo 3

Modelo de Elementos Finitos para Tubos com escoamento interno em regime permanente

3.1. Introdução

No capítulo 2 foi realizada a revisão teórica de modelos contínuos clássicos e elementos finitos. Foi validado os modelos de elementos finitos de um tubo vazio submetido a condições arbitrárias de valor de contorno (molas de translação e rotação acopladas à sua extremidade) utilizando o modelo contínuo quando aplicadas condições de contorno clássicas (livre, pinado e engastado) a este. Nesse capítulo foram revistos os conceitos teórico referentes a interações fluido-estrutura com ênfase em tubos baseado no modelo de Lee (2009). O modelo foi implementado utilizando rotinas computacionais através do programa Octave®. Esse modelo foi utilizado para investigação das respostas dinâmica de um tubo condutor de fluido em regime permanente, sem atuação de forças externas, com amortecimento e três graus de liberdade. Os resultados foram validados utilizando o exemplo dado por Lee (2009) com os resultados obtidos utilizando o código numérico implementado no Octave®.

3.2. Interação fluido-estrutura para tubos condutores de fluido em regime permanente

Os tubos transportadores de fluido (escoamento interno) estão sujeitos a problemas dinâmicos devido interação fluido-estrutura. A resposta dinâmica desses mecanismos são representadas pelas forças geradas por pressões impostas na parede do tubo resultantes da interação com o fluido, provocando deflexão ao longo do comprimento do sistema. Essa

interação entre tubo e fluido alteram o comportamento dinâmico do sistema, provocando vibração induzida pelo fluxo do fluido, no caso desse trabalho, o escoamento interno.

A partir do momento em que há escoamento interno no tubo não mais pode-se analisar o sistema fluido-estrutura separadamente, mas sim, como um sistema acoplado fluido-estrutura. O fluido não só influencia o sistema com sua massa, mas também pela força exercida pelo mesmo na estrutura devido a interação fluido-estrutura. Esta, por sua vez, é responsável pela deformação estrutural levando a discretas mudanças na geometria do tubo causando transientes hidráulicos gerando força de igual magnitude na parede do tubo, porém com sentido oposto. Na figura 3.1 tem-se o ciclo de interações de forças dinâmicas simultâneas entre tubo e fluido que foram demonstradas por Blevins (2001). Esse ciclo pode produzir vórtices no fluxo do fluido em sequência e produzir vibração de grande amplitude.

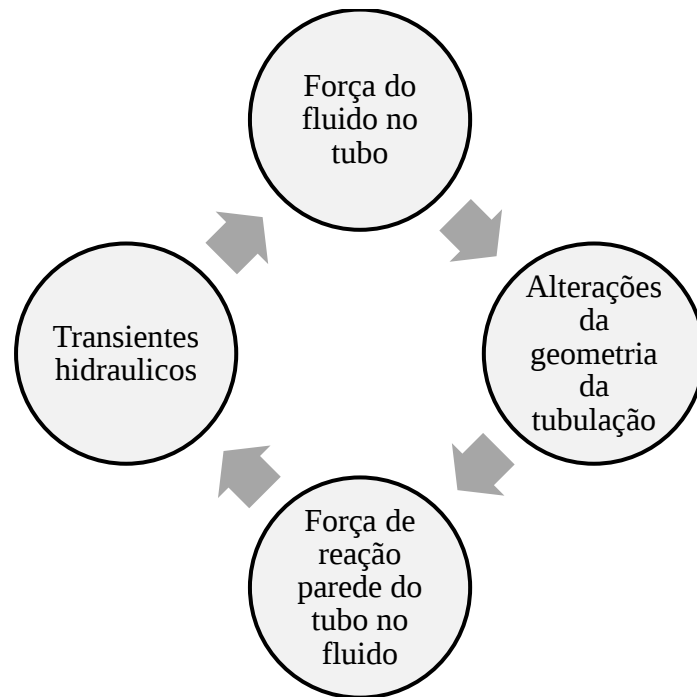


Figura 3.1 - Ciclo de interações simultâneas fluido-tubo. Adaptado de: Blevins, 2001.

As forças dinâmicas que interagem em um sistema fluido-tubo podem ser classificadas em dois grupos distintos conforme é visto na Figura 3.2. Um grupo considera forças distribuídas e o outro forças locais. As forças distribuídas atuam ao longo do sistema aonde há interface entre fluido e a parede do tubo (estrutura). As forças locais, entretanto, são resultantes por reações criadas por alterações na pressão do fluido em locais específicos devido restrições no escoamento interno do fluido.

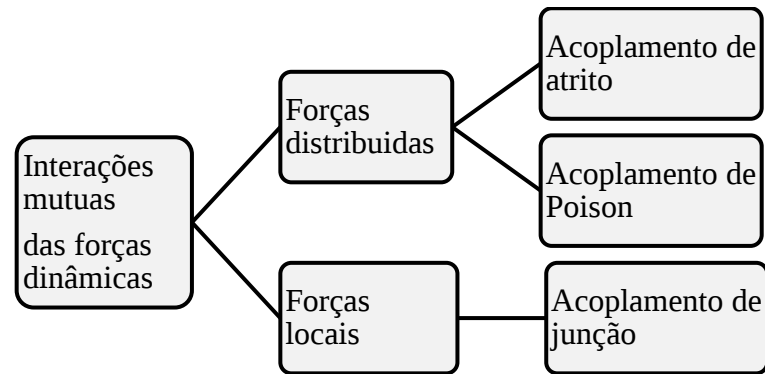


Figura 3.2 - Diagramas de forças causadas pelas interações fluido-tubo. Adaptado de: Lavooij e Tijsseling, 1991.

Dois mecanismos de interação foram classificados por Li, Karney e Liu (2015) como forças distribuídas nas interações das forças dinâmicas de um sistema de interações fluido-tubo, denominados como acoplamento de atrito e de Poison. O acoplamento de atrito é o resultado das tensões transientes geradas pelas forças friccionais entre fluido e parede do tubo que conduz a perda de pressão do sistema. Geralmente esse acoplamento costuma ser fraco. Já o acoplamento de Poison relacionado aos esforços axiais estruturais devido a contração ou expansão radial da parede do tubo, que é associada ao modo “respirando” (*breathing*) do tubo. Esse mecanismo tem o nome de Poison devido a conexão com o seu coeficiente de contração. Além do mais, esse mecanismo tem mais impacto quando os deslocamentos no sistema são predominantemente axiais.

Classificado como forças locais, o acoplamento de junção resulta das reações criadas por forças de pressão e por alterações de impulso do fluido em locais específicos como por exemplo, curvas ou ramificações da tubulação, alterações do diâmetro do tubo, presença de válvulas e configurações das condições de contorno. Na maioria das vezes o acoplamento de junção é o que causa maior impacto nas respostas dinâmicas de um sistema de tubo condutor de fluido.

3.3. Formulação da equação do movimento para tubo condutor de fluido

A interação fluido-estrutura são representadas por um conjunto de equações governantes acopladas para a dinâmica do tubo e para os transientes de fluido dentro do tubo. Os sistemas com um grau de liberdade podem ser descritos por uma única equação linear. Païdoussis e Li (1993) obtiveram a equação diferencial do movimento para vibração transversal de pequena amplitude, num modelo dinâmico de tubo condutor de fluido que a gravidade, o amortecimento interno, a tensão impostam externamente e os efeitos da pressurização possam serem negligenciados, da seguinte forma:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f + m_t) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (3.1)$$

onde m_f e m_t são as massas do tubo e do fluido, respectivamente. Na Figura 3.3(a) e (b) mostra, respectivamente, os diagramas de corpo livre de um elemento infinitesimal de um elemento tubo e de um elemento infinitesimal do elemento fluido. Os parâmetros $w(x,t)$ e $u(x,t)$ representam o deslocamento transversal e axial, respectivamente; $V(x,t)$ e $p(x,t)$ representam a velocidade e a pressão do fluido respectivamente; e g_y é a força da gravidade. O escoamento interno resulta em forças normal e tangencial atuantes nas paredes internas do tubo indicadas por F_N e F_T , respectivamente.

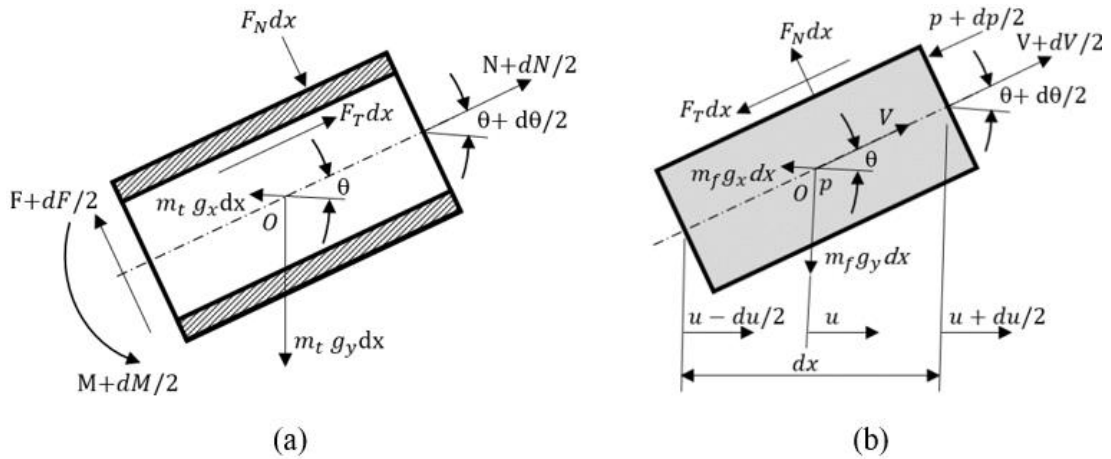


Figura 3.3 - Diagrama de corpo livre (a) elemento tubo e (b) elemento fluído. Adaptado de: Lee, 2009.

Esse modelo com os graus de liberdade transversal, axial e de rotação, representados por F , N e θ respectivamente, são amplamente utilizados e se mostram uteis para modelar uma extensa variedade de problemas, porém devido aos três graus de liberdade para representar esses modelos são necessários sistemas lineares de equações. Lee (2009) através do procedimento geral demonstrado na Figura 3.4, equacionou o sistema com três graus de liberdade com amortecimento e vibração livre.

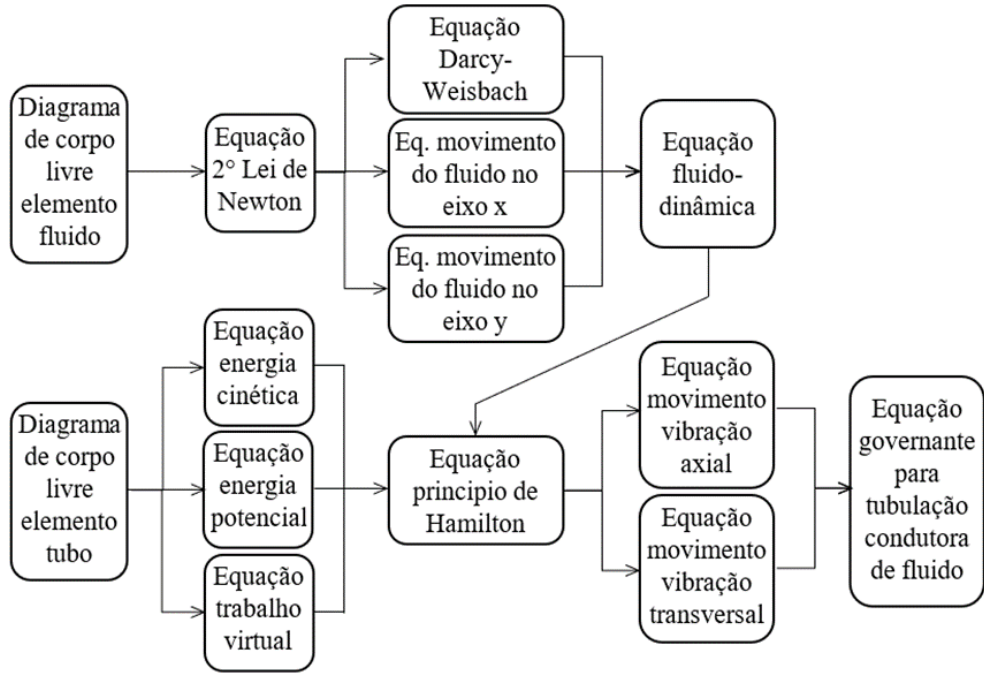


Figura 3.4 - Procedimento geral para equacionamento tubo condutor de fluido

As duas equações do movimento de um tubo condutor de fluido em regime permanente, sendo 3.2a referente ao sentido transversal do tubo e 3.2b ao sentido axial do tubo podem ser descritas:

$$E_t I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - m_f f_D V^2 \frac{\partial w}{\partial x} + 2m_f V \frac{\partial w}{\partial x \partial t} + (m_f + m_t) \frac{\partial w}{\partial t^2} = 0, \quad (3.2a)$$

$$E_t A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m_t \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_f g_y V^2 \frac{\partial w}{\partial x} + m_f f_D V^2 = 0, \quad (3.2b)$$

onde E_t é o módulo de elasticidade do material do tubo, I é o momento de inercia no sentido transversal do tubo, T_0 é a tensão no tubo, $f_D = f / (2D)$ é a força de atrito do fluxo do fluido obtida pelo coeficiente de resistência de Darcy-Weisbachita $f(Re)$ dada pela função do número de Reynolds $Re = \sqrt{(\rho_f D V / \mu)}$ (Lee, 2009 e White, 1999) sendo ρ_f e μ a densidade e a viscosidade do fluido respectivamente, V é a velocidade de fluxo constante do fluido e A é a área do diâmetro interno do tubo.

O diagrama de corpo-livre de um tubo com três graus de liberdade em cada extremidade sendo $w(x,t)$ o deslocamento transversal, $\theta(x,t)$ o deslocamento rotacional e $u(x,t)$ o

deslocamento axial é mostrado na Figura 3.5. As forças atuantes são $F(x,t)$ (cisalhamento), $M(x,t)$ (momento de flexão) e $N(x,t)$ (força axial). Esse modelo com três graus de liberdade na prática atende uma ampla gama de projetos de tubos condutores de fluido.

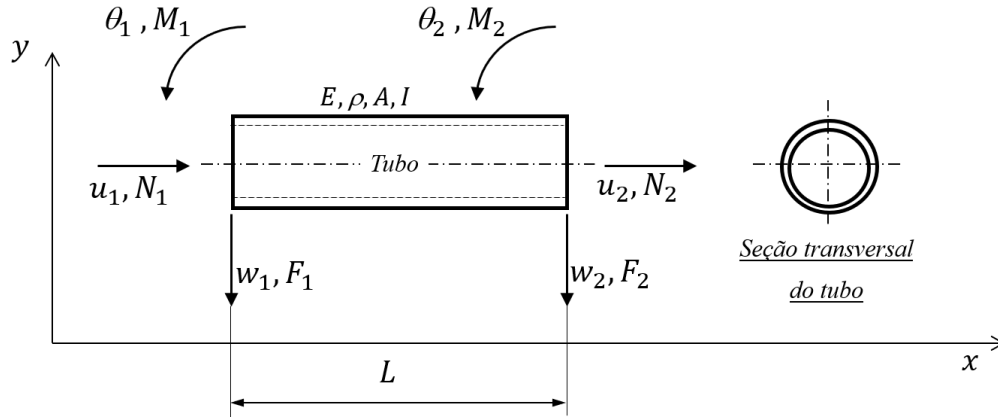


Figura 3.5 - Atuação dos deslocamentos e forças no tubo com três graus de liberdade. Adaptado de: Lee, 2009.

Os campos de deslocamento são definidos pelas relações $w(x,t) = N_w(x)d(t)$ e $u(x,t) = N_u(x)d(t)$. As funções de forma, por outro lado, são definidas por Lee (2009) como $N_w(x) = [N_{w_1}(x) \ N_{w_2}(x) \ 0 \ N_{w_3}(x) \ N_{w_4}(x) \ 0]$ e $N_u(x) = [0 \ 0 \ N_{u_1}(x) \ 0 \ 0 \ N_{u_2}(x)]$, sendo $N_{w_1}(x) = 1 - 3(x/l)^2 + 2(x/l)^3$, $N_{w_2}(x) = l(x/l)[1 - 2(x/l) + (x/l)^2]$, $N_{w_3}(x) = (x/l)^2[3 - 2(x/l)]$, $N_{w_4}(x) = -l(x/l)^2[1 - (x/l)]$, $N_{u_1}(x) = 1 - (x/l)$ e $N_{u_2}(x) = x/l$ onde l é o comprimento do tubo.

Lee (2009) integrando por partes as equações 3.2a e 3.2b, bem como, aplicando as relações força-deslocamento das equações descrita no parágrafo anterior, obteve a equação governante do movimento para tubo condutor de fluido em regime permanente como:

$$\begin{aligned} \int_0^L \left[E_t I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + T_0 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\delta w}{\delta x} - m_f f_D V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta w + m_f V \left(\frac{\partial w}{\partial x \partial t} \delta w - \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\delta w}{\delta x} \right) + (m_f + m_t) \frac{\partial w}{\partial t^2} \delta w + E_t A \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\delta u}{\delta x} + \right. \\ \left. m_t \frac{\partial u}{\partial t^2} \delta u - m_f g_y \frac{\partial w}{\partial x} \delta u - m_f f_D V^2 \delta u + \bar{N} \frac{\delta u}{\delta x} \right] dx + m_f f_D V^2 \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \Big|_0^L - (T_0 - \bar{N}) \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \Big|_0^L - \\ \left[F(x,t) + \bar{N} \frac{\delta w}{\delta x} \right] \delta w \Big|_0^L - M(x,t) \frac{\delta w}{\delta x} \Big|_0^L - [N(x,t) + \bar{N}] \delta u \Big|_0^L = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde $m = (m_f + m_t)$ e $\bar{N}$ é a tensão axial média.

3.4. Definição das matrizes de massa, amortecimento e rigidez

Aplicando as relações dos campos de deslocamento no termo da equação 3.3 referente a soma da massa do tubo e fluido atuando no sentido transversal ao tubo tem-se

$(m_f + m_t) \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t^2} \delta w dx = M_w$. Aplicando as relações dos campos de deslocamento no termo da

equação 3.3 referente a massa do tubo atuando no sentido longitudinal ao tubo têm-se

$\int_0^L m_t \frac{\partial u}{\partial t^2} \delta u dx = M_u$. As matrizes de massa podem ser descritas como:

$$M_w = \frac{ml}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 0 & 54 & -13l & 0 \\ 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 54 & 13l & 0 & 156 & -22l & 0 \\ -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } M_u = \frac{m_t l}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.4a,b)$$

Aplicando as relações do campos de deslocamento nos termos da equação 3.3 referente as forças que resultam no amortecimento do sistema devido a velocidade do fluxo do fluido

têm-se $m_f V \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x \partial t} \delta w - \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\delta w}{\partial x} \right) = C_1$ e $m_f V \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \Big|_0^L = C_2$, onde:

$$C_1 = \frac{m_f V}{30} \begin{bmatrix} 0 & 6l & 0 & 30 & -6l & 0 \\ -6l & 0 & 0 & 6l & l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -30 & -6l & 0 & 0 & 6l & 0 \\ 6l & l^2 & 0 & -6l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C_2 = m_f V \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.5a,b)$$

Aplicando as relações do campos de deslocamento nos termos da equação 3.3 referente as forças que resultam nas rigidezes no sentido transversal do tubo têm-se

$E_t I \int_0^L \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} dx = K_{w1}$ e $T_0 \int_0^L \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\delta w}{\delta x} dx = K_{w2}$, onde são definidas as matrizes elementares do

tubo correspondentes a rigidezes do sistema:

$$K_{w1} = \frac{E_t I}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & 0 & -12 & 6l & 0 \\ 6l & 4l^2 & 0 & -6l & 2l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -6l & 0 & 12 & -6l & 0 \\ 6l & 2l^2 & 0 & -6l & 4l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } K_{w2} = \frac{T_0}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & 0 & -36 & 3l & 0 \\ 3l & 4l^2 & 0 & -3l & l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & -3l & 0 & 36 & -3l & 0 \\ 3l & -l^2 & 0 & -3l & 4l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.6a,b)$$

Aplicando as relações do campos de deslocamento nos termos da equação 3.3 referente as forças que resultam nas rigidezes no sentido transversal do tubo têm-se $-m_f f_D V^2 \int_0^L \frac{\partial w}{\partial x} \delta w dx = K_{w3}$ e $-(T_0 - \bar{N}) \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \Big|_0^L = K_{w4}$, onde são definidas as matrizes elementares do tubo correspondentes a rigidezes do sistema:

$$K_{w3} = \frac{m_f f_D V^2}{60} \begin{bmatrix} -30 & 6l & 0 & 30 & -6l & 0 \\ -6l & 0 & 0 & 6l & -l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -30 & -6l & 0 & 30 & 6l & 0 \\ 6l & l^2 & 0 & -6l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } K_{w4} = (T_0 - \bar{N}) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.7a,b)$$

Aplicando as relações do campos de deslocamento nos termos da equação 3.3 referente as forças que resultam nas rigidezes no sentido longitudinal do têm-se $E_t A \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\delta u}{\delta x} dx = K_u$ e $-m_f g_y \int_0^L \frac{\partial w}{\partial x} \delta u dx = K_{uw}$, onde são definidas as matrizes elementares do tubo correspondentes a rigidez do sistema:

$$K_u = \frac{E_t A}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } K_{uw} = \frac{m_f g_y}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -l & 0 & -6 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & l & 0 & -6 & -l & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.8a,b)$$

Portanto as matrizes de massa M_E , amortecimento C_E e rigidez K_E do elemento tubo são dadas por:

$$M_E = M_w + M_u, \quad (3.9a)$$

$$C_E = C_1 + C_2, \quad (3.9b)$$

$$K_E = K_{w1} + K_{w2} + K_{w3} + K_{w4} + K_u + K_{uw}. \quad (3.9c)$$

Similarmente ao executado na equação 2.8, foi elaborado um código no software Octave® (Apêndice A.1) para acoplagem das matrizes elementares de massa, amortecimento e rigidez, na quantidade de elementos que o tubo for necessário discretizar para obter precisão suficiente nos resultados, gerando as matrizes globais de massa M_G , amortecimento C_G e rigidez K_G . O método dos elementos finitos possibilita configurar as condições de contorno variando as rigidezes no nós das extremidades do tubo. Essas rigidezes representada pelas molas K_w para grau de liberdade de deslocamento de translação, K_θ para a rotação e K_u para deslocamento axial do elemento do tubo conforme ilustrado na figura 3.7.

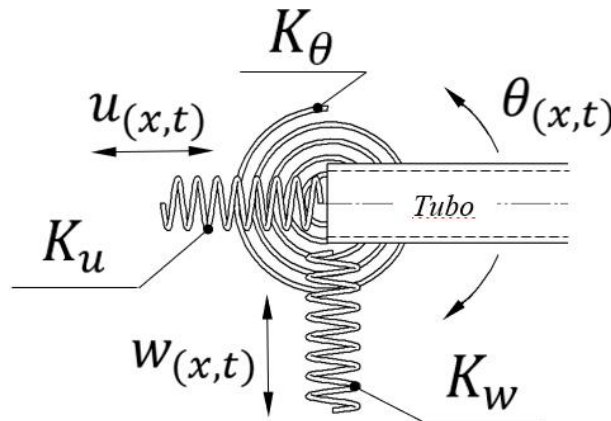


Figura 3.6 - Extremidade do tubo com molas acopladas nos três graus de liberdade

Na matriz de rigidez global com η elementos, o termo $K_G(1,1)$ representa a posição do grau de liberdade de deslocamento transversal no nó da extremidade $x = 0$, $K_G(2,2)$ representa a posição do grau de liberdade de rotação no nó da extremidade $x = 0$, $K_G(3,3)$ representa a posição do grau de liberdade de deslocamento axial no nó da extremidade $x = 0$, $K_G(\eta-2, \eta-2)$ representa a posição do grau de liberdade de deslocamento transversal no nó da extremidade $x = L$, $K_G(\eta-1, \eta-1)$ representa a posição do grau de liberdade de deslocamento de rotação no nó da extremidade $x = L$ e $K_G(\eta, \eta)$ representa a posição do grau de liberdade de deslocamento axial no nó da extremidade $x = L$. No programa

implementado em cada um desses seis termos da matriz global de rigidez foi adicionado uma variável representada pelas molas da Figura 3.7, possibilitando restringir o grau de liberdade somando valor de rigidez a um valor tendendo ao infinito ou configurando como livre somando ao valor de zero.

As matrizes globais com as configurações das condições de contorno implementados formam a equação do movimento para o método dos elementos finitos, dada por:

$$M_G \frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial t^2} + C_G \frac{\partial d(x,t)}{\partial t} + K_G d(x,t) = 0, \quad (3.10)$$

onde $d(x,t) = [w_1(0,t) \ \theta_1(0,t) \ u_1(0,t) \ w_2(l,t) \ \theta_2(l,t) \ u_2(l,t)]^T$.

A equação 3.10 tem um termo de amortecimento com característica simétrica-diagonal, consequentemente a solução do problema de autovalor deve ser realizada para a matriz característica $[\Omega]$ conforme equação dada por Meirovitch (1980):

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_G]^{-1}[K_G] & -[M_G]^{-1}[C_G] \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Os resultados obtidos com o problema de autovalor produzem raízes complexas do tipo $\lambda = \text{Re}(\lambda) + \text{Im}(\lambda)i$. As frequências naturais (ω) fundamentais da estrutura de amortecimento são descritas pela parte imaginária dessas raízes uma vez que o fluido flua dentro do tubo, enquanto a parte real determina a razão de declínio da vibração livre.

A equação diferencial 3.10 tem solução homogênea, portanto o deslocamento transversal ao longo do comprimento do tubo pode ser escrito:

$$w(x,t) = \Phi e^{i\lambda t}. \quad (3.12)$$

O movimento de um sistema governado pela equação 3.10 é classificado de acordo com as seguintes categorias: (a) assintoticamente estável (b) estável (c) instabilidade estática divergente (d) instabilidade dinâmica flutter (Figura 3.7). Analisando os sinais dos coeficientes da parte real e imaginária das raízes complexas extraídas do problema de autovalor da matriz característica (equação 3.11) pode-se definir o comportamento da estabilidade do tubo através da equação 3.12. Se a parte real das raízes complexas da matriz característica são menores que

zero, isto é, $\text{Re}(\lambda) < 0$, a tendência é ocorrer decaimento exponencial do deslocamento transversal $w(x,t)$ do sistema ao longo do tempo (Figura 3.7a). Esse comportamento é denominado de movimento assintoticamente estável (Inman, 2007). Se as raízes da equação característica são números imaginários puros isto é, $\text{Re}(\lambda) = 0$, o deslocamento transversal $w(x,t)$ assume um movimento harmônico simples (Figura 3.7b), caracterizando movimento estável (Craig, 2006). Estas duas soluções são tratadas nesta dissertação como comportamento estável.

O movimento é classificado como instável quando as raízes da equação característica têm as partes reais positiva, isto é, $\text{Re}(\lambda) > 0$. Há dois tipos de movimento instável (Craig, 2006), sendo um deles denominado instabilidade estática divergente (flambagem), que ocorre quando as raízes são números reais positivos isto é, $\text{Re}(\lambda) > 0$ e $\text{Im}(\lambda) = 0$. Neste caso o deslocamento transversal $w(x,t)$ cresce exponencialmente, porém sem oscilação (Figura 3.7c). O segundo tipo de movimento instável definido por Craig (2006) é a instabilidade dinâmica *flutter* quando a parte real é positiva e a parte imaginária é diferente de zero isto é, $\text{Re}(\lambda) > 0$ e $\text{Im}(\lambda) \neq 0$. Neste caso há oscilação do movimento e o deslocamento transversal $w(x,t)$ aumenta exponencialmente sem limites com o aumento do tempo (Figura 3.7d).

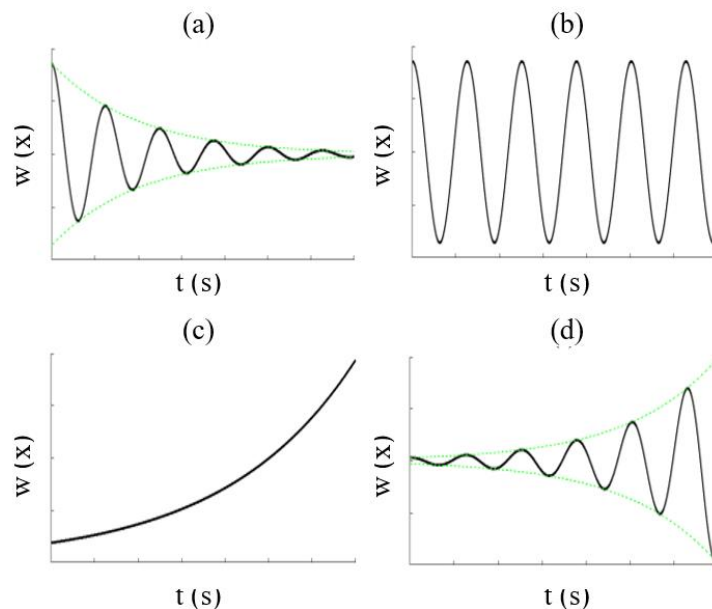


Figura 3.7 – Classificação do comportamento da estabilidade do movimento (a) movimento assintoticamente estável (b) estável (c) instabilidade estática divergente (d) instabilidade dinâmica *flutter* divergente. Adaptado de: Inman, 2007

Na figura 3.8 tem-se os critérios para investigar o comportamento da estabilidade do sistema (Lee, 2009), demonstrando que essa definição depende do sinal das partes real e imaginária de λ .

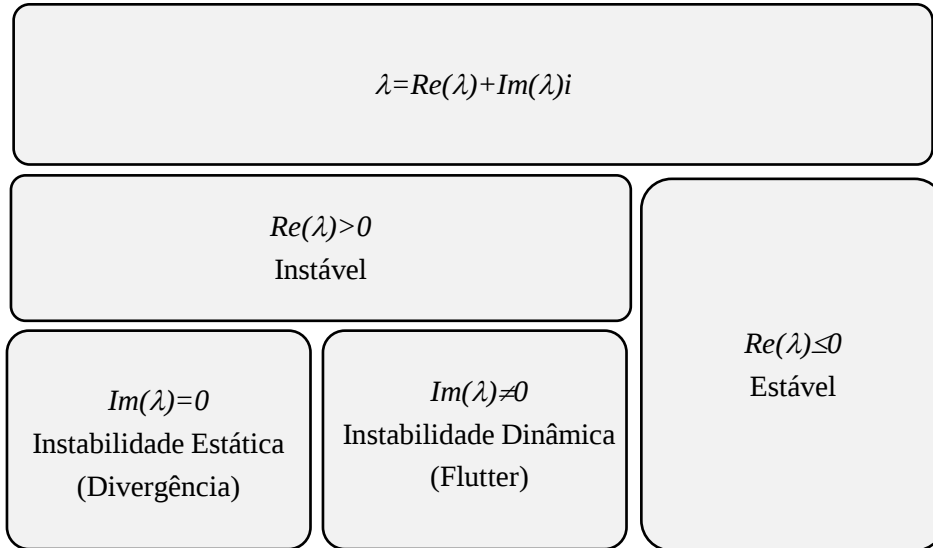


Figura 3.8 - Critérios para o comportamento dinâmico do tubo

3.5. Estudo de caso para validação do modelo: Resolvendo problemas de instabilidade

Para confirmação da eficiência do modelo elaborado neste capítulo, foi simulado um tubo condutor de fluido com mesmos parâmetros de Lee (2009) para comparação dos resultados. As propriedades do material e a geometria do tubo já foram abordados na Tabela 2.3 e as propriedades do fluido são densidade $\rho_f = 1000 \text{ Kg/m}^3$, viscosidade do fluido $\mu = 1,003 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2$ e o módulo de elasticidade $E_f = 2,2 \text{ GPa}$. As condições de contorno são simplesmente apoiado em ambas as extremidades, tendo o deslocamento axial restringido na posição $x = 0$ e livre na posição $x = l$.

Observando os valores das frequências naturais do modelo implementado neste capítulo e os obtidos por Lee (2009) na Tabela 3.1. Pode-se perceber que houve boa convergência entre os dois resultados. Houve um erro na estimativa da frequência natural do primeiro modo em torno de 10%. Acredita-se que isso se deva ao equacionamento de Lee (2009) em relação a força de atrito f_D . Não ficou claro em suas citações qual o modelo adota e talvez, o que foi adotado neste trabalho não seja condizente com aqueles implementado por Lee (2009).

Tabela 3.1 - Comparação das frequências naturais obtidas pelo modelo implementado e Lee (2009). Adaptado de: Lee, 2009.

Velocidade do fluido $V(m/s)$	Modelo	Frequências Naturais (Hz)			
		1° Modo	3° Modo	5° Modo	14° Modo
0	Lee (2009)	2,175	19,576	54,389	264,64
	Modelo implementado	2.018	19,434	54,439	264,84
15	Lee (2009)	1,768	19,300	54,133	264,64
	Modelo implementado	1,578	19,157	54,189	264,84
26,94	Lee (2009)	0,000	18,677	53,562	264,64
	Modelo implementado	0,000	18,535	53,631	264,85

Na Figura 3.9, a parte real e imaginária do autovalor λ , para os 3 primeiros modos de vibrar são demonstradas, tendo o mesmo comportamento do modelo de Lee (2009), levando em consideração os critérios da Figura 3.8. O modelo implementado se comportou estável até a velocidade crítica de divergência próxima ao valor de 26,94 m/s, quando iniciou o comportamento de instabilidade estática (divergência). A instabilidade de divergência se estabeleceu até a velocidade próxima de 53,74 m/s quando se iniciou o comportamento de instabilidade dinâmica (*flutter*). Nesta velocidade houve fusão das frequências do primeiro e segundo modo resultando no modo acoplado *flutter*.

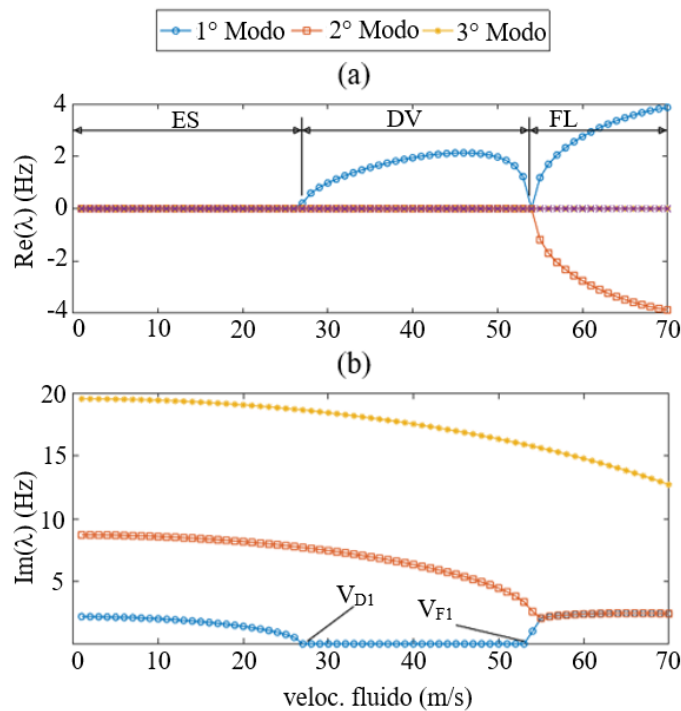


Figura 3.9 - Parte (a) real e (b) imaginária do autovalor λ em função da velocidade do fluido. Adaptado de: Lee, 2009.

3.6. Conclusão

Foi descrito nesse capítulo o modelo de elementos finitos de um tubo com escoamento interno de fluido que será utilizado no processo investigativo desse trabalho. Esse modelo se baseia no mesmo desenvolvido por Lee (2009) considerando escoamento laminar e regime permanente. Os resultados apresentados pelo modelo implementado em Octave se mostrou bem próximo aos dados descritos em Lee (2009). Acredita-se que essa discrepância, cerca de 10% entre os resultados, se deva ao equacionamento da força de atrito que não é descrita nos trabalhos de Lee (2009) e aqui implementada utilizando referências clássicas em mecânica dos fluidos. O modelo implementado mostrou-se mais conservativo, com menores valores para as estimativas das frequências naturais e velocidade crítica, entretanto, não comprometendo a análise a ser abordada nessa dissertação.

Capítulo 4

Estudo de caso: Tubulação utilizada na indústria sucroalcooleira

4.1. Introdução

No capítulo anterior foi descrito o modelo de elementos finitos de um tubo com escoamento interno de fluido baseado no trabalho de Lee (2009). A modelagem da interação-fluido estrutura foi detalhada, bem como, as considerações iniciais assumidas. Nesse capítulo, entretanto, aplicou-se o modelo proposto no capítulo 3 com finalidade de analisar a resposta dinâmica de um tubo com escoamento em regime laminar e permanente sujeito a diferentes condições de contorno. Para contextualizar o problema de vibração gerada pelo escoamento interno em tubos foi proposto o estudo de um tubo e fluido com características (geométrica e de materiais) encontradas na indústria sucroalcooleira. Foram estudados os casos com variação da distância entre os apoios (condição de contorno) e espessura da parede do tubo. O tipo de fluido utilizado foi o caldo clarificado, que possui densidade similar à água (mais ou menos 8% superior), não compensado a análise de variação da densidade do fluido. As condições de contorno foram obtidas utilizando molas de translação e rotação (modelo mais geral) para verificar sua influência. Entretanto notou-se que a rigidez do suporte tem baixa influência na velocidade crítica a partir de qual o fenômeno de flutter surge. Por esse motivo, apesar do modelo de elementos finitos possuir rigidezes (translação e rotação) acoplada a suas extremidades, foi utilizado o caso de um tubo bi apoiado (pinado-pinado ou pinado-rolete) como configuração de estudo. A explicação da escolha desse tipo de configuração é descrita na seção posterior.

4.2. Descrição do estudo de caso

Como mencionado na seção anterior, o estudo de caso será contextualizado no setor sucroalcooleiro, visando verificar a ocorrência de *flutter* em tubos de pequenos diâmetros. A Figura 4.1 mostra o desenho técnico de dois tipos de suportes geralmente utilizados na indústria sucroalcooleira. A Figura 4.1(a) possui um suporte conhecido como suporte pendural (SP) e tem restrições de translação na direção transversal e axial. Como mencionado na introdução, a condição de contorno axial não tem nenhuma influência na faixa de velocidade caracterizada pelo aparecimento do fenômeno de *flutter*, por outro lado, a rigidez transversal com liberdade no deslocamento de rotação se assemelha à condição pinada (simplesmente apoiado). Para o suporte mostrado na Figura 4.1(b) conhecido como suporte deslizante (SD) o tubo é apoiado, ou seja, nenhuma restrição na direção axial, mas com restrição tipo pinada na direção transversal. Esses suportes foram escolhidos como condição de contorno nas extremidades para o caso estudo.

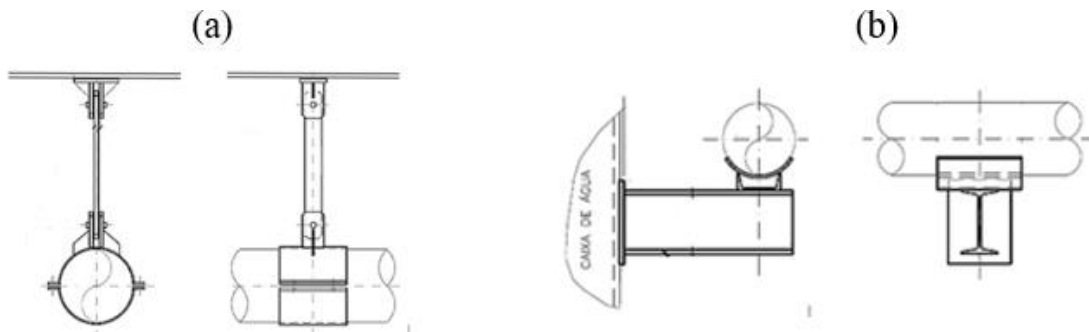


Figura 4.1 - Dois tipos de suportes geralmente utilizados na indústria sucroalcooleira para tubos. (a) suporte tipo pendural (SP) que possui restrições axial e transversal e (b) suporte deslizante (SD) com restrição transversal somente

O modelo utilizado para análise, foi demonstrado na Figura 4.2, enfatizando as condições de contorno dada pelas molas de translação na direção axial (K_u) e transversal (K_w) bem como a mola de rotação (K_θ). Os subscritos “1” e “2” são referentes a posição das extremidades onde os suportes SP e SD estão acoplados, respectivamente.

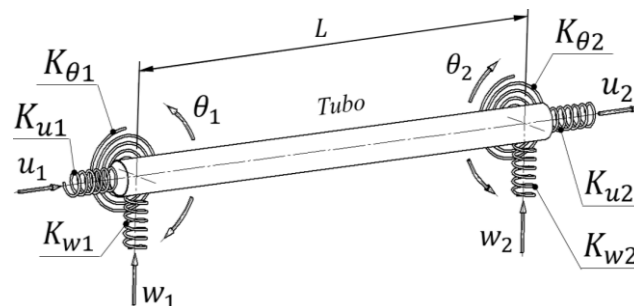


Figura 4.2 - Esquema do tubo suportado por molas de translação (axial e transversal) e de rotação nas extremidades numeradas como “1” e “2”.

Na Figura 4.3(a) e 4.3(b) o caso a ser estudado e as condições de contorno (molas) que foram utilizadas no modelo, respectivamente, são ilustrados. Para que as condições de contorno aleatória mostrada na Figura 4.3(b) se assemelhem com as condições de contorno mostrada na Figura 4.3(a) a rigidez axial da mola $K_{u1} = \infty$; as rigidezes de deslocamento transversal devem ser $K_{w1} = K_{w2} = \infty$, e o restante das molas rigidezes devem ser $K_{u2} = K_{\theta 1} = K_{\theta 2} = 0$.

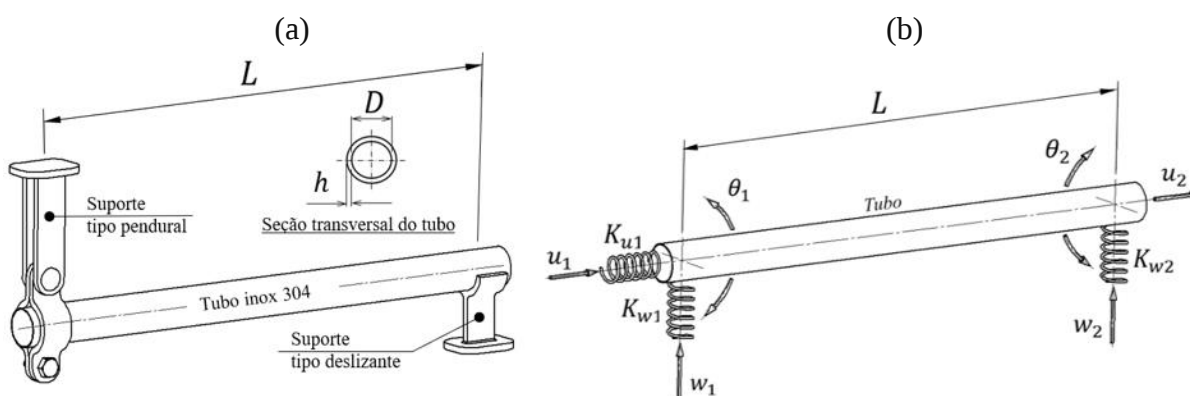


Figura 4.3 - Desenho esquemático ilustrando o caso estudado. (a) Suportes do tubo. (b) Condições de contorno aleatórias simuladas por molas de translação e rotação.

Para fins de contextualização, considerou-se um tubo da linha OD (*Out Diameter*) de aço inox ANSI 304 (Padilha e Guedes, 1994), para o diâmetro do modelo implementado nesta dissertação as espessuras da parede do tubo são comercializadas com dimensões entre 0,5 mm à 3,00 mm, neste trabalho utilizou-se espessuras entre 0,2 mm à 0,8 mm, essa redução no valor do limite mínimo da espessura se deve ao fato de analisar-se a tendência dos resultados. O fluido utilizado foi caldo clarificado do processo de fabricação de açúcar. Na Tabela 4.1 estão listadas as características geométricas e as propriedades dos materiais do tubo e do fluido.

Tabela 4.1 - Propriedades do material e geometria do tubo e propriedades do fluido

Propriedades	Valores
Diâmetro interno (D)	24,00 mm
Módulo de elasticidade do tubo (E_t)	193 GPa
Densidade do material do tubo (ρ_t)	8.000 Kg/m ³
Coefficiente de Poisson do tubo (ν)	0,3
Densidade do fluido (ρ_f)	1.084 Kg/m ³
Módulo de elasticidade do fluido (E_f)	2,2 GPa
Viscosidade do fluido (μ)	8,00 x 10 ⁻⁷ N s/m ²
Pressão do fluido (p)	1,7 Bar
Tensão axial ($\bar{N}$)	0 N

Neste estudo foram analisadas as variações de três variáveis que são a espessura da parede no tubo (h), distância entre apoios (L) e a velocidade de escoamento do fluido transportado (V). Uma análise de estabilidade, conforme descrita no capítulo 3 foi feita, e também das frequências naturais. A velocidade crítica é a velocidade máxima que o sistema está atuando de maneira estável em todos os seus modos de vibrar, ou seja, é a velocidade do fluxo para a qual o sistema perde estabilidade. Blevins (2001) calculou a velocidade crítica para tubo com condição de contorno simplesmente apoiado em ambas extremidades dada por

$$V_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{\rho_f A}}, \quad (4.1)$$

onde L é a distância entre apoios do tubo, n é o índice para cada velocidade crítica ($n = 1, 2, \dots$), E é o módulo de elasticidade do material do tubo, I é o momento de inércia do tubo no sentido transversal ao eixo, ρ_f é a densidade do fluido e A é a área da seção transversal do diâmetro interno do tubo e o momento de inércia $I = (\pi(D + 2h)^4 - D^4) / 64$. Quando $n = 1$, então $V_n = V_1 = V_{D1}$ que se refere a velocidade divergente (DV). Quando $n = 2$, então $V_n = V_2 = V_{F1}$ que se refere a velocidade da instabilidade de *flutter* (FL). Quando $n = 3$, então $V_n = V_3 = V_{D2}$ que se refere a velocidade divergente (DV) após a ocorrência de *flutter* (FL). Blevins (2001) também encontrou uma estimativa para as duas primeiras frequências naturais de um tubo bi apoiado com escoamento interno em função da velocidade crítica dada por

$$\omega_j = \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_f} \right)^2}, \quad (4.2)$$

onde $\omega_n = \sqrt{\pi^4 EI / (L^4 M)}$ é a frequência natural de um tubo bi apoiado sem o fluido, V é a velocidade de escoamento do fluido e $j = 1, 2$ sendo “1” e “2” referentes a primeira e segunda frequências naturais, respectivamente. Nota-se que nas equações 4.1 e 4.2 não possui nenhum termo referente à f_D . Analisando a equação 4.1 é possível verificar que com o aumento da distância entre apoios L tem-se diminuição na velocidade crítica V_f (inversamente proporcional). A espessura da parede do tubo h tem influência no momento de inércia I e na rigidez estrutural EI . Dessa maneira quanto maior a rigidez estrutural, maior é a velocidade crítica do sistema (diretamente proporcional). Pode-se observar na equação 4.2 que a frequência natural varia de acordo com a velocidade do escoamento interno do fluido, ou seja, quanto maior a velocidade de escoamento menor é a frequência natural do sistema. Além do mais observa-se que quando $V = V_f$ a frequência natural é nula, indicando instabilidade. Essas características também são estudadas utilizando o modelo de elementos finitos que é feito nas seções seguintes.

4.3. Influência da distância entre apoio de um tubo na resposta dinâmica de uma tubulação condutora de fluido

Para analisar a influência das distâncias entre apoios, ou seja, distância entre os suportes da tubulação, representado por L , foi fixado o valor da espessura da parede do tubo em 0,60 mm, que é um valor médio encontrado. Essa investigação inicial será feita igualmente como a já realizada no Capítulo 3 quando o modelo de elementos finitos implementado nesse trabalho foi comparado com o modelo implementado por Lee (2009). Utilizou-se dois espaçamentos para efetuar essa análise inicial: um espaçamento de 4 metros ($L = 4m$) e um espaçamento de 6 metros ($L = 6m$), que são espaçamentos facilmente encontrados na indústria sucroalcooleira.

A parte real ($Re(\lambda)$) e imaginária ($Im(\lambda)$) do autovalor λ para os casos $L = 4m$ e $L = 6m$, foram demonstrados na Figura 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente. Na Figura 4.4(a) foi apresentado o gráfico da parte real do autovalor λ dos quatro primeiros modos de vibrar do sistema de um tubo com a distância entre apoios $L = 4m$. Analisando a curva do primeiro modo, observa-se que a mesma permanece igual a zero correspondendo a estabilidade (ES) no sistema

até alcançar a velocidade de fluxo crítica (instabilidade de divergência) $V_{D1} = 26,37 \text{ m/s}$ quando $Re(\lambda)$ se torna positiva e a $Im(\lambda)$ nula, denotando o comportamento de instabilidade estática de divergência (DV). Essa instabilidade DV se mantém com o aumento da velocidade até a mesma alcançar a velocidade crítica de *flutter* $V_{F1} = 56,24$. Nessa região existe a ocorrência do ponto de bifurcação de *Hopf* onde o primeiro e o segundo modo se fundem. A partir desse momento o autovalor λ se torna complexo conjugado de novo, de modo que a parte real e imaginária não são nulas. Se $Re(\lambda) > 0$ e $Im(\lambda) \neq 0$ (ver Fig. 3.8) à ocorrência do modo-acoplado de instabilidade dinâmica de *flutter* (FL). Na Figura 4.4(b) observou-se o mesmo caso abordado na Fig.4.4(a), entretanto, muda-se a distância entre os apoios para $L = 6 \text{ m}$. Nota-se a velocidade de fluxo crítica divergente ($V_{D1} = 13,90 \text{ m/s}$) e velocidade crítica de *flutter* ($V_{F1} = 35,94 \text{ m/s}$) são menores que as encontradas quando $L = 4 \text{ m}$. Isso vai de encontro com a característica investigada por Blevins (2001) dada pela Eq.(4.2). A frequência natural é investigada na próxima seção.

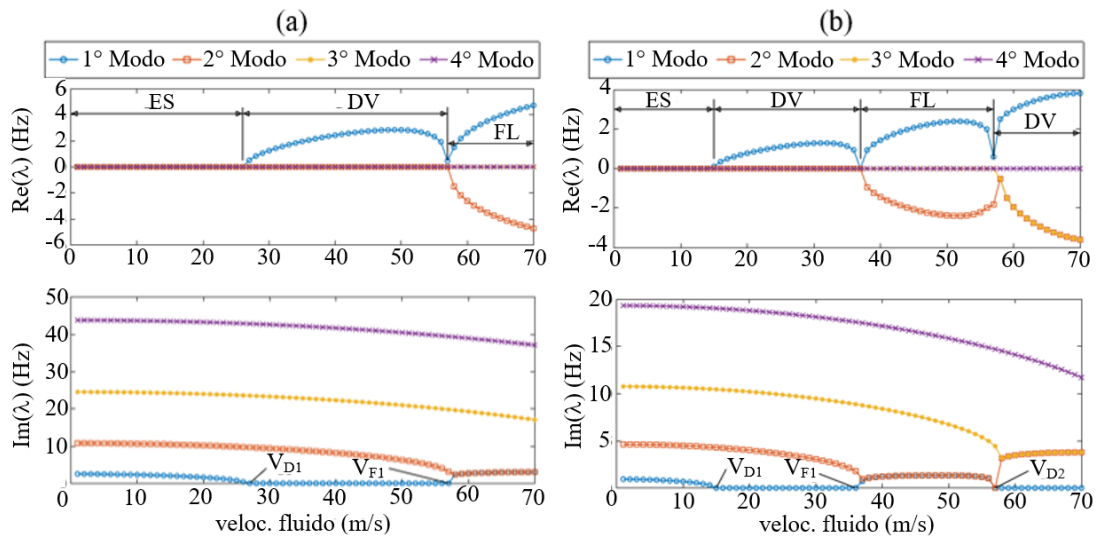


Figura 4.4 - Os quatro primeiros autovalores λ em função da velocidade do fluido V (m/s) para distâncias entre apoios (a) $L = 4 \text{ m}$ e (b) $L = 6 \text{ m}$. ES – estabilidade; DV – divergência; FL – *flutter*.

Na tabela 4.2 tem-se a comparação entre os resultados das velocidades críticas obtidas através do método analítico e o numérico implementado neste capítulo, para os valores de distância já analisados nas Figuras 4.4(a) e 4.4(b). Nota-se que o modelo numérico é um pouco mais conservador do que o modelo analítico, ou seja, as velocidades críticas (divergência e *flutter*) possuem valores menores que o modelo analítico de Blevins (2001), com variação máxima abaixo de 10%.

Tabela 4.2 - Comparação dos resultados das velocidades críticas entre os métodos analítico e numérico para variações de distância entre apoio

Distância entre apoios (m)	Método	Velocidades críticas (m/s)		
		V_{D1}	V_{F1}	V_{D2}
4,00	Analítico	29,20	58,39	-
	Numérico	26,37	56,24	-
6,00	Analítico	19,46	38,93	58,39
	Numérico	13,90	35,94	56,04

Na Figura 4.5 apresentou-se o comportamentos dinâmico do sistema considerando variação na distância entre apoios de $L = 3m$ à $L = 7m$ em função da velocidade de fluxo do fluido variando de $V = 0\text{ m/s}$ à $V = 70\text{ m/s}$. Está destacado as distância entre apoios $L = 4m$ e $L = 6m$, que foi analisada em detalhes nas Figuras 4.24(a) e 4.24(b), respectivamente, dadas pela linha fina tracejada vermelha. Mostra-se também os pontos de velocidades críticas de instabilidade de divergência (V_{D1} e V_{D2}), e bem como a velocidades críticas de instabilidade *flutter* (V_{F1}). As velocidades críticas obtidas através do método analítico conforme equação 4.1 também podem ser observadas neste gráfico (linha grossa tracejada preta). O segundo, terceiro e quarto modo de vibrar não apresentaram regiões de instabilidade por esse motivo não foram apresentados.

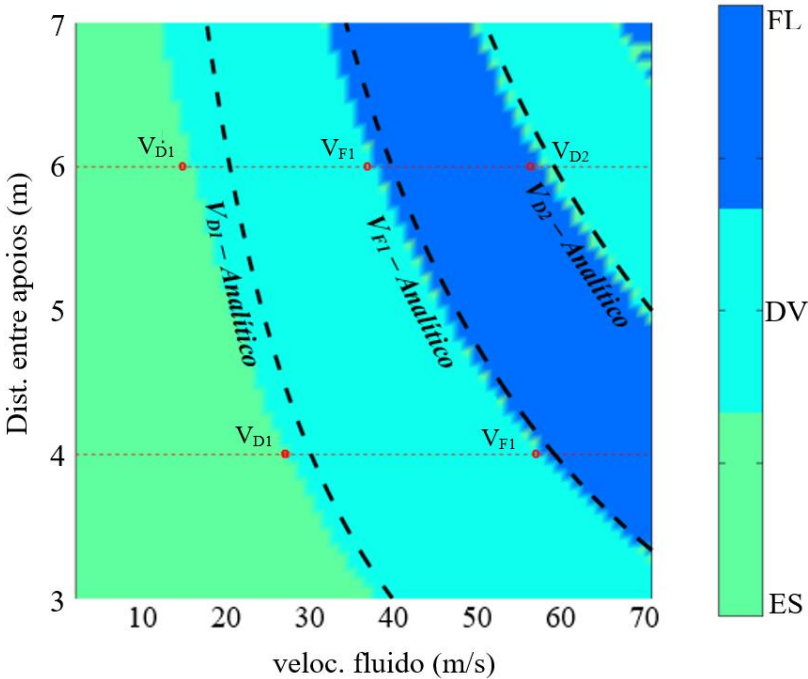


Figura 4.5 - Regiões de estabilidade em função da distância entre apoios L (m) e em função da velocidade do fluido V (m/s). Linha fina tracejada vermelha: casos analisados na Fig. 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente; Linha grossa tracejada preta: Eq.(4.1).

Observa-se que no modelo de elementos finitos tem a mesma tendência do modelo analítico de Blevins (2001), sendo o primeiro mais conservador (velocidades críticas são menores para o modelo de elementos finitos) como já observado e mencionado anteriormente. É possível observar também a tendência da perda de estabilidade quando a distância entre apoios e a velocidade de fluxo do fluido aumentam devido à perda de rigidez à deflexão provocada por essas duas variáveis.

Na Figura 4.6 foram apresentadas as frequências naturais dos quatro primeiros modos de vibrar obtidas analisando a parte imaginária do autovalor λ em função das distâncias entre apoio (de 3m até 7m) e também da faixa de velocidade de escoamento do fluido (de 0 à 70,00 m/s). Os gráficos mostrados na Figura 4.6(a), 4.6(b), 4.6(c) e 4.6(d) enfatizam o primeiro, segundo, terceiro e quarto modos, respectivamente. Observa-se para o primeiro modo na Fig. 4.6(a) a tendência de redução da frequência natural passando pela área de instabilidades estáticas (divergência) quando é nula e sendo diferente de zero quando existe o aparecimento do *flutter*. Para os outros modos observa-se a redução da frequência natural com o aumento da velocidade de escoamento, como já esperado. Entretanto, para esses modos, o escoamento é estável.

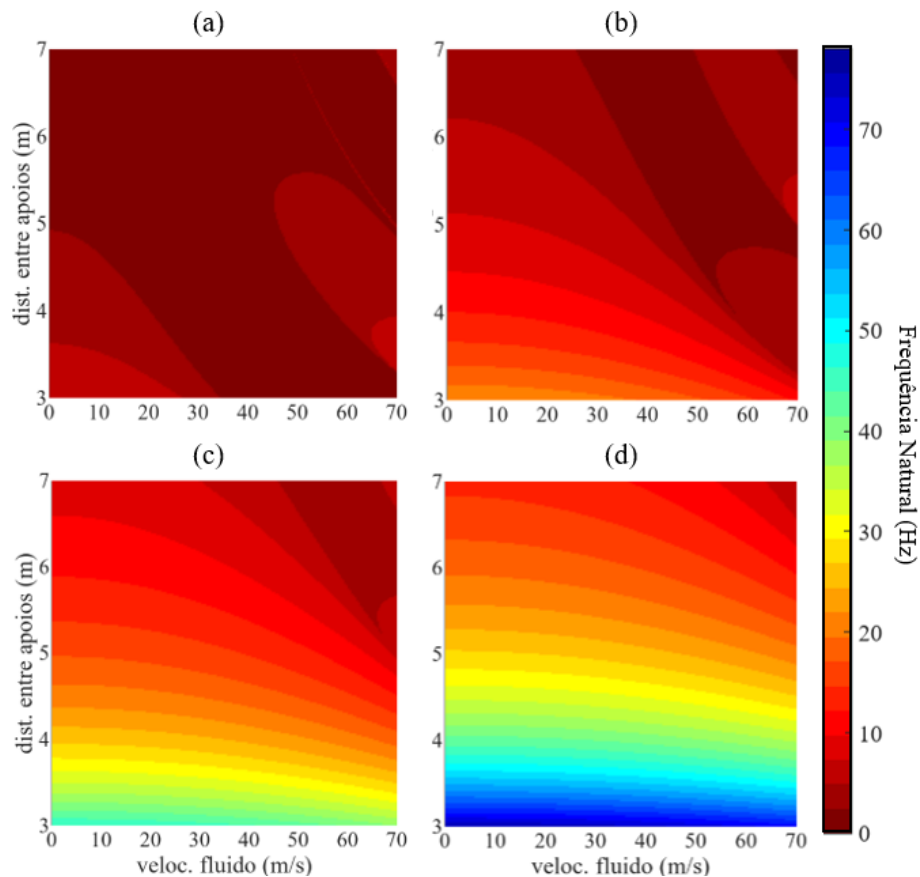


Figura 4.6 - Análise da influência da distância entre apoios com variação na velocidade na frequência natural do sistema no (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar

Na Figura 4.7 considerando os valores assumidos de geometria e propriedades de material para o tubo condutor de fluido neste estudo de caso, e arbitrariamente definindo a frequência natural de 7,5 Hz como segura para que não ocorra vibração ressonante com fontes externas de excitação (máquinas rotativas, por exemplo), foram extraído do modelo de elementos finitos os valores mínimos da distância entre apoios do tubo em função da velocidade de escoamento fluido 0 a 70,00 m/s, que resultam em valores para que o sistema não opere com frequência natural menor que 7,5 Hz. Pode-se observar neste gráfico a partir de uma velocidade de fluxo do fluido maior de 19,00 m/s há necessidade de reduzir a distância entre apoios para que não ocorra instabilidades dinâmicas no sistema.

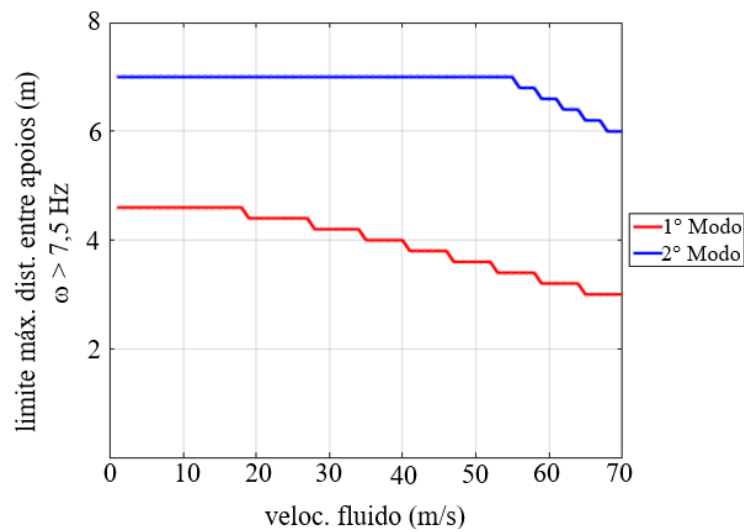


Figura 4.7 - Limite máximo da distância entre apoio em função da velocidade fluxo para $\omega > 7,5$ Hz

4.4. Influência da espessura da parede do tubo na resposta dinâmica de uma tubulação condutora de fluido

Para analisar a influência das espessuras da parede do tubo, representado por h , foi determinado uma distância entre apoios de 3,50 m. Na Figura 4.8(a) e 4.8(b) a parte imaginária do autovalor λ representa a frequência natural de um sistema com amortecimento uma vez que o fluido flua internamente ao tubo, enquanto a parte real indica a taxa de decaimento da vibração livre. Na Figura 4.8(a) o gráfico que apresenta a parte real do autovalor λ na forma do primeiro modo, para espessuras de parede $h = 0,40$ mm, as velocidades críticas de instabilidade de divergência V_{D1} e a de instabilidade *flutter* V_{F1} ocorrem com 23,85 m/s e 52,34 m/s respectivamente. A partir da velocidade V_{F1} , no ponto de bifurcação de *Hopf* o primeiro e segundo modo se fundem, ocorrendo o modo-acoplado instabilidade dinâmica de *flutter* (FL). Na faixa de velocidade que ocorre a instabilidade estática de divergência (DV) podemos

observar no gráfico da parte imaginária do autovalor λ que a frequência natural se mantém em zero.

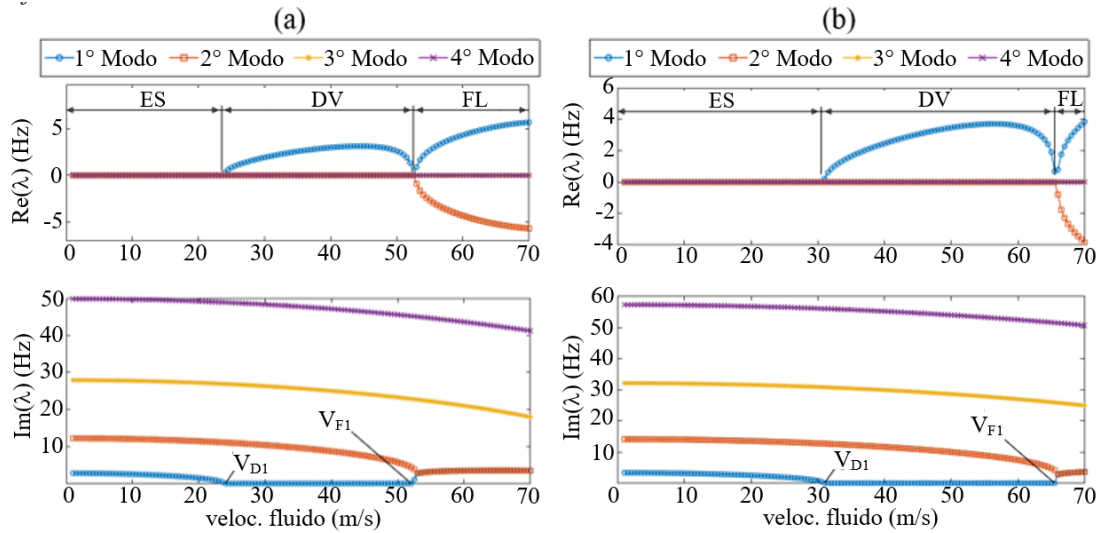


Figura 4.8 - Os quatro primeiros autovalores λ em função da velocidade do fluido V (m/s) para espessura da parede do tubo (a) $h=0,4\text{mm}$ e (b) $L=0,6\text{mm}$. ES – estabilidade; DV – divergência; FL – flutter.

Na Figura 4.8(b) a espessura da parede tubo é $h = 0,60\text{ mm}$, o gráfico da parte real do autovalor λ permanece com valor zero indicando comportamento estável (ES) do sistema, até a velocidade de fluxo crítica de instabilidade de divergência $V_{D1} = 30,97\text{ m/s}$, quando observa-se o valor da parte imaginária do autovalor λ , que representa a frequência natural vai a zero, indicando comportamento de instabilidade estática de divergência (DV), esse comportamento se mantém até a ocorrência do ponto de bifurcação de Hopf na velocidade crítica de flutter (FL) $V_{D1} = 65,55\text{ m/s}$, quando o primeiro e segundo se fundem formando o modo-acoplado de instabilidade dinâmica de flutter (FL). Na tabela 4.3 tem-se a comparação entre os resultados das velocidades críticas obtidos através do método analítico e o numérico implementado neste capítulo, para os valores de espessuras da parede do tubo já analisados nas Figuras 4.7(a) e 4.7(b), ou seja, espessuras de 0,40 e 0,60 mm.

Tabela 4.3 - Comparação dos resultados das velocidades críticas entre os métodos analítico e numérico para variações de espessura da parede do tubo

Espessura da parede do tubo (mm)	Método	Velocidades críticas (m/s)		
		V_{D1}	V_{F1}	V_{D2}
0,40	Analítico	26,91	53,82	-
	Numérico	23,85	52,34	-
0,60	Analítico	33,37	66,74	-
	Numérico	30,97	65,55	-

Nos resultados da Tabela 4.3 observa-se maior convergência nos valores de velocidades críticas de divergência V_{D1} para as espessuras da parede de tubo de 0,40 e 0,60 mm onde a maior diferença foi de 4%. Nas velocidades críticas de *flutter* ocorreu a divergência máxima de resultado foi de 6%. Os resultados obtidos pelo modelo implementado foram mais conservadores por este motivo não comprometem a segurança dos resultados.

No gráfico da Figura 4.9 foram apresentados os comportamentos de estabilidade do sistema, para uma variação da espessura da parede do tubo de $h = 0,20 \text{ mm}$ à $h = 0,80 \text{ mm}$ em função da velocidade de fluxo do fluido variando de $V = 0 \text{ m/s}$ à $V = 70 \text{ m/s}$. Está destacado as espessuras da parede do tubo $h = 0,40 \text{ mm}$ e $h = 0,60 \text{ mm}$, que foi analisada em detalhes nas Figuras 4.7(a) e 4.7(b), e também os pontos de velocidades críticas de instabilidade de divergência V_{F1} e a velocidade crítica de *flutter* V_{F1} . As velocidades críticas obtidas através do método analítico conforme equação 4.1 também podem ser observadas neste gráfico. O segundo, terceiro e quarto modo de vibrar não apresentaram regiões de instabilidade por esse motivo não foram apresentados.

Na Figura 4.9 é possível observar a tendência perda de estabilidade espessuras menores de paredes do tubo e para velocidades de fluxo do fluido maiores, devido à perda de rigidez à deflexão provocada por essas duas variáveis.

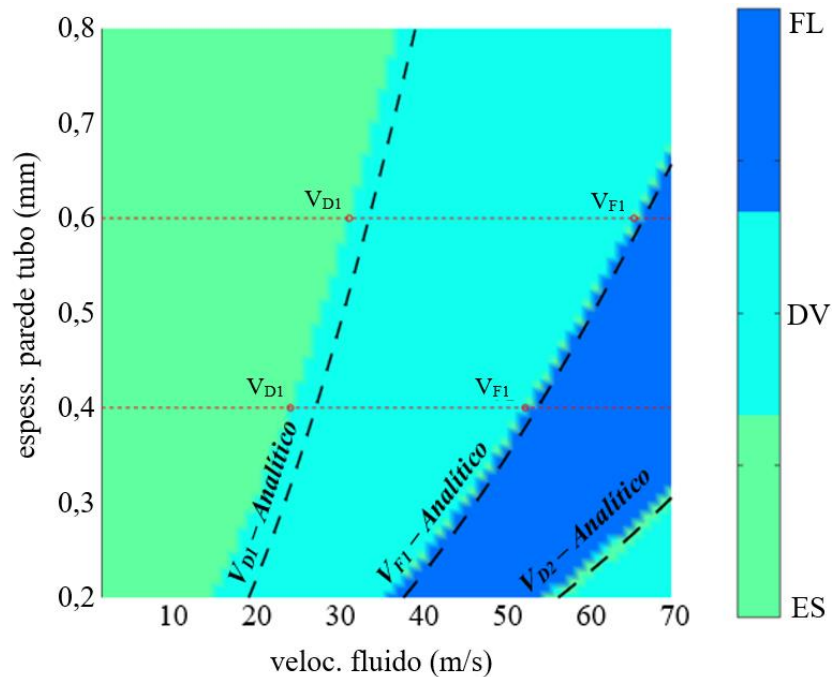


Figura 4.9 - Regiões de estabilidade em função da espessura da parede do tubo h (mm) e em função da velocidade do fluido V (m/s). Linha fina tracejada vermelha: casos analisados na Fig. 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente; Linha grossa tracejada preta: Eq.(4.1).

A Figura 4.10 apresenta as frequências naturais dos quatro primeiros modos de vibrar, obtidas pela parte imaginária do autovalor λ , para as espessuras da parede do tubo variando de 0,20 a 0,80 mm em função de uma faixa de velocidade de escoamento do fluido de 0 à 70,00 m/s. Os gráficos apresentados nas Figuras 4.10(b), 4.10(c) e 4.10(d), segundo, terceiro e quarto modo de vibrar respectivamente, é nítida a tendência de redução da frequência natural para velocidades críticas e espessuras de paredes de tubo menores, conforme já comentado e analisado através da equação 4.2. Já o gráfico do primeiro modo de vibrar mostrado na Figura 4.10(a), devido ocorrências de instabilidades estáticas (divergência) e dinâmicas (flutter), conforme já apresentado nas Figuras 4.7 e 4.8, torna-se um problema não linear impossibilitando de ser analisado pela equação 4.2.

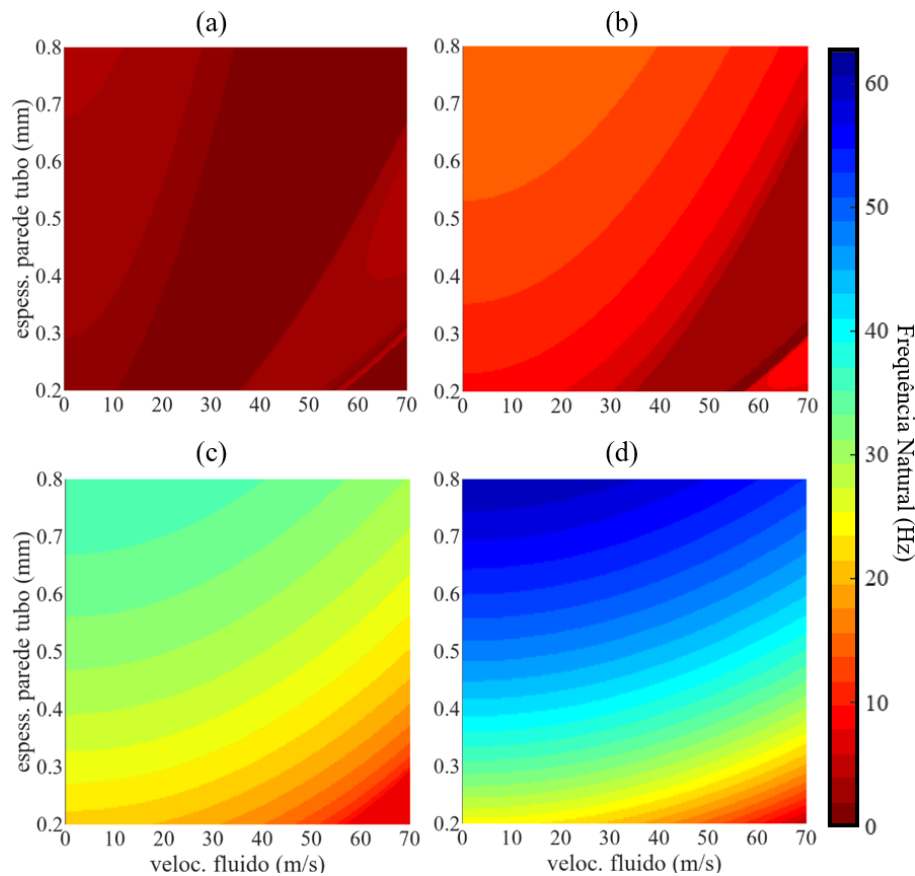


Figura 4.10 - Análise da influência da espessura da parede do tubo com variação na velocidade na frequência natural do sistema no (a) primeiro (b) segundo (c) terceiro (d) quarto modo de vibrar

Na Figura 4.11, utilizando mesmo método e critérios que resultaram no gráfico da Figura 4.7, observa-se o limite mínimo de espessura da parede do tubo para que os dois primeiros modos de vibrar na faixa de velocidade de 0 a 70,00 m/s não operem com valor de frequência natural menor que 7,5 Hz.

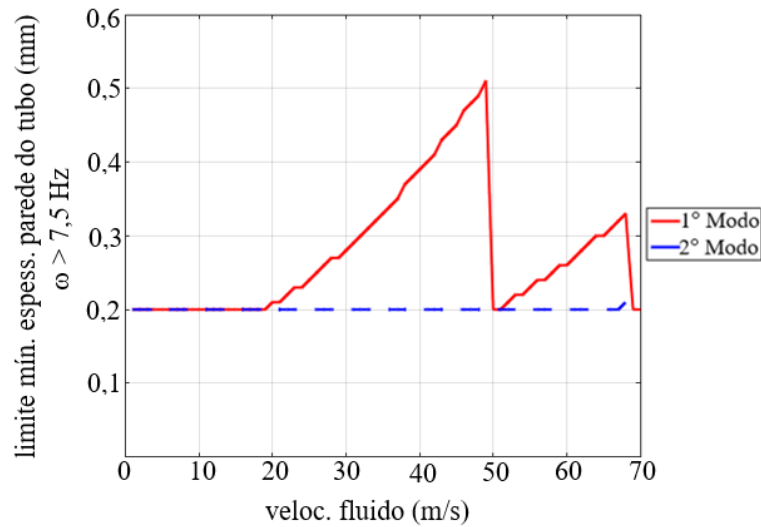


Figura 4.11 - Limite máximo da espessura da parede do tubo em função da velocidade fluxo para $\omega > 7,5$ Hz

4.5. Conclusão

Neste capítulo foi possível analisar a influência da velocidade de escoamento do fluido, distância entre apoios e espessura da parede do tubo na estabilidade e frequência natural do tubo condutor de fluido em regime permanente. Foi observado que o aumento da velocidade de escoamento do fluido provoca redução exponencial na rigidez do modelo no sentido transversal. Essa redução é observada no resultado da matriz K_{w2} (equação 3.6b) que é a rigidez da tensão na parede do tubo resultante dos efeitos da interação fluido estrutura, mas especificamente do acoplamento de Poisson que através de expansão e contração da parede do tubo gera transientes hidráulicos no fluido. Também foi analisado que o aumento da distância entre apoio L aumenta o valor da massa, como pode-se observar na matriz M_w (equação 3.4a) que representa o efeito da massa no sentido transversal do tubo e consequentemente a matriz global M_G de massa do tubo.

O aumento da distância entre apoios do tubo provoca redução das rigidezes nas matrizes de rigidez as deflexão no sentido do deslocamento transversal K_{w1} (equação 3.6a) e na matriz de rigidez do efeito das tensões na parede do tubo K_{w2} (equação 3.6b). A causa é que com o aumento da distância entre os pontos de deflexão ao longo do tubo e os apoios, intensifica o momento fletor e a amplitude do deslocamento transversal.

Concluiu-se também que a redução da espessura da parede do tubo h reduz o valor da massa do tubo como pode ser observado na matriz M_w (equação 3.4a) e consequentemente

matriz global M_G de massa do tubo, porém reduz a rigidez à flexão no sentido transversal ao tubo, como pode ser observado no resultado da matriz K_{w1} (equação 3.6a). O motivo dessa perda de rigidez à flexão no tubo é causado pela diminuição do momento de inércia da seção transversal do tubo devido redução de espessura da parede do tubo.

Através desse estudo de caso, foi possível validar a implementação do modelo , possibilitando definir parâmetros para projetos de tubulações condutoras de fluido em regime de escoamento permanente, livres de instabilidade dinâmicas e vibrações ressonantes. As divergências de valores comparando o modelo de elementos finitos implementado nesse trabalho e o de Blevins (2001) que utilizou um modelo contínuo ficaram dentro de uma margem aceitável, ou seja, o modelo implementado apresentou resultado mais conservador em relação as estimativas das velocidades críticas e frequências naturais.

Capítulo 5

Conclusões e Recomendações

5.1. Conclusões

Foi apresentado neste trabalho a implementação pelo método de elementos finitos de um modelo para investigar a instabilidade da vibração livre de um tubo retilíneo e uniforme transportando internamente fluido com escoamento em regime permanente de velocidade e pressão quando varia-se parâmetros da geometria do tubo. Para configuração das condições de contorno do tubo adotou-se a adição de rigidezes representadas por molas acopladas aos termos da matriz global de rigidez que representam os nós das extremidades do tubo. Esse método mostrou-se eficiente para configuração de condições de contorno clássicas e também outras que dependam de rigidezes intermediárias entre totalmente rígido (fixo) e totalmente livre nos graus de liberdade para os deslocamentos transversais, rotacionais e axiais em ambas extremidades de um tubo.

Na simulação para diferentes distâncias entre apoios (L), foi investigado o comportamento dinâmico para as dimensões de 4m e 3m. Observou-se que o tubo se manteve estável até as velocidades críticas de divergência (V_{D1}) de 26,37 m/s e 13,90 m/s para as distâncias de 4m e 6m, respectivamente. As velocidades críticas de *flutter* (V_{F1}) foram de 52,34 e 65,55 m/s para as distâncias de 4m e 6m, respectivamente. Na análise da distância de 6m foi ainda presenciado a transição da instabilidade dinâmica de *flutter* para a instabilidade estática de divergência (V_{D2}) quando a velocidade alcançou o valor de 56,04 m/s. Portanto pode-se concluir que com o aumento do espaçamento entre os apoios (suportes) da tubulação as

velocidades críticas se estabelecem com valores menores. A causa é que com o aumento da distância entre os pontos ao longo do tubo e o apoio, os deslocamentos de flexão aumentam a intensidade com o aumento do momento fletor. Na análise do comportamento dinâmico das espessuras da parede do tubo (h) de 0,40 e 0,60 mm atingiu-se a desestabilização dinâmica com as velocidades críticas de divergência (V_{D1}) de 23,85 e 30,97 m/s e velocidades críticas de *flutter* (V_{F1}) de 52,34 e 65,55 m/s. Com esses dados conclui-se que com a espessura menor da parede do tubo o mesmo perde a estabilidade com uma velocidade crítica menor. Observou-se através da equação analítica da velocidade crítica, que o motivo é a redução de rigidez à flexão causada pela diminuição da resistência do momento de inércia da seção transversal do tubo devido perda de robustez quando sua espessura é reduzida. Nas análises das duas geometrias investigadas foi capturado pelo gráfico as ocorrências de pontos de bifurcações *Hopf* e bifurcações tipo “forquilha” (*pitchforks*), e acoplamentos de modo *flutter* entre o primeiro e segundo modo de vibrar do tubo e acoplamento modo divergência entre segundo e terceiro modo de vibrar do tubo.

Ainda foram apresentados gráficos para os casos da distância entre apoios e as espessuras da parede do tubo, gráficos que permitiram observar as regiões dos comportamentos de instabilidade correlacionada com os parâmetros da geometria do tubo em relação as velocidades de fluxo do fluido. Demonstrou-se de forma abrangente e direta as tendências, e simplificou o procedimento de seleção da melhor configuração de geometria para faixa de velocidade de escoamento do fluido de operação sem instabilidades. A restrição a esse gráfico foi o tempo de processamento para plotagem do mesmo com resolução satisfatória.

Foi utilizado o modelo para extrair os valores da parte imaginária do autovalor λ_n correspondente as frequências naturais (ω_n) do tubo investigado e apresentou-se em gráficos utilizando as mesmas correlações citas na investigação do comportamento dinâmico. Nos dois parâmetros investigados houve dificuldade de analisar visualmente o gráfico nos primeiros modos devido existência de instabilidades. No primeiro caso, referente as distâncias entre apoios, foi observado nos três últimos modos de vibrar, que quando mais extensas essas distâncias (L) e velocidade mais altas de fluxo do fluido (V) as frequências naturais observava-se a redução nos valores das frequências naturais (ω). No outro estudo, também observando o segundo, terceiro e quarto modo, há uma tendência nítida aumento dos valores das frequências naturais (ω) com aumento da espessura da parede do tubo (h) em faixas de velocidades (V) menores de fluxo do fluido.

O custo total de um projeto de uma tubulação é proporcional ao seu peso total, logo a espessura da parede do tubo tem influência direta no custo total do projeto. As alterações na distância entre apoios, ou seja, entre os suportes, tem efeito reduzido no orçamento de implantação do projeto. No exemplo do estudo de caso, a redução da distância entre apoios de 6,00 m para 4,00 m, melhorou a velocidade crítica próximo 42% (13,90 m/s para 26,37 m/s). Entretanto as reduções nas espessuras das paredes do tubo mostraram-se menos impactantes, como no exemplo da redução de 0,60 mm para 0,40 mm na espessura da parede do tubo, que provocou uma perda aproximada de 23% na velocidade crítica do fluido. Isso demonstrou que os efeitos da redução da parede do tubo podem ser compensados pela redução na distância entre apoios, otimizando financeiramente o projeto.

O modelo apresentou dados essenciais e relevante para análise do comportamento dinâmico para contribuir na elaboração de projetos que operem sem instabilidades e riscos de vibrações ressonantes, cumprindo assim seu objetivo.

5.2. Recomendações para trabalhos futuros

Utilizando o modelo implementado nesta dissertação alguns trabalhos possíveis são:

- Utilização do método adotado para a configuração de condição de contorno, para adequação de amortecimento nos apoios do tubo para correção de instabilidades geradas pelo escoamento de fluido.
- Explorar os dados da influência das propriedades do fluido, como viscosidade e densidade na estabilidade do tubo conduzindo esse fluido.
- Estudar otimização de um projeto de tubulação condutora de fluido, analisando o comportamento dinâmico do sistema variando as propriedades do material do tubo.
- Adicionar condições de contorno não-lineares também pode ser efetuada (molas de translação e rotação), como um caso a ser explorado futuramente.

Referências Bibliográficas

ALNOMANI, S. N. Investigation of vibration characteristics for simply supported pipe conveying fluid by mechanical spring. *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, v. 13, n. 11, 2018.

American Society of Mechanical Engineers. *ASME: Code for pressure piping, B31.1*, New York, 2016.

BHATTI, M. A. Fundamental finite element analysis and applications: with mathematica and matlab computations. *John Wiley & Sons*, New Jersey, 2005.

BLEVINS, R. D. Flow-Induced Vibration. *Krieger Publishing Company*, 4. ed., 2001.

CRAIG, R. R.; KURDILA, A. J. Fundamentals of structural dynamics. *John Wiley & Sons*, 2. ed., 2006.

DODDS, H. L.; RUNYAN, H. Effect of high-velocity fluid flow in the bending vibrations and static divergence of a simply supported pipe. *NASA Technical Note D-2870*, 1965.

FILHO, J. L. F. Manual para análise de tensões de tubulações industriais - flexibilidade. *Livros Técnicos e Científico Editora S.A*, 2013.

GUCKENHEIMER, J.; MYERS, M.; STURMFELS, B. Computing hopf bifurcations I. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. v. 34, p. 1-21, 1997.

HE, J. H. Homotopy perturbation technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 178, p. 257-262, 1999.

HE, J. H. Variational iteration method for autonomous ordinary differential systems. *Applied Mechanics and Computer*, v. 114 (2), p. 115-123, 2000.

HEMP, J. Flowmeters and reciprocity. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, v. 41, p. 503-520, 1988.

HOUSNER, G. W. Bending vibrations of a pipeline containing flowing fluid. *Journal of Applied Mechanics*, v. 19, p. 205-208, 1952.

INMAN, D. J. Engineering Vibration, *Prentice Hall*, 3. ed., 2007.

KUTIN, J., BAJSIĆ, I. Fluid-dynamic loading of pipes conveying fluid with laminar mean-flow velocity profile. *Journal of Fluids and Structures*, v. 50, p. 171-183, 2014.

KUTIN, J.; HEMP, J.; BOBOVNIK, G.; BAJSIĆ, I. Weight vector study of velocity profile effects in straight-tube Coriolis flowmeters employing different circumferential modes. *Flow Measurement and Instrumentation*, V. 16, p. 375-385, 2005.

JIYA, M.; INUWA, Y. I.; SHABA, A. I. Dynamic response analysis of a uniform conveying fluid pipe on two – Parameter elastic foundation. *Science World Journal*, v.13, n. 2, 2018.

LAVOOIJ, C. S. W.; TIJSSELING, A. S. Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems. *Journal of Fluids and Structures*, v. 5, p. 573-595, 1991.

LEE, U.; OH, H. The spectral element model for pipelines conveying internal steady flow. *Engineering Structures*, v. 25, p. 1045-1055, 2003.

LEE, U. Spectral element method in structural dynamics. *Jonh Wiley & Sons*, Singapore, 2009.

LI, S.; KARNEY, B. W.; LIU, G. FSI research in pipe lines systems – A review of the literature, *Journal of Fluids and Structures*. v. 57, p. 277-297, 2015.

LI, B., WANG, Z., JING, L. Dynamic response of pipe conveying fluid with lateral moving supports. *Shock and Vibration*, v. 2018 Article ID 3295787 17 pages.

LI, Z. Y.; WANG, J. J.; QIU, M. X. Dynamic characteristics of fluid-conveying pipes with piecewise linear support. *Internacional Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 16, n. 6, 2016.

LI, Y. D.; YANG, Y. R. Vibration analysis of conveying fluid pipe via He's variational iteration method. *Applied Mathematical Modelling*, v. 43, p. 409-420, 2017.

LIN, J. H.; ZHANG, Y. H. Pseudo excitation algorithm of random vibration (em chinês). *Science Press*, Beijing, 2004.

LIN, J. H.; ZHANG, Y. H.; LI, Q. S.; WILLIAMS, F. W. Seismic spatial effects for long span bridges, using the pseudo excitation method. *Engineering Structures*, v. 26, p. 1207-1216, 2004.

- LIU, L., XUAN, F. Flow-induced vibration analysis of supported pipes conveying pulsating fluid using precise integration method. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, Article ID 806475, 15 pages.
- MAALAWI, K.; ABOUELFOTOUH, A. A. Design of thin pipes against flow-induced flutter. *Journal of the Egyptian Society of Engineers*, v. 43, n. 2, 2004.
- MEIROVITCH, L. Computational methods in structural dynamics, *Sijthoff and Noordhoff International Publisher*, 1980.
- MENG, S.; ZHANG, X.; CHE, C.; ZHANG, W. Cross-flow vortex-induced vibration of a flexible riser transporting an internal flow from subcritical to supercritical. *Ocean Engineering*, v. 139, p. 74-84, 2017.
- MOHAMED, J. A.; MOHAMED, Q.; HATEM, R. Stability Analysis of pipe conveying fluid stiffened by linear stiffness. *International Journal of Current Engineering and Technology*, v. 6, n. 5, 2016.
- PADILHA, A. F.; GUEDES, L. C. Aço inoxidável austeníticos – Microestruturas e propriedades. *Hemus*, 1. ed., São Paulo, 1994.
- PAÏDOUSSIS, M. P.; LI, G. L. Pipes conveying fluid: a model dynamical problem. *Journal of Fluids and Structures*, v. 7, n. 2, p. 137-204, 1993.
- PAÏDOUSSIS, M. P. Fluid–structure interactions: slender structures and axial flow. *Elsevier Academic Press*, 2. ed., London, 2004.
- PASTERNAK, P. L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants. 1954.
- RAO, S. S. Mechanical vibrations, *Prentice-Hall*, Malaysia, 3. ed., 2005.
- SEYRANIAN, A. P.; ELISHAKOFF, I. Modern problems in structural stability, *Springer*, New York, 2002.
- SHU, C. Differential quadrature and its application in engineering, *Springer*, Berlin, 2000.

SKALAK, R. An extension of the theory of waterhammer. *Transactions of ASME*, v. 78, p. 105-116, 1956.

SREEJITH, B.; JAYARAJ, K.; GANESAN, N.; PADMANABHAN, C.; P. CHELLAPANDI, P.; SELVARAJ, P. Finite element analysis of fluid-structure interaction in pipeline systems. *Nuclear Engineering and Design*, v. 227, n. 3, p. 313-322, 2004.

SUTAR, S.; MADABHUSHI, R.; POOSA, R. B. Finite element Analysis of piping vibration with guided supports. *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*, v. 3, n. 3, p. 96-106, 2016.

TELLES, P. C. S. Tubulações Industriais – Cálculo. *Livros Técnicos e Científico Editora S.A.* 3. ed., 1999.

THOMSON, W. T. Theory of vibration with applications. *Springer-Science+Business Media*, 4. ed., Santa Barbara, California. 1993.

TIMOSHENKO, S. P. On the transverse vibrations of bars of uniform cross section. *Philosophical Magazine*, v. 43, p. 125-131, 1922.

TORNABENE, F.; MARZANI, A.; VIOLA, E.; ELISHAKOFF, I. Critical flow speeds of pipes conveying fluid using the generalized differential quadrature method. *Application of Advanced Theory in Mechanical*, v. 3, n. 3, p. 121-138, 2010.

WANG, L. Flutter instability of supported pipes conveying fluid subjected to distributed follower forces. *Acta Mechanical Solida Sinica*, v. 25, n. 1, 2012.

WANG, Z. M.; FENG, Z. Y.; ZHAO, F. Q.; LIU, H. Z. Analysis of coupled-mode flutter of pipes conveying fluid on the elastic foundation. *Applied Mathematics and Mechanics*, v. 21, n. 10, 2000.

WHITE, F. M. Fluid Mechanics. *McGraw-Hill*, Singapore, 1999.

XU, M. R.; XU, S. P.; GUO, H. Y. Determination of natural frequencies of fluid-conveying pipes using homotopy perturbation method. *Computer and Mathematics with Applications*, v. 60, p. 520-527, 2010.

ZHAI, H. B., WU Z. Y.; LIU, Y. S.; YUE, Z. F. Dynamic response of pipeline conveying to random excitation. *Nuclear Engineering and Design*, v. 241, p. 2744-2749, 2011.

ZHONG; H.; LI, X.; HE, Y. Static flexural analysis of elliptic Reissner-Mindlin plates on a Pasternak foundation by the triangular differential quadrature method. *Archive of Applied Mechanics*, v. 74, p. 679-691, 2005.

ZHONG, W. X.; WILLIAMS, F. W. A precise time step integration method. *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 208, n. 6, p. 427-430, 1994.

Apêndice

A.1 Código de análise modal de um tubo condutor de fluido em regime permanente

```
1 % clc
2 % close all
3 % clear all
4 % pipeline conveying internal steady fluid
5
6 c0=1:1:70; %faixa de variação da velocidade
7 Mv=1:1:8; %Modos de vibrar
8
9 L=5; %comprimento do tubo em m
10 D=0.030; %diâmetro interno do tubo em m
11 h=0.0015; %espessura da parede do tubo em m
12 E=70e9; %módulo de elasticidade do material GPa
13 pp=2500; %densidade do material do tubo Kg/m3
14 Ev=2.2e9; %módulo de elasticidade do fluido GPa
15 pw=1000; %densidade do fluido Kg/m3
16 u=1.003e-3; %viscosidade do fluido N s/m2
17 Nel=20; %número de elementos discretizados
18 Le=L/Nel; % comprimento do elemento
19
20 LRHZ=zeros(length(c0),length(Mv)); %Matriz dos valores da parte imaginária do
autovetor lambda para os modos de vibrar variando velocidade do fluido
21 LIHZ=zeros(length(c0),length(Mv)); %Matriz dos valores da parte real do autovetor
lambda para os modos de vibrar variando velocidade do fluido
22
23 for i=1:1:length(c0)
24
25 Ip=(((((D+2*h)^4)-(D^4))*pi)/64; %momento da seção transversal do tubo
26 N=0; %tensão axial
27 Ap=((((D+(2*h))/2)^2)*pi)-(((D/2)^2)*pi); % área da seção transversal do tubo m2
28 Aw=((((D/2)^2)*pi); % área da seleção transversal do fluido m2
29 mp=Ap*pp; %massa da barra de tubo
30 mw=Aw*pw; %massa do fluido no tubo
31 m=mp+mw; %massa total tubo + fluido
32 gy=9.81; %aceleração da gravidade m/s2
33 EAeff=((E*Ap)+N);
34 Re=pw*D*c0(i)/u; %função do número de Reynolds
35 fD=(64/Re)/(2*D); %força de atrito entre parede do tubo e fluido
36 p0=1e2; %pressão inicial do fluido
37 p=p0; %pressão final do fluido
38 T0=N-p0*Aw-mw*c0(i)^2; %energia cinética
39
40 %% Matrizes de massa dos elementos fluido e tubo
41 Muu=((mp*Le)/6)*[0 0 0 0 0;
42 0 0 0 0 0;
43 0 0 2 0 0 1;
44 0 0 0 0 0;
45 0 0 0 0 0;
46 0 0 1 0 0 2];
47
```

```

48 Mww=(m*Le/420)*[156 22*Le 0 54 -13*Le 0;
49 22*Le 4*Le^2 0 13*Le -3*Le^2 0;
50 0 0 0 0 0;
51 54 13*Le 0 156 -22*Le 0;
52 -13*Le -3*Le^2 0 -22*Le 4*Le^2 0;
53 0 0 0 0 0];
54
55 %% Matrices de amortecimento dos elementos fluido e tubo
56 G=((mw*c0(i))/30)*[ 0 6*Le 0 30 -6*Le 0;
57 -6*Le 0 0 6*Le -Le^2 0;
58 0 0 0 0 0;
59 -30 -6*Le 0 0 6*Le 0;
60 6*Le Le^2 0 -6*Le 0 0;
61 0 0 0 0 0];
62
63 Cg=(mw*c0(i))*[-1 0 0 0 0;
64 0 0 0 0 0;
65 0 0 0 0 0;
66 0 0 0 1 0;
67 0 0 0 0 0;
68 0 0 0 0 0];
69
70 %% Matrices de rigidez dos elementos fluido e tubo
71 Kww1=((E*Ip)/Le^3)*[12 6*Le 0 -12 6*Le 0;
72 6*Le 4*Le^2 0 -6*Le 2*Le^2 0;
73 0 0 0 0 0;
74 -12 -6*Le 0 12 -6*Le 0;
75 6*Le 2*Le^2 0 -6*Le 4*Le^2 0;
76 0 0 0 0 0];
77
78 Kww2=(T0/(30*Le))*[36 3*Le 0 -36 3*Le 0;
79 3*Le 4*Le^2 0 -3*Le -Le^2 0;
80 0 0 0 0 0;
81 -36 -3*Le 0 36 -3*Le 0;
82 3*Le -Le^2 0 -3*Le 4*Le^2 0;
83 0 0 0 0 0];
84
85 Kww3=-((mw*fD*c0(i)^2)/60)*[-30 6*Le 0 30 -6*Le 0;
86 -6*Le 0 0 6*Le -Le^2 0;
87 0 0 0 0 0;
88 -30 -6*Le 0 30 6*Le 0;
89 6*Le Le^2 0 -6*Le 0 0;
90 0 0 0 0 0];
91
92 Kww4=(T0-N)*[0 1 0 0 0;
93 0 0 0 0 0;
94 0 0 0 0 0;
95 0 0 0 -1 0;
96 0 0 0 0 0;
97 0 0 0 0 0];
98
99 Kuu=((EAeff)/Le)*[0 0 0 0 0;
100 0 0 0 0 0;
101 0 0 1 0 0 -1;
102 0 0 0 0 0;
103 0 0 0 0 0;

```

```

104 0 0 -1 0 0 1];
105
106 Kuw=((mw*gy)/12)*[0 0 0 0 0 0;
107 0 0 0 0 0 0;
108 6 -Le 0 -6 Le 0;
109 0 0 0 0 0 0;
110 0 0 0 0 0 0;
111 6 Le 0 -6 -Le 0];
112
113 % Matrizes dos elementos
114 Mel=Mww+Muu;
115 Cel=G+Cg;
116 Kel=Kww1+Kww2+Kww3+Kww4+Kuu+Kuw;
117 % Submatrizes de massa dos elementos
118 Mel11=Mel(1:3,1:3);
119 Mel12=Mel(1:3,4:6);
120 Mel21=Mel(4:6,1:3);
121 Mel22=Mel(4:6,4:6);
122 % Submatrizes de amortecimento dos elementos
123 Cel11=Cel(1:3,1:3);
124 Cel12=Cel(1:3,4:6);
125 Cel21=Cel(4:6,1:3);
126 Cel22=Cel(4:6,4:6);
127 % Submatrizes de rigidez dos elementos
128 Kel11=Kel(1:3,1:3);
129 Kel12=Kel(1:3,4:6);
130 Kel21=Kel(4:6,1:3);
131 Kel22=Kel(4:6,4:6);
132
133 %Dados para montagem da matrizes globais
134 Nnos=Nel+1; %número de nós da barra
135 gdl=3; %graus de liberdade por nós
136 Ncol=Nnos*gdl; %número de coluna da matriz global
137 Nlin=Nnos*gdl; %número de linhas da matriz global
138 MG=zeros(Nlin,Ncol); %matriz de massa global zeros inicial
139 CG=zeros(Nlin,Ncol); %matriz de amortecimento global zeros inicial
140 KG=zeros(Nlin,Ncol); %matriz de rigidez global zeros inicial
141
142 %Montagem da matrizes globais de massas, amortecimento e rigidez
143 for e=1:Nel
144 dof1 = e*3;
145 dof2 = (e+1)*3;
146 KG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) = KG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) + Kel11;
147 KG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) = KG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) + Kel12;
148 KG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) = KG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) + Kel21;
149 KG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) = KG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) + Kel22;
150 MG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) = MG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) + Mel11;
151 MG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) = MG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) + Mel12;
152 MG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) = MG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) + Mel21;
153 MG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) = MG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) + Mel22;
154 CG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) = CG(dof1-2:dof1,dof1-2:dof1) + Cel11;
155 CG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) = CG(dof1-2:dof1,dof2-2:dof2) + Cel12;
156 CG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) = CG(dof2-2:dof2,dof1-2:dof1) + Cel21;
157 CG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) = CG(dof2-2:dof2,dof2-2:dof2) + Cel22;
158
159 end

```

```

160
161 %% Rigidezes das molas para condições de contorno
162 ku1 = 1e12;
163 ku2 = 0;
164 kw1 = 1e12;
165 kw2 = 1e12;
166 %% Adição das rigidezes para configuração da condição de contorno para tubo apoiado
    simplesmente em ambas extremidades e sem deslocamento axial na extremidade x=0
167 KG(1,1) = KG(1,1) + kw1;
168 KG(3,3) = KG(3,3) + ku1;
169 KG(Nlin-2,Ncol-2) = KG(Nlin-2,Ncol-2) + kw2;
170 KG(Nlin,Ncol) = KG(Nlin,Ncol) + ku2;
171
172 A = [zeros(length(MG)) eye(length(MG));-MG\KG -MG\CG]; %solução dos autovetores e
    autovalores sem amortecimento
173 lam_A = sort(eig(A)); %Frequência natural sem amortecimento
174
175 for k=1:length(Mv)
176 LRHZ(i,k) = (real(lam_A(Mv(k),1)))/2/pi; %matriz com parte real do autovetor para os
    modos de vibrar selecionados
177 LIHZ(i,k) = (imag(lam_A(Mv(k),1)))/2/pi; %matriz com parte imaginaria do autovetor
    para os modos de vibrar selecionados
178 end
179 end
180
181 for q=1:(length(c0)-1);
182 for r=1:(length(L)*length(Mv));
183 if ((LRHZ(q+1,r)>0&LRHZ(q,r)<0) | (LRHZ(q+1,r)<0&LRHZ(q,r)>0));
184 LRHZ(q+1,r)=-1*LRHZ(q+1,r);
185 end
186 end
187 end % correção do problema de simetria da bifurcação
188
189 %Plotagem dos gráfico
190 figure(1)
191 subplot(2,1,1)
192 plot(c0,LRHZ'(2,:),'-o')
193 hold on
194 plot(c0,LRHZ'(4,:),'-s')
195 plot(c0,LRHZ'(6,:),'-*')
196 plot(c0,LRHZ'(8,:),'-x')
197
198 f=15; %Tamanho da fonte
199 set(gca,'FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
200 ylabel('Real \lambda (Hz)','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
201 legend('1° Modo','2° Modo','3°
    Modo','Location','southoutside','Orientation','horizontal');
202 text(13,3.5,'ES','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
203 text(40,3.5,'DV','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
204 text(56,3.5,'FL','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
205 plot([0,26.94],[3,3],'-k');
206 plot([26.94,53.74],[3,3],'-k');
207 plot([53.74,70],[3,3],'-k');
208 plot([26.94,26.94],[.5,3.5],'-k');
209 plot([53.74,53.74],[.5,3.5],'-k');
210 plot(0.6,3,'<k');

```

```

211 plot(26.4,3,'>k');
212 plot(27.5,3,'<k');
213 plot(53.14,3,'>k');
214 plot(54.3,3,'<k');
215 plot(69.4,3,'>k');
216 hold off
217 subplot(2,1,2)
218 plot(c0,LIHZ'(2,:),'-o')
219 hold on
220 plot(c0,LIHZ'(4,:),'-s')
221 plot(c0,LIHZ'(6,:),'-*')
222 plot(c0,LIHZ'(8,:),'-x')
223 set(gca,'FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
224 ylabel('Imag \lambda (Hz)','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
225 xlabel('Veloc. Fluido V (m/s)','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
226 plot([27.5,33],[0.2,3],'-k');
227 text(34,3,'V_D_1','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');
228 plot([53,45],[0.2,1.5],'-k');
229 text(41,3,'V_F_1','FontSize',f,'FontName','Time News Roman');

```